

## SONSUZ POROVİSKOELASTİK ORTAM İÇİNE GÖMÜLÜ DAİRESEL KESİTLİ RİJİT SİLİNDİRİK CİSMİN ÜZERİNDEKİ DALGA SAÇILMASININ SINIR ELEMAN YÖNTEMİYLE ANALİZİ

Hakan Argeşo\* ve Yalçın Mengi\*\*  
\*Atılım Üniversitesi Üretim Mühendisliği Bölümü, ANKARA  
\*\*ODTÜ Mühendislik Bilimleri Bölümü, ANKARA

### ÖZ

Bu çalışmada sonsuz poroviskoelastik ortam içine gömülü dairesel kesitli rijit silindirik cismin üzerindeki dalga saçılması, sınır eleman yöntemi (SIEY) ile incelenmiştir. Etkileşim analizi için altyapı yöntemi kullanılmıştır. Altyapı yönteminin uygulanabilmesi için gerekli olan impedans bağıntısındaki impedans ve girdi hareket matrislerinin bileşenleri SIEY ile Fourier dönüşüm uzayında (FDU da) elde edilmiştir. Daha sonra cismin hareketi, cismin serbest cisim diagramı ve impedans bağıntısı ışığı altında, önce FDU da sonra da ters Fourier dönüşümü ile zaman uzayında bulunmuştur.

### ABSTRACT

In this study, scattering of waves by a circular rigid cylindrical inclusion embedded in an infinite poroviscoelastic medium is examined by using boundary element method (BEM). For the interaction analysis, the substructure method is used. The components of impedance and input motion matrices, which are required for the use of substructure method, are determined by using BEM in Fourier transform space (FTS). In view of the free body diagram of rigid inclusion and the impedance relation, the motion of the rigid inclusion is first determined in FTS, then by using inverse Fourier transform, in time space.

### 1. Giriş

Poroelastisite teorisi Biot tarafından geliştirilmiştir [1-5]. Poroelastik malzeme, içinde gözeneklerin bulunduğu elastik katı bir iskelet ve bu gözeneklerin içini dolduran sıkıştırılabilir (*compressible*) viskoz bir akışkandan oluşan iki fazlı bir yapıya sahiptir. Elastik katı iskelet, birbirine bağlı gözeneklerin (*pore* 'ların) istatistiksel dağılımı ile tanımlanmış olup porozite oranı  $n$ ,  $n = V_p / V_b$  ile tariflenmektedir. Burada  $V_p$ ,  $V_b$  hacmindeki poroz malzeme için birbirine bağlı gözeneklerin (*pore* 'ların) hacmini göstermektedir. Diğer taraftan Biot tarafından geliştirilen teoride gözenekler içindeki akışkanın, makroskopik (*macroscopic*) düzeyde, genelleştirilmiş *Darcy kanununa* uygun davrandığı varsayılmıştır. Mevcut çalışmada, gözönüne alınan poroelastik/poroviskoelastik malzemedeki katı elastik/viskoelastik iskeletin izotrop olduğu ve *pore* 'lar içindeki akış direnci dağılımının da

izotrop davranış gösterdiği kabul edilmiştir. İzotrop poroelastik malzemeyi tanımlamak için dört adet elastik sabit ve Darcy kanunu için ise bir adet katsayıya (geçirgenlik katsayısına) gereksinim bulunmaktadır.

Biot 1956 yılındaki iki makalesinde [2-3], sonsuz izotrop poroelastik ortamda, ikisi dilatasyon birisi kayma dalgası olmak üzere üç farklı dalga saptamıştır. Söz konusu iki dilatasyon dalgası, literatürde hızlı ve yavaş dalgalar olarak isimlendirilir. Elastik ortama farklı olarak ortaya çıkan yavaş dalganın varlığı 1980 yılında deneysel olarak da gösterilmiştir [6].

Bilindiği üzere SIEY in [7-9] en büyük avantajlarından biri, sonsuz veya yarımuzay ortamlarında ele alınan problemlerin çok kolaylıkla modellenenbilmesidir. SIEY formülasyonu için gerekli temel çözümlerin radyasyon sınır şartlarını otomatik olarak sağlaması, bu yöntemin özellikle jeofizik, zemin mekaniği ve deprem mühendisliğini ilgilendiren dalga yayılımı problemlerinde kullanımını oldukça yaygın hale getirmiştir. Öte taraftan, yöntemin kullanımı için gerekli olan temel çözümlerin analitik olarak bulunması gerekmektedir. Literatürde Biot'nun teorisine dayalı dinamik izotrop poroelastisite için dolaylı ve dolaysız olmak üzere birçok farklı SIEY formülasyonu önerilmiş ve bunlar için gerekli temel çözümler verilmiştir. Mevcut çalışmada Chen'in [10] Laplace dönüşüm uzayında elde ettiği temel çözümlerin FDU daki karşılıkları kullanılmıştır.

Bu çalışmada sismik girdiye maruz sonsuz poroviskoelastik ortam içine gömülü dairesel kesitli rijit silindirik cismin üzerindeki dalga saçılması, SIEY ile incelenmiştir. Sismik girdinin (SG nin), üniform sonsuz poroviskoelastik ortamda (referans sisteminde (RS de)) tanımlandığı, ayrıca dalga yapısının (dalga *pattern*'ının) ve dalgaların RS nin belirli bir noktasında (kontrol noktasında) meydana getirdiği hareketin bilindiği kabul edilmiştir. Çalışmanın amacı yukarıda tariflenen belirli bir SG ye maruz dairesel kesitli rijit silindirik cismin hareketinin SIEY ile bulunmasıdır. Problem, dinamik bir etkileşim problemidir. Etkileşim analizinde altyapı (*substructure*) yöntemi kullanılmıştır.

## 2. İzotrop poroelastisite teorisi alan denklemleri

Biot nun dinamik poroelastisite teorisini tanımlayan temel denklemler, FDU ve  $(x_i)$  Kartezyen koordinatlarında aşağıda (*indicial* formda) verilmiştir. Temel denklemlerin zaman uzayından FDU ya dönüştürülmesinde başlangıç koşulları sıfır kabul edilmiştir. İzotrop poroelastik malzeme için bünye denklemleri :

$$\tilde{\tau}_{ij} = \lambda \tilde{u}_{k,k} \delta_{ij} + \mu (\tilde{u}_{i,j} + \tilde{u}_{j,i}) - \alpha \tilde{p} \delta_{ij} \quad (1)$$

$$\tilde{\theta} = \alpha \tilde{u}_{k,k} + \frac{1}{M} \tilde{p} \quad (2)$$

akışkan kütlelerinin korunumundan elde edilen süreklilik denklemi :

$$i\omega (\tilde{\theta} + \tilde{w}_{k,k}) = \tilde{\gamma} \quad (3)$$

doğrusal momentumun korunumu ilkesinin katı-akışkan karışımına uygulanmasından gerilmeler için elde edilen hareket denklemi :

$$\tilde{\tau}_{ik,k} + \tilde{f}_i = -\omega^2 (\rho \tilde{u}_i + \rho_f \tilde{w}_i) \quad (4)$$

doğrusal momentumun korunumu ilkesinin malzemenin sadece akışkan kısmına uygulanmasından türetilen genelleştirilmiş Darcy kanunu :

$$-\tilde{p}_{,i} = i\omega b \tilde{w}_i - \omega^2 (\rho_f \tilde{u}_i + m \tilde{w}_i) \quad (5)$$

Yukarıdaki denklemlerde, alan değişkenlerinin Fourier dönüşümü ‘ $\sim$ ’ simgesi ile temsil edilmiştir; tekrar eden bir indis, o indisin sınırları dahilinde toplama işlemini göstermektedir;  $x_i$  Kartezyen koordinatına göre kısmi türev ise alt indiste virgül ile belirtilmiştir ( $\partial f / \partial x_i = f_{,i}$ ). Denklemlerde  $i$  imajiner sayıyı,  $\omega$  açısal frekansı,  $\mu$  ve  $\lambda$  sırasıyla kayma ve geçirgen (*drained*) Lamé modüllerini,  $\alpha$  Biot'nun hacimsel genişleme katsayısını,  $M$  Biot modülünü ifade etmektedir. Katı iskeletin viskoelastik olarak modellenmesi, karşılık prensibi (*correspondence principle*) kullanılarak gerçekleştirilebilir. Karşılık prensibine göre viskoelastik davranış, FDU daki poroelastik alan denklemlerinde görünen elastik sabitlerin, seçilen malzeme modeline göre, kompleks karşılıklarıyla değiştirilmesiyle elde edilebilir. Yukarıdaki denklemlerde  $u_i$  katı iskeletin deplasmanlarını,  $p$  gözeneklerdeki (*pore* 'lardaki) akışkanın artık basıncını (*excess pore pressure*),  $\tau_{ij}$  toplam gerilme bileşenlerini,  $\theta$  akışkan miktarının artımını (*increment of fluid content*),  $f_i$  kütleli kuvvet bileşenlerini,  $\gamma$  poroz malzemeye enjekte edilen akışkan hızını (*rate of fluid injection*),  $\rho_s$  ve  $\rho_f$  sırasıyla katı iskeletin ve gözenekleri dolduran akışkanın yoğunluklarını,  $\rho = (1-n)\rho_s + n\rho_f$  katı-akışkan karışımının yoğunluğunu ifade etmektedir. Ayrıca  $b = 1/\kappa$ ;  $\kappa$ : kinetik geçirgenlik katsayısını temsil etmekte olup  $\kappa = k/\eta$  şeklinde tanımlanmıştır. Burada  $k$  ve  $\eta$  sırasıyla gerçek geçirgenlik ve akışkanın dinamik viskozitesidir. Denklem (5) de görülen  $m$  parametresi eğer katı iskelet ve gözeneklerdeki akışkan arasındaki atalet etkileşim kuvveti ihmal edilirse  $m = \rho_f/n$ , dahil edilirse  $m = \rho_a/n^2 + \rho_f/n$  olarak alınır. Burada  $\rho_a$  parametresi, atalet etkileşim kuvveti ile ilgili kütleli yoğunluk (*apparent mass density*) olarak tariflenmektedir. Denklem (4) ve (5) de  $w_i$ , *pore*'lar içindeki akışkanın katı faza göre olan ortalama deplasmanını göstermektedir.

Poroelastisite için indirgenmiş idare eden denklemler, (1-5) denkliklerinden

$$\mu \tilde{u}_{i,kk} + (\lambda + \mu) \tilde{u}_{k,ki} - \alpha_1 \tilde{p}_{,i} + \omega^2 \rho_1 \tilde{u}_i + \tilde{f}_i = 0 \quad (6)$$

$$\xi \tilde{p}_{,kk} - \frac{i\omega}{M} \tilde{p} - i\omega \alpha_1 \tilde{u}_{k,k} + \tilde{\gamma} = 0 \quad (7)$$

şeklinde elde edilebilir. Burada,  $\xi = 1/(b + m i \omega)$ ,  $\alpha_1 = \alpha - i\omega \xi \rho_f$  ve  $\rho_1 = \rho - i\omega \xi \rho_f^2$  ile tanımlanmıştır.

Poroelastik ortamı tanımlayan denklemler, (1-5) veya (6,7) gişimli kısmi diferansiyel denklemlerdir. Bu denklemlerin çözümü için başlangıç ve sınır koşullarının belirtilmesi gerekmektedir. Çalışmada başlangıç koşulları sıfır olarak kabul edilmiştir. Sınır koşulları için sınırın ( $\Gamma$ ) her bir noktasında  $(t_1, u_1)$ ,  $(t_2, u_2)$ ,  $(t_3, u_3)$  ve  $(q_n, p)$  çiftlerden birinin veya birleşiminin belirtilmesi gerekir. Burada  $t_i$  gerilme vektörü bileşenleri olup toplam gerilmeler  $\tau_{ij}$  ye  $t_i = n_j \tau_{ji}$  ilişkisi ile bağlıdır.  $q_n$  ise akışkan akısı vektörü  $q_i$  nin sınırdaki normal bileşenini ifade etmektedir ve *pore*'lar içindeki akışkanın katı faza göre olan ortalama deplasmanı  $w_i$  ye  $q_i = \partial w_i / \partial t$  bağıntısı ile bağlıdır.  $n_j$  sınırın dış birim normal vektörünün bileşenleridir.

### 3. Sonsuz isotrop poroelastik ortamda $P$ dalgalarının yayılımı

Bu bölümde sonsuz isotrop poroelastik ortamda  $x_1$ - yönünde ilerleyen harmonik düzlemsel  $P$  dalgaları kısaca incelenecektir. Deplasman vektörü dalga yayılımına paralel

olarak alınır ( $u_1 \neq 0$ , diğer  $u_i = 0$ ) ve *pore* basıncı sıfırdan farklı kabul edilirse ( $p \neq 0$ ) FDU da  $u_1$  ve  $p$  için

$$\tilde{u}_1 = \tilde{u}_0 e^{-ikx_1} \quad ; \quad \tilde{p} = \tilde{p}_0 e^{-ikx_1} \quad (8)$$

ifadeleri yazılabilir. Burada  $\tilde{u}_0$  ve  $\tilde{p}_0$  sırasıyla,  $u_1$  ve  $p$  nin  $x_1 = 0$  daki Fourier dönüşümleri,  $k$  ise dalga sayısıdır. Denklem (8) in (6,7) idare eden denklemlerinin içine yerleştirilmesi sonucu

$$\begin{bmatrix} -(2\mu + \lambda) + \rho_1 c^2 & -\alpha_1 (c/i\omega) \\ -\alpha_1 c & -\xi + c^2/(Mi\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}_0 \\ \tilde{p}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

sistemi elde edilir. Bu sistemin sıfırdan farklı çözümü için katsayı matrisi determinantının sıfır olması gerekmektedir:

$$Az^2 - Bz + C = 0 \quad (10)$$

Burada  $z = c^2$ ,  $A = \rho_1$ ,  $B = (2\mu + \lambda) + \rho_1 \xi i\omega M + \alpha_1^2 M$  ve  $C = i\omega M \xi (2\mu + \lambda)$  şeklinde verilmiştir. Denklem (10) un çözümü sonucu bulunan kökler  $z_1$  ve  $z_2$  ile ifade edilirse, sonsuz poroelastik ortamda iki olası dilatasyonel dalganın  $c_1 = \sqrt{z_1}$  ve  $c_2 = \sqrt{z_2}$  hızlarıyla ilerlediği görülebilir. Elde edilen dalga hızlarının  $|c_1| > |c_2|$  olacak şekilde sıralandığı kabul edilirse,  $c_1$  ve  $c_2$  hızlarıyla ilerleyen dalgalara literatürde sırasıyla hızlı ve yavaş dalgalar denir. Bu iki dalga hızı frekansa bağlı olduğundan poroelastik ortamdaki dilatasyonel dalgalar dispersiftir. Diğer taraftan denklem (9) bize deplasmanların ve *pore* basıncının birbirleriyle girişimli ve

$$\tilde{p}_0 = r_p \tilde{u}_0 \quad ; \quad r_p = -i\omega((2\mu + \lambda) - \rho_1 z)/(\alpha_1 \sqrt{z}) \quad (11)$$

ilişkisi ile bağımlı olduğunu gösterir.

#### 4. Poroelastisite için sınır eleman yöntemi

SI EY'nin uygulanması için gerekli sınır integral denklemleri, karşılıklı denklemi (*reciprocity equation*) yardımı ile elde edilmiştir. Sınır integral denklemi içinde görünen temel çözümler, çözümü yapılacak problemle aynı fiziksel özelliklere sahip sonsuz ortamda idare eden denklemlerle tanımlanan iki farklı problemin FDU da çözülmesiyle bulunmuştur. Birinci problemde denklem (7) de malzemeye enjekte edilen akışkan hızı  $\tilde{\gamma} = 0$  alınırken, denklem (6) da kütleel kuvvet bileşenlerine ( $\tilde{f}_i$ ) sonsuz ortamın herhangi bir noktasından (*kaynak noktası*) Dirac delta fonksiyonu kullanılarak her yönde ayrı ayrı birim noktasal kuvvet verilmiş ve üç temel çözüm elde edilmiştir. İkinci problemde ise denklem (6) da  $\tilde{f}_i = 0$  alınırken denklem (7) de malzemeye enjekte edilen akışkan hızına ( $\tilde{\gamma}$ ) kaynak noktasından yine Dirac delta fonksiyonu kullanılarak birim şiddette akışkan hızı verilmiş ve temel çözüm bulunmuştur. Temel çözümlerin karşılıklı denkleminde yerlerine koyulmasından sonra, Gauss integral teoremi kullanılarak bulunan sınır integral denklemleri

$$\mathbf{c}(A) \hat{\mathbf{u}}(A) = \int_{\Gamma} \tilde{\mathbf{G}}(A, P) \hat{\mathbf{t}}(P) d\Gamma - \int_{\Gamma} \tilde{\mathbf{H}}(A, P) \hat{\mathbf{u}}(P) d\Gamma \quad (12)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $\tilde{\mathbf{G}}$  ve  $\tilde{\mathbf{H}}$  temel çözümleri içeren matrislerdir.  $A$  noktası sabit noktayı,  $P$  noktası ise integrasyon noktasını temsil etmektedir.  $\mathbf{c} = (c_{ij})$  serbest terim matrisi

olarak tanımlanır. Bu matrisin elemanları  $A$  noktası çözüm bölgesi içinde ise  $c_{ij} = \delta_{ij}$ , dışında ise 0 ve eğer köşe içermeyen düzgün bir sınır noktasında ise  $c_{ij} = (1/2)\delta_{ij}$  ile verilmektedir. Denklem (12) de

$$\hat{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{p}} \end{bmatrix} ; \quad \hat{\mathbf{t}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{t}} \\ \tilde{\mathbf{q}}_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

ile tanımlanmış olup burada  $\tilde{\mathbf{u}} = (\tilde{u}_i)$  ve  $\tilde{\mathbf{t}} = (\tilde{t}_i)$  sırasıyla katı iskelet deplasmanları ve gerilme vektörü bileşenlerini içermektedir.

Seçilen sınır eleman tipine göre  $\Gamma$  sınırı ayrıklaştırıldıktan sonra sınır elemanların düğüm noktalarında (12) sınır integral denkleminin yazılması sonucu

$$\mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{t} \quad (14)$$

cebirsel sistem denklem takımı elde edilir. Çalışmada sınırın ayrıklaştırılması için üzerindeki sınır büyüklüklerinin üniform olarak kabul edildiği sabit (*constant*) sınır elemanları kullanılmıştır. Bu eleman tipinin geometrisi iki boyutlu analizlerde düzgün doğru parçaları ve üç boyutlu analizlerde ise düzlem parçaları ile tanımlanmıştır. Sabit sınır elemanları tek bir düğüm noktasına sahiptir ve bu nokta genelliği bozmadan elemanın ağırlık merkezinde alınır.

## 5. Ele alınan etkileşim problemi

Çalışmada gözönüne alınan sonsuz poroelastik/poroviskoelastik ortam içine gömülü dairesel kesitli rijit silindirik cisim Şekil 1a da gösterilmiştir. Dairesel kesitin yarıçapı  $a$  ve rijit cismin sonsuz ortamla arayüzeyi  $B$  ile belirtilmiştir. Problem, bir düzlemsel birim uzama problemi olup  $x_1 - x_2$  Kartezyen koordinat takımına kıyaslanmıştır. SG nin RS de (rijit cismi içermeyen sonsuz ortamda) yatay yönde ( $x_1$  yönünde) ilerleyen düzlemsel  $P$  dalgaları tarafından meydana getirildiği, ve bu dalgaların RS nin  $A$  kontrol noktasında (bak, Şekil 1a) meydana getirdiği yatay yöndeki normal gerilme bileşeni  $\tau_c$  nin zamana göre değişiminin verildiği kabul edilmiştir.

Problemnin amacı yukarıda tarif edilen SG etkisindeki rijit cismin yatay yöndeki deplasmanı  $U_1$  in zamana göre değişiminin bulunmasıdır. Rijit cismin hareketi, cisim ile sonsuz ortam arasındaki arayüzeyin geçirgen (*drained*) ve sızdırmaz (*undrained*) olması durumları için ayrı ayrı incelenmiştir. Ayrıca, ortamın poroelastik ve poroviskoelastik olma durumları da gözönüne alınmıştır.

Altyapı yöntemi ile analize başlamadan önce RS de tanımlı SG sonucu oluşan alan değişkenlerinin bulunması, diğer bir deyişle, serbest alan (*free field*) probleminin çözümü gerekir. Serbest alan probleminin Bölüm 3 ışığı altında çözümü

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1^r &= \tilde{u}_c e^{-i\omega(x_1+a)/c} ; & \tilde{u}_2^r &= 0 ; & \tilde{p}^r &= \tilde{p}_c e^{-i\omega(x_1+a)/c} ; & \tilde{p}_c &= r_p \tilde{u}_c \\ \tilde{w}_1^r &= \tilde{w}_c e^{-i\omega(x_1+a)/c} ; & \tilde{w}_c &= r_w \tilde{u}_c ; & r_w &= \xi(r/c - i\omega\rho_f) ; & \tilde{w}_2^r &= 0 \\ \tilde{q}_1^r &= i\omega\tilde{w}_1^r ; & \tilde{q}_2^r &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

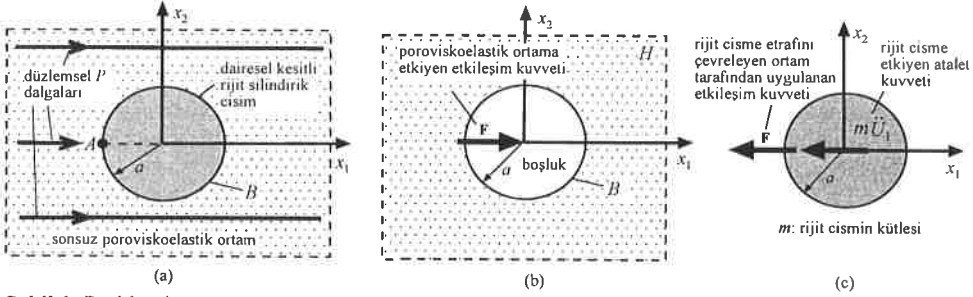
şeklinde verilir. Burada üstsimge  $r$  değişkenin serbest alan problemine ait olduğunu belirtmektedir.  $\tilde{u}_c$  ve  $\tilde{p}_c$  sırasıyla  $x_1$  yönündeki deplasman ve *pore* basıncının kontrol noktası  $A$  daki Fourier dönüşümleridir.  $\tilde{w}_c$  ise  $x_1$  yönündeki akışkanın katı faza göre olan ortalama deplasmanının kontrol noktası  $A$  daki Fourier dönüşümüdür. Dilatasyonel dalga hızı  $c$ , denklem (10) un çözümünden bulunmuştur. Analizde hızlı tipte  $P$  dalgaları gözönüne

alınmıştır ( $c = c_1 = \sqrt{z_1}$  eğer  $|c_1| > |c_2|$  ise). Denklem (11), (15) ve (1) yardımıyla kontrol noktasındaki yatay yönde gerilme bileşeni  $\tilde{\tau}_c$  ile  $\tilde{u}_c$  arasında

$$\tilde{u}_c = \tilde{\tau}_c / r_r \quad ; \quad r_r = -(2\mu + \lambda)i\omega / c - \alpha r_p \quad (16)$$

ilişkisi bulunabilir.

Altyapı yöntemi kullanımı gereği rijit cisim etrafını çevreleyen ortamdan izole edilmesi gerekmektedir (bak, Şekil 1b ve Şekil 1c). Şekil 1b de gösterilen delik içeren sonsuz ortam  $H$  olarak tanımlanmıştır.



Şekil 1: Problemin tanımı

(a) Sonsuz poroelastik/poroviskoelastik ortam içine gömülü rijit cisim problemi  
(b,c) Rijit cisim ve etrafını çevreleyen ortam arasındaki etkileşim kuvvetleri

Rijit cisim için FDU da impedans bağıntısı, (iki boyutlu hal için)

$$\begin{bmatrix} \tilde{F}_1 \\ \tilde{F}_2 \\ \tilde{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1^R & 0 & 0 \\ 0 & S_2^R & 0 \\ 0 & 0 & S_3^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{U}_1 \\ \tilde{U}_2 \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_1^R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{u}_c \quad \text{veya} \quad \mathbf{F} = \mathbf{S}^R \mathbf{U} - \mathbf{A}^R \tilde{u}_c \quad (17)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\tilde{F}_i$  ve  $\tilde{M}$  sırasıyla etkileşim kuvvetleri ve moment bileşkelerini,  $\tilde{U}_i$  ve  $\tilde{\theta}$  sırasıyla rijit cismin ötelenmeleri ve dönmesini,  $S_1^R$  ve  $S_2^R (= S_1^R)$  yatay ve düşey impedanslar,  $S_3^R$  rocking impedans,  $A_1^R$  yatay yöndeki girdi hareket fonksiyonudur. İmpedans matrisi  $\mathbf{S}^R$  içindeki sıfır değerleri cismin geometrisindeki simetriden, girdi hareket matrisi  $\mathbf{A}^R$  içindeki sıfır değerleri ise SG nin formundan kaynaklanmaktadır. Denklem (17) den etkileşim analizine sadece  $\tilde{F}_1$  in gireceği görülebilir ve  $\tilde{F}_1$  için

$$\tilde{F}_1 = S_1^R \tilde{U}_1 - A_1^R \tilde{u}_c \quad (18)$$

ifadesi yazılabilir. Rijit cismin hareketi, denklem (18) içindeki  $S_1^R$  ve  $A_1^R$  değerleri SIEY ile bulunduktan sonra (bir sonraki paragrafta tartışılacaktır), rijit cismin serbest cisim diagramı (bak. Şekil 1c) gözönüne alarak bulunabilir. Serbest cisim diagramından rijit cisme etkileyen etkileşim kuvvetinin  $F_1$  ve atalet kuvvetinin ise  $m\dot{U}_1$  olduğu görülebilir ( $m$ : rijit cismin kütlesi). D'Alembert prensipi ışığı altında yatay yönde denge denklemi yazılırsa, FDU da

$$\tilde{U}_1 = \frac{A_1^R}{S_1^R - \omega^2 m} \tilde{u}_c \quad (19)$$

ifadesi elde edilir. Burada  $\tilde{u}_c$  ile  $A$  noktasındaki yatay gerilme  $\tilde{\tau}_c$  birbirlerine denklem (16) ile bağlantılıdır. Rijit cismin zaman uzayındaki deplasmanı denklem (19) un ters Fourier dönüşümü alınarak bulunur. Bu işlem için FFT algoritması [11,12] kullanılmıştır.

İmpedans ( $S^R$ ) ve girdi hareket ( $A^R$ ) matrisleri, SIEY kullanılarak birim deplasman yöntemi (BDY) ile bulunabilir. Gözönüne alınan problemde etkileşim analizi için sadece  $S_1^R$  ve  $A_1^R$  gerekeceğinden (denklem 18), BDY ile sadece bu fonksiyonların bulunması tartışılacaktır. SIEY in uygulanması için  $H$  ortamında tanımlı arayüzey  $B$  sabit sınır elemanları ile ayrıklaştırılmıştır. Kullanılan sınır eleman ağı Şekil 2 de gösterilmiştir. Şekil 2 de, sınır elemanların düğüm noktaları  $b_i$  ile belirtilmiştir (alt indis  $i$ ,  $i$  inci düğüm noktasını belirtmektedir).

$S_1^R$  nin bulunması için etkileşim sisteminde SG nin olmadığı durum gözönüne alınarak, rijit cisme yatay yönde birim deplasman uygulanır. Diğer bir deyişle denklem (17) ile tanımlanan impedans bağıntısında  $\tilde{u}_c = 0$  alınırken  $\tilde{U}_1 = 1, \tilde{U}_2 = 0, \tilde{\theta} = 0$  verilir. Bu durumda  $H$  ortamında tanımlı arayüzey  $B$  üzerindeki her bir düğüm noktasına uygulanacak sınır koşulları: arayüzey  $B$  nin a) geçirgen olması durumunda  $\tilde{u}_1^{b_i} = 1, \tilde{u}_2^{b_i} = 0$  ve  $\tilde{p}^{b_i} = 0$ , b) sızdırmaz olması durumunda  $\tilde{u}_1^{b_i} = 1, \tilde{u}_2^{b_i} = 0$  ve  $\tilde{q}_n^{b_i} = 0$  şeklindedir. SIEY ile  $H$  ortamı ve belirtilen sınır koşulları gözönüne alınarak elde edilen bileşke kuvvetler ( $\mathbf{F}$ ) bize impedans matrisinin ilk kolonu ( $S^R$ )<sub>1</sub> verir,.

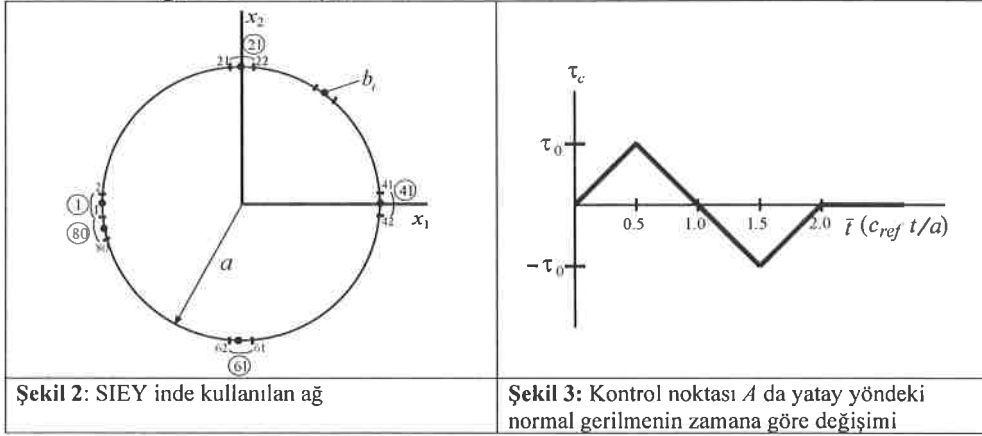
$A_1^R$  nin bulunması için etkileşim sisteminde rijit cisim hareketsiz konumda tutulurken, yatay yönde birim şiddette SG uygulanır. Diğer bir deyişle, denklem (17) de  $\mathbf{U} = \mathbf{0}$  alınırken  $\tilde{u}_c = 1$  verilir. Bu şartların sağlanmasına yönelik olarak önce  $\tilde{u}_c = 1$  için serbest-alan problemi çözülmür ve RS inde arayüzey  $B$  deki düğüm noktalarının konumlarında serbest-alan değişkenleri  $\tilde{\mathbf{u}}^{b_i}, \tilde{\mathbf{p}}^{b_i}, \tilde{\mathbf{t}}^{b_i}, \tilde{\mathbf{q}}_n^{b_i}$  bulunur. Buradan  $\tilde{\mathbf{t}}^{b_i}$  ye tekabül eden bileşke kuvvet  $\mathbf{F}^r$  elde edilir. Daha sonra SIEY ile,  $H$  ortamında tanımlı arayüzey  $B$  deki herbir düğüm noktasına arayüzey  $B$  nin a) geçirgen olması durumunda  $-\tilde{\mathbf{u}}^{b_i}, -\tilde{\mathbf{p}}^{b_i}$  b) sızdırmaz olması durumunda  $-\tilde{\mathbf{u}}^{b_i}, -\tilde{\mathbf{q}}_n^{b_i}$  sınır koşulları uygulanarak  $\mathbf{F}^s$ , yani bu durum için arayüzey  $B$  ye etkiyen bileşke saçılma kuvveti bulunur. Bu işlemlerden sonra girdi hareket fonksiyonları  $\mathbf{A}^R = -(\mathbf{F}^r + \mathbf{F}^s)$  ile bulunur.

## 6. Sayısal sonuçlar

Sayısal sonuçlar için Berea kumtaşının malzeme özellikleri (Tablo 1) kullanılmış ve  $\tau_c$  nin (kontrol noktası  $A$  daki yatay yöndeki gerilme) zamana göre değişimi Şekil 3 de gösterildiği gibi alınmıştır. Ayrıca arayüzey  $B$  nin sızdırmaz (*undrained*) olduğu kabul edilmiştir. Katı iskeletin viskoelastik malzeme davranışı Kelvin modeli ile simüle edilmiş ve karşılık prensibi gereği FDU daki poroelastik alan denklemlerinde görünen elastik sabitler

$$\mu \rightarrow \tilde{\mu} = \mu(1 + i\omega\tau_\mu) \quad ; \quad \lambda \rightarrow \tilde{\lambda} = \lambda(1 + i\omega\tau_\lambda) \quad ; \quad M \rightarrow \tilde{M} = M(1 + i\omega\tau_M) \quad (20)$$

şeklinde verilmiş kompleks karşılıklarıyla değiştirilmiştir. Burada  $\lambda = 2\nu\mu/(1-2\nu)$  olup,  $\nu$  geçirgen Poisson oranını;  $\tau_\mu$  ve  $\tau_M$  ise sırasıyla  $\mu$  ve  $M$  ile ilgili gevşeme (*relaxation*) fonksiyonlarındaki gecikme (*retardation*) zamanlarıdır. Ayrıca viskoelastik şekil değiştirmeler sırasında geçirgen Poisson oranı  $\nu$  ve Biot'nun hacimsel genişleme katsayısı  $\alpha$  nın sabit kaldığı kabul edilmiştir.



Şekil 2: SIEY inde kullanılan ağ

Şekil 3: Kontrol noktası A da yatay yöndeki normal gerilmenin zamana göre değişimi

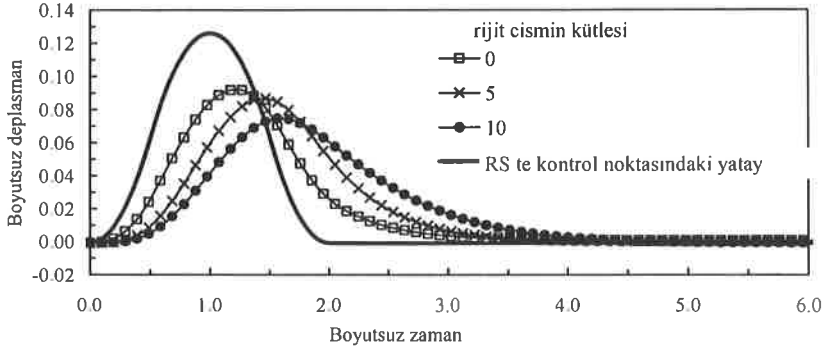
Tablo 1: Berea kumtaşının poroelastik malzeme özellikleri

$\lambda^+$	$\mu^+$	$\alpha$	$M^+$	$n$	$\kappa^{++}$	$\rho_s^*$	$\rho_f^*$	$\rho_a^*$
4	6	0.788261	12.3071	0.19	1.9	2.8	1	0.150
$+\times 10^9$	$N/m^2$	$++\times 10^{-10}$	$m^4/Ns$	$\bullet\times 10^3$	$kg/m^3$			

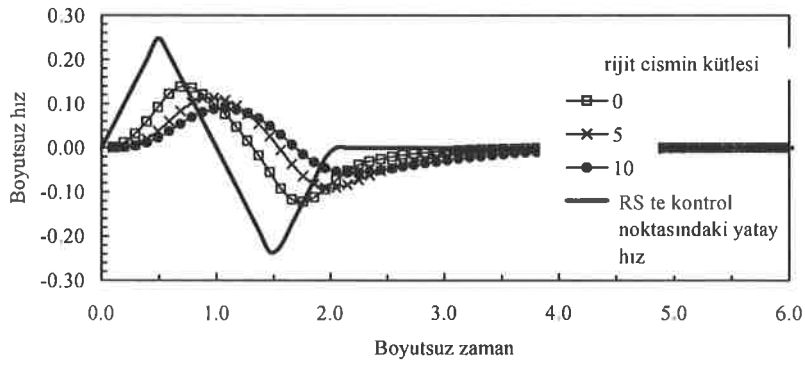
Sonuçlar boyutsuz büyüklükler cinsinden verilmiştir. Aşağıdaki şekillerde, boyutsuz zaman  $\bar{t} = t c_{ref} / a$ , boyutsuz uzunluk  $\bar{x}_i = x_i / a$ , boyutsuz yatay deplasman  $\bar{U}_1 = \mu U_1 / a \tau_0$ , boyutsuz yatay hız  $\bar{V}_1 = \mu V_1 / c_{ref} \tau_0$  ile tanımlanmıştır. . Burada  $c_{ref} = \sqrt{(2\mu + \lambda + \alpha^2 M) / \rho}$  sonsuz poroelastik ortamdaki dilatasyonel dalga hızının  $\omega = 0$  daki değeridir. Viskoelastik çözümde boyutsuz gecikme zamanları  $\bar{\tau}_\mu = c_{ref} \tau_\mu / a = 0.2$  ve  $\bar{\tau}_M = c_{ref} \tau_M / a = 0.2$  alınmıştır.

Sonsuz ortamın poroelastik olması durumunda farklı boyutsuz kütle değerleri  $\bar{m} = 0,5,10$  için yatay deplasman ve yatay hızın zamana göre değişimi Şekil 4 ve 5 te gösterilmiştir. Boyutsuz kütle  $\bar{m} = c_{ref}^2 m / a^3 \mu$  şeklinde tanımlanmıştır. Şekillerde ayrıca RS te kontrol noktasındaki deplasman ve hızın zamana göre değişimleri karşılaştırma amacıyla verilmiştir. Diğer taraftan Şekil 6 ve 7 de poroelastik ve poroviskoelastik çözümler  $\bar{m} = 5$  için karşılaştırılmıştır.

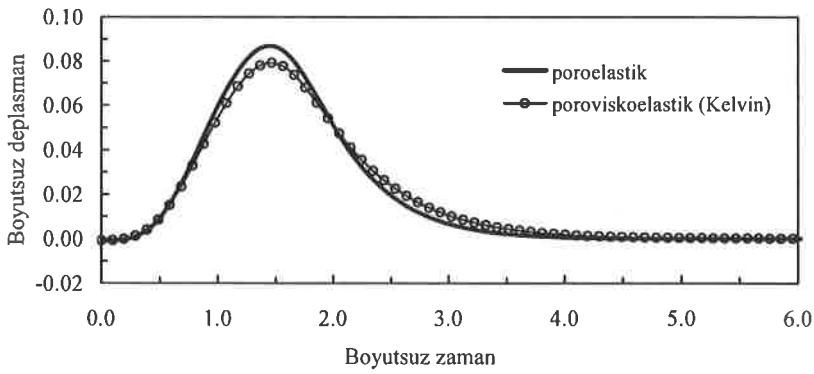




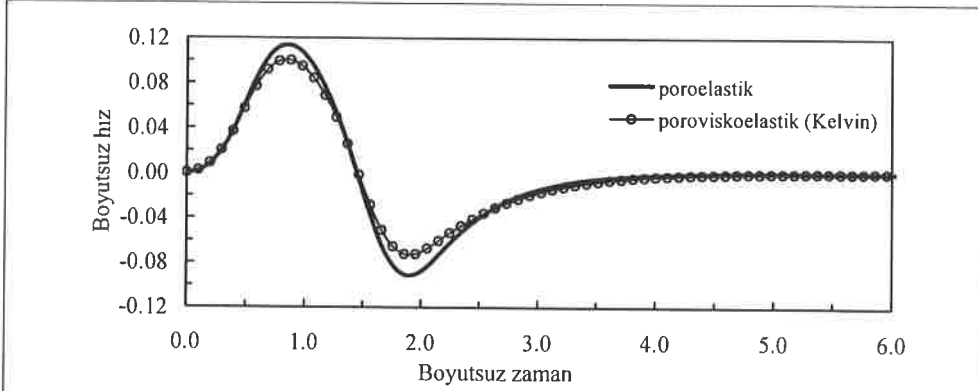
Şekil 4: Poroelastik ortamda rijit cismin yatay yöndeki deplasmanının zamana göre değişimi



Şekil 5: Poroelastik ortamda rijit cismin yatay hızının zamana göre değişimi



Şekil 6:  $\bar{m} = 5$  için rijit cismin poroelastik ve poroviskoelastik ortamlardaki yatay deplasmanının zamana göre değişimi



Şekil 7:  $\bar{m} = 5$  için rijit cismin poroelastik ve poroviskoelastik ortamlardaki yatay hızının zamana göre değişimi

### Kaynaklar

[1] Biot M.A., "General Theory of Three Dimensional Consolidation" Journal of Applied Physics, 12, 155-164, 1941.

[2] Biot M.A., "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid Saturated Porous Solid, I. Low Frequency Range" The Journal of Acoustical Society of America, 28, 168-178, 1956.

[3] Biot M.A., "Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid Saturated Porous Solid, II. Higher Frequency Range" The Journal of Acoustical Society of America, 28, 179-191, 1956.

[4] Biot M.A. and Willis D.G., "The Elastic Coefficients of the Theory of Consolidation" Journal of Applied Mechanics, 24, 594-601, 1957.

[5] Biot M.A., "Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media" Journal of Applied Physics, 33, 1482-1498, 1962.

[6] Plona T.J., "Observation of a Second Compressional in Porous Medium at Ultrasonic Frequencies", Applied Physics Letters, 36 (4), 259-261, 1980.

[7] Brebbia C.A., Telles J.C.F. and Wrobel L.C., "Boundary Element Techniques" Springer-Verlag, Berlin-1984.

[8] Banerjee P.K., "The Boundary Element Method in Engineering Science" McGraw-Hill, London, 1994.

[9] Mengi Y., Tanrıku A.H. and Tanrıku A.K., "Boundary Element Method For Elastic Media. An Introduction" Metu Press-1994.

[10] Chen J., "Time Domain Fundamental Solution to Biot's Complete Equations of Dynamic Poroelasticity. Part I: Two-Dimensional Solution" International Journal of Solids and Structures, 31 (10), 1447-1490, 1994.

[11] Bergland G.D., "A Guided Tour of the Fast Fourier Transform" IEEE, Spectrum, 6, 41-52, 1969.

[12] Cooley W.J., Lewis P.A. and Welch P.D., "The Fast Fourier Transform and its Applications" IEEE Transactions on Education, 12, 27-34, 1969.