

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DÜŞÜK VE ORTA HIZLI GEMİLERİN DALGA  
DİRENCİ KARAKTERİSTİĞİNİN BELİRLENMESİ  
İÇİN BİR YAKLAŞIM YÖNTEMİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Zeynep Ece OKAN**

**Anabilim Dalı: Deniz Teknolojisi Mühendisliği**

**Programı: Deniz Teknolojisi Mühendisliği**

**Tez Danışmanı: Doç.Dr. Barbaros OKAN**

**KASIM 2007**

**DÜŞÜK VE ORTA HIZLI GEMİLERİN DALGA  
DİRENCİ KARAKTERİSTİĞİNİN BELİRLENMESİ  
İÇİN BİR YAKLAŞIM YÖNTEMİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Zeynep Ece OKAN**

**(508991056)**

**Tezin Enstitüye verildiği Tarih : 15 Eylül 2007**

**Tezin Savunulduğu Tarih : 9 Kasım 2007**

**Tez Danışmanı: Doç. Dr. Barbaros OKAN**

**Jüri Üyeleri: Prof.Dr. Reşat BAYKAL**

**Prof.Dr. Ömer GÖREN**

**KASIM 2007**

## **Önsöz**

Bu çalışmada gemilerin dalga direncinin lineer teori yöntemiyle çözümü sonucu gemi formunun direnç karakteristiği hakkında bir fikir edinmek amaçlı yapılan programın sonuçlarının değerlendirilmesi yapılmıştır.

Yüksek lisans tez çalışması sırasında bana her türlü yardım ve desteğini esirgemeyen ve beni yüreklendiren değerli hocam Doç. Dr. M. Barbaros OKAN'a sonsuz teşekkürleri bir borç bilirim.

Ayrıca bütün çalışmam sırasında beni destekleyen sevgili eşime, anneme ve ben bilgisayar başındayken anlayış gösteren tatlı oğullarıma çok teşekkür ederim.

Z. Ece Okan  
Kasım 2007

## İÇİNDEKİLER

Önsöz	ii
İçindekiler	iii
Şekil Listesi	iv
Sembol Listesi	v
Özet	vi
Summary	vii
1. Giriş	1
1.1 Gemi direncinin tanımı ve Bileşenleri	1
1.2 Dalga direncinin hesabı ile ilgili çalışmalar	4
2. Temel Denklemler	7
2.1 Sınır değer problemi	7
2.1.1 Serbest su yüzeyi sınır şartı	8
2.1.2 Gemi yüzeyi sınır şartı	10
2.1.3 Radyasyon sınır şartı	12
2.2 Dalga Direncinin Momentum Korunumu İle Hesabı	12
3. Sayısal Çözüm Yöntemi	19
3.1. Hız Potansiyelinin Çözümü	19
3.2. Gemi Direncinin Momentum Yöntemi İle Hesabı	38
4. Çözüm Yönteminin Gemi Formlarına Uygulanması	41
4.1 Wigley Parabolik Formu	41
4.2 Seri-60 Gemi Formu	45
4.3 Tanker Formu	49
5. Sonuçlar	53
Kaynaklar	55

## Şekil Listesi

Şekil 1 : Problemin incelenmesinde kullanılan eksen takımı	: 7
Şekil 2 : Kartezyen koordinatın ayrılması	: 25
Şekil 3 : Panel elemanlarının ayrılması	: 32
Şekil 4 : Green fonksiyonundaki tekilliğin limit haldeki tanımı	: 34
Şekil 5: Wigley parabolik formunun endazesi	: 42
Şekil 6: Wigley parabolik formuna ait panellerin endaze üzerinde dağılımı	: 42
Şekil 7: Wigley parabolik formuna ait panellerin üzerinde basınç katsayısı Dağılımı	: 43
Şekil 8: Wigley Parabolik formu boyunca farklı Froude sayılarında dalga profili karşılaştırması	: 44
Şekil 9 : Wigley formu için Dalga direnci katsayısı	: 45
Şekil 10: Blok katsayısı 0.65 olan Seri60 formunun endazesi	: 46
Şekil 11: Seri 60 formuna ait panellerin endaze üzerinde dağılımı	: 46
Şekil 12: Froude sayısı 0.298 için Seri 60 formuna ait panellerin üzerinde basınç katsayısı dağılımı	: 47
Şekil 13: Seri 60 Formu boyunca farklı Froude sayılarında dalga profili karşılaştırması	: 48
Şekil 14 : Seri 60 formu için Dalga direnci katsayısı	: 49
Şekil 15: Hesaplamalarda kullanılan tanker formunun endazesi	: 50
Şekil 16: Tanker formuna ait panellerin endaze üzerinde dağılımı	: 50
Şekil 17 : Tanker formuna ait panellerin üzerinde basınç katsayısı dağılımı	: 51
Şekil 18 : Örnek gemi formu için Dalga direnci katsayısı	: 52

## Sembol Listesi

$R_T$  = Toplam Direnç

$C_T$  = Toplam direnç katsayısı

$\Phi$  = hız potansiyeli

$\zeta$  = dalga yüksekliği

$R_W$  = Dalga Direnci

$C_W$  = Dalga direnci katsayısı

G = Green fonksiyonu

$\sigma$  = Kelvin kaynak

## Özet

Bu çalışmada, gemi dalga direncinin gemi yüzeyine dağıtılmış Kelvin kaynaklarından yararlanarak hesaplanması anlatılmaktadır. Kelvin Kaynaklarının entegrasyonu için çok daha basit bir hesap yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca direnç hesabı için basınç entegrasyonu yanı sıra momentum korunumu ile de hesap yapılması ve alınan sonuçların karşılaştırılması öngörülmüştür. Hesabı yapmak için bir program yazılmış ve bu program kullanılarak Wigley parabolik gemi formu, Seri-60 gemi formu ve 10000 DWT'lik bir örnek gemi formunun dalga direnç değerleri hesaplanmıştır. Direnç hesabı yapılırken iki yöntem kullanılmıştır. Bunlardan bir tanesi basınç entegrasyonu yöntemi diğeri de enine dalga kesiti metodu olmaktadır. Çıkan sonuçların gemi formunun direnç karakteristiği ile ilgili olarak doğru yönlendirmeleri yapıp yapmadığına bakılmıştır. Çıkan sonuçlarla ilgili olarak değerlendirmeler verilmiştir. Panel sayısı arttırılarak özellikle dalga profili salınımlarının daha düzeltilebileceği düşünülmektedir.

Gemi formunu tanımlarken özellikle baş ve kıç taraflarda panellerin kareye yakın formları bozulmaktadır. Bunu aşabilmek için geminin baş ve kıç tarafları iki ayrı parçaya bölüp sonuçta birleştirme vasıtasıyla çözüm denemenin sonuçları iyileştirmede etkin bir rol oynayacağı düşünülmektedir. Bu tip bir çalışma yapılarak programa eklenebilir.

Programa bazı eklemeler yapılması sonuçları olumlu yönde etkileyebilir. Bunlardan bir tanesi basınç entegrasyonu yönteminde dalga yüksekliklerinin katkısını da eklemek olabilir.

Ayrıca su çekimi ve trim değişiklikleri de hesaba katılarak daha hassas sonuçlar bulunması sağlanabilir.

Sonuç olarak dizaynerin oluşturduğu formun direnç karakteristiğini görmesi ve formu hakkında fikir sahibi olabilmesi açısından program tatmin edici sonuçlar vermektedir. Fakat güç hesabına geçilmesi için yeterli uyum yoktur.

## Summary

In this study, the aim is to calculate the wave resistance by using Kelvin source and with a simpler entegration method to give the designer an idea of the resistance of the hull form developed. A computer program is developed by using a simple entegration method and wave resistance is calculated by using pressure integration and wave cut methods. The results are compared with the model test results. The forms used during calculation are Wigley Parabolic form, Series 60 form and an tanker of 10000 DWT. The wave resistance results are compared with model test results and they have the similar characteristics but they do not give satisfactory numarical approach. As a conclusion it is found out that the wave resistance results catch the characteristic of the curve of model test results. But for accuracy of the numerical results it is not suitable to use the results for power calculations



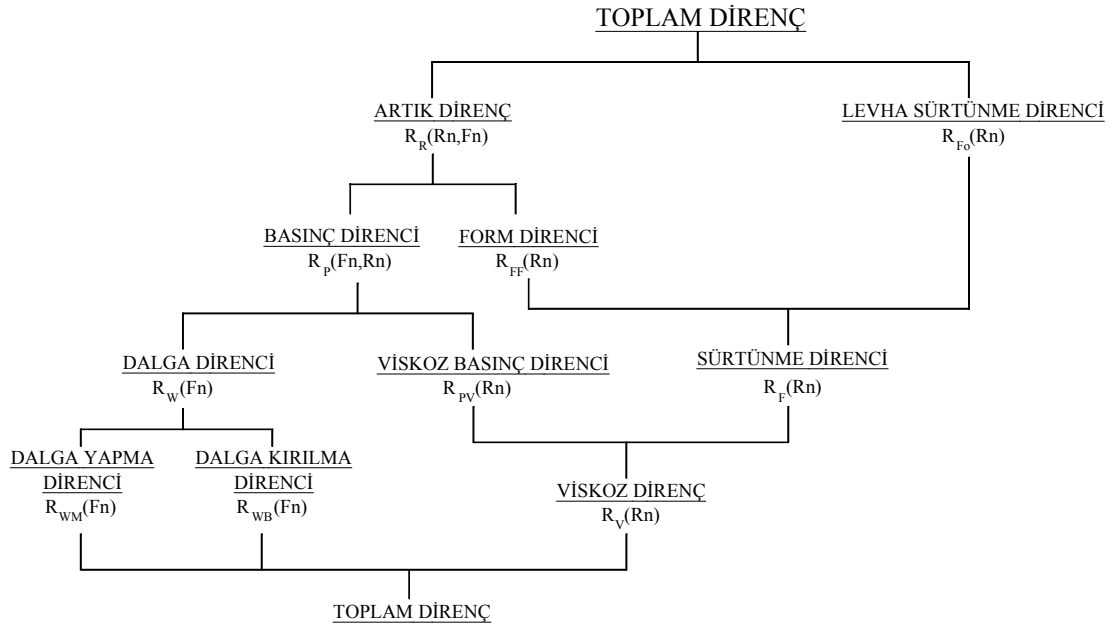
## 1. Giriş

### 1.1 Gemi direncinin tanımı ve Bileşenleri

Gemi form dizaynında gemi direncinin belirlenmesi her zaman en önemli unsurlardan biri olmuştur. Dizaynerler oluşturdukları formları model deney aşamasına getirmeden önce formları hakkında direnç, stabilite, yaralı stabilite ve mukavemet gibi sonuçları görerek formlarında gerekli geliştirme ve düzeltmeleri yapma ihtiyacını duymuşlardır. Şüphesiz ki tüm bu sonuçlar içerisinde ulaşılması en zor sonuçlardan bir tanesi dalga direnci sonuçlarıdır. Gemiye, bulunduğu akışkan içerisinde etki eden pek çok faktör olmasından dolayı bunların çözümünü yapıp doğru sonuçlar elde etmek yıllardır üzerinde çalışılan bir problem olmuştur. Pek çok bilim adamı bu konuyla ilgilenmiş ve çeşitli yaklaşımlarla sorunu çözmeye çalışmışlardır.

Bir geminin herhangi bir hızla hareket etmesi sırasında, bulunduğu akışkan ortamından geminin hareketine karşı gösterilen karşı kuvvete direnç denir. Bu durumda bir geminin direncini içinde yüzmekte olduğu su ile su üzerinde etrafını kuşatan havadan dolayı ortaya çıkan hareket doğrultusundaki zıt kuvvetlerin toplamı olarak tanımlayabiliriz. Bu şekilde tanımlanan direnci hesaplamak oldukça güç ve karmaşıktır. Bu nedenle direnci bileşenlerine ayırmak gelenek olmuştur. Su üzerinde hareket eden bir cisim veya gemi incelendiğinde geminin baş tarafından itibaren su yüzeyinin dalgalandığı görülmektedir. Geminin hızı değiştikçe bu dalgalanmanın gemiye göre durumunda değişimler olmaktadır. Olay daha yakından incelendiği zaman cismin kenarı ile suyun temas ettiği bölgede suyun bir kısmının gemi ile hareket ettiği ve gemi kenarından uzaklaştıkça bu durumun kaybolduğu görülmekte ve geminin bazı bölgelerinde ise bir takım su çevrilerinin oluştuğu görülmektedir. Aynı durum geminin su yüzeyinde kalan bölümünde atmosferle arasında olmaktadır. Gemi yüzeyine etki eden kuvvetlerin hareket doğrultusundaki bileşeni geminin toplam direncini vermektedir. Bu kuvvetler iki grupta toplanabilirler. Birincisi normal kuvvetler ki bunlar meydana gelen basınç direncidir, ikincisi de teğet kuvvetler. Bunlar da meydana gelen sürtünme direncidir. Eğer geminin hareketinde sarfedilen enerji yönünden probleme bakılırsa şu bağıntıyı yazabiliriz.

Toplam direnç = Dalga direnci + viskoz direnç [1,2]



Gemi ile birlikte hareket eden bir kısım akışkan bölgesinin bulunması yani başka bir deyişle kenar tabakanın olmasından dolayı basınç direncinde artışlar olur. Buna viskoz basınç direnci diyoruz. Bu durumda geminin toplam direncini aşağıdaki gibi bileşenlere ayırabiliriz.

Bu genel tanımdan anladığımız gibi arta kalan direnç kısmı viskozite etkileri dolayısıyla oluşan sürtünme ve girdap dirençlerinden oluşur. Bu tanımda yetersiz olan kısım toplam direncin ne şekilde dalga ve viskoz direnç bileşenlerine ayrılacağını açıklayamamasıdır. Eğer basit bir boyut analizi yaparsak gemi direncinin Reynold ve Froude sayılarının karışık ve kapalı birer bağılısı olduğunu görebiliriz.

$$R_T = f(\rho, \mu, g, L, V) \quad (1.1)$$

Burada V gemi hızı, L gemi boyu,  $\rho$  özgül kütle,  $\mu$  kinematik viskozite, g yerçekimi ivmesidir. Bu fonksiyon en genel şekilde

$$R_T = \sum K(\rho^a L^b V^c \mu^d g^e) \quad (1.2)$$

olarak yazılabilir. Denklemin her iki tarafındaki boyutların homojen olması prensibine uygulandığında

$$R_T = \rho V^2 L^2 \sum K \left( \frac{VL}{\nu} \right)^{-c} \left( \frac{gL}{V^2} \right)^e$$

bulunur. Burada  $R_n$  Reynolds sayısı Fn de Froude sayısıdır ve aşağıdaki gibi

tanımlanmışlardır.

$$R_n = \frac{VL}{\nu} \quad F_n = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

Gemi yüzeyini karakterize eden ıslak alanı yaklaşık olarak  $L^2$  olarak kabul edersek toplam direnç katsayısını şu şekilde bulabiliriz :

$$C_T = \frac{R_T}{\rho \frac{V^3 L^2}{2S}} = \sum K_m \left(\frac{VL}{\nu}\right)^m \cdot \sum K_n \left(\frac{V}{\sqrt{gL}}\right)^n \quad (1.3)$$

Buradaki S ıslak alanı ifade etmektedir. (1.3) denklemini kısaca şu şekilde de yazabiliriz :

$$C_T = f(R_n, F_n) \quad (1.4)$$

(1.4) denkleminde eğer yerçekimi bağılı olan Froude sayısını dikkate almazsak geriye Reynold sayısının bağılı olan viskoz direnç katsayısı kalır.

$$C_V = \frac{R_V}{\rho \frac{V^3 L^2}{2S}} = f_1(R_n) \quad (1.5)$$

(1.5) denkleminde viskozite etkilerini de ihmal edersek elde edeceğimiz katsayı dalga direnci katsayısı olacaktır.

$$C_W = \frac{R_W}{\rho \frac{V^3 L^2}{2S}} = f_2(F_n) \quad (1.6)$$

Bu durumda toplam direnç viskoz dirençle dalga direncinin toplamı şeklindedir.

$$R_T = R_V + R_W \quad C_T = C_V + C_W \quad (1.7)$$

Froude'a göre toplam direnç sürtünme ve artık direncin toplamı şeklindedir

$$R_T = R_F + R_R \quad C_T = C_F + C_R \quad (1.8)$$

(1.3) denkleminde görüldüğü gibi toplam direncin içinde Froude ve Reynold sayılarının çarpımları olan ifadeler bulunmaktadır. (1.3) denklemini seriye açtığımız takdirde  $f_2$ 'den sonra gelen terimler viskoz ve dalga direncinin karşılıklı etkileri olmaktadır.

$$C_T = f_1(R_n) + f_2(R_n) + f_3(R_n, F_n) + \dots \quad (1.9)$$

Direncin bileşenleri olan viskoz ve dalga dirençlerini tanımlayalım.

Viskoz direnç bileşeni girdap, girdap ve türbülanslı sürtünme oluşturulmak suretiyle harcanan enerjiye, dalga direnci yerçekimi dalgalarını oluşturmak için harcanan enerjiye karşılık gelir. Gemi için bu iki direnç bileşeninin toplamı geminin harcadığı toplam enerjiye eşittir. Fakat yine de viskoz ve dalga direncinin Froude ve Reynold sayılarının ortak etkilerinden bağımsız olamayacakları kabul edilmiştir.

$$C_T = C_V(R_n, F_n) + C_W(F_n, R_n) \quad (1.10)$$

(1.10) denklemini gereğince direncin hesaplanması çok zor olacağından viskoz ve dalga dirençlerinin birbirlerinden bağımsız olabilecekleri kabul edilmiştir. Ve (1.10) denklemini aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$C_T = (1 + K)C_f(R_n) + C_W(F_n) \quad (1.11)$$

Bu denklemdeki K form faktörüdür. Direnci viskozitesiz bir ortamda incelersek su yüzeyinde geminin ileri hareketinde dalgaların oluşmasıyla gemi yüzeyinde normal basınç kuvvetleri doğar. Tekneyi etkileyen bu basınç kuvvetlerinin gemi hareketi doğrultusundaki bileşenleri hesaplanan tekne form direncini yani dalga direncini verir.

Eğer direnci viskoz bir ortamda incelersek su yüzeyinde hareket eden gemi için su yüzeyinde oluşan dalgalar nedeniyle viskoz dirence ek olarak gemi yüzeyinde ek basınçlar doğar. Bu basınçların hareket doğrultusundaki bileşenlerinin gemi yüzeyi boyunca integrasyonu dalga direncini verir. Su yüzeyinde ilerleyen bir gemiyi etkileyen bu direnç sürtünme ve viskoz basınç dirençlerine ek bir dirençtir.

Bu çalışmada akışkanın viskozitesiz olduğu kabul edilmiş ve çalışmalar bu kabul doğrultusunda sürdürülmüştür.

## 1.2 Dalga direncinin hesabı ile ilgili çalışmalar

Gemilerin dalga direnciyle ilgili olarak yapılan teorik çalışmaları Sabuncu [3] ve Aldoğan[4] oldukça ayrıntılı olarak vermişlerdir. Gemi direncinin araştırmasına ilk olarak Froude başladı. H.M.S Greyhound gemisi üzerinde yaptığı araştırmalar model deneylerinin kullanılmaya başlanmasına önayak olmuştur. Froude sürtünme ve dalga

direncini ayrı ayrı değerlendirmiş ve model deneylerinde bulunan sonuçları gemilere uyguladı. Onun bu çalışmaları daha sonraları yapılacak olan gemi model deneyleri için temel oluşturmuştur.

Froude zamanında gemi dalga direncinin teorik olarak hesaplanması neredeyse imkansızdı. Daha sonra J.H. Michell 1898'de sakin suda viskozitesiz bir akışkanda hareket eden bir geminin dalga direncini bazı basitleştirmeler yapma suretiyle hesaplamıştır. Yapmış olduğu basitleştirme lineerleştirmedir. En önemli kabulü herhangi bir noktadaki gemi yüzeyine teğet düzlemin gemi orta simetri düzlemiyle yapmış olduğu açının ihmal edilebilir olmasıdır.

Teorik çalışmalarda geminin viskozitesinin ihmal edilmesi sonuçları gerçekten biraz saptırmaktadır. Viskozite ihmal edilmediği takdirde problemin çözümü hemen hemen imkasız bir hale gelmekte olduğundan bu ihmalin yapılması zorunludur.

Michell'dan sonra direnç hesaplarıyla ilgilenen ve bu konuyu geliştiren araştırmacı Havelock olmuştur. Havelock Michell'in çalışmalarını incelemiş ve Green fonksiyonlarını temel alan yeni bir metod geliştirmiştir. Ayrıca kaynak, kuyu gibi tekilliklerin sıvı içindeki hareketlerinde oluşan dalga direncini teorik olarak formüle etmiştir. Havelock'un tüm çalışmalarında akımdaki pertürbasyon hızlarının çok küçük olduğu kabulü yapılmıştır.

Dirençle ilgili olarak çalışmalar yapan bir başka araştırmacı da Wigley'dir. Wigley elemanter formları deneyerek bunların gerçek gemilere ne derece bir yakınsama sağladığını araştırmıştır. Başka bir araştırmacı olan Newman ise baştan gelen dalgalarda dalıp-çıkma ve baş-kıç vurma hareketlerini irdelemiş olup bunlar yardımıyla hidrodinamik kuvvetleri belirlemiştir.

Michell ayrıca sonlu derinlikte suda ilerleyen gemiler için dalga direnci formülü verememekle birlikte Fourier metodunun dar gemilere nasıl uygulanacağını belirlemiştir. Michell'dan sonra Sretenskii sonlu derinlik için ilk defa Green fonksiyonunu hesaplamıştır.

Daha sonraları Havelock dalga direnci probleminin çözümünde Kelvin kaynak dağılımını kullanarak lineer olmayan sınır koşullarının gözönüne alınabilmesini kolaylaştırmış ve ardından daha yüksek mertebeden sınır koşullarını da gözönüne alan çeşitli çalışmalar yapılmıştır [4]. Gemi yüzeyinin analitik olarak tanımlanması ve bu yüzey üzerine kaynak dağıtılarak hesap yapılması çok güç olduğu için yapılan çalışmaların hepsinde gemi yüzeyindeki koşul lineerleştirilerek orta simetri düzlemine indirgenmiştir.

Bilgisayarların gelişmesiyle birlikte Hess ve Smith [5] herhangi bir cisim etrafındaki potansiyel akımı cisim yüzeyini tek bir yüzey yerine yüzeyi temsil eden çok sayıda paneller üzerine dağıtılmış Rankine kaynakları yardımıyla belirlemeyi başarmışlardır. Bu gelişmeyi takiben diğer araştırmacılar Kelvin kaynaklarını benzer şekilde kullanarak gemi direnci probleminin çözümü için sayısal bir yöntem geliştirmişlerdir [6]. Bu çalışmalarından sonra gemi yüzey koşulunun lineerleştirilme zorunluluğu ortadan kalkmış ve gemi yüzey üzerinde hızları hesaplayabilmeyi başarmışlardır. Bu gelişme sonucunda lineer teori ile hesaplanması olanaksız olan sintine dönümü bölgelerindeki akımın yönünün belirlenmesi mümkün olmuştur.

Bu tezde yapılan çalışmada gemi dalga direncinin gemi yüzeyine dağıtılmış Kelvin kaynaklarından yararlanarak hesaplanması anlatılmaktadır. Bu amaçla geliştirilmiş olan daha önceki yöntemler çoğunlukla Kelvin kaynaklarının hesabı için karmaşık Cauchy entegrallerinden yararlanmakta ve direnç hesabını basınç entegrasyonu yöntemi ile gerçekleştirmektedir [6]. Bu çalışmada Kelvin Kaynaklarının entegrasyonu için çok daha basit bir hesap yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca direnç hesabı için basınç entegrasyonu yanı sıra momentum korunumu ile de hesap yapılması ve alınan sonuçların karşılaştırılması öngörülmüştür. Bu amaçla bir bilgisayar programı geliştirilmiş ve bazı gemi formlarının direnç hesabı yapılarak elde edilen sonuçlar model deney sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. İkinci Bölümde kullanılan temel denklemler ve dalga direnci hesabı ele alınmaktadır. Sayısal çözüm yöntemi Üçüncü Bölümde anlatılmakta, örnek gemiler için yapılan hesaplarla deney sonuçlarının karşılaştırılması Dördüncü bölümde verilmektedir. Son Bölüm alışmadan elde edilen sonuçlara ayrılmıştır.

## 2. Temel Denklemler

### 2.1 Sınır değer problemi

Dalga direncinin teorik olarak hesabında geminin bulunduğu eksen takımı Şekil 1’de gösterilmiştir. Bu eksen takımına göre Oxy düzlemi sakin su yüzeyindedir. Ox eksenini gemi hareketi yönüne paraleldir. Bu şekilde  $z=0$  düzlemi sakin su yüzeyini karakterize eder. Bu yüzeyin dalgalarla deforme olmuş durumunu  $z=\zeta(x,y)$  denklemiyle gösteririz.  $\phi(x,y,z)$  şeklinde bir hız potansiyelinin var olduğunu kabul ediyoruz böylece hız potansiyeli



Şekil 1 : Problemin incelenmesinde kullanılan eksen takımı

$$\Phi(x, y, z) = Vx + \phi(x, y, z) \quad (2.1)$$

şeklinde belirlenmiş olur. Burada  $\phi(x,y,z)$  üniform akım içindeki cismin varlığı dolayısıyla oluşan perturbasyon hız potansiyelidir.  $Vx$  de negatif x eksenini yönünde ilerleyen bir akımın potansiyelidir. Bu halde akışkanın herhangi bir noktasındaki hız vektörü hız potansiyelinden şu şekilde türetilebilir:

$$\vec{v} = -\nabla\Phi(x, y, z) = -V - \nabla\phi(x, y, z) \quad (2.2)$$

(2.2) denklemi yardımıyla ox, oy ve oz doğrultusundaki hız bileşenleri

$$u = -(V + \phi_x) \quad v = -\phi_y \quad w = -\phi_z \quad (2.3)$$

olarak bulunur. Burada indisler kısmi türevi göstermektedir. Bu potansiyelin belirlenmesi sınır değer problemini oluşturmaktadır.

Potansiyelin çözümü için bölgede geçerli olacak denklem potansiyel akımda süreklilik şartından elde edilir. Bu şart gereği toplam hızın diverjansı sıfır olmalıdır. Yani

$$\nabla \cdot \vec{v} = -\nabla^2 \Phi(x, y, z) = \phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \quad (2.4)$$

Görüldüğü gibi bölgede geçerli denklem bir Laplace diferansiyel denklemine indirgenmiş olur. Sınır değer probleminin çözümü için ayrıca bölgenin sınırlarını oluşturan yüzeyler üzerinde de sağlaması gerekli koşullar vardır. Bölgenin sınırlarını oluşturan yüzeyler serbest su yüzeyi, gemi yüzeyi ve bölgenin dış yüzeyini oluşturan Radyasyon yüzeyidir. Bu yüzeyler üzerindeki koşulları sırasıyla ele alalım.

#### 2.1.1 Serbest su yüzeyi sınır şartı

Serbest su yüzeyi geminin ileri hareketi sırasında sabit kalmayıp deformasyona uğrar. Bu yüzeyi genel olarak

$$F(x, y, z) = z - \zeta(x, y) = 0 \quad (2.5)$$

denklemi ile gösterebiliriz. Burada  $\zeta(x, y)$  gemiye bağlı eksen takımında serbest su yüzeyindeki deformasyonların yükseklikleridir. Dolayısı ile  $\phi$  potansiyeli yanı sıra  $\zeta$  serbest su yüzeyi deformasyonları da bilinmeyen olarak probleme dahil olur. Böylece problemin çözümü için serbest su yüzeyinde iki koşul gereklidir. Potansiyele ilaveten deniz yüzeyi de bir bilinmeyendir. Dolayısı ile serbest su yüzeyinde problemin çözülmesi için iki koşul gereklidir.

$$F(x, y, z) = z - \zeta(x, y) = 0 \quad (2.5)$$

Buna göre sınır şartlarımız şu şekilde olur:

Birinci koşul deniz yüzeyinin maddesel bir yüzey olduğunu ifade eden kinematik koşuldur. Bu koşul gereği serbest su yüzeyindeki bir nokta daima bu yüzey üzerinde kalır. Dolayısı ile hareketi takiben alınan türevi sıfır olur. Yani;

$$\frac{DF}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla F = 0 \quad (2.6)$$

Serbest su yüzeyinin  $F(x, y, z) = 0$  denklemi zamana açık olarak bağlı olmadığından



$$\frac{\partial F}{\partial t} = 0$$

Diğer taraftan (2.5) denklemini gözönüne alınırsa

$$\nabla F = -\frac{\partial \zeta}{\partial x} \underline{i} - \frac{\partial \zeta}{\partial y} \underline{j} + k \quad (2.7)$$

elde edilir. Ayrıca  $\underline{v}$  hızının (2.3) ile verilen bileşenleri gözönüne alınırsa

$$\frac{DF}{Dt} = \left[ -(V + \phi_x) \underline{i} - \phi_y \underline{j} - \phi_z \underline{k} \right] (-\zeta_x \underline{i} - \zeta_y \underline{j} + \underline{k}) = 0 \quad (2.8)$$

$$(V + \phi_x) \zeta_x + \phi_y \zeta_y - \phi_z = 0 \quad (2.9)$$

Bu koşula serbest su yüzeyinin kinematik koşulu denir.

İkinci koşulu ise serbest su yüzeyindeki basıncın sabit ve atmosferik basınca eşit olmasından elde ederiz. Herhangi bir noktada basınç

$$p = p_0 + \frac{\rho}{2} \underline{v} \cdot \underline{v} - \rho g z \quad (2.10)$$

olarak verilir. Serbest su yüzeyi üzerinde

$$z = \zeta(x, y)$$

$$\underline{v} = -[V + \phi_x] \underline{i} + \phi_y \underline{j} + \phi_z \underline{k} \quad (2.11)$$

olduğu için

$$p = p_0 + \frac{\rho}{2} \underline{v} \cdot \underline{v} - \rho g \zeta \quad (2.12)$$

Burada p sabit olur ve bunu genelliği bozmaksızın sıfır olarak kabul edebiliriz. Diğer taraftan sonsuz uzaklıktaki basınç değeri  $p_0$ 'ı da bulmak gerekir. Sonsuz uzaklıkta herhangi bir perturbasyon olmadığı için;

$$\underline{v} = -V_i, \quad z = 0 \text{ olacağı için } p_0 = -\frac{\rho}{2} V^2 \quad (2.13)$$

Böylece serbest su yüzeyine ait dinamik sınır koşulu

$$-\frac{\rho}{2} V^2 + \frac{\rho}{2} \left[ -(V + \phi_x)^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2 \right] - \rho g \zeta = 0 \quad (2.14)$$

$$\zeta = \frac{1}{2g} - V^2 + \left[ (V + \phi_x)^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2 \right] \quad (2.15)$$

şeklinde elde edilir.

Her iki koşul da nonlinear olduğundan problemin çözümü oldukça zordur. Problemi çözülebilir hale getirebilmek için bu iki koşulu da lineerleştirmek gerekir. Bunun için  $\phi$  perturbasyon potansiyeli ve  $\zeta$  serbest yüzey dalgalarının  $\varepsilon$  mertebesinde olduğunu ve  $\varepsilon^2$  mertebesindeki terimlerin sıfıra gittiğini kabul ederiz. Bu durumda (2.9) denklemiyle verilen kinematik sınır koşulu;

$$(V + \varepsilon\phi_x)\varepsilon\zeta_x + \varepsilon\phi_y - \varepsilon\phi_z = 0 \quad (2.16)$$

$$\varepsilon V \zeta_x + \underbrace{\varepsilon^2 \phi_x \zeta_x}_0 + \underbrace{\varepsilon^2 \phi_y \zeta_y}_0 - \varepsilon \phi_z = 0 \quad (2.17)$$

$$V \zeta_x - \phi_z = 0 \quad (2.18)$$

şeklini alır.

Ayrıca (2.15) denklemiyle verilen dinamik sınır koşulu da

$$\varepsilon\zeta = \frac{1}{2g} \left[ -V^2 + (V^2 + 2\varepsilon V \phi_x + \underbrace{\varepsilon^2 \phi_x^2}_0) + \underbrace{\varepsilon^2 \phi_y^2}_0 + \underbrace{\varepsilon^2 \phi_z^2}_0 \right] \quad (2.19)$$

$$\zeta = \frac{V}{g} \phi_x \quad (2.20)$$

şeklini alır. Dinamik koşulun x doğrultusundaki türevi alınıp elde edilen  $\zeta_x$  değeri kinematik koşulda yerine koyulursa lineerleştirilmiş serbest su yüzeyi koşulu

$$\frac{V^2}{g} \phi_{xx} - \phi_z = 0 \quad (2.21)$$

olarak bulunur.

### 2.1.2 Gemi yüzeyi sınır şartı

Gemi yüzeyi serbest su yüzeyinden farklı olarak herhangi bir değişikliğe uğramayan maddesel bir yüzeydir ve gemi formu verildiği için belirlidir. Bu nedenle bu yüzey üzerinde sadece bir sınır koşulu yeterli olur. Bu koşul da gemi yüzeyi üzerinde olan bir su zerresinin daima bu yüzey üzerinde kalacağını, bir diğer ifade ile maddesel

yüzeyin su sızdırmadığını ifade eden kinematik koşuldur. Gemi yüzeyini lineer teoride verileden farklı olarak

$$B(x,y,z) = 0$$

şeklinde ifade edecek olursak bu yüzeyin zamanı takiben alınan türevi sıfır olmalıdır.

$$\frac{DB}{Dt} = \frac{\partial B}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla B = 0 \quad (2.22)$$

Gemi yüzeyinin problemin incelendiği eksen takımında zamana bağlı olmadığı göz önüne alındığında gemi yüzeyi sınır koşulu

$$-(V + \phi_x)B_x - \phi_y B_y - \phi_z B_z = 0 \quad (2.23)$$

halini alır. Burada gemi yüzeyinin dış normalinin

$$\vec{n} = \frac{B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k} \quad (2.24)$$

olacağı da göz önüne alınırsa gemi yüzeyi sınır koşulu

$$\phi_x n_x + \phi_y n_y + \phi_z n_z = -V n_x \quad (2.25)$$

şeklini alır.

Gemi yüzeyi üzerinde dinamik yüzey koşulunun uygulanması ise bu yüzey üzerindeki basınç dağılımını verir. Bu koşul uygulanırken aynı z noktası göz önüne alındığından herhangi bir noktada

$$p - p_o = \frac{\rho}{2} [V^2 - \vec{v} \cdot \vec{v}] \quad (2.26)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemden hareketle geminin S ıslak yüzeyini de kullanarak basınç katsayısı  $C_p$ 'yi

$$C_p = \frac{p - p_o}{\rho S V^2} = \frac{1}{2S} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\phi_x}{V^2} \right)^2 - \left( \frac{\phi_y}{V^2} \right)^2 - \left( \frac{\phi_z}{V^2} \right)^2 \right] \quad (2.27)$$

olarak tanımlayabiliriz. Gemi yüzeyinde basıncın integrali gemiye etki eden kuvvetleri ve bu kuvvetlerin x doğrultusundaki bileşeni de bize direnci verir. Direnç katsayısı  $C_w$  de

$$C_w = \iint_B C_p dS$$

denkleminde elde edilir.

### 2.1.3 Radyasyon sınır şartı

Radyasyon koşulu gemiden ileriye doğru dalgaların ancak sınırlı bir mesafeye kadar gidebildikleri, geminin arkasına doğru ise sonsuza kadar gitmekle birlikte bu dalgaların daima sınırlı kaldıklarını ifade eder. Bu koşulun uygulanması çözümün tekliğini garanti eder ve

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, z; a, b, c) \rightarrow 0 \text{ denklemleri ile verilir.}$$

Bunların dışında deniz dibi koşulu da radyasyon koşulu gibi ele alınabilir. Deniz çok derin olduğu için bu koşul gereği çok derinlerde hareketin sönmesi şartıdır. Bu koşul da

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{\partial \phi}{\partial z}(x, y, z; a, b, c) \rightarrow 0$$

şeklinde yazılır.

## 2.2 Dalga Direncinin Momentum Korunumu İle Hesabı

Gemilerin dalga direncini gemi yüzeyinde basınçların entegrasyonu ile hesaplayabildiğimiz gibi momentum korunumu yasasına bağlı olarak da hesaplayabilmek mümkündür [7].

Akışkan üzerinde sabit bir koordinat sistemimizi alalım. Oz yerçekiminin karşı yönünde, Ox hareket yönünde, Oy iskele yönünde. Oxy sakin su yüzeyini ile aynı

yüzevidir. Viskozitesiz bir akışkan için  $\mu = 0$  olur. Bu durumda gerilme tensörü şu şekilde yazılır;

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} \quad (2.28)$$

Burada indis notasyonu kullanılmakta ve i,j,k indisleri x,y ve z doğrultularını ifade etmekte, mutlak hareketin hız bileşenleri  $u_i \Rightarrow -(V + \phi_x), -\phi_y, +\phi_z$  değerlerini almakta ve  $u_{i,j}$  kısmi türevi göstermektedir. Öte yandan  $\delta_{ij}$  de Kroneker deltası olup  $i = j$  iken 1 aksi halde 0 değerini alır. Ayrıca tekrarlanan indisler bu indisler üzerinde toplama işlemini gösterirler.

Hız bileşenleri aşağıdaki denklemleri sağlamalıdır.

$$u_{i,i} = 0 \quad \nabla \cdot \vec{v} = 0$$

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} - \rho g z = -p_i - \rho g \delta_{i3} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.29)$$

S yüzeyinin herhangi bir noktasındaki hız  $V = (U_1, U_2, U_3) = (U, V, W)$  ise, gemi yüzeyindeki sınır koşulu bu durumda

$$\vec{v} = V \quad (\text{S yüzeyinde}) \text{ olur.}$$

Viskozitesiz bir akışkan için sadece kinematik şart :

$$-\vec{v} \cdot \vec{n} = V_0 \cdot \vec{n}_x$$

Yüzey gerilmelerini gözardı ederiz, ayrıca kavitasyonu da gözönüne almadığımızdan bu durumda serbest yüzeyde dinamik sınır şartı daha basit olan şu hali alır :

$$\tau_{ij} n_j = -p n_i = 0 \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.30)$$

Ek olarak kinematik şart da sağlanmalıdır. Serbest yüzeyini  $z = \zeta(x, y, t)$  şeklinde tanımlarsak bu durumda elde ettiğimiz denklem bildiğimiz

$$\zeta_y(x, z, t)u - v + \zeta_y w + \zeta_t = 0 \text{ denklemdir.}$$

Akışkanın ıslak alan S ile sınırlandığını gözönüne alalım ve  $\Sigma$  olan (muhtemelen hareket eden) bir kontrol yüzeyi düşünelim.  $\Sigma$ 'nın bir kısmı serbest yüzeyden oluşabilir fakat S ve  $\Sigma$ 'nın birleşimi sadece akışkanı sınırlar. Akışkanın V hacmi içindeki toplam momentumu

$$\vec{Q} = \int_V \rho \vec{v} dV \text{ ve momentum değişim oranı}$$

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \int_V (-\rho \vec{v} dV + \int_{S \cup \Sigma} \rho \vec{v} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS \quad (2.31)$$

olur.

$\partial v / \partial t$  yle yer değiştirmek için Navier-Stokes denklemini ve süreklilik denklemi  $u_{i,i} = 0$  'ı kullanırsak elde edeceğimiz denklem;

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{Q}}{dt} &= \int_V [(-\rho \nabla(\vec{v} \cdot \vec{v}) dV - \rho g k + p n_{i,k}] dV + \int_{S \cup \Sigma} \rho \vec{v}(\vec{V} \cdot \vec{n}) dS \\ &= \int_{S \cup \Sigma} [\rho \vec{v}(\vec{V} \cdot \vec{n} - \vec{v} \cdot \vec{n}) + p n_i n_k] dS - \rho g V k \end{aligned} \quad (2.32)$$

Burada  $|V|$  V hacmi olmaktadır.  $\Sigma$ 'un herhangi bir bölümünde ki bu serbest yüzey olmaktadır integranddaki her iki terim de yokolur, böylece  $\Sigma$ 'nın üzerindeki integral sadece batırılmış bölümlere uzanır. S'in üzerindeki integrasyonun ilk bölümü kinematik şarttan dolayı yokolur. Ve geriye kalan yüzey üzerine etkiyen kuvvettir.

$$\vec{F} = - \iint_S p \vec{n} dS$$

Eğer  $\Sigma_c$   $\Sigma$  'un batmış kısmını ifade ederse sonuç olarak elde edeceğimiz denklem.

$$\vec{F} = - \frac{d\bar{Q}}{dt} - \rho g |V| k + \int_{\Sigma_c} [\rho \vec{v}(\vec{V} \cdot \vec{n} - \vec{v} \cdot \vec{n}) - p \vec{n}] dS \quad (2.33)$$

$\Sigma$  yüzeyine gemiyle beraber hareket etme sınırlaması koyar ve V içinde hareketin hız alanının ortalama hareketinin yeterinde uzun sürdüğünü kabul edersek bu durumda  $d\bar{Q} / dt = 0$  olur. Bu bize gemi yüzeyine etki eden ortalama kuvvetin (kontrol yüzeyi  $\Sigma_c$  üzerinde integrali şeklinde) formülünü verir ki burada  $\vec{V} \cdot \vec{n} = V_o n_x$  dir ve U Ox doğrultusunda gemi yüzeyinin hızıdır.

Direnci aşağıdaki gibi ifade ederiz;

$$R = - \int_{\Sigma_c} [\rho u (V_o n_x - \vec{v} \cdot \vec{n}) - p n_x] dS \quad (2.34)$$

Bu formül hiçbir matematiksel yaklaşımın yapılmadığı viskozitesiz akışkan için de geçerli olan tam formüldür. Suyun viskozitesi gözönüne alınsa bile katsayı olarak  $\mu$  terimi diğer terimlerle karşılaştırıldığında çok küçük kalır. Fakat bu yine de integral değerlerinin her durumda aynı olacağı anlamına gelmez çünkü  $u_k$  hızı ve  $p$  basıncı her iki durumda farklı diferansiyel denklemler ve sınır şartları sağlarlar. Burada notasyonda küçük bir değişiklik yapılabilir. Hareket sürekli kabul edildiğine göre geminin referans postasında ki bu Oxyz'dir aşağıdaki tanımları yazabiliriz;

$$\begin{aligned}
u_i(x, y, z, t) &= \tilde{u}_i(\bar{x} - Ut, y, z) = \tilde{u}_i(x, y, z) \\
p(x, y, z, t) &= \tilde{p}(\bar{x} - Ut, y, z) = \tilde{p}(x, y, z) \\
Z(x, y, t) &= \tilde{\zeta}(x - Ut, y) = \tilde{\zeta}(x, z)
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Böylece

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -U \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x} \qquad \frac{\partial u_i}{\partial \bar{x}_k} = \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} \tag{2.36}$$

$\Sigma_c$  için bazı özel seçimler yapmak uygun olacaktır. İlk önce geminin dikdörtgen bir kanal içinde hareket ettiğini varsayalım ve V'nin yan, ön, arka ve alt duvarlarla sınırlı akışkandan oluştuğunu düşünelim. Bu hacmi sınırlayan düzgün alanlardan sancakta olana  $\Sigma_s$ , iskele duvar tarafında olana  $\Sigma_p$ , dipte olana  $\Sigma_H$ , başta olana  $\Sigma_A$  ve kıç tarafta olana  $\Sigma_B$  diyelim. Katı yüzeylerdeki sınır şartlarını ve normal vektörlerin basit formlarını gözönüne alarak (her zaman akışkandan dışarıya doğru gider) elde ettiğimiz denklem;

$$\begin{aligned}
R &= -\int_{\Sigma_A} [\rho u(U - u) - p] dydz \\
&+ \int_{\Sigma_B} [\rho u(U - u) - p] dydz
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Bu formülü  $\Sigma_A$ 'yı gemiden çok çok uzakta önde alarak ve bu şekilde akışkanın hiçbir şekilde hareketlendirilmemesini sağlayarak değiştiriyoruz. Böylece bunu bizim sınır şartlarımızdan biri olarak kabul edebiliriz. Bu durumda integrandda sadece  $p = \rho g z$  kalır ve z-integralinin üst limiti sıfır olur.  $\Sigma_B$  üzerindeki y-integralinin üst sınırının  $\zeta(x_B, y)$  olduğu gerçeğini gözönüne alırsak bu integrali  $\Sigma_A$  integralinin içine yerleştirirsek elde edeceğimiz denklem

$$\begin{aligned}
R &= -\int_{\Sigma_A} [\rho u(V_0 - v) - p - \rho g y] dydz \\
&+ \frac{1}{2} \rho g \int_{z_p}^{z_s} \zeta^2(x_B, y) dz
\end{aligned} \tag{2.38}$$

olacaktır. Buradaki  $x_B$  hareketli  $\Sigma_B$  düzleminin x koordinatıdır ve  $z_p$  ve  $z_s$  sırasıyla  $\Sigma_p$  ve  $\Sigma_s$  duvarlarının z koordinatlarıdır. Son yapacağımız modifikasyon da aşağıdaki gibi bir toplam head tanımlamak olacaktır.

$$\rho g H(x, y, z) = p + \rho g y + \frac{1}{2} \rho \left[ (v - V_0)^2 + v^2 + w^2 \right] \tag{2.39}$$

ve

$$\rho g H_0 = \frac{1}{2} \rho U^2$$

Euler'in integral denklemine göre viskozitesiz bir akışkanın irrotasyonel bir hareketi için her yerde  $H=H_0$ 'dır. Bu durumda  $H - H_0$  viskozite etkisini gösteren bir çeşit ölçüdür. Bu durumda denklemimiz;

$$R = -\int_{\Sigma_B} [\rho g(H - H_0)] dydz + \frac{1}{2} \rho \int_{\Sigma_B} (-u^2 + v^2 + w^2) dydz + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_p}^{z_s} \zeta^2(x_B, y) dz \quad (2.40)$$

Irrotasyonel ve viskozitesiz akışkan için sadece son iki terim kalır.

$$R = \frac{1}{2} \rho \int_{\Sigma_B} (-u^2 + v^2 + w^2) dydz + \frac{1}{2} \rho g \int_{z_p}^{z_s} \zeta^2(x_B, y) dz \quad (2.41)$$

Eğer gemi sonsuz derinlikte ve yatay olarak sınırsız bir akışkan içinde hareket ediyorsa  $\Sigma_c$  kontrol yüzeyini daha önce anlatıldığı gibi dikdörtgenler prizması

$$\text{şeklinde düşünebiliriz. } R = \int_{\Sigma_S} \rho u w dx dy - \int_{\Sigma_P} \rho u w dx dy - \int_{\Sigma_H} \rho v w dx dz \quad (2.42)$$

şeklinde olur.

Dalga direnci ile viskoz direnci ayırmak için şu yol izlenir. (2.40) denkleminin son 2 terimi görünüşte (2.41) denklemiyle uyduğundan bu iki terim dalga direnci olarak tanımlanabilir ve  $\int_{\Sigma_B} \rho g(H_0 - H) dydz$  denklemi viskoz direnç olarak tanımlanabilir.

Yine de (2.40) denklemi serbest yüzey ve yerçekimi olmayan bir akışın için düşünülürse, gerçek viskoz direnç elde edilmesine rağmen aşağıdaki terim hala geçerlidir;

$$\frac{1}{2} \rho \int_{\Sigma_B} (-u^2 + v^2 + w^2) dydz$$

Bu integral viskoz direncin dalga direncinden ayrılmasında bir rol oynamaktadır ve bu konuda yapılan çalışmaların ana fikri bir sınır tabaka ve iz bölgesi olduğu ve bu bölgedeki hız alanının rotasyonel olduğu, fakat bu bölge dışındaki bölgede irrotasyonel olduğu yönündedir. Bu durumda vektör alanları konusundaki bilinen teoremden  $v$  yi şu şekilde ayrıştırabiliriz;

$$v = v_R + v_I \quad \text{burada}$$



$$v_R = \frac{1}{4\pi} \nabla \times \int_{BLW} \frac{\nabla \times v}{r} dv \quad v_I \equiv v - v_R$$

$$\nabla \times v = \nabla \times v_R \quad \nabla \cdot v_R = 0$$

$$\nabla \times v_I = 0 \quad \nabla \cdot v_I = 0$$

$v_I$  irrotasyonel olduğundan  $\phi_I$  hız potansiyelinden oluşturulabilir ( $\nabla \phi_I = v_I$  şeklinde). Tanımında dolayı  $\phi_I$  fonksiyonu akışkanın her yerinde ve BLW dışındaki bölgede tanımlanabilir. Bununla birlikte  $v_R$  de BLW dışında irrotasyonel olduğundan o da bu bölgede  $\phi_R$  hız potansiyeli şeklinde tanımlanabilir. Bu durumda BLW dışında

$$v = \nabla(\phi_I + \phi_R) \text{ olur.}$$

BLW içinde ise bu tanım tutmaz çünkü bu bölgede  $v_R$  irrotasyonel değildir. Yine de BLW içindeki  $\phi_I$ , BLW dışındaki  $\phi_I$ 'nin harmonik devamıdır ve bu durumdan dolayı  $v$  alanının devamlı birinci ve ikinci türevlerle devamlı olduğunu düşünürsek  $v_R$  alanı ve  $v_I$ 'nin aynı özelliklere sahip olduklarını kabul edebiliriz. Bu durumda  $\phi_I$  fonksiyonu akışkanın her yerinde sürekli olacaktır. Şimdi de  $\phi_R$ 'yi harmonik olarak BLW içine uzatalım. Fakat bu uzatma bir süreksizlik olmadan gerçekleşemeyecektir. Uzatılmış  $\phi_R$ 'yi süreksizliğin  $z=0$  düzleminde olacak şekilde tanımlanması uygun olacaktır. Şimdi de bir potansiyel akım tanımlanır;

$$v_P = \nabla(\phi_I + \phi_R) = \nabla \phi_P$$

bu potansiyel her yerde tanımlıdır fakat BLW'de  $z=0$ 'da süreksizliği vardır. Daha sonra iz hız alanı tanımlanır;

$$v_w = v - v_P$$

Geminin ıslak yüzeyinde  $v$  tarafından sağlanan sınır şartı bilinmesine rağmen ( $v = (U, 0, 0)$ ),  $v_P$  ve  $v_w$ 'nin nasıl bir sınır davranışı göstereceği tam anlaşılamamaktadır. Özel olarak irrotasyonel ve viskoz olmayan akışkan için kabul edilen sınır şartı olan  $v_P \cdot n = Un_1$  olmasını bekleyemeyiz çünkü BLW dışındaki  $\phi_P$  S'de katı bir sınır olduğunu bilmemektedir. Tahminen orada geminin baş tarafından başlayan bir S' akıntı yüzeyi bulunmaktadır ve bu şartın sağlanacağı yerde muhtemelen kapalı değildir.

Bu bozulmayı 2.40 denklemine uygulayalım.  $\mu$  ihmal edilebilir olduğundan çıkartılmıştır fakat Reynolds gerilmesi tutulmaktadır.  $\Sigma_c$  kontrol yüzeyi akışkan hacmi V içindeki her türlü süreksizliği çıkartmak için süreksizlik yüzeyinin iki tarafını da içermelidir ve bunun için 2.40 denkleminde değişiklik yapılması gerekmektedir. Ve bu durumda aşağıdaki denkleme ulaşılır;

$$\begin{aligned}
R &= \frac{1}{2} \rho \int_{\Sigma_B} [-u_p^2 + v_p^2 + w_p^2] dydz - \frac{1}{2} \rho \int u_p(x, y, 0) [w_p(x, y, -0) - w_p(x, y, +0)] dx dy \\
&+ \frac{1}{2} \rho g \int_{z_S}^{z_P} \zeta_P^2 dz + \int_{\Sigma_W} [\rho g (H_0 - H) - \rho \overline{u^2}] dydz + \frac{1}{2} \rho \int_{\Sigma_W} [u^2 - u_p^2] dydz \quad (2.43) \\
&+ \frac{1}{2} \rho \int_{\Sigma_W} [v_W^2 + w_W^2 + 2v_p v_W + 2w_p w_W] dydz + \frac{1}{2} \rho g \int [\zeta_W^2 + 2\zeta_P \zeta_W] dz
\end{aligned}$$

Buradaki  $\Sigma_W$ , BLW içinde  $\Sigma_B$ 'nin bir parçasıdır. Yukarıdaki denklemden ilk 3 terimle dalga direncini tanımlarız.

$$\begin{aligned}
R_W &= \frac{1}{2} \rho \int_{\Sigma_B} [-u_p^2 + v_p^2 + w_p^2] dydz - \frac{1}{2} \rho \int u_p(x, y, 0) [w_p(x, y, +0) - w_p(x, y, -0)] dx dy \quad (2.44) \\
&+ \frac{1}{2} \rho g \int_{z_S}^{z_P} \zeta_P(x_B, z) dz
\end{aligned}$$

Buna bağlı olarak viskoz direnci de aşağıdaki şekilde tanımlarız.

$$R_v = R - R_W$$

Viskoz direnç ve dalga direnci ayrımıyla ilgili açıklamaları yaptıktan sonra bu çalışmada kullanılan enine dalga kesitleri yardımı ile dalga direnci hesabının yapılışını açıklayalım. Yukarıdaki denklemin değişik şekilde yazarsak;

$$R_W = \frac{\rho g}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta^2 dy + \frac{1}{2} \rho \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} (v^2 + w^2 - u^2) dz \quad (2.45)$$

B kesiti gemiden yeteri kadar uzakta olsun. Bu durumda ;

1. Green fonksiyonundaki  $[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]^{-1/2}$  ve

$[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2]^{-1/2}$  terimleri  $x \rightarrow -\infty$  olacağı için ihmal edilebilirler

2. İki katlı integralin de limit hali göz önüne alınabilir ve bu limit de tek katlı integrale eşit olduğundan dalga yükseklikleri;

$$\zeta(x, y) = \int_0^{\pi/2} [a(\theta) \cos \alpha(\theta)x + b(\theta) \sin \alpha(\theta)x] \cos \beta(\theta) y d\theta \quad \text{formunda olur. Bu}$$

durumda bu dalga formunu veren potansiyel de sönümlü bir üstel yapıya sahip olduğundan  $\alpha(\theta) = v \sec \theta$  ve  $\beta(\theta) = v \sec^2 \theta \sin \theta$  şeklinde tanımlanır ve bu durumda dalga direnci denklemimiz ;

$$R_w = \frac{\pi \rho V_0^2}{4} \int_0^{\pi/2} \left\{ [a(\theta)]^2 + [b(\theta)]^2 \right\} \cos^3 \theta d\theta \quad \text{şekline dönüşür. Burada direnci ve}$$

direnç katsayısını hesaplamak için sadece  $a(\theta)$  ve  $b(\theta)$  katsayılarını hesaplayıp  $\theta$  üzerindeki entegrasyonu sayısal olarak yapmak yeterlidir.

### 3. Sayısal Çözüm Yöntemi

#### 3.1. Hız Potansiyelinin Çözümü

Bu çalışmada potansiyelin hesabında Green teoremi kullanılmıştır. Green teoremi gereğince  $\phi$  potansiyeli  $(\xi, \eta, \zeta)$  noktasındaki birim şiddetteki bir kaynağın  $(x, y, z)$  noktasında yarattığı etkiyi belirten  $G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta)$  Green fonksiyonu ve  $S(\xi, \eta, \zeta) = 0$  gemi yüzeyi üzerine dağıtılmış  $\sigma(\xi, \eta, \zeta)$  kaynağı cinsinden

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma(\xi, \eta, \zeta) G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) dS(\xi, \eta, \zeta) \quad (3.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $(x, y, z)$  bölgedeki herhangi bir noktayı,  $(\xi, \eta, \zeta)$  gemi üzerindeki bir kaynağın konumunu,  $\sigma(\xi, \eta, \zeta)$  kaynak şiddetini ve  $dS(\xi, \eta, \zeta)$  de alan elemanını göstermektedir. Green fonksiyonu akışkan bölgesinde geçerli temel denklemin tekil bir çözümü olup ayrıca radyasyon koşulları ile deniz dibinde ve serbest su yüzeyinde sınır koşullarını sağlamalıdır.

$$1. \quad \nabla^2 G(x, y, z; a, b, c) = \delta(x, y, z; a, b, c) \quad -\infty \leq x, y \leq +\infty \quad z \leq 0$$

$$\delta(x, y, z; a, b, c) = \begin{cases} 0 \cdots x \neq a \cdots y \neq b \cdots z \neq c \\ 1 \cdots x = a \cdots y = b \cdots z = c \end{cases} \quad \text{Kronecker deltası}$$

$$2. \quad \lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{\partial G}{\partial z}(x, y, z; a, b, c) \rightarrow 0 \quad \text{Deniz dibi koşulu. Çok derinde hareket söner.}$$

$$3. \quad \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}(x, y, z; a, b, c) + v \frac{\partial G}{\partial z}(x, y, z; a, b, c) = 0 \quad -\infty \leq x, y \leq +\infty \quad z \leq 0$$

Serbest su yüzeyi koşulu.  $\nu = g / V_0$  dalga sayısı

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\partial G}{\partial x}(x, y, z; a, b, c) \rightarrow 0 \quad \text{Radyasyon koşulu. Kaynağın çok önünde dalga}$$

oluşmadığını gösterir. Böyle bir Green fonksiyonu Wehausen [8] tarafından verilmiştir.

Green fonksiyonunu 1 koşulunu sağlaması için aşağıdaki gibi (3.2) seçeriz.

$$G(x, y, z; a, b, c) = \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{1/2}} + G_0(x, y, z; a, b, c) \quad (3.2)$$

İlk terimin x, y ve z'ye göre birinci ve ikinci türevleri;

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-1/2} &= -\frac{1}{2} \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-3/2} \cdot 2 \cdot (x-a) \\ &= -(x-a) \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-3/2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-1/2} &= - \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-3/2} - \\ &- (x-a) \left( -\frac{3}{2} \right) \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-5/2} \cdot 2 \cdot (x-a) = \\ &= - \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-3/2} + 3(x-a)^2 \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-5/2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-1/2} &= - \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-3/2} + \\ &+ 3 \cdot (y-b)^2 \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-5/2} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-1/2} &= - \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-3/2} + \\ &+ 3 \cdot (z-c)^2 \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-5/2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-1/2} &= -3 \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-3/2} + \\ &+ 3 \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-5/2} \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-5/2} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\nabla^2 \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-1/2} = \begin{cases} 0 \cdots x \neq a \cdots y \neq b \cdots z \neq c \\ \text{belirsiz} \cdots x = a \cdots y = b \cdots z = c \end{cases}$$

Limit halde  $x \rightarrow a$   $y \rightarrow b$  ve  $z \rightarrow c$  iken bu 1 olarak belirlenir ve  $G_0(x, y, z; a, b, c)$  ve  $\nabla^2 G(x, y, z; a, b, c) = 0$  olacak şekilde, yani harmonik olursa 1 koşulunu sağlayan bir Green fonksiyonu buluruz.

$$\nabla^2 G(x, y, z; a, b, c) = \nabla^2 \underbrace{\left\{ \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{1/2}} \right\}}_{\delta(x, y, z; a, b, c)} + \nabla^2 G_0(x, y, z; a, b, c) = \delta(x, y, z; a, b, c)$$

$G_0$  'ı aşağıdaki gibi tanımlarız;

$$G_0(x, y, z; a, b, c) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \tilde{G}_0(k, \theta, z) e^{ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 G_0(x, y, z; a, b, c) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \left\{ \left[ -k^2 \cos^2 \theta - k^2 \sin^2 \theta \right] \tilde{G}_0(k, \theta, z) + \frac{\partial^2 G_0^2}{\partial z^2}(k, \theta, z) \right\} \times \\ &\times e^{ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \left\{ \frac{\partial^2 G_0^2}{\partial z^2}(k, \theta, z) - k^2 G_0^2(k, \theta, z) \right\} e^{ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \quad (3.9) \end{aligned}$$

$\nabla^2 G_0(x, y, z; a, b, c) = 0$  olması için  $\frac{\partial^2 G_0^2}{\partial z^2}(k, \theta, z) - k^2 G_0^2(k, \theta, z) = 0$  olmalıdır.

$\tilde{G}_0(k, \theta, z) = A(k, \theta)e^{kz} + B(k, \theta)e^{-kz}$  şeklindedir.

Deniz dibi koşulunu uygularsak;

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial z}(x, y, z; a, b, c) &= -\frac{z-c}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{3/2}} + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi k \left\{ A(k, \theta)e^{kz} - B(k, \theta)e^{-kz} \right\} e^{-ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \quad (3.10) \end{aligned}$$

$z \rightarrow -\infty$  iken  $-\frac{z-c}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{3/2}} \rightarrow 0$  olur.

İki katlı integral  $B(k, \theta) \neq 0$  olursa  $e^{-kz}$  nedeniyle sınırsız büyür ve sonsuza gider. Bu yüzden  $B(k, \theta) \equiv 0$  olmalıdır.

$$G_0(x, y, z; a, b, c) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} A(k, \theta) e^{kz + ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \quad (3.11)$$

$A(k, \theta)$  'yı belirlemek için 3 serbest su yüzeyi koşulunu uygulayalım.

$$\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{-1/2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-k|z-c| + ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk$$

$$G(x, y, z; a, b, c) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ e^{-k|z-c|} + A(k, \theta) e^{kz} \right] e^{ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ -k^2 \cos^2 \theta \left[ e^{-k|z-c|} + A(k, \theta) e^{kz} \right] + k\nu \left[ A(k, \theta) e^{kz} - e^{-k|z-c|} \right] \right\} \times e^{ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \quad (3.13)$$

$$z = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}(x, y, 0; a, b, c) + \nu \frac{\partial G}{\partial z}(x, y, 0; a, b, c) = 0 \text{ olmalı. Yani bir başka şekilde}$$

ifade edersek;

$$-k \cos^2 \theta \left[ e^{-k|z-c|} + A(k, \theta) \right] + \nu \left[ A(k, \theta) - e^{-k|z-c|} \right] = 0$$

$$\left[ \nu - k \cos^2 \theta \right] A(k, \theta) - \left[ \nu + k \cos^2 \theta \right] e^{-k|z-c|} = 0$$

$$c < 0 \text{ olduğu için } -k|z-c| \rightarrow kc \text{ şeklinde yazılabilir. Böylece } A(k, \theta) = \frac{\nu + k \cos^2 \theta}{\nu - k \cos^2 \theta} e^{kc}$$

bulunur.

$$\begin{aligned} G_0(x, y, z; a, b, c) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\nu + k \cos^2 \theta}{\nu - k \cos^2 \theta} e^{ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ 1 + \frac{2k \cos^2 \theta}{\nu - k \cos^2 \theta} \right] e^{k(z+c) + ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \left[ \frac{2\nu}{\nu - k \cos^2 \theta} - 1 \right] e^{k(z+c) + ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} d\theta dk \end{aligned} \quad (3.14)$$

$z < 0$  ve  $c < 0$  olduğu için  $z+c < 0$  olur ve  $k(z+c) = -k|z+c|$  yazılabilir. Bu özellik ve aşağıdaki genel teoremi gözönüne alırsak;

$$\left[ x^2 + y^2 + z^2 \right]^{-1/2} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-k|z| + ik[x\cos\theta + y\sin\theta]} d\theta dk \quad (\text{genel teorem})$$

Green fonksiyonu bu halde yazılabilir.

$$G(x, y, z; a, b, c) = \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{v \cos^2 \theta e^{k(z+c) + ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]}}{v - k \cos^2 \theta} d\theta dk$$

$$= \frac{-1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} + \frac{v}{\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{k(z+c) + ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]}}{v - k \cos^2 \theta} d\theta dk \quad (3.15)$$

Düşük hız problemine uygun

$$G(x, y, z; a, b, c) = \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} + \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{k \cos^2 \theta e^{k(z+c) + ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]}}{v - k \cos^2 \theta} d\theta dk \quad (3.16)$$

Yüksek hız problemine uygun

$$= \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} - \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} + \frac{v}{\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{k(z+c) + ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]}}{v - k \cos^2 \theta} d\theta dk \quad (3.17)$$

$$v = \frac{g}{V_0^2} \rightarrow \infty \text{ ve } V_0 \rightarrow 0 \text{ iken düşük hız limiti olur. } G = \frac{1}{r} + \frac{1}{r'}$$

$$\text{Burada } r = \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{1/2} \text{ ve } r' = \left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}$$

$$v = \frac{g}{V_0^2} \rightarrow 0 \text{ ve } V_0 \rightarrow \infty \text{ iken yüksek hız limiti olur. } G = \frac{1}{r} - \frac{1}{r'}$$

İki katlı integral kompleks bir fonksiyondur. Green fonksiyonu ise gerçek olmalıdır.

Bu durumda iki katlı integralde gerçek kısım gözönüne alınmaktadır.

Ayrıca iki katlı integralde 'k' üzerindeki entegrasyon tekildir ve çok fazla değişkenlik göstermektedir. Bu sebepten dolayı Green fonksiyonu bu şekilde seçilirse tekillik sağlanamaz. Tekillliği sağlamak için tekil integrasyonun asal değerini seçerek radyasyon koşulunu da sağlayacak şekilde düzeltme yapmamız gerekir.

$$e^{ik[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]} = \cos\{k[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]\} + i \sin\{k[(x-a)\cos\theta + (y-b)\sin\theta]\} \quad (3.18)$$

$$G(x, y, z; a, b, c) = \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} + \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \frac{k e^{k(z+c)}}{v - k \sec^2 \theta} \cos \{ k [(x-a) \cos \theta + (y-b) \sin \theta] \} d\theta dk \quad (3.19)$$

$$G(x, y, z; a, b, c) = \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} - \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} - \frac{v}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \frac{\sec^2 \theta e^{k(z+c)}}{k - v \sec^2 \theta} \cos \{ k [(x-a) \cos \theta + (y-b) \sin \theta] \} d\theta dk \quad (3.20)$$

$$\int_{-\pi}^\pi \cos \{ k [(x-a) \cos \theta + (y-b) \sin \theta] \} d\theta = \int_0^\pi \cos \{ k [(x-a) \cos \theta + (y-b) \sin \theta] \} d\theta + \int_{-\pi}^0 \cos \{ k [(x-a) \cos \theta + (y-b) \sin \theta] \} d\theta \quad (3.21)$$

$$\theta = -\varphi, \quad d\theta = -d\varphi, \quad \theta = -\pi \rightarrow \varphi = \pi, \quad \theta = 0 \rightarrow \varphi = 0, \quad \cos \theta = \cos \varphi, \quad \sin \theta = -\sin \varphi$$

$$\int_{-\pi}^0 \cos \{ k [(x-a) \cos \theta + (y-b) \sin \theta] \} d\theta = - \int_\pi^0 \cos \{ k [(x-a) \cos \varphi + (y-b) \sin \varphi] \} d\varphi = \int_0^\pi \cos \{ k [(x-a) \cos \theta - (y-b) \sin \theta] \} d\theta \quad (3.22)$$

$$\int_{-\pi}^\pi \cos \{ k [(x-a) \cos \theta + (y-b) \sin \theta] \} d\theta = \int_0^\pi \cos k [(x-a) \cos \varphi + (y-b) \sin \varphi] + \cos k [(x-a) \cos \varphi - (y-b) \sin \varphi] d\theta = 2 \int_0^\pi \cos [k(x-a) \cos \theta] \cos [k(y-b) \sin \theta] d\theta \quad (3.23)$$

$$\int_0^\pi \cos [k(x-a) \cos \theta] \cos [k(y-b) \sin \theta] d\theta = \int_0^{\pi/2} \cos [k(x-a) \cos \theta] \cos [k(y-b) \sin \theta] d\theta + \int_{\pi/2}^\pi \cos [k(x-a) \cos \theta] \cos [k(y-b) \sin \theta] d\theta \quad (3.24)$$

$$\theta = \pi - \varphi, \quad d\theta = -d\varphi, \quad \theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad \theta = \pi \rightarrow \varphi = 0, \quad \cos \theta = \cos(\pi - \varphi) = -\sin \varphi, \quad \sec^2 \theta = -\sec^2 \varphi$$



$$\begin{aligned}
& \int_0^{\pi} \cos[k(x-a)\cos\theta]\cos[k(y-b)\sin\theta]d\theta = \int_0^{\pi/2} \cos[k(x-a)\cos\theta]\cos[k(y-b)\sin\theta]d\theta - \\
& - \int_{\pi/2}^{\pi} \cos[-k(x-a)\cos\varphi]\cos[k(y-b)\sin\varphi]d\varphi \\
& = 2 \int_0^{\pi/2} \cos[k(x-a)\cos\theta]\cos[k(y-b)\sin\theta]d\theta
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Yapılan düzenlemeler sonucunda Green fonksiyonunu aldığı son hal şu şekilde olacaktır;

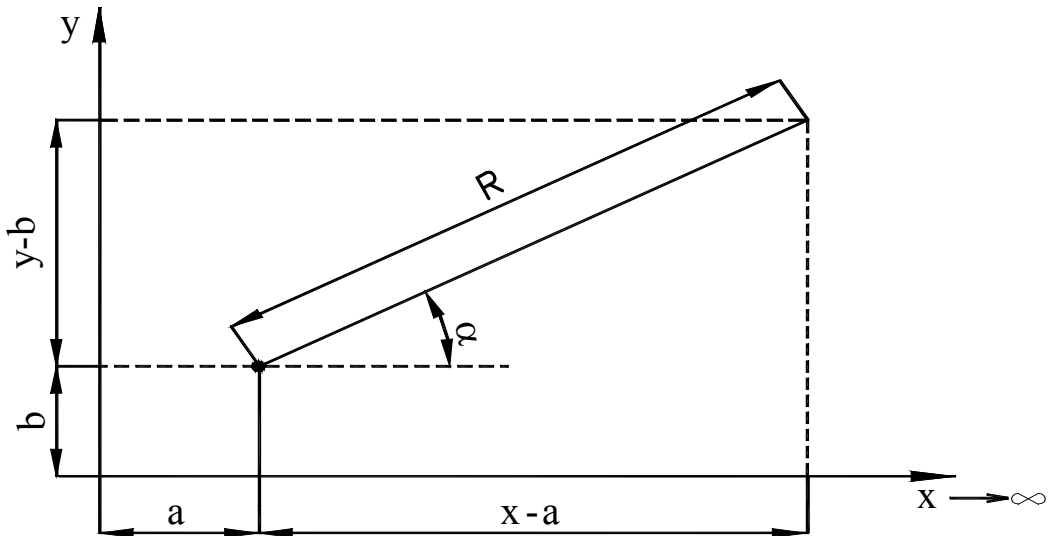
$$\begin{aligned}
G(x, y, z; a, b, c) &= \frac{1}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2]^{1/2}} + \frac{1}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2]^{1/2}} - \\
& - \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{ke^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \cos[k(x-a)\cos\theta]\cos[k(y-b)\sin\theta]dkd\theta \\
& = \frac{1}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2]^{1/2}} + \frac{1}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2]^{1/2}} - \\
& - \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta \int_0^{\infty} \frac{ke^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \cos[k(x-a)\cos\theta]\cos[k(y-b)\sin\theta]dkd\theta
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Böylece Green fonksiyonu reel bir fonksiyon haline gelmiş olmaktadır. Bu aşamadan sonra yapılacak şey fonksiyonu tek değerli hale getirmek olacaktır. Bunu yapabilmek için  $k$  üzerindeki tekil integralin asal değeri hesaplayıp radyasyon koşulunu uygulamamız gerekmektedir.

$$x - a = R \cos \alpha \quad y - b = R \sin \alpha$$

$$x \rightarrow \infty \text{ için } R \rightarrow \infty + 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$\alpha$  'da simetri olduğu için sadece  $0 < \alpha < \pi$  'yi gözönüne alıyoruz.



Şekil 2 – Kartezyen koordinatın ayrılması

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial x}(x, y, z; a, b, c) &= \frac{-(x-a)}{\left[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2\right]^{3/2}} + \frac{-(x-a)}{\left[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2\right]^{3/2}} + \\
&- \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \theta \int_0^{\infty} \frac{k^2 e^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \sin[k(x-a) \cos \theta] \cos[k(y-b) \sin \theta] dk d\theta \\
&= \frac{-(x-a)}{\left[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2\right]^{3/2}} + \frac{(x-a)}{\left[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2\right]^{3/2}} + \\
&+ \frac{4\nu}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec \theta \int_0^{\infty} \frac{k e^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \sin[k(x-a) \cos \theta] \cos[k(y-b) \sin \theta] dk d\theta
\end{aligned} \tag{3.27}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) &= \frac{-R \cos \alpha}{\left[R^2 + (z-c)^2\right]^{3/2}} + \frac{-R \cos \alpha}{\left[R^2 + (z+c)^2\right]^{3/2}} + \\
&- \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \theta \int_0^{\infty} \frac{k^2 e^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \sin[kR \cos \theta \cos \alpha] \cos[kR \sin \theta \sin \alpha] dk d\theta \\
&= \frac{-R \cos \alpha}{\left[R^2 + (z-c)^2\right]^{3/2}} + \frac{-R \cos \alpha}{\left[R^2 + (z+c)^2\right]^{3/2}} + \\
&+ \frac{4\nu}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec \theta \int_0^{\infty} \frac{k e^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \sin[kR \cos \theta \cos \alpha] \cos[kR \sin \theta \sin \alpha] dk d\theta
\end{aligned} \tag{3.28}$$

$$R \rightarrow \infty \text{ 'a giderken } \alpha \text{ ne olursa olsun } \frac{R \cos \alpha}{\left[R^2 + (z-c)^2\right]^{3/2}} \text{ ve } \frac{R \cos \alpha}{\left[R^2 + (z+c)^2\right]^{3/2}} \rightarrow 0$$

olacağından radyasyon koşulunu sağlamak için sadece iki katlı integrali gözönüne almak yeterli olur.

$$\begin{aligned}
\sin[kR \cos \alpha \cos \theta] \cos[kR \sin \alpha \sin \theta] &= \frac{1}{2} \left\{ \sin kR [\cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha] + \right. \\
&+ \left. \sin kR [\cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha] \right\}
\end{aligned}$$

$R \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) &\approx \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{k^2 e^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \left\{ \sin[kR \cos(\theta - \alpha)] + \sin[kR \cos(\theta + \alpha)] \right\} dk d\theta \\
&= \frac{2\nu}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{k e^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \left\{ \sin[kR \cos(\theta - \alpha)] + \sin[kR \cos(\theta + \alpha)] \right\} dk d\theta
\end{aligned} \tag{3.29}$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \sin R(x-x_0) dx \rightarrow \pi f(x_0); \lim_{R \rightarrow \infty} \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \cos R(x-x_0) dx \rightarrow 0$$

$$\int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \sin R(x-x_0) dx = \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \{ \sin Rx \cos Rx_0 - \cos Rx \sin Rx_0 \} dx \quad (3.30)$$

$$\int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \cos R(x-x_0) dx = \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \{ \cos Rx \cos Rx_0 + \sin Rx \sin Rx_0 \} dx$$

$$\cos Rx_0 \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \sin Rxdx - \sin Rx_0 \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \cos Rxdx = \pi f(x_0)$$

$$\sin Rx_0 \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \sin Rxdx + \cos Rx_0 \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \cos Rxdx = 0$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \sin Rxdx = \pi f(x_0) \cos Rx_0$$

Genel teorem sonuçları

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_a^{\infty} \frac{f(x)}{x-x_0} \cos Rxdx = -\pi f(x_0) \sin Rx_0$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} \text{ hesabında } x_0 \rightarrow \nu \sec^2 \theta$$

$$f(x_0) \rightarrow \begin{cases} \nu^2 \sec^4 \theta e^{\nu^2(z+c)\sec^2 \theta} \rightarrow \text{düşükhızlarda} \\ \nu \sec^2 \theta e^{\nu^2(z+c)\sec^2 \theta} \rightarrow \text{yüksekhızlarda} \end{cases}$$

$$R_x \rightarrow \begin{cases} kR \cos(\theta - \alpha) \\ kR \cos(\theta + \alpha) \end{cases} R \rightarrow \infty \begin{cases} \cos(\theta - \alpha) \\ \cos(\theta + \alpha) \end{cases} \text{değerlerine bağlıdır}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{k^2 e^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \{ \sin [kR \cos(\theta - \alpha)] + \sin [kR \cos(\theta + \alpha)] \} dk = 2\nu^2 \sec^4 \theta e^{\nu^2(z+c)\sec^2 \theta} \times \quad (3.31)$$

$$\times \left\{ \text{sgn} \left[ \cos(\theta - \alpha) \cos \left[ \nu R \sec^2 \theta \cos(\theta - \alpha) \right] \right] + \text{sgn} \left[ \cos(\theta + \alpha) \cos \left[ \nu R \sec^2 \theta \cos(\theta + \alpha) \right] \right] \right\}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{ke^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \{ \sin [kR \cos(\theta - \alpha)] + \sin [kR \cos(\theta + \alpha)] \} dk = 2\nu \sec^2 \theta e^{\nu^2(z+c)\sec^2 \theta} \times \quad (3.32)$$

$$\times \left\{ \text{sgn} \left[ \cos(\theta - \alpha) \cos \left[ \nu R \sec^2 \theta \cos(\theta - \alpha) \right] \right] + \text{sgn} \left[ \cos(\theta + \alpha) \cos \left[ \nu R \sec^2 \theta \cos(\theta + \alpha) \right] \right] \right\}$$

k üzerindeki integrallerin limit halleri yerlerine yerleştirilirse hem yüksek hemde düşük hızlar için aynı değer elde edilir. Bu sonuç radyasyon koşulunun hızdan bağımsız olmasından dolayı olması gereken sonuçtur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) = & 2v^2 \operatorname{sgn}[\cos(\theta - \alpha)] \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{v(z+c)} \cos[vR \sec^2 \theta \cos(\theta - \alpha)] d\theta + \\ & + 2v^2 \operatorname{sgn}[\cos(\theta - \alpha)] \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{v(z+c)} \cos[vR \sec^2 \theta \cos(\theta + \alpha)] d\theta \end{aligned} \quad (3.33)$$

Radyasyon koşulu için  $x \rightarrow \infty$  'a giderken  $\left\{ \begin{array}{l} R \rightarrow \infty \\ \alpha < \pi/2 \end{array} \right\}$  iken  $\frac{\partial G}{\partial x} \rightarrow 0$  olmalı

$0 \leq \alpha < \pi/2$  için;

$$-\frac{\pi}{2} < \theta - \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{sgn}[\cos(\theta - \pi/2)] > 0$$

$$0 < \theta + \alpha < \pi \Rightarrow \operatorname{sgn}[\cos(\theta + \pi)] \begin{cases} > 0 & \theta + \alpha < \pi/2 \\ = 0 & \theta + \alpha = \pi/2 \\ < 0 & \theta + \alpha > \pi/2 \end{cases}$$

Bu iki denklemde  $\theta$ 'nın 0 ile  $\pi/2$  arasında değiştiğini gözönüne alıyoruz.

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) = & 2v^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{v(z+c)\sec^2 \theta} \cos[vR \sec^2 \theta \cos(\theta - \alpha)] d\theta + \\ & + 2v^2 \int_0^{\pi/2-\alpha} \sec^3 \theta e^{v(z+c)\sec^2 \theta} \cos[vR \sec^2 \theta \cos(\theta + \alpha)] d\theta - \\ & - 2v^2 \int_{\pi/2-\alpha}^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{v(z+c)\sec^2 \theta} \cos[vR \sec^2 \theta \cos(\theta + \alpha)] d\theta \end{aligned} \quad (3.34)$$

Bu integraller  $R \rightarrow \infty$  'a giderken sonlu bir değer gösterirler. Bu yüzden bu değeri sıfıra götürmek için bir ekleme yaparız.

$$\frac{\partial G'}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) = -2v^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{v(z+c)\sec^2 \theta} \left\{ \cos[vR \sec^2 \theta \cos(\theta - \alpha)] + \cos[vR \sec^2 \theta \cos(\theta - \alpha)] \right\} d\theta$$

Bu durumda denklemin alacağı son durum;

$$\frac{\partial G}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) = -4v^2 \int_{\pi/2-\alpha}^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{v(z+c)\sec^2 \theta} \cos[vR \sec^2 \theta \cos(\theta - \alpha)] d\theta \quad (3.35)$$

olacaktır.

$$\lambda = \sec^2 \theta \cos(\theta + \alpha)$$

$$\partial \lambda = \left[ 2 \sec^2 \tan \theta \cos(\theta + \alpha) - \sec^2 \theta \sin(\theta + \alpha) \right] d\theta = \sec^2 \theta [2 \tan \theta \cos(\theta + \alpha) - \sin(\theta + \alpha)] d\theta$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \lambda = 0 \qquad \theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \lambda \rightarrow \infty$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) &= -4v^2 \int_0^{\pi} \sec^3 \theta e^{\frac{v(z+c)\lambda}{\cos(\theta+\alpha)}} \cos vR\lambda \frac{d\lambda}{\sec^2 \theta [2 \tan \theta \cos(\theta + \alpha) - \sin(\theta + \alpha)]} d\theta \\ &= -4v^2 \int_0^{\infty} \frac{e^{v(z+c)\lambda/\cos(\theta+\alpha)} \cos vR\lambda}{2 \sin \theta \cos(\theta + \alpha) - \cos \theta \sin(\theta + \alpha)} d\lambda \\ &= -4v^2 \int_0^{\infty} \frac{2e^{v(z+c)\lambda/\cos(\theta+\alpha)} \cos vR\lambda}{[4 \sin \theta \cos(\theta + \alpha) - 2 \cos \theta \sin(\theta + \alpha)]} d\lambda \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$4 \sin \theta \cos(\theta + \alpha) = 2 [\sin(2\theta + \alpha) - \sin \alpha]$$

$$\mp 2 \sin(\theta + \alpha) \cos \theta = \mp \sin(2\theta + \alpha) \mp \sin \alpha$$

$$\sin(2\theta + \alpha) - 3 \sin \alpha$$

$$\frac{\partial G}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) = -4v^2 \int_{\pi/2-\alpha}^{\pi/2} \frac{2e^{v(z+c)\lambda/\cos(\theta+\alpha)} \cos vR\lambda}{\sin(2\theta + \alpha) - 3 \sin \alpha} d\theta$$

Bu integralde  $\sin(2\theta + \alpha) - 3 \sin \alpha \neq 0$  olur ve tekillik istemez. Bu durumda bu integral bizim için düzgün olan integral haline dönüşmüştür.

$e^{v(z+c)\lambda/\cos(\theta+\alpha)}$  de  $z+c < 0$  olduğu için hızlı sönüm gösterir.  $\cos vR\lambda$  sürekli salınım yapar ve integral  $R \rightarrow \infty$  'a giderken sıfıra gider. Bu durumda Green fonksiyonunu belirli kılmak için  $G'$  terimini eklemek yeterli olur.

$$\frac{\partial G'}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) = -2v^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{v(z+c)\sec^2 \theta} \underbrace{\left\{ \cos [vR \sec^2 \theta \cos(\theta - \alpha)] + \cos [vR \sec^2 \theta \cos(\theta + \alpha)] \right\}}_{\cos A + \cos B} d\theta$$

$$\begin{aligned} &\cos [vR \sec^2 \theta \cos(\theta - \alpha)] + \cos [vR \sec^2 \theta \cos(\theta + \alpha)] = \\ &= 2 \cos \left\{ vR \sec^2 \theta \left[ \frac{\cos(\theta - \alpha) + \cos(\theta + \alpha)}{z} \right] \right\} \cos \left\{ vR \sec^2 \theta \left[ \frac{\cos(\theta - \alpha) - \cos(\theta + \alpha)}{z} \right] \right\} \\ &= 2 \cos \{ vR \cos \alpha \sec \theta \} \cos \{ vR \sin \alpha \sec^2 \theta \sin \theta \} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial G'}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) = -4v^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{v(z+c)\sec^2 \theta} \cos [v(x-a)\sec \theta] \cos [v(y-b)\sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial G'}{\partial x}(R, \alpha, z; a, b, c) = -4\nu \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta e^{\nu(z+c)\sec^2 \theta} \sin[\nu(x-a)\sec \theta] \cos[\nu(y-b)\sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \quad (3.38)$$

$G'$  terimini çok değerli Green fonksiyonuna eklersek problemin tek değerli Green fonksiyonunu aşağıdaki gibi buluruz.

$$\begin{aligned} G(x, y, z; a, b, c) &= \frac{1}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]^{1/2}} + \frac{1}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2]^{1/2}} - \\ &- \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\infty} \frac{ke^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \cos[k(x-a)\cos \theta] \cos[k(y-b)\sin \theta] dk d\theta - \\ &- 4\nu \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta e^{\nu(z+c)\sec^2 \theta} \sin[\nu(x-a)\sec \theta] \cos[\nu(y-b)\sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \quad (3.39) \\ &= \frac{1}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]^{1/2}} - \frac{1}{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2]^{1/2}} - \\ &- \frac{4\nu}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta \int_0^{\infty} \frac{e^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \cos[k(x-a)\cos \theta] \cos[k(y-b)\sin \theta] dk d\theta - \\ &- 4\nu \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta e^{\nu(z+c)\sec^2 \theta} \sin[\nu(x-a)\sec \theta] \cos[\nu(y-b)\sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \end{aligned}$$

Problemi analitik olarak çözmek gemi yüzeyinin karmaşıklığı nedeniyle olanaksız olduğundan sayısal çözüm yapılması gereklidir. Bunu yapabilmek için geminin  $S$  yüzeyini,  $N$  adet ayrı  $S_n$  yüzey elemanına böleriz. Burada dikkat edilmesi gereken  $N$ 'in yeterince büyük olmasıdır. Böylece elde edilen yüzey elemanları yeteri kadar küçük olacağı için her bir panel üzerinde kaynak şiddeti sabit varsayılabilir. Bu durumda potansiyeli şu şekilde yazabiliriz.

$$\sum_{n=1}^N \sigma_n \iint_{S_n} G_n(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) dS(\xi, \eta, \zeta) = -V_0 n_x \quad (3.40)$$

$(x, y, z)$  noktası gemi yüzeyindeki  $m$ 'inci yüzey elemanına ait alan merkezidir. Her bir yüzey elemanı üzerinde kaynak şiddetinin sabit olduğunu varsayıyoruz ve bu durumda gemi yüzeyi sınır koşulu her bir yüzey elemanının alan merkezinde sağlandığını kabul ediyoruz. Buna göre gemi yüzeyi sınır koşulunun her bir yüzey elemanı üzerindeki entegrasyonu

$$\iint_{S_n} G_n(\xi_m, \eta_m, \zeta_m; \xi, \eta, \zeta) dS(\xi, \eta, \zeta) = G_n(\xi_m, \eta_m, \zeta_m; \xi_n, \eta_n, \zeta_n) \Delta S_n = G_{mn}^n \quad (3.41)$$

olarak tanımlarız bu durumda;

$$\sum_{n=1}^N G_{mn} \sigma_n = \sum_{n=1}^N \left[ U_{mn}^n n_{xm} + V_{mn}^n n_{ym} + W_{mn}^n n_{zm} \right] \sigma_n = -V n_{xm} \quad m=1 \Rightarrow N$$

lineer denklem sistemini elde etmiş oluruz. Bu lineer denklem sistemini herhangi bir lineer denklem çözümü yöntemi ile çözerek gemi üzerinde çözüm elde edilir. Bu matrislerin elemanları şu şekilde hesaplanmaktadır.

$$G = \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{1/2}} - \frac{1}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{1/2}} - \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{ke^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \cos[k(x-a) \cos \theta] \cos[k(y-b) \sin \theta] dk - 4\nu \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta e^{\nu(z+c) \sec^2 \theta} \sin[\nu(x-a) \sec \theta] \cos[\nu(y-b) \sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{-(x-a)}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{3/2}} + \frac{(x-a)}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{3/2}} + \frac{4\nu}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{ke^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \sin[k(x-a) \cos \theta] \cos[k(y-b) \sin \theta] dk - 4\nu^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{\nu(z+c) \sec^2 \theta} \cos[\nu(x-a) \sec \theta] \cos[\nu(y-b) \sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial G}{\partial y} = \frac{-(y-b)}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{3/2}} + \frac{(y-b)}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{3/2}} + \frac{4\nu}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta \sin \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{ke^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \cos[k(x-a) \cos \theta] \cos[k(y-b) \sin \theta] dk + 4\nu^2 \int_0^{\pi/2} \sec^4 \theta \sin \theta d\theta e^{\nu(z+c) \sec^2 \theta} \sin[\nu(x-a) \sec \theta] \sin[\nu(y-b) \sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \quad (3.44)$$

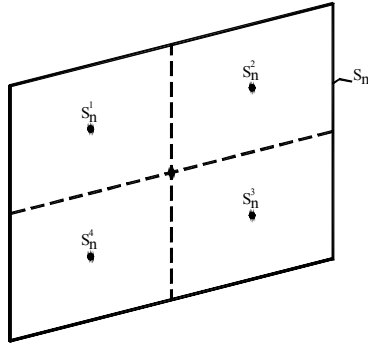
$$\frac{\partial G}{\partial z} = \frac{-(z-c)}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \right]^{3/2}} + \frac{(z+c)}{\left[ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z+c)^2 \right]^{3/2}} + \frac{4\nu}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{ke^{k(z+c)}}{k - \nu \sec^2 \theta} \cos[k(x-a) \cos \theta] \cos[k(y-b) \sin \theta] dk - 4\nu^2 \int_0^{\pi/2} \sec^4 \theta e^{\nu(z+c) \sec^2 \theta} \sin[\nu(x-a) \sec \theta] \cos[\nu(y-b) \sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \quad (3.45)$$

Green teoreminin x, y ve z'ye göre türevlerini aşağıdaki gibi yazarız.

$$\begin{aligned}
U_{mn} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{\partial G^m}{\partial x} dA = U^1_{mn} + U^2_{mn} + U^3_{mn} \\
V_{mn} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{\partial G^m}{\partial y} dA = V^1_{mn} + V^2_{mn} + V^3_{mn} \\
W_{mn} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{\partial G^m}{\partial z} dA = W^1_{mn} + W^2_{mn} + W^3_{mn}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

$$\begin{aligned}
U^1_{mn} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \left\{ \frac{-(x_m - a)}{\left[ (x_m - a)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m - c)^2 \right]^{3/2}} + \frac{x_m - a}{\left[ (x_m - a)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m + c)^2 \right]^{3/2}} \right\} dA \\
V^1_{mn} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \left\{ \frac{-(y_m - b)}{\left[ (x_m - a)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m - c)^2 \right]^{3/2}} + \frac{y_m - b}{\left[ (x_m - a)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m + c)^2 \right]^{3/2}} \right\} dA \\
W^1_{mn} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \left\{ \frac{-(z_m - c)}{\left[ (x_m - a)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m - c)^2 \right]^{3/2}} + \frac{z_m - c}{\left[ (x_m - a)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m + c)^2 \right]^{3/2}} \right\} dA
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Problemi küçültmek için sadece geminin yarısını kullanıp integralleri simetriyi gözönüne alarak yapıyoruz.



Şekil 3 – Panel elemanlarının ayrılması

$S_n$  panel elemanını şekil 3’de gösterildiği gibi 4 parçaya ayırırız.

$$\iint_{S_n} \rightarrow \sum_{j=1}^4 \iint_{S_n^j} \text{ şeklinde tanımlarız. } S_n^j \rightarrow \Delta A_j; a_j, b_j, c_j \quad j = 1, 2, 3, 4$$

Simetri nedeniyle denklemler aşağıdaki şekle dönüşür.



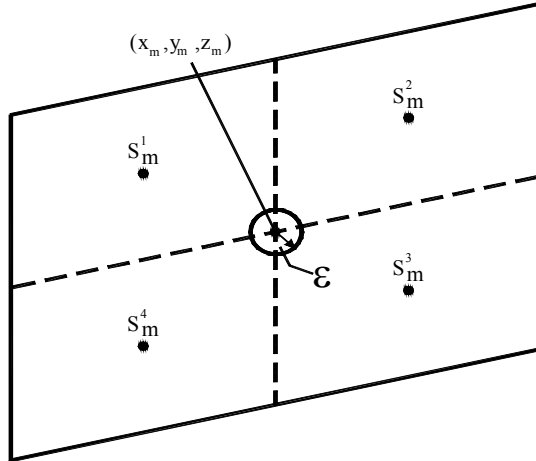
$$\begin{aligned}
U_{mn}^1 &= -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(x_m - a)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m - c)^2]^{3/2}} + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(x_m - a)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m + c)^2]^{3/2}} \\
&\quad - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(x_m - a)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m + b)^2 + (z_m - c)^2]^{3/2}} + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(x_m - a)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m + b)^2 + (z_m + c)^2]^{3/2}} \\
V_{mn}^1 &= -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(y_m - b)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m - c)^2]^{3/2}} + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(y_m - b)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m + c)^2]^{3/2}} \\
&\quad - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(y_m - b)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m + b)^2 + (z_m - c)^2]^{3/2}} + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(y_m - b)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m + b)^2 + (z_m + c)^2]^{3/2}} \\
W_{mn}^1 &= -\frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(z_m - c)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m - c)^2]^{3/2}} + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(z_m - c)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m + c)^2]^{3/2}} \\
&\quad - \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(z_m - c)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m + b)^2 + (z_m - c)^2]^{3/2}} + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(z_m - c)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m + b)^2 + (z_m + c)^2]^{3/2}}
\end{aligned} \tag{3.48}$$

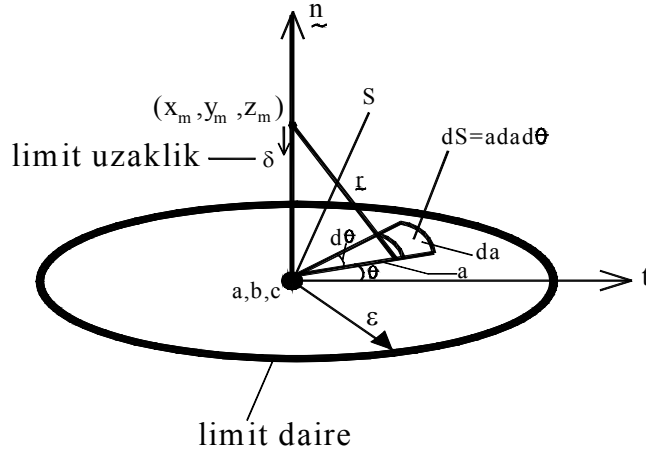
$U_{mn}^1$ ,  $V_{mn}^1$  ve  $W_{mn}^1$  'deki integrallerin her biri  $S_n$  panelini dört parçaya ayırarak yapılır.

$$\left. \begin{aligned} (a, b, c) &\rightarrow (a_j, b_j, c_j) \\ dA &\rightarrow \Delta A_j \end{aligned} \right\} j = 1, 2, 3, 4 \quad \Delta A_0 = \sum_{j=1}^4 \Delta A_j$$

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \frac{(x_m - a)dA}{[(x_m - a_n)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m - c)^2]^{3/2}} = \frac{1}{4\pi \Delta A_0} \sum_{j=1}^4 \frac{(x_m - a_j) \Delta A_j}{[(x - a_j)^2 + (y_m - b_j)^2 + (z_m - c_j)^2]^{3/2}} \tag{3.49}$$

$[U_{mm}^1, V_{mm}^1, W_{mm}^1]$  'de  $(a, b, c) \rightarrow (x_m, y_m, z_m)$  'e giderken tekillik oluşur.





Şekil 4 – Green fonksiyonundaki tekilliğin limit haldeki tanımı

$\underline{r} = \delta \underline{n} + a [\cos \theta \underline{t} + \sin \theta \underline{s}]$   $\delta \rightarrow 0$  ve  $\varepsilon \rightarrow$  limiti  $x_m, y_m, z_m$  ile  $(a, b, c)$  noktalarının çakıştığı limit halini temsil eder.

$$r = |\underline{r}| = \sqrt{\delta^2 + a^2}$$

$$\delta U'_{mm} \underline{i} + \delta V'_{mm} \underline{j} + \delta W'_{mm} \underline{k} = -\frac{1}{4\pi} \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ \delta \rightarrow 0}} \int_0^\varepsilon \int_0^{2\pi} \frac{\delta \underline{n} + a \cos \theta \underline{t} + a \sin \theta \underline{s}}{[\delta^2 + a^2]^{3/2}} a da d\theta \quad (3.50)$$

$\underline{s}$  ve  $\underline{t}$  doğrultusundaki integrandda  $\cos \theta$  ve  $\sin \theta$  terimleri var. Bunların  $0-2\pi$  arası integralleri sıfır olur.  $\underline{n}$  doğrultusunda ise integralden  $2\pi$  katsayısı gelir. Aynı panelde tekillik bu şekilde oluşur.

$$\begin{aligned} \delta U'_{mm} \underline{i} + \delta V'_{mm} \underline{j} + \delta W'_{mm} \underline{k} &= -\lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ \delta \rightarrow 0}} \frac{\delta}{2} \underline{n} \int_0^\varepsilon \frac{a da}{[\delta^2 + a^2]^{3/2}} \\ &= -\lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ \delta \rightarrow 0}} \frac{\delta}{2} \underline{n} \left[ -\frac{1}{[\delta^2 + a^2]^{1/2}} \Big|_0^\varepsilon \right] \\ &= -\lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ \delta \rightarrow 0}} \frac{\delta}{2} \underline{n} \left[ \frac{1}{\delta} - \frac{1}{\sqrt{\delta^2 + \varepsilon^2}} \right] \\ &= -\lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ \delta \rightarrow 0}} \frac{1}{2} \underline{n} \left[ 1 - \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + \varepsilon^2}} \right] = -\frac{\underline{n}}{2} \end{aligned} \quad (3.51)$$

Bu durumda ;

$$\delta U^1_{mm} = -\frac{n_x}{2}, \quad \delta V^1_{mm} = -\frac{n_y}{2}, \quad \delta W^1_{mm} = -\frac{n_z}{2}$$

$$U^1_{mn} = U^1_{mn} - \frac{n_{xm}}{2} \delta_{mn}, \quad V^1_{mn} = V^1_{mn} - \frac{n_{ym}}{2} \delta_{mn}, \quad W^1_{mn} = W^1_{mn} - \frac{n_{zm}}{2} \delta_{mn}$$

$$U^2_{mn} = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \left\{ \frac{4\nu}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_0^\infty \frac{ke^{k(z_m+c)}}{k-\nu \sec^2 \theta} \sin[k(x_m-a) \cos \theta] \cos[k(y_m-b) \sin \theta] dk \right\} dA +$$

$$- \frac{1}{4\pi} \iint_{S_n} \left\{ \frac{4\nu}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_0^\infty \frac{ke^{k(z_m+c)}}{k-\nu \sec^2 \theta} \sin[k(x_m-a) \cos \theta] \cos[k(y_m+b) \sin \theta] dk \right\} dA \quad (3.52)$$

$$U^2_{mn} = \frac{\nu}{\pi^2} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_0^\infty \frac{ke^{k(z_m+c)}}{k-\nu \sec^2 \theta} \sin[k(x_m-a) \cos \theta] \cos[k(y_m-b) \sin \theta] dk \right\} dA +$$

$$- \frac{\nu}{\pi^2} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec \theta d\theta \int_0^\infty \frac{ke^{k(z_m+c)}}{k-\nu \sec^2 \theta} \sin[k(x_m-a) \cos \theta] \cos[k(y_m+b) \sin \theta] dk \right\} dA$$

$$V^2_{mn} = -\frac{\nu}{\pi^2} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta \sin \theta d\theta \int_0^\infty \frac{ke^{k(z_m+c)}}{k-\nu \sec^2 \theta} \cos[k(x_m-a) \cos \theta] \sin[k(y_m+b) \sin \theta] dk \right\} dA \quad (3.53)$$

$$- \frac{\nu}{\pi^2} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta \sin \theta d\theta \int_0^\infty \frac{ke^{k(z_m+c)}}{k-\nu \sec^2 \theta} \cos[k(x_m-a) \cos \theta] \sin[k(y_m+b) \sin \theta] dk \right\} dA$$

$$W^2_{mn} = -\frac{\nu}{\pi^2} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^\infty \frac{ke^{k(z_m+c)}}{k-\nu \sec^2 \theta} \cos[k(x_m-a) \cos \theta] \cos[k(y_m-b) \sin \theta] dk \right\} dA \quad (3.54)$$

$$- \frac{\nu}{\pi^2} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta d\theta \int_0^\infty \frac{ke^{k(z_m+c)}}{k-\nu \sec^2 \theta} \cos[k(x_m-a) \cos \theta] \cos[k(y_m+b) \sin \theta] dk \right\} dA$$

$$U^3_{mn} = \frac{\nu^2}{\pi} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{\nu(z_m+c) \sec^2 \theta} \cos[\nu(x_m-a) \sec \theta] \cos[\nu(y_m-b) \sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \right\} dA -$$

$$- \frac{\nu^2}{\pi} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{\nu(z_m+c) \sec^2 \theta} \cos[\nu(x_m-a) \sec \theta] \cos[\nu(y_m+b) \sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \right\} dA \quad (3.55)$$

$$V^3_{mn} = \frac{\nu^2}{\pi} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^4 \theta \sin \theta e^{\nu(z_m+c) \sec^2 \theta} \sin[\nu(x_m-a) \sec \theta] \sin[\nu(y_m-b) \sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \right\} dA +$$

$$+ \frac{\nu^2}{\pi} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^4 \theta \sin \theta e^{\nu(z_m+c) \sec^2 \theta} \sin[\nu(x_m-a) \sec \theta] \sin[\nu(y_m+b) \sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \right\} dA \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned}
W^3_{mn} &= \frac{v^2}{\pi} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^4 \theta e^{v(z_m+c)\sec^2 \theta} \sin[v(x_m-a)\sec \theta] \cos[v(y_m-b)\sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \right\} dA - \\
&- \frac{v^2}{\pi} \iint_{S_n} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sec^4 \theta e^{v(z_m+c)\sec^2 \theta} \sin[v(x_m-a)\sec \theta] \cos[v(y_m+b)\sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \right\} dA
\end{aligned} \quad (3.57)$$

Tek katlı integralin hesabına geldiğimiz zaman;

$$\begin{aligned}
U &= -v^2 \Delta A \Delta \theta \sum_{n=1}^N \frac{e^{vz \sec^2 \theta_n} \cos \theta_n}{\cos^4 \theta_n} \cos[vX \sec \theta_n] \cos[vY \sec^2 \theta \sin \theta_n] \\
V &= v^2 \Delta A \Delta \theta \sum_{n=1}^N \frac{e^{vz \sec^2 \theta_n} \sin \theta_n}{\cos^4 \theta_n} \sin[vX \sec \theta_n] \sin[vY \sec^2 \theta \sin \theta_n] \\
W &= -v^2 \Delta A \Delta \theta \sum_{n=1}^N \frac{e^{vz \sec^2 \theta_n}}{\cos^4 \theta_n} \sin[vX \sec \theta_n] \cos[vY \sec^2 \theta \sin \theta_n]
\end{aligned} \quad (3.58)$$

Eğer  $n < N$  gibi bir sayı için  $vZ \sec^2 \theta_n < -15.0$  olursa daha sonraki  $n$  değerleri için de  $\sec^2 \theta_n$  aynı şekilde olacağından integrand sıfır olur. Bu durumda işlemi  $N$ 'e kadar götürmeye gerek yoktur.

İki katlı integralin hesabını yaptığımızda;

$\theta$  üzerindeki entegrasyon tek katlı integrale benzer şekilde yapılır. Önemli olan  $k$  üzerindeki tekil integrali hesap etmektir. Bu asal değer entegrallerini  $\theta = \theta_n$  için  $n=1, 2, 3, \dots, N$  kere hesaplamak gerekir.

$$\begin{aligned}
I_x^n &= \int_0^\infty \frac{ke^{kz}}{k - v \sec^2 \theta_n} \sin[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk \\
I_y^n &= \int_0^\infty \frac{ke^{kz}}{k - v \sec^2 \theta_n} \cos[kX \cos \theta_n] \sin[kY \sin \theta_n] dk \\
I_z^n &= \int_0^\infty \frac{ke^{kz}}{k - v \sec^2 \theta_n} \cos[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk
\end{aligned} \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned}
U &= \frac{v \Delta A \Delta \theta}{\pi} \sum_{n=1}^N \sec \theta_n I_x^n \\
V &= \frac{v \Delta A \Delta \theta}{\pi} \sum_{n=1}^N \sec^2 \theta_n \sin \theta_n I_y^n \\
W &= -\frac{v \Delta A \Delta \theta}{\pi} \sum_{n=1}^N \sec^2 \theta_n I_z^n
\end{aligned} \quad (3.60)$$

Sonsuz integralin hesabını integral aralığını ikiye bölerek yaparız. Bunlardan birinci bölgede olanda  $\Delta k = \frac{2\nu \sec^2 \theta_n}{K}$  ve burada  $K = 2K' + 1$  olmaktadır. Birinci bölgede bölge sınırlı olduğundan sayısal integrasyon yapılabilir. 2. bölgede  $k > \nu \sec^2 \theta_n$  olur.

$$\text{Burada } k - \nu \sec^2 \theta_n = k \left[ 1 - \frac{\nu \sec^2 \theta_n}{k} \right] \sim k$$

Böylece analitik entegrasyon uygun hale gelir.

$$\begin{aligned} I_x^n &= \int_0^{k^*} \frac{ke^{kz}}{k - \nu \sec^2 \theta_n} \sin[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk + \int_{k^*}^{\infty} ke^{kz} \sin[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk \\ I_y^n &= \int_0^{k^*} \frac{ke^{kz}}{k - \nu \sec^2 \theta_n} \cos[kX \cos \theta_n] \sin[kY \sin \theta_n] dk + \int_{k^*}^{\infty} ke^{kz} \cos[kX \cos \theta_n] \sin[kY \sin \theta_n] dk \\ I_z^n &= \int_0^{k^*} \frac{ke^{kz}}{k - \nu \sec^2 \theta_n} \cos[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk + \int_{k^*}^{\infty} ke^{kz} \cos[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} &\int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk = \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin\{k[X \cos \theta_n + Y \sin \theta_n]\} dk + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin\{k[X \cos \theta_n - Y \sin \theta_n]\} dk \\ &\int_{k^*}^{\infty} ke^{kz} \cos[kX \cos \theta_n] \sin[kY \sin \theta_n] dk = \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin\{k[X \cos \theta_n + Y \sin \theta_n]\} dk - \\ &- \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin\{k[X \cos \theta_n - Y \sin \theta_n]\} dk \\ &\int_{k^*}^{\infty} ke^{kz} \cos[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk = \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \cos\{k[X \cos \theta_n + Y \sin \theta_n]\} dk + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \cos\{k[X \cos \theta_n - Y \sin \theta_n]\} dk \end{aligned}$$

$$A = X \cos \theta_n + Y \sin \theta_n$$

$$B = X \cos \theta_n - Y \sin \theta_n$$

$$\begin{aligned} &\int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk = \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin(kA) dk + \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin(kB) dk \\ &= \frac{1}{2} \frac{e^{kz}}{Z^2 + A^2} [Z \sin kA - A \cos kA]_{k^*}^{\infty} + \frac{1}{2} \frac{e^{kz}}{Z^2 + B^2} [Z \sin kB - B \cos kB]_{k^*}^{\infty} \end{aligned}$$

$$z < 0 \quad k \rightarrow \infty \quad e^{kz} \rightarrow 0$$

$$J_x^n = \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk = \frac{e^{k^*z}}{2(Z^2 + A^2)} [A \cos k^* A - Z \sin k^* A] + \frac{e^{k^*z}}{2(Z^2 + B^2)} [B \cos k^* B - Z \sin k^* B] \quad (3.62)$$

$$\int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \cos[kX \cos \theta_n] \sin[kY \sin \theta_n] dk = \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin(kA) dk - \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin(kB) dk$$

$$J_y^n = \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk = \frac{e^{k^*z}}{2(Z^2 + A^2)} [A \cos k^* A - Z \sin k^* A] + \frac{e^{k^*z}}{2(Z^2 + B^2)} [B \cos k^* B - Z \sin k^* B] \quad (3.63)$$

$$\int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \cos[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk = \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \cos(kA) dk - \frac{1}{2} \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \cos(kB) dk$$

$$= \frac{e^{kz}}{2(A^2 + Z^2)} [Z \cos kA + A \sin kA]_{k^*}^{\infty} + \frac{e^{kz}}{2(B^2 + Z^2)} [Z \cos kB + B \sin kB]_{k^*}^{\infty}$$

$$J_z^n = \int_{k^*}^{\infty} e^{kz} \sin[kX \cos \theta_n] \cos[kY \sin \theta_n] dk = -\frac{e^{k^*z}}{2(Z^2 + A^2)} [A \cos k^* A + Z \sin k^* A] - \frac{e^{k^*z}}{2(Z^2 + B^2)} [B \cos k^* B + Z \sin k^* B] \quad (3.64)$$

$$I_x^n = J_x^n + \Delta k \sum_{l=1}^L c_e \frac{k_e e^{k_e z}}{k_e - \nu \sec^2 \theta_n} \sin[k_e X \cos \theta_n] \cos[k_e Y \sin \theta_n]$$

$$4. \quad I_y^n = J_y^n + \Delta k \sum_{l=1}^L c_e \frac{k_e e^{k_e z}}{k_e - \nu \sec^2 \theta_n} \cos[k_e X \cos \theta_n] \sin[k_e Y \sin \theta_n] \quad (3.65)$$

$$I_z^n = J_z^n + \Delta k \sum_{l=1}^L c_e \frac{k_e e^{k_e z}}{k_e - \nu \sec^2 \theta_n} \cos[k_e X \cos \theta_n] \cos[k_e Y \sin \theta_n]$$

### 3.2 Gemi Direncinin Momentum Yöntemi İle Hesabı

Bu bölümde gemi direncini momentum yöntemiyle hesabı verilmektedir. Dalga yüksekliği şu şekilde verilir;

$$\zeta(x, y) = -\frac{V_0}{g} \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y, 0) = -\frac{V_0}{g} \iint_B S(a, b, c) \frac{\partial G}{\partial x}(x, y, 0; a, b, c) dS \quad (3.66)$$

Green fonksiyonunu yazarsak

$$G(x, y, z; a, b, c) = -8v \int_0^{\pi/2} \sec^2 \theta e^{v(z+c)\sec^2 \theta} \sin[v(x-a)\sec \theta] \cos[v(y-b)\sec^2 \theta \sin \theta] \quad (3.67)$$

Green fonksiyonunun x'e göre türevi de aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\frac{\partial G(x, y, 0; a, b, c)}{\partial x} = -8v^2 \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta e^{vc\sec^2 \theta} \cos[v(x-a)\sec \theta] \cos[v(y-b)\sec^2 \theta \sin \theta] d\theta \quad (3.68)$$

$B \rightarrow U_n B_n$   $n=1,2,3,\dots,2N$  panele bölünsün ve simetriden dolayı N paneli gözönüne alalım.

$$B_n \rightarrow (a, b, c) \rightarrow (a_n, b_n, c_n) \quad dS \rightarrow \Delta A_n$$

$$S(a, b, c) \rightarrow S_n \text{ olur.}$$

Simetrik panele de B' dersek

$$B'_n \rightarrow (a, b, c) \rightarrow (a_n, -b_n, c_n)$$

$$S(a, b, c) \rightarrow S_n$$

$$dS \rightarrow \Delta A_n$$

olur.

$$\zeta(x, y) = \frac{8V_0 v^2}{g} \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta \left\{ \sum_{n=1}^N S_n e^{vc_n \sec^2 \theta} \cos[v(x-a_n)\sec \theta] \cos[v(y-b_n)\sec^2 \theta \sin \theta] \Delta A_n + \right. \quad (3.69)$$

$$\left. + \sum_{n=1}^N S_n e^{vc_n \sec^2 \theta} \cos[v(x-a_n)\sec \theta] \cos[v(y+b_n)\sec^2 \theta \sin \theta] \Delta A_n \right\} d\theta$$

Bu denklemdeki  $\cos[v(x-a_n)\sec \theta] \cos[v(y-b_n)\sec^2 \theta \sin \theta]$  terimini açarsak

$$\cos[v(x-a_n)\sec \theta] \cos[v(y-b_n)\sec^2 \theta \sin \theta] =$$

$$= \{ \cos(vx \sec \theta) \cos(va_n \sec \theta) + \sin(vx \sec \theta) \sin(va_n \sec \theta) \} \times$$

$$\times \{ \cos(vy \sec^2 \theta \sin \theta) \cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) + \sin(vy \sec^2 \theta \sin \theta) \sin(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \}$$

$$= \cos(va_n \sec \theta) \cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \cos(vx \sec \theta) \cos(vy \sec^2 \theta \sin \theta) +$$

$$+ \cos(va_n \sec \theta) \sin(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \cos(vx \sec \theta) \sin(vy \sec^2 \theta \sin \theta) +$$

$$+ \sin(va_n \sec \theta) \cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \sin(vx \sec \theta) \cos(vy \sec^2 \theta \sin \theta) +$$

$$+ \sin(va_n \sec \theta) \sin(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \sin(vx \sec \theta) \sin(vy \sec^2 \theta \sin \theta)$$

Öte yandan  $\cos[v(x-a_n)\sec \theta] \cos[v(y+b_n)\sec^2 \theta \sin \theta]$  terimini açarsak

$$\begin{aligned}
& \cos[v(x - a_n) \sec \theta] \cos[v(y + b_n) \sec^2 \theta \sin \theta] = \\
& = \{ \cos(vx \sec \theta) \cos(va_n \sec \theta) + \sin(vx \sec \theta) \sin(va_n \sec \theta) \} \times \\
& \times \{ \cos(vy \sec^2 \theta \sin \theta) \cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) - \sin(vy \sec^2 \theta \sin \theta) \sin(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \} \\
& = \cos(va_n \sec \theta) \cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \cos(vx \sec \theta) \cos(vy \sec^2 \theta \sin \theta) - \\
& - \cos(va_n \sec \theta) \sin(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \cos(vx \sec \theta) \sin(vy \sec^2 \theta \sin \theta) + \\
& + \sin(va_n \sec \theta) \cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \sin(vx \sec \theta) \cos(vy \sec^2 \theta \sin \theta) - \\
& - \sin(va_n \sec \theta) \sin(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \sin(vx \sec \theta) \sin(vy \sec^2 \theta \sin \theta)
\end{aligned}$$

terimlerini elde ederiz. Bu durumda  $\zeta(x, y)$  yazarsak;

$$\zeta(x, y) = \frac{16V_0v^2}{g} \int_0^{\pi/2} \sec^3 \theta \left\{ \cos(vx \sec \theta) \cos(vy \sec^2 \theta \sin \theta) \sum_{n=1}^N \frac{S_n e^{vc_n \sec^2 \theta} \cos(va_n \sec \theta)}{\cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \Delta A_n} \times \right. \quad (3.70)$$

$$\left. + \sin(vx \sec \theta) \sin(vy \sec^2 \theta \sin \theta) \sum_{n=1}^N \frac{S_n e^{vc_n \sec^2 \theta} \sin(va_n \sec \theta)}{\cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta) \Delta A_n} \times \right.$$

$\cos(vy \sec^2 \theta \sin \theta)$  iken iki toplam da ortaktır, bu yüzden dalga yüksekliği  $\zeta(x, y)$ 'yi

$$\zeta(x, y) = \int_0^{\pi/2} [a(\theta) \cos \alpha(\theta)x + b(\theta) \sin \alpha(\theta)x] \cos \beta(\theta)y d\theta \text{ şekilde düzenleyebiliriz}$$

$$\zeta(x, y) = \frac{16v}{V_0} \int_0^{\pi/2} \left\{ \cos(vx \sec \theta) \sum_{n=1}^N \frac{S_n e^{vc_n \sec^2 \theta} \cos(va_n \sec \theta) \cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta)}{\cos^3 \theta} \Delta A_n + \right. \quad (3.71)$$

$$\left. \sin(vx \sec \theta) \sum_{n=1}^N \frac{S_n e^{vc_n \sec^2 \theta} \sin(va_n \sec \theta) \cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta)}{\cos^3 \theta} \Delta A_n \right\} \times \cos(vy \sec^2 \theta \sin \theta) d\theta$$

$a(\theta)$  ve  $b(\theta)$ 'yi yazarsak;

$$a(\theta) = \frac{16v}{V_0} \sum_{n=1}^N \frac{S_n e^{vc_n \sec^2 \theta} \cos(va_n \sec \theta) \cos(vb_n \sec^2 \theta \sin \theta)}{\cos^3 \theta} \Delta A_n \quad (3.72)$$



$$b(\theta) = \sum_{n=1}^N \frac{S_n e^{v c_n \sec^2 \theta} \sin(v a_n \sec \theta) \cos(v b_n \sec^2 \theta \sin \theta)}{\cos^3 \theta} \Delta A_n \quad (3.73)$$

$$\Delta \theta = \frac{\pi}{2M} \quad \theta_1 = \frac{1}{2} \Delta \theta \quad \theta_{m+1} = \theta_m + \Delta \theta \quad m=1,2,3,\dots,M-1$$

$$a_m = a(\theta_m) \quad b_m = b(\theta_m)$$

Bu bağıntılardan yola çıkarak dalga direncini ve direnç katsayısını yazarsak

$$R_w = \frac{\pi \rho V_0^2 \Delta \theta}{4} \sum_{m=1}^M \{a_m^2 + b_m^2\} \cos^3 \theta_m \quad (3.74)$$

$$C_w = \frac{R_w}{\frac{1}{2} \rho V_0^2 \sum_{n=1}^N \Delta A_n} = \frac{\pi \Delta \theta}{2 \sum_n \Delta A_n} \sum_{m=1}^M \{a_m^2 + b_m^2\} \cos^3 \theta_m$$

#### 4. Çözüm Yönteminin Gemi Formlarına Uygulanması

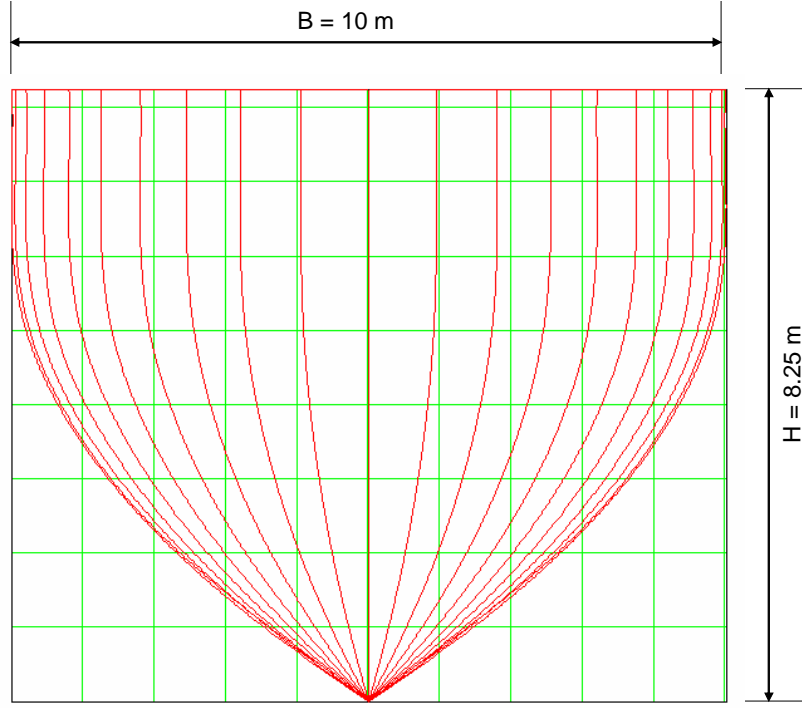
Geliştirilen direnç hesaplama yöntemi başta Wigley parabolik gemi formu ve Seri-60 formu olmak üzere bazı örneklere uygulanmıştır. İlk olarak Wigley formunun hesaplanması sonucu çıkan dalga direnci sonuçları değerlendirilmiştir.

##### 4.1 Wigley Parabolik Formu :

Wigley formunun kesitleri aşağıdaki formülle verilmektedir.

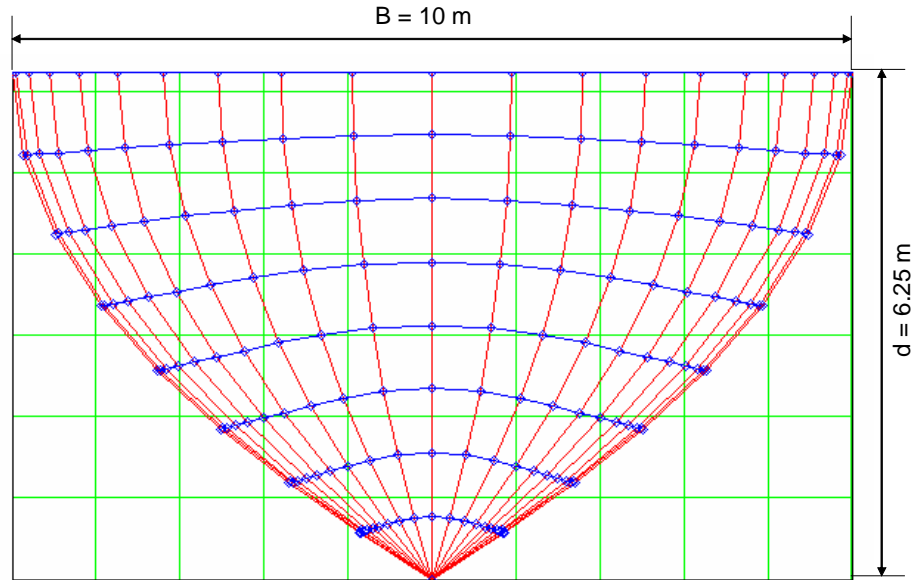
$$y(x, z) = \frac{B}{2} \left[ 1 - \left( \frac{2x - L}{L} \right)^2 \right] \left[ 1 - \left( \frac{z}{d} \right)^2 \right]$$

Burada L gemi su hattı boyu, B genişlik, d su çekimidir. Uygulanan örnekte gemi su hattı boyu 100 m, genişlik 10 m ve su çekimi 6.25 m olarak alınmıştır. Wigley parabolik formuna ait endaze şekil 5'de görülmektedir. Bu endazede kalıp yüksekliği 8.25 m olarak alınmış ve su hattı üzerinde formun kenarları düzlemsel kabul edilmiştir.



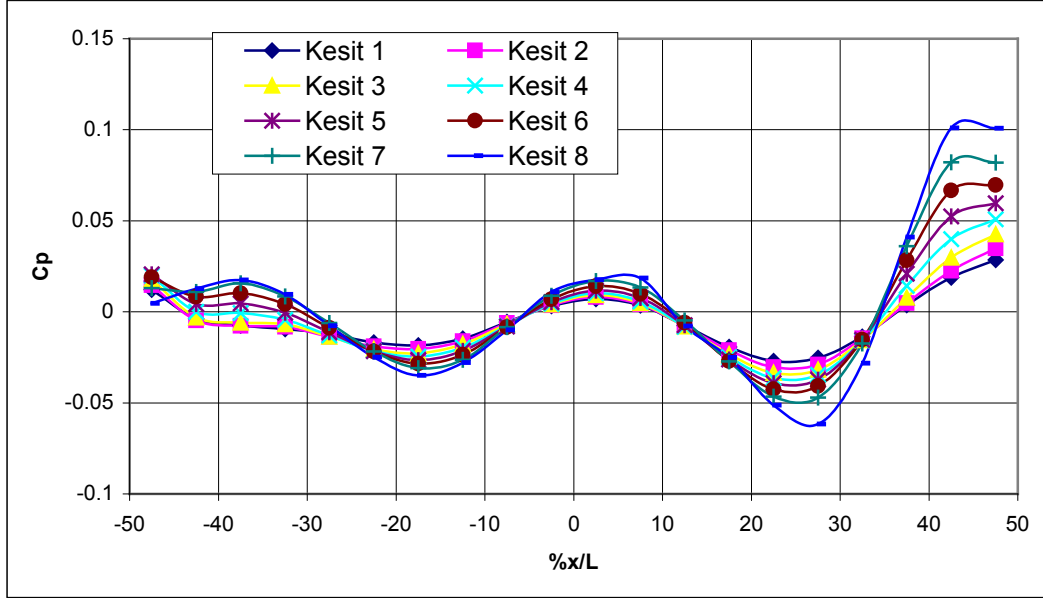
Şekil 5: Wigley parabolik formunun endazesi

Programda yatay olarak 9 kesit boyuna 21 kesit kullanılmıştır. Bu durumda toplam 160 panele karşı gelmektedir. Şekil 6'da kullanılan panellerin dağılımı endaze üzerinde gösterilmektedir.



Şekil 6: Wigley parabolik formuna ait panellerin endaze üzerinde dağılımı

Form bu şekilde tanımlandıktan sonra programda Froude sayıları 0.266, 0.310, 0.348, 0.397, 0.452, 0.482 için dalga direnci hesabı yapılmıştır. Hesaplar sırasında gemi yüzeyindeki paneller üzerinde basınç katsayıları, gemi boyunca dalga profilleri ve dalga direnci katsayısı iki yöntemle elde edilmiştir. Froude sayısının 0.266 değeri için paneller üzerinde basınç katsayılarının dağılımı Şekil 7’de verilmiştir.



Şekil 7: Wigley parabolik formuna ait paneller üzerinde basınç katsayısı dağılımı

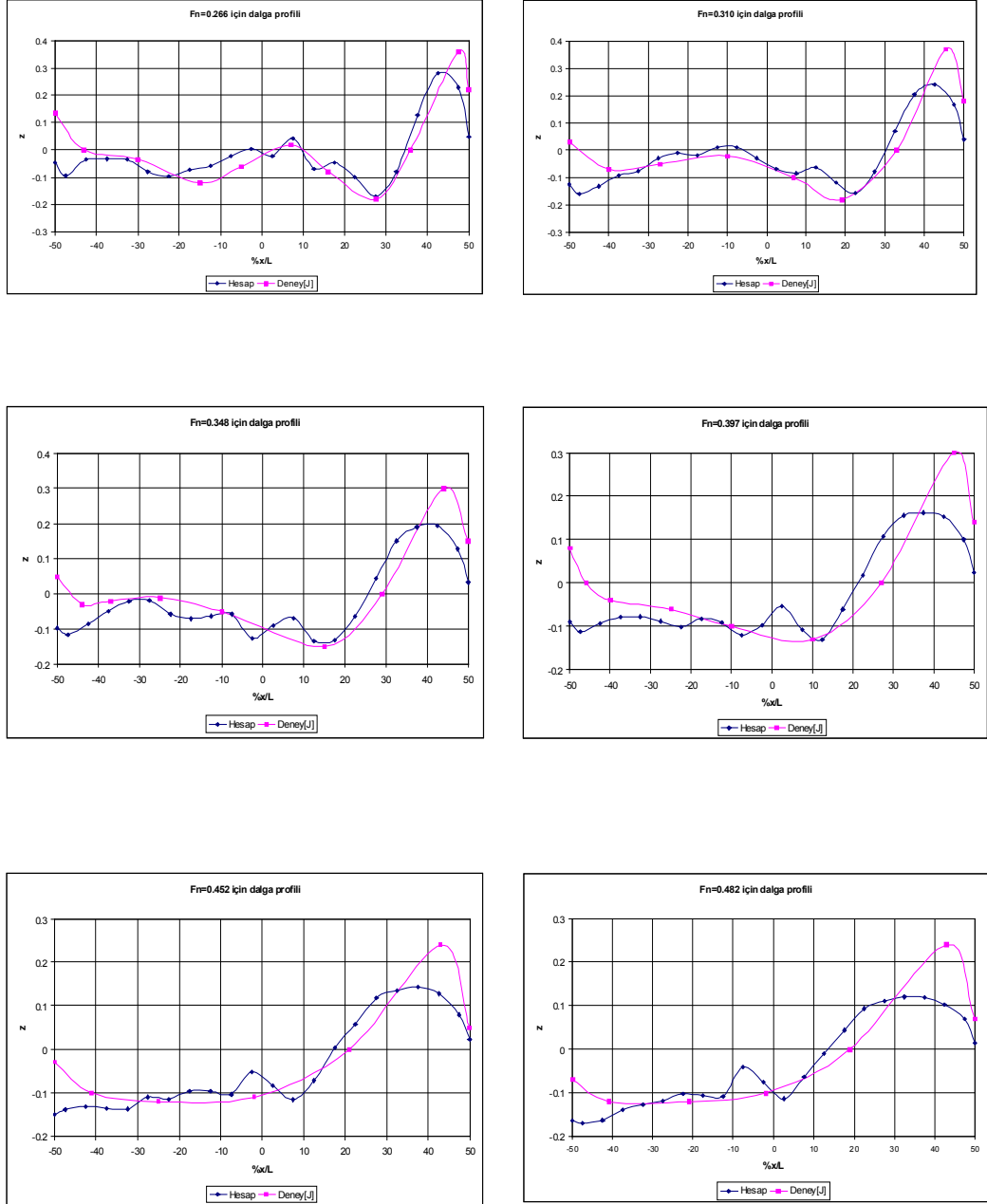
Burada yatay koordinat gemi boyunun yüzdesi olarak panel alan merkezlerini, dikey koordinat basınç katsayılarını göstermektedir. Seçilen koordinat eksenleri gereği en solda geminin kış tarafı sağ tarafta ise geminin baş tarafı bulunmaktadır. Kesit 1 en dipteki kesiti Kesit 8 de serbest su yüzeyine en yakın olan kesiti göstermektedir. Bekleneceği gibi basınçlar dipte daha düşük olup serbest su yüzeyine yaklaştıkça artmaktadır. Şekil 8’de farklı Froude sayılarında gemi boyunca hesaplanan dalga profili ile deney sonuçlarının [9] karşılaştırılması verilmektedir.

Grafiklerde verilen z boyutsuzlaştırılmış dalga yüksekliği olmaktadır.

$$z = \frac{\zeta}{F_n^2 L}$$

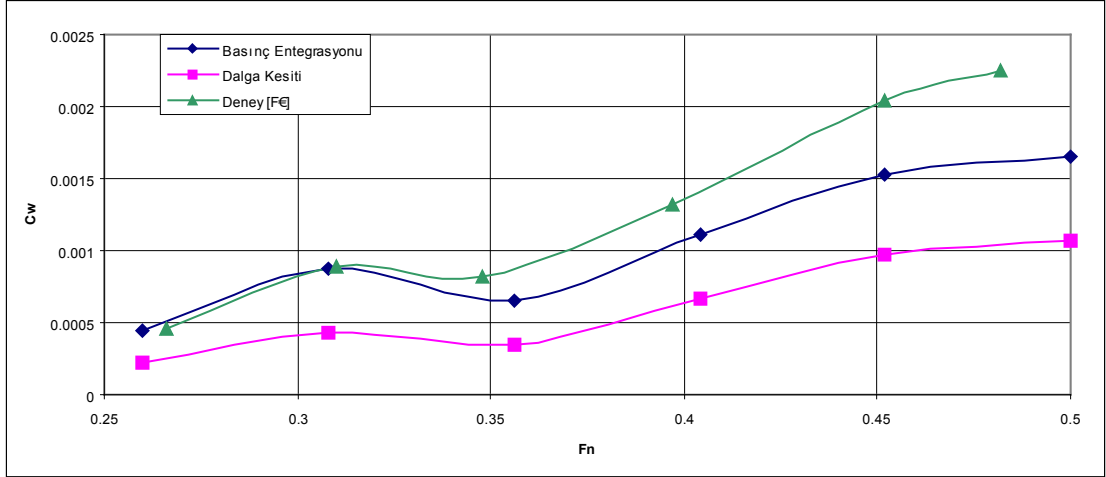
Dalga profillerinin özellikle geminin kış tarafında bozulduğu görülmektedir. Bu durum karmaşık kış formunun yeterli şekilde tanımlanamamasından kaynaklanmaktadır. Paralel gövdeye yakın kısımlarda sonuçlar deney sonuçlarına yaklaşmaktadır. Burada dalga profilinin deney sonuçlarıyla paralellik gösterdiği gözlemlenmiştir. Hesaplanan sonuçlarda salınımların olması panel boyutlarının

büyük olmasından kaynaklanmaktadır. Panel boyutunun küçültülmesiyle sonuçların deney sonuçlarına daha yaklaşıcağı düşünülmektedir.



Şekil 8: Wigley parabolik formu boyunca farklı froude sayılarında dalga profili karşılaştırması

Gemi direncinin Froude sayısına göre değişimi hem gemi yüzeyinde basınç entegrasyonu hem de enine dalga kesiti yardımı ile hesaplanmıştır. Bu hesaplardan bulunan dalga direnci katsayısı deney sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar Şekil 9’da verilmiştir.



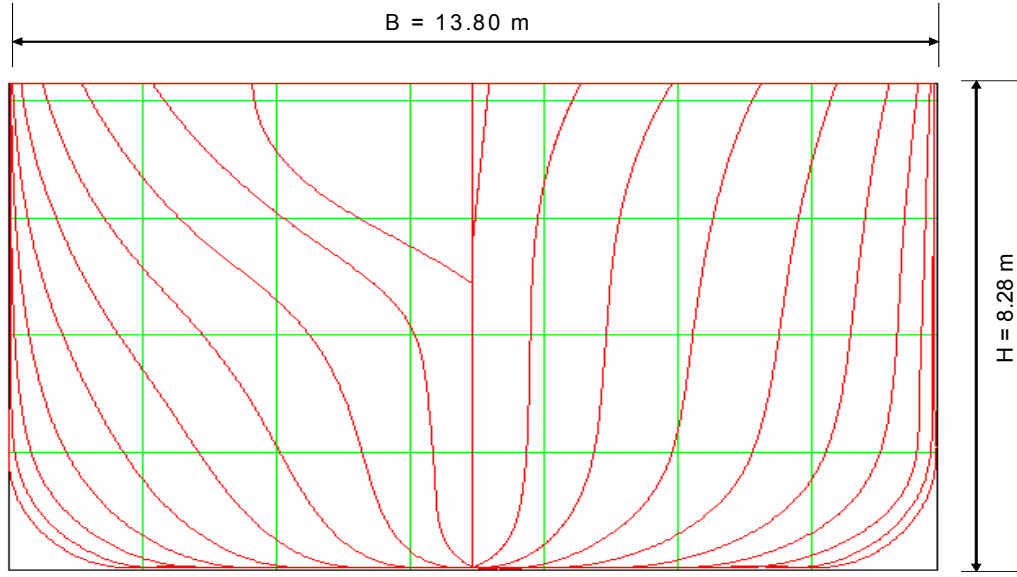
Şekil 9 : Wigley formu için Dalga direnci katsayısı

Sonuçlar dalga direnci ile ilgili ilk fikirleri vermek açısından uygun görünmektedir. Özellikle basınç entegrasyonu yöntemi ile yapılan hesap enine dalga kesiti sonuçlarına göre deney sonuçlarına daha yakın çıkmıştır. Sonuçlar ortalama olarak yüzde yirmi civarında fark etmektedir. Enine dalga kesiti ile deney sonuçları [10] arasında da yaklaşık iki kat fark vardır. Fakat her iki sonuçta da görülen eğrilerin karakterlerinin deney sonuçlarında çıkan eğrinin karakterini çukur ve tepelerin konumu olarak da yakaladığı görülmektedir.

#### 4.2 Seri-60 Gemi Formu :

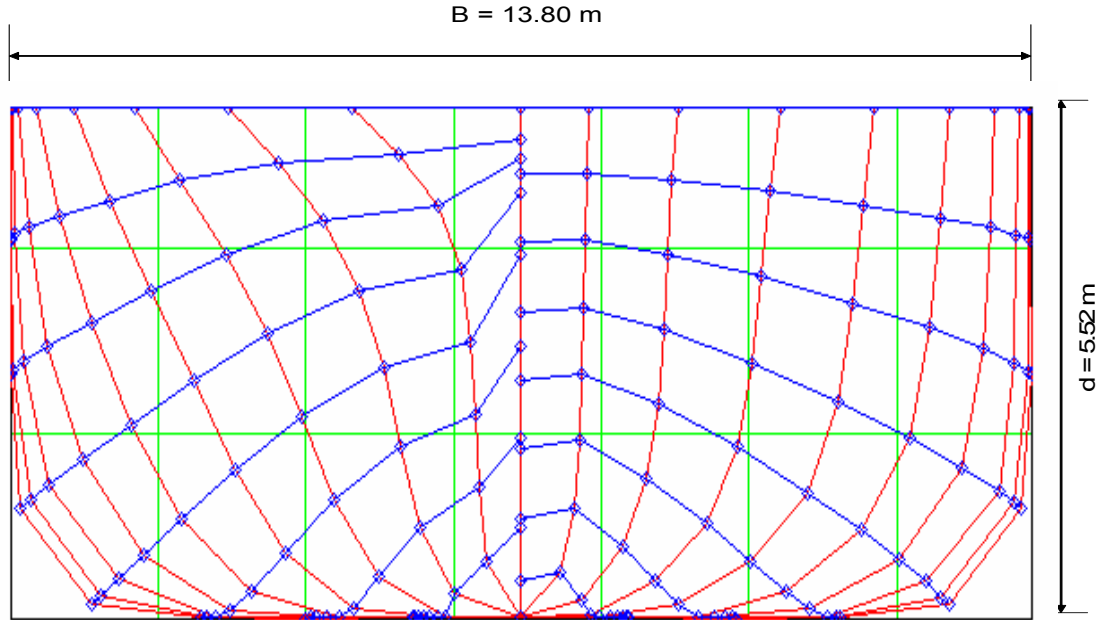
Hesaplamalarda kontrolü yapılan bir başka form ise Seri-60 gemi formudur. Seri-60 formunun baş ve kıç formları wigley formuna göre daha kıvrımlı olduğundan programın karmaşıklaşmaya başlayan formlarda nasıl davrandığını görmek açısından bize fikir verebilecek bir formdur. Takdir edileceği gibi form ne kadar kompleks olursa sonuçların hassasiyeti o derece olumsuz yönde etkilenecektir.

Burada L gemi su hattı boyu, B genişlik, d su çekimidir. Uygulanan örnekte gemi su hattı boyu 100 m, genişlik 13.80 m ve su çekimi 5.52 m olarak alınmıştır. Formun blok katsayısı 0.65’dir. Seri 60 formuna ait endaze şekil 10’da görülmektedir. Bu endazede aynı şekilde kalıp yüksekliği 8.28 m olarak alınmış ve su hattı üzerinde formun kenarları düzlemsel kabul edilmiştir.



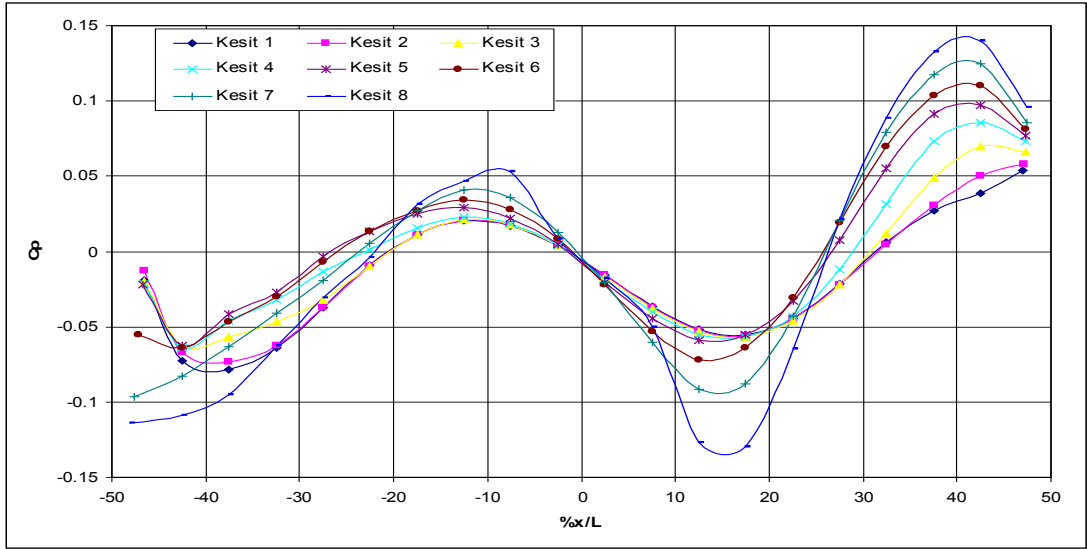
Şekil 10: Blok katsayısı 0.65 olan Seri60 formunun endazesini

Seri-60 formunda da Wigley formunda olduğu gibi yatay 8 bölüm ve en kesitler olarak 21 kesit kullanılmıştır ve bu durumda 160 panel alınmıştır. Şekil 11’de kullanılan panellerin dağılımı gösterilmiştir. Hassasiyetin artırılması açısından aynı Wigley formunda olduğu gibi tek bir yüzey elemanı bir panel olarak alınmıştır



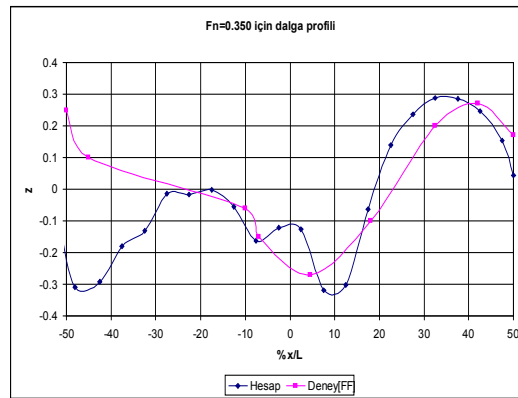
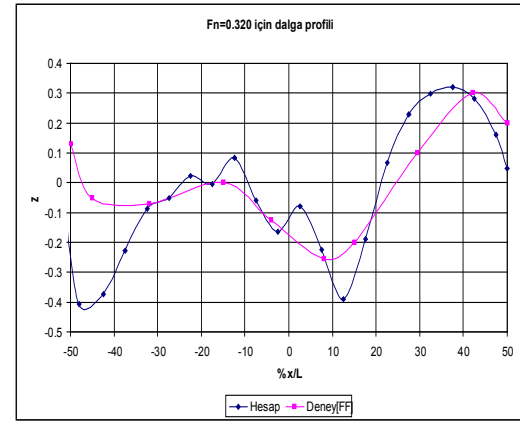
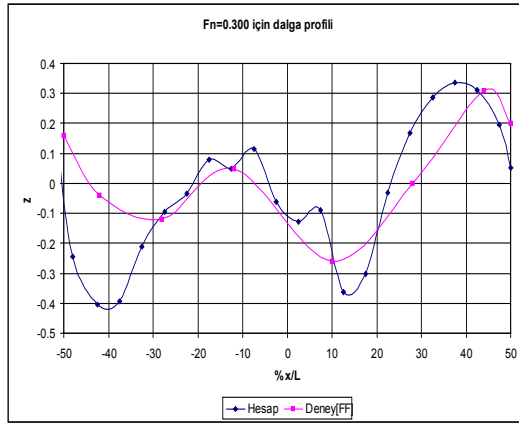
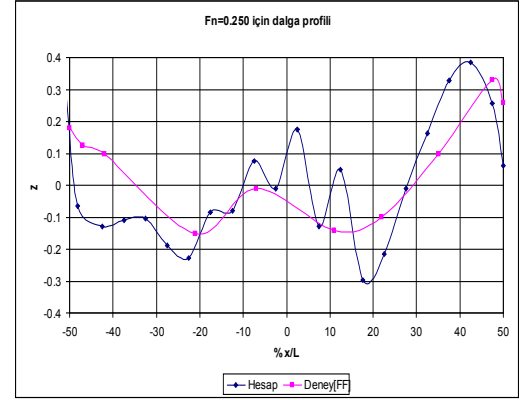
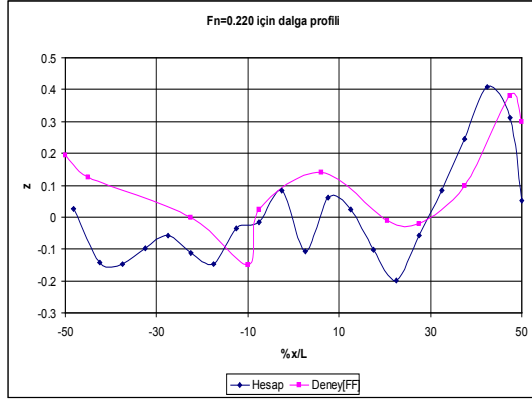
Şekil 11: Seri 60 formuna ait panellerin endaze üzerinde dağılımı

Form bu şekilde tanımlandıktan sonra programda Froude sayıları 0.220, 0.250, 0.280, 0.300, 0.320 için dalga direnci hesabı yapılmıştır. Hesaplar sırasında gemi yüzeyindeki paneller üzerinde basınç katsayıları, gemi boyunca dalga profilleri ve dalga direnci katsayısı iki yöntemle elde edilmiştir. Froude sayısının 0.298 değeri için paneller üzerinde basınç katsayılarının dağılımı Şekil 12’de verilmiştir.



Şekil 12: Froude sayısı 0.298 için Seri 60 formuna ait panellerin üzerinde basınç katsayısı dağılımı

Burada da Wigley parabolik formunda olduğu gibi yatay koordinat gemi boyunun yüzdesi olarak panel alan merkezlerini, dikey koordinat basınç katsayılarını göstermektedir. Seçilen koordinat eksenleri gereği en solda geminin kış tarafı sağ tarafta ise geminin baş tarafı bulunmaktadır. Kesit 1 en dipteki kesiti Kesit 8 de serbest su yüzeyine en yakın olan kesiti göstermektedir. Bekleneceği gibi basınçlar dipte daha düşük olup serbest su yüzeyine yaklaştıkça artmaktadır. Şekil 13’de farklı Froude sayılarında gemi boyunca hesaplanan dalga profilleri ile deney sonuçlarının karşılaştırılması verilmektedir.

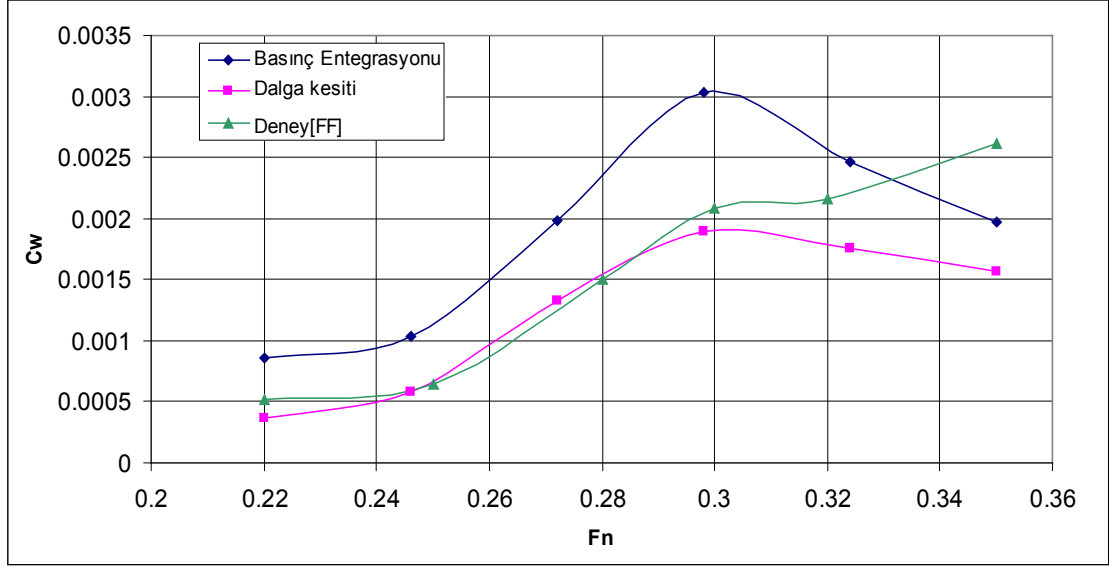


Şekil 13: Seri 60 formu boyunca farklı froude sayılarında dalga profili karşılaştırması

Dalga profillerinin özellikle geminin kıç tarafında bozulduğu görülmektedir. Bu durum karmaşık kıç formunun yeterli şekilde tanımlanamamasından



kaynaklanmaktadır. Paralel gövdeye yakın kısımlarda sonuçlar deney sonuçlarına yaklaşmaktadır. Seri 60 formunda da aynı şekilde hesap sonuçlarında dalgalanmaları görmekteyiz. Bunun sebebi de yine panel büyüklüklerinin fazla olmasından kaynaklanmaktadır. Panel sayısının arttırılmasıyla bu salınımların azalacağı düşünülmektedir.



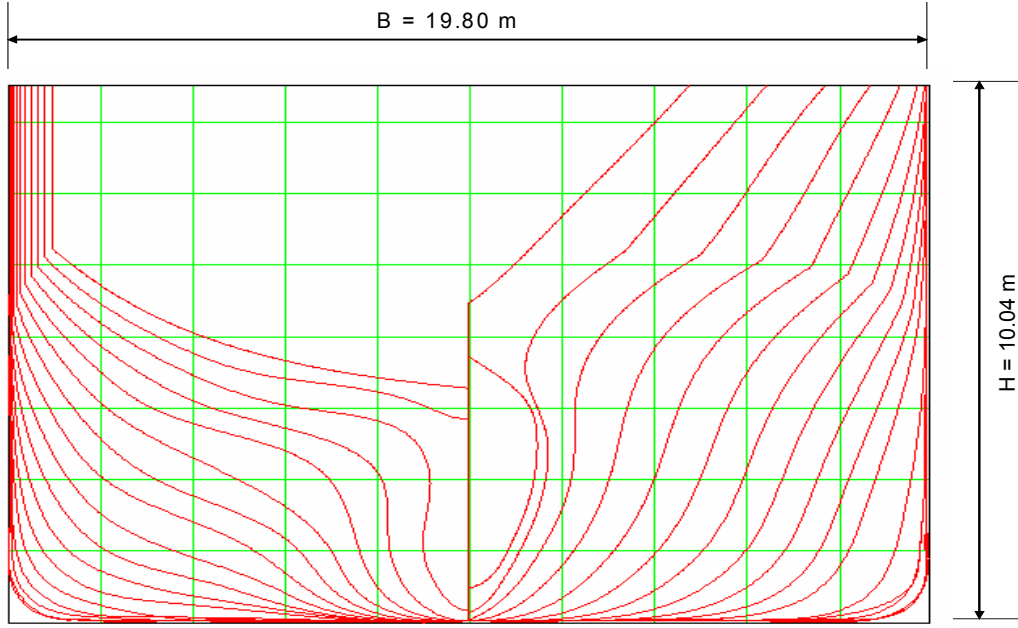
Şekil 14 : Seri 60 formu için Dalga direnci katsayısı

Şekil 14'de Seri 60 formunun dalga direnci katsayısı sonuçlarının deney sonuçlarıyla [11] karşılaştırılması görülmektedir. Bu sefer basınç entegrasyonu yöntemi yerine enine dalga kesiti yönteminin deney sonuçlarıyla yakınlık gösterdiği görülmektedir. 0.20 – 0.30 Froude sayıları arasında enine dalga kesiti yöntemiyle deney sonuçlarında sadece yüzde onluk bir fark vardır ki bu da sonuçların oldukça uygun ve kabul edilebilir olduğunu göstermektedir. Ayrıca eğrinin karakteristik yapısı da deney sonuçlarıyla çok yakındır. Basınç entegrasyonu yöntemi ise yaklaşık yüzde ellilik bir farklılık göstermesine rağmen eğrinin karakteristiğini yakalamıştır. Bu sebeple çıkan form hakkında bilgi vermesi açısından sonuçlar kullanılabilir. Fakat güç hesabı gibi hesaplamalarda çıkan sonuçların kullanılması uygun değildir.

#### 4.3 Tanker Formu

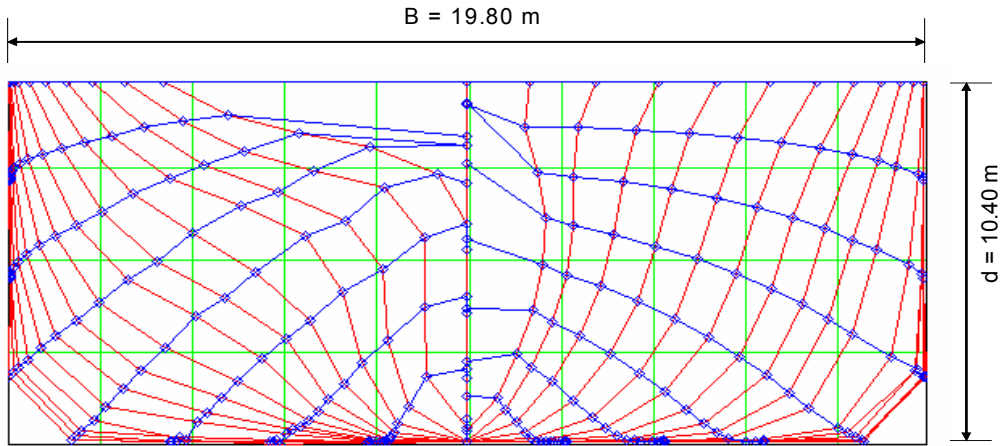
Son olarak hesap yöntemi Wigley ve Seri-60 formlarından farklı formda olan bir gemiye uygulanmıştır. Burada da aynı diğer formlarda olduğu gibi L gemi su hattı boyu, B genişlik, d su çekimidir. Uygulanan örnekte gemi su hattı boyu 122.7 m, genişlik 19.80 m ve su çekimi 7.85 m olarak alınmıştır. Seri 60 formuna ait endaze

Şekil 15’de görülmektedir. Bu endazede kalıp yüksekliği 10.40 m olarak alınmış ve su hattı üzerinde formun kenarları düzlemsel kabul edilmiştir.



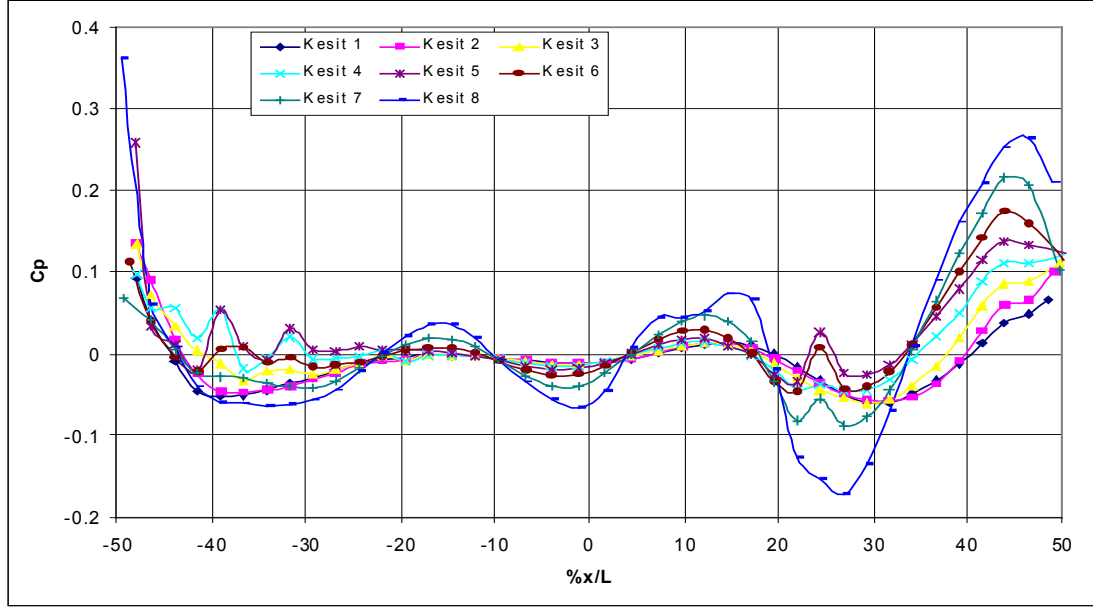
Şekil 15: Hesaplamalarda kullanılan tanker formunun endazesi

Tanker formunda yatay 8 bölüm en kesit olarak da 41 kesit kullanılmıştır ve bu durumda 320 panel alınmıştır. Şekil 16’da kullanılan panellerin dağılımı gösterilmiştir. Hassasiyetin artırılması açısından tek bir yüzey elemanı bir panel olarak alınmıştır.



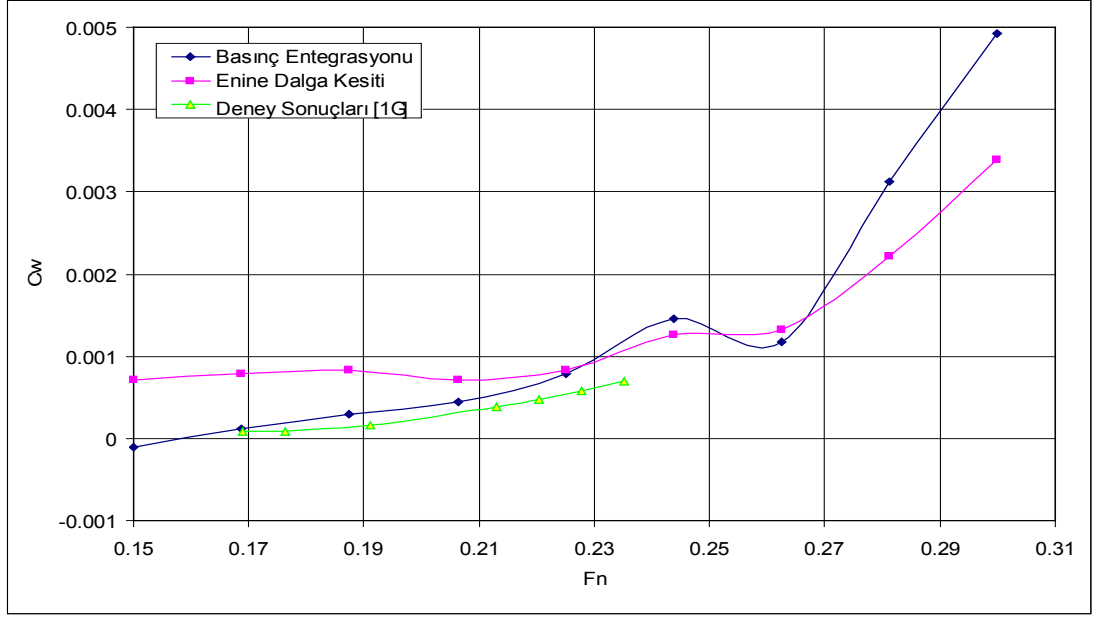
Şekil 16: Tanker formuna ait panellerin endaze üzerinde dağılımı

Form bu şekilde tanımlandıktan sonra programda Froude sayıları 0.1910, 0.2057, 0.2131, 0.2204 için dalga direnci hesabı yapılmıştır. Hesaplar sırasında gemi yüzeyindeki paneller üzerinde basınç katsayıları, gemi boyunca dalga profilleri ve dalga direnci katsayısı iki yöntemle elde edilmiştir. Froude sayısının 0.225 değeri için paneller üzerinde basınç katsayılarının dağılımı Şekil 17’de verilmiştir.



Şekil 17 – Tanker formuna ait panellerin üzerinde basınç katsayısı dağılımı

Burada yatay koordinat gemi boyunun yüzdesi olarak panel alan merkezlerini, dikey koordinat basınç katsayılarını göstermektedir. Seçilen koordinat eksenleri gereği en solda geminin kıç tarafı, sağ tarafta ise geminin baş tarafı bulunmaktadır. Kesit 1 en dipteki kesiti Kesit 8 de serbest su yüzeyine en yakın olan kesiti göstermektedir. Bekleneceği gibi basınçlar dipte daha düşük olup serbest su yüzeyine yaklaştıkça artmaktadır. Şekil 18’de hesaplanan dalga direnci katsayısıyla deney sonuçlarının karşılaştırılması bulunmaktadır. Dalga profiliyle ilgili olarak deney sonuçları elimizde olmadığından dalga profili grafiği bu gemi için koyulmamıştır.



Şekil 18 – Örnek gemi formu için Dalga direnci katsayısı

Çalışmada verilmiş olan deney sonuçları Şubat 2006 yılında Bulgarian Ship Hydrodynamics Centre (BSHC)'de [12] yapılmış olan 10000 DWT tanker model testinin teknik raporundan alınmış olan sonuçlardır. Burada da basınç entegrasyonu yönteminin deney sonuçlarıyla ortalama 1.5 kat fark gösterdiğini görmekteyiz. Enine dalga kesiti sonuçlarının 0.20 – 0.25 Froude sayıları arası bölgede 1.8 kat daha fazla sonuç verdiği görülmektedir. Bu durumda basınç entegrasyonu yöntemi enine dalga kesiti yönteminden daha yakın sonuçlar vermiş ve eğrinin gelen karakterini daha iyi yakalamıştır. 0.25 Froude sayısının üzerindeki Froude sayıları için deney sonuçları elimizde olmadığından eğrinin devamını karşılaştıramamaktayız.

## 5. Sonuçlar :

Bu çalışmada basitleştirilmiş bir entegral kullanılarak gemi direnci hesabı yapılmıştır.

Hesabı yapmak için bir program yazılmış ve bu program kullanılarak Wigley parabolik gemi formu, Seri-60 gemi formu ve 10000 DWT'lik bir örnek gemi formunun dalga direnç değerleri hesaplanmıştır. Direnç hesabı yapılırken iki yöntem kullanılmıştır. Bunlardan bir tanesi basınç entegrasyonu yöntemi diğeri de enine dalga kesiti metodu olmaktadır. ıkan sonuçların gemi formunun direnç karakteristiği ile ilgili olarak doğru yönlendirmeleri yapıp yapmadığına bakılmıştır. ıkan sonuçlarla ilgili olarak değerlendirmeler aşağıda verilmiştir:

- Wigley parabolik formu için yapılan hesaplamaların deney [7,8] sonuçlarıyla karşılaştırılması sonucunda basınç entegrasyonu yönteminin deney sonuçlarıyla arasında yüzde yirmilik bir fark olmasına rağmen enine dalga kesiti metodunda bu farkın iki katına çıktığı görülmüştür. Fakat eğrinin karakterini yakalama açısından sonuçlar başarılı bulunmuştur.
- Seri 60 formunda ise Wigley formundan farklı olarak enine dalga kesiti metodu deney sonuçlarına [9] yaklaşmıştır. Enine dalga kesiti metodu deney sonuçlarıyla ortalamada yüzde on civarında bir fark oluştururken basınç entegrasyonu yöntemiyle yapılan hesaplamaların sonuçlarla yüzde elliye yakın farklara vardığı gözlemlenmiştir.
- 10000 DWT tanker formu için yapılan hesaplamalar da Wigley formu gibi basınç entegrasyonu yöntemiyle daha uyumlu çıkmıştır. Wigley formu ve örnek gemi formunun basınç entegrasyonu yöntemiyle yapılan hesaplamayla elde edilen sonuçların deney sonuçlarıyla daha uyumlu olmasına rağmen Seri 60 formunun enine dalga kesiti yöntemine göre yapılan hesaplamaların sonuçlarının deney sonuçlarıyla uyumlu olması Seri 60 formunun daha narin olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.
- Bütün bu farklılıklara rağmen her üç geminin sonuçları da deney sonuçlarında çıkan eğrinin karakterini yakalamıştır.
- Bu farklılıklar gözetilerek programın sayısal olarak güvenilmez olarak değerlendirilebilir. Fakat eğrinin karakterini yakaladığı için oluşturulan formda daha iyiye mi yoksa daha kötüye mi gidildiği konusunda fikir vermek açısından kullanılabilir bir programdır. Ama çıkan sonuçlardan g hesabına geçilmesi açısından uygun değildir.

- Farklılıkların oluşmasında viskozite etkisinin de payı vardır. Bu durum için sınır tabaka teorisinden faydalanarak bir integral sınır tabaka programı yazılarak veya ampirik viskoz düzeltme yapılarak aşılabilir.
- Programda düşük hızlar için daha iyi sonuç veren düzeltmeler üzerinde çalışılmasında yarar vardır.
- Panel sayısı arttırılarak özellikle dalga profili salınımlarının daha düzeltilebileceği düşünülmektedir.
- Gemi formunu tanımlarken özellikle baş ve kıç taraflarda panellerin kareye yakın formları bozulmaktadır. Bunu aşabilmek için geminin baş ve kıç tarafları iki ayrı parçaya bölüp sonuçta birleştirme vasıtasıyla çözüm denemenin sonuçları iyileştirmede etkin bir rol oynayacağı düşünülmektedir. Bu tip bir çalışma yapılarak programa eklenebilir.
- Programa bazı eklemeler yapılması sonuçları olumlu yönde etkileyebilir. Bunlardan bir tanesi basınç entegrasyonu yönteminde dalga yüksekliklerinin katkısını da eklemek olabilir.
- Ayrıca su çekimi ve trim değişiklikleri de hesaba katılarak daha hassas sonuçlar bulunması sağlanabilir.

Bütün bu bilgiler doğrultusunda yapılan çalışma form hakkında bilgi edinmek ve özellikle ön dizayn aşamasında formun daha optimum hale getirilmesi açısından uygun olduğu söylenebilir.

## KAYNAKLAR

- [1] Kafalı, Kemal., - “Gemi Formunun Statik ve Dinamik Esasları”, – İ.T.Ü. Gemi İnşaatı Fakültesi, 1982
- [2] Baykal, Reşat; Dikili, A. Cemil - Gemilerin direnci ve makina gücü / Reşat Baykal, A. Cemil Dikili
- [3] Sabuncu, Tarık - “Gemilerin Dalga Direnci Teorisi”, İstanbul Teknik Üniversitesi Gemi Enstitüsü Bülteni 12, İstanbul, 1962
- [4] Aldoğan, A.İ.- “Lineer Olmayan Dalga Direnci Teorisi ve Uygulaması” – Doktora Tezi, İ.T.Ü. Gemi İnşaatı Fakültesi , 1977
- [5] Hess, J.L ve Smith, A.M.O., - ‘Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies’, Paper No.1, Pergamon Press, 1967
- [6] Şaylan, Dr. Öner, -‘Potential Flow Around Three Dimensional Arbitrary Bodies’, No.24 - İTÜ Gemi Enstitüsü Bülteni, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, Gümüşsuyu, 1979
- [7] Wehausen, John V., - “The Wave Resistance of Ships” – Department of Naval Architecture University of California, Berkeley, California, 1975
- [8] Wegausen, J; Laitune, E.V. – ‘Surface Waves Encyclopedia of Physics Vol. 9, pp 446-778, Spriner Verlag, Berlin, 1960
- [9] Shearer, J.R. and Cross, J.J.,- ‘The experimental determination of the components of ship resistance for a mathematical form’ , Trans. RINA, Vol 107, pp 459-473, London, 1965
- [10] Lackenby, H.,- ‘An investigation into the nature and independence of the components of ship resistance’, Trans. RINA, Vol 107, pp 474-501, London, 1965

[11] Huang, T.T. and Von Kerczek, C.,- 'Shear stress and pressure distribution on a surface ship model: Theory and Experiments', 9th symposium on Naval Hydrodynamics, ONR, Paris, 1972

[12] BSHC, Bulgarian Ship Hydrodynamics Centre, -'Model Tests of 10000 DWT Tanker, Technical Report KP062002-01', Varna, February, 2006