

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ SOSYAL BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İKİ TEKNOLOJİK GELİŞİM POLİTİKASININ
KARŞILAŞTIRILMASI: TEKNOLOJİ TRANSFERİ TEŞVİKİNE
KARŞILIK ARGE ÇALIŞMALARI DESTEĞİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Aslıhan Gülşen CENGİZ**

Anabilim Dalı : İktisat

Programı : İktisat

HAZİRAN 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ SOSYAL BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İKİ TEKNOLOJİK GELİŞİM POLİTİKASININ
KARŞILAŞTIRILMASI: TEKNOLOJİ TRANSFERİ TEŞVİKİNE
KARŞILIK ARGE ÇALIŞMALARI DESTEĞİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Aslıhan Gülşen CENGİZ**

412061004

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 4 Mayıs 2009

Tezin Savunulduğu Tarih : 3 Haziran 2009

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Benan Zeki Orbay (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Özgür Kayalca (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Ayça Ebru Giritligil
(İstanbul Bilgi Üniversitesi)**

HAZİRAN 2009

ÖNSÖZ

2006 yılında giriş yaptığım İTÜ İktisat Yüksek Lisans programından mezun olurken çok mutlu ve gururluyum. Bu süre zarfında üzerimde emeği geçen başta Prof. Dr. Benan Zeki Orbay olmak üzere tüm hocalarıma en samimi dileklerle teşekkür ederim. Bu çalışmayı annem, Suna Cengiz'e ithaf ediyorum.

Mayıs 2009

Aslıhan Gülşen CENGİZ

İÇİNDEKİLER

Sayfa

1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ÖZETİ	3
2.1. Teknoloji Transferi.....	4
2.2. Araştırma-Geliştirme.....	9
3. MODEL.....	14
3.1 Teknoloji Transferi.....	15
3.2 ARGE Çalışmaları.....	27
4. TEKNOLOJİ TRANSFERİ İLE ARGE’NİN KARŞILAŞTIRILMASI ...	33
4.1 Ülke Refahı Karşılaştırması	15
4.2 Toplam Piyasa Üretim Miktarı Karşılaştırması	37
4.3 Tüketici Rantları Karşılaştırması	38
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	42
KAYNAKLAR.....	45
EKLER	46
ÖZGEÇMİŞ	68

İKİ TEKNOLOJİK GELİŞİM POLİTİKASININ KARŞILAŞTIRILMASI: TEKNOLOJİ TRANSFERİ TEŞVİKİNE KARŞILIK ARGE ÇALIŞMALARINI DESTEĞİ

ÖZET

Bu çalışmada, oyun kuramsal bir yöntemle Cournot rekabeti yapan biri yabancı diğeri yerel olan iki firmanın oluşturduğu yerel piyasada, doğrusal talep fonksiyonu altında yerel firmanın teknolojik gelişimini destekleyen iki farklı politikanın karşılaştırılması yapılmıştır. Politikalar, Teknoloji Transferini teşvik etmek ve ARGE çalışmalarını desteklemek şeklindedir. Teknoloji Transferi, yabancı firmanın üstün teknolojisini yerel firmaya aktarmasıdır ve çalışmada bu politikanın seçiminde teşvik edici rol üstlenen yabancı firmaya uygulanacak ithalat vergi oranı araştırılmıştır. Teknoloji transferinin gerçekleşmesi ile yerel firma aldığı üstün teknoloji sayesinde maliyetlerini düşürür, buna karşılık yabancı firmaya teknoloji transferine karşılık lisanslama ücreti öder. Devlet teknoloji transferini kolaylaştırmak için yabancı firmaya bir optimal ithalat vergisi uygular. ARGE tarafında ise, yerel firmanın ARGE çalışmalarına destek sağlayacak devletin yerel firmaya sağladığı sübvansiyon miktarı araştırılmıştır. ARGE durumunda da yerel piyasaya girecek olan yabancı firmaya ithalat vergisi uygulanır. Her iki politikanın, ülke refahı, tüketici rantı ve piyasa fiyatlarına olan etkisi incelenmiş, sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, devletin her iki politika seçiminde de daha karlı olacağı durumlar olduğu tespit edilmiş ve bu durumlar için oyunun çözümleri belirlenmiştir. Devlet, yerel firmanın marjinal maliyetlerinin düşük olduğu durumda ARGE çalışmalarını destekleme politikasını seçer, marjinal maliyetlerin yüksek olduğu durumlarda teknoloji transferi politikasını seçer. Yerel firma için teknoloji transferi daha karlı bir durumdur. Piyasa fiyatları açısından da teknoloji transferi politikası tercih edilmelidir.

COMPARISON OF TWO TECHNOLOGICAL DEVELOPMENT POLICY: TECHNOLOGY TRANSFER TO SUPPORT R&D STUDIES

SUMMARY

In this study, two different policies which support local firm's technological development are compared by a game theoretical approach with Cournot competition under linear demand in a local market with two firms which are one of the foreign other local firms. These policies are inducing technology transfer and supporting R&D . If firms are engaged technology transfer , the foreign firm which has a superior technology transfers its technology to local firm. Import taxes are used as a policy tool to encourage technology transfer. Local firm reduces its marginal cost with technology transfer and with this it pays to foreign firm for license agreement. On the other hand, local government subsidies its firm for its R&D expenditures. An import tax is also used to foreign firm in the case of ARGE. We analyzed the condition under which one of these two policies is preferred by the local government. As a result, for the specific case the state's election policy in both cases is found to be more profitable than the other and these cases have been set for the game's solution. State selects ARGE if the local firm's marginal costs are low and selects technology transfer if marginal costs are high. Technology transfer is more profitable for local firm because its profit is always higher in the case of technology transfer. Moreover in the case of technology transfer the market price is lower than in the case of ARGE.

1.GİRİŞ

Devlet, ekonomik piyasalarda uyguladığı politikalar ile ülke refahını, tüketici rantını etkileyebilir. Teknolojik gelişime gösterdiği teşvik, verdiği destek de bu politikalardan biridir. Çoğu zaman serbest ticaret ile yerel piyasaya giren yabancı firmalar yerel firmalara göre daha üstün olan teknolojileri sayesinde piyasada tekel haline gelebiliyorlar ya da devletin uyguladığı sert koruma politikaları nedeni ile yüksek kalitedeki ürünlerini yüksek fiyatlarla satmak zorunda kalıyorlar. Bu durum yabancı firma için olumsuz bir durum olduğu kadar yerel piyasadaki tüketici için de olumsuz bir durumdur. Devlet yerel firmaların teknolojik gelişimlerine katkıda bulunarak, onları bu konuda destekleyerek bu olumsuz durumu hem tüketici rantı hem yabancı ve yerel firmaların karı hem de ülke refahı açısından olumluya çevirebilir. Bu çalışmada teknolojik gelişime etkisi olan iki farklı durumu incelenerek ve çıkan sonuçlar karşılaştırılarak hangi politikanın ülke refahı, tüketici rantı ve üretici açısından daha karlı olduğu tespit edilmeye çalışılmıştır. Birinci durum devletin, yabancı firmaya, üstün teknolojisini yerel firmaya transfer etmesini kolaylaştıracak bir ithalat vergi politikası uygulamasıdır. İkinci durum ise teknolojik dengesizliği azaltmak için devletin, yerel firmasını ARGE çalışmaları açısından desteklemesidir.

Çalışmanın çıkış noktası, Kabiraj ve Marjit'in (2002) teknoloji transferi üzerine yayınladıkları makalesidir. Kabiraj ve Marjit (2002), çalışmalarında teknoloji transferini teşvik etmek amaçlı devletin uygulayacağı iki farklı stratejiyi inceliyor. İnceledikleri ilk strateji, devletin uygulayacağı optimal ithalat vergi oranını firmaların lisanslama anlaşması yapmadan önce belirlemesi ve ilan etmesi durumudur. İnceledikleri ikinci durum ise, devletin uygulayacağı optimal ithalat vergi oranını, firmaların lisanslama anlaşması kararından sonra belirlemesi ve duyurmasıdır. Yaptıkları çalışmada, devletin ithalat vergi oranını önceden belirlediği durum için uyguladığı vergi oranı diğer duruma göre düşük olurken ülke refahı da daha yüksek seviyede oluyor. Mukherjee ve Pennings

(2005) ile Blalock ve Getrler (2008) de çalışmalarında teknoloji transferini teşvik politikasını hem ülke refahı hem de tüketici rantı açısından incelemişlerdir. Mukherjee ve Pennings (2005), çalışmaları sonucunda bir yabancı tekelin her zaman piyasada rekabet yaratmak amaçlı üstün teknolojisini yerel bir firmaya aktarmayı tercih edeceğini gösterir. Blalock ve Getrler (2008) de çalışmalarının sonuç bölümünde teknoloji transferinin ülke refahını artırıcı etkisinden bahseder. Bu çalışmanın ilk bölümünde de, yerel piyasaya girmeye çalışan yabancı firmanın üstün teknolojisini yerel firmaya transfer etmesini kolaylaştıracak optimal ithalat vergi oranı araştırılmıştır. Devletin, yabancı firmayı teşvik edecek bir optimal ithalat vergi oranı uygulama politikası ile yerel firma daha üstün teknoloji kazanacak, yabancı firma ise yerel firmadan alacağı lisanslama ücreti ile yerel piyasaya daha karlı girecektir. Yerel firma aldığı teknoloji ile maliyetleri düşürecek, bunun yanı sıra yabancı firmaya lisanslama ücreti ödeyecektir.

İkinci bölümde devletin teknolojik gelişimini teşvik etmek için yerel firmanın ARGE çalışmalarını destekleme politikasını incelenmiştir. Bu bölüme hazırlanırken Aspremont ve Jacquemin' in (1988) çalışması yol gösterici olmuştur. Aspremont ve Jacquemin (1988) çalışmalarında, ARGE çalışması yapan firmaların, işbirliği kararlarına göre ARGE miktarlarını ve karlarını inceler. Bu konuda incelenen diğer çalışmalar Leahy ve Neary (1996) ile Neary ve Sullivan'ın (1999) çalışmalarıdır. Her iki makalede de, ARGE çalışmaları yapan firmaların işbirliği seviyelerine göre ortaya çıkan ülke refahı, firmaların karları, piyasa üretim miktarları incelenmiştir. Bu iki makalenin, Aspremont ve Jacquemin'den (1988) farkı ise hesaplamalarına devletin ARGE için sağladığı sübvansiyonu ve ihracat için sağladığı sübvansiyonu katmalarıdır. Leahy ve Neary (1996) çalışmalarının sonunda, devletin sübvansiyon miktarlarını, firmaların üretim ve ARGE miktarlarına karar vermeden önce belirlemesi ve ilan etmesi durumunun ülke refahı açısından en karlı durum olduğunu savunur. Neary ve Sulvian (1999) ise çalışmalarını ARGE çalışmalarındaki işbirliğinin ülke refahını artırdığını savunarak sonlandırır. Bu çalışmada ARGE çalışmalarının desteklenmesinin incelendiği bölümde devlet yine, yerel piyasaya girmeye çalışan yabancı firmaya bir ithalat vergi politikası uygulayacak ve ayrıca yerel firmayı da bir sübvansiyon ile

destekleyecektir. Çalışmada araştırılan, devletin yabancı firmaya uygulayacağı optimal ithalat vergi oranı ile yerel firmaya sağlayacağı optimal sübvansiyon miktarıdır.

Çalışma sonucunda, ülke refahı açısından bazı durumlar için Teknoloji Transferinin bazı durumlar için ARGE çalışmalarının daha karlı olduğu ortaya çıkmıştır. Yerel firmanın karı ve tüketici rantı açısından teknoloji transferini kolaylaştırma politikası, ARGE çalışmalarının desteklenmesi politikasından daha avantajlı olarak belirlenmiştir.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

2.1. Teknoloji Transferi

Taun Kabiraj – Saguta Marjit (2002), makalelerinde devletin uygulayacağı ve yabancı firmaları, kendilerinden daha düşük teknolojiye sahip yerel firmalara, üstün teknolojilerini transfer etmeyi teşvik edecek bir ithalat vergisi politikasından bahseder. Bu şekilde bir uygulama ile geleneksel bakış açısının aksine tüketici kazancının, serbest ticarete kıyasla artacağını savunur. Model, duopol bir piyasadan oluşur. Makale, devletin vergi oranları ile uygulayacağı politikayı iki farklı durumda inceler. İlk durumda firmalar, devletin vergi oranını açıklaması sonrası teknoloji transferinin gerçekleşmesi anlamına gelen lisanslama kararı alacaklar ya da lisanslama anlaşması yapmayarak teknoloji transferini gerçekleştirmeyeceklerdir. Lisanslama anlaşması ile ilgili kararlarından sonra firmalar üretim miktarlarını belirler. İkinci durum ise firmaların lisanslama anlaşmasını yapma kararı ya da yapmama kararı almaları sonrasında devletin bu karardan bilgisi olması ve o halde bir vergi uygulamasına gitmesidir. Kabiraj ve Marjit (2002) olası bir teknoloji transferinin optimal vergi oranlarını teknoloji transferi olmayan duruma göre düşüreceğini savunur.

Arjit Mukherjee ve Enrico Pennings (2005) ise makalelerinde benzer konu için farklı bir bakış açısı geliştiriyor ve daha iyi teknolojiye sahip bir firmanın tekel üretimdeki durumunun, başka bir firma ile rakip olduğu duopol piyasadaki durumundan daha iyi olacağı görüşünün karşısında duruyor. Teknolojik olarak daha yetersiz bir firma ile yerel piyasada rekabete girmenin, devletin uygulayacağı sert vergi politikasını zayıflatacağını savunuyor. Kabiraj ve Marjit (2002) ile benzer olarak, Mukherjee ve Pennings'de (2005) de üstün teknolojiye sahip yabancı firmanın, rekabet ettiği yerel firmanın teknolojik açıdan daha yetersiz olduğunu bilmesi tekel olarak devam etmesi yerine üstün

teknolojisini transfer etmesi konusunda onu motive ediyor ve yerel piyasada rekabet ortamı yaratmasını sağlıyor. Yerel piyasa böylece artan rekabetten dolayı daha fazla kazanacağı için Mukherjee ve Pennings (2005) makalelerinde, Kabiraj ve Marjit'te (2002) olduğu gibi devletin bunu uygulayacağı doğru vergi politikası ile yönetebileceğini ve yabancı firmadan yerel firmaya teknoloji transferini teşvik edebileceğini vurgular.

Garrick Ballock ve Paul J. Getrler (2008) de teknoloji transferi konusunu inceledikleri makalelerinde biraz daha farklı bir açıdan bakıyorlar. Teknoloji transferi bu kez zaten yerel piyasada bulunan yabancı firmanın tedarikçi firmasına yapılıyor. Tedarikçi firmanın yerel piyasadaki verimliliğini artırmak ve fiyatları düşürmek için yabancı firmaların teknoloji transferi yoluna gidebileceklerini gösteriyor. Ayrıca yabancı firmaların bu yolla yerel piyasada bir tekelleşmeye neden olmamaları için gerçekleştirilen teknoloji transferinden piyasadaki diğer firmaların da yararlanabileceği bir ortam yaratmaları gerektiğine vurgu yapıyor. Böylece yerel piyasaya girişi teşvik ettikleri gibi yerel piyasadaki rekabeti artırarak fiyatların düşmesini sağlayabileceklerini söylüyor. Blalock ve Gertler (2008) ayrıca bu hipotezlerini Endonezya üretim piyasasından bir veri seti üzerinde de test ediyor ve makalede bu testin sonuçlarına da yer veriyor. Bu sonuçlara göre, teknoloji transferi metodu ile daha fazla üretim kazancı, daha fazla rekabet ve daha düşük piyasa fiyatları bulgularına erişiyorlar. Blalock ve Gertler (2008) de aynı Kabiraj ve Marjit (2002) ile Mukherjee ve Pennings'de (2005) olduğu gibi teknoloji transferi ile toplam üretim miktarının ve hem tüketiciler için hem de üreticiler için karların arttığını savunuyor. Üstelik Blalock ve Gertler (2008), teknoloji transferinin yabancı yatırıma bir teşvik unsuru olduğunu da savunuyor.

Üretim piyasasında uygulanan koruma politikası, tüketicilerin ithal malları çok yüksek fiyatlara almasına neden oluyor. Yerel firmaları korumak amaçlı yabancılara uygulanan sert vergi politikaları yüzünden üretim malları yerel piyasada çok yüksek fiyatlara satılıyor. Bu nedenle tüketiciler için serbest ticaret en kazançlı olan ticaret biçimi olarak bilinmesine rağmen, Kabiraj ve Marjit (2002) bunun aksinin olabileceğini savunuyor. Bazı şartlar sağlandığı takdirde kısıtlayıcı ticaret politikası altında yabancı firmaların üstün teknolojilerini, teknolojisi daha yetersiz olan yerel firmalara transfer etmek

konusunda teşvik edebileceğini ve bu durumda tüketici karını artırabileceğini söylüyor. Makalede 1991 yılına kadar bazı gelişmekte olan ülkelerin, teknoloji güncellemek ve ekonomik gelişim başlığı altında teknoloji ithalatı yaptıklarını ve bu ülkelerde yabancı ürünlere uygulanan vergi oranlarındaki bazı düzenlemeler ile teknoloji lisanslamalarının teşvik edildiği gözlemlenmiş. Kabiraj ve Marjit (2002) bu durumu teorik olarak inceleyerek teknoloji transferini, serbest ticarete göre refah düzeyini artırabileceği düşüncesi ile ele almışlar.

Kabiraj ve Marjit (2002), iyi uygulanmış bir vergi politikası ile teknoloji transferinin yerel refahı artırdığı gibi tüketici kazancını da artırdığı gerçeğinden yola çıkıyor. Makalede optimal vergi politikasının teknoloji transferini tamamlamak için kullanabileceğinden bahsediyorlar.

Kabiraj ve Marjit'in (2002) teknoloji transferini iki farklı duruma göre incelediklerinden bahsetmiştik. İlk durumda devlet teknoloji transferinden sonra ithalat vergi oranını belirliyor ve bu durumda tüketici kazancının arttığı sonucu ile karşılaşıyorlar. Fakat devletin vergi oranını önceden belirleyemediği bu durum aynı zamanda önceden belirlediği duruma göre daha yüksek ithalat vergi oranı ve daha düşük tüketici kazancı demek oluyor.

Mukherjee ve Pennings (2005) de Kabiraj ve Marjit (2002) gibi “kısıtlayıcı ticaret politikası her zaman tüketici için bir kaybediş midir?” sorusunu soruyor ve cevabı biraz genişleterek bir stratejik vergi politikası varlığında tek bir yabancı firmanın teknoloji transferini nasıl karlı bulabileceğini araştırıyor. Ayrıca teknoloji transferinin bir tedarikçi firmaya mı yoksa yerel firmaya mı yapılması ve bunun devletin vergi politikalarının doğası ile ne kadar alakalı olduğunu araştırıyor. Vergi politikasının doğası derken burada, devletin firmaların kararından önce mi yoksa sonra mı bir vergi oranını duyurması kastediliyor. Mukherjee ve Pennings'in (2005) buradaki bulgusu ise şöyle; eğer devlet vergi oranını teknoloji transferi kararından sonra belirleyecekse, yabancı firmanın teknolojisini kendi tedarikçi firmasına yapması yabancı firma için daha karlı oluyor. Fakat devlet eğer teknoloji transferinden önce belirleyecek ve duyuracaksa vergi oranlarını yabancı firma her zaman yerel firmaya teknoloji transferi yapar. Ayrıca teknoloji transferinden önce belirlenen vergi oranları, sonra belirlenen oranlara göre yerel refahı daha çok artırıyor.

Mukherjee ve Pennings (2005) aynı zamanda yabancı firmanın serbest ticarete teknoloji transferini yapmayacağını da net olarak gösteriyor çalışmalarında. Mukherjee ve Pennings 'in (2005), Kabiraj ve Marjit'ten (2005) en büyük farkı teknoloji transferini yabancı firmaya yapmakla yerel firmaya yapmak arasındaki farka değinmiş olması.

Blalock ve Gertler (2008) ise uluslararası firmanın sadece yerel firmadaki tedarikçisine teknoloji transferi yapması durumunda yaratılan rekabetin ve düşen fiyatların yerel piyasaya getirdiği yararı inceliyor. Yabancı firmanın teknolojisini yerel firmaya transfer etmesindeki motivasyonda devlet tarafından uygulanan vergi politikalarının yerine yabancı firmanın deniz aşırı üretim zincirleri oluşturması ve girdiği yerel piyasalarda maliyetleri düşürerek piyasanın rekabet açısından ve ekonomik açıdan canlanmasının yattığını savunuyor. Fakat elbette, yerel piyasanın toplam refah düzeyinde bir yarar sağlaması da teknoloji transferine izin verilme nedenidir. Blalock ve Gertler'e (2008) göre yabancı firmanın ilk motivasyonu, daha düşük fiyatlara daha kaliteli üretim yapabilmek. Fakat eğer teknoloji transferinden sadece bir firma yararlanabilirse bu kez de piyasada tekel olma riski olacağından aynı zamanda da tehlikeli bir strateji oluyor. Bu nedenle çok uluslu firma teknoloji transferinin dağılımını yaygınlaştırmalı. Teknoloji transferinin yaygın dağılımı sayesinde, piyasaya giriş teşvik edilecek, rekabet ortamı yaratılacak, fiyatlar düşecek ve üretim miktarı artacaktır.

Uluslararası firma eğer teknoloji transferini tek firma ile sınırlarsa bu kez firma piyasada tekel olacağından, asıl istediğini elde edemez. Bu durumu gidermek için firma yerel firmaya da teknolojisinin ulaşmasını sağlamalı, maliyetleri düşürerek rekabetin artmasına ve aynı zamanda daha kaliteli üretimin yapılmasını sağlamalı. Böylece teknoloji transferi genel refahta da artma sağlar.

Kabiraj ve Marjit (2002), biri yabancı diğeri yerel firma olan duopol bir piyasayı ele alıyor çalışmalarında. Lisanslama anlaşması ücretini bir sabit olarak alıyorlar. Üstün teknolojiye sahip yabancı firmanın maliyet fonksiyonunu da sifıra eşit olduğunu varsayıyorlar. Teknoloji transferi sonrasında yabancı firmanın piyasaya hemen girmesi engellenmeyeceği için yerel firmanın aldığı teknolojiyi hemen uygulayabilmesi ve maliyet fonksiyonu

sıfıra çekebilmesi gerekir. Bu nedenle de aslında yabancı firma ile yerel firmanın başlangıç teknolojileri arasında fark bulunmasına karşın bu farkın çok olmaması gerektiğinin de altını çiziyorlar. Başlangıç teknolojileri arasındaki fark ihmal edilebilir şekilde yakınsa birbirine lisanslama serbest ticaret politikası altında da yapılabilir. Fakat fark büyükse yabancı firma ile yerel firma lisanslama için anlaşılır.

Kritik oranda vergi uygulaması ile tüketici karı artırıldığı gibi, üretici karı da transfer ücretlerinin vergi ücretlerini sindirmesi ile artıyor, aynı zamanda devlet de vergi geliri elde ediyor. Açık olarak bu şekildeki bir uygulama serbest ticareti domine ediyor.

Kabiraj ve Marjıt (2002) makalelerinde iyi yönetilmiş bir kısıtlayıcı ticaret politikası altında sadece ülke rafının artmakla kalmayıp tüketicilerinde daha karlı alışveriş yapmasının mümkün olduğunu gösteriyor. Bu durum da yabancı firmayı teknolojisini yerli firmaya transfer etmeye teşvik eden bir optimal vergi oranı uygulamasıdır. Makalelerinde böyle bir vergi oranının, teknoloji transferini teşvik ederken hem ülke rafının hem de tüketici refahının artırdığını gösteriyorlar. İnceledikleri iki durum için de – lisanslama anlaşmasından önce ilan edilen vergi oranı ya da lisanslamadan sonra ilan edilen vergi oranı – tüketici rantının teknoloji transferi olmayan kısıtlayıcı ticaret politikasına göre yükseldiğini gösteriyorlar.

Mukherjee – Pennings (2005), tekel bir yabancı firmanın üstün teknolojisini yerel veya yabancı bir firmaya transfer ederek piyasada rekabet yaratmaya istekli olduğunu söyler. Makalelerinde teknolojisini hangi firmaya - yabancı firma ya da yerel firma – transfer edeceği yerel firmaya yapacağı teknoloji transferinin maliyetine ve devletin seçeceği politikaya bağlı olduğu sonucuna ulaşırlar. Modellerinde, Cournot rekabeti altında, eğer devlet lisanslama anlaşmasından önce herhangi bir vergi oranı açıklamazsa ve yerel firmaya yapılacak teknoloji transferinin maliyeti çok yüksek oluyorsa, yabancı firma teknolojisini yabancı firmaya transfer etmeyi seçecektir. Lisanslama öncesi devletin vergi oranını açıklaması modele göre ülke refahını artırıyor. Mukherjee – Pennings (2005) ayrıca yabancı firmanın Bertrand rekabeti altında da teknoloji transferine istekli olduğunu gösterdiler. Fakat farklı olarak Bertrand rekabetinde devlet lisanslamadan önce vergi oranını açıklamayı tercih

ediyor gözüküyor. Makalelerinde teknoloji transferinin, ya yabancı firmaya yapılacak ya da yerel firmaya yapılacağını düşünüyorlar. Fakat aslında her iki firmaya birden teknoloji transferi yapmanın tekel yabancı firma için daha karlı olacağını da belirtiyorlar.

Blalock ve Gerter (2008), makalelerinde iki ana sonuca ulaşıyor. Birincisi, dikey tedarikçi zincirine sahip olmak direkt yabancı yatırımlarından teknoloji transferi yapmak için bir kanaldır. İkincisi ve diğer iki makale ile de benzer olan sonuçları ise teknoloji transferinin bazı politika müdahaleleri ile refah artışı sağlayabileceğidir.

2.2. Araştırma-Geliştirme

Aspremont ve Jacquemin (1988), çalışmalarında firmaların bazı alanlarda rakip olurken bazı alanlarda da işbirliğine gidebileceğini söylüyor. Örneğin araştırma geliştirme çalışmalarında işbirliğine gitmek bunun en güzel örneği.

Aspremont ve Jacquemin (1988), ARGE çalışmalarına gidilen işbirliği açısından iki farklı tip anlaşmayı gözlemlemiştir bu çalışmalarında. İlk durumda, firmalar ilk aşamada araştırma geliştirmede bir işbirliğine giderken, üretim aşamasında rekabet ediyorlar. İkinci durumda ise, anlaşma biraz daha uzatılabilir ve üretim süreci de gözlenerek işbirliğinin gidişatına karar veriliyor.

Bu gibi anlaşmalardan beklenen, daha verimli bir çalışma sürecinden dolayı – firmaların aynı sonuç için birbirlerinden bağımsız çalışarak çifte zaman kaybı yaratmamış olmalarından dolayı - ARGE masraflarını azaltmak, daha fazla tekel gücünden dolayı da toplam üretimi azaltmak. Fakat Aspremont ve Jacquemin (1988) bu beklentilere tam da uymayan bir örnek geliştiriyor çalışmalarında.

Örneklerinin içerdiği önemli bir faktör, yayılma etkisini de hesaplamalarına katmaları, yayılma etkisinden dolayı bir firmanın yapmış olduğu ARGE çalışmasının diğer firmanın bir ödeme yapması gerekmeden ona geçirilebilmesine neden oluyor.

Aspremont ve Jacquemin (1988), çalışmalarında 3 oyun kuramsal modeli inceliyor.

İlk oyunda, firmalar her iki evrede de, ne ARGE çalışmalarında ne de üretimde işbirliği yapıyorlar.

İkinci oyunda, firmalar ARGE safhasında işbirliğine giderken, üretim aşamasında işbirliği içinde olmuyorlar.

Üçüncü oyunda ise, firmalar her iki safhada da işbirliği içine giriyorlar.

İnceledikleri bu üç oyun sonucunda, ARGE çalışmalarında gidilen işbirliği durumlarında elde edilen toplam piyasa üretim miktarı, işbirliğine gidilmeyen durumlara göre daha fazla oluyor. ARGE miktarı, üçüncü durumda yani her iki safhada birden gidilen işbirliği durumunda, sadece ARGE safhasında işbirliğine gidilen ikinci duruma göre daha fazla oluyor. Bu da gösteriyor ki, firmalar arasındaki daha az rekabet firmaların araştırmaları sonucunda daha fazla artı değere ulaşmalarına neden oluyor ve daha fazla ARGE harcamasına teşvik ediyor. Fakat Aspremont ve Jacquemin (1988), bu gerçeğe rağmen iki safhada birden gidilen işbirliği durumunda elde edilen toplam üretim miktarının, sınırlı işbirliği yani sadece ARGE çalışmalarında gidilen işbirliği durumuna göre daha az olduğunu da vurguluyorlar.

Leahy ve Neary (1996), çalışmalarında bir yerel ve bir yabancı firmanın ARGE çalışmalarında ve üretim miktarındaki rekabetleri altında bir dizi dinamik oyunu inceliyor. Çalışmalarında, ihraç sübvansiyonunu, ARGE sübvansiyonunun ve ülke refahının devletin oranları önceden belirlemesi ve açıklaması durumunda, açıklamaması durumuna göre daha yüksek olduğunu gösteriyorlar. Fakat eğer devletin beklenmedik bir karar değişikliği olursa bu da ülke refahının düşmesine sebep oluyor.

Leahy ve Neary (1996), makalelerinde ARGE çalışmaları dahilinde uygulanacak stratejik ticaret ve piyasa politikalarını kararların zamanlaması ile ilgili değişik varsayımlar altında aynen Aspremont ve Jacquemin (1988) bir dizi oligopol oyunları inceler. Çalışmalarında tüm diğer makalelerde olduğu gibi, yerel firmada bir yerel ve bir yabancı firma rekabet ediyorlar. Firmalar ilk safhada ARGE miktarlarına ve ikinci safhada üretim miktarlarına karar veriyorlar.

Leahy ve Neary 'in (1996) çalışmasında beş farklı durum inceleniyor. İlk durumda, FCE, firmalar iki safhadan oluşan bu oyunun tüm kararlarını ilk

safhada alıyor, bu nedenle firmalar stratejik oynayamıyor. GCE olarak isimlendirilen ikinci durum, üç aşamadan oluşan bir oyun. İlk safhada devlet ihraç sübvansiyon miktarını belirliyor. İkinci safhada firmalar ARGE miktarlarına karar veriyor ve üçüncü safhada da üretim miktarlarına karar veriyorlar. Firmalar ikinci safhada, stratejik oynayabiliyorlar.

SE olarak isimlendirdikleri, üçüncü durum dört safhalı bir oyun. İlk safhada devlet ARGE sübvansiyon miktarını belirliyor. İkinci safhada firmalar ARGE miktarlarına karar veriyor. Üçüncü safhada devlet ihraç sübvansiyon miktarını belirliyor ve son safhada firmalar üretim miktarlarına karar veriyorlar.

Dördüncü durumda, URE, ilk safhada devlet ARGE sübvansiyon miktarı ile ihraç sübvansiyon miktarını belirliyor. Sonraki safhada firmalar ARGE miktarlarına karar veriyor. Fakat devlet bu aşamada yeniden optimizasyon yapıyor ve belirlediği ihraç sübvansiyon miktarını yeniliyor. Son safhada firmalar belirlenen yeni ihraç sübvansiyon miktarını ve kendi ARGE miktarı kararlarına göre üretim miktarlarına karar veriyorlar.

ARE olara isimlendirilen beşinci durumda dördüncü durumun aynısı seyrediliyor fakat bu kez devletin karar değişikliği yaptığı oran ARGE sübvansiyon miktarı. Bu oyunun son safhasında firmalar, yeni ARGE sübvansiyon miktarı ve karar verdikleri ARGE miktarlarına göre üretim miktarlarına karar veriyorlar.

Yukarıdaki beş durumu inceleyen, Leahy ve Neary (1996), çıkan sonuçlarda denge piyasa üretim miktarlarını, ARGE miktarlarını, sübvansiyonları, ve Aspremont ve Jacquemin' in (1998) çalışmasında da olduğu gibi ülke refahını karşılaştırıyor.

Leahy ve Neary (1996), çalışmalarının sonucunda, devletin sadece ihraç sübvansiyonuna karar verdiği GCE durumunda, ülke refahı, hem ihraç hem ARGE sübvansiyonuna karar verdiği SE durumuna göre daha yüksek oluyor. Devletin gelecekte değişmeyen güvenilir kararları ile devam eden durumlarda diğer durumlara göre ülke refahında kazanç söz konusu. Örneğin devletin ARGE sübvansiyonuna üçüncü safhada karar verdiği SE durumunda yabancı firmanın ARGE miktarını seçerken, tüm sübvansiyon miktarları ilk safhada belirlendiği GCE durumuna göre daha temkinli oluyorlar, bu da hem toplam

üretim miktarının hem de ARGE sübvansiyonunun azalmasına neden oluyor. Ayrıca yabancı firmanın bu daha agresif tavrı, ülke refahının da azalmasına yol açıyor.

Devletin sonradan karar değişikliği yapıp, ihraç sübvansiyonunu değiştirdiği URE durumunda, GCE durumuna göre ülke refahı daha büyük oluyor. Fakat devletin belirlediği ARGE sübvansiyonunu sonraki safhalarda değiştirdiği ARE durumdaki ülke refahı, hem ihraç hem ARGE sübvansiyonuna ilk safhalarda karar verilen SE durumuna göre daha düşük oluyor. Bu nedenle ülke refahı açısından, ARE durumu en kötü durumdur. ARE ve SE durumlarında firmalar büyük ARGE miktarları ile ihraç sübvansiyonunu dengelemeye çalışıyor.

Neary ve Sulvian (1999) çalışmalarında ARGE çalışmalarında ve üretimde rakip olan ve yayılma etkisinden dolayı birbirlerinin ARGE çalışmalarından yararlanan iki firmanın oligopol piyasada, girdikleri işbirliği ile ticaret politikalarını karşılaştırır. Bu karşılaştırmalar için dört farklı durumu inceler. Tüm durumlarda Cournot rekabeti yapan biri yabancı diğeri yerel iki firma mevcuttur. İlk durum – F durumu – serbest ticarettir ve ARGE çalışmalarında herhangi bir işbirliği mevcut değildir. İki safhalı olan bu oyunda, ilk safhada firmalar ARGE miktarlarını seçerken ikinci safhada üretim miktarlarını seçerler.

Neary ve Sulvian'ın (1999) C olarak isimlendirdiği ikinci durum, firmaların ARGE çalışmalarında işbirliğine gittiği serbest ticaret durumudur. Bu durumda safhalar, F durumunda olduğu gibi seyrediyor fakat tek fark ARGE miktarı karar aşamasında firmalar işbirliği yapıyor.

G olarak isimlendirdikleri üçüncü durumda , firmalar ARGE miktarlarına ve üretim miktarlarına karar vermeden önce devlet bir ihraç sübvansiyonu açıklıyor. Bu durum Leahy ve Neary' nin (1996) çalışmalarındaki GCE durumuna ile aynı.

Dördüncü durumlarında, S, devlet yine bir ihraç sübvansiyonu açıklıyor fakat bu kez G durumundan farklı olarak firmalar ARGE miktarlarına kara verdikten sonra devlet ihraç sübvansiyonunu açıklıyor. Sonraki safhada da firmalar üretim miktarlarına karar veriyor.

Neary ve Sulvian (1999) alışmaları sonucunda, ihraç sübvansiyonu ile uluslararası araştırma geliştirme işbirliği arasındaki seçimin üç kritik unsura bağlı olduğunu göstermiştir. Bu unsurlar, maliyetleri düşürme konusunda ARGE çalışmalarının etkinliği, firmalar arasındaki ARGE çalışmalarının yaygınlığının alanı, devletin firmalar ARGE kararlarını vermeden önce sübvansiyon ile ilgili kararını açıklaması ya da açıklamaması. ARGE işbirliği, yaygınlığın yüksek ya da düşük olmasından bağımsız ülke refahını artırdığını gösteriyorlar.

Firmaların ARGE miktarları kararında önce belirlenen ve ilan edilen ithalat sübvansiyonu da ülke refahının kazanmasına sebep oluyor.

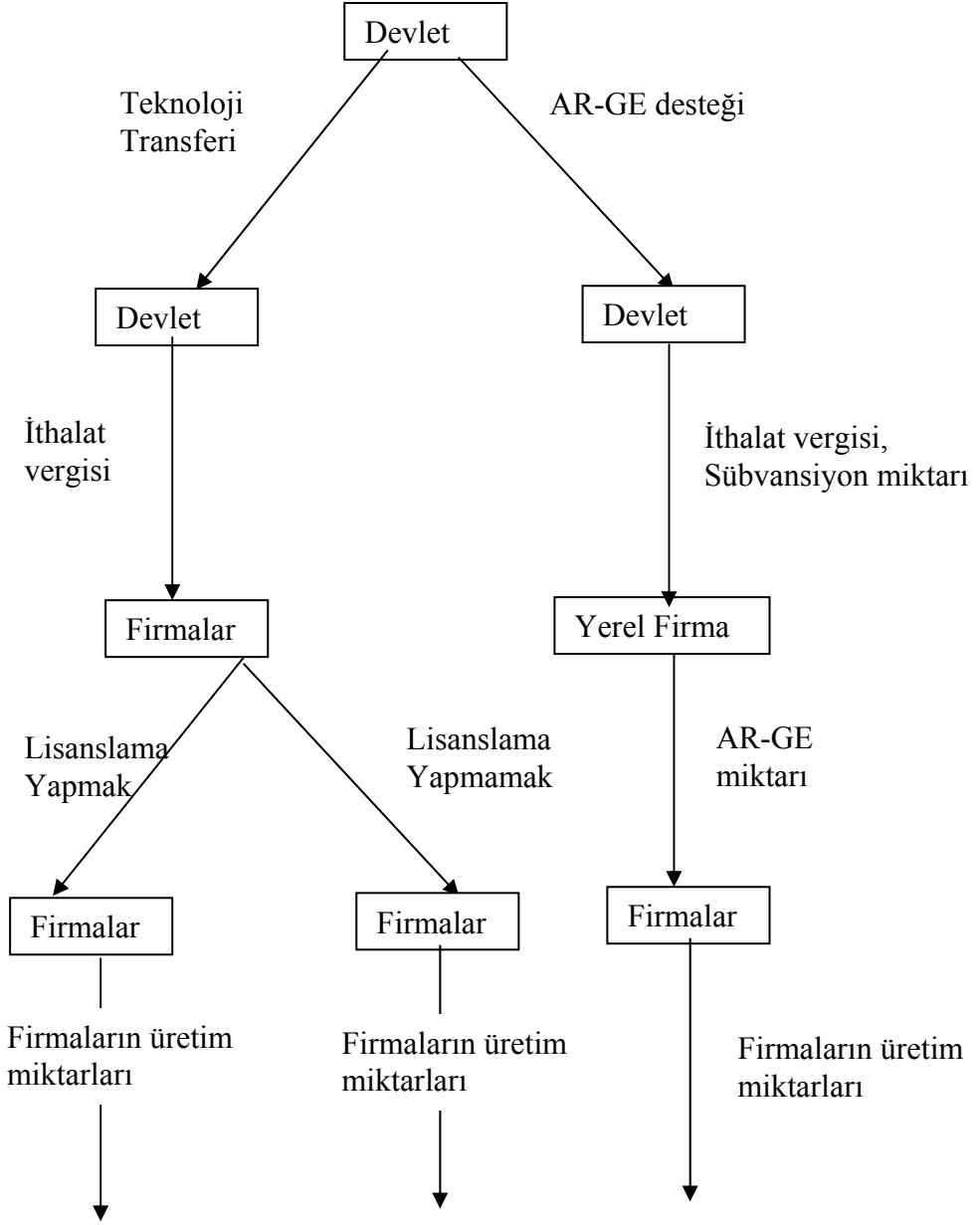
İlk önemli sonuç, Neary ve Sulvian' a (1999) göre ARGE alışmaları çok etkin ve yaygınlıkta en yüksek seviyede ise, ARGE işbirliği, ithalat sübvansiyonu politikasına göre daha büyük ülke refahı anlamına geliyor. İkinci önemli sonuç, eğer ARGE alışmaları çok etkin fakat yaygınlık düşük seviyede ise optimal politika, yabancı firmayı piyasaya girmeye engelleyecek bir ithalat sübvansiyonu politikasıdır. Son kritik sonuç ise ülke refahının devletin belirlediği sübvansiyonu firmaların ARGE kararlarından önce ilan etmemsi durumunda dşdr.

Sonuç olarak Leahy ve Neary (1996), devletin daha sonra karar değiştireceği beklenmeyen durumlarda ülke refahının daha yüksek olduğunu gösteriyor. Değişikliğin beklendiği durumlarda ülke refahı daha düşük oluyor.

Aspremont ve Jacquemin (1988), inceledikleri üç durum için elde edilen ülke refahı karşılaştırması yapıyor. İşbirliği artıkça karların artığını fakat bununla birlikte tüketiciler karlarının düşüğünü söylüyorlar. Sadece ARGE safhasında yapılan işbirliği, hem ARGE harcamalarını hem de üretim miktarını artırıyor.

3. MODEL

Çalışmada, yerel firmaları teknolojik gelişimleri açısından desteklemek amacıyla devletin uygulayacağı politikaların karşılaştırması yapılmıştır. teknoloji transferini teşvik etmek ve ARGE çalışmalarını desteklemek şeklinde olan bu iki politika oyun kuramsal bir model ile karşılaştırılmıştır. Modelde, ilk aşamada devlet, teknoloji transferi teşviki ile ARGE çalışmalarını desteklemek politikalarından birine karar veriyor. Teknoloji transferini teşvikini seçtiği durumda, devlet ikinci aşama olarak yabancı firmaya uygulayacağı ithalat vergi oranını belirliyor ve ilan ediyor. Teknoloji transferi durumunun bir sonraki aşamasında, firmalar lisanslama anlaşmasına karar veriyorlar ve en son aşamada firmalar üretim miktarlarına karar veriyorlar. Devletin ARGE çalışmalarını desteklemeyi seçtiği durumda ise ikinci aşama devletin yabancı firmaya uygulayacağı ithalat vergi oranı ile yerel firmaya sağlayacağı sübvansiyon miktarını belirlemesi ve ilan etmesi oluyor. ARGE durumunun bir sonraki aşaması, yerel firmanın ARGE miktarına karar vermesidir, en son aşamada ise firmaların üretim miktarlarına karar vermeleridir. Şekil 3.1, oyun kuramsal modelimizin aşamalarını özetlemektedir.



Şekil 3.1: Modelin aşamaları

İncelenen ilk durum, devletin teknoloji transferini teşvik amacıyla uygulayacağı politikadır.

3.1 Teknoloji Transferi

Çalışmanın bu bölümünde, teknoloji transferini kolaylaştırmak amaçlı devletin uygulayacağı optimal ithalat vergisi oranı araştırılmıştır. Kabiraj ve Marjit'in (2002) çalışmalarında vurguladığı gibi yabancı firmaya uygulanacak optimal ithalat vergi oranının teknoloji transferini kolaylaştırarak yabancı firmayı

teşvik ettiği gösterilmiştir. Modelde ele alınan yerel piyasada, biri yabancı diğeri yerel olan iki firmanın mevcut olduğu varsayılmıştır. Homojen ürünler üreten iki firma, Cournot rekabeti yapıyorlar, yani üretim miktarlarına eşanlı olarak karar veriyorlar. Yabancı firmayı ve yerel firmayı belirtmek için sırasıyla, 1 ve 2 rakamları kullanılmıştır.

Yabancı firma, yerel firmadan daha üstün bir teknolojiye sahip ve yerel pazara girmeye çalışıyor. Firmaların maliyet fonksiyonları;

q_i nin i firmasının üretim miktarı olduğu durum için,

$$C_i = c_i q_i \quad (3.1)$$

dir.

Bu model için, $i = 1, 2$ dir ve yabancı firmanın üstün teknolojiye sahip olması nedeni ile $0 \leq c_1 < c_2$ dir. Kolaylık olması için $c_1 = 0$ olarak kabul edilmiştir.

Basitlik sağlamak amacıyla talep fonksiyonunun doğrusal olduğu kabul edilmiştir.

Fiyat fonksiyonu aşağıdaki şekildedir.

$$P = a - (q_1 + q_2) \quad (3.2)$$

Yabancı firmanın, marjinal maliyeti $c_1 = 0$ olduğundan, yerel firma için, tüm $c_2 \geq \frac{a}{2}$ eşitsizliğini sağlayan c_2 değerleri için yabancı firma tekel olur. Bu nedenle, $\frac{a}{2}$, c_2 için bir üst sınırdır.

Bunlara bağlı olarak yerel ve yabancı firmaların karları aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\pi_1(c_1, c_2) = [a - (q_1(c_1, c_2) + q_2(c_1, c_2))]q_1(c_1, c_2) - c_1 q_1(c_1, c_2) - t q_1(c_1, c_2) \quad (3.3)$$

$$\pi_2(c_1, c_2) = [a - (q_1(c_1, c_2) + q_2(c_1, c_2))]q_2(c_1, c_2) - c_2 q_2(c_1, c_2) \quad (3.4)$$

Burada t yabancı firmaya uygulanan ithalat vergi oranını göstermektedir. Modelde, devlet, yabancı firmanın teknoloji transferini kolaylaştırmak amaçlı uygulayacağı optimal ithalat vergi oranını ilan ettikten sonra, firmalar önce

kendi aralarında lisanslama yapıp yapmayacaklarına ve lisanslama anlaşmasının ücretine, daha sonra da üretim miktarlarına karar veriyorlar.

Devlet, optimal ithalat vergi oranını belirledikten sonra, firmalar lisanslama anlaşması yapmayı seçebilecekleri gibi, lisanslama anlaşması yapmamayı da seçebilirler. Bu nedenle devlet teknoloji transferinin gerçekleşmesini tercih ediyorsa bunu sağlayacak bir ithalat vergi oranı belirlemelidir.

Oyunun son aşamasından başlayarak geriye doğru tümlene yöntemi ile oyunu çözmek için önce firmaların üretim miktarlarını belirlemek gerekmektedir.

Lisanslama anlaşması ücreti, yabancı firmanın üstün teknolojisini, yerel firmaya aktarması karşılığında yerel firmadan aldığı ücrettir. Lisanslama anlaşması sonrası yerel firma aldığı yeni teknoloji ile maliyetlerini düşürecektir. Modelde, yabancı firmadan aldığı üstün teknoloji ile yerel firmanın marjinal maliyeti olan c_2 ' i, yabancı firmanın marjinal maliyeti olan c_1 'e düşürdüğü varsayılmıştır. $c_1 = 0$ olduğundan teknoloji transferi sonrası $c_2 = 0$ olur.

Firmaların lisanslama anlaşmasını yapmaları için ancak ve ancak piyasa toplam karının, lisanslama anlaşması yapılması durumunda, lisanslama anlaşmasının yapılmaması durumundakine göre daha büyük olması gereklidir. Aksi durumda ise firmalar lisanslama anlaşması yapmazlar. Lisanslama anlaşmasının yapılması durumundaki piyasa toplam karını $\Omega(t,0)$ ile ve lisanslama anlaşmasının yapılmaması durumundaki piyasa toplam karını $\Omega(t,c_2)$ ile gösterelim. Lisanslama anlaşmasının yapılması için,

$$\Omega(t,0) > \Omega(t,c_2) \quad (3.5)$$

olmalıdır.

Lisanslama anlaşması yapıldığı durum için, firmaların kar fonksiyonları aşağıdaki gibi olur.

$$\pi_1(t,0) = [a - (q_1(t,0) + q_2(t,0))]q_1(t,0) - tq_1(t,0) \quad (3.6)$$

$$\pi_2(t,0) = [a - (q_1(t,0) + q_2(t,0))]q_2(t,0) \quad (3.7)$$

Yukarıdaki kar fonksiyonları, üretim miktarlarına göre maksimize edildiğinde, yabancı firmanın denge üretim miktarı

$$q_1^*(t, 0) = \frac{1}{3}(a - 2t) \quad (3.8)$$

ve yerel firmanın denge üretim miktarı

$$q_2^*(t, 0) = \frac{1}{3}(a + t) \quad (3.9)$$

bulunur.

Lisanslama anlaşmasının yapıldığı durum için firmaların Cournot dengesindeki kar fonksiyonları,

$$\pi_1^*(t, 0) = \frac{1}{9}(a - 2t)^2 \quad (3.10)$$

$$\pi_2^*(t, 0) = \frac{1}{9}(a + t)^2 \quad (3.11)$$

olur.

Buradan lisanslama anlaşmasının piyasa toplam karı hesaplanabilir. Lisanslama anlaşması yapıldığı durum için toplam piyasa karı,

$$\Omega^*(t, 0) = \frac{1}{9}(2a^2 - 2at + 5t^2) \quad (3.12)$$

dir.

Firmaların, lisanslama anlaşmasını seçmedikleri durum da incelenecek olursa, bu durum için firma karları aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\pi_1(t, c_2) = [a - (q_1(t, c_2) + q_2(t, c_2))]q_1(t, c_2) - tq_1(t, c_2) \quad (3.13)$$

$$\pi_2(t, c_2) = [a - (q_1(t, c_2) + q_2(t, c_2))]q_2(t, c_2) - c_2q_2(t, c_2) \quad (3.14)$$

Lisanslama anlaşmasının yapılmadığı durum için yazılan bu kar fonksiyonları, üretim miktarlarına göre maksimize edildiğinde firmaların optimal üretim miktarları bulunur. Lisanslama anlaşmasının seçilmediği durum için yabancı firmanın optimal üretim miktarı,

$$\bar{q}_1(t, c_2) = \frac{1}{3}(a + c_2 - 2t) \quad (3.15)$$

ve yerel firmanın optimal üretim miktarı,

$$\bar{q}_2(t, c_2) = \frac{1}{3}(a - 2c_2 + t) \quad (3.16)$$

olarak hesaplanır.

Optimal üretim miktarlarını kar fonksiyonlarında yerine koyarak, firmaların denge karları ve piyasanın toplam karı hesaplanabilir. Lisanslama anlaşmasının yapılmadığı durum için yabancı firmanın karı,

$$\bar{\pi}_1(t, c_2) = \frac{1}{9}(a + c_2 - 2t)^2 \quad (3.17)$$

ve yerel firmanın karı,

$$\bar{\pi}_2(t, c_2) = \frac{1}{9}(a - 2c_2 + t)^2 \quad (3.18)$$

olarak hesaplanır.

Lisanslama anlaşmasının yapılmadığı durum için piyasa toplam karı,

$$\bar{\Omega}(t, c_2) = \frac{1}{9}(2a^2 + 5c_2^2 - 8c_2t + 5t^2 - 2a(c_2 + t)) \quad (3.19)$$

olur.

Lisanslama anlaşmasının yapılması için,

$$\Omega(t, 0) > \Omega(t, c_2)$$

olmalıdır . Yani

$$\Omega(t, 0) - \Omega(t, c_2) > 0 \quad (3.20)$$

olmalıdır. Toplam piyasa karları yerlerine konduğunda,

$$\frac{1}{9}c_2(2a - 5c_2 + 8t) > 0 \quad (3.21)$$

koşuluna ulaşılır. Bu durumda, firmaların lisanslama anlaşması yapmaları için devletin belirleyeceği ithalat vergi oranı t ,

$$\tilde{t} = \frac{5}{8}c_2 - \frac{a}{4} \quad (3.22)$$

için, $t > \tilde{t}$ koşulunu sağlamalıdır.

Bununla birlikte,

$$\forall t, t \leq \tilde{t} = \frac{5c_2}{8} - \frac{a}{4} \quad (3.23)$$

için firmalar lisanslama anlaşmasını seçmeyecektir.

F, yerel firmanın teknoloji transferi karşılığında yabancı firmaya ödediği lisanslama anlaşmasının ücretidir. Lisanslama anlaşması için yerel firmanın, yabancı firmaya ödeyeceği ücret

$$F \leq \pi_2(t, 0) - \pi_2(t, c_2) \quad (3.24)$$

koşulunu sağlamalıdır. Bu koşulda, yerel firmanın her iki durum için karları yerine koyularak lisanslama ücreti için aşağıdaki koşul bulunur.

$$F \leq \frac{4}{9}(ac_2 - c_2^2 + c_2t) \quad (3.25)$$

Ülke refahını hesaplarken, lisanslama ücreti olarak üst sınırı, yani

$$F^* = \frac{4}{9}(ac_2 - c_2^2 + c_2t) \quad (3.26)$$

olarak alınmıştır. Yani yabancı firmanın ya al ya vazgeç şeklinde teklif yaptığı yerel firmanın da bunu kabul etmek durumunda kaldığı varsayılmaktadır.

Lisanslama anlaşmasının yapıldığı durum için ülke refahı,

$$W(t, 0) = CS(t, 0) + \pi_2(t, 0) - F + tq_1(t, 0) \quad (3.27)$$

dir.

Yukarıdaki denklem lisanslama anlaşmasının yapıldığı durum için ülke refahını göstermektedir.

CS, tüketici rantını ifade ediyor. Modelde, talep fonksiyonunun doğrusal olduğunu kabul edilmiştir. Bu nedenle tüketici rantı, talep doğrusu ile denge fiyatı arasında (fiyatın üzerinde) kalan üçgenin alanına eşittir.

$$CS(t, 0) = \frac{(q_1(t, 0) + q_2(t, 0))^2}{2} \quad (3.28)$$

dir.

Denklemden firma karları yerine koyulduğunda,

$$CS^*(t, 0) = \frac{1}{18}(2a - t)^2 \quad (3.29)$$

olur.

Ülke refahı denkleminde, tüketici rantı, yerel firmanın karı, lisanslama ücreti yerlerine konduğunda,

$$W(t, 0) = \frac{1}{18}(6a^2 - 8ac_2 + 8c_2^2 + 6at - 8c_2t - 9t^2) \quad (3.30)$$

eşitliğine ulaşılır. Ülke refahı ithalat vergi oranı t ' ye göre maksimize edildiğinde, devletin lisanslama anlaşmasının yapılması için belirleyeceği optimal ithalat vergi oranına ulaşılır. Optimal ithalat vergi oranı t^* ,

$$t^* = \frac{a}{3} - \frac{4c_2}{9} \quad (3.31)$$

olarak bulunur.

Önerme 1. Firmalar arasındaki teknoloji farkı büyüdükçe devletin yabancı firmayı teşvik amaçlı uyguladığı ithalat vergi oranı düşer.

İspat: $t^*(a, c_2)$ ' nin c_2 ' ye göre türevini aldığımızda, sonucun negatif olduğu açıktır.

$$\frac{\partial t^*}{\partial c_2} = -\frac{4}{9}$$

Yani, yerel firmanın marjinal maliyeti artıkça, devletin yabancı firmaya uygulayacağı ithalat vergi oranı düşer.

Yerel firmanın marjinal maliyetinin büyümesi aynı zamanda,

$$c_2 - c_1 \quad (3.32)$$

farkının da büyümesi anlamına gelir. Bu da yerel firmanın teknoloji transferi için daha fazla ücret ödemesi gerektiği anlamına gelir. Bu durumda devlet yerel firmayı daha fazla desteklemek yerine ithalat vergisini azaltıp tüketiciyi desteklemeyi tercih etmektedir.

Lisanslamanın yapılabilmesi için,

$$t^* > \tilde{t} = \frac{5}{8}c_2 - \frac{a}{4} \quad (3.33)$$

koşulu elde edilmiştir. Yani,

$$t^* = \frac{a}{3} - \frac{4c_2}{9} > \tilde{t} = \frac{5}{8}c_2 - \frac{a}{4} \quad (3.34)$$

olmalıdır. Bu bölümün başında yerel firmanın marjinal maliyetinin bir üst sınırının varlığından bahsedilmiştir. Bu üst sınır $\frac{a}{2}$ dir.

$$\forall c_2 < \frac{a}{2} \text{ için } t^* > \tilde{t}$$

dir.

Lisanslama anlaşmasının yapılması için gerekli optimal ithalat vergi oranı ülke refahı denkleminde yerine koyularak, optimal ülke refahı bulunur. Optimal ülke refahı,

$$W^*(t, 0) = \frac{1}{162}(63a^2 - 96ac_2 + 88c_2^2) \quad (3.35)$$

olur.

Aşağıda lisanslama anlaşmasının yapıldığı yani teknoloji transferinin gerçekleştiği durum için, ülke refahı ve piyasa fiyatının yerel firmanın marjinal maliyetine göre durumlarına incelenmiştir .

Ülke refahının lisanslama anlaşması yapıldığında yani teknoloji transferi gerçekleştiği durumda, yerel firmanın marjinal maliyeti, c_2 sabit parametresinin alabileceği değerler aralığına karşılık gelen durumu incelenmiştir Yerel firmanın karının, marjinal maliyetine göre türevi alındığında,

$$\frac{\partial W^*}{\partial c_2} = -\frac{8}{81}(6a - 11c_2) \quad (3.36)$$

olur. c_2 'nin değer aralığı $(0, \frac{a}{2})$ içinde, bu türevin işareti negatiftir. Yani,

$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2})$ için

$$\frac{\partial W^*}{\partial c_2} = -\frac{8}{81}(6a - 11c_2) < 0 \quad (3.37)$$

olur.

Yerel firmanın marjinal maliyeti artıkça teknoloji transferi durumundaki ülke refahı azalıyor. Bu sonucu destekleyen bulgulardan bir tanesi de lisanslama ücreti F^* ' in marjinal maliyete göre durumudur. Optimal vergi oranı yerine koyulduğunda denge lisanslama ücreti,

$$F^*(t, 0) = \frac{4}{81}c_2(12a - 13c_2) \quad (3.38)$$

oluyor. Denge lisanslama ücretinin, yerel firmanın marjinal maliyetine göre durumu incelendiğinde,

$$\frac{\partial F^*}{\partial c_2} = \frac{48a - 104c_2}{81} \quad (3.39)$$

oluyor. c_2 ' nin değer aralığı $(0, \frac{a}{2})$ içinde, bu türevin işareti pozitiftir. Yani,

$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2})$

$$\frac{\partial F^*}{\partial c_2} = \frac{48a - 104c_2}{81} > 0 \quad (3.40)$$

dir.

Görüldüğü gibi, yerel firmanın marjinal maliyeti artıkça, yani firmalar arası marjinal maliyet farkı büyüdükçe lisanslama ücreti de büyüme eğiliminde oluyor. Lisanslama ücretinin büyümesi, ülke refahının azalması anlamına geliyor. Aynı zamanda bu durum önceki önermeyi destekliyor. Firmaların marjinal maliyetleri arasındaki fark büyüdükçe, teknoloji transferini kolaylaştırmak için yabancı firmaya uygulanacak ithalat vergi oranı küçülürken yerel firmanın ödeyeceği lisanslama ücreti de büyüyor.

Lisanslama anlaşmasının yapıldığı durumdaki piyasa fiyatı incelendiğinde, teknoloji transferinin yapıldığı piyasanın denge fiyatı için,

$$P(t, 0) = a - (q_1(t, 0) + q_2(t, 0)) \quad (3.41)$$

eşitliğinden,

$$P^*(t, 0) = \frac{4}{27}(3a - c_2) \quad (3.42)$$

bulunur. Teknoloji transferinin gerçekleştiği durum için piyasa fiyatı da yerel firmanın marjinal maliyetine göre incelendiğinde. P 'nin, c_2 'ye göre türevine bakılır.

$$\frac{\partial P^*}{\partial c_2} = -\frac{4}{27}$$

olacaktır. Açıktır ki, yerel firmanın marjinal maliyeti yükseldikçe piyasa denge fiyatı düşmektedir.

Teknoloji transferi gerçekleştiği durum için optimal tüketici rantı,

$$CS^*(t, 0) = \frac{(15a - 4c_2)^2}{1458} \quad (3.43)$$

olur.

Teknoloji transferi gerçekleştiği durum için optimal piyasa üretim miktarı ise,

$$Q^*(t, s) = \frac{15a + 4c_2}{27} \quad (3.44)$$

olur.

Bu bölümü sonlandırmadan önce ileride bazı analizlerde kullanmak üzere, lisanslama anlaşmasının yapılmadığı, yani teknoloji transferinin gerçekleşmediği durum incelenmiştir. Lisanslama anlaşması ücretini bulabilmek için yapılan yukarıdaki hesaplamalarda lisanslama anlaşmasının yapılmadığı durumda firmaların denge üretim miktarları, $q_1(t, c_2)$ ve $q_2(t, c_2)$ ile denge karları, $\pi_1(t, c_2)$ ve $\pi_2(t, c_2)$ hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerleri yerlerine koyarak lisanslama anlaşmasının yapılmadığı durumda piyasa tüketici rantı ve ülke refahını bulunur. Tüketici rantı yabancı firmaya uygulanacak ihraç vergisinin bir fonksiyonu olarak,

$$CS(t, c_2) = \frac{1}{18}(-2a + c_2 + t)^2 \quad (3.45)$$

olur. Bu durumda, lisanslama anlaşmasının yapılmadığı yani teknoloji transferinin gerçekleşmediği durumda ülke refahı,

$$W(t, c_2) = CS(t, c_2) + \pi_2(t, c_2) + tq_1(t, c_2) \quad (3.46)$$

eşitliğinden,

$$W(t, c_2) = \frac{1}{6}(2a^2 - 4ac_2 + 3c_2^2 + 2at - 3t^2) \quad (3.47)$$

olur. Yabancı firmaya uygulanan ithalat vergi oranı t 'nin fonksiyonu olan ülke refahı, t 'ye göre maksimize edildiğinde lisanslama anlaşmasının yapılmadığı durum için yabancı firmaya uygulanan optimal ithalat vergi oranı,

$$\bar{t} = \frac{a}{3} \quad (3.48)$$

olur. Fakat, lisanslama anlaşması yapıldığı durum için uygulanacak optimal ithalat vergi oranının

$$t^* = \frac{a}{3} - \frac{4c_2}{9} > \tilde{t} = \frac{5}{8}c_2 - \frac{a}{4} \quad (3.49)$$

olması gerektiği ve dolayısıyla lisanslama anlaşmasının yapılmamasını için uygulanması gereken ithalat vergi oranının, $\forall t$ için

$$t \leq \tilde{t} = \frac{5}{8}c_2 - \frac{a}{4} \quad (3.50)$$

olması gerektiği ortaya çıkmıştı.

$$\tilde{t} = \frac{5}{8}c_2 - \frac{a}{4} < \frac{a}{3}$$

olduğundan, lisanslama anlaşmasının yapılmadığı yani teknoloji transferinin gerçekleşmediği durum için optimal ithalat vergi oranı,

$$\bar{t} = \frac{5}{8}c_2 - \frac{a}{4} \quad (3.51)$$

olur.

Bu durumda, lisanslama anlaşmasının yapılmadığı durum için ülke refahı

$$\bar{W}(t, c_2) = \frac{1}{384}(84a^2 - 116ac_2 + 117c_2^2) \quad (3.52)$$

olur.

Lisanslama anlaşmasının yapılmadığı yani teknoloji transferinin gerçekleşmediği bu durum için ülke refahının, yerel firmanın marjinal maliyetine göre durumunu incelemek için \bar{W} 'ın, c_2 'ye göre türevine bakılır.

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial c_2} = -\frac{2a}{3} + c_2 \quad (3.53)$$

olur. c_2 'nin değer aralığı $(0, \frac{a}{2})$ içinde, bu türevin işareti negatiftir. Yani,

$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2})$ için,

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial c_2} = -\frac{2a}{3} + c_2 < 0 \quad (3.54)$$

dir. Teknoloji transferinin gerçekleşmediği durum için de yerel firmanın marjinal maliyeti artıkça, ülke refahı azalıyor.

Her iki durum için yani teknoloji transferinin gerçekleştiği ve gerçekleşmediği durumlar için ülke refahının, yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumları karşılaştırıldığında, teknoloji transferinin gerçekleştiği durum için her zaman büyük olduğu görülmüştür.

$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2})$ için,

$$\frac{\partial W^*}{\partial c_2} > \frac{\partial \bar{W}}{\partial c_2} \quad (3.55)$$

dir. Her iki durum için, yani teknoloji transferinin gerçekleştiği veya gerçekleşmediği durum, ülke refahı yerel firmanın marjinal maliyetinden ters yönlü etkilenmektedir. Fakat yerel firmanın marjinal maliyetinde meydana gelen bir değişiklik Teknoloji transferinin gerçekleştiği durumu için ülke refahını daha fazla etkilemektedir. Teknoloji Transferinin gerçekleşmediği durumda ülke refahı yerel firmanın marjinal maliyetindeki değişimden daha az etkilenmektedir.

3.2 ARGE Çalışmaları

Bu bölümde, devletin ARGE çalışmalarını teşvik amaçlı belirleyeceği optimal sübvansiyon miktarı ve yerel piyasaya giren yabancı firmaya uygulanacak ithalat vergi oranı araştırılmıştır.

Önceki bölümde piyasa koşulları ile ilgili varsayımlar bu bölümde de geçerlidir. Yerel piyasada biri yabancı diğeri yerel olan iki firma mevcuttur. Homojen ürünler üreten iki firma, üretim miktarlarına karar veriyorlar. Yerel firma ARGE miktarına karar veriyor. Yabancı firmayı ve yerel firmayı belirtmek için sırasıyla, 1 ve 2 rakamlarını kullanılıyor.

Firmaların maliyet fonksiyonları, marjinal maliyetleri, talep fonksiyonu bir önceki bölümle aynı alınmıştır.

Modelde, devlet, ARGE' yi teşvik amaçlı bir sübvansiyon miktarı ve yabancı firmaya uygulayacağı ithalat vergi oranını belirliyor, sonraki aşamada yerel firma ARGE miktarına karar veriyor, en son aşamada firmalar üretim miktarlarına karar veriyorlar

Devlet, belirleyeceği optimal sübvansiyon miktarı ile yerel firmanın ARGE çalışmalarını destekler. Belirlenen marjinal sübvansiyon miktarı s olsun.

ARGE maliyet fonksiyonu, Aspremont ve Jacquemin'in (1988) çalışmasından yararlanılarak ikinci derece bir fonksiyon olduğu varsayılmıştır ve $\gamma \frac{x_2^2}{2}$ dir.

Burada γ , yerel firmanın marjinal maliyetini ifade etmektedir ve x_2 , yerel firmanın ARGE harcama miktarını göstermektedir.

Devletin teşviki etmesi ve yerel firmanın ARGE yapması durumu için firmaların kar fonksiyonlar aşağıdaki gibidir.

$$\pi_1(t, s) = [a - (q_1(t, s) + q_2(t, s))](q_1(t, s) - tq_1(t, s)) \quad (3.56)$$

$$\pi_2(t, s) = [a - ((q_1(t, s) + q_2(t, s)))]q_2(t, s) - (c_2 - x_2)q_2(t, s) - \gamma \frac{x_2^2}{2} + sx_2 \quad (3.57)$$

Yine oyunun son aşamasından başlayarak geriye doğru tümleme yöntemi ile oyunu çözmek için önce firmaların üretim miktarlarını belirlemek gerekmektedir. Yukarıdaki kar fonksiyonları, üretim miktarlarına göre

maksimize edildiğinde firmaların denge üretim miktarlarına ulaşılır. Yerel firmanın ARGE yaptığı durum için firmaların denge üretim miktarları şöyledir;

$$q_1(t, s) = \frac{1}{3}(a + c_2 - 2t - x_2) \quad (3.58)$$

$$q_2(t, s) = \frac{1}{3}(a - 2c_2 + t + 2x_2) \quad (3.59)$$

Yerel firmanın denge üretim miktarı, kar fonksiyonda yerine konur ve kar fonksiyonu ARGE miktarı x_2 ' e göre maksimize edilirse denge ARGE miktarının,

$$x_2^* = \frac{4a - 8c_2 + 9s + 4t}{9\gamma - 8} \quad (3.60)$$

olduğu görülecektir.

s ve t cinsinden bulunan x_2^* i, denge üretim miktarlarında yerine koyulduğunda, yabancı firmanın denge üretim miktarı, $q_1(t, s)$ ve yerel firmanın denge üretim miktarı $q_2(t, s)$ bulunur. s ve t cinsinden bulunan bu denge üretim miktarları yerine konduğunda da, yine s ve t cinsinden $\pi_1(t, s)$ ve $\pi_2(t, s)$ kar fonksiyonlarına ulaşılır.

Yerel firmanın ARGE yaptığı piyasa koşulları ile ülke refahı,

$$W(t, s) = CS(t, s) + \pi_2(t, s) - sx_2 + tq_1(t, s) \quad (3.61)$$

olur.

CS tüketici rantı, talep fonksiyonumuzun doğrusal olmasından dolayı, $Q(t, s) = q_1(t, s) + q_2(t, s)$ için,

$$CS(t, s) = \frac{1}{2}[a - (a - Q(t, s))]Q(t, s) \quad (3.62)$$

dir.

Ülke refahı fonksiyonu $W(t, s)$, t ve s ' ye göre eşanlı maksimize edildiğinde, ARGE durumu için optimal ithalat vergi oranı,

$$t^* = \frac{a}{3} \quad (3.63)$$

ve optimal ARGE sübvansiyon oranı,

$$s^* = \frac{\gamma(2a - 3c_2)}{27(\gamma - 1)} \quad (3.64)$$

bulunmuştur.

Aşağıda, devletin yerel firmanın ARGE çalışmalarını desteklemek için belirlediği sübvansiyon oranının, yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumuna bakılmıştır, Sübvansiyon oranı s 'nin c_2 ve γ 'ya göre türevlerine bakıldığında,

$$\frac{\partial s}{\partial c_2} = \frac{\gamma}{9 - 9\gamma}$$

ARGE durumu için de c_2 'nin alabileceği değerler aralığı $(0, \frac{a}{2})$ dir. ARGE

durumu için yerel firmanın marjinal ARGE maliyeti $\gamma > \frac{2a}{3c_2}$ koşulunu

sağlamaktadır.*

Bu koşullar altında, sübvansiyon oranının marjinal maliyete göre türevi negatiftir. Yani

$$\frac{\partial s}{\partial c_2} = \frac{\gamma}{9 - 9\gamma} < 0$$

dır.

Aynı şekilde, sübvansiyon oranının marjinal ARGE maliyetine göre türevine bakıldığında,

$$\frac{\partial s}{\partial \gamma} = \frac{-2a + 3c_2}{27(1 - \gamma)^2}$$

oluyor.

$$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2}) \text{ ve } \forall \gamma > \frac{2a}{3c_2} \text{ için}$$

*Parametreler ile ilgili koşul sınamaları yapılmıştır. (bkz. EK D) Sınamalar sonucu parametre aralıkları şöyledir: $\frac{a}{2} > c_2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c_2}$. Çalışmadaki tüm grafikler bu aralıklar için çizdirilmiştir ve $a = 100$ alınmıştır.

$$\frac{\partial s}{\partial \gamma} = \frac{-2a + 3c_2}{27(1-\gamma)^2} < 0$$

oluyor.

Sübvansiyon oranı, marjinal maliyetlerin azalan bir fonksiyonudur. Marjinal maliyetleri artıkça devletin yerel firmaya desteği azalıyor. Hem marjinal maliyetin hem de marjinal ARGE maliyetinin en yüksek olduğu değerlerde, sübvansiyon oranı en düşük değerlerini alıyor. (bkz. EK.A Şekil A.1)

Önerme 2. Yerel firmanın marjinal maliyetleri artıkça devletin ARGE çalışmaları için vereceği destek azalır.

Bulunan optimal ithalat vergi oranı t^* ve optimal sübvansiyon miktarı s^* , ARGE miktarı x_2 'de yerine koyulduğunda optimal ARGE miktarı,

$$x_2^* = \frac{2a - 3c_2}{3(\gamma - 1)} \quad (3.65)$$

oluyor. ARGE miktarının, yerel firmanın marjinal maliyeti, c_2 ve ARGE maliyeti, γ sabit parametrelerine göre incelendiğinde aşağıdaki sonuçları elde edilmiştir

$$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2}) \text{ ve } \forall \gamma > \frac{2a}{3c_2} \text{ için}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial c_2} = \frac{1}{1-\gamma} < 0$$

oluyor.

Yerel firmanın marjinal maliyeti artıkça ARGE miktarı azalıyor. Aynı şekilde,

$$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2}) \text{ ve } \forall \gamma > \frac{2a}{3c_2} \text{ için}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial \gamma} = \frac{-2a + 3c_2}{3(-1 + \gamma)^2} < 0$$

oluyor.

Yerel firmanın marjinal ARGE maliyeti artıkça ARGE miktarı azalıyor.

Yerel firmanın marjinal maliyeti ve ARGE maliyetinin en düşük olduğu yerde ürettiği ARGE miktarı en fazladır. ARGE miktarının en az olduğu değer de maliyetlerin en yüksek olduğu değerdir. Maliyetlerin düşük olması ARGE çalışmalarını kolaylaştıran etkenlerdir. (bkz. EK A. Şekil A.2)

ARGE durumunda piyasa fiyatı,

$$P(t, s) = a - (q_1(t, s) + q_2(t, s)) \quad (3.66)$$

Eşitliğinde, firmaların üretim miktarları yerine koyulduğunda

$$P^*(t, s) = \frac{6a - 4a\gamma - 3c_2\gamma}{9 - 9\gamma} \quad (3.67)$$

bulunur

Fiyat fonksiyonun, yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumu incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2}) \text{ ve } \forall \gamma > \frac{2a}{3c_2} \text{ için}$$

$$\frac{\partial P}{\partial c_2} = \frac{\gamma}{3(-1 + \gamma)} > 0$$

ve

$$\frac{\partial P}{\partial \gamma} = -\frac{(2a - 3c_2)^2}{18(-1 + \gamma)^2} > 0$$

olur.

Yerel firmanın marjinal maliyetleri arttıkça ARGE durumu için piyasa fiyatı yükselmektedir.

Fiyatın en yüksek olduğu değer, marjinal maliyetlerin ikisinin birden en yüksek olduğu değerleridir. Marjinal maliyetlerin en düşük olduğu değerde, fiyat da en düşük değerindedir. (bkz. EK A. Şekil A.3) Yani ARGE durumu için, teknoloji transferi durumundaki piyasa fiyatı ve yerel firmanın marjinal maliyetleri arasındaki ilişkinin tam tersi bir sonuç çıkmıştır.

Optimal tüketici rantı CS^* ,

$$CS^* = \frac{(20c_2 - 29a + \gamma(45a - 27c_2))^2}{2(47 - 81\gamma)^2} \quad (3.68)$$

olur.

Optimal piyasa üretim miktarı,

$$Q^* = \frac{29a - 20c_2 - 45a\gamma + 27c_2\gamma}{47 - 81\gamma} \quad (3.69)$$

olur.

ARGE durumu optimal vergi oranı t^* ve optimal sübvansiyon miktarı s^* ülke refahı denkleminde yerine koyulduğunda ülke refahı,

$$W^* = \frac{4ac_2(16 - 27\gamma) + 3c_2^2(-16 + 27\gamma) + a^2(-37 + 63\gamma)}{-94 + 162\gamma} \quad (3.70)$$

olarak bulunur.

Yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre, ARGE durumu ülke refahının durumu incelenmiştir. İlk olarak, yerel firmanın marjinal maliyetine göre durumuna bakıldığında,

$$\frac{\partial W}{\partial c_2} = \frac{(2a - 3c_2)\gamma}{3 - 3\gamma}$$

olur.

$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2})$ ve $\forall \gamma > \frac{2a}{3c_2}$ için

$$\frac{\partial W}{\partial c_2} = \frac{(2a - 3c_2)\gamma}{3 - 3\gamma} < 0$$

dır.

ARGE durumunda yerel firmanın marjinal maliyeti artıkça, ülke refahı azalmaktadır. Benzer olarak ülke refahının, yerel firmanın marjinal ARGE maliyetine göre durumu incelendiğinde,

$$\frac{\partial W}{\partial \gamma} = -\frac{(2a - 3c_2)^2}{18(\gamma - 1)^2}$$

olur ki

$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2})$ ve $\forall \gamma > \frac{2a}{3c_2}$ için

$$\frac{\partial W}{\partial \gamma} = -\frac{(2a - 3c_2)^2}{18(\gamma - 1)^2} < 0$$

dır. Yerel firmanın marjinal ARGE maliyetinin artması ile ülke refahı da artmaktadır. Yerel firmanın marjinal maliyetlerinin en düşük olduğu noktada, ülke refahı en büyük değerini alıyor ve marjinal maliyetlerin en yüksek olduğu değerde ülke refahı en düşük değerini alıyor. (bkz. EK A. Şekil A.4)

4. TEKNOLOJİ TRANSFERİ İLE ARGE'NİN KARŞILAŞTIRILMASI

Önceki bölümlerde sırasıyla, teknoloji transferinin gerçekleştiği ve ARGE çalışmalarının desteklendiği durumlardaki yerel firmanın optimal karlarına bakılığında, teknoloji transferi durumu için yerel firmanın optimal karı,

$$\pi_2^*(t, 0) = \frac{16}{729}(-3a + c_2)^2$$

olur ve ARGE durumu için yerel firmanın optimal karı,

$$\pi_2^*(t, s) = \frac{(2a - 3c_2)^2 \gamma(-7 + 8\gamma)}{162(\gamma - 1)^2}$$

olur.

Aynı parametrik değerler altında, yerel firmanın marjinal maliyeti, c_2 ' nin alabileceği her değeri için, teknoloji transferi durumundaki karının ARGE durumundaki karından hep daha büyük olduğunu görüyoruz. Yani,

$$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2}) \text{ ve } \forall \gamma > \frac{2a}{3c_2} \text{ için}$$

$$\pi_2^*(t, 0) > \pi_2^*(t, s)$$

olur.

Yerel firmanın kar durumunu düşünüldüğünde, yerel firmanın ARGE desteği yerine teknoloji transferinin gerçekleşmesini isteyeceği açıktır. Bu sonuçtan yola çıkarak aşağıdaki önermeyi yazabiliriz.

Önerme 3. Yerel firma için teknoloji transferinin kolaylaştırıldığı bir politika, ARGE çalışmalarının desteklendiği politikadan daha karlıdır.

Önceki bölümlerde, teknoloji transferinin gerçekleştiği durumdaki piyasa fiyatının ve ARGE çalışmalarının desteklendiği durumdaki piyasa fiyatının,

yerel firmanın marjinal maliyetlerine, $c_2 - \gamma$, göre durumları incelenmiştir. Sonuç aşağıdaki önerme ile belirtilmiştir.

Önerme 4. Teknoloji transferi durumunda fiyatlar ARGE durumundaki fiyatlara göre daha düşüktür.

Teknoloji transferi durumu için piyasa fiyatı,

$$P(t, 0) = \frac{4}{27}(3a - c_2)$$

dir.

ARGE durumu için piyasa fiyatı,

$$P(t, s) = \frac{6a - 4a\gamma - 3c_2\gamma}{9 - 9\gamma}$$

dir.

$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2})$ ve $\forall \gamma > \frac{2a}{3c_2}$ için

$$P(t, 0) < P(t, s)$$

dir.

ARGE durumunda yerel firmanın maliyetlerinin teknoloji transferi durumuna göre daha fazla olması nedeni ile ARGE durumunda fiyatların daha yüksek olması beklenen bir durumdur.

Bununla birlikte, teknoloji transferi durumunda ARGE durumundan farklı olarak, yerel firmanın marjinal maliyeti artıkça piyasa fiyatı azalmaktadır.

Önceki bölümlerde, teknoloji transferi durumundaki optimal vergi oranı ile ARGE durumundaki optimal vergi oranı ve optimal sübvansiyon oranı bulunmuştur. Bulunan optimal sonuçları denklemlerde yerlerine koyularak, teknoloji transferi ve ARGE durumları için ayrı ayrı optimal ülke refahı, optimal tüketici rantı ve optimal piyasa üretim miktarları bulunmuştur. Bu bölümde bu fonksiyonların birbirlerine göre karşılaştırması yapılacaktır

4.1 Ülke Refahları Karşılaştırması

İlk önce ülke refahı karşılaştırması ele alınmıştır., teknoloji transferi durumundaki ile ARGE durumundaki ülke refahlarının farkları aşağıda şekilde alınmıştır. Bu fark

$$\Delta W = W_{TT} - W_{ARGE} = \frac{-36a^2 + 12ac_2(8 + \gamma) + c_2^2(-88 + 7\gamma)}{162(-1 + \gamma)} \quad (4.1)$$

şeklinde olur.

Önerme 5: Ülke refahları karşılaştırmasına göre modelimizin çözümü, yani (4.1) denkleminin çözümü,

$$\gamma > \frac{36a^2 - 96ac_2 + 88c_2^2}{12ac_2 + 7c_2^2}$$

olduğu durum için, {"Teknoloji Transferi", $t^* = \frac{a}{3} - \frac{4c_2}{9}$ } dır.

$$\frac{2a}{3c_2} < \gamma < \frac{36a^2 - 96ac_2 + 88c_2^2}{12ac_2 + 7c_2^2}$$

olduğu durum için {"ARGE", $t^* = \frac{a}{3}$, $s^* = \frac{\gamma(2a - 3c_2)}{27(\gamma - 1)}$ } dir.

$$\gamma = \frac{36a^2 - 96ac_2 + 88c_2^2}{12ac_2 + 7c_2^2}$$

olduğu durum için ise, ARGE durumunun ve teknoloji transferi durumunun ülke refahları aynı oluyor. Yani devlet iki politika arasında tarafsız kalıyor. Ancak bunun çok özel bir durum olduğu açıktır.

İspat: Ülke refahları farkı, yerel firmanın marjinal ARGE maliyeti için

$$\gamma = \frac{36a^2 - 96ac_2 + 88c_2^2}{12ac_2 + 7c_2^2}$$

eşitliğinin geçerli olduğu durumda sıfırdır. γ 'nın yukarıdaki değerden büyük oluşu durumlarda ΔW sıfırdan büyüktür, yani teknoloji transferi durumu için ülke refahı, ARGE durumu için söz konusu olan ülke refahından daha büyüktür ve

$$\gamma > \frac{36a^2 - 96ac_2 + 88c_2^2}{12ac_2 + 7c_2^2}$$

olduğu durumlarda devlet, yabancı firmaya

$$t^* = \frac{a}{3} - \frac{4c_2}{9}$$

ithalat vergi oranını uygulayarak teknoloji transferinin kolaylaşmasını sağlayacaktır.

γ 'nın yukarıdaki değerden küçük olduğu durumlarda ise ARGE durumundaki ülke refahı, teknoloji transferi durumundaki ülke refahından daha büyüktür.

$$\frac{2a}{3c_2} < \gamma < \frac{36a^2 - 96ac_2 + 88c_2^2}{12ac_2 + 7c_2^2}$$

Durumunda devlet, yabancı firmaya

$$t^* = \frac{a}{3}$$

ithalat vergi oranını uygularken, yerel firmaya da

$$s^* = \frac{\gamma(2a - 3c_2)}{27(\gamma - 1)}$$

oranında sübvansiyon sağlayarak ARGE çalışmalarının yapılmasını destekleyecektir.

Ülke refahları farkını iki sabit parametreye göre karşılaştırılmıştır. Bu iki sabit parametre: c_2 , yerel firmanın marjinal maliyeti ve γ , yerel firmanın marjinal ARGE maliyetidir.

Ülke refahları farkının, yerel firmanın marjinal maliyetine göre türevine bakıldığında,

$$\frac{\partial \Delta W}{\partial c_2} = \frac{6a(8 + \gamma) + c_2(7\gamma - 88)}{81(\gamma - 1)}$$

olur. Bu türev, marjinal maliyetlerin alabildiği değerler aralığında pozitiftir.

Yani,

$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2})$ ve $\forall \gamma > \frac{2a}{3c_2}$ için

$$\frac{\partial \Delta W}{\partial c_2} = \frac{6a(8 + \gamma) + c_2(7\gamma - 88)}{81(\gamma - 1)} > 0$$

dır. Yerel firmanın marjinal maliyeti arttıkça, ΔW de artmaktadır. Yerel firmanın marjinal ARGE maliyeti için de aynı değer aralığı içinde ülke refahları farkı incelendiğinde,

$$\frac{\partial \Delta W}{\partial \gamma} = \frac{(2a - 3c_2)^2}{18(\gamma - 1)^2} > 0$$

olur.

Yerel firmanın marjinal maliyeti, c_2 ' nin düşük olduğu değerlerde ülke refahları arasındaki farkın negatif olduğunu yani, ARGE durumunun, teknoloji transferi durumuna göre ülke refahı açısından daha karlı olduğunu gösteriyor. c_2 ' nin en yüksek olduğu değerde ise ülke refahları arasındaki farkın pozitif olduğu gözüküyor. Yani yerel firmanın marjinal maliyetinin yüksek olduğu değerde teknoloji transferi durumundaki ülke refahı ARGE durumundaki ülke refahından daha büyük oluyor. Maliyetlerin düşük olduğu durumda ARGE çalışmalarının desteklenmesi daha avantajlı oluyor. Maliyetlerin yüksek olduğu durumda ise devlet vergi oranları ile teknoloji transferini desteklemelidir.

Farkın en büyük pozitif olduğu değer, hem marjinal maliyetin - c_2 - hem de marjinal ARGE maliyetinin - γ - en yüksek olduğu değerdir. Yani, yerel firmanın marjinal maliyeti ve marjinal ARGE maliyeti yüksekse ülke refahı açısından teknoloji transferi teşvik edilmelidir. Farkın en düşük ve negatif olduğu değerde, hem c_2 ' nin hem de γ ' nin en düşük olduğu değerlerdir.(bkz. EK A. Şekil A.5) Yerel firmanın hem marjinal maliyeti hem de marjinal ARGE maliyetleri düşüğe ARGE çalışmaları desteklenmelidir.

Önerme 6. Yerel firmanın marjinal maliyetlerinin düşük olduğu durumlarda yerel firma ARGE çalışmaları için desteklenmelidir. Yerel firmanın marjinal maliyetlerinin yüksek olduğu durumlarda ise yabancı firma için teknoloji transferi kolaylaştırılmalıdır.

4.2 Piyasa Toplam Üretim Miktarları Karşılaştırması

Teknoloji transferi durumunda piyasa toplam üretim miktarı ile ARGE durumundaki piyasa toplam üretim miktarı farkını, yine yerel firmanın marjinal maliyet ve marjinal ARGE maliyet sabit parametrelerine göre incelenmiştir.

Önceki bölümlerde bulunan optimal piyasa üretim miktarlarının farkını aldığımızda,

$$\Delta Q = Q_{TT} - Q_{ARGE} = \frac{6a + 4c_2 - 13c_2\gamma}{9 - 9\gamma} \quad (4.2)$$

olur.

Önerme 7: (4.2) denkleminin çözümü,

$$\gamma > \frac{4}{13} + \frac{6a}{13c_2}$$

olduğu durum için, {"Teknoloji Transferi", $t^* = \frac{a}{3} - \frac{4c_2}{9}$ } dır.

$$\frac{2a}{3c_2} < \gamma < \frac{4}{13} + \frac{6a}{13c_2}$$

olduğu durum için {"ARGE", $t^* = \frac{a}{3}$, $s^* = \frac{\gamma(2a - 3c_2)}{27(\gamma - 1)}$ } dir.

$$\gamma = \frac{4}{13} + \frac{6a}{13c_2}$$

olduğu durum için ise, ARGE durumunun ve teknoloji transferi durumunun toplam piyasa üretim miktarları aynı oluyor.

İspat: ΔQ farkı,

$$\gamma = \frac{4}{13} + \frac{6a}{13c_2}$$

olduğu durumda sıfırdır.

$$\gamma > \frac{4}{13} + \frac{6a}{13c_2}$$

için ΔQ da pozitifdir. Yani teknoloji transferi durumundaki toplam piyasa üretim miktarı, ARGE durumundaki toplam piyasa üretim miktarından daha büyüktür.

$$\frac{2a}{3c_2} < \gamma < \frac{4}{13} + \frac{6a}{13c_2}$$

olduğu durumda ise ΔQ negatiftir. Yani ARGE durumundaki toplam piyasa üretim miktarı, teknoloji transferi durumundaki toplam piyasa üretim miktarından daha büyüktür.

Toplam piyasa üretim miktarları farkının yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumu incelenmiştir.

$$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2}) \text{ ve } \forall \gamma > \frac{2a}{3c_2} \text{ için}$$

$$\frac{\partial \Delta Q}{\partial c_2} = \frac{4}{27} + \frac{\gamma}{3(\gamma-1)} > 0$$

ve

$$\frac{\partial \Delta Q}{\partial \gamma} = \frac{2a - 3c_2}{9(\gamma-1)^2} > 0$$

dir.

Yerel firmanın marjinal maliyeti, c_2 , büyüdükçe farkın da büyüdüğünü görüyoruz. Aynı zamanda yerel firmanın marjinal ARGE maliyeti, γ , büyüdükçe piyasa toplam üretim miktarları farkının büyüdüğünü görüyoruz. Teknoloji transferi durumundaki toplam üretim miktarının ARGE durumundaki toplam üretim miktarından en büyük olduğu değerler, yerel firmanın hem marjinal maliyetinin hem de marjinal ARGE maliyetinin en yüksek olduğu değerlerdir. Farkın en düşük olduğu değerler de yerel firmanın hem marjinal maliyetinin hem marjinal ARGE maliyetinin en düşük olduğu değerlerdir. (bkz. EK A. Şekil A.6)

4.3 Tüketici Rantları Karşılaştırması

Teknoloji transferi durumundaki tüketici rantları ile ARGE durumundaki tüketici rantlarını karşılaştıralım. Her iki farklı durumdaki tüketici rantları farkını aldığımızda,

$$\Delta CS = CS_{TT} - CS_{ARGE} = \frac{(15a + 4c_2)^2 - \frac{9(a(3 - 5\gamma) + 3c_2\gamma)^2}{(1 - \gamma)^2}}{1458} \quad (4.3)$$

oluyor.

(4.3) denkleminin çözümü de, (4.2)'nin çözümü ile aynıdır.

$$\gamma > \frac{4}{13} + \frac{6a}{13c_2}$$

olduğu durum için, {"Teknoloji Transferi", $t^* = \frac{a}{3} - \frac{4c_2}{9}$ } dır.

$$\frac{2a}{3c_2} < \gamma < \frac{4}{13} + \frac{6a}{13c_2}$$

olduğu durum için {"ARGE", $t^* = \frac{a}{3}$, $s^* = \frac{\gamma(2a - 3c_2)}{27(\gamma - 1)}$ } dir.

$$\gamma = \frac{4}{13} + \frac{6a}{13c_2}$$

olduğu durum için ise, ARGE durumunun ve teknoloji transferi durumunun tüketici rantları aynı oluyor.

Tüketici karları farkının, yerel firmanın marjinal maliyeti, c_2 ve marjinal ARGE maliyeti, γ sabit parametrelerine göre durumu,

$$\forall c_2 \in (0, \frac{a}{2}) \text{ ve } \forall \gamma > \frac{2a}{3c_2} \text{ için}$$

$$\frac{\partial \Delta CS}{\partial c_2} = \frac{4}{729}(15a + 4c_2) - \frac{\gamma(3a - 5a\gamma + 3c_2\gamma)}{21(\gamma - 1)^2} > 0$$

ve

$$\frac{\partial \Delta CS}{\partial \gamma} = \frac{(2a - 3c_2)(-3c_2\gamma - 3a - 5a\gamma)}{81(\gamma - 1)^3} > 0$$

olur.

Tüketici rantları arasındaki fark, yerel firmanın marjinal maliyeti, c_2 artıkça artıyor. Yerel firmanın marjinal ARGE maliyeti, γ artıkça da artıyor. Hem c_2 'nin hem de γ 'nin en büyük olduğu yerde, teknoloji transferi durumundaki tüketici rantı, ARGE durumundaki tüketici rantından daha büyük. Bunun tam tersi de geçerli, c_2 ve γ 'nin en küçük olduğu yerde, fark da en küçük oluyor. (bkz. EK A. Şekil A.7)

Yaptığımız karşılaştırma sonuçlarına göre, yerel firmanın maliyetlerinin gerek üretim maliyeti gerekse ARGE maliyetlerinin düşük olduğu durumlarda devlet ARGE desteğini daha ön planda tutacaktır. Yerel firmanın maliyetlerinin büyük olduğu durumlarda ise teknoloji transferini kolaylaştırma politikasını seçecektir.

Yerel firmanın, tercih edeceği durum ise her zaman teknoloji transferi olacaktır. Çünkü teknoloji transferi durumundaki karı ARGE durumundaki karından her zaman daha büyüktür.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Çalışmada, yerel firmaların teknolojik gelişimlerini destekleyen iki politikanın karşılaştırması yapılmıştır; yabancı firmaya teşvik edici bir ithalat vergi oranı uygulaması ile teknoloji transferinin sağlanması veya ARGE çalışmalarının desteklenmesi. Literatürden incelenen teknoloji transferi ile ilgili çalışmalar, özellikle Kabiraj ve Marjit (2002), teknoloji transferi durumu ile teknoloji transferi yapılmayan durumun karşılaştırmasını yapmış, optimal ithalat vergi politikaları altında teknoloji transferinin devletin tercih edeceği bir politika olduğunu göstermiştir. ARGE ile ilgili incelenen çalışmalar ve özellikle Aspremont ve Jacquemin (1988) ise optimal sübvansiyon oranı ile devletin ARGE çalışmalarını destekleme konusunda istekli olacağını göstermiştir. Bu çalışmada ise Cournot rekabeti yaşanan bir piyasada devlet için hangi politikanın desteklenmeye daha uygun olacağını oyun kuramsal bir model yardımıyla araştırılmıştır: optimal ithalat vergi oranı uygulaması ile gerçekleştirilecek teknoloji transferi mi optimal sübvansiyon oranı ile gerçekleştirilecek ARGE çalışmaları mı?

Elde ettiğimiz sonuçlara göre maliyetlerin yüksek olduğu durumlarda devlet teknoloji transferini tercih ederken maliyetlerin düşük olduğu durumlarda ARGE çalışmalarını tercih etmektedir.

Bu çalışma, literatür için teknoloji transferi ya da ARGE gibi yerel firmalarının teknolojik gelişimlerine büyük katkısı olan iki durumun karşılaştırmasını yapmıştır.

Bundan sonraki aşamada, teknoloji transferi durumu için, devletin ithalat vergi oranını, firmaların lisanslama anlaşması kararını almalarından sonra açıklaması durumu incelenebilir. Aynı şekilde ARGE durumu için, devletin sübvansiyon oranını, yerel firmanın ARGE miktarına karar vermesi sonrası açıklamasının sonuçları nasıl değiştireceğine bakılabilir.

Teknoloji transferi durumunda yerel firma tarafından 3denen lisanslama 3creti için bir pazarlık modeli yaratılması da ilginç olacaktır.

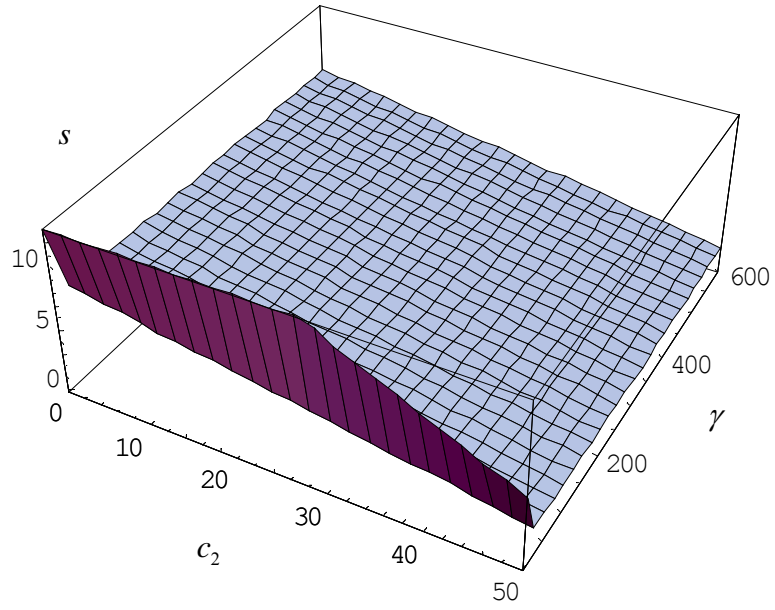
Bu çalışmanın sonrasında, elde edilen sonuçlar, yaşanmış durumlar ve 3rnek bir gerçek piyasa incelenerek somutlaştırılabilir.

KAYNAKLAR

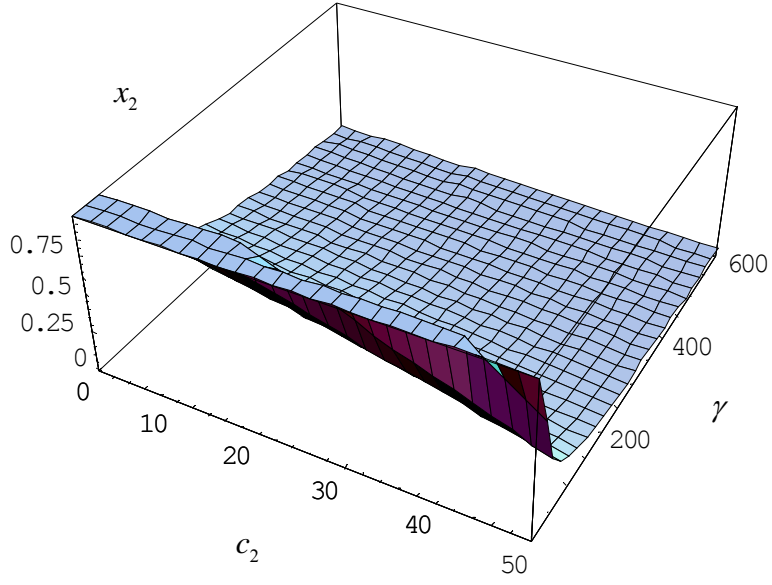
- Blalock, G. ve Getzler, P.J.**, 2008. Welfare gains from Foreign Direct Investment through technology transfer to local suppliers, *Journal of Economics*, 74 (2008), 402 - 421
- d' Aspremont, C. ve Jacquemin, A.**, 1988. Joint R&D ventures, Cooperative and non-cooperative R&D in duopoly with spillovers, *American Economic Review*, 1988, vol. 78, pp. 1133-7
- Kabiraj, T. ve Marjit, S.**, 2002. Protecting consumers through protection: The role of tariff-induced technology transfer, *European Economic Review*, 47 (2003), 113-124.
- Leahy, D. ve Neary, J. P.**, 1996. International R&D Rivalry and Industrial Strategy without Government Commitment, *Review of International Economics*, 4(3), 322-338, 1996.
- Lukach, R., Kort, P. M. ve Plasmans, J.**, 2006. Optimal R&D investment strategies under the threat of new technology entry, *International Journal of Industrial Organization*.
- Mukherjee, A. ve Marjit, S.**, 2004. R&D Organization and Technology Transfer, *Group decision and negotiation*, 13:243-258, 2004.
- Mukherjee, A. ve Pennings, E.**, 2005. Tariffs, licensing and market structure, *European Economic Review*, 50 (2006), 1699-1707.
- Neary, J.P. ve O'Sullivan, P.**, 1999. Beat'em or Join'em? Export Subsidies versus International Research Joint Ventures in Oligopolistic Markets, *Scand J. Of Economics*, 101(4), 577-596, 1999.

EKLER

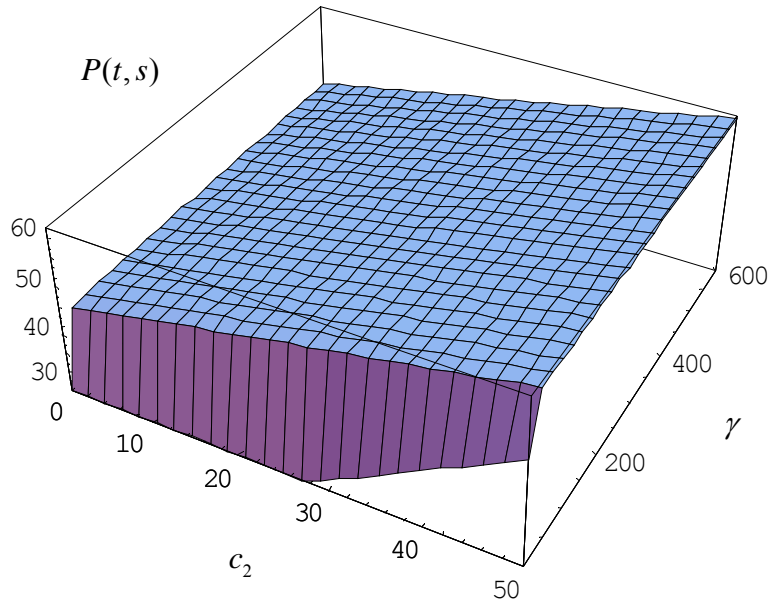
EK A. Mathematica Çıktıları – Grafikler



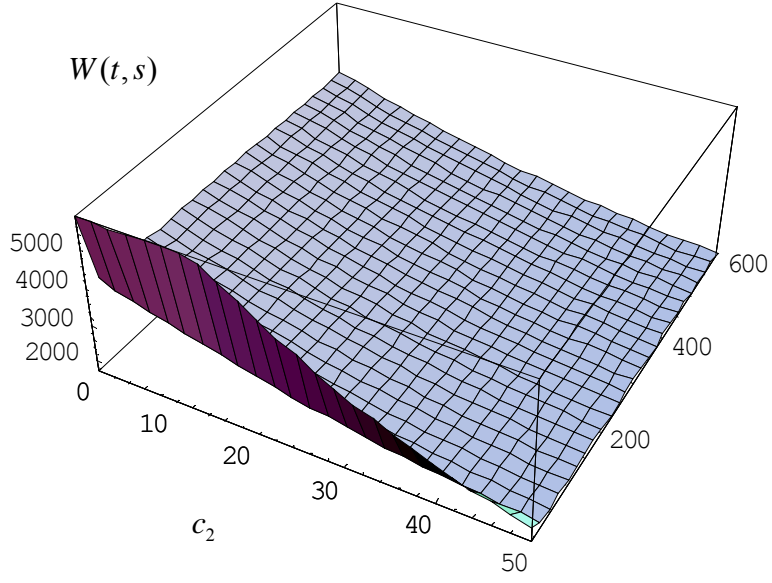
Şekil A.1 Sübvansiyon oranının yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumu.



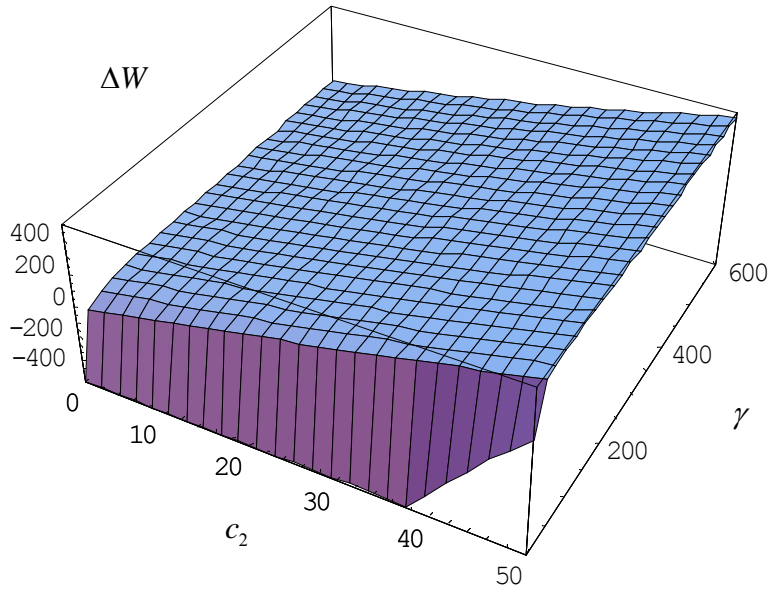
Şekil A.2 Yerel firmanın ARGE miktarının, marjinal maliyetlerine göre durumu.



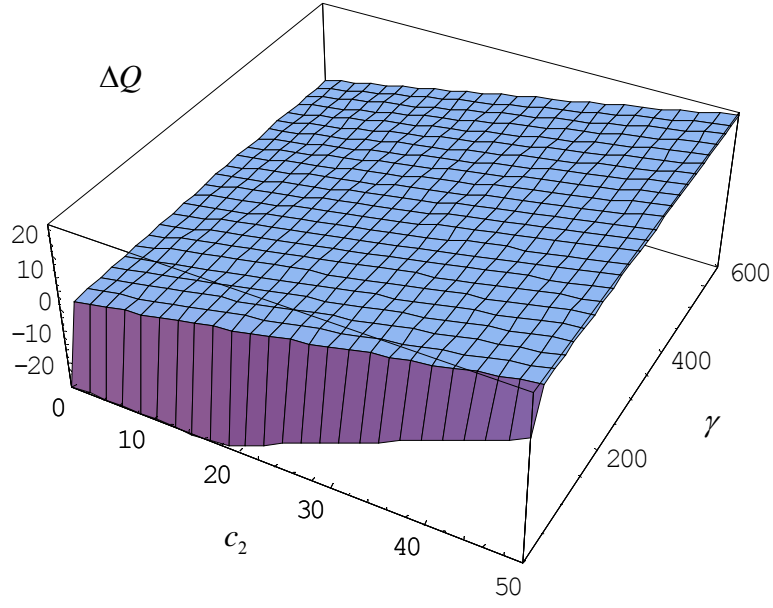
Şekil A.3 ARGE durumunda piyasa fiyatının, yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumu.



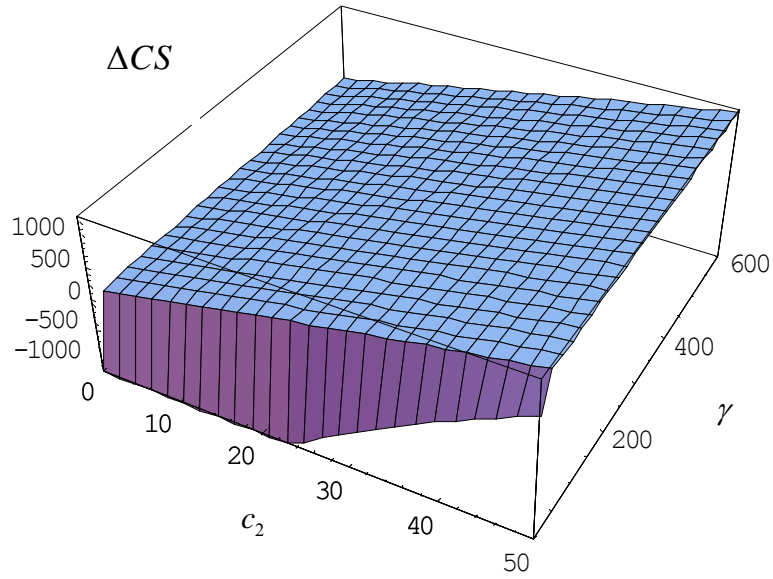
Şekil A.4 ARGE durumunda ülke refahının, yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumu.



Şekil A.5 Ülke refahları farkının, yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumu.



Şekil A.6 Toplam piyasa üretim miktarları farkının, yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumu.



Şekil A.7 Tüketici rantları farkının, yerel firmanın marjinal maliyetlerine göre durumu.

EK B. Mathematica Çıktıları - Hesaplamalar

TEKNOLOJİ TRANSFERİ

```

pro1TT=(a-(q1+q2))q1-t*q1
q1 (a-q1-q2)-q1 t
pro2TT=(a-(q1+q2))q2
(a-q1-q2) q2
Solve[∂q1 pro1TT == 0, q1]

```

$$\left\{ \left\{ q_1 \rightarrow \frac{1}{2} (a - q_2 - t) \right\} \right\}$$

$$\text{eqq1TT} = \frac{1}{2} (a - q_2 - t)$$

$$\frac{1}{2} (a - q_2 - t)$$

$$\text{Solve}[\partial_{q_2} \text{pro2TT} = 0, q_2]$$

$$\left\{ \left\{ q_2 \rightarrow \frac{a - q_1}{2} \right\} \right\}$$

$$\text{eqq2TT} = \frac{a - q_1}{2}$$

$$\frac{a - q_1}{2}$$

$$\text{Solve}[\{\text{eqq1TT} = q_1, \text{eqq2TT} = q_2\}, \{q_1, q_2\}]$$

$$\left\{ \left\{ q_1 \rightarrow \frac{1}{3} (a - 2t), q_2 \rightarrow \frac{a + t}{3} \right\} \right\}$$

$$\text{eqq1TT} = \frac{1}{3} (a - 2t)$$

$$\frac{1}{3} (a - 2t)$$

$$\text{eqq2TT} = \frac{a + t}{3}$$

$$\frac{a + t}{3}$$

$$\text{eqpro1TT} = (a - (\text{eqq1TT} + \text{eqq2TT})) \text{eqq1TT} - t * \text{eqq1TT}$$

$$-\frac{1}{3} (a - 2t) t + \frac{1}{3} (a - 2t) \left(a + \frac{1}{3} (-a - t) + \frac{1}{3} (-a + 2t) \right)$$

$$\text{Simplify}[\text{eqpro1TT}]$$

$$\frac{1}{9} (a - 2t)^2$$

$$\text{eqpro2TT} = (a - (\text{eqq1TT} + \text{eqq2TT})) \text{eqq2TT}$$

$$\frac{1}{3} (a + t) \left(a + \frac{1}{3} (-a - t) + \frac{1}{3} (-a + 2t) \right)$$

$$\text{Simplify}[\text{eqpro2TT}]$$

$$\frac{1}{9} (a + t)^2$$

$$\text{Simplify}[\text{eqindproTT} = \text{eqpro1TT} + \text{eqpro2TT}]$$

$$\frac{1}{9} (2a^2 - 2at + 5t^2)$$

$$\text{pro1NTT} = (a - (q_1 + q_2)) q_1 - t * q_1$$

$$q_1 (a - q_1 - q_2) - q_1 t$$

$$\text{pro2NTT} = (a - (q_1 + q_2)) q_2 - c_2 * q_2$$

$$-c_2 q_2 + (a - q_1 - q_2) q_2$$

$$\text{Solve}[\partial_{q_1} \text{pro1NTT} = 0, q_1]$$

$$\left\{ \left\{ q_1 \rightarrow \frac{1}{2} (a - q_2 - t) \right\} \right\}$$

$$\text{eqq1NIT} = \frac{1}{2} (a - q_2 - t)$$

$$\frac{1}{2} (a - q_2 - t)$$

$$\text{Solve}[\partial_{q_2} \text{pro2NIT} = 0, q_2]$$

$$\left\{ \left\{ q_2 \rightarrow \frac{1}{2} (a - c_2 - q_1) \right\} \right\}$$

$$\text{eqq2NTT} = \frac{1}{2} (a - c2 - q1)$$

$$\frac{1}{2} (a - c2 - q1)$$

Solve [{eqq1NTT==q1, eqq2NTT==q2}, {q1, q2}]

$$\left\{ \left\{ q1 \rightarrow \frac{1}{3} (a + c2 - 2t), q2 \rightarrow \frac{1}{3} (a - 2c2 + t) \right\} \right\}$$

$$\text{eqq1NTT} = \frac{1}{3} (a + c2 - 2t)$$

$$\frac{1}{3} (a + c2 - 2t)$$

$$\text{eqq2NTT} = \frac{1}{3} (a - 2c2 + t)$$

$$\frac{1}{3} (a - 2c2 + t)$$

$$\text{eqpro1NTT} = (a - (\text{eqq1NTT} + \text{eqq2NTT})) \text{eqq1NTT} - t * \text{eqq1NTT}$$

$$-\frac{1}{3} (a + c2 - 2t) t + \frac{1}{3} (a + c2 - 2t) \left(a + \frac{1}{3} (-a + 2c2 - t) + \frac{1}{3} (-a - c2 + 2t) \right)$$

Simplify [eqpro1NTT]

$$\frac{1}{9} (a + c2 - 2t)^2$$

$$\text{eqpro2NTT} = (a - (\text{eqq1NTT} + \text{eqq2NTT})) \text{eqq2NTT} - c2 * \text{eqq2NTT}$$

$$-\frac{1}{3} c2 (a - 2c2 + t) + \frac{1}{3} (a - 2c2 + t) \left(a + \frac{1}{3} (-a + 2c2 - t) + \frac{1}{3} (-a - c2 + 2t) \right)$$

Simplify [eqpro2NTT]

$$\frac{1}{9} (a - 2c2 + t)^2$$

Simplify [eqindproNTT=eqpro1NTT+eqpro2NTT]

$$\frac{1}{9} (2a^2 + 5c2^2 - 8c2t + 5t^2 - 2a(c2 + t))$$

Simplify [CSNTT = $\frac{(\text{eqq1NTT} + \text{eqq2NTT})^2}{2}$]

$$\frac{1}{18} (-2a + c2 + t)^2$$

Simplify [WNNTT=CSNTT+eqpro2NTT+t*eqq1NTT]

$$\frac{1}{6} (2a^2 - 4ac2 + 3c2^2 + 2at - 3t^2)$$

Solve [∂_tWNNTT == 0, t]

$$\left\{ \left\{ t \rightarrow \frac{a}{3} \right\} \right\}$$

$$\bar{t} = \frac{a}{3}$$

$$\frac{a}{3}$$

Simplify [eqWNNTT = $\frac{1}{6} (2a^2 - 4ac2 + 3c2^2 + 2a\bar{t} - 3\bar{t}^2)$]

$$\frac{1}{18} (7a^2 - 12ac2 + 9c2^2)$$

Simplify [∂_{c2} eqWNNTT]

$$-\frac{2a}{3} + c2$$

Simplify [∂_{c2} eqWNNTT < 0, {a > 0, $\frac{a}{2} > c2 > 0$ }]

True

Simplify[$\Delta \text{indpro} = \text{eqindproTT} - \text{eqindproNTT}$]

$$\frac{1}{9} c^2 (2a - 5c^2 + 8t)$$

$$\Delta \text{indpro} = \frac{1}{9} c^2 (2a - 5c^2 + 8t)$$

$$\frac{1}{9} c^2 (2a - 5c^2 + 8t)$$

Simplify[$\Delta \text{indpro} > 0$]

$$c^2 (2a - 5c^2 + 8t) > 0$$

Simplify[$\text{eqF} = \text{eqpro2TT} - \text{eqpro2NTT}$]

$$\frac{4}{9} c^2 (a - c^2 + t)$$

Solve[$\text{eqF} = F, F$]

$$\left\{ \left\{ F \rightarrow \frac{4}{9} (ac^2 - c^2^2 + c^2 t) \right\} \right\}$$

$$\text{eqF} = \frac{4}{9} (ac^2 - c^2^2 + c^2 t)$$

$$\frac{4}{9} (ac^2 - c^2^2 + c^2 t)$$

Simplify[$\text{eqCSTT} = \frac{(\text{eqq1TT} + \text{eqq2TT})^2}{2}$]

$$\frac{1}{18} (-2a + t)^2$$

Simplify[$\text{eqQTT} = \text{eqq1TT} + \text{eqq2TT}$]

$$\frac{1}{3} (2a - t)$$

Simplify[$\text{eqPTT} = a - (\text{eqq1TT} + \text{eqq2TT})$]

$$\frac{a + t}{3}$$

eqWTT = $\text{eqCSTT} + \text{eqpro2TT} - \text{eqF} + t * \text{eqq1TT}$

$$\frac{1}{3} (a - 2t) t - \frac{4}{9} (ac^2 - c^2^2 + c^2 t) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} (a - 2t) + \frac{a + t}{3} \right)^2 + \frac{1}{3} (a + t) \left(a + \frac{1}{3} (-a - t) + \frac{1}{3} (-a + 2t) \right)$$

Simplify[eqWTT]

$$\frac{1}{18} (6a^2 - 8ac^2 + 8c^2^2 + 6at - 8c^2 t - 9t^2)$$

Solve[$\partial_t \text{eqWTT} = 0, t$]

$$\left\{ \left\{ t \rightarrow \frac{1}{9} (3a - 4c^2) \right\} \right\}$$

$$t^* = \frac{1}{9} (3a - 4c^2)$$

$$\frac{1}{9} (3a - 4c^2)$$

$$\frac{\partial c^2 t^*}{4}$$

$$-\frac{1}{9}$$

Simplify[$\text{eqCSTT} = \frac{1}{18} (-2a + t^*)^2$]

$$\frac{(15a + 4c^2)^2}{1458}$$

Simplify[$\text{eqQTT} = \frac{1}{3} (2a - t^*)$]

$$\frac{5a}{9} + \frac{4c^2}{27}$$

$$\text{Simplify}\left[\text{eqPIT} = \frac{a + t^*}{3}\right]$$

$$\frac{4}{27} (3a - c^2)$$

$$\text{Simplify}[\partial_{c^2} \text{eqPIT}]$$

$$-\frac{4}{27}$$

$$\text{eqWIT} = \frac{1}{18} (6a^2 - 8ac^2 + 8c^2^2 + 6at^* - 8c^2t^* - 9t^{*2})$$

$$\frac{1}{18} \left(6a^2 + \frac{2}{3} a (3a - 4c^2) - \frac{1}{9} (3a - 4c^2)^2 - 8ac^2 - \frac{8}{9} (3a - 4c^2) c^2 + 8c^2^2 \right)$$

$$\text{Simplify}[\partial_{c^2} \text{eqWIT}]$$

$$-\frac{8}{81} (6a - 11c^2)$$

$$\text{Simplify}[\partial_{c^2} \text{eqWIT} < 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0\}]$$

True

$$\text{Simplify}[\partial_{c^2} \text{eqWIT} > \partial_{c^2} \text{eqWIT}, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0\}]$$

True

ARGE

$$\text{pro1ARGE} = (a - (q_1 + q_2)) q_1 - t^* q_1$$

$$q_1 (a - q_1 - q_2) - q_1 t$$

$$\text{pro2ARGE} = (a - (q_1 + q_2)) q_2 - (c^2 - x^2) q_2 - \gamma \frac{x^2^2}{2} + s * x^2$$

$$(a - q_1 - q_2) q_2 - q_2 (c^2 - x^2) + s x^2 - \frac{x^2^2 \gamma}{2}$$

$$\text{Solve}[\partial_{q_1} \text{pro1ARGE} == 0, q_1]$$

$$\left\{ \left\{ q_1 \rightarrow \frac{1}{2} (a - q_2 - t) \right\} \right\}$$

$$\text{eqq1ARGE} = \frac{1}{2} (a - q_2 - t)$$

$$\frac{1}{2} (a - q_2 - t)$$

$$\text{Solve}[\partial_{q_2} \text{pro2ARGE} == 0, q_2]$$

$$\left\{ \left\{ q_2 \rightarrow \frac{1}{2} (a - c^2 - q_1 + x^2) \right\} \right\}$$

$$\text{eqq2ARGE} = \frac{1}{2} (a - c^2 - q_1 + x^2)$$

$$\frac{1}{2} (a - c^2 - q_1 + x^2)$$

$$\text{Solve}[\{\text{eqq1ARGE} == q_1, \text{eqq2ARGE} == q_2\}, \{q_1, q_2\}]$$

$$\left\{ \left\{ q_1 \rightarrow \frac{1}{3} (a + c^2 - 2t - x^2), q_2 \rightarrow \frac{1}{3} (a - 2c^2 + t + 2x^2) \right\} \right\}$$

$$\text{eqq1ARGE} = \frac{1}{3} (a + c^2 - 2t - x^2)$$

$$\frac{1}{3} (a + c^2 - 2t - x^2)$$

$$\text{eqq2ARGE} = \frac{1}{3} (a - 2c^2 + t + 2x^2)$$

$$\frac{1}{3} (a - 2c^2 + t + 2x^2)$$

$$\text{Simplify}[\text{eqpro2ARGE} = (a - (\text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE})) \text{eqq2ARGE} - (c^2 - x^2) \text{eqq2ARGE} - \gamma \frac{x^2}{2} + s * x^2]$$

$$\frac{1}{18} (2a^2 + 8c^2 + 2t^2 + 18sx^2 + 8tx^2 + 8x^2 - 8c^2(t + 2x^2) + a(-8c^2 + 4t + 8x^2) - 9x^2 \gamma)$$

$$\text{Solve}[\partial_{x^2} \text{eqpro2ARGE} == 0, x^2]$$

$$\left\{ \left\{ x^2 \rightarrow \frac{4a - 8c^2 + 9s + 4t}{-8 + 9\gamma} \right\} \right\}$$

$$x^2 = \frac{4a - 8c^2 + 9s + 4t}{-8 + 9\gamma}$$

$$\text{Simplify}[\text{eqq1ARGE} = \frac{1}{3} (a + c^2 - 2t - x^2)]$$

$$\frac{4a + 3s - 4t - 3a\gamma - 3c^2\gamma + 6t\gamma}{8 - 9\gamma}$$

$$\text{Simplify}[\text{eqq2ARGE} = \frac{1}{3} (a - 2c^2 + t + 2x^2)]$$

$$\frac{3(2s + (a - 2c^2 + t)\gamma)}{-8 + 9\gamma}$$

$$\text{Simplify}[\text{eqpro1ARGE} = (a - (\text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE})) \text{eqq1ARGE} - t * \text{eqq1ARGE}]$$

$$\frac{(4a + 3s - 4t - 3a\gamma - 3c^2\gamma + 6t\gamma)^2}{(8 - 9\gamma)^2}$$

$$\text{eqpro1ARGE} = \frac{(4a + 3s - 4t - 3a\gamma - 3c^2\gamma + 6t\gamma)^2}{(8 - 9\gamma)^2}$$

$$\frac{(4a + 3s - 4t - 3a\gamma - 3c^2\gamma + 6t\gamma)^2}{(8 - 9\gamma)^2}$$

$$\text{Simplify}[\text{eqpro2ARGE} = (a - (\text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE})) \text{eqq2ARGE} - (c^2 - x^2) \text{eqq2ARGE} - \gamma \frac{x^2}{2} + s * x^2]$$

$$\frac{9s^2 + 8st + 2a^2\gamma + 8c^2\gamma + 2t^2\gamma - 8c^2(2s + t\gamma) + 4a(2s + (-2c^2 + t)\gamma)}{2(-8 + 9\gamma)}$$

$$\text{eqpro2ARGE} = \frac{9s^2 + 8st + 2a^2\gamma + 8c^2\gamma + 2t^2\gamma - 8c^2(2s + t\gamma) + 4a(2s + (-2c^2 + t)\gamma)}{2(-8 + 9\gamma)}$$

$$\frac{9s^2 + 8st + 2a^2\gamma + 8c^2\gamma + 2t^2\gamma - 8c^2(2s + t\gamma) + 4a(2s + (-2c^2 + t)\gamma)}{2(-8 + 9\gamma)}$$

$$\text{FullSimplify}[\text{eqindproARGE} = \text{eqpro1ARGE} + \text{eqpro2ARGE}]$$

$$\frac{(4a + 3s - 4t - 3(a + c^2 - 2t)\gamma)^2}{(8 - 9\gamma)^2} + \frac{s(8a - 16c^2 + 9s + 8t) + 2(a - 2c^2 + t)^2\gamma}{2(-8 + 9\gamma)}$$

$$\text{eqindproARGE} = \frac{(4a + 3s - 4t - 3(a + c^2 - 2t)\gamma)^2}{(8 - 9\gamma)^2} + \frac{s(8a - 16c^2 + 9s + 8t) + 2(a - 2c^2 + t)^2\gamma}{2(-8 + 9\gamma)}$$

$$\frac{(4a + 3s - 4t - 3(a + c^2 - 2t)\gamma)^2}{(8 - 9\gamma)^2} + \frac{s(8a - 16c^2 + 9s + 8t) + 2(a - 2c^2 + t)^2\gamma}{2(-8 + 9\gamma)}$$

$$\text{Simplify}\left[\text{CSARGE} = \frac{(\text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE})^2}{2}\right]$$

$$\frac{(4a - 3s - 4t - 6a\gamma + 3c2\gamma + 3t\gamma)^2}{2(8 - 9\gamma)^2}$$

$$\text{Simplify}[\text{QARGE} = \text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE}]$$

$$\frac{4a - 3s - 4t - 6a\gamma + 3c2\gamma + 3t\gamma}{8 - 9\gamma}$$

$$\text{Simplify}[\text{PARGE} = a - \text{QARGE}]$$

$$\frac{4a + 3s + 4t - 3a\gamma - 3c2\gamma - 3t\gamma}{8 - 9\gamma}$$

$$\text{Simplify}[\text{WARGE} = \text{CSARGE} + \text{eqpro2ARGE} - s^2 + t \cdot \text{eqq1ARGE}]$$

$$-\frac{1}{2(8 - 9\gamma)^2} (48t^2 + 81s^2(-1 + \gamma) + 64c2^2\gamma + 8c2t\gamma - 128t^2\gamma - 81c2^2\gamma^2 + 81t^2\gamma^2 +$$

$$18s(4t(-1 + \gamma) + c2\gamma) - 2a^2(8 - 32\gamma + 27\gamma^2) - 2a(2c2(22 - 27\gamma)\gamma + 6s(-2 + 3\gamma) + t(16 - 4$$

$$\text{FullSimplify}[\text{Solve}[\partial_t \text{WARGE} == 0, t]]$$

$$\left\{ \left\{ t \rightarrow \frac{36s - 4(c2 + 9s)\gamma + a(16 + \gamma(-40 + 27\gamma))}{48 + \gamma(-128 + 81\gamma)} \right\} \right\}$$

$$\text{eqt} = \frac{36s - 4(c2 + 9s)\gamma + a(16 + \gamma(-40 + 27\gamma))}{48 + \gamma(-128 + 81\gamma)}$$

$$\frac{36s - 4(c2 + 9s)\gamma + a(16 + \gamma(-40 + 27\gamma))}{48 + \gamma(-128 + 81\gamma)}$$

$$\text{FullSimplify}[\text{Solve}[\partial_s \text{WARGE} == 0, s]]$$

$$\left\{ \left\{ s \rightarrow \frac{12t - 3(c2 + 4t)\gamma + a(-4 + 6\gamma)}{27(-1 + \gamma)} \right\} \right\}$$

$$\text{eqs} = \frac{12t - 3(c2 + 4t)\gamma + a(-4 + 6\gamma)}{27(-1 + \gamma)}$$

$$\frac{12t - 3(c2 + 4t)\gamma + a(-4 + 6\gamma)}{27(-1 + \gamma)}$$

$$\frac{12t - 3(c2 + 4t)\gamma + a(-4 + 6\gamma)}{27(-1 + \gamma)}$$

$$\text{Solve}[\{\text{eqt} == t, \text{eqs} == s\}, \{t, s\}]$$

$$\left\{ \left\{ t \rightarrow \frac{a}{3}, s \rightarrow -\frac{-2a\gamma + 3c2\gamma}{27(-1 + \gamma)} \right\} \right\}$$

$$t = \frac{a}{3}$$

$$\frac{a}{3}$$

$$t^* = \frac{a}{3}$$

$$\frac{a}{3}$$

$$s = -\frac{-2a\gamma + 3c2\gamma}{27(-1 + \gamma)}$$

$$-\frac{-2a\gamma + 3c2\gamma}{27(-1 + \gamma)}$$

$$s^* = -\frac{-2a\gamma + 3c2\gamma}{27(-1 + \gamma)}$$

$$-\frac{-2a\gamma + 3c2\gamma}{27(-1 + \gamma)}$$

$$\frac{-2a\gamma + 3c2\gamma}{27(-1 + \gamma)}$$

$$\text{Simplify}[\partial_{c2} s]$$

$$\frac{\gamma}{9-9\gamma}$$

Simplify $\left[\partial_{c2} s < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

True

Simplify $[\partial_{\gamma} s]$

$$\frac{-2a+3c2}{27(-1+\gamma)^2}$$

Simplify $\left[\partial_{\gamma} s > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

False

Simplify $\left[\partial_{\gamma} s < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

True

Simplify $\left[\partial_{\gamma} s == 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

False

gs=N[s/.{a->100}]

$$\frac{0.037037(-200.\gamma+3.c2\gamma)}{-1.+ \gamma}$$

Simplify $\left[x2 = \frac{4a-8c2+9s+4t}{-8+9\gamma}\right]$

$$\frac{2a-3c2}{3(-1+\gamma)}$$

$$3(-1+\gamma)$$

Simplify $[\partial_{c2} x2]$

$$\frac{1}{1-\gamma}$$

$$1-\gamma$$

Simplify $\left[\partial_{c2} x2 < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

True

Simplify $\left[\partial_{c2} x2 > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

False

Simplify $\left[\partial_{c2} x2 == 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

False

Simplify $[\partial_{\gamma} x2]$

$$\frac{-2a+3c2}{3(-1+\gamma)^2}$$

$$3(-1+\gamma)^2$$

Simplify $\left[\partial_{\gamma} x2 < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

True

Simplify $\left[\partial_{\gamma} x2 > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

False

Simplify $\left[\partial_{\gamma} x2 == 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$

False

gx2=N[x2/.{a->100}]

$$\frac{533.333 - 8. c2 - \frac{0.333333 (-200. \gamma + 3. c2 \gamma)}{-1. + \gamma}}{-8. + 9. \gamma}$$

$$\text{Simplify}\left[\text{CSARGE}^* = \frac{(\text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE})^2}{2}\right]$$

$$\frac{(a(3 - 5\gamma) + 3c2\gamma)^2}{162(-1 + \gamma)^2}$$

$$\text{Simplify}[\text{QARGE}^* = \text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE}]$$

$$\frac{3a - 5a\gamma + 3c2\gamma}{9 - 9\gamma}$$

$$\text{Simplify}[\text{PARGE}^* = a - \text{QARGE}]$$

$$\frac{6a - 4a\gamma - 3c2\gamma}{9 - 9\gamma}$$

$$\text{Simplify}[\partial_{c2} \text{PARGE}]$$

$$\frac{\gamma}{3(-1 + \gamma)}$$

$$\text{Simplify}\left[\partial_{c2} \text{PARGE} < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

False

$$\text{Simplify}\left[\partial_{c2} \text{PARGE} > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}[\partial_{\gamma} \text{PARGE}]$$

$$\frac{2a - 3c2}{9(-1 + \gamma)^2}$$

$$\text{Simplify}\left[\partial_{\gamma} \text{PARGE} < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

False

$$\text{Simplify}\left[\partial_{c2} \text{PARGE} > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}[\text{gPARGE} = \text{N}[\text{PARGE}/. \{a \rightarrow 100\}]]$$

$$\frac{533.333 + (-955.556 - 2.66667 c2) \gamma + (400. + 3. c2) \gamma^2}{(-1. + \gamma) (-8. + 9. \gamma)}$$

$$\text{Simplify}[\text{WARGE} = \text{CSARGE} + \text{eqpro2ARGE} - s*x2 + t*eqq1ARGE]$$

$$\frac{-12ac2\gamma + 9c2^2\gamma + a^2(-3 + 7\gamma)}{18(-1 + \gamma)}$$

$$\text{Simplify}[\partial_{c2} \text{WARGE}]$$

$$\frac{(2a - 3c2)\gamma}{3 - 3\gamma}$$

$$\text{Simplify}\left[\partial_{c2} \text{WARGE} < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}\left[\partial_{c2} \text{WARGE} > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

False

$$\text{Simplify}[\partial_{\gamma} \text{WARGE}]$$

$$\frac{(2a-3c2)^2}{18(-1+\gamma)^2}$$

$$\text{Simplify}\left[\partial_{\gamma} \text{WARGE} < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}\left[\partial_{\gamma} \text{WARGE} > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

False

$$\text{Simplify}\left[\text{gWARGE}=\text{N}\left[\text{WARGE}/.\{a\rightarrow 100\}\right]\right]$$

$$\frac{1}{(8.-9.\gamma)^2(-1.+ \gamma)^2} (106667.+(-595556.+4266.67c2-32.c2^2)\gamma +$$

$$(1.18389 \times 10^6 - 13866.7c2 + 104.c2^2)\gamma^2 + (-1.01 \times 10^6 + 15000.c2 - 112.5c2^2)\gamma^3 + (315000.-5$$

SONUÇLARIN KARŞILAŞTIRILMASI

$$\text{WIT} = \frac{1}{162} (63a^2 - 96ac2 + 88c2^2)$$

$$\frac{1}{162} (63a^2 - 96ac2 + 88c2^2)$$

$$\text{WARGE} = \frac{-12ac2\gamma + 9c2^2\gamma + a^2(-3+7\gamma)}{18(-1+\gamma)}$$

$$\frac{-12ac2\gamma + 9c2^2\gamma + a^2(-3+7\gamma)}{18(-1+\gamma)}$$

$$\text{Simplify}[\Delta W = \text{WIT} - \text{WARGE}]$$

$$\frac{-36a^2 + 12ac2(8+\gamma) + c2^2(-88+7\gamma)}{162(-1+\gamma)}$$

$$\text{Simplify}\left[\Delta W > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

$$c2(12a(8+\gamma) + c2(-88+7\gamma)) > 36a^2$$

$$\text{Simplify}[\partial_{c2} \Delta W]$$

$$\frac{6a(8+\gamma) + c2(-88+7\gamma)}{81(-1+\gamma)}$$

$$\text{Simplify}\left[\partial_{c2} \Delta W < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

False

$$\text{Simplify}\left[\partial_{c2} \Delta W > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}[\partial_{\gamma} \Delta W]$$

$$\frac{(2a-3c2)^2}{18(-1+\gamma)^2}$$

$$\text{Simplify}\left[\partial_{\gamma} \Delta W < 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

False

$$\text{Simplify}\left[\partial_{\gamma} \Delta W > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{g}\Delta W = \text{N}[\Delta W/. \{a \rightarrow 100\}]$$

$$0.00617284 (630000. - 9600. c2 + 88. c2^2) - \frac{0.0555556 (-1200. c2 \gamma + 9. c2^2 \gamma + 10000. (-3. + 7. \gamma))}{-1. + \gamma}$$

Plot3D[gΔW, {c2, 0, 50}, {γ, 1.5, 600}]

-EK C. Şekil 1.

Simplify[Solve[ΔW=0, γ]]

$$\left\{ \left\{ \gamma \rightarrow \frac{36 a^2 - 96 a c2 + 88 c2^2}{12 a c2 + 7 c2^2} \right\} \right\}$$

$$\text{Simplify} \left[\Delta W > 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > \frac{a}{3}, \gamma > \frac{36 a^2 - 96 a c2 + 88 c2^2}{12 a c2 + 7 c2^2} \right\} \right]$$

True

$$\text{Simplify} \left[\Delta W < 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > \frac{a}{3}, \frac{2 a}{3 c2} < \gamma < \frac{36 a^2 - 96 a c2 + 88 c2^2}{12 a c2 + 7 c2^2} \right\} \right]$$

True

$$\text{eqQTT} = \frac{5 a}{9} + \frac{4 c2}{27}$$

$$\frac{5 a}{9} + \frac{4 c2}{27}$$

$$\text{eqQARGE} = \frac{3 a - 5 a \gamma + 3 c2 \gamma}{9 - 9 \gamma}$$

$$\frac{3 a - 5 a \gamma + 3 c2 \gamma}{9 - 9 \gamma}$$

Simplify[ΔQ=eqQTT-eqQARGE]

$$\frac{6 a + 4 c2 - 13 c2 \gamma}{27 - 27 \gamma}$$

Simplify[∂_{c2} ΔQ]

$$\frac{4}{27} + \frac{\gamma}{3(-1+\gamma)}$$

$$\text{Simplify} \left[\partial_{c2} \Delta Q < 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2 a}{3 c2} \right\} \right]$$

False

$$\text{Simplify} \left[\partial_{c2} \Delta Q > 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2 a}{3 c2} \right\} \right]$$

True

Simplify[∂_γ ΔQ]

$$\frac{2 a - 3 c2}{9(-1+\gamma)^2}$$

$$\text{Simplify} \left[\partial_{\gamma} \Delta Q < 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2 a}{3 c2} \right\} \right]$$

False

$$\text{Simplify} \left[\partial_{\gamma} \Delta Q > 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2 a}{3 c2} \right\} \right]$$

True

gΔQ=N[ΔQ/.{a→100}]

$$55.5556 + 0.148148 c2 - \frac{1. (300. - 500. \gamma + 3. c2 \gamma)}{9. - 9. \gamma}$$

Simplify[Solve[ΔQ=0, γ]]

$$\left\{ \left\{ \gamma \rightarrow \frac{2}{13} \left(2 + \frac{3a}{c2} \right) \right\} \right\}$$

$$\text{Simplify} \left[\Delta Q > 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > \frac{a}{3}, \gamma > \frac{2}{13} \left(2 + \frac{3a}{c2} \right) \right\} \right]$$

True

$$\text{Simplify} \left[\Delta Q < 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > \frac{a}{3}, \frac{2a}{3c2} < \gamma < \frac{2}{13} \left(2 + \frac{3a}{c2} \right) \right\} \right]$$

True

$$\text{CSIT} = \frac{(15a + 4c2)^2}{1458}$$

$$\text{CSARGE} = \frac{(a(3 - 5\gamma) + 3c2\gamma)^2}{162(-1 + \gamma)^2}$$

FullSimplify[ACS=CSIT-CSARGE]

$$\frac{(15a + 4c2)^2 - \frac{9(a(3 - 5\gamma) + 3c2\gamma)^2}{(-1 + \gamma)^2}}{1458}$$

$$\text{Simplify}[\partial_{c2} \Delta \text{CS}]$$

$$\frac{4}{729} (15a + 4c2) - \frac{\gamma(a(3 - 5\gamma) + 3c2\gamma)}{27(-1 + \gamma)^2}$$

$$\text{Simplify} \left[\partial_{c2} \Delta \text{CS} < 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2} \right\} \right]$$

False

$$\text{Simplify} \left[\partial_{c2} \Delta \text{CS} > 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2} \right\} \right]$$

True

$$\text{Simplify}[\partial_{\gamma} \Delta \text{CS}]$$

$$\frac{(2a - 3c2)(-3c2\gamma + a(-3 + 5\gamma))}{81(-1 + \gamma)^3}$$

$$\text{Simplify} \left[\partial_{\gamma} \Delta \text{CS} < 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2} \right\} \right]$$

False

$$\text{Simplify} \left[\partial_{\gamma} \Delta \text{CS} > 0, \left\{ a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c2} \right\} \right]$$

True

gACS=N[ACS/.{a->100}]

$$0.000685871(1500. + 4. c2)^2 - \frac{0.00617284(100.(3. - 5. \gamma) + 3. c2 \gamma)^2}{(-1. + \gamma)^2}$$

Simplify[Solve[ACS=0,\gamma]]

$$\left\{ \left\{ \gamma \rightarrow \frac{4(6a + c2)}{30a - 5c2} \right\}, \left\{ \gamma \rightarrow \frac{2}{13} \left(2 + \frac{3a}{c2} \right) \right\} \right\}$$

Simplify[Solve[ACS=0,c2]]

$$\left\{ \left\{ c2 \rightarrow \frac{6a}{-4 + 13\gamma} \right\}, \left\{ c2 \rightarrow \frac{6a(-4 + 5\gamma)}{4 + 5\gamma} \right\} \right\}$$

eqWTT=eqCSIT+eqpro2TT-eqF+t*eqq1TT

gWTT=N[WTT/.{a->100}]

$$0.00617284 (630000. - 9600. c2 + 88. c2^2)$$

gCSTT=N[CSTT/.{a→100}]

$$0.000685871 (1500. + 4. c2)^2$$

$$t = \frac{1}{9} (3a - 4c2)$$

$$\frac{1}{9} (3a - 4c2)$$

$$eqq1TT = \frac{1}{3} (a - 2t)$$

$$\frac{1}{3} \left(a - \frac{2}{9} (3a - 4c2) \right)$$

provergi=t*eqq1TT

$$\frac{1}{27} \left(a - \frac{2}{9} (3a - 4c2) \right) (3a - 4c2)$$

gprovergi=N[provergi/.{a→100}]

$$0.037037 (100. - 0.222222 (300. - 4. c2)) (300. - 4. c2)$$

Simplify[eqpro2TT = $\frac{1}{9} (a + t)^2$]

$$\frac{16}{729} (-3a + c2)^2$$

$$eqF = \frac{4}{9} (ac2 - c2^2 + c2t)$$

$$\frac{4}{9} \left(ac2 + \frac{1}{9} (3a - 4c2) c2 - c2^2 \right)$$

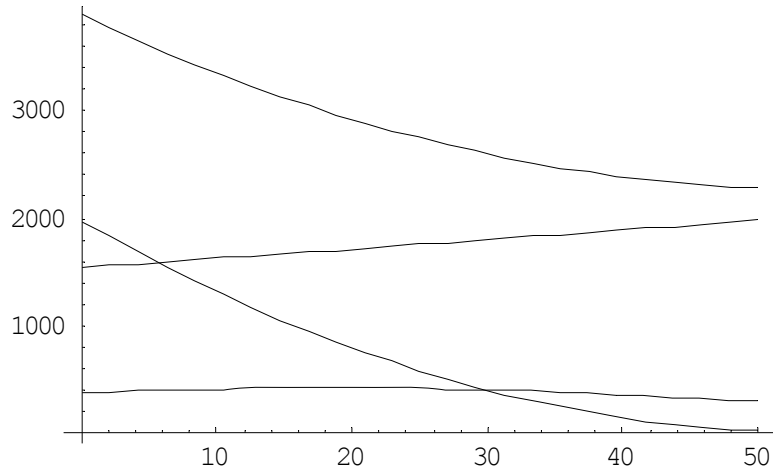
Simplify[sonpro2TT=eqpro2TT-eqF]

$$\frac{4}{729} (6a - 11c2)^2$$

gsonpro2TT=N[sonpro2TT/.{a→100}]

$$0.111111 (100. + 0.111111 (300. - 4. c2))^2 - 0.444444 (100. c2 + 0.111111 (300. - 4. c2) c2 - 1. c2^2)$$

Plot[{gWTT, gCSTT, gprovergi, gsonpro2TT}, {c2, 0, 50}]



- Şekil B.1

gWARGE=N[WARGE/.{a→100,γ→4}]

$$0.0185185 (250000. - 4800. c2 + 36. c2^2)$$

gCSARGE=N[CSARGE/.{a→100,γ→4}]

$$0.000685871 (-1700. + 12. c2)^2$$

$$t = \frac{a}{3}$$

$$s = -\frac{-2a\gamma + 3c^2\gamma}{27(-1+\gamma)}$$

$$x^2 = \frac{2a - 3c^2}{3(-1+\gamma)}$$

$$\text{Simplify}[\text{eqq1ARGE} = \frac{4a + 3s - 4t - 3a\gamma - 3c^2\gamma + 6t\gamma}{8 - 9\gamma}]$$

$$\frac{a(-3 + \gamma) + 3c^2\gamma}{9(-1 + \gamma)}$$

$$\text{Simplify}[\text{eqpro2ARGE} = \frac{9s^2 + 8st + 2a^2\gamma + 8c^2\gamma + 2t^2\gamma - 8c^2(2s + t\gamma) + 4a(2s + (-2c^2 + t)\gamma)}{2(-8 + 9\gamma)}]$$

$$\frac{(2a - 3c^2)^2\gamma(-7 + 8\gamma)}{162(-1 + \gamma)^2}$$

`geqpro2ARGE=N[eqpro2ARGE/.{a->100,\gamma->4}]`

$$0.0178571(88888.9 + 32.c^2 - 3.29218(-800. + 12.c^2) + 0.00137174(-800. + 12.c^2)^2 - 8.c^2(133.333 - 0.0246914(-800. + 12.c^2)) + 400.(4.(33.3333 - 2.c^2) - 0.0246914(-800. + 12.c^2)))$$

$$\text{prosubvans} = \frac{s \cdot x^2}{(2a - 3c^2)(-2a\gamma + 3c^2\gamma)}$$

$$\frac{81(-1 + \gamma)^2}{81(-1 + \gamma)^2}$$

`gprosubvans=N[prosubvans/.{a->100,\gamma->4}]`

$$-0.00137174(200. - 3.c^2)(-800. + 12.c^2)$$

`Simplify[provergi=t*eqq1ARGE]`

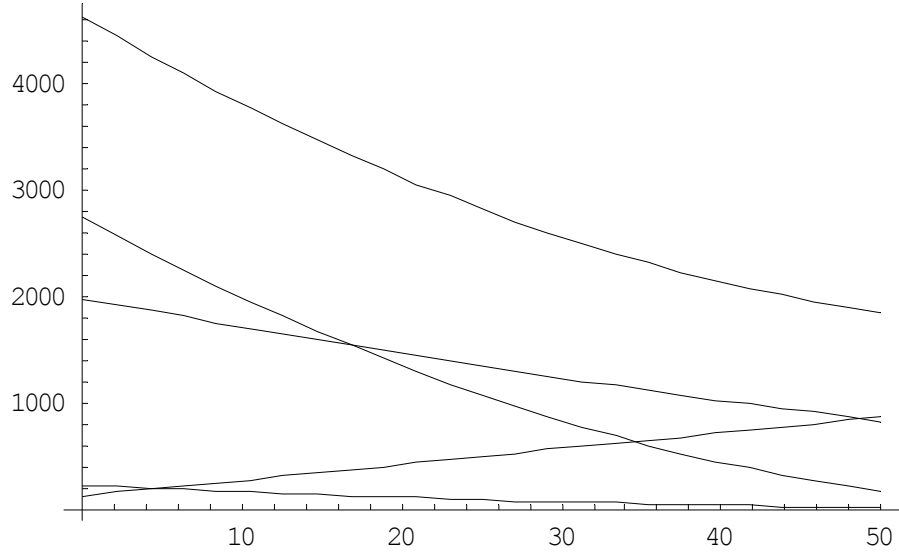
$$\frac{a(a(-3 + \gamma) + 3c^2\gamma)}{27(-1 + \gamma)}$$

`gprovergi=N[provergi/.{a->100,\gamma->4}]`

$$-1.19048(-133.333 + 0.037037(800. - 12.c^2) - 12.c^2)$$

`WARGE=CSARGE+eqpro2ARGE-s*x^2+t*eqq1ARGE`

`Plot[{gWARGE,gCSARGE,geqpro2ARGE,gprosubvans,gprovergi},{c2,0,50}]`



-EK B. Şekil 2.

KOŞUL SINAMALARI

TEKNOLOJİ TRANSFERİ

$$eq1L = \frac{1}{18} (6a^2 - 8ac^2 + 8c^2 + 6at - 8c^2t - 9t^2)$$

$$\frac{1}{18} (6a^2 - 8ac^2 + 8c^2 + 6at - 8c^2t - 9t^2)$$

$$\text{Simplify}[\partial_t, eq1L < 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0\}]$$

True

$$t = \frac{1}{9} (3a - 4c^2)$$

$$\frac{1}{9} (3a - 4c^2)$$

$$\text{Simplify}[t > 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0\}]$$

True

$$eqq1L = \frac{1}{3} (a - 2t)$$

$$\frac{1}{3} \left(a - \frac{2}{9} (3a - 4c^2) \right)$$

$$\text{Simplify}[eqq1L > 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0\}]$$

True

$$eqq2L = \frac{a + t}{3}$$

$$\frac{1}{3} \left(a + \frac{1}{9} (3a - 4c^2) \right)$$

$$\text{Simplify}[eqq2L > 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0\}]$$

True

$$\text{Simplify}[eqpro1L = (a - (eqq1L + eqq2L)) eqq1L - t * eqq1L]$$

$$\frac{1}{729} (3a+8c2)^2$$
Simplify[**eqpro1L**> 0, {**a**> 0, $\frac{a}{2}$ > **c2**> 0}]

True

Simplify[**eqpro2L**=(**a**- (**eqq1L**+**eqq2L**)) **eqq2L**]

$$\frac{16}{729} (-3a+c2)^2$$
Simplify[**eqpro2L**> 0, {**a**> 0, $\frac{a}{2}$ > **c2**> 0}]

True

Simplify[**pro1L**=(**a**- (**q1**+**q2**)) **q1**-**t*****q1**]

$$\frac{1}{9} q1 (6a+4c2-9(q1+q2))$$
Simplify[$\partial_{q1}, q1$ **pro1L**< 0, {**a**> 0, $\frac{a}{2}$ > **c2**> 0}]

True

pro2L=(**a**- (**q1**+**q2**)) **q2**
 (**a**-**q1**-**q2**) **q2**

Simplify[$\partial_{q2}, q2$ **pro2L**< 0, **c**]

True

Simplify[$\partial_{q1}, q1$ **pro1L** $\partial_{q2}, q2$ **pro2L**- $\partial_{q1}, q2$ **pro1L** $\partial_{q2}, q1$ **pro2L**> 0, {**a**> 0, $\frac{a}{2}$ > **c2**> 0}]

True

Simplify[**P**=(**a**- (**eqq1L**+**eqq2L**))]

$$\frac{4}{27} (3a-c2)$$
Simplify[**P**> 0, {**a**> 0, $\frac{a}{2}$ > **c2**> 0}]

True

eqWL= $\frac{1}{18} (6a^2-8ac2+8c2^2+6at-8c2t-9t^2)$

$$\frac{1}{18} \left(6a^2 + \frac{2}{3} a (3a-4c2) - \frac{1}{9} (3a-4c2)^2 - 8ac2 - \frac{8}{9} (3a-4c2) c2 + 8c2^2 \right)$$
Simplify[**eqWL**> 0, {**a**> 0, $\frac{a}{2}$ > **c2**> 0}]

True

eqF= $\frac{4}{9} (ac2-c2^2+c2t)$

$$\frac{4}{9} \left(ac2 + \frac{1}{9} (3a-4c2) c2 - c2^2 \right)$$
Simplify[**eqF**> 0, {**a**> 0, $\frac{a}{2}$ > **c2**> 0}]

True

∂_{c2} **eqWL**

$$\frac{1}{18} \left(-\frac{32a}{3} + \frac{176c2}{9} \right)$$
A= $\frac{1}{18} \left(-\frac{32a}{3} + \frac{176c2}{9} \right)$

$$\frac{1}{18} \left(-\frac{32a}{3} + \frac{176c2}{9} \right)$$
Simplify[**A**< 0, { $\frac{a}{2}$ > **c2**> $\frac{a}{3}$ }]

True

ARGE

Simplify[

WARGE =

$$-\frac{1}{2(8-9\gamma)^2} (48t^2 + 81s^2(-1+\gamma) + 64c^2\gamma + 8c^2t\gamma - 128t^2\gamma - 81c^2\gamma^2 + 81t^2\gamma^2 +$$

$$18s(4t(-1+\gamma) + c^2\gamma) - 2a^2(8 - 32\gamma + 27\gamma^2) - 2a(2c^2(22 - 27\gamma)\gamma + 6s(-2 + 3\gamma) + t(16 - 40$$

$$-\frac{1}{2(8-9\gamma)^2} (48t^2 + 81s^2(-1+\gamma) + 64c^2\gamma + 8c^2t\gamma - 128t^2\gamma - 81c^2\gamma^2 + 81t^2\gamma^2 +$$

$$18s(4t(-1+\gamma) + c^2\gamma) - 2a^2(8 - 32\gamma + 27\gamma^2) - 2a(2c^2(22 - 27\gamma)\gamma + 6s(-2 + 3\gamma) + t(16 - 40$$

Simplify[$\partial_{t,t}WARGE < 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > 1\}$]

True

Simplify[$\partial_{s,s}WARGE < 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > 1\}$]

True

Simplify[$\partial_{t,t}WARGE \partial_{s,s}WARGE - \partial_{t,s}WARGE \partial_{s,t}WARGE > 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > 1\}$]

True

FullSimplify[Solve[$\partial_t WARGE == 0, t$]]

$$\left\{ \left\{ t \rightarrow \frac{36s - 4(c^2 + 9s)\gamma + a(16 + \gamma(-40 + 27\gamma))}{48 + \gamma(-128 + 81\gamma)} \right\} \right\}$$

$$eqt = \frac{36s - 4(c^2 + 9s)\gamma + a(16 + \gamma(-40 + 27\gamma))}{48 + \gamma(-128 + 81\gamma)}$$

$$\frac{36s - 4(c^2 + 9s)\gamma + a(16 + \gamma(-40 + 27\gamma))}{48 + \gamma(-128 + 81\gamma)}$$

FullSimplify[Solve[$\partial_s WARGE == 0, s$]]

$$\left\{ \left\{ s \rightarrow \frac{12t - 3(c^2 + 4t)\gamma + a(-4 + 6\gamma)}{27(-1 + \gamma)} \right\} \right\}$$

$$eqs = \frac{12t - 3(c^2 + 4t)\gamma + a(-4 + 6\gamma)}{27(-1 + \gamma)}$$

$$\frac{12t - 3(c^2 + 4t)\gamma + a(-4 + 6\gamma)}{27(-1 + \gamma)}$$

Solve[{eqt==t, eqs==s}, {t, s}]

$$\left\{ \left\{ t \rightarrow \frac{a}{3}, s \rightarrow -\frac{-2a\gamma + 3c^2\gamma}{27(-1 + \gamma)} \right\} \right\}$$

$$t = \frac{a}{3}$$

$$\frac{a}{3}$$

$$s = -\frac{-2a\gamma + 3c^2\gamma}{27(-1 + \gamma)}$$

$$-\frac{-2a\gamma + 3c^2\gamma}{27(-1 + \gamma)}$$

Simplify[$s > 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > 1\}$]

True

$$\text{Simplify}\left[s > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, 0 > \gamma > -\frac{1}{2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}\left[\text{WARGE} = \frac{\text{CSARGE} + \text{eqq1ARGE} - s \cdot x2 + t \cdot \text{eqq1ARGE}}{-12ac2\gamma + 9c2^2\gamma + a^2(-3 + 7\gamma)}\right]$$

$$\text{Simplify}\left[\text{CSARGE} = \frac{(\text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE})^2}{2}\right]$$

$$\frac{(a(3 - 5\gamma) + 3c2\gamma)^2}{162(-1 + \gamma)^2}$$

$$\text{Simplify}\left[\text{eqQARGE} = \text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE}\right]$$

$$\frac{3a - 5a\gamma + 3c2\gamma}{9 - 9\gamma}$$

$$\text{Simplify}\left[x2 = \frac{4a - 8c2 + 9s + 4t}{-8 + 9\gamma}\right]$$

$$\frac{2a - 3c2}{3(-1 + \gamma)}$$

$$\text{Simplify}\left[x2 > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > 1\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}\left[x2 > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{3a}{a + 3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}\left[\frac{3a}{a + 3c2} > 1, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}\left[\text{eqq1ARGE} = \frac{1}{3}(a + c2 - 2t - x2)\right]$$

$$\frac{a(-3 + \gamma) + 3c2\gamma}{9(-1 + \gamma)}$$

$$\text{Simplify}\left[\text{eqq1ARGE} > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{3a}{a + 3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}\left[\text{eqq2ARGE} = \frac{1}{3}(a - 2c2 + t + 2x2)\right]$$

$$\frac{2(2a - 3c2)\gamma}{9(-1 + \gamma)}$$

$$\text{Simplify}\left[\text{eqq2ARGE} > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{3a}{a + 3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}\left[P = (a - (\text{eqq1ARGE} + \text{eqq2ARGE}))\right]$$

$$\frac{6a - 4a\gamma - 3c2\gamma}{9 - 9\gamma}$$

$$\text{Simplify}\left[P > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{3a}{a + 3c2}\right\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}\left[A3 = c2 - x2\right]$$

$$\frac{2a - 3c2\gamma}{3 - 3\gamma}$$

$$\text{Simplify}\left[A3 > 0, \left\{a > 0, \frac{a}{2} > c2 > 0, \gamma > \frac{3a}{a + 3c2}\right\}\right]$$

$$3c2\gamma > 2a$$

$$\text{Simplify}\left[\frac{2a}{3c^2} > \frac{3a}{a+3c^2}, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0\}\right]$$

True

$$\text{Simplify}[\text{eqpro1} = (a - (\text{eqq1} + \text{eqq2})) \text{eqq1} - t * \text{eqq1}]$$

$$\frac{(a(-3 + \gamma) + 3c^2\gamma)^2}{81(-1 + \gamma)^2}$$

$$\text{Simplify}[\text{eqpro1} > 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c^2}\}]$$

True

$$\text{Simplify}[\text{eqpro2} = (a - (\text{eqq1} + \text{eqq2})) \text{eqq2} - (c^2 - x^2) \text{eqq2} - \gamma \frac{x^2}{2} + s * x^2]$$

$$\frac{(2a - 3c^2)^2 \gamma (-7 + 8\gamma)}{162(-1 + \gamma)^2}$$

$$\text{Simplify}[\text{eqpro2} > 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c^2}\}]$$

True

$$\text{Simplify}[\text{eq} = \frac{-12ac^2\gamma + 9c^2\gamma + a^2(-3 + 7\gamma)}{18(-1 + \gamma)} > 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c^2}\}]$$

True

$$\text{Simplify}[\text{pro1} = (a - (q1 + q2)) q1 - t * q1]$$

$$-\frac{1}{3} q1 (-2a + 3(q1 + q2))$$

$$\text{Simplify}[\text{pro2} = (a - (q1 + q2)) q2 - (c^2 - x^2) q2 - \gamma \frac{x^2}{2} + s * x^2]$$

$$\frac{1}{162(-1 + \gamma)^2} (-28a^2\gamma -$$

$$9(18q1q2(-1 + \gamma)^2 + 18q2^2(-1 + \gamma)^2 + 7c^2\gamma + 18c^2q2(-1 + \gamma)\gamma) + 6a(14c^2\gamma + 9q2(1 - 4\gamma +$$

$$\text{Simplify}[\partial_{q1, q1} \text{pro1} < 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c^2}\}]$$

True

$$\text{Simplify}[\partial_{q2, q2} \text{pro2} < 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c^2}\}]$$

True

$$\text{Simplify}[\partial_{q1, q1} \text{pro1} \partial_{q2, q2} \text{pro2} - \partial_{q1, q2} \text{pro1} \partial_{q2, q1} \text{pro2} > 0, \{a > 0, \frac{a}{2} > c^2 > 0, \gamma > \frac{2a}{3c^2}\}]$$

True

ÖZGEÇMİŞ

1982 yılında İzmir’de doğdu. 2000 yılında İzmir Karşıyaka Anadolu Lisesi’nden mezun oldu. 2005 yılında İTÜ Matematik Mühendisliği lisans derecesini tamamladı. 2009 yılında İTÜ İktisat yüksek lisans programını tamamladı. Aynı zamanda kişisel fotoğraf çalışmaları ve çekmiş olduğu bir kısa filmi vardır.