

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK HIZLI YENİ UZAY-ZAMAN BLOK KODLARI

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Ertuğrul BAŞAR**

Anabilim Dalı : Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği

Programı : Telekomünikasyon Mühendisliği

HAZİRAN 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK HIZLI YENİ UZAY-ZAMAN BLOK KODLARI

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Ertuğrul BAŞAR
(504071311)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 29 Nisan 2009
Tezin Savunulduğu Tarih : 3 Haziran 2009**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. M. Ertuğrul Çelebi (İTÜ)
Prof. Dr. Hakan A. Çırpan (İÜ)**

HAZİRAN 2009

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim boyunca ve bu tezin hazırlanması süresince desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen, sürekli araştırmaya teşvik eden, birlikte çalıştığımız sürece kendisinden bir telekomünikasyon mühendisi olarak çok şey öğrendiğim ve beraber çalışmaktan büyük mutluluk duyduğum değerli hocam Sn. Prof. Dr. Ümit Aygözü'ne, desteğini ve ilgisini her zaman yanımda hissettiğim aileme teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca iki yıl devam eden bu süreç boyunca verdikleri desteklerden dolayı TÜBİTAK ve Turkcell İletişim Hizmetleri A.Ş.'ye teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Bu tezde yer alan çalışmalar iki uluslararası dergi makalesi, bir uluslararası konferans ve bir ulusal konferans bildirisi olarak yayınlanmıştır.

Nisan 2009

Ertuğrul Başar

(Elektrik-Elektronik Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	v
KISALTMALAR.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
SİMGE LİSTESİ.....	xi
ÖZET.....	xiii
SUMMARY.....	xv
1. GİRİŞ	1
2. TELSİZ İLETİŞİM KANALLARI VE ÇEŞİTLEME.....	5
2.1. Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü (AWGN) Kanal	5
2.2. Telsiz Kanallar ve Sönümlenme.....	5
2.3. Çeşitleme	8
2.3.1. En büyük oranlı birleştirme (MRC)	9
2.4. MIMO Kanal Modeli	11
2.5. MIMO Kanal Sığıması	11
2.6. Rank ve Determinant Ölçütleri.....	14
2.7. İletim Hızı ve Alıcı Karmaşıklığı.....	15
3. UZAY-ZAMAN BLOK KODLARININ TARİHÇESİ	17
3.1. Dik Uzay-Zaman Blok Kodları (Orthogonal Space-Time Block Codes, OSTBCs).....	17
3.2. Yarı-Dik Uzay-Zaman Blok Kodları (Quasi-Orthogonal Space-Time Block Codes, QOSTBCs)	21
3.3. Bileşen Serpiştirilmeli Dik Tasarımlar (Coordinate Interleaved Orthogonal Designs, CIODs)	23
3.4. Hottinen-Tirkkonen Kodları.....	24
3.5. Altın Kod (The Golden code).....	26
3.6. Sezginer-Sari (SS) Kodları.....	27
3.7. Biglieri-Hong-Viterbo (BHV) Kodu.....	28
3.8. Sonuç.....	29
4. İKİ VERİCİ ANTENLİ MIMO SİSTEMLER İÇİN YENİ UZAY-ZAMAN BLOK KODLARI	31
4.1. Yüksek-Hızlı STBC Tasarımı ve Koşullu ML Sezim.....	31
4.2. Yeni 2-Hızlı Tam-Çeşitlenmeli Bileşen Serpiştirilmeli STBC [38].....	34
4.3. Önerilen 2-hızlı STBC'nin Bilgi Kuramsal Analizi.....	38
4.4. Başarım Değerlendirmeleri	42
4.5. Yeni 1.5-Hızlı Tam-Çeşitlenmeli Bileşen Serpiştirilmeli STBC	43
5. ÜÇ VE DÖRT VERİCİ ANTENLİ MIMO SİSTEMLER İÇİN YENİ UZAY-ZAMAN BLOK KODLARI.....	47
5.1. Dört Verici Anten için Yeni 1-Hızlı Tam-Çeşitlenmeli STBC.....	47
5.2. Üç Verici Anten için Yeni 1-Hızlı Tam-Çeşitlenmeli STBC.....	48

5.3. Dört Verici Anten için Yeni 2-Hızlı Tam-Çeşitlemeli STBC	50
5.4. Dört Verici Anten için Yeni 1.5-Hızlı Tam-Çeşitlemeli STBC	54
5.5. Üç Verici Anten için Yeni 2-Hızlı Tam-Çeşitlemeli STBC.....	55
5.6. Üç Verici Anten için Yeni 1.5-Hızlı Tam-Çeşitlemeli STBC.....	56
5.7. Önerilen 2-hızlı STBC'lerin Bilgi Kuramsal Analizi	57
5.8. Üç ve Dört Verici Antenler için Önerilen 2 ve 1.5-Hızlı STBC'lerin Hata Başarımları	61
5.9. Dört Verici Anten için Yeni 4-Hızlı Kısmi-Çeşitlemeli STBC.....	65
5.10. Üç Verici Anten için Yeni 3-Hızlı Kısmi-Çeşitlemeli STBC	66
5.11. Maksimum İletim Hızlı STBC'lerin Bilgi Kuramsal Analizi	67
5.12. Maksimum İletim Hızlı STBC'lerin Hata Başarımları	68
6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	71
KAYNAKLAR	73
ÖZGEÇMİŞ	77

KISALTMALAR

AWGN	: Additive White Gaussian Noise (Toplamsal Beyaz Gauss Gürültüsü)
BER	: Bit Error Rate (Bit Hata Olasılığı)
BHV	: Biglieri Hong Viterbo
CER	: Codeword Error Rate (Kod Sözcük Hata Olasılığı)
CIOD	: Coordinate Interleaved Orthogonal Design (Bileşen Serpiştirmeli Dik Tasarım)
COD	: Complex Orthogonal Design (Karmaşık Dik Tasarım)
DjABBA	: Double j ABBA
GCIOD	: Generalized Coordinate Interleaved Orthogonal Design (Genelleştirilmiş Bileşenleri Serpiştirilmiş Dik Tasarım)
GCOD	: Generalized Complex Orthogonal Design (Genelleştirilmiş Karmaşık Dik Tasarım)
iid	: Independent Identically Distributed (Bağımsız Eş Dağılımlı)
LOS	: Line of Sight (Doğrudan Görüş Hattı)
MIMO	: Multiple Input Multiple Output (Çok Giriş Çok Çıkışlı)
ML	: Maximum Likelihood (En Büyük Olabilirlikli)
MMI	: Maximum Mutual Information (Maksimum Karşılıklı Bilgi Miktarı)
MMSE	: Minimum Mean Square Error (Minimum Ortalama Karesel Hata)
M-PSK	: M -ary Phase Shift Keying (M 'li Faz Kaydırmalı Anahtarlama)
M-QAM	: M -ary Quadrature Amplitude Modulation (M 'li Dik Genlik Modülasyonu)
MRC	: Maximal Ratio Combining (En Büyük Oranlı Birleştirici)
OSTBC	: Orthogonal Space Time Block Code (Dik Uzay Zaman Blok Kod)
PAPR	: Peak to Average Power Ratio (Tepe Ortalama Güç Oranı)
pdf	: Probability Density Function (Olasılık Dağılım İşlevi)
PEP	: Pairwise Error Probability (Çiftsel Hata Olasılığı)
QOSTBC	: Quasi-Orthogonal Space Time Block Code (Yarı-Dik Uzay Zaman Blok Kod)
QPSK	: Quadrature Phase Shift Keying (4'lü Faz Kaydırmalı Anahtarlama)
SER	: Symbol Error Rate (Simge Hata Olasılığı)
SISO	: Single Input Single Output (Tek Giriş Tek Çıkışlı)
SM	: Spatial Multiplexing (Uzamsal Çoğullama)
SNR	: Signal to Noise Ratio (İşaret Gürültü Oranı)
SS	: Sezginer Sari
STBC	: Space Time Block Code (Uzay Zaman Blok Kod)
STTC	: Space Time Trellis Code (Uzay Zaman Kafes Kod)
TCM	: Trellis Coded Modulation (Kafes Kodlamalı Modülasyon)
WiMAX	: Worldwide Inter-operability for Microwave Access
ZF	: Zero Forcing (Sıfıra Zorlama)

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 : Bir telsiz iletişim kanalındaki farklı iletim yolları.....	6
Şekil 2.2 : MIMO Kanal Sığıması.....	13
Şekil 3.1 : Q_2 , $Q_{3,3}$ ve $Q_{4,3}$ kodlarının SER başarımları (3 bit/sn/Hz, 1 alıcı)....	20
Şekil 3.2 : QPSK işaret kümesinin eksenlerinin döndürülmesi.....	24
Şekil 3.3 : (3.21) ifadesinin QPSK’da değişik eksen döndürme açıları için değeri.....	25
Şekil 4.1 : $X_{2,4}$ kodunun $a=e^{j\theta}$ ve $b=1$ için minimum determinantı.....	38
Şekil 4.2 : CIOD ($Q_{2,2}$), Alamouti kodu ve önerilen kodun ($X_{2,4}$) bir ve iki alıcı anten durumlarında ergodik kanalda maksimum karşılıklı bilgi miktarları.....	42
Şekil 4.3 : Önerilen 2-hızlı kodun BER başarımının QPSK ve 16-QAM modülasyonları için SS kodu ve Altın kodla karşılaştırılması.....	43
Şekil 4.4 : Önerilen 2-hızlı kodun CER başarımının QPSK ve 16-QAM modülasyonları için SS kodu ile karşılaştırılması.....	44
Şekil 4.5 : Önerilen 1.5-hızlı kodun SER başarımının QPSK ve 16-QAM modülasyonları için SS kodu ile karşılaştırılması.....	45
Şekil 5.1 : 3 ve 4 verici antenler için 1-hızlı yeni STBC’lerin SER başarımları.....	50
Şekil 5.2 : Dört verici anten için maksimum karşılıklı bilgi miktarı karşılaştırmaları.....	60
Şekil 5.3 : Üç verici anten için maksimum karşılıklı bilgi miktarı karşılaştırmaları.....	61
Şekil 5.4 : Diktörtgen-olmayan 8-QAM işaret kümesi.....	63
Şekil 5.5 : Önerilen 2-hızlı STBC’lerin 4 bit/sn/Hz için BER başarımları.....	64
Şekil 5.6 : Önerilen 1.5-hızlı STBC’lerin 3 bit/sn/Hz için BER başarımları.....	64
Şekil 5.7 : Önerilen maksimum iletim hızlı STBC’lerin maksimum karşılıklı bilgi miktarları.....	68
Şekil 5.8 : Üç ve dört verici antenler için maksimum iletim hızlı STBC’lerin hata başarımları.....	69

SİMGE LİSTESİ

$\ \cdot\ $: Matrisin Frobenious normu, vektörün Öklit normu
$ \cdot _+$: Pozitif özdeğerler çarpımı
$(\cdot)^*$: Eşlenik alma operatörü
$(\cdot)^H$: Karmaşık evrik (hermisyen) alma operatörü
$(\cdot)^T$: Evrik alma operatörü
$(a)_K$: $a \bmod K$
a, b, c, d	: Karmaşık tasarım parametreleri
\mathbb{C}	: Karmaşık sayılar uzayı
$C(\rho, n_T, n_R)$: ρ alınan SNR değerindeki $n_T \times n_R$ MIMO kanal sığıması
$C_X(\rho, n_T, n_R)$: \mathbf{X} 'in ρ alınan SNR değerindeki $n_T \times n_R$ MIMO kanal sığıması
$E\{\cdot\}$: Beklenen değer operatörü
E_b	: Bit başına iletilen ortalama işaret enerjisi
E_s	: Simge başına iletilen ortalama sinyal enerjisi
\mathbf{H}	: Kanal matrisi
\mathcal{H}	: Eşdeğer kanal matrisi
h_{ij}	: i . alıcı anten ile j . verici anten arasındaki kanal katsayısı
\mathbf{I}_m	: $m \times m$ 'lik birim matris
k	: \mathbf{X} içerisindeki bilgi simgelerin sayısı
M	: İşaret kümesinin eleman sayısı
\mathbf{n}	: Birim varyanslı gürültü vektörü
\mathbf{N}	: Gürültü matrisi
N_0	: Gürültünün çift yönlü güç spektral yoğunluğu
$N(m, \sigma^2)$: m ortalamalı σ^2 varyanslı Gauss dağılımı
n_{ij}	: i . alıcı antende j . zamandaki Gauss gürültüsü
n_R	: Alıcı anten sayısı
n_T	: Verici anten sayısı
$p(x)$: x raslantı değişkeninin pdf'i
\mathbb{R}	: Gerçek sayılar uzayı
R	: STBC'nin iletim hızı (karmaşık simge/kanal kullanımı)
r_{ij}	: i . alıcı antende j . zamanda alınan işaret
T	: Zaman aralıklarının sayısı
$tr(\cdot)$: Matrisin izi
$\text{var}\{\cdot\}$: Varyans operatörü
\mathbf{x}	: Modülasyonlu simge
\mathbf{x}	: Birim varyanslı iletilen işaret vektörü
$\tilde{\mathbf{x}}$: Bileşenleri serpiştirilmiş simge
\mathbf{X}	: STBC sözcük (iletim) matrisi (kod sözcük matrisi)
$\hat{\mathbf{X}}$: Karar verilen kod sözcük (iletim) matrisi
x_I	: x simgesinin sanal kısmı
x_R	: x simgesinin gerçek kısmı
\mathbf{Y}	: Alınan işaret matrisi

\mathbf{y}	: Alınan işaret vektörü
z_{ij}	: r_{ij} 'den hesaplanan ara işaret
θ	: Eksen döndürme açısı
ρ	: Alınan SNR
σ^2	: Varyans
χ	: Karmaşık modülasyon işaret kümesi
λ	: Ek simgelerin toplam sayısı
λ_i	: Özdeğerler
δ_{\min}	: Minimum determinant

YÜKSEK HIZLI YENİ UZAY-ZAMAN BLOK KODLARI

ÖZET

İnternet ve çoklu ortam uygulamalarının gelecek nesil telsiz iletişim sistemlerine katılmasıyla birlikte yüksek veri hızlı iletişim sistemlerine olan gereksinim gittikçe artmaktadır. Kullanılabilir spektrum sınırlı olduğu için yüksek veri hızları elde etmenin tek yolu daha etkin işaretleme teknikleri kullanmaktır. Tek-girişli tek-çıkışlı sistemlere göre çok-girişli çok-çıkışlı sistemlerin kullanılmasıyla kanal sığasında önemli kazançlar elde edilebileceği kanıtlanmıştır. Uzay-zaman blok kodlama, çok-girişli çok-çıkışlı kanalların kuramsal sığa sınırlarına ulaşmayı hedefleyen bir pratik işaret tasarım tekniğidir. Bu çalışmada iki, üç ve dört verici antenli çok-girişli çok-çıkışlı sistemler için düşük karmaşıklık, yüksek-hızlı, tam ve kısmi çeşitlenmeli uzay-zaman blok kodları önerilmiştir. Bu kodların çözülmesinde koşullu en büyük olabilirlikli kod çözme olarak adlandırılan ve matematiksel olarak ifade edilen bir teknik kullanılmıştır. Önerilen kodlar için parametre optimizasyonları yapılarak yüksek çeşitleme ve kodlama kazançları elde edilmiştir. Önerilen kodların basitleştirilmiş en büyük olabilirlikli alıcı yapıları verilmiştir. İki verici anten için önerilen 2-hızlı kodun literatürdeki en iyi eşdeğerine göre daha düşük alıcı karmaşıklığı ile aynı hata başarımını yakaladığı, dört verici anten için önerilen 2-hızlı kodun ise en iyi eşdeğer koddan daha düşük alıcı karmaşıklığı ile daha iyi hata başarımı yakaladığı gösterilmiştir. İki, üç ve dört verici anten için karmaşıklık ve hata başarımı arasında ödünleşim sunan 1.5-hızlı kodlar da önerilmiştir. Son olarak üç ve dört verici anten için iletim hızları sırasıyla 3 ve 4 olan iki yüksek başarımli kod önerilmiştir. Yapılan bilgi kuramsal analizler sonucu, dik uzay-zaman blok kodları ile karşılaştırıldığında, önerilen kodların maksimum karşılıklı bilgi miktarının çok-girişli çok-çıkışlı sistem sığasıyla aynı değerde olduğu ya da bu değere yakın olduğu gösterilmiştir.

NEW HIGH RATE SPACE-TIME BLOCK CODES

SUMMARY

With the integration of Internet and multimedia applications into the next generation wireless communication systems, the need for high data rate wireless systems has been growing. Since the available spectrum is limited, the only way to obtain higher data rates is to use more efficient signalling techniques. It is shown that with the use of multiple-input multiple-output systems, significant gains can be obtained in channel capacity. Space-time block coding is a practical signal design technique that aims to achieve theoretical multiple-input multiple-output channel capacity limits. In this study, low decoding complexity, high-rate, full and partial diversity space-time block codes are proposed for multiple-input multiple-output systems with two, three and four transmit antennas. For the decoding of these codes, a technique which is named as conditional maximum likelihood decoding is used and mathematically described. High diversity and coding gains are obtained for the proposed schemes by parameter optimizations for some known signal constellations. Simplified maximum likelihood receiver structures for the proposed codes are given. It is shown that the proposed rate-2 code for two transmit antennas achieves the same error performance with that of its best counterpart given in the literature with a lower decoding complexity while proposed rate-2 code for four transmit antennas achieves better error performance than its best counterpart with a lower decoding complexity. For the systems with two, three and four transmit antennas, rate-1.5 space-time block codes which offer a tradeoff between complexity and performance, are proposed. Finally, for the systems with three and four transmit antennas we propose two high-performance codes with symbol rates of 3 and 4, respectively. It is shown by information theoretic analysis that when compared with orthogonal space-time block codes, the maximum mutual information of the proposed codes are the same or closer to the actual multiple-input multiple-output channel capacity.

1. GİRİŞ

İnternet ve çoklu ortam (multimedia) uygulamalarının gelecek nesil telsiz iletişim sistemlerine katılmasıyla birlikte yüksek veri hızlı iletişim sistemlerine olan gereksinim gittikçe artmaktadır. Kullanılabilir spektrum sınırlı olduğu için yüksek veri hızları elde etmenin tek yolu daha etkin işaretleme teknikleri kullanmaktır. Tek-girişli tek-çıkışlı (single-input single-output, SISO) sistemlere göre çok-girişli çok-çıkışlı (multiple-input, multiple-output, MIMO) sistemlerin kullanılmasıyla kanal sığasında önemli kazançlar elde edilebileceği Telatar[1] ve Foschini ve Gans[2]'in bu alandaki öncü çalışmalarıyla kanıtlanmıştır. Bir telsiz iletişim sisteminin alıcı ve verici taraflarında çoklu antenlerin kullanılması daha yüksek veri oranlarına, servis kalitesine ve ağ sığasına olan gereksinimi karşılayan bir tekniktir [3]. Uzay-zaman kodlama (space-time coding) MIMO kanalların kuramsal sığa sınırlarına ulaşmayı hedefleyen bir pratik işaret tasarım tekniğidir [4]. Uzay-zaman kodlama, iletilen işaretlerin hem uzayda hem de zamanda yayılması ilkesine dayanmaktadır. Böylece aynı zamanda hem çeşitleme hem de kodlama kazançları elde edilebilmektedir.

Uzay-zaman kodlamanın temelleri 1998 yılında Tarokh, Seshadri ve Calderbank tarafından atılmıştır [5]. Yine aynı yıl içerisinde Alamouti tarafından yapılan öncü çalışma [6] ile birlikte bu geçen 10 yıl içerisinde uzay-zaman kodlama teknikleri üzerine oldukça yoğun araştırmalar yapılmıştır. Genel olarak uzay-zaman kodlama, uzay-zaman kafes kodlama (space-time trellis coding, STTC) ve uzay-zaman blok kodlama (space-time block coding, STBC) olarak ikiye ayrılmaktadır. İlk olarak [5]'de önerilen uzay-zaman kafes kodları, modülasyon ile kafes kodlamayı birleştirerek veriyi MIMO kanal üzerinden iletir. Dolayısıyla STTC'ler MIMO kanallar için bir çeşit kafes kodlamalı modülasyon (trellis coded modulation, TCM) sistemi olarak düşünülebilir [7]. Uzay-zaman blok kodlama ise çoklu verici antenler için çeşitleme sağlayan ve düşük kod çözme karmaşıklıklı bir iletim yapısı olarak görülebilir.

Uzay-zaman blok kodları, sönmülemenin bozucu etkileri altında sağladıkları yüksek başarımlar ve kod çözme yapılarının basitliği dolayısıyla uzay-zaman kafes kodlara

göre günümüzde birçok telsiz iletişim standardına girmiştir ve birçok gelecek nesil telsiz iletişim standardında da vazgeçilmez bir araç olarak karşımıza çıkmaktadır. Bundan dolayı, uzay-zaman blok kodlamanın temelini oluşturan ve 1998 yılında Siavash M. Alamouti tarafından yapılan öncü çalışmanın ardından geçen 10 yıl içerisinde birçok araştırmacı uzay-zaman blok kodlar üzerinde oldukça yoğun çalışmalarda bulunmuşlardır ve günümüzde de bu süreç aynı hızla devam etmektedir.

Alamouti tarafından iki verici antenli MIMO sistemler için önerilen ve sonradan Alamouti STBC olarak adlandırılan bu STBC, literatürdeki dik STBC (orthogonal STBC, OSTBC)'lere ilk örnektir. OSTBC'ler, kod iletim matrislerinin özel yapısı sayesinde oldukça basit bir şekilde en büyük olabilirlikli (maximum likelihood, ML) alıcı kullanılarak çözülebilir [6,8]. OSTBC'ler daha sonra Tarokh ve diğerleri tarafından üç ve dört verici antenli MIMO sistemler için genelleştirilmiştir [8]. Sonraki yıllarda değişik verici anten sayıları için birçok OSTBC önerilmiştir [9-15]. OSTBC'lerin temel mantığı, alıcının kod sözcük matrisi içerisindeki her bir bilgi simgesi için bu matrisin diklik özelliğinden faydalanarak sadece o bilgi simgesinin bir işlevi olan bir karar kuralı sağlaması ve bu simgeleri birbirlerinden bağımsız olarak teker teker çözmesidir. Dolayısıyla, bir OSTBC için alıcı karmaşıklığı, SISO bir kanalın alıcı karmaşıklığıyla aynı düzeydedir yani doğrusal olmaktadır. Ancak, bir STBC için diklik koşulu oldukça katıdır. Dahası bir dik tasarımın iletim hızı ancak ve ancak iki verici anten için kanal kullanımı başına bir karmaşık simge, yani tam (1-hızlı) olmaktadır ve ikiden daha çok verici antenli sistemler için OSTBC'lerin iletim hızının 3/4 ile üstten sınırlandırıldığı kanıtlanmıştır [16]. Diğer taraftan [17]'de gösterilmiştir ki, OSTBC'ler düşük iletim hızları dolayısıyla telsiz MIMO kanalın sığasında önemli kayıplara yol açmaktadırlar. Dolayısıyla, araştırmacılar dik fakat düşük hızlı kodlar yerine, diklik koşulunu esneterek yüksek hızlı kodlar aramaya yönelmiştir. İlk olarak [18,19]'da yukarıda sözü geçen üst sınırı aşan, fakat daha yüksek kod çözme karmaşıklıklı ve tam çeşitleme de sağlamayan yarı-dik STBC (quasi-orthogonal STBC, QOSTBC)'ler önerilmiştir. QOSTBC'lerin temel mantığı kod matrisindeki sütun vektörlerini gruplara ayırmak ve bu grupların kendi içlerinde değil fakat kendi aralarındaki dikliği sağlamak, bundan dolayı ML kod çözme işlemini OSTBC'lar gibi simge temelli değil de simge grupları temelli gerçekleştirmektir. Dolayısıyla bir QOSTBC'nin kod çözme karmaşıklığı OSTBC'dan daha yüksek olmaktadır. [18,19]'da önerilen QOSTBC'lar daha sonra

iletim matrisindeki bazı simgeler döndürülerek tam verici çeşitlemesi sağlayacak şekilde geliştirilmiştir [20,21]. [22-24]'de Rajan ve Khan tarafından önerilen bileşen serpiştirmeli dik tasarımlar (coordinate interleaved orthogonal design, CIOD) ise üç ve dört verici anten için yarı-dik tasarımların iletim hızlarını yakalamalarının yanı sıra dik tasarımlar gibi simge temelli ML alıcı ile çözülebilmektedir. Sonraki yıllarda, bileşen serpiştirmeli yapı kullanılarak bazı tam-hızlı ve düşük karmaşıklıkta STBC'ler de önerilmiştir [25,26].

Geçen yıllar içerisinde tam hızlı (1-hızlı) STBC'lerin yeterli olamayacağı ortaya çıkmıştır. Hottinen ve Tirkkonen bu eksikliği fark ederek yüksek hızlı STBC'ler aramaya başlamışlar, [27]'in 9. Bölüm'ünde, iki ve dört verici antenli sistemler için 2-hızlı STBC'ler önermişlerdir. Fakat bu ilk STBC'ler oldukça yüksek alıcı karmaşıklığına ve düşük kodlama kazançlarına sahiptir. Sonraki yıllarda cebrik sayı kuramı kullanarak yüksek-hızlı STBC elde etmek üzere bazı araştırmalar yapılmıştır [28,29]. Sayı kuramı kullanılarak elde edilen yüksek-hızlı kodlara en iyi örnek olarak günümüzde de gezgin WiMAX sistemlerinde kullanılan Altın kod (Golden code) [29] verilebilir. İletim hızı 2 olan Altın kodun en büyük dezavantajı ML kod çözme karmaşıklığının kullanılan işaret kümesinin eleman sayısının dördüncü kuvvetiyle orantılı olmasıdır. [30] ve [31]'de sırasıyla Parades ve diğerleri, Sezginer ve Sari tarafından Altın kod'a göre daha düşük ML kod çözme karmaşıklıklı fakat daha düşük kodlama kazancına ve dolayısıyla daha kötü hata başarımına sahip alternatif STBC'ler önerilmiştir.

Dört verici antenli sistemler için Hottinen ve Tirkkonen tarafından önerilen 2-hızlı DjABBA kodu [27,32] yıllardan beri en iyi STBC olarak bilinmekteydi. Ancak, Biglieri, Hong ve Viterbo tarafından [33,34]'de önerilen yeni bir kodun DjABBA kodundan daha iyi hata başarımına sahip olduğu gösterilmiştir. Fakat sözü geçen bu iki STBC de kullanılan işaret kümesinin eleman sayısının yedinci kuvvetiyle orantılı bir ML kod çözme karmaşıklığına sahiptir ki bu da bu STBC'lerin pratik olarak oldukça zor ve pahalı bir şekilde gerçekleştirilebileceği anlamına gelmektedir. Üç ve dört verici antenli sistemler içinse uzamsal çoğullama (spatial multiplexing, SM) ile aynı iletim hızına sahip (üç verici anten için 3-hızlı, dört verici anten için 4-hızlı) düşük karmaşıklıkta STBC'ler ise literatürde bulunmamaktadır.

Bu çalışmada, yukarıda sıralanan literatürdeki en iyi yüksek hızlı STBC'lere alternatif olarak düşük karmaşıklıkta yüksek-hızlı yeni STBC'ler önerilmiş, önerilen

bu kodlar için kodlama kazancı optimizasyonları yapılmış, basitleştirilmiş ML alıcı yapıları verilmiş ve bu kodların bilgi kuramsal analizleri yapılmıştır. Bu çalışmanın temel katkıları aşağıda sıralanmıştır:

- İlk olarak Sezginer ve Sari tarafından [31] ve [35]'deki dik olmayan STBC'lerin kod çözümünde kullanılan teknik, *koşullu ML kod çözme* olarak adlandırılmış [36,37], matematiksel olarak açıklanmış ve literatürdeki birçok OSTBC'ye uygulanmıştır.
- İki verici antenli MIMO sistemler için, hızları 2 ve 1.5 olan iki yeni tam-çeşitlemeli STBC önerilmiştir [38]. Önerilen 2-hızlı kodun, literatürdeki en iyi kod olan Altın kod ile aynı hata başarımını daha düşük bir alıcı karmaşıklığı ile yakaladığı gösterilmiştir. Önerilen 1.5-hızlı kodun ise [35]'deki eşdeğerinden daha iyi hata başarımına sahip olduğu gösterilmiştir.
- Dört verici antenli MIMO sistemler için hızları 2, 1.5 ve 1 olan yeni tam-çeşitlemeli STBC'ler önerilmiştir [36,37]. Önerilen 2-hızlı kodun literatürdeki en iyi kod olan Biglieri, Hong, Viterbo (BHV) kodundan daha düşük bir alıcı karmaşıklığı ile daha iyi hata başarımı verdiği gösterilmiştir. Önerilen 1.5-hızlı ve 1-hızlı kodların da literatürdeki 1-hızlı kodlardan daha iyi hata başarımına sahip oldukları gösterilmiştir.
- Dört verici anten için önerilen 2, 1.5 ve 1 oranlı kodlar uygun işlemler sonrası üç verici antene de uyarlanmış ve literatürdeki kodlarla karşılaştırılarak üstünlükleri ortaya konmuştur.
- Dört ve üç verici antenli sistemler için maksimum iletim hızlı (dört verici anten için 4-hızlı ve üç verici anten için 3-hızlı) iki yeni STBC önerilmiş ve bu kodların ilişkin uzamsal çoğullamalı sistemlerden daha iyi hata başarımı sağladıkları gösterilmiştir [39].
- Önerilen kodlar için bilgi kuramsal analizler yapılmış ve bu kodların MIMO kanal sığasını maksimize ettikleri gösterilmiştir.

Bu çalışmanın genel hatları şu şekildedir: 2. Bölümde MIMO telsiz kanal modeli ve çeşitleme teknikleri anlatılmıştır. 3. Bölümde uzay-zaman blok kodlama alanında son 10 yıl içerisinde yapılan çalışmalar gözden geçirilmiştir. 4. ve 5. Bölümlerde sırasıyla 2, 3 ve 4 verici anten için yeni STBC'ler önerilmiştir. Son olarak 6. Bölümde sonuçlar verilmiştir.

2. TELSİZ İLETİŞİM KANALLARI VE ÇEŞİTLEME

Bu bölümde, telsiz iletişim kanalları ve sönümlenme incelenmiş, çeşitleme ve çeşitleme teknikleri kısaca anlatılmış, çalışma boyunca kullanılan MIMO kanal modeli verilmiştir. Sonraki bölümlerde kullanılacak tasarım ölçütleri ve iletim hızı, alıcı karmaşıklığı gibi bazı temel kavramlar gözden geçirilmiştir.

2.1 Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü (AWGN) Kanal

Bir sayısal iletişim sistemi için kullanılabilecek en basit kanal tipi toplamsal beyaz Gauss gürültülü (additive white Gaussian noise, AWGN) kanaldır [50]. İletişim sistemlerinin modellenmesinde AWGN kanallarının kullanılmasının nedeni ısı gürültünün varlığıdır. Isıl gürültünün temel spektral karakteristiği güç spektral yoğunluğunun tüm frekanslarda aynı olmasıdır ki beyaz terimi bu amaçla kullanılmaktadır. Bir AWGN kanalda, iletilen işaretlerin işaret uzayında birbirinden istatistiksel olarak bağımsız Gauss raslantı değişkenlerinden etkilendiği kabul edilir. Gauss dağılımına sahip raslantı değişkeni n olmak üzere, bu raslantı değişkeninin olasılık dağılım işlevi

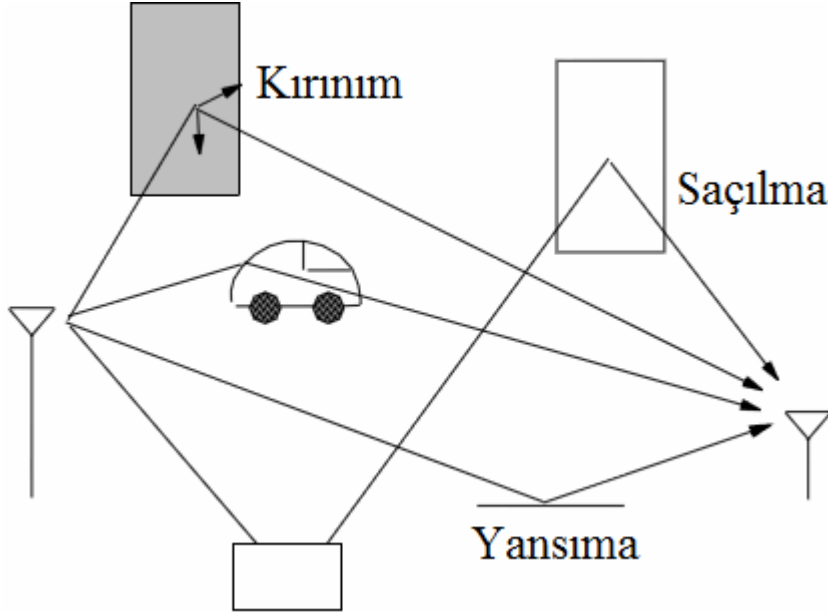
$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(n-m)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty \leq n \leq \infty \quad (2.1)$$

şeklinde verilir. Burada m ortalamayı, σ^2 ise varyansı göstermektedir. Toplamsallıktan gürültünün iletilen işaretin üzerine doğrudan eklenmesi ve çarpıcı etkenlerin söz konusu olmaması anlaşılmaktadır.

2.2 Telsiz Kanallar ve Sönümlenme

Birçok fiziksel kanal için uygun olan AWGN kanal modeli, zamanla iletim karakteristikleri değişen telsiz iletişim kanalları üzerinden işaret iletimi söz konusu olduğunda yeterli değildir [51]. Böyle durumlarda, kanalın zamanla değişen davranışını karakterize edecek daha genel matematiksel modellere gereksim vardır.

Telsiz kanalların en ayırt edici özelliği verici ve alıcı arasında birden çok yol olmasıdır [7,52]. Bu çeşitli yolların varlığı dolayısıyla iletilen işaretin birden çok versiyonu alıcıya ulaşmaktadır. Şekil 2.1’de bir telsiz iletişim kanalındaki değişik iletim mekanizmaları gösterilmiştir.



Şekil 2.1 : Bir telsiz iletişim kanalındaki farklı iletim yolları

Alıcı ve verici arasında doğru bir yol varsa bu hatta doğrudan görüş hattı (line of sight, LOS) adı verilir. Ancak LOS hattı olmadan da elektromanyetik dalgalar, vericiden alıcıya ulaşabilmektedir. Bir elektromanyetik dalga, dalga boyundan çok daha büyük bir nesneye çarptığı zaman yansımaktadır (reflection). İletilen dalga, çevredeki birçok büyük nesneden yansyarak farklı zamanlarda ve farklı güçlerde alıcıya varabilir. Diğer bir iletim mekanizması ise kırınımdır (diffraction). Elektromanyetik dalgalar sivri uçlu nesnelere çarptıklarında kırınıma uğrarlar. Son olarak bir elektromanyetik dalga, dalga boyundan daha küçük bir nesneye çarptığı zaman ise saçılmaktadır (scattering).

Yukarıda bahsedilen iletim mekanizmalarının doğal bir sonucu olarak alınan işaretin telsiz kanala özgü bazı özellikleri olmaktadır. Bu etkiler alınan işaretin gücünü iki farklı şekilde etkileyebilir. Bunların ilki, işaret gücünün uzun mesafelerde değiştiği geniş ölçekli etkidir. Bu etkiye, zayıflama (attenuation), yol kaybı (path loss) ya da geniş ölçekli sönümlenme (large-scale fading) adı verilmektedir. Diğer etki ise alınan işaret gücünün çok kısa mesafelerde ve/veya zaman aralıklarında değiştiği küçük ölçekli sönümlenmedir (small-scale fading). Küçük ölçekli sönümlenmeye kısaca

sönümleme de denmektedir. Sönümlemeli kanallar çok yollu zaman gecikmesi açısından düz ve frekans seçici, Doppler yayılımına göre de yavaş ve hızlı olarak sınıflandırılmaktadır [52]. Buna göre dört farklı tip sönümlemeli kanalın varlığı söz konusudur:

- Düz (Frekans seçici olmayan) yavaş sönümlemeli kanal: İşaretin bant genişliği kanalın uyumluluk bant genişliğinden küçüktür ve işaretin periyodu da kanalın uyumluluk zamanından küçüktür.
- Düz (Frekans seçici olmayan) hızlı sönümlemeli kanal: İşaretin bant genişliği kanalın uyumluluk bant genişliğinden küçüktür ve işaretin periyodu da kanalın uyumluluk zamanından büyüktür.
- Frekans seçici yavaş sönümlemeli kanal: İşaretin bant genişliği kanalın uyumluluk bant genişliğinden büyüktür ve işaretin periyodu da kanalın uyumluluk zamanından küçüktür.
- Frekans seçici hızlı sönümlemeli kanal: İşaretin bant genişliği kanalın uyumluluk bant genişliğinden büyüktür ve işaretin periyodu da kanalın uyumluluk zamanından büyüktür.

Burada, uyumluluk bant genişliği (coherence bandwidth) kanalın düz olarak görülebileceği frekans bölgelerinin istatistiksel bir ölçüsü olup kanalın zamanda yayımlı doğasını açıklar. Uyumluluk zamanı (coherence time) ise kanalın zamanla değişen doğasını açıklayan bir parametre olup Doppler yayılım frekansı ile ters orantılıdır. Bu çalışmada kullanılacak olan telsiz kanal modeli düz (frekans seçici olmayan) yavaş sönümlemeli kanaldır.

Bir telsiz iletişim sisteminde alınan işaret gücünün değişimini incelemek için bazı istatistiksel modellere gereksinim vardır. Düz sönümlemeli, LOS hattının olmadığı durumu ele alalım. I adet iletim yolunun olduğu çok yollu telsiz kanalı ele alacak olursak, iletilen işaretin frekansı f_c olmak üzere alınan işaret,

$$r(t) = \sum_{i=1}^I a_i \cos(2\pi f_c t + \varphi_i) + \eta(t) \quad (2.2)$$

şeklinde verilir. Burada, a_i ve φ_i sırasıyla i . bileşenin genlik ve faz değerleri ve $\eta(t)$ de Gauss gürültüsüdür. (2.2)'deki cos terimi açılırsa,

$$r(t) = \cos(2\pi f_c t) \sum_{i=1}^I a_i \cos(\varphi_i) - \sin(2\pi f_c t) \sum_{i=1}^I a_i \sin(\varphi_i) + n(t) \quad (2.3)$$

elde edilir. $A = \sum_{i=1}^I a_i \cos(\varphi_i)$ ve $B = \sum_{i=1}^I a_i \sin(\varphi_i)$ olmak üzere bu terimler I adet terimin toplanması ile elde edilmiştir ve merkezi limit teoremine göre büyük I değerleri için A ve B değişkenleri istatistiksel bağımsız eş dağılımlı (independent identically distributed, iid) Gauss raslantı değişkenleri olarak kabul edilebilir. A ve B iid sıfır ortalamalı Gauss raslantı değişkenleri olduğundan alınan işaretin zarfı $\sqrt{A^2 + B^2}$ Rayleigh dağılımına sahiptir. Rayleigh dağılımlı bir raslantı değişkeninin pdf'i

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r \geq 0 \quad (2.4)$$

olup burada σ^2 , A ve B raslantı değişkenlerinin varyansıdır. (2.2) ve (2.3)'deki alınan işaretler alıcının ilk bölümündeki analog işaretlerdir. Ancak biz uyumlu süzgeç ve örnekleme devresi çıkışındaki temelbant sayısal işaretle ilgilendiğimizden aşağıdaki iletim modeli kullanılmıştır,

$$r_i = h s_i + n_i. \quad (2.5)$$

Burada r_i demodülasyon sonucu uyumlu süzgecin çıkışı, h karmaşık Gauss raslantı değişkeni, s_i ve n_i ise iletilen işaret $s(t)$ ve gürültü işareti $n(t)$ 'nin ayrık zamanlı biçimleridir. h 'nin gerçel ve sanal kısımları sıfır ortalamalı Gauss raslantı değişkenleri olduğundan genliği $|h|$ Rayleigh dağılımlıdır. (2.5)'de verilen model Rayleigh sönümlmeli kanal modelidir. Burada h yol kazancı, n_i ise Gauss gürültüsü olarak adlandırılır. Bu çalışmada Rayleigh sönümlmeli kanal modeli kullanılacaktır. (2.5)'de $h=1$ alınarak AWGN kanala ilişkin model elde edilebilir.

2.3 Çeşitleme

Gauss kanalın zıttına (2.5)'de verilen sönümlmeli kanal modeli alınan güçte çok önemli düşümlere neden olmaktadır. Alınan güçteki bu değişim 20, 30 dB'yi bile aşabilmektedir. Isıl gürültünün gücü alıcıda çok sık değişmediği için alıcıdaki işaret-gürültü oranı (signal to noise ratio, SNR) çok sert biçimde sönümlenebilir. İletişimin sağlıklı bir şekilde sürebilmesi için alınan SNR'ın belli bir eşik üzerinde kalması gerekmektedir. Çeşitlemenin (diversity) temel amacı iletilen işaretin birden fazla kopyasının alıcıya iletilmesidir. Bu kopyaların birbirlerinden farklı olarak

sönümlenmesi sonucu, hepsinin birden aşırı sönümlenme olasılığı oldukça düşecektir ki bu da iletişimin güvenilirliğini arttıracaktır. Alıcı, bu kopyaları birleştirerek ya da en güçlüsünü seçerek gönderilen işareti çözebilecektir. Çeşitleme ya da çeşitleme kazancı (G_d), alınan SNR (ρ) ve hata olasılığı (P_e) arasındaki şu eşitlikle verilir,

$$G_d = -\lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\log(P_e)}{\log(\rho)}. \quad (2.6)$$

Burada P_e , ρ alınan SNR değerindeki hata olasılığıdır. Diğer bir deyişle logaritmik bir düzlemde çeşitleme kazancı, artan SNR'la birlikte hata eğrisinin eğimini belirlemektedir. Burada göz önünde bulundurulması gereken iki önemli olgu vardır. Bunlardan ilki, vericinin iletilmek istenen işaretinin kopyalarını alıcıya güç, kod çözme karmaşıklığı ve bant genişliği gibi etkenleri göz önünde bulundurarak nasıl göndereceği, ikincisi ise alıcının iletilen işaretlerin bu değişik versiyonlarını nasıl birleştireceğidir. Bu çalışmanın temel konusu olan uzay-zaman blok kodları, verinin birden fazla verici anten üzerinden nasıl gönderildiğiyle ilgilenmektedir. Bu bölümde, sadece birden fazla alıcı antenin olduğu durumda kullanılan optimum birleştirme tekniği kısaca anlatılacaktır.

2.3.1 En büyük oranlı birleştirme (Maximal ratio combining, MRC)

İletilen işaretin n_R adet kopyasını n_R adet birbirinden bağımsız yoldan alan bir telsiz iletişim sistemini ele alalım. $r_m, m=1, 2, \dots, n_R$ m . alıcı antende alınan işaret olmak üzere,

$$r_m = h_m s + n_m \quad (2.7)$$

olup, burada h_m , verici ve m . alıcı anten arasındaki kanal kazancı, n_m ise m . alıcı antendeki Gauss gürültüsü örneğidir. Alıcının h_m değerlerini bildiği varsayalım. Gürültü örnekleri istatistiksel bağımsız olduğundan, iletilen işaret ve kanal kazançları koşulu altında alınan işaretler de istatistiksel bağımsız Gauss raslantı değişkenleri olup, koşullu ortak pdf'i

$$f(r_1, r_2, \dots, r_{n_R} | s, h_1, h_2, \dots, h_{n_R}) = \frac{1}{(\pi N_0)^{n_R/2}} \exp \left\{ -\frac{\sum_{m=1}^{n_R} |r_m - s h_m|^2}{N_0} \right\} \quad (2.8)$$

şeklindedir. Burada $N_0/2$ karmaşık Gauss gürültüsünün gerçel ve sanal kısımlarının varyansdır. Alıcı (2.8)'i maksimize edecek işarete (\hat{s}) karar verecektir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, çeşitleme olmayan durumda (2.8)'deki minimizasyon probleminin $n_R = 1$ için $|r_1 - sh_1|^2$ 'in minimizasyonuna indirgenmesidir ki bu da $r_1 h_1^*$ 'ye en yakın olası iletilen simgenin bulunması problemidir. (2.8)'den hareketle, M -PSK gibi eşit enerjili simgeler içeren bir işaret kümesi için, karar kuralı,

$$\begin{aligned}\hat{s} &= \arg \min_s \sum_{m=1}^{n_R} |r_m - sh_m|^2 = \arg \min_s \left\{ -s \sum_{m=1}^{n_R} h_m r_m^* - s^* \sum_{m=1}^{n_R} h_m^* r_m + \sum_{i=1}^{n_R} |r_i|^2 + |s|^2 \sum_{i=1}^{n_R} |h_m|^2 \right\} \\ &= \arg \min_s \left| \sum_{m=1}^{n_R} r_m h_m^* - s \right|^2\end{aligned}\quad (2.9)$$

olarak bulunur. Dolayısıyla alıcı çeşitlemeli bu sistem için, ML karar kuralı, çeşitleme kullanılmayan sistemde kullanılan $r_1 h_1^*$ terimi yerine alınan işaretlerin ağırlıklandırılmış bir toplamı olan $\sum_{m=1}^{n_R} r_m h_m^*$ teriminin kullanılması ile elde edilir. Buna en büyük olabirlikli birleştirme (maximal ratio combining, MRC) denmektedir [7]. Ortalama iletilen işaret enerjisi E_s olmak üzere, m . alıcıdaki SNR, $\gamma_m = |h_m|^2 (E_s / N_0)$ 'dir. En büyük olabirlikli birleştirici çıkışındaki SNR ise

$$\gamma = \frac{\left(\sum_{m=1}^{n_R} |h_m|^2 \right)^2 E_s}{\sum_{m=1}^{n_R} |h_m|^2 N_0} = \sum_{m=1}^{n_R} |h_m|^2 \frac{E_s}{N_0} = \sum_{m=1}^{n_R} \gamma_m \quad (2.10)$$

şeklinde hesaplanır. Dolayısıyla, n_R adet alıcı antenli durumda elde edilen etkin SNR, n_R adet farklı yoldaki SNR'ların toplamıdır. Alınan SNR'daki bu n_R katlık artış n_R dereceden çeşitleme kazancı sağlamaktadır. Gösterilebilir ki bu da böyle bir sistemde elde edilebilecek maksimum çeşitleme kazancıdır.

MRC tekniğinin optimum hata olasılığını garanti etmesinin yanı sıra alıcı karmaşıklığını daha da düşürmek için MRC tekniğine alternatif olarak çeşitli sistemler önerilmiştir. Bunlara örnek olarak eşit oranlı birleştirme (equal gain combining, EGC) ve seçmeli birleştirme (selection combining) teknikleri verilebilir [7]. Bu birleştirme tekniklerinin ayrıntılı bir incelemesi [7,54,55]'de bulunabilir.

2.4 MIMO Kanal Modeli

Bu bölümde, bu çalışmada kullanılan kanal modeli verilecektir. n_T verici, n_R de alıcı anten sayısını göstermek üzere $n_T \times n_R$ bir telsiz MIMO kanalı ele alalım. Alınan

$T \times n_R$ işaret matrisi $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{T \times n_R}$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{N} \quad (2.11)$$

şeklinde verilmek üzere, $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{T \times n_T}$ T zamanda iletilen kod sözcük (iletim) matrisi, \mathbf{H} ve \mathbf{N} de sırasıyla $n_T \times n_R$ kanal matrisi ve $T \times n_R$ gürültü matrisidir. \mathbf{H} ve \mathbf{N} 'nin elemanları sırasıyla $N_{\mathbb{C}}(0,1)$ ve $N_{\mathbb{C}}(0, N_0)$ olasılık dağılım işlevli istatistiksel bağımsız ve aynı dağılımlı karmaşık Gauss raslantı değişkenleridir. \mathbf{H} 'nin bir kod sözcüğünün iletimi sırasında sabit kaldığı, her bir kod sözcüğü için birbirinden istatistiksel bağımsız değerler aldığı ve alıcı tarafından bilindiği varsayılmıştır. Kanal matrisi $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{n_T \times n_R}$,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & \dots & h_{n_R,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} & \dots & h_{n_R,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{1,n_T} & h_{2,n_T} & \dots & h_{n_R,n_T} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

biçiminde olup burada h_{ij} , j . verici anten ile i . alıcı anten arasındaki kanal kazancıdır.

2.5 MIMO Kanal Sığası

Aşağıdaki giriş-çıkış ilişkisi ile verilen ayrık-zamanlı AWGN kanalı ele alalım,

$$y(i) = x(i) + n(i). \quad (2.13)$$

Burada $x(i)$, i anındaki kanal girişi, $y(i)$ ilişkin kanal çıkışı ve $n(i)$ de beyaz Gauss rastlantı sürecidir. Kanal bant genişliğini B , alınan işaret gücünü de P ile gösterelim. Böylece alınan SNR $\rho = P / N_0 B$ olacaktır. Bu kanalın sığası da [56],

$$C = B \log_2(1 + \rho) \quad \text{bit / sn} \quad (2.14)$$

ile verilir. Ayrık belliksiz kanal (ABK) için rastgele X girişi ve Y çıkışı için kanalın karşılıklı bilgi miktarı (mutual information),

$$I(X;Y) = \sum_{x \in X, y \in Y} p(x,y) \log \left(\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} \right) \quad (2.15)$$

olarak verilir [53]. Shannon, kanal sığasının, kanalın karşılıklı bilgi miktarının tüm olurlu giriş dağılımları üzerinden maksimumuna eşit olduğunu göstermiştir,

$$C = \max_{p(x)} I(X;Y) = \max_{p(x)} \sum_{x \in X, y \in Y} p(x,y) \log \left(\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} \right). \quad (2.16)$$

Şimdi bu sonucu MIMO kanallar için genişletelim. $I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) = H(\mathbf{Y}) - H(\mathbf{Y} / \mathbf{X})$ olduğu göz önüne alınırsa, giriş vektörü \mathbf{X} ve çıkış vektörü \mathbf{Y} arasındaki karşılıklı bilgi miktarı,

$$C = \max_{p(x)} I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) = \max_{p(x)} H(\mathbf{Y}) - H(\mathbf{Y} / \mathbf{X}) \quad (2.17)$$

olarak yazılabilir. $H(\mathbf{Y} / \mathbf{X})$ ve $H(\mathbf{Y})$, sırasıyla \mathbf{Y}/\mathbf{X} ve \mathbf{Y} 'nin entropileridir. Entropi tanımına göre $H(\mathbf{Y} / \mathbf{X}) = H(\mathbf{N})$ olacaktır. $H(\mathbf{N})$ entropisi de kanal girişinden bağımsız olduğu için problem \mathbf{Y} 'nin entropisini maksimize etmeye indirgenir [1]. Giriş vektörünün kovaryans matrisi \mathbf{R}_x olmak üzere, çıkışın kovaryans matrisi,

$$\mathbf{R}_y = E\{\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H\} = \mathbf{H}\mathbf{R}_x\mathbf{H}^H + \mathbf{I}_{n_R} \quad (2.18)$$

olup \mathbf{Y} 'nin entropisi, \mathbf{Y} 'nin sıfır ortalamalı, dairesel simetrik karmaşık Gauss raslantı vektörü olması durumunda maksimum olur. $H(\mathbf{Y}) = B \log_2 \det[\pi e \mathbf{R}_y]$ ve $H(\mathbf{N}) = B \log_2 \det[\pi e \mathbf{I}_{n_T}]$ olmak üzere karşılıklı bilgi miktarı [1],

$$I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) = B \log_2 \det[\mathbf{I}_{n_R} + \mathbf{H}\mathbf{R}_x\mathbf{H}^H] \quad (2.19)$$

şeklinde bulunur. MIMO kanal sığası, (2.19)'da verilen karşılıklı bilgi miktarının güç koşulunu sağlayan tüm \mathbf{R}_x giriş kovaryans matrisleri üzerinden maksimize edilmesiyle bulunur,

$$C = \max_{\mathbf{R}_x: \text{Tr}(\mathbf{R}_x) = \rho} B \log_2 \det[\mathbf{I}_{n_R} + \mathbf{H}\mathbf{R}_x\mathbf{H}^H]. \quad (2.20)$$

(2.20)'de verilen maksimizasyon doğrudan doğruya \mathbf{H} 'nin alıcıda bilinip bilinmediğine bağlıdır. Kanalın alıcıda bilinip vericide bilinmediği durumu göz önüne alalım. Kanal bilgisi olmadan verici giriş kovaryansını optimize edemez. \mathbf{H} için önceki bölümlerde yapılan kabuller altında [1]'de gösterilmiştir ki

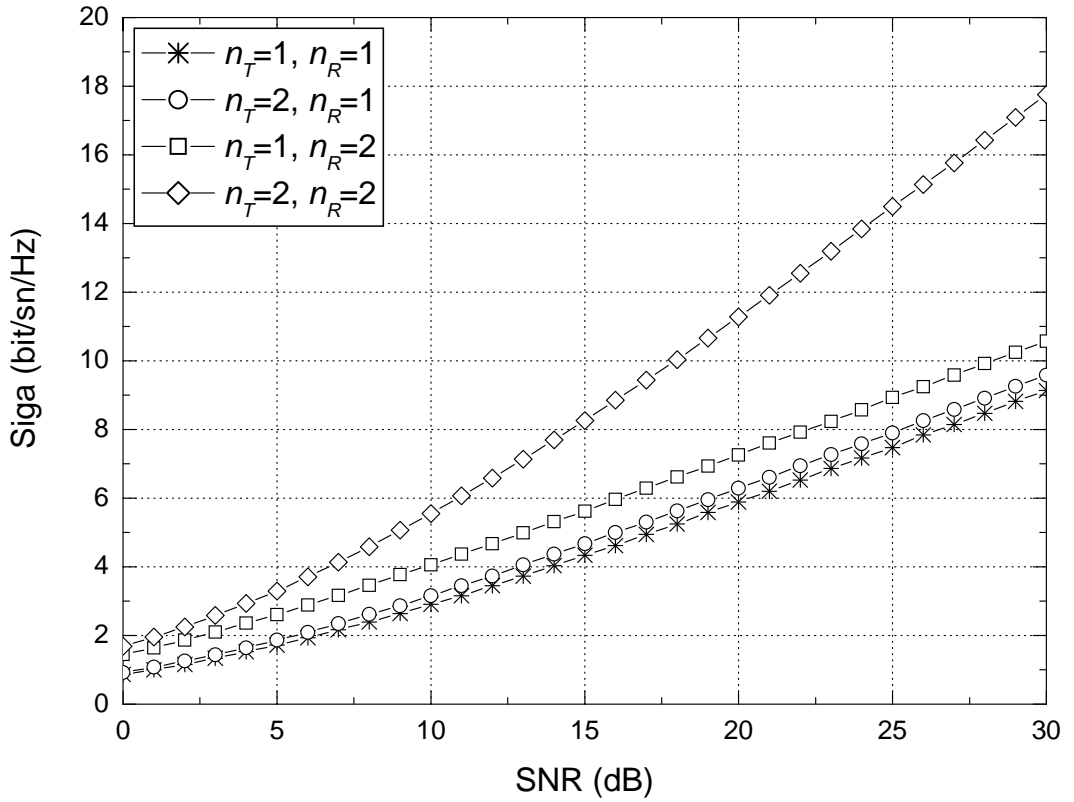
$\mathbf{R}_x = (\rho / n_T) \mathbf{I}_{n_T}$ seçimi, kanalın karşılıklı bilgi miktarını maksimum yapmaktadır. Buna göre,

$$I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) = B \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{n_R} + \frac{\rho}{n_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right] \quad (2.21)$$

elde edilir. MIMO kanalın ergodik sığası da [7],

$$C_E = E \left\{ B \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{n_R} + \frac{\rho}{n_T} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right] \right\} \quad (2.22)$$

şeklinde verilmiştir. Şekil 2.2’de Rayleigh sönümlene modelini kullanan değişik MIMO sistemler için SNR’a göre ergodik sığa eğrileri gösterilmiştir. Buradan da açıkça görüldüğü üzere çok sayıda anten kullanımı ergodik sığayı hatırı sayılır derecede arttırmaktadır. Diğer bir deyişle, çok anten kullanılması ile birim zamanda birim bant genişliğinden iletilebilecek bit sayısı artmaktadır. Dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta da alıcı anten sayısının etkisinin verici anten sayısına göre daha fazla olmasıdır [7].



Şekil 2.2 : MIMO Kanal Sığası

2.6 Rank ve Determinant Ölçütleri

Bu bölümde, uzay-zaman kodları için [5]'de önerilen tasarım ölçütleri gözden geçirilmiştir. \mathbf{X} iletilen, $\hat{\mathbf{X}}$ da çözülen kod sözcük matrisi olmak üzere $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$ 'ın minimum rankı r ile gösterilsin. Eğer \mathbf{X} ve $\hat{\mathbf{X}}$ 'ın tüm olası değerleri için $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$ tam ranklı ise, yani $r = n_T$ ise, bu uzay-zaman blok kodu tam çeşitlemelidir ve bu durumda elde edilen çeşitleme kazancı $n_T n_R$ 'dir. Tam çeşitlemeli bir STBC için, en kötü durum çiftsel hata olasılığı (pairwise error probability, PEP) değerinin bağlı olduğu bir diğer parametre ise,

$$\delta_{\min} = \min_{\mathbf{X} \neq \hat{\mathbf{X}}} \det \left[(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H \right] \quad (2.23)$$

şeklinde tanımlanan minimum determinanttır. Bu kodun kodlama kazancı ise $(\delta_{\min})^{1/n_T}$ 'dir. Rank ve determinant ölçütleri [5], sırasıyla çeşitleme ve kodlama kazançlarının maksimize edilmesini gerektirirler. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta ise, çeşitleme kazancının hata eğrisinin eğimini belirlemesinden dolayı daha baskın olmasıdır. Tam çeşitlemeden emin olduktan sonra, δ_{\min} değeri maksimize edilerek en iyi hata başarımı garanti edilebilir.

Tam çeşitleme sağlamayan bir STBC için ise bu çalışmada kodlama kazancı,

$$\delta_{\min} = \min \left| (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H \right|_+ \quad (2.24)$$

şeklinde hesaplanmıştır. Burada $|\mathbf{A}|_+$, \mathbf{A} 'nın pozitif özdeğerlerin çarpımını göstermektedir. $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$ 'ın tam ranklı olması durumunda (2.23) ve (2.24) aynı sonucu vermektedir. Tam çeşitleme sağlanmasa bile (2.24)'ün maksimizasyonu yine en iyi hata başarımını garanti etmektedir. Bu çalışma boyunca yapılan tüm δ_{\min} hesaplarında ilişkin STBC'nin şu güç koşulunu sağlaması istenmiştir, $E \left\{ \text{tr}(\mathbf{X}^H \mathbf{X}) \right\} = \|\mathbf{X}\|^2 = T n_T$. Buna göre her bir uzay-zaman yuvasından ortalama 1 Joule enerji iletilmektedir.

STBC tasarımı göz önünde bulundurulması gereken üçüncü bir parametre ise çarpımsallıktır (multiplicity). Kod sözcük uzaklık matrisi $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H$ 'nın

pozitif özdeğerlerinin çarpımı δ olmak üzere, bu STBC'nin hata olasılığı şu şekilde üstten sınırlıdır [34],

$$P(e) \leq \frac{1}{M^k} \sum_r \sum_{\delta} A(r, \delta) P(r, \delta). \quad (2.25)$$

Burada, M karmaşık işaret kümesinin eleman sayısı, k ilişkin STBC'nin kod sözcük matrisi içerisindeki bilgi simgelerinin toplam sayısı, $P(r, \delta)$ rankı r , pozitif özdeğer çarpımları δ olan kod sözcük farklarının çiftsel hata olasılığı, $A(r, \delta)$ ise $P(r, \delta)$ çiftsel hata olasılıklı rankı r , pozitif özdeğer çarpımları δ olan kod sözcük farklarının toplam sayısı yani çarpımsallıktır. Örneğin tam çeşitlemeli bir STBC'yi ele alalım. (2.25)'e göre bu STBC için $A(r, \delta_{\min})$ değerinin minimum olması da hata başarımını etkiler.

2.7 İletim Hızı ve Alıcı Karmaşıklığı

Kod sözcük matrisi \mathbf{X} olan bir STBC'nin iletim hızı $R = k / T$ kanal kullanımı başına iletilen karmaşık simge olmak üzere burada k , \mathbf{X} 'in içerisindeki farklı bilgi simgelerinin toplam sayısıdır. Literatürde tanımlanmış tam hızlı STBC'ler için bu değer $R = 1$ 'dir. Dolayısıyla bu çalışmanın konusu olan yüksek hızlı STBC'ler için R değeri 1'den büyüktür. n_T verici antenli bir sistemde elde edilebilecek maksimum iletim hızı $R = n_T$ 'dir. Sonuç olarak yüksek hızlı bir STBC'nin hızı $1 < R \leq n_T$ aralığındadır.

ML alıcı karmaşıklığı, \mathbf{X} kod sözcüğünün çözülebilmesi için gerekli metrik hesaplarının toplam sayısı olarak tanımlanmıştır. (2.11)'den hareketle \mathbf{X} 'in ML çözümü için aşağıdaki doğrudan yaklaşım kullanılır,

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\mathbf{H}\|^2. \quad (2.26)$$

M adet eleman içeren bir işaret kümesinde (örneğin M -QAM), (2.26)'daki minimizasyon M^k adet metriğin hesaplanmasını gerektirir ki bu elde edilebilecek kuramsal maksimum alıcı karmaşıklığıdır. Bunun nedeni \mathbf{X} 'in içerisindeki tüm simgelerin birlikte çözülmesidir. Ancak dik uzay-zaman blok kodları (OSTBC'ler) (2.26)'daki metriğin her biri M karmaşıklıkla k adet metriğe ayrıştırılmasına olanak verirler ve OSTBC'ler için toplam alıcı karmaşıklığı böylece doğrusal olup kM 'dir. Bunun nedeni OSTBC'lerin dik iletim matrisleri sayesinde içerisindeki simgelerin

ayrıştırılabilmesine olanak sağlamasıdır. Yüksek hızlı ancak dik olmayan bir STBC içinse ML kod çözümü simge tabanlı gerçekleştirilemez. Ancak bu STBC'lerde büyük k ve M değerleri için (2.26)'daki minimizasyon karmaşıklığı kabul edilebilir sınırların çok ötesine çıkabilir. Bu durumda alıcının optimum doğasını bozmadan (2.26)'daki karmaşıklığın düşürülmesi problemi ortaya çıkar ki bu da bu çalışmanın temel katkısıdır. Dik olmayan bir STBC için ML alıcı karmaşıklığı M^k 'dan düşükse bu STBC'nin alıcı karmaşıklığı düşürülmüştür diyebiliriz.

3. UZAY-ZAMAN BLOK KODLARININ TARİHÇESİ

Bu bölümde, Alamouti'nin öncü çalışmasından [6] günümüze kadar uzay-zaman blok kodlama alanında yapılmış bazı önemli çalışmalar gözden geçirilmiş, bu alandaki genel problemler ve çözüm yolları tartışılmıştır. Tarihsel sıra ile ilk olarak OSTBC'ler [6,8,9-15], ardından QOSTBC'ler [18,19], CIOD'lar [22-24], Tirkkonen ve Hottinen tarafından önerilen STBC'ler [27], Altın kod [29], Sezginer-Sari kodları [31,35] ve Biglieri Hong Viterbo (BHV) kodu [33,34] kısaca anlatılmış, bu kodların özellikleri, avantajları ve dezavantajları verilmiştir. Sonraki bölümlerde önerilen yeni STBC'ler bu bölümde gözden geçirilen STBC'lere alternatif olarak ortaya atılmış dolayısıyla bu bölümdeki kodlarla karşılaştırılmıştır.

3.1 Dik Uzay-Zaman Blok Kodları (OSTBCs)

Bu alt bölümde M -PSK ve M -QAM gibi karmaşık işaret kümeleri için verilmiş OSTBC'ler ya da diğer adıyla karmaşık dik tasarımlar [8] (complex orthogonal designs, CODs) gözden geçirilmiştir. Gerçek işaret uzayları için verilen dik tasarımlar burada incelenmemiştir.

Tanım: Bir genelleştirilmiş COD (generalized COD, GCOD) \mathbf{Q} , x_0, x_1, \dots, x_{K-1} değişkenlerinden oluşan $T \times n_T$ 'lik bir matris olup şu özellikleri sağlar:

(i) \mathbf{Q} 'nun elemanları $\pm x_0, \pm x_1, \dots, \pm x_{K-1}$ veya eşlenikleri olan $\pm x_0^*, \pm x_1^*, \dots, \pm x_{K-1}^*$ bilgi simgelerinden oluşmaktadır.

(ii) $\mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = (|x_0|^2 + |x_1|^2 + \dots + |x_{K-1}|^2) \mathbf{I}_{n_T}$ olup burada \mathbf{I}_{n_T} $n_T \times n_T$ 'lik birim matristir.

Gösterilmiştir ki Alamouti tarafından önerilen STBC, 1-hızlı ve tam-çeşitlemeli olan tek COD'dir. Alamouti kodu için iletim (kod sözcük) matrisi şu şekildedir:

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 \\ -x_1^* & x_0^* \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Burada $x_i, i=0,1$ karmaşık modülasyonlu simgelerdir. Alamouti kodunun tam-çeşitleme sağladığını kanıtlamak için Alamouti koduna ait fark matrisinin $(\mathbf{Q}_2 - \hat{\mathbf{Q}}_2)$ minimum rankının 2 olduğu $\mathbf{Q}_2 \neq \hat{\mathbf{Q}}_2$ olmak üzere tüm olası $\mathbf{Q}_2, \hat{\mathbf{Q}}_2$ çiftleri için gösterilmiştir. Bunun içinse Alamouti kodunun uzaklık matrisinin $(\mathbf{Q}_2 - \hat{\mathbf{Q}}_2)^H (\mathbf{Q}_2 - \hat{\mathbf{Q}}_2)$ minimum determinantının sıfırdan farklı olduğu gösterilmelidir. $\Delta x_i = x_i - \hat{x}_i, i=0,1$ olmak üzere bu değer

$$\begin{aligned}
\delta_{\min} &= \min \left\{ \begin{bmatrix} \Delta x_0^* & -\Delta x_1 \\ \Delta x_1^* & \Delta x_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_0 & \Delta x_1 \\ -\Delta x_1^* & \Delta x_0^* \end{bmatrix} \right\} \\
&= \min \left\{ \begin{bmatrix} |\Delta x_0|^2 + |\Delta x_1|^2 & 0 \\ 0 & |\Delta x_0|^2 + |\Delta x_1|^2 \end{bmatrix} \right\} \\
&= \min \left\{ \left(|\Delta x_0|^2 + |\Delta x_1|^2 \right)^2 \right\}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

olarak bulunur. (3.2)'den açıkça görüldüğü üzere bu δ_{\min} değeri ancak ve ancak $\Delta x_0 = \Delta x_1 = 0$ için sıfır olmaktadır. Böylece Alamouti kodunun tam-çeşitleme sağladığı kanıtlanmıştır. Alamouti kodu için δ_{\min} değeri ise sadece bir simge hatalı çözüldüğünde (örneğin $x_0 \neq \hat{x}_0$) şu şekilde bulunur:

$$\delta_{\min} = |\Delta x_0|^4. \tag{3.3}$$

n_R alıcı antenli durumda (3.1)'de verilen Alamouti kodunun ML kod çözümünü verelim. Bu durumda alınan işaret matrisi şu şekilde olacaktır:

$$\begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{2,1} & \cdots & r_{n_R,1} \\ r_{1,2} & r_{2,2} & \cdots & r_{n_R,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 \\ -x_1^* & x_0^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & \cdots & h_{n_R,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} & \cdots & h_{n_R,2} \end{bmatrix} + \mathbf{N}. \tag{3.4}$$

Burada \mathbf{N} , (2.11)'de tanımlandığı gibidir. Alıcı alınan işaretleri şu şekilde birleştirerek,

$$\begin{aligned}
\tilde{x}_0 &= \sum_{i=1}^{n_R} (h_{i,1}^* r_{i,1} + h_{i,2} r_{i,2}^*) \\
\tilde{x}_1 &= \sum_{i=1}^{n_R} (h_{i,2}^* r_{i,1} - h_{i,1} r_{i,2}^*)
\end{aligned} \tag{3.5}$$

x_0 ve x_1 simgelerine ait kestirimleri elde eder. x_0 ve x_1 simgelerine ait karar kuralları ise şu şekildedir:

$$\begin{aligned} x_0^{ML} &= \arg \min_{x_0 \in \mathcal{Z}} \left\{ d^2(\tilde{x}_0, x_0) + \left(-1 + \sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^2 |h_{i,j}|^2 \right) |x_0|^2 \right\} \\ x_1^{ML} &= \arg \min_{x_1 \in \mathcal{Z}} \left\{ d^2(\tilde{x}_1, x_1) + \left(-1 + \sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^2 |h_{i,j}|^2 \right) |x_1|^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

(3.6)'da $d^2(\cdot)$ işlemi karesel Öklit uzaklığını göstermektedir, yani $d^2(x, y) = (x - y)(x - y)^*$. Buradan görüldüğü üzere Alamouti kod sözcüğü içerisindeki her bir simge için M elemanlı bir işaret kümesinde (örneğin M -QAM) M adet metrik hesabına gereksinim vardır. Buna göre Alamouti kodu için ML kod çözme karmaşıklığı $2M$ 'dir.

Dört ve üç verici anten için 3/4-hızlı COD'ler şu şekildedir [40-42],

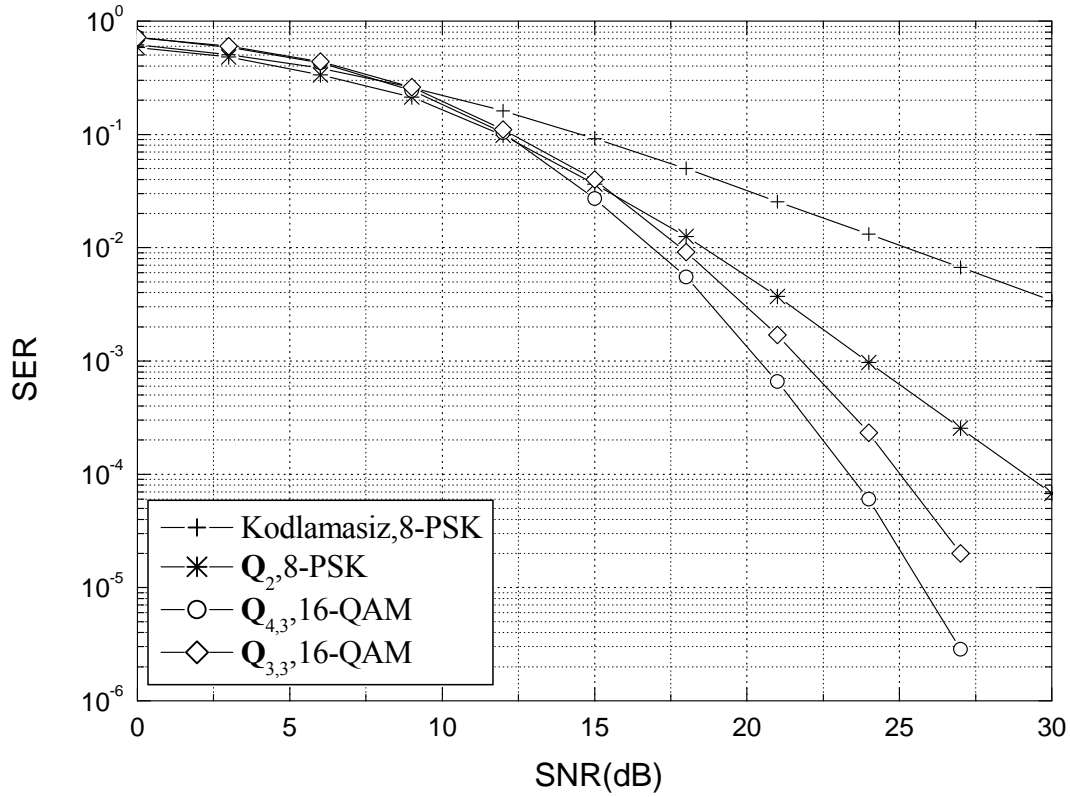
$$\mathbf{Q}_{4,3} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & 0 \\ -x_1^* & x_0^* & 0 & x_2 \\ x_2^* & 0 & -x_0^* & x_1 \\ 0 & x_2^* & -x_1^* & -x_0 \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

$$\mathbf{Q}_{3,3} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ -x_1^* & x_0^* & 0 \\ x_2^* & 0 & -x_0^* \\ 0 & x_2^* & -x_1^* \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

(3.8)'deki $\mathbf{Q}_{3,3}$ kodu, $\mathbf{Q}_{4,3}$ kodunun en sağ sütununun silinmesi ile elde edilmiştir. Dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta da Tarokh ve diğerleri tarafından [8]'de önerilen 3/4-hızlı dik tasarımlar ile (3.7) ve (3.8)'deki kodların birbirlerine eşdeğer olması ve değişken dönüşümü ve diğer işlemler sonucu birbirlerine dönüşebilmesidir. Alamouti koduna benzer şekilde $\mathbf{Q}_{3,3}$ ve $\mathbf{Q}_{4,3}$ kodları için de (3.6)'dakine benzer şekilde simge temelinde çalışan karar kuralları elde edilebilir [8].

Şekil 3.1'de \mathbf{Q}_2 , $\mathbf{Q}_{3,3}$ ve $\mathbf{Q}_{4,3}$ kodlarının 3 bit/sn/Hz'lik bant verimliliğinde, 1 alıcı antenli durumdaki simge hata olasılığı (symbol error rate, SER) eğrileri alınan SNR'a göre verilmiştir. Aynı bant verimliliğini elde etmek için kodlamasız durum ve Alamouti kodu için 8-PSK, 3/4-hızlı kodlar içinse 16-QAM modülasyonu

kullanılmıştır. Bu şekilden görüldüğü üzere, OSTBC'ler sağladıkları tam çeşitlemeye bağlı olarak hata eğrisinin eğimini belirlemektedirler.



Şekil 3.1 : Q₂, Q_{3,3} ve Q_{4,3} kodlarının SER başarımları (3 bit/sn/Hz, 1 alıcı)

Bir OSTBC'nin iletim hızının kanal kullanımı başına 3/4 karmaşık simgeyle üstten sınırlandırıldığı [16]'da kuramsal olarak kanıtlanmıştır. Dahası verici anten sayısı arttıkça bu değer 1/2'ye düşmektedir. [9-15]'de bu üst sınırın doğal bir sonucu olarak 5 ve 8 verici anten için birçok düşük-hızlı ($R \leq 3/4$) STBC önerilmiştir. Bu kodların genel bir özeti [7]'nin 4. Bölüm'ünde bulunabilir. Bu kısımda, son olarak Alamouti [6], Tarokh ve diğerleri [8] tarafından verilen metrik hesaplarına alternatif olarak eşdeğer kanal modeline [17] dayanan basit ayrıştırma (easy decomposition) [43,44] tekniği açıklanmıştır. (2.11)'de verilen kanal modelinin eşdeğeri, OSTBC'ler için şu şekildedir [17]:

$$\mathbf{y} = \mathcal{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (3.9)$$

Burada \mathcal{H} , ilişkin STBC'nin eşdeğer kanal matrisi [17], \mathbf{y} , \mathbf{x} ve \mathbf{n} de sırasıyla alınan işaret, iletilen işaret ve gürültü vektörleridir. OSTBC'ler için \mathcal{H} matrisi

$\mathcal{H}^H \mathcal{H} = \mathbf{I} \left(\sum_{i=1}^{n_R} \sum_{j=1}^{n_T} |h_{i,j}|^2 \right)$ özelliğine sahiptir. Dolayısıyla alınan işaret vektörü, \mathcal{H}^H ile sol taraftan çarpılırsa,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^H \mathbf{y} &= \mathcal{H}^H \mathcal{H} \mathbf{x} + \mathcal{H}^H \mathbf{n} \\ &= \mathbf{x} + \mathcal{H}^H \mathbf{n} \end{aligned} \quad (3.10)$$

elde edilir. (3.10)'dan görüldüğü üzere \mathbf{x} vektörünün içerisindeki bilgi simgeleri tamamen ayrıştırılmıştır ve dolayısıyla $\mathcal{H}^H \mathbf{n}$ gürültüsü artık beyaz olmasa da $\mathbf{z} = \mathcal{H}^H \mathbf{y}$ vektörü yardımıyla bu simgelerin her biri için ML karar kuralı rahatlıkla elde edilebilir. (3.9)'daki model kullanılarak OSTBC'ler için daha da basit bir ML kuralı şu şekilde elde edilebilir. $\mathcal{H} = [\mathbf{h}_0 \quad \mathbf{h}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{h}_{K-1}]$ olmak üzere i . bilgi simgesine ait ML karar kuralı şu şekildedir:

$$x_i^{ML} = \arg \min_{x_i \in \mathcal{X}} \|\mathbf{y} - \mathbf{h}_i x_i\|^2. \quad (3.11)$$

[44]'de gösterilmiştir ki (3.9)'daki modelin gerçel eşdeğeri ve (3.11)'deki basit ayrıştırma tekniği kullanılarak kare M -QAM işaret uzayları için bilgi simgelerinin gerçel ve sanal kısımları için ayrı ayrı ML karar metrikleri elde edilebilir ki bu da daha düşük bir alıcı karmaşıklığını beraberinde getirmektedir.

3.2 Yarı-Dik Uzay-Zaman Blok Kodları (QOSTBCs)

Önceki bölümde belirtildiği üzere bir COD'in iletim hızı $3/4$ 'le üstten sınırlanmıştı. Bu üst sınırın doğal bir sonucu olarak COD'ler kanal sığasında da ciddi kayıplara yol açmaktadır [17]. Dolayısıyla, araştırmacılar sonraki yıllarda bu üst sınırı aşmak için diklik koşulunu esnetme yoluna giderek yarı-dik tasarımları ortaya atmışlardır. QOSTBC'lerin temel mantığı kod matrisindeki sütun vektörlerini gruplara ayırmak ve bu grupların kendi içlerinde değil fakat kendi aralarındaki dikliği sağlamak, bundan dolayı ML kod çözme işlemini OSTBC'lar gibi simge temelli değil de simge grupları temelli olarak gerçekleştirmektir. İlk olarak Jafarkhani tarafından aşağıda verilen 1-hızlı QOSTBC önerilmiştir [7]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{B}^* & \mathbf{A}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_1^* & x_0^* & -x_3^* & x_2^* \\ -x_2^* & -x_3^* & x_0^* & x_1^* \\ x_3 & -x_2 & -x_1 & x_0 \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Burada \mathbf{A} ve \mathbf{B} iki ayrı Alamouti kod sözcüğüdür. Diğer bir QOSTBC ise Tirkkonen ve Hottinen tarafından önerilmiş ve ABBA kodu olarak adlandırılmıştır [19]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_1^* & x_0^* & -x_3^* & x_2^* \\ x_2 & x_3 & x_0^* & x_1^* \\ -x_3^* & x_2^* & -x_1^* & x_0^* \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

(3.12) ve (3.13)'de önerilen bu kodlar için kod fark matrislerinin minimum rankının 2, dolayısıyla δ_{\min} değerlerinin 0 olduğu rahatlıkla gösterilebilir. (3.12) ve (3.13) kodları için ML karar kuralları [7,18,19]'da verilmiştir. Ancak, önceki bölümde verilen basit ayrıştırma tekniği QOSTBC'ler için de grup temelli olarak uygulanabilir. Örneğin (3.12) kodu için biri (x_0, x_3) diğeri de (x_1, x_2) 'nin işlevi olan iki adet karar metriği kullanmak yerine, (3.9)'daki eşdeğer model (3.12) kodu için yazılır ve bu simge gruplarına ait karar kuralları şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} (x_0^{ML}, x_3^{ML}) &= \arg \min_{x_0, x_3 \in \mathcal{Z}^2} \left\| \mathbf{y} - [\mathbf{h}_0 \quad \mathbf{h}_3] \begin{bmatrix} x_0 \\ x_3 \end{bmatrix} \right\|^2 \\ (x_1^{ML}, x_2^{ML}) &= \arg \min_{x_1, x_2 \in \mathcal{Z}^2} \left\| \mathbf{y} - [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right\|^2. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Burada $\mathbf{h}_i, i=0, \dots, 4$ (3.11)'de tanımlandığı gibidir. (3.14)'den de görüldüğü üzere QOSTBC'lerin kod çözme karmaşıklığı birden çok simge birlikte çözüldüğü için simge temelli çözülen OSTBC'lere göre daha yüksektir. (3.14)'deki karar kurallarında iki simge birlikte çözüldüğü için her bir metriğin karmaşıklığı M^2 'dir. Dolayısıyla (3.12)'deki QOSTBC için ML kod çözme karmaşıklığı $2M^2$ 'dir. (3.12) ve (3.13)'deki tasarımların tam verici çeşitlemesi sağlaması için [20,21]'de bazı bilgi simgelerinin işaret kümelerinin döndürülmesi önerilmiştir. Örneğin ABBA kodu için M -QAM işaret kümesinde x_2 ve x_3 simgelerinin seçildiği küme $\theta = \pi/4$ derece döndürülmelidir, yani $x_1, x_2 \in \mathcal{Z}^M$, $x_3, x_4 \in e^{j\theta} \mathcal{Z}^M$ olmalıdır.

3.3 Bileşenleri Serpiştirilmiş Dik Tasarımlar (CIODs)

[22-24]'de Rajan ve Khan, bileşen serpiştirme tekniği kullanarak iki, üç ve dört verici anten için simge simge çözülebilen CIOD olarak adlandırdıkları 1-hızlı kodlar elde etmişlerdir. CIOD'un tanımı aşağıda verilmiştir:

Tanım: Bir genelleştirilmiş CIOD (GCIOD) $x_i, i = 0, \dots, K-1$ (K çift sayı olmak üzere) simgelerini içeren $T \times n_T$ bir matris olup

$$\begin{bmatrix} \Theta_1(\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_{K/2-1}) & 0 \\ 0 & \Theta_2(\tilde{x}_{K/2}, \dots, \tilde{x}_{K-1}) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

şeklinindedir. Burada $\Theta_1(\tilde{x}_0, \dots, \tilde{x}_{K/2-1})$ ve $\Theta_2(\tilde{x}_{K/2}, \dots, \tilde{x}_{K-1})$, sırasıyla $T_1 \times n_1$ ve $T_2 \times n_2$ boyutlarında genelleştirilmiş COD'lar olup $T_1 + T_2 = T$, $n_1 + n_2 = n_T$, $\tilde{x}_i = \text{Re}\{x_i\} + j \text{Im}\{x_{(i+K/2)_K}\}$ ve $(a)_K$ da $a \bmod K$ 'dir. Eğer $\Theta_1 = \Theta_2$ ise (3.15)'deki tasarım CIOD'dur.

İki, üç ve dört verici anten için CIOD'lar şu şekilde verilmiştir [24]:

$$\begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} & 0 \\ 0 & x_{1R} + jx_{0I} \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{3I} & 0 \\ -(x_{1R} + jx_{3I})^* & (x_{0R} + jx_{2I})^* & 0 \\ 0 & 0 & x_{2R} + jx_{0I} \\ 0 & 0 & -(x_{3R} + jx_{1I})^* \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{3I} & 0 & 0 \\ -(x_{1R} + jx_{3I})^* & (x_{0R} + jx_{2I})^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_{2R} + jx_{0I} & x_{3R} + jx_{1I} \\ 0 & 0 & -(x_{3R} + jx_{1I})^* & (x_{2R} + jx_{0I})^* \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Geleneksel OSTBC'ların zıttına CIOD'ların tam çeşitleme sağlaması için işaret kümeleri belli bir açıyla döndürülmelidir. Örneğin (3.16) ve (3.18)'deki kare CIOD'lar için QPSK işaret kümesinde optimum eksen döndürme açısı 13.2885° 'dir (bkz. Şekil 3.2). (3.17)'deki tasarım içinse bu değer 16° 'dir. Simgelerin tek tamsayı bileşenlerde bulunduğu kare M -QAM işaret kümesi için optimum eksen döndürme açıları, 45° 'den QPSK için verilen açıların çıkarılması ile elde edilir. Bu optimum

eksen döndürme açıları, CIOD'ların minimum determinantları maksimum olacak şekilde hesaplanmıştır. Örneğin (3.16)'daki CIOD için uzaklık matrisi

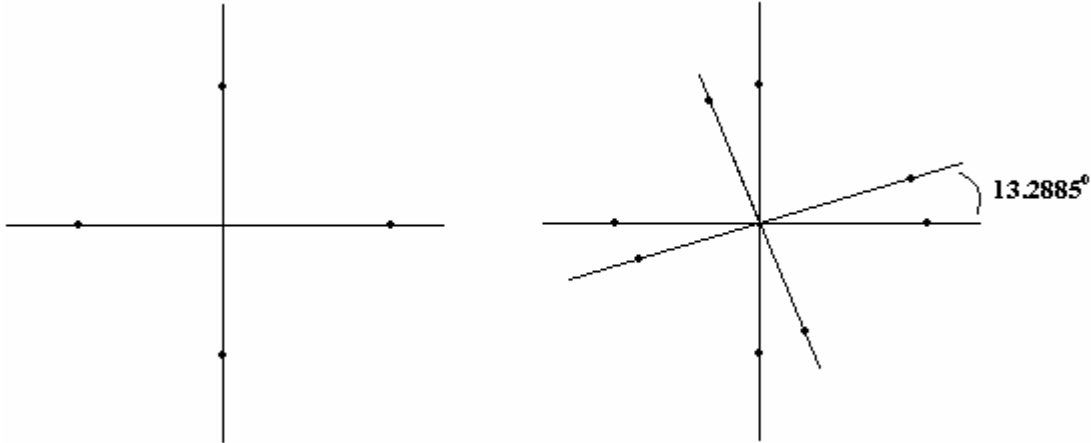
$$(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H = \begin{bmatrix} (\Delta x_{0R}^2 + \Delta x_{1I}^2) & 0 \\ 0 & (\Delta x_{1R}^2 + \Delta x_{0I}^2) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

şeklindedir. (3.19)'dan δ_{\min} şu şekilde hesaplanır:

$$\delta_{\min} = \begin{cases} \min \{(\Delta x_{0R}^2)(\Delta x_{0I}^2)\}, & \text{sadece } x_0 \text{ hatalı çözülmüşse,} \\ \min \{(\Delta x_{1R}^2)(\Delta x_{1I}^2)\}, & \text{sadece } x_1 \text{ hatalı çözülmüşse,} \\ \min \{(\Delta x_{0R}^2 + \Delta x_{1I}^2)(\Delta x_{1R}^2 + \Delta x_{0I}^2)\}, & \text{hem } x_0 \text{ hem de } x_1 \text{ hatalı çözülmüşse.} \end{cases} \quad (3.20)$$

(3.20)'den açıkça görüldüğü üzere (3.16)'daki CIOD'un minimum determinantı sadece bir bilgi simgesi hatalı çözüldüğünde elde edilir:

$$\delta_{\min} = \min \{(\Delta x_{0R}^2)(\Delta x_{0I}^2)\} = \min \{(\Delta x_{1R}^2)(\Delta x_{1I}^2)\}. \quad (3.21)$$



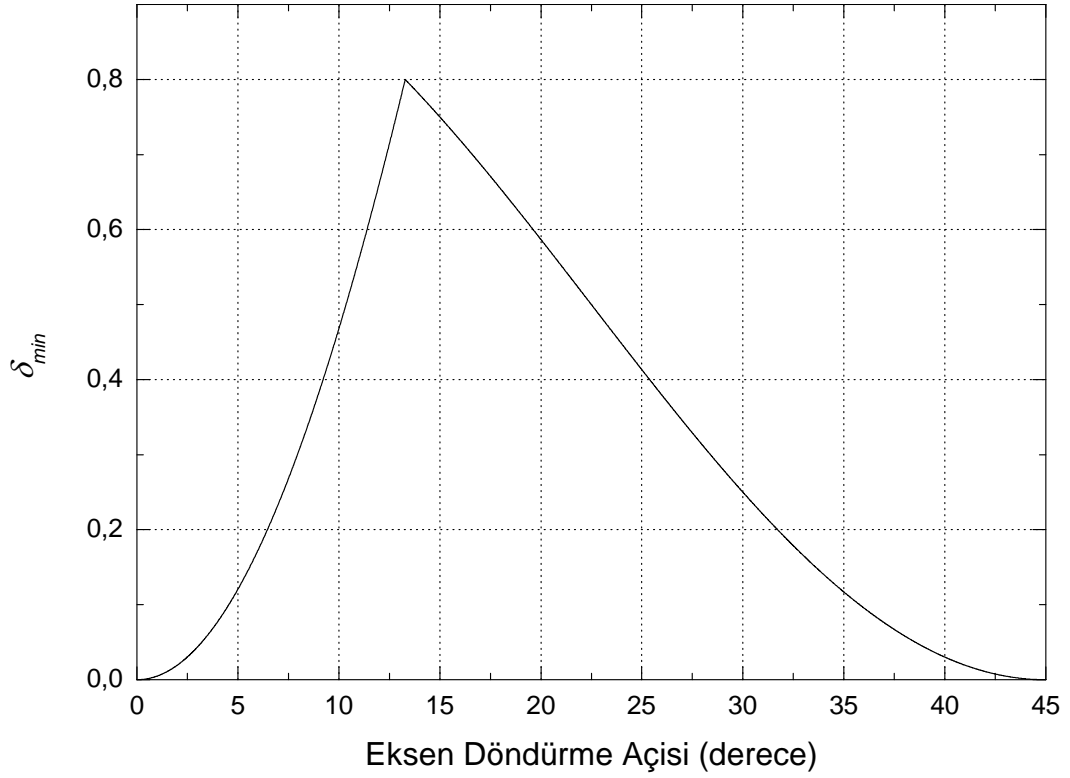
Şekil 3.2 : QPSK işaret kümesinin eksenlerinin döndürülmesi

Şekil 3.3'de, (3.21)'deki ifadenin değeri QPSK işaret kümesinde değişik eksen döndürme açılarına göre çizdirilmiştir. Bu şekilden de görüldüğü üzere 13.2885° için δ_{\min} değeri maksimum olmaktadır. Benzer bir analizle (3.17) ve (3.18)'deki CIOD'lar için de optimum eksen döndürme açıları elde edilmiştir.

3.4 Hottinen-Tirkkonen Kodları

Hottinen ve Tirkkonen, 2000'li yılların başlarından itibaren yüksek hızlı STBC'lere olan gereksinimi öngörmüşler ve bu alanda bazı öncü çalışmalar yapmışlardır.

Yaptıkları bu öncü çalışmalar [27]'nin 9. Bölüm'ünde bir arada verilmiş olup bu alt bölümde kısaca gözden geçirilmiştir.



Şekil 3.3 : (3.21) ifadesinin QPSK'da değişik eksen döndürme açıları için değeri

Hottinen ve Tirkkonen tarafından iki verici anten için ilk olarak denenilen iki-hızlı STBC şu şekildedir:

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 \\ -x_1^* & x_0^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 & x_3 \\ -x_3^* & x_2^* \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

(3.22)'deki yapıdan açıkça görülebileceği gibi üst üste iki Alamouti kodunun toplanmasıyla elde edilen bu kodun minimum determinanı sıfırdır. Hottinen ve Tirkkonen, sıfırlanmayan determinant (non-vanishing determinant) özelliğini sağlayan bir STBC elde etmek için çeşitli birimsel (unitary) matrisler kullanmışlar ve aşağıdaki tam-çeşitlemeli STBC'yi elde etmişlerdir:

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 \\ -x_1^* & x_0^* \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{7}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 & x_3 \\ -x_3^* & x_2^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+j & 1+2j \\ -1+2j & 1-j \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

(3.23)'deki yapının iki önemli problemi vardır. Birincisi, düşük bir δ_{\min} değeri (QPSK için 0.5714), diğeri de yüksek bir alıcı karmaşıklığıdır. ([27]'de basitleştirilmiş ML alıcılar geliştirilmemiştir).

Dört verici antenli MIMO sistemler için Hottinen ve Tirkkonen tarafından DjABBA (Double j ABBA) adında tam-çeşitlemeli, 2-hızlı bir kod önerilmiştir:

$$\begin{bmatrix} x_0 + x_4 & x_1 + x_5 & x_2 + x_6 & x_3 + x_7 \\ -x_1^* - x_5^* & x_0^* + x_4^* & -x_3^* - x_7^* & x_2^* + x_6^* \\ j(x_2 - x_6) & j(x_3 - x_7) & x_0 - x_4 & x_1 - x_5 \\ j(-x_3^* + x_7^*) & j(x_2^* - x_6^*) & -x_1^* + x_5^* & x_0^* - x_4^* \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Burada $x_0, x_1, x_2, x_3 \in \chi^M$, $x_4, x_5, x_6, x_7 \in e^{j\theta} \chi^M$, $\theta = \cos^{-1}(2/\sqrt{5})$ 'dir. (3.23)'deki koda benzer şekilde (3.24)'deki kod da düşük bir δ_{\min} değerine (QPSK'da 0.04) ve çok yüksek bir alıcı karmaşıklığına (işaret kümesinin eleman sayısının yedinci kuvvetiyle orantılı) sahiptir. Hottinen ve Tirkkonen tarafından önerilen bu kodlar, yukarıda sözü geçen dezavantajlarına rağmen yüksek-hızlı STBC literatüründe oldukça önemli bir yer tutmuşlardır.

3.5 Altın Kod (Golden code)

Altın kod (Golden code) iki verici antenli MIMO sistemler için [29] ve [45]'de bağımsız bir şekilde bulunan cebrik sayı kuramı kullanılarak üretilmiş 2-hızlı bir STBC'dir. Altın kodun temel avantajları maksimum bir kodlama kazancı (minimum determinant) ile tam-çeşitleme sağlaması ve literatürde daha önceden var olan tüm 2-hızlı kodlardan daha iyi hata başarımına sahip olmasıdır. Dahası, Altın kodun minimum determinantı kullanılan işaret kümesinin eleman sayısından bağımsızdır, dolayısıyla pratik açıdan uyarlamalı modülasyona (adaptive modulation) uyumludur. Altın kod, bu avantajlarından dolayı 802.16e WiMAX standardına alınmıştır [46]. Altın kodun üç tipi vardır: Belfiore-Rekaya-Viterbo tipi [29], Dayal-Vanasi tipi [45] ve WiMAX tipi [46]. Bu üç tip kod da birbirlerine birimsel matris çarpımlarıyla dönüştürülebildiğinden çeşitleme ve kodlama kazançları aynıdır. Belfiore ve diğerleri tarafından önerilen Altın kod:

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} \alpha(x_0 + \theta x_1) & \alpha(x_2 + \theta x_3) \\ j\sigma(\alpha)(x_2 + \sigma(\theta)x_3) & \sigma(\alpha)(x_0 + \sigma(\theta)x_1) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

şeklinde olup burada $\theta = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618$, $\sigma(\theta) = \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 1-\theta$, $\alpha = 1 + j\sigma(\theta)$,

$\sigma(\alpha) = 1 + j\theta$ 'dir. *M*-QAM işaret kümesi için Altın kodun minimum determinanti 3.2'dir ki bu değer bugüne kadar başka hiçbir 2-hızlı kod tarafından aşılamamıştır. Sağladığı bu avantajlarının yanı sıra Altın kodun en büyük dezavantajı kullanılan işaret uzayının eleman sayısının dördüncü kuvvetiyle orantılı bir alıcı karmaşıklığına sahip olmasıdır [31,35] ve bu yüksek alıcı karmaşıklığı Altın kodun özellikle gezgin aygıtlar için uygulanmasını pahalı bir duruma getirmektedir.

3.6 Sezginer-Sari (SS) Kodları

Altın koda alternatif olarak Sezginer ve Sari ML kod çözme karmaşıklığı düşürülmüş bazı yüksek-hızlı tam çeşitlemeli kodlar önermişlerdir. Sezginer ve Sari tarafından önerilen bu kodlardan 2-hızlı olanı aşağıdaki iletim matrisine sahiptir [31,47],

$$\begin{bmatrix} ax_0 + bx_2 & ax_1 + bx_3 \\ -cx_1^* - dx_3^* & cx_0^* + dx_2^* \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Burada a , b , c ve d katsayıları karmaşık tasarım parametreleri olup kodun minimum determinantını maksimum yapacak şekilde optimize edilirler. [31]'de verilen parametreler ile (3.26)'daki 2-hızlı SS kodunun minimum determinanti *M*-QAM için 2'dir. Ancak, bu çalışmanın da özünü oluşturan koşullu ML kod çözme tekniği¹ sayesinde SS kodunun kod çözme karmaşıklığı M^4 'den $2M^3$ 'e düşürülmüştür. Dolayısıyla SS kodunun hata başarımı Altın koddan daha kötü olmasına karşın kod çözme karmaşıklığı daha düşüktür.

Sezginer ve Sari, ML alıcı karmaşıklığını daha da düşürmek için (3.26)'daki 2-hızlı kodda $x_2 = x_3$ seçerek ve bu simgenin gücünü normalize ederek aşağıdaki 1.5-hızlı

STBC'yi elde etmişlerdir [35]:

$$\begin{bmatrix} ax_0 + bx_2 / \sqrt{2} & ax_1 + bx_2 / \sqrt{2} \\ -cx_1^* - dx_2^* / \sqrt{2} & cx_0^* + dx_2^* / \sqrt{2} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

¹ Koşullu ML kod çözme tekniği Bölüm 4.1'de ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

(3.27)'deki kod için [35]'de optimize edilen parametrelere göre elde edilen δ_{\min} değeri M -QAM'de (3.26)'daki koda benzer şekilde 2'dir. Koşullu ML kod çözme tekniği sayesinde (3.27)'deki kodun kod çözme karmaşıklığı M^3 'den $2M^2$ 'ye düşürülmüştür.

3.7 Biglieri-Hong-Viterbo (BHV) Kodu

Dört verici antenli MIMO sistemler için (3.24)'de verilen Tirkkonen ve Hottinen tarafından önerilmiş DjABBA kodu düşük δ_{\min} değerine rağmen yıllardan beri en iyi STBC olarak bilinmekteydi. Ancak, Biglieri, Hong ve Viterbo tarafından [33,34]'de dört verici antenli MIMO sistemler için önerilen yeni bir STBC'nin QPSK işaret kümesinde literatürdeki tüm 2-hızlı STBC'lerden daha iyi başarımlar verdiği gösterilmiştir. Üst üste iki QOSTBC bloğunun optimizasyon matrisleriyle çarpıldıktan sonra toplanmasıyla elde edilen BHV kodunun δ_{\min} değeri sıfır olsa da, çarpımsallık değerinin oldukça küçük olması dolayısıyla daha iyi bir hata başarımına sahip olduğu açıklanmıştır. BHV kodunun kod sözcük matrisi şu şekildedir:

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ -x_1^* & x_0^* & -x_3^* & x_2^* \\ -x_2^* & -x_3^* & x_0^* & x_1^* \\ x_3 & -x_2 & -x_1 & x_0 \end{bmatrix} + \mathbf{T} \begin{bmatrix} z_0 & z_1 & z_2 & z_3 \\ -z_1^* & z_0^* & -z_3^* & z_2^* \\ -z_2^* & -z_3^* & z_0^* & z_1^* \\ z_3 & -z_2 & -z_1 & z_0 \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Burada $[z_0 \ z_1 \ z_2 \ z_3]^T = \mathbf{U}[x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$ olup \mathbf{U} da karmaşık optimizasyon matrisidir. BHV kodunun, yıllardan beri dört verici antenli sistemler için en iyi kod olarak bilinen DjABBA koduna göre daha iyi hata başarımına sahip olduğu rapor edilmiştir [34]. BHV kodunun minimum determinanı sıfır olmasına rağmen, BHV kodunun kod matrisi içerisindeki \mathbf{U} matrisi, kodun çarpımsallık değeri (ilişkin minimum determinant değerini veren farklı kod sözcük çiftlerinin toplam sayısı) minimum olacak şekilde optimize edilmiştir ki bu da BHV kodunun hata başarımının DjABBA kodundan neden daha iyi olduğunu açıklamaktadır. Ancak [34]'de, Şekil 2'den görüleceği üzere bu iki kodun hata başarımları birbirlerine oldukça yakındır. BHV kodunun en büyük dezavantajı, DjABBA kodu gibi kullanılan işaret kümesinin eleman sayısının yedinci kuvvetiyle orantılı bir ML alıcı karmaşıklığının olmasıdır.

3.8 Sonuç

Uzay-zaman blok kodlama alanında çalışan araştırmacılar ilk yıllardan başlayarak her zaman daha yüksek veri hızlarına daha düşük alıcı karmaşıklıkları ile çıkmayı hedeflemişlerdir. Veri hızlarındaki bu artışın doğal bir sonucu olarak yüksek-hızlı STBC'ler, aynı bant verimliğinde çalışıldığında düşük veri hızlı STBC'lere göre hata başarımında da kayda değer iyileşmeler sağlamaktadır. Bir yüksek-hızlı STBC tasarlanırken göz önünde bulundurulması gerekenler şu şekilde sıralanabilir:

- i) STBC'nin tam-çeşitleme sağlayıp sağlamadığı,
- ii) STBC'nin minimum determinant değerinin yüksek olup olmadığı,
- iii) STBC'nin kod çözme karmaşıklığının düşük olup olmadığı.

Bu çalışmanın ilerleyen bölümlerinde bu 3 ölçüt göz önünde bulundurularak, bu bölümde kısaca gözden geçirilen literatürdeki en iyi STBC'lere alternatif olarak yeni yüksek-hızlı STBC'ler önerilmiştir.

4. İKİ VERİCİ ANTENLİ MIMO SİSTEMLER İÇİN YENİ UZAY-ZAMAN BLOK KODLARI

Bu bölümde iki verici anten için bir önceki bölümde anlatılan Altın kod ve Sezginer-Sari (SS) kodlarına alternatif olarak 2 ve 1.5-hızlı, tam-çeşitlemeli, ML alıcı karmaşıklığı düşürülmüş iki yeni uzay-zaman blok kodu önerilmiştir [38]. Önerilen bu kodların tam-çeşitleme sağladığı ve literatürdeki benzerlerine göre bazı üstünlükleri oldukları ispatlanmıştır. Önerilen kodların kod çözümünde koşullu ML sezim tekniği kullanılmıştır. Üç ve dört verici anten için önerilen STBC'lerin de kod çözümünde kullanılan bu teknik, bu bölümde öncelikli olarak anlatılacaktır.

4.1 Yüksek-Hızlı STBC Tasarımı ve Koşullu ML Sezim

Dik olmayan bir STBC'nin ML alıcı karmaşıklığı bu STBC'nin kod sözcük matrisi içerisindeki bilgi simgelerinin sayısı ile üstel olarak artmaktadır. Kullanılan işaret kümesinin eleman sayısının üstel bir işlevi olan bu alıcı karmaşıklığından kaçınmak için sıfıra-zorlama (zero-forcing, ZF) ya da en küçük ortalama karesel hata (minimum mean square error, MMSE) kestirimi gibi optimum olmayan kod çözme teknikleri kullanılabilir [48]. Ancak bu durumda, [5]'de verilen tam-çeşitleme koşulu (tam-rank ölçütü) geçerliliğini yitirmekte bu da ML alıcılara göre hata başarımında önemli kötüleşmelere neden olmaktadır. Dolayısıyla, alıcının optimum doğasını bozmadan, ancak tüm olası senaryoları tek tek deneyen, ML alıcı kadar da işlem yükü olmayan alıcıların tasarlanması problemi ortaya çıkmıştır. İşte böyle bir optimum alıcı Sezginer ve Sari tarafından [31] ve [35]'deki dik olmayan STBC'lerin kod çözümünde kullanılmıştır. Bu bölümde bu teknik daha da geliştirilerek, matematiksel olarak ifade edilecektir [36,37].

n verici antenli bir sistem için k adet bilgi simgesini $(x_0, x_2, \dots, x_{k-1})$ ileten OSTBC için kod sözcük matrisi $\mathbf{Q}_{n,k}$ ile gösterilsin. Bu çalışmada $\mathbf{Q}_{n,k}$ 'lar kod iletim matrisleri içerisinde, ilişkin kodun dikliğinin sağlanabilmesi için, boşluklar içeren OSTBC'ler içerisinde seçilmiştir. Bu tür STBC'lere örnek olarak CIOD'lar [22-24],

3/4-hızlı COD'lar [40-42] verilebilir. $k+\lambda$ adet bilgi simgesi ileten yüksek-hızlı tam çeşitlemeli $\mathbf{X}_{n,k+\lambda}$ kodu $\mathbf{Q}_{n,k}$ kodundan şu şekilde elde edilebilir:

$$\mathbf{X}_{n,k+\lambda} = \mathbf{Q}_{n,k} + \mathbf{P}\mathbf{G}_\lambda \quad (4.1)$$

burada \mathbf{G}_λ , λ adet ek bilgi simgesini $(x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+\lambda-1})$ $\mathbf{Q}_{n,k}$ 'nin boş yuvalarından ileten kod sözcük matrisidir. \mathbf{P} ise elemanları rank ve determinant ölçütlerine göre belirlenen karmaşık tasarım parametreleri olan bir optimizasyon matrisidir. $\mathbf{Q}_{n,k}$ ve $\mathbf{P}\mathbf{G}_\lambda$ 'nin elemanları $\mathbf{X}_{n,k+\lambda}$ matrisi içerisinde çakışmamaktadır. $\mathbf{X}_{n,k+\lambda}$ kodunun dik olmayan yapısından dolayı, bu kodun ML kod çözümü için $M^{(k+\lambda)}$ adet metrik hesabı gerekli olacaktır:

$$\hat{\mathbf{X}}_{n,k+\lambda} = \arg \min_{x_0, x_1, \dots, x_{k+\lambda-1}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}_{n,k+\lambda} \mathbf{H}\|^2. \quad (4.2)$$

$\mathbf{X}_{n,k+\lambda}$ kodunun dik olmaması dolayısıyla içerisindeki bilgi simgelerinin hepsinin birlikte çözülmesi sonucu elde edilen alıcı karmaşıklığı $M^{(k+\lambda)}$, $\mathbf{Q}_{n,k}$ kodunun doğrusal olan alıcı karmaşıklığı kM ile karşılaştırıldığında çok yüksektir. Fakat (4.1)'deki $\mathbf{X}_{n,k+\lambda}$ kodu içerisindeki ek simgeler alıcı tarafında bir şekilde yok edilebilirse geriye kalan k adet simge ($\mathbf{Q}_{n,k}$ kodu) kM karmaşıklık ile çözülebilecektir. Bunu gerçekleştirebilmek için alıcı \mathbf{G}_λ içerisindeki ek simgelerin $x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+\lambda-1}$ tüm olası değerleri için alınan işaretlerden ara işaretleri şu şekilde hesaplar:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Y} - \mathbf{P}\mathbf{G}_\lambda \mathbf{H}. \quad (4.3)$$

$x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+\lambda-1}$ simgelerinin tüm olası değerleri denenirken sadece tek bir doğru kombinasyon (4.3)'ü aşağıdaki modele indirger:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Q}_{n,k} \mathbf{H} + \mathbf{N}. \quad (4.4)$$

Buna rağmen $x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+\lambda-1}$ simgelerinin tüm olası değerleri için (M^λ olası değer) alıcı sanki (4.4)'deki model elde edilmiş gibi düşünerek, dik olan $\mathbf{Q}_{n,k}$ kodunun basit kod çözme prosedürünü uygular ve x_0, x_1, \dots, x_{k-1} simgelerine ait koşullu ML kestirimleri elde eder $(x_0^{ML}, x_1^{ML}, \dots, x_{k-1}^{ML})$. Diğer bir deyişle, alıcı $x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+\lambda-1}$ simgelerinin M^λ farklı olası değerinin her biri için x_0, x_1, \dots, x_{k-1} simgelerine ait kestirim değerlerini elde eder. Bu kestirim değerlerine koşullu kestirim denmesinin nedeni $x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+\lambda-1}$ simgelerinin değerlerine olan bağılıklardır. Alıcı elde ettiği bu

M^λ simge dizisini daha sonra (4.2)'deki minimizasyon işleminde kullanır, yani (4.2) metriğini $x_0^{ML}, x_1^{ML}, \dots, x_{k-1}^{ML}, x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+\lambda-1}$ için $x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+\lambda-1}$ simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden minimize eder. Sonuç olarak $x_0, x_1, \dots, x_{k+\lambda-1}$ simgelerinin tüm olası değerlerini arayarak $M^{k+\lambda}$ alıcı karmaşıklığıyla çalışmak yerine, sadece M^λ karmaşıklıkla $x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+\lambda-1}$ simgelerinin tüm olası değerleri aranmış ve bu M^λ adımın her biri için de kM karmaşıklıkla x_0, x_1, \dots, x_{k-1} simgelerine ait koşullu ML kestirimler elde edilmiştir. Dolayısıyla toplam ML alıcı karmaşıklığı $kM \times M^\lambda = kM^{\lambda+1}$ olmaktadır. İlk durumdaki alıcı karmaşıklığı olan $M^{(k+\lambda)}$ ile karşılaştırıldığında, kayda değer bir düşüş sağlandığı görülmektedir.

Yapılan testler sonucu yukarıda anlatılan koşullu sezim tekniğinin, (4.2)'deki tüm olası değerleri arayan metrikle aynı hata başarımına sahip olduğu görülmüştür. Kuşkusuz ki bunun nedeni, koşullu sezim tekniğinin ML, yani optimum olmasıdır. Alıcı ek simgelerin tüm olası değerlerini ararken, mutlaka birinde doğru kombinasyonu bulacak ve geriye kalan simgeleri ML olarak çözebilecektir. Dolayısıyla yukarıda anlatılan alıcı, tüm olası senaryoları aramadan da iletilen simgelerin ML kestirimlerini elde etmektedir.

Bu çalışmada önerilen kodlarda $\mathbf{Q}_{n,k}$ ve \mathbf{PG}_λ 'nin elemanları $\mathbf{X}_{n,k+\lambda}$ matrisi içerisinde çakışmamakta ve $\mathbf{Q}_{n,k}$ da sıfırlar içermektedir. Fakat bu koşullu ML sezici için zorunluluk oluşturmaz. $\mathbf{Q}_{n,k}$ ve \mathbf{PG}_λ 'nin elemanları çakışsa bile, ki SS kodlarında durum böyledir, ara işaretler hesaplanarak (4.4)'deki modele ulaşılabilir. Örneğin [31]'de verilen 2-hızlı SS kodunu ele alalım. Bu STBC'nin iletim matrisi (3.26)'da verilmiştir. (3.26)'dan görüldüğü üzere bu matris, iki Alamouti kod sözcük matrisinin dört adet karmaşık tasarım parametresi kullanarak üst üste toplanması ile elde edilmiştir. Sezginer ve Sari, buradaki dört simgenin tüm olası değerleri üzerinden ML alıcıyı çalıştırmak yerine, iki Alamouti kodundan birini yok etmeye çalışarak, geride kalan Alamouti kodunu simge temeli ML çözmüştür. Gösterilebilir ki koşullu ML sezim tekniği, BHV ve DjABBA kodlarının da ML alıcı karmaşıklığını düşürmektedir.

4.2 2-Hızlı Tam-Çeşitlemeli Bileşen Serpiştirmeli Yeni STBC [38]

(3.16)'da verilen 1-hızlı CIOD'u ele alalım. (3.16)'daki tasarımın dik olması için bırakılan boş yuvalar hem düşük bir kod hızına, hem de yüksek bir tepe-ortalama güç oranına (peak-to-average power ratio, PAPR) neden olmaktadır. Bu tasarıma önceki alt bölümde verilen yüksek-hızlı STBC elde etme prosedürü uygulanarak dört modülasyonlu simgeyi iki zaman aralığında ileten aşağıdaki 2-hızlı, tam-çeşitlemeli STBC elde edilmiştir:

$$\mathbf{X}_{2,4} = \begin{bmatrix} (x_{0R} + jx_{1I}) & a(x_{2R} + jx_{3I}) \\ b(x_{3R} + jx_{2I}) & (x_{1R} + jx_{0I}) \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Burada x_{iR} and x_{iI} , $i=0,\dots,3$ x_i 'nin sırasıyla gerçel ve sanal kısımlarını göstermektedir. a ve b ise rank ve determinant ölçütlerine göre belirlenen karmaşık tasarım parametreleridir. (4.5)'deki STBC için $k = \lambda = 2$ 'dir.

Matematiksel kolaylık açısından iki alıcı antenli durumu ele alarak $\mathbf{X}_{2,4}$ kodu için ML kod çözümünü verelim. Öncelikle (4.5)'deki bileşenleri serpiştirilmiş simgeleri şu şekilde gösterelim:

$$\begin{aligned} \tilde{x}_0 &= x_{0R} + jx_{1I} \\ \tilde{x}_1 &= x_{1R} + jx_{0I} \\ \tilde{x}_2 &= x_{2R} + jx_{3I} \\ \tilde{x}_3 &= x_{3R} + jx_{2I}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Böylece alınan işaretler

$$\begin{aligned} r_{11} &= h_{11}\tilde{x}_0 + h_{12}a\tilde{x}_2 + n_{11} \\ r_{12} &= h_{11}b\tilde{x}_3 + h_{12}\tilde{x}_1 + n_{12} \\ r_{21} &= h_{21}\tilde{x}_0 + h_{22}a\tilde{x}_2 + n_{21} \\ r_{22} &= h_{21}b\tilde{x}_3 + h_{22}\tilde{x}_1 + n_{22} \end{aligned} \quad (4.7)$$

şeklinde olacaktır. Burada h_{ij} , j . verici antenle i . alıcı anten arasındaki kanal katsayısı, n_{ij} alıcıdaki toplamsal beyaz Gauss gürültüsünü gösteren karmaşık işaret, r_{ij} de i . alıcı antende j . zamanda alınan işarettir. Alıcı önceki alt bölümde belirtildiği gibi x_i , $i=0,\dots,3$ için tüm olası değerleri denemek yerine x_2 and x_3 'ün tüm olası değerleri için ara işaretleri hesaplar:

$$\begin{aligned}
z_{11} &= r_{11} - h_{12} a \tilde{x}_2 \\
z_{12} &= r_{12} - h_{11} b \tilde{x}_3 \\
z_{21} &= r_{21} - h_{22} a \tilde{x}_2 \\
z_{22} &= r_{22} - h_{21} b \tilde{x}_3.
\end{aligned} \tag{4.8}$$

x_2 ve x_3 'ün doğru birleşimi için (4.8),

$$\begin{aligned}
z_{11} &= h_{11} \tilde{x}_0 + n_{11} \\
z_{12} &= h_{12} \tilde{x}_1 + n_{12} \\
z_{21} &= h_{21} \tilde{x}_0 + n_{21} \\
z_{22} &= h_{22} \tilde{x}_1 + n_{22}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

biçimine gelecektir. Dolayısıyla alıcı $\mathbf{Q}_{2,2}$ için ML kod çözme adımlarını kullanarak x_2 ve x_3 koşulu altında x_0 ve x_1 'in ML kestirimlerini elde eder. Öncelikle ara işaretler şu şekilde birleştirilir:

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_0 &= (h_{11}^* z_{11} + h_{21}^* z_{21}) = (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2) \tilde{x}_0 + \tilde{\eta}_0 \\
\tilde{y}_1 &= (h_{12}^* z_{12} + h_{22}^* z_{22}) = (|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2) \tilde{x}_1 + \tilde{\eta}_1
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Burada $\tilde{\eta}_0 = h_{11}^* n_{11} + h_{21}^* n_{21}$ ve $\tilde{\eta}_1 = h_{12}^* n_{12} + h_{22}^* n_{22}$ gürültü terimleridir. \tilde{y}_0 ve \tilde{y}_1 'nin bileşen serpiştirilmiş yapısını göz önünde bulundurarak x_0 ve x_1 'in kestirimleri şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}
\hat{x}_0 &= \text{Re}\{\tilde{y}_0\} + j \text{Im}\{\tilde{y}_1\} \\
&= (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2) x_{0R} + j (|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2) x_{0I} + \eta_0,
\end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}
\hat{x}_1 &= \text{Re}\{\tilde{y}_1\} + j \text{Im}\{\tilde{y}_0\} \\
&= (|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2) x_{1R} + j (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2) x_{1I} + \eta_1.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

(4.11) ve (4.12)'deki gürültü terimleri şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\eta_0 &= \eta_{0R} + j \eta_{0I} = \tilde{\eta}_{0R} + j \tilde{\eta}_{0I} \\
\eta_1 &= \eta_{1R} + j \eta_{1I} = \tilde{\eta}_{1R} + j \tilde{\eta}_{1I}.
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Gauss gürültü terimleri η_0 ve η_1 'in gerçel ve sanal kısımlarının varyansları farklıdır,

$$\begin{aligned}
\text{var}\{\eta_{0R}\} &= \text{var}\{\tilde{\eta}_{0R}\} = (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)\sigma^2 \\
\text{var}\{\eta_{0I}\} &= \text{var}\{\tilde{\eta}_{0I}\} = (|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2)\sigma^2 \\
\text{var}\{\eta_{1R}\} &= \text{var}\{\tilde{\eta}_{1R}\} = (|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2)\sigma^2 \\
\text{var}\{\eta_{1I}\} &= \text{var}\{\tilde{\eta}_{1I}\} = (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)\sigma^2.
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Burada σ^2 , n_{ij} 'nin gerçel ve sanal kısımlarının varyanslarıdır. x_0 ve x_1 'in ML kestirimlerini elde etmek için η_0 ve η_1 'in olasılık dağılım işlevlerine (probability density function, pdf) gereksinim vardır:

$$p(\eta_0) = \frac{e^{-\frac{\eta_{0R}^2}{2(|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)\sigma^2}} e^{-\frac{\eta_{0I}^2}{2(|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2)\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2 \sqrt{|h_{11}|^2 |h_{12}|^2 + |h_{11}|^2 |h_{22}|^2 + |h_{21}|^2 |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 |h_{22}|^2}}, \tag{4.15}$$

$$p(\eta_1) = \frac{e^{-\frac{\eta_{1R}^2}{2(|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2)\sigma^2}} e^{-\frac{\eta_{1I}^2}{2(|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2)\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2 \sqrt{|h_{11}|^2 |h_{12}|^2 + |h_{11}|^2 |h_{22}|^2 + |h_{21}|^2 |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 |h_{22}|^2}}. \tag{4.16}$$

x_0 ve x_1 'in (x_2, x_3) simgeleri koşulu altında ML kestirimleri şu şekilde bulunur:

$$x_0^{ML} = \arg \max_{x_0} p(\hat{x}_0 / x_0), \tag{4.17}$$

$$x_1^{ML} = \arg \max_{x_1} p(\hat{x}_1 / x_1). \tag{4.18}$$

Öncelikle (4.11) ve (4.12), (4.15) ve (4.16)'ya sırasıyla konular ve ardından da bu pdf ifadeleri de (4.17) ve (4.18)'e sırasıyla konular ve düzenlenirse,

$$\begin{aligned}
x_0^{ML} = \arg \min_{x_0} \left\{ \left(|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2 \right) \left| \hat{x}_{0R} - (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2) x_{0R} \right|^2 \right. \\
\left. + \left(|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2 \right) \left| \hat{x}_{0I} - (|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2) x_{0I} \right|^2 \right\},
\end{aligned} \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}
x_1^{ML} = \arg \min_{x_1} \left\{ \left(|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2 \right) \left| \hat{x}_{1R} - (|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2) x_{1R} \right|^2 \right. \\
\left. + \left(|h_{12}|^2 + |h_{22}|^2 \right) \left| \hat{x}_{1I} - (|h_{11}|^2 + |h_{21}|^2) x_{1I} \right|^2 \right\}
\end{aligned} \tag{4.20}$$

elde edilir. Benzer bir analizle gösterilebilir ki, n_R adet alıcı anten için x_0 ve x_1 'in (x_2, x_3) simge çifti koşulu altında ML kestirimleri

$$x_0^{ML} = \arg \min_{x_0} \left\{ \beta |\hat{x}_{0R} - \alpha x_{0R}|^2 + \alpha |\hat{x}_{0I} - \beta x_{0I}|^2 \right\}, \quad (4.21)$$

$$x_1^{ML} = \arg \min_{x_1} \left\{ \alpha |\hat{x}_{0R} - \beta x_{0R}|^2 + \beta |\hat{x}_{0I} - \alpha x_{0I}|^2 \right\} \quad (4.22)$$

şeklindedir. Burada $\alpha = \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,1}|^2$, $\beta = \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,2}|^2$ 'dir. Ardından (4.2)'de verilen metrik, (x_2, x_3) çiftinin tüm olası değerleri üzerinden $x_0^{ML}, x_1^{ML}, x_2, x_3$ için hesaplanır. Diğer bir deyişle, x_0, x_1, x_2 ve x_3 'ün tüm olası değerleri aranarak M^4 karmaşıklıkla çalışmak yerine, sadece x_2 ve x_3 'ün tüm olası değerleri M^2 karmaşıklıkla aranmış ve bu M^2 denemenin her adımında (x_2, x_3) çifti koşulu altında x_0 ve x_1 'in ML kestirimleri de $2M$ karmaşıklıkla elde edilmiştir. Böylece toplam ML alıcı karmaşıklığı $k = \lambda = 2$ için M^4 'den $2M \times M^2 = 2M^3$ 'e indirilmiştir.

$\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun tam-çeşitleme sağlaması için (4.5)'de verilen karmaşık tasarım parametreleri a ve b optimize edilmelidir. Bunun için $\mathbf{X}_{2,4} \neq \hat{\mathbf{X}}_{2,4}$ olmak üzere $\mathbf{X}_{2,4}$ ve $\hat{\mathbf{X}}_{2,4}$ 'ün tüm olası değerleri için $\mathbf{D} = (\mathbf{X}_{2,4} - \hat{\mathbf{X}}_{2,4})(\mathbf{X}_{2,4} - \hat{\mathbf{X}}_{2,4})^H$ uzaklık matrisinin minimum determinanı maksimize edilecektir. Uzaklık matrisi \mathbf{D} ,

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

olmak üzere burada

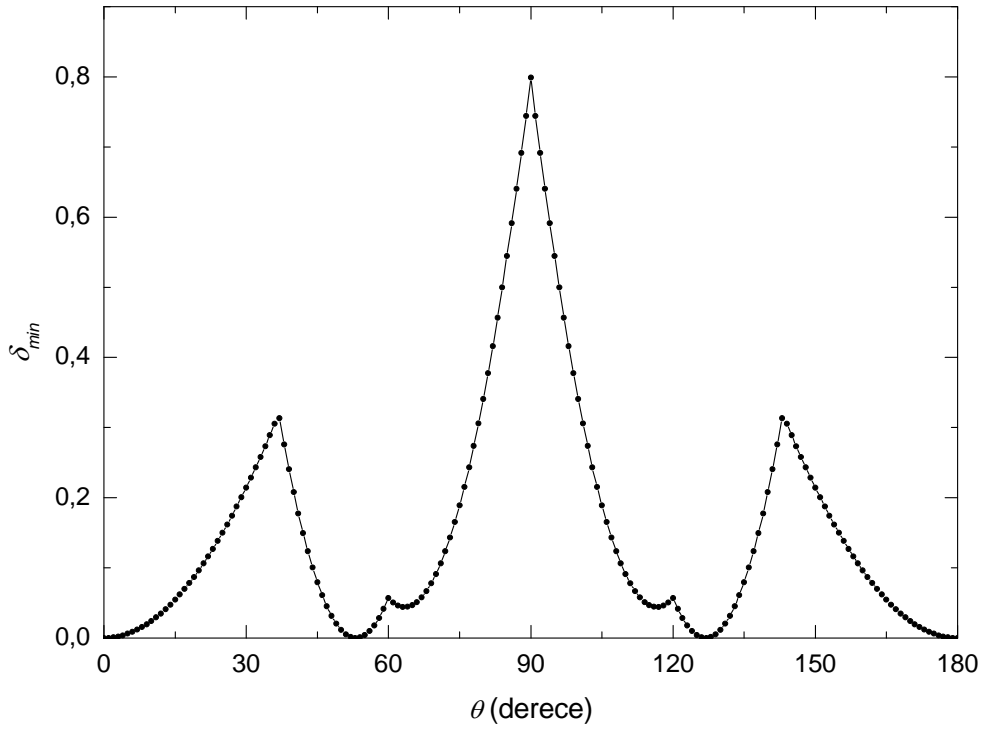
$$\begin{aligned} A_{11} &= (\Delta x_{0R}^2 + \Delta x_{1I}^2) + |a|^2 (\Delta x_{2R}^2 + \Delta x_{3I}^2) \\ A_{12} &= b^* (\Delta x_{0R} + j\Delta x_{1I})(\Delta x_{3R} - j\Delta x_{2I}) + a(\Delta x_{2R} + j\Delta x_{3I})(\Delta x_{1R} - j\Delta x_{0I}) \\ A_{21} &= b(\Delta x_{0R} - j\Delta x_{1I})(\Delta x_{3R} + j\Delta x_{2I}) + a^* (\Delta x_{1R} + j\Delta x_{0I})(\Delta x_{2R} - j\Delta x_{3I}) \\ A_{22} &= (\Delta x_{1R}^2 + \Delta x_{0I}^2) + |b|^2 (\Delta x_{3R}^2 + \Delta x_{2I}^2) \end{aligned}$$

biçimindedir. Dolayısıyla \mathbf{D} 'nin ($\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun) minimum determinanı,

$$\delta_{\min} = \min \left\{ \begin{aligned} &(\Delta x_{0R}^2 + \Delta x_{1I}^2)(\Delta x_{1R}^2 + \Delta x_{0I}^2) + (\Delta x_{2R}^2 + \Delta x_{3I}^2)(\Delta x_{3R}^2 + \Delta x_{2I}^2) \\ &- a^* b^* (\Delta x_{0R} + j\Delta x_{1I})(\Delta x_{3R} - j\Delta x_{2I})(\Delta x_{1R} + j\Delta x_{0I})(\Delta x_{2R} - j\Delta x_{3I}) \\ &+ ab(\Delta x_{2R} + j\Delta x_{3I})(\Delta x_{1R} - j\Delta x_{0I})(\Delta x_{3R} + j\Delta x_{2I})(\Delta x_{0R} - j\Delta x_{1I}) \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

şeklindedir. (4.24)'deki karesel olmayan terimlerden dolayı bu ifadenin minimum değeri QPSK ve 16-QAM işaret kümeleri için bilgisayar aramaları sonucu elde edilmiştir. Örneğin Şekil 4.1'de $a = e^{j\theta}$ ve $b = 1$ olmak üzere $\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun

minimum determinantı değişik θ değerleri için elde edilmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere $\theta = 90^\circ$ için δ_{\min} değeri maksimum olmakta ve 0.8 değerini almaktadır. Anımsanacağı üzere $\mathbf{Q}_{2,2}$ kodu için de bu değer yine 0.8 olarak bulunmuştur. Dolayısıyla, kullanılan bu parametre kümesinin optimum olduğu ve olası maksimum δ_{\min} değerini verdiği sonucuna varılabilir. Aynı parametre kümesi ile 16-QAM işaret uzayı için ise δ_{\min} değeri 3.2 olarak bulunmuştur ki bu değer de $\mathbf{Q}_{2,2}$ göz önünde bulundurulduğunda optimumdur.



Şekil 4.1 : $\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun $a = e^{j\theta}$ ve $b = 1$ için minimum determinantının θ 'ya bağlı değişimi

4.3 Önerilen 2-hızlı STBC'nin Bilgi Kuramsal Analizi

Bu alt bölümde, bir önceki alt bölümde önerilen $\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun ulaştığı maksimum karşılıklı bilgi miktarı (maximum mutual information, MMI) incelenmiş ve bu kodun alıcı anten sayısı ne olursa olsun MIMO kanal sığasını yakaladığı gösterilmiştir.

Bir STBC için bilgi kuramsal bir analiz yapabilmek için öncelikle (2.11)'de verilen kanal modeli, şu şekilde yeniden yazılmalıdır:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{n_T}} \mathcal{H} \mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (4.25)$$

Burada, \mathcal{H} , \mathbf{X} kodunun eşdeğer kanal matrisi [5], \mathbf{y} , \mathbf{x} ve \mathbf{n} de sırasıyla alınan işaret, birim varyanslı iletilen işaret ve gürültü vektörleridir. (4.25)'deki normalizasyon çarpanı, ρ 'nun her alıcıdaki SNR olmasını sağlamaktadır. Örneğin, (3.1)'de verilen Alamouti kodu için n_R alıcı anten durumunda eşdeğer kanal modeli:

$$\begin{bmatrix} r_{1,1} \\ r_{1,2} \\ r_{2,1} \\ r_{2,2} \\ \vdots \\ r_{n_R,1} \\ r_{n_R,2} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{\rho}{2}} \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} \\ -h_{2,1}^* & h_{1,1}^* \\ h_{2,1} & h_{2,2} \\ -h_{2,2}^* & h_{2,1}^* \\ \vdots & \vdots \\ h_{n_R,1} & h_{n_R,2} \\ -h_{n_R,2}^* & h_{n_R,1}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} + \mathbf{n} \quad (4.26)$$

şeklindedir. Alamouti kodu tarafından ulaşılan MMI ise şu şekilde bulunur [17,49]:

$$\begin{aligned} C_{Al}(\rho, 2, n_R) &= \frac{1}{2} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_2 + \frac{\rho}{2} \mathcal{H}^H \mathcal{H} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} E \left\{ \log \det \begin{bmatrix} 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} (|h_{i,1}|^2 + |h_{i,2}|^2) & 0 \\ 0 & 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} (|h_{i,1}|^2 + |h_{i,2}|^2) \end{bmatrix} \right\} \\ &= E \left\{ \log \det \left(1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} (|h_{i,1}|^2 + |h_{i,2}|^2) \right) \right\} \\ &= E \left\{ \log \det \left(1 + \frac{n_R \rho}{2 n_R} \sum_{i=1}^{n_R} (|h_{i,1}|^2 + |h_{i,2}|^2) \right) \right\} \\ &= C(n_R \rho, 2 n_R, 1) \leq C(\rho, 2, n_R). \end{aligned} \quad (4.27)$$

Burada $C_{\mathbf{X}}(\rho, n_T, n_R)$, n_T verici, n_R alıcı anten kullanan \mathbf{X} kodunun ρ alınan SNR değerindeki maksimum karşılıklı bilgi miktarıdır. Beklenen değer işlemi öncesindeki $1/2$ çarpanının kullanılmasının nedeni, Alamouti kodunun MIMO kanalı iki zaman aralığı boyunca kullanmasıdır. (4.27)'deki üst sınır ancak ve ancak $n_R = 1$ için sağlanır. Buradan varılan sonuç $n_R \geq 2$ için Alamouti kodunun tam kanal sığasını yakalayamadığıdır.

(3.16)'da verilen CIOD $\mathbf{Q}_{2,2}$ için eşdeğer kanal modeli ise

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{2}} \sqrt{2} \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 \\ 0 & h_{1,2} \\ h_{2,1} & 0 \\ 0 & h_{2,2} \\ \vdots & \vdots \\ h_{n_R,1} & 0 \\ 0 & h_{n_R,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} \\ x_{1R} + jx_{0I} \end{bmatrix} + \mathbf{n} \quad (4.28)$$

biçiminde yazılır. Bu STBC'nin ulaştığı MMI ise şu şekilde hesaplanır [24]:

$$\begin{aligned} C_{\mathbf{Q}_{2,2}}(\rho, 2, n_R) &= \frac{1}{2} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_2 + \frac{\rho}{2} \mathcal{H}^H \mathcal{H} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} E \left\{ \log \left(1 + \rho \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,1}|^2 \right) \right\} + \frac{1}{2} E \left\{ \log \left(1 + \rho \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,2}|^2 \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} C(n_R \rho, n_R, 1) + \frac{1}{2} C(n_R \rho, n_R, 1) = C(n_R \rho, n_R, 1) < C(\rho, 2, n_R). \end{aligned} \quad (4.29)$$

(4.29)'dan görüldüğü üzere, Alamouti kodunun zıttına $\mathbf{Q}_{2,2}$ kodu $n_R = 1$ durumunda bile tam sığıayı yakalayamamaktadır. Diğer taraftan önerilen $\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun eşdeğer modeli

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{2}} \begin{bmatrix} h_{1,1} & 0 & jh_{1,2} & 0 \\ 0 & h_{1,2} & 0 & h_{1,1} \\ h_{2,1} & 0 & jh_{2,2} & 0 \\ 0 & h_{2,2} & 0 & h_{2,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{n_R,1} & 0 & jh_{n_R,2} & 0 \\ 0 & h_{n_R,2} & 0 & h_{n_R,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} \\ x_{1R} + jx_{0I} \\ x_{2R} + jx_{3I} \\ x_{3R} + jx_{2I} \end{bmatrix} + \mathbf{n} \quad (4.30)$$

biçiminde olup, ulaştığı MMI ise şu şekilde hesaplanır:

$$C_{\mathbf{X}_{2,4}}(\rho, 2, n_R) = \frac{1}{2} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_4 + \frac{\rho}{2} \mathcal{H}^H \mathcal{H} \right) \right\} = \frac{1}{2} E \left\{ \log \det(\mathbf{A}) \right\}. \quad (4.31)$$

Burada,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,1}|^2 & 0 & j \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} h_{i,1}^* h_{i,2} & 0 \\ 0 & 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,2}|^2 & 0 & \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} h_{i,1} h_{i,2}^* \\ -j \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} h_{i,1} h_{i,2}^* & 0 & 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,2}|^2 & 0 \\ 0 & \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} h_{i,1}^* h_{i,2} & 0 & 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,1}|^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & c & 0 \\ 0 & b & 0 & d \\ c^* & 0 & b & 0 \\ 0 & d^* & 0 & a \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Basitçe gösterilebilir ki $|c|^2 = |d|^2$ olduğundan $\det(\mathbf{A}) = (ab - |c|^2)^2$, dir.

Dolayısıyla,

$$C_{\mathbf{X}_{2,4}}(\rho, 2, n_R) = E \left\{ \log(ab - |c|^2) \right\} \quad (4.32)$$

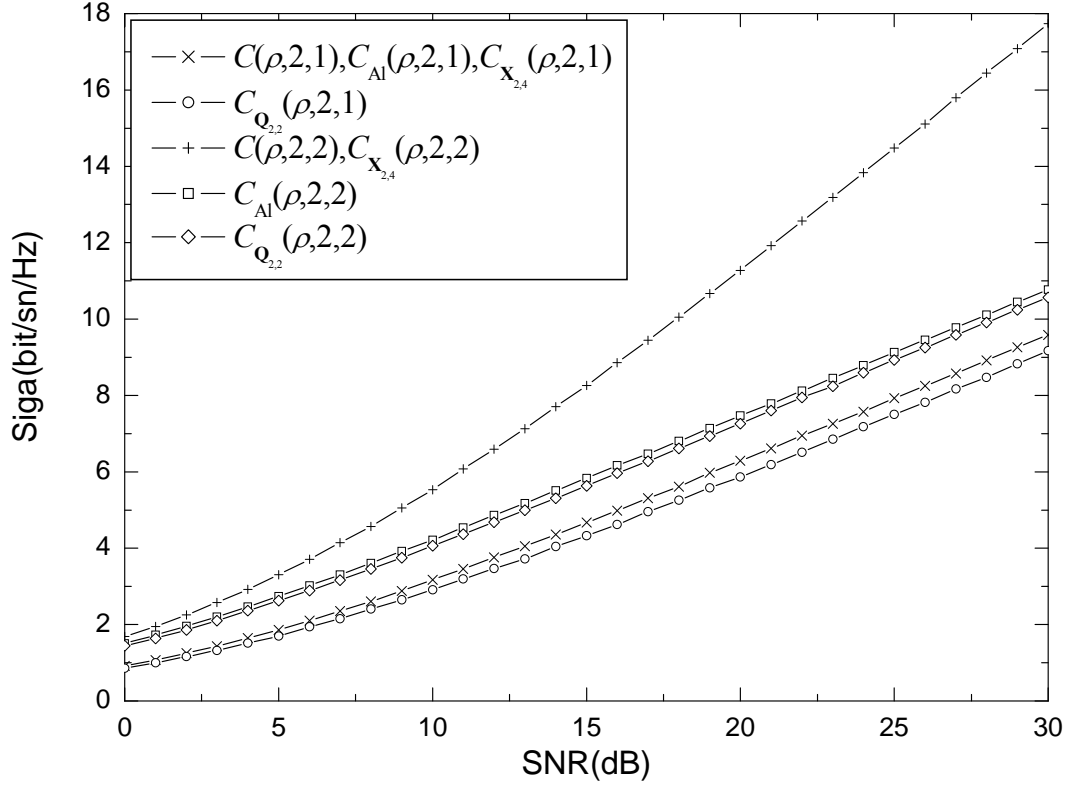
olarak elde edilir. Aşağıdaki kanal matrisi ile tanımlanan $2 \times n_R$ bir MIMO kanalı ele alalım,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & \cdots & h_{n_R,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} & \cdots & h_{n_R,2} \end{bmatrix}^T. \quad (4.33)$$

(2.22)'den bu sistemin MMI'si,

$$\begin{aligned} C(\rho, 2, n_R) &= E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_2 + \frac{\rho}{2} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right) \right\} \\ &= E \left\{ \log \det \begin{bmatrix} 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,1}|^2 & \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} h_{i,1}^* h_{i,2} \\ \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} h_{i,1} h_{i,2}^* & 1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,2}|^2 \end{bmatrix} \right\} = E \left\{ \log(ab - |c|^2) \right\} = C_{\mathbf{X}_{2,4}}(\rho, 2, n_R). \end{aligned} \quad (4.34)$$

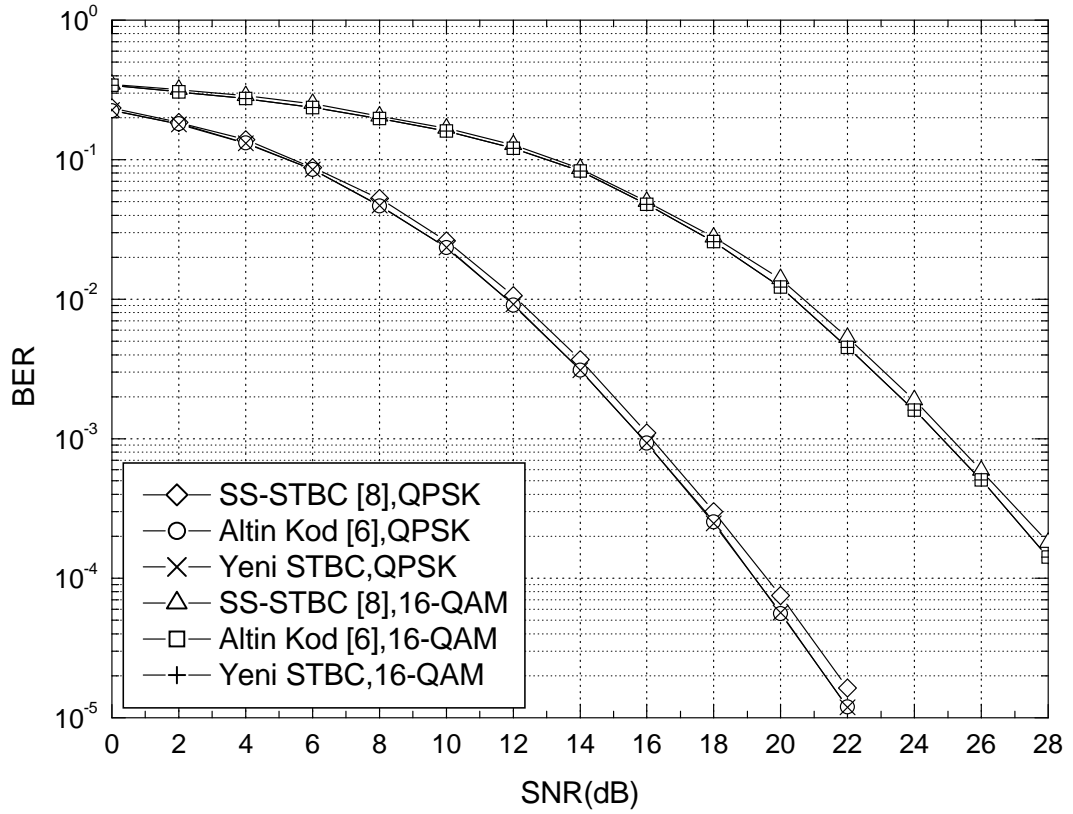
olarak bulunur. Bu sonuçtan görüldüğü üzere, Alamouti kodu ve $\mathbf{Q}_{2,2}$ kodunun zıttına önerilen kod alıcı anten sayısı ne olursa olsun tam kanal sığasını yakalamaktadır. Şekil 4.2'de Alamouti kodunun, $\mathbf{Q}_{2,2}$ ve $\mathbf{X}_{2,4}$ kodlarının sığıları bir ve iki alıcı antenli durumlar için elde edilmiştir. Burada dikkate değer nokta, alıcı anten sayısı arttığı zaman MIMO kanal sığasına göre dik STBC'lerin MMI'lerinin çok düşük olduğudur.



Şekil 4.2 : CIOD ($\mathbf{Q}_{2,2}$), Alamouti kodu ve önerilen kodun ($\mathbf{X}_{2,4}$) bir ve iki alıcı anten durumlarında ergodik kanalda maksimum karşılıklı bilgi miktarları

4.4 Başarım Değerlendirmeleri

Şekil 4.3’de önerilen kodun, SS-kodunun ve Altın kodun bit hata olasılığı eğrileri, 4 bit/sn/Hz bant verimliğinde alınan SNR’a göre elde edilmiştir. Bu bant verimliğini elde etmek için QPSK modülasyonu kullanılmaktadır. Bu eğrilerden görüldüğü üzere önerilen yeni kod Altın kod ile aynı hata başarımını yakalamakta ve bu iki sistem de SS koduna göre hata başarımında yaklaşık 0.4dB iyileşme sağlamaktadır. Önerilen kodun Altın kod ile aynı hata başarımına sahip olmasının nedeni bu iki kodun da aynı δ_{\min} ve çarpımsallık değerlerine sahip olmalarıdır. Bu sonuca göre önerilen yeni kod, SS kodu ile aynı alıcı karmaşıklığına sahipken, Altın kod ile aynı hata başarımına sahiptir. Şekil 4.4’de ise karşılaştırmalar 8 bit/sn/Hz için tekrarlanmıştır. Bu bant verimliliğine ulaşmak içinse 16-QAM modülasyonu kullanılmaktadır. Bu şekilden görüldüğü üzere önerilen kod SS koduna göre yine daha iyi hata başarımına sahiptir.

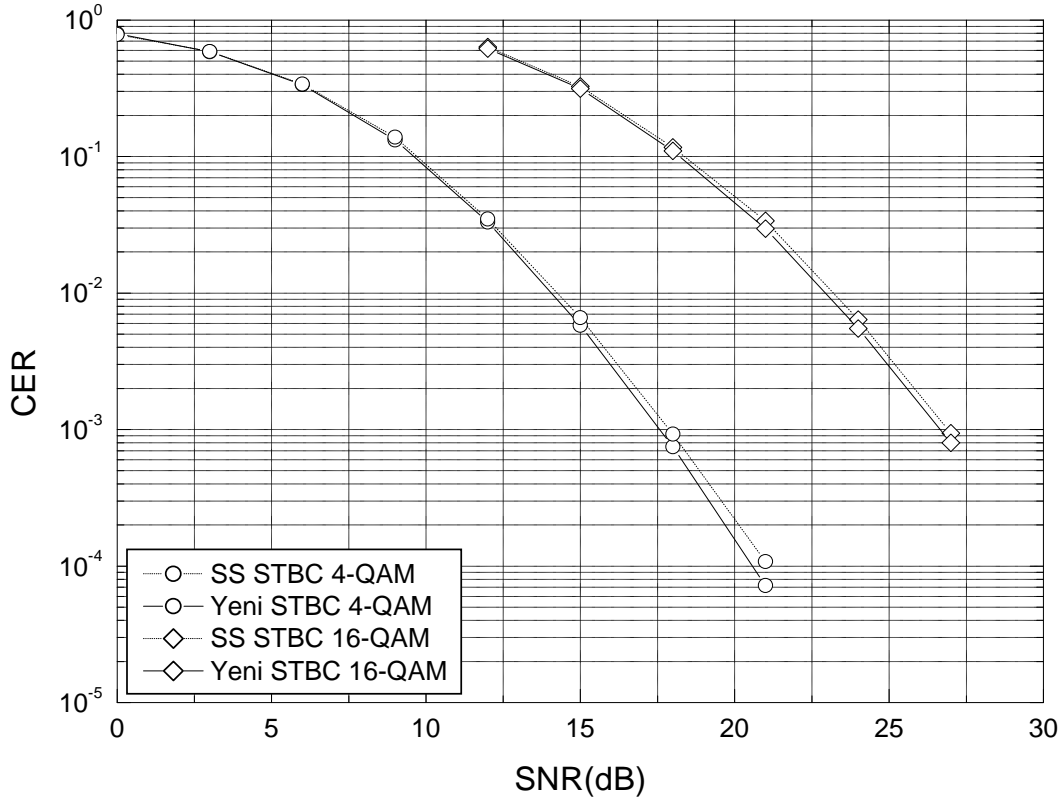


Şekil 4.3 : Önerilen 2-hızlı kodun BER başarımının QPSK ve 16-QAM modülasyonları için SS kodu ve Altın kodla karşılaştırılması

Şekil 4.4’de ise SS kodu ile önerilen kodun kod sözcük hata olasılığı (codeword error rate, CER) eğrileri karşılaştırılmıştır. Burada, iletilen kod sözcük matrisleri içerisinde tek bir simge bozulsa bile bu bir kod sözcük hatası olarak sayılmıştır. Bu eğrilerden görüldüğü üzere, önerilen kodun hata başarımı minimum determinant değerlerinin daha etkili olduğu yüksek işaret gürültü-oranlarında SS koduna göre yaklaşık 0.4dB daha iyidir.

4.5 1.5-Hızlı Tam-Çeşitlemeli Bileşen Serpiştirmeli Yeni STBC

Sezginer ve Sari’nın yaptığına benzer şekilde Bölüm 4.5’de önerilen 2-hızlı kodda $x_2 = x_3$ seçilerek, 1.5-hızlı yeni bir STBC elde etmek mümkündür. ML alıcı karmaşıklığını M kat azaltmak için başvurulacak bu yöntem sonucu iletim hızında da %25’lik bir düşüş gözlenecektir.



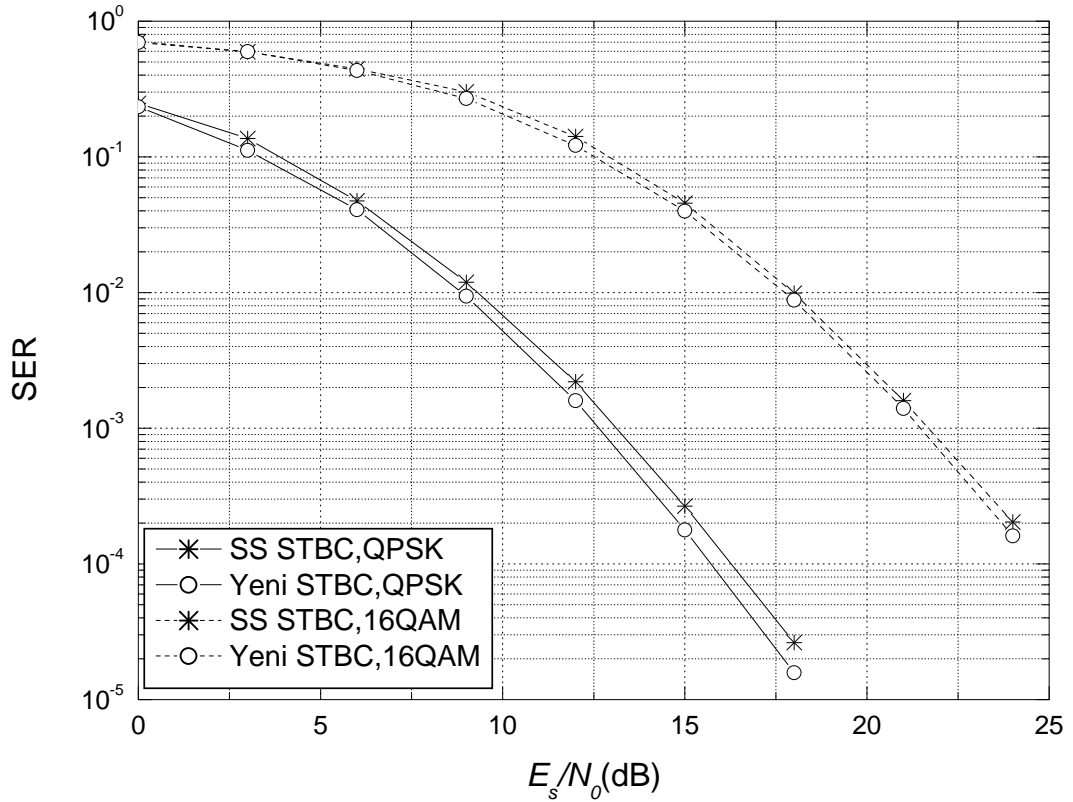
Şekil 4.4 : Önerilen 2-hızlı kodun CER başarımının QPSK ve 16-QAM modülasyonları için SS kodu ile karşılaştırılması

Önceki bölümlerde anlatılan yüksek-hızlı STBC elde etme prosedürünü ve (4.5)'de verilen 2-hızlı STBC'yi göz önünde bulundurarak, üç adet modülasyonlu simgeyi iki zaman aralığında ileten aşağıdaki 1.5-hızlı, tam-çeşitlemeli STBC elde edilmiştir:

$$\mathbf{X}_{2,3} = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} & a(x_2 / \sqrt{2}) \\ b(x_2^* / \sqrt{2}) & x_{1R} + jx_{0I} \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

Benzer şekilde a ve b parametrelerini ilişkin işaret kümesi için optimize ederek maksimum kodlama kazancı elde edilmesi amaçlanmıştır. QPSK işaret kümesi için $a = 0.5 + j0.866$ ve $b = j$ seçilerek elde edilen δ_{\min} değeri 0.8'dir ki bu da $\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun δ_{\min} değeri ile aynı yani kuramsal maksimumdur. 16-QAM işaret kümesi için ise $a = 0.7071 + j0.7071$ ve $b = 1$ seçilerek elde edilen δ_{\min} değeri 1.64'tür.

$\mathbf{X}_{2,3}$ kodunun ML kod çözümü $\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun ML kod çözümüne oldukça benzemektedir. Alıcı, x_2 simgesinin tüm olası değerlerini arayarak doğru x_2 değeri için (4.9)'da verilen ara işaretleri elde eder ve aynı kod çözme adımlarını izleyerek x_2 koşulu altında x_0 ve x_1 simgelerinin koşullu ML kestirimlerini (4.21) ve (4.22)'de



Şekil 4.5 : Önerilen 1.5-hızlı kodun SER başarımının QPSK ve 16-QAM modülasyonları için SS kodu ile karşılaştırılması

verildiği gibi elde eder. Koşullu ML kod çözme kuralına göre, $k = 2, \lambda = 1$ için alıcı x_0, x_1 ve x_2 'nin tüm olası değerlerini arayarak M^3 karmaşıklıkla çalışmak yerine, sadece x_2 'in tüm olası değerlerini M karmaşıklıkla arar ve bu M denemenin her adımında x_2 koşulu altında x_0 ve x_1 'in ML kestirimlerini de $2M$ karmaşıklıkla elde ederek $2M \times M = 2M^2$ 'lik bir ML alıcı karmaşıklığı elde etmiş olur.

Şekil 4.5'de önerilen $\mathbf{X}_{2,3}$ kodunun hata başarımı iki alıcı antenli durumda, QPSK ve 16-QAM modülasyonları için 1.5-hızlı Sezginer-Sari kodunun hata başarımı ile karşılaştırılmıştır. Burada E_s , simge başına iletilen ortalama işaret enerjisidir. Bu eğrilerden görüldüğü üzere önerilen yeni STBC hem QPSK hem de 16-QAM işaret kümeleri için Sezginer-Sari kodundan daha iyi hata başarımına sahiptir. QPSK ve 16-QAM için SS kodunun δ_{\min} değerleri sırasıyla 0.5 ve 2'dir. Dolayısıyla QPSK için önerilen kodun hata başarımının daha iyi olması zaten beklenen bir sonuçtur. Ancak 16-QAM için önerilen kodun daha iyi bir hata başarımına sahip olmasının nedeni 17712 olan çarpımsallık değerinin SS kodununkine göre (47232) daha düşük olmasıdır.

5. ÜÇ VE DÖRT VERİCİ ANTENLİ MIMO SİSTEMLER İÇİN YENİ UZAY-ZAMAN BLOK KODLARI

Bu bölümde, bir önceki bölümde anlatılan yüksek-hızlı STBC tasarım ve koşullu ML kod çözme teknikleri üç ve dört verici anten için, iletim matrisleri içerisinde kodun dikliğinin sağlanabilmesi için boş yuvaları olan literatürde verilmiş OSTBC'lere uygulanmıştır [22-24,40-42]. Bu işlemin sonucunda, üç ve dört verici antenli MIMO sistemler için iletim hızları 1, 1.5 ve 2 olan yeni STBC'ler önerilmiştir [36,37]. Önerilen kodların basitleştirilmiş ML kod çözme kuralları verilmiş, QPSK işaret kümesi için maksimum kodlama kazancı sağlayacak şekilde parametre optimizasyonları yapılmış ve önerilen kodların literatürde var olan eşdeğerlerine göre daha iyi hata başarımına sahip oldukları gösterilmiştir.

5.1 Dört Verici Anten için 1-Hızlı Tam-Çeşitlemeli Yeni STBC

(3.7)'de verilen 3/4-hızlı, tam-çeşitlemeli $\mathbf{Q}_{4,3}$ kodunu ele alalım. Bu kodun iletim matrisi içerisindeki boş yuvalar doldurularak aşağıdaki 1-hızlı, tam çeşitlemeli STBC elde edilmiştir,

$$\mathbf{X}_{4,4} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & ax_3 \\ -x_1^* & x_0^* & bx_3^* & x_2 \\ x_2^* & cx_3^* & -x_0^* & x_1 \\ dx_3^* & x_2^* & -x_1^* & -x_0 \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Burada a, b, c ve d rank ve determinant ölçütlerine göre belirlenen karmaşık tasarım parametreleridir. QPSK işaret kümesinde $a = j, b = c = d = \sin 30^\circ + j \cos 30^\circ$ seçilerek $\mathbf{X}_{4,4}$ kodunun minimum determinantı 16 olarak bulunmuştur. $\mathbf{Q}_{4,3}$ kodunun minimum determinantı da aynı değer olduğundan, bu parametre kümesinin maksimum kodlama kazancı sağladığı sonucuna varılır. n_R alıcı anten için alınan işaretler şu şekilde olacaktır:

$$\begin{aligned}
r_{i,1} &= h_{i,1}x_0 + h_{i,2}x_1 + h_{i,3}x_2 + h_{i,4}(ax_3) + n_{i,1} \\
r_{i,2} &= -h_{i,1}x_1^* + h_{i,2}x_0^* + h_{i,3}(bx_3^*) + h_{i,4}x_2 + n_{i,2} \\
r_{i,3} &= h_{i,1}x_2^* + h_{i,2}(cx_3^*) - h_{i,3}x_0^* + h_{i,4}x_1 + n_{i,3} \\
r_{i,4} &= h_{i,1}(dx_3^*) + h_{i,2}x_2^* - h_{i,3}x_1^* - h_{i,4}x_0 + n_{i,4}.
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Alıcı, tek ek simge olan x_3 'ün tüm olası değerleri için ara işaretleri şu şekilde hesaplar:

$$\begin{aligned}
z_{i,1} &= r_{i,1} - h_{i,4}(ax_3) \\
z_{i,2} &= r_{i,2} - h_{i,3}(bx_3^*) \\
z_{i,3} &= r_{i,3} - h_{i,2}(cx_3^*) \\
z_{i,4} &= r_{i,4} - h_{i,1}(dx_3^*).
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Ardından tüm bu değerler için $\mathbf{Q}_{4,3}$ kodunun kod çözme adımlarını izleyerek x_3 koşulu altındaki x_0, x_1 ve x_2 simgelerinin kestirimlerini şu şekilde elde eder:

$$\begin{aligned}
x_0^{ML} &= \arg \min_{x_0 \in \mathcal{X}} \left| \left(\sum_{i=1}^{n_R} (z_{i,1}h_{i,1}^* + z_{i,2}^*h_{i,2} - z_{i,3}^*h_{i,3} - z_{i,4}h_{i,4}^*) \right) - x_0 \right|^2 \\
x_1^{ML} &= \arg \min_{x_1 \in \mathcal{X}} \left| \left(\sum_{i=1}^{n_R} (z_{i,1}h_{i,2}^* - z_{i,2}^*h_{i,1} + z_{i,3}h_{i,4}^* - z_{i,4}^*h_{i,3}) \right) - x_1 \right|^2 \\
x_2^{ML} &= \arg \min_{x_2 \in \mathcal{X}} \left| \left(\sum_{i=1}^{n_R} (z_{i,1}h_{i,3}^* + z_{i,2}h_{i,4}^* - z_{i,3}^*h_{i,1} + z_{i,4}^*h_{i,2}) \right) - x_2 \right|^2.
\end{aligned} \tag{5.4}$$

Böylece alıcı (4.2)'de verilen karar metriğini x_0, x_1, x_2, x_3 simgelerin tüm olası değerleri üzerinden minimize ederek M^4 karmaşıklıkla çalışmak yerine $x_0^{ML}, x_1^{ML}, x_2^{ML}, x_3$ için x_3 'ün tüm olası değerleri üzerinden minimize ederek $3M^2$ 'lik bir ML alıcı karmaşıklığı elde eder.

5.2 Üç Verici Anten için 1-Hızlı Tam-Çeşitlemeli Yeni STBC

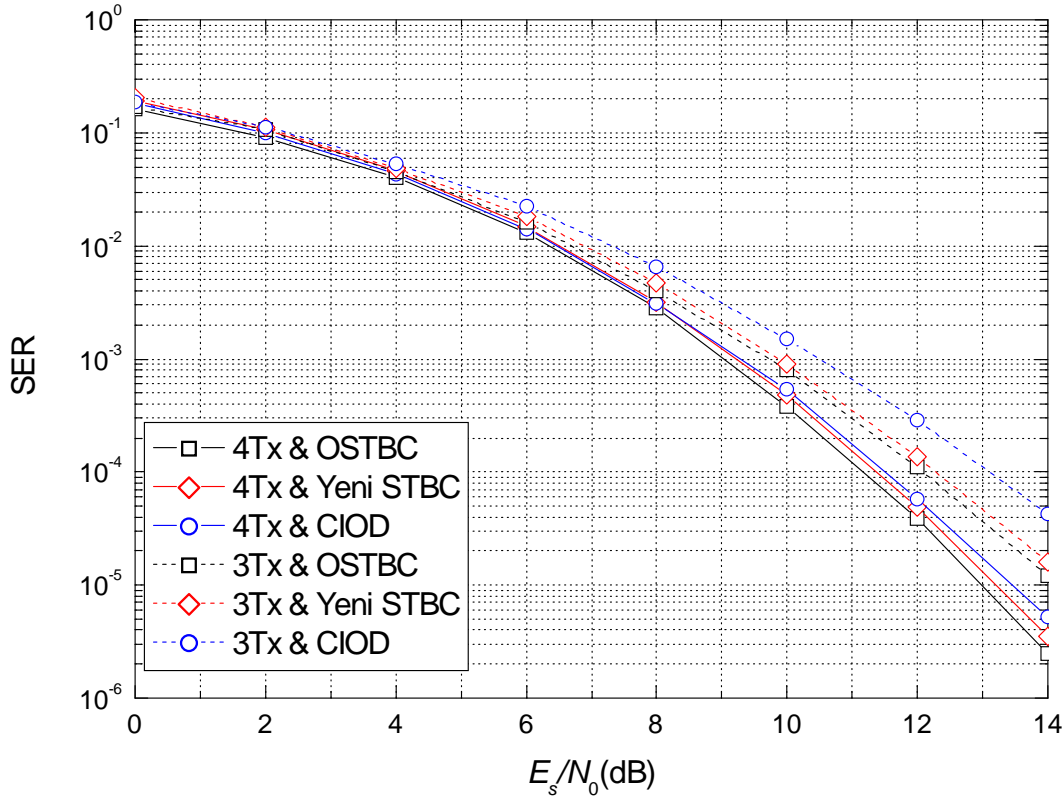
$\mathbf{Q}_{4,3}$ kodunun en sol sütunun silinerek $\mathbf{Q}_{3,3}$ kodunun elde edilebilmesine benzer şekilde $\mathbf{X}_{4,4}$ kodunun da en sol sütunu silinerek 1-hızlı, tam-çeşitlemeli $\mathbf{X}_{3,4}$ kodu şu şekilde elde edilmiştir,

$$\mathbf{X}_{3,4} = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ -x_1^* & x_0^* & bx_3^* \\ x_2^* & cx_3^* & -x_0^* \\ dx_3^* & x_2^* & -x_1^* \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Burada b , c ve d parametreleri QPSK işaret kümesi için yine şu şekilde seçilmiştir: $b = c = d = \sin 30^\circ + j \cos 30^\circ$. Bu parametre kümesi ile QPSK için bilgisayar aramaları sonucu, $\mathbf{X}_{3,4}$ kodunun minimum determinanı da $\mathbf{Q}_{3,3}$ kodunun minimum determinant değeri ile aynı olarak 8 bulunmuştur.

$\mathbf{X}_{3,4}$ kodunun koşullu ML kod çözme yapısı $\mathbf{X}_{4,4}$ kodununkine çok benzemektedir. Alıcı öncelikle (5.3)'dekine benzer şekilde alınan işaretlerden ara işaretleri hesaplar (burada $z_{i,1} = r_{i,1}$ olduğuna dikkat edilmelidir, yani birinci zaman aralığında ek simge x_3 iletilmemiştir), ardından $h_{i,4} = 0$ için (5.4)'deki karar kurallarını kullanarak x_3 koşulu altındaki x_0 , x_1 ve x_2 simgelerinin kestirimlerini elde eder.

Şekil 5.1'de üç ve dört verici anten için önerilen 1-hızlı, tam çeşitlenmeli yeni STBC'lerin ($\mathbf{X}_{3,4}$ ve $\mathbf{X}_{4,4}$) SER başarımları QPSK işaret kümesinde, iki alıcı antenli durumda ilişkin OSTBC'ler ($\mathbf{Q}_{3,3}$ ve $\mathbf{Q}_{4,3}$) ve CIOD'larla ($\mathbf{Q}_{3,4}$ ve $\mathbf{Q}_{4,4}$) karşılaştırılmıştır. Burada E_s simge başına iletilen ortalama işaret enerjisidir. Tüm sistemler için QPSK modülasyonu kullanıldığından, OSTBC kullanan sistemlerin bant verimliliği 1.5 bit/sn/Hz iken, yeni STBC'leri ve CIOD'ları kullanan sistemler için bu değer 2 bit/sn/Hz'dir. Bunun doğal bir sonucu olarak Şekil 5.1'den görüldüğü üzere OSTBC'ler en iyi hata başarımına sahiptir. CIOD'lar ile aynı iletim hızına sahip yeni STBC'ler ise CIOD'lara göre daha iyi hata başarımına sahiptir. Örneğin 10^{-5} 'lik bir SER değerinde dört verici anten için önerilen yeni STBC CIOD'a göre yaklaşık 0.25dB avantaj sağlarken, 10^{-4} 'lük bir SER değeri için üç verici antende bu değer yaklaşık 0.8dB'dir.



Şekil 5.1 : 3 ve 4 verici anten için 1-hızlı yeni STBC'lerin SER başarımları

5.3 Dört Verici Anten için 2-Hızlı Tam-Çeşitlemeli Yeni STBC

Bölüm 5.1 ve 5.2'de koşullu ML kod çözme tekniği kullanan 1-hızlı, tam-çeşitlemeli STBC'ler elde edilmiştir. Fakat, hata başarımlarında kayda değer iyileşmeler sağlamak için kanal kullanımı başına bir karmaşık simgeden daha yüksek iletim hızlarına çıkmak gereklidir. Bu amaçla, (3.18)'de verilen 1-hızlı CIOD'u ele alalım. (3.18)'den görüldüğü üzere bu kodun dik olması için toplam uzay-zaman yuvalarının yarısı boş bırakılmıştır. Bu koda önceki bölümde anlatılan yüksek-hızlı STBC elde etme prosedürü uygulanarak sekiz modülasyonlu simgeyi dört zaman aralığında ileten aşağıdaki 2-hızlı, tam-çeşitlemeli STBC elde edilmiştir:

$$\mathbf{X}_{4,8} = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{3I} & a(x_{4R} + jx_{6I}) & a(x_{5R} + jx_{7I}) \\ -(x_{1R} + jx_{3I})^* & (x_{0R} + jx_{2I})^* & -b(x_{5R} + jx_{7I})^* & b(x_{4R} + jx_{6I})^* \\ c(x_{6R} + jx_{4I}) & c(x_{7R} + jx_{5I}) & x_{2R} + jx_{0I} & x_{3R} + jx_{1I} \\ -d(x_{7R} + jx_{5I})^* & d(x_{6R} + jx_{4I})^* & -(x_{3R} + jx_{1I})^* & (x_{2R} + jx_{0I})^* \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Burada a , b , c ve d rank ve determinant ölçütlerine göre optimize edilecek karmaşık tasarım parametreleridir. $\mathbf{X}_{4,8}$ kodunun minimum determinantı oldukça uzun bilgisayar aramaları sonucu QPSK işaret kümesinde $a = b = e^{j90^\circ}$, $c = d = 1$ için 0.64

olarak bulunmuştur. (3.18)'deki CIOD için QPSK işaret kümesinde optimum eksen döndürme açısı olan 13.2885° , $\mathbf{X}_{4,8}$ kodu için de kullanılmıştır. $\mathbf{Q}_{4,4}$ ve $\mathbf{X}_{4,8}$ kodlarının simge başına iletilen ortalama işaret enerjileri aynı tutulduğunda ($E_s = 1$) iki kodun da minimum determinant değeri 0.64 olarak bulunmaktadır ki bu da yukarıda kullanılan parametre kümesinin maksimum kodlama kazancı sağladığını göstermektedir.

$\mathbf{X}_{4,8}$ kodu için koşullu ML kod çözme yapısı, işlem kolaylığı açısından alıcı anten sayısını iki alarak aşağıdaki şekilde verilmiştir. Öncelikle (5.1)'deki bileşenleri serpiştirilmiş terimleri şu şekilde ifade edelim:

$$\tilde{x}_i = \begin{cases} \text{Re}\{x_i\} + j \text{Im}\{x_{(i+2)_4}\}, & 0 \leq i \leq 3 \\ \text{Re}\{x_i\} + j \text{Im}\{x_{(i+2)_4+4}\}, & 4 \leq i \leq 7. \end{cases} \quad (5.7)$$

Burada $(a)_K$ $a \bmod K$ 'dir. Bu durumda $\mathbf{X}_{4,8}$ kodu şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{X}_{4,8} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_0 & \tilde{x}_1 & a\tilde{x}_4 & a\tilde{x}_5 \\ -\tilde{x}_1^* & \tilde{x}_0^* & -b\tilde{x}_5^* & b\tilde{x}_4^* \\ c\tilde{x}_6 & c\tilde{x}_7 & \tilde{x}_2 & \tilde{x}_3 \\ -d\tilde{x}_7^* & d\tilde{x}_6^* & -\tilde{x}_3^* & \tilde{x}_2^* \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Bu durumda alıcı anten 1'de alınan işaretler,

$$\begin{aligned} r_{11} &= h_{11}\tilde{x}_0 + h_{12}\tilde{x}_1 + h_{13}a\tilde{x}_4 + h_{14}a\tilde{x}_5 + n_{11} \\ r_{12} &= -h_{11}\tilde{x}_1^* + h_{12}\tilde{x}_0^* - h_{13}b\tilde{x}_5^* + h_{14}b\tilde{x}_4^* + n_{12} \\ r_{13} &= h_{11}c\tilde{x}_6 + h_{12}c\tilde{x}_7 + h_{13}\tilde{x}_2 + h_{14}\tilde{x}_3 + n_{13} \\ r_{14} &= -h_{11}d\tilde{x}_7^* + h_{12}d\tilde{x}_6^* - h_{13}\tilde{x}_3^* + h_{14}\tilde{x}_2^* + n_{14} \end{aligned} \quad (5.9)$$

ve alıcı anten 2'de alınan işaretler,

$$\begin{aligned} r_{21} &= h_{21}\tilde{x}_0 + h_{22}\tilde{x}_1 + h_{23}a\tilde{x}_4 + h_{24}a\tilde{x}_5 + n_{21} \\ r_{22} &= -h_{21}\tilde{x}_1^* + h_{22}\tilde{x}_0^* - h_{23}b\tilde{x}_5^* + h_{24}b\tilde{x}_4^* + n_{22} \\ r_{23} &= h_{21}c\tilde{x}_6 + h_{22}c\tilde{x}_7 + h_{23}\tilde{x}_2 + h_{24}\tilde{x}_3 + n_{23} \\ r_{24} &= -h_{21}d\tilde{x}_7^* + h_{22}d\tilde{x}_6^* - h_{23}\tilde{x}_3^* + h_{24}\tilde{x}_2^* + n_{24} \end{aligned} \quad (5.10)$$

olacaktır. Alıcı r_{ij} alınan işaretlerinden x_4, x_5, x_6 ve x_7 simgelerinin tüm olası değerleri için alınan işaretleri şu şekilde hesaplar:

$$\begin{aligned}
z_{11} &= (r_{11} - h_{13}a\tilde{x}_4 - h_{14}a\tilde{x}_5) \\
z_{12} &= (r_{12} + h_{13}b\tilde{x}_5^* - h_{14}b\tilde{x}_4^*) \\
z_{13} &= (r_{13} - h_{11}c\tilde{x}_6 - h_{12}c\tilde{x}_7) \\
z_{14} &= (r_{14} + h_{11}d\tilde{x}_7^* - h_{12}d\tilde{x}_6^*) \\
z_{21} &= (r_{21} - h_{23}a\tilde{x}_4 - h_{24}a\tilde{x}_5) \\
z_{22} &= (r_{22} + h_{23}b\tilde{x}_5^* - h_{24}b\tilde{x}_4^*) \\
z_{23} &= (r_{23} - h_{21}c\tilde{x}_6 - h_{22}c\tilde{x}_7) \\
z_{24} &= (r_{24} + h_{21}d\tilde{x}_7^* - h_{22}d\tilde{x}_6^*).
\end{aligned} \tag{5.11}$$

x_4, x_5, x_6 ve x_7 simgelerinin doğru bileşimi içinse bu ara işaretler aşağıdaki şekilde bulunur ve alıcı ardından $\mathbf{Q}_{4,4}$ kodunun ML kod çözme adımlarını izler:

$$\begin{aligned}
z_{11} &= h_{11}\tilde{x}_0 + h_{12}\tilde{x}_1 + n_{11} \\
z_{12} &= -h_{11}\tilde{x}_1^* + h_{12}\tilde{x}_0^* + n_{12} \\
z_{13} &= h_{13}\tilde{x}_2 + h_{14}\tilde{x}_3 + n_{13} \\
z_{14} &= -h_{13}\tilde{x}_3^* + h_{14}\tilde{x}_2^* + n_{14} \\
z_{21} &= h_{21}\tilde{x}_0 + h_{22}\tilde{x}_1 + n_{21} \\
z_{22} &= -h_{21}\tilde{x}_1^* + h_{22}\tilde{x}_0^* + n_{22} \\
z_{23} &= h_{23}\tilde{x}_2 + h_{24}\tilde{x}_3 + n_{23} \\
z_{24} &= -h_{23}\tilde{x}_3^* + h_{24}\tilde{x}_2^* + n_{24}.
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Alıcı öncelikle ara işaretleri şu şekilde birleştirir:

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_0 &= h_{11}^*z_{11} + h_{12}z_{12}^* + h_{21}^*z_{21} + h_{22}z_{22}^* = \left(|h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 \right) \tilde{x}_0 + \tilde{\eta}_0 \\
\tilde{y}_1 &= h_{12}^*z_{11} - h_{11}z_{12}^* + h_{22}^*z_{21} - h_{21}z_{22}^* = \left(|h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 \right) \tilde{x}_1 + \tilde{\eta}_1 \\
\tilde{y}_2 &= h_{13}^*z_{13} + h_{14}z_{14}^* + h_{23}^*z_{23} + h_{24}z_{24}^* = \left(|h_{13}|^2 + |h_{14}|^2 + |h_{23}|^2 + |h_{24}|^2 \right) \tilde{x}_2 + \tilde{\eta}_2 \\
\tilde{y}_3 &= h_{14}^*z_{13} - h_{13}z_{14}^* + h_{24}^*z_{23} - h_{23}z_{24}^* = \left(|h_{13}|^2 + |h_{14}|^2 + |h_{23}|^2 + |h_{24}|^2 \right) \tilde{x}_3 + \tilde{\eta}_3.
\end{aligned} \tag{5.13}$$

Buradaki gürültü terimleri $\tilde{\eta}_i, i = 0, \dots, 3$,

$$\begin{aligned}
\tilde{\eta}_0 &= h_{11}^*n_0 + h_{12}n_1^* + h_{21}^*n_4 + h_{22}n_5^* \\
\tilde{\eta}_1 &= -h_{11}n_1^* + h_{12}^*n_0 - h_{21}n_5^* + h_{22}^*n_4 \\
\tilde{\eta}_2 &= h_{13}^*n_2 + h_{14}n_3^* + h_{23}^*n_6 + h_{24}n_7^* \\
\tilde{\eta}_3 &= -h_{13}n_3^* + h_{14}^*n_2 - h_{23}n_7^* + h_{24}^*n_6
\end{aligned} \tag{5.14}$$

şeklinde yazılabilir. $\tilde{y}_i, i = 0, \dots, 3$ terimleri geri serpiştirilerek, $x_i, i = 0, \dots, 3$ simgelerinin kestirimleri $\hat{x}_i, i = 0, \dots, 3$ şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}
\hat{x}_0 &= \text{Re}\{\tilde{y}_0\} + j \text{Im}\{\tilde{y}_2\} = \alpha_1 x_{0R} + j\alpha_2 x_{0I} + \eta_0 \\
\hat{x}_2 &= \text{Re}\{\tilde{y}_2\} + j \text{Im}\{\tilde{y}_0\} = \alpha_2 x_{2R} + j\alpha_1 x_{2I} + \eta_2 \\
\hat{x}_1 &= \text{Re}\{\tilde{y}_1\} + j \text{Im}\{\tilde{y}_3\} = \alpha_1 x_{1R} + j\alpha_2 x_{1I} + \eta_1 \\
\hat{x}_3 &= \text{Re}\{\tilde{y}_3\} + j \text{Im}\{\tilde{y}_1\} = \alpha_2 x_{3R} + j\alpha_1 x_{3I} + \eta_3.
\end{aligned} \tag{5.15}$$

(5.15)'de

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \left(|h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 + |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 \right) \\
\alpha_2 &= \left(|h_{13}|^2 + |h_{14}|^2 + |h_{23}|^2 + |h_{24}|^2 \right) \\
\eta_0 &= \eta_{0R} + j\eta_{0I} = \text{Re}\{\tilde{\eta}_0\} + j \text{Im}\{\tilde{\eta}_2\} \\
\eta_2 &= \eta_{2R} + j\eta_{2I} = \text{Re}\{\tilde{\eta}_2\} + j \text{Im}\{\tilde{\eta}_0\} \\
\eta_1 &= \eta_{1R} + j\eta_{1I} = \text{Re}\{\tilde{\eta}_1\} + j \text{Im}\{\tilde{\eta}_3\} \\
\eta_3 &= \eta_{3R} + j\eta_{3I} = \text{Re}\{\tilde{\eta}_3\} + j \text{Im}\{\tilde{\eta}_1\}
\end{aligned} \tag{5.16}$$

şeklindedir. Gösterilebilir ki $\eta_i, i=0, \dots, 3$ gürültü terimlerinin gerçel ve sanal kısımlarının varyansları farklıdır:

$$\begin{aligned}
\text{var}\{\eta_{0R}\} &= \text{var}\{\eta_{2I}\} = \text{var}\{\eta_{1R}\} = \text{var}\{\eta_{3I}\} = \alpha_1 \sigma^2 \\
\text{var}\{\eta_{0I}\} &= \text{var}\{\eta_{2R}\} = \text{var}\{\eta_{1I}\} = \text{var}\{\eta_{3R}\} = \alpha_2 \sigma^2.
\end{aligned} \tag{5.17}$$

(5.17)'de σ^2 , $n_i, i=0, \dots, 7$ gürültü terimlerinin gerçel ve sanal kısımlarının varyansıdır. $x_i, i=0, \dots, 3$ simgeleri için ML karar kurallarını elde etmek için (5.15)'den görüldüğü üzere $\eta_i, i=0, \dots, 3$ gürültü terimlerinin pdf'lerine gereksinim vardır. (5.17)'den hareketle $i=0, \dots, 3$ için bu pdf'ler şu şekilde bulunur:

$$p(\eta_i) = \frac{e^{-\frac{\eta_{iR}^2}{2\alpha_1\sigma^2}} e^{-\frac{\eta_{iI}^2}{2\alpha_2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2 \sqrt{\alpha_1\alpha_2}}. \tag{5.18}$$

(x_4, x_5, x_6, x_7) dörtlüsü koşulu altında $x_i, i=0, \dots, 3$ simgeleri için ML karar kuralları,

$$x_i^{ML} = \arg \max_{x_i} p(\hat{x}_i / x_i) \tag{5.19}$$

şeklinde verilir. (5.15) kullanılarak sırasıyla $i=0, \dots, 3$ için η_i değerleri öncelikle (5.18)'de yerlerine konular, ardından da bu pdf ifadeleri de (5.19)'da yerlerine konular ve düzenlenirse, $x_i, i=0, \dots, 3$ simgelerine ait koşullu ML karar kuralları,

$$\begin{aligned}
x_0^{ML} &= \arg \min_{x_0} \left\{ \left(\alpha_2 |\hat{x}_{0R} - \alpha_1 x_{0R}|^2 \right) + \left(\alpha_1 |\hat{x}_{0I} - \alpha_2 x_{0I}|^2 \right) \right\} \\
x_1^{ML} &= \arg \min_{x_1} \left\{ \left(\alpha_2 |\hat{x}_{1R} - \alpha_1 x_{1R}|^2 \right) + \left(\alpha_1 |\hat{x}_{1I} - \alpha_2 x_{1I}|^2 \right) \right\} \\
x_2^{ML} &= \arg \min_{x_2} \left\{ \left(\alpha_1 |\hat{x}_{2R} - \alpha_2 x_{2R}|^2 \right) + \left(\alpha_2 |\hat{x}_{2I} - \alpha_1 x_{2I}|^2 \right) \right\} \\
x_3^{ML} &= \arg \min_{x_3} \left\{ \left(\alpha_1 |\hat{x}_{3R} - \alpha_2 x_{3R}|^2 \right) + \left(\alpha_2 |\hat{x}_{3I} - \alpha_1 x_{3I}|^2 \right) \right\}
\end{aligned} \tag{5.20}$$

şeklinde bulunur. n_R alıcı anten kullanılması durumunda $\alpha_1 = \sum_{i=1}^{n_R} (|h_{i1}|^2 + |h_{i2}|^2)$ ve

$\alpha_2 = \sum_{i=1}^{n_R} (|h_{i3}|^2 + |h_{i4}|^2)$ olmak üzere (5.20)'de verilen karar metrikleri yine geçerlidir.

Bir önceki bölümde anlatılan koşullu ML kod çözme kuralına göre $k = \lambda = 4$ için (4.2)'yi x_4, x_5, x_6 ve x_7 simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden $x_0^{ML}, x_1^{ML}, x_2^{ML}, x_3^{ML}, x_4, x_5, x_6, x_7$ için minimize ederek elde edilen toplam alıcı karmaşıklığı $4M^5$ 'tir. Kuşkusuz ki (4.2)'nin $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden minimizasyonu için gerekli olan metrik hesaplarının toplam sayısı olan M^8 ile karşılaştırıldığında, ML alıcı karmaşıklığında hatırı sayılır derecede bir düşüş sağlandığı görülmektedir.

5.4 Dört Verici Anten için 1.5-Hızlı Tam-Çeşitlemeli Yeni STBC

(5.6)'da verilen $\mathbf{X}_{4,8}$ kodu $4M^5$ 'lik bir ML alıcı karmaşıklığı ile kanal kullanımı başına 2 karmaşık simgeyi iletebilmektedir. Alıcı karmaşıklığını daha da düşürmek için (5.6)'da $x_6 = x_7 = 0$ alınarak, aşağıdaki 1.5-hızlı, tam-çeşitlemeli STBC elde edilmiştir:

$$\mathbf{X}_{4,6} = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{3I} & e^{j\theta}(x_{4R}) & e^{j\theta}(x_{5R}) \\ -(x_{1R} + jx_{3I})^* & (x_{0R} + jx_{2I})^* & -e^{j\theta}(x_{5R}) & e^{j\theta}(x_{4R}) \\ jx_{4I} & jx_{5I} & x_{2R} + jx_{0I} & x_{3R} + jx_{1I} \\ -(jx_{5I})^* & (jx_{4I})^* & -(x_{3R} + jx_{1I})^* & (x_{2R} + jx_{0I})^* \end{bmatrix}. \tag{5.21}$$

$\mathbf{X}_{4,8}$ kodu için kullanılan aynı parametre kümesiyle $\mathbf{X}_{4,6}$ kodu için QPSK işaret kümesinde elde edilen δ_{\min} değeri 0.64'dür. Kuşkusuz ki bu beklenen bir sonuçtur çünkü $\mathbf{X}_{4,8}$ kodunun δ_{\min} araması sırasında bazı simgelerin sıfırlanması olası farklı kod sözcük çiftlerinin sayısını düşürecek bu da kodun minimum determinantını

düşürmeyecektir. $\mathbf{X}_{4,6}$ kodunun ML çözümü $\mathbf{X}_{4,8}$ kodunun çözümüne oldukça benzemektedir. Aradaki tek fark, (5.11)'de verilen ara işaretlerin $\mathbf{X}_{4,6}$ kodu için sadece x_4 ve x_5 simgelerin tüm olası değerleri için hesaplanmasıdır. Böylece alıcı $\mathbf{X}_{4,6}$ kodunun koşullu ML çözümünde (5.12)'deki ara işaretleri hesaplar ve (x_4, x_5) ikilisinin bilindiği koşulu altında $x_i, i = 0, \dots, 3$ simgelerine ait koşullu ML kestirimleri (5.20)'deki gibi elde eder. Alıcı (4.2)'yi $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden minimize ederek M^6 karmaşıklık ile çalışmak yerine, $k = 4, \lambda = 2$ olmak üzere, (4.2)'yi x_4 ve x_5 simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden $x_0^{ML}, x_1^{ML}, x_2^{ML}, x_3^{ML}, x_4, x_5$ için minimize ederek toplam $4M^3$ 'lük bir ML alıcı karmaşıklığı elde eder.

(4.1)'de verilen yüksek hızlı STBC tasarım kuralı, $\mathbf{X}_{4,6}$ ve $\mathbf{X}_{4,8}$ kodları arasında ara çözüm sunabilecek aşağıdaki STBC'ye olanak sağlamaktadır. (5.6)'da yalnızca $x_7 = 0$ alınarak, aşağıdaki 7/4-hızlı, tam-çeşitlemeli STBC elde edilebilir:

$$\mathbf{X}_{4,7} = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{3I} & e^{j\theta}(x_{4R} + jx_{6I}) & e^{j\theta}(x_{5R}) \\ -(x_{1R} + jx_{3I})^* & (x_{0R} + jx_{2I})^* & -e^{j\theta}(x_{5R})^* & e^{j\theta}(x_{4R} + jx_{6I})^* \\ x_{6R} + jx_{4I} & jx_{5I} & x_{2R} + jx_{0I} & x_{3R} + jx_{1I} \\ -(jx_{5I})^* & (x_{6R} + jx_{4I})^* & -(x_{3R} + jx_{1I})^* & (x_{2R} + jx_{0I})^* \end{bmatrix}. \quad (5.22)$$

$k = 4, \lambda = 3$ olduğundan $\mathbf{X}_{4,7}$ kodu $4M^4$ 'lük bir ML alıcı karmaşıklığı ile çözülebilir.

5.5 Üç Verici Anten için 2-Hızlı Tam-Çeşitlemeli Yeni STBC

Dört verici anten için yapılabenzer şekilde, (3.17)'de verilen $\mathbf{Q}_{3,4}$ kodunun da boş yuvaları doldurularak aşağıdaki 2-hızlı, tam-çeşitlemeli STBC elde edilmiştir:

$$\mathbf{X}_{3,8} = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{3I} & e^{j\theta}(x_{4R} + jx_{6I}) \\ -(x_{1R} + jx_{3I})^* & (x_{0R} + jx_{2I})^* & -e^{j\theta}(x_{5R} + jx_{7I})^* \\ e^{j\theta}(x_{6R} + jx_{4I}) & e^{j\theta}(x_{7R} + jx_{5I}) & x_{2R} + jx_{0I} \\ -e^{j\theta}(x_{7R} + jx_{5I})^* & e^{j\theta}(x_{6R} + jx_{4I})^* & -(x_{3R} + jx_{1I})^* \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

Burada θ parametresi QPSK işaret kümesi için oldukça uzun bilgisayar aramaları sonucu $\mathbf{X}_{3,8}$ kodunun kodlama kazancı maksimum olacak şekilde ayarlanmıştır. θ 'nın optimum değeri 13.91° olarak bulunmuştur ve bu θ değeri için elde edilen δ_{\min} değeri de 0.1564 olarak hesaplanmıştır. Fakat, $\mathbf{Q}_{3,4}$ kodunun δ_{\min} değeri

0.3381'dir. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta $\mathbf{Q}_{3,4}$ ve $\mathbf{X}_{3,8}$ kodların kod sözcük matrislerinin kare olmamasından dolayı, bu matrisler Bölüm 2'de verilen tam rank koşuluna uymalarına rağmen ($r = n_T$), fark matrislerinin determinanı sıfırdır.

Bu durumda bu kodlar için δ_{\min} değeri şu şekilde hesaplanmıştır: $\delta_{\min} = \min_{\mathbf{X} \neq \hat{\mathbf{X}}} \prod_{i=1}^3 \lambda_i$.

Burada λ_i 'ler, $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H$ uzaklık matrisinin sıfırdan farklı özdeğerleridir.

$\mathbf{X}_{3,8}$ kodunun ML çözümü şu şekildedir. Alıcı r_{ij} alınan işaretlerinden x_4, x_5, x_6 ve x_7 simgelerinin tüm olası değerleri için alınan işaretleri hesaplar ve ardından (5.13)-(5.20) adımlarında $h_{i,4} = 0, i = 1, \dots, n_R$ alınarak (x_4, x_5, x_6, x_7) dörtlüsünün bilindiği koşulu altında $x_i, i = 0, \dots, 3$ simgeleri için koşullu ML kestirimlerini şu şekilde elde eder:

$$\begin{aligned} x_0^{ML} &= \arg \min_{x_0} \left\{ \left(\alpha_2 |\hat{x}_{0R} - \alpha_1 x_{0R}|^2 \right) + \left(\alpha_1 |\hat{x}_{0I} - \alpha_2 x_{0I}|^2 \right) \right\} \\ x_1^{ML} &= \arg \min_{x_1} \left\{ \left(\alpha_2 |\hat{x}_{1R} - \alpha_1 x_{1R}|^2 \right) + \left(\alpha_1 |\hat{x}_{1I} - \alpha_2 x_{1I}|^2 \right) \right\} \\ x_2^{ML} &= \arg \min_{x_2} \left\{ \left(\alpha_1 |\hat{x}_{2R} - \alpha_2 x_{2R}|^2 \right) + \left(\alpha_2 |\hat{x}_{2I} - \alpha_1 x_{2I}|^2 \right) \right\} \\ x_3^{ML} &= \arg \min_{x_3} \left\{ \left(\alpha_1 |\hat{x}_{3R} - \alpha_2 x_{3R}|^2 \right) + \left(\alpha_2 |\hat{x}_{3I} - \alpha_1 x_{3I}|^2 \right) \right\}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Burada $\alpha_1 = \sum_{i=1}^{n_R} (|h_{i1}|^2 + |h_{i2}|^2)$ ve $\alpha_2 = \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i3}|^2$ 'dir. Böylece M^8 'lik bir ML alıcı karmaşıklığı ile çalışmak yerine, koşullu ML kod çözme kuralına göre $k = \lambda = 4$ için (4.2)'yi x_4, x_5, x_6 ve x_7 simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden $x_0^{ML}, x_1^{ML}, x_2^{ML}, x_3^{ML}, x_4, x_5, x_6, x_7$ için minimize ederek $4M^5$ 'lik bir toplam ML alıcı karmaşıklığına ulaşılır.

5.6 Üç Verici Anten için 1.5-Hızlı Tam-Çeşitlemeli Yeni STBC

Dört verici antende olduğu gibi, 2-hızlı STBC'nin kod sözcük matrisinde çeşitli simgeler sıfırlanarak daha düşük bir iletim hızını kabul etmek koşulu ile ML kod çözme karmaşıklığı düşürülebilir. Bunun için (5.23)'de $x_6 = x_7 = 0$ alınarak, aşağıdaki 1.5-hızlı, tam-çeşitlemeli STBC elde edilmiştir:

$$\mathbf{X}_{3,6} = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{3I} & e^{j\theta}(x_{4R}) \\ -(x_{1R} + jx_{3I})^* & (x_{0R} + jx_{2I})^* & -e^{j\theta}(x_{5R}) \\ e^{j\theta}(jx_{4I}) & e^{j\theta}(jx_{5I}) & x_{2R} + jx_{0I} \\ -e^{j\theta}(jx_{5I})^* & e^{j\theta}(jx_{4I})^* & -(x_{3R} + jx_{1I})^* \end{bmatrix}. \quad (5.25)$$

$\mathbf{X}_{3,8}$ kodunun zıttına $\theta = 45^\circ$ için $\mathbf{X}_{3,6}$ kodunun δ_{\min} değeri, $\mathbf{Q}_{3,4}$ kodunun da δ_{\min} değeri olan 0.3381'i yakalamıştır. Böylece $\mathbf{X}_{3,6}$ kodu için maksimum kodlama kazancı elde edildiği sonucuna varılır.

$\mathbf{X}_{3,6}$ kodunun ML çözümü için $\mathbf{X}_{3,8}$ kodunun ML kod çözme adımları izlenir. Bu iki kodun çözümündeki tek fark, $\mathbf{X}_{3,6}$ kodu için ara işaretlerin sadece x_4 ve x_5 simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden hesaplanmasıdır. Böylece, alıcı (4.2)'yi $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden minimize ederek M^6 karmaşıklık ile çalışmak yerine, $k=4, \lambda=2$ olmak üzere, (4.2)'yi x_4 ve x_5 simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden $x_0^{ML}, x_1^{ML}, x_2^{ML}, x_3^{ML}, x_4, x_5$ için minimize ederek toplam $4M^3$ 'lük bir ML alıcı karmaşıklığı elde eder.

5.7 Önerilen 2-hızlı STBC'lerin Bilgi Kuramsal Analizi

Bu bölümde, önerilen 2-hızlı $\mathbf{X}_{4,8}$ ve $\mathbf{X}_{3,8}$ kodlarının ulaştığı maksimum karşılıklı bilgi miktarları incelenmiş ve bu sonuçlar CIOD'larınkiler ve MIMO kanal sığıası ile karşılaştırılmıştır. Öncelikle $\mathbf{Q}_{4,4}$ kodunun MMI hesabıyla başlayacak olursak, bu STBC'nin eşdeğer kanal modeli (4.25)'den

$$\mathbf{y} = \underbrace{\sqrt{\frac{\rho}{4}} \sqrt{2} \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1 \\ \mathcal{H}_2 \\ \vdots \\ \mathcal{H}_{n_R} \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}_{4n_R \times 4}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} \\ x_{1R} + jx_{3I} \\ x_{2R} + jx_{0I} \\ x_{3R} + jx_{1I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \mathbf{n} \quad (5.26)$$

şeklinde verilir. Burada, $l = 1, \dots, n_R$ için

$$\mathcal{H}_l = \begin{bmatrix} h_{l,1} & h_{l,2} & 0 & 0 \\ h_{l,2}^* & -h_{l,1}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{l,3} & h_{l,4} \\ 0 & 0 & h_{l,4}^* & -h_{l,3}^* \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlanmıştır. $\mathbf{Q}_{4,4}$ kodunun ulaştığı MMI,

$$\begin{aligned}
C_{\mathbf{Q}_{4,4}}(\rho, 4, n_R) &= \frac{1}{4} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_4 + \frac{\rho}{4} \mathcal{H}_{4n_R \times 4}^H \mathcal{H}_{4n_R \times 4} \right) \right\} \\
&= \frac{1}{2} E \left\{ \log \left(1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} \left[|h_{i,1}|^2 + |h_{i,2}|^2 \right] \right) \right\} \\
&\quad + \frac{1}{2} E \left\{ \log \left(1 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^{n_R} \left[|h_{i,3}|^2 + |h_{i,4}|^2 \right] \right) \right\} \\
&= \frac{1}{2} C(n_R \rho, 2n_R, 1) + \frac{1}{2} C(n_R \rho, 2n_R, 1) = C(n_R \rho, 2n_R, 1) < C(\rho, 4, n_R)
\end{aligned} \tag{5.27}$$

olarak hesaplanır. Bu sonuçtan görüldüğü üzere $\mathbf{Q}_{4,4}$ kodu $n_R = 1$ için bile MIMO kanal sığasını yakalayamamaktadır. Bunun nedeni, CIOD'ların iletimleri sırasında verici antenlerinin yarısını kapatmasıdır. Bunun sonucunda CIOD'lar ancak $n_T / 2$ adet verici antenli bir MIMO sistemin sığasını yakalama şansına sahiptirlerdir ki bu da (5.27)'den görülmektedir. Benzer şekilde $\mathbf{Q}_{3,4}$ kodunun eşdeğer kanal modeli,

$$\mathbf{y} = \underbrace{\sqrt{\frac{\rho}{3}} \sqrt{2} \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1 \\ \mathcal{H}_2 \\ \vdots \\ \mathcal{H}_{n_R} \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}_{4n_R \times 4}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} \\ x_{1R} + jx_{3I} \\ x_{2R} + jx_{0I} \\ x_{3R} + jx_{1I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \mathbf{n} \tag{5.28}$$

biçimindedir. Burada, $l = 1, \dots, n_R$ için

$$\mathcal{H}_l = \begin{bmatrix} h_{l,1} & h_{l,2} & 0 & 0 \\ h_{l,2}^* & -h_{l,1}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{l,3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h_{l,3}^* \end{bmatrix}$$

şeklinde tanımlanmıştır. $\mathbf{Q}_{3,4}$ kodunun ulaştığı MMI,

$$\begin{aligned}
C_{\mathbf{Q}_{3,4}}(\rho, 4, n_R) &= \frac{1}{4} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_4 + \frac{\rho}{3} \mathcal{H}_{4n_R \times 4}^H \mathcal{H}_{4n_R \times 4} \right) \right\} \\
&= \frac{1}{4} E \left\{ \log \left(1 + \frac{2\rho}{3} \sum_{i=1}^{n_R} \left[|h_{i,1}|^2 + |h_{i,2}|^2 \right] \right)^2 \left(1 + \frac{2\rho}{3} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,3}|^2 \right)^2 \right\} \\
&= \frac{1}{2} E \left\{ \log \left(1 + \frac{2\rho}{3} \sum_{i=1}^{n_R} \left[|h_{i,1}|^2 + |h_{i,2}|^2 \right] \right) \right\} + \frac{1}{2} E \left\{ \log \left(1 + \frac{2\rho}{3} \sum_{i=1}^{n_R} |h_{i,3}|^2 \right) \right\} \\
&= \frac{1}{2} C \left(\frac{4\rho n_R}{3}, 2n_R, 1 \right) + \frac{1}{2} C \left(\frac{2\rho n_R}{3}, 2n_R, 1 \right) < C(\rho, 3, n_R)
\end{aligned} \tag{5.29}$$

olarak hesaplanır. Benzer şekilde iletim matrisi içerisindeki sıfırlar dolayısıyla $\mathbf{Q}_{3,4}$ kodu da $n_R = 1$ için bile MIMO kanal sığasını yakalayamamaktadır. Diğer taraftan 1-hızlı CIOD'ların ulaştığı MMI OSTBC'lerinkinden daha yüksektir. n_T verici anten için R -hızlı bir OSTBC'nin ulaştığı MMI [49]'dan şu şekilde hesaplanabilir:

$$C_{OSTBC}(\rho, n_T, n_R) = RC(\rho n_R / R, n_T n_R, 1). \quad (5.30)$$

Gösterilebilir ki OSTBC'ler için $n_T > 2$ için $R \leq 3/4$ olduğundan (5.30)'da verilen bir OSTBC'nin ulaştığı MMI bir CIOD'unkinden daha düşüktür.

$\mathbf{X}_{4,8}$ kodunun eşdeğer kanal modeli,

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{4}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathcal{H}_1 \\ \mathcal{H}_2 \\ \vdots \\ \mathcal{H}_{n_R} \end{bmatrix}}_{\mathcal{H}_{4n_R \times 8}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{2I} \\ x_{1R} + jx_{3I} \\ x_{2R} + jx_{0I} \\ x_{3R} + jx_{1I} \\ x_{4R} + jx_{6I} \\ x_{5R} + jx_{7I} \\ x_{6R} + jx_{4I} \\ x_{7R} + jx_{5I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \mathbf{n} \quad (5.31)$$

şeklinde. Burada $\mathcal{H}_{4n_R \times 8}$, $\mathbf{X}_{4,8}$ kodunun eşdeğer kanal matrisidir ve $\mathcal{H}_l, l = 1, \dots, n_R$ de

$$\mathcal{H}_l = \begin{bmatrix} h_{l,1} & h_{l,2} & 0 & 0 & jh_{l,3} & jh_{l,4} & 0 & 0 \\ h_{l,2}^* & -h_{l,1}^* & 0 & 0 & -jh_{l,4}^* & jh_{l,3}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{l,3} & h_{l,4} & 0 & 0 & h_{l,1} & h_{l,2} \\ 0 & 0 & h_{l,4}^* & -h_{l,3}^* & 0 & 0 & h_{l,2}^* & -h_{l,1}^* \end{bmatrix}$$

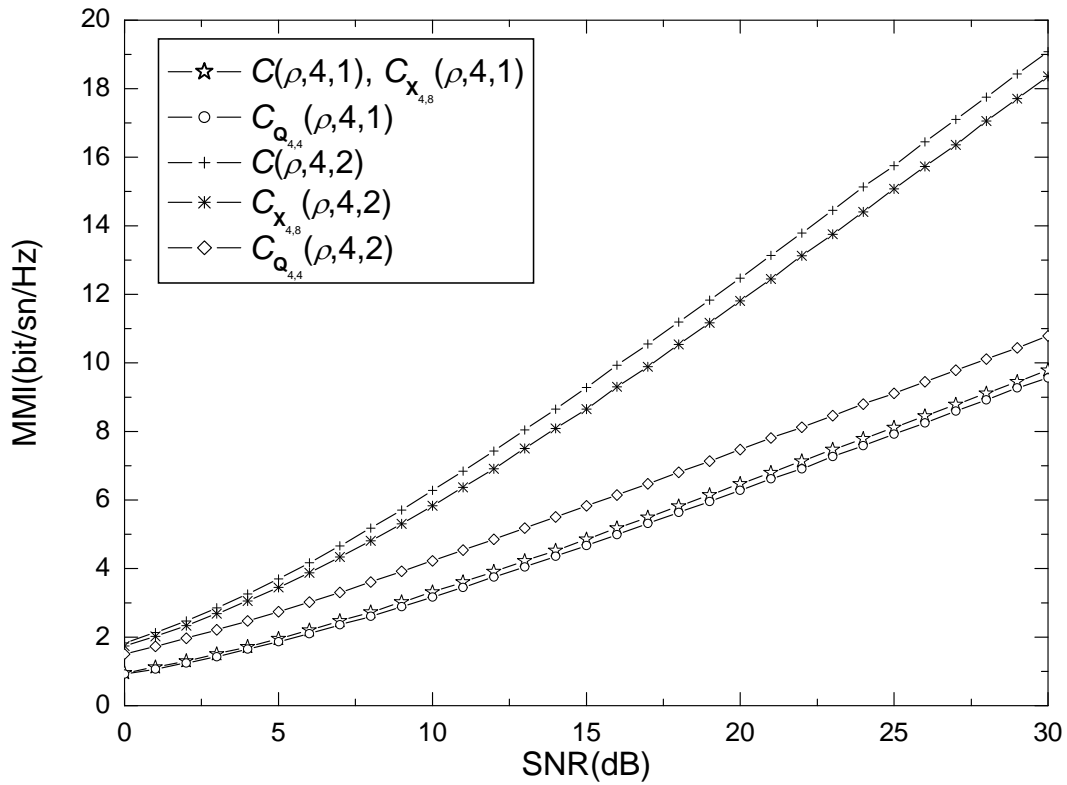
olarak tanımlanmıştır. $\mathbf{X}_{4,8}$ kodunun ulaştığı MMI,

$$C_{\mathbf{X}_{4,8}}(\rho, 4, n_R) = \frac{1}{4} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_8 + \frac{\rho}{4} \mathcal{H}_{4n_R \times 8}^H \mathcal{H}_{4n_R \times 8} \right) \right\} \quad (5.32)$$

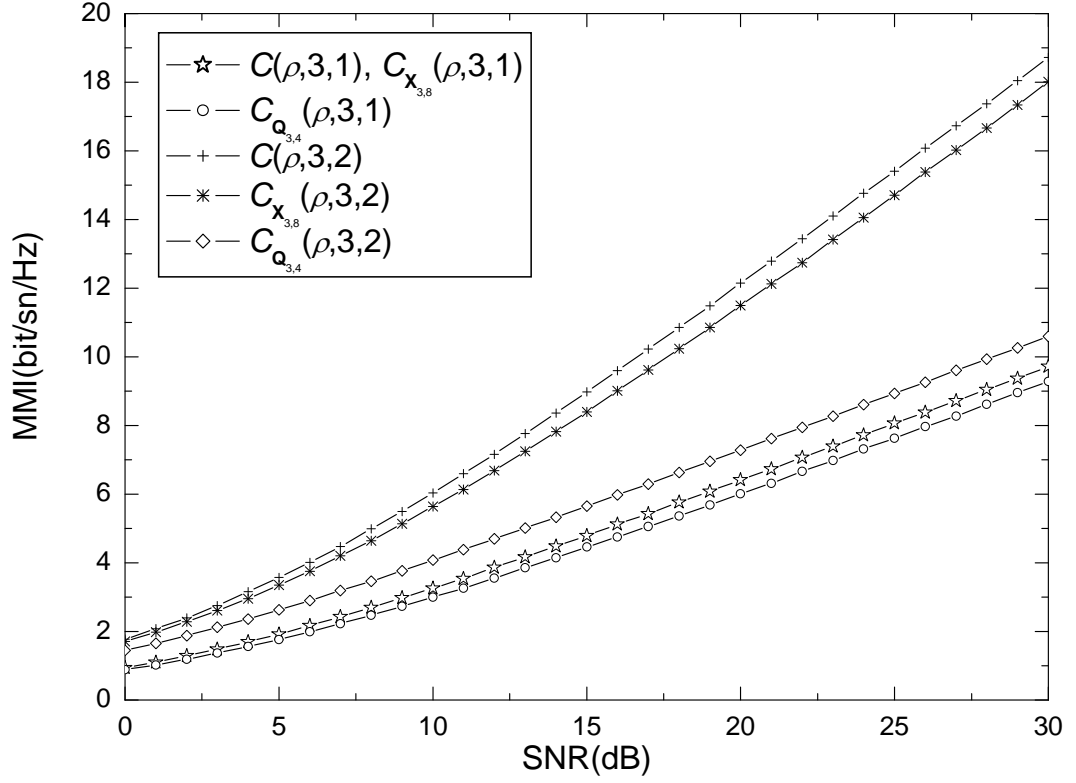
olarak hesaplanır. (5.32)'deki parametrik determinant hesabı oldukça zor olduğu için (5.32)'nin matematiksel değeri doğrudan Monte Carlo benzetimleri sonucu elde edilmiştir. Benzer şekilde $\mathbf{X}_{3,8}$ kodunun eşdeğer kanal modeli de yazılır ve bu kodun ulaştığı MMI da

$$C_{\mathbf{X}_{3,8}}(\rho, 3, n_R) = \frac{1}{4} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_8 + \frac{\rho}{3} \mathcal{H}_{4n_R \times 8}^H \mathcal{H}_{4n_R \times 8} \right) \right\} \quad (5.33)$$

eşitliğinden hesaplanabilir. Şekil 5.2 ve 5.3’de sırasıyla dört ve üç verici anten için 1-hızlı CIOD’ların ve 2-hızlı yeni STBC’lerin ulaştığı MMI, bir ve iki alıcı antenli durumlarda MIMO kanal sığası ile karşılaştırılmıştır. Bu şekillerden görüldüğü üzere bir alıcı antenli durumda hem $\mathbf{X}_{4,8}$ hem de $\mathbf{X}_{3,8}$ kodu tam sığayı yakalarken, alıcı anten sayısı ikiye çıkartıldığında MIMO kanal sığasına göre hafif kayıpları olmaktadır. Diğer taraftan, bir alıcı anten durumunda CIOD’ların ulaştığı MMI MIMO kanal sığasına yakınken, alıcı anten sayısı ikiye çıkartıldığında düşük iletim hızlarından dolayı CIOD’ların ulaştığı MMI’de çok ciddi bir düşüş gözlenmektedir. Buradan, önerilen 2-hızlı kodların MIMO kanalları oldukça verimli bir şekilde kullandığı sonucuna varılabilir.



Şekil 5.2 : Dört verici anten için maksimum karşılıklı bilgi miktarı karşılaştırmaları



Şekil 5.3 : Üç verici anten için maksimum karşılıklı bilgi miktarı karşılaştırmaları

5.8 Üç ve Dört Verici Anten için Önerilen 2 ve 1.5-Hızlı STBC'lerin Hata Başarımları

Bu bölümde, bilgisayar benzetimleri sonucu üç ve dört verici anten için önerilen yeni yüksek-hızlı, tam-çeşitlemeli STBC'lerin BER başarımları elde edilmiş ve önerilen kodlar literatürde var olan eşdeğer sistemlerle karşılaştırılmıştır.

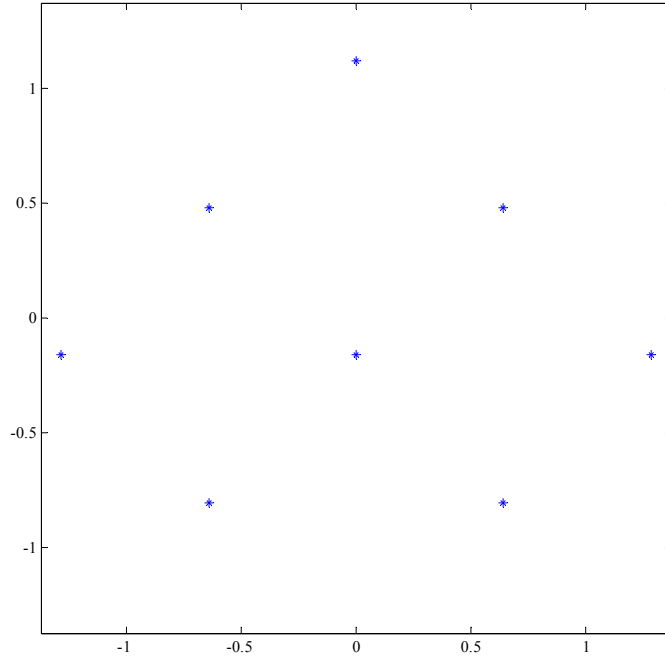
Şekil 5.5'de, önerilen 2-hızlı $X_{4,8}$ kodunun ve BHV kodunun [33,34] BER başarımları 4×2 'lik bir MIMO sistemde, QPSK modülasyonu için, alınan SNR'a göre elde edilmiştir. İki STBC'nin de hızı 2 olduğu için bu sistemlerin kullanımı ile elde edilen bant verimliliği QPSK için 4 bit/sn/Hz'dir. Bu eğrilerden görüldüğü üzere, yeni STBC, BHV kodundan daha iyi hata başarımına sahiptir. Dikkat edilecek bir diğer nokta da BHV kodu ile yeni STBC arasındaki başarımların artan SNR'la birlikte giderek artmasıdır. Bunun nedeni BHV kodunun çeşitleme derecesindeki kaybıdır, çünkü BHV kodunun minimum determinantı sıfırdır. [34]'de BHV kodunun literatürde dört verici anten için var olan tüm sistemlerden daha iyi hata başarımına sahip olduğu rapor edilmiştir. Dolayısıyla, önerilen STBC, BHV kodundan da daha iyi hata başarımına daha düşük bir ML alıcı karmaşıklığıyla

ulaştığı için gelecek nesil kablosuz iletişim sistemleri için göz önünde bulundurulabilir. 1-hızlı, tam-çeşitlemeli QOSTBC'nin hata eğrisi yeni koda göre yaklaşık 2.5dB daha kötü olduğu için Şekil 5.5'den çıkarılmıştır. Diğer bir deyişle, aynı bant verimliliğinde 1-hızlı kodların 2-hızlı kodlar yanında başarımlı üstünlüğü açısından pek fazla şansı yoktur.

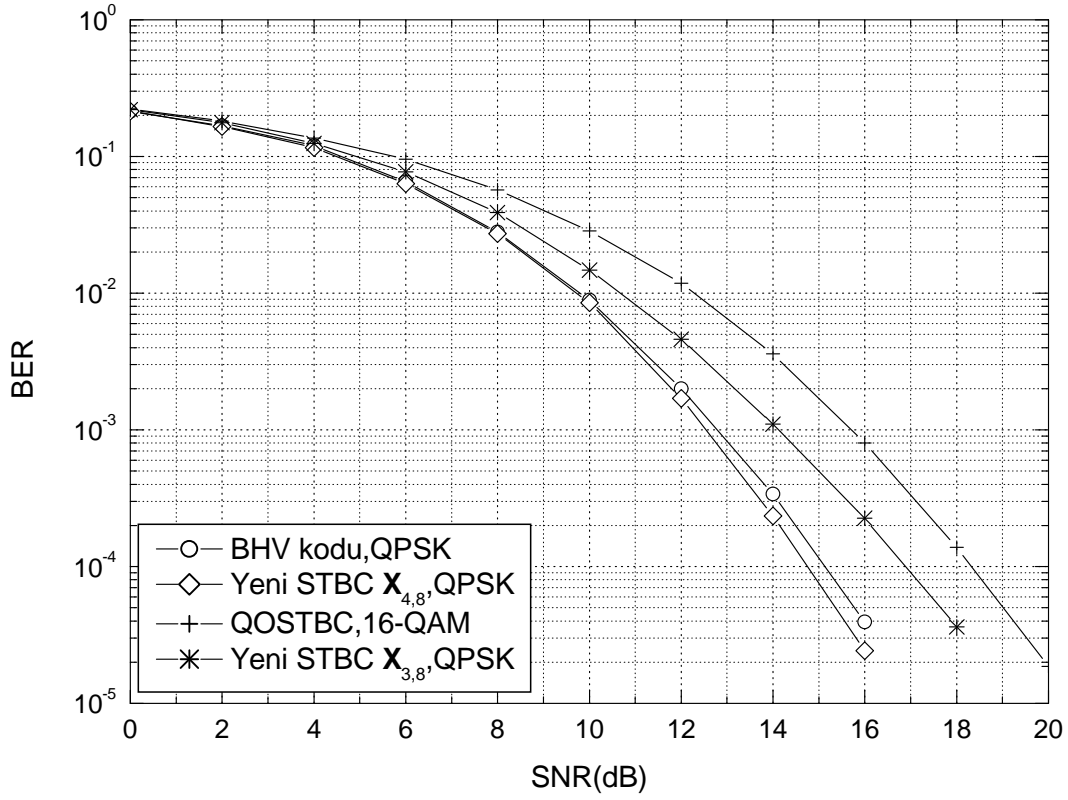
Önerilen 2-hızlı $X_{3,8}$ kodunun BER başarımlı da Şekil 5.5'de verilmiş ve üç verici anten için bilinen en iyi kod olan QOSTBC [18,20] ile karşılaştırılmıştır. Bu QOSTBC, optimum eksen döndürmeli Jafarkhani kodunun [18] en sol sütunun silinmesi ile elde edilmiştir. Önerilen STBC QPSK modülasyonu kullanırken, 1-hızlı QOSTBC ise 16-QAM modülasyonu kullanmakta olup iki sistem de böylece 4 bit/sn/Hz'lik bant verimliliğine sahip olmaktadır. Bu şekilden görüldüğü üzere, önerilen yeni kod $X_{3,8}$, tam çeşitlemeli QOSTBC'ye göre yaklaşık 1.4dB daha iyi hata başarımlına sahiptir. Bunun nedeni, önerilen kod ile tam-çeşitleme kaybı olmaksızın iletim hızındaki 2 katlık artıştır.

Şekil 5.6'da ise üç ve dört verici anten için önerilen 1.5-hızlı STBC'lerin BER başarımlı ilişkili 1-hızlı, tam-çeşitlemeli QOSTBC'ler ile karşılaştırılmıştır. Tüm sistemlerle 3 bit/sn/Hz'lik bant verimliliği elde etmek için 1.5-hızlı yeni kodlarla QPSK modülasyonu, 1-hızlı referans QOSTBC'lerle ise 8-QAM modülasyonu kullanılmıştır. [20]'de kare olmayan QAM işaret kümelerine değişik örnekler verilmiştir. Benzetimlerde, en iyi hata başarımlı garanti eden *dikdörtgen olmayan (non-rectangular)* 8-QAM işaret kümesi kullanılmıştır. Bu işaret kümesi Şekil 5.4'de gösterilmiştir. Şekil 5.6'daki eğrilerden görüldüğü üzere yeni STBC $X_{4,6}$, QOSTBC'ye göre yaklaşık 1.5dB daha iyi BER başarımlına sahiptir. Üç verici antende ise önerilen STBC $X_{3,6}$ ilişkili QOSTBC'den yaklaşık 0.6dB daha iyi hata başarımlı göstermektedir. 1.5-hızlı yeni sistemlerin, referans 1-hızlı QOSTBC'lerden daha iyi hata başarımlına sahip olmasının nedeni, 1-hızlı sistemlerin aynı bant verimliliğini yakalamak için simgelerarası normalize minimum Öklit uzaklığı daha küçük olan daha verimsiz işaret uzaylarında çalışmalarıdır. Şekil 5.5 ve 5.6 birlikte incelendiğinde dikkat edilmesi gereken bir diğer önemli nokta daha vardır. Görüldüğü üzere 1-hızlı QOSTBC'lerle 2-hızlı yeni kodlar arasındaki başarımlı farkı 1-hızlı QOSTBC'lerle 1.5-hızlı yeni STBC'ler arasındakinden daha fazladır. Önerilen kodların hızları 2 ve 1.5 olduğundan, aynı bant verimliliğine ulaşmak için çok yüksek modülasyonlara gidilmesi gerekmektedir. Ancak önerilen kodlar sadece

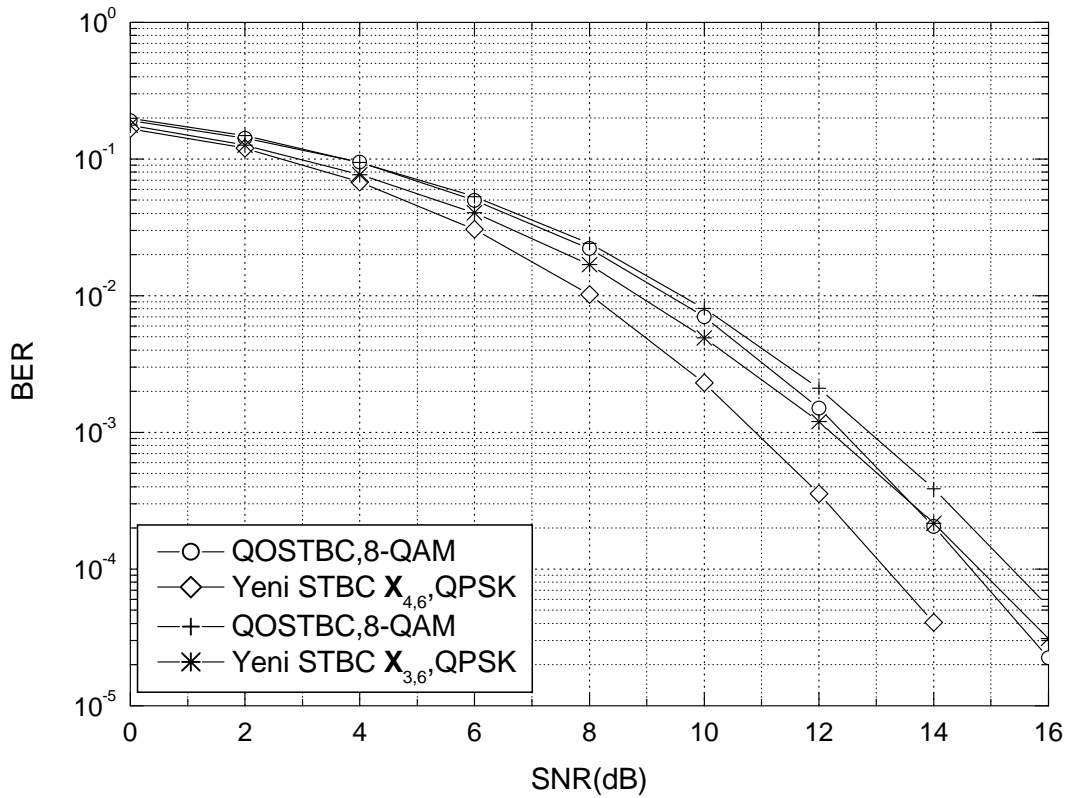
QPSK işaret kümesinde optimize edildiğinden ve yüksek modülasyonlar için benzetim süreleri haftalarca süreceğinden 2-hızlı ve 1.5-hızlı STBC'ler birlikte karşılaştırılmamıştır. Ancak Şekil 5.5 ve Şekil 5.6'daki başarımlar bize 2-hızlı sistemlerin daha iyi hata başarımına sahip olduğunu göstermektedir ki bu da zaten beklenen bir sonuçtur. Dolayısıyla, önerilen STBC'ler iletim hızı, hata başarımı ve alıcı karmaşıklığı açısından ilginç bir ödünleşim (trade-off) de sunmaktadır. 2-hızlı yeni kodlarla daha iyi hata başarımlarına $2M^5$ 'lik bir ML alıcı karmaşıklığıyla ulaşmak mümkünken, 1.5-hızlı yeni kodlar için ML alıcı karmaşıklığı $2M^3$ 'tür. Böylece ML alıcı karmaşıklığının daha kritik olduğu uygulamalarda 1.5-hızlı sistemler, başarımın daha kritik olduğu uygulamalarda ise 2-hızlı STBC'ler yeğlenebilir. Minimum alıcı karmaşıklığıyla çalışmak isteniyorsa, QOSTBC'ler $2M^2$ 'lik bir kod çözme karmaşıklığıyla düşük bir hata başarımı sergileyecektir.



Şekil 5.4 : Dikdörtgen-olmayan 8-QAM işaret kümesi



Şekil 5.5 : Önerilen 2-hızlı STBC'lerin 4 bit/sn/Hz için BER başarımları



Şekil 5.6 : Önerilen 1.5-hızlı STBC'lerin 3 bit/sn/Hz için BER başarımları

5.9 Dört Verici Anten için 4-Hızlı Kısmi-Çeşitlemeli Yeni STBC

Önceki alt bölümlerde, üç ve dört verici antenli MIMO sistemler için iletim hızları 2 olan STBC'ler önerilmişti. Bölüm 4.7'de, önerilen 2-hızlı STBC'lerin bilgi kuramsal analizleri sonucu, bu kodların ikiden daha fazla alıcı anten için MIMO kanal sığasını tam yakalayamadıkları, fakat iki alıcı antenli durumda MIMO kanal sığasına oldukça yakın oldukları gösterilmişti. Alıcı anten sayısı kaç olursa olsun tam MIMO kanal sığasını yakalayan sistemlere örnek olarak iletim hızları maksimum olan uzamsal çoğullama (SM) yapıları verilebilir. Uzamsal çoğullama yapıları, uygulandıkları verici anten sayısı için kuramsal maksimum iletim hızında çalışırlar ve bundan dolayı MIMO kanal sığasını yakalarlar. Bu noktadan hareketle bu bölümde, öncelikle dört verici anten için maksimum iletim hızlı (4-hızlı), diğer bir deyişle MIMO kanal sığasını yakalayan, aynı zamanda da bileşen serpiştirmeli yapısı sayesinde ikinci dereceden de verici çeşitlemesi sağlayan yüksek başarımlı bir STBC önerilmiştir.

İki verici antenli MIMO sistemler için önerilen 2-hızlı $\mathbf{X}_{2,4}$ kodunu ele alalım. Bu kodu kullanarak aşağıdaki iletim matrisleri tanımlansın:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} & j(x_{2R} + jx_{3I}) \\ x_{3R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{0I} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x_{4R} + jx_{5I} & j(x_{6R} + jx_{7I}) \\ x_{7R} + jx_{6I} & x_{5R} + jx_{4I} \end{bmatrix}.$$

\mathbf{A} ve \mathbf{B} matrisleri kullanılarak aşağıdaki 4-hızlı STBC önerilmiştir:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{4,8}^{maks} &= [\mathbf{A} \quad \mathbf{B}] \\ &= \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} & j(x_{2R} + jx_{3I}) & x_{4R} + jx_{5I} & j(x_{6R} + jx_{7I}) \\ x_{3R} + jx_{2I} & x_{1R} + jx_{0I} & x_{7R} + jx_{6I} & x_{5R} + jx_{4I} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.34)$$

$\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ kodunun minimum rankı (5.34)'den de görüldüğü üzere 2'dir ki bu da 2. dereceden verici çeşitlemesi elde edildiği anlamına gelmektedir. $\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ kodunun kodlama kazancı ise kod sözcük uzaklık matrisinin pozitif özdeğerlerinin çarpımının minimum değeri olup QPSK işaret uzayında 0.8'e eşittir. Bu da (5.34)'deki yapının doğal bir sonucudur. (4.2)'deki doğrudan yaklaşım $\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ kodunun ML çözümü için tüm olası senaryoları deneyen M^8 adet metrik hesabını gerektirir. Ancak Bölüm 3.1'de verilen ana formülasyona uymasa da koşullu kod çözme tekniği (5.34)'deki

yapıya da uygulanabilir. Alıcı $x_i, i = 0, \dots, 7$ simgelerinin tüm olası değerlerini arayıp M^8 alıcı karmaşıklığıyla çalışmak yerine, sadece $x_i, i = 2, \dots, 7$ simgelerinin tüm olası değerlerini arar ve tüm bu olası değerler için $\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun çözümünde olduğu gibi x_0 ve x_1 simgelerine ait koşullu ML kestirimlerini (4.21) ve (4.22)'de verildiği gibi elde eder. Alıcı, ardından (4.2)'yi $x_0^{ML}, x_1^{ML}, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ için $x_i, i = 2, \dots, 7$ simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden minimize eder. Böylece koşullu ML kod çözme tekniğinin kullanılmasıyla elde edilen toplam alıcı karmaşıklığı $2M \times M^6 = 2M^7$ olmuş olur. Bu da QPSK işaret kümesinde karmaşıklığın geleneksel ML kod çözücüyü göre %50 daha düşük olmasını sağlar.

5.10 Üç Verici Anten için 3-Hızlı Kısmi-Çeşitlemeli Yeni STBC

Bölüm 4.9'da yapıları benzer şekilde $\mathbf{X}_{2,4}$ kodu temel alınarak üç verici anten için iki zaman aralığında altı karmaşık simgeyi ileten aşağıdaki 3-hızlı, kısmi-çeşitlemeli STBC elde edilmiştir:

$$\mathbf{X}_{3,6}^{maks} = \begin{bmatrix} x_{0R} + jx_{1I} & x_{2R} + jx_{3I} & a(x_{4R} + jx_{5I}) \\ b(x_{5R} + jx_{4I}) & x_{1R} + jx_{0I} & x_{3R} + jx_{2I} \end{bmatrix}. \quad (5.35)$$

$\mathbf{X}_{2,4}$ ve $\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ kodlarının zıttına, (5.35)'deki kodun simetrik bir yapıya sahip olmaması dolayısıyla $\mathbf{X}_{3,6}^{maks}$ kodu için kodlama kazancı optimizasyonu oldukça uzun bilgisayar aramaları sonucunda yapılabilmektedir. QPSK işaret kümesinde $a = e^{j33^\circ}$, $b = e^{j49^\circ}$ değerleri için $\mathbf{X}_{3,6}^{maks}$ kodunun kodlama kazancı 0.27 olarak bulunmuştur. $\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ gibi $\mathbf{X}_{3,6}^{maks}$ kodu da ikinci dereceden verici çeşitlemesi sağlamaktadır. $\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ kodunun ML çözümünde olduğu gibi $\mathbf{X}_{3,6}^{maks}$ kodunun ML kod çözümünde de koşullu ML kod çözüm tekniği kullanılabilir. Böylece alıcı $x_i, i = 0, \dots, 5$ simgelerinin tüm olası değerlerini arayıp M^6 alıcı karmaşıklığıyla çalışmak yerine, sadece $x_i, i = 2, \dots, 5$ simgelerinin tüm olası değerlerini arar ve tüm bu olası değerler için $\mathbf{X}_{2,4}$ kodunun çözümünde olduğu gibi x_0 ve x_1 simgelerine ait koşullu ML kestirimlerini (4.21) ve (4.22)'de verildiği gibi elde eder. Alıcı, ardından (4.2)'yi $x_0^{ML}, x_1^{ML}, x_2, x_3, x_4, x_5$ için $x_i, i = 2, \dots, 5$ simgelerinin tüm olası değerleri üzerinden minimize eder. Böylece

koşullu ML kod çözme tekniğinin kullanılmasıyla elde edilen toplam alıcı karmaşıklığı $2M \times M^4 = 2M^5$ olur.

5.11 Maksimum İletim Hızlı STBC'lerin Bilgi Kuramsal Analizi

Bu alt bölümde, önceki iki alt bölümde önerilen maksimum iletim hızlı STBC'lerin bilgi kuramsal analizleri yapılmış ve bu kodların MIMO kanal sığasını yakaladıkları Monte Carlo benzetimleri yardımıyla gösterilmiştir. Öncelikle $\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ kodu için n_R alıcı antenli durumda eşdeğer kanal matrisini verelim:

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1 \\ \mathcal{H}_2 \\ \vdots \\ \mathcal{H}_{n_R} \end{bmatrix}. \quad (5.36)$$

Burada, $i = 1, \dots, n_R$ için

$$\mathcal{H}_i = \begin{bmatrix} h_{i,1} & 0 & jh_{i,2} & 0 & h_{i,3} & 0 & jh_{i,4} & 0 \\ 0 & h_{i,2} & 0 & h_{i,1} & 0 & h_{i,4} & 0 & h_{i,3} \end{bmatrix}$$

şeklindedir. $\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ kodunun ulaştığı MMI ise şu eşitlikten hesaplanabilir:

$$C_{\mathbf{X}_{4,8}^{maks}}(\rho, n_T, n_R) = \frac{1}{2} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_8 + \frac{\rho}{4} \mathcal{H}^H \mathcal{H} \right) \right\}. \quad (5.37)$$

(5.37)'nin parametrik olarak hesaplanmasının zorluğu nedeniyle Monte Carlo benzetimlerinden yararlanılmıştır. Benzer şekilde $\mathbf{X}_{3,6}^{maks}$ kodunun eşdeğer kanal matrisi de (5.36) ile verilir, ancak burada

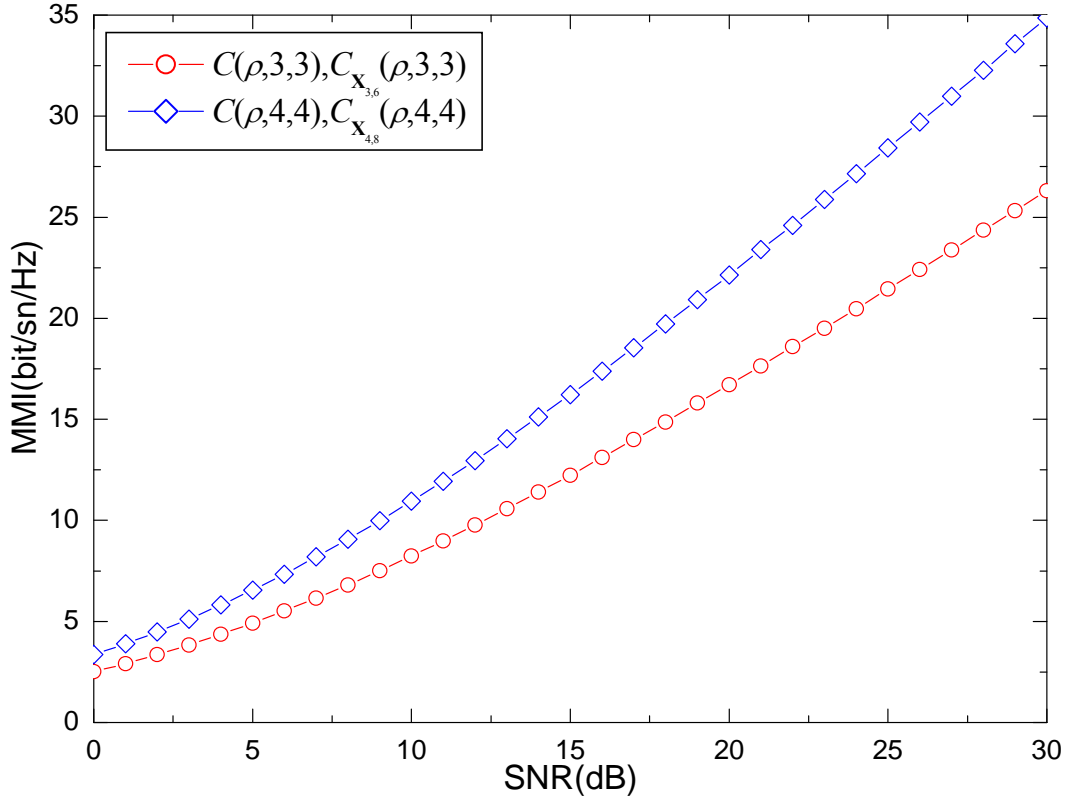
$$\mathcal{H}_i = \begin{bmatrix} h_{i,1} & 0 & h_{i,2} & 0 & ah_{i,3} & 0 \\ 0 & h_{i,2} & 0 & h_{i,3} & 0 & bh_{i,1} \end{bmatrix}$$

şeklindedir. $\mathbf{X}_{3,6}^{maks}$ kodunun ulaştığı MMI ise şu denklem ile hesaplanabilir:

$$C_{\mathbf{X}_{3,6}^{maks}}(\rho, n_T, n_R) = \frac{1}{2} E \left\{ \log \det \left(\mathbf{I}_6 + \frac{\rho}{3} \mathcal{H}^H \mathcal{H} \right) \right\}. \quad (5.38)$$

(5.38)'in hesabında yine Monte Carlo benzetimleri kullanılmıştır. Şekil 5.7'de $\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ ve $\mathbf{X}_{3,6}^{maks}$ kodlarının sırasıyla dört ve üç verici antenli durumlarda ulaştığı MMI'lar

edilmiştir. Karşılaştırma amacıyla 4×4 ve 3×3 'lük MIMO kanalların ergodik sığaları da aynı şekil üzerinde gösterilmiştir. Bu eğrilerden görüldüğü üzere önerilen kodlar kullandıkları verici anten sayıları için MIMO kanal sığasını yakalamışlardır. Bunun nedeni önerilen kodların SM sistemleriyle aynı iletim hızına (yani kuramsal maksimum iletim hızına) sahip olmalarıdır.

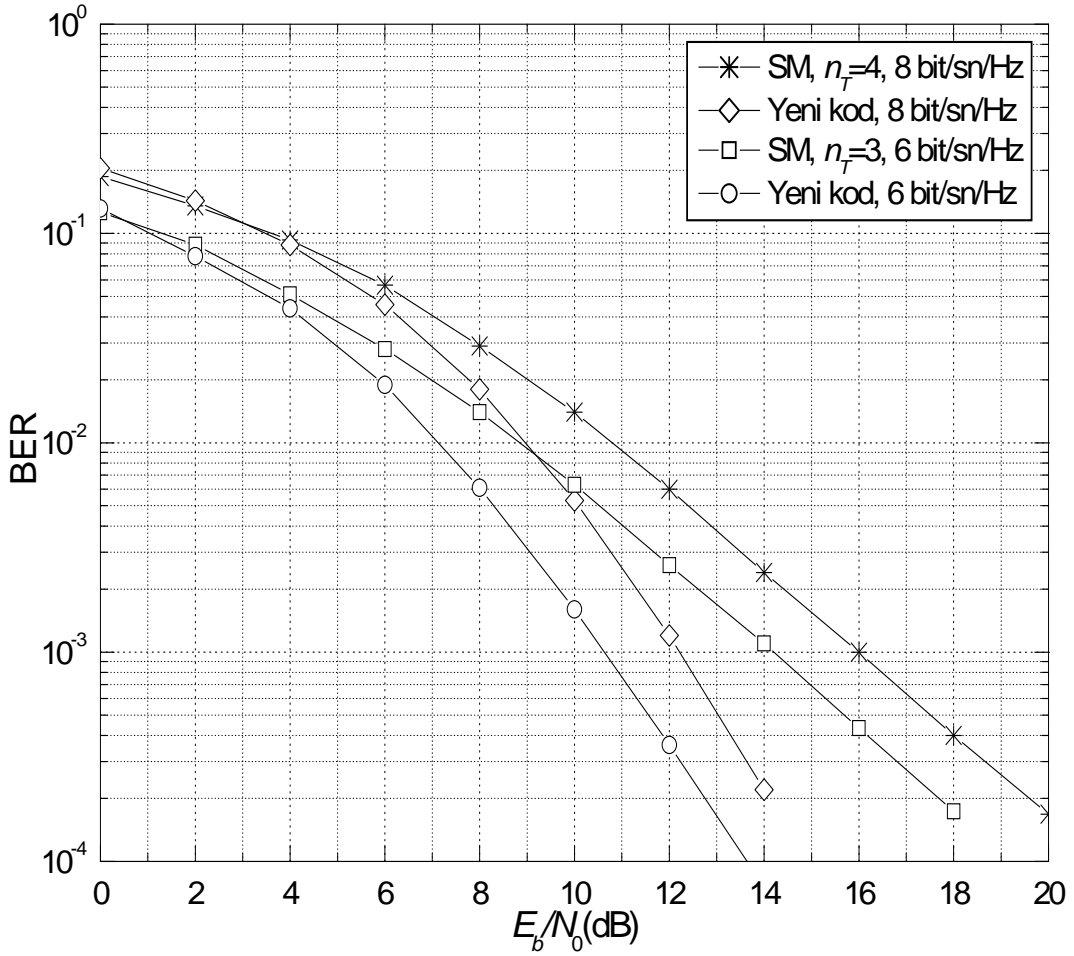


Şekil 5.7 : Önerilen maksimum iletim hızlı STBC'lerin maksimum karşılıklı bilgi miktarları

5.12 Maksimum İletim Hızlı STBC'lerin Hata Başarımları

Şekil 5.8'de üç ve dört verici anten için önerilen $\mathbf{X}_{3,6}^{maks}$ ve $\mathbf{X}_{4,8}^{maks}$ kodlarının iki alıcı antenli durumdaki BER başarımları, QPSK modülasyonu için ilişkin uzamsal çoğullama (spatial multiplexing, SM) sistemleriyle karşılaştırılmıştır. Burada E_b , bit başına ortalama işaret enerjisidir. Bu eğrilerden görüldüğü üzere, önerilen kodlar sağladıkları verici çeşitlemesi dolayısıyla artan SNR'la birlikte uzamsal çoğullama sistemleriyle aralarındaki farkı açmaktadır. Ancak, başarımdaki bu iyileşme, alıcı yapısının karmaşıklığının artmasını beraberinde getirmiştir. Örneğin dört verici anten için önerilen kodun karmaşıklığı $2M^7$ iken ilişkin SM sistemin ML alıcı karmaşıklığı M^4 'tür. Böylece önerilen sistem, SM sisteminin verici çeşitleme

derecesini ikiye katlarken simge başına alıcı karmaşıklığını da QPSK için 64 kat arttırmaktadır. Üç verici antende ise bu oran 16 kattır. Dolayısıyla önerilen sistemler karmaşıklık-hata başarımı açısından bir ödünleşim sunmaktadır. Ayrıca önerilen bu kodların, SM sistemlerinin hızlarına, 2. dereceden verici çeşitlemesi sağlayarak çökmelerinin yanı sıra basitleştirilmiş ML alıcılarının da olması dolayısıyla literatürde benzerleri bulunmamaktadır.



Şekil 5.8 : Üç ve dört verici antenler için maksimum iletim hızlı STBC'lerin hata başarımları

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, koşullu ML kod çözme tekniği kullanılarak, iki, üç ve dört verici anten için yüksek hızlı yeni STBC'ler önerilmiştir. Önerilen STBC'lerle en iyi hata başarımını elde edebilmek için oldukça uzun bilgisayar aramaları sonucu bu STBC'lerin parametre optimizasyonları çeşitli işaret kümelerinde gerçekleştirilmiştir. Bunun sonucunda literatürde var olan en iyi STBC'lere alternatif olacak yüksek başarılı STBC'ler elde edilmiştir. Örneğin, 2 verici anten için önerilen 2-hızlı STBC, literatürdeki en iyi iki verici anten kodu olan Altın kodla aynı hata başarımını yakalarken, dört verici anten için önerilen 2-hızlı STBC, literatürdeki en iyi kodlar olan DjABBA ve BHV kodlarından daha iyi hata başarımı vermektedir. Ancak önerilen bazı kodların 16/64-QAM gibi büyük işaret kümelerindeki parametre optimizasyonları ilişkin bilgisayar aramalarının aylar süreceği öngörülerek geleceğe bırakılmıştır. Koşullu ML kod çözme tekniği sayesinde alıcı karmaşıklığında da kayda değer düşüşler sağlanmıştır. Elde edilen bu sonuçlar ışığında önerilen STBC'ler literatürdeki eşdeğerlerine göre güçlü birer alternatif olarak ortaya çıkmıştır. Yüksek hızlı STBC'lere gelecek nesil telsiz iletişim sistemlerindeki gereksinim de göz önünde bulundurulduğunda önerilen STBC'ler daha da önem kazanmaktadır. Bu çalışmada önerilen STBC'ler yüksek hızlı STBC'ler alanında gelecekte yapılacak çalışmalara da ilham vermektedir.

Bu çalışmada önerilen kodlar sağladıkları yüksek başarımın yanı sıra dik olmayan yapılarından dolayı üstel ML alıcı karmaşıklıklarına sahiptir. Doğrusal ML alıcı karmaşıklıkla dik STBC'lerle karşılaştırıldığında ML alıcı karmaşıklığındaki bu artış göz ardı edilemeyecek kadar büyüktür. Ancak buna rağmen ML alıcı karmaşıklığı kullanılan işaret kümesinin eleman sayısının dördüncü kuvvetiyle orantılı olan Altın kod 2005 yılında gezgin WiMAX standartlarına alınmıştır. Yine de bu üstel alıcı karmaşıklığının özellikle gezgin aygıtlar için oldukça yüksek olduğu rapor edilmektedir. Dört verici anten göz önünde bulundurulduğunda ML alıcı karmaşıklığı daha da kritik olmaktadır. Dolayısıyla gelecek çalışmalarda, alıcı karmaşıklığı daha da düşük olan optimum (ML) ya da optimuma yakın kod çözme

algoritmaları ile çözülebilen tam çeşitlemeli yüksek hızlı STBC'lerin tasarlanması hedeflenmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] **Teletar, E.**, 1995. Capacity of Multi-Antenna Gaussian Channels, *AT&T-Bell Laboratories, Internal Tech. Memo.*
- [2] **Foschini, G.J. ve Gans, M.**, 1998. On the Limits of Wireless Communication in a Fading Environment when Using Multiple Antennas, *Wireless Personal Communication*, **6**, 311-335.
- [3] **Proakis, J. (editor)**, 2003. Wiley Encyclopedia of Telecommunications, *John Wiley & Sons, Inc.*, NJ.
- [4] **Vucetic, B. ve Juan, J.**, 2003. Space-Time Coding, *John Wiley & Sons, Inc.*, NJ.
- [5] **Tarokh, V., Seshadri, N. ve Calderbank, A. R.**, 1998. Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communications: Performance Criterion and Code Construction, *IEEE Transactions on Information Theory*, **44**, 744-765.
- [6] **Alamouti, S.M.**, 1998. A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **16**, 1451-1458.
- [7] **Jafarkhani, J.**, 2005. Space-Time Coding: Theory and Practice, Cambridge University Press.
- [8] **Tarokh, V., Jafarkhani, H. ve Calderbank, A.R.**, 1999. Space-Time Block Codes from Orthogonal Designs, *IEEE Transactions on Information Theory*, **45**, 1456-1466.
- [9] **Liang, X.-B.**, 2003. Orthogonal Designs with Maximal Rates, *IEEE Transactions on Information Theory*, **49**, 2468-2503.
- [10] **Liang, X.-B.**, 2003. A High-Rate Orthogonal Space-Time Block Code, *IEEE Communications Letters*, **7**, 222-223.
- [11] **Su, W. ve Xia, X.-G.**, 2003. A High-Rate Orthogonal Space-Time Block Code, *IEEE Transactions on Information Theory*, **49**, 313-316.
- [12] **Su, W. ve Xia, X.-G.**, 2003. On Space-Time Block Codes from Complex Orthogonal Designs, *Wireless Personal Communications*, **25**, 1-26.
- [13] **Su, W., Xia, X.-G. ve Liu, K.J.R.**, 2004. Systematic Design of Complex Orthogonal Space-Time Block Codes with High Rates, *Proceedings of Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2004)*, 1442-1445.
- [14] **Lu, K., Fu, S. ve Xia, X.-G.**, 2005. Closed-form designs of complex orthogonal space-time block codes of rate $(2k + 1)/2k$ for $2k - 1$ or $2k$ transmit antennas, *IEEE Transactions on Information Theory*, **51**, 4340-4347.
- [15] **Liang, X.-B.**, 2005. A Complex Orthogonal Space-Time Block Code for 8 Transmit Antennas, *IEEE Communications Letters*, **9**, 115-117.

- [16] **Wang, H. ve Xia, X.-G.**, 2003. Upper Bounds of Rates of Complex Orthogonal Space-Time Block Codes, *IEEE Transactions on Information Theory*, **49**, 2788-2796.
- [17] **Hassibi, B. ve Hochwald, B.M.**, 2002. High-Rate Codes that are Linear in Space and Time, *IEEE Transactions on Information Theory*, **48**, 1804-1824.
- [18] **Jafarkhani, H.**, 2001. A quasi-orthogonal space-time block code, *IEEE Transactions on Communications*, **49**, 1-4.
- [19] **O. Tirkkonen, O., Boariu, A. ve Hottinen, A.**, 2000. Minimal non-orthogonality rate 1 space-time block code for 3-Tx antennas, *Proceedings of IEEE 6th International Symposium On Spread – Spectrum Technologies. and Applications*, New Jersey, USA, 429-432.
- [20] **Su, W. ve Xia, X.-G.**, 2004. Signal Constellations for Quasi-Orthogonal Space-Time Block Codes with Full-Diversity, *IEEE Transactions on Information Theory*, **50**, 2331-2347.
- [21] **Sharma, N. ve Papadias, C.B.**, 2003. Improved quasi-orthogonal codes through constellation rotation, *IEEE Transactions on Communications*, **51**, 332-335.
- [22] **Khan, M.Z.A. ve Rajan, B.S.**, 2002. Space-Time Block Codes from Co-ordinate Interleaved Orthogonal Designs, *Proceedings of International Symposium on Information Theory (ISIT 2002)*, Lausanne, Switzerland, July 30-June 5, 275.
- [23] **Khan, M.Z.A., Rajan, B.S. ve Lee, M.H.**, 2003. Rectangular Co-ordinate Interleaved Orthogonal Designs, *Proceedings of IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM 2003)*, San Francisco, USA, 1-5 December, 2004-2009.
- [24] **Khan, M.Z.A. ve Rajan, B.S.**, 2006. Single-Symbol Maximum Likelihood Decodable Linear STBCs, *IEEE Transactions on Information Theory*, **52**, 2062-2091.
- [25] **Yuen, C., Guan, Y.G. ve Tjhung, T.**, 2005. Quasi-Orthogonal STBC with Minimum Decoding Complexity, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, **4**, 2089-2094.
- [26] **Yuen, C., Guan, Y.G. ve Tjhung, T.**, 2007. Quasi-Orthogonal Space-Time Block Code, *Imperial College Press*.
- [27] **Tirkkonen, A., Hottinen, O. ve Wichman, R.**, 2003. Multi-Antenna Transceiver Techniques for 3G and Beyond, *John Wiley & Sons Ltd.*, UK.
- [28] **Damen, M.O., Tewfik, A., Belfiore, J.-C.**, 2002. A Construction of a Space-Time Code Based on Number Theory, *IEEE Transactions on Information Theory*, **48**, 753-760.
- [29] **Belfiore, J.-C., Rekaya, G. ve Viterbo, E.**, 2005. The Golden code: a 2×2 Full-Rate Space-Time Code with Non-Vanishing Determinants, *IEEE Transactions on Information Theory*, **51**, 1432-1436.

- [30] **Parades, J., Gershman, A.B. ve Alkansari, M.G.**, 2007. A 2×2 Space-Time Code with Non-Vanishing Determinants and Fast Maximum Likelihood Decoding, *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Hawaii, USA, April, 877-880.
- [31] **Sezginer, H. ve Sari, H.**, 2007. Full-Rate Full-Diversity 2×2 Space-Time Codes of Reduced Decoder Complexity, *IEEE Communications Letters*, **11**, 973-975.
- [32] **Hottinen, O. ve Tirkkonen, A.**, 2004. Precoder designs for high rate space-time block codes, *Proceedings of Conference on Information Sciences and Systems*, Princeton, NJ.
- [33] **Biglieri, E., Hong, Y. ve Viterbo, E.**, 2008. On Fast-Decodable Space-Time Block Codes, *Proceedings of IEE International. Zurich Seminar on Commun.*, Switzerland, March, 116-119.
- [34] **Biglieri, E., Hong, Y. ve Viterbo, E.**, 2008. On Fast-Decodable Space-Time Block Codes, *IEEE Transactions on Information Theory*, **55**, 524-530.
- [35] **Sezginer, H. ve Sari, H.**, 2007. A High-Rate Full Diversity Space-Time Code with Simple Maximum Likelihood Decoding, *Proceedings of Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT 2007)*, Cairo, Egypt, December, 1149-1153.
- [36] **Başar, E. ve Aygözü, Ü.**, 2008. Full-Rate Full-Diversity STBCs for Three and Four Transmit Antennas, *Electronics Letters*, **44**, 1076-1077.
- [37] **Başar, E. ve Aygözü, Ü.**, 2009. High-Rate Full-Diversity Space-Time Block Codes for Three and Four Transmit Antennas, *IET Communications* dergisinde yayınlanmak üzere kabul edildi.
- [38] **Başar, E. ve Aygözü, Ü.**, 2008. A New 2×2 Coordinate Interleaved STBC For High-Rate Wireless Systems, *Proceedings of IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing (WiMob 2008)*, Avignon, France, October 12-14, 151-152.
- [39] **Başar, E. ve Aygözü, Ü.**, 2009. İki, Üç ve Dört Verici Antenli MIMO Sistemler için Kanal Sığınsını Yakalayan Uzay-Zaman Blok Kodları, Antalya, 9-11 Nisan.
- [40] **Ganesan, G. ve Stoica, P.**, 2001. Space-Time Block Codes: A Maximum SNR Approach, *IEEE Transactions on Information Theory*, **47**, 1650-1656.
- [41] **Tirkkonen, A. ve Hottinen, O.**, 2002. Square-Matrix Embeddable Space-Time Block Codes for Complex Signal Constellations, *IEEE Transactions on Information Theory*, **48**, 384-395.
- [42] **Hochwald, B., Marzetta, T.L. ve Papadias, C.B.**, 2001. A Transmitter Diversity Scheme for Wideband CDMA Systems Based on Space-Time Spreading, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **19**, 48-60.
- [43] **Guo, X. ve Xia, X.-G.**, 2008. On Full Diversity Space-Time Block Codes with Partial Interference Cancellation Group Decoding,” available online: <http://arxiv.org/abs/0805.2629>

- [44] **Lee, H. , Cho, J., Kim, J.-K. ve Lee, I.**, 2009. Real-Domain Decoder for Full-Rate Full-Diversity STBC with Multidimensional Constellations, *IEEE Transactions on Communications*, **57**, 17-21.
- [45] **Dayal, P. ve Varanasi, M. K.**, 2005. An Optimal Two Transmit Antenna Space-Time Code and its Stacked Extensions, *IEEE Transactions on Information Theory*, **51**, 4348-4355.
- [46] IEEE Std 802.16eTM-2005 for Local and Metropolitan Area Networks, Part 16, Feb. 2006.
- [47] **Sezginer, H. ve Sari, H.**, 2007. A Full-Rate Full-Diversity 2×2 Space–Time Code for Mobile Wimax Systems, *Proceedings of IEEE International Conference on Signal Processing and Communications*, Dubai, July.
- [48] **Wolniansky, P.W., Foschini, G.J., Golden, G.D. ve Valenzuela, R.A.**, 1998. V-BLAST: A high capacity space-time architecture for the rich-scattering wireless channel, *Proceedings of International Symposium on Signals, Systems and Electronics (ISSSE'98)*, Pisa, Italy, September.
- [49] **Sandhu, S.**, 2002. Signal Design for MIMO Wireless: A Unified Perspective, *Ph.D. dissertation*, Stanford Uni., Stanford, CA.
- [50] **Sklar, B.**, 2001. Digital Communications, Fundamentals and Applications, 2nd Ed., *Prentice Hall, Inc.*, Upper Saddle River, NJ.
- [51] **Proakis, J. ve Salehi, M.**, 2002. Communications Systems Engineering, 2nd Ed., *Prentice Hall, Inc.*, Upper Saddle River, NJ.
- [52] **Rappaport, T. S.**, 2002. Wireless Communications: Principles and Practice, 2nd Ed., *Prentice Hall, Inc.*, Upper Saddle River, NJ.
- [53] **Goldsmith, A.**, 2005. Wireless Communications, *Cambridge University Press*.
- [54] **Haykin, S. ve Moher, M.**, 2005. Modern Wireless Communications, *Prentice Hall, Inc.*, Upper Saddle River, NJ.
- [55] **Stüber, G. L.**, 2002. Principles of Mobile Communication, 2nd Ed, *Kluwer Academic Publishers*.
- [56] **Shannon, J.-C.**, 1948. A Mathematical Theory of Communication, *Bell System Technical Journal*, **27**, 379–423 & 623–656, July & October.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Ertuğrul Başar

Doğum Yeri ve Tarihi: Üsküdar, 22.01.1985

Lisans Üniversitesi: İstanbul Üniversitesi

Yayın Listesi:

- **Başar, E.** ve Aygözü, Ü., 2008. Full-Rate Full-Diversity STBCs for Three and Four Transmit Antennas, *Electronics Letters*, **44**, 1076-1077.
- **Başar, E.** ve Aygözü, Ü., 2008. A New 2×2 Coordinate Interleaved STBC For High-Rate Wireless Systems, *Proceedings of IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing (WiMob 2008)*, Avignon, France, October 12-14, 151-152.
- **Başar, E.** ve Aygözü, Ü., 2009. High-Rate Full-Diversity Space-Time Block Codes for Three and Four Transmit Antennas, *IET Communications* dergisinde yayınlanmak üzere kabul edildi.
- **Başar, E.** ve Aygözü, Ü., 2009. İki, Üç ve Dört Verici Antenli MIMO Sistemler için Kanal Sığıasını Yakalayan Uzay-Zaman Blok Kodları, Antalya, 9-11 Nisan.