



TERMAL GERİLME PROBLEMİ İLE YÜZEY KUVVETLERİNİN OLUŞTURDUĞU ELASTİK PROBLEMİN ANALOJİSİNE AİT DENEYSEL ÇALIŞMA

Osman Bulut¹, Tuğba Baytak¹, Murat Tosun, Cengiz İpek, Çağrı Mollamahmutoğlu²,
Ziya Abdulaliyev¹

¹ İnşaat Fakültesi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

² İnşaat Fakültesi, Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

ABSTRACT

In this work, the analogy of Duhamel-Neumann which was developed for analysing the thermal stress distribution has been experimentally applied by the method of photoelasticity. Here, two models are produced. The two orientations of the defects near the interface are considered; along the parallel and along the perpendicular directions for the first and second models, respectively. In this work, the cavity type of defects are investigated. So the stress concentrations around the tip of the cavities have been observed.

ÖZET

Bu çalışmada, iki malzemenin birleştirilmesiyle oluşturulmuş levhada, termal gerilme dağılımının analitik çözümü için geliştirilen Duhamel-Neumann analojisi fotoelastisite yöntemiyle deneysel olarak uygulanmıştır. Burada iki ayrı model imal edilmiştir. Birinci modelde birleşim yüzeyine yakın ve paralel doğrultuda, ikinci durumda ise birleşim yerine yakın ve buna dik doğrultuda kusur bulunması durumları incelenmiştir. Bu çalışmada oyuk türü kusurlar incelenmiştir. Böylece modelde oyukların tepeleri civarında gerilme konsantrasyonları elde edilmiştir.

GİRİŞ

Duhamel-Neumann analojisi literatürde termoelastisite problemlerinin çözümünde kullanılan bir yaklaşımdır. Buna göre termal etkinin bir elastik cisimde oluşturduğu şekil değiştirme, aynı cismin yüzey kuvvetleri ile yüklenmesi sonucu ortaya çıkan şekil değiştirmelerle analojiktir [1, 2]. Bu çalışmada, lineer-elastik levhada sıcaklık değişiminin uniform olmaması durumu için analitik olarak elde edilmiş bu yaklaşımın deneysel bir çalışma ile esaslandırılması amaçlanmıştır. Burada sıcaklık değişiminin, koordinat eksenlerinden yalnızca biri doğrultusundaki değışkene bağlı bir fonksiyon olduğu varsayılmıştır.

Göz önüne alınan analojide, α ısıl genleşme katsayısına sahip malzemeden imal edilmiş cisimde, T (°C) sıcaklık değışimi ile oluşan termal etki sonucunda ortaya çıkan gerilme halini belirten genel ifadeler, aynı cismin

$$\mathbf{X} = -\frac{\alpha E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial x}, \mathbf{Y} = -\frac{\alpha E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial y}, \mathbf{Z} = -\frac{\alpha E}{1-2\nu} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1)$$

hacim kuvvetleri ile

$$\bar{\mathbf{X}} = \bar{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{Z}} = \frac{\alpha ET}{1-2\nu} \quad (2)$$

yüzey kuvvetlerine maruz kalması durumunda elde edilen elastik problemin çözümüyle elde edilmektedir [1, 2]. Burada $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ ilgili doğrultularda yüzey kuvvetlerini, ν Poisson oranını ve x, y, z koordinat değişkenlerini göstermektedir.

Sıcaklık değişim fonksiyonu T , koordinatlardan bağımsız seçildiğinde hacim kuvvetlerinin sıfır olduğu, yalnızca yüzey kuvvetleri ile teşkil edilen elastik problem elde edilmiş olur. Bu çalışmada göz önüne alınan levhalardan birinin her noktasında sıcaklık değişiminin sabit, diğerinde ise sıfır olması T fonksiyonunun iki sabit değerli olduğunu, bu fonksiyonun levhaların birleşim yüzeyinde sıçrama yaptığını gösterir. Şekil 2a 'da verilen koordinatlara göre iki levha parçası arasındaki bu sıcaklık değişimi y koordinat değişkeni ile oluşmaktadır. Buna göre kalınlığı çok az ve x, z doğrultusundaki yüzeylerinde herhangi bir kısıt bulunmayan levhadaki termal gerilmeler, ilgili parçanın

$$\bar{X} = \alpha ET \quad (3)$$

yüzey yayılı kuvvetine maruz kalması ile oluşan elastik problemin çözümü ile elde edilir. Burada gerilmenin yalnızca x bileşeni sıfırdan farklı olduğu kabulü, problem için yeterli bir yaklaşım oluşturmaktadır [1, 2].

Bu çalışmada, hassaslığı ve detaylı veri üretebilme özelliği dikkate alınarak fototermoelastisitenin şekil değiştirmelerin dondurulması yöntemi kullanılmıştır. İmal edilen model Araldit levhadan ibarettir. Bu levhanın bir kısmında sabit sıcaklık değişimi, diğer kısmında ise sıcaklık değişiminin olmaması durumu ele alınmıştır. Ayrıca levha ortamında iki farklı süreksizliğin gerilme yığılmasına etkisi iki ayrı modelde incelenmiştir. Bu süreksizlikler oyuk türünde olup hassas mekanik yöntemlerle deney öncesinde oluşturulmuştur. Oluşturulan modellerde şekil değiştirmeler dondurulduktan sonra her iki model üzerinde de şerit sayıları polarize mikroskopta ölçülüp ilgili bölgelerde gerilme dağılımları çizilmiştir.

DENEY ÇALIŞMALARI

Deneyde termal etkinin yüzey kuvvetleri ile ilgili parçada modellenmesi gerekmektedir. Bunun için, Şekil 1 'de şeması verilen modellerde ilgili parçada yardımcı kollar vasıtasıyla aksenal çekme yükü etkisi oluşturulmuştur. Yardımcı kollar modelde T (°C) sıcaklık artışına maruz olduğu düşünülen parçadaki şekil değiştirme halinin elde edilebilmesi için uygulanması gereken yüzey kuvvetlerini aktarmak amacıyla kullanılmıştır. İlgili yüklemeler yapılarak, bunun sonucunda oluşan fotoelastik şeritler, şekil değiştirmelerin dondurulması yöntemi ile sabitlenmiştir. Ardından modeldeki yardımcı kısımlar hassas mekanik kesimle ayrılmıştır.

Her bir modelde gerilme konsantratörü olması amacıyla kaplama ile gövde birleşim yüzeyi civarında bir oyuk hassas mekanik yöntemle oluşturulmuştur. Bunlara ait boyutlar iki ayrı model için ilgili şemada verilmiştir (Şekil 2).

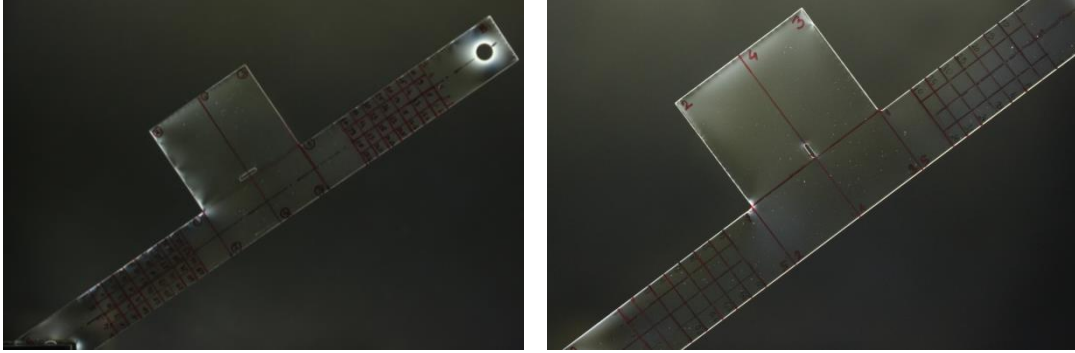
malzemenin elastisite modülü hesaplanmıştır. Bu modülün belirlenmesi için ayrıca DMA (Dynamic Mechanical Analyzer) TA Q800 cihazı kullanılmıştır. Bu cihazda model malzemesinden alınan numune için universal film çekme testi uygulanmıştır. Yukarıda bahsedilen şekil değiştirmelerin ölçümleriyle hesaplanan ve bu test ile elde edilen elastisite modülünün ortalama değeri 19.3 MPa olarak belirlenmiştir. Modellerde şekil değiştirmelerin ölçülmesi amacıyla çizilmiş ağ bölgesinde m şerit sayıları ölçülerek optik hassasiyet katsayısı belirlenmiştir. Bunun için

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \frac{P}{A} = \frac{m}{t} \cdot \sigma_0^{1.0} \quad (4)$$

bağıntısı kullanılmıştır [5,6]. Burada σ gerilme değeri, P eksenel çekme yükünün A kesit alanına bölünmesiyle elde edilir. İlgili noktalarda t kalınlık değerleri mikrometre ile ölçülmüştür. Bunun sonucunda optik hassasiyet katsayısı

$$\sigma_0^{1.0} = 0.233 \frac{N}{mm \cdot \text{şerit}} \quad (5)$$

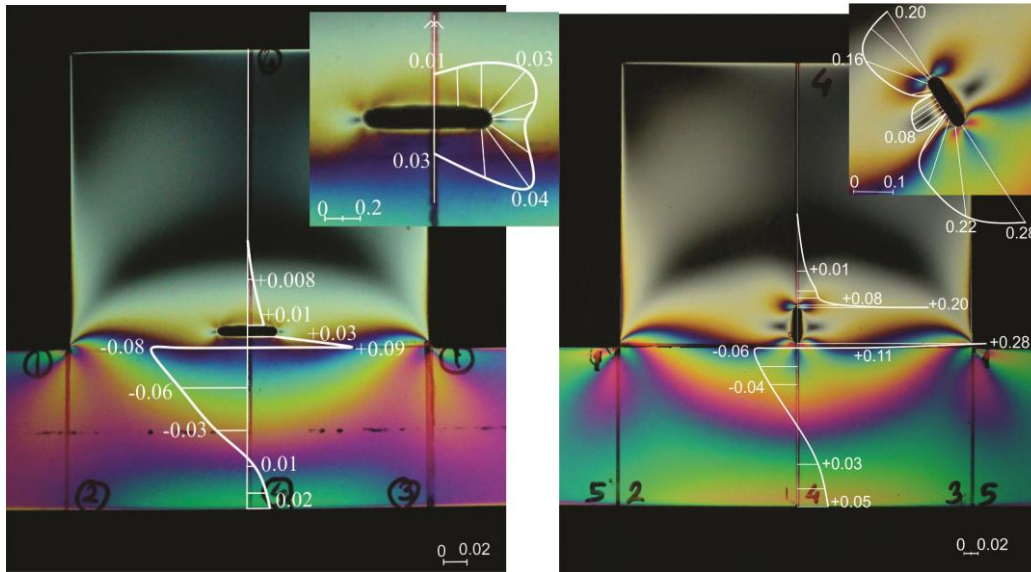
olarak hesaplanmıştır.



Şekil. 3 Deney öncesi birinci ve ikinci modelin polariskopta çekilmiş fotoğrafları

Birinci modelde şekil değiştirmeler dondurulduktan sonra 1, 2, 3, 4 ve 5 aksları doğrultusunda ve oyuk etrafında fotoelastik şerit sayıları ölçülmüştür. Bu dağılımın elde edilmesi için gerekli ölçümler her noktada Leica DM 4500 P polarize mikroskopta Berek kompensatörü ile 3'er kez yapılmıştır. Elde edilen şerit sayıları ve ölçülmüş kalınlık değerleri (4) bağıntısında kullanılarak ilgili noktalardaki asal gerilmelerin farkının mutlak değerleri elde edilmiştir. Çalışmaya esas olan analogi gereğince modelin yüzey kuvvetine doğrudan maruz kısmında çekme yükünün elastik etkisinin ilgili parçadaki gerilmelerden çıkarılması gerekmektedir. Böylece 1, 2, 3, 4 ve 5 akslarında termal gerilme değerleri elde edilmiştir. İşlem adımlarının görülmesi amacıyla birinci model için tüm noktalarda yapılan hesaplamalar tablo 1'de verilmiştir.

İki model için gerilme dağılımları şekil 4 'te verilmiştir. Ayrıca ikinci model için tüm noktalarda yapılan hesaplamalar tablo 2'de verilmiştir. Burada ilk sütun, modeller üzerinde işaretlenmiş ve şekil 3 'te görülen, ölçümlerin yapıldığı doğrultuları gösteren aks numaralarını göstermektedir. İkinci sütunda her bir aks üzerinde ölçüm yapılan noktaların numaraları verilmiştir. Diğer sütunlarda sırasıyla ilgili noktada ölçülen şerit sayıları, malzemenin optik hassasiyet katsayısı, ilgili noktada ışığın geçtiği kalınlık değeri, (4) formülüyle hesaplanan asal gerilmelerin farkının mutlak değeri, modellere uygulanan yüzey kuvvetlerinin oluşturduğu uniform gerilme değeri ve ilgili bölgede ölçümle elde edilen gerilme farkının mutlak değerinden uniform gerilme değerinin çıkarılmasıyla elde edilen eşdeğer termal gerilme değeri verilmiştir.



Şekil 4. Birinci ve ikinci model üzerinde gerilme dağılımları (MPa)

SONUÇLAR

Bu çalışmada termoelastik probleme ait gerilme alanı ile yüzey kuvvetlerinin sebep olduğu elastik problemde ortaya çıkan gerilme alanının analojisine ait deneysel uygulama, levha elemanda başarı ile gerçekleştirilmiştir. Levhanın sıcaklık değişim fonksiyonu, yalnızca bir eksenin koordinat değişkenine bağlıdır. Geliştirilen modellerde bu duruma ait gerilme alanı analiz edilmiştir. Bu fonksiyon, modelde ilgili bölgede sabit bir değere, diğer bölgede sıfıra eşittir. Bahsedilen analogi kullanılarak, sabit sıcaklık etkisinin sebep olduğu şekil değiştirme durumu, etkisi yardımcı kollar vasıtasıyla aktarılan yüzey kuvvetleri ile gerçekleştirilmiştir. Burada iki ayrı model imal edilmiştir. Modellerin geometrisi birbiri ile aynıdır. Ancak modellerde sıcaklık fonksiyonunun sabit olduğu bölgeden sıfır olduğu bölgeye geçiş ara yüzeyi civarında oluşturulan oyuk tipleri farklılık göstermektedir. Birinci modelde oyuk yüzey kuvvetleri doğrultusunda iken, ikinci modelde buna dik oyuk bulunmaktadır. Deney sonucunda bu oyuklar civarında fotoelastik şerit ve gerilme dağılımları çizilmiştir.

Gerilme dağılımı grafiklerinde oyuk yöneliminin gerilme yığılmasına etkisi görülmektedir. Birinci modelde en büyük gerilme değeri oyuk tepesinde oluşmamıştır. Ancak ikinci modelde, beklenildiği gibi, sıcaklık değişiminin sabit bir değerde olduğu bölgeye yakın oyuk ucunda, en büyük gerilme değeri ölçülmüştür. Burada oluşan gerilme yığılması, yüzey kuvvetleri ile modelde oluşturulmuş üniform gerilme değeri esas alınarak, $0.280/0.173 = 1.618$ olarak hesaplanmıştır. Her iki modelde de gerilme dağılımı termal etkinin yüzey kuvvetleri ile modellendiği bölgede çift işaretlidir. Bu dağılım termal etkinin bulunmadığı bölgeye geçişte tekrar işaret değiştirmiştir. Elde edilen gerilme dağılımları, levhanın bir bölümünün sabit sıcaklık değişimi ile tümünde ortaya çıkan termal gerilme alanının eşdeğeridir.

Tablo.1, 2 Sırasıyla birinci ve ikinci modelde asal gerilme farklarının hesaplanması

aks	nokta	m(şerit)	$\sigma_{1.0}$ (N/mm.şerit)	d(mm)	$ \sigma_1-\sigma_2 $ (MPa)	σ_p (MPa)	$ \sigma_1-\sigma_2 -\sigma_p$ (MPa)	
1	1	2.9	0.233	2.96	0.228			
	2	1.3	0.233	2.97	0.102			
	3	1.06	0.233	2.97	0.083			
	4	0.98	0.233	2.96	0.077			
	5	1.13	0.233	2.96	0.089			
	6	0.99	0.233	2.97	0.078			
	7	1.1	0.233	2.97	0.086			
	8	1.46	0.233	2.96	0.115			
	9	2.71	0.233	2.96	0.213			
2	1	1.41	0.233	2.97	0.111	0.173	-0.062	
	2	2.08	0.233	2.97	0.163	0.173	-0.010	
	3	1.98	0.233	2.97	0.155	0.173	-0.018	
	4	1.84	0.233	2.96	0.145	0.173	-0.028	
	5	2.59	0.233	2.96	0.204	0.173	0.031	
	6	0.96	0.233	2.96	0.076			
	7	0.8	0.233	2.97	0.063			
	8	0.22	0.233	2.97	0.017			
3	1	1.6	0.233	2.97	0.126	0.173	-0.047	
	2	2.1	0.233	2.96	0.165	0.173	-0.008	
	3	2	0.233	2.96	0.157	0.173	-0.016	
	4	1.9	0.233	2.96	0.150	0.173	-0.023	
	5	2.7	0.233	2.97	0.212			
	6	1.4	0.233	2.96	0.110			
	7	1.2	0.233	2.96	0.094			
	8	0.6	0.233	2.96	0.047	0.173	-0.126	
4	1	2.44	0.233	2.97	0.191	0.173	0.018	
	2	2.27	0.233	2.96	0.179	0.173	0.006	
	3	1.85	0.233	2.96	0.146	0.173	-0.027	
	4	1.46	0.233	2.97	0.115	0.173	-0.058	
	5	1.13	0.233	2.96	0.089	0.173	-0.084	
	6	0.11	0.233	2.96	0.009			
5	1	1.41	0.233	2.96	0.111			
	2	1.65	0.233	2.97	0.129			
	3	1.85	0.233	2.97	0.145			
	4	1.92	0.233	2.97	0.151			
	5	1.95	0.233	2.97	0.153			
	6	1.79	0.233	2.96	0.141			
	7	1.77	0.233	2.96	0.139			
	8	1.62	0.233	2.96	0.128			
	9	1.46	0.233	2.97	0.115			
OYUK	1	0.33	0.233	2.96	0.026			
	2	0.32	0.233	2.96	0.025			
	3	0.18	0.233	2.96	0.014			
	4	0.32	0.233	2.96	0.025			
	5	0.2	0.233	2.96	0.016			
	6	0.19	0.233	2.96	0.015			
	7	0.56	0.233	2.96	0.044			
	8	0.54	0.233	2.96	0.043			
	9	0.31	0.233	2.96	0.024			
1	1	2.62	0.233	2.96	0.206			
	2	1.63	0.233	2.97	0.128			
	3	1.23	0.233	2.97	0.096			
	4	1.02	0.233	2.96	0.080			
	5	1.52	0.233	2.96	0.120			
	6	1	0.233	2.97	0.078			
	7	1.25	0.233	2.97	0.098			
	8	1.64	0.233	2.96	0.129			
	9	2.08	0.233	2.96	0.164			
	2	1	1.93	0.233	2.97	0.151	0.173	-0.022
		2	2.32	0.233	2.97	0.182	0.173	0.009
		3	2.31	0.233	2.97	0.181	0.173	0.008
		4	2.15	0.233	2.96	0.169	0.173	-0.004
5		2.6	0.233	2.96	0.205	0.173	0.032	
6		1.46	0.233	2.96	0.115			
7		1.27	0.233	2.97	0.100			
8		0.46	0.233	2.97	0.036			
3	1	1.99	0.233	2.96	0.157	0.173	-0.016	
	2	2.41	0.233	2.97	0.189	0.173	0.016	
	3	2.29	0.233	2.96	0.180	0.173	0.007	
	4	2.16	0.233	2.96	0.170	0.173	-0.003	
	5	2.61	0.233	2.96	0.205	0.173	0.032	
	6	1.37	0.233	2.97	0.107			
	7	1.17	0.233	2.97	0.092			
	8	0.94	0.233	2.97	0.074			
	9	0.5	0.233	2.97	0.039			
4	1	2.78	0.233	2.97	0.218	0.173	0.045	
	2	2.55	0.233	2.96	0.201	0.173	0.028	
	3	2.21	0.233	2.96	0.174	0.173	0.001	
	4	1.73	0.233	2.96	0.136	0.173	-0.037	
	5	1.42	0.233	2.97	0.111	0.173	-0.062	
	6	2.04	0.233	2.96	0.161			
	7	1.71	0.233	2.96	0.135			
	8	0.77	0.233	2.96	0.061			
	9	0.4	0.233	2.96	0.031			
	10	0.36	0.233	2.96	0.028			
	11	0.175	0.233	2.96	0.014			
OYUK	1	3.59	0.233	2.96	0.283			
	2	2.84	0.233	2.97	0.223			
	3	2.52	0.233	2.97	0.198			
	4	1.66	0.233	2.97	0.130			
	5	0	0.233	2.97	0.000			
	6	1.02	0.233	2.96	0.080			
	7	0.98	0.233	2.96	0.077			
	8	0.82	0.233	2.97	0.064			
	9	0.66	0.233	2.96	0.052			
	10	0.82	0.233	2.96	0.065			
	11	2.06	0.233	2.96	0.162			
	12	2.31	0.233	2.97	0.181			
	13	2.49	0.233	2.96	0.196			

KAYNAKLAR

- [1] B.A. Boley, J. Weiner, *Theory of Thermal Stresses*, 1997.
- [2] S. Timoshenko, J.N. Goodier, *Elastisite Teorisi* [Elasticity Theory] (İ. Kayan & E. Şuhubi, Trans.). İstanbul: Arı Kitabevi Matbaası, 1969.
- [3] M.A. Schroedl, J. J. McGowan, C.W. Smith, An assessment of factors influencing data obtained by the photoelastic stress freezing technique for stress fields near crack tips, *Engineering Fracture Mechanics*, 1972, 4, 4, 801-809.
- [4] T. Slot, Photoelastic Simulation of Thermal Stresses by Mechanical Prestraining, *Experimental Mechanics*, Vol. 5, No. 9, 1965, pp. 273-282.
- [5] M.M. Frocht, *Photoelasticity*, Wiley, New York, 1947.
- [6] A.J. Durelli, E.A. Phillips, and C.H. Tsao, *Introduction to the Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain*, Mc.Graw-Hill, New York, 1958.