XVIII. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ
26 - 30 Ağustos 2013, Celal Bayar Üniversitesi, Manisa

HASAR-PLASTİSİTE ÇİFTİ MODELİ İLEÇEVRİMSEL ELASTİK OLMAYAN DAVRANIŞLARIN İNCELENMESİ

Bahar Ayhan Tezer ve Hasan Engin
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

Adnan Ibrahimbegovic
Ecole Normale Supérieure de Cachan, Fransa

ÖZET

Bu çalışmada, iki temel inelastik davranış plastisite ve hasar mekanizmalarının çift olarak çalıştığı bir fenomenolojik bünye modeli pekleşme davranışları dikkate alarak iki boyutlu yapı elemanı için oluşturulmuştur. Çeşitli tekrarlı yüklemeler altında bu yapı elemanın çevrimsel davranışları incelenmiş, gerilme şekil değiştirme diyagramları ile gösterilmiştir. Sayısal çözüm yöntemi olarak hibrid sonlu eleman modeli kullarak literatürde yer alan araştırmalarla doğrulanmıştır.

GİRİŞ

Birçok endüstri ve bilimsel alanda, özellikle inşaat mühendisliği ve makine mühendisliği alanlarında, malzemeler mekanik davranışı itibariyle mikro ölçekte son derece heterojen bır yapıya sahiptirler. Bu özellik nedeniyle, sürdürülebilir tasarım için gerekli olan çeşitli yükleme türleri altında yapının davranışı hakkında tahmin yapmanın yeterince zor, hatta imkânsız olduğu söylenebilir. İnşaat mühendisliği yapılarının davranış kontrolü de maruz kaldığı yükleme çeşitliliği nedeniyle çok karmaşıktır. Yapıların analizi tüm dünyada standartlar ile düzenlenmiştir. Standartlar limit durumlar için deprem, darbe veya kimyasal reaksiyonlar gibi fiziksel etkileri dikkate alan farklı yüklemeleri hesaplara katar.

Malzeme ve yapıların davranış modelleri bu tasarım kriterlerinin geliştirilmesini içermelidir ve bu şekilde daha karmaşık, doğrusal olmayan hale gelir. Bununla birlikte, davranış modelleri genellikle çok ölçekli yaklaşımlara dayalıdır ve fiziksel olaylar dikkate alınır. Davranış yasaları ne kadar hassas ve karmaşık ise, yapıların davranışının sayısal simülasyonun kullanımı sınırlı kalır. Bu modeller genellikle fenomonolojik yaklaşımlara dayanmakta olup, nihai bir seviyeye kadar malzemenin yüklemelere tepki üretme yeteneğine sahiptir.

Tekrarlı yükleme altında malzemelerin gerilme-şekil değiştirme tepkilerini karakterize etmek ve modellemek için önceki yıllarda yapılan birçok araştırmanın yapılmıştır. Bu tepkiler çevrimsel pekleşme, şekil değiştirmelerin kümelenmesi (ratcheting) ve ortalama gerilme gevşemesi (mean stress relaxation) gibi farklı türde çevrimsel plastisite özellikleri ile tanımlanır.

Mevcut bünye modellerini kullanarak, bu bahsedilen tepkiler makul bir şekilde simüle edilebilir. Ancak, yapısal tepkiler, yerel ve toplam deformasyon için bazı hesaplamalarda başarısızlık olabilir. Bu çalışmaların yetersizliği deneyler ve elastik olmayan farklı davranış mekanizmalarının birlikte çalışma ilkelerine ilişkin bilgiler yardımıyla güçlü bünye modelleri geliştirerek çözülebilir.

Bu çalışmada, iki temel inelastik davranış plastisite ve hasar mekanizmalarını çift olarak çalıştığı bir fenomenolojik bünye modeli sunuyoruz. Bu model tekrarlı yükleme uygulamalarını hedeflemektedir. Böylece, plastisite veya hasar davranışı için, hem izotropik hem doğrusal kinematik pekleşme etkileri dikkate alınır. Modelin en büyük avantajı, elastik olmayan mekanizmaları tarif etmek için plastikleşme davranışına karşı hasar ölçütlerinin bağımsız olarak kullanılmasıdır. Diğer bir avantajı, her eleman için hibrid-gerilme varyasyonel hesaplamalar çerçevesinde elde edilen, gerilmelerin ve iç değişkenlerin doğru ve etkili hesaplanması ile sonuçlanan, bu modelin sayısal uygulaması ile ilgilidir.

Çevrimsel diyagramlar, geleneksel yöntem olan izotropik pekleşme parametreleri kullanılmasına ek olarak, kinematik pekleşme parametreleri ile plastik davranışa eklenen hasar izotropik pekleşmesi de dahil edilerek oluşturulur. Model, tek eksenli yüklemeler altında çeşitli çevrimsel diyagramlar elde edilmesiyle değerlendirilir. Genel olarak, bu çalışma çevrimsel davranışların bir dizi geniş simülasyonu için bünye modelinin metodik ve sistematik geliştirilmesini göstermektedir. Çeşitli örnekler tekrarlı yükleme için önerilen formülasyonun doğruluğu ve verimliliğini teyit etmek amacıyla sunulmaktadır.

YÖNTEM

Plasitisite ve hasar davranışlarını tanımlayan iç değişkenlerin zamana bağlı değişimlerini belirlemek sonuçlara ulaşmak için gereklidir. Bunun için de üç önemli kavramdan yararlanılır.

Birinci kavram olarak toplam şekil değiştirmenin elastik, plastik ve hasar kısımları ile yazılmasıdır.

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon^d \tag{1}$$

İkinci kavram toplam şekil değiştirme enerjisinin de belirtilen üç malzeme davranışı ile ilgili ayrı ayrı yazılmasıdır.

$$\psi(\varepsilon, \varepsilon^d, D, \xi^d, \varepsilon^p, \xi^p, \kappa^p) = \psi^e(\varepsilon^e) + \psi^d(\varepsilon^e, D) + \Xi^p(\xi^p) + \Xi^d(\xi^d) + \Lambda^p(\kappa^p) \tag{2}$$

Denklem (2) de izotrop pekleşme mekanizması için skaler büyüklük ξ^p, kinematik pekleşme mekanizması için 2x2 tensörel büyüklük κ p, hasar modülü D ve hasar davranışı için öngörülen izotrop pekleşme mekanizmasındaki skaler büyüklük εp' dir.

Üçüncü kavram olarak plastik ve hasar için literatürde yer alan malzeme davranışına göre belirlenmiş kriterleri seçmektir. Plastik ve hasar davranışının her biri için iki farklı kriter söz konusudur.

$$\phi^p(\sigma, q^p, \alpha) \le 0$$

$$\phi^d(\sigma, q^d) \le 0 \tag{3}$$

Bu kavramları termodinamiğin ikinci prensibi denkleminde (4) kullanıp plastik ve hasar davranışları için ayrı ayrı incelenerek gerilmenin zamana göre değişimi her bir durum için elde edilir [5].

$$0 \le \dot{D} = \sigma : \dot{\varepsilon} - \dot{\psi} \tag{4}$$

Bu iki elastik olmayan davranışın birlikte çalışmasını sağlayabilmek için her bir davranış için elde edilen malzeme modüllerinden yararlanılır. Eğer plastisite ve hasar durumları aktif ise en büyük disipasyon prensibi her iki duruma da uygulanarak gerilmenin zamana göre oranı olarak yazılan bünye denklemlerine ulaşılır. Bu bünye denklemlerinde iç değişkenlerin zamana bağlı değişimlerini gösteren gelişim denklemlerinden faydalanılır.

Plastik durum için;

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^{ep} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{d}) \tag{5}$$

$$\mathbf{C}^{ep} = \begin{cases} \mathbf{C}^{e}; \dot{\gamma}^{p} = 0 \\ \mathbf{C}^{e} - \dfrac{\mathbf{C}^{e} : \dfrac{\partial \phi^{p}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \dfrac{\partial \phi^{p}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{C}^{e}}{\dfrac{\partial \phi^{p}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{C}^{e} : \dfrac{\partial \phi^{p}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \dfrac{\partial \phi^{p}}{\partial q} \dfrac{\partial^{2} \Xi^{p}}{\partial \xi^{p2}} \dfrac{\partial \phi^{p}}{\partial q^{p}} - \dfrac{\partial \phi^{p}}{\partial \boldsymbol{\alpha}} : \dfrac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial \boldsymbol{\kappa}} : \dfrac{\partial \phi^{p}}{\partial \boldsymbol{\alpha}}}; \dot{\gamma}^{p} > 0 \end{cases} \tag{6}$$

Hasar durumu için,

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^{ed} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{d} \tag{7}$$

$$\mathbf{C}^{ed} = \begin{cases} \mathbf{D}^{-1}; \dot{\gamma}^{d} = 0 \\ \mathbf{D}^{-1} - \dfrac{\dfrac{\partial \phi^{d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{D}^{-1} \mathbf{D}^{-1} : \dfrac{\partial \phi^{d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}}}{\dfrac{\partial \phi^{d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{D}^{-1} : \dfrac{\partial \phi^{d}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \dfrac{\partial \phi^{d}}{\partial q^{d}} \dfrac{\partial^{2} \Xi^{d}}{\partial \xi^{d^{2}}} \dfrac{\partial \phi^{d}}{\partial q^{d}}}; \dot{\gamma}^{d} > 0 \end{cases} \tag{8}$$

(5) ve (7) denklemlerindeki gerilme denklemlerindeki gerilme büyüklüğünün tek olması gerektiği sebebiyle aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

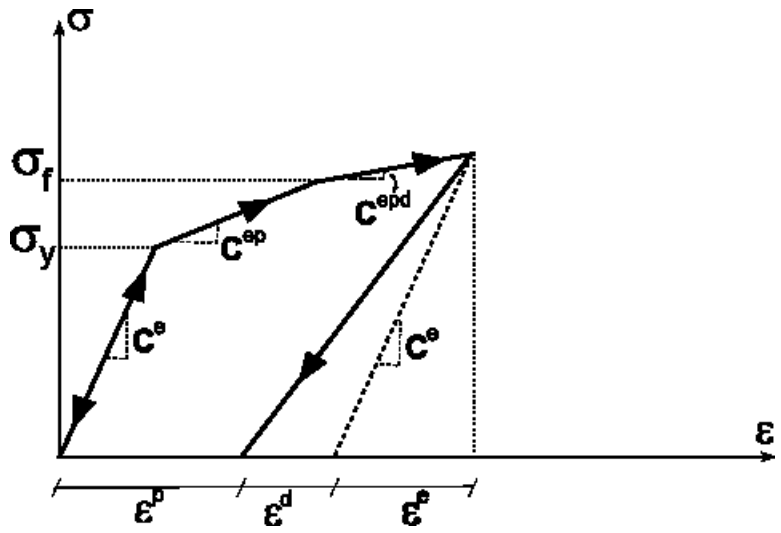
$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^{ep} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{d}) = \mathbf{C}^{ed} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{d} \rightarrow \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{d} = \left[\mathbf{C}^{ep} + \mathbf{C}^{ed} \right]^{-1} \mathbf{C}^{ep} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{9}$$

Elastoplastik-hasar modülünü elde etmek için C epd, (7) numaralı denklem içerisine (9)numaralı ifade yazılır.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^{ed} : \left\{ \left[\mathbf{C}^{ep} + \mathbf{C}^{ed} \right]^{-1} \mathbf{C}^{ep} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \right\} = \mathbf{C}^{epd} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{10}$$

$$\mathbf{C}^{epd} = \mathbf{C}^{ed} : \left[\mathbf{C}^{ep} + \mathbf{C}^{ed} \right]^{-1} \mathbf{C}^{ep} \tag{11}$$

Burda elsatoplastik-hasar çifti için elde edilen modülü ve şekil değiştirmeler şekilde gösterilmektedir.



Şekil.1. Şekil değiştirme-gerilme diyagramı.

Bu yukarda bahsedilen değerlere ulaşmak sanısal analiz yöntemlerinden karışık sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır[4]. Hellinger-Reissner potansiyeli (12) temel alınarak terimlerde elastik olmayan davranış için olan değişkenler dahil edilir.

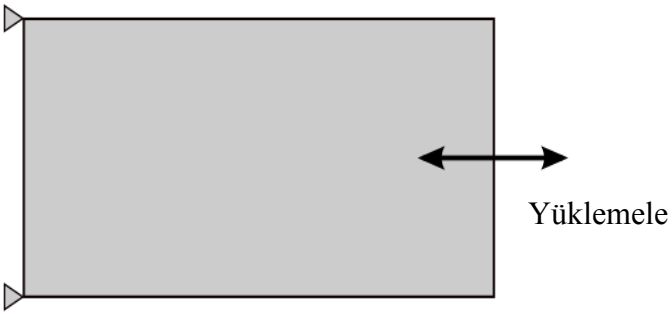
$$\Pi(\sigma,u)= \int_{\Omega} \Psi^{e}(\varepsilon^{e}) + \Omega^{d}(\varepsilon^{d}, D) d\Omega - \int_{\Gamma} \bar{t}\, u\, d\Gamma - \int_{\Omega} f_{v} u d\Omega \tag{12}$$

İnterpolasyon fonksiyonu deplasman ve gerilme üzerinde oluşturulmuştur. Gerilme için Pian-

Sumihara interpolasyon fonksiyonu kullanılmıştır. Analizleri yapmak için üç aşamadan oluşan "işlemlere ayırma metodu (operator split method)" [6] olarak isimlendirilen hesaplama modeli kullanmaktadır. Bu aşamalar yerel, eleman, global olarak nitelendirilir. Üç aşamanın her birinin sonunda sırasıyla plastisite ve hasar kriterleri kontrolü, gerilme kontrolü ve denge denklemi kontrolü yapılır. Finite Element Analysis Program (FEAP) isimli program içine tanımlanan malzeme modeli kodlanarak eklenmiştir.

SAYISAL ÖRNEKLER

Bu bölümde, çevrimsel pekleşme, şekil değiştirmelerin kümelenmesi (ratcheting) ve ortalama gerilme gevşemesi (mean stress relaxation) gibi farklı türde çevrimsel plastisite özelliklerini elde etmek için çeşitli problemler yapılmıştır. Malzeme yumuşak çeliktir.



Şekil 2. Bir ucu mesnetli, diğer ucu serbest iki boyutlu yapı elemanı (100x50cm).

Çevrimsel simetrik deplasman kontrollü yükleme (±0.07m) şekil 2a'da gösterilmiştir. Hasar durumunun dahil olması durumunda malzeme modülünün değişimi gözlemlenmiştir.

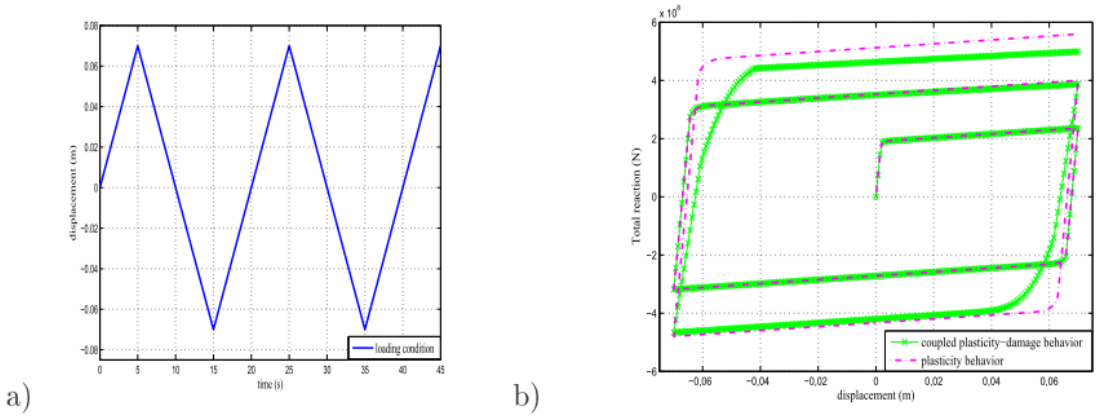
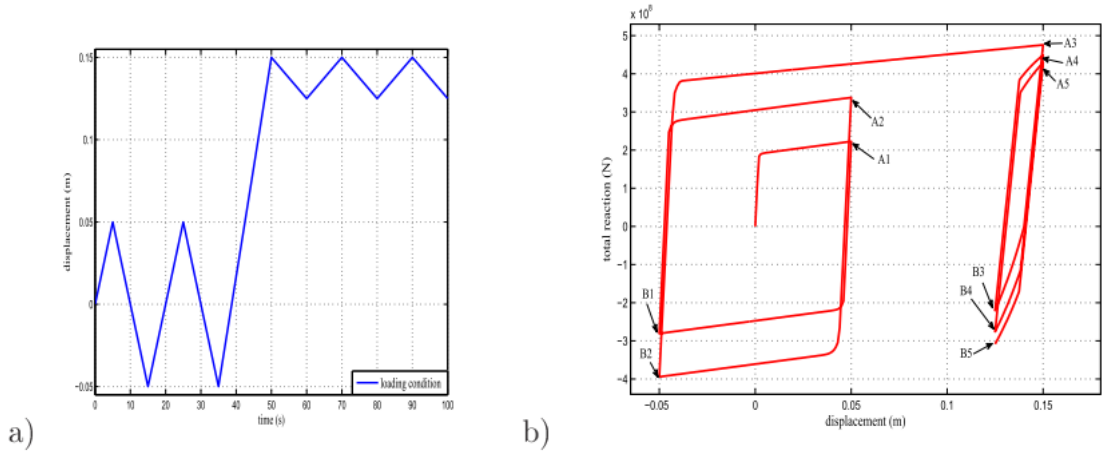


Fig.3 a) Zamana bağlı simetrik çevrimsel yükleme durumu; b) Plastisite ve plastisite-hasar çifti için elde edilen deplasman-kuvvet diyagramı.

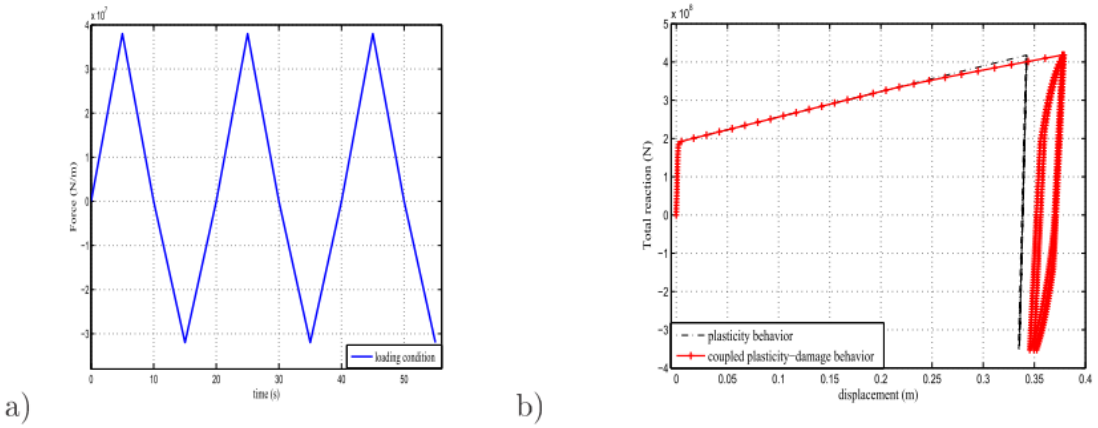
Başka bir çevrimsel davranış olan ortalama gerilme gevşemesi (mean stress relaxation) için yükleme durum deplasman kontrollü olup, sabit değil bir zaman aralığında artmıştır. Çevrimsel döngü içinde gerilmeler sıfıra doğru yaklaşmaktadır (Şekil 3b).



a) b)

Fig.4 a) Yükleme durumu; b) Gevşeme durumunda gerilmenin A3-B3, A4-B4, A5-B5, ... sıfıra doğru ilerlemesi (ortalama gerilme gevşemesi diyagramı).

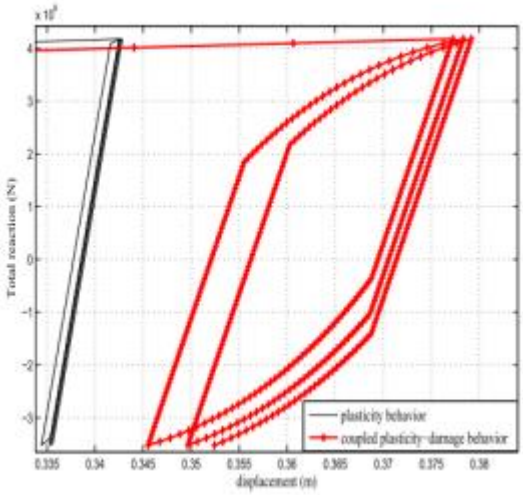
Şekil değiştirmelerin kümelenmesi (ratcheting) incelenecek başka bir çevrimsel davranıştır. Burda yükleme kuvvet kontrollüdür(Şekil 4a). Belirli bir deplasman sonrasında şekil değiştirmeler birikmeye başlamıştır.



a) b)

Fig.5 a) Yükleme durumu; b) şekil değiştirmelerin kümelenmesi (ratcheting) durumunu gösteren deplasman-kuvvet.

Daha yakından incelemek için kümelenmiş bölge Şekil 5'te gösterilmiştir.



Şekil.5 şekil değiştirmelerin kümelenmesi (ratcheting)

SONUÇLAR

Bu çalışmada farklı çevrimsel yüklemeler altında malzeme davranışları incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar plastisite ve plastisite-hasar çifti için karşılaştırmalı diyagramlar ile gösterilmiş ve hasar etkisi kanıtlanmıştır. Sonuçların elde edilmesine karışık sonlu elemanlar yöntemi kullanılmış ve işlemlere ayırma metodu ile aşama aşama her değişken kontrol edilerek denge denklemleri sağlatılmıştır.

KAYNAKLAR

[1] Chaboche JL. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. Int J Plasticity 2008;24:1642–93.

[2] Ibrahimbegovic A, Jehel P, Davenne L. Coupled damage–plasticity constitutive model and direct stiffness interpolation. Comput Mech 2008;42:1–11.

[3] Meschke G, Lackner R, Mang H. An anisotropic elastoplastic–damage model for plain concrete. Int J Numer Methods Eng 1998;42:703–27.

[4] Zienkiewicz OC, Taylor RL, Zhu JZ. The finite element methods, vols. I, II, III. Oxford: Butterworth Heinemann; 2006.

[5] Einav I, Houlsby GT, Nguyen GD. Coupled damage and plasticity models derived from energy and dissipation potentials. Int J Sol Struct., 2007;44:2487–508.

[6] Simo JC, Hughes T. Computational inelasticity. Berlin: Springer; 1998.

[7] Simo JC, Ju W. Stress and strain-based continuum damage model I. Formulation II. Computational aspect. Int J Sol Struct 1987;23:821–69.