

ÇEŞİTLİ YÜKLEMELERE MARUZ BİR KİRİŞİN EVRİMSEL YAPI OPTİMİZASYONU İLE TASARIMI

Fatih Mehmet ÖZKAL* Habib UYSAL†

Atatürk Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Müh. Bölümü, Erzurum, Türkiye.

ÖZET

Xie ve Steven tarafından sayısal tabanlı yapısal topoloji optimizasyonu problemlerinin üstesinden gelebilmek için 1993 yılında evrimsel yapı optimizasyonu (ESO) yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntem, esasında basit bir temel üzerine oturtulmuş olmasına rağmen takip eden yıllarda farklı araştırmacılar tarafından yapılan katkılarla akademik başarı bir hayli yükseltilmiştir. Yapı tasarımlarını geliştirme ve en uygun hale getirme yönünden nispeten yeni bir tasarım aracı olan ESO, başlangıç tasarım alanındaki elemanların bir döngü içerisinde kademeli olarak kaldırıldığı buluşsal bir yöntemdir. Uygun bir tasarım elde edilene ya da istenilen belirli bir hacme ulaşılan dek bu işlemler devam ettirilmekte ve süreç sonunda elde edilen tasarımın uygulanabilirliği irdelenerek nihai karar verilmektedir. Bu çalışmada evrimsel yapı optimizasyonu yöntemine dayanan bir optimizasyon programı hazırlanarak muhtelif yüklemelere ve mesnet koşullarına maruz kirişlerin en uygun tasarımları aranmıştır. Çözülen problemlerden alınan sonuçlar, söz konusu yöntemin üstünlüklerini de gözler önüne serecektir. Optimizasyon programı, süreç kontrolünü artırmak amacıyla Maple'da hazırlanmış ve statik analiz için ise ANSYS kullanılmıştır. Yapıdaki von Mises gerilmeleri göz önünde bulundurularak gerçekleştirilen optimizasyon işlemleri sonucunda nispeten düzgün yayılı gerilme dağılımına maruz, kafes benzeri tasarımlara ulaşılmış ve elde edilen bu nihai tasarımlarda başlangıç hacmine göre %90'a varan oranlarda azalma görülmüştür.

ABSTRACT

Evolutionary structural optimization (ESO) method has been presented by Xie and Steven in 1993 to deal with numerical structural topology optimization problems. Although this method is based on a simple idea, academic success towards ESO has been raised by the contributions of various researchers in the following years. ESO is a relatively new design tool used to improve and optimize the design of structures. It is a heuristic method where a few elements of an initial design domain of finite elements are iteratively removed. Such a process is carried out repeatedly until an optimum design is achieved, or until a desired given volume is reached and final decision is made by evaluating the applicability of the last design

* E-posta: fmozkal@atauni.edu.tr

† E-posta: huysal@atauni.edu.tr

formed after the process. In this study, an optimization program performing evolutionary structural optimization has been coded and optimum design of beams under various loading and support conditions has been searched. The results of the solved problems will show the superiorities of this method. The optimization program has been coded in Maple to increase the control of process and ANSYS has been used for structural analysis. By the optimization progress, considering von Mises stresses of the structure, relatively fully stressed and truss-like designs have been achieved and however, the final designs have shown weight saving up to 90% compared to the initial designs.

1. GİRİŞ

Yapısal optimizasyon, önceden tanımlanan bazı gereksinimleri karşılayan ve istenen amaca ulaşmayı sağlayan makul bir yapı elde etme temeli üzerine kurulmuştur [1]. Yapısal optimizasyon basitçe; bir köprü, bir uzay aracı veyahut büyük bir çerçeve gibi bir yapı için en iyi performansa ulaşmayı gaye edinen mühendislik, matematik, fen bilimleri ve teknoloji alanlarında bir kaynaşma olarak da nitelendirilebilir [2].

Mühendislik tasarım endüstrisinin daha hızlı ve daha kullanışlı topoloji optimizasyonu yöntemine ihtiyaç duyduğu günümüzde boyut, şekil ve topoloji optimizasyonu için Xie ve Steven [3] tarafından geliştirilen evrimsel yapı optimizasyonu, yapı davranışındaki başarıyı muhafaza ederken kullanılan malzeme miktarını mümkün olduğunca aza indirmek için basit ve etkili bir yöntem sunmaktadır. Geniş uygulama alanları, ESO'nun kullanılabilirliğini ve çok yönlülüğünü ortaya koymaktadır. [4,5].

Kısıtlayıcı türüne bağlı olarak farklı reddetme kriterleri de kullanılabileceği gibi bu çalışma dâhilinde özellikle von Mises gerilmeleri üzerinde durulmuş ve bu yönde uygulamalar yapılmıştır. Bu çalışma için ANSYS ve Maple programlarının ortaklaşa yürüteceği bir program oluşturulmuş ve gerilme (von Mises) kısıtlayıcısına göre bütün modellere uygulanabilecek şekilde tamamlanmıştır.

2. EVRİMSEL YAPI OPTİMİZASYONU

Michell'in 1904'teki öncü çalışması ve akabinde Bendsøe ve Kikuchi'nin 1988'teki yeni ufuklar açan çalışmasından beri verimli ve hafif yapılar elde etme hususunda yapısal topoloji optimizasyonu, etkili bir tasarım aracı haline gelmiştir [6]. Homojenleştirme yöntemi olarak adlandırılan Bendsøe ve Kikuchi'nin çalışması, bu alandaki en önemli çalışmalardan biridir [7]. Yapı modelinin çok sayıda mikro büyüklükteki boşluklarla oluşturularak yapıda en uygun gözenekliliğinin arandığı homojenleştirme yöntemi [3], matematiksel yönden daha karmaşık olmasına rağmen klasik yöntemlerin aksine eş zamanlı şekil ve topoloji optimizasyonuna da imkân sağlamaktadır [8]. İşte bu homojenleştirme yöntemi ve ayrıca tam gerilmeli tasarım fikrinden hareketle ESO yöntemi oluşturulmuş ve ilerleyen yıllarda bu yöntemde değişik özellikler eklenerek uygulama alanları genişletilmiştir [9].

Xie ve Steven'in, 1993 yılında Evrimsel Yapı Optimizasyonu (ESO) adıyla tanıttıkları bu yöntem dâhilinde tasarım alanı, sonlu elemanlar ile oluşturulmakta ve akabinde yapı modeline dış yükler ile mesnet koşulları uygulanmaktadır. ESO, etkili olarak kullanılmayan malzemenin (elemanların) kademeli olarak kaldırılmasıyla yeni şeklin daha verimli yapı yönünde değişim göstereceği ve bu şekilde en uygun yapıya (azami rijitlik, asgari ağırlık) ulaşılabileceği fikri üzerine kurulmuştur. Sonlu elemanlar programında model oluşturulurken düşük gerilmeye maruz elemanlara ait malzeme özellik numaralarının sıfır olarak atanması veya elastisite modülü, kalınlık gibi niteliklerin örneğin ilk değerinin $1/10^6$ katında çok küçük değerlere taşınması ile etkin olmayan malzeme kaldırma işlemi gerçekleştirilmektedir. Eleman kaldırma, genel olarak von Mises gerilmelerine göre uygulanmakta, ayrıca eleman şekil değiştirme enerjisi gibi kısıtlar da kullanılabilir [3,4,7,8].

ESO tanımındaki "etkisiz" kavramı, söz konusu parçaların yapının tüm performansına etkili olarak katkıda bulunmadığı anlamında kullanılmaktadır [10]. Tasarım problemleri için ESO ilk olarak Xie ve Steven (1993) tarafından gerilme kısıtlayıcısı göz önüne alınarak oluşturulmuş, daha sonra yine aynı kişiler tarafından frekans optimizasyonları (1996) geliştirilmiştir. Chu tarafından da yer değiştirme (1995) ve şekil değiştirme (rijitlik) (1996) kısıtlayıcıları kullanılarak çeşitli şekil ve topoloji optimizasyonu uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Manickarajah (1995) ise elemanların yeniden boyutlandırılması ile burkulma yükünü artıracak bir evrimsel yöntem ileri sürmüştür [11]. Bahsedilen bu yapı özellikleri, evrimsel yapı optimizasyonu tarafından hem hedef fonksiyonu hem de kısıtlayıcı olarak muhtelif birleşimler halinde kullanılabilir.

Çoğu tasarım işleminde iç boşluklara izin verilmemekte ve tasarımcı sadece yapı sınırlarını düzenleyebilmektedir. Bu yaklaşım geleneksel olarak "şekil optimizasyonu problemleri" olarak adlandırılmaktadır [4]. Yani bu yöntemlerde yapı topolojisinin değişmez olduğu ve sadece bu topolojiye ait en uygun tasarımın bulunabilmesi için sınırlara müdahale yoluyla yapının dış şeklinde değişiklik gerçekleştirilebileceği ortaya çıkmaktadır [12]. Maier (1973), Rodriguez-Velazquez ve Seireg (1985) ve Atrek (1989) gibi araştırmacılar tarafından malzeme kaldırma fikri daha önceden denenmiş olmasına rağmen bu denemeler genel bir yöntem haline getirilememiştir [8].

2.1. ESO'nun Temel Adımları

Optimizasyon işlemine başlamadan önce ilk olarak nihai tasarımı içine alabilecek şekilde yeterince büyük bir tasarım alanı belirlenmektedir. Yükleme ve mesnet koşulları uygulanmakta ve bir sonlu eleman programı kullanılarak gerilme analizi gerçekleştirilmektedir. ESO yönteminin gerilme tabanlı ilk biçimi, eleman kaldırma işlemi düzenlemek için genellikle von Mises gerilmelerini kullanmaktadır [13]. Her bir noktadaki gerilme düzeyi, bütün gerilme bileşenlerinin bir çeşit ortalaması alınarak hesaplanabilmektedir. Bu yönden izotropik malzemeler için en çok kullanılan kıstaslardan birisi von Mises gerilmeleridir [4]. Elemana ait gerilmenin (σ_e^{vm}) tüm yapıdaki azami gerilmeye (σ_{max}^{vm}) oranlanması ile elemanların gerilme düzeyi belirlenmektedir. Her bir sonlu elemanlar analizinin ardından, mevcut ret oranı RR_i 'ye bağlı olarak aşağıdaki şartı sağlayan yani etkili olarak kullanılmayan bütün elemanlar sistemden ihraç edilmektedir.

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{max}^{vm}} < RR_i \quad \Rightarrow \quad \sigma_e^{vm} < RR_i \cdot \sigma_{max}^{vm} \quad (1)$$

Evrimsel yapı optimizasyonu sürecinde her analizden önce yeniden ağ oluşturma zorunluluğu bulunmamaktadır ki; ESO'nun önemli bir faydası da budur. Bunun yerine reddedilen elemanların malzeme özellik numarası sıfıra eşitlenmekte ve genel rijitlik matrisi oluşturulurken bu elemanlar göz ardı edilmektedir. [3]. Ayrıca eleman kaldırmanın diğer bir yolu da elastisite modülü ya da eleman kalınlığı gibi boyut özelliklerine çok düşük değerlerin atanmasıdır. Örneğin Hinton ve Sienz [12], kaldırılacak elemanların elastisite modüllerini 10^{-5} ya da 10^{-6} gibi değerlerle çarpma yolunu seçmiştir.

RR_i değeri sabit kalmak suretiyle kısmi uygun duruma ulaşıncaya dek sonlu elemanlar analizi ve eleman kaldırma işlemi tekrarlanmaktadır. Kısmi uygun durumdan kasıt, mevcut alt döngü dâhilinde kaldırılacak eleman kalmadığıdır. Bu safhada da bir evrimsel oran (ER) tanımlanarak ret oranına (RR) eklenmektedir [13].

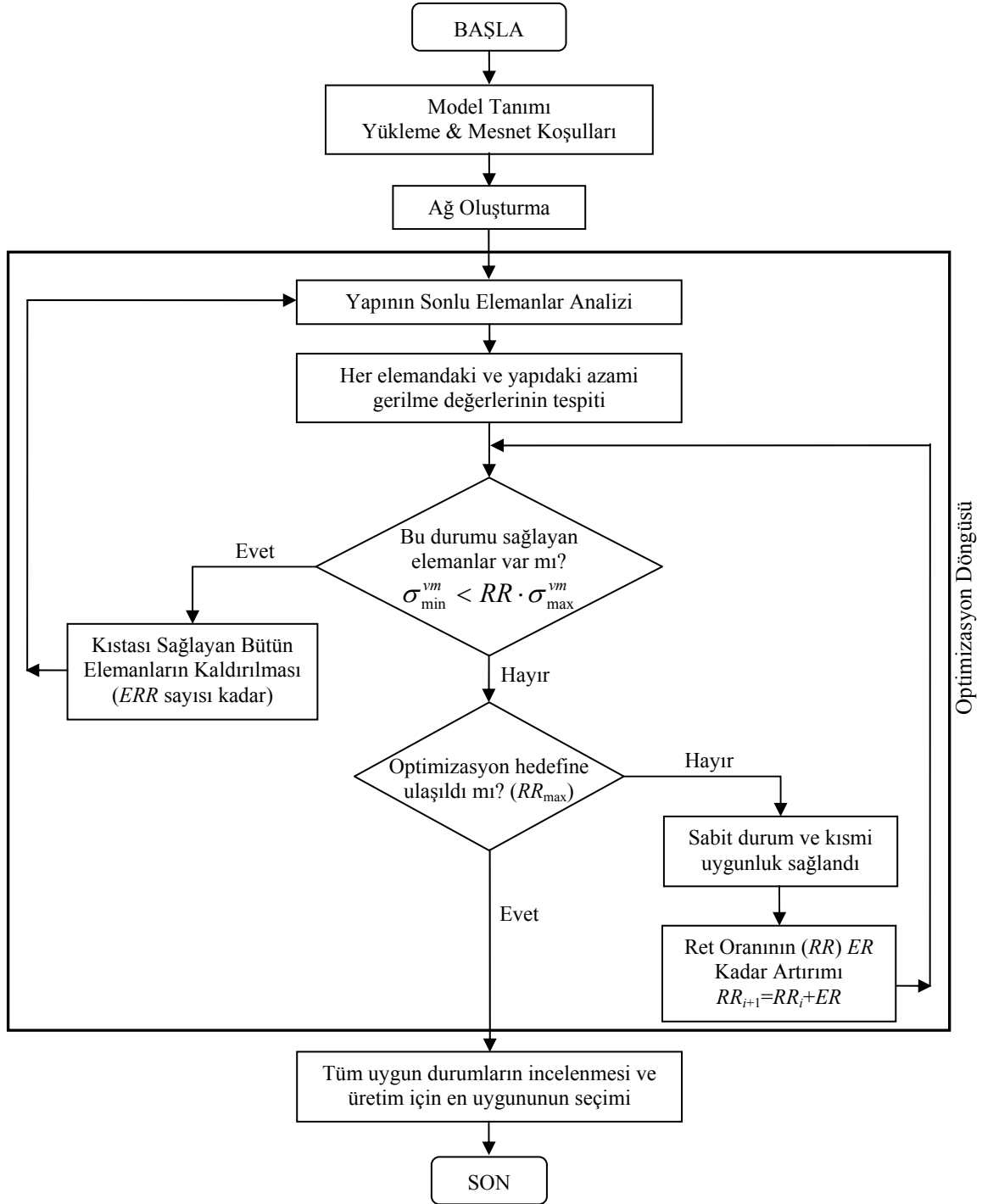
$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad i = 0,1,2,3,\dots \quad (2)$$

Bu işlem, istenen uygun bir duruma (örneğin, yapıdaki tüm gerilmeler azami gerilmenin %25'inden büyük olduğu an) ulaşıncaya dek devam ettirilmektedir. Elde edilen sonuç belki en iyisi olmayabilir ancak böyle bir işlem, en uygun duruma kadar geçilen tüm şekil ve topoloji safhalarını bilmemizi mümkün kılmaktadır [3]. Dolayısıyla uygun durumların her birindeki şekil ve topoloji, nihai tasarım olarak seçilebilmektedir. İdeal olarak yapının her tarafındaki malzemenin azami dayanımına kadar gerilmeye maruz kaldığı tam gerilmeli durumdaki bir nihai yapının elde edilmesi beklenmektedir. Ancak uygulama yönünden sadece birkaç özel durumda tam gerilmeli yapının oluşması mümkündür [4].

3. PROGRAM YAPISI ve ÖRNEKLER

Bu çalışmada çözülen problemlerdeki hedef fonksiyonu olarak yapı ağırlığının (hacminin) azaltılması istenirken kısıtlayıcı olarak da von Mises gerilmeleri kullanılmıştır. Optimizasyon sonucunda yapıda bir yandan hacim kaybı gerçekleşirken bir yandan da azami gerilme artmakta ancak buna karşın asgari gerilme çok daha fazla bir artış göstermektedir. Bu şekilde yapı içerisindeki gerilmelerin elemanlara nispeten eşit değerlerde dağılması yani düzgün yayılı bir hale gelmesi beklenmektedir. Buna da kısaca tam gerilmeli durum ismi verilmektedir.

Daha önceki bölümlerde belirtildiği gibi tasarım değişkeni olarak eleman mevcudiyeti veya kalınlık, elastisite modülü, birim ağırlık gibi nitelikler seçilebilmektedir. Ancak çözülen problemlerde tasarım değişkeni olarak elemanların elastisite modülleri tercih edilmiş ve kaldırılan elemanlara ait değerler, Hinton and Sienz [12] tarafından önerildiği üzere başlangıç değerinin 10^{-6} katına taşınmıştır.



Şekil 1. ESO yönteminin mantıksal akış şeması

Bu çalışmada evrimsel yapı optimizasyonunun muhtelif yapılara uygulanması için sonlu elemanlara dayalı bir optimizasyon programı geliştirilerek çeşitli çevre koşulları altındaki kiriş problemleri üzerine uygulanmıştır. ESO programı, optimizasyon sürecini daha fazla kontrol altına alabilmek amacıyla Maple yazılımında hazırlanmış ve gerilme analizi için de ticari bir sonlu eleman programı olan ANSYS kullanılmıştır.

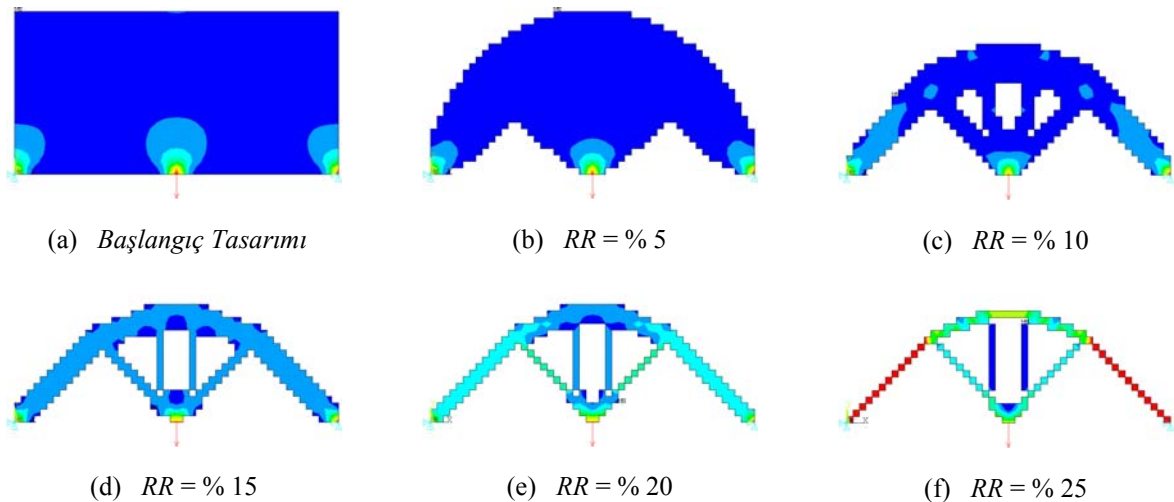
Şekil 1'deki akış şemasından da görülebileceği üzere, her bir döngü dâhilinde ANSYS çalıştırılarak gerilme analizi gerçekleştirilmekte ve yapıdaki her bir elemanın maruz kaldığı von Mises gerilmeleri ile ESO'ya ait parametreler (RR ve ERR) bir dosyaya yazdırılmaktadır. Azami ve asgari gerilme değerleri de hesaplanarak belirtilen parametrelere göre eleman çıkarma işlemi gerçekleştirilmektedir. Kirişlerin şekil ve topoloji optimizasyonunu gerçekleştirmek için hazırlanan bu program genel amaçlı olarak tasarlanmıştır ve bazı küçük değişikliklerle çeşitli problemlere uygulanabilmektedir.

Bu çalışma için çözülen problemlerde $l=10\text{ m}$ açıklık ve $h=5\text{ m}$ yükseklikteki kirişler kullanılmıştır. Kalınlığın $t=0,1\text{ m}$ olarak seçildiği yapılarda ayrıca elastisite modülü için $E=100\text{ GPa}$ ve Poisson oranı için de $\nu=0,3$ değerleri tercih edilmiştir. Statik analiz için de 1250 (50x25) adet dört düğüm noktalı düzlem elemanla (plane42) ağ oluşturulmuş ve çeşitli parametreler, mesnet koşulları, yükleme koşulları altında en uygun tasarımlar aranmıştır.

3.1. Örnek 1

Önceki bölümlerde de belirtildiği üzere ESO yönteminin en çok dikkat çeken özelliği kafes benzeri ve bilhassa Michell kafes sistemlerine çok yakın sonuçlar vermesidir. Birinci olarak çözülen bu problem, ESO yöntemini tanıtan Xie ve Steven [3] tarafından da çözülmüş ve birebir aynı sonuçlar sunulmuştur. Bu örnek aracılığıyla hem ESO'nun kafes benzeri yapılar oluşturduğu ve hem de çalışma için hazırlanan programın doğruluğu ortaya konacaktır.

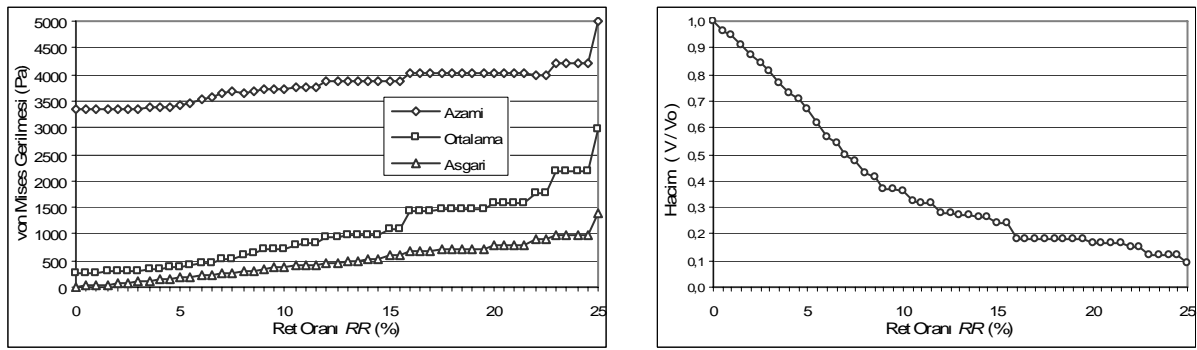
Şekil 2'de görüldüğü gibi yapı iki alt uç noktadan iki yönde yer değiştirmesi engellenecek şekilde sabit mesnetli olup, yine alt orta noktadan 1000 N luk bir kuvvet ile yüklenmiştir. Optimizasyon parametreleri olarak ret oranı $RR_0=1\%$, evrimsel oran $ER=0,5\%$ ve eleman kaldırma oranı $ERR=1\%$ alınmıştır. Problemdeki amaç, von Mises gerilmelerini göz önünde bulundurarak yapı ağırlığını (hacmini) azaltmaktır.



Şekil 2. Örnek 1 için elde edilen uygun tasarımlar

Optimizasyon işlemleri, nihai RR değeri %25 oluncaya dek devam ettirilmiş olup yöntem hakkında belirleyici fikir vermesi maksadıyla ara tasarımlar da sunulmuştur. Ara tasarımlar, yapıda meydana gelen sürekli değişimi gözler önüne sermekte; muhtelif taleplere göre bu tasarımlar içerisinde herhangi birini de kullanıcıya seçme imkânı sağlamaktadır.

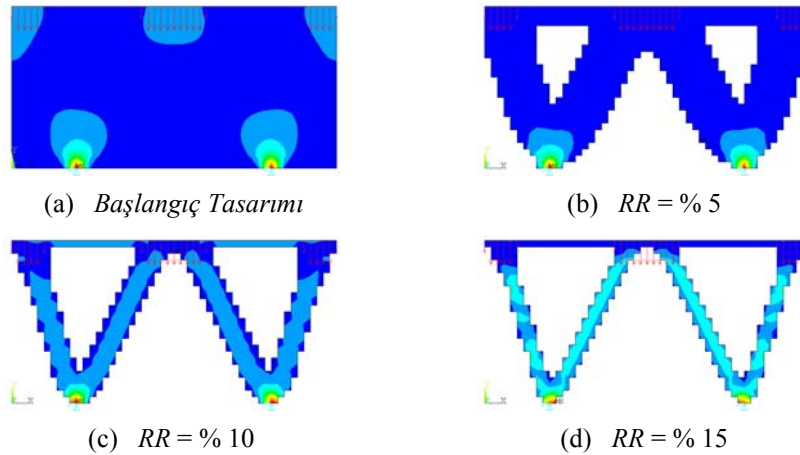
Optimizasyon hedefi olan RR =%25 durumuna 180 adımda ulaşılmış olup yapı hacminde %91 civarında bir düşüş gerçekleşmiştir. Bunun yanı sıra azami gerilmede görülen %49'luk artışa karşın asgari gerilmede 1075 katlık bir artış meydana gelmiştir. Bütün bu değerler, elde edilen uygun tasarımın malzeme kullanımı yönünden ne derecede verimli olduğunu gözler önüne sermektedir. Şekil 3'te optimizasyon sürecindeki azami, asgari ve ortalama von Mises gerilmeleri ve yapı hacminin RR ile ilişkili olarak değişimini gösteren grafikler bulunmaktadır.



Şekil 3. Örnek 1 için optimizasyon sürecindeki gerilme ve hacim değişimleri

3.2. Örnek 2

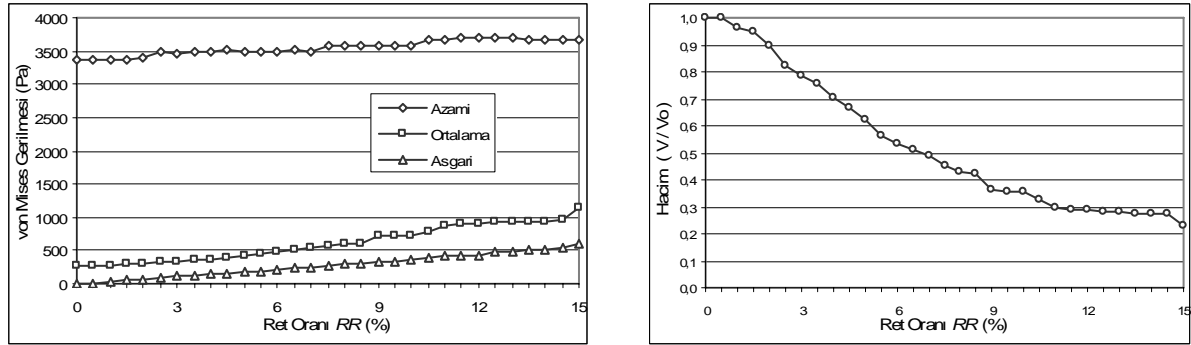
Bu örnekte yapı, alt kısmında dıştan 2'şer metre içeride bulunan sabit mesnetlere oturtulmuştur. Şekilde görülen bölgelere $500 N/m$ değerinde yayılı yük uygulanmış olup optimizasyon parametreleri olarak ret oranı $RR_0=1\%$, evrimsel oran $ER=0,5\%$ ve eleman kaldırma oranı $ERR=1\%$ alınmıştır.



Şekil 4. Örnek 2 için elde edilen uygun tasarımlar

Bu örnekte nihai RR değeri olarak %15 seçilmiş olup bu değerden daha yukarılara çıkılması halinde elverişsiz tasarımlarla karşılaşmıştır. Optimizasyon sürecinde elde edilen diğer uygun tasarımların da bilinmesi maksadıyla Şekil 4'te ara tasarımlar sunulmuştur.

Optimizasyon hedefi olan $RR=15\%$ durumuna 150 adımda ulaşılmış olup yapı hacminde %77 oranında düşüş gerçekleşmiştir. Ayrıca azami gerilmeye %8,73 oranında bir artış görülürken, asgari gerilme değeri de başlangıç tasarımına göre yaklaşık olarak 317 kat artmıştır. Optimizasyon sürecindeki azami, asgari ve ortalama von Mises gerilmeleri ve yapı hacminin RR ile ilişkili olarak değişimini gösteren grafikler Şekil 5'te bulunmaktadır.

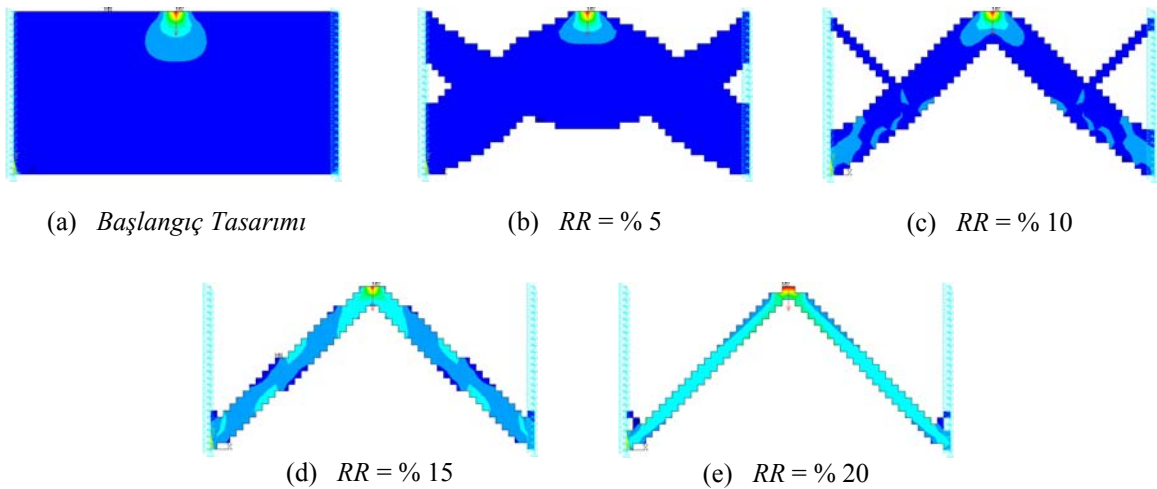


Şekil 5. Örnek 2 için optimizasyon sürecindeki gerilme ve hacim değişimleri

3.3. Örnek 3

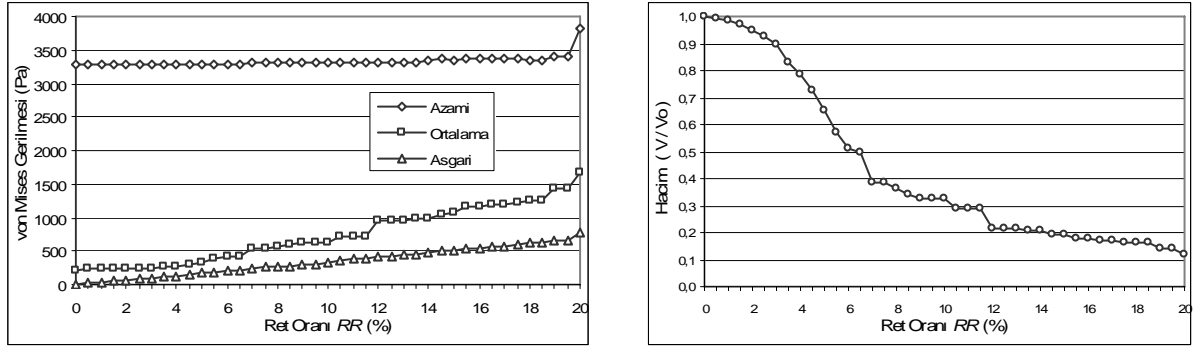
İki taraftan ankastre olarak mesnetlenmiş yapıya üst orta noktadan düşey doğrultuda 1000 N değerinde tekil bir yük uygulanmıştır. Optimizasyon parametreleri olarak ret oranı $RR_0=1\%$, evrimsel oran $ER=0,5\%$ ve eleman kaldırma oranı $ERR=2\%$ alınmıştır.

Nihai RR değeri olarak %20 seçilen bu örneğin optimizasyon sürecinde elde edilen diğer uygun tasarımların da bilinmesi maksadıyla Şekil 6'da ara tasarımlar sunulmuştur.



Şekil 6. Örnek 3 için elde edilen uygun tasarımlar

Optimizasyon hedefi olan $RR=20\%$ durumuna 175 adımda ulaşılmış olup yapı hacminde %88 civarında bir azalma gerçekleşmiştir. Bunun yanı sıra azami gerilmelerde %16 oranında bir artış görülürken asgari gerilmelerde ise 54 katlık bir artış meydana gelmiştir. Şekil 7’de optimizasyon sürecindeki azami, asgari ve ortalama von Mises gerilmeleri ve yapı hacminin RR ile ilişkili olarak değişimini gösteren grafikler bulunmaktadır.



Şekil 7. Örnek 3 için optimizasyon sürecindeki gerilme ve hacim değişimleri

4. SONUÇ

Bu çalışma dâhilinde çözülen örnek problemler, düzlem gerilme problemleri olmasına karşın önerilen yaklaşım, gerek iki boyutlu ve gerekse üç boyutlu problemlerin hepsinin genel olarak üstesinden gelebilmektedir. Elde edilen sonuçlar kesin olarak en iyisi şeklinde nitelendirilememesine rağmen evrimsel yapı optimizasyonu, belirli yükleme koşulları altındaki bir yapının en uygun tasarımı için mühendise en azından kılavuzluk etmektedir.

Mühendislik yönünden ele alındığında ESO'nun birçok çekici özelliğe sahip olduğu görülmektedir. Sonlu elemanlar yöntemiyle kullanıldığı için uygulaması çok basittir ve hesaplama için diğer yöntemlere göre nispeten çok az bir süreye ihtiyaç duymaktadır. Sonlu elemanlar analiziyle etkileşimi çok kolay olduğu gibi birçok kısıta göre de tasarım yapılabilirliği, bu yöntemin esas üstünlüklerinden birisidir. Diğer sonlu elemanlar tabanlı yapısal optimizasyon yöntemlerine nazaran, nihai tasarımın başlangıç haline göre çok farklı bir yapısı olmasına karşın işlem döngüsü içerisinde yeniden ağ oluşturma gibi bir zorunluluk gerektirmemesinden dolayı ESO yöntemi bir adım daha öne çıkmaktadır. Ayrıca boyut optimizasyonu yöntemine nazaran da daha fazla kazanım elde edilmesi ve yapı veriminde önemli artışlar sağlaması sebebiyle de dikkat çekici bir özelliğe sahiptir.

Havacılık, otomotiv ve mekanik endüstrileri tarafından çağdaş yapısal optimizasyon tekniklerinin sahip olduğu potansiyelin farkına varılmasına rağmen inşaat mühendisleri tarafından bu konu halen daha akademik uygulamalar olarak görülmektedir. Yapısal optimizasyon ile ağırlık kazanımından daha fazla faydalar elde edilebileceği artık takdir edilmelidir.

Bu çalışma için çözülen optimizasyon problemlerinin sonuçları incelendiğinde elde edilen nihai tasarımlar için yapı hacminin başlangıç durumuna nazaran %90'a varan değerlerde azaldığı görülmektedir. Bununla birlikte asgari von Mises gerilme değerleri

başlangıç değerinin bir hayli üzerine çıkmış ancak bu artışla mukayese edildiğinde azami değerlerin yükselişi genelde önemsiz kalmıştır. Böylece nispeten düzgün yayılı gerilmeye maruz yapılar elde edilmiş, bunun yanı sıra azami gerilme de başlangıç değerlerine yakın tutularak uygulamaya geçirilebilecek sonuçlar ortaya çıkarmıştır. Diğer bir ifadeyle yapının maruz kaldığı yükleri mesnetlere en verimli şekilde iletebileceği yapılar elde edilmiştir.

Çözülen optimizasyon problemlerinin çoğu, gerçek hayatta da tasarım mühendisleri tarafından uygulamaya geçirilebilecek sonuçlar vermiştir. Kullanılan ESO yöntemi ile istenilen her türde problem, ayırım yapılmaksızın çözüme kavuşturulabilmekte ve elde edilen sonuçlar üzerinde değişik amaçlara göre kısmi düzenlemeler yapılarak kullanıcıların beklentilerine cevap verilebilmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Tang, W., Tong, L., Gu, Y., “Improved genetic algorithm for design optimization of truss structures with sizing, shape and topology variables” *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 62(13) 1737–1762, 2005.
- [2] Querin, O.M., Steven, G.P., Xie, Y.M., “Evolutionary structural optimisation using an additive algorithm” *Finite Elements in Analysis and Design* 34(3–4) 291–308, 2000.
- [3] Xie, Y.M., Steven, G.P., “A simple evolutionary procedure for structural optimization” *Computers and Structures* 49(5) 885–896, 1993.
- [4] Xie, Y.M., Steven, G.P., “Evolutionary Structural Optimization” Springer-Verlag-1997.
- [5] Kim, H., Querin, O.M., Steven, G.P., Xie, Y.M., “Improving efficiency of evolutionary structural optimization by implementing fixed grid mesh” *Structural and Multidisciplinary Optimization* 24(6) 441–448, 2003.
- [6] Wang, S.Y., Wang, M. Y., Tai, K., “An enhanced genetic algorithm for structural topology optimization” *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 65(1) 18–44, 2006.
- [7] Tanskanen, P., “The evolutionary structural optimization method: Theoretical aspects” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 191(47–48) 5485–5498, 2002.
- [8] Chu, D.N., Xie, Y.M., Hira, A., Steven, G.P., “On various aspects of evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints” *Finite Elements in Analysis and Design* 24(4) 197–212, 1997.
- [9] Özkal, F.M., “Evrimsel Yapı Optimizasyonu ile Kirişlerde En Uygun Tasarımın Belirlenmesi” Yüksek Lisans Tezi Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü-2006.
- [10] Das, R., Jones, R., Xie, Y.M., “Design of structures for optimal static strength using ESO” *Engineering Failure Analysis* 12(1) 61–80, 2005.
- [11] Chu, D.N., Xie, Y.M., Steven, G.P., “An evolutionary structural optimization method for sizing problems with discrete design variables” *Computers and Structures* 68(4) 419–431, 1998.
- [12] Hinton, E., Sienz, J., “Fully stressed topological design of structures using an evolutionary procedure” *Engineering Computations* 12(3) 229–244, 1995.
- [13] Steven, G.P., Li, Q., Querin, O., “Some thoughts on the physics and mechanics of the evolutionary structural optimization process” 3rd ASMO UK-ISSMO Conference on Engineering Design Optimization, 2001.