



XVIII. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ
26 - 30 Ağustos 2013, Celal Bayar Üniversitesi, Manisa

ELASTİK ZEMİNE OTURAN SONSUZ UZUN ELASTİK KİRİŞİN HAREKETLİ YÜK ALTINDA DİNAMİK DAVRANIŞI

Volkan Kahya¹, Muhittin Turan², Onur Araz³

¹ Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 61080, Trabzon, E-posta: volkan@ktu.edu.tr

² Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 61080, Trabzon, E-posta: m.turan@ktu.edu.tr

³ Gümüşhane Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Gümüşhane, E-posta: onuraraz29@hotmail.com

ÖZET

Bu çalışmada, elastik zemine oturan sonsuz uzun kirişin hareketli yük altında dinamik davranışı incelenmiştir. Hareket denkleminin analitik çözümü için üstel Fourier dönüşümü kullanılmıştır. Ters dönüşümlerde ortaya çıkan integrallerin hesabı rezidü integral teoremi ile yapılmış ve kirişin dinamik yer değiştirmelerinin yük hızı, yatak katsayısı ve sönüme göre değişimi incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Hareketli Yük, Rezidü Teoremi, Fourier Dönüşümü, Sonsuz Kiriş, Elastik Zemin

DYNAMIC BEHAVIOR OF AN INFINITE ELASTIC BEAM ON ELASTIC FOUNDATION UNDER MOVING LOAD

ABSTRACT

In this study, dynamic behavior of an infinite elastic beam on elastic foundation under moving load is investigated. The complex Fourier transform and the residue integral theorem are used in the analytical solution. Variation of dynamic displacements of the beam under moving loads is investigated with the load speed, the foundation stiffness, the beam damping.

Keywords: Moving Load, Residue Theorem, Fourier Transform, Infinite Beam, Elastic Foundation

1. GİRİŞ

Günümüzde hızlı ve güvenli ulaşım için ülkeler önemli miktarda kaynak ayırmaktadır. Kara veya demiryolu taşımacılığının hızlı ve güvenli olarak yapılabilmesi için üretilen araçların üst yapı ve temeli üzerinde meydana getirdiği etkilerin doğru tahmini gerek ekonomik ve gerekse can güvenliği açısından önemlidir. Bundan dolayı yüz yıla yakın bir süredir araştırmacılar, hareketli yüklerin yapılar üzerindeki etkileri konusunda yoğun bir şekilde çalışmaktadır.

Hareketli yük altında elastik zemine oturan kiriş problemi ilk olarak Timoshenko [1] tarafından çözülmüş, bunu Dörr [2] ve Kenney'in [3] katkıları takip etmiştir. Harmonik yük altında elastik zemine oturan kiriş problemi Mathews [4] ve Younesian vd. [5] tarafından ele alınmıştır. Jaiswal ve Iyengar [6] harmonik yükün yaylı kütle ile yapıya etkimesi durumunu incelemiştir. Yükün zamanla şiddetinin değişmesi durumu ise Fryba [7] tarafından ele alınmıştır. Houedec [8], Westergaard zemini üzerine oturan elastik kirişin sabit hızlı hareket yük altındaki davranışını incelemiştir. Chen ve Huang [9] viskoelastik zemin üzerine oturan sonlu ve sonsuz Timoshenko kirişinin hareketli yük altındaki davranışını ele almışlardır. Awodola ve Oni [10], değişken rijitliğe sahip elastik zemin üzerine oturan ve hareketli tekil yüke maruz elastik kirişin dinamik davranışını incelemiştir. Mallik vd. [11] sabit hızla hareket eden tekil yüke maruz ve elastik zemine oturan üniform kirişin dinamik davranışını çalışmışlardır.

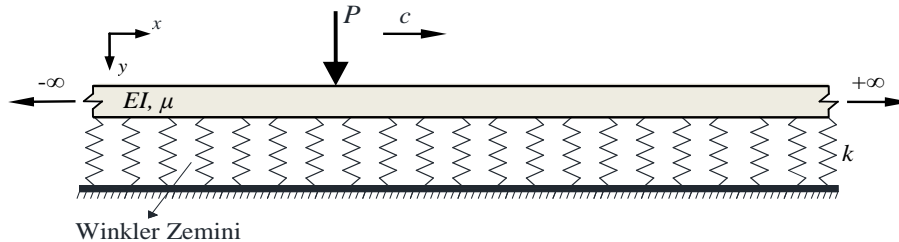
Hareketli yükler, özellikle yüksek hızlarda, yapıda şiddetli titreşimlere ve dinamik gerilmelere sebep olurlar. Bundan dolayı, hareketli yük etkisi altında kalan köprü ve demiryolu gibi son derece yüksek maliyetli yapılarda bakım giderlerini azaltacak ve işletme ömrünü yükseltecek tedbirlerin alınması, ancak yapının dinamik davranışının doğru olarak tespiti ile mümkündür. Bu çalışma, yapının dinamik davranışını etkileyen sönüm, yük hızı ve yatak katsayısı gibi parametrelerin sistemin dinamik davranışını nasıl etkilediğini görmek için yapılmıştır.

2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Çalışmada Winkler elastik zemini üzerine oturan sabit kesitli, sonsuz uzun elastik kiriş ele alınmıştır (Şekil 1). P tekil yükü kiriş üzerinde c sabit hızıyla hareket etmektedir. Probleme ait hareket denklemi

$$EI \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + 2\mu\omega_b \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + kv(x,t) = P\delta(x-ct) \quad (1)$$

şeklindedir. Burada; EI kirişin eğilme rijitliğini, $v(x,t)$ kirişin yer değiştirmesini, μ kirişin birim uzunluğuna gelen kütesini, ω_b kirişin açılma sönüm frekansını, k yatak katsayısını, P yükün şiddetini, δ Dirac-delta fonksiyonunu ve c yükün hızını göstermektedir.



Şekil 1. Hareketli tekil kuvvet altında elastik zemine oturan sonsuz kiriş

(1) kısmi diferansiyel denkleminin çözümü için (x,y) koordinat takımı yerine yükte birlikte hareket eden yeni bir koordinat takımı tanımlanması uygundur [12]. $\lambda = (k/4EI)^{1/4}$ olmak üzere $s = \lambda(x - ct)$ dönüşümü yapılırsa (1) kısmi diferansiyel denklemi

$$\frac{d^4 v(s)}{ds^4} + 4\alpha^2 \frac{d^2 v(s)}{ds^2} - 8\alpha\beta \frac{dv(s)}{ds} + 4v(s) = 8\bar{\delta}(s) \quad (2)$$

şeklinde bir adi diferansiyel denkleme indirgenir [12]. Burada

$$\begin{aligned} v(x,t) &= v_0 v(s), & v_0 &= \frac{P}{8\lambda^3 EI} = \frac{P\lambda}{2k}, & \alpha &= \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\lambda} \sqrt{\frac{\mu}{EI}} \\ c_{cr} &= 2\lambda \sqrt{\frac{EI}{\mu}}, & \beta &= \omega_b \sqrt{\frac{\mu}{k}}, & \bar{\delta}(s) &= \frac{1}{\lambda} \delta(x) \end{aligned} \quad (3)$$

şeklinde tanımlıdır. (3) ifadelerinde α boyutsuz hız parametresi, β boyutsuz sönüm, c_{cr} kritik hızdır. (2) denkleminin çözümü için aşağıda tanımlanan üstel Fourier dönüşüm çifti kullanılacaktır.

$$V(q) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(s) e^{-iqs} ds, \quad v(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} V(q) e^{isq} dq \quad (4a,b)$$

(4a) denklemi (2) denkleminde uygulanır ve

$$v(s) = v'(s) = v''(s) = v'''(s) \Big|_{s \rightarrow \pm\infty} = 0 \quad (5)$$

sınır şartları da dikkate alınırsa

$$q^4 V(q) - 4\alpha^2 q^2 V(q) - i8\alpha\beta q V(q) + 4V(q) = 8 \quad (6)$$

ifadesi elde edilir. Bu ifade yardımıyla

$$V(q) = \frac{8}{q^4 - 4\alpha^2 q^2 - i8\alpha\beta q + 4} \quad (7)$$

şeklinde dönüşüm alanında yer değiştirme ifadesi elde edilir. (7) denkleminde (4b) ile verilen ters Fourier dönüşümü uygulanırsa

$$v(s) = \frac{4}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{isq}}{q^4 - 4\alpha^2 q^2 - i8\alpha\beta q + 4} dq \quad (8)$$

şeklinde dinamik yer değiştirmeler elde edilir. (8) integrali rezidü teoremi yardımıyla hesaplanabilir.

3. REZİDÜ TEOREMİ İLE KOMPLEKS İNTEGRASYON

(8) integralinin hesabında rezidü teoremi kullanılacaktır. Bunun için ifade aşağıdaki şekilde yazılır [12].

$$v(s) = \frac{4}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(q) dq = \frac{4}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{isq}}{Q(q)} dq \quad (9)$$

Burada

$$Q(q) = q^4 - 4\alpha^2 q^2 - i8\alpha\beta q + 4 \quad (10)$$

şeklinde tanımlıdır. $Q(q)$ kompleks değişkenli fonksiyonun kutupları aşağıdaki gibi kabul edilsin [12].

$$A_1 = a_1 + ib, \quad A_2 = -a_1 + ib, \quad A_3 = a_2 - ib, \quad A_4 = -a_2 - ib \quad (11)$$

Kutupların kompleks düzlemde gösterimi Şekil 2'de verilmiştir. (11) ifadeleri dikkate alınarak (10) ile verilen $Q(q)$ ifadesi

$$Q(q) = q^4 - 4\alpha^2 q^2 - i8\alpha\beta q + 4 = (q - A_1)(q - A_2)(q - A_3)(q - A_4) \quad (12)$$

şeklinde yazılabilir. (11) ifadeleri (12) ifadesinde yazılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$2b^2 - a_1^2 - a_2^2 = -4\alpha^2, \quad 2bi(a_2^2 - a_1^2) = -8\alpha\beta i, \quad (a_1^2 + b^2)(a_2^2 + b^2) = 4 \quad (13a-c)$$

(13b) denklemi (13a)'da yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$a_1^2 = 2\alpha^2 + b^2 + \frac{2\alpha\beta}{b}, \quad a_2^2 = 2\alpha^2 + b^2 - \frac{2\alpha\beta}{b} \quad (14a,b)$$

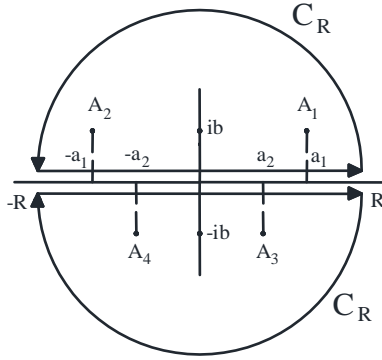
ifadeleri elde edilir. (14a) ve (14b) denklemleri (13c) denkleminde yerine yazılırsa

$$b^6 + 2\alpha^2 b^4 + (\alpha^4 - 1)b^2 - \alpha^2 \beta^2 = 0 \quad (15)$$

ifadesi elde edilir. (15) denkleminin 6 tane kökü olup bunlardan pozitif olanı kompleks integrasyonda kullanılacaktır. Descartes kuralına göre (15) eşitliğinin $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$ şartlarını sağlayan köklerinden bir tanesi her zaman pozitif olmalıdır [12]. (15) ifadesinden bulunan $b > 0$ kökü (14) denklemlerinde yazılarak a_1 ve a_2 değerleri elde edilir. Cauchy rezidü teoremi yardımıyla (8) integrali

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(q) dq = \pm 2\pi i \sum_{j=1}^n \text{res } F(q) \Big|_{q=A_j} \quad (16)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $s > 0$ için integral üst yarım düzlemde olduğundan işaret (+) pozitif, $s < 0$ için integral alt yarım düzlemde olduğundan işaret (-) negatif alınır. (16) ifadesi yardımıyla yer değiştirmeler



Şekil 2. Kompleks kutupların gösterimi

$$v(s) = \frac{2}{a_1(D_1^2 + D_2^2)} e^{-bs} (D_1 \cos a_1 s + D_2 \sin a_1 s) \quad s > 0 \quad (17)$$

$$v(s) = \frac{2}{a_2(D_3^2 + D_4^2)} e^{bs} (D_3 \cos a_2 s - D_4 \sin a_2 s) \quad s < 0 \quad (18)$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$D_1 = a_1 b, \quad D_2 = b^2 - \frac{1}{4}(a_1^2 - a_2^2), \quad D_3 = a_2 b, \quad D_4 = b^2 + \frac{1}{4}(a_1^2 - a_2^2) \quad (19)$$

olarak tanımlıdır. Aşağıda (15) denkleminin pozitif kökünün (b) çeşitli özel haller için elde edilişi verilmiştir. b bulunduktan sonra (14) ifadeleri yardımıyla a_1 ve a_2 değerleri, ardından da (17-19) ifadeleri yardımıyla dinamik yer değiştirme kolayca elde edilir.

○ *Statik Hal* ($\alpha=0, \beta=0$)

(15) ifadesinde $\alpha=0, \beta=0$ alınır, pozitif kök $b=1$ olarak elde edilir. (14) ifadelerinden $a_1=1$ ve $a_2=1$ şeklinde hesaplanır.

○ *Sönümsüz Hal* ($\beta=0$)

- $\alpha < 1, \beta=0$ hali: Pozitif kök $b = \sqrt{1 - \alpha^2}$ (14) ifadelerinde yazılırsa $a_1 = a_2 = \sqrt{1 + \alpha^2}$ şeklinde elde edilir.
- $\alpha = 1, \beta=0$ hali: Bu durumda kritik hız, hareketli yükün hızına eşittir ve $b=0, a_1=a_2=2^{1/2}$ olarak elde edilir. Sönüm sıfır olduğundan kirişte yer değiştirme sonsuza gider.
- $\alpha > 1, \beta=0$ hali: Bu halde 0/0 belirsizliği ortaya çıktığından b kökü, Kenney [13] tarafından verilen

$$b = \frac{\alpha \beta}{(\alpha^4 - 1)^{1/2}} \left\{ 1 - \frac{1}{8} \left(\frac{8\beta^2 \alpha^4}{(\alpha^2 - 1)^2} \right) + \dots \right\} \quad (20)$$

seri yaklaşımı yardımıyla şeklinde hesaplanarak $a_{1,2} = \sqrt{\alpha^2 + 1} \pm \sqrt{\alpha^2 - 1}$ olarak elde edilir.

○ *Hafif Sönüm Hali* ($\beta \ll 1$)

- $\alpha < 1, \beta \ll 1$ hali: Pozitif kök $b \approx \sqrt{1 - \alpha^2}$ (14) ifadelerinde yazılırsa $a_1, a_2 \approx \sqrt{1 + \alpha^2 \pm \frac{2\alpha\beta}{\sqrt{1 - \alpha^2}}}$ şeklinde elde edilir.
- $\alpha = 1, \beta \ll 1$ hali: Pozitif kök $b \approx 2^{-1/4} \beta^{1/2}$ olarak alınır [12] $a_1 = a_2 \approx (2^{1/2} \pm 2^{-1/4} \beta^{1/2})$ şeklinde elde edilir.
- $\alpha > 1, \beta \ll 1$ hali: Bu durumda $b \approx \frac{\alpha\beta}{\sqrt{\alpha^4 - 1}}$ ve $a_1 = a_2 \approx \sqrt{\alpha^2 + 1} \pm \sqrt{\alpha^2 - 1}$ şeklinde elde edilir.

- *Kritik Sönüm Hali* ($\beta = \beta_{cr}$)

Kritik sönüm durumunda a_2 her zaman sıfırdır (Şekil 3). (14b) eşitliğinden

$$\alpha \beta_{cr} = \frac{1}{2} b (2\alpha^2 + b^2) \quad (21)$$

eşitliği elde edilir. (21) denklemi (15) denkleminde yazılır gerekli işlemler yapılırsa, pozitif kök

$$b^2 = \frac{2}{3} \left(-\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 + 3} \right) \quad (22)$$

olarak elde edilir. (22) denklemi (21) denkleminde yazılırsa

$$\beta_{cr} = \frac{2^{1/2}}{3^{3/2}} \sqrt{\left(-\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 + 3} \right)} \left(2\alpha + \frac{1}{\alpha} \sqrt{\alpha^4 + 3} \right) \quad (23)$$

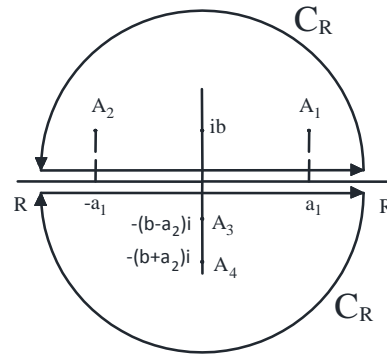
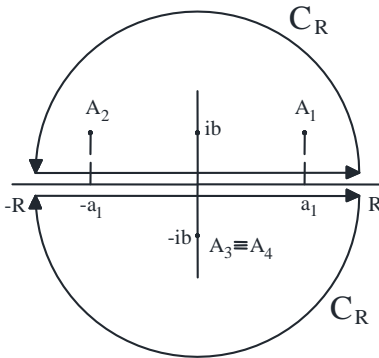
şeklinde kritik sönüm elde edilir. Görüldüğü gibi kritik sönümün değeri yükün hızına bağlıdır. (22) ile verilen b değeri (14a) ifadesinde yazılırsa

$$a_1^2 = \frac{4}{3} \left(2\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 + 3} \right), \quad a_2 = 0 \quad (24)$$

elde edilir. Şekil 3'e göre kompleks fonksiyonun kutupları

$$A_1 = a_1 + ib, \quad A_2 = -a_1 + ib, \quad A_3 = A_4 = -ib \quad (25)$$

şeklinde. Bu kutuplar kullanılarak rezidü teoremi yardımıyla (8) integrali hesaplandığında $s > 0$ için (17) ifadesi A_1 ve A_2 kutupları aynı olduğundan değişmez. $s < 0$ için ise



Şekil 3. Kritik sönüm için kompleks kutuplar
($a_2 = 0$)

Şekil 4. Kritik üstü sönüm hali için kompleks kutuplar

$$v(s) = \frac{2e^{bs}}{(\alpha^4 + 3)} \left(b - (\alpha^4 + 3)^{1/2} s \right) \quad s < 0 \quad (26)$$

şeklinde yer değiştirme elde edilir.

- *Kritik Üstü Sönüm Hali* ($\beta > \beta_{cr}$)

Şekil 4'e göre kompleks değişkenli fonksiyonunun kutupları aşağıdaki gibi yazılır [12].

$$A_1 = a_1 + ib, \quad A_2 = -a_1 + ib, \quad A_3 = -(b - a_2)i, \quad A_4 = -(b + a_2)i \quad (27)$$

$s > 0$ durumunda, Şekil 2 ve Şekil 4'e bakıldığında, denklemin kompleks köklerinden A_1 ve A_2 birbirine eşit olduğu için yer değiştirme ifadesi (17) ile verildiği gibidir. $s < 0$ için ise

$$v(s) = \frac{1}{a_2(D_4^2 - D_3^2)} \left[(D_3 + D_4)e^{(b-a_2)s} - (D_4 - D_3)e^{(b+a_2)s} \right] \quad s < 0 \quad (28)$$

şeklinde yer değiştirme elde edilir. Burada

$$D_1 = a_1b, \quad D_2 = b^2 - \frac{1}{4}(a_1^2 + a_2^2), \quad D_3 = a_2b, \quad D_4 = b^2 + \frac{1}{4}(a_1^2 + a_2^2) \quad (29)$$

olarak tanımlıdır.

4. HAREKETLİ YÜK ALTINDA YER DEĞİŞTİRMENİN HESABI

Hareketli yük altında boyutsuz yer değiştirme, (17) ve (18) ifadelerinde $s=0$ yazılarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$v(+0) = \frac{2D_1}{a_1(D_1^2 + D_2^2)} \quad s > 0, \quad v(-0) = \frac{2D_3}{a_2(D_3^2 + D_4^2)} \quad s < 0 \quad (30)$$

Bu ifadelerde

$$\begin{aligned} D_1 &= \left(2\alpha^2 + b^2 + \frac{2\alpha\beta}{b} \right)^{1/2} b & D_2 &= b^2 - \frac{\alpha\beta}{b} \\ D_3 &= \left(2\alpha^2 + b^2 - \frac{2\alpha\beta}{b} \right)^{1/2} b & D_4 &= b^2 + \frac{\alpha\beta}{b} \end{aligned} \quad (31)$$

şeklinde tanımlıdır.

5. SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde, elastik zemine oturan sonsuz uzun kirişlerin hareketli yük altında dinamik davranışı ile ilgili sayısal sonuçlar verilmiştir. Sayısal hesaplamalarda elastisite modülü $E=21000 \text{ kN/cm}^2$, atalet momenti $I=1862 \text{ cm}^4$ ve birim uzunluğa gelen kütle $\mu=0,0125 \text{ kN/cm}$ olarak alınmıştır [12].

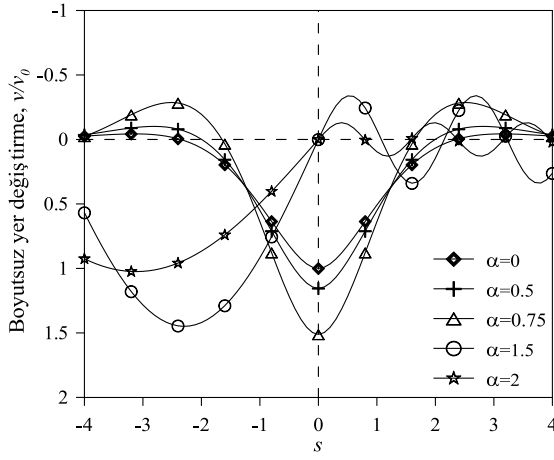
Şekil 5’de sönümsüz durumunda yük hızına bağlı olarak elastik kirişte meydana gelen boyutsuz yer değiştirmeler verilmiştir. Şekle göre, yük hızının kritik hızdan küçük olması ($\alpha < 1$) durumunda, yer değiştirme simetrik olmakta ve en büyük yer değiştirme yükün altında meydana gelmektedir. $\alpha < 1$ hızlarında hız arttıkça yer değiştirme artmaktadır. Sistemde sönüm olmadığı için ($\beta = 0$) yük hızının kritik hıza eşit olması ($\alpha = 1$), sistemde rezonansa sebep olmakta ve yer değiştirmeler sonsuza gitmektedir. Yük hızının kritik hızın üzerine çıkması ($\alpha > 1$) durumunda ise yer değiştirme simetrik olmamakta ve en büyük yer değiştirme yükün gerisinde meydana gelmektedir. $\alpha > 1$ için yük altında yer değiştirme sıfır olmakta, yükün önünde ise sabit genlikli periyodik salınım yapmaktadır. $\alpha > 1$ hızlarında hız arttıkça yer değiştirme azalmaktadır. Şekil 6’da hafif sönümlü halde ($\beta < \beta_{cr}$), $\alpha = 1$ olması durumunda sistemde büyük yer değiştirmelerin ortaya çıktığı görülmektedir.

Şekil 7’de kritik üstü sönüm halinde ($\beta > \beta_{cr}$) yükün hızına bağlı olarak elastik kirişte meydana gelen boyutsuz yer değiştirmeler verilmiştir. Kritik üstü sönüm halinde yer değiştirme simetrik olmamaktadır. $\beta = 0$ ve $\beta < \beta_{cr}$ ’den farklı olarak $\alpha > 1$ için yük altında az da olsa bir yer değiştirme meydana gelmektedir. En büyük yer değiştirme, tüm hızlarda yükün gerisinde ortaya çıkmaktadır. Hız arttıkça yer değiştirmeler azalmaktadır. Yükün önünde yer değiştirmeler sönümün etkisiyle kiriş boyunca azalarak sıfıra gitmektedir.

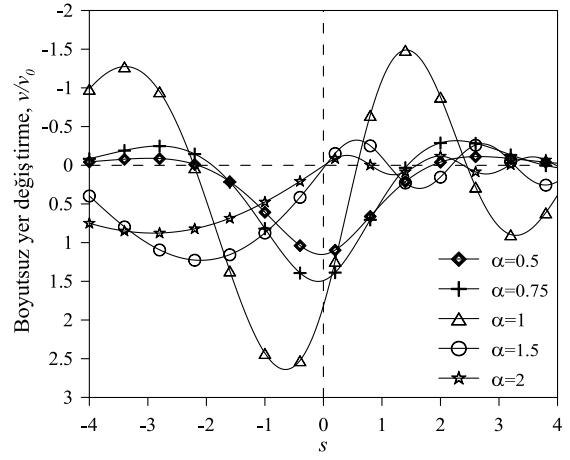
Şekil 8 ve 9’da sönümün yer değiştirme üzerindeki etkisi incelenmiştir. Yük hızı sırayla $\alpha < 1$ ve $\alpha > 1$ olacak şekilde seçilmiştir. $\alpha < 1$ için sönümsüz ve hafif sönümlü hallerde daha önce belirtildiği gibi yer değiştirme simetrik olmakta ve en büyük yer değiştirme yükün altında meydana gelmektedir. Sönümün artması durumunda ($\beta \geq \beta_{cr}$) en büyük yer değiştirme yükün gerisinde oluşmakta ve simetri bozulmaktadır. Beklendiği üzere sönüm arttıkça yer değiştirme azalmaktadır. $\alpha > 1$ için her sönüm değerinde en büyük yer değiştirme yükün gerisinde oluşmaktadır.

Şekil 10’da hareketli yük altında meydana gelen yer değiştirmenin hızla değişimi görülmektedir. $\alpha < 1$ için hız arttıkça yer değiştirme artmakta, $\alpha > 1$ için ise azalmaktadır. $\alpha = 1$ rezonans hali olup $\beta = 0$ halinde yer değiştirme sonsuza gitmektedir. $\beta \neq 0$ için ise β arttıkça yer değiştirme azalmaktadır.

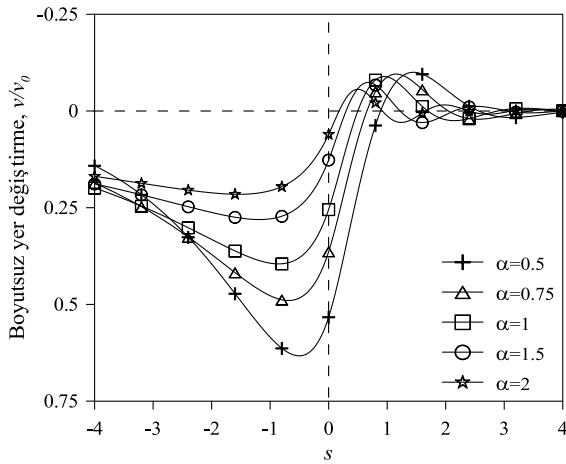
Şekil 11’de hıza bağlı olarak kritik sönümün değişimi görülmektedir. Şekilden görüldüğü üzere hız arttıkça kritik sönüm azalmaktadır. Şekil 12 ve 13’de elastik zeminin yatak katsayısına bağlı olarak yer değiştirme ve kritik hızın değişimi verilmiştir. Şekillere göre, yatak katsayısı arttıkça (zemin sertleşikçe) yer değiştirme azalmakta, kritik hız ise artmaktadır. Kritik hızın artması sert zeminlerde daha yüksek hızlarda rezonansın gerçekleşeceği anlamına gelmektedir. Diğer bir deyişle, yüksek hızlarda yumuşak zeminler daha çok tehlike arz etmektedir.



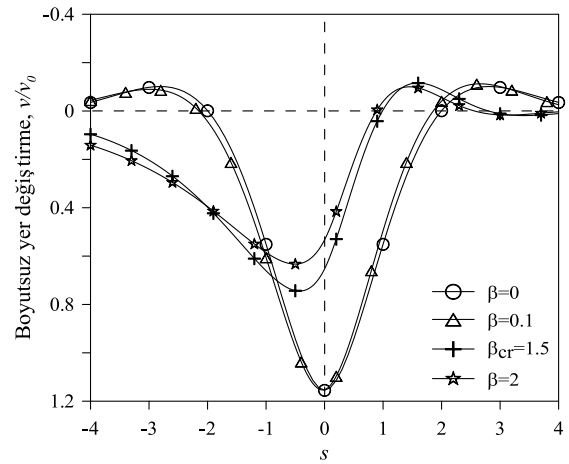
Şekil 5. Çeşitli hız değerleri için boyutsuz yer değiştirmenin giriş boyunca değişimi ($\beta = 0$)



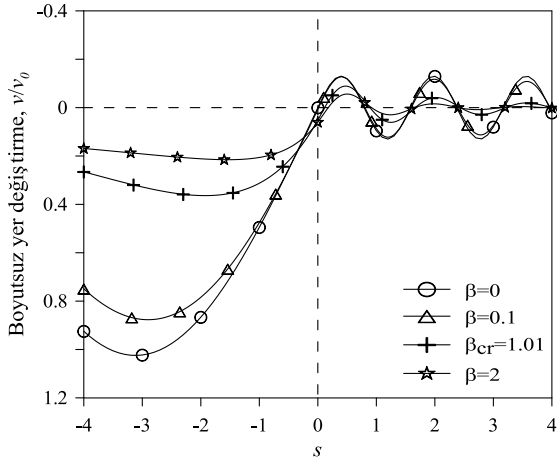
Şekil 6. Çeşitli hız değerleri için boyutsuz yer değiştirmenin giriş boyunca değişimi ($\beta = 0.1$)



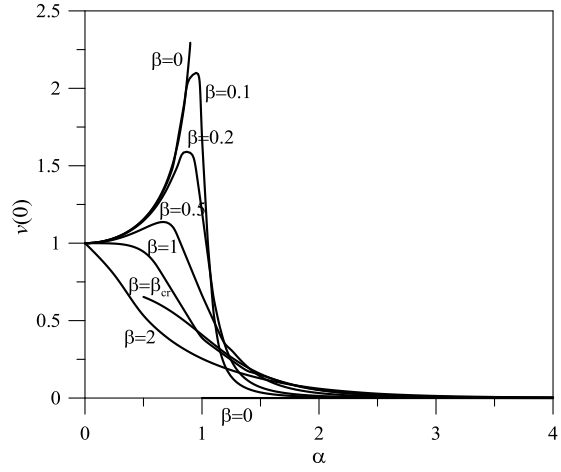
Şekil 7. Çeşitli hız değerleri için boyutsuz yer değiştirmenin giriş boyunca değişimi ($\beta = 2$)



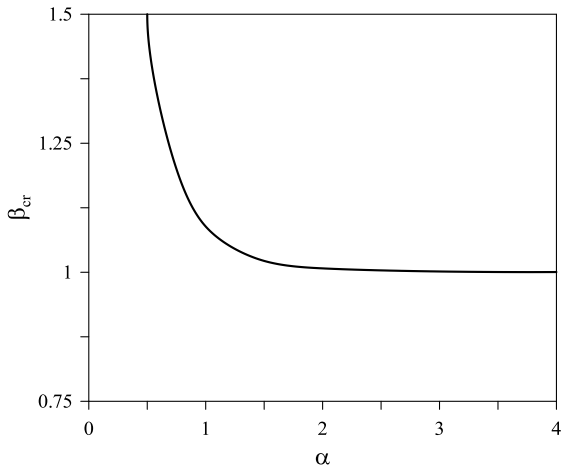
Şekil 8. Çeşitli sönüm değerleri için boyutsuz yer değiştirmenin giriş boyunca değişimi ($\alpha = 0.5$)



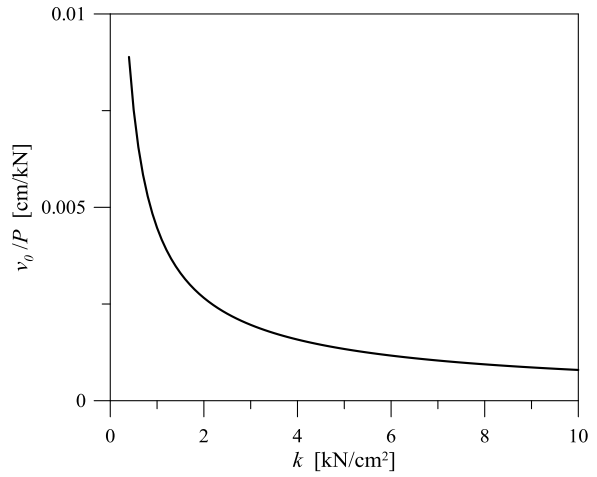
Şekil 9. Çeşitli sönüm değeri için boyutsuz yer değıştirmenin giriş boyunca değışimi ($\alpha = 2$)



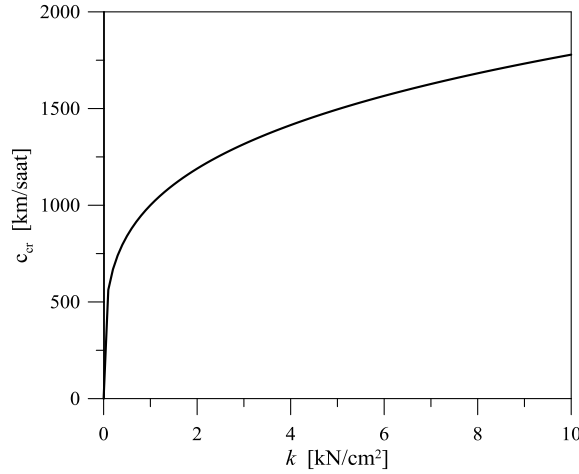
Şekil 10. Yükn hızına göre farklı sönüm değeri için oluşan yer değıştirmeler



Şekil 11. Hıza bağı olarak kritik sönüm değeri



Şekil 12. Zeminin yatak katsayısına bağı olarak v_0/P değışimi



Şekil 13. Zeminin yatak katsayısına bağlı olarak c_{cr} değişimi

Özetle, elastik zemine oturan sonsuz uzun elastik kirişlerin hareketli yük altındaki dinamik davranışı ile ilgili olarak aşağıdaki sonuçlar verilebilir:

1. $\beta < \beta_{cr}$ ve $\alpha < 1$ için yer değiştirme grafikleri statik haldekine benzer olmaktadır. Bu durumda kritik kesit, yük altındaki kesit olup hız arttıkça en büyük yer değiştirme artmaktadır.
2. Sistemde sönüm olsun veya olmasın $\alpha = 1$ rezonans halinde en büyük yer değiştirmeler ortaya çıkmaktadır.
3. $\alpha > 1$ için en büyük yer değiştirme yükün gerisinde ortaya çıkmaktadır. $\beta < \beta_{cr}$ için yük altında yer değiştirme sıfır iken $\beta \geq \beta_{cr}$ için sonlu bir değere sahiptir.
4. Kritik hız, zemin yatak katsayısı arttıkça artmaktadır. Buna göre yumuşak zeminler yüksek hızlarda daha çok dikkat edilmesi gereken zeminlerdir.
5. Hız arttıkça kritik sönüm azalmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] Timoshenko, S.P., "Statical and Dynamical Stresses in Rails", Proc. Intern. Congr. Appl. Mech, 407-418, 1926.
- [2] Dörr, J., "Der Unendliche, Federnd Gebettete Balken Unter Dem Einfluss Einer Gleichförmig Bewegten Last", Ingenieur-Archiv, 3, 167-192, 1943.
- [3] Kenney, J.T., "Steady-State Vibrations of Beams on Elastic Foundation for Moving Load", Journal Appl. Mech., 4, 359-364, 1954.
- [4] Mathews, P.M., "Vibrations of a Beam on Elastic Foundation", I,II. Zeitschr. Angew. Math. Mech., 3/4, 105-115, 1958.
- [5] Younesian, D., Kargarnovin, M.H., Thompson, D.J. ve Jones, C.J.C., "Parametrically Excited Vibration of a Timoshenko Beam on Random Viscoelastic Foundation Subjected to a Harmonic Moving Load", Nonlinear Dynamics, 45, 75-93, 2005.
- [6] Jaiswal, O.R. ve Iyengar, R.N., "Dynamic Response of Railway Tracks to Oscillatory Moving Masses", Journal of Engineering Mechanics, 123, 7, 753-757, 1997.
- [7] Fryba, L., "Infinite Beam on an Elastic Foundation Subjected to a Moving Load", Aplikace Matematiky, 2, 105-132, 1957.
- [8] Houedec, D.L., "Response of a Roadway Lying on an Elastic Foundation to Random Traffic Loads", Journal of Applied Mechanics, 47, 145-149, 1980.

- [9] Chen, Y.H. ve Huang Y.H., “Dynamic Characteristics of Infinite and Finite Railways to Moving Loads”, *Journal of Engineering Mechanics*, 129, 9, 987-995, 2003.
- [10] Awodola, T.O. ve Oni, S.T., “Dynamic Response Under a Moving Load of an Elastically Supported Non-Prismatic Bernoulli-Euler Beam on Variable Elastic Foundation”, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 7, 3–20, 2010.
- [11] Mallik, A.K., Chandra, S. ve Singh, A.B., “Steady-State Response of an Elastically Supported Infinite Beam to a Moving Load”, *Journal of Sound and Vibration*, 291, 1148-1169, 2006.
- [12] Fryba, L., *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, First Edition, Noordhoff International Publishing, Groningen, The Netherlands, 1972.
- [13] Kenney, J.T., *Steady-State Vibrations of Beams on Elastic Foundation for Moving Load*, *Journal Appl. Mech.*, 4, 359-364, 1954.