

İKİ TABAKA ARASINDAKİ DOĞAL ISI KONVEKSİYONU HAREKETİNİN GEÇİŞ EVRELERİNİN YAPISAL ANALİZİ

Cihan Yıldırım*, Hakan I. Tarman**

*Makine Mühendisliği Bölümü, Akdeniz Üniversitesi, Antalya

**Mühendislik Bilimleri Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

ycihan@metu.edu.tr, tarman@metu.edu.tr

ÖZET

Süregelen bu çalışmada alttan ısıtılan ve üstten soğutulan sonsuz uzunlukta iki tabaka arasındaki akışkan katmanında oluşan ısıl konvektif hareketlerin kararsızlığı ve geçiş evrelerinin karşılaştırmalı olarak incelenmesi amaçlanmaktadır. Boussinesq yaklaşımı ile modellenen ve Rayleigh-Benard problemi olarak adlandırılan bu olgu bir spektral elemanlar yöntemiyle sayısal olarak çözülmüştür. Elde edilen sayısal veri tabanı kullanılarak Karhunen-Loeve (KL) birim yapıları oluşturulmuştur. KL tekniği deneysel yada sayısal olarak üretilen veri tabanlarının ayrıştırılarak altta yatan fiziksel olgunun daha düşük boyutlu olarak ifade edilmesi ve anlaşılmasını sağlayan istatistiksel bir yöntemdir.

ABSTRACT

In this continuing work, a comparative study of the stability and the transitional regimes of the thermal convective motions between two infinite plates, which are heated from below and cooled from above, is aimed. This phenomenon, which is known as Rayleigh-Benard problem and modeled by Boussinesq approximation, is numerically simulated using a spectral element method. The resulting numerical database is then used to generate Karhunen-Loeve (K-L) basis. The K-L technique is a statistical procedure that is used to decompose an experimentally or numerically generated database in order to describe and to study the underlying physical phenomena in a lower dimensional setting.

GİRİŞ

Rayleigh-Benard (RB) problemi olarak bilinen alttan ısıtılan ve üstten soğutulan iki tabaka arasında yanal yönlerde periyodik kabul edilen akışkan katmanında oluşan ısıl konveksiyon akış problemi, basit geometrisi ve akış rejimleri arasındaki farklı geçişlerin gözlemlenebilmesi nedeniyle ilgi çekici bir problemdir. Sistem üç farklı boyutsuz parametre ile kontrol edilir: Rayleigh sayısı (Ra), Prandtl sayısı (Pr) ve konveksiyon hareketinin olduğu hacmin geometrik oranı (A) [1]. Bu parametrelerin değişimi ile çok çeşitli dinamik özellikler elde edilmektedir. Bu özelliklerin çoğu literatüre geçmiş ve incelemeler [2] ve kitapların [3] konusu olmuştur.

Karhunen-Loeve (KL) prosedürü bir fiziksel olguyu ifade eden deneysel ya da sayısal olarak üretilen veri tabanından amaçlanan bilgiyi elde etmek için kullanılan bir prosedürdür. Veri tabanı, özel KL uzayına yansıtılarak incelenir. Bu uzay, çekirdeği ısı konveksiyonuna ait sıcaklık ve/veya hız profili gibi fiziksel değişkenlerin iki nokta kovaryans tensörü olan integral asal probleminin asal fonksiyonları baz alınarak oluşturulur. Simetri ve çekirdeğin pozitif tanımlı olmasından dolayı bu asal fonksiyonlar (KL yapıları) orthogonal bir baz oluşturur. Integral asal probleminin elde edilmesinin altında yatan, KL yapılarının akış enerjisini optimum bir şekilde taşımasıdır. Bu özellik incelenen akış veri tabanının indirgenmesinde (statik kullanım) [4] ve akış dinamiğinin düşük boyutlu dinamik bir sistemle ifade edilmesinde (dinamik kullanım) kullanılmıştır [5].

Veri üretimi için Legendre polinomları ve zayıf formun kullanıldığı bir pseudo-spektral metodu kullanılmıştır. Sayısal yaklaşım çeşitli çalışmalar [6, 7] ve Guessous'un [8] RB problemine uygulaması ile geliştirilmiştir. Bu yaklaşımın ayırt edici yönü düşey yönde eksik sınır koşullarına sahip olan basınç değişkeninin ele alışıdır. Akış yatay yönde periyodik kabul edilmiştir.

Bu çalışmada ısı konveksiyonu hareketinin yüksek, birim ve düşük Pr değerlerindeki dinamik yapısı KL yapılarının statik kullanımı ile karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Bu çalışmanın ileriye dönük amacı, KL yapılarının, Ra değerleri aralığında dinamik kullanımında gösterdiği esnekliğin [5], Pr değerleri aralığında geçerliliğini incelemektir.

MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

Temel Denklemler

RB problemi Boussinesq denklemleri tarafından modellenir:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + Ra Pr T \mathbf{e}_z + Pr \Delta \mathbf{u}, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)T = w + \Delta T. \quad (1c)$$

Bütün değerler standart ölçeklendirme ile boyutsuzlaştırılmıştır [1], örneğin konvektif hareketin olduğu periyodik kutunun yüksekliği, H , ölçeklendirme için kullanılmıştır. Elde edilen parametreler $Pr = \nu/\kappa$ ve $Ra = g\beta H^4 \alpha / \kappa \nu$ olmuştur. Bağımlı akış değişkenleri, $\mathbf{x} = (x, y, z)$ yönlerindeki hız vektörü $\mathbf{u} = (u, v, w)$ ve sıcaklık T ile ifade edilmektedir. p basınç ve \mathbf{e}_z ise yerçekiminin tersi yönündeki birim vektördür.

Akış, geometrik oranları $A_x = L_x/H$, $A_y = L_y/H$ olan periyodik kutuda Ω gerçekleşmektedir. Kare tabanlı geometride $A = A_x = A_y = L/H$. Yatay x ve y yönlerdeki periyodik sınır şartlarına karşın, dikey z yönünde ($z = 0, 1$) sınır koşulları $u = v = w = T = 0$ şeklinde tanımlanmıştır.

Sayısal Yaklaşım

Uzunluklar yüksekliğin yarısı $h = H/2$ ile yeniden ölçeklendirilerek ve vortisite $\boldsymbol{\omega}$ terimi katılarak temel denklemlerimiz şu hali alır:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) - \nabla P + Ra_h Pr T \mathbf{e}_z + Pr \Delta \mathbf{u}, \quad (2b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla)T + \frac{1}{2}w + \Delta T. \quad (2c)$$

Burada $Ra_h = Ra/8$, $P = p + \frac{1}{2}\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$ ve düşey koordinat aralığı $-1 \leq z \leq +1$ olarak değişir.

Yatay düzlemin periyodik olduğu kabulü, Fourier serilerini bağımlı akış değişkenleri için kullanmamıza imkan verir.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ T \\ P \end{Bmatrix}(\mathbf{x}, t) = \sum_{|m| < N_x/2} \sum_{|n| < N_y/2} \begin{Bmatrix} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{T} \\ \hat{P} \end{Bmatrix}(m, n, z, t) \exp(2\pi i (m x/s_x + n y/s_y)). \quad (3)$$

Burada $s_x = L_x/h$ ve $s_y = L_y/h$ yatay periyotlardır. Yatay düzlem $x_i = i s_x / N_x$, $0 \leq i < N_x$ ve $y_j = j s_y / N_y$, $0 \leq j < N_y$ noktalarında tanımlanır. Düşey yönde ise hız ve sıcaklık değişkenleri ağırlıklı Legendre-Lagrange interpolantları

$$\left\{ \begin{array}{c} \hat{\mathbf{u}} \\ \hat{\mathbf{T}} \end{array} \right\} (m, n, z, t) = \sum_{k=0}^{N_z} \left\{ \begin{array}{c} \bar{\mathbf{u}} \\ \bar{\mathbf{T}} \end{array} \right\} (m, n, z_k, t) \bar{h}_k(z), \quad (4)$$

basınç değişkeninin açılımında ise Legendre polinomları [7]

$$\hat{\mathbf{P}}(m, n, z, t) = \sum_{j=1}^{N_z-1} \bar{\mathbf{P}}(m, n, j, t) L_{j-1}(z). \quad (5)$$

kullanılmaktadır. Burada z_k Legendre-Gauss-Lobatto noktalarını, ϖ_k Gauss kuadratür ağırlık katsayılarını, $\bar{h}_k(z) = h_k(z)/\sqrt{\varpi_k}$ ağırlıklı Legendre-Lagrange interpolantlarını ve

$$h_k(z) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^{N_z} \frac{(z - z_j)}{(z_k - z_j)}. \quad (6)$$

ise Legendre-Lagrange interpolantlarını ifade eder. Bu açılımların (3-6) temel deklemlerde yerine konulması ile zayıf forma indirgenen temel denklemler doğrusal olmayan terimler için ikinci dereceden Adams-Bashforth ve doğrusal olan terimler için Crank-Nicolson kullanılarak zaman değişkeninde integre edilmiştir [8].

Karhunen-Loeve Prosedürü

Elde edilen veritabanından KL prosedürü kullanılarak ortogonal baz fonksiyonları (KL birimleri) oluşturulur. Baz fonksiyonların elemanları integral denkleminin asal fonksiyonlarıdır.

$$\iiint_{\Omega} \mathbf{R}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \Psi^k(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' = \lambda_k \Psi^k(\mathbf{x}) \quad (7)$$

Bu denklemin çekirdeği iki nokta korelasyon tensörüdür.

$$\mathbf{R}_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \langle v_i(\mathbf{x}, t) v_j(\mathbf{x}', t) \rangle \quad (8)$$

Burada \mathbf{v} , sıcaklık ve/veya hız gibi fiziksel değişkenlere karşılık gelir. Genellikle üç uzay boyutunda bazları ifade etmek için üç indis gerekir. \mathbf{k} bu indis vektörünü ifade eder.

Açısal parantez $\langle \cdot \rangle$ akış veri-tabanının üzerinden (*ensemble*) ortalamayı ifade eder. Ergodisite kabulü, ortalama işleminin zaman ve homojen uzaysal yönler üzerinden ortalama ile değiştirilmesine izin verir. Korelasyon tensörünün simetrik ve tam pozitif olması dolayısıyla Hillbert-Schmidt teorisine göre bu uzayda sayılabilir sonsuz ortogonal asal fonksiyon bulunmaktadır. Bu uzayın bir elemanı modal parçalama ile ifade edilebilir

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}(t) \Psi^{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) \quad (9)$$

ve bu açılımın katsayıları istatistiksel olarak ortogonaldır

$$\langle a_{\mathbf{r}}(t) a_{\mathbf{s}}^*(t) \rangle = \lambda_{\mathbf{r}} \delta_{\mathbf{rs}}. \quad (10)$$

Akışın temsil eden \mathbf{v} için, her asal değer λ_k , akışın karşılık gelen Ψ^k asal yöndeki ortalama enerjisini ifade eder.

Simetriler

Akışın yatay yönlerdeki ötelemeleşme değişmezliği (periyodik) asal fonksiyonların bu yönlerdeki formunu belirler:

$$\Psi_j^k(\mathbf{x}) \equiv \Psi_j(m, n, q; \mathbf{x}) = \Phi_j^k(z) \exp(2\pi i (m x/s_x + n y/s_y)). \quad (11)$$

Burada $\mathbf{k} = (m, n, q)$ indis vektörü ve q sayma sayısıdır. İntegral denklemi (7) şu forma indirgenir:

$$s_x s_y \int_{-1}^1 dz' \hat{R}_{ij}(m, n, z, z') \Phi_j(m, n, z') = \lambda(m, n) \phi_i(m, n, z) \quad (12)$$

Bu integral denklemi, her $|m| < M/2$ ve $|n| < N/2$ değeri için çözülür. Sistemin (1) diğer simetrisi, konvektif kutu kare tabanlı alındığında $s_x = s_y$, yatay yöndeki yansıma ve döndürme simetrisi ile düşey yöndeki orta düzlem etrafında ($z = 0$) yansıma simetrisidir:

	Simetri Grup Elemanı	Etkisi
Birim	I	{u, v, w, T, x, y, z}
90° döndürme	R	{-v, u, w, T, -y, x, z}
180° döndürme	R ²	{-u, -v, w, T, -x, -y, z}
270° döndürme	R ³	{v, -u, w, T, y, -x, z}
x etrafında yansıma	F	{-u, v, w, T, -x, y, z}
Köşegen etrafında yansıma	FR	{v, u, w, T, y, x, z}
y etrafında yansıma	FR ²	{u, -v, w, T, x, -y, z}
Köşegen etrafında yansıma	FR ³	{-v, -u, w, T, -y, -x, z}
Düşey yansıma	Z	{u, v, -w, -T, x, y, -z}

Tablo 1: Simetri grup elemanları.

Asal çözümler en fazla 8 kez tekrarlı hale gelir.

$$\lambda_{(m, n, q)} = \lambda_{(m, -n, q)} = \lambda_{(-m, n, q)} = \lambda_{(-m, -n, q)} = \lambda_{(-n, -m, q)} = \lambda_{(-n, m, q)} = \lambda_{(n, -m, q)} = \lambda_{(n, m, q)} \quad (13)$$

Aslında simetri gruplarının

$$\{I, R, R^2, R^3, F, FR, FR^2, FR^3\} \times \{I, Z\} \quad (14)$$

eylemi ile mevcut veri tabanı 16 katına çıkarılabilir ve böylece elde edilen KL birimlerinin akışın simetri özelliklerini taşıması sağlanır.

Bu KL birimleri, her biri akış veri tabanının uzaysal özelliklerini, örneğin, sınır şartları ve solenoidal özelliği gibi, sağlayan gerçek birimler halinde gruplandırılarak, KL yapıları \mathbf{v}^k ,

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{v}^k = \sum_{\mathbf{k}} \{a_{\mathbf{k}}(t) \Psi^{\mathbf{k}}(\mathbf{x}) + a_{\mathbf{k}^*}(t) \Psi^{\mathbf{k}^*}(\mathbf{x})\}, \quad (15)$$

elde edilir ve taşıdığı fiziksel özellikler ile akışın birimlere ayrıştırılarak incelenmesinde kullanılır. Burada grup indisi \mathbf{k} eşlenik KL mod çiftleri $\{\mathbf{k}, \mathbf{k}^*\}$ üzerinde tanımlıdır:

$$\mathbf{k} = (m, n, q) \quad \text{ve} \quad \mathbf{k}^* = (-m, -n, q). \quad (16)$$

Şöyleki,

$$\Psi^{\mathbf{k}^*} = (\Psi^{\mathbf{k}})^* \quad \text{ve} \quad a_{\mathbf{k}^*} = a_{\mathbf{k}}^* \quad (17)$$

ve

$$a_{\mathbf{k}} = (\Psi^{\mathbf{k}}, \mathbf{v}) = \int \sum_i v_i(\mathbf{x}, t) (\Psi_i^{\mathbf{k}}(\mathbf{x}))^* dx. \quad (18)$$

(\cdot)^{*} kompleks eşleniği ifade eder.

SONUÇLAR

Temel denklemler (2) yukarıda bahsedilen sayısal yaklaşıma göre farklı rejimler içinde değişen parametre değerlerine göre integre edilir. Sonuç olarak elde edilen akış veri tabanı $\mathbf{v} = [u, v, w, T](\mathbf{x}, t)$ kullanılarak KL bazları $\Phi_j(m, n, q; z)$, $j = 1, \dots, 4$, oluşturulur ve bu bazlar akış dinamiğini farklı rejimler ve değişik parametre değerlerinde anlamak için veritabanını parametrize etmek için kullanılır.

Bu çalışmada üç parametre bölgesi, $Pr < 1$, $Pr \approx 1$, $Pr > 1$, ve iki rejim, durağan ve periyodik rejim, incelenmiştir. Bunun için durağan rejimde, üç durum, $Pr = 0.025$, $Pr = 0.71$ ve $Pr = 7.0$, göz önüne alınmıştır. Sonuç olarak elde edilen Nusselt (Nu) sayıları

$$Nu = 1 + 2 \left\langle \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=1} \right\rangle \quad (19)$$

Tablo 2 de, [9] ile karşılaştırılmıştır.

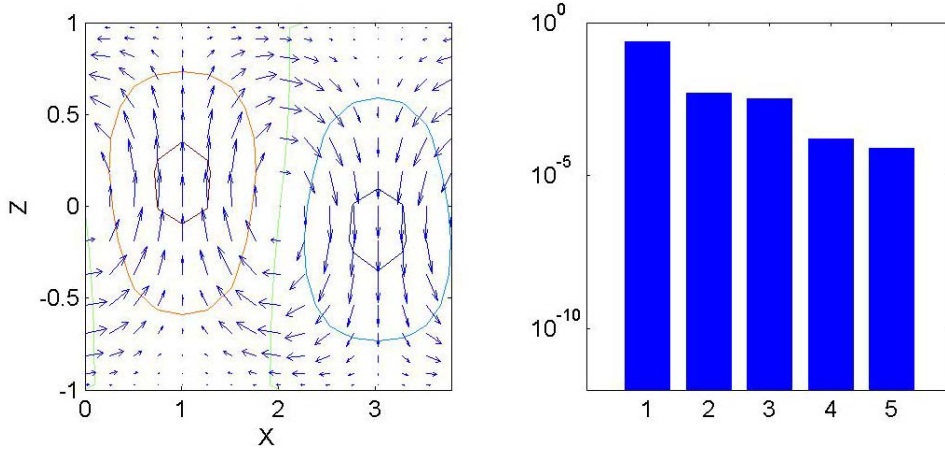
Pr	7.0	0.71	0.025
Nu	1.2129	1.2105	1.0614
Nu [9]	1.214	1.212	1.0610

Table 2: Durağan sarmal konvektif hareketlerden oluşan rejimde sayısal olarak elde edilen Nu değerleri. Burada $Ra = 2000$, $L = 2\pi / 3.117$ ve $16 \times 16 \times 16$ çözünürlük kullanılmıştır.

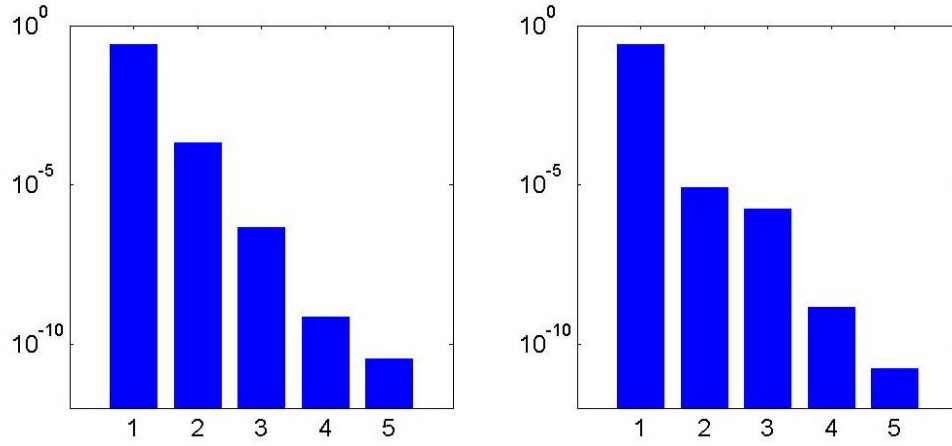
KL yapıları arasındaki enerji dağılımı, $\varepsilon = \lambda / \sum \lambda$, Tablo 3 de karşılaştırılmıştır. Görüldüğü üzere birinci KL yapısı bütün durumlarda taşıdığı enerji içeriği bakımından baskındır. Bu, akış veri tabanının KL uzayında efektif bir şekilde temsil edildiğinin göstergesidir. Akış veri tabanının tekrar oluşturulması yada saklanmasında en yüksek enerji içeriğine sahip bir kaç KL yapısının kullanılması yeterli olabilecektir. Pr değeri artarken KL yapıları arasındaki enerji içeriği paylaşımı değişiklikler göstermektedir. Örneğin, Pr = 7.0 değerinde, birinci KL yapısı ile diğerleri arasında enerji içeriği bakımından çarpıcı bir farklılık vardır. Düşük Pr değerlerinde akış enerjisi daha fazla KL yapısı arasında paylaşılır, dolayısıyla akışın temsil edilmesi için daha çok KL yapısı gerekir. Bu daha karmaşık bir dinamik yapıya işaret etmektedir. Enerji dağılımındaki bu çarpıcı farklılık, Şekil 1 ve 2 de açıkça görülmektedir.

	Pr = 0.025		Pr = 0.71		Pr = 7.0	
	m n q	ε	m n q	ε	m n q	ε
1	1 0 1	0.96629e+0	1 0 1	0.99919e+0	1 0 1	0.99996e+0
2	3 0 1	0.20158e-1	2 0 1	0.81077e-3	2 0 1	0.32864e-4
3	2 0 1	0.12599e-1	3 0 1	0.18556e-5	3 0 1	0.71065e-5
4	5 0 1	0.64638e-3	4 0 1	0.27720e-8	4 0 1	0.59548e-8
5	4 0 1	0.30566e-3	5 0 1	0.14103e-9	5 0 1	0.06966e-9

Tablo 3: Durağan sarmal konvektif hareketlerden oluşan rejimde ve Ra = 2000 değerinde elde edilen ilk beş enerjetik KL yapıları.

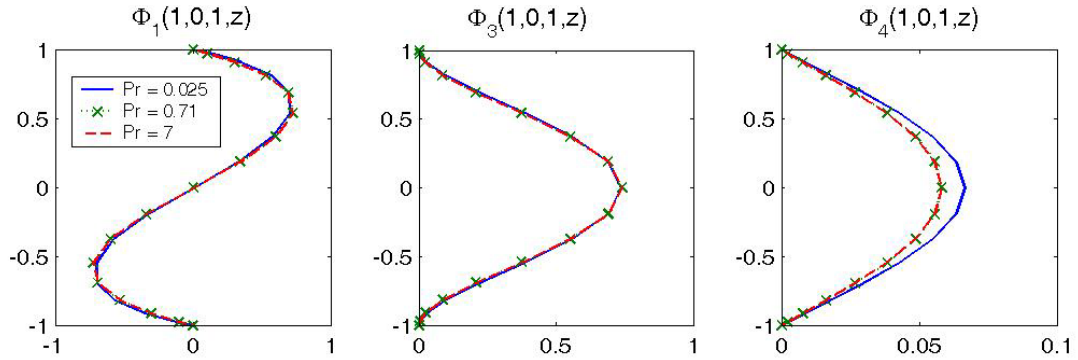


Şekil 1: u-v akış vektörleri ve eş sıcaklık çizgileri ile gösterilen tipik durağan sarmal konvektif hareket ve KL enerji spektrumu. Ra = 2000 ve Pr = 0.025 alınmıştır.

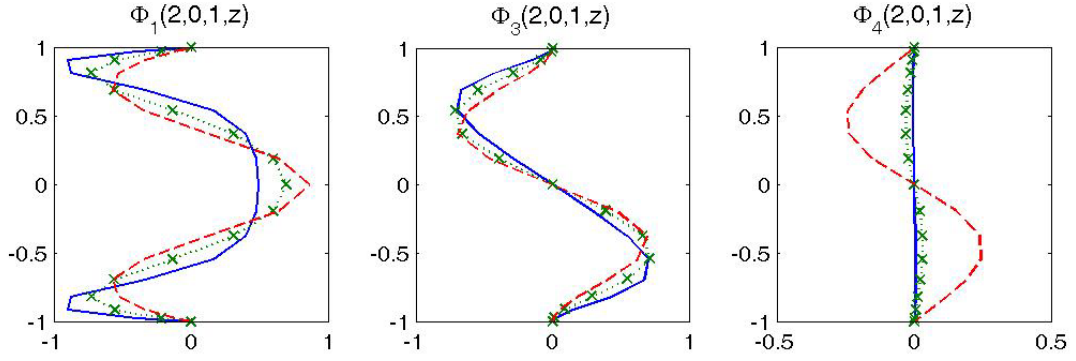


Şekil 2: Durağan sarmal konvektif hareketlerden oluşan rejimde sırasıyla $Pr = 0.71$ ve $Pr = 7.0$ değerlerinde KL enerji spektrumu. $Ra = 2000$ alınmıştır.

Şekil 3a ve 3b de en çok enerji içeren iki KL yapısının düşey profilleri $\Phi_j(m,n,q;z)$ üç farklı Pr sayısı için gösterilmiştir. Birinci yapı ($m=1, n=0, q=1$), konveksiyon hareketi başladığında ortaya çıkan ve Pr değerinin değişmesi ile göze çarpan bir farklılık göstermeyen ana yapıyı ifade etmektedir. Bu, bilinen, konveksiyon hareketinin başlangıcının Pr sayısından bağımsız olması ile ilintilidir. Diğer taraftan ($m=2, n=0, q=1$) yapısı Pr değeri ile bir miktar değişim gösterir. Bu değişim beklediği gibi momentum sınır tabaka kalınlığının Pr sayısı düştükçe incelmeye şeklidir. Bununla beraber düşük Pr sayılarında KL yapısının mekanik bileşenlerinin ısı bileşenine göre göreceli olarak baskın olduğunu görülmektedir.



Şekil 3a: ($m=1, n=0, q=1$) KL yapısının üç farklı Pr durumu için düşey profili.



Şekil 3b: The $(m = 2, n = 0, q = 1)$ KL yapısının üç farklı Pr durumu için düşey profili.

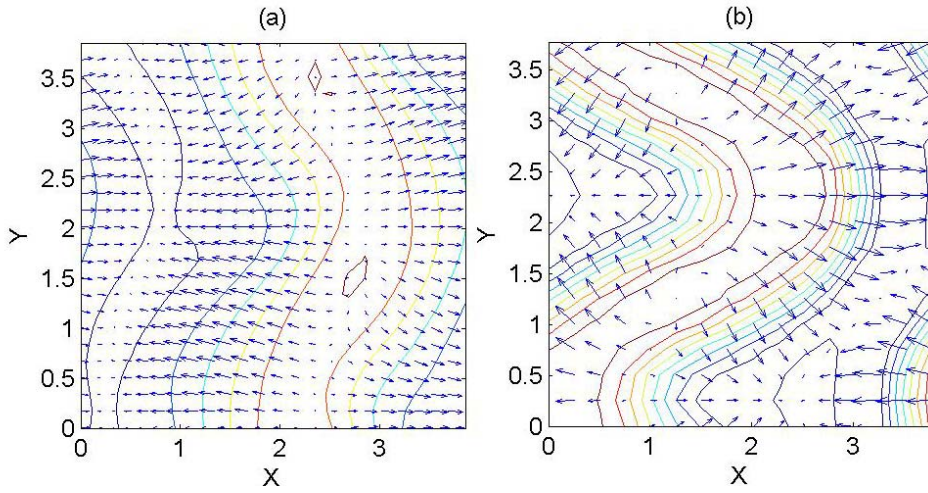
Bu çalışmada diğer sayısal deney, periyodik rejim de gerçekleştirilmiştir. Enerji dağılımına karşılık gelen ilk beş KL modu Tablo 4 de gösterilmiştir. Akış enerjisinin KL yapıları arasındaki paylaşımı durağan rejimdeki eğilimi takip etmektedir, yani, Pr değeri azaldıkça paylaşım daha adildir. Bu rejimin dinamiği Şekil 4 de tipik olarak görüldüğü gibi konvektif sarmallar boyunca hareket eden dalgalar ile karakterize edilir. Hareket eden dalgalar, önceki durağan rejimden gelen ve $(m = 1, n = 0, q = 1)$ KL yapısı tarafından karakterize edilen sarmal konvektif hareketin üzerine eklenmiştir. Bu dalgalar, Tablo 4 deki enerjetik yapılar içerisinde, $(m = 1, n = 1, q = 1)$, $(m = 1, n = 1, q = 2)$ ve $(m = 1, n = 0, q = 2)$ KL yapıları tarafından temsil edilirler. Karşılık gelen KL katsayılarının $a(m, n, q; t)$ (18) zaman içindeki evrimi Şekil 5 da gösterilmiştir. Durağan sarmal konvektif hareketin evrimiyle ilintili $a(m = 1, n = 0, q = 1; t)$ zaman ile değişim göstermezken, konvektif sarmallar boyunca hareket eden dalgaların evrimiyle ilintili $a(m = 1, n = 1, q = 1; t)$ ve $a(m = 1, n = 1, q = 2; t)$ zaman içerisinde sadece fazlarında olmak üzere periyodik değişim gösterir. $a(m = 1, n = \pm 1, q = 1; t)$ ve $a(m = 1, n = \pm 1, q = 2; t)$ zaman evrimleri arasında sabit faz farkı vardır. KL yapılarının Pr değerine göre gösterdiği farklı enerji paylaşımı Şekil 4 deki dalga hareketine yansımıştır. Dalgaları temsil eden KL yapılarının $Pr = 0.025$ değerinde göreceli olarak daha fazla enerji içeriğine sahip olması, Şekil 4b de gözlenen dalga hareketinin, sarmal hareket üzerinde daha vurgulu belirmesine yol açmıştır. Diğer yandan, Tablo 4 de $Pr = 7.0$ değerinde enerjetik KL yapıları arasında beliren $(m = 3, n = 0, q = 1)$, $(m = 2, n = 0, q = 1)$ yapıları, Tablo 3 de mevcuttur. Bu, yüksek Pr değerinde periyodik akış dinamiğinde sarmal hareketin hala baskın olduğunu gösterir. Bu rejimde, akış dinamiğinin Pr değerlerine göre karşılaştırmalı olarak incelenmesinde, Tablo 4 de belirtilen rejime geçiş Ra yaklaşık değerleri, $Ra = 3250$, $Ra = 15000$, $Ra = 30000$ arasında büyük farklar olduğu gözönünde bulundurulmalıdır.

$(m = 1, n = 0, q = 2)$ KL yapısı ilginç fiziksel olgular içerir. Bu yapının sadece v bileşeni sıfırdan farklıdır ve düşey vortisite bileşeni sıfırdan farklı olan ilk enerjetik yapıdır. Bu olgular akışın dinamik yapısı ile ilgili iki önemli özelliğe işaret eder. Birincisi, konvektif sarmallar boyunca hareket eden dalgalardan ibaret olan periyodik rejime geçişte düşey vortisite bileşeninin önemli rol oynadığına işaret etmektedir [10]. İkincisi, w bileşeninin sıfır olması

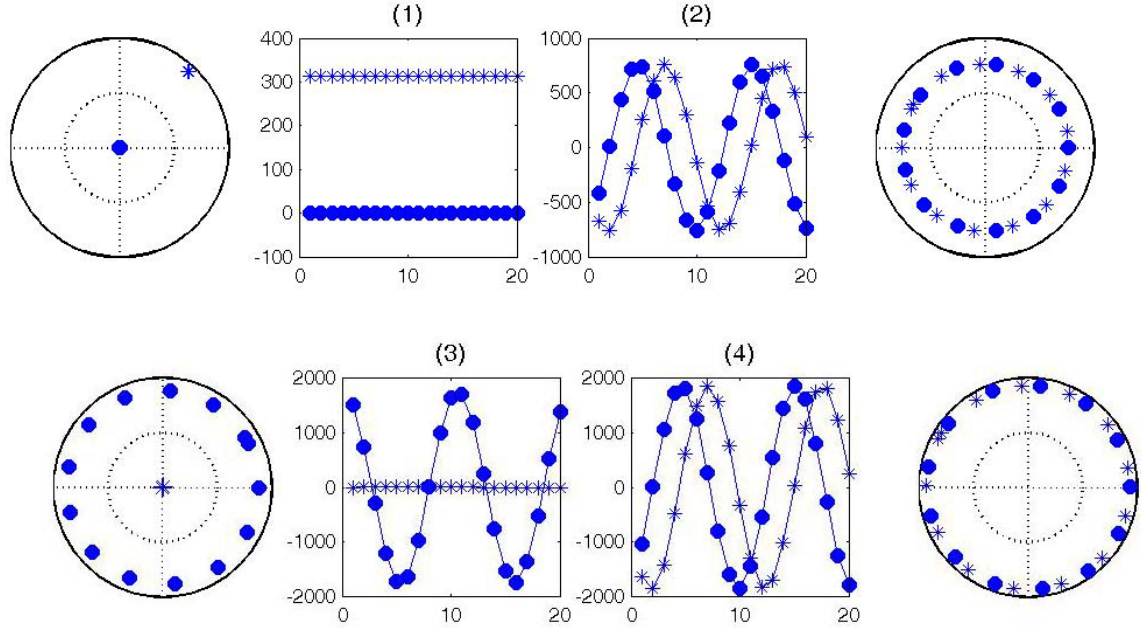
dolayısıyla, bu yapı $\langle wT \rangle$ korelasyonu ile ilişkili olan ısı enerji taşınmasına katkıda bulunmaz ve enerji harcamasına rağmen katkıda bulunmayan bu yapı parazitiktir. Bu yüzden, bu yapının ortaya çıkması, bu rejime geçişte gözlenen ve ısı enerji taşınmasını karakterize eden Nu-Ra eğrisindeki azalma eğilimine [11] sebep olur.

	Pr = 0.025 Ra = 3250		Pr = 0.71 Ra = 15000		Pr = 7.0 Ra = 30000	
	m n q	ε	m n q	ε	m n q	ε
1	1 0 1	0.36e+0	1 0 1	0.79e+0	1 0 1	0.87e+0
2	1 1 1	0.27e+0	1 1 1	0.12e+0	3 0 1	0.79e-1
3	1 0 2	0.18e+0	1 0 2	0.57e-1	1 0 2	0.32e-1
4	1 1 2	0.77e-1	1 1 2	0.33e-1	2 0 1	0.70e-2
5	2 1 1	0.25e-1	2 1 1	0.57e-2	1 1 1	0.30e-2

Tablo 4: Periyodik rejimde KL enerji dağılımı.



Şekil 4: Periyodik rejimde orta düzlemde ($z = 0$) u-v akış vektörleri ve eş sıcaklık çizgileri.(a) $Ra = 15000$, $Pr = 0.71$, $24 \times 24 \times 24$; (b) $Ra = 3250$, $Pr = 0.025$, $16 \times 16 \times 16$. Kullanılan geometrik oran $L = 2\pi / 3.117$.



Şekil 5: $Ra = 15000$, $Pr = 0.71$ değerlerinde KL katsayılarının zaman içerisindeki evrimi ve polar ayrışımı: (1) $(m = 1, n = 0, q = 1)$ (*) ve $(m = 0, n = 1, q = 1)$ (•), (2) $(m = 1, n = 1, q = 1)$ (*) ve $(m = 1, n = -1, q = 1)$ (•), (3) $(m = 1, n = 0, q = 2)$ (*) ve $(m = 0, n = 1, q = 2)$ (•), ve (4) $(m = 1, n = 1, q = 2)$ (*) ve $(m = 1, n = -1, q = 2)$ (•).

TEŞEKKÜR

Bu çalışma BAP-08-11-DPT-2002K120510 araştırma projesi tarafından desteklenmektedir.

KAYNAKÇA

- [1] P.G. Drazin and W.H. Reid, *Hydrodynamic Stability*, Cambridge University Press, 1981.
- [2] F.H. Busse, Transition to Turbulence in Rayleigh-Benard Convection, in H.L. Swinney and J.P. Gollub (eds.), *Hydrodynamic Instabilities and the Transition to Turbulence*, 2nd ed., Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [3] A.V. Getling, *Rayleigh-Benard Convection: Structures and Dynamics*, World Scientific, 1998.
- [4] I.H. Tarman, Karhunen-Loève analysis of turbulent thermal convection, *Int. J. Num. Methods Fluids*, 1996, **22**, 1.
- [5] I.H. Tarman, A Karhunen-Loeve based approach to numerical simulation of transition in Rayleigh-Benard convection, *Numerical Heat Transfer Part B*, **43** (6): 567-586, 2003.

- [6] A.T. Patera, A Spectral Element Method for Fluid Dynamics: Laminar Flow in a Channel Expansion, *J. Comput. Phys.*, vol. 54, pp. 468-488, 1984.
- [7] M. R. Schumack, W. W. Schultz, J. P. Boyd. Spectral method solution of the Stokes equations on nonstaggered grids. *J. Comp. Phys.*, 94:30–58, 1991
- [8] L. Guessous. A Pseudo-spectral numerical scheme for the simulation of steady and oscillating wall-bounded flows. *Numerical Heat Transfer.*, 45(Part B):135–157, 2004
- [9] R. M. Clever, F. H. Busse. Transition to time dependent convection. *J. Fluid Mech.*, 65(part 2):625–645, 1974
- [10] Busse, F. H., The oscillatory instability of convection rolls in a low Prandtl number fluid, *J. Fluid Mech.*, **52**, 97-112, 1972.
- [11] Krishnamurti, R., On the transition to turbulent convection. Part 1. The transition from two- to three-dimensional flow, *J. Fluid Mech.*, **42**, 295-307, 1970.