

BARAJ-REZERVUAR ETKİLEŞİM PROBLEMLERİNDE SONSUZ REZERVUAR MODELLEMESİ İÇİN YARI ANALİTİK BİR YAKLAŞIM

Safa Bozkurt Coşkun¹ ve Mehmet Tarık Atay²

¹İnşaat Mühendisliği Bölümü, Niğde Üniversitesi, Niğde, Türkiye
sbcoskun@nigde.edu.tr

²Matematik Bölümü, Niğde Üniversitesi, Niğde, Türkiye
ataymt@nigde.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada, baraj-rezervuar etkileşim problemlerinde sonsuz rezervuar modellemesi için gerçek bir sınır şartı türetilmiş ve bir sonlu eleman programına monte edilmiştir. Geliştirilen sınır şartı baraj sıvısının viskoz olmadığı ve sıkıştırılmaz olduğu, ayrıca rezervuarın da sonsuz olduğu durum için geliştirilmiştir. Bu sınır şartı baraj-rezervuar etkileşiminde rezervuarın kesim yüzeyinde uygulanmıştır. Yöntemin yarı analitik bir yaklaşım olması, analizi yapılan durumlarda gerçek sonuçlara çok yakın sonuçlar elde edilmesini sağlamıştır.

ABSTRACT

In this study, an exact truncation boundary condition is derived and implemented in a finite element code for the analysis of dam-reservoir interaction for incompressible, inviscid and unbounded fluid domains. This boundary condition is used at the truncation surface for dam-reservoir interaction considered. Since the method is a semi-analytical approach, obtained results are close to the exact solutions for the cases analyzed.

1. GİRİŞ

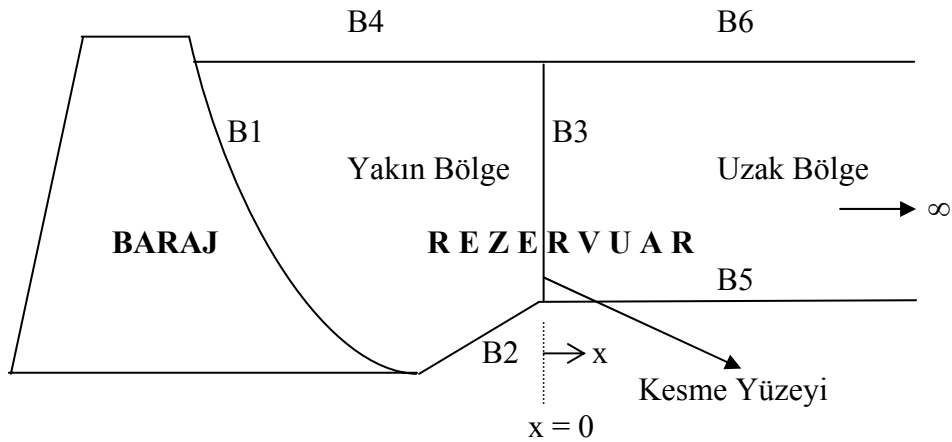
Baraj-rezervuar etkileşiminin analizinde rezervuar ortamının sınırlanmamış olması çeşitli problemler ortaya çıkmasına neden olur. Bu zorluk rezervuarın, baraj-rezervuar yüzeyinden belirli bir uzaklıkta kesilmesiyle aşılar. Hassas bir analiz için rezervuar sıvısının kesim yüzeyindeki davranışının problemin çözümünde tam olarak yansıtılması gereklidir. Dolayısıyla kesim yüzeyine bu davranışı yansıtacak bir sınır şartının uygulanması gerekmektedir.

Sıkıştırılamaz bir sıvı içine gömülü bir yapının etkileşimli analizi sonlu eleman yöntemiyle Zienkiewicz ve diğ. [1] tarafından çalışılmıştır. Nath [2] problemi yayılma sönümünü ihmal ederek analiz etmiştir. Chakrabarti ve Chopra [3] rezervuarı sonsuz uzunlukta bir ortam olarak kabul etmişlerdir. Chwang ve Housner [4a, 4b] baraj-rezervuar etkileşiminde yatay ivmenin ek kütle etkisini analitik ve momentum dengeleme yaklaşımı ile incelemişlerdir.

Geçmişte çeşitli sınır şartları geliştirilmiştir. Bunların içinde en çok kullanılan Sommerfeld yayılma şartıdır [5]. Ancak bu sınır şartı sıkıştırılamaz sıvı ortamında rijit bir sınır haline gelmektedir ve rezervuar sıvısının gerçek davranışını yansıtmamaktadır. Bir diğer sınır şartı ise Sharan [6] tarafından önerilmiştir. Sharan dikey yüzeyli rijit bir barajda rezervuar sıvısı için elde edilen gerçek çözümü kullanarak, baraj-rezervuar yüzeyinden yeteri kadar uzak mesafede sıvı davranışı için çeşitli varsayımların da yardımıyla bir ifade elde etmiştir. Aviles ve Sanchez-Sesma [7] dikey yüzeyli olmayan baraj-rezervuar sistemleri için Trefftz-Mikhlin metodunu kullanarak analitik bir çözüm elde etmiştir. Bu yöntemde bilinmeyenleri çözümün katsayıları olan sonsuz sayıda bir lineer denklem sistemi elde edilmektedir. Küçükarslan [8] dikey yüzeyli rijit baraj-rezervuar sistemleri için, bir sınır şartı elde etmiştir. Son dönemde Coşkun [9], her türlü geometriye sahip baraj-rezervuar sistemlerinde, rezervuarın sıkıştırılamaz sıvıdan meydana geldiği durumlarda kullanılabilir, gerçek bir sınır koşulu önermiştir.

2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Problemin analizinde rezervuar Şekil 1'de de görülen iki bölgeye ayrılmıştır: kompleks bir geometriye sahip yakın bölge ve düzgün bir kesite sahip olan uzak bölge.



Şekil 1. Baraj-rezervuar sistemi

Baraj sıvısına ait hidrodinamik basınç Laplace denklemini sağlamaktadır.

$$\nabla^2 p = 0 \quad (1)$$

Uzak bölgeye ait sınır şartları ise aşağıdaki gibidir:

Kesim yüzeyinde (B3),

$$\frac{\partial p}{\partial n}(x_{B3}, y) = -\frac{\partial p^f}{\partial n}(x_{B3}, y) \quad (2)$$

Uzak bölgenin tabanında (B5), sadece yatay yer hareketi düşünüldüğünde,

$$\frac{\partial p^f}{\partial n}(x, y) = 0 \quad (3)$$

Uzak uçta x sonsuza doğru giderken,

$$p^f(\infty, y) = 0 \quad (4)$$

Serbest yüzeyde (B6), yüzey dalgalarının etkisi ihmal edilirse,

$$p^f(x, H) = 0 \quad (5)$$

burada H uzak bölgede rezervuar yüksekliğini ve alt indis 'f' uzak bölge değişkenini ifade etmektedir.

Uzak bölgede hidrodinamik basınç, p^f , için analitik çözüm:

$$p^f(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-\lambda_k \frac{x}{H}} \cos(\lambda_k \frac{y}{H}) \quad (6)$$

$$\lambda_k = \frac{2k-1}{2} \pi \quad (7)$$

Kesim yüzeyi üzerinde, sadece y 'nin bir fonksiyonudur ve basıç ifadesi Denklem (6) da $x = 0$ alınarak elde edilir.

$$p^f|_{x=0} = p^f(y) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(\lambda_k \frac{y}{H}) \quad (8)$$

$$A_k = \frac{2}{H} \int_0^H p^f(y) \cos(\lambda_k \frac{y}{H}) dy \quad (9)$$

$x = 0$ 'da, uzak bölgede basıncın normal türevi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\left. \frac{\partial p^f}{\partial n} \right|_{x=0} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_k}{H} A_k \cos(\lambda_k \frac{y}{H}) \quad (10)$$

Kesme yüzeyinde istenen sınır şartı Denklem (10)'un (2)'de yerine konmasıyla elde edilebilir. Bu sınır şartı:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{B3} = \sum_{k=1}^{\infty} -\frac{\lambda_k}{H} A_k \cos(\lambda_k \frac{y}{H}) \quad (11)$$

Sınır şartının tam olarak türetilebilmesi için önce A_k elde edilmelidir. Denklem (9)'u yeniden hatırlayalım.

$$A_k = \frac{2}{H} \int_0^H p^f(y) \cos(\lambda_k \frac{y}{H}) dy$$

Kesme yüzeyini eşit uzunlukta n alt bölgeye ayırır ve her bir alt bölgede basınç için doğrusal bir değişim varsayarsak, (B3) üzerindeki integral, bu yüzey üzerindeki alt bölgelerde hesaplanacak integrallerin toplamına eşit olur.

Denklem (8) buna göre yeniden düzenlenerek aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$A_k = \frac{2}{H} \sum_{i=1}^n \int_{\Omega_i} p_i^f(y) \cos(\lambda_k \frac{y}{H}) dy \quad (12)$$

Denklem (12)'deki integral hesaplandığında, A_k aşağıdaki formu alır:

$$A_k = \frac{2n}{\lambda_k^2} \left\{ \left(1 - \cos\left(\frac{\lambda_k}{n}\right) \right) p_0 + \sum_{i=1}^{n-1} \left(-\cos\left(\frac{i-1}{n} \lambda_k\right) + 2 \cos\left(\frac{i}{n} \lambda_k\right) - \cos\left(\frac{i+1}{n} \lambda_k\right) \right) p_i \right\} \quad (13)$$

Denklem (13)'ün (11)'de yerine konmasıyla 'm' düğüm noktasında aşağıdaki sınır koşulu elde edilir [9]:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_m = \sum_{k=1}^{\infty} -\frac{2n}{H\lambda_k} \cos\left(\frac{m}{n}\lambda_k\right) \times \left\{ \left(1 - \cos\left(\frac{\lambda_k}{n}\right)\right) p_0 + \sum_{i=1}^{n-1} \left(-\cos\left(\frac{i-1}{n}\lambda_k\right) + 2\cos\left(\frac{i}{n}\lambda_k\right) - \cos\left(\frac{i+1}{n}\lambda_k\right) \right) p_i \right\} \quad (14)$$

Denklem (14)'de verilmekte olan sınır koşulu (B3) sınırında elde edilen analitik çözümden türetildiğinden, bu sınır koşulu monte edildiği nümerik yöntemin, yarı analitik bir yaklaşım olmasını sağlar. Bunun için problem nümerik bir yöntemle yakın bölgede modellenmeli, ve kesme yüzeyine Denklem (14)'de verilen sınır şartı uygulanmalıdır.

Bu amaçla yakın bölgedeki problemin çözümü için bir sonlu eleman programı yazılmış, ve elde edilen sınır koşulu sonlu eleman programına monte edilmiştir.

3. YAKIN BÖLGEDEKİ PROBLEMİN SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU

Denklem (1)'in sonlu eleman yöntemiyle formülasyonu sonucu yakın bölgede düğüm noktalarındaki basınçlar için aşağıdaki denklem sistemi meydana gelir.

$$[H]\{p\} = \{D\} \quad (15)$$

burada

$$H_{ij} = \sum_{A_e} \int \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dA \quad (16)$$

$$D_i = \sum_{B_e} \int N_i \frac{\partial p}{\partial n} dB \quad (17)$$

Şekil 1'de görülmekte olan sistemde, baraj-rezervuar yüzeyi (B1) üzerinde sınır koşulu:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \ddot{u}_n \quad (18)$$

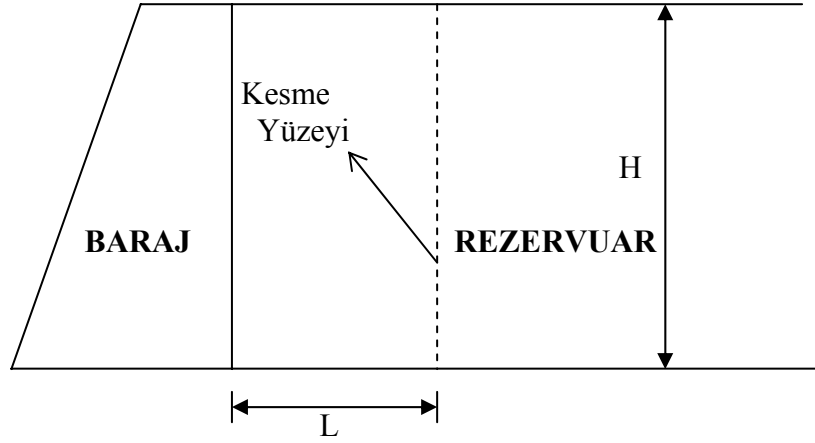
burada ρ rezervuar sıvısının yoğunluğu ve \ddot{u}_n rijit baraj yüzeyi ivmesinin baraj-rezervuar yüzeyine normal doğrultudaki bileşenidir. Denklem (14)'de verilmekte olan B3 üzerindeki sınır koşulunun Denklem (18)'e uygulanmasıyla yakın bölgedeki problemin hassas çözümü mümkün olabilecektir.

4. SAYISAL UYGULAMALAR

Önerilen sınır şartının etkinliğini göstermek için dik ve eğik yüzeyli barajların yer aldığı durumlar incelenmiştir. Problem yakın bölgede, önerilen sınır koşulunun kesme yüzeyine uygulanmasıyla çözülmüştür. Baraj yapısı ve rezervuar tabanının rijit olduğu varsayılmıştır. Yakın bölgede 20x2 çözüm ağı ve dört düğüm noktalı izoparametrik sonlu eleman kullanılmıştır.

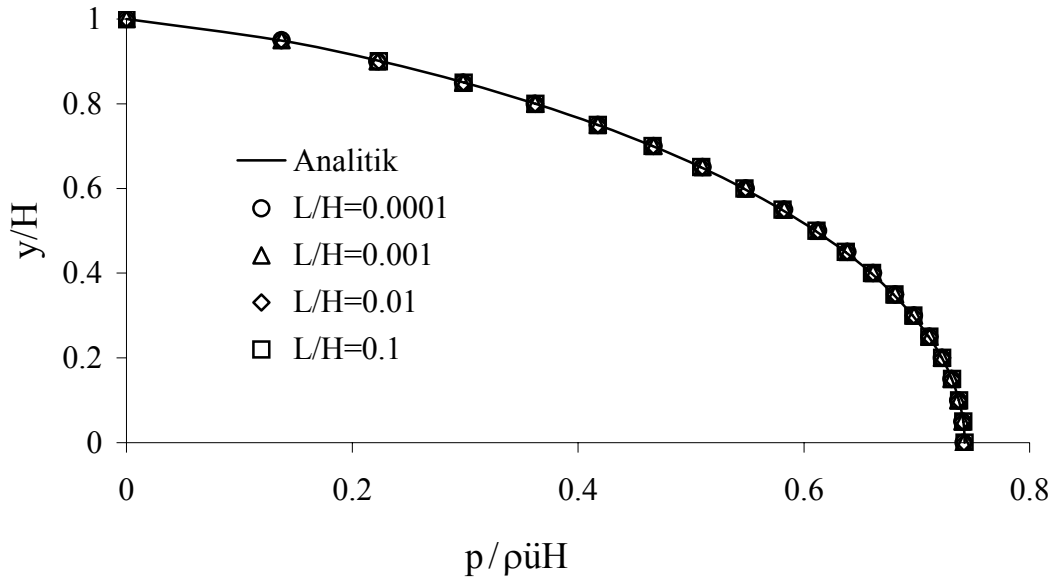
4.1. Dik yüzeyli baraj

Bu kısımda Şekil 2’de görülmekte olan baraj-rezervuar sistemi ele alınarak, farklı uzaklardaki kesme yüzeyleri için baraj-rezervuar yüzeyindeki basınç dağılımı elde edilmiştir.



Şekil 2. Dik yüzeyli baraj

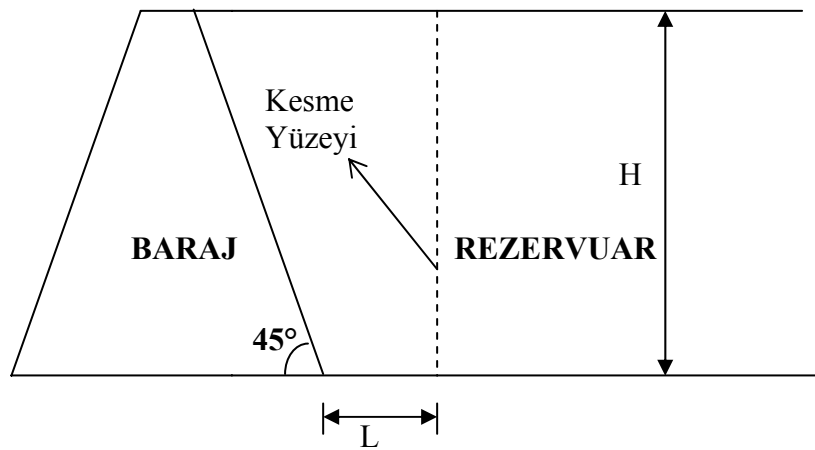
Şekil 3’de görüldüğü gibi, önerilen sınır koşulu kullanılarak elde edilen sonuçlar kesme yüzeyinin baraj-rezervuar yüzeyine çok yakın olduğu durumda bile analitik çözümle büyük bir uyum içerisindedir.



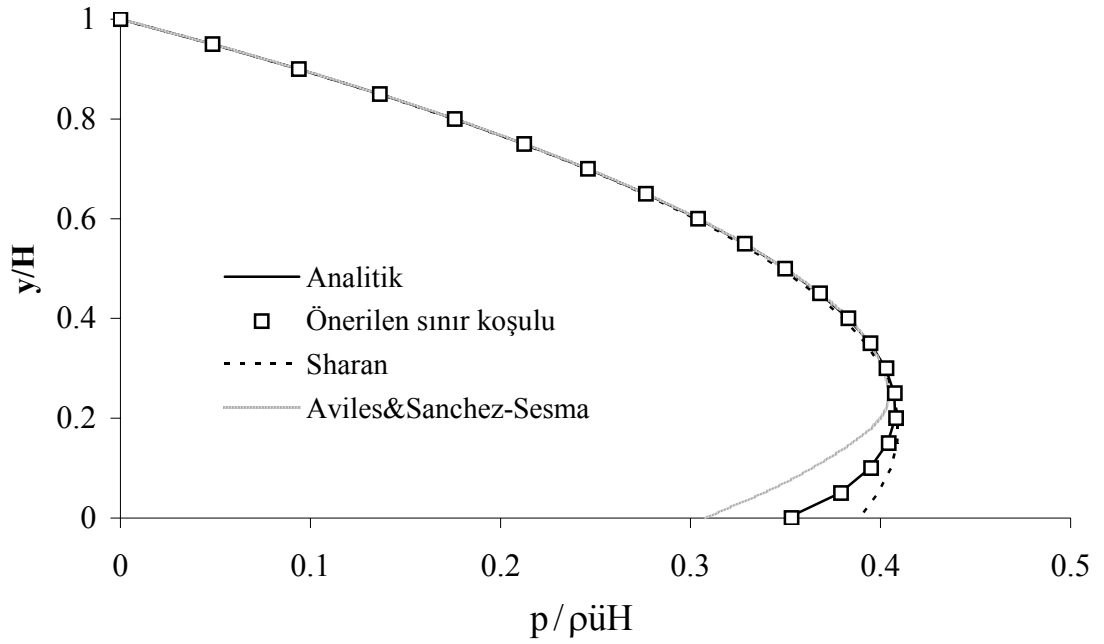
Şekil 3. Dik yüzeyli barajda önerilen sınır koşulu kullanılarak farklı L/H oranları için baraj yüzeyinde elde edilen basınç dağılımları

4.2. Eğik yüzeyli baraj

Bu problemde baraj-rezervuar yüzeyinin yatayla 45° açığı yaptığı durum incelenmiştir. Analizde kesme yüzeyinin baraj-rezervuar yüzeyinin tabanına çok yakın olduğu durum alınmıştır ($L/H = 10^{-3}$). Baraj Şekil 4'de görülmektedir. Sonuçlar Şekil 5'de farklı yöntemlerle elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır.



Şekil 4. Eğik yüzeyli baraj



Şekil 5. Eğik yüzeyli barajda farklı yöntemlerde baraj yüzeyinde elde edilen basınç dağılımları ($L/H = 10^{-3}$)

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada baraj-rezervuar etkileşiminde rezervuar ortamının sonsuza gittiği durumlar için yarı analitik bir çözüm yöntemi sunulmuştur. Bu amaçla analitik bir sınır koşulu türetilmiş ve elde edilen bu sınır koşulu sonlu eleman yöntemine monte edilmiştir. Problemin tanımında rezervuar sıvısının sıkıştırılmaz ve viskoz olmadığı varsayılmıştır. Elde edilen sonuçlar literatürde var olan çalışmalardan elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır. Yapılan analizler sonucunda önerilen sınır şartının, kesme yüzeyinin baraj-rezervuar yüzeyine çok yakın olduğu durumlarda bile hassas sonuçlar elde edilmesini sağladığı görülmüştür.

6. KAYNAKLAR

- [1] Zienkiewicz OC, Irons B, Nath B. Natural frequencies of complex free or submerged structures by the finite element method. Symp. Vibrations Civ. Engng., Butterworths, London, 1965.
- [2] Nath B. Coupled hydrodynamic response of gravity dam. Proc. Inst. Civ. Engng. 1971; 48: 245-257.

- [3] Chakrabarti P, Chopra AK. Hydrodynamic effects in earthquake response of gravity dams. ASCE J. Struct. Div. 1974; 100: 1211-1224.
- [4a] Chwang AT, Housner GW. Hydrodynamic pressures on sloping dams during earthquakes. Part 1: Momentum method. J. Fluid Mech. 1978; 87: 335-341.
- [4b] Chwang AT, Housner GW. Hydrodynamic pressures on sloping dams during earthquakes. Part 2: Exact theory, J. Fluid Mech. 1978; 87: 343-348.
- [5] Sommerfeld A. Partial Differential Equation in Physics, New York; Academic Press, 1949.
- [6] Sharan SK. Finite element analysis of unbounded and incompressible fluid domains. Int. J. Numer. Meth. 1985; 21: 1659-1669.
- [7] Aviles J, Sanchez-Sesma FJ, Hydrodynamic pressures on dams with nonvertical upstream face. ASCE J. Engng. Mech. 1986; 112: 1054-1061.
- [8] Küçükarslan S, An exact truncation boundary condition for incompressible-unbounded infinite fluid domains. Appl. Math. Comput. 2005; 163: 61-69.
- [9] Coşkun SB, An exact truncation boundary condition for incompressible fluid domains in dam-reservoir interaction analysis. Eng. Struct. 2007; 29: 635-639.

