

KOMPOZİT SANDVIÇ KİRİŞLERİN HAREKETLİ YÜK ETKİSİ ALTINDA DİNAMİK DAVRANIŞI

Volkan Kahya¹, Ayman S. Mosallam²

¹ Yrd. Doç. Dr., Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 61080, Trabzon, volkan@ktu.edu.tr

² Prof. Dr., University of California, Irvine, Civil and Environmental Engineering Department, 92697, CA, USA, mosallam@uci.edu

ÖZET

Bu çalışmada, tabakalı kompozit elastik kirişlerin, hareketli yük etkisi altında dinamik davranışları incelenmiştir. Hareketli yükün kütle atalet etkileri hesaplarda dikkate alınmıştır. Mod süperpozisyon metodu kullanılarak hareket denklemi değişken katsayılı kısmi türevli diferansiyel denklem şeklinde elde edilmiş ve Newmark metodu ile sayısal çözüm yapılmıştır. Aracın kütlesi ve hızı, tabaka kalınlığı ve lif doğrultusunun dinamik davranış ve kiriş ile araç arasında meydana gelen değme kuvveti üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

ABSTRACT

In this study, dynamic response of laminated composite elastic beams subjected to moving loads is investigated. Inertial effects of the moving loads are taken into account. The equation of motion with time-dependent coefficients for the beam is derived in matrix form by using the assumed mode method and is solved numerically by Newmark's method. Effects of the vehicle mass, vehicle speed, lamina thickness, and fiber orientation on the response and the contact force between the mass and the beam are studied.

1. GİRİŞ

Hareketli yük etkisi altındaki elastik sistemlerde meydana gelen titreşimler, mühendisliğin çeşitli alanlarında uygulamaya sahiptir. Köprü, karayolu ve demiryolu mühendisliği buna örnek olarak verilebilir. Son 30 yıldır, hareketli araçlar ile köprü yapıları arasında meydana gelen dinamik etkileşim problemi üzerinde çalışan araştırmacı sayısında büyük artış olmuştur. Bunda, modern ulaşım araçlarının ağırlık ve hızlarının artarken, yüksek performanslı ve hafif

yeni malzeme türleri sayesinde köprü kesitlerinin narinleşmesi etkili olmuştur. Günümüzde, geleneksel ağır kirişler yerini dereceli olarak düşük ağırlıklı ve daha güçlü kompozit kirişlere bırakmaktadır. Geleneksel malzemelere göre mukavemet, yorulma ve ısıl özelliklerinin daha yüksek olması sebebiyle kompozitlerin farklı mühendislik uygulamalarında kullanımı hızla yaygınlaşmaktadır. Bunun yanı sıra kompozitler, ses ve titreşimlerin azaltılması, iç sönümün ve değme yüzeylerinde aşınma mukavemetinin artırılması amacıyla kaplama malzemesi olarak da kullanılmaktadırlar [1, 2].

Hareketli yük problemleri ile ilgili çalışmalar aracın modellenmesine göre 3 alt grupta toplanabilir. Birinci gruptaki çalışmalarda, hareketli yükün kütle atalet etkileri ihmal edilerek, yük, tekil veya yayılı kuvvet şeklinde modellenmektedir. Bu durumda, problemin kapalı formda çözümünün elde edilmesi mümkün olmaktadır. Bu model kullanılarak yapılmış çalışmalar ve çözüm metotları, Fryba [3] ve Yang ve diğ. [4]'ın kitaplarında bulunabilir.

İkinci grup çalışmalarda, hareketli kütle modeli kullanılmıştır. Bu modelde, yükün kütle atalet etkileri dikkate alınmaktadır. Bundan dolayı, hareketin diferansiyel denkleminin katsayıları zaman bağlı olarak değişmekte ve kapalı formda çözüm mümkün olmamaktadır. Ayrıca, yük ile üzerinde hareket ettiği yapı arasında bir dinamik etkileşim kuvveti ortaya çıkmaktadır. Problemin çözümü için literatürde değişik çözüm metotlarının geliştirildiği görülmektedir [3–9].

Sonucu gruptaki çalışmalarda, hareketli yük, kütle, yay ve sönümleyicilerden oluşan tek veya çok serbestlik dereceli sistemler şeklinde modellenmiştir. Bu model, araç–köprü dinamik etkileşiminin incelendiği problemler için uygundur [3, 4, 10–13]. Çalışmalar, aracın yapı üzerinde düz bir yüzeyde hareket etmesi durumunda, hareketli kuvvet veya hareketli kütle modellerinin problemi yeterli doğrulukta temsil edebileceğini göstermektedir [8].

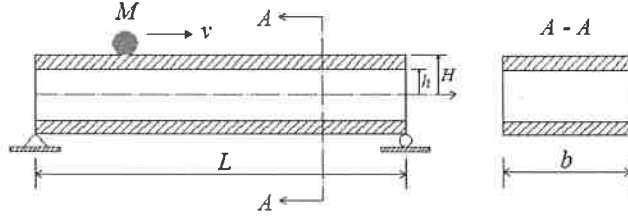
Buraya kadar bahsedilen çalışmalarda izotropik yapıların hareketli yük altındaki davranışları incelenmiştir. Kompozit yapıların serbest veya zorlanmış titreşim analizleriyle ilgili çok sayıda çalışma olmasına rağmen [14–18], hareketli yük etkisi altındaki davranışlarıyla ilgili çalışmalar oldukça azdır [2, 19–21]. Kompozitlerin giderek yaygınlaşan kullanımlarından dolayı, bu çalışmadan elde edilecek sonuçların faydalı olacağına inanılmaktadır.

Bu çalışmada, tabakalı kompozit elastik kirişlerin, hareketli yük etkisi altında dinamik davranışları incelenmiştir. Hareketli yükün kütle atalet etkileri hesaplarda dikkate alınmıştır. Mod süperpozisyon metodu kullanılarak hareket denklemleri değişken katsayılı kısmi türevli diferansiyel denklem şeklinde elde edilmiş ve Newmark metodu ile sayısal çözüm yapılmıştır. Aracın kütlesi ve hızı, tabaka kalınlığı ve lif doğrultusunun, dinamik davranış ve kiriş ile araç arasında meydana gelen değme kuvveti üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

2. PROBLEM VE ÇÖZÜM METODU

Şekil 1'de görülen basit mesnetli tabakalı elastik kirişin üzerinde bir M kütlesi sabit hızla hareket etmektedir. Elastik kirişin alt ve üst tabakaları (kaplama) anizotrop kompozit malzemeden, orta tabakası (çekirdek) ise izotrop malzemeden yapılmıştır. Kiriş kesitinin, orta

düzlemine göre simetrik olduğu kabul edilmiş ve böylece anizotropiden doğacak etkiler ihmal edilmiştir. Ayrıca, kayma deformasyonları da hesaplarda dikkate alınmamıştır [2].



Şekil 1. Problemin geometrisi

Problemin hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$(EI)_{eq} \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + 2m_{eq} \omega_h \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + m_{eq} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = p(x,t) \quad (1)$$

Burada, $(EI)_{eq}$, m_{eq} , ω_h , L , and $y(x,t)$ sırasıyla eşdeğer eğilme rijitliğini, eşdeğer birim kütle, dairesel sönüm frekansını, kiriş uzunluğunu ve düşey yöndeki yer değiştirmeyi (çökme) göstermektedir. Problemin başlangıç ve sınır şartları,

$$y(0,t) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = y(L,t) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=L} = 0 \quad (2)$$

$$y(x,0) = \frac{\partial y(x,0)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0 \quad (3)$$

şeklindedir. Şekil 1'de görülen tabakalı kompozit kiriş için eşdeğer birim kütle ve eşdeğer rijitlik ise aşağıdaki şekilde hesaplanır [1, 2].

$$m_{eq} = 2b[\rho_c h + \rho_f (H - h)] \quad (4)$$

$$(EI)_{eq} = \frac{2b}{3} [E_c h^3 + E_f (H^3 - h^3)] \quad (5)$$

Burada, b kiriş genişliği, ρ yoğunluk ve E elastisite modülüdür. H ve h kalınlıkla ilgili terimlerdir. "c" ve "f" indisleri ilgili büyüklüğün orta tabakaya mı yoksa kaplama tabakasına mı ait olduğunu ifade etmek için kullanılmıştır. Kaplama tabakası anizotropik özellikte olduğundan bu tabaka için elastisite modülü E_f aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{1}{E_f} = \frac{1}{E_{11}} \cos^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{11}} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \frac{1}{E_{22}} \sin^4 \theta \quad (6)$$

Burada, E_{11} , E_{22} , G_{12} ve ν_{12} , kaplama tabakasının, asal eksenini doğrultusundaki mekanik özelliklerini, θ , x - eksenini ile lif doğrultusu arasında saatin tersi yönde ölçülen açığı göstermektedir.

(1) denkleminde eşitliğin sağ tarafında bulunan $p(x, t)$ yük terimi olup,

$$p(x, t) = \left[Mg - M \left(\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \right) \right] \delta(x - vt) \quad (7)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, M , v ve g sırasıyla araç kütlesi, araç hızı ve yer çekimi ivmesi ve $\delta(\dots)$ Dirac delta fonksiyonudur.

(1) kısmi türevli diferansiyel denkleminin çözümü,

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^N \phi_n(x) q_n(t) \quad (8)$$

şeklinde kabul edilebilir. Burada, N , hesaba katılacak mod sayısı, $q_n(t)$, genliktir. $\phi_n(x)$, mod şekil fonksiyonu olup basit mesnetli giriş için aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\phi_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (9)$$

(8) çözümü, (1)'de yerine konulduğunda elde edilen ifade $\phi_i(x)$ ile çarpılarak $0 \leq x \leq L$ aralığında integrali alınır, modların ortogonalitesi de dikkate alınarak,

$$\sum_{n=1}^N \left\{ \delta_{in} + 2 \frac{M}{mL} \phi_i(x=vt) \phi_n(x=vt) \right\} \ddot{q}_n(t) + \sum_{n=1}^N \left\{ 2 \xi_n \omega_n \delta_{in} + 4 \frac{M}{mL} v \phi_i(x=vt) \phi_n'(x=vt) \right\} \dot{q}_n(t) + \sum_{n=1}^N \left\{ \omega_n^2 \delta_{in} + 2 \frac{M}{mL} v^2 \phi_i(x=vt) \phi_n''(x=vt) \right\} q_n(t) = 2 \frac{Mg}{mL} \phi_i(x=vt) \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (10)$$

ifadesi elde edilir. Burada, $\dot{q}_n(t) = dq(n)/dt$, $\ddot{q}_n(t) = d^2q(n)/dt^2$ şeklindedir. Ayrıca,

$$\delta_{in} = \begin{cases} 1 & i = n \\ 0 & i \neq n \end{cases}$$

şeklindedir. (10) ifadesinde geçen ξ_n ve ω_n sırasıyla n . moddaki sönüm oranı ve doğal frekans olup aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\xi_n = \frac{\omega_h}{\omega_n}, \quad \omega_n = \frac{\lambda_n^2}{L^2} \sqrt{\frac{(EI)_{eq}}{m_{eq}}} \quad (11 - 12)$$

(10) ifadesi, matris formda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{P} \quad (13)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \mathbf{I} + 2\frac{M}{mL} \text{diag}[\phi_i(x=vt)]\Phi, \\ \mathbf{C} &= \text{diag}[2\xi_n\omega_n] + 4\frac{M}{mL}v \text{diag}[\phi_i(x=vt)]\Phi', \\ \mathbf{K} &= \text{diag}[\omega_n^2] + 2\frac{M}{mL}v^2 \text{diag}[\phi_i(x=vt)]\Phi'', \\ \mathbf{P} &= 2\frac{Mg}{mL} [\phi_1(x=vt), \phi_2(x=vt), \dots, \phi_N(x=vt)]^T \end{aligned} \quad (14)$$

şeklinde tanımlıdır. Bu ifadelerde, \mathbf{I} , birim matrisi, $\text{diag}[\dots]$, diyagonal matrisi ifade etmektedir. Φ matrisi,

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1(x=vt) & \phi_2(x=vt) & \dots & \phi_N(x=vt) \\ \phi_1(x=vt) & \phi_2(x=vt) & \dots & \phi_N(x=vt) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_1(x=vt) & \phi_2(x=vt) & \dots & \phi_N(x=vt) \end{bmatrix} \quad (15)$$

şeklinde tanımlıdır. Φ' ve Φ'' ise bu matrisin x değişkenine göre 1. ve 2. türevlerini göstermektedir. Hareketli yüklün kütle atalet etkilerinin ihmal edilmesi durumunda yukarıdaki ifadelerde $M/mL=0$ ve $P(t)=Mg$ yazılarak hareketli kuvvet modeline ait ifadeler kolayca elde edilebilir.

Hareketli kütle ile giriş arasında oluşan değme kuvveti aşağıdaki ifade yardımıyla hesaplanır.

$$F_c = Mg - M \left(\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right) \Bigg|_{x=v} \quad (16)$$

Değme kuvvetinin işaretinin (+) çıkması, yükün yönünün aşağı doğru olduğunu ve yük ile giriş arasında bir etkileşimin var olduğunu gösterir. Yükün işaretinin (-) olması ise, yük ile giriş arasında ayrılma olduğunu gösterir. Bu durumda yukarıda verilen çözüm geçersizdir.

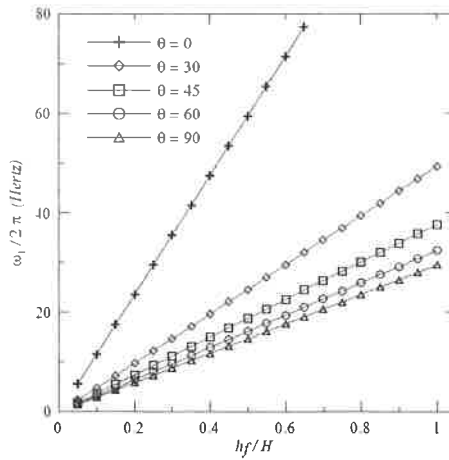
3. BULGULAR VE TARTIŞMA

(13) denklemi katsayıları zamana bağlı olarak değişen bir adi diferansiyel denklem sistemi olduğundan kapalı formda çözümü yoktur. Sayısal çözüm için Newmark metodu kullanılmıştır. Tablo 1’de, çalışmada ele alınan kompozit sandviç kirişin malzeme özellikleri verilmiştir. Bu modelde, kaplama tabakaları karbon/epoksi kompozit, orta tabaka ise üre-formaldehit köpüktür. Sayısal analizlerde, $\xi = 0$, $L/2H = 10$ ve $b/2H = 1/2$ alınmıştır.

Tablo 1. Çalışmada ele alınan kompozit kirişin malzeme özellikleri

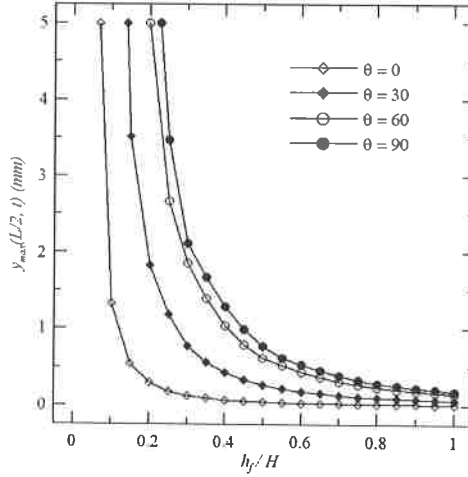
Malzeme	ρ (kg/m ³)	E_{11} (GPa)	E_{22} (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
Karbon/Epoksi [22]	1600	177	10,8	76	0,270
Köpük [23]	11,2	$85,53 \times 10^{-5}$	$85,53 \times 10^{-5}$	$31,40 \times 10^{-5}$	0,362

Değişik lif açıları için temel doğal frekansın h_f/H ile değişimi Şekil 2’de verilmiştir. h_f/H oranının 1’e gitmesi, kaplama kalınlığının artması anlamına gelmektedir. (4) ve (5) denklemlerine göre, kaplama kalınlığının artması, kirişin hem rijitliğinin hem de birim kütesinin artmasına sebep olmaktadır. Şekilden de görüleceği üzere, kaplama kalınlığı arttıkça, temel doğal frekans artmaktadır. Bu sonuç, bize, kiriş rijitliğindeki artışın daha fazla olduğunu göstermektedir. Burada artışın lineer olması sadece ele alınan kiriş modeli (yumuşak çekirdekli sandviç kiriş) için geçerli olup, genel değildir. Orta tabakanın daha sert bir malzemeden yapılması durumunda dağılım farklı olmaktadır [2]. Lif açısı arttıkça, kirişin eşdeğer eğilme rijitliği de azalacağından, temel doğal frekans değerleri azalmaktadır. Kaplama kalınlığı azaldıkça, lif açısındaki değişimlerin etkisi de azalmakta ve temel doğal frekans değerleri birbirine yaklaşmaktadır.

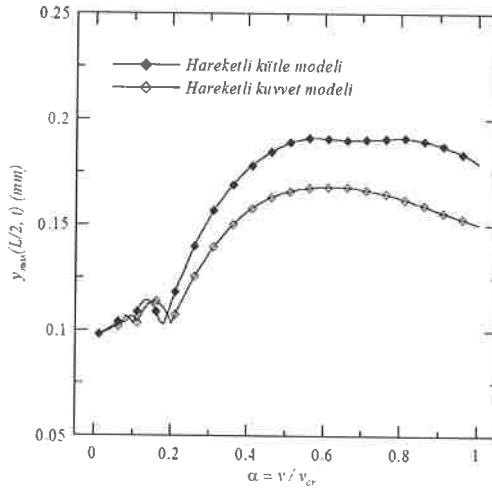


Şekil 2. Değişik lif doğrultuları için, kompozit kirişin temel frekansının h_f/H ile değişimi

Şekil 3'te çeşitli lif açıları için giriş orta noktasında oluşan maksimum çökmelerin h_f / H ile değişimi verilmiştir. Burada kütle atalet etkileri dikkate alınmamıştır. Kaplama kalınlığı arttıkça, giriş orta noktasında oluşan çökme değerleri azalmaktadır. Bunda, giriş rijitliğinin artmasının rolü olduğu açıktır. Lif açısı arttıkça, giriş rijitliği azalacağından, giriş orta noktasında daha büyük çökme değerleri elde edilmektedir.



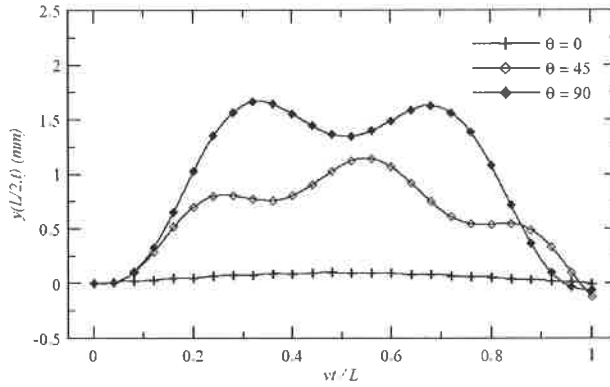
Şekil 3. Değişik lif doğrultuları için, giriş orta noktasındaki en büyük çökme değerlerinin h_f / H ile değişimi (Hareketli kuvvet modeli, $M / mL = 0,3$, $v = 50 \text{ km/sa}$)



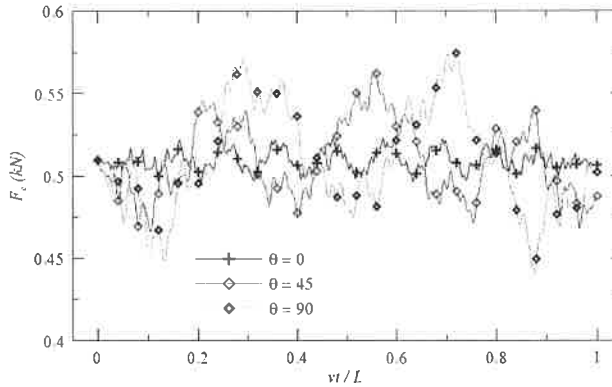
Şekil 4. Giriş orta noktasındaki çökmelerin boyutsuz hız ile değişimi ($h_f / H = 1/3$, $\theta = 0$, $M / mL = 0,3$)

Kiriş orta noktasındaki en büyük çökme değerlerinin boyutsuz hız ($\alpha = v/v_{cr}$) ile değişimi Şekil 4'te görülmektedir. Burada, $v_{cr} = \omega_1 L/\pi$ şeklinde tanımlı olup kritik hızdır [3]. Şekilden de görüleceği üzere, kütle atalet etkilerinin hesaba katılması durumunda daha büyük çökme değerleri elde edilmektedir. Özellikle yüksek hızlarda, yükün atalet etkilerinin dinamik davranış üzerindeki etkisi artmaktadır.

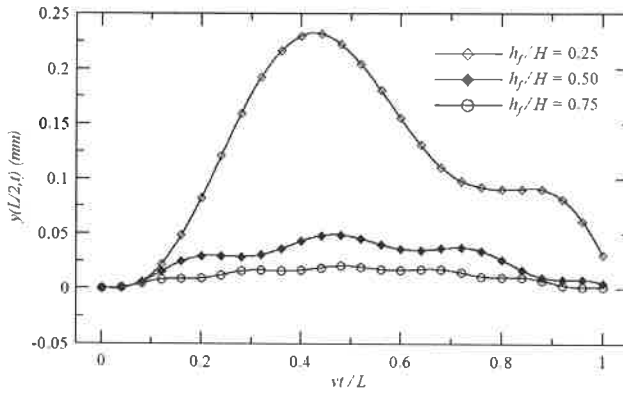
Şekil 5' te, kiriş orta noktasında oluşan çökmelerin, yükün kiriş boyunca hareketi sırasında lif açısına bağlı olarak değişimi verilmiştir. Lif açısı arttıkça, çökme değerleri de artmaktadır. Bu durum, lif açısının artmasından dolayı kiriş rijitliğinin azalmasından kaynaklanmaktadır. Yük ile kiriş arasında meydana gelen değme kuvvetinin, lif açısına bağlı olarak kiriş boyunca değişimi Şekil 6'da verilmiştir. En büyük değme kuvveti değerleri $\theta = 90$ için elde edilmektedir.



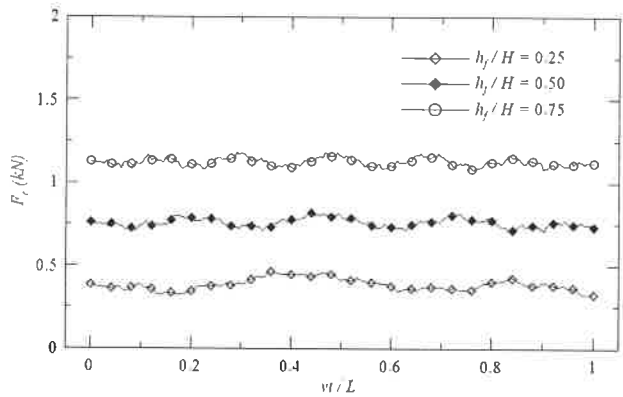
Şekil 5. Lif açısına bağlı olarak kiriş orta noktasındaki çökmelerin yükün kiriş boyunca hareketi sırasında değişimi ($h_f/H = 1/3$, $M/mL = 0,3$, $v = 50 \text{ km/sa}$)



Şekil 6. Lif açısına bağlı olarak yük ile kiriş arasında oluşan değme kuvvetinin kiriş boyunca değişimi ($h_f/H = 1/3$, $M/mL = 0,3$, $v = 50 \text{ km/sa}$)



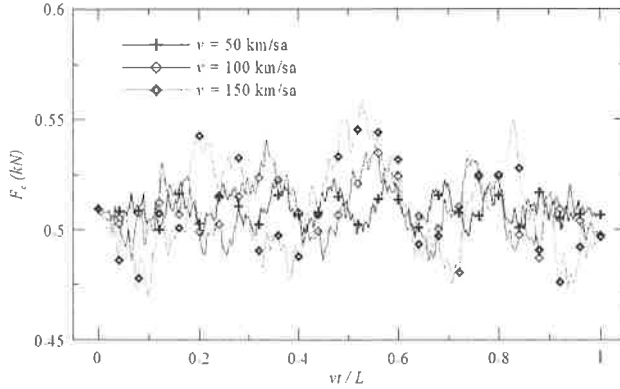
Şekil 7. h_f / H değerine bağlı olarak kiriş orta noktasındaki çökmelerin yükün kiriş boyunca hareketi sırasında değişimi ($\theta = 0$, $M / mL = 0,3$, $v = 200 \text{ km / sa}$)



Şekil 8. Çeşitli h_f / H değerleri için yük ile kiriş arasında oluşan değme kuvvetinin kiriş boyunca değişimi ($\theta = 0$, $M / mL = 0,3$, $v = 200 \text{ km / sa}$)

Şekil 7'de, kiriş noktasında oluşan çökmelerin, yükün kiriş boyunca hareketi sırasında kaplama kalınlığına bağlı olarak değişimi verilmiştir. Kaplama kalınlığı arttıkça – kiriş rijitliği artacağından – çökme değerleri azalmaktadır. Şekil 8'de, yük ile kiriş arasında meydana gelen değme kuvvetinin çeşitli h_f / H değerleri için değişimi verilmiştir. Kaplama kalınlığı arttıkça, ortaya çıkan değme kuvveti de artmaktadır.

Çeşitli hız değerleri için değme kuvvetinin kiriş uzunluğu boyunca değişimi Şekil 9'da verilmiştir. Hız arttıkça yük ile kiriş arasında oluşan değme kuvveti artmaktadır.



Şekil 9. Çeşitli hız değerleri için yük ile kiriş arasında oluşan değme kuvvetinin uzunluk boyunca değişimi ($\theta = 0$, $h_f / H = 1/3$, $M / mL = 0,3$)

4. SONUÇ

Bu çalışmada, tabakalı kompozit kirişlerin hareketli yük etkisi altında dinamik analizleri eşdeğer kütle ve rijitlik kavramları yardımıyla analitik olarak gerçekleştirilmiştir. Hesaplarda yükün kütle atalet etkisi göz önüne alınmıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, kaplama tabakasının kalınlığı ile lif açısında meydana gelecek değişimlerin, kirişin dinamik davranışı ve yük ile kiriş arasında meydana gelen değme kuvveti üzerinde önemli etkileri olduğunu göstermektedir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma, TÜBİTAK 2219 Yurt Dışı Doktora Sonrası Araştırma Burs Programı kapsamında; ilk yazarın, University of California, Irvine'da yapmış olduğu araştırma sonuçlarından hazırlanmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] Hamada, A., "Vibration and Damping Analysis of Beams with Composite Coats", Composite Structures, 32, 33-38, 1995
- [2] Zibdeh, H.S., Abu-Hilal, M., "Stochastic Vibration of Laminated Composite Coated Beam Traversed by a Random Moving Load", Engineering Structures, 25, 397-404, 2003
- [3] Fryba, L., "Vibration of Solids and Structures under Moving Loads", Noordhoff International, Groningen, The Netherlands, 1972
- [4] Yang, Y.B., Yau, J.D., Wu, Y.S., "Vehicle-Bridge Interaction Dynamics with Applications to High-Speed Railways", World Scientific Publishing, Singapore, 2004
- [5] Ting, E.C., Genin, J., Ginsberg, J.H., "A General Algorithm for Moving Mass Problem", Journal of Sound and Vibration, 33, 49-58, 1974

- [6] Akin, J.E., Mofid, M., "Numerical Solution for the Response of Beams with Moving Mass", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 115, 120-131, 1989
- [7] Lee, H.P., "Dynamic Response of a Beam with a Moving Mass", *Journal of Sound and Vibration*, 191, 289-294, 1996
- [8] Bilello, C., Bergman, L.A., Kuchma, D., "Experimental Investigation of a Small-Scale Bridge Model under a Moving Mass", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 130, 799-804, 2004
- [9] Bowe, C.J., Mullarkey, T.P., "Unsprung Wheel-Beam Interactions using Modal and Finite Element Models", *Advances in Engineering Software*, 39, 911-922, 2008
- [10] Yang, Y.B., Yau, J.D., "Vehicle-Bridge Interaction Element for Dynamic Analysis", *ASCE Journal of Structural Engineering*, 123, 1512-1518, 1997
- [11] Henchi, K., Fafard, M., Talbot, M., Dhatt, G., "An Efficient Algorithm for Dynamic Analysis of Bridges under Moving Vehicles using a Coupled Modal and Physical Components Approach", *Journal of Sound and Vibration*, 212, 663-683, 1998
- [12] Au, F.T.K., Cheng, Y.S., Cheung, Y.K., "Vibration Analysis of Bridges under Moving Vehicles and Trains", *Progress in Structural Engineering Materials*, 3, 299-304, 2001
- [13] Yang, Y.B., Lin, C.W., "Vehicle-Bridge Interaction Dynamics and Potential Applications", *Journal of Sound and Vibration*, 284, 205-226, 2005
- [14] Banerjee, J.R., "Free Vibration of Axially Loaded Composite Timoshenko Beams using the Dynamic Stiffness Matrix Method", *Computers & Structures*, 69, 197-208, 1998
- [15] Suresh, J.K., Venkatesan, C., "Structural Dynamic Analysis of Composite Beams", *Journal of Sound and Vibration*, 143, 503-519, 1990
- [16] Bassiouni, A.S., Gad-Elrab, R.M., Elmahdy, T.H., "Dynamic Analysis for Laminated Composite Beams", *Composite Structures*, 44, 81-87, 1999
- [17] Lee, S.Y., Wooh, S.C., "Finite Element Vibration Analysis of Composite Box Structures using the High Order Plate Theory", *Journal of Sound and Vibration*, 277, 801-814, 2004
- [18] Zhen, W., Wanji, C., "An Assessment of Several Displacement-Based Theories for the Vibration and Stability Analysis of Laminated Composite and Sandwich Beams", *Composite Structures*, 84, 337-349, 2008
- [19] Kadivar, M.H., Mohebpour, S.R., "Finite Element Dynamic Analysis of Unsymmetric Composite Laminated Beams with Shear Effect and Rotary Inertia under the Action of Moving Loads", *Finite Elements in Analysis and Design*, 29, 259-273, 1998
- [20] Kadivar, M.H., Mohebpour, S.R., "Forced Vibration of Unsymmetric Laminated Composite Beams under the Action of Moving Loads", *Composites Science and Technology*, 58, 1675-1684, 1998
- [21] Lee, S.Y., Yhim, S.S., "Dynamic Analysis of Composite Plates Subjected to Multi-Moving Loads Based on a Third Order Theory", *International Journal of Solids and Structures*, 41, 4457-4472, 2004
- [22] URL 1. <http://composite.about.com/library/data/blc-im6sc1081.htm>, Mayis 2009
- [23] Sarig, Y., Little, R.W., Segerlind, L.J., "Mechanical Properties of Urea-Formaldehyde Foam", *Journal of Applied Polymer Science*, 22, 149, 419-427, 1978

