

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**NİCEMLENMİŞ GERİBESLEMEYLE UZAY-ZAMAN
BLOK KODLARI HATA BAŞARIMININ
ARTTIRILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Soner KÖRÜK**

Anabilim Dalı : ELEKTRONİK VE HABERLEŞME MÜHENDİSLİĞİ

Programı : TELEKOMÜNİKASYON MÜHENDİSLİĞİ

HAZİRAN 2006

**NİCEMLENMİŞ GERİBESLEMEYLE UZAY-ZAMAN
BLOK KODLARI HATA BAŞARIMININ ARTTIRILMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Soner KÖRÜK
(504031324)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 8 Mayıs 2006
Tezin Savunulduğu Tarih : 16 Haziran 2006**

**Tez Danışmanı : Doç.Dr. Mehmet Ertuğrul ÇELEBİ
Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Ümit AYGÖLÜ (İ.T.Ü.)
Prof.Dr. Serhat ŞEKER (İ.T.Ü.)**

HAZİRAN 2006

ÖNSÖZ

İlk olarak, bu tez çalışmam süresince sonuca gitmemde yardımlarını hiçbir şekilde esirgemeyen hocam Sayın Doç.Dr. Mehmet Ertuğrul ÇELEBİ'ye teşekkürü bir borç bilirim.

Sıkıntılı anlarımda beni bir kez daha bu çalışmaya yönelik teşvik eden ve yüreğini benden esirgemeyen sevgili eşim Seher'e; onunla geçireceğim vakitlerden çokça çaldığım, bir gülümsemesiyle her yorgunluğu üzerimden çekip alıveren canım kızım Sueda'ya; ömrümün ilk gününden beri bana her konuda destek olan anneme ve babama sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, bu çalışmamı iki sene önce aramızdan ayrılan anneannem Rukiye Körükcü'nün aziz hatırasına ithaf ederim.

Mayıs 2006

Soner KÖRÜK

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	iv
TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
SEMBOL LİSTESİ	vii
ÖZET	viii
SUMMARY	x
1. GİRİŞ	1
2. ÇGÇÇ KANAL SİSTEM MODELİ VE ÖZELLİKLERİ	6
2.1. Çok-Girdili Çok Çıktılı Kanal	6
2.2. Kanal Matrisi ve Sönümlenme Özellikleri	8
3. DİK UZAY-ZAMAN BLOK KODLAMALI HABERLEŞME SİSTEMİ	10
3.1. Uzay-Zaman Kodlamalı Haberleşme Sistemi Modeli	10
3.2. Uzay-Zaman Blok Kodlama	13
3.2.1. Alamouti Tasarımı	13
3.2.2. Uzay-Zaman Blok Kodları	15
3.2.3. Dik Uzay-Zaman Blok Kodlarının En Büyük Olabilirlikli Kestirimi	18
3.2.3.1. Alamouti Tasarımında En Büyük Olabilirlikli Kestirim	18
3.2.3.2. İki Fazla Verici Antenli Dik UZBK’da EBO Kestirim	23
3.2.3.3. Dik UZBK için EBO Kestirimin Genelleştirilmesi	26
4. GERİBESLEMELİ UZAY-ZAMAN HABERLEŞME SİSTEMLERİ	28
4.1. Vericiye Kanal Bilgisinin Tam Olarak Geribeslenmesi	28
4.2. Vericiye Nicemlenmiş Kanal Bilgisinin Geribeslenmesi	31
4.2.1. Vericiden Alıcıya İletim Sistem Modeli	31
4.2.2. Nicemlenmiş Geribesleme Tasarımı	33
4.2.3. Kanal Vektörünün Nicemlenmesi ve Kod Tablosunun Oluşturulması	36
5. SİMÜLASYON SONUÇLARI	42
6. SONUÇ	50
KAYNAKLAR	51
ÖZGEÇMİŞ	54

KISALTMALAR

ÇGÇÇ	: Çok-Girdili Çok-Çıktılı
UZBK	: Uzay-Zaman Blok Kodları/Kodu/Kodlama
AWGN	: Additive White Gaussian Noise
BPSK	: Binary Phase Shift Keying
QPSK	: Quadrature Phase Shift Keying
SGO	: Sinyal Gürültü Oranı
BHO	: Bit Hata Olasılığı
EBO	: En Büyük Olabilirlikli
M-QAM	: M-ary Quadrature Amplitude Modulation
MPSK	: M-ary Phase Shift Keying
NG	: Nicemlenmiş Geribesleme
STBC	: Space-Time Block Code/Codes/Coding

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 3.1: Alamouti tasarımında antenlerden gönderilen sinyaller.....	18

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1: Genel bir iletişim sistemi.....	1
Şekil 2.1: Vericide n_t adet, alıcıda n_r adet antene sahip bir ÇGÇÇ kanal.....	6
Şekil 3.1: Uzay-zaman kodlamalı bir haberleşme sistemi.....	10
Şekil 3.2: Alamouti Tasarımı.....	13
Şekil 3.3: Alamouti tasarımı için bir adet alıcı antenli sisteme ait alıcı yapısı.....	14
Şekil 3.4: Uzay-zaman blok kodlayıcı giriş ve çıkışı	16
Şekil 3.5: Alamouti [11]'den BHO başarımları sonuçları	23
Şekil 4.1: Vericiden alıcıya iletim sistemi modeli.....	31
Şekil 4.2: Nicemlenmiş geribesleme tasarımı	34
Şekil 4.3: Vektör nicemleme kodlayıcısına ait blok diyagram.....	35
Şekil 4.4: Vektör nicemleme kod çözücüsüne ait blok diyagram	36
Şekil 4.5: 100 elemanlı eğitici küme	39
Şekil 4.6: Nicemleme bölgeleri ve kod vektörleri (1 bit, 2 bölge)	39
Şekil 4.7: Nicemleme bölgeleri ve kod vektörleri (2 bit, 4 bölge)	40
Şekil 4.8: Nicemleme bölgeleri ve kod vektörleri (3 bit, 8 bölge)	40
Şekil 5.1: Geribeslemesiz UZBK'na ait hata başarımları sonuçları	43
Şekil 5.2: 2x1 sisteme ait hata başarımları	44
Şekil 5.3: 2x2 sisteme ait hata başarımları	45
Şekil 5.4: 3x1 sisteme ait hata başarımları	46
Şekil 5.5: 3x2 sisteme ait hata başarımları	47
Şekil 5.6: 4x1 sisteme ait hata başarımları	48
Şekil 5.7: 4x2 sisteme ait hata başarımları	49

SEMBOL LİSTESİ

\mathbf{H}	: Kanal matrisi
n_t	: Verici anten sayısı
n_r	: Alıcı anten sayısı
\mathbf{I}	: Birim matris
n_s	: UZBK matrisi başına düşen sembol sayısı
\mathbf{C}	: UZBK matrisi
$\hat{\mathbf{h}}$: Nicemlenmiş kanal vektörü
\mathbf{w}	: Verici anten ağırlık vektörü
R	: Kod hızı
$\text{vec}(\mathbf{H})$: \mathbf{H} matrisine ait sütunların üst üste eklenmesiyle elde edilen vektör
$(\cdot)^H$: Devriğinin kompleks eşleniğini alma işlemi
$(\cdot)^T$: Devrik alma işlemi
$(\cdot)^*$: Kompleks eşlenik işlemi
$E\{\cdot\}$: İstatiksel beklenen değer
$\lambda_{\max}(\cdot)$: Bir matrise ilişkin en büyük özdeğer
$\ \mathbf{h}\ $: Vektörün Öklid normu
$\ \mathbf{H}\ $: Matrisin Frobenius normu
$C(m, n)$: m 'in n 'li kombinasyonu
\mathbb{C}	: Kompleks sayılar uzayı
$\text{Re}\{\cdot\}$: Bir ifadenin gerçek kısmı
$\text{Im}\{\cdot\}$: Bir ifadenin sanal kısmı

NİCEMLENMİŞ GERİBESLEMEYLE UZAY-ZAMAN BLOK KODLARI HATA BAŞARIMININ ARTTIRILMASI

ÖZET

Geçtiğimiz yirmi yıl içerisinde, telsiz iletişim sistemlerinde çok şiddetli bir değişim yaşanmıştır. Özellikle son on yıl içerisindeki hücreli telefon haberleşmesi ve telsiz internet ulaşımı tekniklerindeki ilerlemeler bu alandaki gelişmeyi çok daha büyük boyutlara taşımıştır. İletişim kanalının çok yönlü yayılım karakteristiğinden dolayı genlikte meydana gelen dalgalanma sönümlenme olarak adlandırılmakta ve telsiz haberleşme sistemlerinin ana problemlerinden birini teşkil etmektedir.

Telsiz iletişimde sönümleme etkisini azaltmak için kullanılan yöntemler genel olarak çeşitleme başlığı altında toplanmaktadır. Alıcıda ve vericide çoklu anten kullanımıyla bilgi iletim hızı artırılabilir. Son yıllarda verici anten çeşitlemesi büyük önem kazanmış ve araştırma konusu olmuştur.

Uzay-zaman blok kodlamayla, vericinin kanal bilgisine sahip olmadığı durumda verici anten çeşitleme kazancı elde edilebilmektedir. UZBK, alıcının kanal bilgisine sahip olduğunu ancak vericinin bu bilgiye sahip olmadığını öngörür. Bu nedendir ki UZBK açık devre özelliği göstermektedir.

Kapalı devre sistemler, kanal bilgisinin vericide tam olarak veya kısmi olarak bilindiği sistemler olarak ikiye ayrılabilir. Vericide kanal bilgisinin tam olarak bilindiği durumlarda, hüzme oluşturma (beamforming) tekniği kullanılabilir ve elde edilen bu tasarım UZBK'na göre daha iyi bir hata başarımları gösterir. Ne var ki bu tasarımda, alıcının kanal bilgisini vericiye geribeslemesi için sonsuz bite ihtiyaç vardır ve bu durum pratikte böyle bir sistemin kullanılamamasına yol açar.

Bu tez çalışmasında, nicemlenmiş geribeslemeli UZBK sistemi üzerinde durulmuştur. Alıcının sahip olduğu tam kanal bilgisi k-means algoritması ile vektör nicemlemesi işleminden geçirilmiştir. Nicemlenmiş kanal vektörlerinden verici anten ağırlıklandırılmasında kullanılan ağırlık vektörlerinin çıkarımı yapılmıştır. Böylelikle, her bir nicemlenmiş kanal vektörü bir verici anten ağırlık vektörüne

eşlenerek alıcıda ve vericide bulunan kod tablosu oluşturulmuştur. Vericinin sahip olduğu kanal matrisine uygun düşen nicemlenmiş kanal vektörü ve verici ağırlık vektörü kod tablosundan alınmaktadır. Bu bilgi verici tarafından alıcıya sınırlı bit kullanılarak geribeslenmiştir. Geribesleme kanalı hatadan bağımsız varsayılmıştır.

Çalışmada, bu tasarım modeli için hata başarımları elde edilmiş ve açık devre UZBK tasarımına göre daha iyi bir başarımla sağlandığı gösterilmiştir. Bunun yanında literatürde kullanılan verici anten seçimli bir geribesleme tekniğinin benzetimi yapılmış ve elde edilen başarımları karşılaştırma için kullanılmıştır.

Bu çalışma sonucunda, nicemlenmiş geribesleme kullanımıyla UZBK hata başarımlarının artırılabilirdiği gösterilmiştir. Nicemlenmiş geribeslemeye ait hata başarımları, sinyal gürültü oranının düşük olduğu durumlarda anten seçiminin hata başarımlarına yakın seyretmektedir. Sinyal gürültü oranı arttıkça nicemlenmiş geribeslemenin sağladığı kazanç anten seçimine göre daha fazla olmaktadır.

IMPROVING THE ERROR PERFORMANCE OF SPACE-TIME BLOCK CODES WITH QUANTIZED FEEDBACK

SUMMARY

In the past two decades, wireless telecommunication systems have experienced quite a drastic change. Especially in the last decade, advances in the cellular communication and wireless internet access have carried the development to a huge mass in this area. The fluctuation in the signal amplitude caused by the multipath propagation characteristic of the channel is referred to as fading and this phenomenon is one of the major problems in a wireless system.

The methods used for reducing the fading are generally entitled as diversity. The data rates can be increased by utilizing multiple antennas at both the transmitter as well as the receiver. In recent years, transmit antenna diversity has had a great importance and become a research area.

In the case when the transmitter has no knowledge about the channel, transmit antenna diversity gain can be achieved by utilizing space-time block coding. STBC assume that the receiver has the channel state information whereas the transmitter not. Hence, STBC is referred to as open-loop.

Closed-loop systems may be classified based on the types of the channel information available at the transmitter, namely the perfect channel knowledge and the partial channel knowledge. In the case when the transmitter has the perfect channel knowledge, beamforming can be used and this scheme exhibits a better error performance than STBC. However, in this scheme, infinite number of bits is required to feedback the channel state information and this situation results with the impossibility of using such a scheme in practice.

In this thesis study, a STBC system with quantized feedback is considered. The perfect channel information known by the receiver is quantized by utilizing the k-means algorithm. The resulting quantized channel vectors are utilized to construct the weighting vectors that are used to weight the transmitter antennas. As a result of

this, each quantized channel vector is matched to transmit antenna weighting vector. That is, the codebook which is both at the receiver as well as the transmitter is designed. The channel matrix, which is perfectly known by the receiver, is matched with a quantized channel vector, hence a transmitter weighting vector in the codebook. By utilizing a limited number of bits, this quantized information is fed back to the transmitter by the receiver. The feedback channel is assumed as error-free.

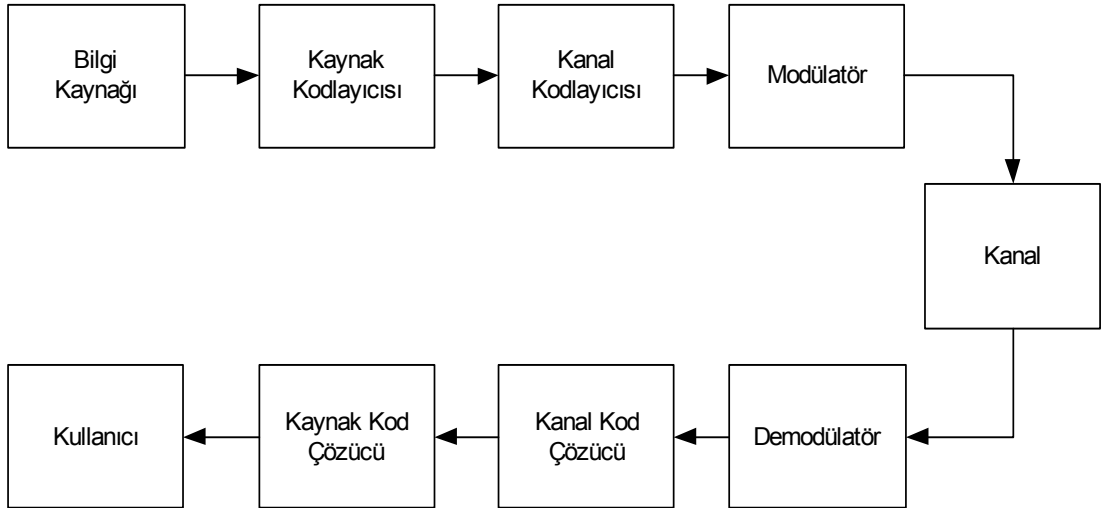
Moreover in this study, the error performance results have been obtained for the explained model. It is showed that the mentioned quantized feedback model has a better error performance than open-loop STBC. Besides this, a feedback technique with transmit antenna selection is simulated and the error performance results of this technique is used for comparison purposes.

As the result of this study, it is showed that the error performance of STBC can be improved by utilizing the proposed quantized feedback scheme. For the low SNR values, the error performance of the proposed quantized feedback scheme is approximately the same with the antenna selection scheme. The gain acquired by quantized feedback is greater than the antenna selection as the SNR increases.

1. GİRİŞ

Günümüzde telsiz iletişim sistemleri büyük çapta bir gelişme göstermiş ve günlük hayatımızın vazgeçilmez bir parçası haline gelmiştir. Özellikle son on yıl içerisindeki hücresel telefon haberleşmesi ve telsiz internet ulaşımı tekniklerindeki ilerlemeler bu gelişmeyi çok daha büyük boyutlara taşımıştır [1].

Temel olarak iletişim, bilginin bir noktadan başka bir noktaya iletilmesi olarak tanımlanabilir. Genel bir iletişim sistemi blok diyagramı Şekil 1.1’de verilmektedir. Bu diyagramda bilgi kaynağı ayrık belleksiz bir kaynak olarak değerlendirilmekte ve iletilecek mesajları üretmektedir. Kaynak kodlayıcısı aldığı mesajları olabilecek en kısa ikili sayı dizilerine çevirmektedir. Kanal kodlama işlemi, iletimin gerçekleştirildiği kanalın iletilecek bilgi üzerindeki bozucu etkisini azaltmak için kullanılmaktadır. Kanal kodlayıcısının çıkışında elde edilen dizi kod sözcüklerinden oluşmaktadır. Bu şekilde kodlanan sayısal bilgi kanaldan iletilmek amacıyla analog dalga biçimlerine eşlenerek modülasyon işlemi gerçekleştirilmiş olur. Bilginin kullanıcıya en az hata iletilebilmesi için kodlama ve modülasyon tekniğinin uygun biçimde seçilmesi gerekmektedir.



Şekil 1.1: Genel bir iletişim sistemi

Kanal sığası, bir kanalın iletebildiği en büyük ortalama bilgi miktarı olarak tanımlanmaktadır. Gürültülü bir kanaldan iletilen bilgi kullanıcıya hiçbir zaman tam doğru olarak ulaştırılamamaktadır. Daha açık bir ifadeyle bilginin kullanıcıya iletimi bir hata olasılığı taşımaktadır. Bu hata olasılığının sınırlandırılması ile ilgili olarak 1948 yılında Shannon [2] bilgi kuramının temel teoremi olarak bilinen gürültülü kodlama teoremini ortaya koymuştur. Bu teoreme göre, iletilecek ortalama bilgi miktarı kanal sığasından küçük olmak üzere uygun kodlar bulunarak bilgi iletimi hatasız olarak gerçekleştirilebilmektedir. Shannon tarafından yapılan bu çalışma iletişim kuramının temelini atmış ve kanal kodlama teknikleri bu kuramın en önemli dalı haline gelmiştir.

Bilindiği üzere telsiz haberleşme sistemleri gerek güç yönünden gerekse bant genişliği yönünden kısıtlar taşımaktadır. Buna ek olarak iletim kanalı dinamik bir yapı göstermektedir. Telsiz iletişimde özellikle çevrenin etkisiyle bilginin yayınıma yansıma, saçınım ve kırınım etkileri ile karşı karşıya kalmaktadır. Bu etkilerin sonucu olarak iletimi yapılan sinyal alıcıya çok sayıda yol üzerinden ulaşmaktadır. Burada her bir yolun kendine ait zamanla değişim gösteren genliği, fazı ve varış açısı bulunmaktadır. Çok yollu yayınıma sonucunda alıcıda farklı faz ve genlik değerlerinde toplamsal bir sinyal alınmış olur. Kanalın bu çok yollu yayınıma karakteristiğinden dolayı genlikte meydana gelen dalgalanma *sönümlenme* olarak adlandırılmaktadır.

Telsiz iletişimde sönümlenme etkisini azaltmak için kullanılan yöntemler genel olarak *çeşitleme* başlığı altında toplanmaktadır. Çeşitlemede ana fikir, alıcıda iletimi yapılan sinyalin bağımsız sönümlenen farklı kopyalarını kullanılarak aynı anda sönümlenme olasılığını azaltmaktır. Böylelikle çeşitleme iletim kalitesini arttırmış olmaktadır. Telsiz haberleşme sistemlerinde en çok başvurulan çeşitleme yöntemleri, zaman çeşitlemesi, frekans çeşitlemesi ve uzay çeşitlemesi olarak sıralanabilir [3]. Zaman çeşitlemesinde bilgi, farklı zaman aralıklarında eş mesajların iletimi ile yapılmaktadır. Frekans çeşitlemesinde bilgi, farklı frekans bantlarında gönderilmektedir. Uzay çeşitlemesi, aynı zamanda anten çeşitlemesi olarak adlandırılmakta ve çok yollu sönümlenme etkisini azaltmak için etkili bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu tip çeşitleme alıcıda ve/veya vericide birden fazla anten kullanımı ile gerçekleştirilmektedir. Böylelikle aynı bilgi farklı sönümlenme

özelliklerine sahip çok sayıda kanaldan iletilmektedir. Anten çeşitlemesi, frekans/zaman çeşitlemesine göre zaman veya frekans kısıtı taşımadığından daha tercih edilir bir çeşitleme yöntemidir [4].

Anten çeşitlemesi, çoklu anten kullanımının alıcıda veya vericide gerçekleşmesine bağlı olarak alıcı çeşitlemesi ve verici çeşitlemesi olarak ikiye ayrılabilir. Alıcı çeşitlemesi ile ilgili çalışmalar 80'li yıllarda başlamıştır. Günümüzde alıcı çeşitlemesi, hücrel haberleşme sistemlerinde çokça kullanılmaktadır. Baz istasyonlarında çoklu anten kullanımıyla kullanıcı tarafından iletilen sinyalin birbirinden bağımsız kopyaları elde edilmektedir. Alıcıdaki anten sayısı alıcı çeşitlemesinin derecesini vermektedir [5].

Son yıllarda alıcı anten çeşitlemesine ek olarak verici anten çeşitlemesi de büyük önem kazanmış ve araştırma konusu olmuştur. 90'lı yılların başında gelişmeye başlayan verici anten çeşitlemesi çalışmaları hala devam etmekte ve güncelliğini korumaktadır. 1993 yılında Witneben [6], bant genişliği verimliliğini arttıran verici çeşitlemesini tanıtmıştır. Gecikme çeşitlemesi, 1994 yılında Seshadri ve Winters [7] tarafından tanıtılmıştır. Telatar [8] ve Foschini [9], çok-girdili çok-çıkıtlı(ÇGÇÇ) sistemlerin kullanımıyla kanal sığasının artırılarak yüksek bilgi iletim hızlarına ulaşılabildiğini göstermişlerdir.

Hem alıcı da hem verici de anten dizisi diğer bir ifadeyle çoklu anten kullanımıyla kanalın bozucu etkisinin azaltılması ve bilgi iletim hızının artırılması sağlanabilmektedir. Vericinin kanal bilgisine sahip olmadığı durumda vericiden çıkan sinyallerin uygun şekilde tasarlanmasıyla verici anten çeşitleme kazancı elde edilebilmektedir. Bu tasarım tekniği Uzay-Zaman Kodlaması olarak bilinmektedir. Uzay-Zaman Kodlaması modülasyon, kanal kodlama ve anten çeşitlemesini bir arada toplamaktadır. Bu kodlama tekniğinde iletilen sinyal hem uzamsal hem de zamansal alanda kodlanmaktadır.

Uzay-Zaman Kodları ilk olarak 1998 yılında Tarokh vd. [10] tarafından çoklu-antenli sönmülemeli kanallarda verici çeşitlemesini sağlamak amacıyla tasarlanmıştır. Burada tasarlanan kodlar *Uzay-Zaman Kafes Kodları* olarak anılmaktadır. Yine 1998 yılında Alamouti [11], iki vericili bir sistem için bir verici çeşitleme tekniği önermiştir. Dik *Uzay-Zaman Blok Kodları(UZBK)* 1999 yılında Tarokh vd. [12]

tarafından tasarlanmış ve Alamouti Tasarımının dik UZBK'nın özel bir durumu olduğu gösterilmiştir.

UZBK, giriş sembolleri bloğu üzerinden sütunları zamanı satırları ise antenleri temsil edecek biçimde bir kod matrisi oluşturur. UZBK'nın temel özelliği basit bir kod çözme mekanizmasıyla tam çeşitlemeyi sağlayabilmesidir. Sistemdeki verici anten sayısı n_t , alıcı anten sayısı ise n_r olmak üzere tam çeşitleme durumunda çeşitleme derecesi $n_r \times n_t$ olmaktadır.

UZBK, alıcının kanal bilgisine sahip olduğunu ancak vericinin bu bilgiye sahip olmadığını öngörür. Bu nedendir ki UZBK açık devre özelliği göstermektedir [13]. Kapalı devre sistemler, kanal bilgisinin vericide tam olarak veya kısmi olarak bilindiği sistemler olarak ikiye ayrılabilir [14]. Vericide kanal bilgisinin tam olarak bilindiği durumlarda, *hüzme oluşturma (beamforming)* tekniği kullanılabilir ve elde edilen bu tasarım UZBK'na göre daha iyi bir hata başarımları gösterir [15,16]. Ne var ki bu tasarımda, alıcının kanal bilgisini vericiye geribeslemesi için sonsuz bite ihtiyaç vardır ve bu durum pratikte böyle bir sistemin kullanılamamasına yol açar.

Literatürde verinin kanal bilgisine kısmi olarak sahip olduğu durumlar için ise birçok farklı tasarım önerilmiştir. Vericinin sahip olduğu kısmi kanal bilgisi iki farklı şekilde karşımıza çıkmaktadır:

- İstatiksel kanal bilgisi(Kanal ortalaması veya korelasyonu) [17-19]
- Nicemlenmiş kanal bilgisi [20]

Her iki durum için de amaç sınırlı sayıda bit kullanımıyla gerçekleştirilen alıcı-verici geribeslemesini kullanarak bir ön-kodlama (precoding) gerçekleştirmek ve hata başarımlarını arttırmaktır.

Literatürde sınırlı geri-beslemeli UZBK kodlama için verici anten seçimi [21-24] ve kısmi kanal bilgisini kullanarak doğrusal ön-kodlama metotları [25-29] kullanılmıştır. Özellikler [25] ve [26]'da nicemlenmiş geribeslemesi sistemler ele alınmıştır.

Bu tez çalışmasında, alıcının sahip olduğu tam kanal bilgisi k-means algoritması ile vektör nicemlemesi işleminden geçirilmiştir. Her bir nicemlenmiş kanal vektörü, bir verici anten ağırlık vektörüne eşlenmiştir. Bu bilgi verici tarafından alıcıya sınırlı bit kullanılarak geribeslenmiştir. Çalışmada, bu tasarım modeli için hata başarımları

sonuçları elde edilmiş ve açık devre UZBK tasarımına göre daha iyi bir başarım sağladığı gösterilmiştir. Bunun yanında literatürde kullanılan verici anten seçimli bir geribesleme tekniğinin benzetimi yapılmış ve elde edilen başarım sonuçları karşılaştırma için kullanılmıştır.

Bölüm 2’de çok-girdili çok-çıktılı telsiz haberleşme sistem modeli ve temel özellikleri incelenecektir.

Bölüm 3’te genel anlamda uzay-zaman kodlaması tanıtılacaktır. Özellikle, bu çalışmada kullanılan dik UZBK hakkında bilgi verilecektir. Tez çalışmasında kullanılan kodlama ve bunlara ilişkin kod çözmenin nasıl yapıldığı aktarılacaktır.

Bölüm 4’te bu tezde kullanılan nicemlenmiş geribesleme tasarımı tanıtılacaktır.

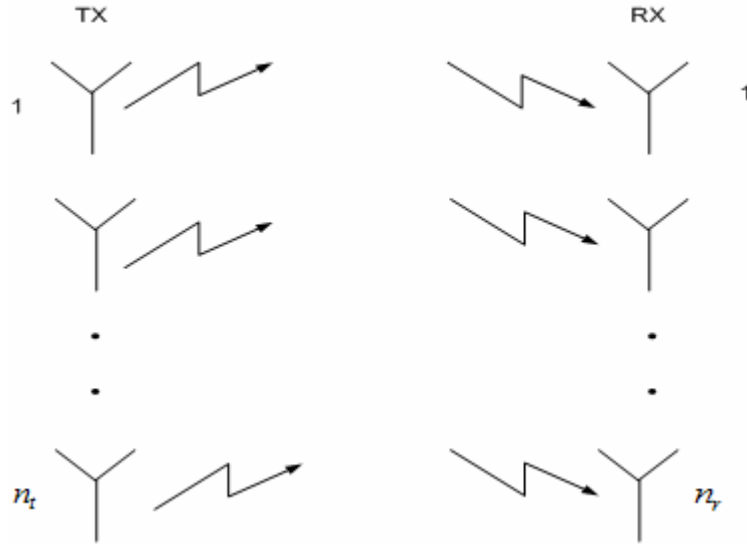
Bölüm 5’te nicemlenmiş geribesleme tasarımını temel alan hata başarımı benzetim sonuçları tartişılacaktır.

Bölüm 6’da ise bu tez çalışmasında elde edilen sonuçlar üzerinde durulacak ve ileride bu konuda yapılabilecekler tartişılacaktır.

2. ÇGÇÇ KANAL SİSTEM MODELİ VE ÖZELLİKLERİ

2.1. Çok-Girdili Çok Çıktılı Kanal

Verici tarafında n_t adet, alıcı tarafında da n_r adet antene sahip bir ÇGÇÇ kanal düşünelim. Böyle bir ÇGÇÇ kanal Şekil 2.1'de gösterilmektedir. Bu şekilde TX verici, RX ise alıcı anlamında kullanılmıştır.



Şekil 2.1: Vericide n_t adet, alıcıda n_r adet antene sahip bir ÇGÇÇ kanal

Verici anten j ve alıcı anten i arasındaki kompleks kanal cevabının $h_{i,j}$ olduğunu varsayalım. Şu halde, belirli bir zamanda verici antenlerden sırasıyla $\{x_1, \dots, x_{n_t}\}$ sinyalleri iletildiğinde alıcı anten j tarafından alınan sinyal aşağıda belirtilen şekilde olacaktır:

$$y_i = \sum_{j=1}^{n_t} h_{i,j} x_j + n_i \quad (2.1)$$

Burada n_i alıcı taraftaki gürültü terimini ifade etmektedir.

Verici tarafından iletimi yapılan bilgiyi içeren n_t uzunluklu \mathbf{x} vektörü

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{n_t}]^T \quad (2.2)$$

şeklinde gösterilebilir. Alıcı tarafından elde edilen bilgiyi içeren n_r uzunluklu \mathbf{y} vektörü ise

$$\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_{n_r}]^T \quad (2.3)$$

biçiminde ifade edilebilir.

Verici tarafında n_t adet, alıcı tarafında da n_r adet antene sahip bir ÇGÇÇ kanala ait $n_r \times n_t$ boyutlu kanal kazanç matrisi şu şekilde olmaktadır:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdot & \cdot & \cdot & h_{1,n_t} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ h_{n_r,1} & \cdot & \cdot & \cdot & h_{n_r,n_t} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

E_s , bir sembol süresi boyunca vericiden iletilen toplam güç olmak üzere (2.1)'deki ilişkiyi matris formunda aşağıdaki şekilde yazmak mümkündür:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_s}{n_T}} \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2.5)$$

Bu ifadede \mathbf{n} gürültü vektörü olup $\mathbf{n} = [n_1, \dots, n_{n_r}]^T$ şeklinde ifade edilmektedir. Bu tez çalışmasında, \mathbf{n} gürültü vektörü sıfır ortalamalı ve N_o değışintili kompleks beyaz Gauss gürültüsü olarak öngörülmektedir. Bu özellikteki gürültüye toplamsal beyaz Gauss gürültüsü (additive white Gaussian noise, AWGN) denilmektedir. \mathbf{I}_{n_r} , n_r boyutlu birim matris olmak üzere kompleks Gauss dağılımlı gürültü vektörü aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\mathbf{n} \sim N_C(\mathbf{0}, N_o \mathbf{I}_{n_r}) \quad (2.6)$$

$$E\{\mathbf{n}\mathbf{n}^H\} = N_o \mathbf{I}_{n_r} \quad (2.7)$$

2.2. Kanal Matrisi ve Sönümlenme Özellikleri

Bu tez çalışmasında, ÇGÇÇ kanala ait kanal matrisi elemanları $h_{i,j}$, sıfır ortalamalı ve birim değişintili istatistiksel bağımsız kompleks Gauss dağılımına sahip rastsal değişkenler olarak ele alınacaktır:

$$h_{i,j} \sim N_c(0,1) \quad (2.8)$$

Bu varsayım sönümlenme etkisinin çoklu saçıcı tarafından sağlanarak çoklu yollar üzerinden sağlandığı ve ortamda doğrudan görüş çizgisine bağlı bir yol bulunmadığını modellemek için yapılmaktadır. Bu varsayımlar altında kanal kazançlarının genlik dağılımları ($|h_{i,j}|$) Rayleigh dağılımlı olmaktadır [3]. Diğer bir ifadeyle bu çalışmada kullanılan kanal sönümlenmesi Rayleigh sönümlenmesi olarak değerlendirilmektedir.

Bu çalışmada geçerli olan kanal, *frekans seçici olmayan kanal* olarak varsayılmaktadır. İletilen sinyalin spektral özellikleri alıcı tarafta da korunmaktadır. Diğer ifadeyle kanal, frekans karakteristiği anlamında sinyale bozucu etki yapmamaktadır. İletilen sinyalin bir modülasyon aralığındaki süresi diğer bir ifadeyle sembol periyodu T_s olarak ele alındığında sinyal bant genişliği

$$B_s \cong 1/T_s \quad (2.9)$$

olarak ifade edilebilir.

Alıcıya ulaşan iki yol gecikmesi arasındaki maksimum fark ise τ_{maks} ile gösterilsin.

Bu durumda kanalın uyumluluk bant genişliği

$$B_c \cong 1/\tau_{maks} \quad (2.10)$$

olarak gösterilebilir. Sinyal bant genişliğinin kanalın uyumluluk bant genişliğine göre çok daha küçük olması durumu, kanalı frekans seçici olmayan diğer bir ifadeyle *düz sönümlenmeli kanal* haline getirmektedir [3]:

$$B_s \ll B_c \quad (2.11)$$

Ele aldığımız kanal impuls cevabı sembol süresi T_s 'ye göre daha düşük bir hızda değişim göstermektedir. Bu tip kanallar *yavaş sönmülemeli kanallar* olarak adlandırılmaktadır [3]. Diğer bir ifadeyle kanal matrisi elemanları, iletim sırasında T zaman aralığı kadar sabit kalmaktadır. Her T zaman aralığı sonunda ise kanal matrisi bir öncekinden tamamen bağımsız olarak değişmektedir. Bu kanal modeli *ergodik blok sönmülemeli kanal* olarak adlandırılmaktadır. Bu modelde ardışık olarak iletilen belirli sayıda sembol boyunca diğer bir ifadeyle bir sembol bloğu süresince kanal sabit kalmakta her blok sonunda kanal bağımsız bir biçimde değişmektedir. Bu çalışmada kullanılan kanal modeli ergodik blok sönmülemeli özellik taşımaktadır.

3. DİK UZAY-ZAMAN BLOK KODLAMALI HABERLEŞME SİSTEMİ

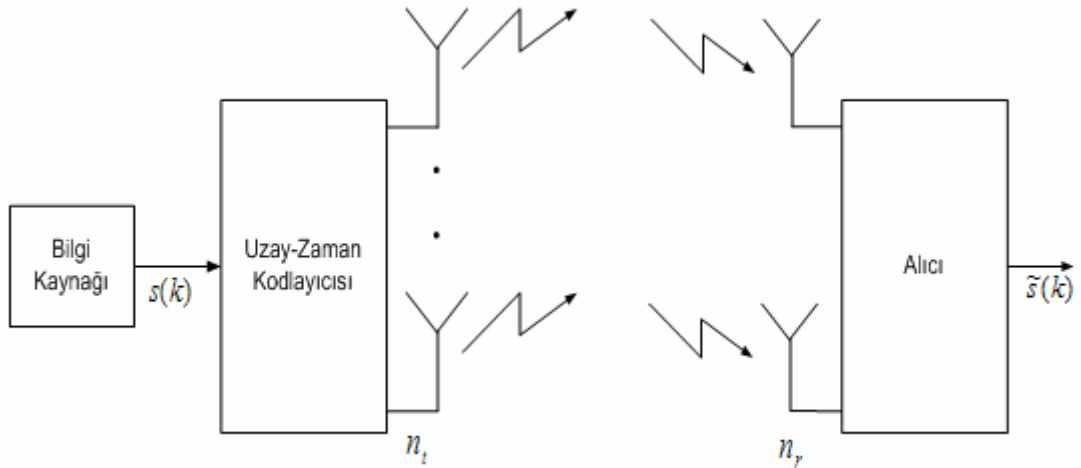
Uzay-zaman kodlaması ilk olarak Tarokh vd. [10] tarafından 1998 yılında tanıtılmış ve çoklu-antenli sönümlmeli kanallar için yeni bir verici çeşitleme tekniği geliştirilmiştir. Tarokh [10,12] tarafından geliştirilen uzay-zaman kodlaması tasarımları kodlama, modülasyon, alıcı ve verici çeşitlemesini bir arada harmanlaması nedeniyle büyük önem arz etmektedir. Literatürde iki farklı türde uzay-zaman kodu tasarlanmıştır:

- Uzay-zaman kafes kodları(Space-time trellis codes, STTC)
- Uzay-zaman blok kodları(Space-time blok codes, STBC)

Bu çalışmada uzay-zaman blok kodları ele alınmıştır.

3.1. Uzay-Zaman Kodlamalı Haberleşme Sistemi Modeli

Uzay-zaman kodlamalı bir haberleşme sistemini bilgi kaynağı, uzay-zaman kodlayıcısı, verici ve alıcı antenler, kod çözücüsünü de içeren alıcı teşkil eder. Böyle bir sisteme ait blok diyagram Şekil 3.1’de görülmektedir.



Şekil 3.1: Uzay-zaman kodlamalı bir haberleşme sistemi

Bilgi kaynağından gelen $s(l)$ sembolü, l anında Uzay-Zaman kodlayıcısı tarafından n_t adet $c_l^1, c_l^2, \dots, c_l^{n_t}$ kod sembolleri olarak kodlanır. Her bir kod sembolü farklı

antenler tarafından eş zamanlı olarak iletilir [5]. Bu durumda her bir alıcı antene ulaşan sinyal, iletimi yapılan n_t adet sinyalin birbirinden bağımsız olarak sönmülemeye uğramış hallerinin toplamı olmaktadır. Bu çalışmada kullanılan uzay-zaman haberleşme sisteminin belli başlı parametreleri aşağıda listelenmiştir.

- n_t : Verici anten sayısı
- n_r : Alıcı anten sayısı
- $h_{i,j}$: Verici anten i ile alıcı anten j arasındaki kompleks sönmüleme katsayısı. Bu katsayıların, birbirinden bağımsız, sıfır ortalamalı ve birim değışintili kompleks Gauss rastlantı değışkenleri olduğu varsayılmaktadır:

$$h_{i,j} \sim N_C(0,1) \quad (3.1)$$

Sistemde kanalın durağan sönmülemeli olduğu varsayılmaktadır. Kanal matrisi L uzunluklu sembol çerçeveleri boyunca değışmemekte, her çerçeve sonunda bir önceki kanal matrisinden bağımsız olarak değışim göstermektedir.

Tüm antenlerden giriş sembolü başına üretilen toplam enerjinin E_s 'e eşit olduğunu varsayılmaktadır. Bu durumda, her bir antenden sembol başına üretilen enerji E_s/n_t olmaktadır. $y_j(l), j = 1 \dots n_r$, alıcı anten j tarafından l zamanında alınan sinyal

$$y_j(l) = \sqrt{E_s/n_t} \sum_{i=1}^{n_t} h_{i,j}(l) c_l^i + z_j(l), \quad j = 1 \dots n_r \quad (3.2)$$

şeklinde olacaktır. Burada $z_j(l)$, sıfır ortalamalı N_o değışintili kompleks beyaz Gauss gürültüsünün birbirinden bağımsız örnekleridir. Alıcı antenlerdeki $n_r \times 1$ 'lik gürültü vektörü de

$$\mathbf{z} = [z_1, z_2, \dots, z_{n_r}]^T \quad (3.3)$$

$$\mathbf{z} \sim N_C(\mathbf{0}, N_o \mathbf{I}_{n_r}) \quad (3.4)$$

$$E\{\mathbf{z}\mathbf{z}^H\} = N_o \mathbf{I}_{n_r} \quad (3.5)$$

olarak ifade edilmektedir.

l zamanında verici antenler tarafından iletimi yapılan kod vektörü

$$\mathbf{c} = [c_l^1, c_l^2, \dots, c_l^{n_l}]^T \quad (3.6)$$

olsun. Alıcı antenler tarafından alınan gözlem vektörü ise

$$\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{n_r}]^T \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilsin. Bu durumda (3.2) eşitliği matris formunda

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_s}{n_t}} \mathbf{H} \mathbf{c} + \mathbf{z} \quad (3.8)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada \mathbf{H} , kanal matrisini göstermektedir. Her bir verici antenden sembol başına üretilen enerji

$$E_s / n_t = 1 \quad (3.9)$$

olarak ele alınırsa (3.8) eşitliği şu şekilde ifade edilir:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{c} + \mathbf{z} \quad (3.10)$$

Alıcı anten başına düşen sinyal gürültü oranı (SGO) ise

$$SGO = E_s / N_o \quad (3.11)$$

olarak ifade edilmektedir.

Bu çalışmada, kanal durum bilgisinin alıcı tarafından tam doğrulukla bilindiği varsayılmaktadır. Bu varsayımından yola çıkarak,

$c_1^1, c_1^2, \dots, c_1^{n_l}, c_2^1, c_2^2, \dots, c_2^{n_l}, \dots, c_l^1, c_l^2, \dots, c_l^{n_l}$ kod sözcükleri taranarak

$$\sum_{l=1}^l \sum_{j=1}^{n_r} \left| y_j(t) - \sum_{i=1}^{n_t} h_{i,j} c_l^i \right| \quad (3.12)$$

karar metriğini en küçükleyen kod sözcükleri alıcı tarafından çözülmüş olur.

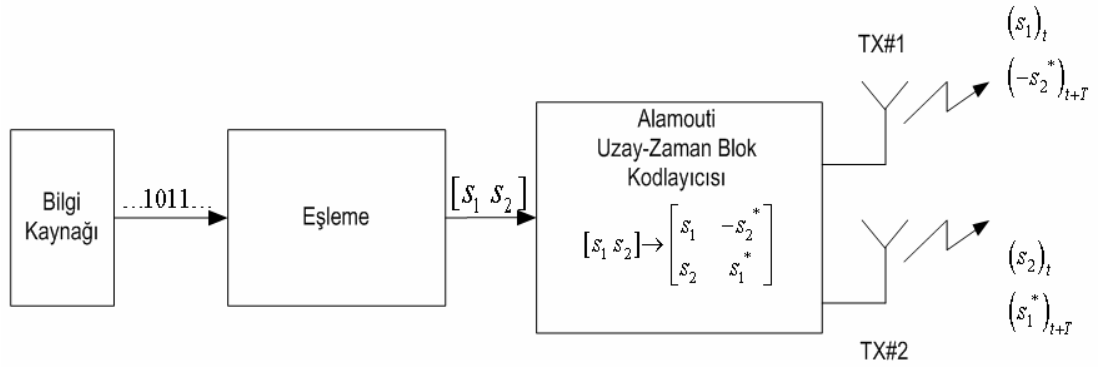
3.2. Uzay-Zaman Blok Kodlama

Bir önceki bölümde verilen c_i^t kod sözcüleri uzay-zaman blok kodlama veya uzay-zaman kafes kodlama ile elde edilebilmektedir. Bu tez çalışmasında UZBK temel alınmıştır.

UZBK, uzay ve zaman çeşitliliğini kullanan bir blok kodlama yöntemidir. Bu yöntemle, aynı işaret farklı zamanlarda farklı antenlerden iletilerek uzayda ve zamanda çeşitleme sağlanmaktadır.

3.2.1. Alamouti Tasarımı

1998 yılında, Alamouti [11] iki adet verici anten için basit bir verici çeşitleme tasarımı geliştirdi. Bu tasarım, en basit UZBK özelliği göstermektedir. Bu tasarıma ilişkin diyagram Şekil 3.2’de verilmektedir.



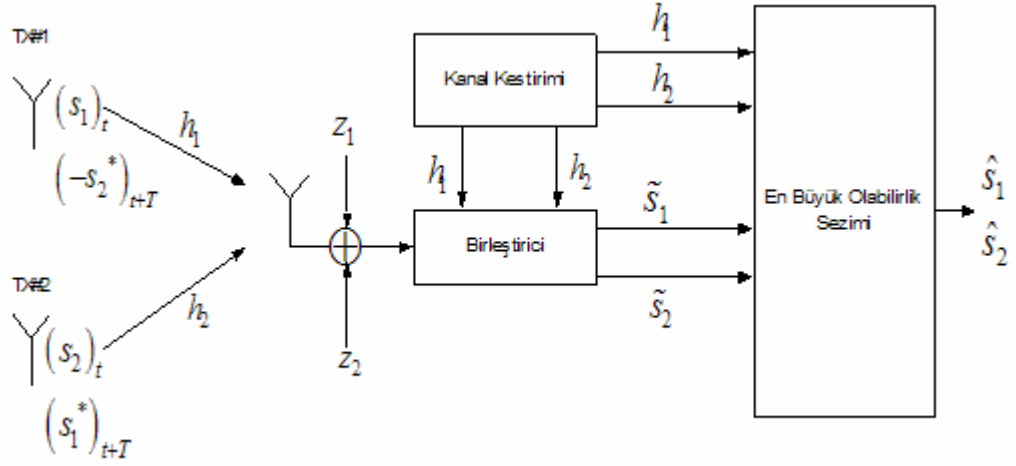
Şekil 3.2: Alamouti Tasarımı

Bilgi kaynağından gelen bitler, $s_i; i=1, \dots, L$ işaret kümesi elemanlarına iki adet sembolden oluşan bloklar halinde eşlenir.

t ve $t+T$ ardışık iki sembol iletim zamanını göstermek üzere, her $[s_1 \ s_2]$ bloğu için kodlayıcı tarafından t anında s_1 ve s_2 , $t+T$ anında $-s_2^*$ ve s_1^* sinyalleri üretilir.

t anında 1. antenden s_1 sinyalinin, 2. antenden s_2 sinyalinin iletimi yapılır. Sonraki sembol iletim zamanı olan $t+T$ anında ise 1. antenden $-s_2^*$ sinyalinin, 2. antenden s_1^* sinyali gönderilir.

İki adet verici anten ve bir adet alıcı antenden oluşan sisteme ait alıcı yapısı Şekil 3.3’de verilmektedir.



Şekil 3.3: Alamouti tasarımı için bir adet alıcı antenli sisteme ait alıcı yapısı

Birinci verici anten ile alıcı anten arasındaki kanal kazancı $h_1(t)$, 2. verici anten ile alıcı anten arasındaki kanal kazancı $h_2(t)$ ile gösterilsin. Durağan sönmüleme varsayımı altında ardışık iki sembol arasında kanal kazançları sabit olmaktadır. Bu durumda, T sembol periyodu olmak üzere kanal kazançları

$$h_1(t) = h_1(t+T) = h_1 \quad (3.13)$$

$$h_2(t) = h_2(t+T) = h_2 \quad (3.14)$$

Şu halde t ve $t+T$ zamanında, alıcı anten tarafından alınan sinyaller şu şekilde olmaktadır:

$$y_1 = y(t) = h_1 s_1 + h_2 s_2 + z_1 \quad (3.15)$$

$$y_2 = y(t+T) = -h_1 s_2^* + h_2 s_1^* + z_2 \quad (3.16)$$

Alıcıda kanal kestiriminin ideal olduğu varsayılmaktadır. Diğer bir ifadeyle alıcı kanal bilgisine tam doğrulukla sahiptir. Bu varsayımla, alınan sinyaller, birleştiricide aşağıdaki gibi birleştirilir:

$$\tilde{s}_1 = h_1^* y_1 + h_2 y_2^* = (|h_1|^2 + |h_2|^2) s_1 + h_1^* z_1 + h_2 z_2^* \quad (3.17)$$

$$\tilde{s}_2 = h_2^* y_1 - h_1 y_2^* = (|h_1|^2 + |h_2|^2) s_2 - h_1 z_2^* + h_2^* z_1 \quad (3.18)$$

Birleştirici bu sinyalleri en büyük olabilirlikli karar kestirimcisine gönderir. Kestirimci aşağıda belirtilen karar metriğini olası tüm s_1 ve s_2 'ler üzerinden en küçükleme çalışır:

$$|y_1 - h_1 s_1 - h_2 s_2|^2 + |y_2 + h_1 s_2^* - h_2 s_1^*|^2 \quad (3.19)$$

Bu ifadeyi açıp, kod sözcüklerinden bağımsız terimleri silerek iki ayrı metrik elde etmek mümkün olmaktadır. s_1 'i çözmek için aşağıdaki metrik en küçüklendirmedir:

$$(|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|s_1|^2 + |h_1^* y_1 + h_2 y_2^* - s_1|^2 \quad (3.20)$$

s_2 'yi çözmek için ise en küçüklendirmesi gereken metrik şu şekilde olacaktır:

$$(|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|s_2|^2 + |h_2^* y_1 - h_1 y_2^* - s_2|^2 \quad (3.21)$$

Öklid uzaklığı $d^2(x, y) = (x - y)(x^* - y^*) = |x - y|^2$ olmak üzere, her $\tilde{s}_j, j = 1, 2$ sinyali için karar kuralı şu hale gelmektedir:

$$(|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|s_i|^2 + d^2(\tilde{s}_j, s_i) \leq (|h_1|^2 + |h_2|^2 - 1)|s_k|^2 + d^2(\tilde{s}_j, s_k), \quad \forall i \neq k \quad (3.22)$$

PSK sinyal kümesi eş enerjili sinyal elemanları içermektedir:

$$|s_i|^2 = |s_k|^2 \quad (3.23)$$

şu halde PSK sinyalleri için karar kuralı aşağıdaki şekilde basitleşmiş olur:

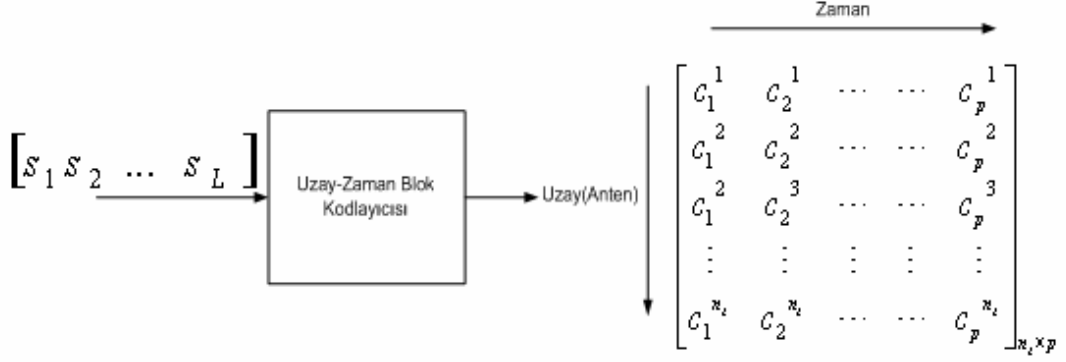
$$d^2(\tilde{s}_j, s_i) \leq d^2(\tilde{s}_j, s_k), \quad \forall i \neq k \quad (3.24)$$

3.2.2. Uzay-Zaman Blok Kodları

Genel olarak n_t adet verici antene, n_r adet alıcı antene sahip bir sistem düşünelim. t anında, i numaralı antenden gönderilen sinyal c_t^i olarak gösterilsin. Uzay-zaman blok kodlamalı bir sistemde L adet kompleks sembol, p adet zaman aralığı içerisinde iletilmektedir. Örneğin Alamouti tasarımında $L=2$ adet kompleks sembol, $p=2$ zaman aralığı içerisinde iletilmektedir. Aynı tasarım için anten ve zamana bağlı iletimi yapılan sinyaller aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$c_1^1 = s_1, c_1^2 = s_2, c_2^1 = -s_2^*, c_2^2 = s_1^* \quad (3.25)$$

Özetle, uzay-zaman blok kodlamalı bir sistemde L adet kompleks sembol, p adet zaman aralığı içerisinde n_i adet verici antene serpiştirilmiş olmaktadır. Bu durum, Şekil 3.4’de gösterilmektedir.



Şekil 3.4: Uzay-zaman blok kodlayıcı giriş ve çıkışı

Şekilden görüldüğü üzere kodlayıcının girişini L uzunluklu bir sembol bloğu oluşturmakta, çıkışında ise $n_i \times p$ ’lik *kod sözcüğü matrisi* elde edilmektedir. Bu kod sözcüğü matrisi

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1^1 & c_2^1 & \cdots & \cdots & c_p^1 \\ c_1^2 & c_2^2 & \cdots & \cdots & c_p^2 \\ c_1^2 & c_2^3 & \cdots & \cdots & c_p^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_1^{n_i} & c_2^{n_i} & \cdots & \cdots & c_p^{n_i} \end{bmatrix}_{n_i \times p} \quad (3.26)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bir zaman diliminde bütün antenlerden gönderilen işaretler, *kod sözcüğü* olarak adlandırılmaktadır:

$$\mathbf{c}_i = c_i^1 c_i^2 \cdots c_i^{n_i}, \quad i = 1, \dots, p \quad (3.27)$$

Kolayca görüleceğe üzere, kod sözcüğü matrisinin sütunları kod sözcüklerini teşkil etmektedir. Bu durumda olası tüm kod sözcükleri

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_1 \mathbf{c}_2 \cdots \mathbf{c}_p = c_1^1 c_1^2 \cdots c_1^{n_i} c_2^1 c_2^2 \cdots c_2^{n_i} \cdots c_p^1 c_p^2 \cdots c_p^{n_i} \quad (3.28)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Bu ön bilgiler ışığında UZBK tanımı şu şekilde yapılabilir:

Uzay-zaman blok kodu, $S: L$ elemanlı iletimi yapılacak semboller kümesi olmak üzere, $S = \{s_i \mid i = 1, \dots, L\}$; $C: n_i \times p$ 'lik kod sözcüğü matrisidir. Öyle ki, elemanları s_1, s_2, \dots, s_L 'lerin ve eşleniklerinin kombinasyonlarıdır.

Diğer bir ifadeyle uzay-zaman blok kodlama, L adet kompleks sembolden oluşan $\{s_1, s_2, \dots, s_L\}$ kümesinin C matrisine eşlenmesidir:

$$\{s_1, s_2, \dots, s_L\} \rightarrow C \quad (3.29)$$

Örneğin, Alamouti tasarımı için kod sözcüğü matrisi

$$C = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

şeklinde olur.

Eşleme işlemi $\pm s_i$ değişkenlerinin ve kompleks eşleniklerinin $(\pm s_i)^*$ doğrusal birleşimi ile oluşturulan UZBK'na *doğrusal UZBK* diyoruz.

Bu tez çalışmasında tasarlanan haberleşme sisteminde kullanılan UZBK, doğrusal UZBK'nın bir alt kümesi olan *Dik UZBK*'dir. *Dik UZBK*, doğrusal uzay-zaman blok kodlarıdır öyle ki CC^H ilinti matrisi aşağıdaki D köşegen matrisini sağlar:

$$CC^H = D = \sum_{n=1}^L |s_n|^2 \mathbf{I}_{n_i} \quad (3.31)$$

Buradaki birim matrisin bir sabitle ölçeklenebileceğini akıldan çıkarmamak gerekir.

UZBK'na ait kod hızı, birim zamanda gönderilen kompleks sembol sayısı olarak tanımlanmaktadır:

$$R = L / p \quad (3.32)$$

İki antenli durum için tam-hızlı ($R=1$) kodlar mevcuttur. Daha fazla vericili durumlar için kod hızında düşüş ($R<1$) olmaktadır [12].

C uzay-zaman blok kodunun iletimi yapılsın. Alıcıda elde edilen $n_r \times p$ 'lik matris

$$Y = HC + Z \quad (3.33)$$

şeklinde olacaktır Burada \mathbf{Z} , $n_r \times p$ 'lik gürültü matrisi olup elemanları sıfır ortalamalı, N_o değişintili bağımsız Gauss rastsal değişkenleridir. Alıcıda kod çözme için kullanılan en büyük olabilirlikli kestirim

$$\hat{s}_k = \arg \min_{\{s_k\}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{C}\|^2 \quad (3.34)$$

ifadesi üzerinden gerçekleştirilmektedir.

\mathbf{C} matrisinin dik yapısı sayesinde kestirimci her bir iletimi yapılan sembol için L adet kestirimciye ayrıştırılabilmektedir.

3.2.3. Dik Uzay-Zaman Blok Kodlarının En Büyük Olabilirlikli Kestirimi

Bu çalışmada dik UZBK kullanılmıştır. Bu bölümde, genel olarak dik UZBK'nın EBO kestirimi aktarılacaktır. Çalışma özelinde ise çalışmada benzetimi yapılan kodların EBO kestirimi detaylandırılacaktır.

3.2.3.1. Alamouti Tasarımında En Büyük Olabilirlikli Kestirim

İlk olarak $n_t = 2, n_r = 1$ durumunu göz önüne alalım. Bu durum için Alamouti tasarımında kod sözcüğü matrisi (3.30) eşitliğinde verilmişti. Bu tasarımda kod hızı 1'e eşit olup tam-hızlı olarak adlandırılır. Alamouti tasarımında antenlerden gönderilen sinyaller Tablo 3.1'de gösterilmektedir.

Tablo 3.1: Alamouti tasarımında antenlerden gönderilen sinyaller

	t_1	t_2
TX#1	s_1	$-s_2^*$
TX#2	s_2	s_1^*

Hatırlanacağı üzere bu tasarım için alınan sinyaller şöyle idi:

$$\begin{aligned} y_1 = y(t) &= h_1 s_1 + h_2 s_2 + z_1 \\ y_2 = y(t+T) &= -h_1 s_2^* + h_2 s_1^* + z_2 \end{aligned} \quad (3.35)$$

$\mathbf{R} = [y_1 \ y_2]$, $\mathbf{H} = [h_1 \ h_2]$, $\mathbf{N} = [z_1 \ z_2]$ olmak üzere alıcı tarafından alınan sinyaller matris formunda

$$\mathbf{R} = \mathbf{H}\mathbf{C} + \mathbf{N} \quad (3.36)$$

$$[y_1 \ y_2] = [h_1 \ h_2] \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix} + [z_1 \ z_2] \quad (3.37)$$

şeklinde gösterilebilir.

Sırasıyla alınan sinyal vektörü, kod sembol vektörü ve gürültü vektörü aşağıdaki şekilde yeniden tanımlansın:

$$\mathbf{y} = [y_1 \ y_2^*]^T \quad (3.38)$$

$$\mathbf{s} = [s_1 \ s_2]^T \quad (3.39)$$

$$\mathbf{z} = [z_1 \ z_2^*]^T \quad (3.40)$$

Bu tanımlamalar kullanılarak (3.37) eşitliği farklı bir matris formülasyonuna sokulabilir:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_v \mathbf{s} + \mathbf{z} \quad (3.41)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2^* \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Bu gösterimde haberleşme sistemi 2x2'lik sanal bir kanal matrisine sahip kodlanmamış ÇGÇÇ sistem gibi davranmış olur. Buradaki sanal kanal matrisi aşağıdaki şekildedir:

$$\mathbf{H}_v = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Buradaki \mathbf{z} vektörü sıfır ortalamalı, N_o değişimli gürültü vektörüdür.

S : olası tüm sembollerin $\mathbf{s} = \{s_1, s_2\}$ kümesi olsun. Sembollerin iletilmesinin eş olasılıklı olduğu varsayılmaktadır. \mathbf{z} gürültü vektörü çok değişkenli AWGN olarak düşünüldüğü için en büyük olabirlikli kod çözücü şu şekilde olmaktadır:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\hat{\mathbf{s}} \in S} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_v \hat{\mathbf{s}}\|^2 \quad (3.44)$$

Kolaylıkla görülebilir ki \mathbf{H}_v sanal kanal matrisi ortogonal özelliindedir:

$$\mathbf{H}_v^H \mathbf{H}_v = \alpha \mathbf{I} \quad (3.45)$$

$$\alpha = |h_1|^2 + |h_2|^2 \quad (3.46)$$

Alıcıda \mathbf{H}_v^H uyumlu filtresini uygularsak elde edilen sinyal

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{H}_v^H \mathbf{y} \\ &= (|h_1|^2 + |h_2|^2) \mathbf{s} + \mathbf{H}_v^H \mathbf{z} \\ &= \alpha \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (3.47)$$

olmaktadır. $\mathbf{H} = [h_1 \quad h_2]$ ve $\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{H}_v^H \mathbf{z}$ olmak üzere (3.47) eşitliği

$$\tilde{\mathbf{y}} = \|\mathbf{H}\|^2 \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{z}} \quad (3.48)$$

olarak da ifade edilebilir. Şu halde karar kuralı aşağıdaki hale gelir:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\hat{\mathbf{s}} \in S} \|\tilde{\mathbf{y}} - \alpha \hat{\mathbf{s}}\|^2 \quad (3.49)$$

Basit doğrusal birleştirmeyi kullanırsak (3.49)'daki kod çözme karar kuralı s_1 ve s_2 için ayrı ayrı çözülebilen karar kuralı haline gelir:

$$\hat{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \hat{s}_1 \\ \hat{s}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\|\mathbf{H}\|^2} \mathbf{H}_v^H \mathbf{y} = \mathbf{s} + \frac{1}{\|\mathbf{H}\|^2} \mathbf{H}_v^H \mathbf{z} \quad (3.50)$$

Buradan görülür ki s_1 ve s_2 'nin EBO kestirimi bağımsız iki skaler kestirim problemine dönüşmüştür.

Bu doğrusal birleştirme yöntemiyle 2^b tane işaret noktasından oluşan bir işaret kümesi kullanılıyorsa hesaplanacak karar verme metriği sayısı 2^{2b} 'den 2×2^b 'ye düşer.

s_1 ve s_2 için ansal sinyal gürültü oranı aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$SGO = \alpha \frac{E_s}{N_o} = \|\mathbf{H}\|^2 \frac{E_s}{N_o} \quad (3.51)$$

Bu tasarım için sembol vektörü \mathbf{s} 'in çarpanı bağımsız kanal kazançlarının ikisinin birden karesel toplamı olduğu için çeşitleme derecesi 2 olmaktadır. Tam çeşitleme ve doğrusal birleştirme ile EBO kestirim dik UZBK'nın genel özelliklerindedir.

Alamouti tasarımının M alıcılı bir sistem için uygulandığını varsayalım. Sistem iki vericili ve M alıcılı olduğu için kanal matrisi

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} \\ \vdots & \vdots \\ h_{m,1} & h_{m,2} \\ \vdots & \vdots \\ h_{M,1} & h_{M,2} \end{bmatrix}_{M \times 2} \quad (3.52)$$

şeklinde oluşmaktadır. Bu sistemde m. alıcı anten tarafından alınan sinyal

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{H}_{v,m} \mathbf{s} + \mathbf{z}_m \quad (3.53)$$

olmaktadır. Burada $\mathbf{H}_{v,m}$ verici antenlerle m. alıcı anten arasındaki sanal kanal matrisidir:

$$\mathbf{H}_{v,m} = \begin{bmatrix} h_{m,1} & h_{m,2} \\ h_{m,2}^* & -h_{m,1}^* \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

EBO karar kuralı aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\hat{\mathbf{s}} \in S} \sum_{m=1}^M \|\mathbf{y}_m - \mathbf{H}_{v,m} \hat{\mathbf{s}}\|^2 \quad (3.55)$$

Kod çözme kuralı aynı şekilde $\mathbf{H}_{v,m}^H$ uyumlu filtresi kullanılarak kolaylaştırılabilir:

$$\tilde{\mathbf{y}}_m = \mathbf{H}_{v,m}^H \mathbf{y}_m \quad (3.56)$$

Bu durum için çeşitleme derecesi 2M olmaktadır.

Alamouti tasarımında M alıcılı durum için elde edilen sonuçları iki alıcılı bir sistem için ($M = n_r = 2$) özelleştirelim. Bu durumda kanal matrisi aşağıdaki gibi olur:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} \\ h_{2,1} & h_{2,2} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Verici antenlerle birinci ve ikinci alıcı antenler arasındaki sanal kanal matrisleri ise sırasıyla şöyle olacaktır:

$$\mathbf{H}_{v,1} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} \\ h_{1,2}^* & -h_{1,1}^* \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$$\mathbf{H}_{v,2} = \begin{bmatrix} h_{2,1} & h_{2,2} \\ h_{2,2}^* & -h_{2,1}^* \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Sistemin genel sanal matrisi

$$\mathbf{H}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{v,1} \\ \mathbf{H}_{v,2} \end{bmatrix}_{4 \times 2} \quad (3.60)$$

ile ifade edilmektedir.

Bu bilgiler ışığında, birinci ve ikinci antenlerden alınan sinyal vektörleri \mathbf{y}_1 ve \mathbf{y}_2 olmak üzere

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_v \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

eşitliği geçerli olmaktadır. Bu durumda uyumlu filtre aşağıdaki gibi oluşturulacaktır:

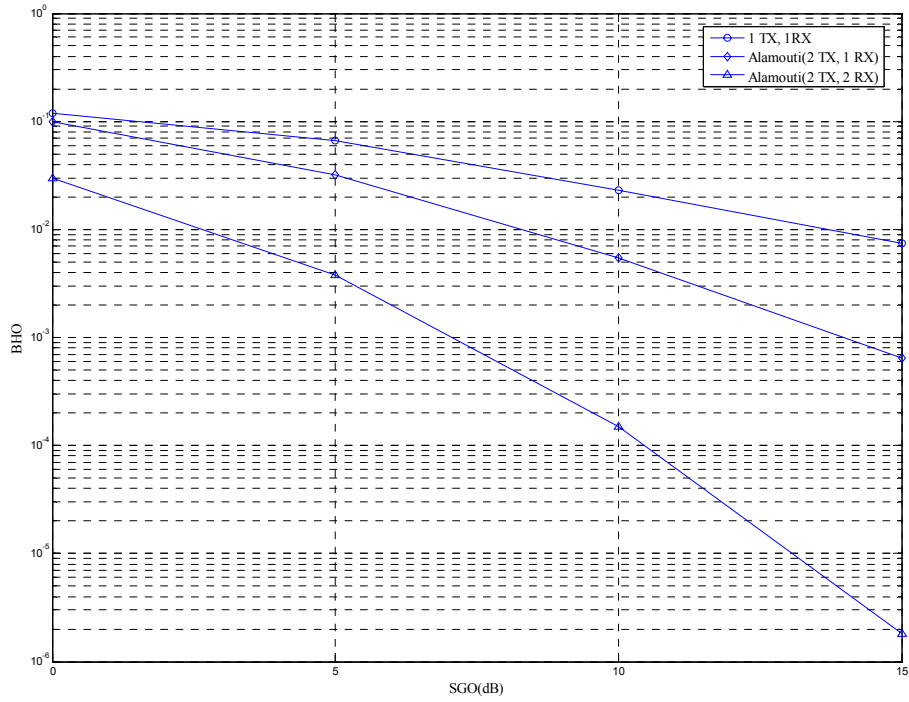
$$\mathbf{H}_v^H = [\mathbf{H}_{v,1}^H \ \mathbf{H}_{v,2}^H]_{4 \times 2} \quad (3.62)$$

Doğrusal birleştirme kullanarak iki bağımsız metrik ve dolayısıyla iki bağımsız karar kuralı oluşturulmuş olur:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \tilde{y}_1 \\ \tilde{y}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_v^H \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = [\mathbf{H}_{v,1}^H \ \mathbf{H}_{v,2}^H] \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

$$\hat{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \hat{s}_1 \\ \hat{s}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\|\mathbf{H}\|^2} \mathbf{H}_v^H \mathbf{y} \quad (3.64)$$

Şekil 3.5'te Alamouti tasarımına ait hata başarımı benzetim sonuçları verilmektedir. Bu sonuçlar [11]'den alınmıştır. Şekilde tek-girişli tek-çıkışlı bir sistemle, Alamouti tasarımı kullanan 2x1 sistem ve yine Alamouti tasarımı kullanan 2x2 sistem karşılaştırılmıştır. En iyi hata başarımını 2x2 sistem göstermektedir.



Şekil 3.5: Alamouti [11]'den BHO başarımları

3.2.3.2. İki'den Fazla Verici Antenli Dik UZBK'da EBO Kestirim

İki'den fazla verici antenli durumlar ($n_t > 2$) için de doğrusal birleştirme ile kod çözmek mümkündür [12]. Kompleks olmayan sinyal modülasyonları için (örneğin PAM) kod hızı 1 olan UZBK tasarlanabilmektedir. M-QAM veya MPSK gibi kompleks modülasyonlar için hızı 1 olan kodların varlığı ise kesin değildir. $n_t > 2$ için hızı birden küçük olan kodlar tasarlamak mümkündür.

Bu tez çalışmasında kullanılan tasarımın iki, üç ve dört verici antenli durumlar için hata başarımları incelenmiştir. Bu bölümde üç ve dört verici antenli durumlarda kullanılan uzay-zaman blok kodları incelenecek ve EBO kestirimlerinin nasıl yapıldığı detaylandırılacaktır.

Bu çalışmada üç verici antenli durum için [15]'ten alınan aşağıdaki UZBK'u kullanılmıştır:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* & -s_3^* & 0 \\ s_2 & s_1^* & 0 & -s_3^* \\ s_3 & 0 & s_1^* & s_2^* \end{bmatrix}_{3 \times 4} \quad (3.65)$$

Bu kodda $n_t = 3$ ve $p = 4$ olduğu görülmektedir. Üç verici ve tek alıcı antenli durumda ($n_t = 3, n_r = 1$) kanal matrisi

$$\mathbf{H} = [h_1 \quad h_2 \quad h_3] \quad (3.66)$$

olacaktır. $t = 1, 2, 3, 4$ anlarında alınan sinyaller sırasıyla y_1, y_2, y_3, y_4 olsun. Alınan gözlem vektörü aşağıdaki gibi yeniden tanımlansın:

$$\mathbf{y} = [y_1 \quad y_2^* \quad y_3^* \quad y_4^*]^T \quad (3.67)$$

Kanal matrisi ve gürültü vektörü de yeniden tanımlanırsa

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_v \mathbf{s} + \mathbf{z} \quad (3.68)$$

eşitliği elde edilebilmektedir. Burada \mathbf{H}_v , 4x3 sanal kanal matrisi, \mathbf{z} ise 4x1 gürültü vektörüdür:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2^* \\ y_3^* \\ y_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ h_2^* & -h_1^* & 0 \\ h_3^* & 0 & h_1^* \\ 0 & h_3^* & -h_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} + \mathbf{z} \quad (3.69)$$

\mathbf{H}_v sanal kanal matrisi yine ortogonal özelliindedir:

$$\mathbf{H}_v^H \mathbf{H}_v = \alpha \mathbf{I}_3 \quad (3.70)$$

$\alpha = |h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2$ olup çeşitleme derecesi 3 olmaktadır. Bu durumda kod çözme 2 vericili UZBK durumundaki gibi olacaktır. İki verici antenli durumda olduğu gibi uyumlu filtre kullanarak doğrusal birleştirme ile kestirim problemi 3 ayrı skaler kestirim problemine ayrıştırılmış olmaktadır.

Bu durumda s_1, s_2 ve s_3 için SGO aşağıdaki gibi verilmektedir:

$$SGO = \alpha \frac{E_s}{N_o} = \|\mathbf{H}\|^2 \frac{E_s}{N_o} \quad (3.71)$$

Bu çalışmada dört verici antenli durum için ise [12]'den alınan aşağıdaki UZBK'ü kullanılmıştır:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2 & -s_3 & -s_4 & s_1^* & -s_2^* & -s_3^* & -s_4^* \\ s_2 & s_1 & s_4 & -s_3 & s_2^* & s_1^* & s_4^* & -s_3^* \\ s_3 & -s_4 & s_1 & s_2 & s_3^* & -s_4^* & s_1^* & s_2^* \\ s_4 & s_3 & -s_2 & s_1 & s_4^* & s_3^* & -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix}_{4 \times 8} \quad (3.72)$$

Bu kodda $n_t = 4$ ve $p = 8$ olduğu görülmektedir. Dört verici ve tek alıcı antenli durumda ($n_t = 4$, $n_r = 1$) kanal matrisi

$$\mathbf{H} = [h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_4] \quad (3.73)$$

olacaktır. $t = 1, 2, \dots, 8$ anlarında alınan sinyaller sırasıyla $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8$ olsun. Alınan gözlem vektörü aşağıdaki gibi yeniden tanımlansın:

$$\mathbf{y} = [y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad y_5^* \quad y_6^* \quad y_7^* \quad y_8^*]^T \quad (3.74)$$

Kanal matrisi ve gürültü vektörü de yeniden tanımlanırsa

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_v \mathbf{s} + \mathbf{z} \quad (3.75)$$

eşitliği elde edilebilmektedir. Burada \mathbf{H}_v , 8×4 sanal kanal matrisi, \mathbf{z} ise 8×1 gürültü vektörüdür:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ h_2 & -h_1 & h_4 & -h_3 \\ h_3 & -h_4 & -h_1 & h_2 \\ h_4 & h_3 & -h_2 & -h_1 \\ h_1^* & h_2^* & h_3^* & h_4^* \\ h_2^* & -h_1^* & h_4^* & -h_3^* \\ h_3^* & -h_4^* & -h_1^* & h_2^* \\ h_4^* & h_3^* & -h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} + \mathbf{z} \quad (3.76)$$

\mathbf{H}_v sanal kanal matrisi yine ortogonal özelliindedir:

$$\mathbf{H}_v^H \mathbf{H}_v = \alpha \mathbf{I}_4 \quad (3.77)$$

$\alpha = 2(|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2 + |h_4|^2)$ olup çeşitleme derecesi 4 olmaktadır. Bu durumda kod çözme 2 vericili UZBK durumundaki gibi olacaktır. İki verici antenli durumda olduğu gibi uyumlu filtre kullanarak doğrusal birleştirme ile kestirim problemi 4 ayrı skaler kestirim problemine ayrıştırılmış olmaktadır.

3.2.3.3. Dik UZBK için EBO Kestirimin Genelleştirilmesi

$n_t = N$ verici antenli durumda karar verme kuralı

$$\hat{s}_k = \arg \min_{\{s_k\}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{C}\|^2 \quad (3.78)$$

olarak genelleştirilebilir. Bu durumda 2,3, ve 4 verici antenli durumlarda belirtildiği gibi alınan sinyaller yeniden tanımlanarak aşağıdaki sanal kanal matrisli forma sokulabilmektedir:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_v \mathbf{s} + \mathbf{z} \quad (3.79)$$

Sanal kanal matrisi

$$\mathbf{H}_v^H \mathbf{H}_v = \alpha \mathbf{I} \quad (3.80)$$

eşitliğini sağlamakta olup yine ortogonal özelliindedir. Buradaki birim matris boyu verici anten sayısı olan N 'e eşittir.

Verici anten sayısının N olduğu durumda aynı 2, 3 ve 4 vericili durumlarda olduğu gibi $S = \{s_1, s_2, \dots, s_L\}$ kümesinin EBO kestirimi L adet skaler kestirim probleminin çözümüne denk hale gelmektedir. Bu durumda dik bir UZBK için uzay-zaman kanalı, L adet AWGN alt kanala ayrıştırılmış olmaktadır.

Dik uzay-zaman blok kodları tam çeşitlemeyi $(n_r \times n_t)$ sağlamaktadırlar. n_t alt kanaldaki SGO ise

$$SGO = \frac{E_s}{n_t N_o} \|\mathbf{H}\|^2 \quad (3.81)$$

şeklinde olmaktadır [15].

R, kod hızı olmak üzere dik UZBK kapasitesi aşağıdaki gibi verilmektedir [15]:

$$C_{UZBK} = R \log \left(1 + \frac{E_s}{n_t N_o} \|\mathbf{H}\|^2 \right) \quad (3.82)$$

4. GERİBESLEMELİ UZAY-ZAMAN HABERLEŞME SİSTEMLERİ

Bir önceki bölümde aktarılan dik UZBK tasarımı haberleşme sistemlerinde kanal bilgisi sadece alıcı tarafında bilinmekteydi. Çeşitli geri besleme metotlarıyla verici tarafın da kısmi veya tam kanal bilgisine sahip olması sağlanabilmektedir. Bu durum, kanal bilgisinin alıcı tarafından vericiye geribeslenmesi ile sağlanmaktadır.

4.1. Vericiye Kanal Bilgisinin Tam Olarak Geribeslenmesi

Verici anten sayısının birden fazla, alıcı anten sayısının bir veya birden fazla olduğu ($n_r \geq 1, n_t > 1$) bir ÇGÇÇ kanal düşünelim. Verici ve alıcı tam kanal bilgisine sahip olsun:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdot & \cdot & \cdot & h_{1,n_t} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ h_{n_r,1} & \cdot & \cdot & \cdot & h_{n_r,n_t} \end{bmatrix}_{n_r \times n_t} \quad (4.1)$$

Vericideki kanal bilgisi verici antenlerden gönderilen sinyallerin ağırlıklandırılması için kullanılabilir. Bu yöntemle SGO'nun artırılmasına *hüzme oluşturma* (*beamforming*) adı verilmektedir.

Bu amaçla iletimi yapılacak olan $s(n)$ sembolü iletim öncesi belirlenecek bir \mathbf{w} ağırlık vektörü ile çarpılmaktadır:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{n_t} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{w}s \quad (4.3)$$

\mathbf{z} , N_0 değişintili gürültü vektörü olmak üzere alınan sinyal aşağıdaki şekilde olacaktır:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{w}s + \mathbf{z} \quad (4.4)$$

Şu halde sinyal gürültü oranı

$$SGO = \frac{E\{|s(n)|^2\}}{N_0} \|\mathbf{H}\mathbf{w}\|^2 \quad (4.5)$$

şeklinde verilmektedir [15]. Burada $E\{|s(n)|^2\}$ sembol gücüne göstermektedir.

EBO kestirimcinin hata başarımı SGO'na bağlı olduğu için vericinin sahip olduğu kanal bilgisi kullanılarak en uygun \mathbf{w} ağırlık vektörü bulunabilmektedir. Bunun için $\|\mathbf{H}\mathbf{w}\|^2$ ifadesi en büyüklenmelidir. Bu işlemin anlamlı olabilmesi için toplam iletilen gücün sınırlandırılması gerekmektedir. Aksi takdirde \mathbf{w} vektörü olabildiğince büyük tutarak $\|\mathbf{H}\mathbf{w}\|^2$ ifadesi istenilen büyüklüğe çıkarılabilir, böylelikle istenilen herhangi bir SGO değerine ulaşılabildi.

SGO'mı en büyükleme için \mathbf{w} vektörünün normunu γ^2 ile sınırlayalım. $E\{|s(n)|^2\}=1$ varsayımıyla, toplam iletilen güç de γ^2 ile sınırlanmış olmaktadır:

$$\|\mathbf{w}\|^2 \leq \gamma^2 \quad (4.6)$$

Bu durumda SGO'mı en büyükleme problemi aşağıdaki hale gelmektedir:

$$\max_{\mathbf{w}} \|\mathbf{H}\mathbf{w}\|^2 \quad (4.7)$$

öyle ki $\|\mathbf{w}\|^2 \leq \gamma^2$ sağlansın.

$\mathbf{R}_{n_t \times n_t} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ olmak ve λ_{\max} , bir matrise ait maksimum özdeğeri göstermek üzere aşağıdaki eşitsizlik geçerli olmaktadır:

$$\frac{\|\mathbf{H}\mathbf{w}\|^2}{\|\mathbf{w}\|^2} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{R}) \quad (4.8)$$

\mathbf{v}_{\max} , λ_{\max} 'a ilişkin özdeğer vektörünü göstermek üzere (4.8) ifadesinde eşitlik durumu sadece \mathbf{w} 'nin \mathbf{v}_{\max} ile orantılı olduğu durum için geçerli olmaktadır. Şu halde SGO'nı en büyükleyen optimum ağırlık vektörü şu şekilde bulunabilmektedir:

$$\mathbf{w}_{\text{optimum}} = \gamma \mathbf{v}_{\max} \quad (4.9)$$

Böylelikle $\|\mathbf{w}_{\text{optimum}}\|^2 = \gamma^2$ sağlanmış olmaktadır. Sinyal gürültü oranı ise

$$SGO = \frac{\gamma^2}{N_o} \lambda_{\max} (\mathbf{H}^H \mathbf{H}) E\{|s(n)|^2\} \quad (4.10)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Bir adet alıcı antenin ve n_t adet verici antenin kullanıldığı çok-girdili tek-çıkıtlı bir sistemde optimum ağırlık vektörünü bulma problemi daha özel hale getirilebilmektedir. Böyle bir sistemde kanal matrisi, vektör haline gelmektedir:

$$\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{n_t}] \quad (4.11)$$

Verici ağırlık vektörü $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{n_t}]^T$ ile gösterilsin. SGO'nı en büyükleme problemi şu hale dönüşmektedir:

$$\max_{w_k} \left| \sum_{k=1}^{n_t} h_k w_k \right|^2 \quad (4.12)$$

öyle ki $\|\mathbf{w}\|^2 \leq \gamma^2$ sağlansın.

En büyükleme problemi Cauchy-Schwartz eşitsizliğinin yardımıyla çözülebilmektedir:

$$\left| \sum_{k=1}^{n_t} h_k w_k \right| \leq |\mathbf{h}| |\mathbf{w}| \quad (4.13)$$

Bu ifadede eşitlik durumu, α sabit olmak üzere ağırlık vektörü elemanlarının aşağıdaki eşitliği sağlaması ile gerçekleşmektedir:

$$w_i = \alpha h_i \quad (4.14)$$

Bu durumda çok-girdili tek-çıkıtlı bir sistem için SGO'nı en büyükleyen optimum ağırlık vektörü şu şekilde bulunabilmektedir:

$$\mathbf{w}_{optimum} = \gamma \frac{\mathbf{h}^*}{\|\mathbf{h}\|} \quad (4.15)$$

(4.5) eşitliğinde verilen sinyal gürültü oranı ifadesinden yola çıkıldığında, bu durum özelinde sinyal gürültü oranı

$$SGO = \frac{\gamma^2}{N_o} \|\mathbf{h}\|^2 E\{|s(n)|^2\} \quad (4.16)$$

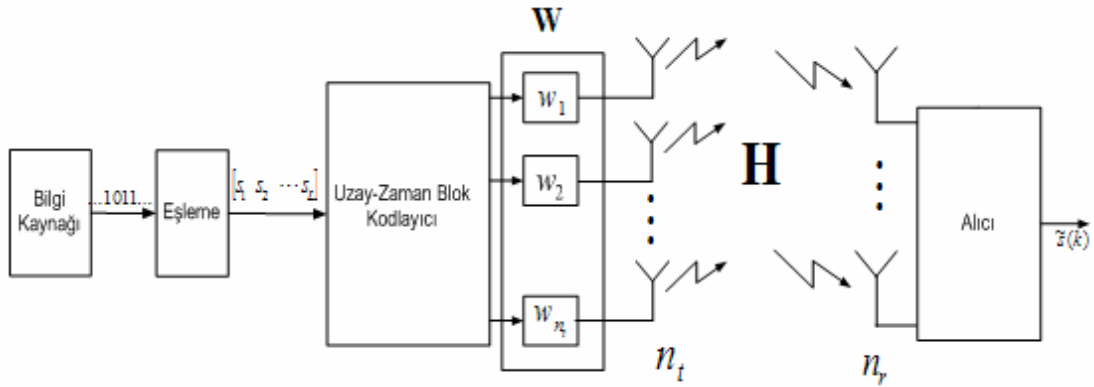
şeklinde ifade edilebilmektedir.

4.2. Vericiye Nicemlenmiş Kanal Bilgisinin Geribeslenmesi

Vericinin kanal bilgisine tam olarak sahip olması geribeslemenin sınırsız olması demektir. Geri beslenmenin sınırlı olduğu durumlarda ise kanal bilgisinin nicemlenerek vericiye sınırlı bit bilgisi ile iletilmesi bir çözüm olarak karşımıza çıkmaktadır.

4.2.1. Vericiden Alıcıya İletim Sistem Modeli

Bu çalışmada, ileri yönde iletim için diğer bir ifadeyle vericiden alıcıya yapılan asıl bilginin iletilmesi amacıyla aşağıdaki Şekil 4.1'de blok diyagramı verilen model kullanılmıştır.



Şekil 4.1: Vericiden alıcıya iletim sistemi modeli

Kanal, önceki bölümlerde aktarıldığı gibi frekans seçici olmayan, yavaş sönmülemeli kanal olarak varsayılmaktadır. Bunun yanında AWGN kanal olup Rayleigh sönmüleme özelliği göstermektedir. Alıcıda kanal bilgisi tam doğrulukla bulunmaktadır.

Bilgi kaynağından gelen bitler, kullanılan modülasyon tipine göre işaret kümesi elemanlarına L adet sembolden oluşan bloklar halinde eşlenmektedir. Uzay-zaman blok kodlayıcının girişini L uzunluklu bu kompleks sembol bloğu oluşturmakta, çıkışında ise $n_t \times p$ 'lik aşağıda verilen kod sözcüğü matrisi elde edilmektedir:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1^1 & c_2^1 & \cdots & \cdots & c_p^1 \\ c_1^2 & c_2^2 & \cdots & \cdots & c_p^2 \\ c_1^3 & c_2^3 & \cdots & \cdots & c_p^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_1^{n_t} & c_2^{n_t} & \cdots & \cdots & c_p^{n_t} \end{bmatrix}_{n_t \times p} \quad (4.17)$$

Belirli bir i zamanında kodlayıcı çıkışı sinyalleri

$$\mathbf{c}_i = [c_i^1 c_i^2 \cdots c_i^{n_t}]^T \quad (4.18)$$

vektörü ile verilmektedir. Belirlenecek verici anten ağırlık vektörü $\mathbf{w} = [w_1 w_2 \cdots w_{n_t}]^T$ ile ifade edilmektedir. Bu çalışmada ağırlık vektörünün normu aşağıdaki şekilde birim norm özelliği taşımaktadır:

$$\|\mathbf{w}\|^2 = \gamma^2 = 1 \quad (4.19)$$

Kodlayıcı çıkışındaki sinyaller sırasıyla $w_1, w_2, \cdots, w_{n_t}$ değerleriyle ağırlıklandırılırlar. Böylelikle kod sözcükleri elde edilen kanal bilgisine uyumlandırılmış olmaktadır. Şu halde i zamanında verici tarafından iletilen sembol dizisi şu hale gelmektedir:

$$\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} w_1 c_i^1 \\ w_2 c_i^2 \\ \vdots \\ w_{n_t} c_i^{n_t} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Bu durumda iletilen kod sözcüğü matrisi \mathbf{X} , aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} w_1 c_1^1 & w_1 c_2^1 & \cdots & \cdots & w_1 c_p^1 \\ w_2 c_1^2 & w_2 c_2^2 & \cdots & \cdots & w_2 c_p^2 \\ w_3 c_1^3 & w_3 c_2^3 & \cdots & \cdots & w_3 c_p^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{n_t} c_1^{n_t} & w_{n_t} c_2^{n_t} & \cdots & \cdots & w_{n_t} c_p^{n_t} \end{bmatrix}_{n_t \times p} \quad (4.21)$$

Bu ifade de kod sözcüğü matrisi

$$\mathbf{X} = \mathbf{W}\mathbf{C} \quad (4.22)$$

şeklinde gerçekleşmiş olmaktadır. Burada \mathbf{W} , ağırlık matrisi olup köşegen matris özelliğindedir:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_1 & & & & \\ & w_2 & & & \\ & & \circ & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & w_{n_t} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Bu sistemde alıcı tarafından alınan sinyal matris formunda aşağıdaki şekilde ifade edilebilmektedir:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{Z} \quad (4.24)$$

Bu ifadede \mathbf{X} yerine (4.22)'deki eşiti yerleştirilirse

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{W}\mathbf{C} + \mathbf{Z} \quad (4.25)$$

ifadesi elde edilmektedir. Sisteme ait etkin kanal matrisi \mathbf{H}_e ve alıcı tarafından alınan sinyal matrisi \mathbf{Y} , aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir:

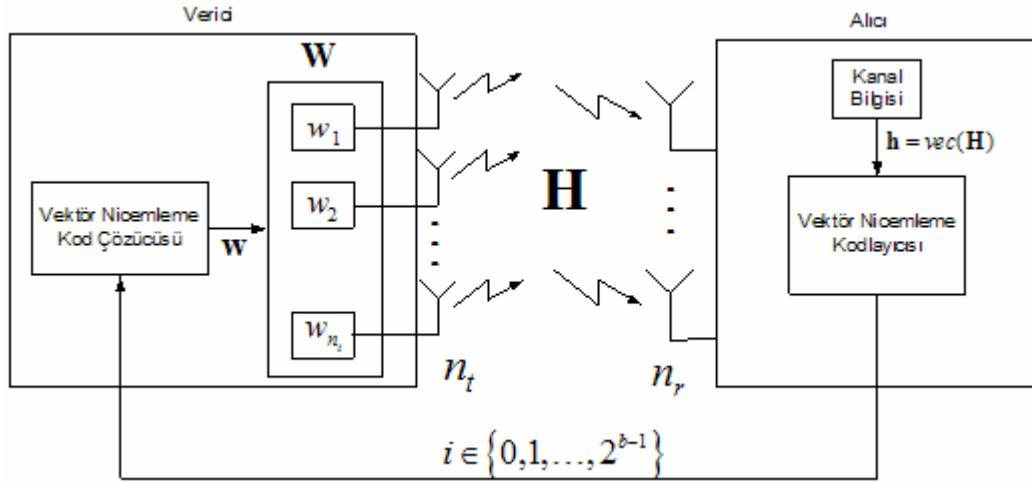
$$\mathbf{H}_e = \mathbf{H}\mathbf{W} \quad (4.26)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}_e \mathbf{C} + \mathbf{Z} \quad (4.27)$$

Böylelikle ileri yönde iletim sisteminin analizi, ağırlıklandırılmamış bir uzay-zaman blok kodlamalı sisteme eşdeğer hale gelmiş olur. Alıcıda da iletimi yapılan sinyallerin kestirimi Bölüm 3'te aktarılan dik uzay-zaman blok kodlamalı sisteme ait EBO karar verme kuralına göre yapılmaktadır.

4.2.2. Nicemlenmiş Geribesleme Tasarımı

Bu çalışmada kullanılan geribesleme tasarımı Şekil 4.2’de gösterilmektedir. Buradaki geribesleme kanalı hatadan bağımsız varsayılmıştır.



Şekil 4.2: Nicemlenmiş geribesleme tasarımı

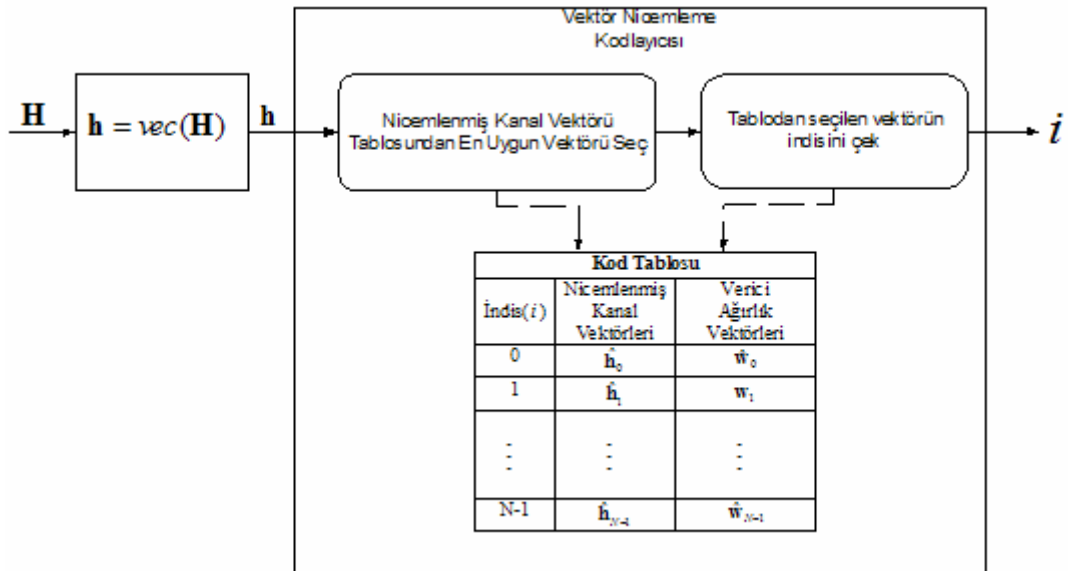
Bu tasarımda, kanal bilgisinin alıcı tarafından tam olarak bilindiği varsayılmaktadır. Geribesleme amacıyla kullanılan bit sayısı b ile ifade edilmektedir. Tasarımda kullanılan geribesleme yöntemi adım adım şu şekilde gerçekleştirilmektedir:

1. Kanal matrisi vektör haline getirilir. Vektörleştirme, kanal matrisinin sütunlarının üst üste eklenmesi ile gerçekleştirilmektedir. Kanal matrisi \mathbf{H} ve vektörleştirilmiş hali olan \mathbf{h} vektörü aşağıda gösterilmektedir:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdot & \cdot & \cdot & h_{1,n_t} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ h_{n_r,1} & \cdot & \cdot & \cdot & h_{n_r,n_t} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

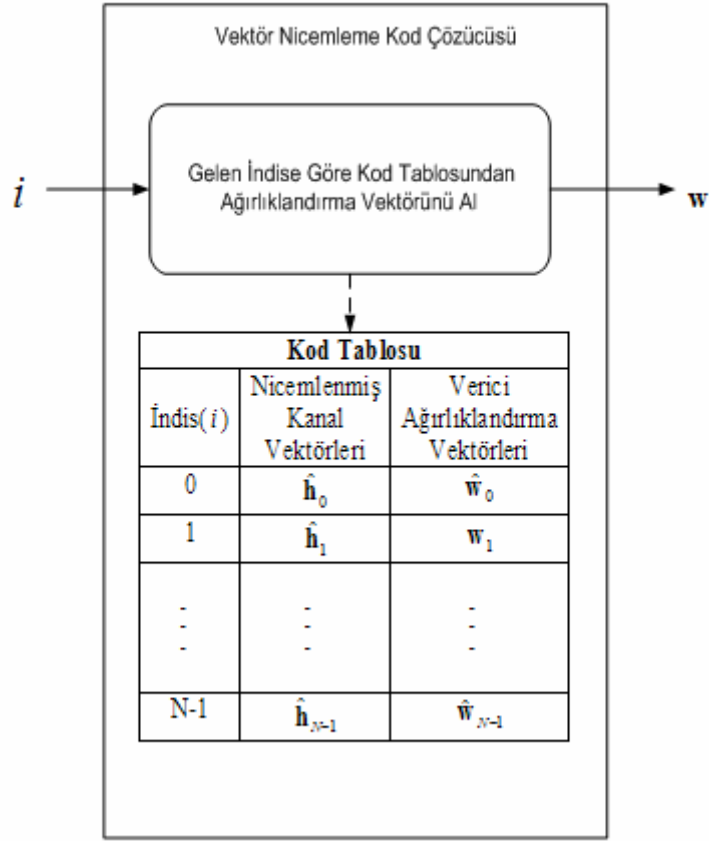
$$\mathbf{h} = \text{vec}(\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} h_{1,1} \\ h_{2,1} \\ \vdots \\ h_{n_r,1} \\ h_{1,2} \\ \vdots \\ h_{n_r,n_t} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

2. Vektör nicemleme kodlayıcısı bir kod tablosu içermektedir. Bu tabloda, nicemlenmiş kanal vektörleri $\hat{\mathbf{h}}_i$, $i=0,1,\dots,N-1$ ve bu vektörler kullanılarak elde edilen verici ağırlık vektörleri $\hat{\mathbf{w}}_i$ bulunmaktadır. Geribeslemede kullanılan bit sayısı b olmak üzere kod tablosu $N = 2^b$ adet nicemlenmiş kod vektörü içermektedir. Vektör nicemleme kodlayıcısı aldığı \mathbf{h} vektörüne denk düşen nicemlenmiş kod vektörünü kod tablosundan alır. Böylelikle aynı tabloda bulunan verici ağırlık vektörü de alınmış olur. Seçilen ağırlık vektörüne ait indis geribesleme kanalı üzerinden vericiye iletilir. Alıcıda bulunan vektör nicemleme kodlayıcısına ait blok diyagram Şekil 4.3'te verilmektedir.



Şekil 4.3: Vektör nicemleme kodlayıcısına ait blok diyagram

3. Sistemde alıcıdaki kod tablosu, verici tarafında da aynı şekilde yer almaktadır. Verici, alıcı tarafından kendisine geribeslenen indis vasıtasıyla anten ağırlıklandırma için kullanması gereken ağırlık vektörünü belirlemiş olmaktadır. Daha açık bir ifadeyle anlatılmak istenirse, alıcı tarafından vericiye i indisi gönderilmiş olsun. Bu durumda verici tarafındaki vektör nicemleme kod çözücüsü tablodan $\hat{\mathbf{w}}_i$ 'yi alacaktır. Anten ağırlık vektörü olan \mathbf{w} , $\hat{\mathbf{w}}_i$ olarak seçilmiş olmaktadır. Vericide bulunan vektör nicemleme kod çözücüsüne ait blok diyagram Şekil 4.4'te verilmektedir.



Şekil 4.4: Vektör nicemleme kod çözücüsüne ait blok diyagram

4.2.3. Kanal Vektörünün Nicemlenmesi ve Kod Tablosunun Oluşturulması

Vektör nicemleme işlemini, bir vektör nicemleme fonksiyonu üzerinden ifade etmek mümkündür [30]. $\mathbb{C}^{n_r n_t}$, $n_r n_t$ boyutlu kompleks kanal vektörleri uzayını gösterebilir. Vektör nicemleme fonksiyonu, $\mathbb{C}^{n_r n_t}$ uzayını N adet kod vektörü içeren K kod kümesine eşlemektedir:

$$Q: \mathbb{C}^{n_r n_t} \rightarrow K \quad (4.30)$$

$$K = \{\hat{\mathbf{h}}_0, \hat{\mathbf{h}}_1, \dots, \hat{\mathbf{h}}_{N-1}\} \quad (4.31)$$

Burada K kümesi nicemlenmiş kanal vektörlerinden diğer bir ifadeyle kod vektörlerinden oluşmaktadır. Her kod vektörü bir i indisi taşımaktadır. Bu indis, $N = 2^b$ olmak üzere 0 ile $N-1$ arasında olmaktadır.

Genel manada nicemleme kuralı d , belirli bir bozulum (distortion) ölçütü olmak üzere şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$Q(\mathbf{h}) = \hat{\mathbf{h}}_j \Leftrightarrow d(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}}_j) < d(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}}_i) \quad \forall i \neq j \quad (4.32)$$

Böylelikle $\mathbb{C}^{n_r n_t}$ uzayı N ayrı bölgeye ayrılmış olur. Nicemleme bölgeleri

$$\mathbb{C}_j = \{\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{n_r n_t} : d(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}}_j) < d(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}}_i) \quad \forall i \neq j\}; \quad i, j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4.33)$$

olarak ifade edilir.

Bu çalışmada bozulmuş ölçütü olarak kanal vektörü ile kod vektörü arasındaki ortalama karesel hata kullanılmıştır:

$$\begin{aligned} d &= \|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}\|^2 \\ &= \|\mathbf{h}\|^2 + \|\hat{\mathbf{h}}\|^2 - 2 \operatorname{Re}\{\mathbf{h}^H \hat{\mathbf{h}}\} \end{aligned} \quad (4.34)$$

öyle ki $\|\hat{\mathbf{h}}_i\|^2 = 1$; $i=0,1,\dots,N-1$ sağlansın. Bu birim norm kısıtının çıkış noktası, vericideki güç kısıtına bağlı olarak anten ağırlık vektörlerinin birbirine eşit birim normlara sahip olması gerekliliğidir. Nicemlenmiş kanal vektörleri birim normlu seçilerek bu gereklilik sağlanmış olmaktadır. (4.34)'deki bozulmuş ölçütü ifadesinde $\|\mathbf{h}\|^2$, eşlenecek kanal vektörünün normu olduğu için etkisi bulunmamaktadır. $\|\hat{\mathbf{h}}\|^2$ ise 1'e eşitlenmiş olmaktadır. Şu halde bozulmuş ölçütü aşağıdaki hale gelmektedir:

$$d = \operatorname{Re}\{\mathbf{h}^H \hat{\mathbf{h}}\} \quad (4.35)$$

Bu durumda (4.33)'te belirtilen nicemleme bölgeleri

$$\mathbb{C}_j = \{\mathbf{h} : \operatorname{Re}\{\mathbf{h}^H \hat{\mathbf{h}}_j\} > \operatorname{Re}\{\mathbf{h}^H \hat{\mathbf{h}}_i\} \quad \forall i \neq j\} \quad (4.36)$$

ifadesine dönüşmüş olmaktadır.

Bu çalışmada nicemlenmiş kanal vektörlerinin diğer bir ifadeyle kod tablosunun elde edilmesinde *k-means algoritması* [31] kullanılmaktadır. Bu algoritma çoğu vektör nicemleyecisinin temelini oluşturmaktadır. Bu algoritma Linde-Buzo-Gray [32] veya LBG algoritması olarak da tanınmaktadır.

Bu algoritmada \mathbf{h} kanal vektörlerinden oluşan bir küme giriş olarak kullanılmaktadır. Bu küme eğitici küme olarak adlandırılmaktadır. M eğitici kümenin boyutunu göstermek üzere T eğitici kümesi şu şekilde gösterilir:

$$T = \{\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_M\} \quad (4.37)$$

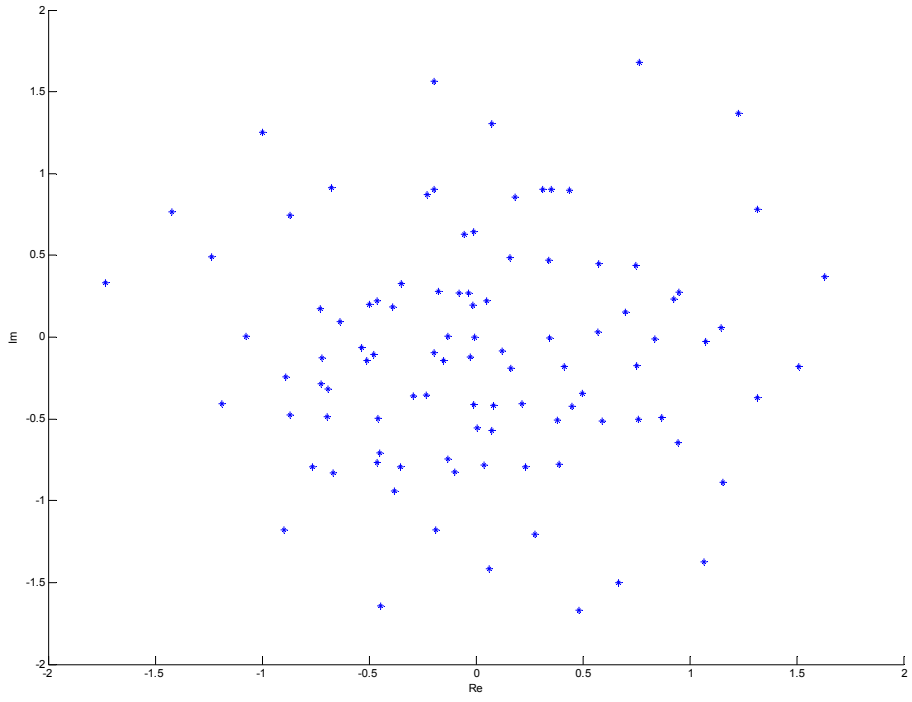
K-means algoritması aşağıdaki adımlar üzerinden çalışmaktadır:

1. Başlangıç kod tablosunu oluşturmak amacıyla $K = \{\hat{\mathbf{h}}_0, \hat{\mathbf{h}}_1, \dots, \hat{\mathbf{h}}_{N-1}\}$ kod vektörleri kümesini belirle. $k=0, D(0)=0$ ve ε eşik seviyesini ata.
2. Eğitici kümenin her bir elemanı ile kod vektörlerini ilişkilendir:

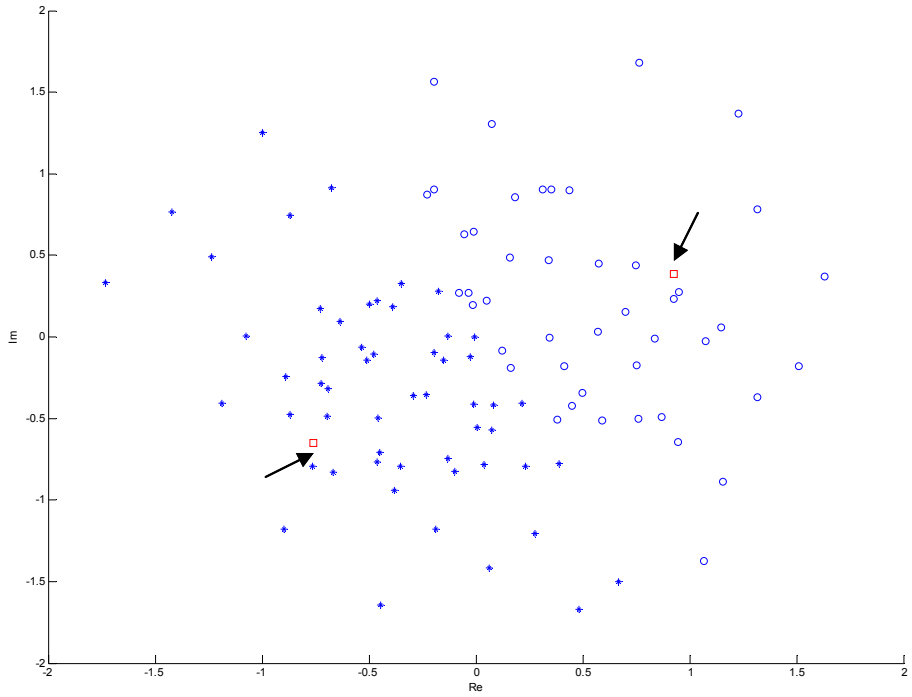
$$\mathbb{C}_j = \{\mathbf{h} : \text{Re}\{\mathbf{h}^H \hat{\mathbf{h}}_j\} > \text{Re}\{\mathbf{h}^H \hat{\mathbf{h}}_i\} \quad \forall i \neq j\} \quad (4.38)$$

3. Eğitici küme ile kod vektörleri arasındaki ortalama sapma miktarı $D(k)$ 'yi hesapla.
4. $\frac{D(k) - D(k-1)}{D(k)} < \varepsilon$ sağlanıyorsa bitir. Aksi takdirde devam et.
5. k 'yi bir arttır. ($k \rightarrow k+1$). Her nicemleme bölgesine ait eğitici küme elemanlarının ortalamasını alarak yeni kod vektörlerini belirle. Adım 2'ye git.

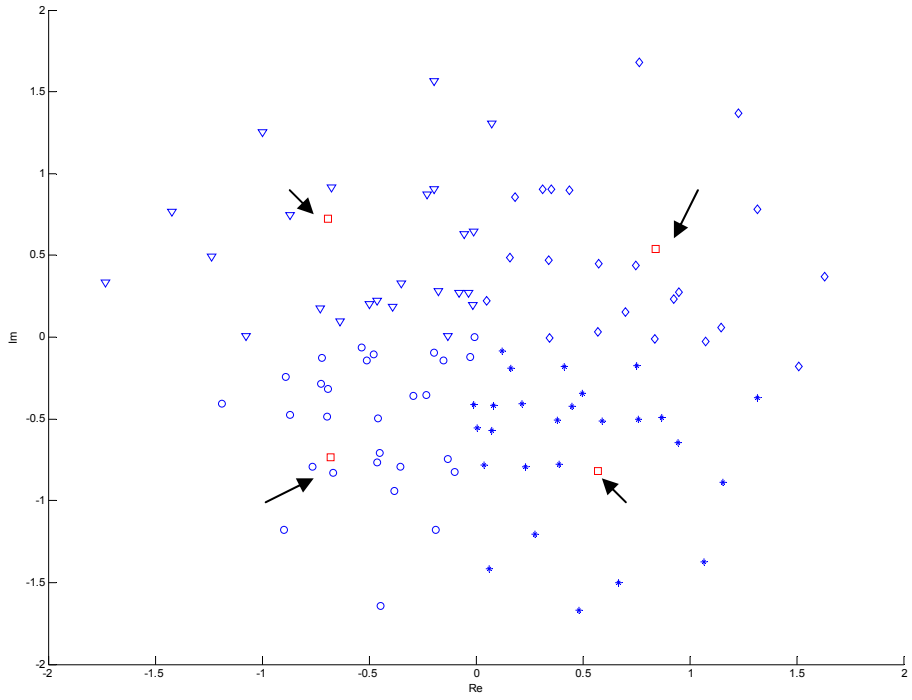
Böylelikle kod tablosundaki nicemlenmiş kanal vektörleri elde edilmiş olmaktadır. Örnek olması amacıyla tek alıcılı tek vericili bir sisteme ait kanal vektörü uzayı için nicemlenmiş kanal vektörleri elde edilmiştir. Bu örnek, $h=x+jy$ sıfır ortalamalı birim değişintili kanal kazancı için yapılmıştır. Bu durumda nicemlenecek vektörler $[\text{Re}(h) \text{Im}(h)]$ şeklinde iki boyutlu vektörler olarak gösterilebilmektedir. Şekil 4.5'te bu örnek için kullanılan 100 elemanlı eğitici küme görülmektedir. Bu örnek için verilen şekillerde yatay eksen $\text{Re}(h)$ değerini, dikey eksen ise $\text{Im}(h)$ değerini göstermektedir. Eğitici kümeden farklı nicemleme bölgelerine denk düşen elemanlar farklı geometrik şekillerle gösterilmiştir. Nicemleme sonucu elde edilen kod vektörleri ise kare ile gösterilmiş olup ok işareti ile belirginleştirilmiştir. Şekil 4.6'da 1 bit, Şekil 4.7'de 2 bit, Şekil 4.8'de ise 3 bit kullanarak yapılan nicemleme sonucu oluşan nicemleme bölgeleri ve kod vektörleri gösterilmektedir.



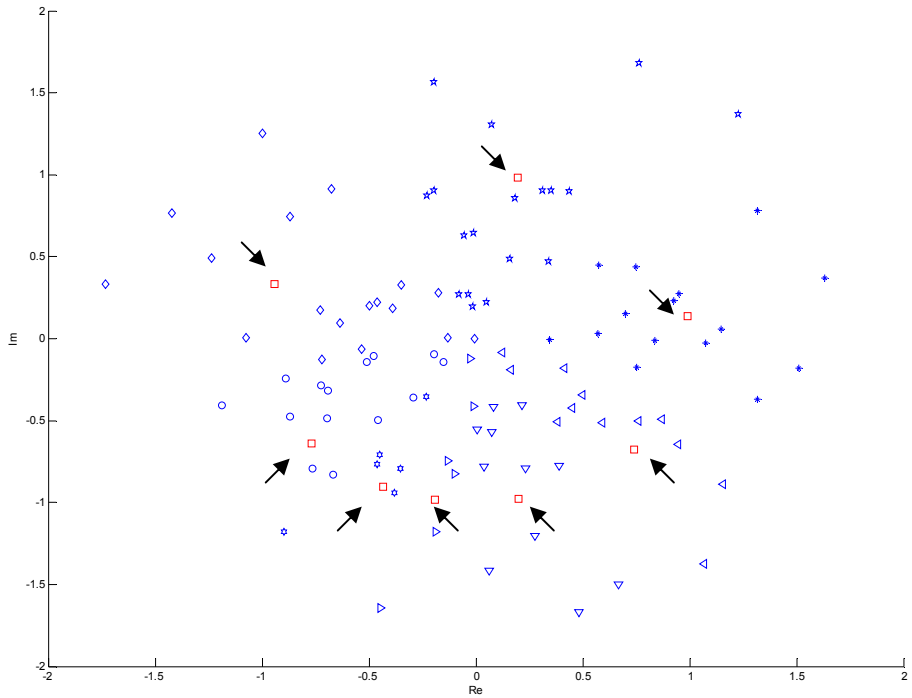
Şekil 4.5: 100 elemanlı eğitici küme



Şekil 4.6: Nicemleme bölgeleri ve kod vektörleri (1 bit, 2 bölge)



Şekil 4.7: Nicemleme bölgeleri ve kod vektörleri (2 bit, 4 bölge)



Şekil 4.8: Nicemleme bölgeleri ve kod vektörleri (3 bit, 8 bölge)

Kod tablosundaki nicemlenmiş kanal vektörlerinin elde edilmesi önceki paragraflarda belirtildi. Bu tablodaki $\hat{\mathbf{h}}_i$ nicemlenmiş kanal vektörüne denk düşen ağırlık vektörü bir alıcı antenli sistem için

$$\hat{\mathbf{w}}_i = \hat{\mathbf{h}}_i^* \quad (4.39)$$

şeklindedir.

Birden fazla alıcı antenli sistem için ise

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{H}}_i &= \text{vec}^{-1}(\hat{\mathbf{h}}_i) \\ \mathbf{R}_{n_i \times n_i} &= \hat{\mathbf{H}}_i^H \hat{\mathbf{H}}_i \\ \hat{\mathbf{w}}_i &= \mathbf{v}_{\max}(\mathbf{R}) \end{aligned} \quad (4.40)$$

şeklinde olmaktadır. Burada $\hat{\mathbf{H}}_i$, nicemlenmiş kanal vektörünün tekrar matris haline getirilmiş şeklidir. $\mathbf{v}_{\max}(\mathbf{R})$ ise \mathbf{R} matrisinin en büyük özdeğerine denk düşen özvektörüdür.

5. SİMÜLASYON SONUÇLARI

Bu çalışmada geribeslemesiz, nicemlenmiş geribeslemeli ve verici anten seçimli uzay-zaman blok kodlamalı sistemler için hata başarımları Monte-Carlo simülasyonu kullanılarak elde edilmiştir. Simülasyonda kanal, yavaş sönmülemeli frekans seçici olmayan AWGN kanal olarak varsayılmıştır. Kanal matrisinin elemanları sıfır ortalamalı, birim değışintili kompleks Gauss rastsal değışkenleridir. Diğer bir ifadeyle kanal, Rayleigh sönmülemelidir.

Nicemlenmiş geribeslemeli sistemle karşılaştırma yapmak amacıyla verici anten seçimli uzay-zaman blok kodlama için [21]'deki anten seçimi algoritması simüle edilmiştir. Bu algoritma şu şekilde özetlenebilir: n_t adet verici antenden iletim amacıyla k_t tanesi seçilmektedir. Bu durumda $C(n_t, k_t)$ adet muhtemel anten seçimi kombinasyonu bulunmaktadır. Kanal matrisi sütunlarından k_t adet sütun içerecek şekilde muhtemel alt matrisler alınır. Bu alt matrisler arasından Frobenius normu en büyük olan matrise denk düşen verici antenler seçilir.

Simülasyonda kullanılan her çerçevede 250 adet kod sözcüğü matrisinin iletimi yapılmaktadır. Simülasyon, bir çerçeve boyunca kanal matrisinin sabit kaldığı varsayımıyla 500 000 çerçeve üzerinden yapılmaktadır. Her çerçeve sonunda kanal matrisi bir önceki halinden bağımsız olarak değışmektedir. Bunun yanında alıcının kanal bilgisine tam doğrulukla sahip olduğu varsayılmaktadır.

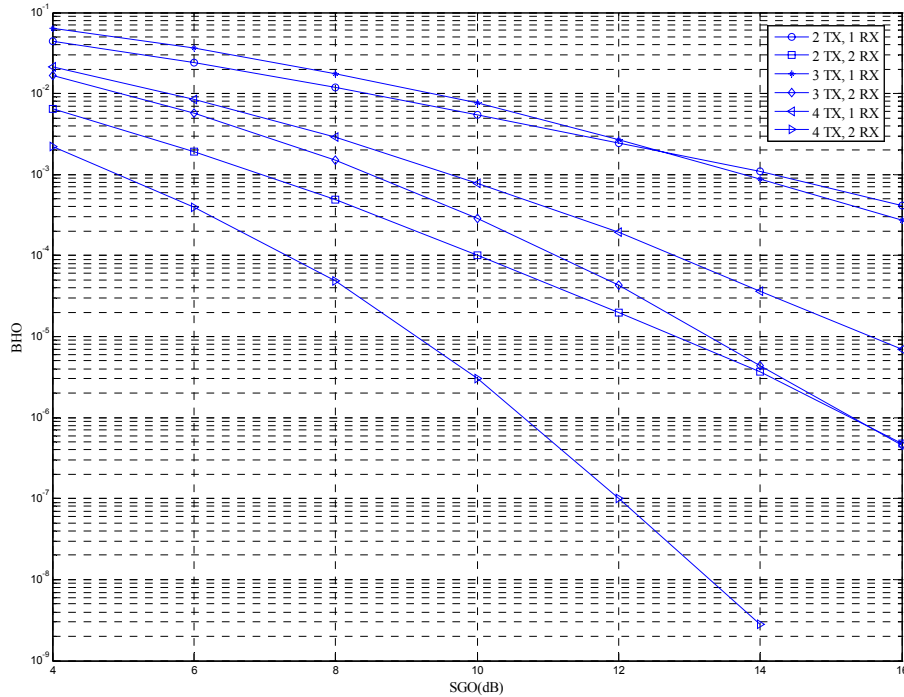
İki, üç ve dört verici antenli sistemler için simülasyon yapılmıştır. Verici anten sayısı ise bir ve iki olarak kullanılmıştır. İki verici antenli durum için BPSK modülasyonu, üç ve dört vericili antenli durumlar için ise QPSK modülasyonu kullanılmıştır. Bilgi bitlerini kompleks sembollere eşlemek amacıyla Gray kodlama kullanılmıştır. Verici antenlerden iletilen toplam güç bire eşitlenmiştir.

Geribeslemesiz ve nicemlenmiş geribeslemeli (NG) uzay-zaman blok kodlamada kullanılan kodlar aşağıda listelenmiştir:

1. İki verici antenli durum için (3.30)'da verilen Alamouti kodu kullanılmıştır. Bilindiği üzere bu kodun hızı 1'e eşittir.
2. Üç verici antenli durum için (3.65)'teki 3/4 hızlı kod kullanılmıştır.
3. Dört verici antenli durum için ise (3.72)'teki 1/2 hızlı kod kullanılmıştır.

Nicemlenmiş geribeslemeli uzay-zaman blok kodlama 1,2,3,4 ve 8 bitlik geribeslemeler için ayrı ayrı simüle edilmiştir. Sonuçların verildiği şekillerde n_t adet verici antenin ve n_r adet alıcı antenden oluşan bir sistem $n_t \times n_r$ sistem olarak tanımlanmaktadır.

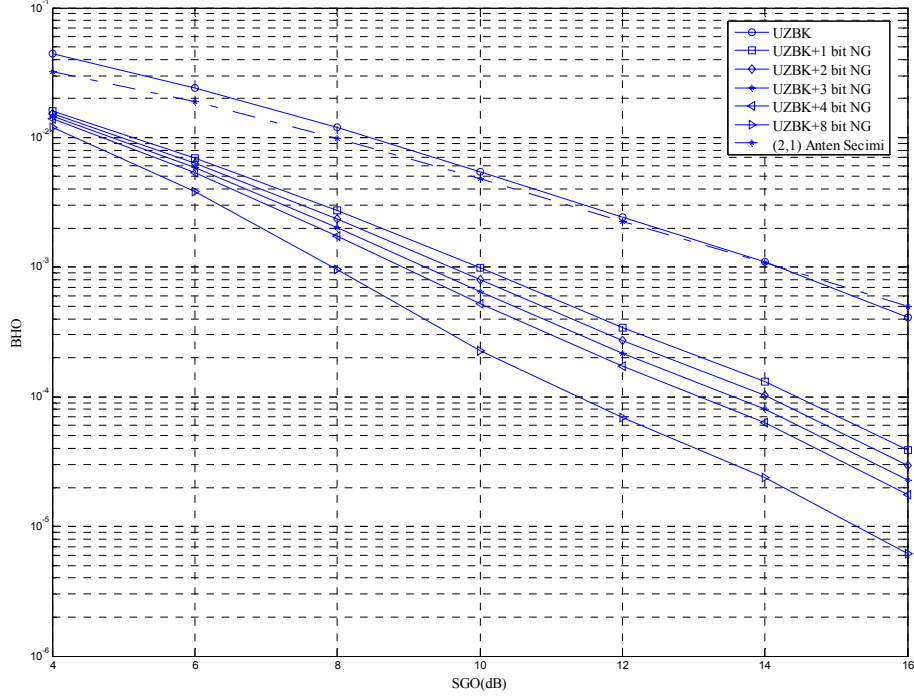
Hata başarımlarının karşılaştırılması için verilen şekillerde yatay eksen sinyal gürültü oranını göstermektedir. Bu çalışmada SGO, E_b/N_o değerini temsil etmektedir. Düşey eksen ise bit hata olasılığını göstermektedir. Geribeslemesiz UZBK'na ait hata başarımları Şekil 5.1'de verilmektedir.



Şekil 5.1: Geribeslemesiz UZBK'na ait hata başarımları

Şekil 5.1'den görüldüğü üzere 2 vericili 1 alıcılı durum, 3 vericili 1 alıcılı duruma göre düşük SGO değerlerinde daha iyi başarımlar göstermektedir. SGO'nun 13 dB seviyesini geçmesiyle 3x1 sisteminin başarımları 2x1 sistemine göre daha iyi hale

gelmektedir. Görüldüğü gibi 2x2 sisteminin, 4x1 sistemine göre hata başarımı 3 dB daha fazladır.

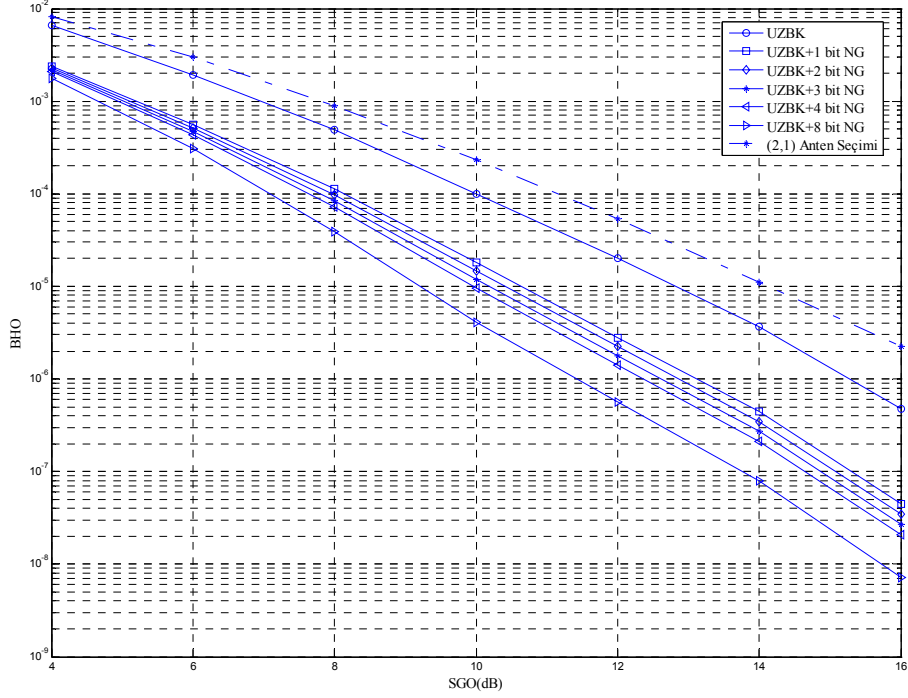


Şekil 5.2: 2x1 sisteme ait hata başarım sonuçları

Şekil 5.2'de geribeslemesiz, nicemlenmiş geribeslemeli ve verici anten seçimli uzay-zaman blok kodlamalı iki verici antenli, bir alıcı antenli sistem için hata başarım sonuçları verilmektedir. 1 bit nicemlenmiş geri besleme kullanarak UZBK'nun başarımı yaklaşık 4 dB artmıştır. Geribeslemede kullanılan bit sayısı arttıkça hata başarımı da artış göstermektedir. Örneğin 1 bit kullanımından 2 bit kullanımına geçildiğinde hata başarımında yaklaşık 0.7 dB'lik artış sağlanmaktadır. Bu simülasyonda (2,1) anten seçimi karşılaştırma amacıyla kullanılmıştır. (2,1) anten seçimi için 1 bitlik geribesleme gerekmektedir. İki verici antenden birisinin seçimiyle sistem tek-girdili tek-çıkıtlı sisteme dönüşmüş olmaktadır. Sonuçlardan açıkça görülmektedir ki 1 bitlik nicemlenmiş geribesleme, anten seçimine göre 4 dB'lik kazanç sağlamaktadır. 2x1 sistemde anten seçimi, UZBK'na göre sadece düşük SGO'larda kazanç sağlayabilmektedir.

Şekil 5.3'te geribeslemesiz, nicemlenmiş geribeslemeli ve verici anten seçimli uzay-zaman blok kodlamalı iki verici antenli, iki alıcı antenli sistem için hata başarım

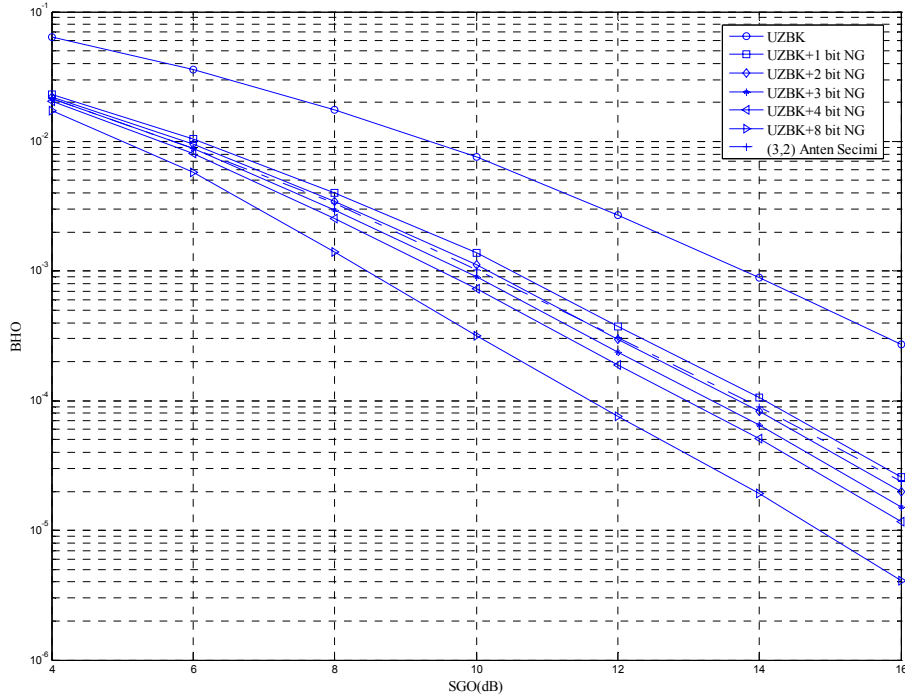
sonuçları verilmektedir. 1 bit nicemlenmiş geri besleme kullanarak UZBK'nun başarımı 10^{-4} hata olasılığı seviyesinde yaklaşık 2 dB artmıştır. 1 bit kullanımından 2 bit kullanımına geçildiğinde 10^{-4} hata olasılığı seviyesinde hata başarımında yaklaşık 0.2 dB'lik artış sağlanmaktadır. 2x2 sistemde kullanılan (2,1) anten seçimi, UZBK'na kazanç sağlamamıştır. Aksine UZBK, anten seçimine göre 10^{-4} hata olasılığı seviyesinde 1.2 dB kadar daha iyi hata başarımı göstermiştir.



Şekil 5.3: 2x2 sisteme ait hata başarım sonuçları

Şekil 5.4'te geribeslemesiz, nicemlenmiş geribeslemeli ve verici anten seçimli uzay-zaman blok kodlamalı üç verici antenli, bir alıcı antenli sistem için hata başarım sonuçları verilmektedir. 1 bit nicemlenmiş geri besleme kullanarak UZBK'nun başarımı 10^{-3} hata olasılığı seviyesinde yaklaşık 3.5 dB artmıştır. Bu durumda da geribeslemede kullanılan bit sayısı arttıkça hata başarımı artış göstermektedir. Örneğin 1 bit kullanımından 2 bit kullanımına geçildiğinde hata başarımında yaklaşık 0.3 dB'lik artış sağlanmaktadır. Bu simülasyonda (3,2) anten seçimi karşılaştırma amacıyla kullanılmıştır. (3,2) anten seçimi için 2 bitlik geribesleme gerekmektedir. Üç verici antenden ikisinin seçimiyle sistem, iki vericili bir alıcılı sisteme dönüşmüş olmaktadır. Bu amaçla, (3,2) anten seçiminde Alamouti kodu

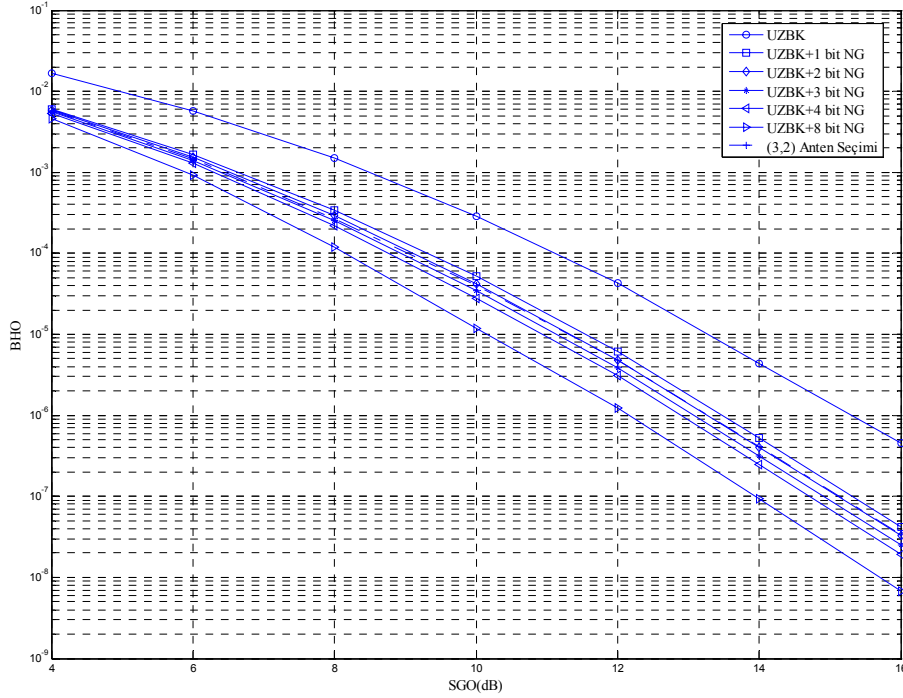
kullanılmıştır. Sonuçlardan açıkça görülmektedir ki 2 bitlik geribesleme kullanarak yapılan anten seçimli UZBK'nın hata başarımı düşük SGO seviyelerinde 2 bitlik nicemlenmiş geribeslemeli UZBK'nın hata başarımıyla yaklaşık olarak aynıdır. SGO 12 dB seviyesine geçtikten sonra nicemlenmiş geribesleme tasarımının hata başarımı anten seçimli tasarıma göre daha iyi olmaktadır. Örneğin 10^{-4} hata olasılığı seviyesinde, nicemlenmiş geribesleme anten seçimine göre 0.2 dB kazanç sağlamaktadır. SGO arttıkça bu kazanç daha da artmaktadır.



Şekil 5.4: 3x1 sisteme ait hata başarım sonuçları

Şekil 5.5'te geribeslemesiz, nicemlenmiş geribeslemeli ve verici anten seçimli uzay-zaman blok kodlamalı üç verici antenli, iki alıcı antenli sistem için hata başarım sonuçları verilmektedir. 1 bit nicemlenmiş geri besleme kullanarak UZBK'nun başarımı 10^{-4} hata olasılığı seviyesinde yaklaşık 2 dB artmıştır. 1 bit kullanımından 2 bit kullanımına geçildiğinde hata başarımında yaklaşık 0.3 dB'lik artış sağlanmaktadır. 1 bitten kullanımından 8 bit kullanımına geçişte ise 10^{-4} hata olasılığı seviyesinde yaklaşık 3 dB'lik bir kazanç sağlanabilmektedir. Bu simülasyonda da (3,2) anten seçimi karşılaştırma amacıyla kullanılmıştır. 2 bitlik geribesleme kullanarak yapılan anten seçimli UZBK'nın hata başarımı düşük SGO

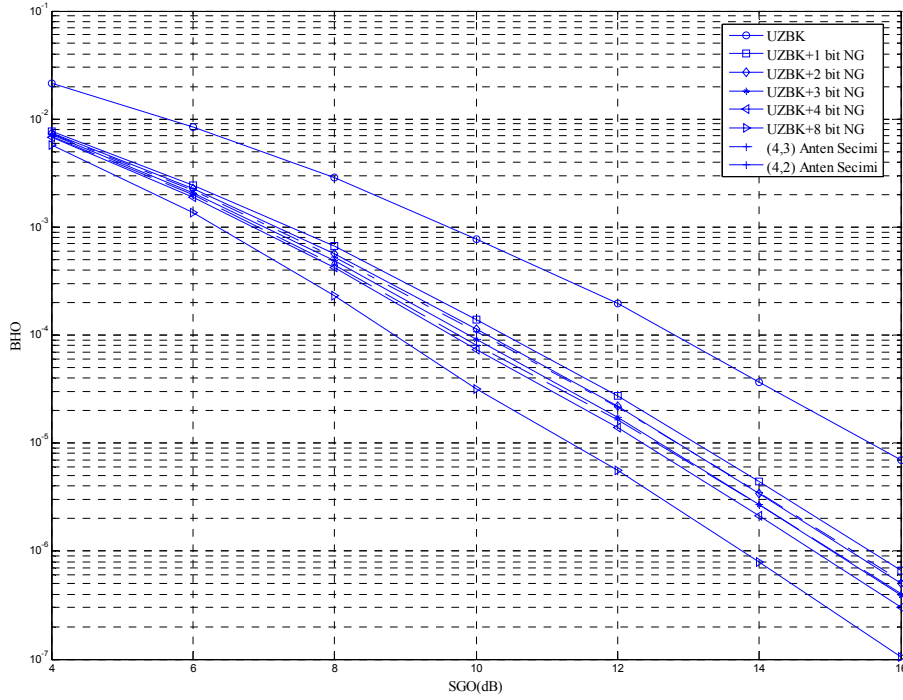
seviyelerinde 2 bitlik nicemlenmiş geribeslemeli UZBK'nın hata başarımıyla yaklaşık olarak aynıdır. SGO 14 dB seviyesine geçtikten sonra nicemlenmiş geribesleme tasarımının hata başarımı anten seçimli tasarıma göre daha iyi olmaktadır.



Şekil 5.5: 3x2 sisteme ait hata başarım sonuçları

Şekil 5.6'da geribeslemesiz, nicemlenmiş geribeslemeli ve verici anten seçimli uzay-zaman blok kodlamalı dört verici antenli, bir alıcı antenli sistem için hata başarım sonuçları verilmektedir. 1 bit nicemlenmiş geri besleme kullanarak UZBK'nun başarımı 10^{-3} hata olasılığı seviyesinde yaklaşık 2.5 dB artmıştır. 1 bit kullanımından 2 bit kullanımına geçildiğinde hata başarımında yaklaşık 0.3 dB'lik artış sağlanmaktadır. 1 bitten kullanımından 8 bit kullanımına geçişte ise 10^{-4} hata olasılığı seviyesinde yaklaşık 1.6 dB'lik bir kazanç sağlanabilmektedir. Bu simülasyonda (4,3) ve (4,2) anten seçimleri karşılaştırma amacıyla kullanılmıştır. (4,3) anten seçimi için 2 bitlik geribesleme gerekmektedir. Dört verici antenden üçünün seçimiyle sistem, üç vericili bir alıcılı sisteme dönüşmüş olmaktadır. Bu amaçla, (4,3) anten seçiminde (3.65)'teki 3/4 hızlı kod kullanılmıştır. (4,2) anten seçimi için ise 3 bitlik geribesleme gerekmektedir. Dört verici antenden ikisinin seçimiyle sistem, iki vericili bir alıcılı sisteme dönüşmüş olmaktadır. Bu amaçla,

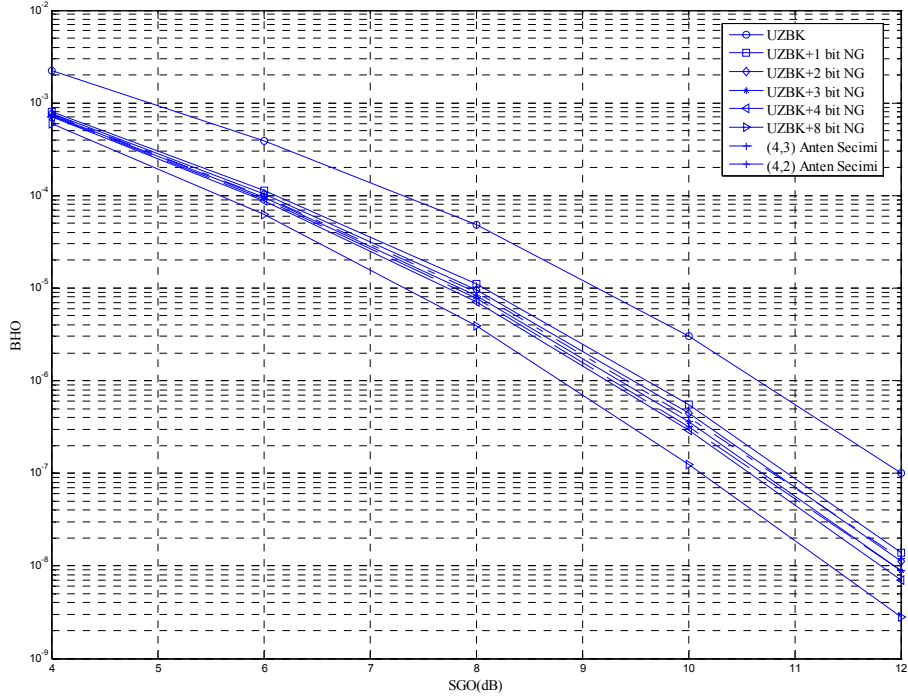
(4,2) anten seçiminde Alamouti kodu kullanılmıştır. 2 bitlik geribesleme kullanarak yapılan anten seçimli UZBK'nın hata başarımı düşük SGO seviyelerinde 2 bitlik nicemlenmiş geribeslemeli UZBK'nın hata başarımıyla yaklaşık olarak aynıdır. Aynı durum 3 bitlik nicemlenmiş geribesleme ve anten seçimi içinde geçerlidir. SGO 14 dB seviyesini geçtikten sonra nicemlenmiş geribesleme tasarımının hata başarımı anten seçimli tasarıma göre daha iyi olmaktadır. Örneğin 10^{-6} hata olasılığı seviyesinde, nicemlenmiş geribesleme anten seçimine göre 0.1 dB kazanç sağlamaktadır. SGO arttıkça bu kazanç daha da artmaktadır.



Şekil 5.6: 4x1 sisteme ait hata başarım sonuçları

Şekil 5.7'de geribeslemesiz, nicemlenmiş geribeslemeli ve verici anten seçimli uzay-zaman blok kodlamalı üç verici antenli, iki alıcı antenli sistem için hata başarım sonuçları verilmektedir. 1 bit nicemlenmiş geri besleme kullanarak UZBK'nun başarımı 10^{-4} hata olasılığı seviyesinde yaklaşık 1.8 dB artmıştır. 1 bit kullanımından 2 bit kullanımına geçildiğinde hata başarımında yaklaşık 0.3 dB'lik artış sağlanmaktadır. 1 bitten kullanımından 8 bit kullanımına geçişte ise 10^{-4} hata olasılığı seviyesinde yaklaşık 0.8 dB'lik bir kazanç sağlanabilmektedir. Bu simülasyonda da (4,2) ve (4,3) anten seçimi karşılaştırma amacıyla kullanılmıştır. 2 bitlik geribesleme kullanarak yapılan anten seçimli UZBK'nın hata başarımı düşük

SGO seviyelerinde 2 bitlik nicemlenmiş geribeslemeli UZBK'nın hata başarımıyla yaklaşık olarak aynıdır. Aynı durum 3 bitlik nicemlenmiş geribesleme ve anten seçimi içinde geçerlidir. SGO arttıkça nicemlenmiş geribesleme tasarımının hata başarımı anten seçimli tasarıma göre daha iyi olmaktadır.



Şekil 5.7: 4x2 sisteme ait hata başarım sonuçları

6. SONUÇ

Bu çalışmada, nicemlenmiş geribeslemeli uzay-zaman blok kodlamalı haberleşme sistemi üzerinde durulmuştur. Sistemde kullanılan geribesleme tasarımı ve bu geribeslemeye kaynak teşkil eden kanal vektörü nicemleme yöntemi belirtilmiştir. Nicemlenmiş kanal vektörlerinden verici anten ağırlıklandırılmasında kullanılan ağırlık vektörlerinin çıkarımı yapılmıştır. Bunun yanında karşılaştırma amacıyla anten seçimli uzay-zaman blok kodlamalı haberleşme sistemine ait hata başarımları da elde edilmiştir.

Nicemlenmiş geribeslemeli UZBK sistemi, geribeslemesiz açık devre UZBK sistemine göre çok daha iyi bir hata başarımları göstermiştir. Geribesleme bit sayısını aynı tutarak yapılan anten seçimli UZBK sistemini, düşük SGO değerleri için nicemlenmiş geribeslemeli UZBK sistemine yakın başarımları göstermiştir. SGO arttıkça nicemlenmiş geribeslemeli sistem, anten seçimli sisteme göre daha iyi başarımları göstermektedir.

Belirli bir sistem için anten seçimi sınırlı bir gelişme alanı sunmaktadır. Nicemlenmiş geribeslemede ise bit sayısı kolaylıkla değiştirilerek esnek bir yapı sağlanabilmektedir. Bu esnek yapı sayesinde BHO'nı azaltmak daha kolay hale getirilebilmektedir. Ayrıca k-means algoritması ile gerçekleştirilen bu yöntem, \mathbf{H} matrisinin dağılımından bağımsız (distribution-free) bir yöntemdir. İleride başka tür belirli dağılımlar için de denenecektir.

Bu çalışmada geribesleme kanalı hatadan bağımsız olarak düşünülmüştür. İleride yapılacak çalışmalar için geribesleme hatası da göz önüne alınarak yapılan çalışmayı geliştirmek mümkündür.

KAYNAKLAR

- [1] **Paulraj, A., Nabar, R. and Gore, D.**, 2003. Introduction to Space-Time Wireless Communications, Cambridge Univ. Pres, New York.
- [2] **Shannon, C. E.**, 1948. A mathematical theory of communication, *Bell System Tech. J.*, vol. 27, pp. 379-423,623-656.
- [3] **Rappaport, T. S.**, 1996. Wireless Communications: Principles and Practice, Prentice-Hall.
- [4] **Paulraj, A. J., Gore, D.A., Nabar, R. U. and Bolcskei, H.**, 2004. An overview of MIMO communications - a key to gigabit wireless, *Proceedings of the IEEE*, vol. 92, Issue 2, pp. 198 – 218.
- [5] **Naguib, A. F. and Calderbank, R.**, 2002. Space-time coding and signal processing for high data rate wireless communications, In *Wireless Communication Technologies : New Multimedia Systems*, pp. 23-60 ,Eds. Morinaga, N., Kohno, R. and Sampei, S., Kluwer Academic Publishers, New York.
- [6] **Wittneben, A.** , 1993. A new bandwidth efficient transmit antenna modulation diversity scheme for linear digital modulation, in *Proc. IEEE ICC'93*, vol. 3, Geneva, Switzerland, pp. 1630–1634.
- [7] **Seshadri, N. and Winters, J. H.**, 1994. Two schemes for improving the performance of frequency-division duplex (FDD) transmission systems using transmitter antenna diversity, *Int. J. Wireless Information Networks*, vol. 1, pp. 49–60.
- [8] **Teletar, E.**, 1995. Capacity of multiantenna Gaussian channels, *AT&T Bell Labs Tech. Rep.*, Murray Hill, NJ.
- [9] **Foschini, G. J. and Gans, M. J.**, 1998. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas, *Wireless Pers. Commun.*, vol. 6, pp. 311–335.
- [10] **Tarokh, V., Seshadri, N. and Calderbank, A. R.**, 1998. Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, pp. 744–765.

- [11] **Alamouti, S. M.**, 1998. A simple transmit diversity technique for wireless communications, *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 16, pp. 1451–1458.
- [12] **Tarokh, V., Jafarkhani, H. and Calderbank, A. R.**, 1999. Space-time block codes from orthogonal designs, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 45, pp. 1456–1467.
- [13] **Love, D.J. and Heath, R.W., Jr.**, 2005. Limited feedback unitary precoding for orthogonal space-time block codes, *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 53, pp. 64 - 73.
- [14] **Jöngren, G. and Skoglund, M.**, 2004. Quantized feedback information in orthogonal space-time block coding, *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 50, pp. 2473 - 2486
- [15] **Larsson, E. G. and Stoica, P.**, 2003. Space-Time Block Coding for Wireless Communications, Cambridge Univ. Press, New York .
- [16] **Ganesan, G. and Stoica, P.**, 2001. Utilizing space-time diversity for wireless communications, *Wireless Personal Communications. - Kluwer Academic Publ*, (18) : 2, pp. 149-163.
- [17] **Jöngren, G., Skoglund, M. and Ottersten, B.**, 2002. Combining beamforming and orthogonal space-time block coding, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.48, pp. 611–627.
- [18] **Zhou, S. And Giannakis, G. B.**, 2002. Optimal transmitter eigen-beamforming and space-time block coding based on channel mean feedback, *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, pp. 2599-2613,.
- [19] **Zhou, S. And Giannakis, G. B.**, 2003. Optimal transmitter eigen-beamforming and space-time block coding based on channel correlations, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, pp. 1673-1690.
- [20] **Narula, A., Lopez, M.J., Trott, M.D. and Wornell, G.W.**, 1998. Efficient use of side information in multiple-antenna data transmission over fading channels, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol.16, pp. 1423 - 1436 .
- [21] **Gore, D. A. and Paulraj, A. J.**, 2002. MIMO antenna subset selection with space-time coding, *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, pp. 2580–2588.
- [22] **Wong, W.-H. and Larsson, E. G.**, 2003. Orthogonal space-time block coding with antenna selection and power allocation, *Electron. Lett.*, vol. 39, pp. 379–381.
- [23] **Heath Jr, R.W., Sandhu, S. and Paulraj, A.**, 2001. Antenna selection for spatial multiplexing systems with linear receivers, *IEEE Commun. Lett.*, vol.5, pp. 142–144.

- [24] **Gore, D. A., Nabar, R. and Paulraj, A. J.**, 2000. Selecting an optimal set of transmit antennas for a low rank matrix channel, in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.*, vol. 5, pp. 2785–2788.
- [25] **Jöngren, G. and Skoglund, M.**, 2001. Improving orthogonal space-time block codes by utilizing quantized feedback information, in *Proc. IEEE Int. Symp. Inf. Theory*, p. 220.
- [26] **Jöngren, G. and Skoglund, M.**, 2000. Utilizing quantized feedback information in orthogonal spacetime block coding, in *Proc. IEEE Glob. Telecom. Conf.*, vol. 2, pp. 995–999.
- [27] **Larsson, E. G., Ganesan, G., Stoica, P. and Wong, W.-H.**, 2002. On the performance of orthogonal space-time block coding with quantized feedback, *IEEE Commun. Lett.*, vol. 6, pp. 487–489.
- [28] **Love, D. J. and Heath Jr, R.W.**, 2003. Limited feedback precoding for spatial multiplexing systems using linear receivers, in *Proc. IEEE Military Commun. Conf.*, vol. 1, pp. 627–632.
- [29] **Love, D. J. and Heath Jr, R.W.**, 2003. Limited feedback precoding for spatial multiplexing systems, in *Proc. IEEE Glob. Telecom. Conf.*, vol. 4, pp. 1857–1861.
- [30] **Gersho, A. and Gray, R. M.**, 1992. *Vector Quantization and Signal Compression*, Kluwer, Boston.
- [31] **MacQueen, J.**, 1967. Some methods for classification and analysis multivariate observations, In *Proc. Of the Fifth Berkeley Symposium on Math. Stat. And Prob.*, vol.1, pp. 281-296.
- [32] **Linde, Y., Buzo, A. and Gray, R. M.**, 1980. An algorithm for vector quantization design, *IEEE Trans. on Communications*, COM-28:84-95.

ÖZGEÇMİŞ

Soner KÖRÜK, 01/03/1979 tarihinde Simav'da doğmuştur. Lise eğitimini İzmir Fen Lisesi'nde tamamlamıştır. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden lisans derecesini aldıktan sonra bir yıl süre ile Bilkent Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde eğitim asistanlığı görevinde bulunmuştur. Ekim 2002'den itibaren TÜBİTAK Marmara Araştırma Merkezi'nde araştırmacı olarak çalışmaktadır.