

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MİNİMAL OLMAYAN HİGGS ENFLASYONU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Olca ATEŞ

Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Fizik Mühendisliği Programı

HAZİRAN 2015

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MİNİMAL OLMAYAN HİGGS ENFLASYONU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Olca ATEŞ
(509101144)**

Fizik Mühendisliği Anabilim Dalı

Fizik Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Doç Dr. Emre Onur KAHYA

HAZİRAN 2015

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 509101144 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Olca ATEŞ**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**MİNİMAL OLMAYAN HİGGS ENFLASYONU**” başlıklı tezini aşağıdaki imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Doç Dr. Emre Onur KAHYA**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof Dr. Ali KAYA**
Boğaziçi Üniversitesi

Doç Dr. Abdurrahman Savaş ARAPOĞLU
İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **4 Mayıs 2015**
Savunma Tarihi : **1 Haziran 2015**

Aileme,

ÖNSÖZ

Yüksek Lisans eğitimim boyunca her türlü yardım ve fedakârlığı sağlayan, bilgi, tecrübe ve güler yüzü ile çalışmama ışık tutan, ayrıca bana bu çalışmayı vererek kendimi geliştirmeye yönelik de birkaç adım ileride olmamı sağlayan, danışman hocam Doç.Dr.Emre Onur KAHYA'ya en içten dileklerle teşekkür ederim.

Tezin hazırlanmasında emeği geçen Gülay KARAKAYA,İbrahim ERGİN ve Seda URAZ'a teşekkürü bir borç bilirim.

Aileme, hayatım boyunca yanımda oldukları için minnettarım.

Mayıs 2015

Olca ATEŞ
Fizikçi

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
SEMBOL LİSTESİ.....	xv
ÖZET	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ.....	1
2. KOZMOLOJİYE GİRİŞ	3
2.1 Evrenin Oluşumu.....	3
2.2 FRW Metriği ve Friedman Denklemleri.....	4
3. ENFLASYON.....	9
3.1 Başlangıç Koşulları Problemi	9
3.2 Yerçekimi Nasıl 'itici' Olmaya Başlar?.....	11
3.3 $p \approx -\rho$ Durumunun Denklemi Nasıl Anlaşılır?.....	11
3.4 Senaryoların Menüsü.....	12
4. MİNİMAL OLMAYAN HİGGS ENFLASYONU	15
4.1 Kütle-Çekim İçin Minimal Olmayan Etkileşim ve Enflasyon	16
4.1.1 Enflasyona Neden Olan Skalar Bölüm ve Enflasyon	16
4.2 Enflasyona Neden Olan Durum.....	19
4.2.1 Büyük Değerlerdeki ξ Limiti	19
KAYNAKLAR.....	21
ÖZGEÇMİŞ	23

KISALTMALAR

GR	: Genel Relativite
FRW	: Friedmann Robertson Walker
CMB	: Kozmik Mikrodalga Fonu
HI	: Higgs Enflasyonu

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 3.1 : Önem derecesi düşürülmüş noktalar %68 ve n_s için CL Bölgeleri %95 ve seçilen enflasyon modellerinin teorik tahminleri ile karşılaştırıldığında diğer data kümeleri ile birleşme içinde Planck'dan r_{002}	13
Şekil 4.1 : Soldaki grafik h 'nin χ 'ye bağlı logaritmik ölçektir (Jordan çerçevesinde Higgs alanı), sağdaki ise Einstein çerçevesindeki efektif potansiyeldir.	19

SEMBOL LİSTESİ

$(-, +, +, +)$:	Metriğin İşareti
,	:	Kısmi Türev
;	:	Kovaryant Türev
$T_{\mu\nu}$:	Enerji-Momentum Tensörü
$R_{\mu\nu\gamma}^{\sigma}$:	Riemann Tensörü
$R_{\mu\nu}$:	Ricci Tensörü
R	:	Ricci Skaleri
$\Gamma_{\mu\nu}^{\gamma}$:	Christoffel Symbol

MİNİMAL OLMAYAN HİGGS ENFLASYONU

ÖZET

Gözlemlere göre evrenimiz homojen ve izotropik yapıda, Hubble parametresine bağlı olarak genişliyor. Evrenin homojen ve izotropik yapısı büyük ölçeklerde geçerlidir. Uzayın homojen olması maddenin her yerde eşit dağılım göstermesi ve izotropik olması ise her yönde eşit şekilde dağılmasıdır. Uzayın farklı noktalarından gelen kozmik mikrodalga arkaplan ışınımı hemen hemen aynı sıcaklıklardadır. Büyük ölçeklerde yaklaşık homojen yapıya sahip olan evren, küçük ölçeklerde kütle çekiminin etkisi ile hızlarda değişme göstererek homojen olmayan yapıları meydana getiriyor. Büyük patlama modelinde düzlük problemi ve ufuk problemi vardır. Buna çözüm olarak enflasyon teorisi öne sürülmüştür. Enflasyon teorisi evrenin ivmelenerek genişlemesi olarak bilinir. Enflasyonun gerçekleştiği enerji seviyesi GUT (büyük birleşme dönemi) ölçeği civarındadır. Günümüzdeki gözlemler Friedman-Robertson-Walker uzayına $k = 0$ 'da uyumlu olduğunu gösterir. Ancak, homojen FRW modeli Kozmik Mikrodalga Fon (CMB) radyasyonunda izotropik olmaması, evrendeki madde dağılımı ve galaksilerin oluşumu gibi sorulara cevap verememektedir. Bu yüzden homojen FRW modelinin etrafındaki tedirgemeleri sınıflandırmak bunların evrimini incelemek yapı oluşumunu anlamak için çok önemlidir. Enflasyon ise bu 10^{-5} mertebesindeki tedirgemelerin kaynağının kuantum dalgalanmaları olduğunu söylemektedir.

Standart Modeldeki Higgs alanı eğer kütle-çekim ile minimal olmayan etkileşime giriyorsa erken evrenin enflasyonlu bir şekilde genişlemesine neden olur. Bu modelin ortaya attığı tahminler Kozmik Mikrodalga Fon Işıması(CMB) ile gözlemlenen parametreler ile iyi bir uyum sağlamakta ve Büyük Hadron Çarpıştırıcısının (LHC) bize verdiği kütle değerlerini kullanmaktadır. Bunu yaparken yeni bir parçacığa ihtiyaç duymadan sadece kütle-çekim ile minimal olmayan etkileşime giren Higgs skalar alanını kullanması yeterlidir. Burada işlemlerimizi daha kolay ve hızlı yapabilmek için Jordan çerçevesinden, Einstein çerçevesine konformal bir dönüşüm yaptım. Bu konformal dönüşümün sonucunda da yeni bir potansiyel tanımladım. Bu tanımladığım potansiyel sadece Higgs alanlarının bir fonksiyonu olmaktadır. Bu alanın ortaya çıkardığı yeni sonuçlara göre çok büyük ve çok küçük limitlerde Higgs alanlarının davranışlarını inceledim. Ortaya çıkan sonuçlara göre minimal olmayan etkileşim sabiti eğer 1'den çok küçük bir değer alıyorsa Higgs alanı yeni tanımladığımız potansiyel ile aynı şekilde davranıyor. Eğer minimal olmayan etkileşim sabiti 1'den çok büyük bir değer alıyorsa Higgs alanı ile tanımladığımız yeni potansiyel arasında üstel bir ilişki oluşmakta ve bu sayede spectral indeks ve tensör pertürbasyon oranlarını yeniden hesaplayabiliyoruz. Bu sayede bulduğumuz yeni tensör pertürbasyon oranı ve spectral indeks değerleri CMB'nin bize verdiği değerler ile örtüşüyor. Bu tez çalışmamda Higgs Enflasyonu modelini tekrar gözden geçirdim ve onun tahminlerini yeni veriler ile karşılaştırarak tutarlılığımı test ettim.

NON-MINIMAL HIGGS INFLATION

SUMMARY

The most important feature of our universe is its large scale homogeneity, isotropy and almost flatness. This feature ensures that observations made from our single vantage point are representative of the universe as a whole. Metric defining the universe is Friedmann Robertson Walker (FRW) which is homogeneous spatially and isotropic, expands with the same speed in each space direction,

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)).$$

The equations of the motion that the matter content satisfies is called Friedmann equations

$$\begin{aligned}\frac{k}{a^2} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} &= \frac{8\pi G\rho}{3} \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \\ \dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} &= -3H(\rho + p) \quad \rightarrow \quad H = \frac{\dot{a}}{a}.\end{aligned}$$

Let's look at the initial conditions characterizing matter. There are two things that we have to know about initial conditions. How the matter is distributed in space, i.e. its location, and how they are moving, i.e. its initial field of velocities. Inflation is proposed to solve initial condition problems. These problems are homogeneity, isotropy (horizon) problem and flatness problem.

The current results from the Large Hadron Collider (LHC) completed the particle zoo of the Standard Model (SM) of particle physics by the discovery of a Higgs boson, while at the same time showing no signs of any beyond the SM physics. The first results from the Planck satellite further confirm the inflationary scenario for the early Universe and favour a simple inflationary scenario with only one slow rolling scalar field. The question remains, whether it is needed to add more particle states to the SM to make the inflation possible, or can it be explained with the already present ones?

The fact that our universe is almost flat, homogeneous and isotropic is often considered as a strong indication that the Standard Model (SM) of elementary particles is not complete. Indeed, these puzzles, together with the problem of generation of (almost) scale invariant spectrum of perturbations, necessary for structure formation, are most elegantly solved by inflation [1–3]. The majority of present models of inflation require an introduction of an additional scalar—the inflaton. This hypothetical particle may appear in a natural or not so natural way in different extensions of the SM, involving Grand Unified Theories (GUTs), supersymmetry, string theory, extra dimensions, etc. Inflaton properties are constrained by the observations of fluctuations of the Cosmic Microwave Background (CMB) and the matter distribution in the universe. Though the mass and the interaction of the inflaton

with matter fields are not fixed, the well known considerations prefer a heavy scalar field with a mass 1013 GeV and extremely small self-interacting quartic coupling constant $\lambda \sim 10^{-13}$. This value of the mass is close to the GUT scale, which is often considered as an argument in favour of existence of new physics between the electroweak and Planck scales.

The most economic inflationary scenario is based on the identification of the inflation with the SM Higgs boson and the use of the idea of chaotic initial conditions [4, 5]. The theory is nothing but the SM with the non-minimal coupling of the Higgs field to gravity with the gravitational part of the action

$$S_J = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{M^2}{2} R - \xi \frac{h^2}{2} R + \frac{\partial_\mu h \partial^\mu h}{2} - V(h) \right]$$

Here R is the scalar curvature, the first term is the standard Hilbert-Einstein action, h is the Higgs field, and ξ is a new coupling constant, fixing the strength of the non-minimal interaction. The presence of non-minimal coupling is required for consistency of the SM in curved space-time. The value of ξ cannot be fixed theoretically within the SM. The presence of the non-minimal coupling insures the flatness of the scalar potential in the Einstein frame at large values of the Higgs field. We suppose that quadratic term is irrelevant during inflationary regime (it is true if $M \sim M_p$). The simplest way to analyse this action is to make the conformal transformation [6]

$$g_{\mu\nu} \longrightarrow \tilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2 g_{\mu\nu}$$

$$\Omega^2 = \frac{M^2 + \xi h^2}{M_p^2}$$

where $M_p = \frac{1}{\sqrt{8\pi G_N}} = 2.44 \times 10^{18} \text{ GeV}$ is the reduced Planck mass. This transformation leads to a non-minimal kinetic term for the scalar field, which can be removed by changing to the new scalar field χ

$$\frac{d\chi}{dh} = \sqrt{\frac{\Omega^2 + \frac{3}{2} M_p^2 (\Omega^2)'^2}{\Omega^4}}$$

$$\frac{d\chi}{dh} = \sqrt{\frac{1 + \frac{(\xi + 6\xi^2)h^2}{M_p^2}}{(1 + \frac{\xi h^2}{M_p^2})^2}}$$

Finally, the action called the Einstein frame action, opposed to the original Jordan frame action

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[-\frac{M_p^2}{2} \tilde{R} + \frac{\partial_\mu \chi \partial^\mu \chi}{2} - U(\chi) \right]$$

where \tilde{R} is calculated using the metric $\tilde{g}_{\mu\nu}$ and the potential is rescaled with the conformal factor

$$U(\chi) = \frac{1}{\Omega^4 h(\chi)} \frac{\lambda}{4} (h^2(\chi) - v^2)^2$$

Already here one can hope that the situation is better, than without the non-minimal coupling: for large field values $\xi \sim h$, and the Einstein frame potential U becomes flat.

The case of large non-minimal coupling ξ is particularly simple [6]. We have the following change of variables

$$h \ll \frac{M_p}{\xi}$$

ise

$$\sqrt{M_p^2 + 6\xi^2 h^2 + \xi h^2} \approx M_p \Rightarrow \frac{d\chi}{dh} \approx 1 \Rightarrow \chi \approx h$$

$$h \gg \frac{M_p}{\xi}$$

$$\frac{d\chi}{dh} \simeq \frac{M_p \sqrt{6\xi^2 h^2 + \xi h^2}}{\xi h^2} \simeq \frac{M_p \sqrt{6 + 1/\xi}}{h}$$

$$\chi \approx \sqrt{\frac{3}{2}} M_p \ln \Omega^2(h)$$

$$h \approx \frac{M_p}{\sqrt{\xi}} \exp\left(\frac{\chi}{\sqrt{6} M_p}\right)$$

$$\chi = \begin{cases} h & \text{icin } h \ll \frac{M_p}{\xi} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} M_p \ln \Omega^2(h) & \text{icin } h \gg \frac{M_p}{\xi} \end{cases}$$

$$U(\chi) \approx \frac{\lambda M_p^4}{4\xi^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{2\chi}{\sqrt{6} M_p}\right)\right)^2$$

Thus, at large χ the potential is exponentially flat for any value of the self coupling λ . The ratio λ/ξ^2 defines the energy density at high fields now, and thus it is possible to satisfy the COBE normalization for any λ by choosing sufficiently large value ξ .

1. GİRİŞ

Genel görelilik kuramı, Newton çekim kanunları ve özel göreliliğin birleşimi ile ilk olarak güneş sisteminin dışındaki gezegenlerin hareketlerini tanımlamak için Einstein tarafından ortaya atılmıştır. Denklemlerin matematiksel sadeliği ve evren hakkında iyi yaklaşımlar sağlamasıyla kozmolojide önemli yer tutmuştur. Einstein evrenin statik olduğuna inanıp alan denklemlerine kozmolojik sabiti de eklemiş, fakat Hubble tarafından evrenin genişlemesi keşfedilince bu sabiti geri çekmiştir.

Gözlemlere göre evrenin büyük ölçeklerde homojen, izotropik ve neredeyse düz olması FRW metriğine uyduğunu gösterir. Fakat belli ölçeklerin altındaki homojensizlikleri (galaksiler, bulutsular vs.) anlamak için FRW metriği etrafındaki tedirgemeleri incelememiz gerekir. Başlangıçtaki homojen olmayan yapıların genişleme ile nasıl evrileceğini anlamak, galaksi gibi yapıların nasıl oluşacağını açıklayabilmek kozmolojinin en önemli problemlerinden biridir.

Tezin 2.bölümünde kozmolojiye giriş yapılmıştır ve temel denklemler verilmiştir. 3.bölümünde evrenin erken dönem sürecindeki evrenin ivmelenerek genişlemesi olarak bilinen enflasyon kısa bir şekilde gözden geçirilmiştir. 4.bölümünde, büyük hadron çarpıştırıcısının ve Planck uydusunun verdiği sonuçlara göre yeni bir enflasyon mekanizmasından ve bu mekanizmanın gözlemsel verilerle uyumundan bahsedilmiştir.

2. KOZMOLOJİYE GİRİŞ

Evren yaklaşık olarak $13.798 \pm 0.037 \times 10^9$ yıl yaşındadır [7]. Güneş sistemimiz, samanyolu galaksimiz ve diğer galaksiler gibi, küçük ölçeklerde bakıldığında homojen ve izotropik olmayan, büyük ölçeklerde baktığında ise ($100Mpc, 1Mpc \simeq 3,2 \cdot 10^6$ ışık yılı, bir ışık yılı ise yaklaşık olarak $3,08 \cdot 10^{16}$ m olmak üzere) homojen ve izotropiktir. Evrenin büyük ölçekte homojen ve izotropik olduğu varsayımı çeşitli gözlemlerle uyumludur (CMB gözlemleri, Planck vb.). LSS(son saçılma yüzeyinden) günümüze kadar gelen mikrodalga arkaalan ışınımı sıcaklığı $T_0 = 2.7255K$, bu sıcaklığın dalgalanması ise $\delta T/T_0 < 10^{-5}$ dir. Evrenin geniş ölçekte homojen ve izotropik olduğu varsayımına **Kozmolojik İlke** denilmektedir: Belirli bir zamanda evren, uzayın her yerinde aynı görünmektedir ve uzayın her doğrultusu ise birbirine eşittir.

2.1 Evrenin Oluşumu

Friedmann denklemlerine göre, evrenin genişleme oranı bileşenin durum denklemi ve enerji yoğunluğu tarafından belirlenir. Madde oluşumunun ana bileşenleri MeV altındaki sıcaklıklarda önemli bir rol oynar, bunlar en eski radyasyon, baryonlar, elektronlar, nötrinolar, karanlık enerji ve karanlık maddedir.

Evrenin tarihinin kısaca özetini yapmak istersek ilk saniyelerden çok kısa bir süre sonra Planck ölçeğine yakın değerlerde evrende nonpertürübatif kuantum yerçekimi dominanttır ve genel görelilik artık güvenilir hale gelebilir. Bu skalanın altındaki enerjilerde klasik uzay zaman hala mantıklı olur fakat Plank ölçeğinde uzay zaman yapısının temel sorunlarına bir çözüm getirmemektedir. Özellikle kozmik tekillik sorusu hala kalır. Daha sonra ivmelenme söz konusudur. Daha sonraki dönemlerdeki sıcaklıklarda elektrozayıf ve güçlü etkileşimler standart modellerle açıklanabilir. Evren genişleyip yaklaşık $T \sim 200MeV$ kadar soğuduğunda kuark-gluon geçişi meydana gelir, serbest kuarklar ve gluonlar baryonlar ve mezonların içerisine hapsolür. Sıcaklık düştükçe nötronlar donmaya başlar; nötronlar ve protonlar kimyasal dengede kalır ve zayıf kuvvet etkisini yitirir. Sağ kalan nötronların sayısı en eski elementlerin bolluğunu belirler. Enerji elektron kütlesi mertebesine ulaştığında elektron-pozitron çiftleri birbirini yok

etmeye başlar ve evren elektron kütlelerinden düşük sıcaklığa düştüğünde ise çok az sayıda elektron kalır (yaklaşık olarak 1 milyar fotona 1 elektron). Sıcaklık $T \sim 0,05MeV$ seviyesine düştüğünde nükleer reaksiyonlara kapı açılır. Nükleosentezden kaynaklanan ışık elementlerinin bollukları gözlemsel datalar ile çok iyi uyum içindedir. Işınım baskın olan çağın sonra ermesiyle madde-ışınım eşitliğine ulaşılır. Eşitlikte kozmik zamanın kesin değeri karanlık birleşenin öğlerine bağlıdır. Tekrar birleşim gerçekleşmeye başlayınca evren arka plan radyasyonu şeffaf hale gelir. Az oranda homojen olmayan yapılar oluşmaya başlar. Yerçekimsel kararsızlığın sonucunda galaksiler ve onların kümeleri gibi homojen olmayan yapılar oluşmaya başlar. Bu oluşum süreci Newton yerçekimi kanunları kullanılarak incelenebilir fakat hala çok karışık nonlinear problemidir ve nümerik yollar ile çözümlenebilir. Çözülmemiş temel sorunlardan biri karanlık madde ve enerjinin doğasıdır [8].

2.2 FRW Metriği ve Friedman Denklemleri

Uzay zamanımız $a(t)x\sigma$ gibi sunulabilir, $a(t)$ zamana bağlı genişlemeyi ifade eden bir terimdir ve σ maksimum simetrik 3 değişkeni ifade eder. Uzay zaman metriği aşağıdaki formdaki gibi yazılabilir:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 d\sigma^2 \quad (2.1)$$

metriğin uzaysal kısmı;

$$d\sigma^2 = \gamma_{ij}(u) du^i du^j \quad (2.2)$$

u^i uzaysal koordinatlarıdır ($i=1,2,3$) ve γ_{ij} (u^1, u^2, u^3)'ün bir fonksiyonu olup maksimum simetrik bir metriktir. Sabit eğriliğe sahip uzaylar maksimum simetriye sahiptir ve bu tür uzayların eğrilik tensörü bir sabitle orantılı şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir [9]:

$$R_{ijkl} = k(\gamma_{ik}\gamma_{jl} - \gamma_{il}\gamma_{jk}), \quad k : \text{sabit} \quad (2.3)$$

buradan Ricci tensörü elde edilirse,

$$R_{jk} = \gamma^{il} R_{ijkl} = k\gamma^{il} (\gamma_{ik}\gamma_{jl} - \gamma_{il}\gamma_{jk}) = -2k\gamma_{jk} \quad (2.4)$$

ve Ricci skaleri

$$R = R^k_k = -6k \quad (2.5)$$

olarak bulunur [10].

Şimdi

$$x^2 + y^2 + z^2 + m^2 = a^2, \quad a : \text{const.} \quad (2.6)$$

olacak şekilde 4-boyutlu uzayın içerisine yerleştirebileceğimiz bir yüzeyi göz önüne alalım. Bu uzay zamana ait hiperyüzeydeki yay elemanı

$$d\ell^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + \frac{(xdx + ydy + zdz)^2}{a^2 - (x^2 + y^2 + z^2)} \quad (2.7)$$

şeklinde yazılabilir. Küresel koordinatlarda (2.7)'deki yay elemanı

$$d\ell^2 = \frac{a^2 dr^2}{a^2 - r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (2.8)$$

elde edilir. $\tilde{r} = \frac{r}{\sqrt{|a^2|}}$ ve $k = \frac{a^2}{|a^2|}$ şeklinde koordinat dönüşümü yapılırsa, metrik tensörü

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} a^2/(1 - kr^2) & 0 & 0 \\ 0 & a^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

olarak yazılabilir. Burada $k = 1$ açık, $k = 0$ düz ve $k = -1$ kapalı uzayları belirtmektedir. Sabit eğriliğe sahip, homojen ve izotropik evreni tanımlayan FRW metriği göz önüne alınır ve en genel haliyle aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$ds^2 = -dt^2 + a^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right). \quad (2.10)$$

Metriğin tensör bileşenleri ise;

$$\begin{aligned} g_{00} &= -1, & g_{11} &= \frac{a^2}{1 - kr^2} \\ g_{22} &= a^2 r^2, & g_{33} &= a^2 r^2 \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (2.11)$$

şeklinde [8].

Madde ve enerjiyi tarif etmek için ideal akışkan (perfect fluid) modelini kullanırsak İdeal akışkanın enerji-momentum tensörü;

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)U_\mu U_\nu + pg_{\mu\nu} \quad (2.12)$$

U_μ 4-hızdır (four velocity). Eş hareketli çerçevede, dört hız aşağıdaki formu alır,

$$U_\mu = (1, 0, 0, 0) \quad (2.13)$$

Enerji-momentum tensörünün sıfırinci birleşeni düşünüldüğünde, bize enerji korunum denklemini verir:

$$0 = \nabla_\mu T_0^\mu = -\partial_0 \rho - 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + p) \quad (2.14)$$

Durum denklemi aşağıdaki gibi tanımlanırsa

$$p = w\rho \quad (2.15)$$

w akışkan için genelleştirilmiş bir sabittir. (2.14) ve (2.15) denklemleri kullanılarak, enerji korunum denklemi,

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3(1+w)\frac{\dot{a}}{a}. \quad (2.16)$$

bu formu alır (2.16). Denkleminin çözümü aşağıdaki gibidir:

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}. \quad (2.17)$$

Evrenin enerji yoğunluğu madde baskınken ($w = 0$), a^{-3} , ışınım baskınsa ($w = \frac{1}{3}$), a^{-4} , kozmolojik sabit baskın olduğunda ($w = 1$) ise sabit olacaktır.

İdeal bir akışkan için Einstein denklemi FRW metriğinde aşağıdaki şekli alır

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} = 8\pi G((\rho + p)U_\mu U_\nu + p g_{\mu\nu}) \quad (2.18)$$

$$T_{00} = \rho$$

$$T_{ij} = p g_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.19)$$

$G_{\mu\nu}$ 'nin çözümü için Christoffel sembollerine ihtiyaç duyarız,

$$\Gamma_{\nu\lambda}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\sigma} (g_{\nu\sigma,\lambda} + g_{\lambda\sigma,\nu} - g_{\nu\lambda,\sigma}) \quad (2.20)$$

denklemi simetrik metrik bağlantı yardımıyla sıfırdan farklı değerleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^0 &= \frac{a\dot{a}}{1-kr^2}, & \Gamma_{22}^0 &= a\dot{a}r^2 \\ \Gamma_{33}^0 &= a\dot{a}r^2 \sin^2 \theta, & \Gamma_{01}^1 &= \frac{\dot{a}}{a} \\ \Gamma_{11}^1 &= \frac{kr}{1-kr^2}, & \Gamma_{22}^1 &= -r(1-kr^2) \\ \Gamma_{33}^1 &= -r(1-kr^2) \sin^2 \theta, & \Gamma_{02}^2 &= \frac{\dot{a}}{a} \\ \Gamma_{12}^2 &= \frac{1}{r}, & \Gamma_{33}^2 &= -\sin \theta \cos \theta \\ \Gamma_{03}^3 &= \frac{\dot{a}}{a}, & \Gamma_{13}^3 &= \frac{1}{r} \quad \Gamma_{23}^3 = \cot \theta. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Christoffel sembollerinden Ricci tensörüne geçeriz

$$R_{\mu\sigma\nu}^\sigma = R_{\mu\nu} = \Gamma_{\nu\mu,\alpha}^\alpha - \Gamma_{\alpha\mu,\nu}^\alpha + \Gamma_{\alpha\beta}^\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\beta - \Gamma_{\nu\beta}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\beta. \quad (2.22)$$

Ricci tensörü hesaplandığında sıfırdan farklı değerleri;

$$\begin{aligned} R_{00} &= -\frac{3\ddot{a}}{a} \\ R_{11} &= \frac{2k + 2\dot{a}^2 + a\ddot{a}}{1-kr^2} \end{aligned}$$

$$R_{22} = (2k + 2\dot{a}^2 + a\ddot{a})r^2$$

$$R_{33} = (2k + 2\dot{a}^2 + a\ddot{a})r^2 \sin^2 \theta \quad (2.23)$$

bulunur. Ricci skaleri ise

$$R_{\nu}^{\mu} = g^{\mu\alpha} R_{\alpha\nu}$$

$$R = R_{\mu}^{\mu} = \frac{6(k + \dot{a}^2 + a\ddot{a})}{a^2} \quad (2.24)$$

olarak elde edilir. Einstein tensörünü,

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \quad (2.25)$$

eşittir ve Einstein tensörünün bileşenleri:

$$G_{00} = 3\frac{k + \dot{a}^2}{a^2}$$

$$G_{11} = \frac{(k + \dot{a}^2 + 2a\ddot{a})}{kr^2 - 1}$$

$$G_{22} = -r^2(k + \dot{a}^2 + 2a\ddot{a})$$

$$G_{33} = -r^2 \sin^2 \theta (k + \dot{a}^2 + 2a\ddot{a}) \quad (2.26)$$

$G_{\mu\nu}$ 'nün hesaplanmasıyla, Einstein denklemi $\mu\nu = 00$ için aşağıdaki formu alır,

$$3\frac{k + \dot{a}^2}{a^2} = 8\pi G\rho$$

$$\frac{k}{a^2} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G\rho}{3} \quad (2.27)$$

$\mu\nu = ij$ için,

$$-\frac{k + \dot{a}^2 + 2a\ddot{a}}{a^2} = 8\pi Gp. \quad (2.28)$$

(2.27) ve (2.28) denklemleri kullanılarak aşağıdaki denklemi elde ederiz

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (2.29)$$

(2.27) ve (2.29)Friedman denklemleri olarak adlandırılır [10]. Ölçek çarpanı $a(t)$ ölçülebilen gözlemlenebilen bir nicelik değildir fakat ölçek çarpanının değişimini gösteren Hubble parametresi gözlemlenebilir ve aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (2.30)$$

Hubble parametresinin şuan ki değeri yaklaşık 67.80 (km/s)/Mpc'dir [11].

3. ENFLASYON

Enflasyon evrenin ivmelenerek genişlemesi olarak bilinir. Gözlemlere göre; Hubble yasasına göre genişleyen evrende madde 100Mpc'den büyük ölçeklerde homojen ve izotropik dağılmıştır. Yoğunluk titreşimlerinin dalgalanma genliği $\delta\rho/\rho$ yaklaşık 10^{-5} 'e eşittir. Enflasyon GUT (Büyük Birleşmiş Teori) ölçeklerde başladığı düşünülmektedir [8].

3.1 Başlangıç Koşulları Problemi

Maddeyi tanımlayan başlangıç koşulları iki bağımsız kümeden oluşur. Birincisi, maddenin uzaydaki dağılımı yani nerede bölgelendiği, ikincisi; nasıl hareket ettiği yani hızların başlangıç değerleridir. Enflasyon, başlangıç koşulları problemine çözüm olarak önerilir. Bu problemlerden ilki ufuk problemi olarak adlandırılır.

Homojenlik, izotropiklik (ufuk) problemi: Evrenin şimdiki homojen, izotropik alanın ufuk ölçeği en az $ct_0 \sim 10^{28}$ cm büyüklüğündedir. Varsayalım ki evrenimiz genişlemeye ile homojen olmayandan homojene dönüşmesin, bu sonuçtan ulaşabiliriz ki $t = t_i$ 'de evrenimiz oluştuğu homojen ve izotropik bölgelerin boyutu aşağıdaki değerden büyüktür,

$$l_i \sim ct_0 \frac{a_i}{a_0}. \quad (3.1)$$

Nedensel bölgenin (causal region) $l_c \sim ct_i$ boyutu ile bu ölçeği karşılaştırdığımız zaman

$$\frac{l_i}{l_c} \sim \frac{t_0}{t_i} \frac{a_i}{a_0}. \quad (3.2)$$

Eğer $t_i \sim t_{pl}$ 'da en eski radyasyon (ışınım) baskınsa, sıcaklığı $10^{32} K$ 'dir. Böylece

$$\frac{a_i}{a_0} \sim \frac{T_0}{T_{pl}} \sim 10^{-32} \quad (3.3)$$

ve

$$\frac{l_i}{l_c} \sim \frac{10^{17}}{10^{-43}} 10^{-32} \sim 10^{28}. \quad (3.4)$$

elde ederiz. Başlangıç Planck zamanında, dalgalanma varyasyonu $\delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ sınırını aşamaz burada 10^{84} nedensel bağımsız bölgenin enerji yoğunluğu pürüzsüz dağılmıştır. Hiçbir sinyal ışıktan hızlı ilerleyemeyeceği için, nedensel etkenler bu derecede ince ayarlı madde dağılımının sebebi olamazlar [8].

Eğer ölçek faktörü zamanın kuvvetleri gibi büyüye $\frac{a}{t} \sim \dot{a}$ şeklinde ifade edilebilir. Buradan (3.2) aşağıdaki gibi yazabiliriz,

$$\frac{l_i}{l_c} \sim \frac{t_0 a_i}{t_i a_0} \sim \frac{\dot{a}_i}{\dot{a}_0}. \quad (3.5)$$

Burada l_c nedensel bölgenin ve l_i erken evrenin boyutudur. Kütle çekiminin her zaman çekici bir kuvvet olduğunu varsayarsak,

$$\frac{l_i}{l_c} \sim \frac{\dot{a}_i}{\dot{a}_0} > 1 \quad (3.6)$$

şeklinde yazılabilir. Evrenin genişlemesinin yavaşladığı varsayılırsa, homojenlik ölçeğinin nedensellik ölçeğinden her zaman büyük olacağını söyleyebiliriz. Bunun için homojenlik problemi yerine ufuk problemi ismi de kullanılır.

Düzlük Problemi: Gözlemlere göre evren yaklaşık olarak düzdür. Friedmann denklemlerine göre evrenin açık, kapalı veya düz olduğunu gösteren parametreye kozmolojik parametre denir. Bu parametre $\Omega(t)$ şeklinde tanımlanır.

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho(t)}{\rho^{cr}(t)} \quad (3.7)$$

burada

$$\rho^{cr}(t) = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (3.8)$$

$\Omega(t)$ tanımını kullanarak Friedmann denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\Omega(t) - 1 = \frac{k}{(Ha)^2}. \quad (3.9)$$

Buradan anlaşılacağı gibi $\Omega(t)$ değerinin birden küçük, büyük veya eşit olması evrenin kapalı açık düz olması anlamına gelir. Bu parametrenin başlangıç değeri onun şimdiki değeri cinsinden,

$$\Omega_i - 1 = (\Omega_0 - 1) \frac{(Ha)_0^2}{(Ha)_i^2} = (\Omega_0 - 1) \left(\frac{\dot{a}_0}{\dot{a}_i}\right)^2 \leq 10^{-56}. \quad (3.10)$$

Bu denklemden görüldüğü gibi Ω_0 'ın, ~ 1 seviyesinde olması Ω_i bire çok çok yakın olmasını gerektirir.

Yukarıdaki denklemden görülebileceği gibi bütün problemlerin merkezinde başlangıç hızları arasındaki farkın çok büyük olmasıdır. Eğer başlangıç hızları şimdikinden büyük bir değere sahipse, bu problemleri asla çözemeyiz. Yerçekimi bildiğimiz tüm parçacıklar için çekici olması doğal olarak hızların değerinin azalmasını gerektirir. Dolayısıyla bu problemin çözümü yerçekimini itici bir kuvvet haline getirmektedir.

3.2 Yerçekimi Nasıl 'itici' Olmaya Başlar?

Yerçekiminin nasıl itici olacağı Friedmann denklemlerine bakarak görülebilir:

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p)a. \quad (3.11)$$

Eğer $\rho + 3p$ sıfırdan büyükse, \ddot{a} negatif olur. Bunun anlamı yerçekimi genişlemeyi yavaşlatır. $\rho + 3p$ sıfırdan küçük olduğu zaman, evren ivmelenir; bir başka deyişle yerçekimi itici bir kuvvet gibi davranır. Buradan görülebileceği gibi $\omega < -1/3$ hal denklemleri bahsettiğimiz problemleri çözecektir. $\omega = -1$ olduğu durumdaki evrene de Sitter uzayı denir.

3.3 $p \approx -\rho$ Durumunun Denklemi Nasıl Anlaşılır?

Pozitif enerji yoğunluğunun negatif basınç oluşturması bildiğimiz madde türleri için çok beklenen bir durum değildir. Fakat bu hal denklemini skaler bir alan ile elde edebiliriz. Skaler alan enflasyonun sebebi olan inflaton alanı için uygun bir adaydır. Gösterebiliriz ki Skaler alan ideal akışkan gibi davranabilir. Bu alan için enerji-momentum tensörü;

$$T_{\beta}^{\alpha} = \phi',^{\alpha}\phi',_{\beta} - \left[\frac{1}{2}\phi',^{\gamma}\phi',_{\gamma} - V(\phi) \right] \delta_{\beta}^{\alpha}, \quad (3.12)$$

burada

$$\phi',_{\beta} \equiv \frac{\partial \phi}{\partial X^{\beta}}, \phi',^{\alpha} \equiv g^{\alpha\gamma}\phi',_{\gamma} \quad (3.13)$$

olarak ifade edilir. Biliyoruz ki ideal akışkan enerji-momentum tensörü

$$T_{\beta}^{\alpha} = (\rho + p)U^{\alpha}U_{\beta} - p\delta_{\beta}^{\alpha} \quad (3.14)$$

$p = p(\rho)$ durum denklemdir, U^{α} 4 hızdır. (3.12) ve (3.14) birbirlerine eşitlenirse homojen klasik alanlar için enerji yoğunluğu ve basınç

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (3.15)$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (3.16)$$

Skaler alan eylemi minimize edilirse bu skaler alan Klein-Gordon denklemine uyar

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0. \quad (3.17)$$

burada

$$V_{,\phi} \equiv \frac{\partial V}{\partial \phi}. \quad (3.18)$$

Bu denklem Hubble parametresi H ile orantılı zamana bağlı bir harmonik osilatör denklemi ile aynı forma sahiptir. (3.17) ve (3.18) içinde potansiyel terimi $p \approx -\rho$ durum denklemini sağlaması için kinetik enerji teriminden büyük olması gerekir. Bu durumun uzun bir süre sağlanması için skaler alanın ikinci türevinin birini türeve göre çok küçük olması gerekir; $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$. Bunlar slow-roll yaklaşımı olarak bilinir. Kısaca slow-roll koşulları

$$|\dot{\phi}^2| \ll V, \quad |\ddot{\phi}| \ll 3H\dot{\phi} \sim |V_{,\phi}| \quad (3.19)$$

ifade edilebilir. Yukarıdaki slow-roll koşulları potansiyelin skaler alana göre potansiyelleri cinsinden yeniden biçimlendirilebilir.

$$\left(\frac{V_{,\phi}}{V}\right)^2 \ll 1, \quad \left(\frac{V_{,\phi\phi}}{V}\right) \ll 1. \quad (3.20)$$

3.4 Senaryoların Menüsü

Başarılı enflasyon için slow-roll koşullarını sağlayan skaler alan gerekir. İki veya daha fazla skaler alan olabilir, bu durumda enflasyonun kestirim gücü azalır dolayısıyla tek bir skaler alan içine modeller tercih edilmektedir. Bu koşulları sağlayan çok çeşitli modeller olabilir. Şimdi bu senaryonun menüsünü gözden geçireceğiz. Fakat bu modelleri birbirinden ayırmak için CMB enerji tayfı verileri kullanılabilir. Bu senaryolar ile ilgili bir kaç örnek verecek olursak [8, 12];

Exponansiyel potansiyel ve üssel enflasyon: Aşağıdaki gibi potansiyel formuna sahip olan modele exponansiyel potansiyel veya üssel enflasyon adı verilir

$$V(\phi) = \Lambda^4 \exp\left(-\lambda \frac{\phi}{M_{pl}}\right) \quad (3.21)$$

üssel enflasyon olarak adlandırılır [13]. Bunun sebebi ölçek faktörü için tam çözüm $a(t) \propto t^{\frac{2}{\lambda^2}}$ olmasıdır. Bu modeller sınıfı tensör skaler oranı için $r = -8(n_s - 1)$ değerlerini öngörür bu da Şekil 3.1'de görülebileceği gibi %99.7 kesinlikle konturun dışındadır.

Negatif üslü enflasyon: Negatif üslü enflasyon potansiyelleri için [14, 15]

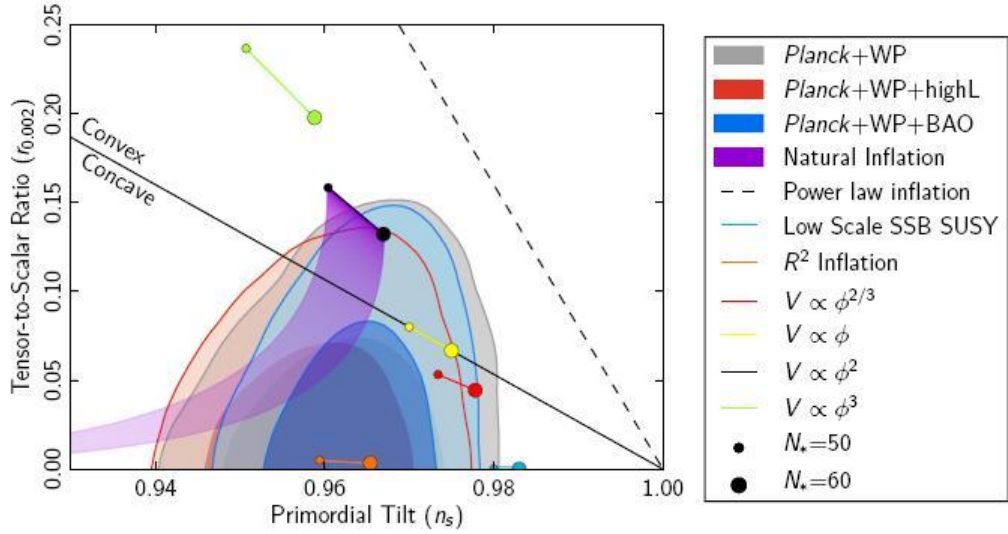
$$V(\phi) = \Lambda^4 \left(\frac{\phi}{M_{pl}}\right)^{-\beta} \quad (3.22)$$

bu durumda ölçek faktörü $a(t) \propto \exp(At^f)$, $A > 0$, $0 < f < 1$ ($f = 4/(4 + \beta)$) ve $\beta > 0$ ile enflasyona neden olur. Bu modeller sınıfı tensör skaler oranı için $r \approx -8\beta(n_s - 1)/(\beta - 2)$ [16] değerlerini öngörür bu da Şekil 3.1'de görülebileceği gibi %99.7 kesinlikle konturun dışındadır.

Doğal Enflasyon: Doğal enflasyonda etkili bir boyutlu potansiyel aşağıdaki gibi verilir,

$$V(\phi) = \Lambda^4 \left[1 + \cos\left(\frac{\phi}{f}\right) \right] \quad (3.23)$$

Burada f bir skalerdir ve potansiyel eğimini belirler. f ın değerine bağlı olarak, model büyük ($f \gtrsim 1.5M_{pl}$) veya küçük ($f \lesssim 1.5M_{pl}$) alan sınıflandırma taslağı içinde yer alabilir. Bu durumda küçük f için $n_s \approx 1 - M_{pl}^2/f^2$ ve büyük f için $n_s \approx 1 - 2/N$. Bu modeller sınıfı tensör skaler oranı için $r \approx 8/N$ değerlerini öngörür. Bu model $f \gtrsim 5M_{pl}$ için Planck+WP datası ile uyumludur.



Şekil 3.1: Önem derecesi düşürülmüş noktalar %68 ve n_s için CL Bölgeleri %95 ve seçilen enflasyon modellerinin teorik tahminleri ile karşılaştırıldığında diğer data kümeleri ile birleşme içinde Planck'dan r_{002} .

4. MİNİMAL OLMAYAN HİGGS ENFLASYONU

Büyük Hadron Çarpıştırıcısının Higgs Bozonu'nu keşfetmesiyle birlikte, Standart Modeldeki eksik parça tamamlanmış oldu, fakat bu keşif bize henüz Standart Model ötesindeki fizik ile ilgili net sonuçlar vermedi. Bu yüzden erken evren modelleri ile ilgili daha net sonuçları almak için Planck Uydusunun gönderdiği sonuçlara bakmamız gerekmektedir. Planck Uydusunun verdiği sonuçlar bize gösterdi ki; erken evren enflasyonu ile ilgili olan senaryolar sadece yavaş bir şekilde yuvarlanan (slow-roll) skalar alanları ile gerçekleşebiliyor. Bu iki sonuçtan yola çıkarak şu soruları sormamız gerekir; enflasyonun gerçekleşebilmesi için Standart Modele yeni bir parçacık eklememiz gerekir mi? Yoksa var olan parçacıklar bize enflasyonun olabileceğini gösterir mi?

Enflasyondan sorumlu olan skalar potansiyel alanı hakkındaki genel kanı, bu alanın oldukça düz olduğu yönündedir. Kaotik enflasyon tarafından üretilen başlangıç yoğunluk pertürbasyonlarına göre self-coupling $\lambda \sim 10^{-13}$ veya kütle değeri $m \sim 10^{13} GeV$ olmalıdır [1]. Fakat Standart Model içinde bu özelliklere sahip bir parçacık mevcut değildir. Yeni bir parçacık üretmek yerine kütle-çekimsel etkileşimlere girebilen skalar parçacıkların etkileşim biçimleri modifiye edilerek bu özelliklere uygun hale getirilebilir. Buna göre yeni bir eylem yazarsak;

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (-\xi \Phi^\dagger \Phi R) \quad (4.1)$$

Buradaki skalar parçacıkların kütle-çekimsel etkileşimlerinin dönüşümü, herhangi büyük bir λ değeri için iyi bir yavaş yuvarlanma (slow-roll) davranışı sağlayabilir. Buradaki mertebesi büyük (0.1 mertebesi) self-coupling sahibi, yeni bir parçacık yerine, Standart Modeldeki Higgs Bozonu olur [6]. Higgs Bozonu ve onun minimal olmayan etkileşimi ile oluşturulan enflasyon modeline *Higgs Enflasyonu* diyeceğiz.

Minimal olmayan etkileşimli enflasyon modeli yavaş yuvarlanma (slow-rolling) evriminin klasik bir çözümüdür. Burada çözümleri daha basit bir şekilde yapabilmek için, dinamik değişkenlerde bir dönüşüm uygulanabilir. Bu dönüşüm Jordan çerçevesinden, Einstein çerçevesine yapılan konformal bir dönüşümdür. Bu dönüşümden sonra ortaya çıkan yeni

bütün formüller, standart enflasyon yavaş yuvarlanmaya (slow-rolling) modeline uygun ve Planck Uydusunun verdiği gözlem sonuçları ile uyumlu gitmektedir [7].

4.1 Kütle-Çekim İçin Minimal Olmayan Etkileşim ve Enflasyon

4.1.1 Enflasyona Neden Olan Skalar Bölüm ve Enflasyon

Enflasyona neden olan en basit ayarlar kaotik enflasyon modelidir. Bu yaklaşıma göre Kaotik enflasyon modelinde skalar alan büyük bir değerden başlar ve yavaşça başlangıç koşullarına doğru yuvarlanır. Bu yuvarlanmanın nedeni Hubble Sürtünmesidir. Eğer gözlemsel bir veri almak için, enflasyon sırasında üretilmiş bir yoğunluk pertürbasyonu gerekirse, potansiyel alan üzerinde belirli bir kısıtlama elde edilebilir. Dördüncü dereceden bir potansiyel için etkileşim sabiti $\lambda \sim 10^{-13}$ tür [5]. Bu tip bir parçacık Standart Model içinde mevcut değildir ve Standart Modelde etkileşimle kolayca oluşmaz. Bu kadar küçük etkileşimler potansiyelin düzlüğünü bozar. Fakat skalar alan kütle-çekimi ile minimal olmayan bir etkileşimime girebilir. Bu terim skalar alana eklendiği zaman oluşan yeni eylem,

$$S_J = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{M^2}{2} R - \xi \frac{h^2}{2} R + \frac{\partial_\mu h \partial^\mu h}{2} - V(h) \right] \quad (4.2)$$

olur. Burada g metrik tensörün determinantı, R Ricci skaları, h skalar higgs alanıdır.

$$V(h) = \frac{\lambda}{4} (h^2 - v^2)^2 \quad (4.3)$$

olur. v , h alanının vakumdaki beklenen değeridir.

$$v = \langle h \rangle \quad (4.4)$$

Burada kullanılan metrik işareti $(+, -, -, -)$ ve konformal etkileşimin özel değeri $\xi = -1/6$ dir. Higgs alanının radyal modu $\Phi^\dagger \Phi = h^2/2$ olmalıdır.

Eylem kullanılarak yapılacak analizler Jordan çerçevesi içinde olacaktır ve oldukça külfetli bir hesaplamadır. Alan ve metrik arasındaki hareket denklemleri birbirine dolaşık hale gelmektedir ve eylemin ikinci dereceden olan bölümü küçük pertürbasyonlar için metriğin izi ile skalar alan pertürbasyonlarının kinetik terimleri iç içe girmiştir. Bu da hesaplamaları zor bir hale getirmektedir. Bu durumdan kurtulmak için Jordan çerçevesinden, Einstein çerçevesine geçebileceğimiz bir konformal dönüşü yapabiliriz [6].

$$g_{\mu\nu} \longrightarrow \tilde{g}_{\mu\nu} = \Omega^2 g_{\mu\nu} \quad (4.5)$$

$$\Omega^2 = \frac{M^2 + \xi h^2}{M_p^2} \quad (4.6)$$

$M \sim M_p = (8\pi G)^{-1/2}$ indirgenmiş Planck kütesidir. Eğer vakumun beklenen değeri $v = \langle h \rangle$ 0'dan farklı olursa M ve M_p farklı değerler alırlar fakat çoğu durumda $\xi v \ll M$ ve $M \sim M_p$ kabul edeceğiz. Bu dönüşüm sayesinde Higgs alanı için minimal olmayan bir kinetik terim elde ederiz.

$$\Omega^2 = 1 + \frac{\xi h^2}{M_p^2} \quad (4.7)$$

Higgs alanı yerine normalize olmuş yeni bir skalar alan tanımı yaparsak;

$$\frac{d\chi}{dh} = \sqrt{\frac{\Omega^2 + \frac{3}{2}M_p^2(\Omega^2)'^2}{\Omega^4}} \quad (4.8)$$

Buradaki h ye göre türev demektir. Bu bağıntıyı açarsak

$$\frac{d\chi}{dh} = \sqrt{\frac{1 + \frac{(\xi + 6\xi^2)h^2}{M_p^2}}{(1 + \frac{\xi h^2}{M_p^2})^2}} \quad (4.9)$$

Bu skalar alan tanımlaması sadece gerçek bir skalar alan için olasıdır; aksi halde terimin yapısının oldukça karmaşık olmasına neden olur.

Dönüşümden sonra Einstein çerçevesinde yeni eylem

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[-\frac{M_p^2}{2} \tilde{R} + \frac{\partial_\mu \chi \partial^\mu \chi}{2} - U(\chi) \right] \quad (4.10)$$

olur.

\tilde{R} , Ricci skalar, $\tilde{g}_{\mu\nu}$ metriği ile hesaplanır, yeni potansiyel ise

$$U(\chi) = \frac{1}{\Omega^4 h(\chi)} \frac{\lambda}{4} (h^2(\chi) - v^2)^2 \quad (4.11)$$

Burada U potansiyelini ve Ω ölçek faktörünü h ve χ 'e bağlı bir potansiyel şeklinde yazmak bir problem çıkarmaz çünkü iki türlü de (4.9) denkleminin çözümlerine ulaşabiliriz [5].

Einstein çerçevesindeki enflasyonun analizi için yavaş yuvarlanma (slow-rolling) yaklaşımlarını kullanacağız. Yavaş yuvarlanma (slow-rolling) parametrelerini h alanına bağlı bir fonksiyon cinsinden yazabiliriz. (4.9) ve (4.11) denklemlerini kullanarak

$$\varepsilon = \frac{M_p^2}{2} \left(\frac{dU}{d\chi} \right)^2 = \frac{M_p^2}{2} \left(\frac{U'}{U} \frac{1}{\chi'} \right)^2 \quad (4.12)$$

$$\eta = M_p^2 \frac{d^2 U}{d\chi^2} = M_p^2 \frac{U'' \chi' - U' \chi''}{U(\chi')^2} \quad (4.13)$$

elde ederiz. Yavaş yuvarlanma(slow-rolling), $\varepsilon \sim 1$ olduğu zaman biter ve bunu $h(\text{son})$ sağlar. Einstein çerçevesinde, enflasyona neden olan e-folding sayısı tarafından belirlenen, $h(N)$ değeri, h alanının değerine eşit olduğu zaman gözlemlenen modlar ufuktan ayrılır.

$$N = \int_{h_{\text{son}}}^{h_N} \frac{U \chi'^2}{U'} \frac{1}{M_p^2} dh \approx \frac{3}{4} \left[\left(\xi + \frac{1}{6} \right) \frac{h_N^2 - h_{\text{son}}^2}{M_p^2} - \ln \left(\frac{1 + \frac{\xi h_N^2}{M_p^2}}{1 + \frac{\xi h_{\text{son}}^2}{M_p^2}} \right) \right] \quad (4.14)$$

Burada potansiyelin ikinci dereceden katkılarını ihmal ettik. N , gözlemlenen modlardan ve enflasyon sonrası evrenin evriminden hesaplanır. E-folding sayısı;

$$N = \ln \left(\frac{\sqrt{\pi}}{270^{1/4}} \frac{\tilde{g}_0^{1/3}}{g_{*r}^{1/12}} \right) - \ln \frac{k}{a_0 T_0} - \ln \frac{M_p}{U_N^{1/4}} \frac{U_s^{1/4}}{U_N^{1/4}} - \frac{1}{3} \ln \frac{U_s^{1/4}}{\rho_r^{1/4}} \quad (4.15)$$

$$\simeq 58.9 - \frac{1}{3} \ln \frac{U_s^{1/4}}{\rho_r^{1/4}} \approx 57.7 \pm 0.2$$

$k/a_0 = 0.002 Mpc$, spektrum normalizasyonu için kullanılan, gözlemlenmiş pertürbasyonların bir ölçütüdür. $g_{*r} = 106.75$ ve $g_0 = 43/11$ sayıları, yeniden ısınmadaki efektif sayılardır. $T_0 = 2.725 K$, CMB gözlemsel verisidir. $U(N) = U(h_N)$ ve $U_s = U(h_{\text{son}})$, yavaş yuvarlanmanın(slow-rolling) sonunda ufukların iç içe geçtiği Einstein potansiyeli ve ρ_r yeniden ısınma öncesi termal enerji yoğunluğudur [6].

Belirli bir genlikte yoğunluk pertürbasyonlarının oluşması için normalizasyon durumları

$$\frac{U}{\varepsilon} = 24\pi^2 \Delta_R^2 M_p^2 \simeq (0.0276 M_p)^4 \quad (4.16)$$

olmalıdır. Minimal olmayan etkileşim ile birlikte ilave parametreler sadece λ yerine, λ ve ξ arasındaki bağıntı oldu.

Enflasyona neden olan tahminler neticesinde CMB tarafından gözlemlenen spektral indeks ve tensör skalar pertürbasyon değerleri

$$n_s = 1 - 6\varepsilon + 2\eta \quad (4.17)$$

$$r = 16\varepsilon \quad (4.18)$$

h_N ile hesaplanabilir.

4.2 Enflasyona Neden Olan Durum

4.2.1 Büyük Değerlerdeki ξ Limiti

Higgs enflasyonu modelinin öngörüsü büyük $\xi \gg 1$ 'dir ve vakum katkılarını ihmal eder. Denklem (4.9) geri dönersek,

$$h \ll \frac{M_p}{\xi} \quad (4.19)$$

ise

$$\sqrt{M_p^2 + 6\xi^2 h^2 + \xi h^2} \approx M_p \Rightarrow \frac{d\chi}{dh} \approx 1 \Rightarrow \chi \approx h$$

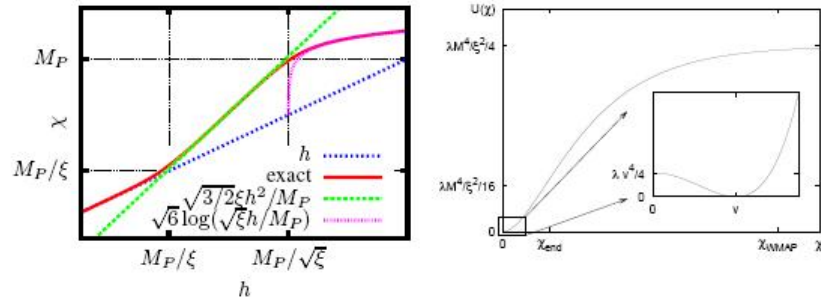
$$h \gg \frac{M_p}{\xi} \quad (4.20)$$

$$\frac{d\chi}{dh} \simeq \frac{M_p \sqrt{6\xi^2 h^2 + \xi h^2}}{\xi h^2} \simeq \frac{M_p \sqrt{6 + 1/\xi}}{h}$$

$$\chi \approx \sqrt{\frac{3}{2}} M_p \ln \Omega^2(h) \quad (4.21)$$

$$h \approx \frac{M_p}{\sqrt{\xi}} \exp\left(\frac{\chi}{\sqrt{6} M_p}\right) \quad (4.22)$$

$$\chi = \begin{cases} h & \text{icin } h \ll \frac{M_p}{\xi} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} M_p \ln \Omega^2(h) & \text{icin } h \gg \frac{M_p}{\xi} \end{cases} \quad (4.23)$$



Şekil 4.1: Soldaki grafik h 'nin χ 'ye bağlı logaritmik ölçektir (Jordan çerçevesinde Higgs alanı), sağdaki ise Einstein çerçevesindeki efektif potansiyeldir.

Küçük h alanı için potansiyel Standart Modeldeki negatif kütleli ikinci dereceden alanlara dönüşür.

Büyük $h \gg \frac{M_p}{\xi}$ için ise potansiyel

$$U(\chi) \approx \frac{\lambda M_p^4}{4\xi^2} \left(1 - \exp\left(-\frac{2\chi}{\sqrt{6} M_p}\right)\right)^2 \quad (4.24)$$

olur.

Burada dikkat çeken husus $\xi \gg 1$ için iki tane enerji ölçeği görünmektedir. En düşük olan M_p/ξ Standart Modelden gelen sapmaları belirgin hale getirmiş, en büyük olan $M_p/\sqrt{\xi}$ ise enflasyon sırasındaki uyarma kütlelerinin tipik parçacıkların ölçeğini göstermiştir. Einstein çerçevesindeki enflasyon sırasındaki Hubble ölçeği $H^2 \simeq \lambda M_p^2/12\xi^2$ dir.

$U(\chi)$ potansiyeli yukarıda görüldüğü gibi büyük değerlerde eksponansiyel olarak düzdür ve yavaş yuvarlanmanın(slow-rolling) durumlarını sağlar. Yavaş yuvarlanmanın(slow-rolling) parametrelerini tekrar tanımlarsak;

$$\varepsilon \simeq \frac{4M_p^4}{3\xi^2 h^4}, \quad (4.25)$$

$$\eta \simeq \frac{4M_p^4}{3\xi^2 h^4} \left(1 - \frac{\xi h^2}{M_p^2}\right) \quad (4.26)$$

elde ederiz.

Enflasyon $h_{son} \simeq \left(\frac{4}{3}\right)^{1/4} \frac{M_p}{\sqrt{\xi}} \simeq 1.07 \frac{M_p}{\sqrt{\xi}}$ olduğu zaman biter. Gözlemlenmiş CMB modlarının ufuk ile kesiştiği nokta $h_N \approx 9.14 \frac{M_p}{\sqrt{\xi}}$ olur. Bu yüzden CMB normalizasyonu için $\xi \sim 47000\sqrt{\lambda}$ olmalıdır.

Son olarak $1/\xi$ küçük mertebelerinde spektral index ve tensör skalar pertürbasyon

$$n_s \simeq 1 - 8 \frac{4N + 9}{(4N + 3)^2} \simeq 0.967 \quad (4.27)$$

$$r \simeq \frac{192}{(4N + 3)^2} \simeq 0.0031 \quad (4.28)$$

Bu sonuçlar son ölçümlerin bize verdiği değerler ile oldukça uyumludur. Einstein çerçevesindeki enflasyon modeli basit bir skalar yavaş yuvarlanma(slow-rolling) enflasyonu içerir hem de tüm ekstra serbestlik dereceleri Hubble ölçeğinden daha ağır olmasına rağmen ($m \sim M_p/\sqrt{\xi} \gg H \sim M_p/\xi$). Böylece spektrumda gaussiyen olmayan tahminler bulunmaz.

KAYNAKLAR

- [1] **Starobinsky, A.**, 1979. Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe, *JETP Lett.*
- [2] **Guth, A.**, 1981. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems, *Phys. Rev. D* 23 347.
- [3] **Albrecht, A. ve Steinhardt, P.**, 1982. Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking, *Phys. Rev. Lett.*
- [4] **F. L. Bezrukov, M.S.**, 2008. The Standard Model Higgs boson as the inflation, *Phys. Lett. B* 659 703.
- [5] **Linde, A.D.**, 1983. Chaotic inflation, *Phys. Lett. B* 129 177.
- [6] **F. Bezrukov, M. Y. Kalmykov, B.A.K.M.S.**, 2012. Higgs Boson Mass and New Physics, *JHEP* 1210 140.
- [7] **Collaboration, P.**, 2014. Planck 2013 results, I. Overview of products and scientific results.
- [8] **V.F., M.**, 2005. Physical Foundations of Cosmology, Cambridge University Press.
- [9] **M. P. Hobson, G. P. Efstathiou, A.N.L.**, 2006. General Relativity: An Introduction for Physicists, Cambridge University Press.
- [10] **S., C.**, 2004. Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity, Addison-Wesley Longman, Incorporated.
- [11] **Perlmutter S., e.**, 1998. Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe, *Nature* 391, 51.
- [12] **Ade et al, P. ve diğherleri**, 2013. Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation.
- [13] **Lucchin, F. ve Matarrese, S.**, 1985. Power-law inflation, *Phys. Rev. D* 32, 1316.
- [14] **Barrow, J.D.**, 1990. Graduated inflationary universes, *Physics Letters B, Vol. 235, No. 1/2, p. 40 - 43.*
- [15] **Muslimov, A.G.**, 1990. On the scalar field dynamics in a spatially flat Friedman universe, *Class. Quantum Grav.* 7 231.
- [16] **Barrow J. D., L.A.R.**, 1993. Perturbation Spectra from Intermediate Inflation, *Sussex preprint SUSSEX-AST 93/2-1.*

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad : Olcay ATEŞ

Doğum Yeri ve Tarihi : Ordu, 01/06/1984

E-posta : ates.olcay@gmail.com

Lisans : 2009, Boğaziçi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Fizik Öğretmenliği

Y. Lisans : 2015, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fizik Müh., Fizik Müh.