



SAKKÜLER ANEVİRİZMANIN İKİ BOYUTLU SAYISAL MODELLEMESİ- DUVAR KAYMA GERİLMESİ ANALİZİ

Hatice Mercan¹, Kunt Atalık²

¹ H. Mercan, Mekatronik Mühendisliği -Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

² K. Atalık, Makina Mühendisliği-Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul

ABSTRACT

The aim of this study is to analyze the blood flow inside the intracranial aneurysm in 2 dimensions. The model considers stream function vorticity formulation with Newtonian constitutive relation with simplified boundary conditions. The boundary conditions and the numerical scheme are verified using results from the literature. The development of the aneurysm is investigated in three stages and for three phases of a pulse. The systole peak showed the maximum wall shear stress in the vicinity of the aneurysm neck. The observations of this study are discussed together with the relevant clinical and numerical literature.

ÖZET

Bu çalışmanın konusu sakküler anevrizmada kan akışının 2 boyutlu sayısal modellemesidir. Bu modelde akım fonksiyonu girdaplılık taşınım denklemleri ve Newtonyen bünye denklemi ile basitleştirilmiş sınır koşulları kullanılmıştır. Sayısal yöntem ve sınır koşulları literatürle doğrulanmıştır. Anevrizma gelişimi üç aşamada nabzın üç ayrı fazında incelenmiştir. Sistol zirvesi sırasında anevrizma boynunda maksimum kayma gerilmesi gözlemlenmiş ve bu bulgular literatürdeki benzer klinik ve sayısal çalışmalarla kıyaslanmıştır.

GİRİŞ

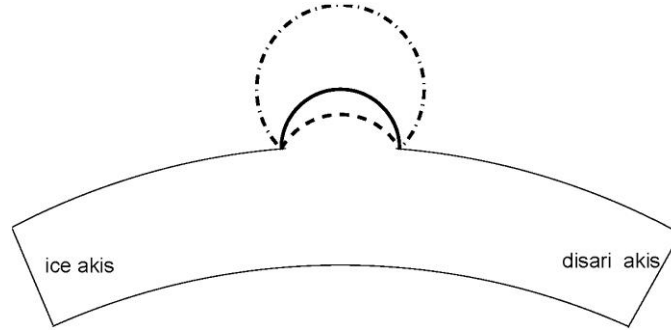
Anevrizma, patolojik atardamar genişlemesi olarak tanımlanabilir. Kan akışı bu genişleme içerisinde devam eder ve çoğunlukla öngörülemeyen bir zamanda yırtılan damar ölümle sonuçlanan iç kanamalara sebep olur. Amerika Birleşik Devletleri'nde 2008 yılında yapılan bir araştırmaya göre 65-80 yaş arasındaki beyaz erkeklerin ölüm sebeplerinin ondördüncü sırasında anevrizma yırtılması yer almaktadır [1]. Anevrizma genişlemenin şekline göre sakküler ve füziform olmak üzere ikiye ayrılır. Sakküler anevrizma, damar duvarının zayıflaması sonucu küçük bir bölgesinin damar dışına doğru asimetrik olarak kese şeklinde büyümesi ile oluşur (Şekil 1). Bu çeşit anevrizmalar daha hızlı büyür ve daha sık kanama yaparlar. Sakküler anevrizmaya daha çok kafa bölgesinde rastlanır. Füziform anevrizma ise çepeçevre zayıflayan damarın her yöne doğru simetrik büyümesiyle oluşur, daha yavaş büyür ve daha az kanama yapar. Bu tür anevrizma daha çok aortta ve bacak atardamarlarında görülür. Bu çalışmanın konusu sakküler anevrizmada kan akışının sayısal modellemesinin yapılarak incelen damar çeperine, akış sebebiyle uygulanan kayma gerilmelerinin incelenmesi yoluyla damar yırtılmalarının mekaniğinin irdelenmesidir.



Şekil 1. Dil üzerinde sakküler anevrizma

ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Hastalar veya denekler üzerinde yapılan deneyler gerek zaman alıcı ve pahalı olmaları, gerekse de etik kaygılardan dolayı oldukça sınırlı gerçekleştirilebilmektedir. Önerilen tedavi yöntemlerinin etkinliğini irdelemek (damar içi stent takılması vb gibi) ve anevrizma içindeki akışın mekaniğini anlamak için en iyi yöntem akışın sayısal modellenmesidir. Bu sebeple literatürde yapılmış çok sayıda çalışma mevcuttur [2 - 5]. Bu çalışmaların hemen hepsi anevrizma ile beraber damarı, ya Şekil2’de gösterildiği gibi basitleştirerek, veya doppler ve benzeri zararsız görüntüleme yöntemleriyle elde edilmiş gerçeğe uygun akış alanlarında iki veya üç boyutta modellemiştir. Basitleştirilmiş modellerde damar, rijit sabit kesitli düz veya bükülmüş boru olarak modellenmiş, akış laminar kabul edilmiştir [4 - 5].



Şekil 2. Basitleştirilmiş damar modeli üzerinde sakküler anevrizma gelişiminin şematik gösterimi, kesik çizgi: başlangıç aşaması, sürekli çizgi: gelişme aşaması, çizgi nokta: ileri aşama anevrizma için kullanılan akış alanları

Bu çalışmada sakküler anevrizma gelişimi üç aşamalı olarak modellenmiştir. Damar içi nabız akışı yerine, nabız akışının sonucu olan hız profili anevrizma kesesi için sınır koşulu olarak denklem takımına tanıtılmış, böylece çözüm uzayı 2 boyutlu anevrizma kesesine indirgenmiştir. Başlangıç, gelişmekte olan ve ileri aşama olmak üzere üç aşama için kullanılan akış alanları ve ağ örnekleri sırasıyla Şekil 2 ve Şekil 3’de gösterilmiştir. Anevrizma duvarı saat yönünde başlangıç aşaması için $2\pi/3: \pi/3$, gelişme aşaması için $\pi:0$ ve son olarak ileri aşama için $5\pi/4:-\pi/4$ radyan olmak üzere tanımlanmıştır. Gijssen ve diğerlerinin [6] yaptığı sayısal çalışmaya göre geniş damarlarda kanın Newtonyen akışkan olarak modellenmesiyle elde edilen sayısal sonuçlar deneysel sonuçlarla yüksek oranda uyum göstermiştir. Bu çalışmada da kan, Newtonyen akışkan olarak modellenmiştir. Kütle ve momentum korunumu denklemleri hacim kuvvetlerinin yokluğunda tensörel formda

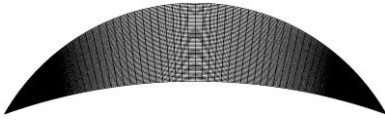
$$\nabla \cdot \underline{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\underline{u}}{Dt} = \nabla \cdot \underline{T} \quad (2)$$

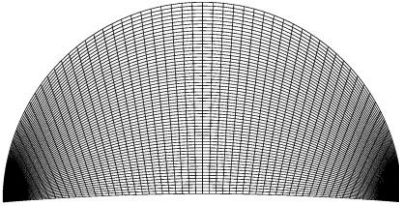
şeklinde yazılabilir. Burada \underline{u} hız vektörünü, \underline{T} gerilme tensörünü, ρ sıvının yoğunluğunu ifade etmektedir. Gerilme tensörünü Newtonyen bünye denklemi ile ifade edersek:

$$\underline{T} = -p\underline{I} + 2\mu\underline{D} \quad (3)$$

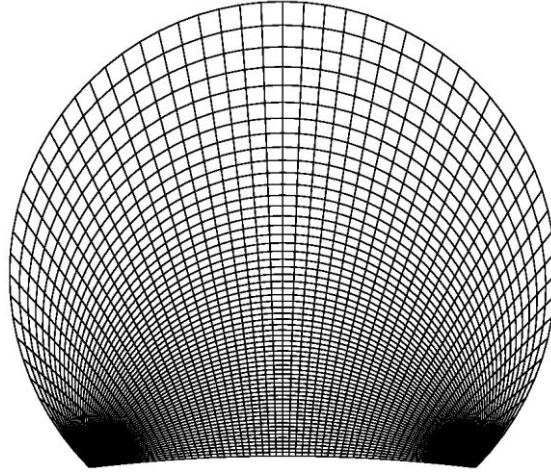
şeklinde yazabiliriz. Burada p basınç, μ ise akışkan viskozitesi, D şekil değiştirme hızı tensörüdür. Uzunluk ölçeği L , hız ölçeği U_0 seçilerek boyutsuzlaştırılmış akım fonksiyonu (ψ) girdaplılık (ω) taşınımı denklemleri eğrisel koordinatlarda elde edilmiştir. Kısmi diferansiyel denklem takımı ikinci mertebeden merkezi sonlu farklar yöntemiyle zamana bağlı sıradan bir denklem takımına indirgenmiştir. Girdaplılık taşınımı denklemi ve akım fonksiyonu denklemi ayrı ayrı ele alınarak Runge Kutta ve ivmelendirilmiş Chebychev parametrelili ardıl aşırı rahatlatma (SOR) iterasyon yöntemi ile çözülmüştür. Ağ nokta sayısına bağlı olarak zaman aralığı Runge-Kutta integrasyon şeması için belirlenmiş ve çözümün durağan rejime erişmesi gerek iterasyonlar arasındaki fark gerek akış içerisindeki hız profili gözlemlenerek belirlenmiştir.



(a) Başlangıç aşamasında anevrizma



(b) Gelişmekte olan anevrizma



(c) İleri aşama anevrizma

Şekil 3. İki boyutlu sakküler anevrizma geometrisi ve eliptik olarak geliştirilmiş tipik ağ örnekleri

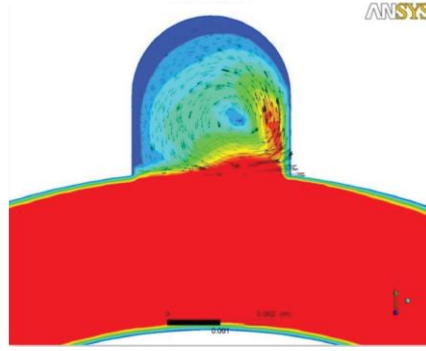
SAYISAL SONUÇLAR

a-Literatür Karşılaştırması

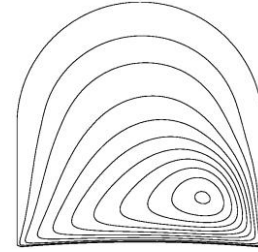
Zhang ve diğerleri [5] yaptığı çalışmada kafa bölgesinde geniş damar üzerinde gelişmiş sakküler anevrizmayı sayısal ve deneysel olarak, stentsiz ve stentli durumlarda modellemiştir. Çalışmada, damar akışı laminar kabul edilerek, ($Re=256.6$), 3 boyutlu incelenmiştir. Shishir vd. de [4] aynı geometrideki sakküler anevrizmanın sayısal modellemesini emsal problem olarak çözmüş ve çalışmalarında tablolamıştır. Bu çalışmada önerilen 2 boyutlu sayısal model literatürdeki bu iki çalışma ile karşılaştırılmış ve sonuçların yapılan basitleştirici varsayımlara rağmen oldukça uyumlu oldukları gösterilmiştir, bakınız Çizelge 1 ve Şekil 4.

Çizelge 1. Sayısal yöntemin literatürle karşılaştırması

| Parametreler | Zhang vd. sayısal model sonucu [5] | Zhang vd. deneysel sonucu [5] | Shishir vd. sayısal model sonucu [4] | Bu çalışma sayısal model sonucu |
|-------------------------|------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| V_{max} (m/s) | 0.2089 | 0.2175 | 0.230 | 0.360 |
| V_{av} (m/s) | 0.0550 | 0.0610 | 0.052 | 0.0502 |
| $\tau_{wall,av}$ (Pa.s) | 1.2351 | 1.3764 | 0.2335 | 1.2940 |



a) Shishir vd. sonucu



b) Bu çalışmanın sonucu

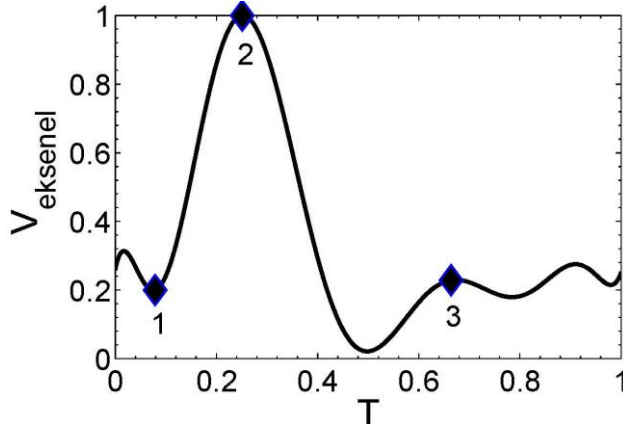
Şekil 4. Literatürdeki çözümün akış çizgilerinin çalışma sonuçları ile karşılaştırılması.

b- Sonuçlar ve Değerlendirme

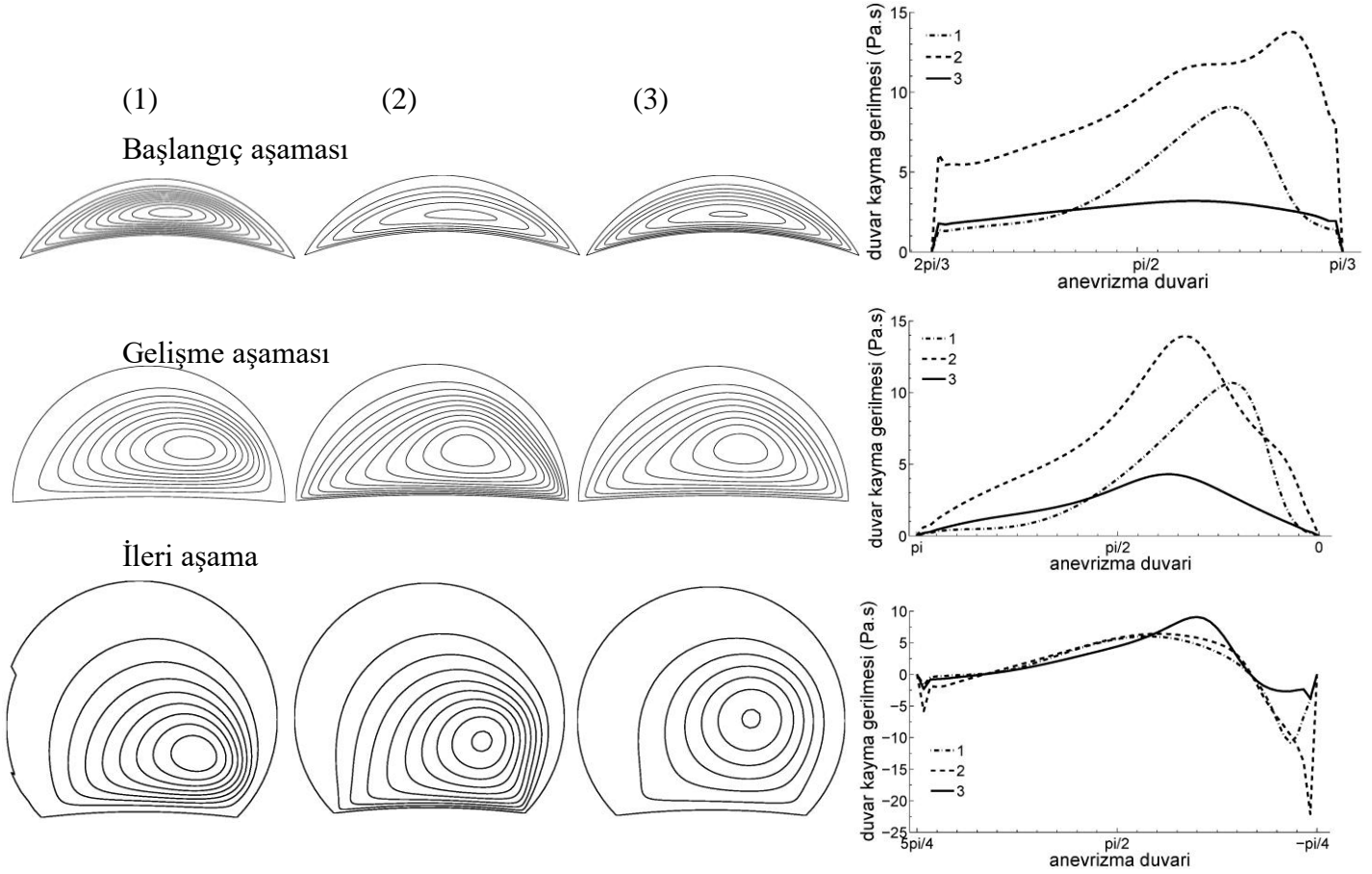
Anevrizma içindeki akış esas olarak anevrizmanın şekline, büyüklüğüne ve ana arterin çapına bağlıdır [4-5]. Bu çalışmada arter çapı sabit alınmış, anevrizma şeklinin ve büyüklüğünün akışa ve duvar kayma gerimlesine etkileri incelenmiştir. Akış, damar ile anevrizmanın birleştiği kenarda (anevrizma boyunu) nabız atışının sonucu olan damardaki ortalama aksel kan akışıyla tahrik edilmiştir. Kan akışının ortalama aksel hızı literatürde yer alan deneysel çalışmadan alınmış [3] ve 9. mertebe bir polinomla eğri uydurumu sağlanmıştır, polinom katsayıları Çizelge 2’de sıralanmıştır. Bir nabız döngüsü (T) esnasındaki kan hızı Şekil 4’de gösterilmiştir. Gevşeme (diyastol) bitişi, kasılma (sistol) zirvesi ve gevşeme başlangıcında (Şekil 4’de sırasıyla 1, 2 ve 3’üncü noktalar) anevrizma içindeki akış çizgileri Şekil 5’de gösterilmiştir. Aynı şekilde (Şekil 5) anevrizma duvarı boyunca duvar kayma gerilmeleri belirtilen nabız evrelerinde gösterilmiştir.

Çizelge 2. Nabız atışı sonucu kan akışı için uydurulmuş eğrinin polinom katsayıları

| Polinom katsayısı | |
|-------------------|---------------------|
| P1 | 0.00066569588305481 |
| P2 | -0.0197178396582261 |
| P3 | 0.243012393546922 |
| P4 | -1.60627032860107 |
| P5 | 6.10336710834574 |
| P6 | -13.2056863776158 |
| P7 | 14.9714121873087 |
| P8 | -7.2693180121154 |
| P9 | 1.09771533200526 |
| P10 | 0.244358120780213 |



Şekil 4. Kalbin bir nabız döngüsünde (T) damar boyunca boyutsuz kan hızı, nokta 1: diastol (gevşeme) sonu, nokta2: sistol (kasılma) zirvesi, nokta 3: diastol başlangıcı



Şekil 5. 1, 2 ve 3 noktaları için başlangıç, gelişme ve ileri aşamadaki anevrizmalarda akış çizgileri ve duvar kayma gerilmeleri değişimi.

Başlangıç ve gelişme aşamalarındaki anevrizmada sistol zirvesinde (2), duvar kayma gerilmesinin diastol sonu (1) ve diastol başlangıcı (3) evrelerine göre daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Başlangıç aşamasında kayma gerilmesi tepe değeri akış yönündeki köşeye yakın meydana gelmişken gelişme aşamasında kayma gerilmesi tepe değeri duvarın orta noktasına yaklaşmıştır. İleri aşamada ise sistol zirvesinde kayma gerilmesi işaret değiştirmiş

ve akış yönündeki köşede gerilme yığılması gözlemlenmiştir. Bu çalışmadaki gözlemler, 20 ayrı hasta üzerinde yapılan klinik ve sayısal akış modellemesi sonucu kayma gerilmeleri analizi yapan Shojima vd.'nin [8] çalışmasındaki gözlemleri destekler niteliktedir.

KAYNAKLAR

- [1] D. Roy, D. Kauffmann, S. Delorne, S. Lerouge, G. Cloutier, G. Soulez, A literature review of numerical analysis of abdominal aortic aneurysm treated with endovascular stent grafts, *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, (2012) Article ID 820389.
- [2] M. Aenis, A.P. Stancampiano, A.K. Wakhloo, A.B. Lieber, Modeling of flow in a straight stented and nonstented side wall aneurysm model, *Journal of Biomedical Engineering*, (1997) Vol. 119, 206-212.
- [3] J.S. Milner, J. A. Moore, B. K. Rutt, D. A. Steinman, Hemodynamics of human carotid artery bifurcations: Computational studies with models reconstructed from magnetic resonance imaging of normal subjects, *Journal of Vascular Surgery*, (1998) 143-156.
- [4] Shishir S. S., A. K. Miah, A. K.M. S. Islam, A.B.M. T. Hasan, Blood flow dynamics in cerebral aneurysm-A CFD simulation, *Precedia Engineering* (2015) 105(919-927).
- [5] Y. S. Zhang, X. J. Yang, S. Z. Wang, A, Qiao, J. I. Chang, K. Y. Zhang, Z. C. Liu, Y. J. Zhao, Y. Zhang, B. Luo, C. H. Li, Hemodynamic effects of stenting on wide-necked intracranial aneurysms, *Chinese Medical Journal* (2010) 123(15) (1999-2003).
- [6] F.J.H. Gijssen, E. Allanic, F.N. van de Vosse, J.D. Janssen, The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: unsteady flow in a 90ocurved tube, *Journal of Biomechanics*, (1999) 32 (705-713).
- [7] Y L. Segadal, K. Matre, Blood velocity distribution in the human ascending aorta, *Circulation*, (1987) 76 (90-100)
- [8] Shojima, M., Oshima, M., Takagi, K., Torii, R., Hayakawa, M., Katada, K., Kirino, T. (2004). Magnitude and role of wall shear stress on cerebral aneurysm. *Stroke*, 35(11), 2500-2505.