



## OPTİMAL KONTROL KUVVETİ UYGULANMIŞ ELASTİK ZEMİNE OTURAN SİSTEM ÜZERİNDE BİR PARAMETRİK ÇALIŞMA

Ali Ruzi ÖZUYGUR\*  
Yapı Proje Uygulama Şti., İstanbul

A. Necmettin GÜNDÜZ†  
İstanbul Teknik Üniversitesi/İnşaat Fakültesi, İstanbul

### ÖZET

*Yapı-zemin etkileşimi analizinde kullanılan zeminin empedans katsayıları dış yükün frekansına bağlıdır. Dolayısıyla yapı-zemin etkileşimi analizinde genel olarak kullanılan yöntem, yapı-zemin sisteminin önce frekans tanım alanında analiz edilmesi, daha sonra elde edilen büyüklüklerin ters Fourier dönüşümü tekniği yardımıyla zaman tanım alanına dönüştürülmesi şeklindedir. Klasik optimal kontrol analizi zaman tanım alanında yapılmaktadır. Zeminle etkileşen yapıların optimal kontrolü konusunda az sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu makalede parametrik çalışmalar yapılarak zeminin empedans katsayısı ile optimal kontrol kuvveti arasındaki ilişkilerin araştırılması amacıyla iki adımlı ardışık yaklaşıma dayanan bir sayısal yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemde önce ankastre mesnede sahip sistem kullanılarak optimal kontrol kuvveti hesaplanmaktadır. Hesaplanan bu kontrol kuvveti ile birinci adımdaki zamana bağlı temel yerdeğiştirme ivmesi ve dönme ivmesi elde edilmektedir. Daha sonra temele ait bu ivme değerleri ve yer hareketi ivmesi kullanılarak kontrol kuvveti yeniden elde edilmektedir.*

### GİRİŞ

Yapı-zemin dinamik etkileşimi çözümlemesinde genel olarak kullanılan yöntem yapı-zemin sisteminin Fourier dönüşümü uygulanarak önce frekans tanım alanında analiz edilmesi, daha sonra elde edilen büyüklüklerin ters Fourier dönüşümü yardımıyla zaman tanım alanına dönüştürülmesi şeklindedir. Klasik optimal kontrol analizi zaman tanım alanında yapılmaktadır. Optimal kontrol ile yapı-zemin etkileşiminin bir arada düşünülmesi problemi çok karmaşık hale getirmektedir. Karşılaşılan önemli zorluklardan biri zaman ve frekans tanım alanı arasında dönüşüm yapmayı sağlayan Fourier dönüşümünün uygulanabilmesi için dönüşüm uygulanacak büyüklüklerin her adımda değil, tüm zaman aralığında belirli olması gerektiğidir. Dolayısıyla literatürde optimal kontrol ile yapı-zemin etkileşiminin bir arada analizi konusunda çeşitli basitleştirmelere dayanan az sayıda çalışma bulunmaktadır. Optimal kontrol analizinde genel olarak yapı-zemin etkileşimi etkilerinin küçük olduğu, özellikle temelin dönme etkisinin ihmal edilebilir mertebede olduğu varsayılmıştır.

Son yıllarda Luco, Smith ve diğer araştırmacılar [1 - 11] yapıların optimal kontrolü problemi üzerinde yapı-zemin etkileşimini de dahil ederek çalışmalar yapmışlardır.

Bu makalede iki adımlı ardışık yaklaşıma dayanan bir sayısal yöntem kullanılarak deprem etkisinde zeminle etkileşen optimal kontrollü bir yapıda kontrol kuvveti ile zeminin empedans katsayısı arasındaki ilişki araştırılmıştır.

\* Dr., Yönetici Mühendis, E-posta: aruzi@ypu.com.tr

† Doç. Dr., İnşaat Mühendisliği Bölümü, E-posta: gunduzan@itu.edu.tr

**KONTROL EDİLEN SİSTEMİN DURUM-UZAYI YÖNTEMİYLE ÇÖZÜMÜ**

Deprem etkisine karşı kontrol kuvveti uygulanmış n serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemi

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = -\mathbf{M}\{\mathbf{I}\}\ddot{u}_g(t) + \mathbf{D}\mathbf{f}_c(t) \quad (1)$$

olarak verilebilir. Burada  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  ve  $\mathbf{K}$  sırasıyla sistemin kütle matrisi, sönüm matrisi ve rijitlik matrisi;  $\mathbf{u}(t)$ ,  $\dot{\mathbf{u}}(t)$  ve  $\ddot{\mathbf{u}}(t)$  sırasıyla görelî yerdeğiştirme vektörü, hız vektörü ve ivme vektörü;  $\mathbf{f}_c(t)$  optimal kontrol kuvveti vektörü;  $\ddot{u}_g(t)$  yer hareketi ivmesi;  $\{\mathbf{I}\}$  birim vektördür.  $\mathbf{D}$  ise

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_n \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlanan kontrol kuvveti dağılım matrisidir. Denklem (1)'i durum-uzayı şeklinde yazmak için durum vektörü olarak adlandırılan

$$\mathbf{z}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

vektörü kullanılır. Durum vektörünün hızı zamana göre türevi alınarak yazılır ve hareket denklemi düzenlenirse

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}}(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{u}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} \end{Bmatrix} \ddot{u}_g(t) + \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{Bmatrix} \mathbf{f}_c(t) \quad (3)$$

elde edilir. Hart ve Wong [12] tarafından kullanılan formülasyon ile hareket denklemini daha basit biçimde yazmak için

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{Bmatrix}$$

tanımları yapılırsa, hareket denklemi

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{H}\ddot{u}_g(t) + \mathbf{B}\mathbf{f}_c \quad (4)$$

şeklini alır. Denklem (4)'ün genel çözümü aşağıdaki gibidir:

$$\mathbf{z}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{z}(t_0) + e^{\mathbf{A}t} \int_{t_0}^t e^{-\mathbf{A}\tau} \mathbf{H}\ddot{u}_g(\tau) d\tau + e^{\mathbf{A}t} \int_{t_0}^t e^{-\mathbf{A}\tau} \mathbf{B}\mathbf{f}_c(\tau) d\tau, \quad (5)$$

$$t_0 = t_k, \quad t = t_{k+1}, \quad t - t_0 = \Delta t \quad (6)$$

kabulleri ile denklem (4)'teki  $\ddot{u}_g(t)$  ve  $\mathbf{f}_c(t)$  terimleri ayrıştırıldıktan sonra gerekli integrasyon işlemi gerçekleştirilirse

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{F}_c \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{u}_{gk} + \mathbf{G} \mathbf{f}_{ck} \quad (7)$$

elde edilir. Burada

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{e}^{\Lambda \Delta t}, \quad \mathbf{H}_d = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{e}^{\Lambda \Delta t} - \mathbf{I})\mathbf{H}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{e}^{\Lambda \Delta t} - \mathbf{I})\mathbf{B} \quad (8)$$

olup,  $\mathbf{I}$  birim matrisi,  $\ddot{u}_{gk}$  ve  $\mathbf{f}_{ck}$  ise sırasıyla ayrılaştırılmış deprem yer hareketi ivmesi ve kontrol kuvveti vektörüdür.

### OPTİMAL KONTROL

Yapı mühendisliğinde kullanılan optimal kontrol, bir sistemin durum denklemi

$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{F}_s \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{u}_{gk} + \mathbf{G} \mathbf{f}_{ck} \quad (9)$$

kullanılarak denklem (10)'da tanımlanan amaç fonksiyonu  $J$ 'i verilen zaman aralığında minimum yapan kontrol kuvveti  $\mathbf{f}_{ck}$ 'nin seçilmesi işlemidir;

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^N (\mathbf{z}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{z}_k + \mathbf{f}_{ck}^T \mathbf{R} \mathbf{f}_{ck}). \quad (10)$$

Burada  $\mathbf{Q}$  ve  $\mathbf{R}$  kontrol ağırlık matrisleridir.  $J$  ise skaler bir büyüklüktür. Denklem (9) ile verilen kısıt altında amaç fonksiyonunun minimum değerinin elde edilmesi ilgili kaynaklarda [12, 13] genişçe yer almaktadır. Problemin Lagrangian'ı

$$L = \sum_{k=0}^{N-1} \left[ \frac{1}{2} (\mathbf{z}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{z}_k + \mathbf{f}_{ck}^T \mathbf{R} \mathbf{f}_{ck}) + \lambda_{k+1}^T (\mathbf{F}_s \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{u}_{gk} + \mathbf{G} \mathbf{f}_{ck} - \mathbf{z}_{k+1}) \right] \quad (11)$$

olarak tanımlanabilir. Burada  $\lambda_{k+1}$  belirlenmesi gereken Lagrange çarpanı vektörüdür. Lagrangian  $L$ 'nin  $\mathbf{z}_k$ ,  $\mathbf{f}_{ck}$  ve  $\lambda_k$ 'ya göre varyasyonu alınarak sifıra eşitlenirse aşağıdaki denklem takımı elde edilebilir:

$$\mathbf{F}_s \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{u}_{gk} + \mathbf{G} \mathbf{f}_{ck} - \mathbf{z}_{k+1} = 0, \quad (12)$$

$$\mathbf{Q} \mathbf{z}_k + \mathbf{F}_s^T \lambda_{k+1} - \lambda_k = 0, \quad (13)$$

$$\mathbf{R} \mathbf{f}_{ck} + \mathbf{G}^T \lambda_{k+1} = 0. \quad (14)$$

Lagrange çarpanı  $\lambda_k$ , Riccati Matrisi  $\mathbf{P}(t)$  ile

$$\lambda_k = \mathbf{P}_k \mathbf{z}_k \quad (15)$$

olarak tanımlanır. Gerekli matematiksel işlemler gerçekleştirilirse Riccati Matrisi ve kontrol kuvveti

$$\mathbf{P} = \mathbf{Q} + \mathbf{F}_s^T \mathbf{P} (\mathbf{I} + \mathbf{G} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{F}_s, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{ck} &= -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{z}_{k+1} \\ &= -(\mathbf{R} + \mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P} \mathbf{F}_s \mathbf{z}_k \end{aligned} \quad (17)$$

olarak elde edilir. Sistemin  $k+1$  adımındaki yanıtı ise aşağıdaki gibidir:

$$\mathbf{z}_{k+1} = (\mathbf{I} + \mathbf{G} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{F}_s \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{u}_{gk}. \quad (18)$$

$$\mathbf{F}_f = (\mathbf{I} + \mathbf{GR}^{-1}\mathbf{G}^T\mathbf{P})^{-1} \mathbf{F}_s \quad (19)$$

tanımı yapılırsa,  $\mathbf{z}_{k+1}$

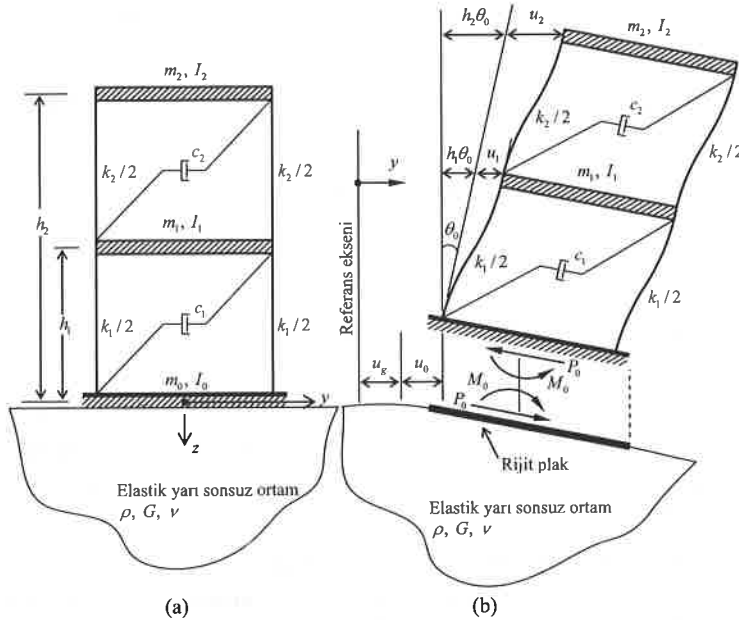
$$\mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{F}_f \mathbf{z}_k + \mathbf{H}_d \ddot{\mathbf{u}}_{gk} \quad (20)$$

şeklinde elde edilir.

### YAPI-ZEMİN ETKİLEŞİMİ

Şekil değiştirilebilir zemine oturan yapıların davranışı rijit zemine oturan yapıların davranışından farklıdır. Şekil değiştirilebilir zemine oturan yapıların dinamik analizi çeşitli kaynaklarda [14 - 17] yapı-zemin etkileşimi olarak genişçe ele alınan yöntemler kullanılarak yapılabilir. Bu yöntemlerden biri de altsistem hesap yöntemidir. Altsistem hesap yönteminde yapı-zemin sistemi yapı ve zemin olmak üzere iki altsisteme ayrılır. Bu iki alt sistem arasındaki ilişki birbirine zıt yönde etkiyen eşit büyüklüğe sahip etkileşim kuvvetleri ile temsil edilir.

Şekli 1a'da rijit temel plağına sahip iki serbestlik dereceli bir sistem elastik yarı sonsuz ortama oturmaktadır ve sistem iki altsisteme ayrılmaktadır. Temel plağının kütlesi  $m_0$  ve  $x$  eksenini etrafındaki kütleli atalet momenti  $I_0$ 'dır. Yarı sonsuz ortam yüzeyindeki yer ivmesi  $\ddot{u}_g$  yapı temelini öteleme ve dönmeye zorlayarak Şekil 1b'de gösterildiği gibi etkileşim kuvvetlerini meydana getirir.  $P_0$ ,  $y$  eksenini yönündeki yanal etkileşim kuvvetini,  $M_0$ ,  $x$  eksenini etrafındaki etkileşim momentini,  $u_i$  yapı kütlelerinin  $y$  eksenini yönündeki yerdeğiştirmesini,  $u_0$  temel plağının yerdeğiştirmesini,  $u_g$  zeminin yerdeğiştirmesini,  $\theta_0$  ise temel plağının  $x$  eksenini etrafındaki dönmelerini gösterir.  $k_i$ ,  $c_i$ ,  $m_i$ ,  $I_i$  sırasıyla  $i$ . serbestlik derecesinin rijitliği, sönümü, kütlesi ve kütleli atalet momentidir.  $h_i$  ise  $i$ . serbestlik derecesinin temelden itibaren yüksekliği ve  $h_0$  temel kalınlığıdır. Elastik yarı sonsuz ortamın özelliklerini tanımlayan parametreler ise kütleli yoğunluk  $\rho$ , kayma modülü  $G$  ve Poisson oranı  $\nu$ 'dür.



Şekil 1. Yarı sonsuz ortama oturan çok serbestlik dereceli sistem

Üstyapı ve zemin olmak üzere iki parçaya ayrılan altsistemlere ait hareket denklemleri ayrı ayrı yazıldıktan sonra, etkileşim yüzeyindeki geometrik uygunluk ve denge koşulları kullanılarak yazılan denklem takımından temel dönmesi ve temel yanal yerdeğiştirmesi önce frekans tanım alanında, daha sonra zaman tanım alanında elde edilebilir.

Temel-zemin etkileşim kuvvetleri  $P_0$  ve  $M_0$  frekans tanım alanında sırasıyla

$$\bar{P}_0(\omega) = k_{yy}(\omega)\bar{u}_0(\omega), \quad (21)$$

$$\bar{M}_0(\omega) = k_{\theta\theta}(\omega)\bar{\theta}_0(\omega) \quad (22)$$

olarak ifade edilebilir. Burada  $k_{yy}(\omega)$  ve  $k_{\theta\theta}(\omega)$  zeminin frekansa bağlı empedans katsayılarıdır.

Empedans katsayılarının elde edilmesi çeşitli kaynaklarda genişçe ele alınmıştır. Bu çalışmada Veletsos ile Wei tarafından elastik yarı sonsuz ortama oturan kütsüz rijit dairesel plağın harmonik yükler altındaki titreşim analizi sonucunda elde edilen empedans katsayıları [18] kullanılmıştır.

$u_0$  ve  $\theta_0$  de dahil edilerek Şekil 1'de verilen sistemin üstyapı kütlesi hareket denklemi  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  ve  $\mathbf{K}$  sırasıyla sistemin kütle matrisi, sönüm matrisi ve rijitlik matrisi;  $\mathbf{u}(t)$  görelî yerdeğiştirme vektörü olmak üzere aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}\{\mathbf{I}\}[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t)] + \mathbf{M}\mathbf{h}\ddot{\theta}_0(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = 0. \quad (23)$$

Yapı alt sisteminin toptan hareket denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\mathbf{h}\ddot{\theta}_0(t) + \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\{\mathbf{I}\}[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t)] + m_0[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t)] + k_{yy}u_0(t) = 0, \quad (24)$$

$$\mathbf{h}^T \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\{h_i^2\}\ddot{\theta}_0(t) + \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\mathbf{h}[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t)] + I_0\ddot{\theta}_0(t) + k_{\theta\theta}\theta_0(t) = 0. \quad (25)$$

Burada  $\{\mathbf{I}\}$  birim vektör,  $\mathbf{h}$  ise elemanları katların temel üst kotundan ölçülen yüksekliği  $h_i$ 'den oluşan kat yüksekliği vektörüdür.  $m_r = \sum_{i=1}^n m_i + m_0$  ve  $m_0 = 0$  olmak üzere hareket denklemlerinin her iki tarafına Fourier dönüşümü uygulanarak denklem (23) - (25) özel bir frekans için aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})\bar{\mathbf{u}} - \omega^2 \mathbf{M}\{\mathbf{I}\}\bar{u}_0 - \omega^2 \mathbf{M}\mathbf{h}\bar{\theta}_0 = \omega^2 \mathbf{M}\{\mathbf{I}\}\bar{u}_g, \quad (26)$$

$$-\omega^2 \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\bar{\mathbf{u}} + (k_{yy} - \omega^2 m_r)\bar{u}_0 - \omega^2 \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\mathbf{h}\bar{\theta}_0 = \omega^2 m_r \bar{u}_g, \quad (27)$$

$$-\omega^2 \mathbf{h}^T \mathbf{M}\bar{\mathbf{u}} - \omega^2 \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\mathbf{h}\bar{u}_0 + (k_{\theta\theta} - \omega^2 \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\{h_i^2\})\bar{\theta}_0 = \omega^2 \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\mathbf{h}\bar{u}_g. \quad (28)$$

Özel bir frekansa ait bu üç adet cebrik denklemden oluşan denklem takımından  $\bar{\mathbf{u}}$ ,  $\bar{u}_0$  ve  $\bar{\theta}_0$  elde edilebilir.  $\bar{\mathbf{u}}$ ,  $\bar{u}_0$  ve  $\bar{\theta}_0$  elde edildikten sonra ters Fourier dönüşümü ile zaman tanım alanındaki değerleri elde edilebilir. Bu büyüklüklerin zaman tanım alanındaki hızı ve ivmesi sonlu fark yöntemiyle hesaplanabilir.

## ZEMİNLE ETKİLEŞEN YAPILARIN OPTİMAL KONTROLÜ

Deprem etkisinde zeminle etkileşen yapıların optimal kontrolü iki adımlı ardışık yaklaşıma dayanan sayısal algoritmaya yapılabilir [19]. Şekil 1'de verilen deprem etkisindeki bir yapı için yapı-zemin

etkileşimi dahil edilerek yazılan denklemleri (23) - (25), kontrol kuvvetinin de eklenmesi durumunda aşağıdaki şekli alır:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{M}\{\mathbf{I}\}[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t)] + \mathbf{M}\mathbf{h}\ddot{\theta}_0(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) - \mathbf{D}\mathbf{f}_c(t) = 0 \quad (29)$$

$$\{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\mathbf{h}\ddot{\theta}_0(t) + \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\{\mathbf{I}\}[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t)] + m_0[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t)] + k_{yy}u_0(t) = 0, \quad (30)$$

$$\mathbf{h}^T \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\{h_i^2\}\ddot{\theta}_0(t) + \{\mathbf{I}\}^T \mathbf{M}\mathbf{h}[\ddot{u}_g(t) + \ddot{u}_0(t)] + I_0\ddot{\theta}_0(t) + k_{\theta\theta}\theta_0(t) = 0. \quad (31)$$

Denklem (29)'daki optimal kontrol kuvveti  $\mathbf{f}_c(t)$ 'nin belli olduğu varsayılırsa özel bir frekans için denklem (29) frekans tanım alanında aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]\ddot{\mathbf{u}} - \omega^2 \mathbf{M}\{\mathbf{I}\}\ddot{u}_0 - \omega^2 \mathbf{M}\mathbf{h}\ddot{\theta}_0 = \omega^2 \mathbf{M}\{\mathbf{I}\}\ddot{u}_g + \mathbf{D}\tilde{\mathbf{f}}_c. \quad (32)$$

Denklem (30) - (31), (27) - (28) ile aynı şekilde frekans tanım alanında yazılabilir. Özel bir frekansa ait bu üç adet cebrik denklemden oluşan denklem takımından  $\ddot{\mathbf{u}}$ ,  $\ddot{u}_0$  ve  $\ddot{\theta}_0$  elde edilebilir.

Kullanılan sayısal algoritma aşağıdaki gibi özetlenebilir: Birinci adımda, kontrol kuvveti uygulanmış ve zeminle etkileşen sistemin hareket denklemi olan (29) denkleminde kullanılacak kontrol kuvveti, ankastre mesnetli sistemin hareket denklemi (1)'den elde edilir. Kontrol kuvveti bu şekilde belirlendikten sonra birinci adıma ait zaman tanım alanındaki temel yanal yerdeğiştirme ivmesi  $\ddot{u}_0(t)$  ve dönme ivmesi  $\ddot{\theta}_0(t)$ , Fourier dönüşümü ve sonlu fark yöntemiyle hesaplanabilir. İkinci adımda  $\ddot{u}_0(t)$  ile  $\ddot{\theta}_0(t)$ , ankastre mesnetli kontrollü sistemin hareket denklemi (1)'e dahil edilerek aşağıda verilen, zaman tanım alanında çözümü yapılabilen, kontrol kuvveti uygulanmış ve zeminle etkileşen sisteme eşdeğer yeni bir sistem oluşturulabilir:

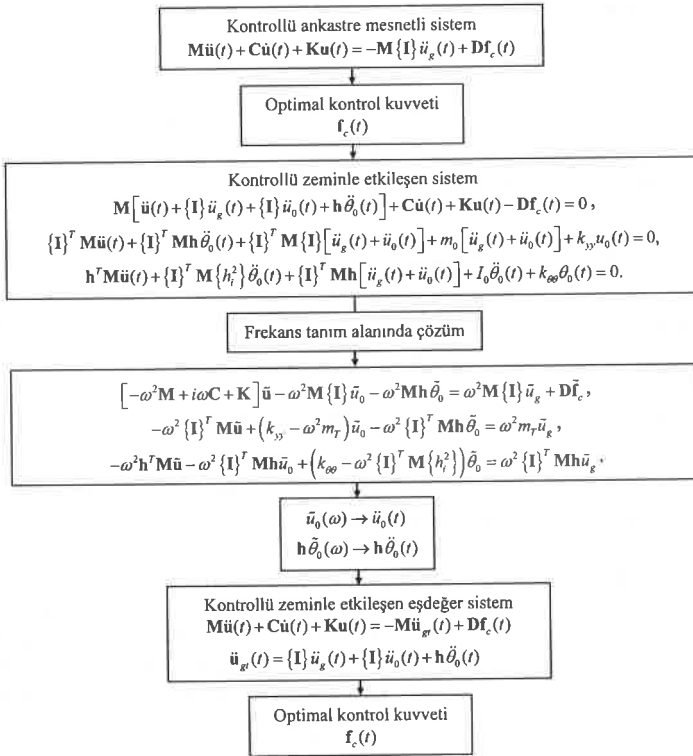
$$\mathbf{M}[\ddot{\mathbf{u}}(t) + \{\mathbf{I}\}\ddot{u}_g(t) + \{\mathbf{I}\}\ddot{u}_0(t) + \mathbf{h}\ddot{\theta}_0(t)] + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) - \mathbf{D}\mathbf{f}_c(t) = 0. \quad (33)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}_{gr}(t) = \{\mathbf{I}\}\ddot{u}_g(t) + \{\mathbf{I}\}\ddot{u}_0(t) + \mathbf{h}\ddot{\theta}_0(t) \quad (34)$$

olmak üzere denklem (33) tekrar yazılırsa

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{gr}(t) + \mathbf{D}\mathbf{f}_c(t) \quad (35)$$

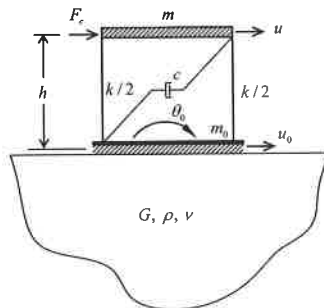
olur. Denklem (35)'e klasik optimal kontrol hesap aşamaları uygulanabilir. Şekil 2'de, açıklanan hesap yöntemi akış diyagramı biçiminde özetlenmiştir.



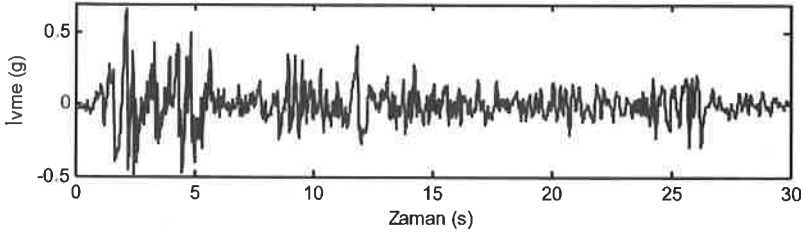
Şekil 2. Kontrollü, zeminle etkileşen sistem için hesap yöntemi akış diyagramı

### OPTİMAL KONTROL KUVVETİ İLE ZEMİNİN EMPEDANS KATSAYISI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN ARAŞTIRILMASI İÇİN PARAMETRİK ÇALIŞMA

Deprem etkisinde zeminle etkileşen sistemde optimal kontrol kuvveti ile zeminin empedans katsayısı arasındaki ilişkinin araştırılması amacıyla parametrik çalışma gerçekleştirilmiştir. Tek bir deprem etkisi için yapı ve temelin özellikleri sabit tutulmuş; empedans katsayısının önemli bir parametresi olan zeminin kayma modülü değiştirilerek yapıya uygulanacak optimal kontrol kuvveti ve yapının davranışı hesaplanmıştır. Şekil 3'te verilen optimal kontrol kuvveti uygulanmış zeminle etkileşen tek serbestlik dereceli sistemde  $T_n = 1.0$  s,  $m = 175$  kNs<sup>2</sup>/m,  $\zeta = 0.05$  olarak verilmiştir. Kat yüksekliği  $h = 3$  m, temel kütlesi  $m_0 = 0$ , dairesel olarak kabul edilen temel plağının yarıçapı  $r = 3$  m, Poisson oranı  $\nu = 0.33$  ve kütleli yoğunluğu  $\rho = 2$  kNs<sup>2</sup>/m<sup>4</sup>, zeminin kayma modülü  $G = 500, 1000, 5000, 10000, 30000, 50000, 100000, 150000, 200000, 250000$  kN/m<sup>2</sup> olarak verilmiştir. Sistem Şekil 4'te verilen 1940 El-Centro depremi yer ivmesi etkisindedir.



Şekil 3. Tek serbestlik dereceli kontrollü zeminle etkileşen sistem

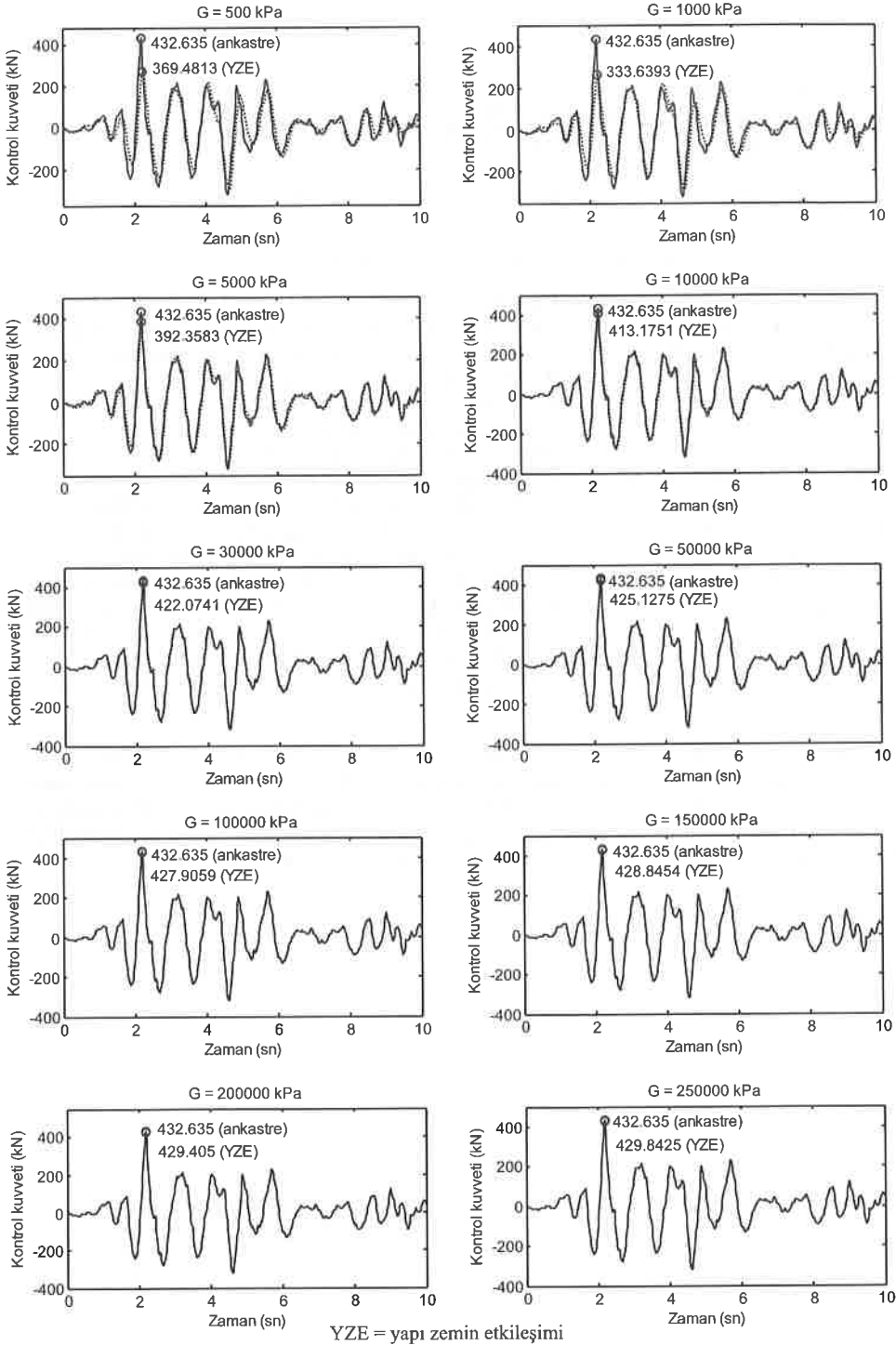


Şekil 4. 1940 El-Centro depremi ivme kaydı

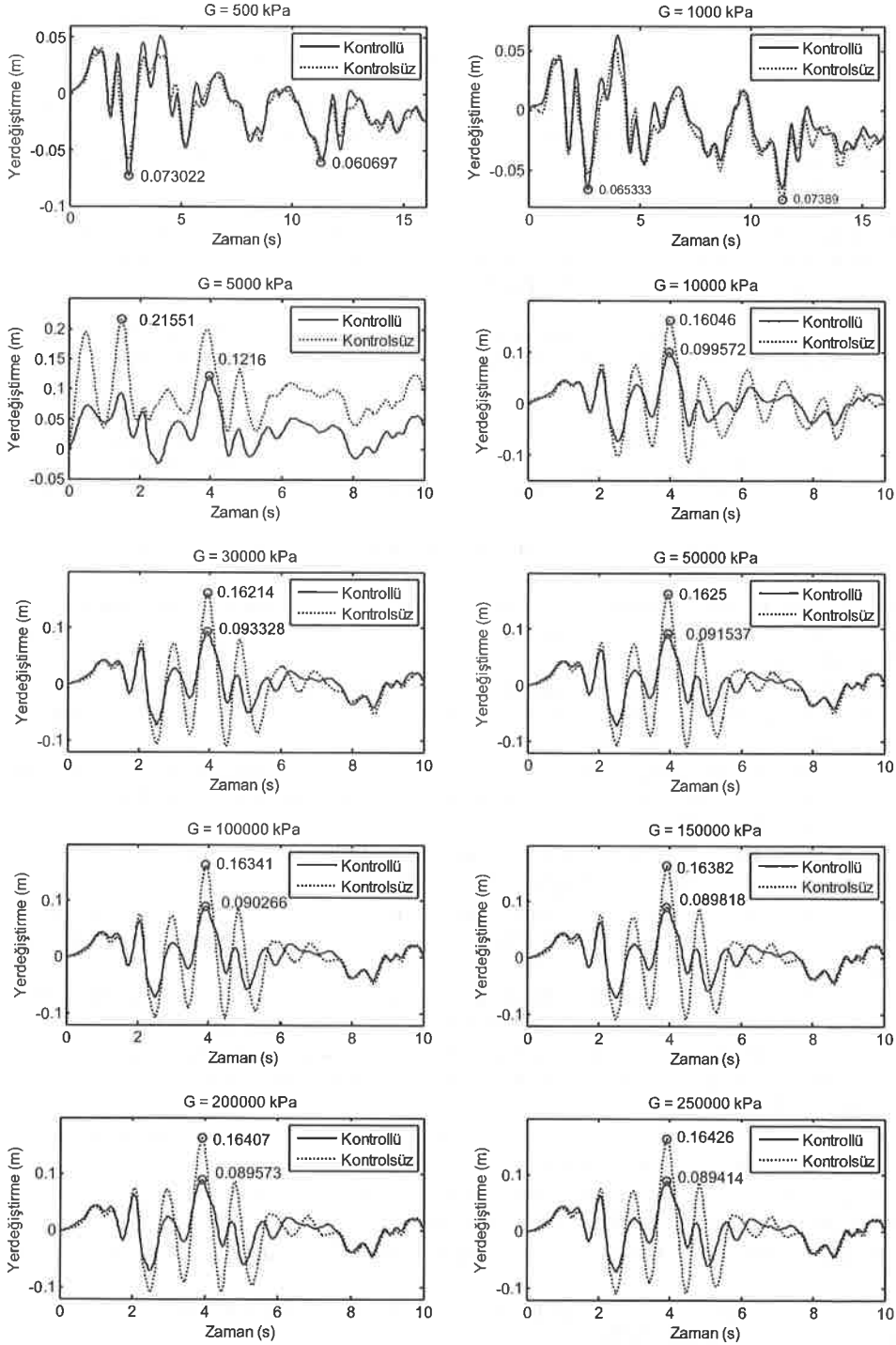
Farklı empedans katsayılarına sahip şekildeğiştirebilir zemine oturan sisteme, varsayılan 1940 El-Centro depremi sırasında uygulanacak optimal kontrol kuvveti ve maksimum değerleri, rijit temele sahip olduğu durumda uygulanacak kontrol kuvveti ile karşılaştırılarak Şekil 5'te verilmiştir. Şekil 5'ten görüldüğü gibi, zemin  $G = 500$  kPa kayma modülüne sahip olduğunda sisteme uygulanacak optimal kontrol kuvvetinin maksimum değeri 369.48 kN olarak elde edilmiştir; zemin  $G = 250000$  kPa kayma modülüne sahip olduğunda ise sisteme uygulanacak optimal kontrol kuvvetinin maksimum değeri 429.84 kN olarak elde edilmiştir. Başka bir deyişle, zemin yumuşadıkça uygulanacak optimal kontrol kuvveti daha küçük değeri almakta ve rijit temele sahip sisteme uygulanacak kontrol kuvvetinden farklılaşmaktadır. Zemin sertleştikçe uygulanacak optimal kontrol kuvveti daha büyük değerleri almakta ve rijit temele sahip sisteme uygulanacak kontrol kuvvetine yaklaşmaktadır. Zeminin kayma modülü  $G = 10000$  kPa'dan daha büyük değerlere sahip olduğunda şekildeğiştirebilir zemine oturan sisteme uygulanacak optimal kontrol kuvvetinin maksimum değeri ile, rijit temele sahip sisteme uygulanacak optimal kontrol kuvvetinin maksimum değerleri arasındaki fark %5'ten daha az olmaktadır. Dolayısıyla zeminin kayma modülü sistemin özellikleri ve uygulanacak depremin karakteristiği dikkate alınarak belirlenen belli bir değer in üstünde olduğunda optimal kontrol kuvvetinin hesabında yapı-zemin etkileşimi etkilerinin ihmal edilebileceği söylenebilir.

Farklı empedans katsayılarına sahip şekildeğiştirebilir zemine oturan sistemin kontrollü ve kontrolsüz durumdaki üstyapı yerdeğiştirmeleri ve yerdeğiştirmelerinin maksimum değerleri Şekil 6'da verilmiştir. Şekil 6'dan görüldüğü gibi, optimal kontrol kuvveti uygulanmış ve uygulanmamış sistemlerin üstyapı yerdeğiştirmeleri zemin yumuşadıkça birbirine yaklaşımakta; zemin sertleştikçe birbirinden farklılaşmaktadır. Başka bir deyişle görece yumuşak zemine oturan





Şekil 5. Zeminle etkileşen kontrollü sisteme uygulanan optimal kontrol kuvveti



Şekil 6. Zeminle etkileşen kontrollü sistemin üstyapı yerdeğiştirilmesi

sisteme kontrol kuvveti uygulayarak elde edilen kazanç önemli mertebede değildir, zemin sertleştikçe kontrol kazancı daha belirgin hale gelmektedir.

## SONUÇ

1940 El-Centro depremi kullanılarak serbest titreşim periyodu  $T_n = 1.0$  s olan sistem için yapılan parametrik çalışma sonrasında elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Zemin yumuşadıkça uygulanacak optimal kontrol kuvveti daha küçük değeri almakta ve rijit temele sahip sisteme uygulanacak kontrol kuvvetinden farklılaşmaktadır. Zemin sertleştikçe uygulanacak optimal kontrol kuvveti daha büyük değerleri almakta ve rijit temele sahip sisteme uygulanacak kontrol kuvvetine yaklaşmaktadır.
- Zeminin kayma modülü sistemin özellikleri ve uygulanacak depremin karakteristiği dikkate alınarak belirlenen belli bir değer üstünde olduğunda optimal kontrol kuvvetinin hesabında yapı-zemin etkileşimi etkilerinin ihmal edilebileceği söylenebilir.
- Görece yumuşak zemine oturan sisteme kontrol kuvveti uygulayarak elde edilen kazanç önemli mertebede değildir, zemin sertleştikçe kontrol kazancı daha belirgin hale gelmektedir.

## Kaynaklar

- Wong, H. L., Luco, J. E., Active control of the seismic response of structures in the presence of soil-structure interaction effects, *Proc. U.S. National Workshop on Structural Control Research*, University of Southern California, Los Angeles, CA, 231- 235, 25 - 26 October, 1990.
- Wong, H. L., Luco, J. E., Structural control including soil-structure interaction effects, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1, 2237 – 2250, 1991.
- Sato, T., Toki, K., Matsushima, H., Optimal control of structures taking into account the dynamic soil-structure interaction, *Colloquium on Control of Structures*, Tokyo, 257 - 263 (in Japanese), July, 1991.
- Wong, H. L., Luco, J. E., Effects of soil-structure interaction on the seismic response of structures subjected to active control, *Proc. 10th World Conf. on Earthquake Engineering*, Madrid, Spain, 2137 – 2142, 1992.
- Sato, T., Toki, K., Predictive control of seismic response of structures taking into account the soil-structure interaction, *Proc. 1st European Conf. on Smart Structures and Materials*, Glasgow, Scotland, 245 – 250, 1992.
- Alam, S. M. S., Baba, S., A robust active optimal control scheme including soil-structure interaction, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 119, 2533 – 2551, 1993.
- Smith, H. A., Wu, W. H., Borja, R. I., Active structural control with soil-structure interaction effects, *Proc. U.S. - Italy - Japan workshop/symposium on structural control and intelligent systems*, Sorrento, Italy, 204-218, 1992.
- Smith, H. A., Wu, W. H., Borja, R. I., Structural control considering soil-structure interaction effects, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 23, 609 – 626, 1994.
- Wu, W. H., Smith, H. A., Optimal structural control considering soil-structure interaction effects, *Report No. JABEEC 112*, John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford University, CA., 1994.
- Wu, W. H., Smith, H. A., Comparison of SSI effects on externally and internally controlled systems, *Smart Materials of Structures*, 4, A158 - A168, 1995.
- Luco, J. E., A simple model for structural control including soil-structure interaction effects, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 27, 225 – 242, 1998.
- Hart, G. C., Wong, K., *Structural Dynamics for Structural Engineers*, John Wiley & Sons, Inc., NY., 2000.
- Soong, T. T., *Active Structural Control: Theory and Practice*, Longman Scientific and Technical, New York, NY., 1990.
- Wolf, J. P., *Dynamic Soil-Structure Interaction*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ., 1985.

- [15] Wu, W. H., Smith, H. A., Efficient modal analysis for structures with soil-structure interaction, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 24, 283-299, 1995.
- [16] Çelebi, E., Gündüz, A. N., An Efficient Seismic Analysis Procedure for Torsionally Coupled Multistory Buildings Including Soil-Structure Interaction, *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, Vol. 29, 143-157, 2005.
- [17] Clough, R. W., Penzien, J., Dynamics of Structures, Computers & Structures, Inc., Berkeley, CA., 2003.
- [18] Veletsos, A. S., Wei, Y. T., Lateral and rocking vibrations of footings, *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, 97(9), 1227-1248, 1971.
- [19] Özyugur A. R., Deprem etkisinde zeminle etkileşen yapıların optimal kontrolü, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2011.