

AÇILMA MODU PROBLEMLERİNDE J-İNTEGRAL DEĞERLERİNE ETKİ EDEN PARAMETRELER İLE YÖRÜNGESİ ARASINDAKİ İLİŞKİ

Nihat ATMACA^{1a}, Ahmet ERKLİĞ^b, Abdulkadir ÇEVİK^c and İbrahim H. GÜZELBEY^b

^a Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep Meslek Yüksekokulu, 27310 Gaziantep/TÜRKİYE

^b Gaziantep Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 27310 Gaziantep/TÜRKİYE

^c Gaziantep Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 27310 Gaziantep/TÜRKİYE

ÖZET

Gerilme Şiddet Faktörü (GŞF) Lineer Elastik Kırılma Mekanigi (LEKM), J- integrali ise Elasto-Plastik Kırılma Mekanigi (EPKM) problemlerinin çözümünde yaygın olarak kullanılan oldukça önemli parametrelerdir. Bu iki parametrenin birbiri cinsinden ifade edilmeleri ancak lineer-elastik sınırlar içerisinde kalındığı sürece mümkündür. Bu çalışmada J-integral yörüngesinin şeklinin ve yörüngeler üzerindeki düğüm noktası sayılarının j-integral değerine etkileri araştırılmıştır. Elde edilen uygun yörünge şekli ve düğüm noktası sayıları ile üç noktada eğilme kirişi modeli üzerine bir uygulama yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar ANSYS ve literatürdeki değerler ile karşılaştırılmış ve uyum içerisinde olduğu gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: J-integral, Üç Noktada Eğilme Kirişi, Yörünge Şekli

THE RELATIONSHIP BETWEEN THE PARAMETERS WHICH AFFECT J- INTEGRAL VALUES AND PATHS

ABSTRACT

The stress intensity factor (SIF) and j-integral are very important parameters which commonly used in Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) and Elasto-Plastic Fracture Mechanics (EPFM) problems respectively. The parameters can be inferred as with each other as long as stayed in LEFM conditions. In this study, the shape and the number of nodes of the j-integral path that influence the J-integral values have been investigated. Obtained results with the appropriate path shape and the number of node points have been applied on a three-point bending beam model case. The results are compared with the values obtained ANSYS, and literature and they are compatible with each other.

Keywords: J-Integral, Three Point Bending Beam, Path Shape

¹ Corresponding author: Tel: +90-342 3171725, Fax: +90-342 3601171

E-Posta : atmaca@gantep.edu.tr, Posta adresi: Gaziantep Üniversitesi, GMYO-İnşaat Programı, 27310 Gaziantep/TÜRKİYE

1. GİRİŞ

Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) değişik çatlak tiplerinin GŞF hesabında yaygın olarak kullanılmaktadır [1, 2]. SEY' de temel olarak iki öngörü grubu bulunmaktadır. Bunlardan ilki değişik çatlak şekillerinde kolaylıkla uygulanabilen ve düğüm noktalarındaki deplasman değerlerinin ekstrapolasyonu ile elde edilen ekstrapolasyon yöntemidir [3, 4]. Deplasman Ekstrapolasyon Yöntemi (DEY) bu gruba örnek olarak verilebilir. Bu yöntemde sonlu eleman programlarının ana çıktısı olan deplasman çözümleri kullanılarak gerilmeler hesaplanmaktadır.

İkinci yöntem ise enerji yöntemidir. J-integral, enerji yayma ve katı türetme gibi yöntemlerde bu guruba örnek olarak verilebilir. Bu yöntemler kullanılarak GŞF hesabı daha gerçeğe yakın olarak yapılabilmektedir. Ancak bu yöntemlerde GŞF hesabı için özel analiz sonrası işlemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Kaba ağ yapısına gerek duymasından dolayı bir çok kırılma mekaniği referans kitapları [5, 6] ve ticari sonlu eleman kodları (ABAQUS, ANSYS, ve COSMOS) tarafından K_I'nin hesap edilmesinde en etkili yöntem olarak enerji yöntemi önerilmektedir. Bu yöntem sayesinde oldukça iyi sonuçlar elde etmek mümkün olmaktadır.

Yukarıda bahsedilen her iki guruptaki kimi parametrelerin birbiri cinsinden ifade edilmesi mümkün olmaktadır. Mesela K'nın J-integral cinsinden ifadesi mümkündür. Bu sayede oldukça kaba bir ağ yapısı kullanılarak elde edilebilen J-integral değerinden K'nın elde edilmesi işlemleri kolaylaştırmaktadır. Tabi burada en önemli husus *uygun bir yörünge* tayin ederek doğruya çok yakın J-integral değerleri elde edebilmektir.

Bu çalışmada değişik yörüngeler kullanarak eleman ve yörünge şekillerinin, yörünge üzerindeki düğüm noktaları sayılarının ve ağ inceliğinin J-integral değerleri üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Bu amaçla dairesel, dikdörtgensel ve üçgensel olmak üzere üç tip yörünge üzerinde çalışılmıştır. Nümerik çalışmalar Mod I problemlerinde oldukça yaygın kullanılan örnekler üzerinde yapılmıştır.

2. J – İntegral Yöntemi

Çatlak merkezinden çıkarılan enerji olarak tanımlanan J-integral ilk olarak Rice [7] tarafından ortaya konulmuştur. Yörüngeden bağımsız olarak tanımlanan J-integral, çatlak merkezinden yeterince uzak bir yörüngede tarif edilerek, tanımsızlık veya lineer olmayan plastik davranışlar ile karşılaşılması önlenmiş olunur. Enerjinin korunumu ilkesine dayanarak belli bir sayıda J-integral yörüngesi tanımlanarak elde edilen bu integralerin iki boyutlu formu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$J = \oint_{\Gamma} \left(w dy - t \frac{\partial u}{\partial x} d\Gamma \right) \quad (1)$$

burada

$$w = \int_0^{\epsilon} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (2)$$

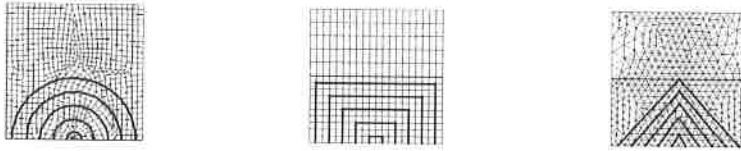
aynı zamanda;

w gerinin enerji yoğunluğunu;

tipi ise üçgenel (Şekil 2c) ve 6 düğüm noktalı üçgen elemanlar ile ağ yapısı oluşturulmuş bir geometridir.

J-integral hesapları çok iyi bilinen iki kırılma mekaniği problemi üzerinde yapılmıştır. Bunlar merkezi çatlak ve kenar çatlak içeren modellerdir. Eleman tipi ve yörünge şeklinin etkilerini inceleyebilmek amacı ile merkezi çatlak modeli, ağ inceliği ve yörüngeler üzerindeki düğüm noktası sayısının etkisini inceleyebilmek içinde kenar çatlak modelinden faydalanılmıştır.

Test hesaplamaları ise uygun eleman tipi, yörünge şekli, ağ inceliği ve yörüngeler üzerindeki düğüm noktaları kullanılarak çok iyi bilinen bir kırılma problemi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Sadece açılma modu olan Mod I kırılma geometrisi ve yüklemesine maruz üç noktada eğilme kirişi modeli ile elde edilen sonuçlar test edilmiştir.



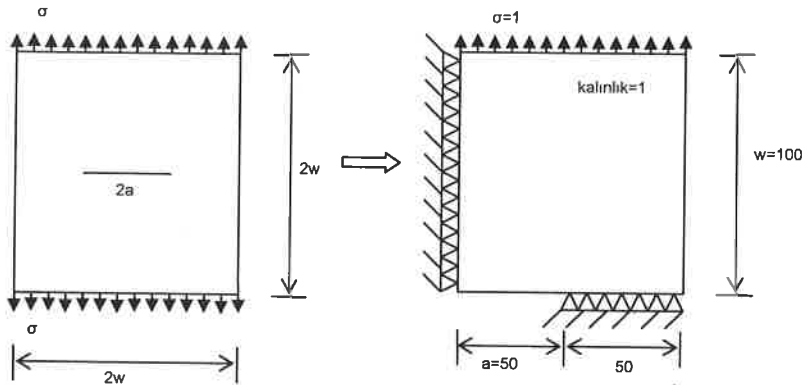
a)Dairesel Yörünge b)Dikdörtgenel Yörünge c)Üçgenel Yörünge
Şekil 2. Merkezi çatlak modeli için 0.5 a/w oranı ile elde edilmiş yörüngeler

3.1. Merkezi Çatlak Modeli

Merkezi çatlak modelinin geometrisi simetriden dolayı ¼ oranı ile modellenmiştir (Şekil 3). GŞF ise Isida [8] tarafından önerilen ve 4 ondalık dijite kadar doğruluğu ispatlanmış aşağıdaki formül yardımı ile hesap edilmiştir.

$$K_I = 1.334\sigma\sqrt{\pi a} \quad (4)$$

Bu modelde çatlak uzunluğu a için 10, 20, 30, 40 ve 50 birimler, model genişliği w için 100 birim ve kalınlık olarak 1 birim seçilmiştir. Düzlem gerilme hali kullanılarak elastik modül 1 ve poisson oranı 0 varsayılan olarak alınmıştır.



Şekil 3. Merkezi Çatlak Modeli

3.2. Kenar Çatlak Modeli

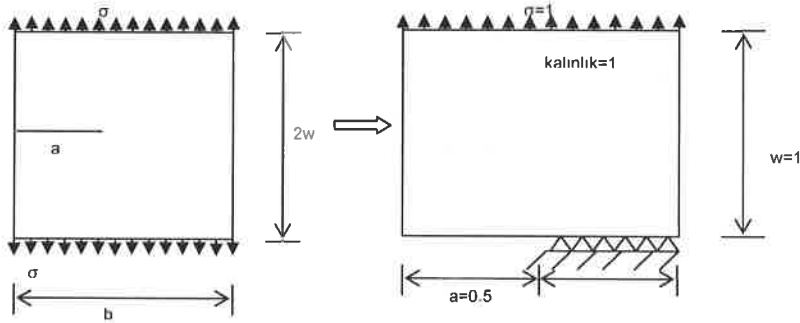
Kenar çatlak modelinin geometrisi ve simetri durumundan dolayı 1/2 modeli Şekil 4'de görülmektedir. GSF ise Murakami [9] tarafından önerilen şu formül ile hesaplanmıştır:

$$K_I = f\left(\frac{a}{w}\right)\sigma\sqrt{\pi a} \quad (5)$$

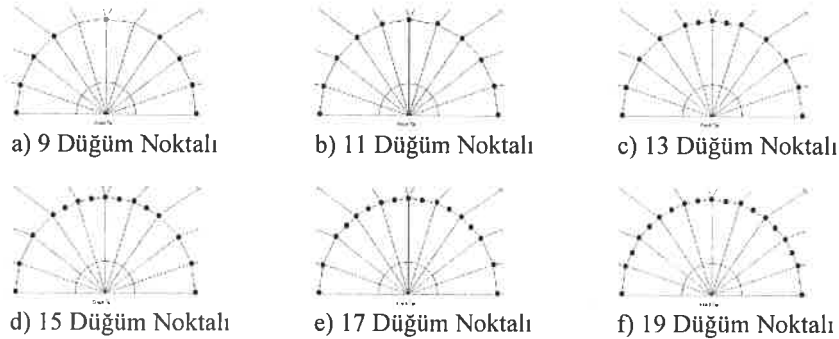
$$f\left(\frac{a}{w}\right) = 1.12 - 0.231\left(\frac{a}{w}\right) + 10.55\left(\frac{a}{w}\right)^2 - 21.72\left(\frac{a}{w}\right)^3 + 30.39\left(\frac{a}{w}\right)^4 \quad (6)$$

Kenar çatlak modelinde, çatlak uzunluğu a olarak 0.5, model genişliği w olarak 1 ve kalınlık içinde 1 birim değerler alınmıştır. Daha öncede ifade edildiği gibi yine düzlem gerilme hali ile elastik modülü için 1, poisson oranı için 0 değerleri varsayılan olarak alınmıştır.

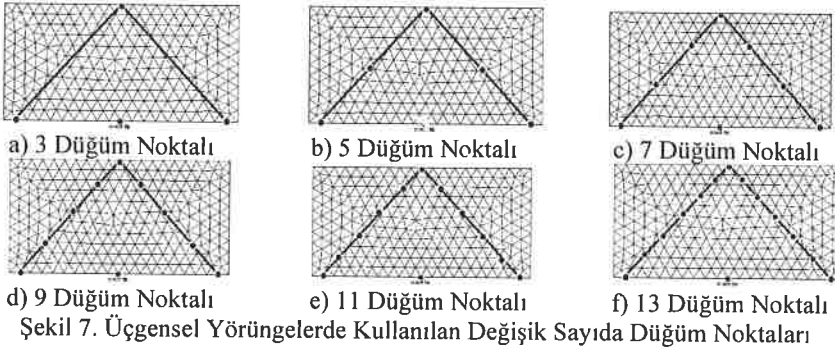
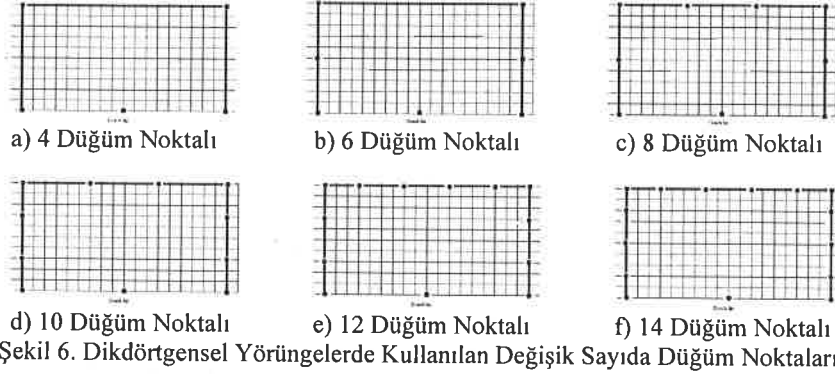
Ayrıca kenar çatlak modeli kullanılarak uygun yörünge üzerinde uygun sayıda düğüm noktası bulunmaya çalışılmıştır. Her bir farklı yörünge geometrisi için farklı sayıda düğüm noktaları üzerinde çalışılmıştır. Bu yörüngeleri ve üzerlerindeki düğüm noktası sayılarını Şekil 5, 6 ve 7'de görebilmek mümkündür.



Şekil 4. Kenar Çatlak Modeli



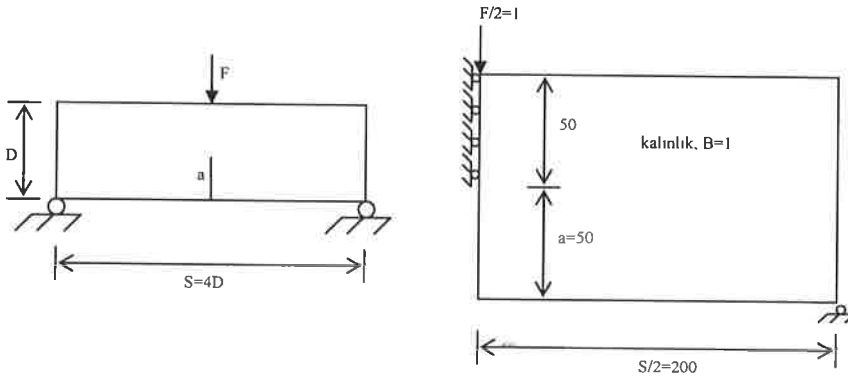
Şekil 5. Dairesel Yörüngelerde Kullanılan Değişik Sayıda Düğüm Noktaları



3.3. Üç Nuktada Eğilme Kirişi Modeli

Açıklık - derinlik oranı 4 olarak seçilen bu test modelinin geometrisi ve simetriden dolayı 1/2 modeli Şekil 8'de gösterilmiştir. GŞF, Srawley [10] tarafından şu şekilde hesaplanmıştır:

$$K_1 = 1.775 \frac{6F}{B\sqrt{D}} \quad (7)$$



4. SONUÇLAR ve İRDELEMELER

ANSYS’de J-integral hesabı yapabilmek için bir makro yazmak gereklidir. Bu amaçla, gerilme analizi sonuçlarını kullanarak yörünge üzerindeki integrasyon noktalarında doğrusal integralleri hesaplayan bir makro yazılmıştır. Bütün analizler yazılan bu makro kullanılarak ANSYS’de gerçekleştirilmiştir.

Ağ yapısı ve yörünge şeklinin etkileri merkezi çatlak modeli ile, ağ inceliği ve yörünge üzerindeki düğüm noktası sayısının etkileri ise kenar çatlak modeli ile incelenmiştir. Bu etkilerin incelenmesi sonucunda, en uygun yörünge ve bu yörünge üzerindeki en uygun düğüm noktası sayısı belirlenmiştir.

Son olarak elde edilen sonuçlar yardımı ile bir test analizi, üç noktada eğilme kirişi modeli üzerinde gerçekleştirilmiştir.

4.1. Yörünge Şekillerinin Etkisi

Tablo 1,2 ve 3’de yörünge şeklinin J-integral değeri üzerindeki etkileri gösterilmiştir. Bu tablolarda çatlak uzunlukları 0.1 ile 0.5 a/w oranları ile değişirken dairesel, dikdörtgen ve üçgenel ağ yapısı ile elde edilen sonuçlar gösterilmektedir. Yörünge 5 dışındaki yörüngelerde en küçük hatalar 0.3 a/w oranında gözlenmektedir.

Tablo 1’de verilen sonuçlardan dikdörtgen ve üçgenel yörünge 1 değerlerinden elde edilen J-integral yüzdelik hata değerlerinin kabul edilebilir aralıkta (0-4.7 %) kaldığını ancak dairesel yörüngelerde ise daha yüksek hata yüzdeleri (0-7.3 %) ile karşılaşıldığı görülmektedir.

Tablo 2 ve 3’de elde edilen yörünge değerlerinin hata yüzdelerinin yüzde 0 ile 2 aralığında kaldığını ve tüm yörüngelerin, yörünge 1 hata değerlerinden düşük olduğu görülmektedir. Yörünge 2’nin yüzdelik hata değeri, yörünge 5’e göre yüksek olmasına rağmen yine de kabul edilebilir düzeydedir.

Yüzdelik hata ϵ_K , şu şekilde ifade edilmiştir:

$$\epsilon_K (\%) = 100 \times \frac{K_I - K_{I,Isida}}{K_{I,Isida}} \quad (8)$$

Tablo 1. Yörünge 1 için Yüzdelik Hata Oranları

Yüzdelik hata, ϵ_K Yörünge 1 için J-integral değerleri				
a/w	ANSYS	Dairesel	Dikdörtgenel	Üçgenel
0.1	-0.55624	7.323857	2.719407	-1.48331
0.2	-0.3176	6.424137	-4.74953	-3.04605
0.3	0.312976	6.841482	-0.18609	3.535781
0.4	-0.15028	7.304637	-2.67819	-1.57793
0.5	0.296927	7.129825	-1.03388	-0.99381

Tablo 2. Yörünge 2 için Yüzdellik Hata Oranları

Yüzdellik hata, ϵ_K Yörünge 2 için J-integral değerleri				
a/w	ANSYS	Dairesel	Dikdörtgensel	Üçgensel
0.1	-0.55624	-0.55624	-0.18541	-0.92707
0.2	-0.3176	0.014436	-1.45806	-1.68904
0.3	0.312976	0.135341	-0.38911	-0.52445
0.4	-0.15028	-0.20395	-1.57793	-2.0234
0.5	0.296927	0.003577	-0.92656	-1.35585

Tablo 3. Yörünge 5 için Yüzdellik Hata Oranları

Yüzdellik hata, ϵ_K Yörünge 5 için J-integral değerleri				
a/w	ANSYS	Dairesel	Dikdörtgensel	Üçgensel
0.1	-0.55624	-0.55624	1.545117	0.185414
0.2	-0.3176	0.822867	-0.9961	-1.68904
0.3	0.312976	0.490611	-0.65979	-0.94739
0.4	-0.15028	-0.33276	-0.61185	-0.92314
0.5	0.296927	-0.08944	0.261153	-0.00358

4.2 Yörüngeler Üzerindeki Düğüm Noktaları Sayısının Etkisi

Analizlerin tümü dairesel yörüngelerde 9-11-13-15-17-19 düğüm noktaları, dikdörtgensel yörüngelerde 4-6-8-10-12 -14 düğüm noktaları ve üçgensel yörüngelerde 3-5-7-9-11-13 düğüm noktaları kullanılarak tekrar yapılmıştır. Bu analizlerde 0.3 a/w oranı kullanılmıştır.

Şekil 9'den görüleceği üzere dairesel yörüngede düğüm noktası sayısı 19 olana dek yüzdellik hatada bir düşüş devamında ise tekrar bir artış vardır. Bu olumlu etki yaklaşık 0.3% civarındadır ki bu yüzdellik hata önemsenmeyecek derecede düşüktür. Ancak Şekil 10 ve 11'da görüldüğü gibi düğüm noktası sayısındaki artışlar oldukça ciddi yüzdellik hata artışlarına sebep olmaktadır.

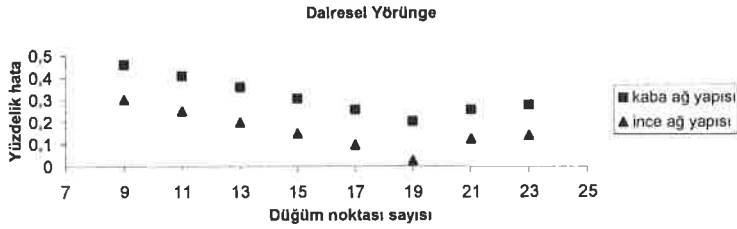
Analizler yörüngelerde aynı sayıda düğüm noktası kullanılarak ve kaba ve ince ağ yapılarında tekrar edilmiştir. Kaba ağ yapısı için dairesel yörüngelerde 943 düğüm noktası ile 298 eleman, dikdörtgensel yörüngelerde 910 düğüm noktası ile 280 eleman ve üçgensel yörüngelerde 811 düğüm noktası ile 370 eleman kullanılmıştır. İnce ağ yapısı için dairesel yörüngelerde 3601 düğüm noktası ile 1160 eleman, dikdörtgensel yörüngelerde 3497 düğüm noktası ile 1120 eleman ve üçgensel yörüngelerde 6241 düğüm noktası ile 3052 eleman kullanılmıştır.

Tüm ağ yapılarında yüzdellik hata oranları kabul edilebilir düzeylerde kalmıştır. Ancak Şekil 9,10 ve 11'de görüleceği üzere ince ağ yapısı ile dairesel yörüngelerde elde edilen sonuçlar çok daha iyi çıkmıştır.

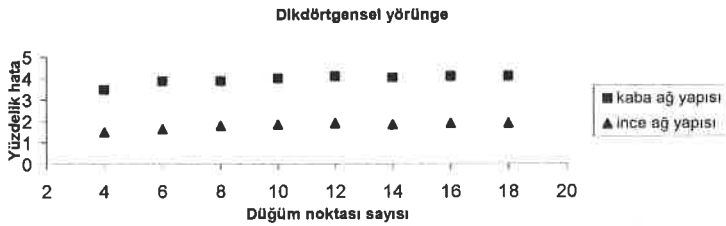
4.3. Test Hesaplamaları

Analizler sonucunda elde ettiğimiz en uygun yörünge ve bu yörüngeler üzerindeki uygun sayıdaki düğüm noktaları kullanılmış ve çok iyi bilinen üç noktada eğime kirişi modeli üzerinde test edilmiştir. Bu sonuçları Tablo 4'de görmekteyiz. Tüm yörüngeler için yörünge 2 seçilirken, dairesel yörüngede 19 düğüm noktası, dikdörtgensel yörüngede 4 düğüm noktası

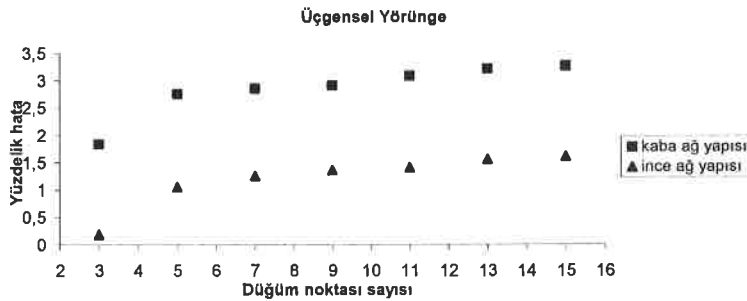
ve üçgensel yörüngede 3 düğüm noktası kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar ANSYS ve literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Tablo 4'den görüleceği üzere elde edilen dairesel yörünge sonuçları ANSYS ve literatürdeki mevcut sonuçlar ile oldukça uyumlu çıkmıştır. Dikdörtgensel ve üçgensel yörünge sonuçlarının hata yüzdeleri de kabul edilebilir oranlarda çıkmıştır.



Şekil 9. Dairesel Yörünge için J-integral Hata Yüzdeleri



Şekil 10. Dikdörtgensel Yörünge için J-integral Hata Yüzdeleri



Şekil 11. Üçgensel Yörünge için J-integral Hata Yüzdeleri

Tablo 4. Üç noktada Eğilme Kirişi Modeli

Değişik yörüngelerdeki J-integral değerleri (*10 ⁻⁸)				
Srawley[10]	ANSYS[11]	Dairesel	Dikdörtgensel	Üçgensel
3.544	3.467	3.455	3.426	3.398

5. SONUÇLAR

Yapılan çalışmada çok kaba ağ yapısında dahi, J-integral değerlerinin oldukça iyi sonuçlar verebildiği gösterilmiştir. Bunu gerçekleştirebilmek için çatlak çevresinde uygun bir yörünge, bu yörünge üzerinde uygun sayıda düğüm noktası ve uygun bir ağ yapısı tayin edebilmek gereklidir. Mod I problemlerinde kabul edilebilir doğruluk derecesinde J-integral değeri elde edebilmek için, 19 düğüm noktalı bir dairesel yörünge, 4 düğüm noktalı bir dikdörtgenel yörünge ve 3 düğüm noktalı bir üçgenel yörünge kullanmak önerilmektedir. Bu yörüngelerden en az hata oranı ile sonuçlar, dairesel yörüngelerden elde edilmiştir.

Bu çalışmada ayrıca, dairesel yörünge üzerindeki düğüm noktası sayısının artırılmasının sonuçlar üzerinde önemli bir etkiye sahip olmadığı görülmüştür. Ancak düğüm noktası sayısının yörüngeler üzerindeki artışı üçgenel ve dikdörtgenel yörüngeler üzerinde negatif bir etkiye sebep olduğu görülmüştür.

Ağ yoğunluğunun artırılmasının da J-integral değerleri üzerinde oldukça küçük pozitif değişikliklere sebep olduğu tespit edilmiştir [12].

REFERANSLAR

- [1] Parks DM. "A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factors" *International Journal of Fracture* 10: 487-502, 1974.
- [2] Rao BN, Rahman S. "An efficient meshless method for fracture analysis of cracks" *Comput. Mech* 26:398 ~ 408, 2000.
- [3] Guinea GV, Planas J, Elices M, "K-I evaluation by the displacement extrapolation technique" *Engineering Fracture Mechanics*, 66 (3): 243-255, 2000.
- [4] İbrahim H. GÜZELBEY, Nihat ATMACA and Bahattin KANBER, "Comparison of Displacement and Stress Extrapolation Techniques for Stress Intensity Factor" CMES¹-04, Proceedings of the First Cappadocia International Mechanical Engineering Symposium, 14-16 July, Cappadocia, Turkey, 684-691, 2004.
- [5] Tada H., P. C. Paris, G. R. Irwin, "The Stress Analysis of Cracks Handbook", ASME Press, 2000.
- [6] Kanninen MF, Popelar CH. "Advanced fracture mechanics", Newyork, Oxford University, Press 1985.
- [7] J. R. Rice, "A path independent integral and the appropriate analysis of strain concentration by notches and cracks" *Journal of Applied Mechanics* 379-386, 1968.
- [8] Isida M., "Effect of width and length on stress intensity factors of internally cracked plates under various boundary conditions" *International Journal of Fracture* 7: 301-316. 1971.
- [9] Murakami Y.,ed. "Stress Intensity Factors Handbook" Oxford: Pergamon Press, 1987.
- [10] Srawley JE."Wide range stress intensity factor expressions for ASTM E399 standart fracture toughness specimens" *International Journal of Fracture* 12: 475-6, 1976.
- [11] ANSYS "User's Manual: Introduction to ANSYS" ANSYS Release 5.6, <http://www.ansys.com>, 1999.
- [12] Atmaca Nihat, Doktora Tezi, "Sonlu elemanlar ve yapay zeka ile kırılma mekaniği analizi" Gaziantep Üniversitesi, 2007.