

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEME VE SANDVIÇ
PLAKLARIN PATLAMA YÜKÜ ALTINDAKİ
TİTREŞİM ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Ömer Burak TUNCA**

Anabilim Dalı : Uçak ve Uzay Mühendisliği

Programı : Disiplinlerarası Program

HAZİRAN 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEME VE SANDVIÇ
PLAKLARIN PATLAMA YÜKÜ ALTINDAKİ
TİTREŞİM ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Ömer Burak TUNCA
(511061027)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : MAYIS 2009

Tezin Savunulduğu Tarih : HAZİRAN 2009

**Tez Danışmanı : Doç.Dr. Vedat Ziya DOĞAN (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. İbrahim ÖZKOL (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Turgut GÜLMEZ (İTÜ)**

HAZİRAN 2009

ÖNSÖZ

Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemedeki yapılmış bir sandviç plağın basit mesnet sınır koşulları altında Birinci Dereceden Kayma Şekil Değişirme Teorisi esas alınarak genel denklemleri çıkarılmış ve bu denklemler sonucunda elde edilen eşitlikler kullanılarak plağın analizi yapılmıştır.

Çalışmanın yürütülmesinde ve sonuçlandırılmasında yardımlarından ve anlayışından dolayı tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Vedat Ziya DOĞAN başta olmak üzere, Prof. Dr. Metin Orhan KAYA'ya, Doğan AKAY'a, Alev KAÇAR'a, Mustafa PERÇİN'e, Simge YILMAZ'a ve sonsuz desteğini esirgemeyen aileme teşekkürü bir borç bilirim.

Haziran 2009

Ömer Burak TUNCA

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER	v
SEMBO LİSTESİ.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	xi
ÖZET.....	xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
1.1 Amaç	1
1.2 Literatür Taraması	2
2. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER.....	5
2.1 Genel Tanım	5
2.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Çıkış Sebepleri.....	5
2.3 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Yapısı	7
2.4 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Kullanım Alanları	8
3. SANDVIÇ YAPILAR	11
3.1 Genel Tanım	11
3.2 Sandviç Yapıların Genel Yapısı ve Dolgu Çeşitleri.....	11
3.3 Sandviç Yapılarda Karşılaşılan Olumsuzluklar	13
3.4 Sandviç Yapıların Geleceği.....	13
3.5 Sandviç Yapılarda Kullanılan Denklemler	14
4. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMEDEN ÜRETİLEN SANDVIÇ YAPILAR ÜZERİNE GELEBİLECEK YÜKLER.....	19
4.1 Termal Yükler	19
4.2 Dinamik Yanal Yükler	20
5. ANALİTİK ANALİZ	25
6. NÜMERİK ANALİZ	36
7. SONUÇ ve DEĞERLENDİRME.....	47
KAYNAKLAR	49
EKLER.....	51
ÖZGEÇMİŞ.....	61

SEMBOL LİSTESİ

a, b	: Plâğın x ve y eksenlerindeki boyutları
h	: Plâğın kalınlığı
I₀, I₁, I₂	: Atalet momentleri
E	: Young (Elastisite) Modülü
σ	: Kesme Modülü
α	: Termal Genleşme Katsayısı
ρ	: Yoğunluk
M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}	: Bileşke momentler
N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}	: Bileşke kuvvetler
q	: Uygulanan kuvvet
u₀	: Orta yüzeyin x ekseninde yaptığı yer değiştirme
v₀	: Orta yüzeyin y ekseninde yaptığı yer değiştirme
w₀	: Orta yüzeyin z ekseninde yaptığı yer değiştirme
P_A	: Tabaka alt yüzeyinin malzeme özellikleri
P_Ü	: Tabaka üst yüzeyinin malzeme özellikleri
N	: Kalınlık boyunca malzeme değişim profili
Q_{ij}	: Düzlem gerilmeye indirilmiş katılık matrisi katsayıları
A_{ij}	: Uzama katılığı
D_{ij}	: Eğilme katılığı
B_{ij}	: Uzama-Eğilme katılığı
ω_{mn}	: Doğal titreşim frekansı
W_{mn}	: Genlik

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1: SiC fonksiyonel derecelendirilmiş malzemesinde gözenek derecelendirilmesiyle özelliklerin değişimi	7
Çizelge 6.1: Seramik ve Metal Malzemelerin Özellikleri.....	33
Çizelge 6.2: Fonksiyonel üstel $n=0,2$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri.....	44
Çizelge 6.3: Fonksiyonel üstel $n=0,5$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri	44
Çizelge 6.4: Fonksiyonel üstel $n=0,8$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri	44
Çizelge 6.5: Fonksiyonel üstel $n=2$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri	44
Çizelge 6.6: Fonksiyonel üstel $n=5$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri	44
Çizelge 6.7: Fonksiyonel üstel $n=8$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri.....	44
Çizelge 6.8: Fonksiyonel üstel $n=10$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri.....	44

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.2.1: Ara yüzlerde oluşan çatlaklar.....	6
Şekil 2.2.2: Üst yüzeydeki yarıçap yönündeki yatay gerilme sebebiyle en üst yüzeyde yüzeye dik oluşan çatlaklar.....	6
Şekil 2.3 : Plazma püskürtme tekniği ile tabakalı derecelendirilmiş bir ısı bariyer kaplamasının görünüşü.....	7
Şekil 2.5 : Alt tabaka ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme arasında devamlılığı ortadan kaldıran alüminyum oksit tabakası.....	8
Şekil 3.2.1: Köpük dolgu.....	11
Şekil 3.2.2: Petek dolgu.....	11
Şekil 3.2.3: Kafes dolgu.....	12
Şekil 3.2.4: Ağ dolgu.....	12
Şekil 4.2.1: Sinüs yüklemesi.....	20
Şekil 4.2.2: Basamak yüklemesi.....	21
Şekil 4.2.3: Üçgensel yüklemesi.....	22
Şekil 4.2.4: Basamaklı Üçgensel yüklemesi.....	23
Şekil 4.2.5: Patlama yüklemesi.....	24
Şekil 5.1 : Birinci Dereceden Kayma Şekil Değiştirmesine uygun olarak basit mesnetli plakanın sınır koşulları.....	30
Şekil 6.1 : Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca seramik malzeme oranlarının değişimi.....	34
Şekil 6.2 : Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Young modülü değişimi.....	35
Şekil 6.3 : Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Young modülü değişimi.....	35
Şekil 6.4 : Silikon nitrit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Young modülü değişimi.....	36
Şekil 6.5 : Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Termal Genleşme Katsayısı değişimi.....	37
Şekil 6.6 : Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Termal Genleşme Katsayısı değişimi.....	37
Şekil 6.7 : Silikon nitrit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Termal Genleşme Katsayısı değişimi.....	38
Şekil 6.8 : Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Kesme Modülü değişimi.....	38

Şekil 6.9	: Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Kesme Modülü değişimi.....	39
Şekil 6.10	: Silikon nirit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Kesme Modülü değişimi.....	39
Şekil 6.11	: Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Poisson Oranı değişimi.....	40
Şekil 6.12	: Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Poisson Oranı değişimi.....	41
Şekil 6.13	: Silikon nirit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Poisson Oranı değişimi.....	41
Şekil 6.14	: Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Yoğunluk değişimi.....	42
Şekil 6.15	: Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Yoğunluk değişimi.....	42
Şekil 6.16	: Silikon nirit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Yoğunluk değişimi.....	43
Şekil 6.17	: W_{11}/h genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi.....	45
Şekil 6.18	: W_{12}/h genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi.....	45
Şekil 6.19	: W_{13}/h genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi.....	46
Şekil 6.20	: W_{21}/h genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi.....	46
Şekil 6.21	: W_{22}/h genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi.....	46
Şekil 6.22	: W_{23}/h genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi.....	52
Şekil 6.23	: W_{31}/h genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi.....	52
Şekil 6.24	: W_{32}/h genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi.....	52
Şekil 6.25	: W_{33}/h genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi.....	53
Şekil 6.26	: W_{11}/h genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi.....	53
Şekil 6.27	: W_{12}/h genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi.....	53
Şekil 6.28	: W_{13}/h genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi.....	54
Şekil 6.29	: W_{21}/h genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi.....	54
Şekil 6.30	: W_{22}/h genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi.....	54
Şekil 6.31	: W_{23}/h genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi.....	55
Şekil 6.32	: W_{31}/h genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi.....	55
Şekil 6.33	: W_{32}/h genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi.....	55
Şekil 6.34	: W_{33}/h genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi.....	56
Şekil 6.35	: W_{11}/h genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi.....	56
Şekil 6.36	: W_{12}/h genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi.....	56
Şekil 6.37	: W_{13}/h genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi.....	57
Şekil 6.38	: W_{21}/h genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi.....	57
Şekil 6.39	: W_{22}/h genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi.....	57
Şekil 6.40	: W_{23}/h genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi.....	58
Şekil 6.41	: W_{31}/h genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi.....	58

Şekil 6.42	: W_{32}/h genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi.....	58
Şekil 6.43	: W_{33}/h genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi.....	59

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEME VE SANDVIÇ PLAKLARIN PATLAMA YÜKÜ ALTINDAKİ TİTREŞİM ANALİZİ

ÖZET

Isıl bariyer kaplamaları, malzemenin çalışma sıcaklığını yükselterek sistemin verimini arttırmak amacıyla kullanılır. Genelde metal alt tabakanın üzerine homojen seramik kaplama şeklinde uygulanmaktadır. Bu tür kaplamalarda çalışma esnasında görülen en önemli problem, metal alt tabaka ile seramik kaplamanın ısıl genleşme sabitlerinin farklı olması nedeniyle ortaya çıkan büyük ısıl gerilmelerdir. Gerilmeler sonucunda sistemde çatlaklar ve metal/seramik ara yüzünde ayrılmalar görülmektedir. Söz konusu çatlakları ve ayrılmaları önlemek için fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden yapılmış kaplamalar geliştirilmiştir. Bu tür kaplamalarda malzeme özellikleri kaplama kalınlığı boyunca fonksiyonel olarak değiştirilmekte ve bu sayede kaplama ile alt tabaka arasındaki uyumsuzluk ve ısıl gerilmeler en düşük dereceye indirilebilmektedir.

Bu çalışmada Zirkonya ve Alüminyum malzemelerinden oluşan Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemedan üretilen bir sandviç plağa gelen ani patlama yükü altında, Navier çözümleri Birinci Dereceden Kayma Şekil Değiştirme Teorisi'ne göre yapılarak hareket denklemleri elde edildikten sonra sınır şartları kabulleri yapılarak doğal titreşim frekansı denklemi elde edilmiştir. Daha sonra üç farklı tipte çelik-seramik bileşimi olan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin “n” değişkenine bağlı olarak young modülü, termal genleşme katsayısı, kesme modülü, poisson oranı ve yoğunluk gibi özelliklerinin değişimini denklemler sayesinde hesaplayıp, çıkan sonuçlar grafikler yardımıyla incelenmiştir. Ayrıca elde edilen denklemler sonucunda farklı “n” üstel değerleri değişimiyle doğal titreşim frekansı değerlerinin değişimi çizelgelerle gösterilmiştir. Bununla birlikte analitik analiz bölümünde elde edilen denklemleri “n” üstel değerleri değişimiyle plakada oluşan genlik değerleri bilgisayar programı yardımıyla hesaplanıp grafikler yardımıyla yorumlanmıştır.

VIBRATION ANALYSIS OF FUNCTIONALLY GRADED MATERIALS AND SANDWICH PLATES UNDER BLAST LOAD

SUMMARY

Thermal barrier coatings are used for increasing the operating temperature of the material hence the thermal efficiency of the system. Usually, homogeneous ceramic coatings on metal substrates are used for this purpose. The most important problem faced in the systems with these types of coatings is thermal stresses which develop during operation due to high mismatch in the thermal expansion coefficients of metal substrate and ceramic coating. As a result of thermal stresses, edge cracking and debonding, coatings made from functionally graded materials were introduced. In these types of coatings, material properties are functionally changed along the thickness of the coating, thus the mismatch between substrate and coating and thermal stresses in the system are minimized.

In this study an equation of motion in terms of displacement of a sandwich plate, that is under a blast load, made of functionally graded material, which contains Aluminium and Zirconia, is calculated by using Navier's solution of rectangular plates by First-Order Shear Deformation Plate Theory. By making some assumptions for this equation of motion, the natural frequency equation is calculated. Then the material properties such that; young modulus, thermal expansion coefficient, shear modulus, poisson ratio and density are analyzed in the graphics by the variable "n", that changes functionally in the material, for three different types of aluminium and ceramic combinations. And by the calculation with the computer program, we will try to find the changes of the natural vibration frequency values with the change of the "n" values. Then we will also calculate the amplitude values which change by the different values of "n" values by the help of the computer program.

1. GİRİŞ

Kaplama teknolojisi, genel olarak uygulamalarda, mühendislik malzemelerinde performans arttırmak amacıyla kullanılan bir yöntemdir. Özellikle türbin gibi ekipmanlarda hem verimi arttırmak, aynı zamanda da yakıt ekonomisi sağlamak amacıyla seramik ısı bariyer kaplamaları kullanılmaktadır [1]. Benzer bir uygulama olarak yüksek bir kesme performansı sağlayıp, uzun süreli bir kullanım elde edebilmek ve aşınmayı minimuma indirmek için kesme takımlarında seramik filmle kaplama yapılmaktadır. Bu verilen kaplama örnekleri genel olarak alt bir katman üzerine kaplanan homojen üst bir katman şeklinde yapılmaktadır. Ancak bu tür kaplamalarda ısı genleşme katsayılarındaki uyumsuzluklar nedeniyle çatlamlar oluşmaktadır. İşte bu gibi uyumsuzlukları önlemek amacıyla fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler geliştirilmiştir. Geliştirilen bu fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme türünden yapılan bir kaplamada önceden belirlenmiş bir malzeme profili verilebilmekte ve malzeme kalınlığı boyunca, malzeme özellikleri kalınlık koordinatının bir fonksiyonu olarak değiştirilebilmektedir. Alt tabaka ile kaplama arasındaki uyumsuzlukların önüne geçilebilen bu tür malzemede kaplamanın en altında malzeme alt tabakadaki malzemenin özelliklerini taşıırken, üst tarafa doğru gidildikçe fonksiyonel olarak değişen malzeme özelliklerini taşıyan ve en üst tabakaya gelindiğinde ise tamamen üst tabakadaki malzeme özelliğini taşıyan bir malzeme yapısı görülmektedir [2].

1.1 Amaç

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kullanımının giderek yaygınlaşması ve bu konudaki çalışmalardan elde edilen sonuçların olumlu olması neticesinde, bu çalışmamızda kaplama yüzeyleri fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedен oluşan sandviç yapımızın, ani bir patlama yükü altında gösterdiği titreşimlerin analiz denklemlerini matematiksel modellemeler yardımıyla çıkartıp, elde edilen sonuçları yorumlayarak, elimizdeki yapının denklemlerinin elde edilmesi amaçlanmaktadır.

1.2 Literatür Taraması

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin ana kullanım alanı olan yüksek sıcaklık ortamlarında meydana gelen ani sıcaklık değişimleri konusu hakkında yapılan çalışmalar oldukça yaygındır. 1991 yılında “Thermal stresses in materials with temperature-dependent properties” adlı termoelastik ve termoinelastik problemleri içeren çalışmasında Noda, malzemenin sıcaklığa bağlı özelliklerinin de göz önünde bulundurulmasının, daha verimli analizlerin yapılabilmesine imkan verdiğini belirtmiştir. 1993 yılında Fukui, Yamanaka ve Wakashima, “The stress and strains in a thick-walled tube of functionally graded materials under uniform thermal loading subjected to internal pressure” adlı çalışmalarında kalın duvarlı fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme tüplerinin iç basınç altındaki deformasyonu ve derecelendirilmiş bileşenlerin malzemenin sağlamlığına etkisini incelemiştir. 1995 yılında Tanigawa, “Some basic thermoelastic problems for nonhomogeneous structural materials” adlı çalışmasında, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin termoelastik davranışlarının analitik modellenmesiyle alakalı geniş içerikli bir liste yayınlamıştır. “Analysis of thermal stress and stress intensity factor of functionally gradient materials” adlı çalışmasında Fuchiyama, sekiz düğümlü dörtgen simetrik olmayan eleman kullanarak çatlakları olan bir fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin kısa süreli ısı gerilmeyi ve gerilme yoğunluk faktörü üzerine çalışmıştır. Takeuti yarı statik bağımlı termo mekanik problemle dinamik termo elastik bağımsız problemi aynı başlangıç koşulları ve sınır şartlarında incelemiş ve sonuçta termo mekanik bağımlı terimlerin sıcaklık ve gerilme dağılımında atalet katsayısında daha önemli bir rol oynadığını, “Some problems on thermal shock problems in a plate” adlı çalışmasında görmüştür. Daha sonra ise Takeuti ve Tanigawa, “On a new method for asymmetric coupled thermoelastic problems” adlı çalışmalarında, sıcaklığın radyal ve aksel olarak değiştiği sonsuz büyüklükteki katı silindirin simetrik olmayan ısı gerilme problemini çözmüşlerdir. Son yıllarda ise Reddy, “Analysis of functionally graded plates ve Mechanics of laminated composite plates and shells” adlı çalışmalarında da kullandığı gibi birinci derece kayma şekil değiştirme plak teorisini sonlu elemanlar yöntemiyle çözmüştür.

Sandviç plakalar hakkında yapılan araştırmalara bakıldığında ise, 1849 yılında İngiltere’de sandviç yapı konseptiyle alakalı çalışmaların Noor, Burton ve Bert tarafından yapıldığı görülmektedir. Sandviç yapı üretimi hakkında yapılan ilk

araştırma alışması Almanya’da 1944 yılında yüklemeye maruz kalan sandviç plakalar hakkındadır. 1948 yılında Nicholas J. Hoff virtüel deplasman prensibini kullanarak, sandviç plaklarda eğilme problemi için diferansiyel denklemler ve sınır Şartları türetmiştir. Yine 1948 yılında Libove ve Batdorf sandviç plakalar için küçük yer değiştirme teorisini geliştirmiştir. 1949 yılında ise Flugge, sandviç plakalarda yapısal optimizasyon üzerine bir çalışma yapmıştır. 1951’de Bijlaard verilen bir kalınlıkta, belli bir oran için, dolgu derinliği ve yüz kalınlığı arasında bir optimizasyon çalışması yapmıştır. 1956 yılında Gerard, “Minimum Weight Analysis of Compression Structures” adlı kitabının bir bölümünde sandviç plaka optimizasyonundan bahsetmiştir. 1966’da Hollanda’da Plantema sandviç yapılar üzerine yazılan ilk kitabı çıkarmıştır. 1989 yılında Ha, sonlu elemanlar metoduyla sandviç yapımına genel bir bakış açısı getiren bir yazı yayınlamıştır. 1999 yılında yayınlanan sandviç yapı ve malzemeler adlı bülten tamamiyle sadece sandviç yapı ve malzeme konusunu içeren ilk bülten olmuştur [3].

2. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMELER

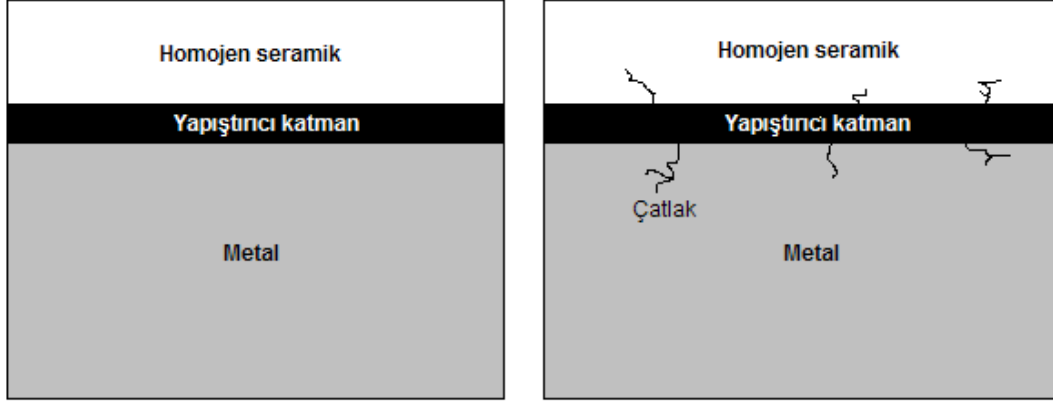
2.1 Genel Tanım

Günden güne teknolojinin gelişmesiyle birlikte her geçen gün yeni tür ihtiyaçlar oluşmaktadır ve bu ihtiyaçların karşılanabilmesi için malzemelerde de devamlı değişen veya homojen olmayan kademeli bir yapıya yönelim olmuştur. Bu yönelimin daimi bir ihtiyaç olmasının nedeni ise, çoğu zaman doğada bir halden bir hale geçerken direk olarak geçişlerden dolayı yaşanan sorunların var olmasıdır. Bu sorunların giderilmesi ancak yapıda kademeli geçişlerin sağlanması sayesinde sağlanabilmektedir. Bu yüzden fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler geliştirilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler fiziksel ve kimyasal olarak birbirlerinden farklı özellikler taşıyan iki ya da daha fazla maddenin, madde kalınlığı boyunca fonksiyonel olarak derecelendirilmesinden oluşan malzemelerdir. Bu iki ya da daha fazla madde arasında farklı ısıl genişleme katsayılarından dolayı oluşan ısıl gerilmeleri derecelendirilmiş yapılarıyla azaltır, bu maddeler arasındaki fiziksel ve kimyasal özelliklerdeki ani değişimlerden dolayı meydana gelebilecek diğer olumsuzlukları da minimuma indirirler [4].

2.2 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Çıkış Sebepleri

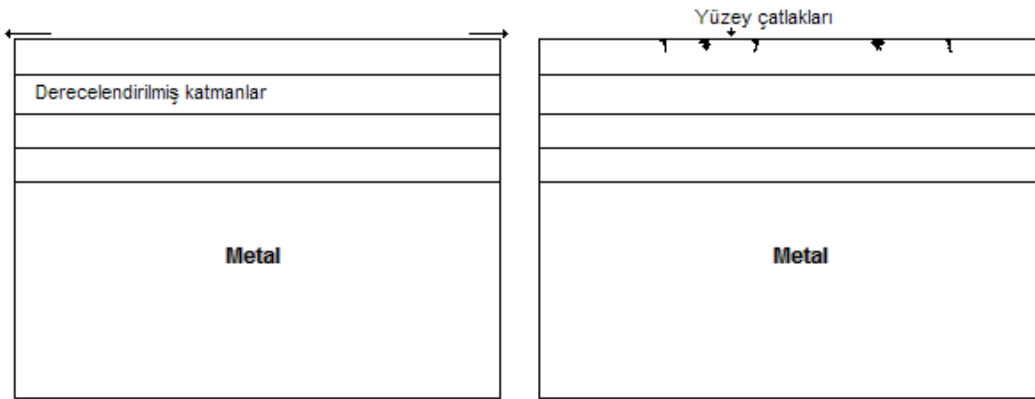
Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin ortaya çıkış nedenlerinin başında kaplama tekniğiyle oluşturulan yapılarda meydana gelen yapısal bozukluklar gelmektedir. Özellikle ısıl bariyer kaplamalarında görülen bu yapısal problemler fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin ortaya çıkmasıyla beraber minimum seviyeye indirilmiştir. Isıl bariyer denilen yapı, özellikle bulunduğu ortamda yüksek ısıya maruz kalacak bir maddenin, bu yüksek ısdan olumsuz olarak etkilenmemesi için yüksek sıcaklığa karşı direnç gösterebilen bir başka malzemeyle kaplandığı yapıdır. Genelde bu tür ısıl bariyer kaplamalarında seramik, kaplama malzemesi olarak kullanılmaktadır. Ancak bu ısıl bariyer kaplamalarında yapıda kullanılan metal ve kaplamada kullanılan seramik malzemelerin ısıl genişleme katsayılarındaki

yüksek uyumsuzluk sebebiyle özellikle bağlanma bölgelerinde ısıl gerilmeler meydana gelmekte ve bunun da bir sonucu olarak, ara yüzlerde çatlamlar hatta kırılmalar oluşmaktadır.



Şekil 2.2.1: Ara yüzlerde oluşan çatlaklar

Şekil 2.2.1’de arayüzde oluşan çatlaklar açıkça görülmektedir. Buna benzer olarak en üst yüzeyin yüksek sıcaklığa ilk maruz kalan bölge olmasından dolayı, bu üst yüzeydeki yarıçap yönündeki yatay gerilme sebebiyle en üst yüzeyde yüzeye dik çatlaklar oluşmaktadır. Bu tür dik çatlaklar da yapıda olumsuz etkilere yol açmaktadır. Bu dik çatlaklar Şekil 2.2.2’de gösterilmektedir.



Şekil 2.2.2: Üst yüzeydeki yarıçap yönündeki yatay gerilme sebebiyle en üst yüzeyde yüzeye dik oluşan çatlaklar

Benzer bir örnek olarak iki farklı malzemenin bir araya gelmesinden oluşan fiber matris kompozitlerde, yüksek sıcaklıktaki çalışma ortamlarında, iki farklı malzeme arasındaki ani geçişten kaynaklanan ayrılma ve kırılma gibi eğilimler görülmektedir. Ayrıca kaplamalarda olduğu gibi fiber matris kompozitlerde de iki farklı birleşen

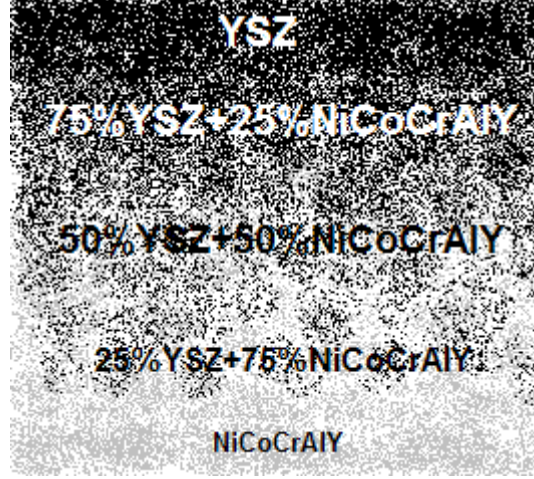
maddenin ısıl genişleme katsayılarının farklılığından dolayı artık gerilmelerle ilgili olarak ek problemler meydana gelmektedir. Bahsedilen problemler fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde bileşenlerin fonksiyonel olarak derecelendirilmiş olarak bir araya gelmelerinden dolayı görülmez. Dolayısıyla ısıl gerilmeleri azaltmak ve uyumsuzlukları minimuma indirmek için fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler kullanılmaktadır. Bu derecelendirilmiş yapı homojen seramik kaplamalarda kırılmaları, yüzey çatlaklarını minimuma indirmenin yanında, metal yapıyı da aşınma ve oksidasyona karşı korumaktadır [5].

2.3 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Yapısı

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerdeki dereceli yapı ihtiyaca ve seçilen üretim tekniğine bağlı olarak devamlı ya da tabakalı derecelendirilmiş olmaktadır. Bu iki çeşitten biri olan tabakalı derecelendirilmiş kaplamalar, yarı kompozit ve sürekli olmayan termomekanik özelliklere sahip birbirinden farklı malzemeler içermektedir. Plaklarda, çok çeşitli fiziksel ve kimyasal özellik derecelendirilmesi elde edebilmek için, gözenek, gözenek büyüklüğü, hacimsel, parçacık yüzdesi, kimyasal kompozisyon ve parçacık büyüklüğü derecelendirmeleri gibi çeşitli derecelendirilmelerin fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde var olması büyük rol oynamaktadır. Örnek olarak Çizelge 2.1’de oda sıcaklığında bulunan homojen SİC fonksiyonel derecelendirilmiş malzemesinde, gözenek derecelendirilmesiyle diğer özelliklerin nasıl derecelendirilebildiği gösterilmiştir.

Çizelge 2.1: SİC fonksiyonel derecelendirilmiş malzemesinde gözenek derecelendirilmesiyle özelliklerin değişimi

Gözeneklilik, %	0	10	20	30	40	50
Özkütle, gr/cm ³	3,21	2,89	2,57	2,25	1,93	1,61
Young modülü, Gpa	455	345	262	199	151	114
Poisson oranı, 1	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
Dayanım, Mpa	428	282	186	123	81	53
Isıl genişleme katsayısı, 10 ⁻⁶ /K	3,59	3,59	3,59	3,59	3,59	3,59
Isıl iletkenlik, W/mK	118	99	80	62	46	32
Özgül ısı, J/gK	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68	0,68



Şekil 2.5: Plazma püskürtme tekniği ile tabakalı derecelendirilmiş bir ısı bariyer kaplamasının görünüşü

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler metal seramik kompozitlerin bir sentezidir. Teknik olarak kompozit profili, termomekanik özelliklerin istenildiği gibi ortaya çıktığı yarı homojen bir yapı şeklinde oluşturulabilir. Bu yolla önceden belirlenmiş bir kompozit profilini verebilmesi için hacimsel bölümlerin malzeme özellikleri, kalınlık yönünde sürekli değişir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplamaları iki ana yapıya sahiptir. Bunlardan biri, seramiğin kısmi hacmi üst yüzeyde %100'den, alt yüzeyde %0'a kadar değiştiğinden, kaplama ile kaplanan arasındaki bağlanma, malzeme uyumluluğu sebebiyle daha iyi olmaktadır. Diğer ise, malzeme özellikleri dağılımlarının düzgün olması sebebiyle fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplı ara katmanda, gerilme kontrasyonları çok tabakalı homojen kaplamalara göre daha düşük olacaktır [6].

2.4 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerin Kullanım Alanları

Geçmişte çalışmaların büyük bir çoğunluğu kompozitler, yarı iletkenler, alaşımlar, kaplamalar gibi malzemelerin üretilmesi üzerineydi. Fakat günümüzde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin kullanımı özellikle uzay araçları, endüstriyel uygulamalar, yüksek sıcaklık uygulamaları ve mikro elektronik alanlarında yaygınlaşmaya başlamıştır. Bunun en büyük sebebi ise uygun bir dizayn elde edebilmek için, bileşenlerde ve yapılarda homojen olmayan malzemelerin kullanılmasının kaçınılmaz olmasıyla birlikte, değişken özelliklere sahip malzeme sistemleri kullanılarak sistemin çalışma sıcaklığı yükseltilmiş, malzemenin tokluk ve korozyon dayanımı gibi özelliklerinin artırılması sağlanmıştır. Örnek olarak ısı

bariyer yapıları gösterilebilir. Bu yapılarda yüksek sıcaklıktaki uygulamalarda yapıyı, metal ve seramik karışım olarak yapılandırmak mümkündür. Bu elde edilen yapı zengin seramik yüzeyle, zengin metal yüzey arasında isteğe bağlı değişen bir karışım şeklinde olabilmektedir. Böylece elde edilen malzemedeki seramik bileşenin düşük ısı iletimi sayesinde yüksek sıcaklık rezistansı sağlanmaktadır.

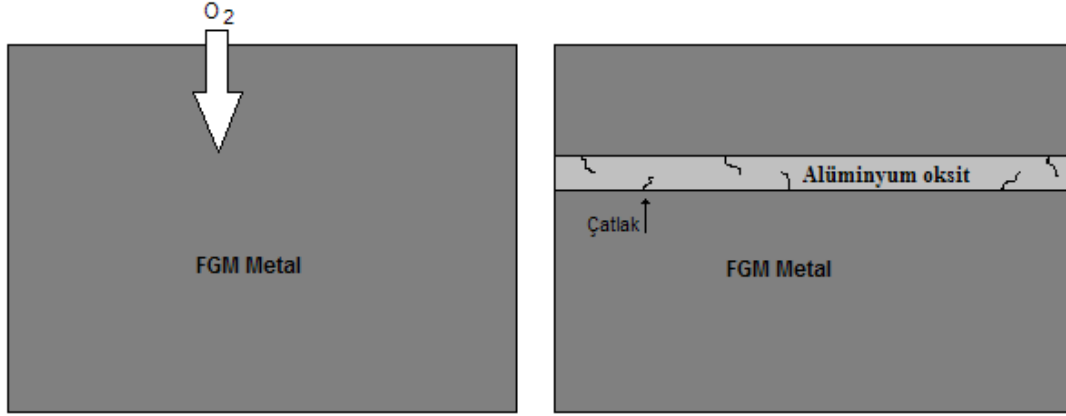
Malzeme özelliklerindeki kademeli değişim, farklı uygulamalar ve çalışma ortamlarında ayarlanabilmekte ve bu yüzden de fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler çoğu uygulamada tercih sebebi haline gelmiştir.

Isıl direnç ve ısı iletkenlik gibi iki birbirine zıt özelliği aynı malzeme içinde bulunduracak şekilde geliştirilen fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, bu özelliklerinin yanında sağlamlık ve hafiflik özellikleriyle de ilk olarak uzay taşıtlarında kullanılmaya başlanmıştır. Özellikle motorların dış yüzeylerinde ve roket yapımında yapısal malzeme olarak kullanılmaktadırlar [7]. Örnek olarak roketler kullanıldıktan sonra atılan ve çok pahalıya mal olan yapılar olduklarından, Japonya'da bir uzay istasyonunda yapılan araştırmalar ve çalışmalar sonucunda, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler geri kullanılabilir bir roket motorunda kullanılmıştır. Uzay taşıtlarında olduğu gibi, ısı direnç ve mukavemet bakımından daha iyi özelliklere sahip malzeme ihtiyacına karşılık verebilmek için kesici kalemlerin geliştirilmesinde de fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden yararlanılmaktadır. Ayrıca bazı derecelendirilmiş kesici kalemlerin yüksek ısı dirençleri ve kendi kendilerine yağlama fonksiyonları sayesinde yağ kullanımı olmadan kuru kesimler de yapılabilmektedir. Benzer şekilde yüksek hızla bilgi aktarımı sağlayan optik tellerde de üretim maliyetini düşürmeyi ve esneklik kaybettirmeden kolaylıkla telin boyutunu büyütebilecek şekilde fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme içeren plastikler kullanılmaktadır [8].

2.5 Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerde Karşılaşılan Sorunlar

Türbinlerde genel olarak ısı dayanıklılığı sağlamak amacıyla, alüminyum malzeme üzerine fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kaplanmaktadır. Ancak fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan yapılan kaplamalar homojen seramik kaplamalara göre daha dayanıklı olmalarına rağmen , türbinlerin iç kısımları gibi yüksek sıcaklığa maruz kalan ortamlarda, oksijen, kaplamayı geçip alüminyuma yaklaşır ve reaksiyona girer. Bu reaksiyon sonucunda özellikle alt tabaka ve fonksiyonel

derecelendirilmiş malzeme arasında devamlılığı ortadan kaldıran alüminyum oksit denen çok sert, gevrek ve istenmeyen, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin avantajlarını ortadan kaldıran bir tabaka oluşur. Bu tabaka Şekil 2.5'te açıkça görülmektedir.



Şekil 2.5: Alt tabaka ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme arasında devamlılığı ortadan kaldıran alüminyum oksit tabakası

Buna ek olarak birçok üretim tekniğinde oluşturulan kaplamalar kolonlar şeklinde olduğundan dolayı, kaplamalardaki izotropik yapı bozulur ve çoğu durumda uyumsuzluklara yol açan ortotropik bir yapı elde edilir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde görülen bir başka problem ise üretim tekniklerinden kaynaklanan parça büyüklüğünün kısıtlanmasıdır. Bu boyutlar üretim tekniklerine ya da derecelendirme boyut sayısına göre değişebilmektedir [9].

3. SANDVIÇ YAPILAR

3.1 Genel Tanım

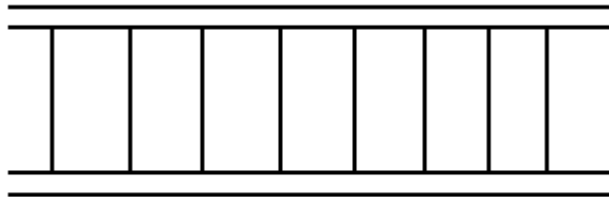
Sandviç plaklar farklı mekanik özelliklere sahip, kabuk ve çekirdek malzemelerin, yüksek performans ve hafif bir yapı oluşturma ihtiyacından dolayı birbirleriyle kaynaşacak tekniklerle yapıştırılarak oluşturulan yapılardır. Sandviç yapılar uydru, uçak sanayi, otomotiv, rüzgar enerji sistemleri, gemi inşaa sanayi ve köprü yapımı gibi birçok dalda sıkça kullanılmaktadır ve günden güne kullanım alanı ve yoğunluğu artmaktadır.

3.2 Sandviç Yapıların Genel Yapısı ve Dolgu Çeşitleri

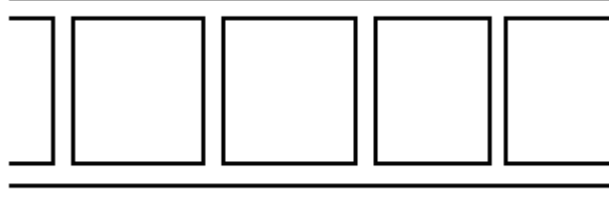
Sandviç yapılarda kullanılan dolgu malzemesi ve dolgu şekli birçok yapıda ya da şekilde olabilmektedir. Ancak genel olarak karşılaşılan dört çeşit bulunmaktadır. Bunlar; köpük dolgu, petek dolgu, kafes dolgu, ağ dolgudur. Bu dolgu türleri, kendi yapılarındaki farklılıkların getirdiği avantajlara göre farklı alanlarda kullanılmaktadırlar. Bu farklı tipteki dolgu yapılarınınin aşağıdaki şekillerde iç yapıları sembolik olarak gösterilmiştir.



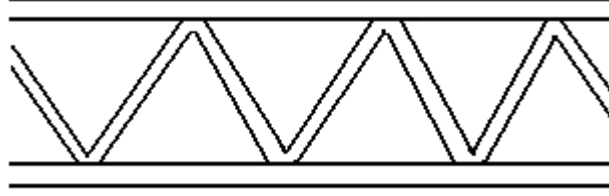
Şekil 3.2.1: Köpük dolgu



Şekil 3.2.2: Petek dolgu



Şekil 3.2.3: Kafes dolgu



Şekil 3.2.4: Ağ dolgu

Genel olarak köpük dolgu ve petek dolguyla elde edilen sandviç yapılarda plak içi yükler ve yanal eğilme yükleri yüzler tarafından taşınmaktadır. Ancak kafes ve ağ dolgu yapılarda bu tip gelen yükler dolgu tarafından taşınmaktadır.

Diğer dolgu yapılarına göre köpük dolgu yapılar daha ucuz maliyetli olduklarından, daha yaygın bir kullanım alanına sahiptirler. Köpük dolgu yapılarında genel olarak karşılaşılan altıgen hücre yapısı ve kare hücre yapısıdır.

Ağ dolgu yapılar ise flanşları birbirleriyle kaynaklanmış bir grup I profilinin birarada durmasına benzer bir yapı deseni içermektedirler. Amerika Birleşik Devletleri Deniz Kuvvetleri bu tür ağ dolgu yapıyı çift cidarlı yapı olarak adlandırmaktadırlar. Kafes dolgu yapısında olan sandviç yapılar ise genellikle köprü yapımında kullanılmaktadır.

Sandviç yapıların genel karakteristiğini anlatan denklemler genel olarak, ince cidarlı kompozit malzemedan üretilmiş yapılar için kullanılan denklemlerle büyük ölçüde uygunluk göstermektedir. Genelde sandviç yapılarda birbirleriyle aynı yapı özelliklerini taşıyan, plaka içi ve eğilme kuvvetlerine mukavemet gösteren iki yüz bulunmaktadır. Ancak bazı özel durumlarda yüzlerdeki malzeme yapısı, kalınlık ve lif dağılımı gibi özellikler birbirlerinden farklılık gösterebilmektedir. Bunun nedeni ise kullanım amacına bağlı olarak bazen iç ve dış yüzlerin farklı özellikler göstermesinin istenmesidir.

Genel olarak daha hafif ve daha mukavim bir yapı elde etmek amacıyla üretilen sandviç yapılara bakıldığında görülecektir ki, yaklaşık olarak aynı ağırlığa sahip bir

izotropik bir sandviç yapıya ve ince cidarlı bir monokok yapıya aynı yanal kuvvet uygulandığında, sandviç yapıda, diğer ince cidarlı yapıya nazaran daha düşük bir seviyede yatay yer değiştirme ve daha yüksek doğal frekanslar elde edilmektedir [10].

3.3 Sandviç Yapılarda Karşılaşılan Olumsuzluklar

Sandviç yapılarda genelde olumsuzluklar oluşmasına sebep olan yapıya gelen bölgesel yüklerdir. Çünkü sandviç yapı yüzlerinde kullanılan malzemeler diğer monokok yapıdaki malzemelere göre belirgin bir şekilde ince olduklarından dolayı bölgesel olarak gelen yükler, özellikle yapıya yük gelen bölgede gözle görülür şekilde deformasyonlara yol açabilmektedirler. Bu bölgesel gelen yükler aynı zamanda dolgu yapıyı da bozmakta ve yüksek kayma ve strese yol açmaktadırlar. Ve bu bölgesel olarak gelen yükler yüzünden oluşan deformasyon sebebiyle yapıda zayıf bir nokta oluştuğundan, yapıda zamansız olarak oluşan bir yapı bozukluğu meydana gelecektir.

3.4 Sandviç Yapıların Geleceği

Sandviç yapılar özellikle hafif ve mukavim yapıları sayesinde gelecekte de varlıklarını sürdürecektir. Ve uzun yıllar önemli sektörlerde kullanılarak

Özellikle uydu üretiminde bir numaralı yapı türü olarak üretimlerine devam edilmektedir. Ayrıca büyük uçaklarda ve birçok ülkede deniz kuvvetleri için inşa edilen gemilerde sıkça kullanılmaktadırlar.

En büyük kullanım alanlarından bir diğeri ise köprü yapımlarıdır. Bunlara ek olarak alternatif enerji kaynaklarına çok büyük ihtiyaç duyulması sebebiyle, rüzgar enerjisi sistemlerinde yapıların çok büyük ve ağır olmalarından dolayı, sandviç yapılara ihtiyaç oldukça fazladır [3].

3.5 Sandviç Yapılarda Kullanılan Denklemler

Sandviç yapılarda yapı hareketlerini analiz edebilmek amacıyla kurulan matematiksel modellemeler vardır. Genel olarak tüm yapılarda gerilme-deplasman formülleri;

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \epsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \epsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \epsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)\end{aligned}\quad (3.5.1)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu formüllerdeki u, v ve w deplasmanları sırasıyla x, y ve z doğrultularındaki deplasmanları ifade etmektedirler.

Bunun yanında yüke maruz kalan bir yapı için kullanılan denge denklemleri ise;

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (3.5.2)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0 \quad (3.5.3)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - p(x,y) = 0 \quad (3.5.4)$$

Ayrıca yukarıdaki denklemlerden (3.5.2) ve (3.5.3) denklemlerini sandviç yapılarda çözüm için kullanmak üzere (3.5.4)'e koyduğumuzda

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -p(x,y) \quad (3.5.6)$$

denklemini elde etmiş oluruz.

Klasik teori birçok uygulama için kullanışlı ve uygun olsa da bazı sandviç yapı üretimi durumlarında kesme etkilerinin de yapı üzerinde etkili olduğu ve çözümlenelerde bu etkinin de hesaba katılması gerektiği göz önünde bulundurularak;

$$D_{11} \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial x^2} + D_{66} \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial y^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \bar{\beta}}{\partial x \partial y} - 2 A_{55} \left(\bar{\alpha} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.5.7)$$

$$D_{66} \frac{\partial^2 \bar{\beta}}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 \bar{\beta}}{\partial y^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial x \partial y} - 2 A_{44} \left(\bar{\beta} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.5.8)$$

$$2 A_{55} \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + 2 A_{44} \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + p(x,y) = 0 \quad (3.5.9)$$

denklemleri kullanılmaktadır. Bu denklemler ;

$$M_x = D_{11} \kappa_x + D_{12} \kappa_y$$

$$M_y = D_{12} \kappa_x + D_{22} \kappa_y$$

$$M_{xy} = 2D_{66} \kappa_{xy} \quad (3.5.10)$$

$$Q_x = 2 A_{55} \varepsilon_{xz} = 2 A_{55} \left(\bar{\alpha} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$Q_y = 2 A_{44} \varepsilon_{yz} = 2 A_{44} \left(\bar{\beta} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

denklemlerini , (3.5.2) – (3.5.9) denklemleri içine koyup aynı zamanda (3.5.1) denklemlerini kullanarak elde edilmiştir. (3.5.10) denklemlerinde kullanılan ifadeler (3.5.11) - (3.5.13) denklemlerinde gösterildiği şekildedir.

$$A_{ij} = \left(\bar{Q}_{ij} \right)_f 2 t_f = \left(Q_{ij} \right)_f 2 t_f \quad (i,j = 1,2,6)$$

$$B_{ij} = 0 \quad (3.5.11)$$

$$D_{ij} = \frac{\left(\bar{Q}_{ij} \right)_f t_f h_c^2}{2} = \frac{\left(Q_{ij} \right)_f t_f h_c^2}{2} \quad (i,j = 1,2,6)$$

Sandviç yapılar için;

$$\left(D_{ij} \right) = \left(A_{ij} \right) \frac{h_c^2}{4} \quad (3.5.12)$$

İzotropik sandviç yapılar için;

$$A_{44} = A_{55} = G_c h_c + 2 t_f G_f \quad (3.5.13)$$

Ve birçok uygulamada;

$$\frac{t_f}{h_c} \ll 1 \quad \text{böylece;}$$

$$A_{44} = A_{55} = G_c h_c \quad (3.5.14)$$

Yukarıda verilen (3.5.7)-(3.5.9) formüllerinden doğal frekansları bulmak istersek;

$$D_{11} \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial x^2} + D_{66} \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial y^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \bar{\beta}}{\partial x \partial y} - \kappa A_{55} \left(\bar{\alpha} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - I \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.5.15)$$

$$D_{66} \frac{\partial^2 \bar{\beta}}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 \bar{\beta}}{\partial y^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \bar{\alpha}}{\partial x \partial y} - \kappa A_{44} \left(\bar{\beta} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) - I \frac{\partial^2 \bar{\beta}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.5.16)$$

$$\kappa A_{55} \left(\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \kappa A_{44} \left(\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - \rho_m h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3.5.17)$$

Denklemlerini elde ederiz. Bu denklemlerde karşımıza çıkan ifadeler;

$$\bar{\alpha} = \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\bar{\beta} = \frac{\partial v}{\partial z} \quad (3.5.18)$$

$$\rho_m = \frac{1}{h} \sum_{k=1}^N \rho_k (h_k - h_{k-1})$$

Burada ρ_k k'inci katmanın kütle yoğunluğudur. Aynı zamanda I burada;

$$I = \sum_{k=1}^N \rho_m z_k^2 dz_k \quad \text{ya da} \quad I = \rho_m t_f \frac{h_c^2}{2} \quad (3.5.19)$$

olarak alınabilir.

Bu denklemleri elde ettikten sonra da yanal bir yüke maruz kalan bir yapı incelemesi yapmak istediğimizde ise (3.5.15)-(3.5.17) denklemleri yük ifadelerini içerecek şekilde yeniden düzenlendiğinde;

$$w(x,y,t) = \frac{1}{\rho_m h} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{q_{mn}}{w_{mn}} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) P(t) \quad (3.5.20)$$

$$\bar{\alpha}(x,y,t) = \frac{1}{\rho_m h} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{q_{mn}}{w_{mn}} \right) \frac{(L_{12} L_{23} - L_{22} L_{13})}{Q} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) P(t) \quad (3.5.21)$$

$$\bar{\beta}(x, y, t) = \frac{1}{\rho_m h} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{q_{mn}}{w_{mn}} \right) \frac{(L_{12} L_{13} - L_{11} L_{23})}{Q} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) P(t) \quad (3.5.22)$$

denklemlerini elde etmiş oluruz [10].

Bu denklemlerde;

$$\begin{aligned} L_{11} &= D_{11} \lambda_m^2 + D_{66} \lambda_n^2 + \kappa A_{55} \\ L_{12} &= (D_{12} + D_{66}) \lambda_m \lambda_n \\ L_{13} &= \kappa A_{55} \lambda_m \\ L_{22} &= D_{66} \lambda_m^2 + D_{22} \lambda_n^2 + \kappa A_{44} \\ L_{13} &= \kappa A_{44} \lambda_n \\ L_{33} &= \kappa A_{55} \lambda_m^2 + \kappa A_{44} \lambda_n^2 \end{aligned} \quad (3.5.23)$$

4. FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEMEDEN ÜRETİLEN SANDVIÇ YAPILAR ÜZERİNE GELEBİLECEK YÜKLER

Gerçek hayatta yapılar sadece statik yüklemelere maruz kalmaktadırlar. Ancak lineer-elastik açıdan bakıldığında, dinamik etkilerin de yapılar üzerindeki etkileri görülmektedir. Bu etkiler genelde doğal titreşimler ya da dışardan etkiyle elde edilen zorlanmış titreşimler olarak ayrılabilir. Ayrıca bunlara ek olarak yapılar üzerine gelen termal yükler de yapıların karakteristik yapılarında değişikliklere yol açmaktadırlar.

4.1 Termal Yükler

Gelişmiş yapı malzemeleri kullanımında, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, özellikle yüksek sıcaklık mertebelerine rastlanan çalışmalarda sık olarak yer almaktadır. Genelde fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kullanılan, kalınlık boyunca devamlı ve pürüzsüz bir karakter içeren yapı, yüksek sıcaklığa maruz kalacağı yüzeyde seramik, diğer yüzeyde ise yapısal kararlılık gösteren metalden oluşmaktadır. Ana olarak yüksek sıcaklık bulunan ortamlarda yapılan fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme uygulamaları, araştırmalarda termal stres analizleri, termal eğilme, çatlama mekaniği ve optimizasyonu konularıyla kısıtlandırılmıştır. Termal stresin önemi, şiddetli termal yüklemelere maruz kalan kompozit malzemelerde hakim olan yapısal hataların oluşmasından dolayı, açık olarak anlaşılmaktadır [11]. Sandviç yapıların termal yüklere karşı gösterdikleri özellikler, yapılarında kullanılan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden kaynaklanmaktadır. Günümüzde fonksiyonel malzemedan üretilmiş sandviç plakaların termal yüklere karşı gösterdikleri üstün özellikler, bu konuda çalışan araştırmacıların ilgisini yoğun olarak çekmektedir ve bu yüzden bu yönde yapılan çalışmalar günden güne artmakta ve bulunan yeni özellikler ve üretim teknikleri sayesinde fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan üretilen sandviç yapıların diğer yapılara göre olan termal yükler alanındaki üstün özellikleri bu yapıların tercih edilmesini ve araştırmaların artmasını sağlamıştır. [12].

4.2 Dinamik Yanal Yükler

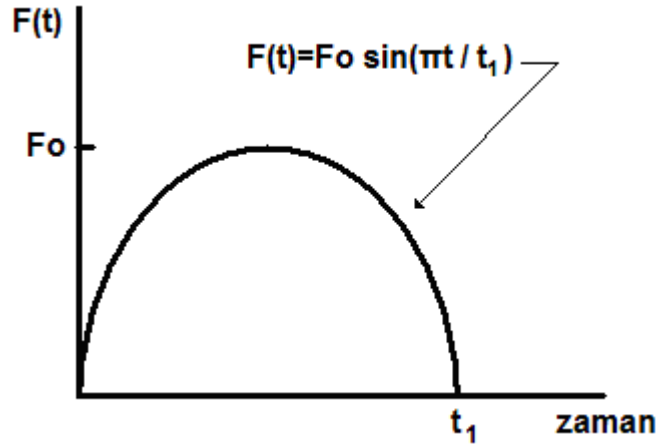
Genel olarak yapı üzerine gelebilecek olan şu şekilde gösterebiliriz;

$$P(t) = \int_0^t F(\tau) \sin[w_{mn}(t - \tau)] d\tau \quad (4.2.1)$$

Bu denklemde $P(t)$ zaman bağıli bükülme integralini, $F(t)$ zamana bağıli yükleme fonksiyonunu, w_{mn} ise doğal dairesel frekansı temsil etmektedir.

4.2.1 Sinüs Yüklemesi

Bu yükleme türünde şekilde görüldüğü üzere yükleme bir sinüs eğrisi şeklindedir.



Şekil 4.2.1: Sinüs yüklemesi

Bu yükleme çeşidinde kullanılan denklemler ise;

$$F(t) = F_0 \sin\left(\frac{\pi t}{t_1}\right) \quad 0 \leq t \leq t_1$$

$$F(t) = 0 \quad t > t_1$$

$$P(t) = \int_0^t F(\tau) \sin[w_{mn}(t - \tau)] d\tau$$

$$= \frac{F_0 t_1 \left[\pi \sin w_{mn} t - w_{mn} t_1 \sin\left(\frac{\pi}{t_1}\right) \right]}{\pi^2 - t_1^2 w_{mn}^2} \quad (4.2.1.1)$$

$0 \leq t \leq t_1$ olduğu yerlerde (4.2.1.1) denklemi kullanılır.

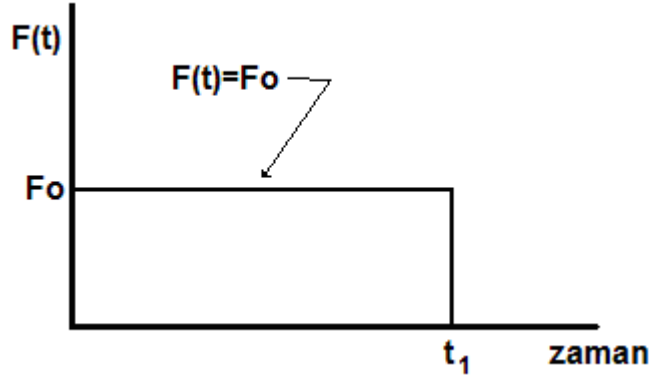
$$P(t) = \frac{F_0 \pi t_1 \left[\sin w_{mn} t + \sin w_{mn} (t - t_1) \right]}{\pi^2 - t_1^2 w_{mn}^2} \quad (4.2.1.2)$$

$t \geq t_1$ olduğu yerlerde ise (4.2.1.2) denklemi kullanılır.

Yukarıdaki denklemlerde kullanılan t_1 terimi yüklemenin sona erdiği zamanı, F_0 terimi ise yapıya verilen ilk kuvveti ifade eden terimlerdir.

4.2.2 Basamak Yükleme

İsminden ve şekilden de anlaşıldığı üzere basamak yüklemeleri, yapıya belli bir F_0 verilen ve bu yükte belli bir zamana kadar sabit olarak yüklenen yapılarda görülen yükleme çeşididir.



Şekil 4.2.2: Basamak yüklemesi

Bu tür yüklemelerde kullanılan denklemler ise;

$$\begin{aligned}
 F(t) &= F_0 & 0 \leq t \leq t_1 \\
 F(t) &= 0 & t > t_1 \\
 P(t) &= \int_0^t F(\tau) \sin[w_{mn}(t-\tau)] d\tau = \frac{F_0}{w_{mn}} [1 - \cos(w_{mn} t)] & (4.2.2.1)
 \end{aligned}$$

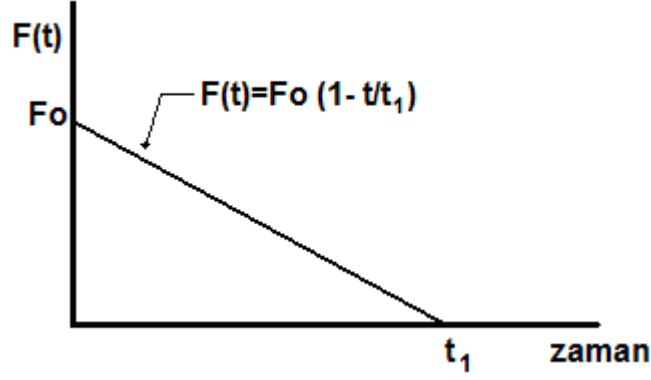
$0 \leq t \leq t_1$ olduğu yerlerde (4.2.2.1) denklemini kullanılır.

$$P(t) = \frac{F_0}{w_{mn}} \left\{ \cos[w_{mn}(t-t_1)] - \cos w_{mn} t \right\} \quad (4.2.2.2)$$

$t > t_1$ olduğu yerlerde ise (4.2.2.2) denklemini kullanılır.

4.2.3 Üçgensel Yükleme

Üçgensel yükleme çeşidinde ise yapıya verilen F_0 , belli bir t_1 anına kadar azalarak giderek, şekilde de görüldüğü üzere t_1 anında sıfır olmaktadır.



Şekil 4.2.3: Üçgensel Yükleme

Üçgensel yükleme de kullanılan denklemler ise;

$$F(t) = F_0 \left(1 - \left(\frac{t}{t_1} \right) \right) \quad 0 \leq t \leq t_1$$

$$F(t) = 0 \quad t > t_1$$

$$P(t) = \int_0^t F(\tau) \sin[w_{mn}(t - \tau)] d\tau$$

$$= \frac{F_0}{w_{mn}} \left[1 - \cos(w_{mn} t) + \frac{1}{w_{mn} t_1} \sin(w_{mn} t) - \frac{t}{t_1} \right] \quad (4.2.3.1)$$

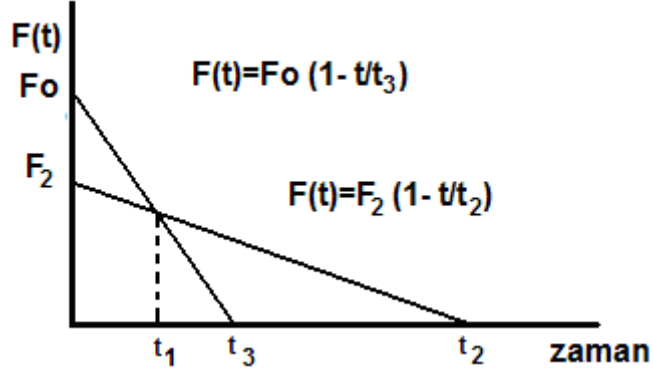
$0 \leq t \leq t_1$ olduğu yerlerde (4.2.3.1) denklemini kullanılır.

$$P(t) = F_0 \left\{ -\frac{1}{w_{mn}} \cos(w_{mn} t) + \frac{2}{w_{mn}^2 t_1} \cos \left[w_{mn} \left(t - \frac{t_1}{2} \right) \right] \sin w_{mn} \left(\frac{t_1}{2} \right) \right\} \quad (4.2.3.2)$$

$t > t_1$ olduğu yerlerde (4.2.3.2) denklemini kullanılır.

4.2.4 Basamaklı Üçgensel Yükleme

Basamaklı üçgensel yükleme, nükleer patlama yükü olarak da bilinmektedir. Bu yükleme çeşidine nükleer patlama yükü denmesinin nedeni ise, patlama oluştuğundan sonra meydana gelen aşırı yükleme nedeniyle meydana gelen uzun zamanlı dalgaların yapıya gelmesi ve yine patlama sebebiyle oluşan şok dalgalarının meydana getirmiş olduğu kısa zamanlı dalgaların yapı üzerinde uygulamış oldukları yüküdür. Yapıya gelen farklı zamandaki uzun zamanlı dalgalar ve kısa zamanlı şok dalgaları şekilde açıkça görülmektedir.



Şekil 4.2.4: Basamaklı üçgensel yükleme

Bu tür yüklemelerde kullanılan denklemler ise;

$$F(t) = F_0 \left(1 - \frac{t}{t_3}\right) \quad 0 \leq t \leq t_1$$

$$F(t) = F_2 \left(1 - \frac{t}{t_2}\right) \quad t_1 \leq t \leq t_2$$

$$F(t) = 0 \quad t > t_2$$

$$P(t) = \int_0^t F(\tau) \sin[w_{mn}(t - \tau)] d\tau$$

$$= \frac{F_0}{w_{mn}} \left[1 - \cos(w_{mn} t) + \frac{1}{w_{mn} t_3} \sin(w_{mn} t) - \frac{t}{t_3} \right] \quad (4.2.4.1)$$

$0 \leq t \leq t_1$ olduğu yerlerde (4.2.4.1) denklemi kullanılır.

$$P(t) = F_0 \left\{ \frac{1}{w_{mn}} \left(1 - \frac{t}{t_3}\right) \cos w_{mn}(t - t_1) - \frac{1}{w_{mn}} \cos(w_{mn} t) - \frac{1}{w_{mn}^2 t_3} \sin[w_{mn}(t - t_1)] + \frac{1}{w_{mn}^2 t_3} \sin(w_{mn} t) \right\} + F_2 \left\{ \frac{1}{w_{mn}} \left(1 - \frac{t}{t_2}\right) - \frac{1}{w_{mn}} \left(1 - \frac{t}{t_2}\right) \cos[w_{mn}(t - t_1)] + \frac{1}{w_{mn}^2 t_2} \sin w_{mn}(t - t_1) \right\} \quad (4.2.4.2)$$

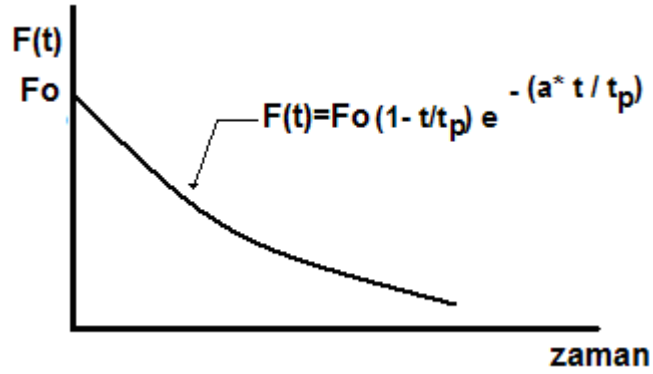
$t_1 \leq t \leq t_2$ olduğu yerlerde (4.2.4.2) denklemi kullanılır.

$$P(t) = F_0 \left[\frac{1}{w_{mn}} \left(1 - \frac{t_1}{t_3}\right) \cos w_{mn}(t - t_1) - \frac{1}{w_{mn}} \cos(w_{mn} t) - \frac{1}{w_{mn}^2 t_3} \left\{ \sin[w_{mn} t] - \sin[w_{mn}(t - t_1)] \right\} \right] + F_2 \left[\left\{ \frac{1}{w_{mn}} \left(\frac{t_1}{t_2} - 1\right) \cos[w_{mn}(t - t_1)] + \frac{1}{w_{mn}^2 t_2} \left\{ \sin[w_{mn}(t - t_2)] - \sin[w_{mn}(t - t_1)] \right\} \right] \right] \quad (4.2.4.3)$$

$t > t_2$ olduğu yerlerde (4.2.4.3) denklemi kullanılır.

4.2.5 Patlama Yüklemesi

Bu tür yüklemeler daha çok, kuvvetli patlama yüklerinde kullanılan yüklemelerdir.



Şekil 4.2.5: Patlama yüklemesi

Bu tip yüklemelerde kullanılan denklemler ise;

$$F(t) = F_0 \left(1 - \frac{t}{t_p}\right) e^{-\alpha \frac{t}{t_p}}$$

$$P(t) = \int_0^t F(\tau) \sin[w_{mn}(t - \tau)] d\tau$$

$$= \frac{F_0 [w_{mn} e^{-\alpha t} + \alpha \sin(w_{mn} t) - w_{mn} \cos w_{mn} t]}{\alpha^2 + w_{mn}^2} \quad (4.2.5)$$

$t > 0$ olduğu yerlerde (4.2.5) denklemi kullanılır.

Denklemlerde kullanılan α terimi dağıtma parametresi olarak kullanılmaktadır [10].

5. ANALİTİK ANALİZ

Bu çalışmamızda kayma şekil değiştirmelerini hesaba katarak çözümlene sunan Birinci Dereceden Kayma Şekil Değiştirme Teorisi kullanılmıştır. Esas olarak kullanılacak yapı ise ani bir patlama yüküne maruz kalan, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan üretilen, basit mesnetlenmiş elastik bir dikdörtgen sandviç plakanın, deformasyona uğraması sonucu lineer çözümlene tekniğiyle incelenmesidir. Poison oranı sabit olarak kabul edilen yapıda, diğer özellikler ise kalınlık boyunca devamlı olarak değişen terimler olarak hesaplanacaktır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kullanılan katmanda ise üst yüzey tamamen seramik yapı bakımından zengin, alt yüzey ise tamamen alüminyum bakımından zengin, orta kısımlar ise kalınlık boyunca fonksiyonel olarak değişen bir yapıdadırlar [13].

Genel olarak deplasman alanındaki değişimleri ifade eden denklemler (5.1)'deki gibidir.

$$\begin{aligned}u(x,y,z,t) &= u_0(x,y,t) + f(z) \frac{\partial w_0(x,y,t)}{\partial x} + g(z) \phi_x(x,y,t) \\v(x,y,z,t) &= v_0(x,y,t) + f(z) \frac{\partial w_0(x,y,t)}{\partial y} + g(z) \phi_y(x,y,t) \\w(x,y,z,t) &= w_0(x,y,t)\end{aligned}\tag{5.1}$$

Bu denklemlerdeki (u,v,w) terimleri bu koordinat sistemindeki deplasmanlara ilişkin uzaysal koordinatlardaki deplasmanların fonksiyonlarını, (u_0, v_0, w_0) terimleri ise ayrı ayrı x, y, z doğrultularındaki deplasmanları ifade etmektedir. Ayrıca ϕ_x ve ϕ_y terimleri ise, sırasıyla y ve x eksenleri etrafındaki dönmeleri ifade etmektedir. t terimi ise zaman parametresini ifade etmektedir.

Birinci Dereceden Kayma Şekil Değiştirme Teorisine dayalı olarak çözümlenecek denklemlerde kullanılan denklem (5.2) 'de verildiği gibidir.

$$\begin{aligned}f(z) &= 0 \\g(z) &= z\end{aligned}\tag{5.2}$$

Böylece denklemler Birinci Dereceden Kayma Şekil Değişirme Teorisine göre;

$$\begin{aligned} u(x,y,z,t) &= u_0(x,y,t) + z\phi_x(x,y,t) \\ v(x,y,z,t) &= v_0(x,y,t) + z\phi_y(x,y,t) \\ w(x,y,z,t) &= w_0(x,y,t) \end{aligned} \quad (5.3)$$

halini almaktadır.

Klasik plak teorisine göre deformasyondan önce xy düzlem normaline dik olan çizgiler, deformasyon sonrasında da bu normale dik olarak kalırlar. Bu kural Birinci Dereceden Kayma Şekil Değişirme Teorisinde de aynen kabul edilmiştir. Ancak bu kabule ek olarak, yapıda enine kesme deformasyonlarının da olduğunu kabul ederek çözümleme yapılması gerekmektedir [14].

Lineer gerilme-deplasman ilişkileri, gerilme terimleri deplasman alanına uygun olarak yazıldığında (5.4) denklemi elde edilir.

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + f(z)\Psi + g(z)\eta \quad (5.4)$$

Bu (5.4) denkleminde;

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \tilde{\varepsilon}_x \\ \tilde{\varepsilon}_y \\ \tilde{\gamma}_{xy} \\ \tilde{\gamma}_{yz} \\ \tilde{\gamma}_{zx} \end{Bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix}, \quad \Psi = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ \frac{1}{f(z)} \frac{\partial f(z)}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{1}{f(z)} \frac{\partial f(z)}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

$$\eta = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \\ \frac{1}{g(z)} \frac{\partial g(z)}{\partial z} \phi_x \\ \frac{1}{g(z)} \frac{\partial g(z)}{\partial z} \phi_y \end{Bmatrix} \quad (5.5)$$

şeklinde. Birinci Dereceden Kayma Şekil Değişirme Teorisine dayalı olarak denklem (5.2)' deki kabulleri (5.5) denklemleri içine yerleştirip diğerlerine göre çok küçük olan non-linear ifadeleri ihmal ettiğimizde;

$$\begin{aligned}\epsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \epsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2\end{aligned}\quad (5.6)$$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + z \frac{\partial^2(w_0)}{\partial x \partial y} \quad (5.7)$$

(5.6) ve (5.7) denklemlerini elde ederiz.

Ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden üretilmiş plak yapımızı stres-gerilme ilişkileri biçiminden yazarsak (5.8) denklemi elde edilir.

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_x \\ \tilde{\sigma}_y \\ \tilde{\sigma}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\epsilon}_x \\ \tilde{\epsilon}_y \\ \tilde{\gamma}_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.8)$$

Bu (5.8) denkleminde elastik katsayılar;

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E(z)}{1 - \nu^2}, \quad Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu E(z)}{1 - \nu^2}, \quad Q_{66} = \frac{E(z)}{2(1 + \nu)}$$

Ayrıca kalınlık üzerinden stres ve moment ilişkilerine bakıldığında (5.9) denklemi elde edilmektedir.

$$(N_{ij}, M_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z) \sigma_{ij} dz \quad (5.9)$$

Burada (5.9) denkleminde i, j terimleri x, y yönlerini ifade etmektedir [15].

Bu (5.9) denkleminde;

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_1] & [B_1] & [D_1] \\ [A_2] & [B_2] & [D_2] \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \{\epsilon\} \\ \{\psi\} \\ \{\eta\} \end{Bmatrix} \quad (5.10)$$

(5.10) denklemindeki $[A_k]$ malzemenin uzama katılığını, $[B_k]$ malzemenin uzama-eğilme katılığını, $[D_k]$ ise malzemenin eğilme katılığını ifade etmektedirler [16].

$$\begin{aligned}
(A_{ij}) &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} dz \\
(B_{ij}) &= \int_{-h/2}^{h/2} f(z) Q_{ij} dz \\
(D_{ij}) &= \int_{-h/2}^{h/2} g(z) Q_{ij} dz
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Birinci Dereceden Kayma Şekil Değişirme Teorisine dayalı olarak (5.10) ve (5.11) denklemlerini açık bir biçimde yazarsak [15];

$$-\left(\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y}\right) + I_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} = 0 \tag{5.12}$$

$$-\left(\frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y}\right) + I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} = 0 \tag{5.13}$$

$$-\left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y}\right) + kw_0 - N(u_0, v_0, w_0) - q + I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} = 0 \tag{5.14}$$

$$-\left(\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y}\right) + Q_x + I_2 \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} = 0 \tag{5.15}$$

$$-\left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y}\right) + Q_y + I_2 \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} = 0 \tag{5.16}$$

Bu (5.12)-(5.16) denklemlerindeki N ve atalet momenti I_i ifadeleri (5.17) ve (5.18)'deki şekildedir.

$$N(u_0, v_0, w_0) = \frac{\partial}{\partial x} \left(N_{xx} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_{xy} \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{yy} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) \tag{5.17}$$

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{pmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{pmatrix} \rho_0 dz \tag{5.18}$$

ve (5.12)-(5.16) denklemlerindeki stres bileşikleri ise (5.19), (5.20) ve (5.21)'de gösterildiği gibidir [16].

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (5.19)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (5.20)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & 0 \\ 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \end{Bmatrix} \quad (5.21)$$

(5.14)-(5.16) denklemlerinin içine (5.19)-(5.21) denklemlerini yazıp düzenlersek;

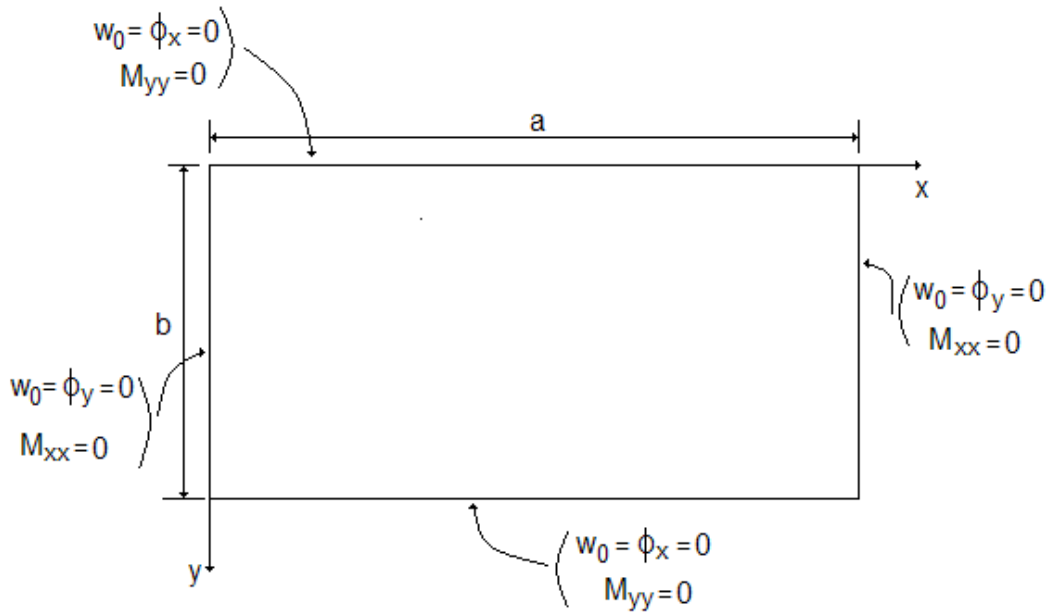
$$K A_{55} \left(\frac{\partial^2 (w_0)}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + K A_{44} \left(\frac{\partial^2 (w_0)}{\partial y^2} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) - k w_0 + N + q = I_0 \frac{\partial^2 (w_0)}{\partial t^2} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} & D_{11} \frac{\partial^2 (\phi_x)}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 (\phi_y)}{\partial y \partial x} + D_{66} \left(\frac{\partial^2 (\phi_x)}{\partial y^2} \frac{\partial^2 (\phi_y)}{\partial y \partial x} \right) - K A_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \right) - \\ & \left(\frac{\partial M_{xx}^T}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}^T}{\partial y} \right) = I_2 \left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial t^2} \right) \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} & D_{66} \frac{\partial^2 (\phi_x)}{\partial x} \frac{\partial y} + D_{12} \frac{\partial^2 (\phi_x)}{\partial x \partial y} + D_{22} \left(\frac{\partial^2 (\phi_y)}{\partial y^2} - K A_{44} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \right) - \right. \\ & \left. \left(\frac{\partial M_{xy}^T}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}^T}{\partial y} \right) = I_2 \left(\frac{\partial^2 \phi_y}{\partial t^2} \right) \end{aligned} \quad (5.24)$$

halini almaktadır. Birinci Dereceden Kayma Şekil Değişirme Teorisine dayalı olarak Şekil-5.1’de gösterilen basit mesnetli bir plağın Navier çözüm yöntemlerine göre sınır şartlarını yazarsak [15];

$$\begin{aligned}
 \phi_x(x,0,t) = 0 \quad \phi_x(x,b,t) = 0 \quad \phi_y(0,y,t) = 0 \quad \phi_y(a,y,t) = 0 \\
 w_o(x,0,t) = 0 \quad w_o(x,b,t) = 0 \quad w_o(0,y,t) = 0 \quad w_o(a,y,t) = 0 \\
 M_{xx}(0,y,t) = 0 \quad M_{xx}(a,y,t) = 0 \quad M_{yy}(x,0,t) = 0 \quad M_{yy}(x,b,t) = 0
 \end{aligned} \tag{5.25}$$



Şekil 5.1: Birinci Dereceden Kayma Şekil Değişirmesine uygun olarak basit mesnetli plakanın sınır koşulları

(5.25)’deki sınır koşullarını (5.26)-(5.28) denklemlerinde sağlarsak elde edilen mod denklemleri;

$$w_o(x,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \tag{5.26}$$

$$\phi_x(x,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} X_{mn}(t) \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \tag{5.27}$$

$$\phi_y(x,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Y_{mn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \tag{5.28}$$

Ayrıca mekanik ve termal yükleri de (5.29) ve (5.30) denklemlerindeki gibi tanımlayabiliriz.

$$q(x,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} Q_{mn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \tag{5.29}$$

$$\Delta T(x,y,z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} T_{mn}(z,t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \tag{5.30}$$

(5.29) ve (5.30) denklemlerinde kullanılan $Q_{mn}(t)$ ve $T_{mn}(z,t)$ terimleri ise;

$$Q_{mn}(t) = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x,y,t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (5.31)$$

$$T_{mn}(z,t) = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b \Delta T(x,y,z,t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \quad (5.32)$$

Burda kullanacağımız ani patlama yükü (5.33)'teki gibidir.

$$q(x,y,t) = q_0 e^{-(\alpha t)} \quad (5.33)$$

(5.33) denklemini (5.31)'de yerine koyup çözdüğümüzde (5.34) denklemini elde ediyoruz.

$$\begin{aligned} Q_{mn}(t) &= \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q_0 e^{-(\alpha t)} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy \\ &= \frac{4q_0 e^{-\alpha t}}{mn t^2} (\cos m\pi - 1)(\cos n\pi - 1) \end{aligned} \quad (5.34)$$

(5.34) denkleminde $m, n = 1, 2, 3, \dots$ şeklinde alınmaktadır. Ve (5.34) denklemini m ve n'lerin çift değerlerinde sıfıra eşit olmaktadır. Ancak m ve n'nin tek değerleri için ise (5.35) denklemindeki gibidir.

$$q_{mn} = \frac{16q_0 e^{-\alpha t}}{mn\pi^2} \quad (5.35)$$

(5.22)-(5.24) denklemlerini (5.14)-(5.16) denklemlerinde yerlerine yerleştirip, (5.25)-(5.28) sınır şartlarındaki koşullarını ve (5.29) ve (5.30) denklemlerini uygularsak (5.36) denklemini elde ederiz [15].

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{mn} \\ X_{mn} \\ Y_{mn} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{W}_{mn} \\ \ddot{X}_{mn} \\ \ddot{Y}_{mn} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{mn} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.36)$$

(5.36) denklemindeki matrislerde kullanılan katsayılar ise;

$$s_{11} = K (A_{55} \alpha^2 + A_{44} \beta^2) + k$$

$$s_{12} = KA_{55} \alpha$$

$$s_{13} = KA_{44} \beta$$

$$s_{22} = D_{11} \alpha^2 + D_{66} \beta^2 + KA_{55}$$

$$s_{23} = (D_{12} + D_{66}) \alpha \beta$$

$$s_{33} = D_{66} \alpha^2 + D_{22} \beta^2 + KA_{44}$$

$$m_{11} = I_0, \quad m_{22} = m_{33} = I_2$$

Bu (5.36) denkleminde termal ve mekanik yükleri sıfıra eşitleyip, W_{mn} , X_{mn} , Y_{mn} mod terimlerini;

$$\begin{aligned} W_{mn}(t) &= W_{mn}^0 e^{i\omega t} \\ X_{mn}(t) &= X_{mn}^0 e^{i\omega t} \\ Y_{mn}(t) &= Y_{mn}^0 e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (5.37)$$

(5.37)'deki gibi kabul ederek, (5.36)'da yerlerine yazarsak (5.38) denklemini elde ederiz.

$$\left(\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix} - \omega_{mn}^2 \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} W_{mn}^0 \\ X_{mn}^0 \\ Y_{mn}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.38)$$

(5.38) denklemindeki katsayılar matrisinin determinantını alıp I_2 atalet momentini ihmal ettiğimizde ω_{mn}^2 için doğal titreşim frekansı denklemi (5.39)'daki gibi olur.

$$\omega_{mn}^2 = \frac{1}{m_{11}} \left(s_{11} - \frac{s_{13}s_{23} - s_{12}s_{33}}{s_{22}s_{33} - s_{23}s_{23}} s_{12} - \frac{s_{12}s_{23} - s_{13}s_{22}}{s_{22}s_{33} - s_{23}s_{23}} s_{13} \right) \quad (5.39)$$

6. NÜMERİK ANALİZ

Seramik metal bileşimleri genelde Zirkonya-Alüminyum, Alüminyum oksit-Çelik ve Silikon Nidrit-Nikel olarak üç tiptedir. Bu metal ve seramik malzemelere ait young modülü, termal genleşme katsayısı, kesme modülü, poisson oranı ve yoğunluk gibi özellikler **Çizelge-6.1**'de gösterilmiştir.

Çizelge 6.1: Seramik ve Metal Malzemelerin Özellikleri

		E (Young Modülü) (Gpa)	α (Termal Genleşme Katsayısı) (in $10^{-6}/K$ at 20 °C)	σ (Kesme Modülü) (Gpa)	ν (Poisson oranı)	ρ (yoğunluk) (kg/m ³)
Seramik	Zirkonya (ZrO ₂)	151	10,5	78,7	0,29	3000
	Alüminyum Oksit (Al ₂ O ₃)	320,24	7,2	150	0,22	3750
	Silikon Nidrit (Si ₃ N ₄)	322,27	2,6	119	0,24	2370
Metal	Alüminyum	70	23,1	25,5	0,26	5500
	Çelik (SUS304)	207	18	79,3	0,31	8166
	Nikel (Ti-6Al-4V)	105,7	13,3	76	0,31	4429

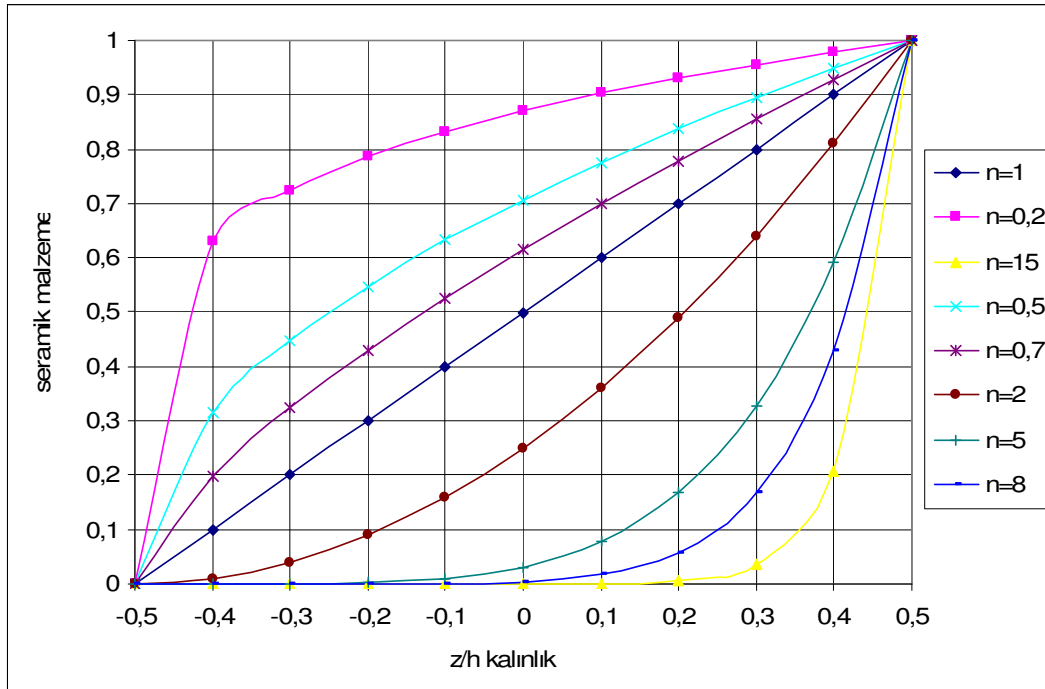
Çizelge 6.1'de gösterilen malzeme özellikleri **(6.1)** denklemlerindeki gösterildiği gibi malzeme kalınlığı boyunca malzeme değişim profilini gösteren “n” katsayısına bağlı olarak değişecektir. Bu **(6.1)** denklemlerdeki “P” terimi malzeme oranını, “ ρ ” terimi malzeme yoğunluğunu, “E” terimi young modülünü, “ α ” terimi termal genleşme katsayısını, “ σ ” terimi kesme modülünü, “ ν ” terimi ise poisson oranını temsil etmektedir [17].

$$P(z) = (P_{ii} - P_a) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + P_a$$

$$\rho(z) = (\rho_{ii} - \rho_a) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + \rho_a$$

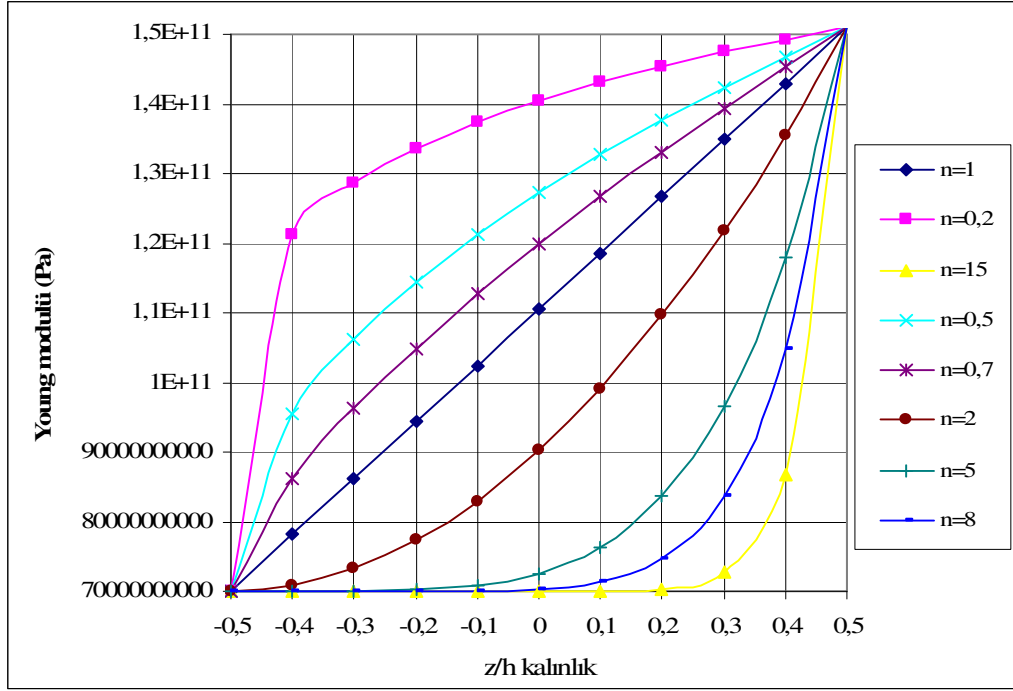
$$\begin{aligned}
E(z) &= (E_{\ddot{u}} - E_a) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + E_a \\
\alpha(z) &= (\alpha_{\ddot{u}} - \alpha_a) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + \alpha_a \\
\sigma(z) &= (\sigma_{\ddot{u}} - \sigma_a) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + \sigma_a \\
\nu(z) &= (\nu_{\ddot{u}} - \nu_a) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + \nu_a
\end{aligned} \tag{6.1}$$

Plak kalınlığı boyunca malzeme oranının değişimi Şekil 6.1 de gösterilmiştir. Seramik malzeme oranını ifade eden “P” terimi en st katmanda bire eşit olup en alt katmanda ise sıfıra eşit olacak Şekilde alınmıştır. Şekil 6.1’den de görüleceği gibi, kalınlık boyunca malzeme değişim profilini gösteren “n” değeri sıfıra eşit olduğunda malzeme seramik malzeme özelliklerini gösterir. “n” değeri sıfır ile bir arasında iken malzeme seramik yoğunlukta olacağından fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedен oluşan plak seramik malzemeye daha yakın davranır. “n” değeri bire eşit olduğunda kalınlık boyunca malzeme değişimi doğrusal olacaktır. Yani st bölüm seramik yoğunluklu olan malzemenin alt bölümü metal yoğunluklu olacaktır. “n” değeri arttıka ve yüksek değerlere ulaştıka malzeme özellikleri metalin malzeme özelliklerine yakın olacaktır.

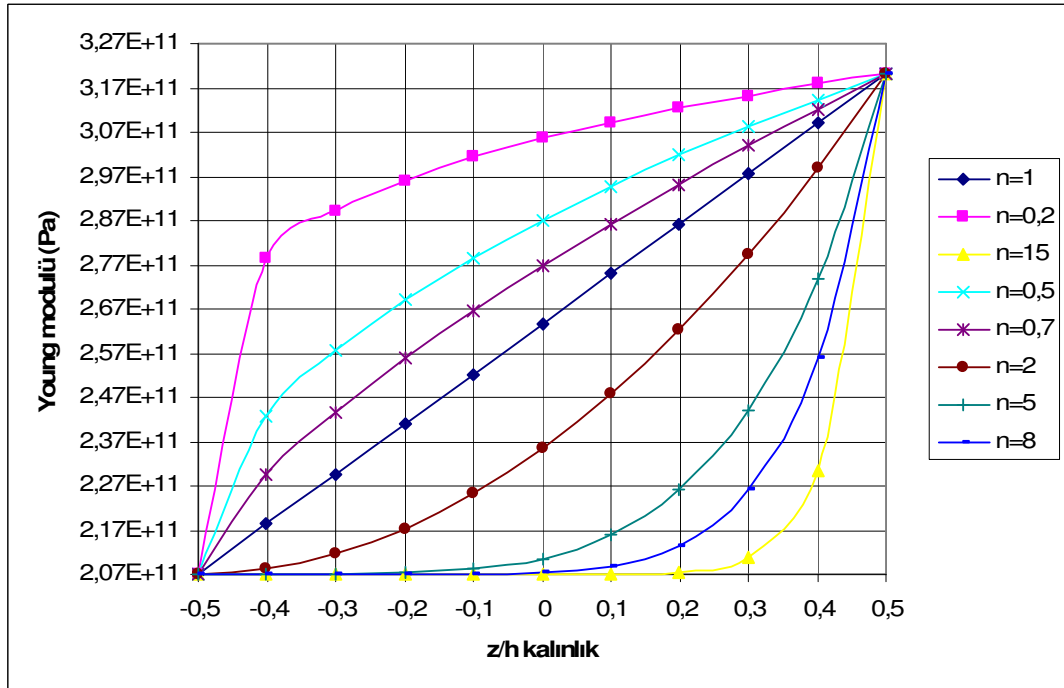


Şekil 6.1: Zirkonya-Almiyenum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca seramik malzeme oranlarının değişimi

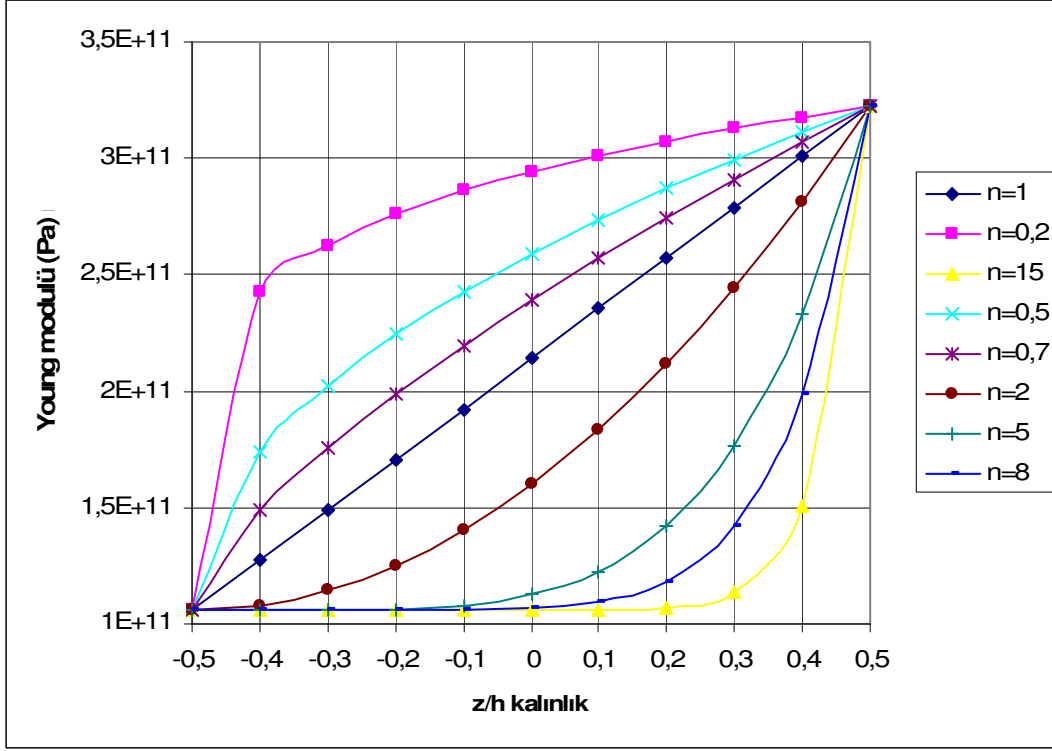
Çizelge 6.1'deki değerleri (6.1) denklemlerinde yerlerine koyup, sonuçlarla ilgili grafikler çizdiğimizde **Şekil 6.2-16** şekillerini elde ederiz.



Şekil 6.2: Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Young modülü değişimi



Şekil 6.3: Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Young modülü değişimi

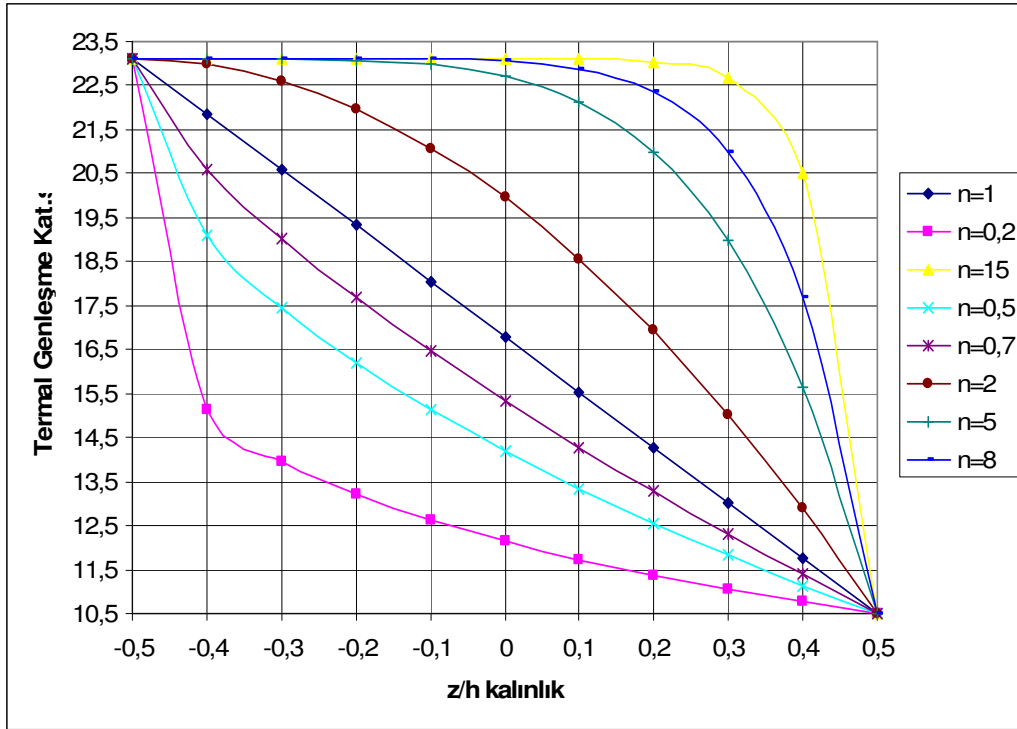


Şekil 6.4: Silikon nitrit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Young modülü değişimi

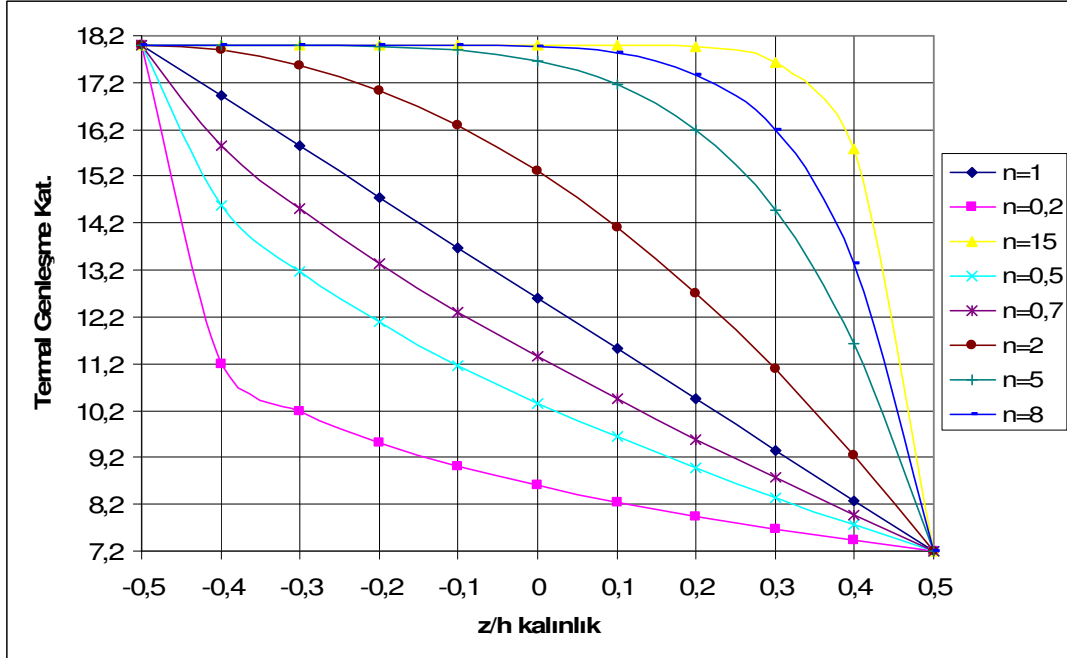
Şekil 6.2-6.4 incelendiğinde görülecektir ki üç farklı tip kullanım halinde de Young Modülü üst sınırı, seramik malzeme üst sınırına, alt sınırı ise metal malzeme sınırına kadar gelmektedir.

Ayrıca Young Modülü plağın üst kısımlarına gidildikçe artan değerlere sahip olmaktadır. Bunun nedeni üst bölümde seramiğin plak içine daha fazla nüfuz etmesidir.

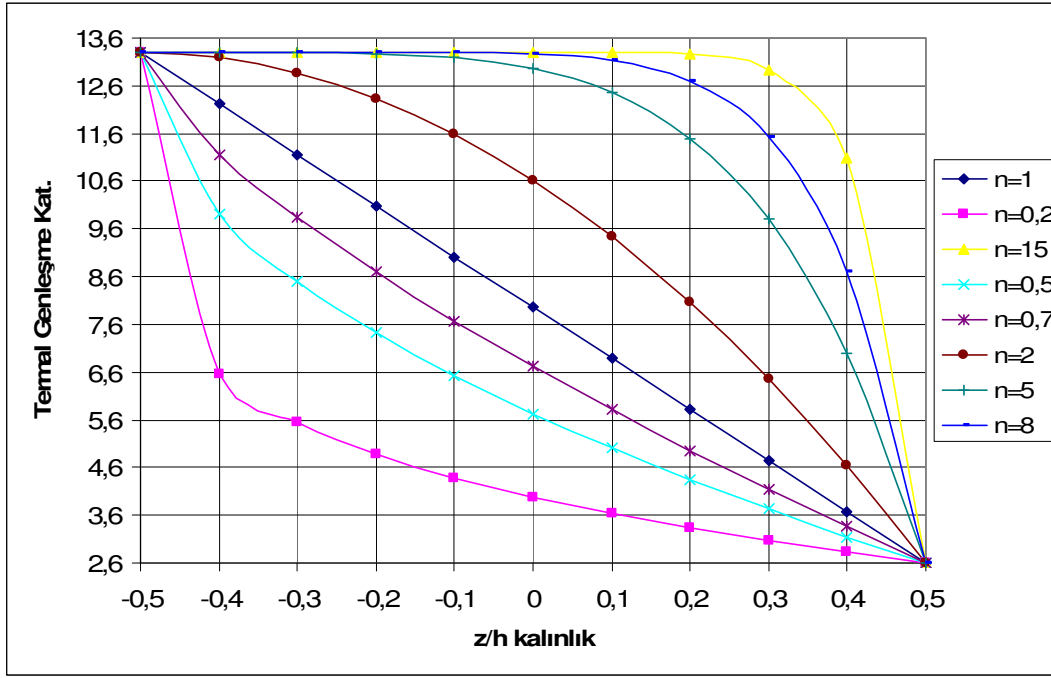
Aynı şekilde üç farklı tipteki zirkonya-alüminyum, alüminyum oksit-çelik, silikon nitrit-nikel seramik-metal karışımları için termal genleşme katsayıları, kesme modülleri, poisson oranları ve yoğunlukları gibi farklı özellikleri n=0,2, n=0,5, n=0,7, n=1, n=2, n=5, n=8, n=15 gibi farklı fonksiyonel derecelendirme üsteli “n” değerleri için, malzemenin en üstünden en alt kısmına kadar bu özellikler incelendiğinde, üst kısımda tamamen seramik olan özelliğin alt kısımlara gidildikçe metal malzemenin özelliğine yaklaştığı, seramik özelliklerden uzaklaştığı, en alt kısma gelindiğinde ise tamamen metal malzemenin özelliğini kazandığı görülmektedir.



Şekil 6.5: Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Termal Genleşme Katsayısı değişimi

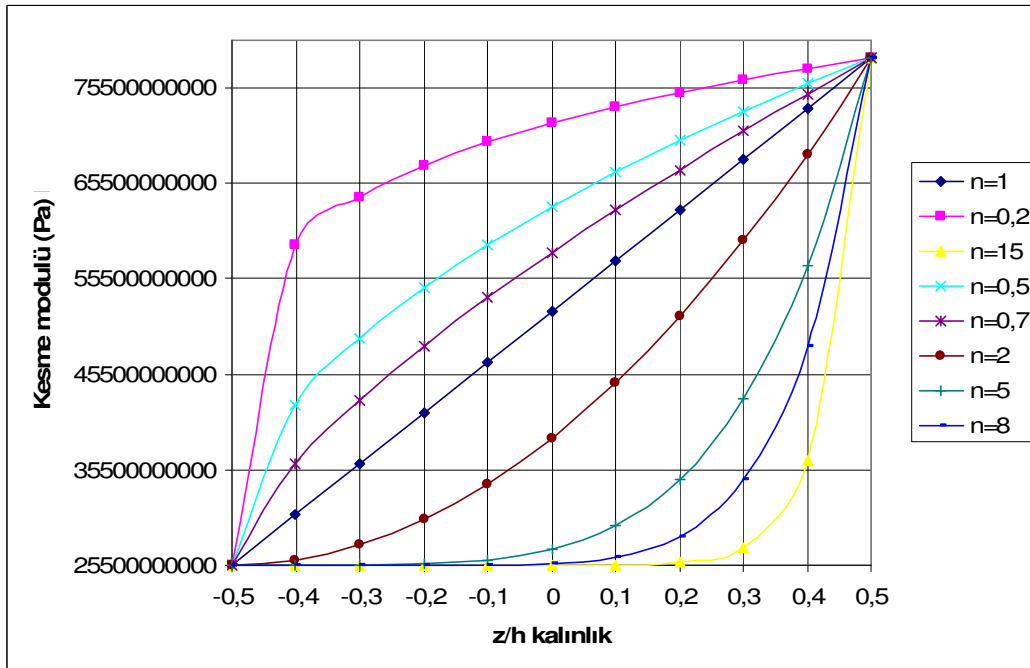


Şekil 6.6: Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Termal Genleşme Katsayısı değişimi

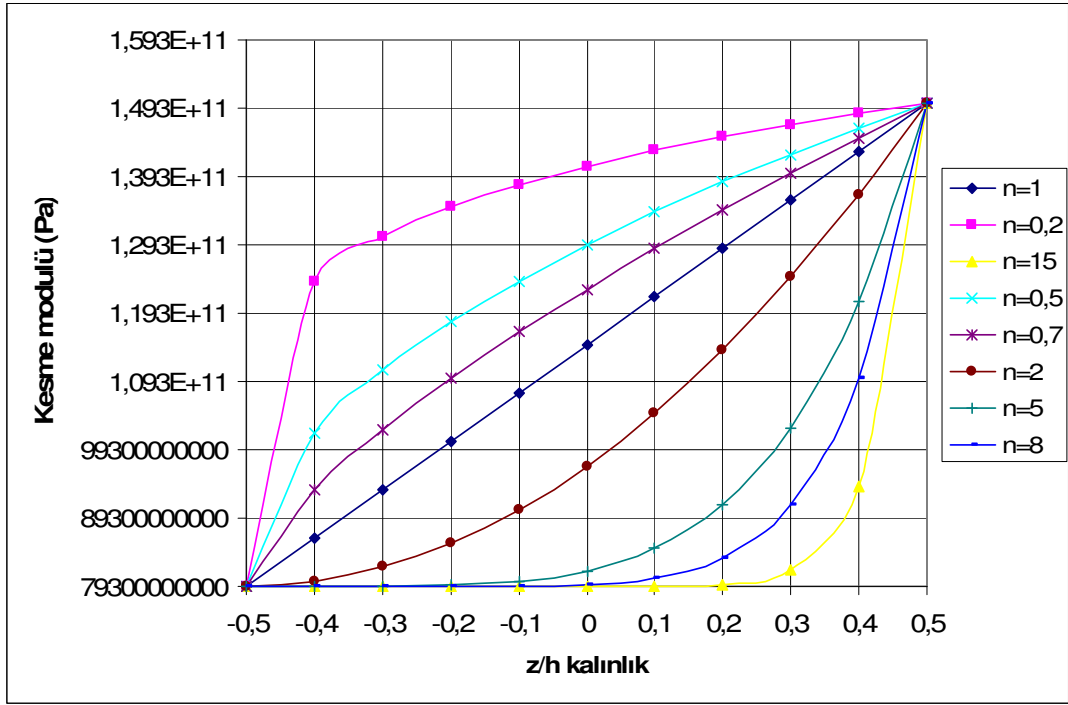


Şekil 6.7: Silikon nitrit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Termal Genleşme Katsayısı değişimi

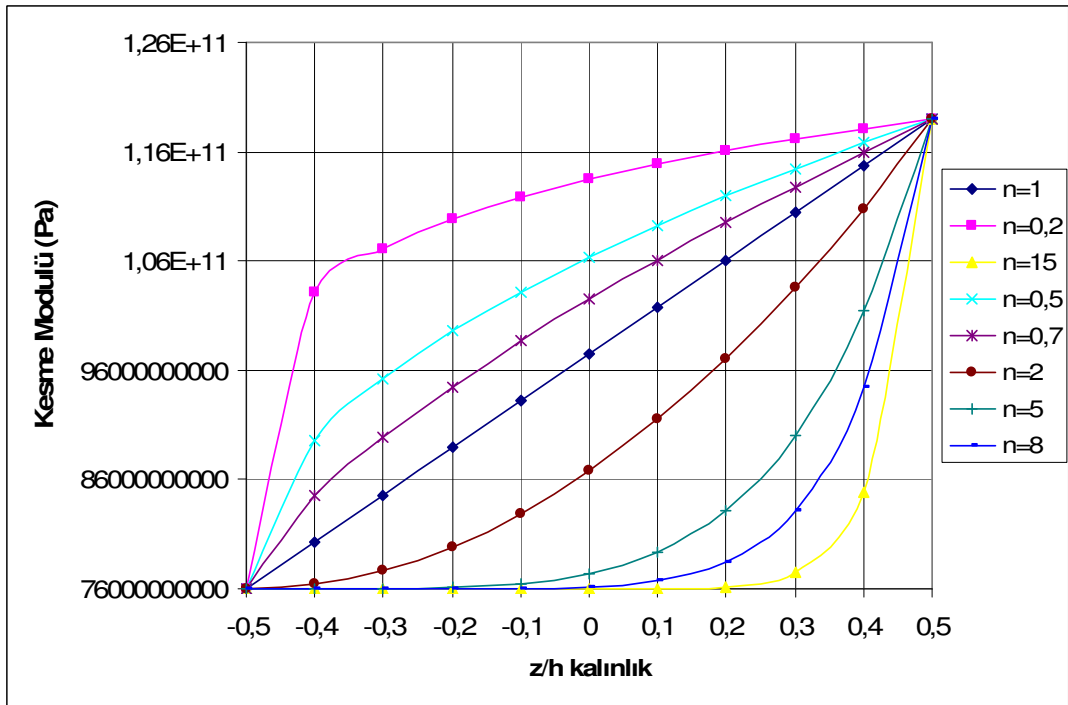
Kalınlık boyunca termal genleşme katsayısı değişimini incelediğimizde **Şekil 6.5-6.7** 'den görüyoruz ki, malzemenin alt kısımlarından üst kısımlarına doğru gidildikçe termal genleşme katsayısı değeri düşüyor. Bunun sebebi ise üç tipte de kullanılan seramiğin beraber kullanıldığı metal malzemeye göre daha düşük termal genleşme katsayısı değerlerine sahip olmasıdır.



Şekil 6.8: Zirkon-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Kesme Modülü değişimi

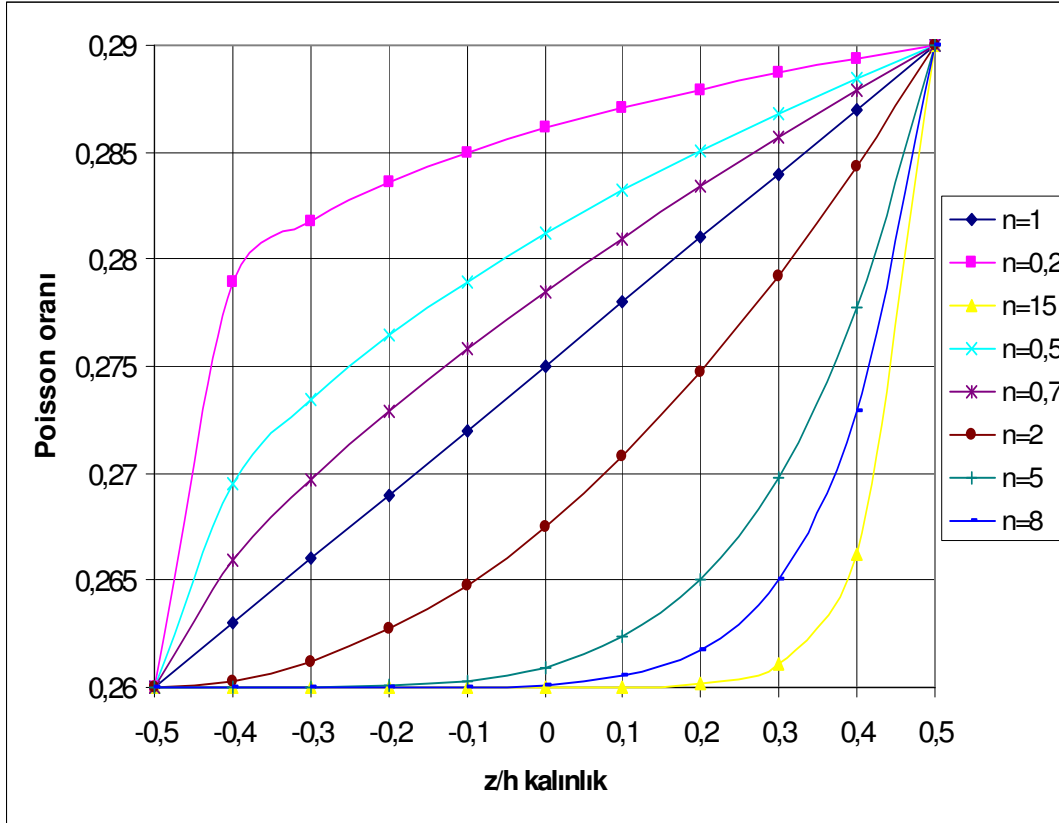


Şekil 6.9: Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Kesme Modülü değişimi



Şekil 6.10: Silikon nitrit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Kesme Modülü değişimi

Kalınlık boyunca Kesme Modülü değişimini incelediğimizde **Şekil 6.8-6.10**'dan görüyoruz ki, malzemenin alt kısımlarından üst kısımlarına doğru gidildikçe Kesme Modülü değeri artıyor. Çünkü kullanılan tiplerin üçünde de seramik malzemelerin beraberinde kullanılan metal malzemeye göre Kesme Modülü değerleri daha yüksek. Bu yüzden malzemenin en üst kısmında daha yüksek Kesme Modülü değerleri görülüyor.

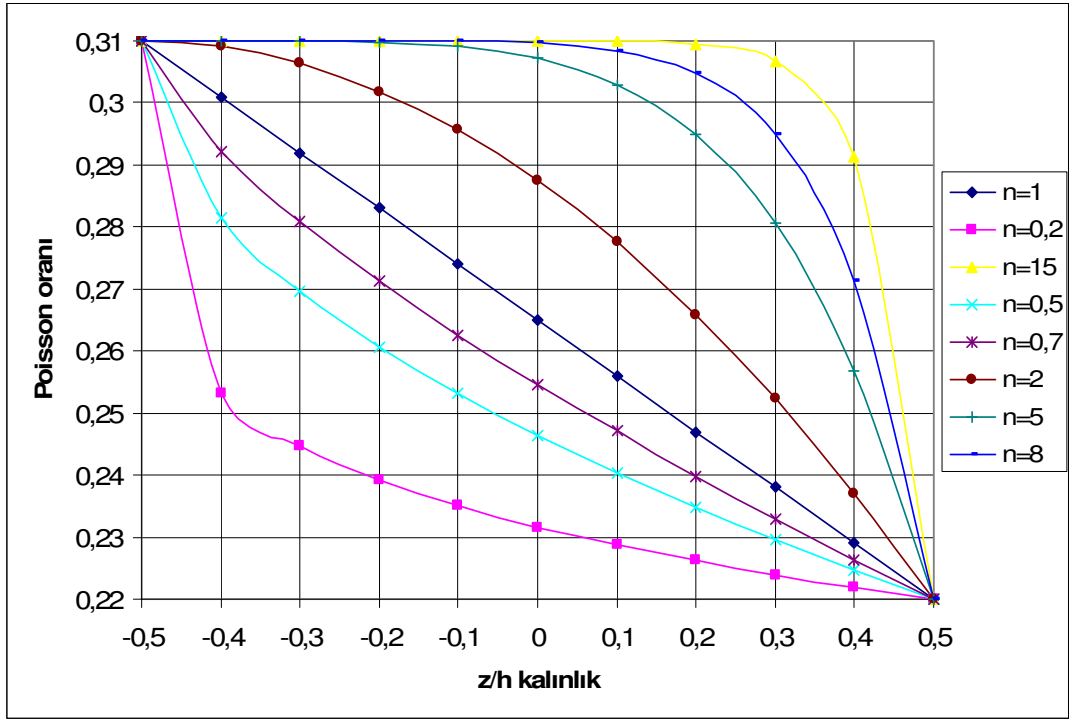


Şekil 6.11: Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Poisson Oranı değişimi

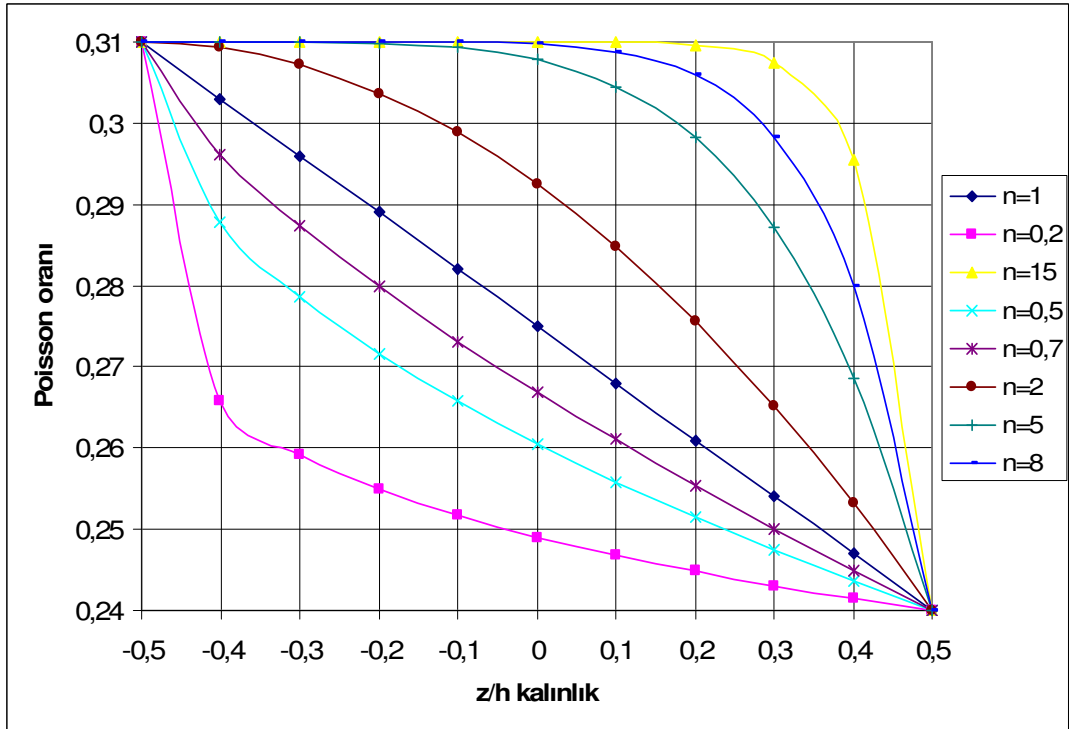
Şekil 6.11'de Poisson oranının değişimi incelendiğinde Young Modülü değişimine benzer şekilde plağın üstlerine doğru Poisson oranının arttığını görürüz.

Ancak **Şekil 6.12** ve **6.13**'e bakıldığında Poisson oranının plağın üst bölümlerine doğru azaldığı görülecektir.

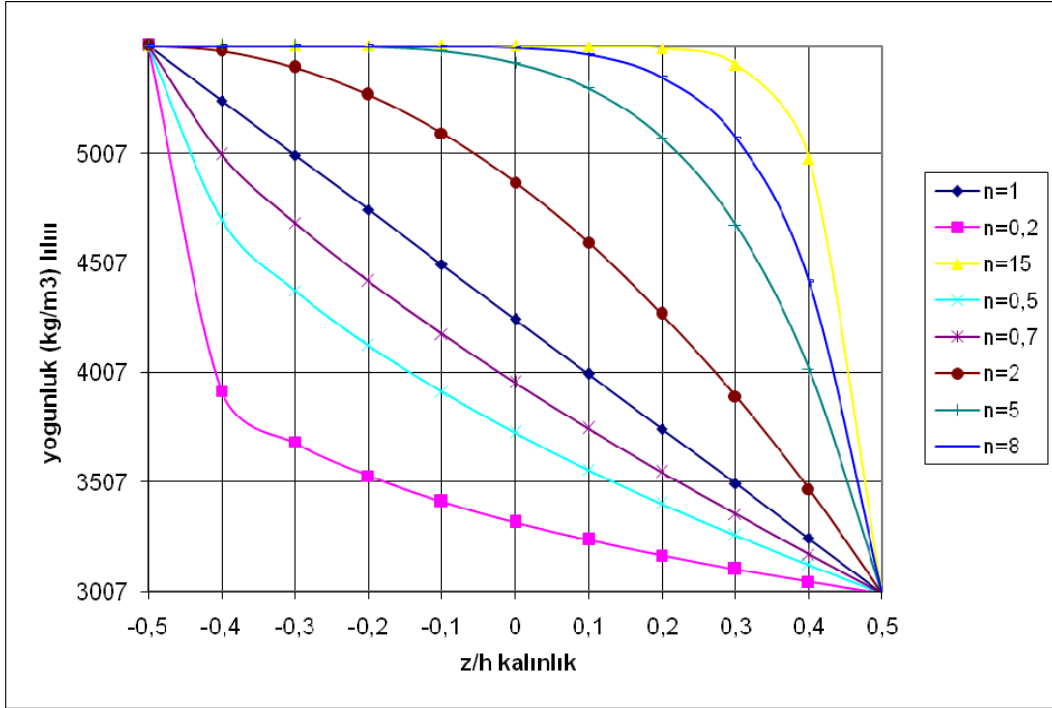
Bunun nedeni bu iki tipte kullanılan seramiklerin beraber kullanıldıkları metallere nazaran Poisson oranlarının daha yüksek değerlere sahip olmasıdır.



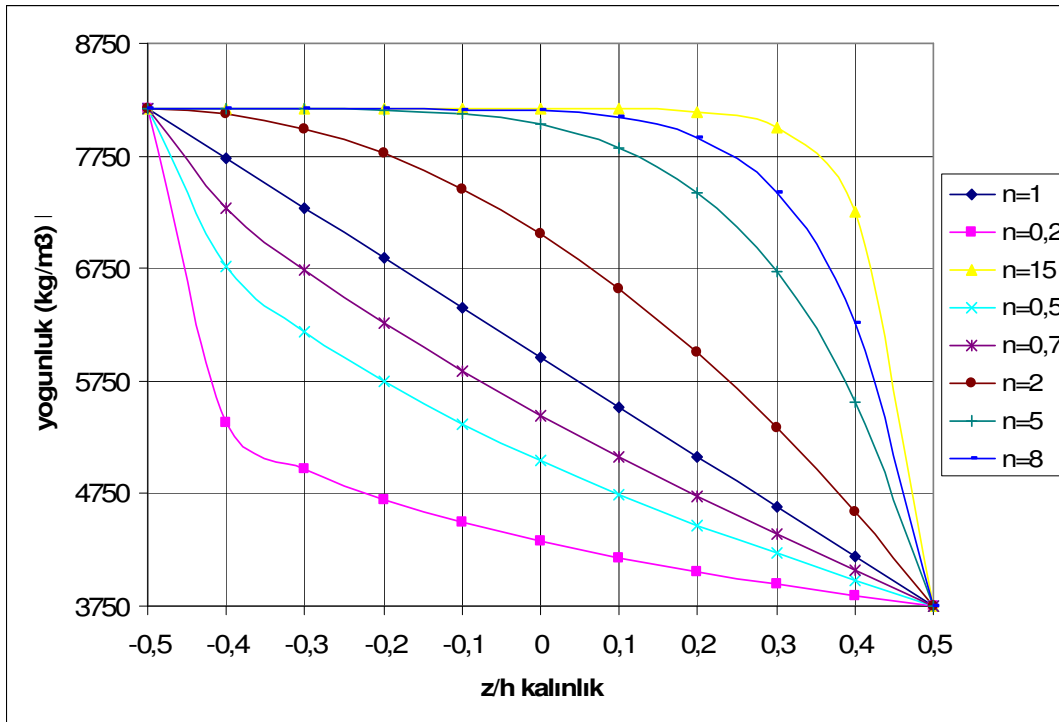
Şekil 6.12: Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Poisson Oranı değişimi



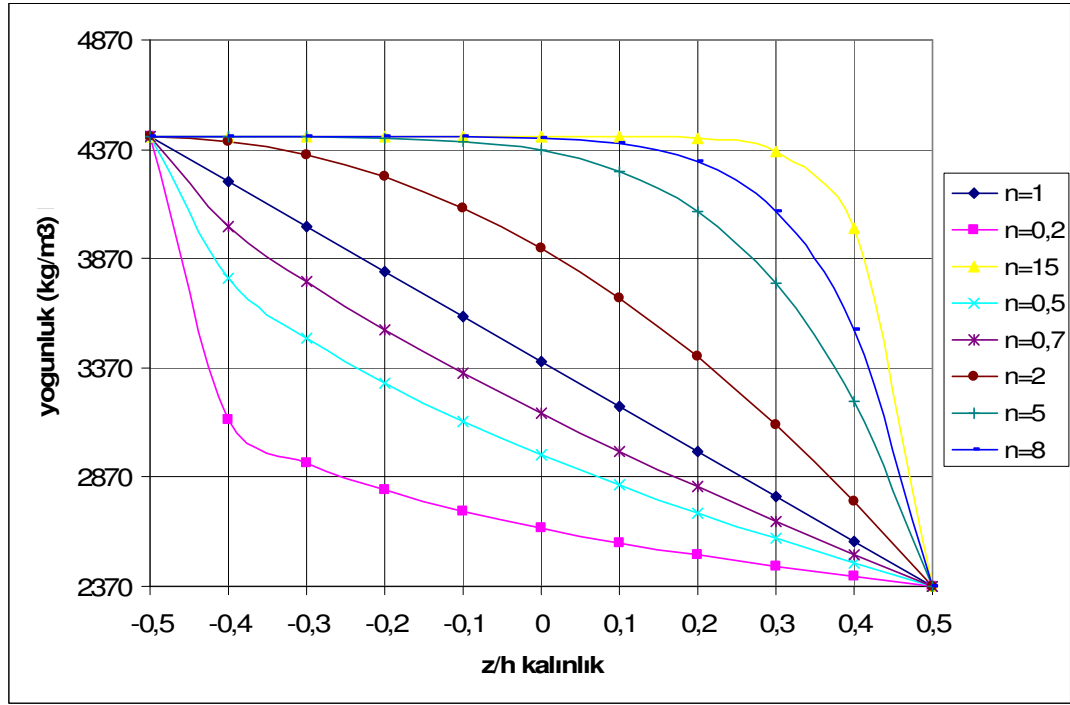
Şekil 6.13: Silikon nitrit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Poisson Oranı değişimi



Şekil 6.14: Zirkonya-Alüminyum malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Yoğunluk değişimi



Şekil 6.15: Alüminyum oksit-Çelik malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Yoğunluk değişimi



Şekil 6.16: Silikon nitrit-Nikel malzemelerinden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş bir plağın boyutsuz kalınlığı boyunca Yoğunluk değişimi

Şekil 6.14 'te incelenen zirkonya malzemesinin yoğunluğu alüminyumdan büyük olduğu için yapının alt kısmında üst kısmına doğru kalınlık boyunca gidildikçe malzeme yoğunluğu artmaktadır.

Fakat Şekil 6.15 ve Şekil 6.16 da kullanılan Alüminyum oksit ve Silikon nitrit seramik malzemelerinin yoğunlukları, beraberlerinde kullanılan çelik ve nikel metal malzemelerinin yoğunluklarından küçük olduğu için, yapıda kalınlık boyunca üst tarafa gidildikçe yoğunluğun azaldığı görülmektedir.

Ayrıca (5.39) denkleminde elde edilmiş doğal titreşim frekansı denkleminde farklı "m" ve "n" sayılarına ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin fonksiyonel olarak değişimini sağlayan üstel "n" değerlerine göre hesaplamalar yapmak için malzemenin eni olan $a=40\text{cm}$, boyu olan $b=60\text{cm}$, kalınlığı olan $h=1\text{cm}$ ve young modülü ve yoğunluk bilgileri de Çizelge 6.1'de verildiği gibi ve bunlara ek olarak poisson oranı 0,3 sabit sayısı olarak alınıp MATLAB programı yardımıyla çözümler yapıldığında çıkan sonuçlar Çizelge 6.2-7'de gösterilmektedir.

Çizelge 6.2: Fonksiyonel üstel $n=0,2$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri

m,n	1	2	3
1	24,2774	30,1159	37,8945
2	44,7375	48,1414	53,3459
3	65,9998	68,3093	72,0556

Çizelge 6.3: Fonksiyonel üstel $n=0,5$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri

m,n	1	2	3
1	23,1352	28,7489	36,2208
2	42,7695	46,0238	51,0116
3	63,1180	65,3102	68,8914

Çizelge 6.4: Fonksiyonel üstel $n=0,8$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri

m,n	1	2	3
1	22,3816	27,8254	35,0692
2	41,4013	44,5501	49,3822
3	61,0956	63,2078	66,6727

Çizelge 6.5: Fonksiyonel üstel $n=2$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri

m,n	1	2	3
1	20,7843	25,8506	32,5907
2	38,4523	41,3735	45,8675
3	56,7421	58,6844	61,9005

Çizelge 6.6: Fonksiyonel üstel $n=5$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri

m,n	1	2	3
1	19,4887	24,2334	30,5464
2	36,0198	38,7535	42,9669
3	53,1683	54,9731	57,9868

Çizelge 6.7: Fonksiyonel üstel $n=8$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri

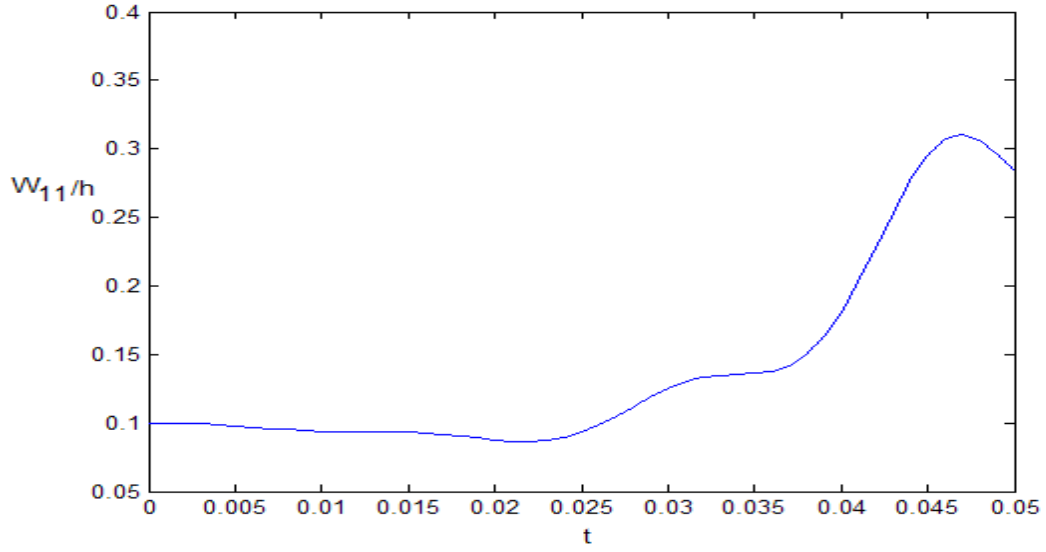
m,n	1	2	3
1	19,0532	23,6793	29,8356
2	35,1684	37,8369	41,9503
3	51,9163	53,6746	56,6178

Çizelge 6.8: Fonksiyonel üstel $n=10$ olduğunda ω_{mn} doğal titreşim frekansı değerleri

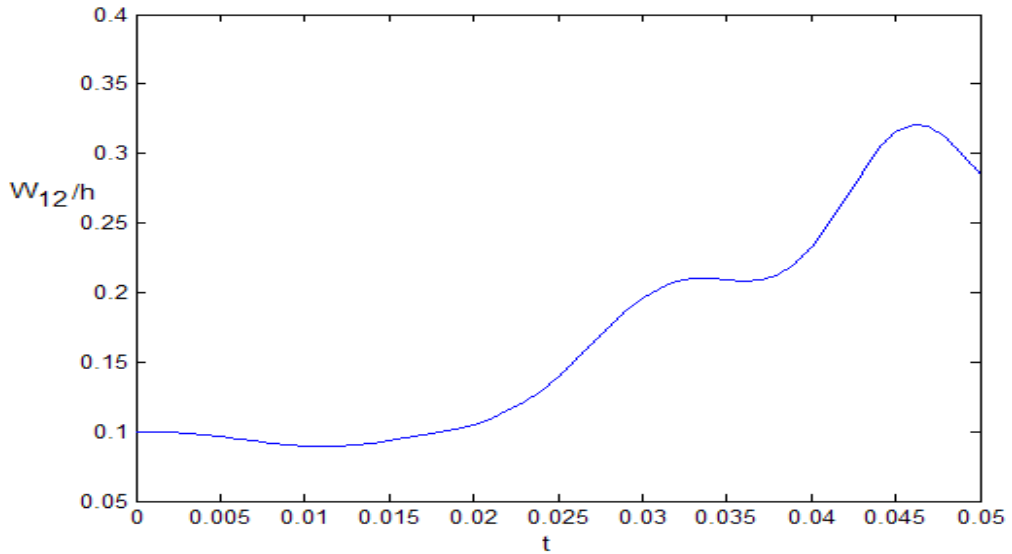
m,n	1	2	3
1	18,9027	23,4827	29,5788
2	34,8571	37,5019	41,5778
3	51,4551	53,1972	56,1145

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzememizde kullandığımız “n” üstel fonksiyon değeri arttıkça, malzeme üzerinde oluşan doğal titreşim frekansı değerlerinde azalma olduğu **Çizelge 6.2**'den **Çizelge 6.8**'e doğru gidildikçe gözlemlenmektedir.

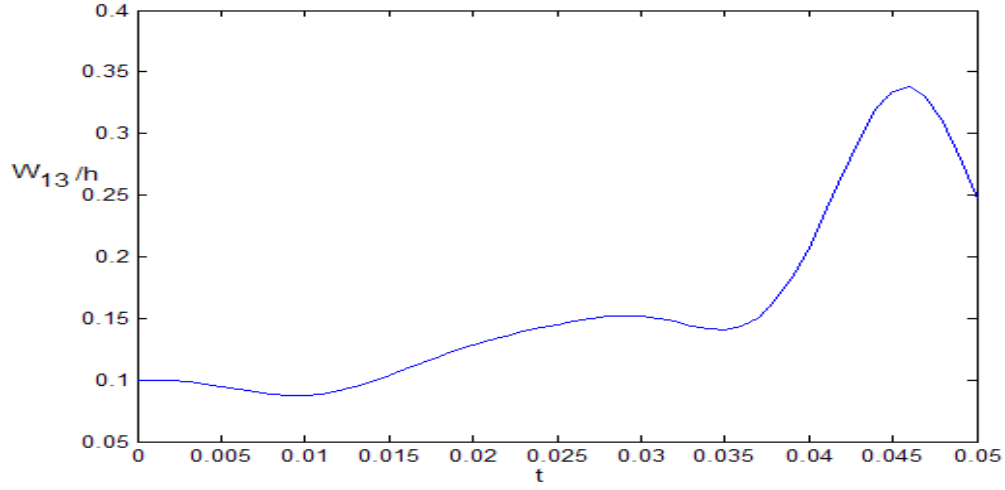
Bununla birlikte (5.36) denkleminde bulunan W_{mn} genlik değerlerini hesaplamak için termal yükler sıfıra eşitlenip, (4.2.5) denklemine $F_0=10^4$ kPa, $\alpha=0,3$ ve $t_p=0,005$ sn değerleri yerine koyularak farklı “n” üstel fonksiyon değerleri için MATLAB programı yardımıyla çözümler yapıldığında **Şekil 6.17-43**'teki eğriler elde edilmiştir. Şekillerin devamı **EK A.1**'de verilmiştir.



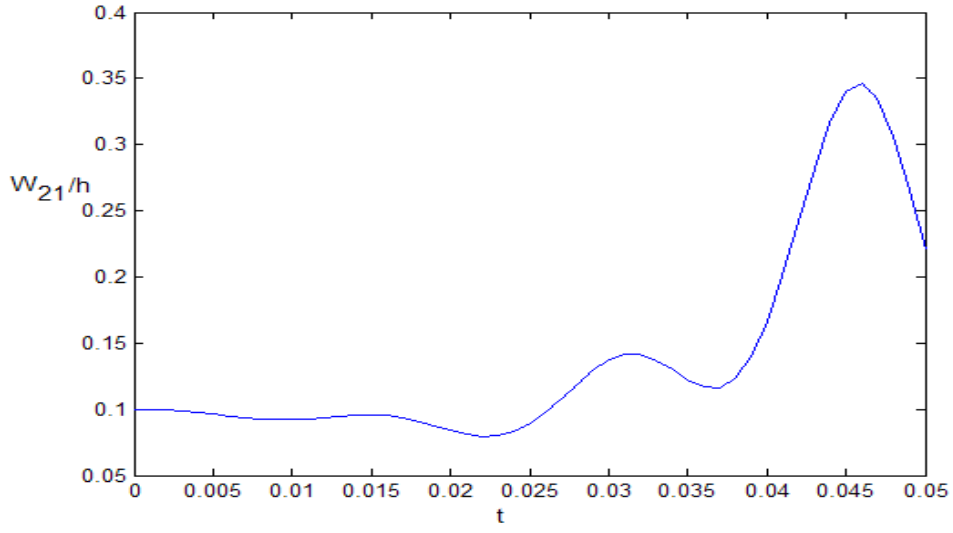
Şekil 6.17: W_{11} genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi



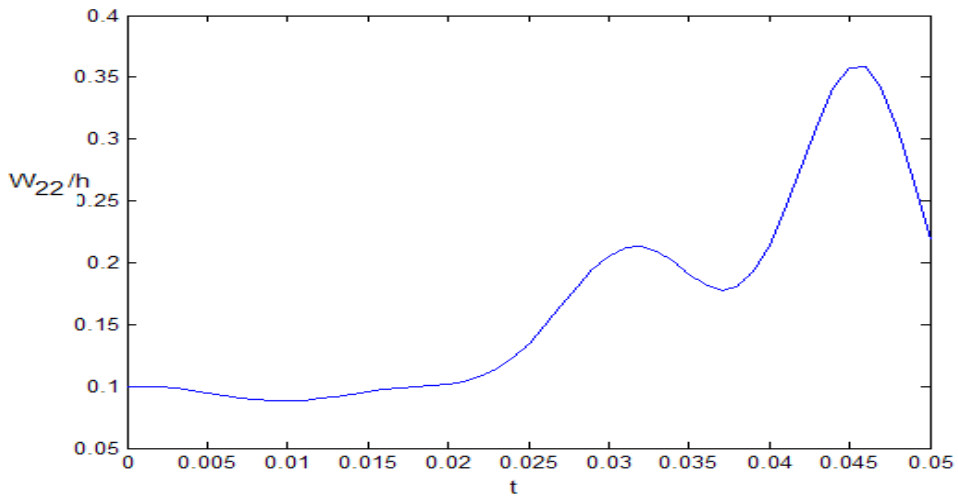
Şekil 6.18: W_{12} genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi



Şekil 6.19: W_{13} genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi



Şekil 6.20: W_{21} genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi



Şekil 6.21: W_{22} genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi

7. SONUÇ VE DEĞERLENDİRME

Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemeler, 1980'lerde ortaya çıkmış malzemeler olmasına rağmen son yıllarda üzerinde yoğun çalışmaların yapıldığı bir kompozit malzeme türüdür. Genel olarak ısı bariyer kaplamalarında kullanılan Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemeler, malzemenin çalışma sıcaklığını yükselterek sistemin verimini arttırmak amacıyla kullanılmaktadır. Genel yapı olarak metal alt tabakanın üzerine seramik üst kaplama şeklinde uygulanmaktadır. Bu tür kaplamalarda çalışma esnasında görülen en büyük problem, metal alt tabaka ile seramik kaplamanın ısı genişleme sabitlerinin farklı olması nedeniyle ortaya çıkan büyük ısı gerilmeleridir. Bu gerilmeler sonucunda sistemde çatlaklar ve metal/seramik ara yüzünde ayrılmalar görülmektedir. Söz konusu çatlakları ve ayrılmaları önlemek için fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden yapılmış kaplamalar geliştirilmiştir. Bu tür kaplamalarda malzeme özellikleri kaplama kalınlığı boyunca fonksiyonel olarak değiştirilmekte ve bu sayede kaplama ile alt tabaka arasındaki uyumsuzluk ve ısı gerilmeler en düşük dereceye indirilebilmektedir. Bizim çalışmamızda Alüminyum ve Zirkon malzemelerinden oluşan Fonksiyonel Derecelendirilmiş bir plağın Navier çözümleri Birinci Dereceden Kayma Şekil Değiştirme Teorisine göre yapılarak hareket denklemleri çıkartılmış ve bu denklemler kullanılarak plağın doğal titreşim frekansı denklemi elde edilmiştir. Bu denklem termal ve mekanik yükler sıfıra eşitlenerek çıkarılmış olup MATLAB programı yardımıyla çözümlenerek yapılarak farklı "n" üstel değerleri için farklı doğal titreşim frekansı sonuçları elde edilip yorumlanarak tablolar halinde gösterilmiştir. Bununla birlikte analitik analiz bölümünde hesaplanan denklemler yardımıyla ani patlama yükü altında fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan üretilen sandviç plağımızın farklı "n" üstel değerleri kullanıldığında elde edilen genlik değerleri grafikler şeklinde şekillerle ifade edilmiştir. Bu şekillerden görülmüştür ki patlama yükü altında oluşan genlik değerleri "n" üstel değerleriyle doğru orantılı olarak artış göstermektedir. Buradan anlaşılmaktadır ki "n" üstel değerinin artmasıyla malzememizdeki metal oranı arttıkça ortaya çıkan genlik değerleri de artmaktadır. Ayrıca kalınlık boyunca

malzeme değişim profilini belirleyen üs “n” ‘in değişmesiyle, Young modülü, kesme modülü, termal genleşme katsayısı, poisson oranı ve yoğunluk gibi malzeme özelliklerin değişimleri incelenmiş, elde edilen grafikler sayesinde bu değişimler yorumlanmıştır. Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemenin kalınlık boyunca malzeme profilini belirleyerek istenilen özelliklerde plak elde edilebilmektedir. İhtiyacımız olan malzeme özelliklerine göre “n” üstelini belirleyebiliriz.

KAYNAKLAR

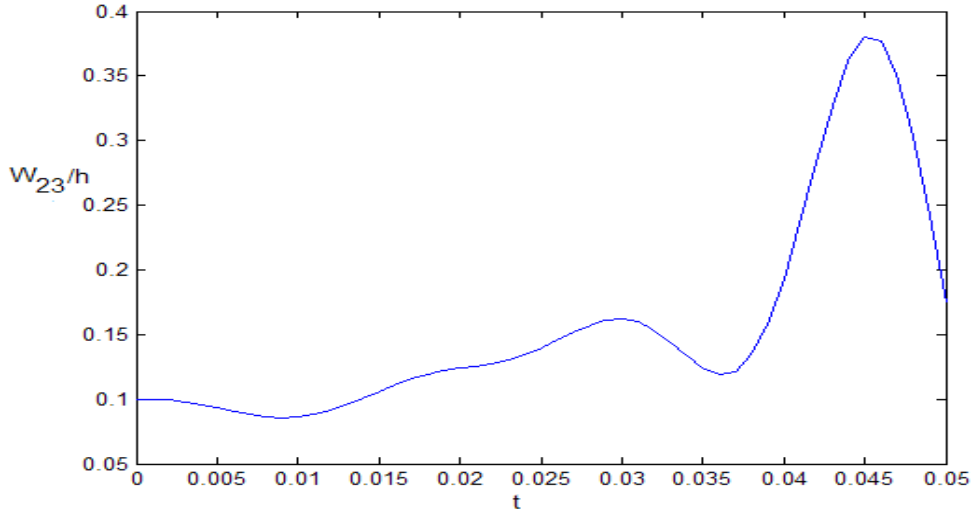
- [1] **Petit, F.S. and Goward, G.W.**, 1983: Coatings for High Temperature Applications, *Applied Science Publishers*, London.
- [2] **Komanduri, R. And Jahanmir, S.**, Friction and Wear of Ceramics, *Marcel Dekker Inc.*
- [3] **Vinson, Jack R.**, Sandwich Structures. Past, *Present and Future*.
- [4] **Alagöz, H., Gülgeç, M. ve Konez, A.**, 2004: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemeler ve Kullanım Alanları, Ankara TÜRKİYE.
- [5] **Yıldırım, B. ve Dimitoka, K.**, 2003: Katmanlı ve Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemelerden Yapılmış Termal Bariyer Kaplamalardaki Termal Gerilimlerin Sonlu Elemanlar Metodu ile Hesaplanması, *Mühendis ve Makina*, 525, s.34-42.
- [6] **Dröschel, M., Hoffmann, M.J., Obaracker, R., Both, H., Schaller, W., Yang, Y.Y., and Munz, D.**, 2000: SiC-Ceramics with Tailored Porosity Gradients for Combustion Chambers, *New Perspectives*, 175, Switzerland; s. 149-162.
- [7] **M, Nino. and S, Maeda.**, 1990: Recent Development Status of Functionally Gradient Materials, *I.S.I.J. International* 30 699-703.
- [8] **Url** http://fgmdb.nal.go.jp/e_whatsfgm.html alındığı tarih 29.04.2009.
- [9] **Koizumi, M.**, 1996: FGM Activities in Japan, Composites, Hitachi, Japan.
- [10] **Vinson Jack R.**, 1999: The Behaviour of Sandwich Structures of Isotropic and Composite Materials s. 1-3, 161-186.
- [11] **Noda, N.**, 1991: Thermal stresses in materials with temperature-dependent properties. *Applied Mechanical Review*, 44, 393-397.
- [12] **Reddy J.N., Chin, C.D.**, Thermomechanical analysis of functionally graded cylinders and plates. *Journal of Thermal Stresses*, 26(1), 593-626.
- [13] **Shames, I.H., And Dym, C.L.**, 1985: Energy and Finite Element Methods in Structural Mechanics. *McGraw-Hill*, New York.
- [14] **Reddy, J.N.**, 2000: Analysis of functionally graded plates, *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, USA, 47, 663-684

- [15] **Reddy, J.N.**, 2004: *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, *CRC Press*, Florida, USA.
- [16] **Yang, J., and Hui-Shen, Shen.**, 2003: Non-linear analysis of functionally graded plates under transverse and in-plane loads. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, China, 38, s 437-482.
- [17] **Haddadpour, H., Navazi, H.M. and Shadmehri, F.**, 2006: Nonlinear oscillations of a fluttering functionally graded plate, *Composite Structures*, Tehran, Iran

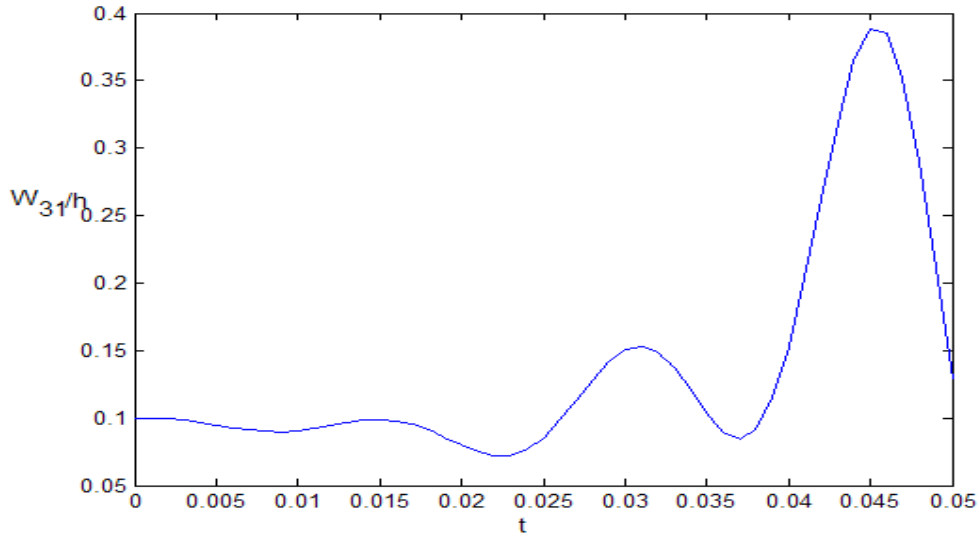
EKLER

EK A.1: Şekiller

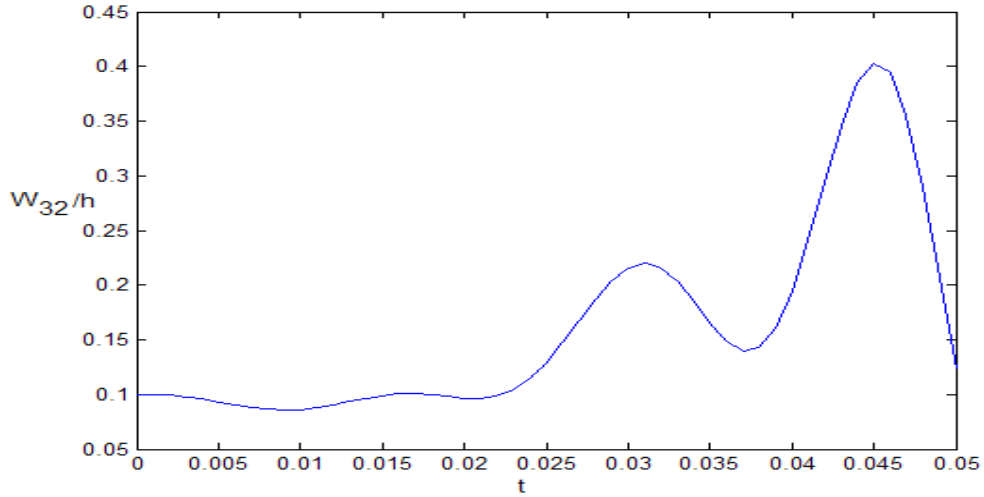
EK A.1



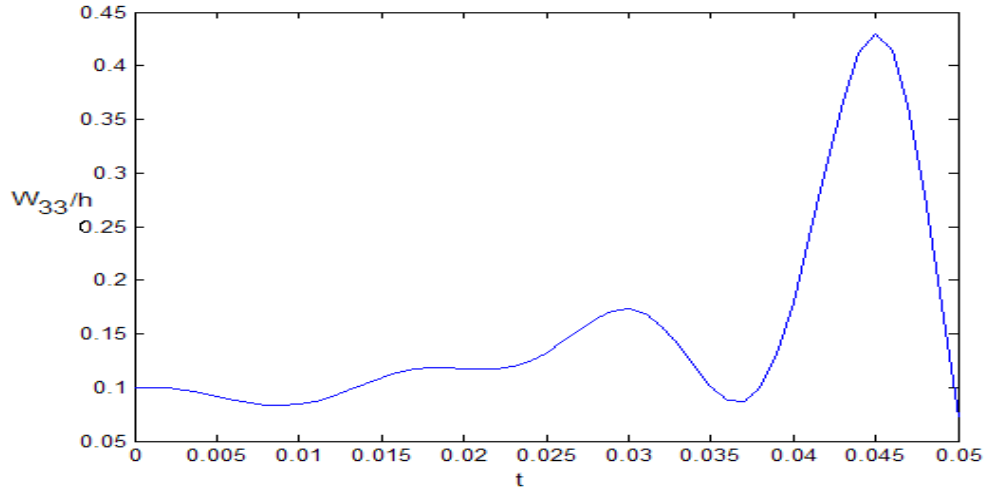
Şekil 6.22: W_{23} genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi



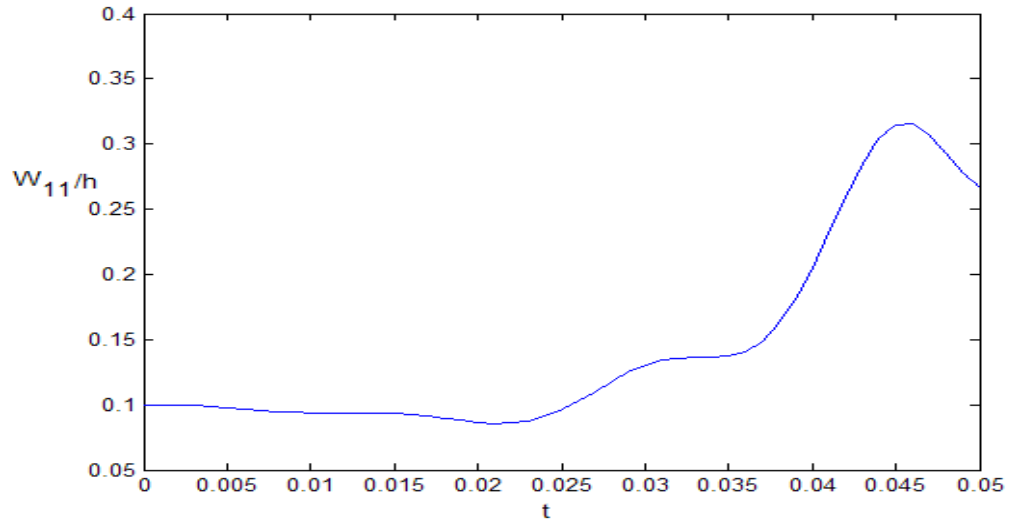
Şekil 6.23: W_{31} genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi



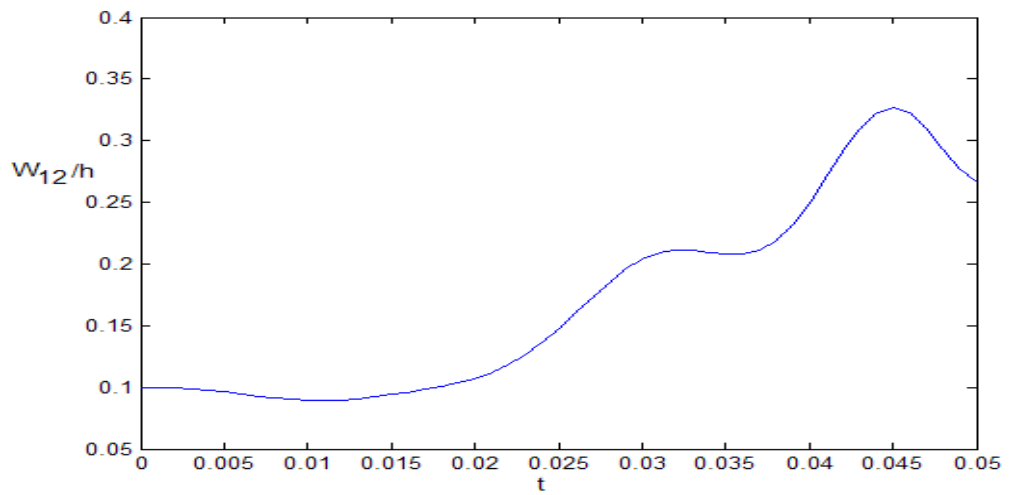
Şekil 6.24: W_{32} genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi



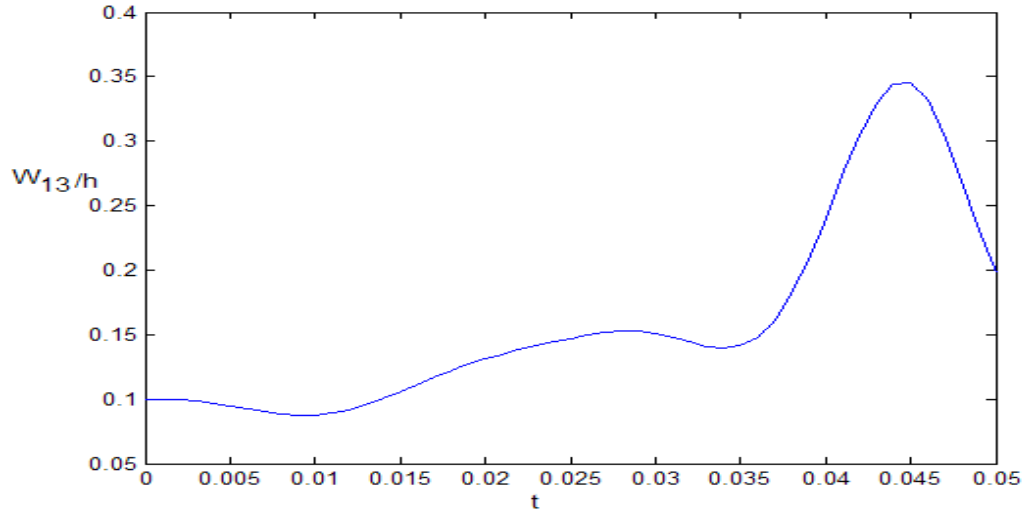
Şekil 6.25: W_{33} genlik değerlerinin üstel $n=1$ iken değişimi



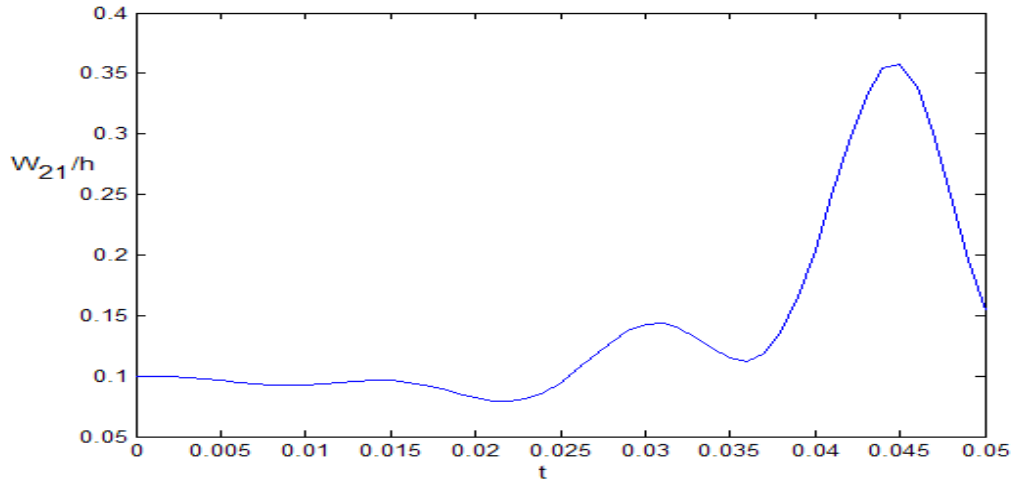
Şekil 6.26: W_{11} genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi



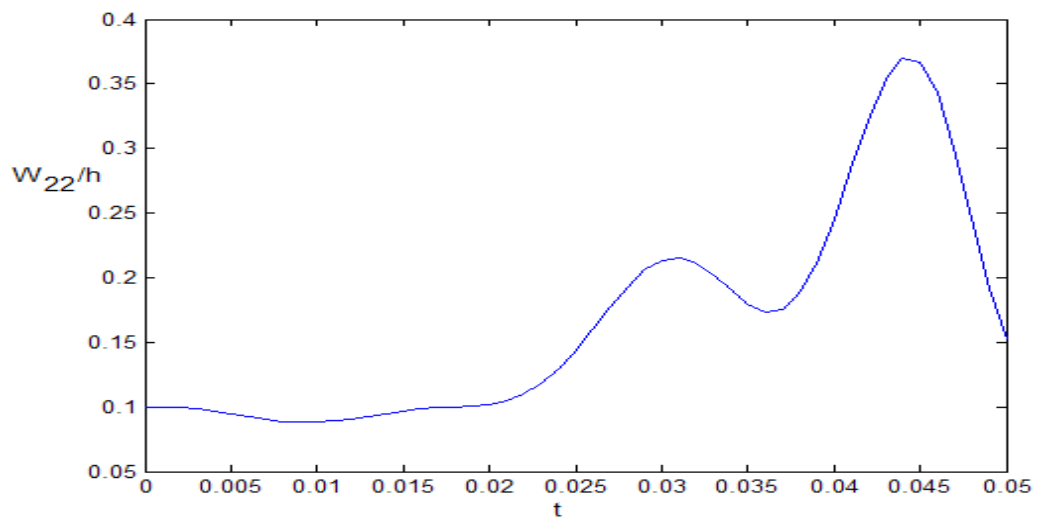
Şekil 6.27: W_{12} genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi



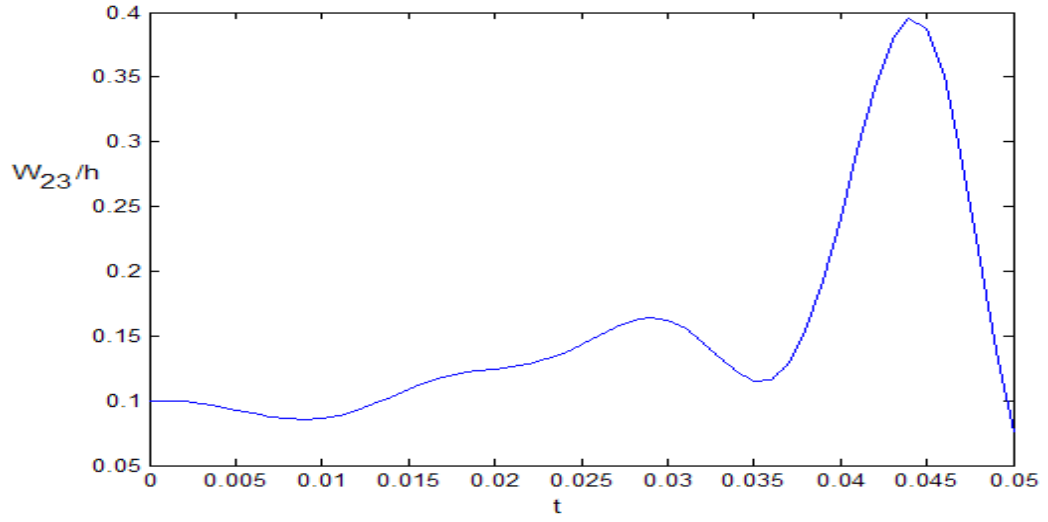
Şekil 6.28: W_{13} genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi



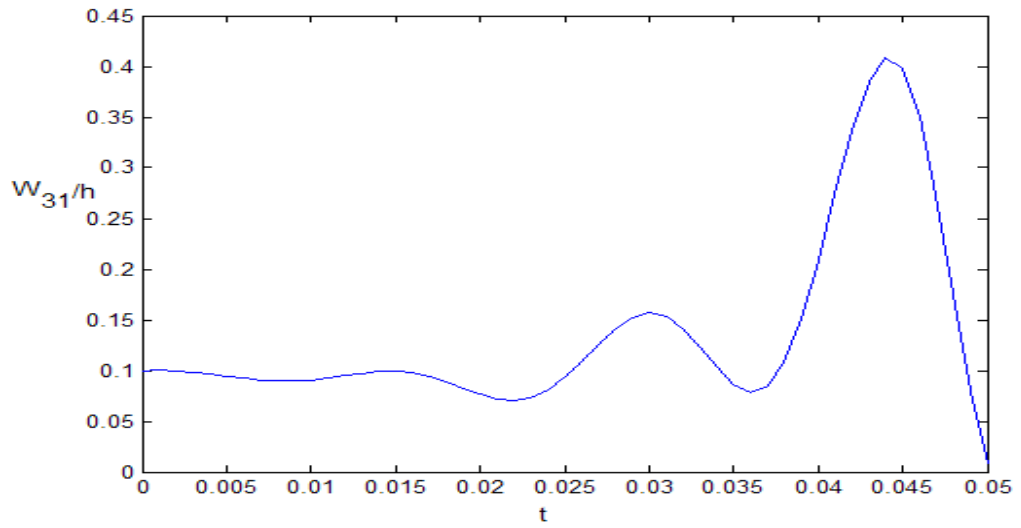
Şekil 6.29: W_{21} genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi



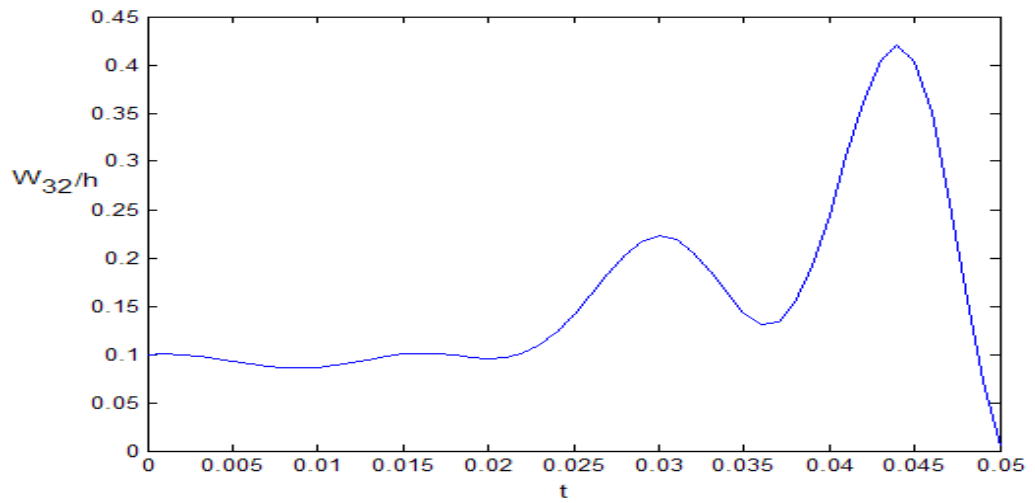
Şekil 6.30: W_{22} genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi



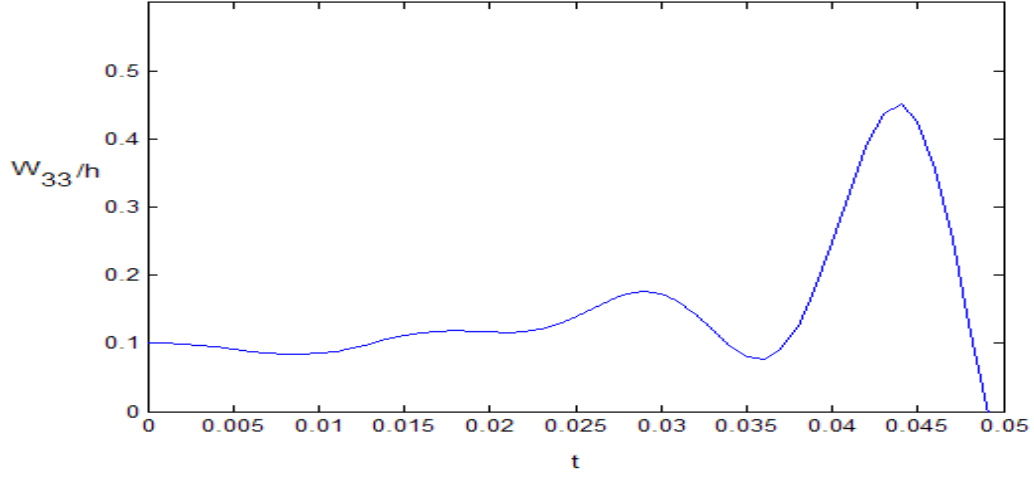
Şekil 6.31: W_{23} genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi



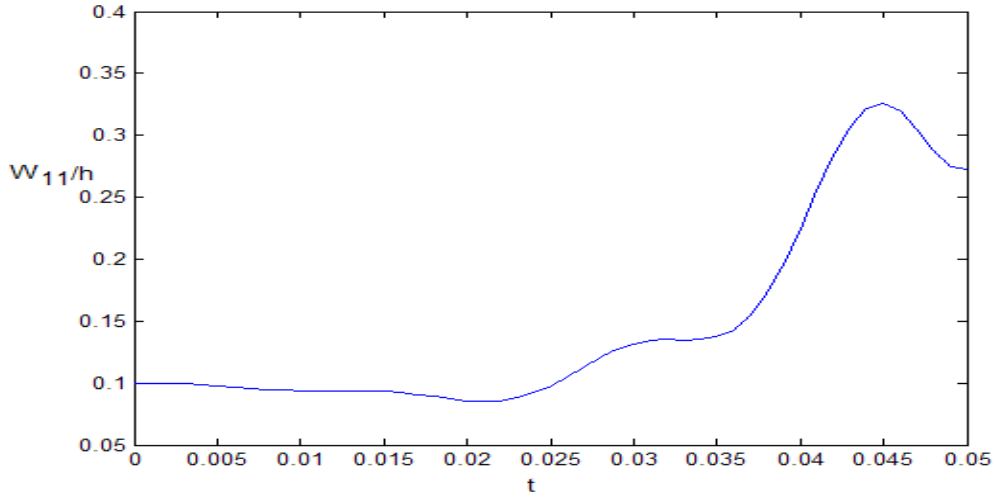
Şekil 6.32: W_{31} genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi



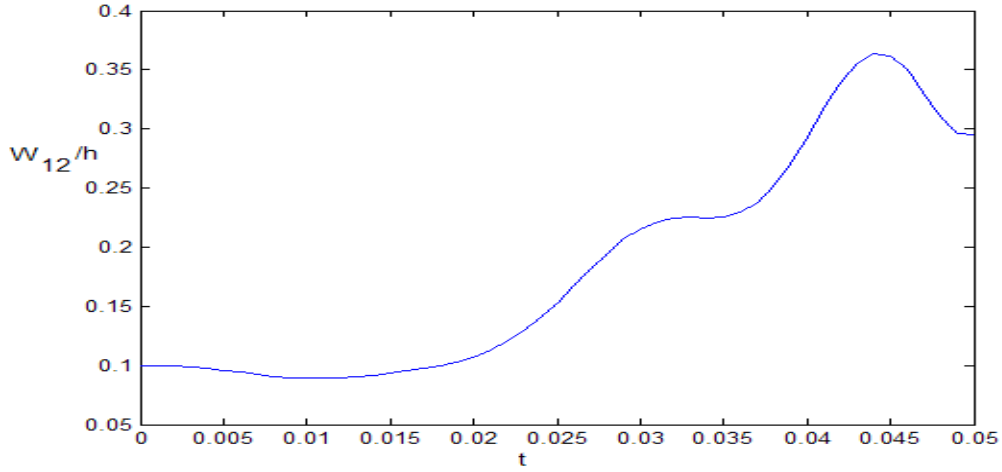
Şekil 6.33: W_{32} genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi



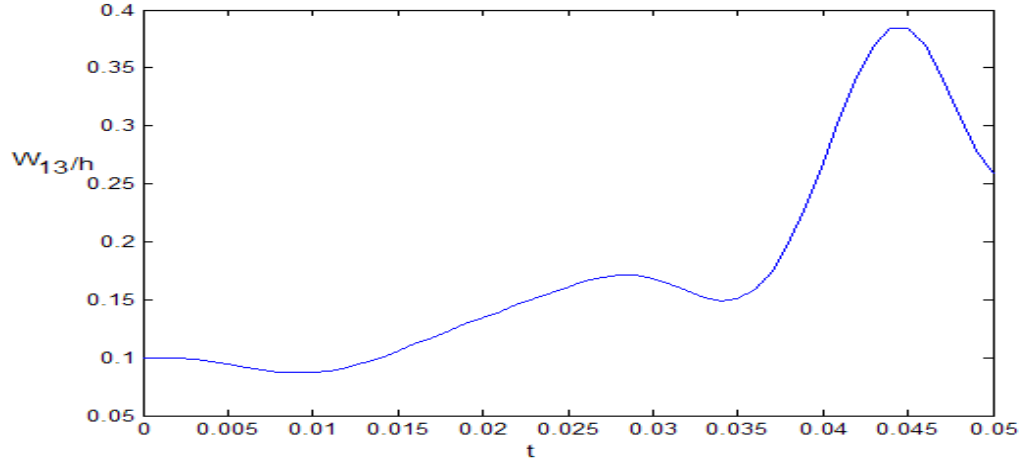
Şekil 6.34: W_{33} genlik değerlerinin üstel $n=2$ iken değişimi



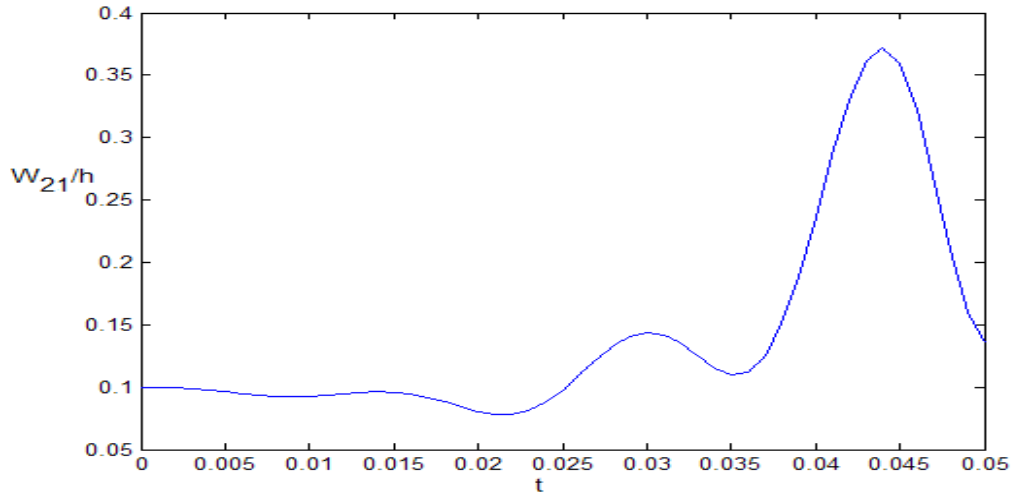
Şekil 6.35: W_{11} genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi



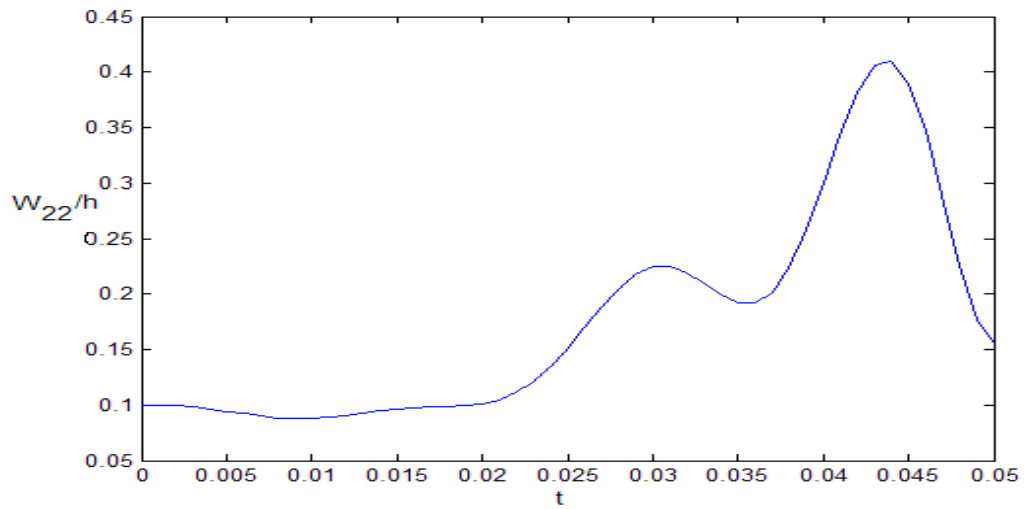
Şekil 6.36: W_{12} genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi



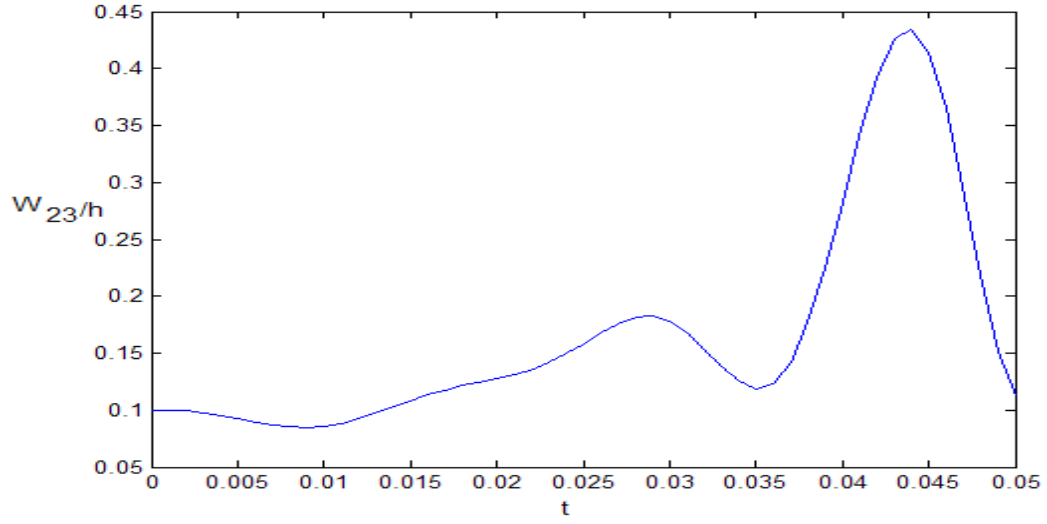
Şekil 6.37: W_{13} genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi



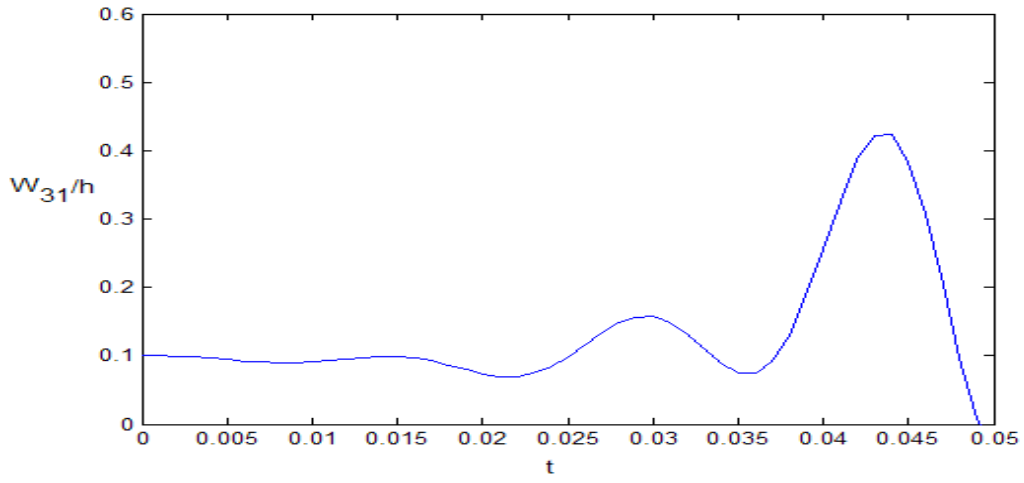
Şekil 6.38: W_{21} genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi



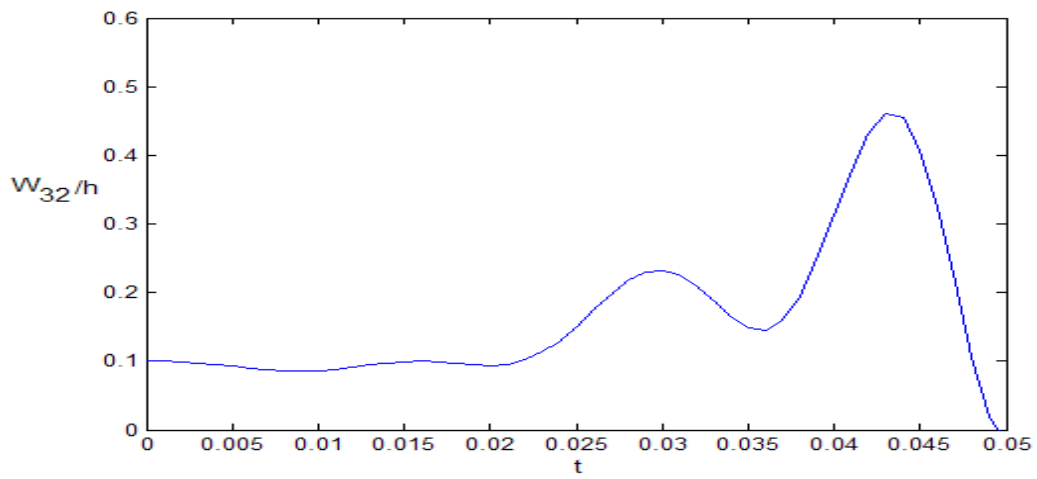
Şekil 6.39: W_{22} genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi



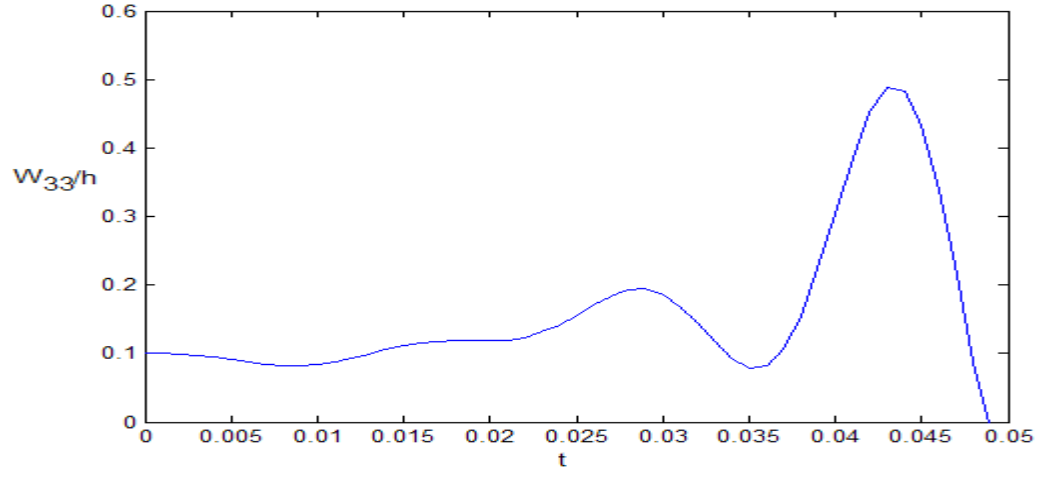
Şekil 6.40: W_{23} genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi



Şekil 6.41: W_{31} genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi



Şekil 6.42: W_{32} genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi



Şekil 6.43: W_{33} genlik değerlerinin üstel $n=3$ iken değişimi

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad : Ömer Burak TUNCA
Doğum Yeri ve Tarihi : İstanbul, 1984
Lisans Üniversite : Yıldız Teknik Üniversitesi, Makina Fakültesi, Gemi
İnşaatı ve Gemi Makinaları Mühendisliği