

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ORTOTROP KALIN PLAKLARIN STATİK VE
DİNAMİK ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Halim ÇALIŞKAN

Anabilim Dalı : İnşaat Mühendisliği
Programı : Yapı Mühendisliği

OCAK 2007

**ORTOTROP KALIN PLAKLARIN STATİK VE
DİNAMİK ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Halim ÇALIŞKAN

(501001225)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 22 Aralık 2006

Tezin Savunulduğu Tarih : 29 Ocak 2007

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Nihal ERATLI

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Yalçın AKÖZ (Maltepe Ü.)

Yar. Doç. Dr. Fethi KADIOĞLU

OCAK 2007

ÖNSÖZ

Bu çalışmada öncelikle izotrop ve ortotrop plaklarda sonlu eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen fonksiyonel yardımıyla, statik ve dinamik analizlere yer verilmiştir. Elde edilen fonksiyonel kullanılarak fortran dilinde düzenlenen program ile değişik sınır koşulları altında izotrop ve ortotrop kalın plaklar incelenip farklı problemler çözülmüştür.

Yüksek Lisans eğitimimin boyunca değerli zamanımı ve bilgisini benden esirgemeyen, her konuda bana destek olup yönlendiren sevgili danışmanım, Sn. Doç. Dr. Nihal ERATLI' ya, üzerimde emeği bulunan tüm değerli İnşaat Fakültesi öğretim üyelerine saygılarımı sunarım.

Ayrıca profesyonel iş hayatımda Yüksek Lisansımı tamamlamam için benden desteklerini esirgemeyen sevgili meslektaşım Sn. Fatih SAYIN'A teşekkürlerimi sunarım.

Okul hayatım boyunca bana her konuda destek olan sevgili annem, babam, kardeşim ve hayatımı birleştireceğim nişanlım Aslı TÜRK' e en derin sevgilerimi sunarım.

ARALIK 2006

Halim ÇALIŞKAN

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	ix
SEMBOL LİSTESİ	xi
ÖZET	xii
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Giriş ve Çalışmanın Amacı	1
2. ORTOTROP KALIN PLAK DENKLEMLERİNİN VE FONKSİYONELİN ELDE EDİLMESİ	4
2.1. Ortotrop Kalın Plak Denklemlerinin Elde Edilmesi	4
2.1.1. Yapılan kabuller	4
2.1.2. Denge denklemleri	7
2.1.3. Bileşke gerilme ve şekil değiştirme büyüklükleri arasındaki bağıntılar	7
2.2. Fonksiyonelin Elde Edilmesi	10
3. ELEMAN MATRİSİNİN SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU KULLANILARAK ELDE EDİLMESİ	16
3.1. Dikdörtgen Sonlu Eleman Tanımı	16
3.2. Ortotrop Kalın Plak İçin Eleman Matrisinin Elde Edilmesi	20
4. STATİK ANALİZ	22
4.1. Yaklaşım Testi	22
4.1.1. İzotrop kalın plaklar	23
4.1.1.1. Basit mesnetli üniform yüke maruz izotrop kalın plaklar	23
4.1.1.2. Ankastre mesnetli üniform yüke maruz izotrop kalın plaklar	26
4.1.2. Ortotrop kalın plaklar	29

4.1.2.1. Basit mesnetli üniform yüke maruz ortotrop kalın plaklar	30
4.1.2.2. Ankastre mesnetli üniform yüke maruz ortotrop kalın plaklar	32
4.2. Kalınlık Değişiminin Sonuçlara Etkisi	36
4.2.1. İzotrop kalın plaklar	36
4.2.1.1. Basit mesnetli üniform yüke maruz izotrop kalın plaklar	37
4.2.1.2. Ankastre mesnetli üniform yüke maruz izotrop kalın plaklar	38
4.2.2. Ortotrop kalın plaklar	39
4.2.2.1. Basit mesnetli d üniform yüke maruz ortotrop kalın plaklar	39
4.2.2.2. Ankastre mesnetli üniform yüke maruz ortotrop kalın plaklar	41
4.2.3. Kalınlık değişiminin izotrop-ortotrop plaklar üzerindeki etkisinin değerlendirilmesi	42
4.3. Farklı Kalınlık ve E_x/E_y Oranları İçin Ortotrop Kalın Plakların Çözümü	42
4.3.1. Basit mesnetli üniform yüke maruz kalın ortotrop plaklar	43
4.3.2. Ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın ortotrop plaklar	46
4.4. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Üniform Yayılı Yüke Maruz Ortotrop Kalın Plakların Çözümü	47
4.4.1. Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakların çözümü	47
4.4.2. Karşılıklı iki kenarı boşta, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakların çözümü	50
5. DİNAMİK ANALİZ	53
5.1. İzotrop Kalın Plaklar	54
5.1.1. Basit mesnetli izotrop kalın plaklar	54
5.1.2. Ankastre mesnetli izotrop kalın plaklar	55
5.1.3. Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan izotrop kalın plaklar	56
5.2. Ortotrop Kalın Plaklar	57
5.2.1. Basit mesnetli ortotrop kalın plaklar	57
5.2.2. Ankastre mesnetli ortotrop kalın plaklar	60
6. PROGRAM	61

7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	64
KAYNAKLAR	66
ÖZGEÇMİŞ	68

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

- Tablo 4.1.** : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz İzotrop kalın plakta eleman sayına göre çökme ve moment değerleri.....24
- Tablo 4.2.** : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop kalın plakta eleman sayına göre çökme ve moment değerleri.....27
- Tablo 4.3.** : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta eleman sayına göre çökme ve moment değerleri.....30
- Tablo 4.4.** : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop plakta eleman sayına göre çökme ve moment değerleri.....33
- Tablo 4.5:** : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme ve moment değerleri.....37
- Tablo 4.6.** : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme ve moment değerleri.....38
- Tablo 4.7.** : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta çökme ve moment değerleri.....39
- Tablo 4.8.** : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme, moment ve kesme kuvveti değerleri.....40
- Tablo 4.9.** : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme ve moment değerleri.....41
- Tablo 4.10.** : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta M_y eğilme momenti için yaklaşım testi41
- Tablo 4.11.** : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop ortotrop plaklarda çökme değerleri karşılaştırılması.....42

Tablo 4.12.	: Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına göre çökme ve moment değerleri.....	43
Tablo 4.13.	: Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına göre çökme ve moment değerleri.....	45
Tablo 4.14.	: Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına göre çökme ve moment değerleri.....	46
Tablo 4.15.	: Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme, moment ve kesme kuvveti değerleri.....	48
Tablo 4.16.	: Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına göre çökme, moment değerleri.....	49
Tablo 4.17.	: Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına kesme kuvveti değerleri.....	50
Tablo 4.18.	: Karşılıklı iki kenarı boşta, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme, moment ve kesme kuvveti değerleri.....	51
Tablo 4.19.	: Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop plakta E_x/E_y oranlarına göre çökme, moment ve kesme kuvveti değerleri.....	52
Tablo 5.1.	: Kenarlarından basit mesnetli izotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre ϖ_{11}	55
Tablo 5.2.	: Kenarlarından basit mesnetli izotrop kalın plakta ϖ_{11} , ϖ_{12} , ϖ_{21} ve ϖ_{22}	55

Tablo 5.3.	: Kenarlarından ankastre mesnetli üniform izotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre ϖ_{11}	56
Tablo 5.4.	: Kenarlarından ankastre mesnetli izotrop kalın plakta ϖ_{11} , ϖ_{12} , ϖ_{21} ve ϖ_{22}	56
Tablo 5.5.	: İki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan izotrop kalın plakların $2a/h$ oranlarına göre ϖ_{11}	57
Tablo 5.6.	: Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop kalın plakta ϖ_{11} , ϖ_{12} , ϖ_{21} ve ϖ_{22}	57
Tablo 5.7.	: Kenarlarından basit mesnetli ortotrop kalın plakta eleman sayısına göre frekans değerleri.....	58
Tablo 5.8.	: Kenarlarından basit mesnetli ortotrop kalın plakta ϖ_{11} , ϖ_{12} , ϖ_{21} ve ϖ_{22}	58
Tablo 5.9.	: Kenarlarından basit mesnetli ortotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre ϖ_1 , ϖ_2 boyutsuz doğal frekansları.....	59
Tablo 5.10.	: Kenarlarından ankastre mesnetli ortotrop kalın plakta (Σn) eleman sayısına göre ϖ_1	60
Tablo 5.11.	: Kenarlarından basit mesnetli ortotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre ϖ_1	60

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1.	: Gerilme bileşenleri.....	5
Şekil 2.2.	: Kesit tesirleri.....	5
Şekil 2.3.	: w , Ω , $\partial w/\partial x$ 'in şekil üzerinde gösterilmesi.....	11
Şekil 3.1.	: Global ve doğal koordinat sisteminde dikdörtgen eleman.....	17
Şekil 4.1.	: İzotrop kenarlarından basit mesnetli dikdörtgen plak.....	23
Şekil 4.2.	: İzotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta çökme için yaklaşım testi.....	25
Şekil 4.3.	: İzotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta eğilme momenti için yaklaşım testi.....	25
Şekil 4.4.	: Kenarlarından ankastre mesnetli dikdörtgen plak.....	26
Şekil 4.5.	: İzotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta w çökme için yaklaşım testi.....	28
Şekil 4.6.	: İzotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_x eğilme momenti için yaklaşım testi.....	28
Şekil 4.7.	: İzotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_x ankastrelik momenti için yaklaşım testi	29
Şekil 4.8.	: Ortotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta w çökme için yaklaşım testi.....	31
Şekil 4.9.	: Ortotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_y eğilme momenti için yaklaşım testi.....	31
Şekil 4.10.	: Ortotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_y eğilme momenti için yaklaşım testi	32
Şekil 4.11.	: Ortotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz plakta kalın w çökme için yaklaşım testi.....	34
Şekil 4.12.	: Ortotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_x eğilme momenti için yaklaşım testi.....	34

Şekil 4.13.	: Ortotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_y eğilme momenti için yaklaşım testi.....	35
Şekil 4.14.	: Ortotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_x ankastrelik momenti için yaklaşım testi	35
Şekil 4.15.	: Ortotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_y ankastrelik momenti için yaklaşım testi	36
Şekil 4.16.	: Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta kalınlık - w çökme değişimi.....	44
Şekil 4.17.	: Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta kalınlık - M_x eğilme momenti değişimi.....	44
Şekil 4.18.	: Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta kalınlık - M_y eğilme momenti değişimi.....	45
Şekil 4.19.	: İki kenarlarından ankastre, diğer kenarlarından basit mesnetli dikdörtgen plak.....	47
Şekil 4.20.	: İki kenarlarından serbest, diğer kenarlarından basit mesnetli dikdörtgen plak.....	51
Şekil 5. 1.	: Ortotrop kalın plakta ϖ_{11} , ϖ_{12} , ϖ_{21} ve ϖ_{22} 'ye ait mod şekilleri.....	59
Şekil 6.1.	: Programa ait akış diyagramı.....	61

SEMBOL LİSTESİ

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$: Şekil değiştirme halinin x ve y bileşenleri
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$: x, y, z doğrultularındaki normal gerilmeler
E_x, E_y	: Elastisite modülleri
$\mu_{xy}, \mu_{yx}, \mu_{yz}$: Poisson oranı
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$: Açık değişimleri
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$: Kayma gerilmeleri
M_x, M_y, M_{xy}	: Eğilme ve burulma momentleri
h	: Plak kalınlığı
Q_x, Q_y	: Kesme kuvvetleri
w	: Düşey yer değiştirme
q	: Düşey yük
Ω_x, Ω_y	: Şekil değiştirme büyüklükleri
G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}	: Kayma modülleri
D_x, D_y	: Eğilme rijitliği
Q	: Operatör
[;]	: İç çarpım
Ψ_i	: Yaklaşım fonksiyonları
ξ, η	: Doğal koordinat takımı
ξ_i, η_i	: i. Düğüm noktasının doğal koordinatları
a, b	: Dikdörtgen sonlu eleman boyutları
x_G, y_G	: Dikdörtgen elemanın ağırlık merkezi koordinatları
[K]	: Dikdörtgen elemanın rijitlik matrisi
ω	: Frekans parametreleri
[M_e]	: Kütle matrisi
ρ	: Yoğunluk

ÖZET

Bu çalışmada, öncelikle Reissner plak teorisi kullanılarak ortotrop kalın plakların statik ve dinamik analizi yapılmıştır.

Birinci bölümde, kalın ve ince plak tanımları üzerinde durulmuş, kalın plak teorilerinden Reissner ve Mindlin teorilerinin karşılaştırılması yapılmıştır. Ayrıca, izotrop ve ortotrop kalın plaklarla ilgili literatürde yer alan çalışmalara yer verilmiştir.

İkinci bölümde, ortotrop plak denklemleri ortaya konarak, Gâteaux türevine dayalı yeni bir fonksiyonel elde edilmiştir. Gâteaux türeviyle elde edilirken geometrik ve dinamik sınır koşulları kullanılmıştır.

Üçüncü bölümde, elde edilen fonksiyonel kullanılarak karışık sonlu eleman yöntemi ile eleman matrisi elde edilmiştir.

Dördüncü ve beşinci bölümde, değişik sınır koşullarına sahip, üniform yayılı yüke maruz izotrop ve ortotrop kalın plakların statik ve dinamik analizi yapılmıştır. Elde edilen sonuçların literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılması yapılmış ve sonuçların birbirine yakın olduğu gözlenmiştir.

Altıncı bölümde, eleman matrisindeki bilgilerin sınır koşulları göz önünde bulundurularak kodlama ile sistem matrisine aktarılması, oluşturulan matrisin çözümü için geliştirilen fortran dilinde hazırlanmış program hakkında genel bilgiler verilmiştir. Program plakların statik ve dinamik analizine uygundur.

Yedinci bölümde, elde edilen sonuçlar özetlenmiş, yorumlara yer verilmiştir.

SUMMARY

In this study, at first the static and dynamic analysis of thick isotrop and orthotrop plates is made by using Reissner plate theory.

First chapter is basicly about the definitions of thick and thin plates, and here, Reissner and Mindlin plates theories are compared and contrasted. Moreover, studies about the thick izotrop and orthotrop plates in the literature are mentioned.

In the second chapter, through displaying orthotrop plate equations, a new function that is based on Gâteaux derivative is obtained. The functionals have been obtained by using Gâteaux derivative, for plates element with is used geometris and dynamic boundary conditions.

In the third chapter, through making use of that function, mixed finite element formulation and element matrix have been obtained.

In the fourth and five chapter, static and dynamic analysis of thick izotrop and orthotrop plates that are subject to uniformly distrubuted load is completed and obtained solutions have been compared with in those avaible the literature.

In the sixth chapter, taking the limit conditions of the information in the element matrix into consideration, its transfer into system matrix through codification, and some general information about the programme that is designed for the solution of the matrix and that is prepared in the Fortran language are provided. The computer program is appropriate for the static and dynamic analysis of the plates.

In the seventh chapter, consequences that are obtained are summarized and some comments are mentioned.

1.GİRİŞ

1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı

Plaklar, bir boyutu (plağın kalınlığı) diğer iki boyutunun (dikdörtgen plak için plağın eni ve boyu, dairesel plak için çap) yanında küçük olan ve mühendislikte çok kullanılan yapı elemanlarından biridir. Plaklar, ince ve kalın olmak üzere iki grupta toplanabilir. Klasik plak teorisinin (veya Kirchhoff plak teorisi) geçerli olduğu ince plaklarda, plak açıklığının kalınlığa oranı ($2a/h$) 10'dan büyüktür. İnce plaklarda kayma gerilmeleri (τ_{xz} ve τ_{yz}) ve normal gerilme (σ_z) ihmal edilir. Kalın plaklarda ise plak açıklığının kalınlığa oranı ($2a/h$) 10'dan küçük olarak tanımlanmıştır ($2a/h \leq 10$) [1]. Kalın plakların, ince plaklardan farkı plağın kayma deformasyonunun göz önünde bulundurulmasıdır. Kayma deformasyonunu dikkate alan plak teorilerinin en yaygın olarak kullanılanları da Reissner [2,3] ve Mindlin [4] teorileridir. Literatürdeki bazı çalışmalarda bu teorilerin birbirinin benzeri olduğu görüşü yaygın olarak benimsenmiş, hatta iki teori birlikte Reissner-Mindlin plak teorisi olarak kullanılmıştır. Gerçekte ise, bu iki teori arasında bazı farklılıklar vardır. [5] nolu çalışmada, bu iki teori arasındaki ana farklılığın Reissner plak teorisinin, plak kalınlığı boyunca gerilmenin lineer ve kayma gerilmesinin parabolik değiştiğini kabul eden tamamlayıcı enerji ifadesinden elde edildiği şeklinde açıklanmıştır. Mindlin teorisinde ise, plak kalınlığı boyunca yer değiştirmenin lineer olduğu kabul edilmiştir. Böyle bir kabule Reissner plak teorisinde gerek duyulmaz bu nedenle de Reissner plak teorisinin birinci mertebe kayma deformasyon teorisi olarak tanımlanması doğru değildir. Ayrıca, Mindlin teorisinde, Reissner plak teorisinden

farklı olarak σ_z normal gerilmesi ihmal edilmektedir. Bu farklılıklar, sayısal çözüm yapılarak [5] nolu çalışmada detaylı olarak incelenmiş ve ortaya konulmuştur.

Kalın plak teorileri, ince plakların çözümünde de kullanılabileceğine göre, klasik plak teorisinin yetersiz kaldığı durumlar ortadan kaldırılmıştır. Reissner ve Mindlin teorilerine dayalı, farklı çözüm yöntemlerinin kullanıldığı çok sayıda çalışma literatürde mevcuttur. Bu çalışmalar, izotrop ve ortotropik plakların statik, dinamik ve stabilitesini kapsamaktadır.

[6] nolu çalışmada, izotrop ve ortotrop plakların statik çözümü ayrıklaştırma yöntemi ile Kirchhoff, Reissner-Mindlin, yüksek mertebeden teorileri esas alınarak yapılmıştır.

[7] nolu çalışmada, MIF (Method of Initial Functions) metodu kullanılarak, ortotrop kalın plakların statik analizi yapılmış Ambartsumyan ve Reissner teorilerine dayalı olarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırma yapılmıştır.

[8] nolu çalışmada, sonlu fark metodu kullanılarak ince izotrop ve ortotrop plakların statik analizi yapılmıştır.

[9] nolu çalışmada, karışık sonlu eleman metodu kullanılarak ankastre mesnetli ortotrop plakların statik analizi yapılmıştır.

[10] nolu çalışmada, Gâteaux türevine dayalı karışık sonlu eleman metodu ile ortotropik plakların statik analizi yapılmıştır.

[11] nolu çalışmada, ortotropik basit mesnetli plakların statik, titreşim ve burkulma hesabına yer verilmiştir

Bu çalışmada, Reissner teorisini kullanan, Gâteaux türevine dayalı bir formülasyon geliştirilmiş ve ortotrop kalın plakların statik ve dinamik analizinde kullanılmıştır. Çözüm için Gâteaux türevine dayalı bir fonksiyonel geometrik ve dinamik sınır koşulları ile birlikte elde edilmiştir. Bu fonksiyonel sayısal yöntemler için uygundur

ve fonksiyonelde tanımlı büyüklükler herhangi bir ana işleme gerek duyulmaksızın doğrudan bulunabilmektedir. Sayısal yöntem olarak sonlu eleman yöntemi kullanılmıştır. Sonlu eleman yöntemi, plak problemlerini kolaylıkla çözebilen kapsamlı ve sistematik bir yöntem olduğu için yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu anlamda farklı sonlu eleman formülasyonları gelişmiştir. Bu formülasyonlar üç grupta toplanabilir.

- 1- Yer değiştirme modeli; Yer değiştirmeler serbest değişken olarak seçilir ve minimum potansiyel enerji ilkesi kullanılır.
- 2- Kuvvet modeli; İç kuvvetler veya gerilmeler serbest değişken olarak seçilir ve tamamlayıcı enerji ilkesi kullanılır.
- 3- Karışık model; Yer değiştirme ve iç kuvvetler serbest değişken olarak seçilmiştir. Hellinder – Reissner ve Hu-Washizu ilkeleri kullanılabilir.

Karışık sonlu eleman formülasyonunun kullanıldığı, mevcut çalışmada, kenarlarından basit, ankastre mesnetli ve farklı sınır koşulları için üniform yayılı yüke maruz plakların statik ve dinamik analizi yapılmıştır. Elde edilen sonuçların karşılaştırılması, literatürdeki mevcut çalışmalarla yapılmış ve sonuçların uyumlu olduğu gözlenmiştir.

2. ORTOTROP KALIN PLAK DENKLEMLERİNİN VE FONKSİYONELİN ELDE EDİLMESİ

2.1. Ortotrop Kalın Plak Denklemlerinin Elde Edilmesi

2.1.1. Yapılan Kabuller

Malzeme lineer elastiktir. Altı bileşeni ile verilen bir gerilme halinin meydana getirdiği şekil değiştirme halinin bileşenleri hesaplanmak istendiğinde, önce uzamaların sadece normal gerilmelerden dolayı meydana geldiği düşünülerek Denklem 2.1,

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E_x} [\sigma_x - \mu_{xy} \sigma_y - \mu_{xz} \sigma_z] \quad (2.1.a)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{E_y} [\sigma_y - \mu_{yx} \sigma_x - \mu_{yz} \sigma_z] \quad (2.1.b)$$

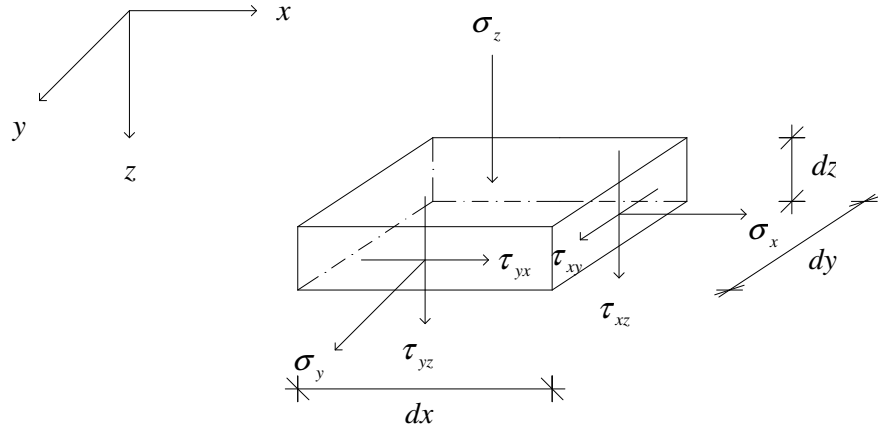
daha sonra da kayma gerilmelerinin sadece açı değişikliği yapacağı esasına dayanılarak Denklem 2.2 elde edilir. [12,13]

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{2(1 + \mu_{xy})}{E_{xy}} \tau_{xy} \quad (2.2.a)$$

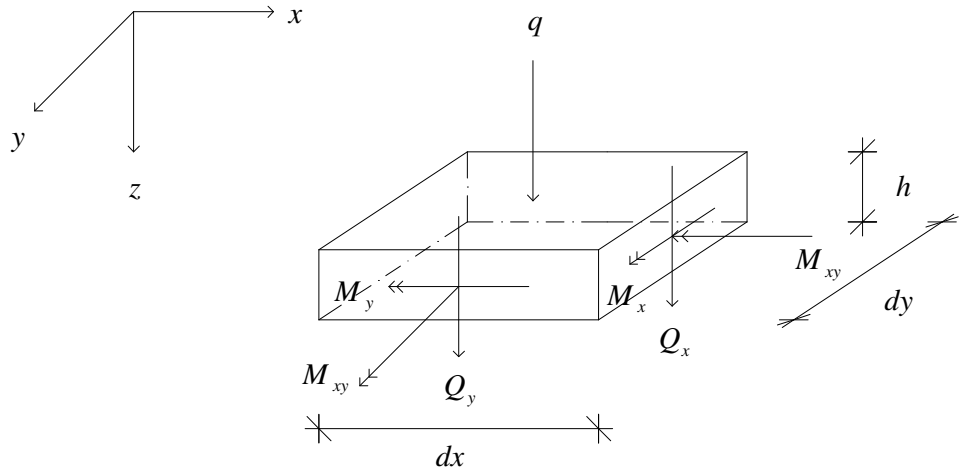
$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{2(1 + \mu_{xz})}{E_{xz}} \tau_{xz} \quad (2.2.b)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{2(1 + \mu_{yz})}{E_{yz}} \tau_{yz} \quad (2.2.c)$$

dx , dy ve dz boyutlarına sahip bir plak elemanına etki eden gerilme bileşenleri Şekil 2.1'de, bunların bileşkeleri olan ve kesitin birim boyuna isabet eden kesit tesirleri Şekil 2.2 de gösterilmiştir. Klasik plak teorisinden farklı olarak lateral gerilmeler (σ_z , τ_{xz} , τ_{yz}) alınmıştır.



Şekil 2.1. : Gerilme Bileşenleri



Şekil 2.2: Kesit Tesirleri

- Denge denklemlerinde hacim kuvvetleri ihmal edilmektedir.
- Bernoulli-Navier dik kesitin düzlemliliğini ve dikliğini koruması hipotezi geçerlidir.

Klasik plak teorisine göre gerilme-şekil değiştirme bağıntılarından Denklem 2.3 elde edilir [13].

$$\sigma_x = \frac{12M_x}{h^3} z \quad , \quad \sigma_y = \frac{12M_y}{h^3} z \quad , \quad \tau_{xy} = \frac{12M_{xy}}{h^3} z \quad (2.3)$$

Diğer gerilme bileşenleri ise, Şekil 2.1 den yazılan denge denklemleri ve $z=\pm h/2$ de kayma gerilmelerinin sıfır olması koşulundan Denklem 2.4 deki gibi elde edilir.

$$\tau_{xz} = \frac{3}{2h} Q_x \left[1 - \left(\frac{2z}{h} \right)^2 \right] \quad , \quad \tau_{yz} = \frac{3}{2h} Q_y \left[1 - \left(\frac{2z}{h} \right)^2 \right] \quad (2.4)$$

Şekil 2.1 deki gerilme halinin z doğrultusundaki dengesinden de denklem 2.5 elde edilir.

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \quad (2.5)$$

$z = +h/2$ de $\sigma_z = 0$, $z = -h/2$ de $\sigma_z = -q$ sınır koşullarının kullanılmasıyla;

$$\sigma_z = -\frac{q}{4} \left[2 - 3 \left(\frac{2z}{h} \right) + \left(\frac{2z}{h} \right)^3 \right] \quad (2.6)$$

elde edilir.

2.1.2. Denge denklemleri

Gerilme bileşenleri ile kesit tesirleri arasındaki bağıntılar Denklem 2.7 deki gibidir.

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz, \quad M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \quad (2.7.a)$$

$$M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yx} z dz, \quad Q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz, \quad Q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} dz \quad (2.7.b)$$

Şekil 2.2 de verilen $hdx dy$ plak elemanına etki eden q lateral yük ve iç kuvvetler cinsinden denge denklemleri yazılacak olursa,

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (2.8.a)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0 \quad (2.8.b)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0 \quad (2.8.c)$$

elde edilir.

2.1.3. Bileşke Gerilme ve Şekil Değişirme Büyüklükleri Arasındaki Bağıntılar

Ω_x , Ω_y ve w ile tanımlanan bileşke şekil değişirme büyüklükleri gerilme ve yer değişirme bileşenleri olarak iç kuvvetlerle aynı işi yaparlar. Dolayısıyla;

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x u dz = M_x \Omega_x \quad \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y v dz = M_y \Omega_y \quad (2.9.a)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} u dz = M_{xy} \Omega_x \quad \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} v dz = M_{xy} \Omega_y \quad (2.9.b)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} w_0 dz = Q_x w \quad \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} w_0 dz = Q_y w \quad (2.9.c)$$

yazılabilir. $w_0 = w_0(x, y, z)$ değişkenleri cinsinden düşey yer değiştirmeyi tanımlamak üzere Denklem 2.3, Denklem 2.9.a, Denklem 2.9.b ve Denklem 2.9.c kullanılarak Denklem 2.10.a ve Denklem 2.10.b elde edilir.

$$\Omega_x = \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} u dz \quad , \quad \Omega_y = \frac{12}{h^3} \int_{-h/2}^{h/2} v dz \quad (2.10.a)$$

$$w = \frac{3}{2h} \int_{h/2}^{h/2} w_0 \left[1 - \left(\frac{2z}{h} \right)^2 \right] dz \quad (2.10.b)$$

Denklem 2.10.a'daki ifadelerin sırasıyla x 'e ve y 'ye göre türevleri alınır ve Denklem 2.1, Denklem 2.3 ve Denklem 2.6'daki ifadeler kullanılarak Denklem 2.11 ve Denklem 2.12 elde edilir.

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial x} - \frac{12}{Eh^3} \left(M_x - \mu_{xy} M_y - \frac{h^2}{10} \mu_{xz} q \right) = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial \Omega_y}{\partial y} - \frac{12}{Eh^3} \left(M_y - \mu_{yx} M_x - \frac{h^2}{10} \mu_{yz} q \right) = 0 \quad (2.12)$$

ve yine Denklem 2.10.a ifadelerinin sırasıyla y 'ye ve x 'e göre türevleri alınır ve Denklem 2.2.1, Denklem 2.3 ve Denklem 2.7 ifadeleri kullanılarak Denklem 2.13 elde edilir.

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial y} + \frac{\partial \Omega_y}{\partial x} - \frac{12}{G_{xy} h^3} M_{xy} = 0 \quad (2.13)$$

Kaymanın yaptığı iş yazılacak olursa;

$$\int_{-h/2}^{h/2} \gamma_{xz} \bar{\tau}_{xz} dz = \frac{1}{G_{xz}} \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} \frac{3}{2h} \left[1 - \left(\frac{2z}{h} \right)^2 \right] dz = \Omega_x + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.14)$$

ifadesi elde edilir. Benzer şekilde;

$$\int_{-h/2}^{h/2} \gamma_{yz} \bar{\tau}_{yz} dz = \frac{1}{G_{yz}} \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} \frac{3}{2h} \left[1 - \left(\frac{2z}{h} \right)^2 \right] dz = \Omega_y + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.15)$$

elde edilir. Denklem 2.14 de τ_{yz} değeri yazılacak olursa;

$$\int_{-h/2}^{h/2} \gamma_{xz} \bar{\tau}_{xz} dz = \frac{2(1+\mu_{xz})}{E_{xz}} \frac{9}{4h^2} Q_x \int_{-h/2}^{h/2} \left[1 - \left(\frac{2z}{h} \right)^2 \right] dz = \frac{2(1+\mu_{xz})}{E_{xz}} \frac{6}{5h} Q_x \quad (2.16)$$

ve Denklem 2.14 ile Denklem 2.16'dan da;

$$\Omega_x + \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{6}{5G_{xz} h} Q_x = 0 \quad (2.17)$$

eşitliği elde edilmiş olur. Aynı yaklaşımla Denklem 2.18 elde edilir;

$$\Omega_y + \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{6}{5G_{yz}h} Q_y = 0 \quad (2.18)$$

2.2. Fonksiyonelin Elde Edilmesi

Denklem 2.8.a, 2.8.b, 2.8.c, 2.11, 2.12, 2.13, 2.17 ve 2.18 de elde edilen Ortotrop kalın plak denklemleri toplu olarak tekrar yazılacak olursa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= 0 \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y &= 0 \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q &= 0 \\ \frac{\partial \Omega_x}{\partial x} - \frac{12}{E_x h^3} \left(M_x - \mu_{xy} M_y - \frac{h^2}{10} \mu_{xz} q \right) &= 0 \\ \frac{\partial \Omega_y}{\partial y} - \frac{12}{E_y h^3} \left(M_y - \mu_{yx} M_x - \frac{h^2}{10} \mu_{yz} q \right) &= 0 \\ \frac{\partial \Omega_x}{\partial y} + \frac{\partial \Omega_y}{\partial x} - \frac{12}{G_{xy} h^3} M_{xy} &= 0 \\ \Omega_x + \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{6}{5G_{xz}h} Q_x &= 0 \\ \Omega_y + \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{6}{5G_{yz}h} Q_y &= 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

elde edilir.

Dinamik sınır koşulları,

$$M - \hat{M} = 0 \quad (2.20)$$

$$Q - \hat{Q} = 0$$

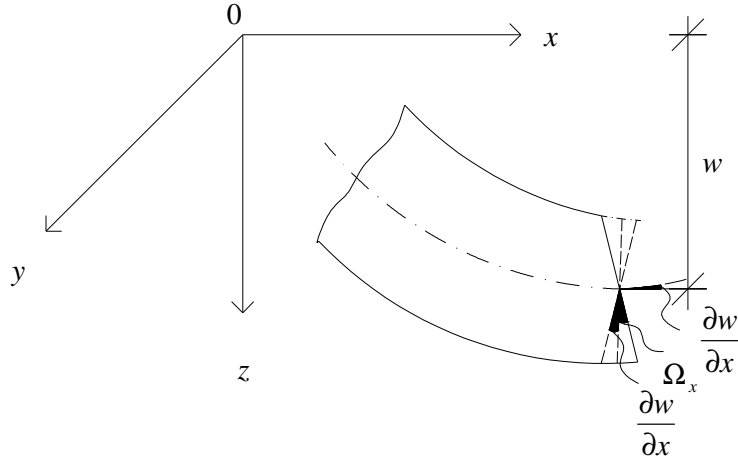
Geometrik sınır koşulları,

$$-\Omega - \hat{\Omega} = 0 \quad (2.21)$$

$$-w - \hat{w} = 0$$

şeklinde ifade edilir.

Kaymadan ve eğilmeden dolayı kesitte meydana gelen toplam açı değişikliği de Şekil 2.3 de gösterilmiştir.



Şekil 2.3. w , Ω , $\frac{dw}{dx}$ 'in şekil üzerinde gösterilmesi.

Elde edilen denklemler kullanılarak $Ly=f$ diferansiyel denklemi $Q=Ly-f$ operatörü şeklinde yazılabilir. Bu ifadeden fonksiyonele geçebilmek için Q operatörünün

potansiyel olduğu gösterilmelidir. \mathbf{Q} operatörü lineer denklem takımı halinde yazılacak olursa,

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{17} & P_{18} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & P_{24} & 0 & P_{26} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & P_{35} & P_{36} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & P_{42} & 0 & P_{44} & P_{45} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & P_{53} & P_{54} & P_{55} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & P_{62} & P_{63} & 0 & 0 & P_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 P_{71} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 P_{81} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{88} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 w \\
 \Omega_x \\
 \Omega_y \\
 M_x \\
 M_y \\
 M_{xy} \\
 Q_x \\
 Q_y \\
 w \\
 \Omega \\
 M \\
 Q
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 q \\
 0 \\
 0 \\
 -A_1 \\
 -A_2 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \hat{Q} \\
 \hat{M} \\
 -\hat{\Omega} \\
 -\hat{w}
 \end{bmatrix}
 \quad (2.22)$$

Denklem 2.22 de yer alan P katsayıları Denklem 2.23 da verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 P_{17} &= -\frac{\partial}{\partial x} & , P_{18} &= -\frac{\partial}{\partial y} & , P_{24} &= -\frac{\partial}{\partial x} & , P_{26} &= -\frac{\partial}{\partial y} \\
 P_{35} &= -\frac{\partial}{\partial y} & , P_{36} &= -\frac{\partial}{\partial x} & , P_{42} &= \frac{\partial}{\partial x} & , P_{44} &= \frac{12}{E_x h^3} \\
 P_{45} &= \frac{12}{E_x h^3} \mu_{xy} & , P_{53} &= \frac{\partial}{\partial y} & , P_{54} &= \frac{12}{E_y h^3} \mu_{yx} \\
 P_{55} &= -\frac{12}{E_y h^3} & , P_{62} &= \frac{\partial}{\partial y} & , P_{63} &= \frac{\partial}{\partial x} & , P_{66} &= -\frac{12}{G_{xy} h^3} \\
 P_{71} &= \frac{\partial}{\partial x} & , P_{77} &= -\frac{6}{5G_{xz} h} & , P_{81} &= \frac{\partial}{\partial y} & , P_{88} &= -\frac{6}{5G_{yz} h} \\
 A_1 &= \frac{12\mu_{xz} q}{10E_x h} & , A_2 &= \frac{12\mu_{yz} q}{10E_y h}
 \end{aligned}
 \quad (2.23)$$

Q operatörünün potansiyel olabilmesi için Denklem 2.24'deki koşulun sağlanması gerekir.

$$\langle dQ(y; \bar{y}), y^* \rangle = \langle dQ(y; y^*), \bar{y} \rangle \quad (2.24)$$

Buradaki tırnak, parantez içindeki ifadelerin iç çarpımını göstermekte olup \bar{y} ve y^* vektörleri y ' nin içinde bulunduğu uzayın elemanlarıdır. $dQ(y; \bar{y})$ ve $dQ(y; y^*)$ ise **Q** operatörünün \bar{y} ve y^* doğrultusundaki Gâteaux türevlerini göstermektedir. Operatörün Gâteaux türevleri de şu şekilde tanımlanmaktadır [14].

$$dQ(u; \bar{u}) = \left. \frac{\partial Q(u + \tau \bar{u})}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} \quad (2.25)$$

Bu tanım kullanılarak Denklem 2.24'deki iç çarpımlar açık şekli yazılacak olursa;

$$\begin{aligned} [dQ(y; \bar{y}), y^*] &= [\bar{Q}_{x,x}, w^*] + [\bar{Q}_{y,y}, w^*] + [\bar{M}_{x,x}, \Omega_x^*] - [\Omega_x, \Omega_x^*] \\ &+ [\bar{M}_{xy,x}, \Omega_y^*] + [\bar{M}_{y,y}, \Omega_y^*] - [\bar{Q}_y, \Omega_y^*] + [\Omega_{x,x}, M_x^*] - \left[\frac{12}{E_x h^3} \bar{M}_x, M_x^* \right] \\ &+ [\bar{\Omega}_{x,y}, M_{xy}^*] + [\bar{\Omega}_{y,y}, M_{xy}^*] - \left[\frac{12}{G_{xy} h^3} \bar{M}_{xy}, M_{xy}^* \right] + [\bar{\Omega}_x, Q_x^*] + [\bar{w}_{,x}, Q_x^*] \\ &+ \left[\frac{12}{E_x h^3} \mu_{xy} \bar{M}_y, M_x^* \right] + [\bar{\Omega}_{y,y}, M_y^*] + \left[\frac{12}{E_y h^3} \mu_{yx} \bar{M}_x, M_y^* \right] \\ &- \left[\frac{12}{E_y h^3} \frac{\mu_{xy}}{\mu_{yx}} \bar{M}_y, M_y^* \right] - \left[\frac{6}{5G_{xz} h} \bar{Q}_x, Q_x^* \right] + [\bar{\Omega}_y, Q_y^*] \\ &- \left[\frac{6}{5G_{yz} h} \bar{Q}_y, Q_y^* \right] - [\bar{w}, Q^*]_{\epsilon} - [\bar{\Omega}, M^*]_{\epsilon} + [\bar{M}, \Omega^*]_{\sigma} + [\bar{Q}, w^*]_{\sigma} \end{aligned} \quad (2.26)$$

benzer işlemler yapılarak Denklem 2.27,

$$\begin{aligned}
[dQ(y; y^*), \bar{y}] &= [Q^*_{x,x}, \bar{w}] + [Q^*_{y,y}, \bar{w}] + [M^*_{x,x}, \bar{\Omega}_x] - [\Omega_x, \bar{\Omega}_x] \\
&+ [M^*_{xy,x}, \bar{\Omega}_y] + [M^*_{y,y}, \bar{\Omega}_y] - [Q^*_y, \bar{\Omega}_y] + [\Omega_{x,x}, \bar{M}_x] - \left[\frac{12}{E_x h^3} M^*_{x,x}, \bar{M}_x \right] \\
&+ [\Omega^*_{x,y}, \bar{M}_{xy}] + [\Omega^*_{y,y}, \bar{M}_{xy}] - \left[\frac{12}{G_{xy} h^3} M^*_{xy}, \bar{M}_{xy} \right] + [\Omega^*_x, \bar{Q}_x] + [w^*_{,x}, \bar{Q}_x] \\
&+ \left[\frac{12}{E_x h^3} \mu_{xy} M^*_y, \bar{M}_x \right] + [\Omega^*_{y,y}, \bar{M}_y] + \left[\frac{12}{E_y h^3} \mu_{yx} M^*_x, \bar{M}_y \right] \\
&- \left[\frac{12}{E_y h^3} \frac{\mu_{xy}}{\mu_{yx}} M^*_y, \bar{M}_y \right] - \left[\frac{6}{5G_{xz} h} Q^*_x, \bar{Q}_x \right] + [\Omega^*_y, \bar{Q}_y] \\
&- \left[\frac{6}{5G_{yz} h} Q^*_y, \bar{Q}_y \right] - [w^*, \bar{Q}]_{\epsilon} - [\Omega^*, \bar{M}]_{\epsilon} + [M^*, \bar{\Omega}]_{\sigma} + [Q^*, \bar{w}]_{\sigma} \quad (2.27)
\end{aligned}$$

eşitlikleri elde edilir. Buradaki köşeli parantezler bölgedeki iç çarpımı göstermektedir. $f = f(y)$ ve $g = g(y)$ bölgede tanımlı iki fonksiyon olarak kabul edilirse bunların iç çarpımları aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

$$[f, g] = \int_0^L fg dz \quad (2.28)$$

$[f, g]_0 = f.g$ Dinamik ve geometrik sınır

koşullarının verildiği noktalarda geçerli

$[f, g]_{\sigma} = f.g$ Dinamik sınır koşullarının

verildiği noktalarda geçerli

$[f, g]_{\epsilon} = f.g$ Geometrik sınır koşullarının

verildiği noktalarda geçerli

Denklem 2.26 ve Denklem 2.27 ifadeleri, Denklem 2.24'de karşılaştırıldığında,

$$\mu_{xy} E_y = \mu_{yx} E_x \quad (2.29)$$

Denklem 2.29 bağıntısı da göz önünde bulundurularak \mathbf{Q} operatörünün potansiyel olduğu görülür ve sınır koşulları da;

$$\begin{aligned} [Q, w]_0 &= [(Q_x n_x + Q_y n_y), w] \\ [M, \Omega]_0 &= [(M_x n_x + M_{xy} n_y), \Omega_x] + [(M_{xy} n_x + M_y n_y), \Omega_y] \end{aligned} \quad (2.30)$$

şeklinde elde edilmiş olur. Buradan da fonksiyonel;

$$I(y) = \int_0^l \langle Q(sy, y), y \rangle ds \quad (2.31)$$

şeklinde elde edilir. Burada s skaler bir büyüklüktür.[14] İşlemler yapılırsa fonksiyonel,

$$\begin{aligned} I(y) &= [M_x, \Omega_{x,x}] + [M_{xy}, \Omega_{x,y}] + [M_{xy}, \Omega_{y,x}] + [M_y, \Omega_{y,y}] \\ &\quad + [Q_x, \Omega_x] + [Q_y, \Omega_y] + [Q_x, w_x] + [Q_y, w_y] - [q, w] \\ &\quad - \frac{6}{E_x h^3} \left\{ [M_x, M_x] - 2\mu_{xy} [M_x, M_y] + \frac{\mu_{xy}}{\mu_{yx}} [M_y, M_y] \right\} \\ &\quad + \frac{6}{5E_x h} \left\{ \mu_{xz} [q, M_x] + \frac{\mu_{xy}\mu_{yz}}{\mu_{yx}} [q, M_y] \right\} - \frac{6}{G_{xy} h^3} [M_{xy}, M_{xy}] \\ &\quad - \frac{3}{5G_{xz} h} [Q_x, Q_x] - \frac{3}{5G_{yz} h} [Q_y, Q_y] - [M, \Omega]_\sigma - [Q, w]_\sigma \end{aligned} \quad (2.32)$$

olarak elde edilir.

3. ELEMAN MATRİSİNİN SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU KULLANILARAK ELDE EDİLMESİ

Sonlu eleman formülasyonu yapılırken değişik sonlu eleman tiplerini yapılabılır. İki boyutlu sonlu eleman dikdörtgen veya üçgen olarak seçilebildiği gibi bu tipler için lineeri quadratik ve kübik düzende nokta tanımlaması yapılabılır. Bunun için sonlu eleman fonksiyonelinin içinde bulunan en büyük türev derecesine bakılır ve buna göre şekil fonksiyonu belirlenir. Bu çalışmada dikdörtgen sonlu eleman tanımı kullanılarak çözümler yapılmıştır.

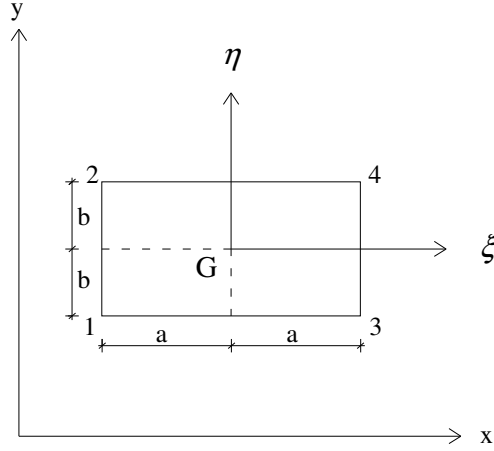
3.1. Dikdörtgen Sonlu Eleman Tanımı

İkinci bölümde elde edilen fonksiyonelde bir değişkene göre iki veya daha yüksek mertebeden türev bulunmadığı için tamlık ve süreklilik açısından bilineer biçim fonksiyonu yeterli görülerek bu çalışmada sonlu eleman için kenarlar boyunca ara noktaları olmayan "Dikdörtgen Sonlu Eleman" formülasyonu kullanılmıştır. [15] Sonlu elemanda, elemanın herhangi bir yerindeki bilinmeyenlerle, düğüm noktalarındaki bilinmeyenler arasında ilişki biçim fonksiyonları kullanılarak elde edilir. Böylelikle eleman matrisleri kolaylıkla elde edilmektedir.

Sonlu eleman tanımında eleman koordinatları ve eleman bilinmeyenlerini doğal koordinat sistemi kullanılarak ifade etmek mümkündür. Genel olarak koordinat yaklaşımı,

$$x = \sum_{i=1}^q \hat{\Psi}_i x_i \quad , \quad y = \sum_{i=1}^q \hat{\Psi}_i y_i \quad ; \quad \sum_{i=1}^q \hat{\Psi}_i = 1 \quad (3.1)$$

şeklindedir. Burada x , y herhangi bir düğüm noktasının elemandaki yerel koordinatları ve x_i , y_i de elemanın q_i düğüm noktalarının koordinatlarıdır. Yaklaşım fonksiyonları $\hat{\Psi}_i$ 'ler de elemanın doğal koordinat sisteminde her biri ± 1 aralığında değişen ξ , η değişkenleri cinsinden tanımlanmıştır. Bu $\hat{\Psi}_i$ 'lerin ana özelliği doğal koordinat sisteminde i düğüm noktasında birim olurken diğer düğüm noktalarında sıfır olmalarıdır.



Şekil 3.1. Global ve doğal koordinat sisteminde dikdörtgen eleman

şekil fonksiyonları;

$$\Psi_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i) \quad (3.2)$$

biçimindedir. Burada G dikdörtgen ağırlık merkezidir ve,

$$\xi = \frac{x - x_G}{a} \quad , \quad \eta = \frac{y - y_G}{b}$$

$$x_G = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2} \quad , \quad y_G = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{y_3 + y_4}{2} \quad (3.3)$$

$$\xi_1 = \xi_2 = \eta_1 = \eta_3 = -1 \quad , \quad \xi_3 = \xi_4 = \eta_2 = \eta_4 = 1$$

olur ve Denklem 3.2 her düğüm noktası için yazılırsa;

$$\Psi_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta)$$

$$\Psi_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \quad (3.4)$$

$$\Psi_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)$$

$$\Psi_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)$$

elde edilir. İkinci bölümde elde edilen fonksiyonel incelendiğinde, dikdörtgen eleman kullanılarak eleman matrisinin elde edilmesinde Denklem 3.4 deki ifadelerin $\partial/\partial x$ ve $\partial/\partial y$ kısmi türevlerine ihtiyaç duyulduğu görülür. Bu kısmi türevler zincir kuralına göre,

$$\frac{\partial \hat{\Psi}_i}{\partial x} = \frac{\partial \hat{\Psi}_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial \hat{\Psi}_i}{\partial y} = \frac{\partial \hat{\Psi}_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (3.5)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada,

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x - x_G}{a} \right) = \frac{1}{a} \quad , \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{y - y_G}{b} \right) = \frac{1}{b} \quad (3.6)$$

olduğuna gore Denklem 3.5,

$$\frac{\partial \hat{\psi}_i}{\partial x} = \frac{1}{a} \frac{\partial \hat{\psi}_i}{\partial \psi} \quad , \quad \frac{\partial \hat{\psi}_i}{\partial y} = \frac{1}{b} \frac{\partial \hat{\psi}_i}{\partial \eta} \quad (3.7)$$

Őeklini alır. Bu trev işlemleri $i = 1, 2, 3, 4$ ' e kadar yapılacak olursa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\Psi}_1}{\partial x} &= \frac{1}{4a} (-1 + \eta) \quad , \quad \frac{\partial \hat{\Psi}_1}{\partial y} = \frac{1}{4b} (-1 + \xi) \\ \frac{\partial \hat{\Psi}_2}{\partial x} &= \frac{1}{4a} (-1 - \eta) \quad , \quad \frac{\partial \hat{\Psi}_2}{\partial y} = \frac{1}{4b} (1 - \xi) \\ \frac{\partial \hat{\Psi}_3}{\partial x} &= \frac{1}{4a} (1 - \eta) \quad , \quad \frac{\partial \hat{\Psi}_3}{\partial y} = \frac{1}{4b} (-1 - \xi) \\ \frac{\partial \hat{\Psi}_4}{\partial x} &= \frac{1}{4a} (1 + \eta) \quad , \quad \frac{\partial \hat{\Psi}_4}{\partial y} = \frac{1}{4b} (1 + \xi) \end{aligned} \quad (3.8)$$

ifadeleri elde edilir. Şekil fonksiyonu ifadeleri ile bunların kısmi türevlerinin dikdörtgen eleman üzerinde alan integrasyonu eleman matrisinin hesaplanmasında gerekmektedir. Hesaplamalar yapıldığında,

$i = 1, \dots, 4$, $j = 1, \dots, 4$ olmak üzere,

$$[k_1] = \int_A \hat{\Psi}_i \hat{\Psi}_j dA = \begin{bmatrix} 4ab/9 & 4ab/18 & 4ab/18 & 4ab/36 \\ 4ab/18 & 4ab/9 & 4ab/36 & 4ab/18 \\ 4ab/18 & 4ab/36 & 4ab/9 & 4ab/18 \\ 4ab/36 & 4ab/18 & 4ab/18 & 4ab/9 \end{bmatrix} \quad (3.9.a)$$

$$[k_2] = \int_A \frac{\partial \hat{\Psi}_i}{\partial x} \hat{\Psi}_j dA = \begin{bmatrix} -b/3 & -b/6 & -b/3 & -b/6 \\ -b/6 & -b/3 & -b/6 & -b/3 \\ b/3 & b/6 & b/3 & b/6 \\ b/6 & b/3 & b/6 & b/3 \end{bmatrix} \quad (3.9.b)$$

$$[k_3] = \int_A \frac{\partial \hat{\Psi}_i}{\partial y} \hat{\Psi}_j dA = \begin{bmatrix} -a/3 & -a/3 & -a/6 & -a/6 \\ a/3 & a/3 & a/6 & a/6 \\ -a/6 & -a/6 & -a/3 & -a/3 \\ a/6 & a/6 & a/3 & a/3 \end{bmatrix} \quad (3.9.c)$$

elde edilir.

3.2. Ortotrop Kalın Plak İçin Eleman Matrisinin Elde Edilmesi

Eleman matrisinin hesaplanmasında gerekli olan integral ifadeleri üçüncü bölümdeki Denklem 3.9.a , Denklem 3.9.b ve Denklem 3.9.c' de elde edilmişti, bu ifadeler kullanılarak dikdörtgen eleman matrisi genel olarak elde edilmiştir. Denklem 3.9 ifadelerinde i satırlara, j sütunlara karşı gelen indislerdir. Bunlara göre eleman matrisi,

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= -\frac{6}{E_x h^3} \quad , \quad \gamma_2 = \frac{12\mu_{xy}}{E_x h^3} \quad , \quad \gamma_3 = -\frac{6\mu_{xy}}{\mu_{yx} E_x h^3} \\ \gamma_4 &= -\frac{6}{G_{xy} h^3} \quad , \quad \gamma_5 = -\frac{3}{5G_{xz} h} \quad , \quad \gamma_6 = -\frac{3}{5G_{yz} h} \\ \gamma_7 &= -\frac{6\mu_{xz}}{5E_x h} \quad , \quad \gamma_8 = -\frac{6\mu_{xy}\mu_{yz}}{5\mu_{yx} E_x h} \end{aligned} \quad (4.1)$$

olmak üzere,

$$\begin{array}{cccccccc}
M_x & M_y & M_{xy} & Q_x & Q_y & \Omega_x & \Omega_y & w \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
\left[\begin{array}{cccccccc}
-2\gamma_1[k_1] & \gamma_2[k_1] & 0 & 0 & 0 & [k_2]^T & 0 & 0 \\
\gamma_2[k_1] & 2\gamma_3[k_1] & 0 & 0 & 0 & 0 & [k_3]^T & 0 \\
0 & 0 & 2\gamma_4[k_1] & 0 & 0 & [k_3]^T & [k_2]^T & 0 \\
0 & 0 & 0 & 2\gamma_5[k_1] & 0 & [k_1] & 0 & [k_2]^T \\
0 & 0 & 0 & 0 & 2\gamma_6[k_1] & 0 & [k_1] & [k_3]^T \\
[k_2]^T & 0 & [k_3]^T & [k_1] & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & [k_3]^T & [k_2]^T & 0 & [k_1] & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & [k_2]^T & [k_3]^T & 0 & 0 & 0
\end{array} \right] & (4.2)
\end{array}$$

4.2 ifadesi ve yük vektörü de;

$$\left[\begin{array}{c}
\gamma_7[k_1]q \\
\gamma_8[k_1]q \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
[k_1]q
\end{array} \right] \quad (4.3)$$

şeklinde elde edilir.

4. STATİK ANALİZ

3. Bölümde sonlu eleman formuna uygun olarak elde edilen eleman matrisi kullanılarak, değişik sınır koşullarına sahip ortotrop kalın plakların statik analizini yapmak mümkündür. Bu analizin yapılabilmesi için Fortran dilinde bir program geliştirilmiştir. Program kodlama ile eleman matrisindeki bilgileri sistem matrisine aktarmaktadır. Oluşturulan sistem matrisi kullanılarak da ortotrop kalın plakların, statik analizi yapılabilir.

4.1. Yaklaşım Testi

Literatürde çeşitli sınır koşullarına sahip plakların kesin ve yaklaşık çözümlerini veren çok sayıda yayın bulmak mümkündür. Sonlu eleman formuna uygun olarak 4.2 ve 4.3 ifadelerinden yararlanılarak sistem matrisi elde edilmiş, tüm kenarlarından basit ve ankastre mesnetlenmiş plaklara uygulanmıştır. Simetri koşulları kullanılarak dörtte bir plak için elde edilen sonuçlarda, eleman sayısı artırılarak bazı büyüklükler için kesin çözümlere yaklaşım incelenmiş ve yaklaşımın alt ve üst limitleri olduğu gözlenmiştir. Benzer yaklaşım, [16] çalışmasında da elde edilmiştir.

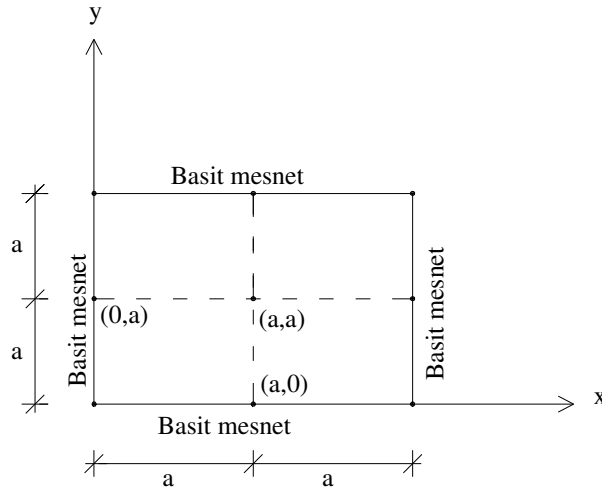
Ortotrop plaklar için elde edilen eleman matrisinin ve geliştirilen programın geçerliliğini görebilmek için öncelikle $E_x = E_y = E$, $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = G$ ve $\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = \mu$ kabul edilerek izotrop plağın statik analizi yapılmış ve literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçların uyumluluğu gözlemlendikten sonra da ortotrop kalın plaklar için çözüm yapılmıştır.

4.1.1. İzotrop Kalın Plaklar

İzotrop kalın plakların çözümü dört tarafından basit ve ankastre mesnetli plaklar için yapılmış ve literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılmıştır..

4.1.1.1. Kenarlarından Basit Mesnetli Üniform Yüke Maruz İzotrop Kalın Plaklar

Basit mesnetli izotrop kalın plakların çözümü için, Denklem (4.2)'deki eleman matrisi, $w = 0$, $M_n = 0$, $\Omega_t = 0$ sınır koşulları kullanılarak, kodlama ile sistem matrisi elde edilmiştir. Sistem matrisi, farklı eleman sayıları için elde edilmiş ve formülasyonun stabilitesini göstermek üzere sonuçlar Tablo 4.1'de farklı eleman sayıları için w çökme ve M_x momenti için boyutsuz olarak verilmiştir ve literatürdeki mevcut çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Tabloda yer alan boyutsuz büyüklükler için, tek ve çift sayılı elemanlara göre yaklaşım Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'de grafik olarak gösterilmiştir. Yaklaşımın, tek ve çift sayılı elemanlara göre, alt ve üst limitleri olduğu gözlenmiştir. Benzer gözlem daha önce, [16] çalışmasında da vurgulanmıştır.



Şekil 4.1. : Kenarlarından Basit Mesnetli Dikdörtgen Plak

Tablo 4.1. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop kalın plakta eleman sayına göre çökme ve moment değerleri ($\mu = 0.3, 2a/h = 5$)

NE	$\bar{w}(a, a)$ $(w_{\max} Eh^3 / qa^4) \times 10^2$	$\bar{M}_x(a, a)$ $(M_{x_{\max}} / qa^2) \times 10^2$
4	5.3280	4.5730
9	5.5720	5.2280
16	5.2630	4.7720
25	5.3400	5.0080
36	5.2390	4.8130
49	5.2780	4.9310
64	5.2320	4.8290
81	5.2550	4.8980
100	5.2240	4.8360
121	5.2440	4.8820
144	5.2240	4.8390
169	5.2360	4.8700
196	5.2200	4.8400
225	5.2310	4.8670

[1] *	5.3556	-
K [6] **	5.4352	4.790
R-M [6] ***	5.4496	4.780
H [6] ****	5.2416	4.850

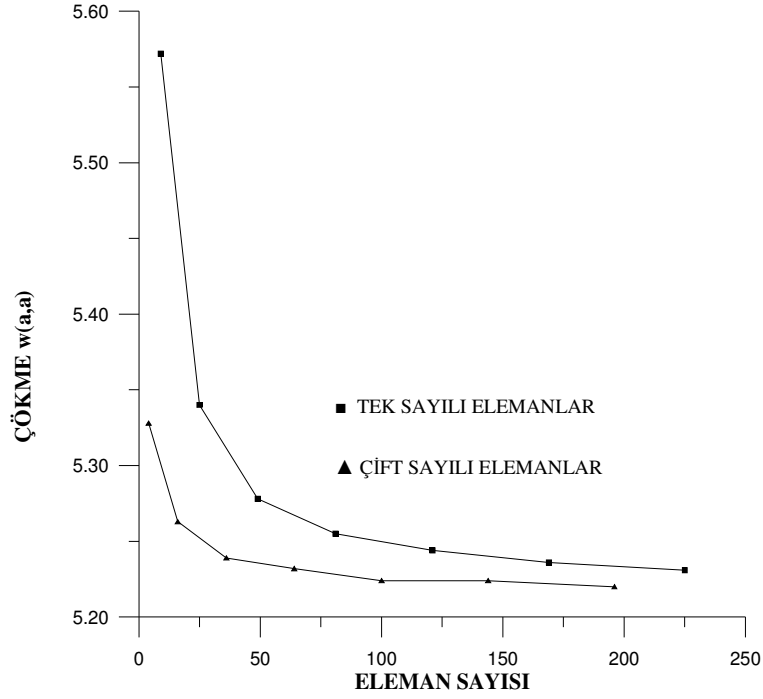
* Kayma Deformasyonu teorisi

** Klasik plak teorisi

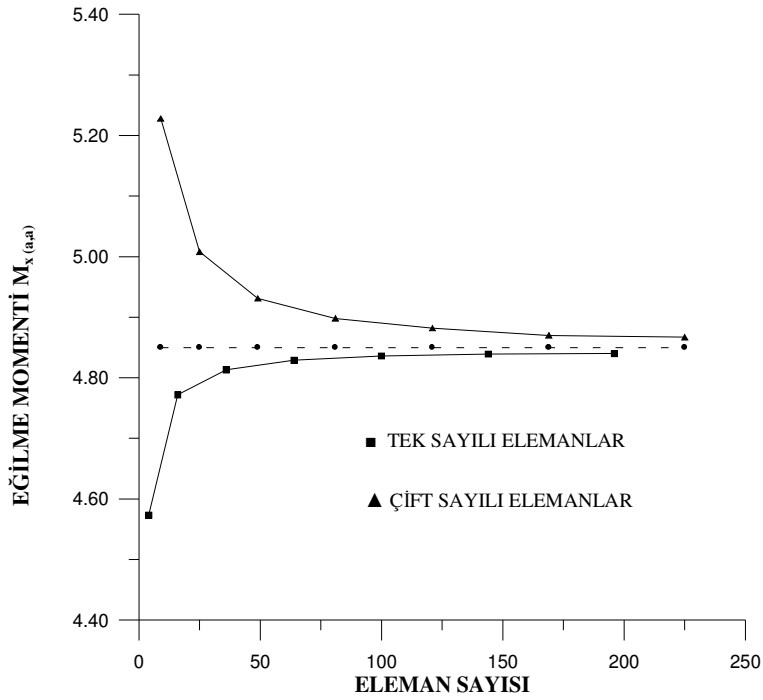
*** Reissner-Mindlin teorisi

**** Yüksek mertebe teorisi

(NE Eleman sayısı)



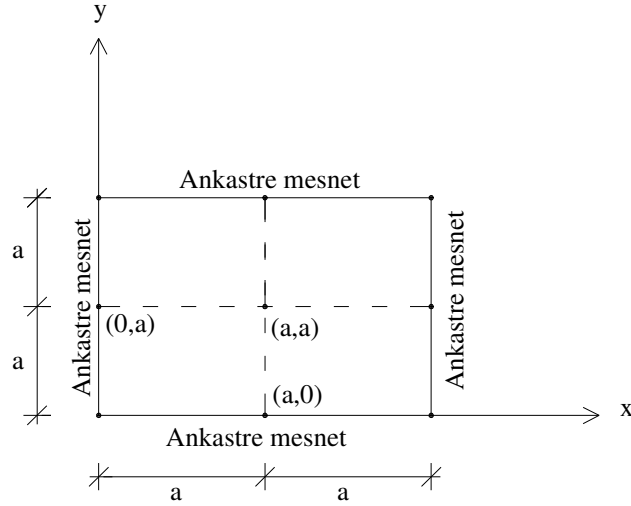
Şekil 4.2. : İzotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta çökme için yaklaşım testi



Şekil 4.3. : İzotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta eğilme momenti için yaklaşım testi

4.1.1.2. Kenarlarından Ankastre Mesnetli Üniform Yüke Maruz İzotrop Kalın Plaklar

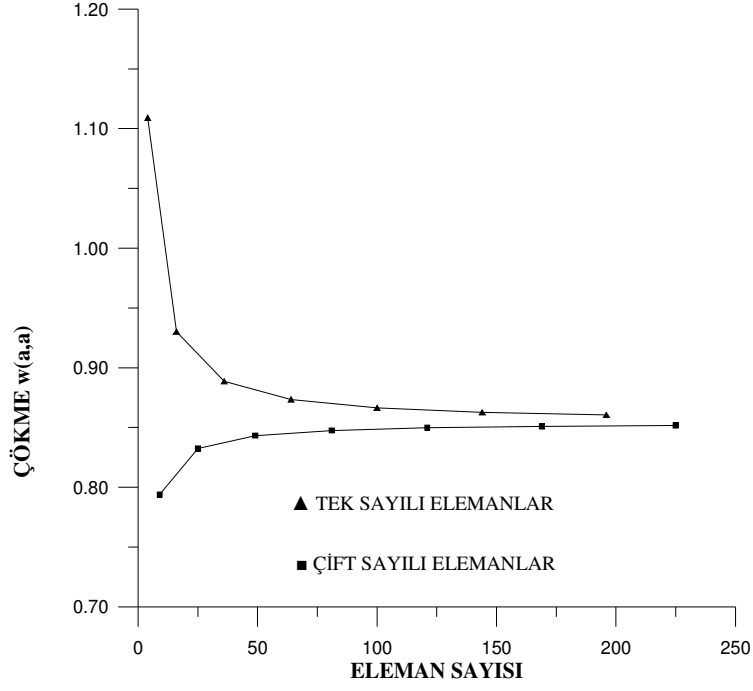
Ankastre mesnetli izotrop kalın plakların çözümü için, yine Denklem (4,2)'deki eleman matrisi, $w = 0$, $\Omega_x = 0$, $\Omega_y = 0$ sınır koşulları ile birlikte kullanılarak, kodlama ile sistem matrisi elde edilmiştir. Farklı eleman ağı için çözüm yapıldığında, tek ve çift eleman sayıları için basit mesnetli kalın plaklar için elde edilen sonuçlarla benzer karakterde olduğu gözlenmiştir. Sonuçlar boyutsuz olarak Tablo (4.2) ve Şekil (4.5), Şekil (4.6) ve Şekil (4.7)'de çökme eğilme ve ankastrelik momentler için verilmiştir.



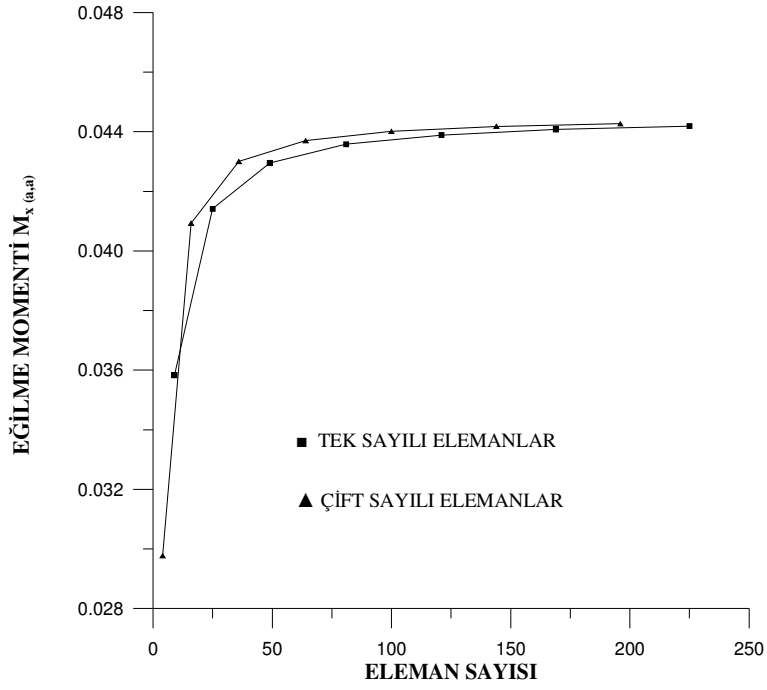
Şekil 4.4. : Kenarlarından ankastre mesnetli dikdörtgen plak

Tablo 4.2. : Kenarlarından Ankastre Mesnetli Üniform Yayılı Yüke Maruz İzotrop kalın plakta eleman sayına göre çökme ve moment değerleri ($\mu = 0.3, 2a/h = 5$)
(Dörtte bir plak)

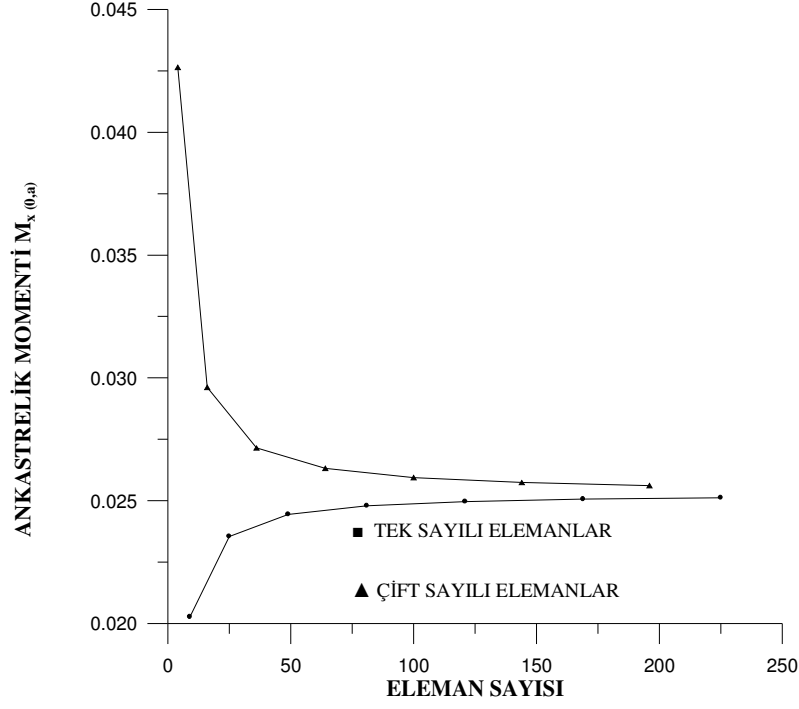
NE	$\bar{w}(a,a)$ $\bar{w} = w(h^3 E_y / qa^4) 10^2$	$\bar{M}_x(0,a)$ $\bar{M}_x = M_x / qa^2$	$\bar{M}_x(a,a)$ $\bar{M}_x = M_{x(a,a)} / qa^2$
4	1.1091	0.02977	0.04264
9	0.7938	0.03583	0.02027
16	0.9301	0.04093	0.02961
25	0.8324	0.04141	0.02355
36	0.8886	0.04300	0.02715
49	0.8432	0.04295	0.02444
64	0.8735	0.04370	0.02632
81	0.8475	0.04358	0.02479
100	0.8665	0.04401	0.02594
121	0.8497	0.04389	0.02496
144	0.8626	0.04418	0.02574
169	0.8509	0.04408	0.02506
196	0.8604	0.04427	0.02562
225	0.8516	0.04419	0.02512



Şekil 4.5. : İzotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta w çökme için yaklaşım testi



Şekil 4.6. : İzotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_x eğilme momenti için yaklaşım testi



Şekil 4.7. : İzotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz

kalın plakta M_x ankastrelik momenti için yaklaşım testi

4.1.2. Ortotrop Kalın Plaklar

İzotrop plakların çözümü ile kullanılan programın doğruluğu test edilmiş ve ortotrop kalın plakların çözümüne geçilmiştir. Kullanılan yöntemin ortotrop plaklar için de stabilitesini göstermek için, değişik eleman ağları için basit ve ankastre mesnetli ortotrop kalın plaklar çözülmüş ve sonuçlar literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma yapılan problemlerde, $E_x/E_y = 25$; $\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0.25$; $G_{xy} = G_{xz} = 0.5E_y$; $G_{yz} = 0.2E_y$; $2a/h = 5$ olarak alınmıştır. Çökme için boyutsuz büyüklük, $\bar{w} = w(E_y h^3 / qa^4) \times 10^2$, moment için de $\bar{M}_x = M_x / qa^4$ şeklinde kullanılmıştır ve tablolar boyutsuz büyüklüklere göre oluşturulmuştur.

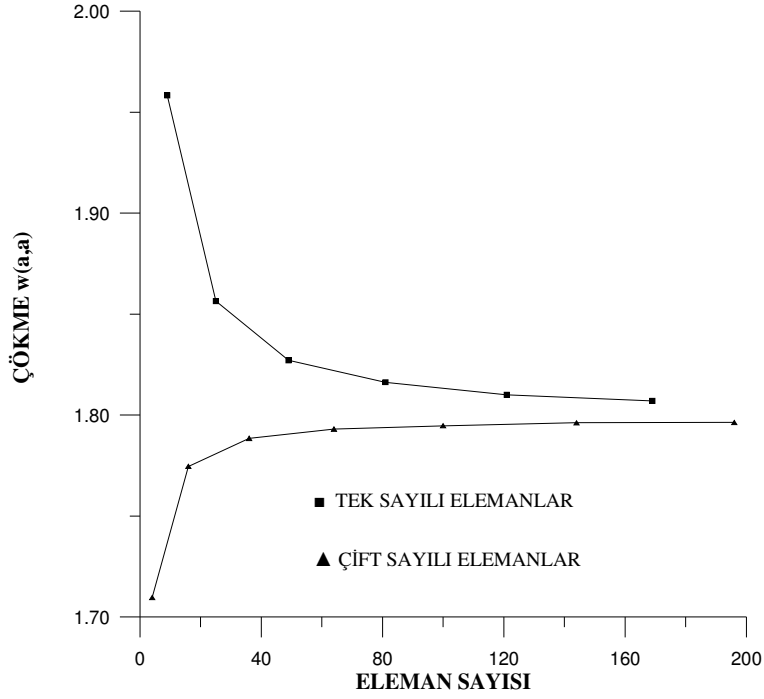
4.1.2.1. Kenarlarından Basit Mesnetli Üniform Yüke Maruz Ortotrop Kalın Plaklar

Basit mesnetli ortotrop kalın plakların çözümü için, Denklem (4.2)'deki eleman matrisi, $w = 0$, $M_n = 0$, $\Omega_t = 0$ sınır koşulları ile birlikte kullanılarak, kodlama ile sistem matrisi elde edilmiştir. Sistem matrisi farklı eleman sayıları için çözülmüş ve sonuçlar boyutsuz olarak Tablo 4.3'de verilmiştir. Tek ve çift sayılar için Şekil 4.8, Şekil 4.9, Şekil 4.10'daki grafikler incelendiğinde yaklaşımın, karakter olarak izotrop kalın plaklarda elde edilen sonuçlara benzediği gözlenmiştir.

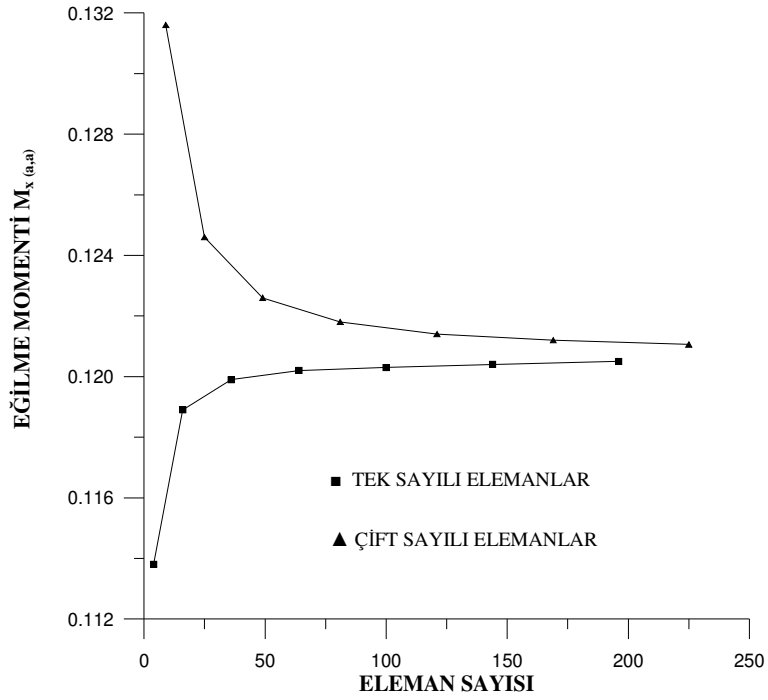
Tablo 4.3. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta eleman sayına göre çökme ve moment değerleri

NE	$\bar{w}(a,a)$		$\bar{M}_x(a,a)$		$\bar{M}_y(a,a)$	
	$\bar{w} = w(h^3 E_y / qa^4) 10^2$		$\bar{M}_x = M_{x(a,a)} / qa^2$		$\bar{M}_y = M_{y(a,a)} / qa^2$	
	MÇ	Reddy [1]	MÇ	Reddy [1]	MÇ	Reddy [1]
4	1.7097	1.8159	0.1138	0.1206	0.00852	0.01093
9	1.9584		0.1316		0.01248	
16	1.7746		0.1189		0.00996	
25	1.8565		0.1246		0.01151	
36	1.7885		0.1199		0.01042	
49	1.8271		0.1226		0.01120	
64	1.7931		0.1202		0.01061	
81	1.8163		0.1218		0.01107	
100	1.7947		0.1203		0.01069	
121	1.8101		0.1214		0.01100	
144	1.7962		0.1204		0.01074	
169	1.8070		0.1212		0.01096	
196	1.7963		0.1205		0.01077	
225	1.8039		0.12106		0.01093	

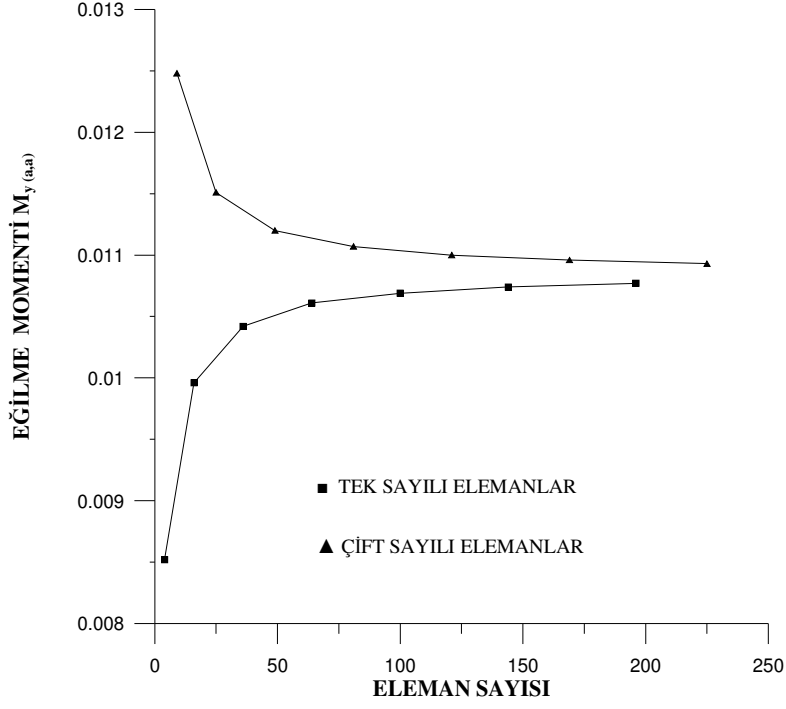
MÇ Mevcut çalışma



Şekil 4.8. : Ortotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta w çökme için yaklaşım testi



Şekil 4.9. : Ortotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_x eğilme momenti için yaklaşım testi



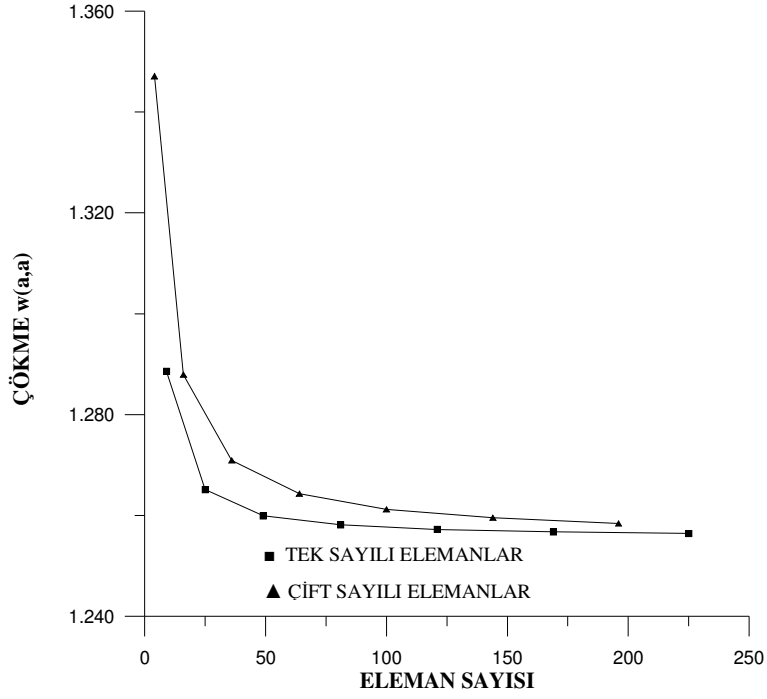
Şekil 4.10. : Ortotrop kenarlarından basit mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_y eğilme momenti için yaklaşım testi

4.1.2.2. Kenarlarından Ankastre Mesnetli Üniform Yüke Maruz Ortotrop Kalın Plaklar

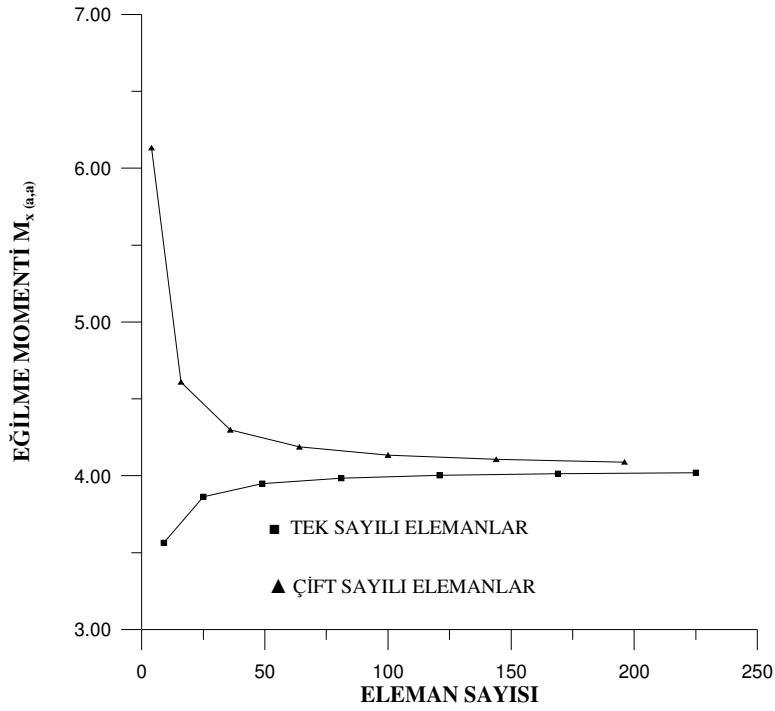
Ankastre mesnetli ortotrop kalın plakların çözümü için, yine Denklem (4.2)'deki eleman matrisi, $w = 0$, $\Omega_n = 0$, $\Omega_t = 0$ sınır koşulları ile birlikte kullanılarak, kodlama ile sistem matrisi elde edilmiştir. Farklı eleman ağırları için çözüm yapılmış ve sonuçlar Tablo 4.4'de verilmiştir. Sonuçlar Şekil 4.11, Şekil 4.12, Şekil 4.13, Şekil 4.14 ve Şekil 4.15'te çökme, eğilme ve ankastrelik moment değerleri için verilmiştir.

Tablo 4.4. : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop plakta eleman sayına göre çökme ve moment değerleri

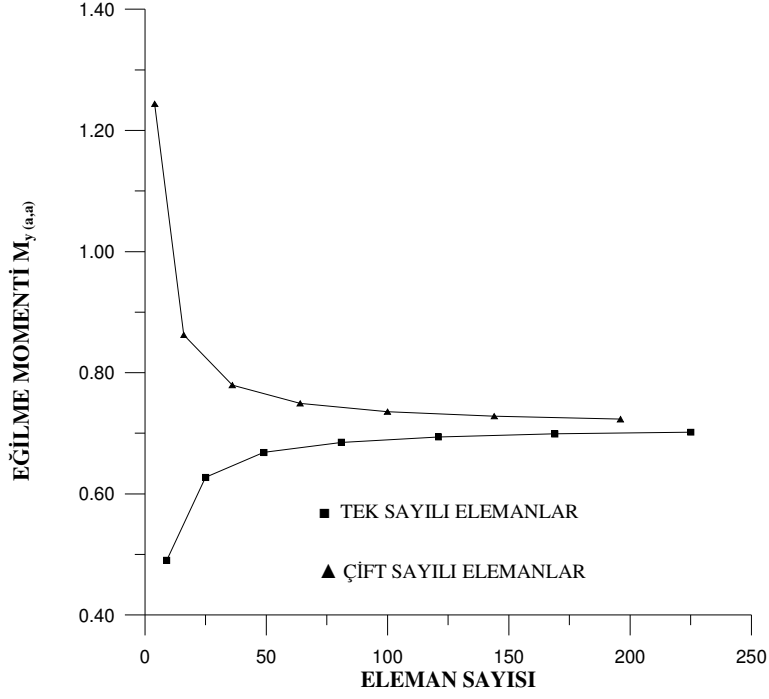
NE	$\bar{w}(a,a)$ $\bar{w} = w(h^3 E_y / qa^4) 10^2$	$\bar{M}_x(a,a)$ $\bar{M}_x = M_{x(a,a)} / qa^2$	$\bar{M}_y(a,a)$ $\bar{M}_y = M_{y(a,a)} / qa^2$	$\bar{M}_x(0,a)$ $\bar{M}_x = M_{x(a,0)} / qa^2$	$\bar{M}_y(a,0)$ $\bar{M}_y = M_{y(a,0)} / qa^2$
4	1.3471	6.1333	1.2439	5.6111	0.9833
9	1.2886	3.5628	0.4905	6.7611	1.5061
16	1.2879	4.6089	0.8622	7.0944	1.6678
25	1.2651	3.8628	0.6272	7.2500	1.8022
36	1.2709	4.2983	0.7794	7.3444	1.8339
49	1.2599	3.9483	0.6683	7.3889	1.8872
64	1.2643	4.1867	0.7494	7.4333	1.8950
81	1.2581	3.9844	0.6850	7.4500	1.9222
100	1.2612	4.1339	0.7356	7.4722	1.9239
121	1.2572	4.0022	0.6939	7.4778	1.9400
144	1.2595	4.1056	0.7283	7.4889	1.9400
169	1.2567	4.0133	0.6989	7.4944	1.9500
196	1.2584	4.0883	0.7233	7.5000	1.9444
225	1.2564	4.0200	0.7017	7.5056	1.9567



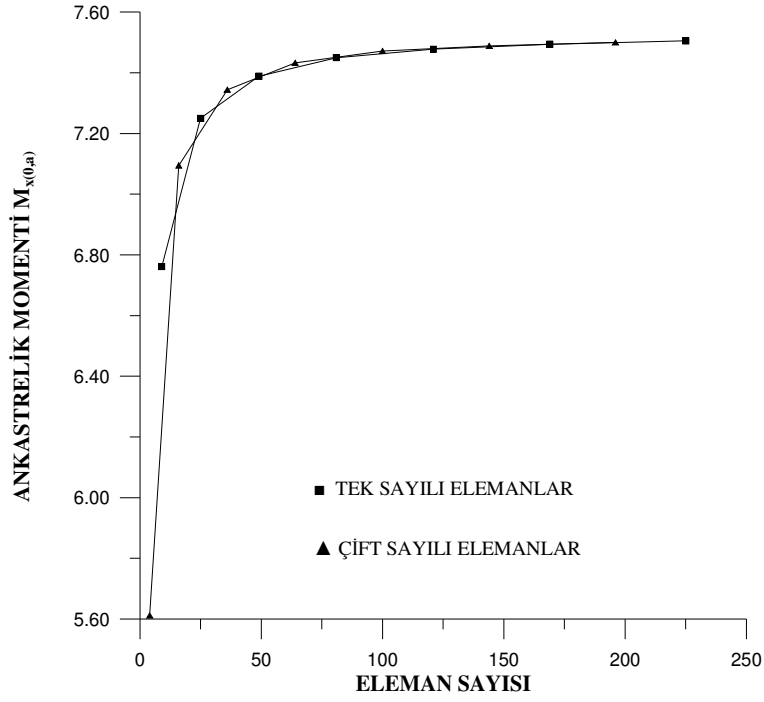
Şekil 4.11. : Ortotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta w çökme için yaklaşım testi



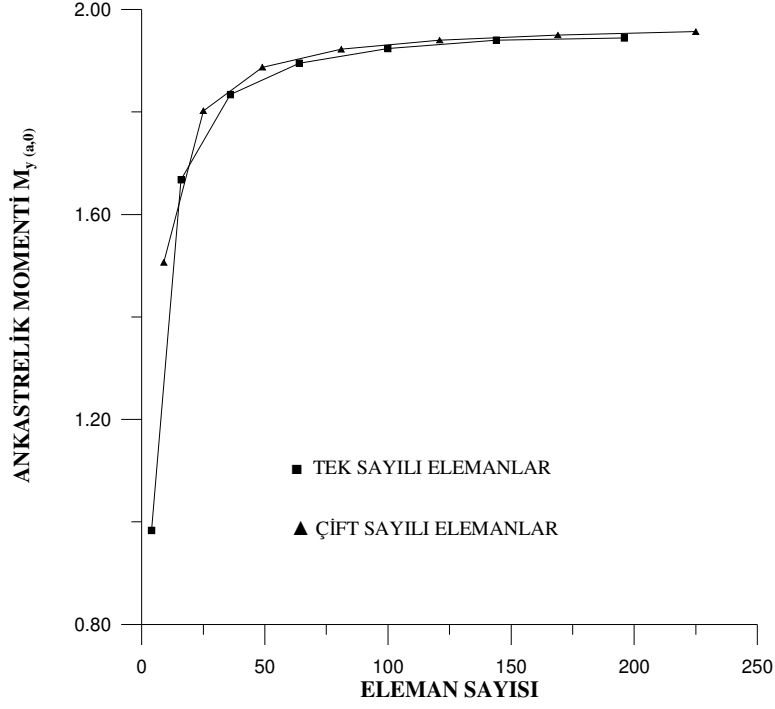
Şekil 4.12. : Ortotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_x eğilme momenti için yaklaşım testi



Şekil 4.13. : Ortotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_y eğilme momenti için yaklaşım testi



Şekil 4.14. : Ortotrop kenarlarından ankastre mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_x ankastrelik momenti için yaklaşım testi



Şekil 4.15. : Ortotrop kenarlarından ankastret mesnetli üniform yüke maruz kalın plakta M_y ankastrelik momenti için yaklaşım testi

4.2. Kalınlık Değişiminin Sonuçlara Etkisi

Plak kalınlığındaki değişimin sonuçlar üzerindeki etkisi incelenmiş ve plak kalınlığı azaldıkça kayma kilitlenmesi olarak bilinen önemli bir problemin söz konusu olmadığı gözlemlenmiştir. Bu durumu daha açık bir şekilde ortaya koyabilmek için değişik kalınlıklı izotrop ve ortotrop kalın plak problemleri incelenmiştir.

4.2.1. İzotrop Kalın Plaklar

Değişik kalınlıklara sahip, izotrop dört tarafından basit ve ankaste mesnetlenmiş üniform yayılı yüke maruz plak için çözülmüş ve sonuçlar literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

Karşılaştırma [1] ve [5] nolu çalışma ile yapılmış, literatürde mevcut diğer çalışmalarla da uyumlu olduğu gözlemlenmiştir.

4.2.1.1. Kenarlarından Basit Mesnetli Üiform Yüke Maruz İzotrop Kalın Plaklar

Dört tarafından basit mesnetli plakta, farklı plak kalınlıkları için çözüm yapılmış ve sonuçlar boyutsuz parametrelerle Tablo 4.5’de verilmiştir. Tabloda [5] nolu çalışmada detaylı olarak incelenen Reissner ve Mindlin teorilerinin sayısal karşılaştırılmasını da görmek mümkündür.

Tablo 4.5. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme ve moment değerleri (Poisson oranı $\mu = 0.3$)

$2a/h$	$\bar{w}(a,a)$ $\bar{w} = wD/qa^4$					$\bar{M}_x(a,a)$ $\bar{M}_x = M_x/qa^2$		
	Lee ve arkadaşları [5]*	MÇ**	Salerno& Goldberg [5]**	Wang ve arkadaşları [5]**	[1]***	Lee ve arkadaşları [5]*	Wang ve arkadaşları [5]**	MÇ**
5	0.00490	0.00478	0.00478	0.00478	0.00490	0.00479	0.0491	0.04842
10	0.00427	0.00424	0.00424	0.00424	0.00427	0.00479	0.0482	0.04797
20	0.00411	0.00411	0.00411	0.00411	0.00411	0.00479	0.0480	0.04786
100	0.00406	0.00406	0.00406	0.00406	0.00406	0.00479	0.0479	0.04782

* Mindlin Plak Teorisi,

** Reissner plak Teorisi,

*** Kayma Deformasyon Teorisi.

Bu çalışmada elde edilen sonuçların, [5]’de Reissner teorisine göre elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu açıkça görülmektedir. Mindlin ile Reissner teorilerine göre karşılaştırılma yapıldığında ise sonuçların birebir aynı olmadığı açıktır. Bu durum da, [5]’de vurgulandığı gibi Reissner-Mindlin plak teorisi ifadesinin kullanımının doğru olmadığını söylemek mümkündür.

4.2.1.2. : Kenarlarından Ankastre Mesnetli Üniform Yüke Maruz İzotrop Kalın Plaklar

Dört tarafından ankastre mesnetli plakta, farklı plak kalınlık oranları için elde edilen maksimum çökme eğilme ve ankastrelik moment değerleri boyutsuz olarak Tablo 4.6'da boyutsuz olarak verilmiştir. Literatürdeki çalışmalarla uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.6. : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme ve moment değerleri ($\mu = 0.3$)

$2a/h$	ÇÖZÜMLER	$\bar{w}(a,a)$ $w_{\max} D^3 / qa^4$	$\bar{M}_x(a,a)$ $M_x / qa^2 \times 10^2(a,a)$	$\bar{M}_y(0,a)$ $-M_y / qa^2 \times 10^2(0,a)$
5	MÇ	2.1880	2.5600	4.4300
	CFS. [17]	2.1470	2.4100	4.4300
	LMT [17]	2.1400	2.3900	-
	FEM [17]	2.0540	2.4300	4.5400
10	MÇ	1.5240	2.4100	4.8800
	CFS. [17]	1.4950	2.4900	4.5400
	LMT [17]	1.4710	2.3600	-
	FEM [17]	1.4700	2.4000	4.7500
100	MÇ	1.2890	2.3500	5.1200
	CFS. [17]	1.2700	2.4700	4.4900
	LMT [17]	1.2330	2.3300	-
	FEM [17]	1.2500	2.3700	4.2400
	İnce Plak [17]	1.2600	2.3100	5.1300

MÇ Karışık sonlu eleman metodu

CFS Kapalı çözüm

LMT Lagrange çarpanı metodu

FEM Sonlu elemanlar metodu

4.2.2. Ortotrop Kalın Plaklar

Ortotrop plaklar, farklı mesnet koşulları ve kalınlıklar için incelenmiş ve literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Çözüm $E_x/E_y = 3$, $G_{xy} = G_{xz} = 0.5E_y$, $G_{yz} = 0.2E_y$, $\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0.3$ değerlerine göre yapılmıştır.

4.2.2.1. Kenarlarından Basit Mesnetli Üniform Yüke Maruz Ortotrop Kalın Plaklar

Dört kenarından basit mesnetli ortotrop plaklar farklı kalınlıklar için çözülmüş ve elde edilen sonuçlar boyutsuz parametrelerle Tablo (4.7) ve Tablo (4.8)'de verilmiştir. Literatürdeki mevcut diğer çalışmalarla uyumlu olduğu da Tablo (4.7) ve Tablo (4.8)'daki değerlerle gösterilmiştir.

Tablo 4.7. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta çökme ve moment değerleri ($b/a = 1$, $2a/h = 100$)

ÇÖZÜMLER	$\bar{w}(a,a)$ $(wD^*/qa^4) \times 10^3$	$\bar{M}_x(a,a)$ $(M_x/qa^2) \times 10$	$\bar{M}_y(a,a)$ $(M_y/qa^2) \times 10$
MÇ*	3.09369	0.76278	0.27483
MFEM* [8]	3.09010	0.76260	0.27680
Reddy [8]	3.04160	0.76320	0.27580
Reddy [1]	3.08760	0.76280	0.27550
PLTEOR4 [10]	3.10060	0.77026	0.27760
PLTEOR9 [10]	3.08920	0.76300	0.27550

* Karışık Sonlu Eleman Metodu

PLTEOR4 4 Düğüm noktalı sonlu eleman

PLTEOR9 9 Düğüm noktalı sonlu eleman

Tablo 4.8. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme, moment ve kesme kuvveti değerleri (196 dörtte bir eleman)

Boyutsuz çökme ve moment ifadeleri; $\bar{w} = w(E_y h^3 / qa^4) \times 10^2$, $\bar{M}_x = M_x / qa^2 \times 10^2$

$2a/h$	$\bar{w}(a,a)$ wD/qa^4		$\bar{M}_x(a,a)$ M_x/qa^2		$\bar{M}_y(a,a)$ M_y/qa^2	
	MÇ*	R-M** [6]	MÇ*	R-M** [6]	MÇ*	R-M** [6]
5	0.0389	0.0344	0.0777	0.0698	0.0271	0.0269
10	0.0319	0.0294	0.0766	0.0711	0.0274	0.0262
20	0.0301	0.0282	0.0763	0.0715	0.0275	0.0259
50	0.0296	0.0278	0.0763	0.0716	0.0275	0.0259
100	0.0296	0.0278	0.0763	0.0716	0.0275	0.0259

$2a/h$	$Q_x(a,0)$ Q_x/qa		$Q_y(0,a)$ Q_y/qa	
	MÇ*	R-M** [6]	MÇ*	R-M** [6]
5	0.413	0.3982	0.259	0.2669
10	0.413	0.4012	0.264	0.2643
20	0.413	0.4021	0.265	0.2637
50	0.413	0.4023	0.265	0.2634
100	0.413	0.4024	0.265	0.2635

* Reissner teorisi

** Reissner-Mindlin teorisi.

4.2.2.2. Kenarlarından Ankastre Mesnetli Üiform Yüke Maruz Ortotrop Kalın Plaklar

Dört kenarından ankastre mesnetli ortotrop plaklar farklı kalınlıklar için çözülmüş ve elde edilen sonuçlar boyutsuz parametrelerle Tablo (4.9)'da verilmiştir. Literatürdeki mevcut diğer çalışmalarla da uyumlu olduğu gözlenmiştir, bu karşılaştırma da Tablo (4.10)'de verilmiştir.

Tablo 4.9. : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme ve moment değerleri ($\bar{w} = w(E_y h^3 / qa^4) \times 10^2$, $\bar{M}_x = M_x / qa^2 \times 10^2$)

$2a/h$	$\bar{w}(a, a)$	$\bar{M}_x(a, a)$	$\bar{M}_y(a, a)$	$\bar{M}_x(a, 0)$	$\bar{M}_y(a, 0)$
5	1.2584	4.0883	0.7233	-7.5000	-1.9494
10	0.4396	4.3806	0.3218	-8.4389	-1.4989
20	0.2134	4.5039	0.1385	-8.7778	-1.2172
50	0.1469	4.5183	0.0811	-8.8111	-1.1083
100	0.1373	4.5183	0.0732	-8.8111	-1.0922

Tablo 4.10. : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta çökme ve moment değerleri ($2a/h = 100$)

ÇÖZÜMLER	$\bar{w}(a, a)$ (wD^* / qa^4) $\times 10^3$	$\bar{M}_x(a, a)$ (M_x / qa^2) $\times 10$	$\bar{M}_x(a, 0)$ (M_x / qa^2) $\times 10$
MÇ*	0.86337	0.34310	0.11280
MFEM* [8]	0.86120	0.34600	0.11240
Reddy [8]	0.83880	0.34190	0.11140
Reddy [1]	0.84560	0.33570	0.11000
Plteor4 [10]	8.64700	3.47800	1.12900
Plteor9 [10]	8.47900	3.36300	1.10000

* Karışık Sonlu Eleman Metodu

PLTEOR4 4 düğüm noktalı sonlu eleman

PLTEOR9 9 düğüm noktalı sonlu eleman

4.2.3. Kalınlık Değişiminin İzotrop-Ortotrop Plaklar Üzerindeki Etkisinin Değerlendirilmesi

Basit mesnetli izotrop ve ortotrop plaklar için $2a/h=10$ ve $2a/h=100$ oranlarına göre elde edilen maksimum boyutsuz çökme ($\bar{w} = w(E_y h^3 / qa^4) \times 10^2$) değerleri karşılaştırılmış ve izotrop plaklarda kalınlığın etkisi %4.35 iken, ortotrop plaklarda bu etkinin %47.9 mertebesine ulaştığı gözlenmiştir. Bu da, kalınlığın etkisinin ortotrop plaklarda izotrop plaklara göre daha fazla olduğunu göstermektedir. Basit mesnetli izotrop-ortotrop plaklar için elde edilen sonuçlar boyutsuz olarak Tablo 4.11'de verilmiştir. Benzer sonuç [1]'de de elde edilmiştir.

Tablo 4.11. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop-ortotrop plaklarda çökme değerleri karşılaştırılması

	$2a/h$	5	10	20	50	100
$\bar{w}(a, a)$	İzotrop	5.2200	4.6370	4.4905	4.4481	4.4433
	Ortotrop	1.7962	0.9479	0.7249	0.6613	0.6523

4.3. Farklı Kalınlık ve E_x/E_y Oranları İçin Ortotrop Kalın Plakların Çözümü

Literatürdeki mevcut çalışmalarda, ortotrop plak çözümlerinde farklı kalınlık ve E_x/E_y oranlarının sonuçlara etkisi incelenmiştir. Benzer çalışma $2a/h=5, 10, 20, 50, 100$ ve $E_x/E_y=1; 1.5; 3; 10; 25; 40$ için dört tarafından basit ve ankastre mesnetli plaklar için yapılmıştır. Çözümlerde $G_{xy} = G_{xz} = 0.5E_y$, $G_{yz} = 0.2E_y$, $\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0.3$ alınmıştır.

4.3.1. Dört Kenarından Basit Mesnetli Üniform Yüke Maruz Kalın Ortotrop Plak

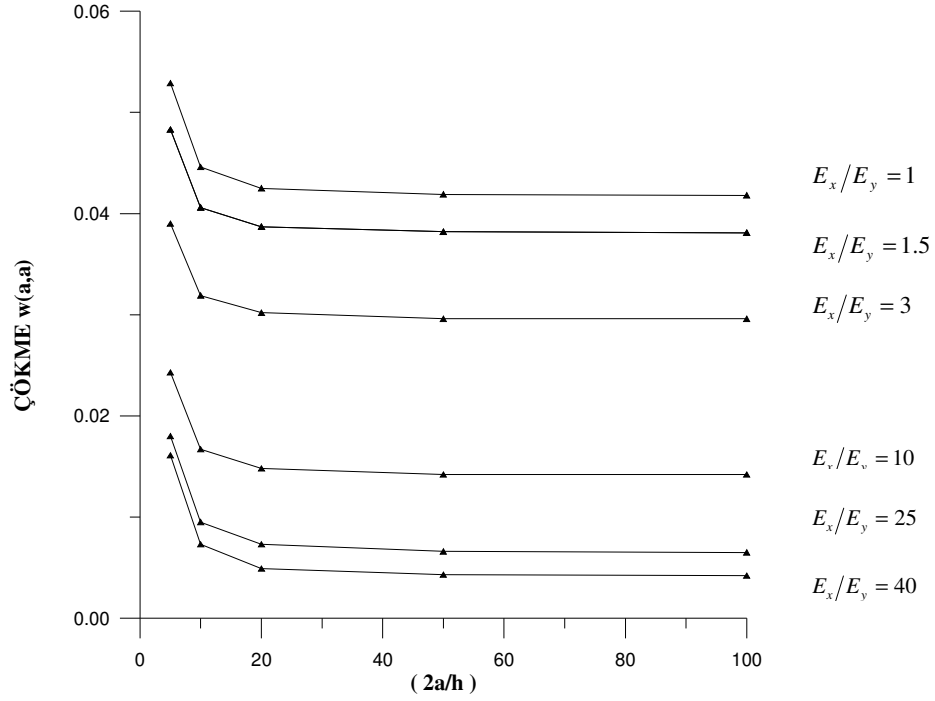
Yukarıda belirtilen oranlar için kenarlarından basit mesnetli düzgün yayılı yüke maruz plak çözümü dörtte bir plak için yapılmış ve elde edilen boyutsuz olarak ($\bar{w} = w(E_y h^3 / qa^4)$, $\bar{M}_x = M_x / qa^2$, $\bar{M}_y = M_y / qa^2$) ve diğer çalışmalarla birlikte Tablo 4.12 ve Tablo 4.13'te verilmiştir.

Tablo 4.12. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına göre çökme ve moment değerleri

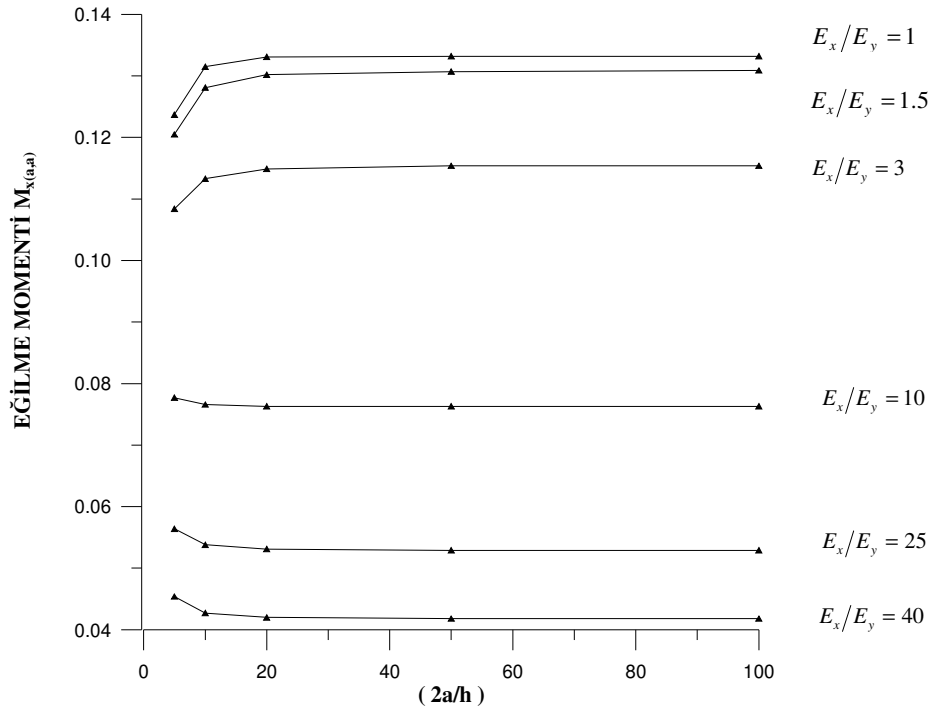
$2a/h$	$E_x/E_y = 1$			$E_x/E_y = 1.5$			$E_x/E_y = 3$		
	\bar{w}	\bar{M}_x	\bar{M}_y	\bar{w}	\bar{M}_x	\bar{M}_y	\bar{w}	\bar{M}_x	\bar{M}_y
5	0.0529	0.0454	0.0393	0.0483	0.0564	0.0350	0.0390	0.0777	0.0271
10	0.0446	0.0427	0.0411	0.0406	0.0538	0.0365	0.0319	0.0766	0.0274
20	0.0425	0.0420	0.0416	0.0387	0.0531	0.0368	0.0302	0.0763	0.0275
50	0.0419	0.0418	0.0417	0.0382	0.0529	0.0370	0.0296	0.0763	0.0275
100	0.0418	0.0418	0.0417	0.0381	0.0529	0.0370	0.0296	0.0763	0.0275

$2a/h$	$E_x/E_y = 10$			$E_x/E_y = 25$			$E_x/E_y = 40$		
	\bar{w}	\bar{M}_x	\bar{M}_y	\bar{w}	\bar{M}_x	\bar{M}_y	\bar{w}	\bar{M}_x	\bar{M}_y
5	0.0243	0.1084	0.0156	0.0180	0.1205	0.0108	0.0161	0.1237	0.0936
10	0.0167	0.1133	0.0127	0.0095	0.1281	0.0060	0.0073	0.1315	0.0041
20	0.0148	0.1149	0.0118	0.0073	0.1302	0.0045	0.0049	0.1331	0.0025
50	0.0142	0.1154	0.0115	0.0066	0.1307	0.0041	0.0043	0.1332	0.0020
100	0.0142	0.1154	0.0115	0.0065	0.1309	0.0040	0.0042	0.1332	0.0019

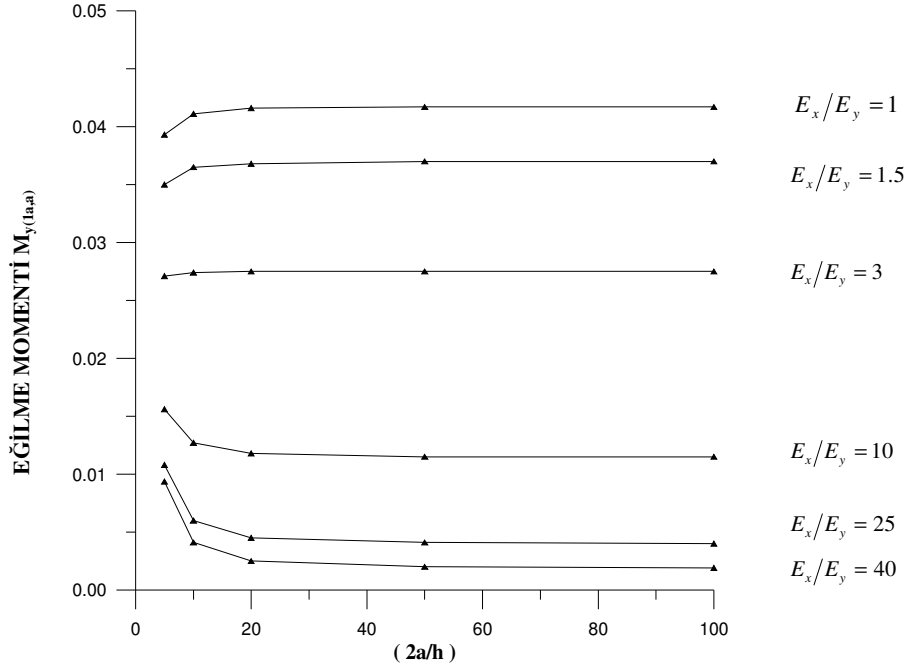
Tablo 4.12'de elde edilen sonuçlara bakıldığında, E_x/E_y oranı arttığında M_x büyürken, M_y eğilme momenti küçülmektedir. Bu durum plağın tek doğrultuda çalışmaya başladığını göstermektedir.



Şekil 4.16. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta kalınlık - w çökme değışimi



Şekil 4.17. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta kalınlık - M_x eğilme momenti değışimi



Şekil 4.18. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta kalınlık – M_y eğilme momenti değişimi

Tablo 4.13. : Kenarlarından basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop kalın plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına göre çökme değerleri ($G_{xy} = G_{xz} = 0.6E_y$, $G_{yz} = 0.5E_y$)

E_x/E_y	$2a/h$	$2E_y w_{\max}/qh$			
		MIF [7]	Ambartsumyan's theory [7]	Reissner's Theory* [7]	MÇ*
3	20	587.55920	589.61640	586.62240	587.22417
	10	42.72508	43.11124	42.35701	42.39276
	5	4.23605	4.24313	4.05032	4.05024
10	20	316.43640	317.03440	315.63200	315.74963
	10	27.69185	27.54298	27.15566	27.15872
	5	3.72630	3.49318	3.37323	3.37131
40	20	135.64880	135.38934	134.97260	134.80415
	10	18.40673	17.79228	17.62082	17.60466
	5	3.62560	3.09510	3.01172	3.00993

* Reissner teorisi

4.3.2. Dört Kenarından Ankastre Mesnetli Üiform Yüke Maruz Kalın Ortotrop Plak

Yukarıda belirtilen oranlar için kenarlarından ankastre mesnetli düzgün yayılı yüke maruz plak çözümü dörtte bir plak için yapılmış ve elde edilen boyutsuz değerler ($\bar{w} = w(E_y h^3 / qa^4)$, $\bar{M}_x = M_x / qa^2 \bar{w}$) şeklinde Tablo 4.14'te verilmiştir.

Tablo 4.14. : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop Kalın plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına göre çökme ve moment değerleri

$2a/h$	$E_x/E_y = 1$			$E_x/E_y = 1.5$			$E_x/E_y = 3$		
	$w(a,a)$	$M_x(a,a)$	$M_x(a,0)$	\bar{w}	$M_x(a,a)$	$M_x(a,0)$	$w(a,a)$	$M_x(a,a)$	$M_x(a,0)$
5	0.0261	0.0274	-0.0522	0.0229	0.0308	-0.0581	0.0184	0.0355	-0.0659
10	0.0173	0.0234	-0.0506	0.0149	0.0278	-0.0582	0.0109	0.0346	-0.0696
20	0.0148	0.0219	-0.0502	0.0127	0.0265	-0.0584	0.0089	0.0344	-0.0714
50	0.0140	0.0214	-0.0121	0.0121	0.0261	-0.0586	0.0083	0.0343	-0.0721
100	0.0139	0.0214	-0.0120	0.0120	0.0260	-0.0586	0.0083	0.0343	-0.0721

$2a/h$	$E_x/E_y = 10$			$E_x/E_y = 25$			$E_x/E_y = 40$		
	$w(a,a)$	$M_x(a,a)$	$M_x(a,0)$	$w(a,a)$	$M_x(a,a)$	$M_x(a,0)$	$w(a,a)$	$M_x(a,a)$	$M_x(a,0)$
5	0.0138	0.0397	-0.0730	0.0126	0.0409	-0.0750	0.0122	0.0412	-0.0756
10	0.0061	0.0418	-0.0812	0.0044	0.0438	-0.0844	0.0039	0.0442	-0.0851
20	0.0040	0.0432	-0.0850	0.0021	0.0450	-0.0878	0.0016	0.0451	-0.0878
50	0.0036	0.0437	-0.0862	0.0015	0.0452	-0.0881	0.0010	0.0448	-0.0874
100	0.0033	0.0438	-0.0864	0.0014	0.0452	-0.0881	0.0009	0.0447	-0.0872

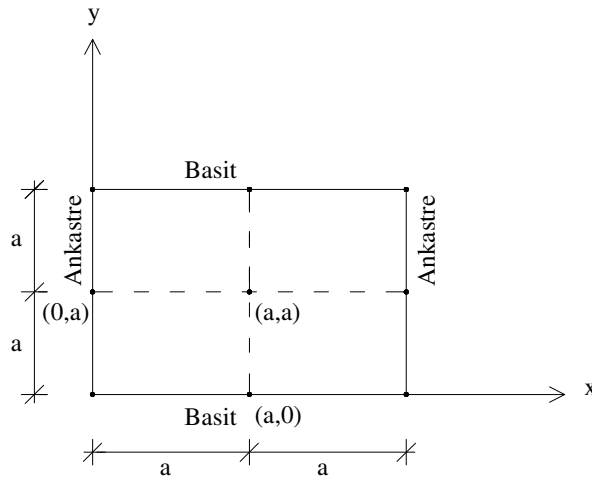
4.4. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Üniform Yayılı Yüke Maruz Ortotrop Kalın Plakların Çözümü

Bölüm 4.3'te dört kenarından ankastre veya basit mesnetli sınır koşullar göz önünde bulunduruldu ve elde edilen sonuçların literatürle uyumlu olduğu gösterildi. Bu bölümde karışık sınır koşulları olması durumunda da çözümlerin geçerli olduğunun gösterebilmesi için, karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit ve karşılıklı kenarı boşta, diğer kenarları basit oturan ortotrop plak problemleri incelenmiştir.

4.4.1. Karşılıklı İki Kenarı Ankastre, Diğer Kenarları Basit Mesnetli Üniform Düzgün Yayılı Yüke Maruz Ortotrop Kalın Plakların Çözümü

Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit mesnetli üniform yayılı yüke maruz ortotrop plaklar için yapılan çözümde öncelikle izotrop hal incelenmiş ve sonuçlar farklı $2a/h$ değerleri için Tablo 4.15'da verilmiştir.

Sonuçların uyumluluğu gözlemlendikten sonra Ortotrop plak çözümüne geçilmiş ve $2a/h = 5, 10, 20, 50, 100$ ve $E_x/E_y = 1 ; 1.5 ; 3 ; 10 ; 25 ; 40$, $\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0.3$ $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 0.5E_y$, $G_{yz} = 0.2E_y$ değerleri için çözüm yapılmış ve sonuçlar Tablo 4.16.'da verilmiştir.



Şekil 4.19. : İki kenarlarından ankastre, diğer kenarlarından basit mesnetli dikdörtgen plak

Tablo 4.15. : Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz izotrop plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme, moment ve kesme kuvveti değerleri $D = Eh^3/12(1 - \mu^2)$ (196 dörtte bir eleman)

$2a/h$	$w(a, a)$ wD/qa^4		$M_x(a, a)$ M_x/qa^2		$M_y(a, a)$ M_y/qa^2		$M_x(a, 0)$ $-M_x/qa^2$	
	MÇ**	R-M* [6]	MÇ**	R-M* [6]	MÇ**	R-M* [6]	MÇ**	R-M* [6]
2	0.00757	0.00795	0.0337	0.0422	0.0465	0.0407	0.0396	0.0307
5	0.00299	0.00302	0.0598	0.0582	0.0307	0.0292	0.0346	0.0330
10	0.00221	0.00221	0.0668	0.0631	0.0263	0.0258	0.0339	0.0332
20	0.00200	0.00199	0.0687	0.0643	0.0250	0.0247	0.0337	0.0332
50	0.00194	0.00193	0.0692	0.0697	0.0246	0.0244	0.0337	0.0332
100	0.00194	0.00192	0.0692	0.0647	0.0245	0.0244	0.0336	0.0332

$2a/h$	$Q_x(a, 0)$ Q_x/qa		$Q_y(0, a)$ Q_y/qa	
	MÇ**	R-M* [6]	MÇ**	R-M* [6]
2	0.3880	0.3950	0.3020	0.2821
5	0.4710	0.4640	0.2610	0.2511
10	0.5100	0.4890	0.2510	0.2430
20	0.5110	0.0498	0.2480	0.2430
50	0.5140	0.5010	0.2470	0.2395
100	0.5150	0.5150	0.2470	0.2389

* Reissner-Mindlin teorisi

** Reissner teorisi

Tablo 4.16. : Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına göre çökme, moment değerleri $D_y = E_y h^3 / 12(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})$

$2a/h$	E_x/E_y	$w(a,a)$		$M_x(a,a)$		$M_y(a,a)$		$M_x(0,a)$	
		wD_y/qa^4		$M_{x(a,a)}/qa^2$		$M_{y(a,a)}/qa^2$		$-M_{x(0,a)}/qa^2$	
		MÇ**	R-M* [6]	MÇ**	R-M* [6]	MÇ**	R-M* [6]	MÇ**	R-M* [6]
5	1	0.0028	0.0025	0.0342	0.0296	0.0251	0.0242	0.0607	0.0604
	1.5	0.0023	0.0021	0.0373	0.0331	0.0205	0.0198	0.0664	0.0643
	3	0.0018	0.0016	0.0413	0.0381	0.0147	0.0139	0.0738	0.0726
	10	0.0013	0.0011	0.0447	0.0428	0.0096	0.0083	0.0799	0.0777
	40	0.0011	0.0010	0.0458	0.0445	0.0077	0.0061	0.0819	0.0831
10	1	0.0021	0.0019	0.0322	0.0294	0.0236	0.0224	0.0658	0.0617
	1.5	0.0017	0.0015	0.0359	0.0333	0.0182	0.0174	0.0714	0.0683
	3	0.0011	0.0010	0.0411	0.0393	0.0109	0.0104	0.0799	0.0775
	10	0.0005	0.0005	0.0452	0.0445	0.0041	0.0036	0.0867	0.0852
	40	0.0003	0.0003	0.0458	0.0454	0.0017	0.0011	0.0878	0.0867
100	1	0.0018	0.0017	0.0313	0.0292	0.0229	0.0216	0.0668	0.0629
	1.5	0.0014	0.0013	0.0353	0.0333	0.0173	0.0165	0.0734	0.0696
	3	0.0008	0.0008	0.0409	0.0393	0.0094	0.0092	0.0820	0.0786
	10	0.0003	0.0003	0.0446	0.0439	0.0020	0.0021	0.0871	0.0848
	40	0.0007	0.0007	0.0426	0.0425	0.0001	0.0002	0.0837	0.0840

* Reissner-Mindlin teorisi

** Reissner teorisi

Tablo 4.17. : Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop plakta $2a/h$ ve E_x/E_y oranlarına göre kesme kuvveti değerleri

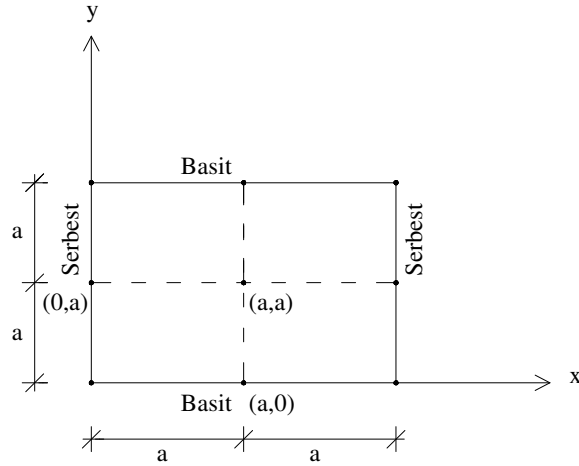
$2a/h$	E_x/E_y	$Q_x(a,0)$		$Q_y(0,a)$	
		Q_x/qa		Q_y/qa	
		MÇ	R-M* [6]	MÇ	R-M* [6]
5	1	0.4690	0.4643	0.2490	0.2563
	1.5	0.4830	0.4785	0.2220	0.2293
	3	0.5000	0.4971	0.1850	0.1893
	10	0.5150	0.5138	0.1490	0.1478
	40	0.5190	0.5196	0.1350	0.1304
10	1	0.4920	0.4857	0.2530	0.2534
	1.5	0.5050	0.4981	0.2220	0.2235
	3	0.5210	0.5134	0.1760	0.1766
	10	0.5300	0.5235	0.1250	0.1229
	40	0.5290	0.5223	0.1010	0.0963
100	1	0.5140	0.4996	0.2540	0.2522
	1.5	0.5220	0.5079	0.2220	0.2206
	3	0.0529	0.5167	0.1730	0.1715
	10	0.5230	0.5138	0.1140	0.1112
	40	0.5030	0.4950	0.0750	0.0713

* Reissner-Mindlin theory.

4.4.2. Karşılıklı İki Kenarı Boşta, Diğer Kenarları Basit Mesnetli Üniform Düzgün Yayılı Yüke Maruz Ortotrop Kalın Plakların Çözümü

Karşılıklı iki kenarı boşta, diğer kenarları basit mesnetli düzgün yayılı yüke maruz ortotrop plak için yapılan çözümde öncelikle izotrop hal incelenmiş ve sonuçlar farklı $2a/h$ 'lar için Tablo 4.18'de verilmiştir.

Sonuçların uyumluluğu gözlemlendikten sonra ortotrop plak çözümüne geçilmiş ve $2a/h = 5, 10, 20, 50, 100$ ve $E_x/E_y = 1 ; 1.5 ; 3 ; 10 ; 25 ; 40$, $\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0.3$ $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 0.5E_y$, $G_{yz} = 0.2E_y$ değerleri için çözüm yapılmış ve sonuçlar Tablo 19’da verilmiştir.



Şekil 4.20. : İki kenarlarından serbest, diğer kenarlarından basit mesnetli dikdörtgen plak

Tablo 4.18. : Karşılıklı iki kenarı boşta, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz izotrop plakta $2a/h$ oranlarına göre çökme, moment ve kesme kuvveti değerleri(196 dörttebir eleman) $D = Eh^3/12(1 - \mu^2)$

$2a/h$	$w(a,a)$		$w(0,a)$		$M_x(a,a)$		$M_y(a,0)$		$Q_y(0,a)$	
	$w_{\max} D/qa^4$		$w_{(0,a)} D/qa^4$		$M_{x(a,a)}/qa^2$		$M_{y(a,0)}/qa^2$		$Q_{y(0,a)}/qa$	
	MÇ	R-M* [6]	MÇ	R-M* [6]	MÇ	R-M* [6]	MÇ	R-M* [6]	MÇ	R-M* [6]
5	0.0167	0.0145	0.0143	0.0145	0.0248	0.0237	0.1250	0.1228	0.4590	0.4562
10	0.1550	0.0134	0.0134	0.0134	0.0265	0.0256	0.1280	0.1223	0.4660	0.4595
20	0.0152	0.0132	0.0131	0.0132	0.0274	0.0264	0.1300	0.1223	0.4690	0.4614
50	0.0151	0.0131	0.0131	0.0131	0.0278	0.0268	0.1340	0.1223	0.4710	0.4625
100	0.0150	0.0131	0.0131	0.0131	0.0278	0.0269	0.1310	0.1223	0.4710	0.4650

* Reissner-Mindlin theory.

Tablo 4.19. : Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan üniform düzgün yayılı yüke maruz ortotrop plakta E_x/E_y oranlarına göre çökme, moment ve kesme kuvveti değerleri ($D_y = E_y h^3 / 12(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})$)

$2a/h$	E_x/E_y	\bar{w}_{\max}	$\bar{w}_{(0,0)}$		\bar{M}_x		$\bar{M}_{y(a,0)}$		$Q_{y(b,0)}$	
		$w_{\max} D_y / qa^4$	$w_{(0,0)} D_y / qa^4$	R-M*	$M_{x(0,0)} / qa^2$	$M_{y(a,0)} / qa^2$	$Q_{y(b,0)} / qa$	MÇ	R-M*	MÇ
		MÇ	MÇ	[6]	MÇ	[6]	MÇ	[6]	MÇ	[6]
5	1	0.018	0.016	0.142	0.025	0.029	0.120	0.124	0.454	0.456
	1.5	0.017	0.016	0.141	0.021	0.024	0.123	0.124	0.459	0.457
	3	0.017	0.015	0.140	0.013	0.017	0.124	0.123	0.470	0.464
	10	0.016	0.015	0.140	0.005	0.006	0.125	0.124	0.488	0.480
	40	0.016	0.015	0.140	0.001	0.002	0.125	0.125	0.496	0.490
10	1	0.016	0.014	0.134	0.028	0.124	0.125	0.124	0.463	0.462
	1.5	0.015	0.014	0.133	0.024	0.123	0.126	0.123	0.463	0.461
	3	0.015	0.014	0.132	0.016	0.123	0.127	0.123	0.470	0.465
	10	0.014	0.014	0.132	0.006	0.124	0.126	0.124	0.486	0.479
	40	0.014	0.014	0.132	0.002	0.125	0.126	0.125	0.495	0.490
100	1	0.015	0.013	0.131	0.030	0.031	0.129	0.124	0.474	0.474
	1.5	0.014	0.013	0.130	0.026	0.027	0.129	0.123	0.471	0.472
	3	0.013	0.013	0.129	0.019	0.020	0.130	0.123	0.474	0.467
	10	0.013	0.013	0.130	0.007	0.009	0.127	0.123	0.486	0.484
	40	0.013	0.013	0.130	0.002	0.002	0.126	0.124	0.495	0.486

* Reissner-Mindlin theory.

5. DİNAMİK ANALİZ

Geliştirilen formülasyonun uygulanabilirliği ortotrop kalın plakların dinamik analizinde gösterilmek istenmiştir. Dinamik analizde ortotrop kalın plakların doğal frekanslarının bulunması için problem bilinen özdeğer problemine dönüştürülür. Denklem 5.1’de görülen

$$[K_e] - \omega^2 [M_e] = \{0\} \quad (5.1)$$

ifadede $[M_e]$ kütle matrisi bulunurken Denklem 2.31’deki fonksiyoneldeki yük terimi Denklem 5.2’deki gibi alınır,

$$[q, w] = \frac{1}{2} \bar{\rho} \omega^2 [w, w] \quad (5.2)$$

$[M_e]$ eleman kütle matrisi;

$$[M_e] = \rho h [k_1] \quad (5.3)$$

şeklinde hesaplanır. Global sistem matrisi oluşturulduğunda Denklem 5.1 ifadesi;

$$\left(\begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [M] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \{f\} \\ w \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (5.4)$$

şeklinde yazılır. Burada $\{f\}$ sistem matrisindeki eğilme momentleri, burulma momenti, kesme kuvvetleri, dönme bilinmeyenlerini, $\{w\}$ ise çökme bilinmeyenlerini göstermektedir. Bu denklem yeniden düzenlenerek,

$$[K^*] = [K_{22}] - [K_{12}]^T [K_{11}]^{-1} [K_{12}] \quad (5.5)$$

$[K^*]$ bulunur. Bu formülasyondan yararlanılarak ta,

$$([K^*] - \omega^2 [M])\{w\} = \{0\} \quad (5.6)$$

formuna getirilir. Bu özdeğer probleminin çözümü doğal frekansları ve bunlara ait mod şekillerini verecektir.

5.1. İzotrop Kalın Plaklar

İzotrop kalın plakların dinamik analizleri dört tarafından basit mesnetli, ankastre mesnetli ve karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan plaklar için yapılmış ve literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılmıştır.

5.1.1. Basit Mesnetli İzotrop Kalın Plaklar

Basit mesnetli plak için kalınlık $h = 0.15$, Poisson oranı $\mu = 0.3$, yoğunluk $\rho = 24 \text{ KN}/m^3$ alınmış ve sonlu eleman çözümünde (tüm plakta 81 eleman) doğal

frekanslar $D = Eh^3/12(1-\mu^2)$ olmak üzere, $\varpi = \omega\sqrt{\rho(2a)^4/D}$ boyutsuz büyüklük olarak verilmiştir.

Tablo 5.1. : Kenarlarından basit mesnetli izotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre ϖ_{11}

$2a/h$	ϖ_{11}	
	REC32 [18]	MÇ (Reissner)
5	-	17,828
10	18.647	19.202
20	19.411	19.598
50	19.679	19.714
100	19.720	19.730

Tablo 5.2. : Kenarlarından basit mesnetli izotrop kalın plakta ϖ_{11} , ϖ_{12} , ϖ_{21} ve ϖ_{22}

ϖ	[19]	[20]	REC32 [18]	MÇ(Reissner)
ϖ_{11}	19.738	19.911	19.703	19.726
ϖ_{12}	49.349	50.112	49.069	49.172
ϖ_{21}	49.349	50.112	49.069	49.172
ϖ_{22}	78.958	80.090	78.354	78.573

5.1.2. Ankastre Mesnetli İzotrop Kalın Plaklar

Ankastre mesnetli plak için kalınlık $h = 0.15$, Poisson oranı $\mu = 0.3$, yoğunluk $\rho = 24 \text{ KN}/m^3$ alınmış ve sonlu eleman çözümünde (tüm plakta 81 eleman) için doğal frekanslar $D = Eh^3/12(1-\mu^2)$ olmak üzere, boyutsuz büyüklük $\varpi = \omega\sqrt{\rho(2a)^4/D}$ şeklinde Tablo 5.3 ve Tablo 5.4'de verilmiştir.

Tablo 5.3. : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform izotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre ϖ_{11}

$2a/h$	ϖ_{11}	
	REC32 [18]	MÇ
5	-	26.958
10	33.188	32.974
20	35.188	35.402
50	35.875	36.220
100	35.972	36.344

Tablo 5.4. : Kenarlarından ankastre mesnetli izotrop kalın plakta ϖ_{11} , ϖ_{12} , ϖ_{21} ve ϖ_{22}

ϖ	[19]	[20]	REC32 [18]	MÇ
ϖ_{11}	35.999	36.018	35.931	36.309
ϖ_{12}	73.405	74.497	73.823	72.743
ϖ_{21}	73.405	74.497	73.823	72.743
ϖ_{22}	108.237	108.949	110.14	106.59

5.1.3. Karşılıklı İki Kenarı Ankastre, Diğer Kenarları Basit İzotrop Kalın Plakların Çözümü

Karşılıklı iki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan plak için kalınlık $h = 0.15$, Poisson oranı $\mu = 0.3$, yoğunluk $\rho = 24 \text{ KN}/m^3$ alınmış ve sonlu eleman çözümünde tüm plak için 10×10 'luk eleman ağı kullanılarak doğal frekanslar $D = Eh^3/12(1 - \mu^2)$ olmak üzere, boyutsuz büyüklük $\varpi = \omega \sqrt{\rho(2a)^4/D}$ şeklinde Tablo 5.5 ve Tablo 5.6'da verilmiştir.

Tablo 5.5. : İki kenarı ankastre, diğer kenarları basit oturan izotrop kalın plakların $2a/h$ oranlarına göre ϖ_{11}

$2a/h$	ϖ_{11}	
	[18]	MÇ
5	-	22.802
10	26.875	26.991
20	28.368	28.562
50	28.851	29.067
100	28.924	29.142

Tablo 5.6. : Kenarlarından ankastre mesnetli üniform yayılı yüke maruz izotrop kalın plakta ϖ_{11} , ϖ_{12} , ϖ_{21} ve ϖ_{22}

ϖ	[19]	[20]	REC32 [18]	MÇ
ϖ_{11}	28.946	28.950	28.893	29.120
ϖ_{12}	54.743	54.740	54.531	54.862
ϖ_{21}	69.320	69.330	69.658	68.384
ϖ_{22}	94.584	94.590	95.222	93.508

5.2. Ortotrop Kalın Plaklar

5.2.1. Basit Mesnetli Ortotrop Kalın Plaklar

Basit mesnetli plak için kalınlık $2a/h=10$, Poisson oranı $\mu = 0.3$, yoğunluk $\rho = 24 \text{ KN/m}^3$ alınmış ve sonlu eleman çözümünde tüm plak için 10×10 'luk eleman ağı kullanılarak bulunan doğal frekanslar boyutsuz hale getirilerek tablolarda yer almıştır.

[1] nolu çalışmadaki, sonuçlarda için boyutsuz büyüklük $\omega h \sqrt{\rho/C_{xx}}$, $C_{xx} = E_x / (1 - \mu_{xy} \mu_{yx})$ olmak üzere tanımlanmıştır. Bu çalışmada ise boyutsuz değerler $\omega (2a)^2 \sqrt{\rho/D_x}$, $D_x = E_x h^3 / 12 (1 - \mu_{xy} \mu_{yx})$ olmak üzere alındığı için elde edilen sonuçlar, [1] çalışması ile karşılaştırılmak üzere $(h/2a)^2 1/\sqrt{12}$ çarpanı ile çarpılarak tabloda verilmiştir.

Tablo 5.7. : Kenarlarından basit mesnetli ortotrop kalın plakta eleman sayısına göre frekans değerleri

NE	ω_1	$\omega_2 = \omega_1 \left(\frac{h}{2a} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{12}}$
4	15.1330	0.0436852
9	16.2980	0.047048
16	16.4670	0.047536
25	16.5110	0.047663
36	16.5260	0.047706
49	16.5320	0.047724
64	16.5350	0.047732
81	16.5370	0.047738

Tablo 5.8. : Kenarlarından basit mesnetli ortotrop kalın plakta ω_{11} , ω_{12} , ω_{21} ve ω_{22}

ω	Kesin Sonuç [1]	HSDPT* [1]	FSDPT**[1]	CPT*** [1]	MÇ
ω_{11}	0.0474	0.0474	0.0474	0.0493	0.0477
ω_{12}	0.1033	0.1033	0.1032	0.1095	0.1046
ω_{21}	0.1188	0.1189	0.1187	0.1327	0.1200
ω_{22}	0.1694	0.1695	0.1692	0.1924	0.1721

* HSDPT : Yüksek dereceden plak kesme deformasyon teorisi

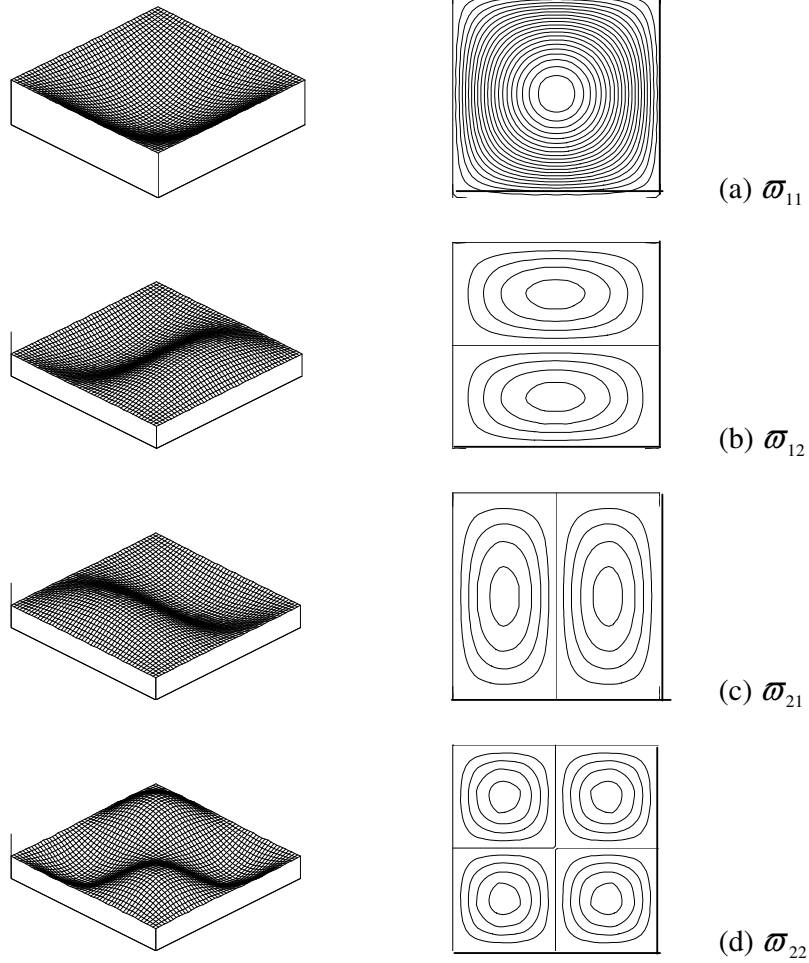
** FSDPT : Birinci dereceden plak kesme deformasyon teorisi

*** CPT : Klasik plak teorisi

Tablo 5.9. : Kenarlarından basit mesnetli ortotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre ϖ_1 , ϖ_2 boyutsuz doğal frekansları

$2a/h$	ϖ_1	$\varpi_2 = \varpi_1 \left(\frac{h}{2a} \right)^2 \frac{1}{\sqrt{12}}$
5	14.939	0.1725007
10	16.537	0.0477382
20	17.030	0.0122903
50	17.176	0.0019833
100	17.197	0.0004964

$2a/h = 10$ için elde edilen doğal frekans parametrelerine ait vektörler karşı gelen mod şekilleri de Şekil 5.1’de verilmiştir.



Şekil 5. 1. : Ortotrop kalın plakta ϖ_{11} , ϖ_{12} , ϖ_{21} ve ϖ_{22} ’ye ait mod şekilleri

5.2.2. Ankastre Mesnetli Ortotrop Kalın Plaklar

Ankastre mesnetli plak için kalınlık $2a/h = 10$, Poisson oranı $\mu = 0.3$, yoğunluk $\rho = 24 \text{ KN}/m^3$ alınmış ve sonlu eleman çözümünde tüm plak için 10×10 'luk eleman ağı kullanılarak bulunan doğal frekanslar boyutsuz hale getirilerek tablolarda yer almıştır. Bu çalışmada boyutsuz değer $\omega(2a)^2 \sqrt{\rho/D_x}$, $D_x = E_x h^3 / 12(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})$ alınmıştır.

Tablo 5.10. : Kenarlarından ankastre mesnetli ortotrop kalın plakta eleman sayısına göre ω_1

NE	ω_1
4	61.988
9	45.682
16	27.467
25	28.701
36	27.484
49	27.806
64	27.461
81	27.579

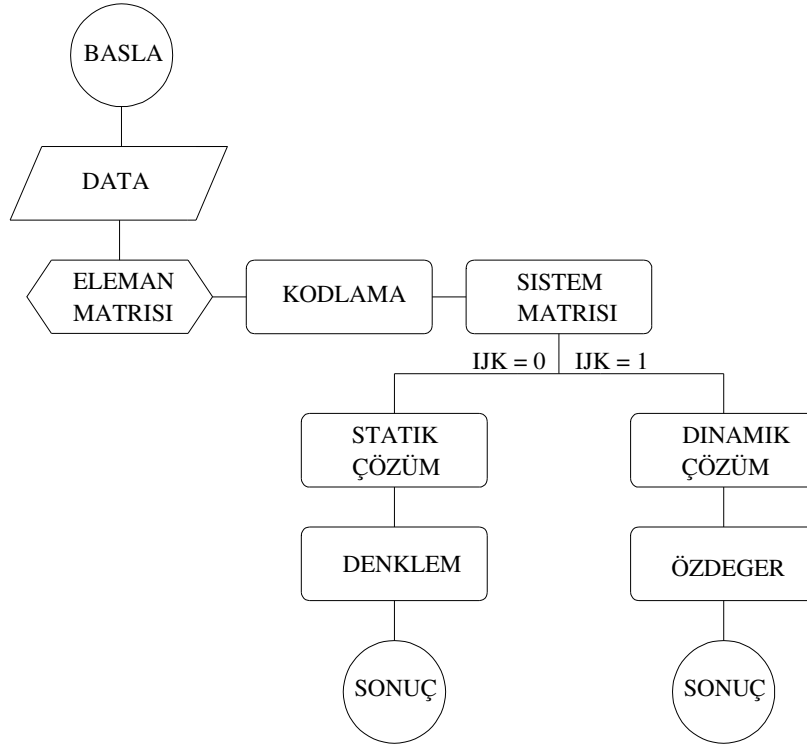
Tablo 5.11. : Kenarlarından basit mesnetli ortotrop kalın plakta $2a/h$ oranlarına göre ω_1

$2a/h$	ω_1
5	21.535
10	27.579
20	30.467
50	31.524
100	31.688

6. PROGRAMLAMA

Ortotrop plaklara ait sonlu eleman formülasyonu kullanılarak elde edilen veriler doğrultusunda fortran dilinde derlenen program“ Fortran Power Station “ ortamında yazılmıştır. Program farklı mesnet koşullarına göre sahip üniform yayılı yüklü plakları çözmektedir.

Aşağıda programın genel çalışma algoritması ve her bir alt program için genel bilgiler verilmiştir.



Şekil 6.1. Programa ait akış diyagramı

6.1. Data Alt Programı

Bu alt programda plağa ait bilgilerin girişı yapılmaktadır. Malzemeye ait bilgiler, plak boyutları, düğüm noktaları ile bilgiler, Elastisite modülü, Poisson oranı, plak boyutları, plak kenarındaki düğüm noktaları sayısı, koordinatların oluşturulması, bilinmeyenlerin tanımlanması bu alt programda yapılmaktadır.

6.2. Eleman Matrisi Alt Programı

Bu alt programda elemanların tanımlanması ve eleman matrisinin oluşturulması yapılmaktadır.

6.4. Kodlama Alt Programı

Bu alt programda eleman matrisindeki bilgilerin sistem matrisine aktarılması için gerekli kodlama işlemleri gerçekleştirilmektedir.

6.5. Sistem Matrisi Alt Programı

Bu alt programda sistem ve yük matrisi oluşturulmaktadır. Oluşturulan sistem matrisi kullanılarak ta problemin statik veya dinamik analizi yapılmaktadır.

6.5. Statik Analiz

Elde edilen sistem matrisi kullanılarak plağın statik analizi yapılır ve sonuçlar dosyaya yazdırılır.

6.6. Dinamik Analiz

Elde edilen sistem matrisi kullanılarak sıkıştırılmış matris özdeğer problemini çözmek üzere kütle matrisi ile birlikte elde edilir ve özdeğer programı kullanılarak dinamik analiz yapılır ve sonuçlar dosyaya yazdırılır.

7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

1. Bu çalışmada Reissner plak teorisi kullanılarak ortotrop kalın plakların statik ve dinamik analizi yapılmıştır.
2. Statik ve dinamik analiz için, ortotrop kalın plaklara ait geometrik ve dinamik sınır koşulları ile birlikte yeni bir fonksiyonel elde edilmiştir. Fonksiyonelde yer alan büyüklükler, eğilme ve burulma momentleri (M_x , M_y , M_{xy}), kesme kuvvetleri (Q_x , Q_y), dönmeler (Ω_x , Ω_y) ve çökme (w) olmak üzere toplam sayı 8 tanedir.
3. Elde edilen fonksiyonelde, bir değişkene göre iki veya daha yüksek mertebeden türev bulunmadığı için tamlık ve süreklilik açısından lineer biçim fonksiyonları kullanılarak dört düğüm noktalı dikdörtgen elemana göre eleman matrisi elde edilmiştir.
4. Sonlu eleman formülasyonuna göre geliştirilen eleman matrisinde her bir düğüm noktasında tanımlı bilinmeyen sayısı 8 olduğuna göre, bir elemanda toplam $4 \times 8 = 32$ bilinmeyen mevcuttur. Fonksiyonelin özelliğinden dolayı, bu düğüm noktalarında tanımlı büyüklükler ilave herhangi bir işleme gerek duyulmaksızın doğrudan bulunabilmektedir.
5. Sonlu eleman çözümünde, elde edilen eleman matrisi kullanılarak, istenilen eleman ağına ait eleman bilgileri sistem matrisine aktarılmakta ve oluşturulan sistem matrisi plak problemlerinin statik ve dinamik analizinde kullanılmaktadır. Eleman bilgileri, plak sınır koşulları kullanılarak, kodlama ile sistem matrisine aktarılmaktadır. Eleman matrislerinin aktarma işlemi, sistem matrisinin oluşumu, statik ve dinamik analizin yapılabilmesi için Fortran dilinde bir program geliştirilmiştir.
6. Geliştirilen formülasyonun ve programın geçerliliğinin gösterilebilmesi için önce dörtkenarından basit ve ankastre mesnetli ve üniform yayılı yüke maruz izotrop

plaklar çözülmüş ve literatürdeki mevcut çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Sonuçların uyumlu olduğu gözlenmiştir.

7. Ortotrop plaklar, farklı sınır koşulları için çözülmüştür. Çözümde, öncelikle eleman sayısının artışına göre kesin sonuca yaklaşım incelenmiştir. Bu incelemede tek ve çift sayılı elemanlar için, alt ve üst limitler olduğu gözlenmiştir.
8. Farklı kalınlıklar için, ortotrop plaklar çözülmüş ve plak kalınlığı azaldığında ortaya çıkan kayma kilitlenmesi (shear locking) probleminin, formülasyonun özelliğinden dolayı meydana gelmediği gözlenmiştir.
9. Farklı sınır koşulları için, ortotrop plak çözümleri, literatürdeki mevcut çalışmalarla karşılaştırılmış ve sonuçların uyumlu olduğu gözlenmiştir.
10. Basit mesnetli izotrop ve ortotrop plaklarda $2a/h = 10$ ve $2a/h = 100$ oranlarına göre elde edilen maksimum çökme değerleri karşılaştırıldığında, izotrop plaklarda kalınlığın etkisi %4.35 iken, ortotrop plaklarda bu etkinin %47.9 mertebesine ulaştığı gözlenmiştir. Bu da, kalınlığın etkisinin ortotrop plaklarda izotrop plaklara göre daha fazla olduğunu göstermektedir.
11. Farklı $2a/h$ ve E_x/E_y oranları için ortotrop plak çözümleri yapılmış, sonuçların karşılaştırılması literatürdeki mevcut çalışmalarla yapılmıştır.
12. E_x/E_y oranı arttığında bir doğrultudaki eğilme momenti büyürken diğer doğrultudaki moment küçülmektedir. Bu durum plağın tek doğrultuda çalışmaya başladığını göstermektedir.
13. İzotrop ve ortotrop plakların dinamik analizi yapılmış, sonuçlar literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Kaymanın etkisi dikkate alındığında doğal frekanslarda azalma gözlenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] **Reddy, J. N.**, 1984. Energy and Variational Methods in Applied Mechanics, John Wiley&Sons,
- [2] **Reissner, E.**, 1946. The Effects of Transverse shear Deformation Bending of Elastic Plates, J. Appl. Mech., ASME, 12, pp.69-77
- [3] **Reissner, E.**, 1975. On Transverse Bending of Plates, Including the Effect of Transverse Shear Deformation, Int. J. Structures, Vol.11, pp.569-573
- [4] **Mindlin, R.D.**, 1951. The Influence of Rotatory Inertia and Shear on the Flexural Motions of Elastic Plates, J. Appl. Mech., ASME, 18, pp.31-38
- [5] **Wang, C.M., Lim, G.T., Reddy, J.N. and Lee, K.H.**, 2001. Relationships between bending solutions of Reissner and Mindlin plate theories, Engineering Structures, 23, 838-849.
- [6] **Tarun Kant Manohar G. Gadhil**, 2002. Analysis of Orthotropic Plates Based on Three Theories by Segmentation Method, Mechanics of advanced Materials and Structures, 9,189-239
- [7] **Iyengar, K.T.S.R.**, 1983. Analysis of Orthotropic Rectangular Thick Plates, Fire Science and Technology, 18, 19-36
- [8] **Reddy, J. N. and Gera, R.** 1979. An Improved finite difference analyses of bending of thin rectangular elastic plates, Computer and Structures, 10, 432-438
- [9] **Gopalsamy, S. Balasundaram, P.K. Bhattacharyya**, 1989. On an Mixed finite element method for clamped anizotropic plate bending problems, International Journal For Numerical Methods In Engineering Vol. 28, 1351-1370
- [10] **Özçelikörs, Y., Omurtag, M.H. ve Demir, H.**, 1997. Analysis of Orthotropic Plate Foundation İnteraction by mexed finite element formulation using Gâteaux Differential, Computers&Structure, 62(1), 93-106.

- [11] **Srinivas, S. and Rao, A.K.**, 1970. Beding, Viration and Buckling of Simply Supported Thick Orthotropic Rectangular Plates and Laminates, Int. J. Solids Structures, 6, 1463-1481
- [12] **İnan, M.**, 1967. Cisimlerin mukavemeti.
- [13] **Panc, V.**, 1975. Theories of Elastic plates, Noordhoff International Publishing
- [14] **Oden, J.D. ve Reddy, J.N.**, 1976. Variational Method in Theoretical Mechanics, Springer – Verlag
- [15] **Becker, E.B.**, 1981. Carey, G.F. ve Oden, J.T., Finite Elements An Introduction Volume I, Prentice – Hall Inc., London
- [16] **Eratli, N.**, 1995. Katlanmış plaklar için sonlu elemanlar formülasyonu Elastisite Teorisi, Doktora tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [17] **Lok, T. S. and Cheng, Q. H.**, 2000, “Bending and Forced vibration response of a clamped orthotropic thick plate and sandwich panel”, Journal of Sound and Vibration (2001) 245(1), 63-78
- [18] **Eratli, N., Aköz, A.Y.**, 2002. Free vibration analysis of Reissner plates by mixed finite element, Structural Engineering and Mechanics Computers, 13 No.3, 277-298
- [19] **Leissa, Y.C. and Reissmann,** 1969. Vibration of plates. NASA SP 160. Washington, D.C.:U.S. Government Printing Office.
- [20] **Omurtag, M.H., Özütök, A., Özçelikörs, Y., and Aköz, A.Y.**, 1997. Free vibration of Kirchhoff plates resting on elastic foundation by mixed finite element formulation based on Gateaux differential, Int. J. Numer. Meth. Eng., 40, 295-317.

ÖZGEÇMİŞ

Halim ÇALIŞKAN 02.03.1978 İstanbul'da doğmuş ve ilköğrenimini Mithat paşa İlkokulu, orta öğrenimini Rami Ortaokulu, lise öğrenimini Şehremini Lisesinde tamamlamıştır.

İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği bölümüne 1996 yılında girmiş olup, 2000 yılında mezun olmuştur. Aynı yıl İ.T.Ü İnşaat Fakültesinde Yüksek Lisans eğitimine başlamıştır. 2002-2003 yılları arasında askerliğini tamamlamıştır.

Yüksek lisans eğitimi dönemi içerisinde başlamış olduğu profesyonel iş hayatına özel sektördeki bir firmada yönetici olarak devam etmektedir.