

KAFES KODLAMALI-DİK KİSMİ YANITLI

SİSTEMLERİN (QPR-TCM) HATA BAŞARIM ANALİZİ

V.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

DOKTORA TEZİ

Y.Müh. Osman Nuri UÇAN

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 11 Ocak 1995

Tezin Savunulduğu Tarih : 10 Nisan 1995

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Erdal PANAYIRCI

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Ahmet Hamdi KAYRAN

: Prof. Dr. Bülent SANKUR

ÖNSÖZ

Bu çalışmada, beni yönlendiren, her konuda destek olan Prof.Dr. Erdal Panayırıcı'ya,
Doç.Dr. Ümit Aygölü'ne ve eşim Birsen Uçan'a teşekkür ederim

Ocak 1995

Osman Nuri Uçan



İÇİNDEKİLER

ÖZET	v
SUMMARY	vi
BÖLÜM 1. Giriş	1
1.1 Konu ile İlgili Çalışmalar	5
1.2 Tezde İzlenen Yol ve Getirilen Yenilikler	8
BÖLÜM 2. Kafes Kodlamalı Modülasyon Tekniği ve Kısmi Yanıtlı Sistemlerin Tanıtılması	10
2.1 Kafes Kodlamalı Modülasyon Tekniği (TCM)	10
2.2 Kısmi Yanıtlı Sistemler	14
BÖLÜM 3. Kafes Kodlamalı-Dik Kısmi Yanıtlı Sistemler	20
3.1 Dört Durumlu QPR-TCM Sistemi (6QPR-TCM)	22
3.2 Sekiz Durumlu QPR-TCM Sistemi (9QPR-TCM)	29
BÖLÜM 4. QPR-TCM Sistemlerinin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi	37
4.1 6QPR-TCM Sisteminin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi	37
4.2 4QAM-TCM ($v=1$) Sisteminin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi	43
4.3 9QPR-TCM Sisteminin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi	46
4.4 4QAM-TCM ($v=2$) Sisteminin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi	54

BÖLÜM 5. QPR-TCM Sistemlerinin Renkli Gürültülü Ortamlarda

Hata Başarım Alt Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi.....	59
5.1 6QPR-TCM Sisteminin Renkli Gürültülü Ortamlarda Hata Başarım Alt Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi	62
5.2 4QAM-TCM ($v=1$) Sisteminin Renkli Gürültülü Ortamlarda Hata Başarım Alt Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi	64
5.3 9QPR-TCM Sisteminin Renkli Gürültülü Ortamlarda Hata Başarım Alt Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi	65
5.4 4QAM-TCM ($v=2$) Sisteminin Renkli Gürültülü Ortamlarda Hata Başarım Alt Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi	69
BÖLÜM 6. Sönümlemeli Kanallarda QPR-TCM Yapısının İncelenmesi	72
6.1. 6QPR-TCM Sisteminin Sönümlemeli Kanallarda Hata Başarımı	75
6.2. 4QAM-TCM ($v=1$) Sisteminin Sönümlemeli Kanallarda Hata Başarımı	77
6.3 9QPR-TCM Sisteminin Sönümlemeli Kanallarda Hata Başarımı	82
6.4. 4QAM-TCM ($v=2$) Sisteminin Sönümlemeli Kanallarda Hata Başarımı	85
BÖLÜM 7.Sonuçlar.....	90
KAYNAKLAR.....	92
EKLER.....	96
ÖZGEÇMİŞ.....	119

ÖZET

Bu tezde, dik genlik modülasyonlu (QAM) işaretlerde bant verimliliğini artırmak ve hata başarımını iyileştirmek için, dik kısmi yanıtli sistemlerle (QPR) kafes kodlamalı modülasyon (TCM) birlikte düşünüldüğü "Kafes kodlamalı-Dik Kısmi Yanıtli Sistem (QPR-TCM) " adı verilen yeni bir yapı oluşturulmuştur.

4QAM-TCM haberleşmesi için 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemleri tanıtılmış, hata başarımaları ilintili modülasyon türleri ile karşılaştırılmıştır.

6QPR-TCM sistemi, $1/2$ oranlı, tek bellekli, iki durumlu bir katlamalı kodlayıcı ve bir kısmi yanıtli sistemin birleşiminden oluşan bir yapıdır. Katlamalı kodlayıcının getirdiği sınırlamalar nedeni ile birleşik yapının durum sayısı 8'den 4'e düşmektedir. Sistem çıkışındaki olası işaret sayısı da 9'dan 6'a inmektedir. Bu nedenle önerilen yapıya 6QPR-TCM adı verilmiştir.

9QPR-TCM sistemi ise, $1/2$ oranlı, iki bellekli, sekiz durumlu bir katlamalı kodlayıcı ile PRS yapısının birleşimidir. Kodlayıcının getirdiği sınırlamalar nedeni ile 9QPR-TCM sistemine ilişkin durum sayısı 32'den 8'e indirgenmiştir. Sistem çıkışında 9 işaret elemanı olduğundan önerilen birleşik yapıya 9QPR-TCM adı verilmiştir.

QPR-TCM sistemlerinin Gauss. renkli gürültülü ve sönümlemeli kanallarda hata başarım eğrileri elde edilmiş ve 4QAM-TCM'le karşılaştırılmıştır. Beyaz Gauss ve renkli gürültülü ortamlarda, 4QAM-TCM klasik yapısı, QPR-TCM'e göre tüm işaret gürültü oranlarında daha iyi başarım göstermektedir.

Sönümlemeli kanallarda, ideal kanal bilgisi varsayımı ve yüksek işaret-gürültü oranlarında hata başarımını en kısa hatalı yol (L) belirlemektedir. 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerine ait enkısa hatalı yol uzunlukları, 4QAM-TCM sistemlerine göre daha büyük olmaktadır. Bu nedenle önerilen sistemler sönümlemeli kanallarda, özellikle aşırı bozulmanın olduğu $K = 0$ halinde, yüksek işaret-gürültü oranlarında, klasik modülasyon türlerinden daha iyi bit hata başarımını göstermektedir. Sonuç olarak önerilen QPR-TCM sistemler, mobil radyo gibi çağdaş haberleşme ortamlarında daha da önem kazanacaktır.

SUMMARY

PERFORMANCE ANALYSIS OF QUADRATURE PARTIAL RESPONSE-TRELLIS CODED MODULATION (QPR-TCM) SCHEMES

There is a growing need for reliable transmission of high quality voice and digital data in satellite-based land mobile communication systems. These systems which will be part of an emerging all-digital network, are both power and bandwidth limited, one can employ bandwidth efficient modulation techniques such as those that have been developed over the past several years for terrestrial communication systems.

In the past, coding and modulation were treated as separate operations with regard to overall system design. In particular, most earlier works on coded digital communication systems independently optimized: 1) conventional (block or convolutional) coding with maximized minimum Hamming distance, and 2) conventional modulation with maximally separated signals.

About a decade ago, Ungerboeck has introduced an effective modulation technique for band-limited channels called "trellis coded modulation (TCM)". TCM schemes employ redundant nonbinary modulation in combination with a finite-state encoder which governs the selection of modulation signals to generate coded signal sequences. The detection errors caused by the channel noise can be lowered by increasing the distance between channel signals. The essential new concept of TCM is to use signal-set expansion to provide redundancy for coding, and to design coding and signal-mapping functions jointly so as to maximize directly the free distance (minimum Euclidean distance) between coded signal sequences.

At the receiver, the Viterbi decoder operates directly on the received channel signal instead of the corresponding binary sequences. Then, the code design problem turns out to be searching the encoders with good Euclidean distance properties instead of the encoders with good Hamming distance properties. At the same information rate, important coding gains are obtained without bandwidth expansion. Signal set containing twice the necessary channel signals is used according to a finite-state encoder, thus, for M-AM, PSK and QAM systems, coding gains of 3-4 dB are obtained by means of simple trellis structure.

In most transmission channels, bandwidth is at a premium, and an important attribute of any good digital signalling scheme is its ability to make efficient use of the bandwidth. In high data rate communication systems, intersymbol interference (ISI) arises whenever the effects of one transmitted are not allowed to die away completely before transmission of the next. Conventional Nyquist-type schemes are designed to eliminate intersymbol interference at the expense of a large number of signal levels. Lender showed that the ground rules laid by Nyquist were unnecessarily restrictive. One of the key assumptions in Nyquist's work was that the transmitted pulse amplitudes be selected independently. By introducing dependencies or correlation between the amplitudes and by changing detection procedure, Lender could achieve the symbol rate of $2W \text{ symbols/s}$ in a bandwidth of $W \text{ Hz}$. Thus, the correlative schemes conceived by Lender, and later generalised by Kretzmer, could be regarded as a practical means of achieving the theoretical maximum symbol rate packing of 2 symbols/s/Hz postulated by Nyquist, using realizable and perturbation-tolerant filters.

In many applications, correlative coding or partial response signalling, which introduces intersymbol interference in a controlled way, is able to achieve high data rates with fewer levels and hence with better error rate performance. In addition to higher data rates, correlative schemes achieve convenient spectral shapes and have error-detecting capabilities without introducing redundancy into the data stream. In partial response signalling (PRS), intersymbol interference is controlled to achieve high data rate with fewer levels at the expense of error performance degradation caused by the expansion of signal space. Partial response signalling (PRS) schemes, also known as correlative coding techniques, are widely used in baseband systems as well as in conjunction with modulation techniques. Recently PRS schemes have been suggested for digital subscriber loops in order to improve timing recovery and to reduce crosstalk interference. Thus the effect of parameters such as pulse shape, excess bandwidth, and system polynomial on performance measures related to timing and transmission rate variations is of interest.

PRS system consists of a nonrecursive digital filter in cascade with analog filter. Duobinary and modified duobinary and dicode schemes are the most common used PRS systems. In duobinary signalling, two successive binary input pulses are added. Thus duobinary signalling introduces ISI,

but it is controlled such a way that the interference comes only from the immediately preceeding symbol. Note that the operation of adding two successive symbols has provided an effective spectral shaping two the transmitted signal. In modified duobinary signalling, binary pulses spaced by two sample periods are subtracted. Modified duobinary signalling is suitable for single-side band modulation. In dicode signalling, two successive binary input pulses are subtracted. Duobinary and modified duobinary and dicode are cases of a wider selection of partial response signalling methods.

The need for increases in data transmission rates in band-limited channels leads to use a consideration of digital communication systems in which both amplitude and phase modulation are used. with PSK the in-phase and quadrature components are not independent. Their values are constrained in order to produce a constant envelope signal, which is a fundamental characteristic of PSK. If this constraint is removed so that the quadrature channels may be independent. This general category of digital modulation is called quadrature amplitude modulation (QAM). For the special case of two levels on each quadrature channel, QAM is identical to 4-PSK. The signal constellations for higher-level QAM systems are rectangular, however, and therefore distinctly different from the circular signal sets of higher-level PSK systems. QAM offers the advantage of less required power than PSK for a given probability of error and alphabet size M , but at the cost of increased equipment complexity and a sensitivity to possible non-linearities in the channel.

In this thesis, to improve both the bandwidth efficiency and error performance, partial response signalling (PRS) and trellis coded modulation are examined together and named as Quadrature Partial Response Trellis Coded Modulation (QPR-TCM) for the quadrature amplitude modulation (QAM). The error performance spectral efficiency and simplicity can make QPR-TCM a popular choice in mobile digital radio systems.

Calderbank-Mazo has defined an important performance measurement, asymptotic coding gain (ACG) that is effective at high signal to noise ratios. Asymptotic coding gain is a function of minimum distance error events in the trellis, and averages squared signal power. Then Zehavi-Wolf has developed an analytical approach that will be used in deriving error-event probability and bit-error rate of trellis codes that is not limited to only high signal to noise ratios. The method is based on the generating function

approach, usually denoted by $T(w, L, I)$. The generating function is derived from the state diagram of the code and contains in a closed form all of the weight distribution properties of the code. When the code is linear, the all-zeros codeword is assumed, without loss of generality, to be the correct codeword. The generating function enumerates the distance, length, and the number of errors on any incorrect path (as compared with the correct path) at any step of the Viterbi algorithm.

In the third chapter, a new receiver for data transmission systems employing combined partial response-trellis coded modulation (QPR-TCM) is introduced and named as 6QPR-TCM for two-state TCM encoder. It is shown that the two-state TCM encoder followed by the partial-response step decreases the number of the allowed signals from 9, which is the uncoded 4QAM case to 6. Combined QPR-TCM trellis structure reduces the number of states from 8 to 4, since all the combinations of memory digits are not allowed. 6QPR-TCM output is analytically written by input data using Calderbank-Mazo approach. For all the possible input data at the output of the combined scheme there occurs only six different signals.

In this chapter, a new combined scheme 9QPR-TCM is also introduced. The encoder has three memory element and two of them carry the same value with the PRS memory. Therefore combined QPR-TCM scheme has reduced trellis state number from 32 to only 8. 9QPR-TCM output is also analytically expressed by means of input, using Calderbank-Mazo approach. For all possible input data, at the output nine different signal is detected.

In the forth chapter, analytical error event upper bounds of QPR-TCM schemes are derived using Zehavi-Wolf approach and compared to 4QAM-TCM in AWGN environment. Asymptotic coding gain of 6QPR-TCM is found as 3 dB. compared to the uncoded PRS-BPSK. 6QPR-TCM scheme is upper bounded and compared to the two-state 4QAM-TCM. It is shown that 4QAM-TCM performs better than 6QPR-TCM at all SNR values in AWGN environment.

Asymptotic coding gain of 9QPR-TCM is 4.77 dB compared to the uncoded PRS-BPSK. This scheme is upper bounded and compared to the four-state 4QAM-TCM. 4QAM-TCM has better error performance than the considered scheme for all SNR values.

Trellis coding with expanded signal set is known to provide several decibels of coding gain without requiring more bandwidth compared to its counterpart in an additive white Gaussian noise (AWGN) channel. This is usually achieved by combining a modulator with a redundant alphabet of channel symbols at the transmitter and maximum-likelihood sequence estimation (MLSE) decoding at the receiver. While the performance of a trellis coded communication system is well known, it is still not clear how such a system would perform when corrupted by colored noise. In many practical trellis coded systems where noise is not white, the error performance degrades due to the correlation between noise samples. In this case minimum distance paths have different contributions to the error performance and the one which is the most seriously affected by noise correlation is chosen.

In the fifth chapter, error event probability lower bounds of 6QPR-TCM and 9QPR-TCM schemes are derived and compared to the related schemes in colored noise case. It is shown that 4QAM-TCM scheme performs better than the proposed schemes at all SNR values.

Thus far in this thesis the design and performance of QPR-TCM is discussed for the idealized additive white Gaussian and colored noise environments. It is seen that the primary advantage of QPR-TCM over modulation schemes employing traditional error correction coding is its ability to achieve increased power efficiency without the customary expansion of bandwidth introduced by the coding process. Thus any channel that is both power-limited and bandwidth-limited would be ideally suited to QPR-TCM.

One such application is the mobile satellite channel, where bandwidth is constrained by the desire to accommodate a large number of users in a given transmission bandwidth, and power is constrained by the flux density limitation of the satellite's radiated transmission and the physical size of the mobile's antenna. In addition to the usual additive thermal noise background, the mobile satellite channel is impaired by Doppler frequency shift due to vehicle motion, multipath fading and shadowing. Perhaps the most serious of these impairments is the latter, where for reliable performance the system must be able to combat short fades and recover quickly from long fades.

For mobile satellite communication, multipath fading produces a received signal with an amplitude which can be modelled by Rician statistics with parameter K representing the ratio of the power in the direct (line of sight) and specular component to that in the diffuse component. If shadowing is severe, then a Rayleigh statistical model becomes appropriate which can be looked upon as the limiting case of a Rician channel when K approaches zero. Of course, the case of no fading corresponds to a Rician channel with K approaches infinity.

In this study, it is assumed that the phase-shift due to the fading is perfectly removed in the detection process and only the effects of the amplitude fading is considered. It is also considered that the channel state information (i.e., information derived from the channel that can be used to design the decoding metric to give improved performance) is available at the receiver. These assumptions considerably simplify the performance analysis and permits the use of the transfer function upper bound techniques.

In the sixth chapter, using the Zehavi-Wolf modified method, the bit error probability of 6QPR-TCM and 9QPR-TCM are upper bounded for different fading parameter K values and compared to 4QAM-TCM schemes. At high signal to noise ratios, the proposed schemes have better error performance than the related schemes for small values of K .

BÖLÜM 1

Giriş

Son yıllarda hızlı haberleşmeye gereksinim duyulması nedeniyle, bant verimliliğini ve hata başarımını iyileştiren yaklaşımlar önem kazanmıştır. Bant genişliğini artırmaksızın, kodlama kazancının yüksek olmasını sağlayan kodlama ve modülasyonun birlikte düşünüldüğü kafes kodlamalı modülasyon tekniği “ Trellis Coded Modulation ”(TCM) Ungerboeck tarafından 1982 yılında önerilmiştir.[1]-[3]

Dar bantlı kanallar üzerinden, yüksek hızlarda haberleşme söz konusu olduğunda , iletilen darbe etkilerinin bir sonraki darbe iletilinceye kadar tamamen kaybolmaması simgelerarası girişime neden olmaktadır. İletim hızında herhangi bir düşüşe neden olmayan, kolay gerçekleştirilebilen ve simgelerarası girişime kontrollü olarak izin veren kısmi yanıtli sistemler “Partial Response Signalling ”(PRS) [4] önem kazanmaktadır.

Bu tezde, dik genlik modülasyonu “Quadrature Amplitude Modulation” (QAM) haberleşmesinde, bant verimliliğini ve hata başarımını iyileştirmek için dik kısmi yanıtli “Quadrature Partial Response” (QPR) işaretleşme ile kafes kodlamalı modülasyon (TCM) tekniği birlikte düşünülmüş ve bir Kafes Kodlamalı-Dik Kısmi Yanıtli Sistemler “Quadrature Partial Response-Trellis Coded Modulation ”(QPR-TCM)” yapısı oluşturulmuştur. Bu birleşik yapı 2 ve 4 durumlu kafes kodlamalı 4 seviyeli dik genlik modülasyonu (4QAM-TCM) için incelenmiş, sırasıyla 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemleri önerilmiştir.

6QPR-TCM sistemi 1/2 oranlı, tek bellekli, 2-durumlu bir katlamalı

kodlayıcı ile iki bellekli bir kısmi yanıtli sistemin birleşiminden oluşmuştur. İki durumlu katlamalı kodlayıcının getirdiği sınırlamalar nedeniyle birleşik yapı çıkışındaki işaret sayısı 9'dan 6'ya inmektedir. Bu nedenle önerilen sisteme 6QPR-TCM adı verilmiştir. PRS bellek birimlerinden birisinin katlamalı kodlayıcı ile aynı değerleri alması nedeni ile birleşik yapıya ilişkin durum sayısı, tek bellekli katlamalı kodlayıcı ve 2 bellekli PRS yapısından dolayı olası $2^3 = 8$ 'durumdan $2^2 = 4$ duruma indirgenmektedir.

9QPR-TCM sistemi ise 1/2 oranlı, 3 bellek birimli, 8 durumlu bir katlamalı kodlayıcı ile iki bellekli bir kısmi yanıtli sistemin birleşiminden oluşmuştur. Katlamalı kodlayıcının durum sayısının artırılması birleşik sistemin çıkışındaki işaret sayısını 9'a çıkarmıştır. Bu nedenle önerilen kafes yapıya 9QPR-TCM adı verilmiştir. PRS bloğuna ilişkin bellek birimleri ile kodlayıcının iki bellek birimi aynı değerleri aldığından, 9QPR-TCM sisteminin durum sayısı olası $2^5 = 32$ durumdan $2^3 = 8$ duruma indirgenmiştir.

Özellikle yüksek-ışaret gürültü oranlarında asimptotik kodlama kazancı "Asymptotic coding gain" (ACG) önemli bir başarımlı ölçütüdür, [21]. 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemleri, kodlanmamış kısmi yanıtli sistem (PRS-BPSK) ile karşılaştırılmış ve sırasıyla 3 dB, 4.77 dB'lik ACG kazançları elde edilmiştir. Ancak sadece yüksek işaret gürültü oranlarında geçerli olan asimptotik kazancın yerine daha genel olan Zehavi-Wolf yaklaşımı ile [22] hata üst sınır eğrilerinin analitik olarak elde edilmesi daha yararlı ve gerçeğe uygun olmaktadır. Zehavi-Wolf yaklaşımı belirli bir simetriyi sağlayan kafes kodları için geçerlidir. Burada istenen simetri, işaret kümesinin ilk bölmelemedeki iki alt kümeye ilişkin hata ağırlık profillerinin aynı olmasıdır. Bu simetri koşulu altında, kafes kodlarının değiştirilmiş transfer fonksiyonları, kodlayıcının durum sayısına eşit durumlu hata durum diagramları yardımı

ile bulunabilmektedir. “Düzgün hata özelliği” olarak adlandırılan bu koşullar, hata olaylarını doğrusal kodlarda olduğu gibi, başlangıç koşulundan bağımsız kılmaktadır. Bu yöntemle göre, toplamsal beyaz Gauss gürültüsü “Additive White Gaussian Noise”(AWGN) ile modellenen kanallar için, Viterbi kod çözücüsünün doğru diziden ayrılarak hatalı bir simgeler dizisine karar verme olasılığı olarak tanımlanan hata olasılığı için bir üst sınır verilmektedir, [22].

6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerinin hata üst sınır eğrileri Zehavi-Wolf yaklaşımı ile çıkarılmış, 1 ve 2 bellekli kodlayıcı içeren, sırasıyla 4QAM-TCM ($\nu = 1$) ve 4QAM-TCM ($\nu = 2$) yapıları ile karşılaştırılmıştır. Tüm işaret gürültü oranlarında 4QAM-TCM sistemleri önerilen QPR-TCM yapılarına göre daha iyi başarımlar göstermektedir.

Genel uygulamalarda ve birçok kuramsal çalışmalarda, kanaldan sisteme giren gürültünün beyaz Gauss gürültüsü (AWGN) biçiminde olduğu varsayılmaktadır. Ancak gerek alıcıdaki dar bantlı süzgeçlerden gerekse haberleşme kanalındaki sınırlamalardan dolayı, oluşan renkli gürültünün analizi son yıllarda önem kazanmaktadır, [12]. 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerinin renkli gürültülü bir ortamda hata başarımlar eğrileri çıkarılmış ve sırasıyla 4QAM-TCM ($\nu = 1$) ve 4QAM-TCM ($\nu = 2$) sistemleri ile karşılaştırılmıştır.

Mobil radyo haberleşmesinde olduğu gibi, iletim bandının sınırlı olması, küçük boyutlu antenlerin kullanılması gibi nedenlerle, kanala gönderilen işaretin yanısıra farklı yollardan yansıyan işaretlerin alıcıya ulaşması sönümleme “fading” olayını ortaya çıkarmaktadır. Sönümlemeli kanalın k . andaki çıkışı, y_k şöyle yazılabilir.

$$y_k = \rho_k s'_k + n_k \quad (1.1)$$

Burada s'_k kanala verilen işaret dizisini ve n_k , ortalaması sıfır olan, varyansı σ^2 olan Gauss gürültüsünü göstermektedir. ρ_k ise normalize sönümleme genlik katsayısıdır. Rician kanal modellemesinde, rastlantısal bir büyüklük olan ρ_k 'nın olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyle tanımlanmıştır, [13].

$$p(\rho) = \begin{cases} 2\rho(1+K)\exp[-K-\rho^2(1+K)] \\ \times I_0(2\rho\sqrt{K(1+K)}); & \rho \geq 0 \\ 0; & \text{dışında} \end{cases} \quad (1.2)$$

Burada I_0 , sıfırıncı dereceden Bessel fonksiyonudur. Sönümlemeli kanallar için, sönümlemenin neden olduğu faz bozulmalarının alıcıda bütünüyle dengelendiğini ve her kanal bilgisinin bağımsız bir sönümleme değişkeninden etkilendiği varsayımları yapılmıştır. K sönümlü kanal parametresi ise dolaysız yoldan ve yayılmış çoklu yollardan alınan işaret enerjilerinin oranını göstermektedir. $K = 0$ ve $K = \infty$ sınır değerleri, sırasıyla, Rayleigh sönümlemesi (aşırı sönümleme) ve sönümlemesiz kanal durumlarına karşı düşmektedir. Kanala ilişkin istatistiksel özelliklerin bilindiği, ideal kanal durum bilgisi "Channel State Information" (CSI) varsayımı altında, 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerinin hata başarımları üst sınır eğrileri çıkarılmış ve ilintili modülasyon türleri ile karşılaştırılmıştır.

İdeal kanal bilgisi varsayımı (CSI) altında ve yüksek işaret gürültü oranlarında ise, bit hata üst sınırı ilişkisi L ile gösterilen en kısa hatalı yol uzunluğuna bağlıdır, [11]. 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerine ilişkin en kısa hatalı yol uzunluğu sırasıyla 4QAM-TCM ($\nu = 1$) ve 4QAM-TCM ($\nu = 2$) sistemlerine göre daha büyük olduğundan, belirli bir eşik değerinden sonra,

önerilen QPR-TCM sistemleri 4QAM-TCM sistemlerinden daha iyi başarımlar göstermektedir.

1.1 Konu ile İlgili Çalışmalar

Hızlı haberleşmenin önem kazanmasıyla, bant verimliliğini ve hata performansını iyileştiren yaklaşımlar geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Bant genişliğini artırmaksızın, kodlama kazancının yüksek olmasını sağlayan kodlama ve modülasyonun birlikte düşünüldüğü kafes kodlama tekniği (TCM) Ungerboeck [1]-[3] tarafından ortaya atılmıştır. Kanal işaretleri kümesini genişleterek elde edilen fazlalık, sonlu sayıda durum ve durum geçişleri içeren kafes yapıda kodlayıcılara bağlı olarak işaret dizileri arasındaki serbest Öklid uzaklığını artırmak amacıyla kullanılmaktadır.

Yüksek hızlarda haberleşme söz konusu olduğunda, iletilen darbelerin etkilerinin bir sonraki darbe iletilmeden önce kaybolmaması simgelerarası girişime neden olur. Simgelerarası girişimin olmaması için haberleşme sistemine ilişkin eşdeğer süzgecin ideal alçak geçiren yapıda olması gerekmektedir. Pratikte ideal süzgeç tasarımı çok zordur. Bu nedenle iletim hızında herhangi bir düşüşe neden olmayan, gerçekleştirilebilir ve simgelerarası girişime kontrollu olarak imkan veren kısmi yanıtli sistemler (PRS) [4] önem kazanmaktadır. Lender [4] tarafından önerilen simgelerarası girişime kontrollu olarak imkan veren kısmi yanıtli sistemler (PRS), sayısal geri beslemesiz bir $C(f)$ süzgeci ile $G(f)$ gösterilen bir analog süzgecin ardarda bağlanmasından oluşur. [5]-[7]. Kretzmer [8] 1966 yılında PRS yapılarını hız duyarlılığı, işaret gürültü oranı açısından incelemiştir. Ayrıca PRS tekniği frekans modülasyonuna (FM) [9] uygulanmıştır.

Özellikle yüksek-ışaret gürültü oranlarında asimptotik kodlama kazan-

cı (ACG) önemli bir başarımlı ölçütüdür, [21]. Ancak sadece yüksek-üşaret gürültü oranlarında geçerli olan asimptotik kazancın yerine daha genel olan Zehavi-Wolf [22] yaklaşımı ile hata üst sınır eğrilerinin analitik olarak elde edilmesi daha yararlı ve gerçeğe uygun olmaktadır. Zehavi-Wolf yaklaşımı belirli bir simetriyi sağlayan kafes kodları için geçerlidir. Burada istenen simetri, işaret kümesinin ilk bölmelemedeki iki alt kümeye ilişkin hata ağırlık profillerinin aynı olmasıdır. Bu simetri koşulu altında, kafes kodlarının değiştirilmiş transfer fonksiyonları, kodlayıcının durum sayısına eşit durumlu hata durum diagramları yardımı ile bulunabilmektedir. “Düzgün hata özelliği” olarak adlandırılan bu koşullar, hata olaylarını doğrusal kodlarda olduğu gibi, başlangıç koşulundan bağımsız kılmaktadır. Bu yöntemle göre, toplamsal beyaz Gauss gürültüsü ile modellenen kanallar için, Viterbi kod çözücüsünün doğru diziden ayrılarak hatalı bir simgeler dizisine karar verme olasılığı olarak tanımlanan hata olasılığı için bir üst sınır verilmektedir.

Genel uygulamalarda ve birçok kuramsal çalışmalarda, kanaldan sisteme giren gürültünün beyaz Gauss gürültüsü biçiminde olduğu varsayılmaktadır. Ancak gerek alıcısındaki dar bantlı süzgeçlerden gerekse haberleşme kanalındaki sınırlamalardan dolayı, oluşan renkli gürültünün analizi son yıllarda önem kazanmaktadır. Wang ve Chung [12], renkli gürültülü ortamlarda hata başarımlı alt sınır eğrilerini analitik olarak çıkarmışlardır.

Mobil radyo haberleşmesinde olduğu gibi, iletim bandının sınırlı olması, küçük boyutlu antenlerin kullanılması gibi nedenlerle, kanala gönderilen işaretin yansırı farklı yollardan yansıyan işaretlerin alıcıya ulaşması sönümleme “fading” olayını ortaya çıkarmaktadır. Divsalar ve Simon [13] sönümlemeli kanallarda M Düzeyli Faz Kaydırmalı Anahtarlama “M level Phase

Shift Keying " (MPSK) sistemlerde simetrik olmayan işaret kümesi için hata başarımların analizi gerçekleştirilmiş ve toplamsal beyaz gürültülü ortamına göre, başarımda düşüş görüldüğü belirtilmiştir. Daha sonraki çalışmaları [10]-[11] 'de hata başarımların analizinde, serbest Öklid uzaklığının artırılmasının yanısıra en kısa hatalı yol olarak adlandırılan diğer etkenlerinde önemli olduğunu belirtmişlerdir. Ancak bu çalışmalarda önerilen kafes yapısının durum sayısı kodlayıcının durum sayısının karesi ile orantılı olarak artmaktadır. Son yıllarda Mc.Kay, Mc.Lane ve Biglieri [26] düzgün hata özelliği olan kafes yapılarında sisteme ilişkin durum sayısının kodlayıcının durum sayısı ile aynı olduğunu göstermişlerdir.

Bu tezde, bant verimliliğini ve hata başarımlarını düzeltmek için dik kısmi yanıtı (QPR) ve kafes kodlamalı modülasyon (TCM) birlikte düşünülmüştür, dik kısmi yanıt-kafes kodlamalı modülasyon (QPR-TCM) yapısı oluşturulmuştur. 4QAM haberleşmesinde 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemleri önerilmiştir.

QPR-TCM sistemlerin kafes yapılarının düzgün hata özelliğinde olduğu gösterilmiş ve Zehavi-Wolf yaklaşımı ile [22] Gauss, renkli gürültülü ve sönmülemeli kanallarda hata başarımların eğrileri elde edilmiş ve 4QAM-TCM 'le karşılaştırılmıştır. Beyaz Gauss ve renkli gürültülü ortamlarda, 4QAM-TCM yapısı, QPR-TCM sistemine göre tüm işaret gürültü oranlarında daha iyi başarımlar göstermektedir. Ancak sönmülemeli kanallarda, özellikle aşırı gölgelenmenin olduğu hallerde, yüksek işaret gürültü oranlarında QPR-TCM sistemlerinin hata başarımları daha iyi olmaktadır.

1.2 Tezde İzlenen Yol ve Getirilen Yenilikler

Bu tezde, dik genlik modülasyonlu (QAM) işaretlerde bant verimliliğini artırmak ve hata başarımını iyileştirmek için, dik kısmi yanıt sistemlerle (QPR) kafes kodlamalı modülasyon (TCM) birlikte düşünülmüş ve QPR-TCM yapısı oluşturulmuştur. Oluşturulan bu yapıya dayanarak 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemleri teklif edilmiştir, [16]-[19].

Daha sonra, 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerin kafes yapılarının düzgün hata özelliğinde olduğu gösterilmiş, Zehavi-Wolf yaklaşımı [22] ile beyaz Gauss ve renkli gürültülü ortamlarda hata başarım eğrileri elde edilmiş ve elde edilen sonuçlar sırasıyla 4QAM-TCM ($\nu = 1$), 4QAM-TCM ($\nu = 2$) sistemleri ile karşılaştırılmıştır. Beyaz Gauss ve renkli gürültülü ortamlarda, 4QAM-TCM yapısı, QPR-TCM sistemine göre tüm işaret gürültü oranlarında daha iyi başarım gösterdiği gözlenmiştir.

Sönümlemeli kanallarda, Panayırıcı, Aygölü, Uçan [25] tarafından 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerin hata başarım eğrilerini çıkarılmış ve 4QAM-TCM sistemleri ile karşılaştırma yapılmıştır. Sönümlemeli kanallarda, ideal kanal bilgisi varsayımı altında ve yüksek işaret gürültü oranlarında ise, bit hata üst sınır ilişkisini en kısa hatalı yol uzunluğu L 'e bağlı olduğu gösterilmiştir. 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerine ilişkin en kısa hatalı yol uzunluğu sırasıyla 4QAM-TCM($\nu = 1$) ve 4QAM-TCM ($\nu = 2$) sistemlerine göre daha büyük olduğundan, belirli bir eşik değerinden sonra, önerilen yapılar 4QAM-TCM sistemlerinden daha iyi başarım göstermektedir. Bu nedenle önerilen QPR-TCM sistemler, mobil radyo gibi çağdaş haberleşme ortamlarında daha önem kazanacaktır.

1.3 Tezin Özeti

Bu tezde kafes kodlamalı modülasyon tekniği ve kısmi yanıtli sistemlerle ilgili genel bilgiler 2.bölümde verilmiştir. 3. bölümde ise, dik genlik modülasyonlu (QAM) işaretlerde bant verimliliğini artırmak ve hata başarımını iyileştirmek için, dik kısmi yanıtli sistemlerle (QPR) kafes kodlamalı modülasyon (TCM) birlikte düşünülmüş ve QPR-TCM yapısı oluşturulmuştur. 4QAM haberleşmesinde 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemleri tanıtılmıştır, [16]-[19].

4.bölümde ise QPR-TCM sistemlerin beyaz Gauss ortamında hata başarım eğrileri elde edilmiş ve ilintili modülasyon türleri ile karşılaştırılmıştır. 5. bölümde ise önerilen QPR-TCM sistemlerin renkli gürültülü ortamlarda hata başarım eğrileri çıkarılmıştır. Son bölümde ise sönümlemeli kanallarda hata başarım eğrileri çıkarılmıştır. Aşırı sönümlemenin olduğu, sönümleme kanal parametresi K 'nın küçük değerlerinde, belirli bir işaret gürültü oranından sonra önerilen birleşik yapılarının hata başarımının klasik 4QAM-TCM sistemlerinden daha iyi olduğu gösterilmiştir.

BÖLÜM 2

Kafes Kodlamalı Modülasyon Tekniği ve Kısmı Yanıtlı Sistemlerin Tanıtılması

Sayısal haberleşme sistemlerinin bandı sınırlı kanallardaki hata başarımlarının artırılmasına yönelik, ilk kez Ungerboeck tarafından kafes kodlamalı modülasyon “Trellis Coded Modulation” (TCM) adlı yeni bir teknik önerilmiştir, [1]-[5]. Kodlama ve modülasyonun birlikte düşünüldüğü bu kodlama tekniği, işaret kümesini genişleterek sağlanan fazlalığın kodlanmış işaret dizileri arasındaki minimum Öklid uzaklığını artırmada kullanılması ilkesine dayanmaktadır. Bölüm 2.1 de böyle bir TCM yapısının temelleri açıklanmaktadır.

Dar bantlı kanallar üzerinden hızlı bir haberleşme söz konusu olduğunda, iletilen darbelerin etkilerinin bir sonraki darbe iletilinceye kadar tamamen kaybolmaması, simgelerarası girişime neden olmaktadır. Bölüm 2.2 de simgelerarası girişime kontrollü olarak izin veren kısmi yanıtlı sistemler “Partial Response Signalling” (PRS) temelleri açıklanmaktadır.

2.1. Kafes Kodlamalı Modülasyon Tekniği (TCM)

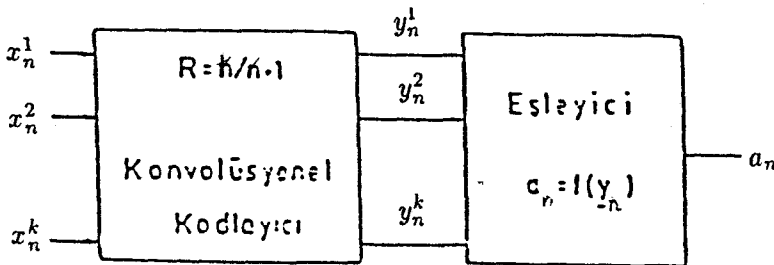
Sayısal haberleşme sistemlerinin tasarımında, temel amaçlardan biri sistem hata başarımının yüksek tutulmasıdır. Hata sezme ve düzeltme özelliği, iletilecek işarete kanal kodlaması uygulanarak kazandırılır. Klasik kanal kodlayıcıları, n -bitlik ikili veri dizilerini $m - n$ tane kontrol biti ekleyerek m ($m > n$) uzunluklu ikili kod dizilerine dönüştürürler. Kodlanmış ikili diziler arasındaki Hamming uzaklıkları, kod çözücü de karar verme işlemini belirlediğinden kod tasarımının temel ölçütü olmaktadır. Daha sonra, kodlanmış ikili bilgi, sayısal modülasyon yöntemlerinden biriyle modüle edilerek kanala

uygulanır. Dizi uzunluklarının artması sonucu oluşan veri iletim hızı kaybı, modülasyon hızı ve dolayısıyla band genişliği artırılarak giderilir. İletim bandının belli bir değerle sınırlı olması durumunda ise kanal işaretleri kümesi genişletilerek aynı amaca ulaşılabilir. Ancak genişletilmiş işaret kümesi yardımıyla tasarım, kodlama ve modülasyon işlemlerinin ayrı ayrı düşünüldüğünde başarılı olamamaktadır. Bunun temel nedeni, kodlama sırasında Hamming uzaklığına dayanarak yapılan bir tasarımın, modülasyonlu işaret dizilerinin işaret uzayında optimum olarak birbirlerinden uzaklaşmasını sağlayamamasıdır.

Kodlama ve modülasyonun birlikte düşünüldüğü kafes kodlama tekniği (TCM) ilk defa Ungerboeck tarafından 1982 yılında önerilmiştir, [1]. TCM tekniği ile hata başarımını iyileştirmek için kanal işaretlerinin gereğinden fazla seçilmesi yeterli olmaktadır. Kafes kodlamalı modülasyonlu sistem tasarımında, kafes yapısı üzerinde, ikili kod dizileri yerine bu dizilere atanan modülasyonlu kanal işaretleri yerleştirilmiştir. Kanal işaretleri a_n ve $\hat{a}_n$ arasındaki karesel Öklid uzaklığı $d^2(a_n, \hat{a}_n)$ ile gösterilmiştir. "Minimum karesel serbest uzaklık", $d_{serbest}^2$, kodlayıcının üretebildiği aynı durumdan ayrılan ve bir veya daha fazla geçişten sonra tekrar birleşen tüm kanal işaret dizileri arasındaki karesel uzaklıkların en küçüğüdür ve

$$d_{serbest}^2 = \min_{a_n \neq \hat{a}_n} \sum_n d^2(a_n, \hat{a}_n) \quad (2.1)$$

ilişkisinden hesaplanabilir.

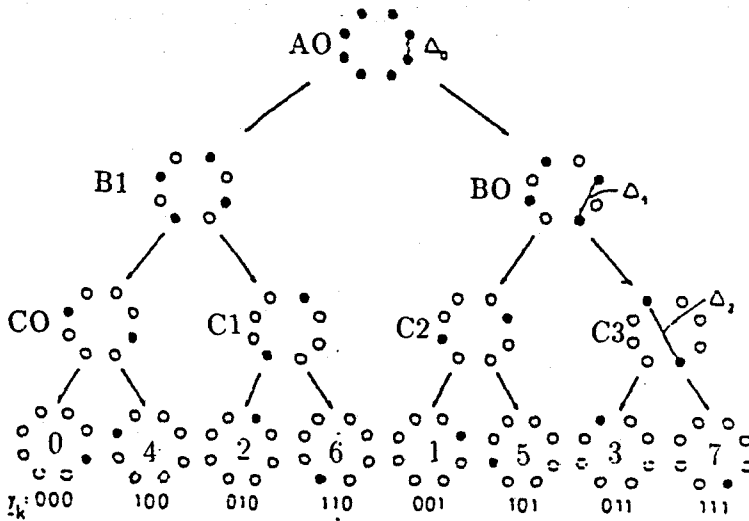


Şekil 2.1. Kafes kodlamalı modülasyon blok şeması

Kafes kodlamanın temeli Şekil 2.1 de gösterilen birleşik yapıda yatmaktadır. n . iletim aralığında, k uzunluklu giriş dizilerini, $k + 1$ uzunluklu dizilere dönüştüren bir $R = k/k + 1$ oranlı katlamalı kodlayıcı kullanılmakta ve daha sonra $k + 1$ uzunluklu diziler 2^{k+1} kanal işareti ile küme ayrıştırarak eşleme "mapping by partitioning" diye adlandırılan bir kurala göre eşlenmektedir. Bu kurala göre, gereğinden iki kat fazla elemandan oluşan kanal işaretleri kümesi, belli bir simetri altında, aralarındaki serbest Öklid uzaklığı giderek artacak biçimde daha az elemanlı alt kümelerle bölünmektedir. Daha sonra, oluşturulan bu alt kümeler seçilen kafes yapının durum geçişlerine, kodlayıcının üreteceği kanal işareti dizileri arasındaki serbest Öklid uzaklığı en büyük olacak biçimde atanmaktadır.

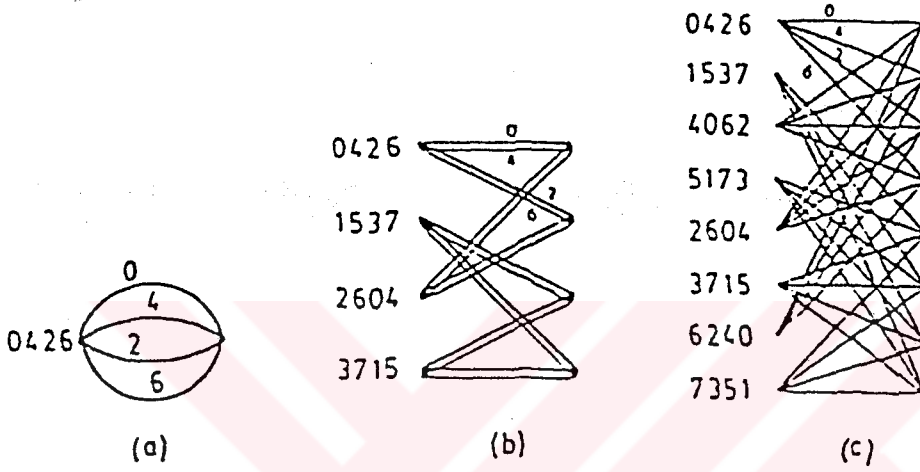
Alıcı yapısında demodülasyon ve kod çözme işlemleri birbirinden ayrı değildir, ve Viterbi algoritmasına göre kod çözme işlemi yapılır. Alıcı kısmında yumuşak kararlı kod çözücü (soft decision decoder) kullanıldığında daha iyi hata başarımlarına ulaşılmaktadır, [1].

Örnek olarak 8-PSK modülasyonu için kanal işaretlerinin ayrıştırılması Şekil 2.2 de gösterilmiştir.



Şekil 2.2. 8-PSK işaret kümesinin ayrıştırılması ($\Delta_0 < \Delta_1 < \Delta_2$)

Burada Δ_i i . alt kümeye ilişkin en yakın iki işaret arasındaki Euclid uzaklığı vermektedir. Küme ayrıştırarak eşleme mantığına uygun olarak $\Delta_0 < \Delta_1 < \Delta_2$ olmaktadır, [1]. Kafes kodlamasız 4-PSK sistemi ile 4 ve 8 durumlu kafes kodlamalı 8-PSK sistemlerinin kodlayıcı yapıları Şekil 2.3 de verilmiştir.



Şekil 2.3 (a) Kodlamasız 4-PSK (b) 4-durumlu 8-PSK (c) 8-durumlu 8-PSK

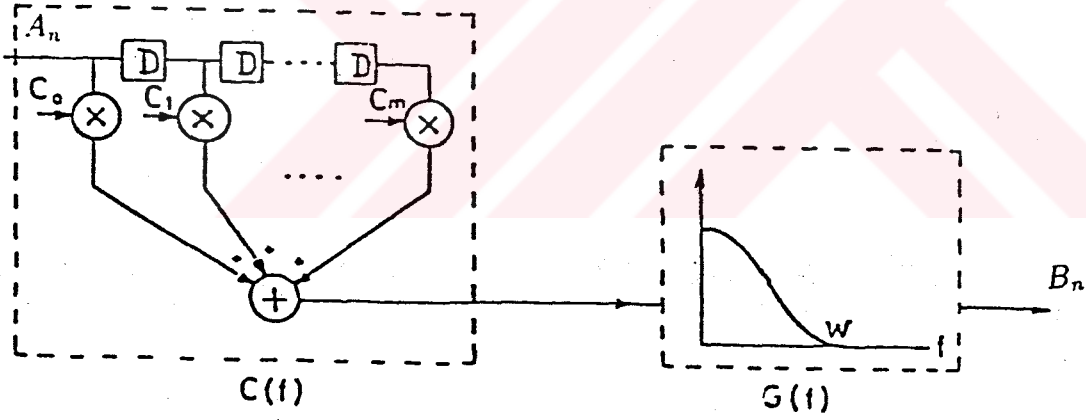
8-PSK kafes yapısı üzerinde işaretlerin yerleştirilmesinde Ungerboeck [1] tarafından aşağıdaki kurallar önerilmiştir.

- 1) Tüm 8-PSK işaretleri eşit olasılıklı üretilmektedir.
- 2) Aynı durumdan çıkan işaretler $B0$ veya $B1$ alt grubunun elemanlarıdır.
- 3) Aynı duruma varan işaretler $B0$ veya $B1$ alt grubunun elemanlarıdır.
- 4) Paralel kollardaki işaretler $C0$ veya $C1$ veya $C2$ veya $C3$ alt grubundan seçilmektedir.

Ungerboeck, 8-PSK modülasyonlu sistemler için, 4 ve 8 durumlu kafes yapılarla, kafes kodlamasız 4-PSK sistemine göre sırasıyla 3 ve 3.6 dB.lik kodlama kazancı sağladığını göstermiştir, [1].

2.2.Kısmi Yanıtlı Sistemler

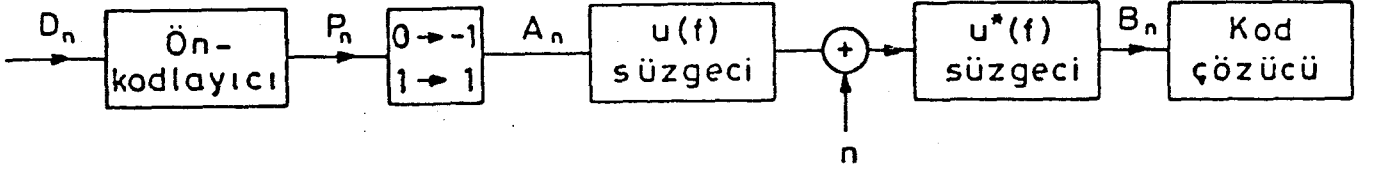
Genellikle, kanal band genişliğinin iletilen darbelerin band genişliğinden küçük olması nedeniyle, iletilen darbelerin etkilerinin bir sonraki darbe iletilmeden önce kaybolmaması simgelerarası girişime neden olur. Nyquist iletim hızında, simgelerarası girişimin olmaması için haberleşme sistemine ilişkin eşdeğer süzgeçin ideal alçak geçiren bir yapıda olması gerekmektedir. İdeal süzgeç tasarımının pratikte gerçekleştirilmesi oldukça zordur. Bu nedenle iletim hızında herhangi bir düşüşe neden olmayan, pratikte gerçekleştirilebilir ve simgelerarası girişime kontrollü olarak izin veren kısmi yanıtlı sistemler "Partial Response Signalling" (PRS) önem kazanmaktadır, [4]. PRS sistemler, sayısal geri beslemesiz bir $C(f)$ süzgeçi ile $G(f)$ ile gösterilen W bant genişlikli bir analog süzgeçin ardarda bağlanmasından oluşur. [5]-[7]. (Bkz.Şekil 2.4)



Şekil 2.4. Kısmi Yanıtlı Sistem Modeli

Burada A_n giriş dizisi, D birim gecikme elemanı, $C_0, C_1, \dots, C_m$ sayısal süzgeç katsayılarıdır. B_n ise kısmi yanıtlı sistem modeli çıkış dizisini göstermektedir.

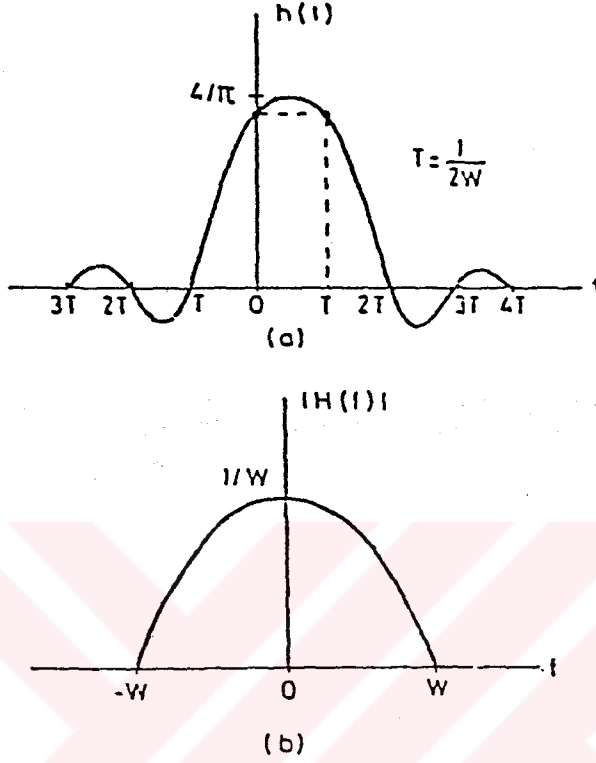
Toplamsal beyaz Gauss gürültülü ortamda çalışan bir PRS sistem modeli Şekil 2.5 de verilmiştir.



Şekil 2.5. AWGN ortamında çalışan bir PRS sistem modeli

Bu blok diagramında $D_n \in 0, 1$ değerlerini alan giriş dizisidir. PRS yapılarında çıkış, girişlerin toplamı şeklinde olduğundan alıcıdaki herhangi bir adımda yapılan hata daha sonraki kararları etkilemektedir. Hata yayılımı (error propogation) olarak adlandırılan bu olayı engellemek için ön-kodlayıcı kullanılmaktadır. Ön kodlayıcı çıkışındaki P_n dizisine $(0 \rightarrow -1)$ ve $(1 \rightarrow 1)$ dönüşümü ile oluşturulan A_n dizisi, PRS süzgeçlerinin girişine uygulanır. PRS süzgeçlerinin transfer fonksiyonu genlik yanıtı $|U(f)|^2 = |C(f)G(f)|$ olacak şekilde seçilmektedir.

Lender [4], kısmi yanıtı sistem olarak belli bir anda iletilen darbe ile bir önceki darbenin toplandığı $(1 + D)$, “duo-binary” sistemini önermiştir. $(1 + D)$ sisteminde, $C(f)$ sayısal süzgeçinde C_0 ve C_1 katsayıları 1 değerini alıp, diğer tüm katsayılar 0 olarak seçilmiştir. $(1 + D)$ yapısında sistemin impuls yanıtı ve frekans domeninde genlik yanıtı Şekil 2.6 da gösterilmiştir.



Şekil 2.6. $(1 + D)$ Sisteminin (a) İmpuls Yanıtı (b) Transfer Fonksiyonu genlik yanıtı

$(1 + D)$ sisteminin transfer fonksiyonu şöyle yazılabilir.

$$H(f) = \begin{cases} 1/2W(1 + \exp(-\pi f/W)) & ; \quad |f| \leq W \\ 0 & ; \quad |f| > W \end{cases} \quad (2.2)$$

Şekil 2.6 dan görüleceği üzere $(1 + D)$ sistemine ilişkin transfer fonksiyonu kolayca gerçekleştirilebilir alçak geçiren bir süzgeç yapısındadır.

Gürültüsüz ortamda, $(1 + D)$ sisteminde alıcıya ulaşan dizi şöyle yazılabilir.

$$B_n = A_n + A_{n-1} \quad n = 1, 2, 3.. \quad (2.3)$$

Burada A_n , ∓ 1 değerlerini alan, kanaldan iletilen işaret dizisidir. (2.3) denkleminin görüleceği üzere A_{n-1} hatalı alınırsa, B_n ve daha sonraki tüm diziler hatalı olmaktadır. Yani hata yayılımı söz konusudur. Bu durumu engellemek için vericide ön-kodlayıcı kullanılır. Ön-kodlayıcı çıkışı, P_n ,

$$P_n = D_n \oplus P_{n-1} \quad (2.4)$$

biçimindedir. Burada $D_n \in 0, 1$ elemanlarından oluşan giriş dizisidir. $\oplus$ modulo 2 toplamını göstermektedir. İletilen işaret dizisi A_n ise,

$$A_n = 2P_n - 1 \quad (2.5)$$

biçiminde yazılabilir. (2.5) bağıntısı (2.3) de yerine konursa,

$$B_n = 2(P_n + P_{n-1} - 1) \quad (2.6)$$

bağıntısı bulunur. (2.4) ve (2.6) bağıntılarından D_n ,

$$D_n = \frac{B_n}{2} + 1 \quad (2.7)$$

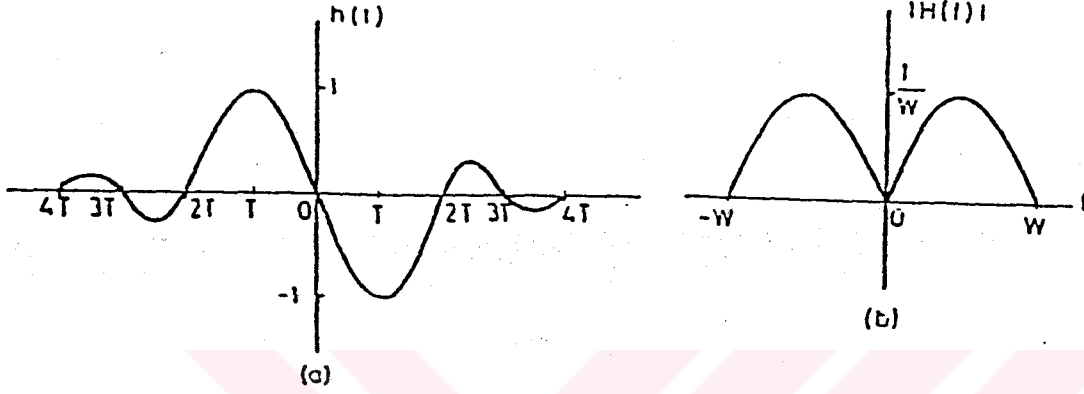
şeklinde yazılabilir.

Toplamsal Gauss gürültülü ortamda, alıcıda D_n işaret kümesi şu kurala göre belirlenir.

$$D_n = \begin{cases} 1 & ; & |B_n + \nu_n| < 1 \\ 0 & ; & |B_n + \nu_n| \geq 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

Burada ν_n gürültü bileşenidir.

Diğer önemli bir PRS modeli ise $(1 - D^2)$ ile gösterilen değiştirilmiş “duo-binary” sistemdir, [10]. “Değiştirilmiş duo-binary” sisteminde C_0, C_2 katsayıları 1, diğer tüm katsayılar 0 olarak alınmıştır.



Şekil 2.7. $(1 - D^2)$ Sisteminin (a) Impuls yanıtı (b) Transfer Fonksiyonu

$(1 - D^2)$ sisteminin transfer fonksiyonu şu şekilde yazılabilir.

$$H(f) = \begin{cases} 1/2W[\exp(\pi f/W) - \exp(-\pi f/W)] & ; \quad |f| \leq W \\ 0 & ; \quad |f| > W \end{cases} \quad (2.9)$$

Şekil 2.7 de görüleceği üzere $(1 - D^2)$ sistemi özellikle tek yan bant modülasyonu için uygun bir uygulama olmaktadır.

Gürültüsüz ortamda, $(1 - D^2)$ sisteminde alıcıya ulaşan dizi şöyle yazılabilir.

$$B_n = A_n + A_{n-2}; \quad n = 2, 3.. \quad (2.10)$$

Burada $A_n, \mp 1$ değerlerini alan, kanala verilen işaret dizisidir. Toplamsal Gauss gürültülü ortamda, $(1 - D^2)$ sisteminde, D_n işaret kümesi, $(1 + D)$ sistemine benzer şekilde düşünülerek alıcıda şu kurala göre belirlenir.

$$D_n = \begin{cases} 0 & ; & |B_n + \nu_n| < 1 \\ 1 & ; & |B_n + \nu_n| \geq 1 \end{cases} \quad (2.11)$$

Burada ν_n gürültü bileşenidir.



Şekil 3.1. AWGN ortamında çalışan bir QPR-TCM sistem modeli

Bu sistemde katlamalı kodlayıcı, her iletim aralığında k uzunluklu giriş dizilerini, $k + 1$ uzunluklu dizilere dönüştürmektedir. Daha sonra $k + 1$ uzunluklu diziler, 2^{k+1} tane kanal işareti ile alt kümelere ayrıştırarak eşleme “mapping by partitioning” diye adlandırılan [1] bir kurala göre eşlenmektedir. Bu kurala göre gereğinden iki kat fazla elemandan oluşan kanal işaretleri kümesi, serbest Öklid uzaklığı giderek artacak biçimde daha az elemanlı alt kümelere bölünmektedir. Daha sonra bu alt kümeler kodlayıcının üreteceği kanal işareti dizileri arasındaki serbest Öklid uzaklığı en büyük olacak biçimde seçilen kafes yapısının geçişlerine atanmaktadır. PRS bloğu ile i . kodlama adımında yollanan kanal işareti ile $(i - 1)$. kodlama adımındaki işaret arasında bir ilinti yaratılmaktadır. QPR-TCM sisteminde kafes kod çözücü bloğu da, Viterbi algoritmasına göre kod çözme işlemini gerçekleştirmektedir.

QPR-TCM sistemine ilişkin ortalama işaret enerjisi E_s , [1] şöyle yazılabilir.

$$E_s = \sum_{m=0}^{l-1} p_m |S_m|^2 \quad (3.1)$$

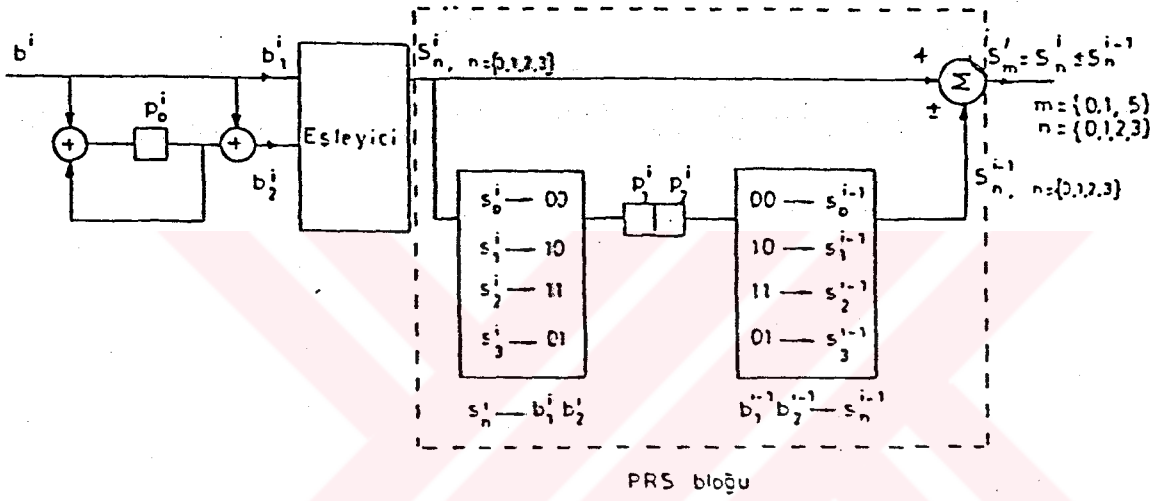
Burada,

l :QPR-TCM çıkışındaki işaret sayısını, p_m ise QPR-TCM sistem çıkışında S_m ile gösterilen işaretlerin oluşma olasılığını vermektedir.

Bu bölümde katlamalı kodlayıcının durum sayısına göre ortaya çıkan iki farklı yapı, 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemleri önerilmektedir. Öncelikle, giriş ile çıkış arasındaki ilişki Calderbank-Mazo [20] yaklaşımı ile analitik olarak elde edilerek Gauss gürültülü ortamlarda hata başarımları alt sınır eğrileri çıkarılmakta ve ilintili klasik yapılarla karşılaştırılmaktadır.

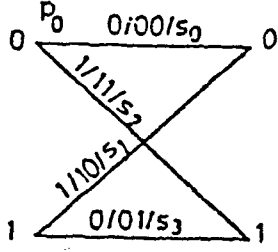
3.1.Dört Durumlu QPR-TCM Sistemi (6QPR-TCM)

Bu bölümde, PRS yapısından dolayı oluşan hata yayılımını önlemek için, Wolf ve Ungerboeck tarafından önerilen, katlamalı kodlayıcılara ilişkin kafes yapılar incelenmiş [15] ve bunların ışığı altında hata yayılımına izin veremeyen dört durumlu 6QPR-TCM yapısı önerilmiştir. 6QPR-TCM sistemi, Şekil 3.2 de gösterildiği gibi, bir katlamalı kodlayıcı ve bir kısmi yanıtli sistemin birleşiminden oluşmuş bir yapıdır.

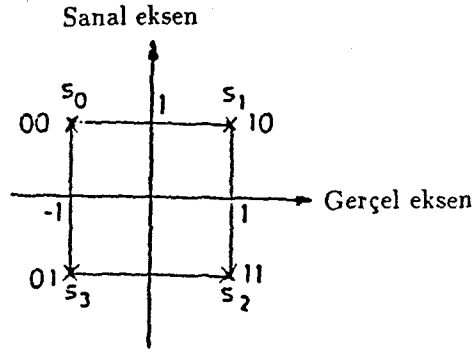


Şekil 3.2. 6QPR-TCM Sistem Modeli

Bu şekilden görüleceği gibi, katlamalı kodlayıcı p_o bellekli ve $1/2$ oranlı olarak seçilmiş olup, i . işaretleme adımında, kodlayıcı girişi b^i ve çıkışları $(b_1^i, b_2^i) \in \{0,1\}$ kümesinden değer almaktadır. Eşleyici bloğu ise, katlamalı kodlayıcı çıkışında üretilen olurlu $2^2 = 4$ ikili diziye karşı düşen ve S_0, S_1, S_2, S_3 diye gösterilen, işaret elemanlarından birini küme ayrıştırarak eşleme kuralına göre seçmektedir. Şekil 3.2 de PRS bloğu ise, $1 \mp D$ ile modellenmiş olup, (p_1, p_2) belleği ile tanımlanmaktadır. Dolayısı ile i . adımda kanala iletilen işaret, $S_m^i = S_n^i + S_n^{i-1}$ biçiminde ifade edilebilir. 6QPR-TCM sisteminin kodlayıcısına ilişkin kafes yapısı ve iki boyutlu işaret bileşenleri Şekil 3.3 de gösterilmiştir.



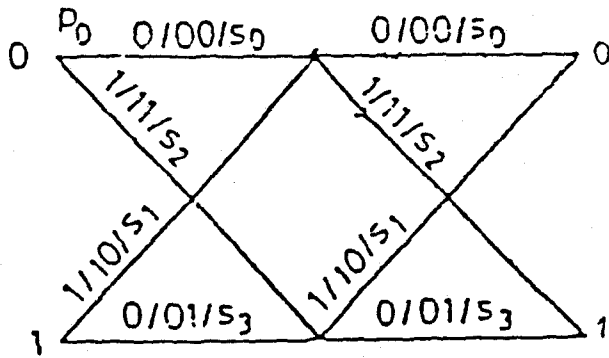
(a)



(b)

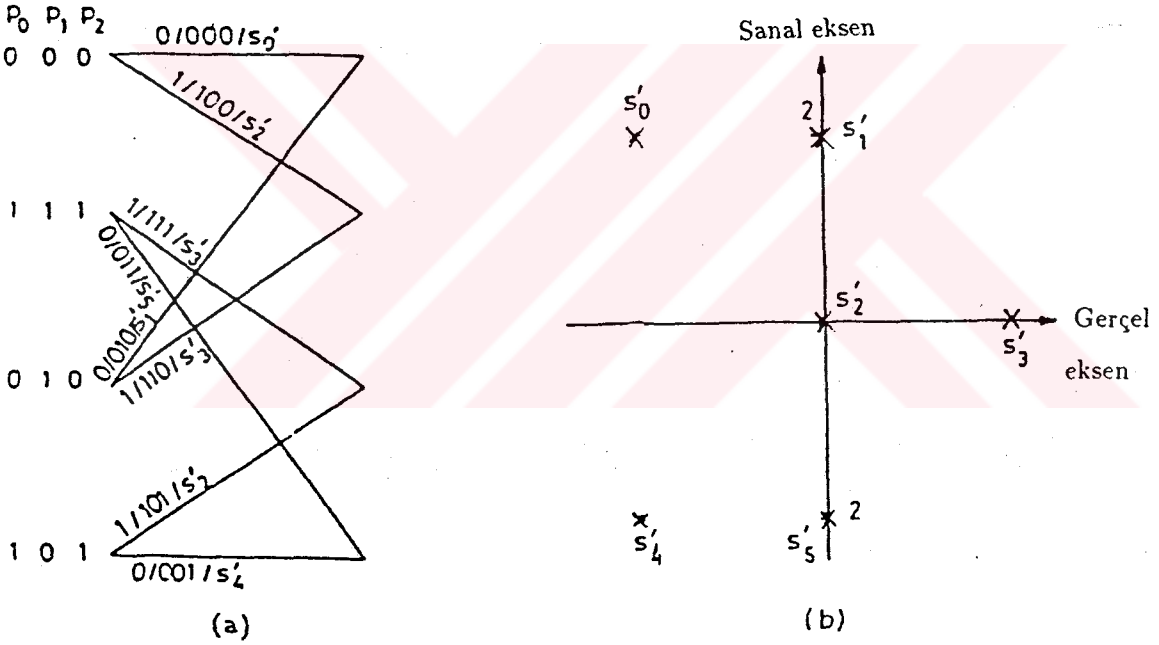
Şekil 3.3 (a) İki durumlu kodlayıcı kafes yapısı (b) İşaret kümesi

Şekil 3.3 de verilen kodlayıcının kollarında $b^i/b_1^i b_2^i / S_{n=0,1,2,3}^i$ bilgisi taşınmaktadır. Burada b^i i . adımdaki giriş bitini, (b_1^i, b_2^i) kodlayıcı çıkışındaki kodlanmış diziyi, S_n^i ise (b_1^i, b_2^i) dizisine karşı düşen işaret elemanının göstermektedir. Şekil 3.4. de kodlayıcının iki adımını incelenmiştir. Kafes kodlarında $(i-1)$. adımda $b^{i-1}/p_1^i p_2^i / S_{n=0,1,2,3}^{i-1}$, i . adımda ise $b^i/p_1^{i+1} p_2^{i+1} / S_{n=0,1,2,3}^i$ bilgileri taşınmaktadır.



Şekil 3.4. Kafes kodlayıcının iki adımın gösterilmesi

Kafes kodlayıcının iki adımının gösterildiği Şekil 3.4 ten de görüleceği gibi $(i - 1)$. adımdaki S_0^{i-1} işaretlerinden sonra i . adımda S_0^i veya S_2^i işaretinden biri gelmektedir. Aynı şekilde S_2^{i-1} den sonra S_1^i veya S_3^i , S_1^{i-1} den sonra S_0^i veya S_2^i , S_3^{i-1} den sonra S_1^i veya S_3^i gelebilir. Bu sınırlama ise sistem çıkışındaki işaret kümesinin eleman sayısını 9 dan 6 ya indirgemektedir. Bu nedenle önerilen birleşik yapıya 6QPR-TCM adı verilmiştir. Söz konusu sınırlama Şekil 3.2 de verilen sisteme ilişkin durum sayısını belirleyecek olan (p_0, p_1, p_2) bellek birimlerinin tüm olası değerleri almasını engeller ve kafes durumlarını PRS sistemine ilişkin bellek birimleri (p_1, p_2) belirler. Böylece durum sayısında 8 den 4 e indirgenir. Şekil 3.5 de 6QPR-TCM sisteminin kafes yapısı ve bu sisteme ilişkin işaret kümesi verilmiştir.



Şekil 3.5. (a) 6QPR-TCM kafes yapısı (b) İşaret kümesi

6QPR-TCM kafes yapısına ilişkin kollarda $b^i/b_1^i p_1^i p_2^i / S'_m$ bilgisi taşınmaktadır. Burada b^i , i . andaki giriş biti, (p_1^i, p_2^i) PRS bellek elemanlarıdır. S'_m ise 6QPR-TCM sisteminin çıkış kümesini vermektedir. Tablo 3.1 de görüleceği üzere, 6QPR-TCM sisteminin çıkışındaki işaret kümesi S'_m , sadece 6 farklı

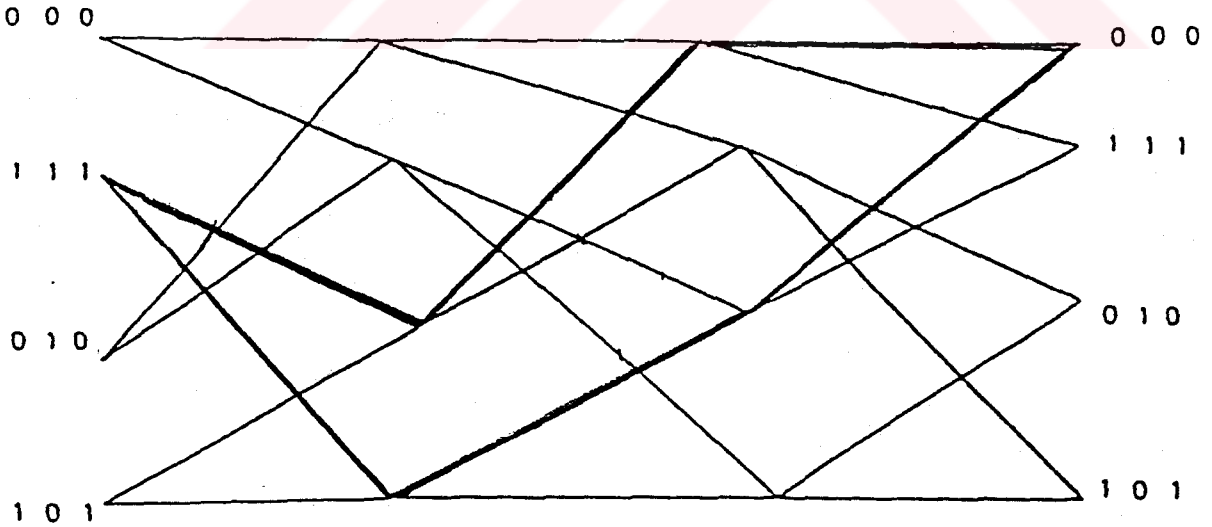
elemandan oluşmaktadır.

6QPR-TCM sistemine ilişkin ortalama işaret enerjisi E_s , Şekil 3.5'den ve (3.1) denkleminde yararlanarak şöyle yazılabilir.

$$E_s = \sum_{m=0}^5 p_m |S'_m|^2 \quad (3.2)$$

$$E_s = \frac{1}{8} [|S'_0|^2 + |S'_1|^2 + 2|S'_2|^2 + 2|S'_3|^2 + |S'_4|^2 + |S'_5|^2] = 4$$

Şekil 3.5'den görüleceği üzere S'_2 ve S'_3 işaretlerinin oluşma olasılığı $2/8$ iken diğer tüm işaret bileşenlerinin oluşma olasılığı $1/8$ dir. Şekil 3.6 dan görüleceği gibi, serbest Öklid uzaklığını veren yol çifti 3 adımlı olmaktadır. Aynı durumdan çıkan kollara ilişkin işaretlerin arasındaki karesel uzaklık 8 olduğundan serbest Öklid uzaklığının ilk terimi 8 değerini almaktadır. Ele alınan yol çiftinin ikinci adımında ise en küçük karesel uzaklık 4 dür. Aynı duruma giren kollara ilişkin işaretlerin arasındaki karesel uzaklık 4 olduğundan son terim 4 dür. Sonuç olarak 6QPR-TCM sisteminin serbest Öklid uzaklığı $d_{serbest}^2 = 8 + 4 + 4 = 16$ olmaktadır.



Şekil 3.6. 6QPR-TCM sisteminin serbest Öklid uzaklığını veren yol çifti

Tablo 3.1 de 6QPR-TCM sisteminin çıkışına ilişkin işaret elemanları girişler cinsinden gösterilmiştir.

TABLO 3.1. 6QPR-TCM SİSTEMİNİN TÜM OLASI GİRİŞLER İÇİN İNCELENMESİ

b^i	p_0^i	p_1^i	p_2^i	$s_n^{(i-1)}$	$p_0^{(i-1)}$	$p_1^{(i-1)}$	$p_2^{(i-1)}$	s_n^i	$s_m^i = s_n^i \cdot s_n^{(i-1)}$
0	0	0	0	s_0	0	0	0	s_0	s_0'
1	0	0	0	s_0	1	1	1	s_2	s_2'
0	0	1	0	s_1	0	0	0	s_0	s_1'
1	0	1	0	s_1	1	1	1	s_2	s_2'
0	1	0	1	s_3	1	0	1	s_3	s_4'
1	1	0	1	s_3	0	1	0	s_4	s_2'
0	1	1	1	s_2	1	0	1	s_3	s_5'
1	1	1	1	s_2	0	1	0	s_4	s_3'

6QPR-TCM sisteminin girişi ile çıkışı arasındaki ilişki Calderbank-Mazo [20] yaklaşımı ile analitik olarak elde edilebilir. Şekil 3.2 de eşleyici çıkışı analitik olarak b_1^i, b_2^i cinsinden şöyle yazılabilir,

$$S^i(b_1^i, b_2^i) = d_1 b_1^i + d_2 b_2^i + d_{12} b_1^i b_2^i \quad (3.3)$$

Burada d_1, d_2, d_{12} 'ler katsayılar vektörünün elemanlarıdır. Şekil 3.3'den yararlanarak eşleyici girişi ve çıkışı arasındaki ilişki Tablo 3.2 de gösterilmektedir.

TABLO 3.2. OLASI TÜM GİRİŞLERDE EŞLEYİCİ ÇIKIŞLARI

b_1^i	b_2^i	b_1^i	b_2^i	s^1	s^2
0	1	0	1	-1	1
1	-1	0	1	1	1
0	1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	-1

Burada b_1^i ve b_2^i büyüklükleri b_1^i ve b_2^i büyüklüklerine ilişkin elemanların $(0 \rightarrow 1), (1 \rightarrow -1)$ dönüşümü ile oluşturulmuştur. Tablo 3.2 deki s^1 ve s^2

büyüklikleri ise, (3.3) bağıntısının gerçel ve sanal bileşenlerini göstermektedir. d katsayılar vektörünün gerçel ve sanal bileşenleri sırasıyla d^1 ve d^2 dir. s^1, s^2, d^1, d^2 büyüklükleri vektörel olarak şu biçimde ifade edilebilir,

$$s^1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad s^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad d^1 = \begin{bmatrix} d_1^1 \\ d_2^1 \\ d_{12}^1 \end{bmatrix}, \quad d^2 = \begin{bmatrix} d_1^2 \\ d_2^2 \\ d_{12}^2 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Ayrıca Tablo 3.2 den yararlanarak b'_1, b'_2 ve $b'_1 b'_2$ büyüklerinin sırasıyla 1., 2. ve 3. sütunlara yerleştirilmesi ile oluşan B matrisi şöyle ifade edilebilir,

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

$S = Bd$ vektörel bağıntısının gerçel ve sanal bileşenleri sırasıyla $s^1 = Bd^1$ ve $s^2 = Bd^2$ vektörel biçimdedir. $s^1 = Bd^1$ şöyle yazılabilir,

$$s^1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^1 \\ d_2^1 \\ d_3^1 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Yukardaki matrisel ifade çözümlürse, katsayılar vektörünün elemanları

$d_1^1 = -1, d_2^1 = 0, d_{12}^1 = 0$ olarak bulunur. (3.3) denkleminin gerçel kısmı ise şöyle yazılabilir,

$$s^1(b_1^i, b_2^i) = d_1^1 b_1^i + d_2^1 b_2^i + d_{12}^1 b_1^i b_2^i = d_1^1 b_1^i = -b_1^i. \quad (3.7)$$

$s^2 = Bd^2$ matrisel ifade ise,

$$s^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^2 \\ d_2^2 \\ d_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

biçimindedir. Matrisel ifade çözülürse, katsayılar vektörünün elemanları $d_1^2 = 0, d_2^2 = 1, d_{12}^2 = 0$ olarak bulunur. (3.3) denkleminin sanal kısmı ise şöyle yazılabilir,

$$s^2(b_1^i, b_2^i) = d_1^2 b_1^i + d_2^2 b_2^i + d_{12}^2 b_1^i b_2^i = d_2^2 b_2^i = b_2^i \quad (3.9)$$

(3.8) ve (3.9) bağıntılarından yararlanarak (3.3) bağıntısı şöyle yazılabilir,

$$S^i(b_1^i, b_2^i) = s^1(b_1^i, b_2^i) + j s^2(b_1^i, b_2^i) = -b_1^i + j b_2^i \quad (3.10)$$

Şekil 3.2 deki birleşik yapı çıkışının i . andaki ifadesi şöyle yazılabilir,

$$S'(b_1^i, b_1^{i-1}, b_2^i, b_2^{i-1}) = S^i(b_1^i, b_2^i) + S^{i-1}(b_1^{i-1}, b_2^{i-1}) \quad (3.11)$$

(3.11) ilişkisinde, (3.10) eşitliği kullanılarak, düzeltmeler yapılırsa,

$$S'(b_1^i, b_1^{i-1}, b_2^i, b_2^{i-1}) = -(b_1^i + b_1^{i-1}) + j(b_2^i + b_2^{i-1}) \quad (3.12)$$

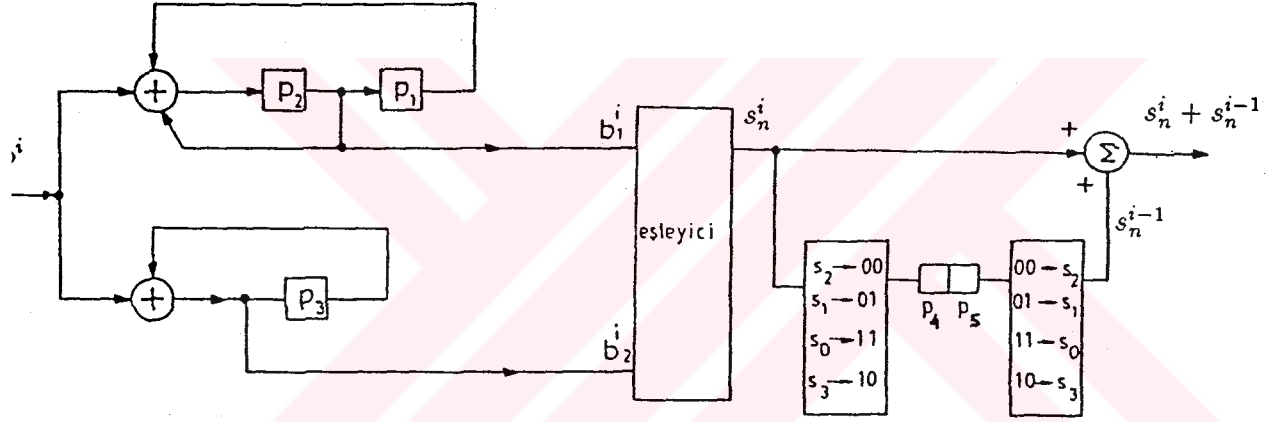
bağıntısı bulunur. Burada i . adımda b_2^i ,

$$b_2^i = b_1^i \oplus p_o^i \quad (3.13)$$

olarak tanımlanmıştır. b_1^i ise i . adımdaki giriş bitidir. b_1^i, b_2^i değerleri yerine konurken $(0 \rightarrow 1)$ ve $(1 \rightarrow -1)$ dönüşümü yapılacaktır. (3.12) denkleminde tüm olası giriş değerlerinde çıkışta sadece 6 farklı işaret elemanı elde edilmektedir.

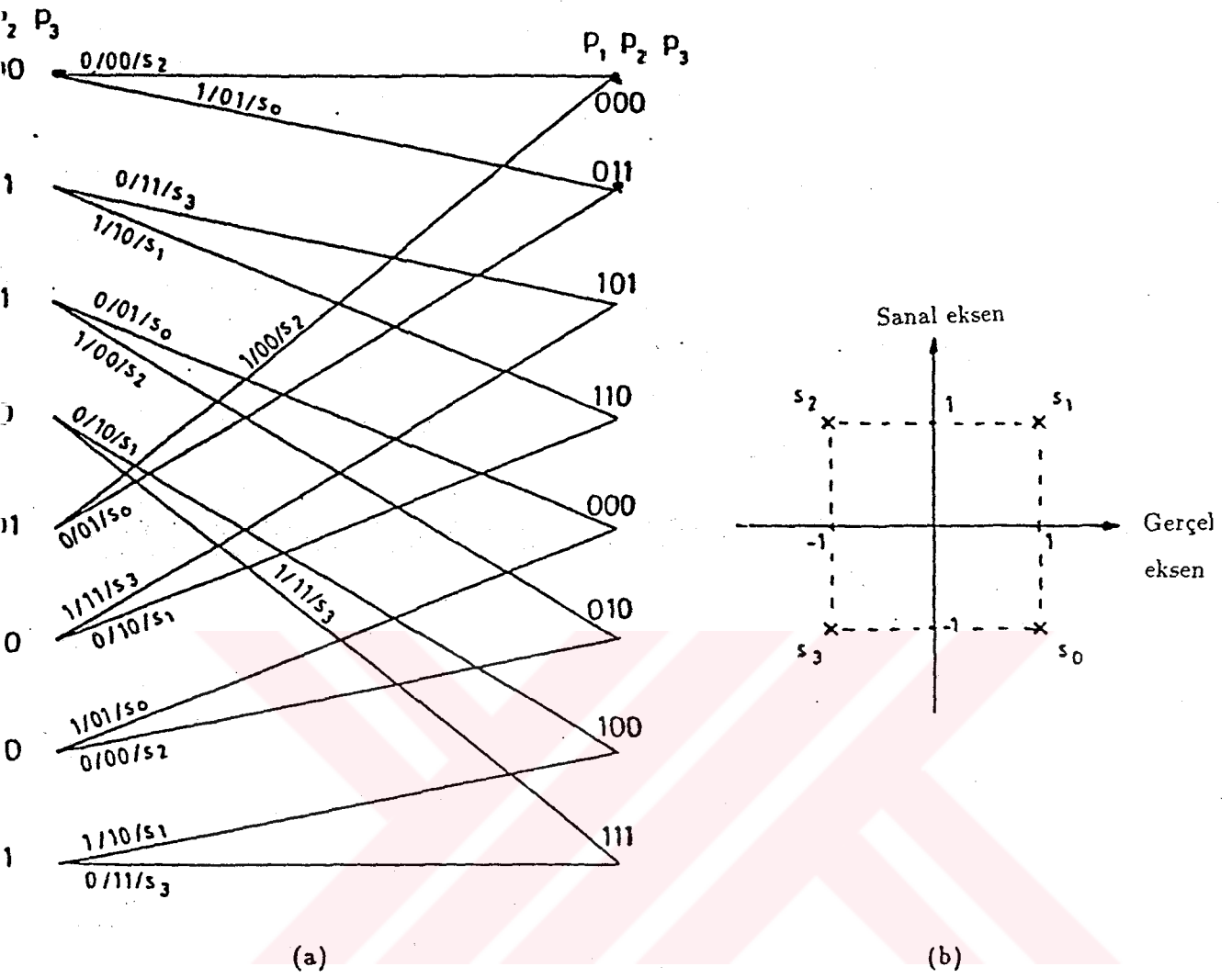
3.2. Sekiz Durumlu QPR-TCM Sistemi (9QPR-TCM)

Bu bölümde, PRS yapısından dolayı oluşan hata yayılımını önlemek için, Wolf ve Ungerboeck tarafından önerilen katlamalı kodlayıcılara ilişkin kafes yapılar incelenmiş [15] ve bunların ışığı altında hata yayılımına izin veremeyen bir sekiz durumlu 9QPR-TCM yapısı önerilmiştir. 9QPR-TCM sistemi, Şekil 3.7 de gösterildiği gibi, bir katlamalı kodlayıcı ve bir kısmi yanıtli sistemin birleşiminden oluşmuş bir yapıdır.



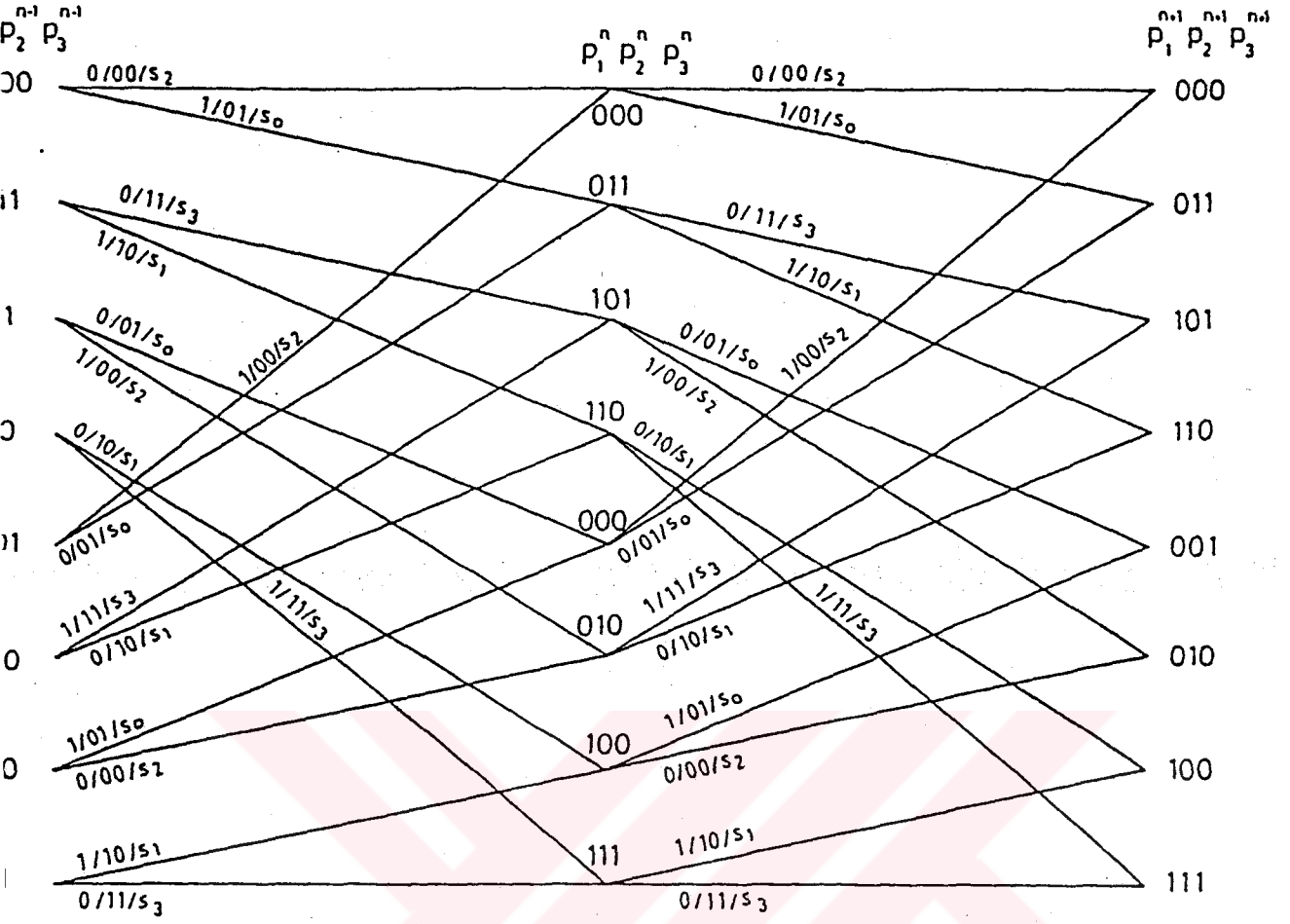
Şekil 3.7. 9QPR-TCM Sistemi

Burada i . adımdaki giriş $b^i \in \{0,1\}$ değerlerini almaktadır. (b_1^i, b_2^i) ise eşleyicinin ikili giriş bitlerini göstermektedir. Katlamalı kodlayıcı belleği (p_1^i, p_2^i, p_3^i) , PRS belleği (p_4^i, p_5^i) olarak tanımlanmıştır. 9QPR-TCM çıkışında $(s_{n=0,1,2,3}^i + s_{n=0,1,2,3}^{i-1})$ işaret bileşenleri oluşmaktadır. Burada $(i-1)$ kodlama adımıdaki eşleyici çıkışına ilişkin işaret bileşeni $(s_{n=0,1,2,3}^{i-1})$ ile i . kodlama adımıdaki eşleyici çıkışındaki işaret bileşeni $(s_{n=0,1,2,3}^i)$ toplanmaktadır. 3 bellek birimli $(\nu = 3)$ katlamalı kodlayıcıya ilişkin kafes yapısı ve işaret bileşenleri Şekil 3.8 de verilmiştir.



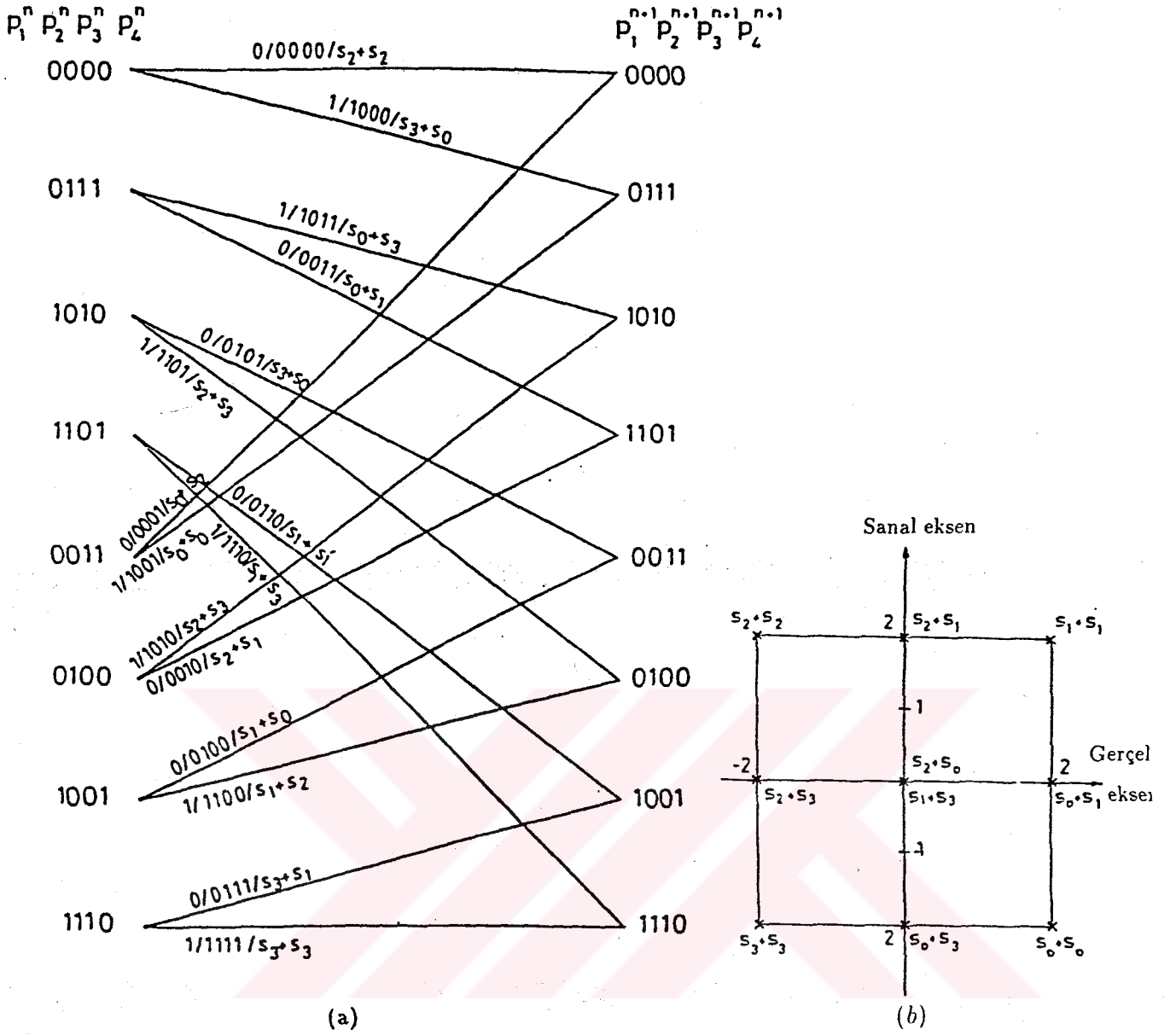
Şekil 3.8. (a) 9QPR-TCM kafes yapısı (b) İşaret bileşenleri

Şekil 3.8 de verilen katlamalı kodlayıcının kollarında $b^i/b_1^i, b_2^i/s_{n=0,1,2,3}^i$ bilgisi taşınmaktadır. Burada b^i giriş bitini, (b_1^i, b_2^i) , i . kodlama adımındaki eşleyici girişini, $s_{n=0,1,2,3}^i$ eşleyici çıkışını göstermektedir. Şekil 3.9 da ise kafes kodlayıcının iki adımı incelenmiştir.



Şekil 3.9. Kafes kodlayıcının iki adımının gösterilmesi

Şekil 3.10 daki kafes yapısında PRS bloğuna ilişkin bellek birimleri (p_4, p_5) ile kodlayıcıya ilişkin (p_1, p_2) bellek birimleri aynı değerleri almaktadır. Bu nedenle 9QPR-TCM sisteminin durum sayısını (p_1, p_2, p_3) bellek birimleri belirlemektedir. Böylece 9QPR-TCM sisteminin birleşik kafes yapısı (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5) bellek birimlerinden dolayı olası $2^5 = 32$ durumdan $2^3 = 8$ duruma indirgenmektedir. Katlamalı kodlayıcının durum sayısının artırılması ile işaret bileşenlerinin sayısı 9 olmaktadır. Bu nedenle bu modülasyon türüne 9QPR-TCM adı verilmiştir. 9QPR-TCM sistemine ilişkin kafes yapısı ve işaret kümesi Şekil 3.10da verilmiştir.

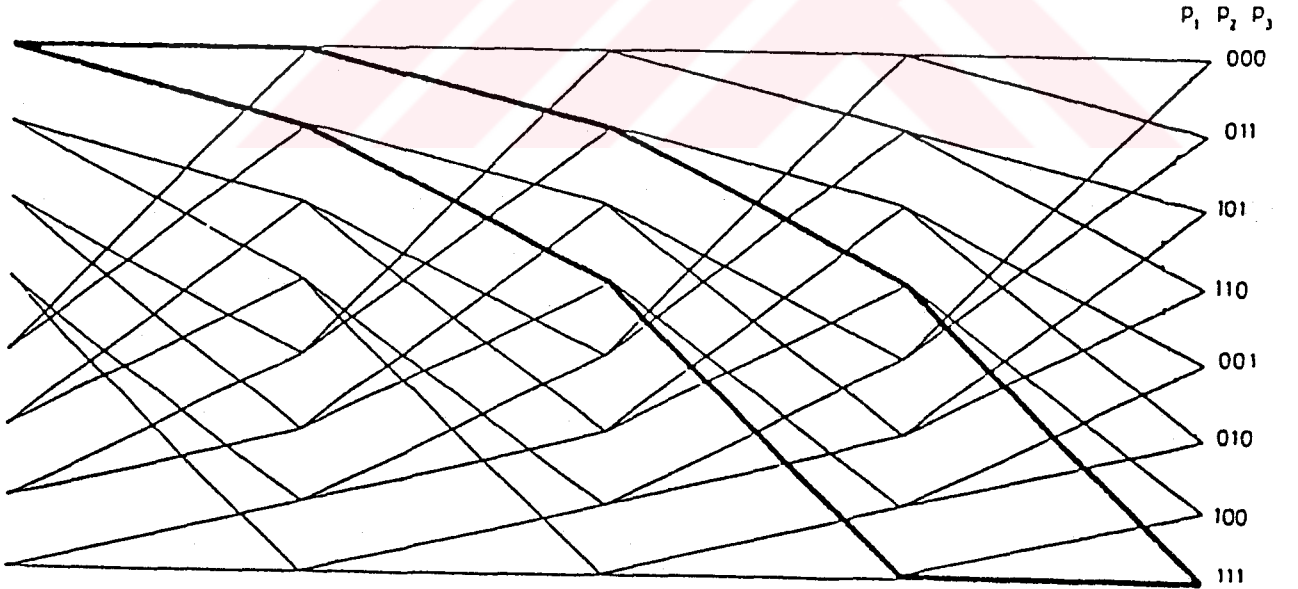


Şekil 3.10. (a) 9QPR-TCM kafes yapısı (b) İşaret kümesi

9QPR-TCM kafes yapısının kollarında $b^i/b^i p_1^i p_2^i p_3^i / (s_{n=0,1,2,3}^{i-1} + s_{n=0,1,2,3}^i)$ bilgisi taşınmaktadır. Burada b^i , i . andaki giriş bitini, (p_1^i, p_2^i, p_3^i) katlamalı kodlayıcı bellek birimlerini, $(s_{n=0,1,2,3}^{i-1} + s_{n=0,1,2,3}^i)$ ise $(i-1)$. ve i . andaki katlamalı kodlayıcı çıkışlarının toplamını vermektedir. Şekil 3.10 (b) den ve (3.1) denkleminde yararlanarak 9QPR-TCM sisteminin ortalama işaret enerjisi E_s şöyle yazılabilir.

$$\begin{aligned}
E(s) = & \frac{2}{16} [|s_2 + s_0|^2 + |s_1 + s_3|^2 + |s_2 + s_3|^2 + |s_0 + s_1|^2 \\
& + |s_0 + s_3|^2 + |s_2 + s_1|^2] + \frac{1}{16} [|s_0 + s_0|^2 + |s_1 + s_1|^2 \\
& + |s_2 + s_2|^2 + |s_3 + s_3|^2] = 4
\end{aligned}$$

Bu ilişkiden ve Şekil 3.10 yardımı ile $E_s = 4$ olarak bulunur. Şekil 3.10 dan görüleceği üzere $(s_0 + s_2), (s_2 + s_0), (s_1 + s_3), (s_2 + s_3), (s_0 + s_1), (s_0 + s_3)$ işaret bileşenlerinin oluşma olasılığı $2/16$ dır. Diğer işaretlerin oluşma olasılığı ise $1/16$ dır. 9QPR-TCM sisteminde karesel Öklid uzaklığını veren yol çifti 4 adımlı olmaktadır. (Şekil 3.11). Aynı durumdan çıkan kollara ilişkin işaretlerin arasındaki karesel uzaklık 8 olduğundan serbest Öklid uzaklığının ilk terimi 8 değerini almaktadır. Ele alınan yol çiftinin ikinci ve üçüncü adımlarındaki en küçük karesel uzaklık 4 dür. Aynı duruma giren kollara ilişkin işaretlerin arasındaki karesel uzaklık 4 olduğunda son terim 8 dür. Sonuç olarak 9QPR-TCM sisteminin serbest Öklid uzaklığı $d_{serbest}^2 = 8 + 4 + 4 + 8 = 24$ olmaktadır. (Şekil 3.11)



Şekil 3.11. 9QPR-TCM sisteminin Öklid uzaklığını veren yol çifti

9QPR-TCM sisteminin girişi ile çıkışı arasındaki ilişki Calderbank-Mazo [20] yaklaşımı ile analitik olarak elde edilebilir. şekil 3.7 de eşleyici çıkışı, (b_1^i, b_2^i) cinsinden şöyle yazılabilir,

$$S^i(b_1^i, b_2^i) = d_1^i b_1^i + d_2^i b_2^i + d_{12}^i b_1^i b_2^i \quad . \quad (3.14)$$

Burada d_1, d_2, d_{12} 'ler katsayılar vektörünün elemanlarıdır. şekil 3.8'den yararlanarak eşleyici girişi ve çıkışı arasındaki ilişki Tablo 3.3 de gösterilmektedir.

TABLO 3.3. OLASI TÖM GİRİşLERDE EşLEYİCİ IKIşLARI

b_1^i	b_1^i	b_2^i	b_2^i	s^1	s^2
0	1	0	1	-1	1
1	-1	0	1	1	-1
0	1	1	-1	1	1
1	-1	1	-1	-1	-1

Burada b_1^i ve b_2^i büyüklükleri b_1^i ve b_2^i büyüklüklerine ilişkin elemanların $(0 \rightarrow 1), (1 \rightarrow -1)$ dönüşümü ile oluşturulmuştur. Tablo 3.3 deki s^1 ve s^2 büyüklükleri ise, (3.14) bağıntısının gerçel ve sanal bileşenlerini göstermektedir. d katsayılar vektörünün gerçel ve sanal bileşenleri sırasıyla d^1 ve d^2 dir. s^1, s^2, d^1, d^2 büyüklükleri vektörel olarak şu biçimde ifade edilebilir,

$$s^1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad s^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad d^1 = \begin{bmatrix} d_1^1 \\ d_2^1 \\ d_{12}^1 \end{bmatrix}, \quad d^2 = \begin{bmatrix} d_1^2 \\ d_2^2 \\ d_{12}^2 \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Ayrıca Tablo 3.3 den yararlanarak b_1^i, b_2^i ve $b_1^i b_2^i$ büyüklerinin sırasıyla 1., 2. ve 3. sütunlara yerleştirilmesi ile oluşan B matrisi şöyle ifade edilebilir,

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$S = Bd$ vektörel bağıntısının gerçel ve sanal bileşenleri sırasıyla $s^1 = Bd^1$ ve $s^2 = Bd^2$ vektörel biçimdedir. $s^1 = Bd^1$ şöyle yazılabilir,

$$s^1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^1 \\ d_2^1 \\ d_3^1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Yukardaki matrissel ifade çözülürse, katsayılar vektörünün elemanları

$d_1^1 = -1, d_2^1 = 0, d_{12}^1 = 0$ olarak bulunur. (3.14) denkleminin gerçel kısmı ise şöyle yazılabilir,

$$s^1(b_1^i, b_2^i) = d_1^1 b_1^i + d_2^1 b_2^i + d_{12}^1 b_1^i b_2^i = d_1^1 b_1^i = -b_1^i \quad (3.18)$$

$s^2 = Bd^2$ matrissel ifade ise,

$$s^2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1^2 \\ d_2^2 \\ d_3^2 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

biçimindedir. Matrissel ifade çözülürse, katsayılar vektörünün elemanları

$d_1^2 = 0, d_2^2 = 1, d_{12}^2 = 0$ olarak bulunur. (3.14) denkleminin sanal kısmı ise şöyle yazılabilir,

$$s^2(b_1^i, b_2^i) = d_1^2 b_1^i + d_2^2 b_2^i + d_{12}^2 b_1^i b_2^i = d_2^2 b_2^i = b_2^i \quad (3.20)$$

(3.18) ve (3.20) bağıntılarından yararlanarak (3.14) bağıntısı şöyle yazılabilir.

$$S^i(b_1^i, b_2^i) = s^1(b_1^i, b_2^i) + js^2(b_1^i, b_2^i) = -b_1^i + jb_2^i \quad (3.21)$$

Şekil 3.7 deki birleşik yapı çıkışının i . andaki ifadesi şöyle yazılabilir,

$$S'(b_1^i, b_1^{i-1}, b_2^i, b_2^{i-1}) = S^i(b_1^i, b_2^i) + S^{i-1}(b_1^{i-1}, b_2^{i-1}) \quad (3.22)$$

(3.22) ilişkisinde, (3.21) eşitliği kullanılarak, düzeltmeler yapılırsa,

$$S'(b_1^i, b_1^{i-1}, b_2^i, b_2^{i-1}) = -(b_1^i + b_1^{i-1}) + j(b_2^i + b_2^{i-1}) \quad (3.23)$$

bağıntısı bulunur. Burada i . adımda b_2^i ,

$$b_2^i = b_1^i \oplus p_o^i \quad (3.24)$$

olarak tanımlanmıştır. b_1^i ise i . adımdaki giriş bitidir. b_1^i, b_2^i değerleri yerine konurken $(0 \rightarrow 1)$ ve $(1 \rightarrow -1)$ dönüşümü yapılacaktır. (3.23) denkleminde tüm olası giriş değerlerinde çıkışta 9 farklı işaret elemanı elde edilmektedir.

BÖLÜM 4

QPR-TCM Sistemlerinin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi

Bu bölümde QPR-TCM sistemlerinin beyaz Gauss ortamında hata başarım üst sınır eğrileri Zehavi-Wolf [22] yaklaşımı ile çıkarılmaktadır. Ayrıca, 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM yapıları hata başarımları açısından 4QAM-TCM modülasyonlu sistemlerle karşılaştırılmaktadır.

4.1 6QPR-TCM Sistemlerinin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi

Bu bölümde 6QPR-TCM sistemi, kodlanmamış kısmi yanıtı sistem (PRS-BPSK) ile karşılaştırılacaktır. 6QPR-TCM sisteminin asimptotik kodlama kazancı, Özellikle yüksek-ışaret gürültü oranlarında asimptotik kodlama kazancı (ACG) önemli bir başarım ölçütüdür, [21]. 6QPR-TCM sisteminin asimptotik kodlama kazancı,

$$ACG = 10 \log \frac{(d_{serbest}^2/E_s)6QPR - TCM}{(d_{serbest}^2/E_s)PRS - BPSK} \quad (4.1)$$

formülünden

$$ACG = 10 \log \frac{16/4}{4/2} = 3 \quad \text{dB} \quad (4.2)$$

olarak bulunur. Burada $d_{serbest}$ "serbest Öklid" uzaklığıdır. Sistemde yalnız kodlayıcı kullanılması durumunda ise, asimptotik kodlama kazancı,

$$ACG = 10 \log \frac{(d_{serbest}^2/E_s)4QAM - TCM}{(d_{serbest}^2/E_s)PRS - BPSK} \quad (4.3)$$

formülünden

$$ACG = 10 \log \frac{12/2}{4/1} = 1.76 \quad \text{dB} \quad (4.4)$$

olarak bulunur. Dolayısıyla, 6QPR-TCM birleşik yapısı (4.2) bağıntısından görüleceği üzere, kodlanmamış kısmi yanıtli sisteme göre daha büyük kazanç sağlamaktadır. Ancak sadece yüksek işaret gürültü oranlarında geçerli olan asimptotik kazancın yerine daha genel olan Zehavi-Wolf yaklaşımı ile [22] hata üst sınır eğrilerinin analitik olarak elde edilmesi daha yararlı ve gerçeğe uygun olmaktadır. Zehavi-Wolf yaklaşımı belirli bir simetriyi sağlayan kafes kodları için geçerlidir. Burada istenen simetri, işaret kümesinin ilk bölmelemedesindeki iki alt kümeye ilişkin hata ağırlık profillerinin aynı olmasıdır. Bu simetri koşulu altında, kafes kodlarının değiştirilmiş transfer fonksiyonları, kodlayıcının durum sayısına eşit durumlu hata durum diagramları yardımı ile bulunabilmektedir. “Düzgün hata özelliği” olarak adlandırılan bu koşullar, hata olaylarını doğrusal kodlarda olduğu gibi, başlangıç koşulundan bağımsız kılmaktadır. Bu yöntemle göre, toplamsal beyaz Gauss gürültüsü ile modellenen kanallar için, Viterbi kod çözücüsünün doğru diziden ayrılarak hatalı bir simgeler dizisine karar verme olasılığı olarak tanımlanan hata olasılığı için bir üst sınır şöyle verilmektedir, [22].

$$P_e \leq Q\left[\sqrt{\frac{d_f^2 E_s}{2N_0}}\right] \exp(d_f^2 E_s / 4N_0) T(w, L, I) \mid_{I=1, L=2^{-k}} \quad (4.5)$$

Burada,

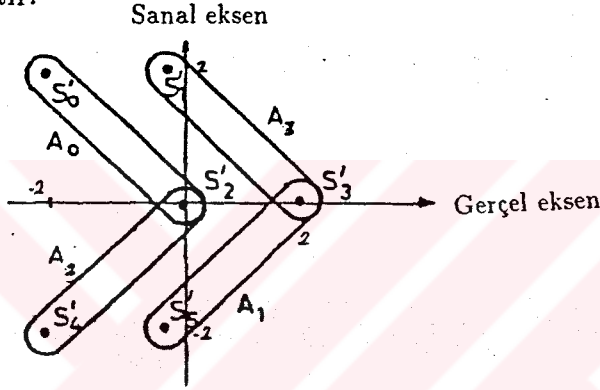
$$Q[\cdot] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\cdot}^{\infty} e^{-\alpha^2/2} d\alpha$$

$d_f^2 = d_{\text{serbest}}^2 / E_s$ ve hata ağırlık profili $w = \exp(-E_s / 4N_0)$ olarak tanımlanmıştır. N_0 gürültü enerji yoğunluğunu göstermektedir. $T(w, L, I)$ ise gözönüne alınan kodlayıcının hata durum diagramının transfer fonksiyonuna karşı düşüp,

$$T(w, L, I) = \sum_{\alpha, i, j} a_{\alpha, i, j} L^i I^j w^\alpha \quad (4.6)$$

biçiminde ifade edilmektedir. Burada $a_{\alpha, i, j}$, α karesel Öklid uzaklıklı, i uzunluklu ve j veri biti hatalı olayların sayısını göstermektedir. (4.6) ilişkisindeki toplama işlemi, olurlu tüm hata dizilerine ilişkin tüm hata ağırlıkları üzerinden alınmaktadır.

Şekil 4.1 de gösterilen 6QPR-TCM sistemine ilişkin işaret uzayı, durumlardan kalkan işaret çiftleri arasındaki Öklid uzaklığı maksimum olacak biçimde eşlenmiştir.



Şekil 4.1. 6QPR-TCM sisteminin A_0, A_1, A_2, A_3 alt gruplara ayrılması

Şekil 4.1 den görüleceği üzere, Ungerboeck'in teklif ettiği alt kümeler bölümlene yöntemine uygun olarak, $A_0 \in (s'_0, s'_2), A_1 \in (s'_3, s'_5), A_2 \in (s'_2, s'_4), A_3 \in (s'_1, s'_3)$ olmak üzere alt gruplara ayrılmıştır. Şekil 3.5 de görüleceği üzere tüm alt gruplar aynı durumdan kalkan işaret çiftlerini içermektedir. Alt gruplara ilişkin hata ağırlıkları Tablo 4.1 de verilmiştir. Bu tabloda $d^2(y, y \oplus e)$ ile gösterilen hata ağırlıkları, kanala gönderilen dizi ile hatalı alınan dizi arasındaki karesel Öklid uzaklığı olarak tanımlanmaktadır. Burada y birleşik yapı çıkışındaki işaretleri, e kanalda oluşan hatayı, $A_{i=1,2,3}$ alt grupları, $d^2(y, y \oplus e)$ hatalı kanal çıkışı ile gönderilen işaret arasındaki Öklid uzaklığını göstermektedir. Önceden belirtildiği gibi, ortalama işaret enerjisi $E_s = 4$ dür.

TABLO 4.1. 6QPR-TCM HATA AĞIRLIKLARI

Alt Grup	(y,e)	$d^2(y,y+e)$	Alt Grup	(y,e)	$d^2(y,y+e)$	Alt Grup	(y,e)	$d^2(y,y+e)$	Alt Grup	(y,e)	$d^2(y,y+e)$
A ₀	000.000	0	A ₁	011.000	0	A ₂	001.000	0	A ₃	010.000	0
	100.000	0		111.000	0		101.000	0		110.000	0
	000.001	16		011.001	16		001.100	16		010.001	16
	100.001	0		111.001	0		101.001	0		110.001	0
	000.010	4		011.010	4		001.010	4		010.010	4
	100.010	4		111.010	4		101.010	4		110.010	4
	000.011	20		011.011	20		001.011	20		010.011	20
	100.011	4		111.011	4		101.011	4		110.011	4
	000.100	8	A ₀	011.100	8	A ₁	001.100	8	A ₂	010.100	8
	100.100	8		111.100	8		101.100	8		110.100	8
	000.101	8		011.101	8		001.101	8		010.101	8
	100.101	8		111.101	8		101.101	8		110.101	8
	000.110	20		011.110	4		001.110	20		010.110	4
	100.110	4		111.110	20		101.110	4		110.110	20
	000.111	20		011.111	20		001.111	20		010.111	4
	100.111	4		111.111	4		101.111	4		110.111	20

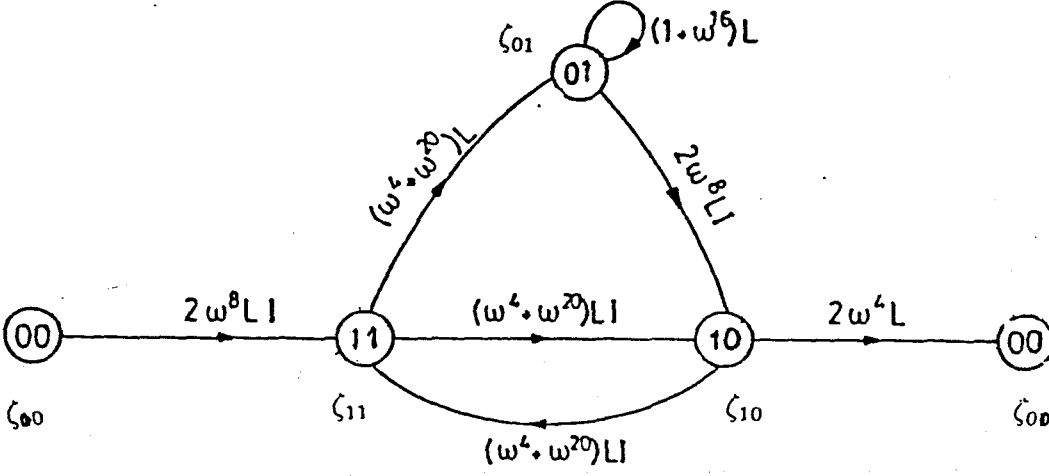
Tablo 4.1 den görüleceği üzere A_0, A_1, A_2, A_3 alt kümelerine ilişkin hata ağırlıkları aynı çıkmaktadır. Tablo 4.1 den yararlanarak, e hata vektörüne karşı düşen hata ağırlık profilleri Tablo 4.2 de verilmiştir. Tablo 4.1 den Tablo 4.2'e geçişi açıklamak için örneğin A_0 grubu ve $e = 111$ hata dizisini incelersek, A_0 kümesin ile söz konusu hata vektörünün birlikte gerçekleştiği (y, e) değeri $(000, 111)$ ve $(100, 101)$ olmaktadır. Bunlara karşı düşen Öklid uzaklığı $d^2(y, y \oplus e)$, ise sırasıyla 20 ve 4 dür. Böylece Tablo 4.2 de A_0 kümesinde hata vektörünün 111 olduğu bölüme $(w^4 + w^{20})$ değerleri yerleştirilir. Benzer mantıkla Tablo 4.2 nin diğer bölümleri doldurulur.

TABLO 4.2 6QPR-TCM HATA AĞIRLIK PROFİLLERİ

e	000	001	011	100	101	110	010	111
A_0, A_1, A_2, A_3	2	$1 + w^{16}$	$w^4 + w^{20}$	$2 w^8$	$2 w^8$	$w^4 + w^{20}$	$2 w^4$	$w^4 + w^{20}$

Şekil 3.5 (a) ve Tablo 4.1 den yararlanarak Şekil 4.2 de gösterilen 6QPR-TCM sistemine ilişkin hata durum diagramı [22] çıkarılabilir. Örnek olarak Şekil 3.5 teki 11 durumunda 0 giriş biti geldiğinde kol üzerinde $(b_1^i, p_1^i, p_2^i) = 011$ bilgisi taşınır. ve bir sonraki durum 01 olur. Tablo 4.2 de 011 değerini alan hata vektörüne ilişkin sütundaki $w^4 + w^{20}$ değeri, hata durum diagramında 11 durumundan 01 durumuna geçişteki kol üzerine $(w^4 + w^{20})LI$ olarak işlenir. Eğer 11 durumda 1 giriş biti gelmişse, Şekil 3.5(a) dan, bir sonraki durum 10 olur ve kol üzerinde $(b_1^i, p_1^i, p_2^i) = 111$ bilgisi mevcuttur. Tablo 4.1 de 111 değerini alan hata vektörü elemanına ilişkin $(w^4 + w^{20})$ değeri, hata durum diagramında 11 durumundan çıkan 10 durumuna gelen kol üzerine, giriş biti 1 olduğundan $(w^4 + w^{20})LI$ olarak yazılır. Benzer şe-

kilde Şekil 3.5 ve Tablo 4.1 den yararlanarak hata durum diagramı çıkarılır.



Şekil 4.2. 6QPR-TCM hata durum diagramı

Şekil 4.2 de $\zeta_{00}, \zeta_{01}, \zeta_{10}, \zeta_{11}$ durumlarını (p_1, p_2) bellek elemanları belirlemektedir. Zehavi-Wolf yaklaşımı ile [22] Şekil 4.2 deki durum diagramından yararlanarak aşağıdaki ilişkiler yazılabilir.

$$\zeta_{11} = 2w^8LI + (w^4 + w^{20})LI\zeta_{10}$$

$$\zeta_{10} = (w^4 + w^{20})L\zeta_{11} + (1 + w^{16})L\zeta_{01}$$

$$\zeta_{01} = (w^4 + w^{20})LI\zeta_{11} + 2w^8LI\zeta_{01}$$

(4.6) ilişkisi ile tanımlanan transfer fonksiyonu $T(w, L, I)$ ise,

$$T(w, L, I) = 2w^4L\zeta_{10} \quad (4.7)$$

şeklindedir. Yukardaki ilişkiler çözülüp (4.7) denkleminde yerine konursa, 6QPR-TCM transfer fonksiyonu şöyle yazılabilir.

$$T(w, L, I) = \frac{A(w, L, I)}{B(w, L, I)} \quad (4.8)$$

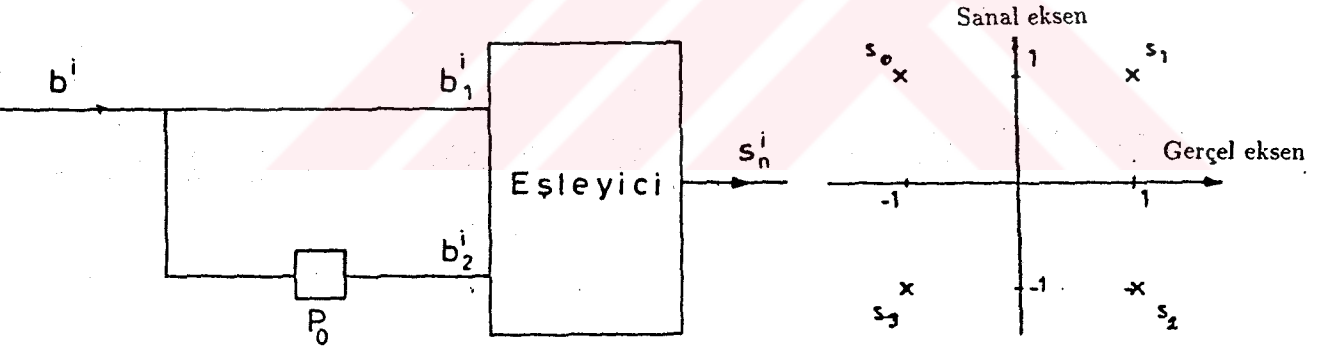
$$A(w, L, I) = \frac{8w^8 w^4 w^8 (w^4 + w^{20}) L^4 I^2}{[1 - 0.25(w^4 + w^{20})(w^4 + w^{20}) L^2 I^2][0.5 - 0.5w^{16}] - 0.25(w^4 + w^{20})(w^4 + w^{20}) I^2} + 0.5w^4 w^{20} (w^4 + w^{20}) I^2$$

$$B(w, L, I) = 1 - (w^4 + w^{20})(w^4 + w^{20}) L^2 I^2$$

Şekil 3.5 den görüleceği gibi durumlardan çıkan kol sayısı tek olduğundan $L = 1/2$ dir. Yukarıdaki ifade (4.5) denkleminde yerine konursa 6QPR-TCM sisteminin hata başarımlar üst sınır eğrileri çıkarılabilir. (Şekil 4.7)

4.2 4QAM-TCM ($\nu = 1$) Sisteminin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi

Bu bölümde tek bellekli ($\nu = 1$), iki durumlu 4QAM-TCM sisteminin hata başarımlar üst sınır eğrileri çıkarılmıştır. Söz konusu iki durumlu 4QAM-TCM modülasyonlu sistem ve işaret kümesi Şekil 4.3 de verilmiştir.

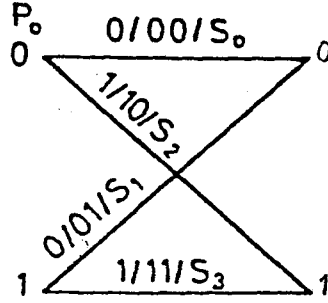


Şekil 4.3. 4QAM-TCM sistemi ve işaret kümesi

Burada b^i giriş bitini, (b_1^i, b_2^i) eşleyici girişini ve $s_{n=0,1,2,3}$ işaret bileşenlerini göstermektedir. 4QAM-TCM sisteminin ortalama işaret enerjisi, E_s ise (3.1) denkleminde yararlanarak şöyle yazılabilir.

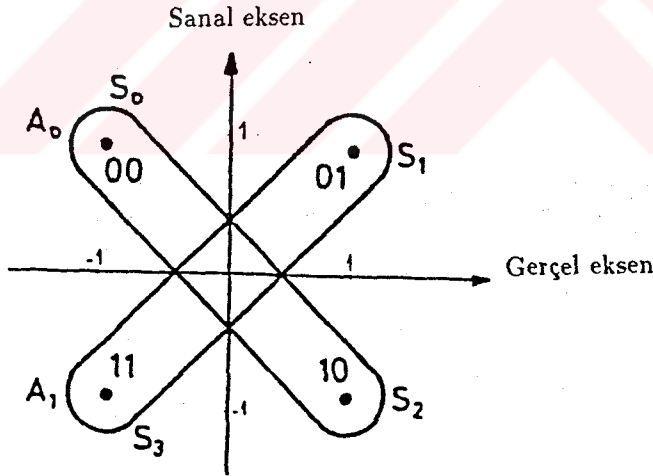
$$E_s = \frac{1}{4} [|s_0|^2 + |s_1|^2 + |s_2|^2 + |s_3|^2] = 2 \quad (4.9)$$

İki durumlu 4QAM-TCM modülasyonlu sistemin kafes yapısı ve $d_{serbest}^2$ yolunu veren yol çifti Şekil 4.4 de verilmiştir.



Şekil 4.4. 4QAM-TCM kafes yapısı

Şekil 4.4 den görüleceği üzere, serbest Öklid uzaklığı $d_{serbest}^2 = 8 + 4 = 12$ dir. Şekil 4.5 de 4QAM-TCM sistemine ilişkin işaret bileşenleri aynı durumdan çıkan ve maksimum uzaklıkta olacak şekilde alt gruplara ayrılmıştır.



Şekil 4.5. 4QAM-TCM sisteminin alt grupları

Şekil 4.5 den yararlanarak A_0 ve A_1 gruplarına ilişkin hata ağırlıkları Tablo 4.3 'de verilmiştir.

TABLO 4.3 A_0, A_1 GRUPLARINA AİT HATA AĞIRLIKLARI

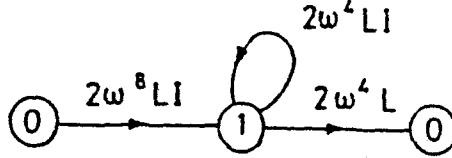
Alt Grup	(y,e)	$d^2(y,y+e)$	Alt Grup	(y,e)	$d^2(y,y+e)$
A_0	00.00	0	A_1	01.00	0
	10.00	0		11.00	0
	00.01	4		01.01	4
	10.01	4		11.01	4
	00.10	8		01.10	8
	10.10	8		11.10	8
A_0	00.11	4	A_1	01.11	4
	10.11	4		11.11	4

Tablo 4.3'den faydalanılarak oluşturulan ağırlık profilleri Tablo 4.4'te gösterilmiştir.

TABLO 4.4 A_0, A_1 GRUPLARININ HATA PROFİLLERİ

	00	01	10	11
A_0	2	$2\omega^4$	$2\omega^8$	$2\omega^4$
A_1	2	$2\omega^4$	$2\omega^8$	$2\omega^4$

Tablo 4.4 ve Şekil 4.4'den aşağıdaki hata durum diyagramı elde edilir.



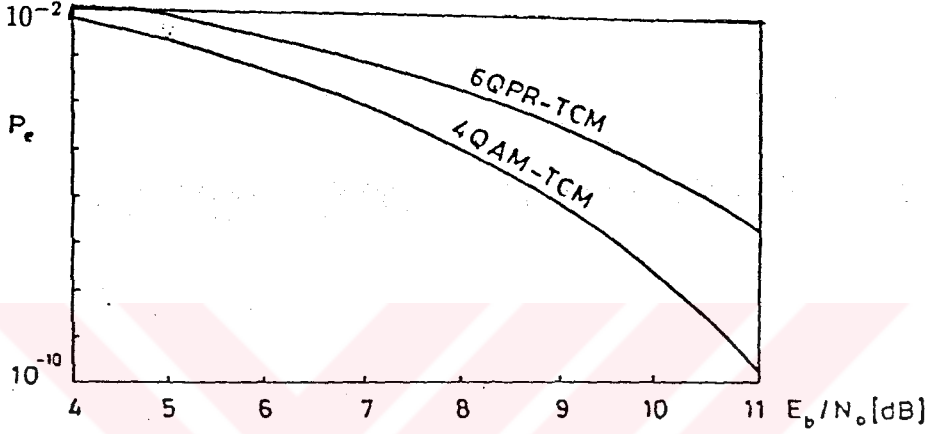
Şekil 4.6. 4QAM-TCM hata durum diyagramı

Şekil 4.6 daki hata durum diagramından transfer fonksiyonu,

$$T(\omega, L, I) = \frac{4\omega^{12}L^2I}{1 - 2\omega^4LI} \quad (4.10)$$

biçimindedir. (4.9) denklemini (4.5) de yerine konur ve w 'nın tüm kuvvetleri $E_s = 2$ ye göre normalize edilirse, 4QAM-TCM sistemine ilişkin hata üst sınır eğrileri çıkarılır.

Yukarıda elde edilen hata üst sınır eğrileri yardımı ile iki durumlu 6QPR-TCM ve 4QAM-TCM modülasyonlu sistemler Şekil 4.7 de karşılaştırılmışlardır.



Şekil 4.7. Beyaz Gauss ortamında 6QPR-TCM ve 4QAM-TCM için hata üst sınır eğrileri

Şekil 4.7 de görüldüğü gibi, 4QAM-TCM, 6QPR-TCM 'e göre tüm işaret-gürültü oranlarında daha iyi başarımlar göstermektedir.

4.3 9QPR-TCM Sistemlerinin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi

9QPR-TCM sistemi, yüksek gürültü işaret oranlarında daha anlamlı olan asimptotik kodlama kazancı (ACG) açısından kodlanmamış kısmi yanıtli sistemle karşılaştırılırsa,

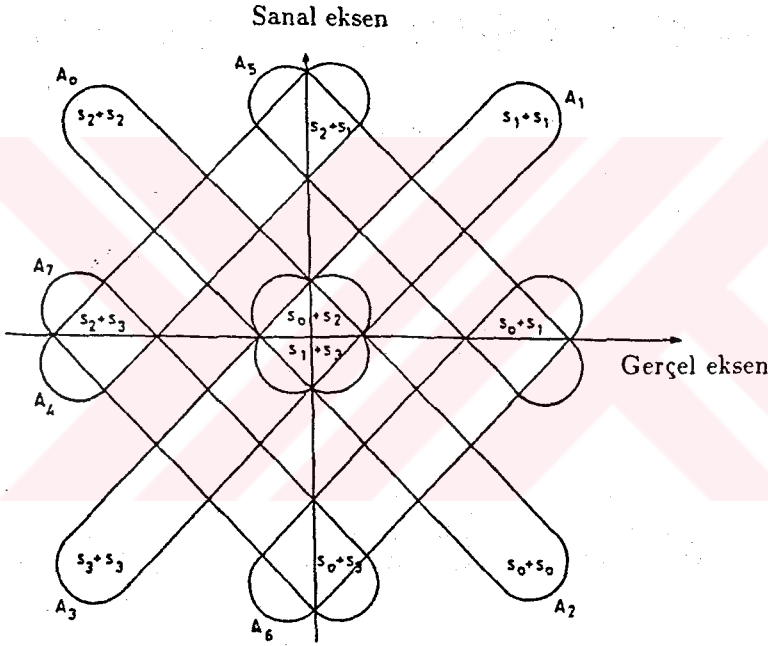
$$ACG = 10 \log \frac{(d_{serbest}^2/E_s)_{9QPR-TCM}}{(d_{serbest}^2/E_s)_{PRS-BPSK}} \quad (4.11)$$

formülünden

$$ACG = 10 \log \frac{24/4}{4/2} = 4.77 \quad \text{dB} \quad (4.12)$$

değerinde bir kazanç elde edildiği görülmektedir.

Bu bölümde sadece yüksek işaret-gürültü oranlarında geçerli olan ACG yerine, daha genel olan Zehavi-Wolf yaklaşımı ile [20] hata başarım üst sınır eğrileri elde edilecektir. Şekil 3.16 da aynı durumdan çıkan kollar birer alt grup olarak ayrıştırılmıştır. $A_{i=0,1,\dots,7}$ alt gruplarını oluşturan işaret bileşenleri arasındaki uzaklık en büyük olacak biçimde seçilmiştir.



Şekil 4.8. 9QPR-TCM sisteminin alt gruplara ayrıştırılması

Şekil 4.8 de belirtilen $A_{0,1,\dots,7}$ alt gruplarına ilişkin hata ağırlıkları Tablo 4.5 de verilmiştir. Tablo 4.6 da ise Tablo 4.5 den yararlanarak oluşturulan hata profilleri çıkarılmıştır. Tablo 4.6 ve Şekil 3.9 dan yararlanarak Şekil 4.9 da gösterilen hata durum diagramı çıkarılmıştır.

TABLO 4.5 9QPR-TCM SİSTEMİNE AİT HATA AĞIRLIKLARI

(y,e)	$d^2(y,y \cdot e)$	(y,e)	$d^2(y,y \cdot e)$	(y,e)	$d^2(y,y \cdot e)$	(y,e)	$d^2(y,y \cdot e)$
0000,0000	0000,0000 — 0	0010,0000	0010,0010 — 0	0100,0000	0100,0100 — 0	0111,0000	0111,0111 — 0
1000,0000	1000,1000 — 0	1010,0000	1010,1010 — 0	1100,0000	1100,1100 — 0	1111,0000	1111,1111 — 0
0000,1000	0000,1000 — 8	0010,1000	0010,1000 — 8	0100,1000	0100,1100 — 8	0111,1000	0111,1111 — 8
1000,1000	1000,0000 — 8	1010,1000	1010,0010 — 8	1100,1000	1100,0100 — 8	1111,1000	1111,0111 — 8
0000,0100	0000,0100 — 4	0010,0100	0010,0110 — 4	0100,0100	0100,0000 — 4	0111,0100	0111,0011 — 4
1000,0100	1000,1100 — 4	1010,0100	1010,1110 — 4	1100,0100	1100,1000 — 4	1111,0100	1111,1011 — 4
0000,1110	0000,1110 — 8	0010,1110	0010,1100 — 8	0100,1110	0100,1010 — 8	0111,1110	0111,1001 — 8
1000,1110	1000,0110 — 8	1010,1110	1010,0100 — 8	1100,1110	1100,0010 — 8	1111,1110	1111,0001 — 8
0000,0101	0000,0101 — 20	0010,0101	0010,0111 — 20	0100,0101	0100,0001 — 20	0111,0101	0111,0010 — 20
1000,0101	1000,1101 — 4	1010,0101	1010,1111 — 4	1100,0101	1100,1001 — 4	1111,0101	1111,1010 — 4
0000,1010	0000,1010 — 4	0010,1010	0010,1000 — 4	0100,1010	0100,1110 — 4	0111,1010	0111,1101 — 4
1000,1010	1000,0010 — 4	1010,1010	1010,0000 — 4	1100,1010	1100,0110 — 4	1111,1010	1111,0101 — 4
0000,0111	0000,0111 — 16	0010,0111	0010,0101 — 16	0100,0111	0100,0011 — 16	0111,0111	0111,0000 — 16
1000,0111	1000,1111 — 0	1010,0111	1010,1101 — 0	1100,0111	1100,1011 — 0	1111,0111	1111,1000 — 0
0000,1001	0000,1001 — 8	0010,1001	0010,1011 — 8	0100,1001	0100,1101 — 8	0111,1001	0111,1110 — 8
1000,1001	1000,0001 — 8	1010,1001	1010,0011 — 8	1100,1001	1100,0101 — 8	1111,1001	1111,0110 — 8
0000,0011	0000,0011 — 20	0010,0011	0010,0001 — 20	0100,0011	0100,0111 — 20	0111,0011	0111,0100 — 20
1000,0011	1000,1011 — 4	1010,0011	1010,1001 — 4	1100,0011	1100,1111 — 4	1111,0011	1111,1100 — 4
0000,1011	0000,1011 — 20	0010,1011	0010,1001 — 4	0100,1011	0100,1111 — 4	0111,1011	0111,1100 — 20
1000,1011	1000,0011 — 4	1010,1011	1010,0001 — 20	1100,1011	1100,0111 — 20	1111,1011	1111,0100 — 4
0000,1100	0000,1100 — 20	0010,1100	0010,1110 — 4	0100,1100	0100,1000 — 4	0111,1100	0111,1011 — 20
1000,1100	1000,0100 — 4	1010,1100	1010,0110 — 20	1100,1100	1100,0000 — 20	1111,1100	1111,0011 — 4
0000,1111	0000,1111 — 8	0010,1111	0010,1101 — 8	0100,1111	0100,1011 — 8	0111,1111	0111,1000 — 8
1000,1111	1000,0111 — 8	1010,1111	1010,0101 — 8	1100,1111	1100,0011 — 8	1111,1111	1111,0000 — 8
0000,0010	0000,0010 — 4	0010,0010	0010,0000 — 4	0100,0010	0100,0110 — 4	0111,0010	0111,0101 — 4
1000,0010	1000,1010 — 4	1010,0010	1010,1000 — 4	1100,0010	1100,1110 — 4	1111,0010	1111,1101 — 4
0000,0001	0000,0001 — 32	0010,0001	0010,0011 — 16	0100,0001	0100,0101 — 16	0111,0001	0111,0110 — 32
1000,0001	1000,1001 — 0	1010,0001	1010,1011 — 16	1100,0001	1100,1101 — 16	1111,0001	1111,1110 — 0
0000,0110	0000,0110 — 16	0010,0110	0010,0100 — 0	0100,0110	0100,0010 — 0	0111,0110	0111,0001 — 16
1000,0110	1000,1110 — 0	1010,0110	1010,1100 — 16	1100,0110	1100,1010 — 16	1111,0110	1111,1001 — 0
0000,1101	0000,1101 — 4	0010,1101	0010,1111 — 4	0100,1101	0100,1001 — 4	0111,1101	0111,1010 — 4
1000,1101	1000,0101 — 4	1010,1101	1010,0111 — 4	1100,1101	1100,0001 — 4	1111,1101	1111,0010 — 4

DEVAMI

(y, e)	$d^2(y, y \cdot e)$	(y, e)	$d^2(y, y \cdot e)$	(y, e)	$d^2(y, y \cdot e)$	(y, e)	$d^2(y, y \cdot e)$
0110, 0000	0110, 0110 — 0	0001, 0000	0001, 0001 — 0	1101, 0000	1101, 1101 — 0	0011, 0000	0011, 0011 — 0
1110, 0000	1110, 1110 — 0	1001, 0000	1001, 1001 — 0	0101, 0000	0101, 0101 — 0	1011, 0000	1011, 1011 — 0
0110, 1000	0110, 1110 — 8	0001, 1000	0001, 1001 — 8	1101, 1000	1101, 0101 — 8	0011, 1000	0011, 1011 — 8
1110, 1000	1110, 0110 — 8	1001, 1000	1001, 0001 — 8	0101, 1000	0101, 1101 — 8	1011, 1000	1011, 0011 — 8
0110, 0100	0110, 0010 — 4	0001, 0100	0001, 0101 — 4	1101, 0100	1101, 1001 — 4	0011, 0100	0011, 0111 — 4
1110, 0100	1110, 1010 — 4	1001, 0100	1001, 1101 — 4	0101, 0100	0101, 0001 — 4	1011, 0100	1011, 1111 — 4
0110, 1110	0110, 1000 — 8	0001, 1110	0001, 1111 — 8	1101, 1110	1101, 0011 — 8	0011, 1110	0011, 1101 — 8
1110, 1110	1110, 0000 — 8	1001, 1110	1001, 0111 — 8	0101, 1110	0101, 1011 — 8	1011, 1110	1011, 0101 — 8
0110, 0101	0110, 0011 — 20	0001, 0101	0001, 0100 — 20	1101, 0101	1101, 1000 — 4	0011, 0101	0011, 0110 — 20
1110, 0101	1110, 1011 — 4	1001, 0101	1001, 1100 — 4	0101, 0101	0101, 0000 — 20	1011, 0101	1011, 1110 — 4
0110, 1010	0110, 1100 — 4	0001, 1010	0001, 1011 — 4	1101, 1010	1101, 0111 — 4	0011, 1010	0011, 1001 — 4
1110, 1010	1110, 0100 — 4	1001, 1010	1001, 0011 — 4	0101, 1010	0101, 1111 — 4	1011, 1010	1011, 0001 — 4
0110, 0111	0110, 0001 — 16	0001, 0111	0001, 0110 — 16	1101, 0111	1101, 1010 — 0	0011, 0111	0011, 0100 — 16
1110, 0111	1110, 1001 — 0	1001, 0111	1001, 1110 — 0	0101, 0111	0101, 0010 — 16	1011, 0111	1011, 1100 — 0
0110, 1001	0110, 1111 — 8	0001, 1001	0001, 1000 — 8	1101, 1001	1101, 0100 — 8	0011, 1001	0011, 1010 — 8
1110, 1001	1110, 0111 — 8	1001, 1001	1001, 0000 — 8	0101, 1001	0101, 1100 — 8	1011, 1001	1011, 0010 — 8
0110, 0011	0110, 0101 — 20	0001, 0011	0001, 0010 — 20	1101, 0011	1101, 1110 — 4	0011, 0011	0011, 0000 — 20
1110, 0011	1110, 1101 — 4	1001, 0011	1001, 1010 — 4	0101, 0011	0101, 0110 — 20	1011, 0011	1011, 1000 — 4
0110, 1011	0110, 1101 — 20	0001, 1011	0001, 1010 — 20	1101, 1011	1101, 0110 — 20	0011, 1011	0011, 1000 — 4
1110, 1011	1110, 0101 — 4	1001, 1011	1001, 0010 — 4	0101, 1011	0101, 1110 — 4	1011, 1011	1011, 0000 — 20
0110, 1100	0110, 1010 — 20	0001, 1100	0001, 1101 — 20	1101, 1100	1101, 0001 — 20	0011, 1100	0011, 1111 — 4
1110, 1100	1110, 0010 — 4	1001, 1100	1001, 0101 — 4	0101, 1100	0101, 0111 — 4	1011, 1100	1011, 0111 — 20
0110, 1111	0110, 1001 — 8	0001, 1111	0001, 1110 — 8	1101, 1111	1101, 0010 — 8	0011, 1111	0011, 1101 — 8
1110, 1111	1110, 0001 — 8	1001, 1111	1001, 0110 — 8	0101, 1111	0101, 1010 — 8	1011, 1111	1011, 0100 — 8
0110, 0010	0110, 0100 — 4	0001, 0010	0001, 0011 — 4	1101, 0010	1101, 1111 — 4	0011, 0010	0011, 0001 — 4
1110, 0010	1110, 1100 — 4	1001, 0010	1001, 1011 — 4	0101, 0010	0101, 0111 — 4	1011, 0010	1011, 1001 — 4
0110, 0001	0110, 0111 — 32	0001, 0001	0001, 0000 — 32	1101, 0001	1101, 1100 — 16	0011, 0001	0011, 0010 — 16
1110, 0001	1110, 1111 — 0	1001, 0001	1001, 1000 — 0	0101, 0001	0101, 0100 — 16	1011, 0001	1011, 1010 — 16
0110, 0110	0110, 0000 — 16	0001, 0110	0001, 0111 — 16	1101, 0110	1101, 1011 — 16	0011, 0110	0011, 0101 — 0
1110, 0110	1110, 1000 — 0	1001, 0110	1001, 1111 — 0	0101, 0110	0101, 1011 — 0	1011, 0110	1011, 1101 — 16
0110, 1101	0110, 1011 — 4	0001, 1101	0001, 1100 — 4	1101, 1101	1101, 0000 — 4	0011, 1101	0011, 1110 — 4
1110, 1101	1110, 0011 — 4	1001, 1101	1001, 0100 — 4	0101, 1101	0101, 1000 — 4	1011, 1101	1011, 0110 — 4

Şekil 4.9'da $\zeta_{000}, \zeta_{011}, \zeta_{101}, \zeta_{110}, \zeta_{111}, \zeta_{100}, \zeta_{010}$ durumlarını (p_1, p_2, p_3) bellek elemanları belirlemektedir. 6QPR-TCM hata durum diagramında yararlanarak aşağıdaki ilişkiler yazılabilir.

$$\zeta_{011} = 2w^8 LI + (1/2 + w^{16} + 1/2w^{32})L\zeta_{001}$$

$$\zeta_{101} = 2w^4 LI\zeta_{010} + (w^4 + w^{20})L\zeta_{011}$$

$$\zeta_{110} = 2w^4 L\zeta_{010} + (w^4 + w^{20})LI\zeta_{011}$$

$$\zeta_{111} = (1 + w^{16})LI\zeta_{111} + 2w^8 LI\zeta_{110}$$

$$\zeta_{100} = 2w^8 LI\zeta_{111} + (1 + w^{16})L\zeta_{110}$$

$$\zeta_{010} = 2w^4 L\zeta_{100} + 2w^4 LI\zeta_{101}$$

(4.6) denklemleri ile tanımlanan transfer fonksiyonu ise,

$$T(w, L, I) = 2w^8 LI\zeta_{001} \quad (4.13)$$

şeklindedir. Bu bağıntılarda, tüm w üslü terimleri $E_s = 4$ 'e göre normalize ederek transfer fonksiyonunu matrissel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir. Bu matrissel ilişki (4.5) de yerine konursa 9QPR-TCM in hata başarımların üst sınır eğrileri elde edilir.

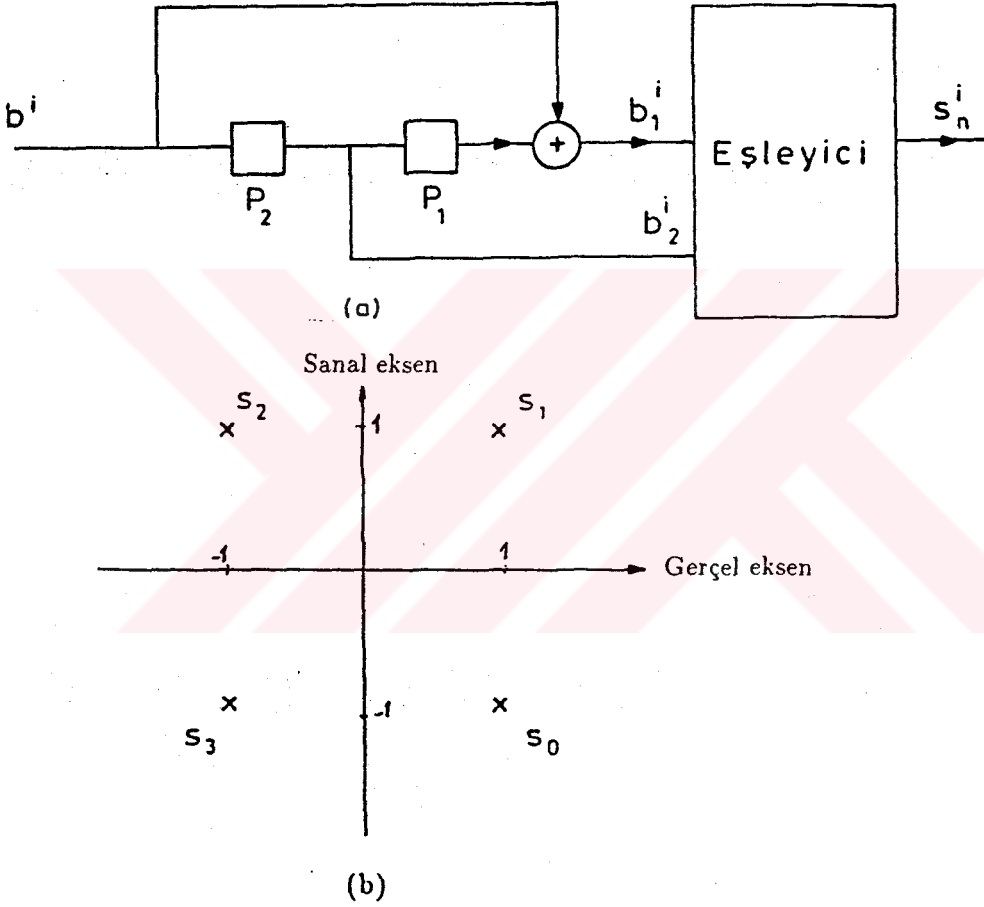
$$T(\omega, L, I) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\omega^2 LI \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I\omega + \omega^5 LI & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ I\omega + \omega^5 LI & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\omega LI & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I\omega + \omega^5 LI & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 + \omega^6) LI & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega^2 LI & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2\omega^2 LI \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & (1/2 + \omega^4 + 1/2 \omega^6) LI & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\omega LI & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\omega LI & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2\omega LI & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & (1 + \omega^5) LI & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2\omega^2 LI & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1 - (1 + \omega^6) LI) & 0 \end{bmatrix}$$

4.4 4QAM-TCM ($\nu = 2$) Sistemlerinin Beyaz Gauss Ortamında Hata Başarım Üst Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi

Bu bölümde 4-durumlu, kodlayıcı belleği 2 olan ($\nu = 2$) 4QAM-TCM sisteminin hata başarım üst sınır eğrileri elde edilecektir. 4QAM-TCM sistemi ve işaret kümesi Şekil 4.10 da verilmiştir.

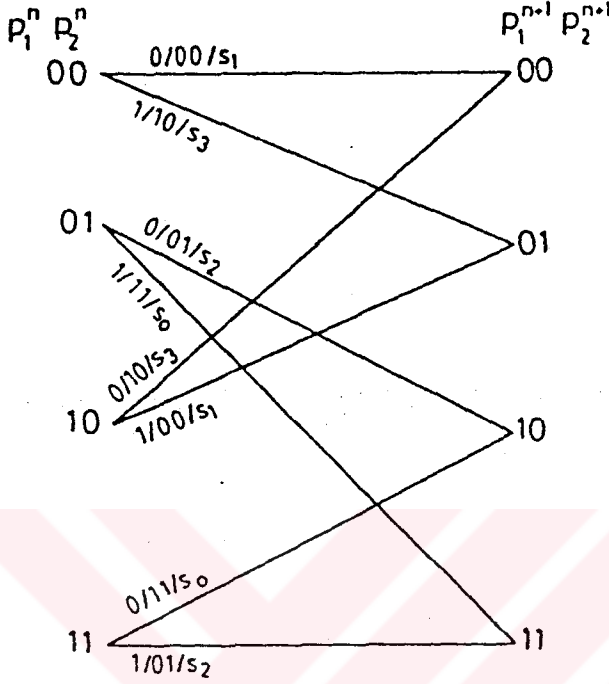


Şekil 4.10. (a) Dört durumlu 4QAM-TCM sistemi ve işaret kümesi

Burada b^i giriş bitini, (b_1^i, b_2^i) eşleyici girişlerini, s_n^i işaret bileşenlerini göstermektedir. 4QAM-TCM ($\nu = 2$) sistemini ortalama işaret enerjisi ise, E_s ise (3.1) denkleminde yararlanarak şöyle yazılabilir.

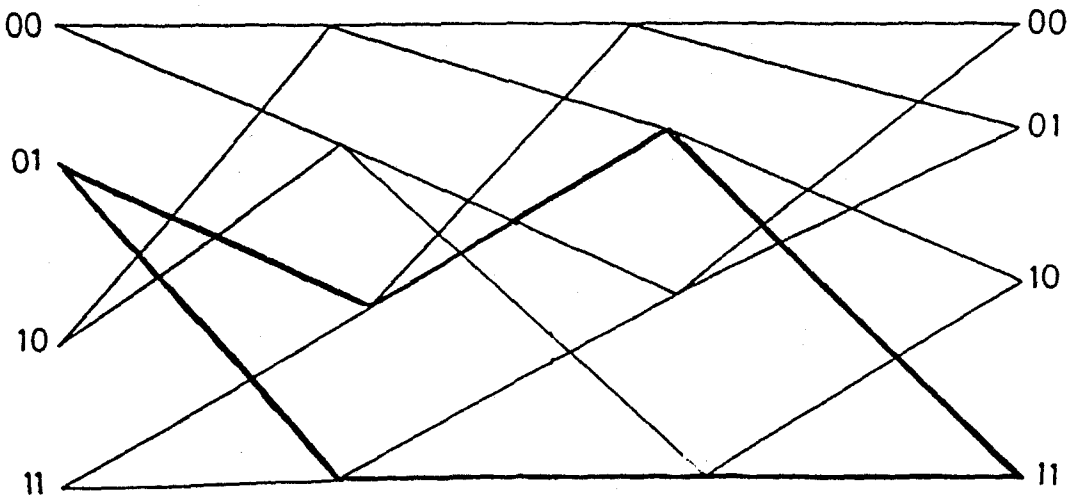
$$E_s = \frac{1}{4} [|s_0|^2 + |s_1|^2 + |s_2|^2 + |s_3|^2] = 2 \quad (4.14)$$

4QAM-TCM sisteminin kafes yapısı Şekil 4.11 de verilmiştir.



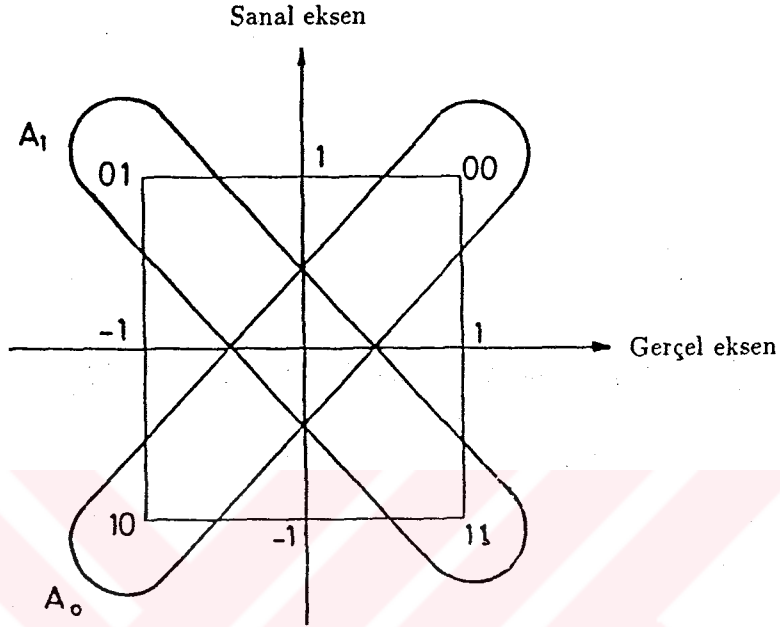
Şekil 4.11. Dört durumlu 4QAM-TCM sisteminin kafes yapısı

Burada kafes kollarında $b^i/b^i p_2^i/s_n^i$ bilgisi taşınmaktadır. Şekil 4.12 de ele alınan sistemin Öklid uzaklığını veren yol çifti gösterilmiştir.



Şekil 4.12. 4QAM-TCM in Öklid uzaklığını veren yol çifti

4QAM-TCM sisteminin Öklid uzaklığı $d_{serbest}^2 = 8 + 4 + 8 = 20$ dir. (Şekil 4.12) Aynı durumdan kalkan işaret bileşenleri aralarındaki uzaklık en büyük olacak şekilde gruplandırılırsa, Şekil 4.13 deki yapı elde edilir.



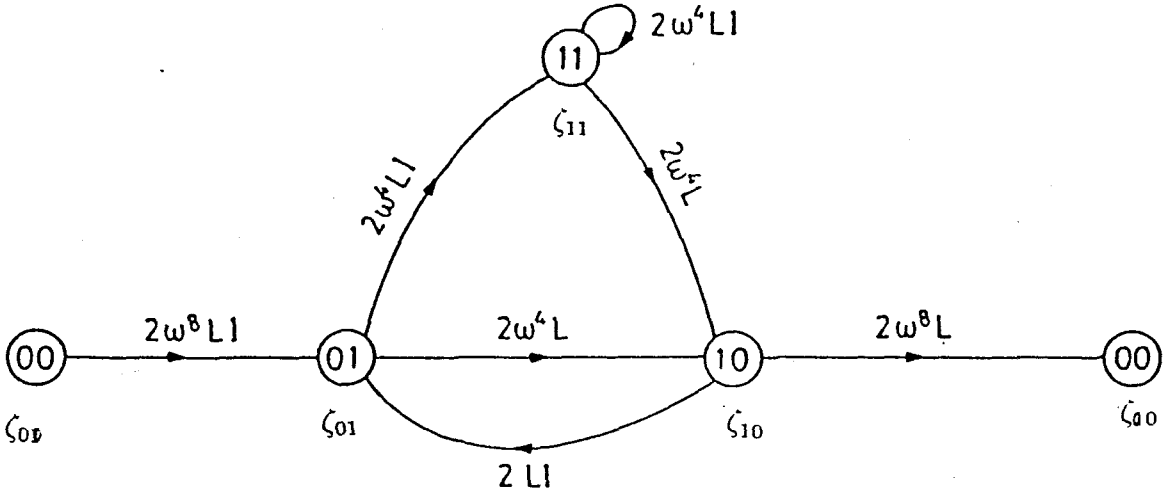
Şekil 4.13.4QAM-TCM in gruplandırılması

Bundan önceki bölümlerde olduğu gibi, Şekil 4.11 ve Şekil 4.13 den yararlanarak Tablo 4.7. deki hata ağırlık profilleri çıkarılabilir.

TABLO 4.7. HATA AĞIRLIK PROFİLLERİ

	00	10	01	11
A_0, A_1	2	$2\omega^8$	$2\omega^4$	$2\omega^4$

Tablo 4.7 ve Şekil 4.11 den Şekil 4.14 deki hata durum diagramı elde edilebilir.



Şekil 4.14. 4QAM-TCM hata durum diagramı

Şekil 4.14 de $\zeta_{00}, \zeta_{01}, \zeta_{10}, \zeta_{11}$ 4QAM-TCM sistemine ilişkin durumları göstermektedir. Hata durum diagramında yararlanarak aşağıdaki bağıntılar çıkarılır.

$$\zeta_{01} = 2w^8LI + 2LI\zeta_{10}$$

$$\zeta_{10} = 2w^4L\zeta_{01} + 2w^4L\zeta_{11}$$

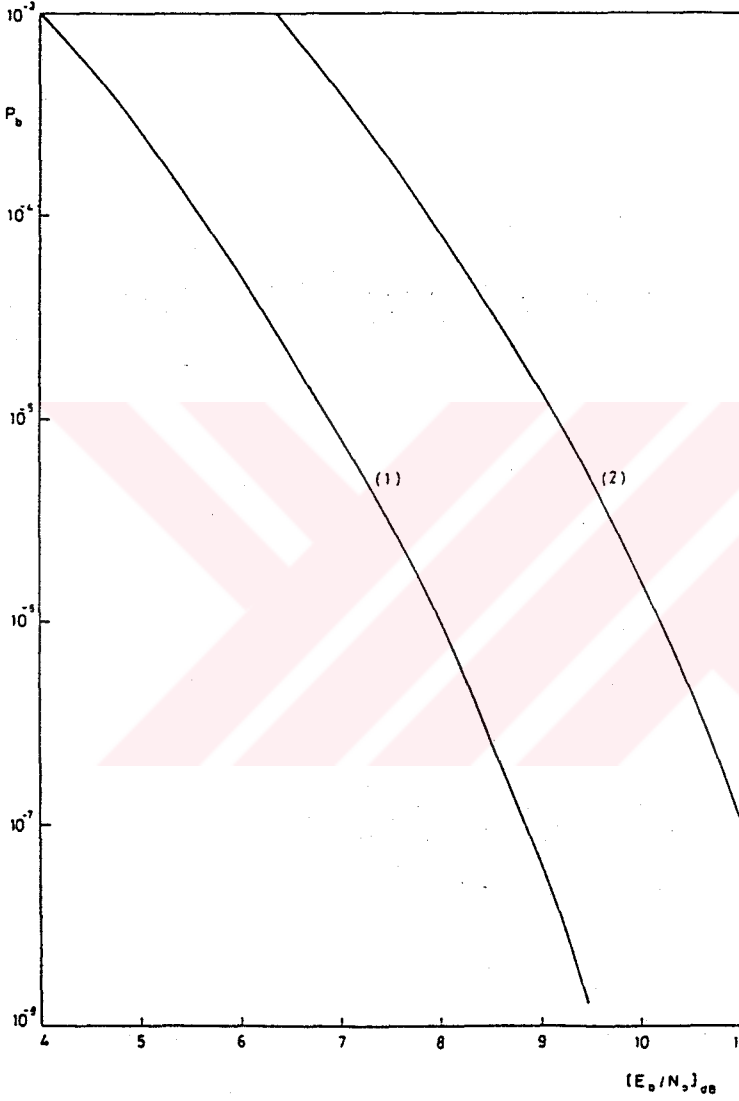
$$\zeta_{11} = 2w^4LI\zeta_{01} + 2w^4LI\zeta_{11}$$

$$T(w, L, I) = 2w^8L\zeta_{10} \quad (4.15)$$

Bu bağıntılarda tüm w üslü terimleri $E_s = 2$ e göre normalize edersek , transfer fonksiyonu şöyle çıkarılır.

$$T(w, L, I) = \frac{1}{1 - w^2} \left[\frac{w^4 w^2 w^4 w^2 I^2}{(1 - w^2 I)(1 - w^2 I) - w^2 w^2 I^2} + w^2 w^2 w^4 I \right] \quad (4.16)$$

(4.15) deki transfer fonksiyonu (4.5) de yerine konursa 4-durumlu 4QAM-TCM sistemine ilişkin hata üst sınır eğrileri çıkarılabilir. Şekil 4.15 de görüldüğü gibi 4QAM-TCM sistemi 9QPR-TCM yapısına göre tüm işaret-gürültü oranlarında daha iyi bir başarımla vermektedir.



Şekil 4.15. Hata başarımlarının üst sınır eğrileri 4QAM-TCM (1 nolu eğri)
9QPR-TCM (2 nolu eğri)

BÖLÜM 5

QPR-TCM Sisteminin Renkli Gürültülü Ortamlarda Hata Başarım Alt Sınır Eğrilerinin Elde Edilmesi

Genel uygulamalarda ve birçok kuramsal çalışmalarda, kanaldan sisteme giren gürültünün beyaz Gauss gürültüsü biçiminde olduğu varsayılmaktadır. Ancak gerek alıcıdaki dar bantlı süzgeçlerden gerekse haberleşme kanalındaki sınırlamalardan dolayı, oluşan renkli gürültülü bir ortamın sistem başarımı üzerindeki etkilerinin analizi son yıllarda önem kazanmaktadır, [12].

Renkli gürültülü ortamlarda, kanal çıkışı şöyle yazılabilir.

$$r_k = a_k + n_k \quad (5.1)$$

Burada a_k , kT anlarındaki iletilen işaret dizisini, n_k , gürültü bileşenini göstermektedir. Gürültü varyansı,

$$E[|n_k|^2] = E[(n_I + jn_Q)(n_I - jn_Q)] = E[n_I^2] + E[n_Q^2] = 2\sigma_n^2 \quad (5.2)$$

ilişkisi ile verilmektedir. Burada $E[.]$ istatiksel ortalama, σ_n^2 ise gürültünün sanal ve gerçel bileşenlerinin varyansıdır. Viterbi kod çözücünde, i . kodlama adımında başlayan $l + 1$ uzunluklu hatalı yola ilişkin hata dizisi ile gürültü bileşenleri arasında aşağıdaki ilişki yazılabilir;

$$\sum_{k=i}^{i+l} |y_k - n_k|^2 < \sum_{k=i}^{i+l} |n_k|^2. \quad (5.3)$$

Hatalı seçilen yola ilişkin fark dizisi y_k ise

$$y_k = \hat{a}_k - a_k \quad (5.4)$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada $\hat{a}_k$, alıcıya ulaşan hatalı diziyi, a_k gönderilen diziyi göstermektedir. (5.3) ilişkisinden yararlanarak,

$$\sum_{k=i}^{i+l} |y_k|^2 + \sum_{k=i}^{i+l} |n_k|^2 - 2 \sum_{k=i}^{i+l} \text{Re}(y_k n_k^*) < \sum_{k=i}^{i+l} |n_k|^2$$

$$d_{j,l}^2 = \sum_{k=i}^{i+l} |y_k|^2 < 2 \left[\sum_{k=i}^{i+l} \text{Re}(y_k n_k^*) \right] \quad (5.5)$$

yazılabilir. Burada $d_{j,l}$ gönderilen dizi, a_k , ile alınan dizi, $\hat{a}_k$, arasındaki Öklid uzaklığıdır. j ise farklı uzunluklu hata dizilerini vermektedir. $d_{j,l}$ Öklid uzaklıklı dizilerin oluşma olasılığı $p_{j,l}$ şu ilişkiyle verilir.

$$p_{j,l} = Q\left(\frac{d_{j,l}^2}{(E[(2 \sum_{k=i}^{i+l} \text{Re}[y_k n_k^*])^2])^{1/2}}\right) \quad (5.6)$$

Burada $Q(\cdot)$,

$$Q(\cdot) = \int_0^\infty \frac{e^{-t^2/2}}{(2\pi)^{1/2}} dt, \quad (5.7)$$

Gaussian hata olasılık fonksiyonudur. Tüm olurlu hata olasılıkları incelendiğinde simge hata olasılığı başarımların üst sınır ifadesi şöyle yazılabilir.

$$P_e = \sum_j \sum_l p_{j,l}$$

$$= \sum_j \sum_l Q\left(\frac{d_{j,l}^2}{(E[(2 \sum_{k=i}^{i+l} \text{Re}[y_k n_k^*])^2])^{1/2}}\right) \quad (5.8)$$

Bu ilişkide d_l^2 Öklid uzaklıklı $l+1$ uzunluklu hata dizilerinden birisinin hata başarımlarını en çok etkileyen olduğu varsayımı ile (5.6) ifadesinden yararlanarak simge hata başarımların alt sınırı şöyle yazılabilir.

$$P_e \geq Q\left(\frac{d_l^2}{(E[(2 \sum_{k=i}^{i+l} \text{Re}[y_k n_k^*])^2])^{1/2}}\right). \quad (5.9)$$

(5.9) eşitsizliğinin paydası şöyle tanımlanabilir.

$$\text{Var} = E\left[\left(2 \sum_{k=i}^{i+l} \text{Re}[y_k n_k^*]\right)^2\right]$$

$$= 4E\left[\left(\sum_{k=i}^{i+l} \text{Re}[y_k n_k^*]\right)^2\right]$$

$$= 4E\left[\sum_{k=i}^{i+l} |y_k|^2 |n_k^*|^2 + 2 \sum_{j=i}^{i+l-1} \sum_{k=i+1}^{i+l} \text{Re}[y_j n_j^*] \text{Re}[y_k n_k^*]\right]. \quad (5.10)$$

Burada,

$$\begin{aligned}
 E \sum_{k=i}^{i+l} | [y_k] |^2 &= d_l^2 \\
 E | [n_k] |^2 &= \sigma_n^2 \\
 Re[y_j n_j^*] &= Re[(y_{I,j} + jy_{Q,j})(n_{I,j} - jn_{Q,j})] \\
 Re[y_j n_j] &= y_{I,j}n_{I,j} + y_{Q,j}n_{Q,j}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

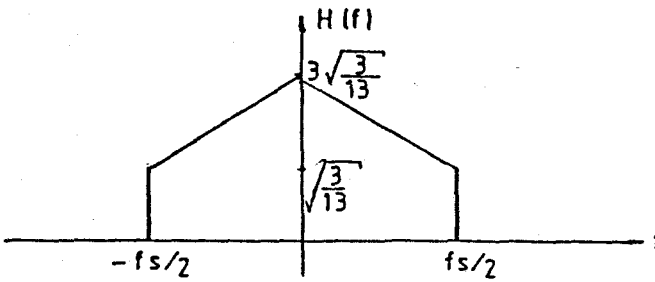
$y_{I,j}$ ve $y_{Q,j}$ büyüklükleri, sırasıyla j . kodlama adımındaki fark dizisinin gerçel ve sanal bileşenleri, $n_{I,j}$ ve $n_{Q,j}$, sırasıyla j . kodlama adımındaki gürültünün gerçel ve sanal bileşenleri olarak tanımlanırsa (5.10) ilişkisi şöyle yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 Var = 4\sigma_n^2 d_l^2 + 4E[2(y_{I,i}y_{I,i+1}n_{I,i}n_{I,i+1} + y_{Q,i}y_{Q,i+1}n_{Q,i}n_{Q,i+1} + \dots + \\
 + \dots + y_{I,i+l-1}y_{I,i+l}n_{I,i+l-1}n_{I,i+l} + y_{Q,i+l-1}y_{Q,i+l}n_{Q,i+l-1}n_{Q,i+l})]. \tag{5.12}
 \end{aligned}$$

(5.12) ilişkisi, y_k fark dizilerinin gürültü bileşenlerinden bağımsız olduğu düşünülerek şöyle yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 Var = 4\sigma_n^2 d_l^2 + 8[(y_{I,i}y_{I,i+1}E[n_{I,i}n_{I,i+1}] + y_{Q,i}y_{Q,i+1}E[n_{Q,i}n_{Q,i+1}] + \dots + \\
 + \dots + y_{I,i+l-1}y_{I,i+l}E[n_{I,i+l-1}n_{I,i+l}] + y_{Q,i+l-1}y_{Q,i+l}E[n_{Q,i+l-1}n_{Q,i+l}]] \tag{5.13}
 \end{aligned}$$

Bu çalışmada, bir örnek olarak, renkli gürültünün, beyaz Gauss gürültüsünün Şekil 5.1 de verilen bir transfer fonksiyonuna sahip süzgeçten [12] geçirilmesi ile oluştuğu varsayılacaktır.



Şekil 5.1 Renklendirici süzgeç

Göz önüne alınan renkli gürültü ortamında aşağıdaki ilişki yazılabilir. [12]

$$E[n_{I,i}n_{I,i+1}] = E[n_{Q,i}n_{Q,i+1}] = \rho(1)\sigma_n^2 = 0.3741\sigma_n^2. \tag{5.14}$$

Yukarıdaki ilişki (5.13) bağıntısında yerine konursa Var ifadesi şöyle yazılabilir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\rho(1)\sigma_n^2 [y_{I,i}y_{I,i+1} + y_{Q,i}y_{Q,i+1} + \dots + y_{I,i+l-1}y_{I,i+l} + y_{Q,i+l-1}y_{Q,i+l}] \quad (5.15)$$

Beyaz Gauss ortamında ise, hata başarımları alt sınırı ise şöyle yazılabilir.

$$P_e \geq N(d_{serbest})Q\left(\frac{d_l^2}{\sqrt{Var}}\right) \quad (5.16)$$

Burada,

$N(d_{serbest})$: İletilen işaret dizisine ilişkin herhangi bir durumdan hatalı olarak ayrılan bir veya daha fazla adımdan sonra tekrar aynı duruma ulaşan Öklid uzaklığı ortalama yol sayısı olarak tanımlanmıştır. [12]

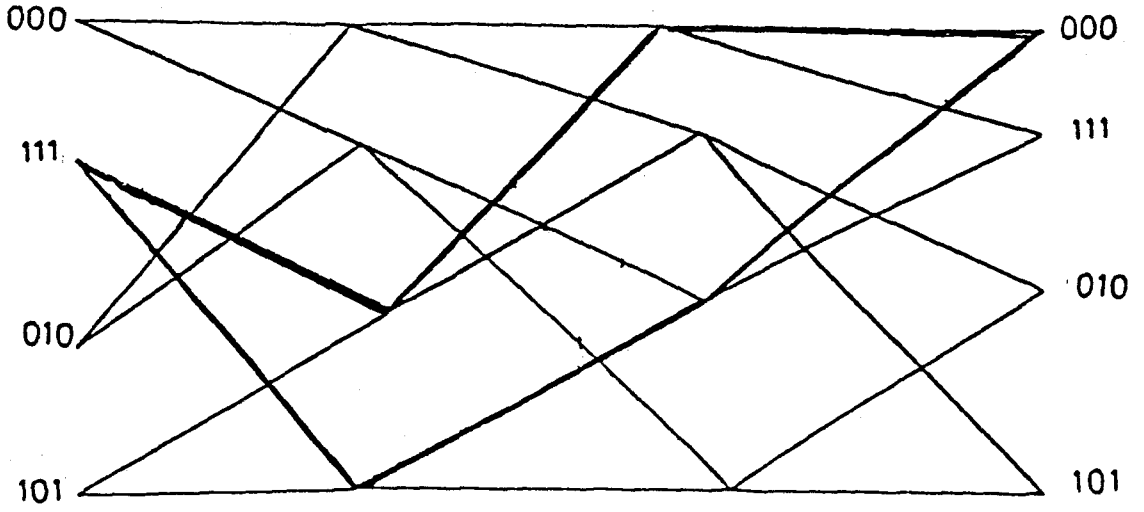
Beyaz Gauss gürültülü ortamda, gürültü bileşenlerinin ortalamalarının sıfır ve birbirinden bağımsız olmasından dolayı (5.14) denklemi sıfır değerini almaktadır. Bu nedenle (5.15) denklemi ile verilen Varyans ifadesi şuna indirgenir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_l^2 \quad (5.17)$$

Bunu izleyen bölümde 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerinin hata başarımları alt sınır eğrileri (5.9) ve (5.16) ilişkileri yardımı ile renkli ve beyaz Gauss ortamlarında incelenmiş, ilintili modülasyon türleri ile karşılaştırılmıştır.

5.1 6QPR-TCM Sistemin Renkli Gürültülü Ortamlarda Hata Başarımı

Bu bölümde 6QPR-TCM sisteminin renkli gürültülü ortamlarda hata başarımı incelenmiştir. 6QPR-TCM sisteminde, serbest Öklid uzaklığına 3-kodlama adımıyla varılmaktadır. (Şekil 5.2)



Şekil 5.2 6QPR-TCM sisteminde serbest Öklid uzaklığını veren yol çiftleri

Serbest Öklid uzaklığına 3-adımda ulaşılması nedeni ile (5.15) bağıntısı şöyle yazılabilir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_1^2 + 8\sigma_n^2 [y_{I,1}y_{I,2} + y_{Q,1}y_{Q,2} + y_{I,2}y_{I,3} + y_{Q,2}y_{Q,3}] \quad (5.18)$$

Ek Tablo (A1A.4) de her duruma gelen $d_1^2 = 16$ koşulunu sağlayan olası tüm yollar incelenmiştir. Örnek olarak Ek Tablo 5.3 de (010) durumuna gelen yollardan birini inceleyelim.

Alınan hatalı dizi: s'_3, s'_5, s'_2

Gönderilen dizi : s'_1, s'_2, s'_3

ise bu durumda,

$$y_{I,1} = Re[s'_3] - Re[s'_1] = 2$$

$$y_{Q,1} = Im[s'_3] - Im[s'_1] = -2$$

$$y_{I,2} = Re[s'_5] - Re[s'_2] = 0$$

$$y_{Q,2} = Im[s'_5] - Im[s'_2] = -2$$

$$y_{I,3} = Re[s'_2] - Re[s'_3] = -2$$

$$y_{Q,3} = Re[s'_2] - Re[s'_3] = 0$$

değerleri elde edilir. Bu değerler (5.15) bağıntısında yerine konursa, Var ifadesi şöyle yazılabilir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[y_{Q,1}y_{Q,2}] = 76\sigma_n^2 \quad (5.19)$$

Burada $d_l^2 = 16$, $y_{Q,1} = -2$, $y_{Q,2} = -2$ ve (5.14) ilişkisinden dolayı $\rho(1) = 0.3741$ dir. Ek Tablo (A.1-A.4) de tüm olası yol çiftlerinde varyans bağıntısı (5.19) daki değerini almaktadır. (5.19) bağıntısı (5.9) da yerine konursa,

$$P_e \geq Q\left(\frac{16}{\sqrt{76\sigma_n^2}}\right) \quad (5.20)$$

bağıntısı bulunur. Bu bağıntıdan yararlanarak 6QPR-TCM sisteminin renkli gürültülü ortamdaki hata başarımları eğrileri Şekil 5.4 de çıkarılmıştır.

Beyaz Gauss ortamında ise ifadesi ise (5.17) ilişkisinden şu şekilde yazılabilir.

$$Var = 4\sigma_n^2 16 = 64\sigma_n^2 \quad (5.21)$$

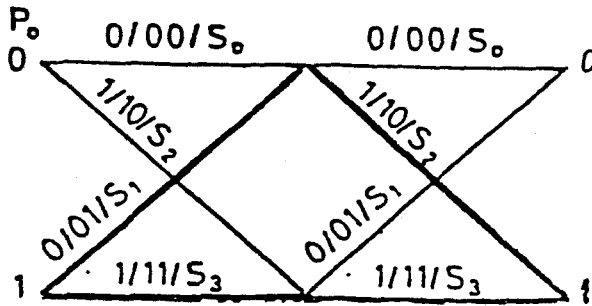
Hata başarımları alt sınırı ise (5.16) ilişkisinden yararlanarak şöyle yazılabilir.

$$P_e \geq N(d_{serbest})Q\left(\frac{16}{\sqrt{64}}\right). \quad (5.22)$$

Burada $N(d_{serbest}) = 1$ dir. 6QPR-TCM sisteminin renkli ve beyaz Gauss ortamlarındaki hata başarımları eğrileri Şekil 5.4 de çıkarılmıştır.

5.2 4QAM-TCM ($\nu = 1$) Sisteminin Renkli Gürültülü Ortamlarda Hata Başarımı

4QAM-TCM sistemi 4. bölümde incelenmiştir. Bu bölümde ise 4QAM-TCM sisteminin renkli ortamlarda hata başarımları elde edilecektir. 4QAM-TCM sistemi için Şekil 5.3 de serbest Öklid uzaklığını sağlayan yol çifti verilmiştir.



Şekil 5.3. Serbest Öklid uzaklığını veren yol çifti

Öklid uzaklığına iki adımla varılması nedeni ile (5.15) bağıntısı şöyle yazılabilir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_I^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[y_{I,1}y_{I,2} + y_{Q,1}y_{Q,2}] \quad (5.23)$$

Ek Tablo (A5-A6) da her duruma gelen $d_I^2 = 12$ koşulunu sağlayan tüm olası yollar incelendiğinde Varyansı en büyük yapan ifade şöyle elde edilir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_I^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[y_{I,1}y_{I,2}] = 60\sigma_n^2 \quad (5.24)$$

Burada $d_I^2 = 12$, $y_{I,1} = 2$, $y_{I,2} = 2$ ve (5.14) ilişkisinden $\rho(1) = 0.3741$ dir. Hata alt sınır bağıntısı şöyle elde edilir.

$$P_e \geq Q\left(\frac{12}{\sqrt{60\sigma_n^2}}\right) \quad (5.25)$$

Renkli gürültülü ortamda 4QAM-TCM sisteminin hata başarım eğrileri Şekil 5.4 de verilmiştir.

Beyaz Gauss gürültülü ortamda Var ifadesi (5.17) bağıntısından yararlanarak şöyledir.

$$Var = 4\sigma_n^2 12 = 48\sigma_n^2 \quad (5.26)$$

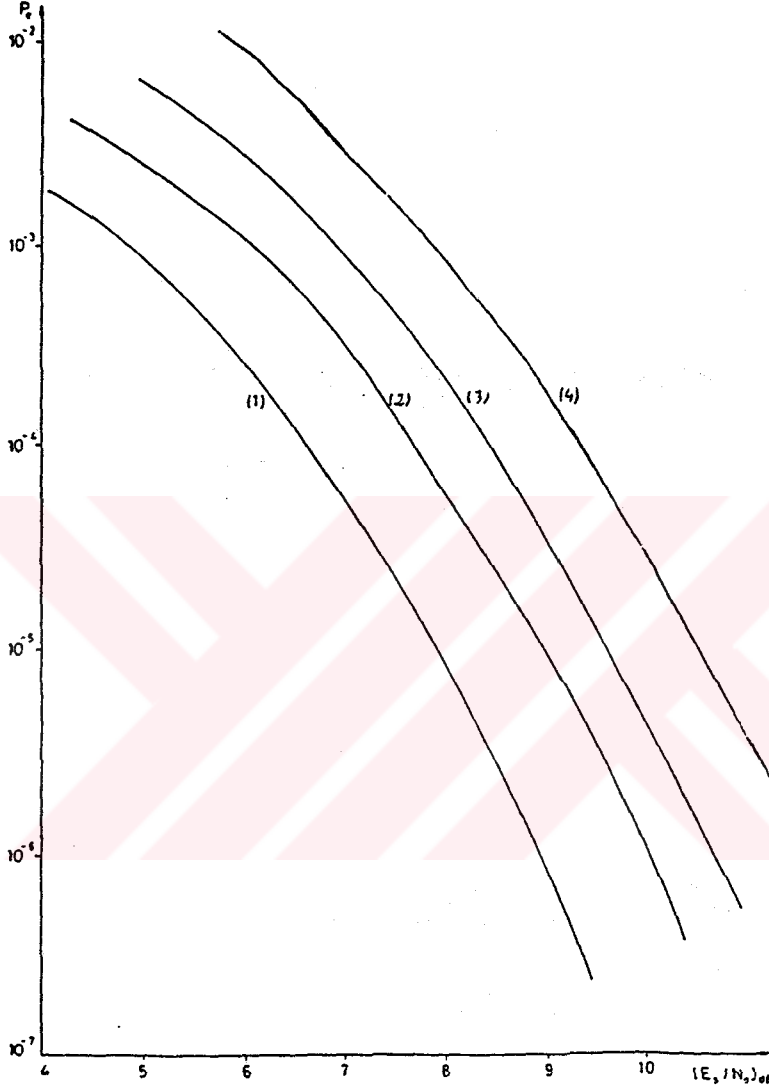
Hata başarım bağıntısı ise,

$$P_e \geq N(d_{serbest})Q\left(\frac{12}{\sqrt{48\sigma_n^2}}\right) \quad (5.27)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $N(d_{serbest}) = 1$.

Bu bölümde incelenen 6QPR-TCM ve iki durumlu 4QAM-TCM sisteminin hata başarım eğrileri Şekil 5.4 de verilmiştir. 6QPR-TCM sisteminin beyaz Gauss gürültülü ortamdaki hata başarımı (3 Nolu eğri) renkli gürültülü ortama (4 Nolu eğri) göre, tüm işaret gürültü oranlarında daha iyi olmaktadır. Aynı şekilde 4QAM-TCM sisteminin hata başarımı, beyaz Gauss ortamında (1 Nolu eğri), renkli gürültülü ortama göre (2 Nolu eğri) daha

iyidir. Tüm işaret gürültü oranlarında gerek renkli gerekse beyaz Gauss ortamlarında 4QAM-TCM sisteminin hata başarımı 6QPR-TCM sistemine göre daha iyi olmaktadır.



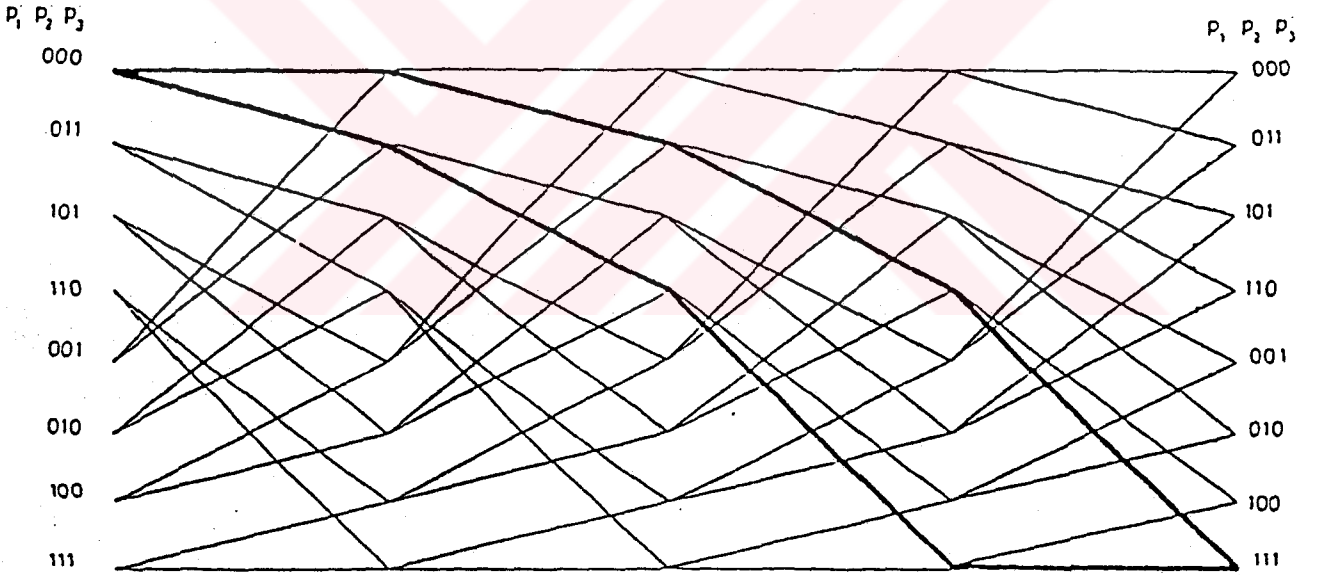
Şekil 5.4. Renkli gürültülü ve beyaz Gauss ortamlarında hata başarım alt sınır eğrileri
 Gauss ortamında 4QAM-TCM (1 nolu eğri), Renkli gürültülü ortamda 4QAM-TCM
 (2 nolu eğri) Gauss ortamında 6QPR-TCM (3 nolu eğri), Renkli gürültülü ortamda
 6QPR-TCM (4 nolu eğri)

5.3 9QPR-TCM Sisteminin ve Renkli Gürültülü Ortamlarda Hata Başarımı

Bu bölümde 9QPR-TCM sisteminin renkli gürültülü ortamlarda hata başarım alt sınır eğrileri çıkarılmıştır. 9QPR-TCM sisteminde serbest Öklid uzaklığına 4-kodlama adımında ulaşılmaktadır. (Şekil 5.5) Varyans ifadesi ise şöyle yazılabilir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1) [y_{I,1}y_{I,2} + y_{Q,1}y_{Q,2} + y_{I,2}y_{I,3} + y_{Q,2}y_{Q,3} + y_{I,3}y_{I,4} + y_{Q,3}y_{Q,4}] \quad (5.28)$$

Burada $d_l^2 = 24$ ve (5.14) ilişkisinden $\rho(1) = 0.3741$ olarak alınmıştır. Ek Tablo (A.7-A14) de $d_l^2 = 24$ koşulunu sağlayan tüm olası yollar incelenmiştir.



Şekil 5.5. 9QPR-TCM in serbest Öklid uzaklığını veren yol çifti

Ek Tablo (A.7:A.14) incelenirse, varyans bağıntılarından işaretin sanal bileşenlerinin sıfır olduğu görülmektedir. Bu durumda (5.28) bağıntısı şöyle yazılabilir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_I^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[y_{I,1}y_{I,2} + y_{I,2}y_{I,3} + y_{I,3}y_{I,4}] \quad (5.29)$$

(5.29) bağıntısının maksimum olduğu yol çiftleri için varyans ifadesi şöyledir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_I^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[y_{I,1}y_{I,2} + y_{I,2}y_{I,3} + y_{I,3}y_{I,4}] = 132\sigma_n^2 \quad (5.30)$$

Burada $d_I^2 = 24$, $y_{I,1}y_{I,2} = 4$, $y_{I,2}y_{I,3} = 4$, $y_{I,3}y_{I,4} = 4$ ve (5.14) ilişkisinden $\rho(1) = 0.3741$ dir. (5.30) bağıntısı (5.9) da yerine konursa, hata başarım alt sınırı,

$$P_e \geq Q\left(\frac{24}{\sqrt{132\sigma_n^2}}\right) \quad (5.31)$$

şeklinde bulunur. 9QPR-TCM sisteminin hata başarım alt sınır eğrisi Şekil 5.7 de verilmiştir. Beyaz Gauss gürültülü ortamda, (5.17) bağıntısından yararlanarak Var ifadesi şöyle yazılabilir.

$$Var = 4\sigma_n^2 24 = 96\sigma_n^2 \quad (5.32)$$

Hata başarım alt sınır bağıntısı şöyledir,

$$P_e > N(d_{serbest})Q\left(\frac{24}{\sqrt{96\sigma_n^2}}\right). \quad (5.33)$$

Burada $N(d_{serbest}) = 1$ dir. Şekil 5.7 de 9QPR-TCM sisteminin Gauss ve renkli gürültülü ortamlardaki hata başarım eğrileri çıkarılmıştır. Tüm işaret-gürültü oranlarında 9QPR-TCM hata eğrileri Gauss ortamında (3 Nolu eğri)renkli gürültülü ortama (4 Nolu eğri) göre daha iyi başarım göstermektedir.

incelenmiştir. Ek Tablo (A 15-A.22) incelendiğinde varyansın en büyük olduğu ifade şöyledir.

$$Var = 4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[y_{I,1}y_{I,2} + y_{I,2}y_{I,3}] = 104\sigma_n^2 \quad (5.35)$$

Burada $y_{I,1} = 2, y_{I,2} = -2, y_{I,3} = 2$ dir. Hata başarımlar alt sınırı ise,

$$P_e \geq Q\left(\frac{d_l^2}{\sqrt{104\sigma_n^2}}\right) \quad (5.36)$$

şeklinde yazılabilir.

Beyaz Gauss ortamında, Var ifadesi (5.17) bağıntısından yararlanarak şöyle yazılabilir.

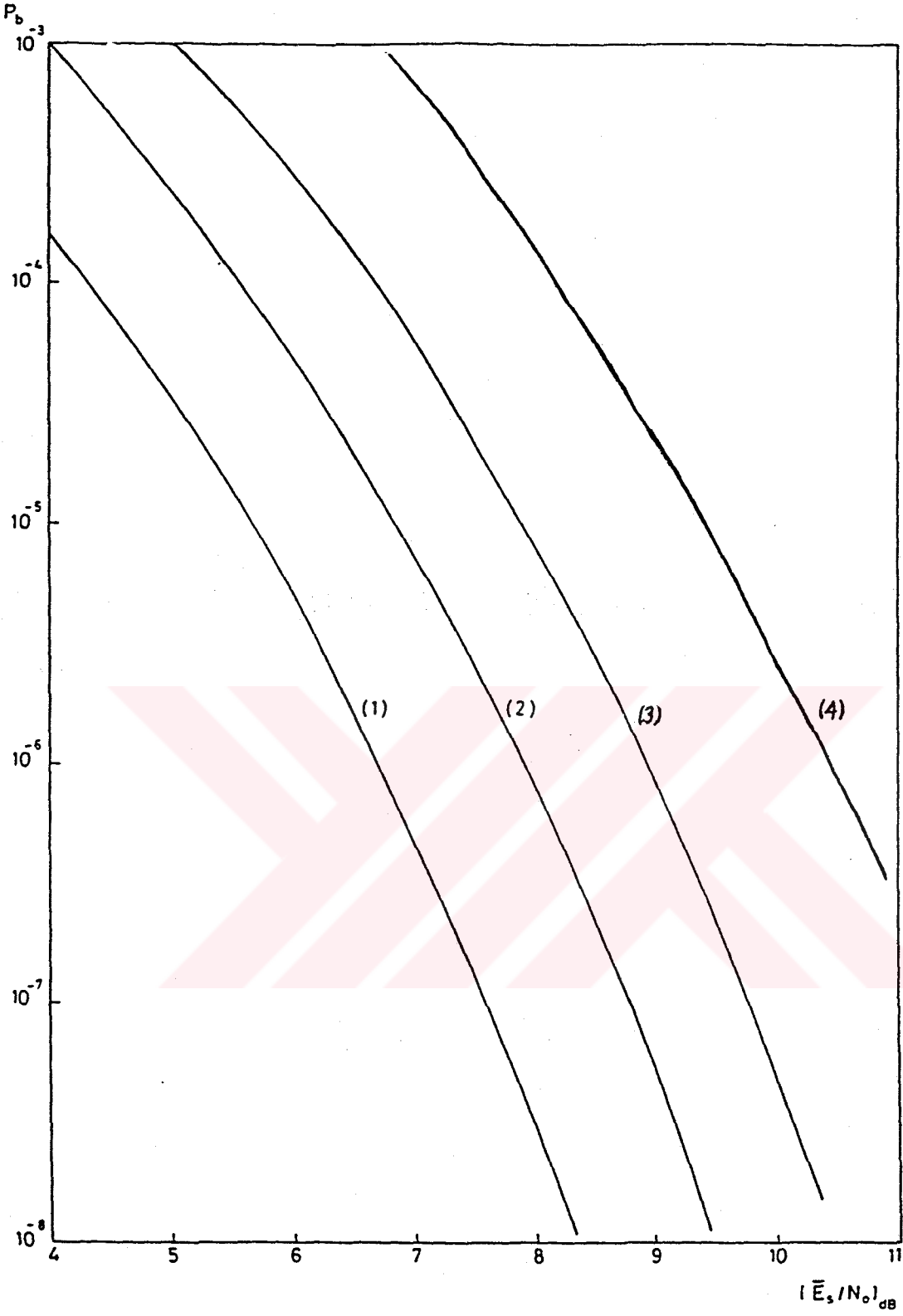
$$Var = 4\sigma_n^2 20 = 80\sigma_n^2 \quad (5.37)$$

Hata başarımlar alt sınır bağıntısı ise,

$$P_e > N(d_{serbest})Q\left(\frac{20}{\sqrt{80\sigma_n^2}}\right) \quad (5.38)$$

Burada $N(d_{serbest}) = 1$ dir.

Şekil 5.7 den görüleceği üzere 4QAM-TCM sistemi beyaz Gauss ortamında (1 Nolu eğri) renkli gürültülü ortama (2 Nolu eğri) göre tüm işaret gürültü oranlarında daha iyi başarımlar göstermektedir. Aynı şekilde tüm işaret gürültü oranlarında gerek renkli gerekse beyaz Gauss ortamında 4QAM-TCM sisteminin hata başarımları, 9QPR-TCM sistemine göre daha iyi olmaktadır.

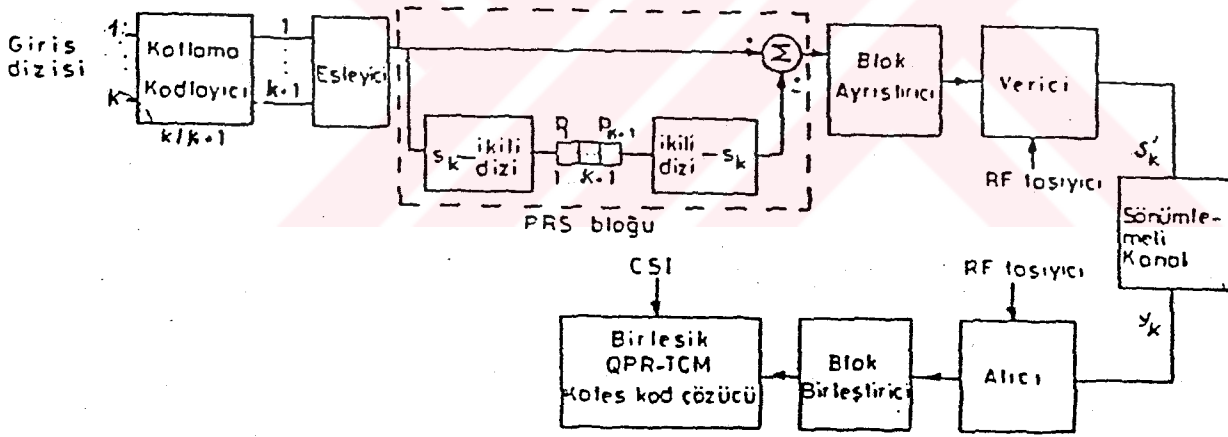


Şekil 5.7. Renkli gürültülü ve beyaz Gauss ortamlarında hata başarımları alt sınır eğrileri
 Gauss ortamında 4QAM-TCM (1 nolu eğri), renkli gürültülü ortamda 4QAM-TCM
 (2 nolu eğri) Gauss ortamında 9QPR-TCM (3 nolu eğri), renkli gürültülü ortamda
 9QPR-TCM (4 nolu eğri)

BÖLÜM 6

Sönümlmeli Kanallarda QPR-TCM Yapısının İncelenmesi

Çoğunlukla, iletişim sistemlerini etkileyen bozucu etkenlerin toplamsal beyaz Gauss gürültüsü biçiminde modellendiği varsayılmaktadır. Ancak, bir takım uygulamalarda ve özellikle uydu haberleşmesi gibi sistemlerde, bu varsayım yetersiz kalmaktadır. Mobil radyo haberleşmesinde olduğu gibi, iletim bandının sınırlı olması, küçük boyutlu antenlerin kullanılması gibi nedenlerle, kanala gönderilen işaretin yanı sıra farklı yollardan yansıyan işaretlerin alıcıya ulaşması sönümleme (fading) olayını ortaya çıkarmaktadır. Sönümlmeli kanallarda çalışan bir QPR-TCM sistem modeli Şekil 6.1 de verilmektedir.



Şekil 6.1. Sönümlmeli kanallarda QPR-TCM modeli

Burada katlamalı kodlayıcı, her iletim aralığında k uzunluklu giriş dizilerini, $k+1$ uzunluklu dizilere dönüştürmektedir. Daha sonra bu diziler 2^{k+1} tane kanal işareti ile küme ayrıştırarak eşleme (mapping by partitioning) olarak adlandırılan kurala göre eşlenmektedir. Bundan önceki bölümlerde belirtildiği gibi, bu kurala göre gereğinden fazla elemandan oluşan kanal işaretleri

kümesi, belli bir simetri altında, aralarındaki Öklid uzaklığı giderek artacak biçimde, daha az elemanlı alt kümeler bölünmektedir. Daha sonra oluşturulan bu alt kümeler, kodlayıcının üreteceği kanal işareti dizileri arasındaki uzaklık maksimum olacak biçimde, seçilen kafes yapının durum geçişlerine atanmaktadır. PRS bloğu ile, i . kodlama adımında yollanan kanal işareti ile $(i - 1)$ kodlama adımındaki işaret arasında bir ilinti yaratılmaktadır. $(1 + D)$ ile $(1 - D)$ ilişkisi, sırasıyla ardarda gelen işaretlerin toplanması ve çıkarılmasına denk düşmektedir.

Şekil 6.1'de gösterilen blok ayrıştırıcı (Block interleaver), gönderilen işaretleri birbirinden bağımsız kılarak, bir simge iletim süresinden daha uzun süren kanal sönümlemesi halinde oluşacak hata patlamalarını (burst error) önler. Blok ayrıştırıcı, ayrıştırma derinliğini veren d satırlı, sağını veren s sütunlu bir bellek elemanı gibi düşünülebilir. Bilgi işaretleri bu bellek bloğunun d satırına işlenir, daha sonra sütun sütun okunur. Alıcıdaki blok birleştirici (Block interleaver) ile ise işlemin tersi gerçekleşir. Bu bölümde analitik ifadelerin kullanılabilmesi için ayrıştırma derinliği sonsuz alınmıştır.

Şekil 6.1 deki sönümlmeli kanalın k . andaki çıkışı, y_k şöyle yazılabilir.

$$y_k = \rho_k s'_k + n_k \quad (6.1)$$

Burada s'_k kanala verilen işaret dizisini ve n_k , ortalaması sıfır olan, varyansı σ^2 olan Gauss gürültüsünü göstermektedir. ρ_k ise normalize sönümleme genlik katsayısıdır. Rician kanal modellemesinde, rastlantısal bir büyüklük olan ρ_k 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyle tanımlanmıştır. [13].

$$p(\rho) = \begin{cases} 2\rho(1+K) \exp[-K - \rho^2(1+K)] \\ \times I_0(2\rho\sqrt{K(1+K)}); & \rho \geq 0 \\ 0; & \text{dışında} \end{cases} \quad (6.2)$$

Burada I_0 , sıfırıncı dereceden Bessel fonksiyonudur. Sönümlemeli kanallar için, sönümlemenin neden olduğu faz bozulmalarının alıcıda bütünüyle dengelendiğini ve her kanal bilgisinin bağımsız bir sönümleme değişkeninden etkilendiği varsayımları yapılmıştır. K sönümlü kanal parametresi ise dolaysız yoldan ve yayılmış çoklu yollardan alınan işaret enerjilerinin oranını göstermektedir. $K = 0$ ve $K = \infty$ sınır değerleri, sırasıyla, Rayleigh sönümlemesi (aşırı sönümleme) ve sönümlemesiz kanal durumlarına karşı düşmektedir. Kanala ilişkin istatistiksel özelliklerin bilindiği, ideal kanal durum bilgisi (CSI) varsayımı altında, sönümlemeli kanal bit hata olasılığı üst sınırı, [13].

$$P_b \leq 1/k \frac{\partial T(w, L, I)}{\partial I} \mid I = 1, L = 2^{-k} \quad (6.3)$$

biçimindedir. $\bar{T}(w, L, I)$ transfer fonksiyonu, kanal simgelerine ilişkin hata ağırlık profilleri w^α yerine ortalama hata ağırlık profilleri, $\overline{w^{\rho^2\alpha}}$ konulması ile elde edilir. Burada α , incelenen kanal işaretleri arasındaki Öklid uzaklığını göstermektedir. $\overline{w^{\rho^2\alpha}}$, Rician dağılımı için,

$$\overline{w^{\rho^2\alpha}} = \frac{1+K}{1+K+\alpha\gamma} w^{\frac{\alpha K}{1+K+\alpha\gamma}}, \quad \gamma = \bar{E}_s/4N_o \quad (6.4)$$

Burada E_s işaret ortalama enerjisi, N_o gürültünün tek yönlü enerjisi yoğunluğudur. Rayleigh dağılımı ($K = 0$) için,

$$\overline{w^{\rho^2\alpha}} = \frac{1}{1+\alpha\gamma} \quad (6.5)$$

biçimindedir.

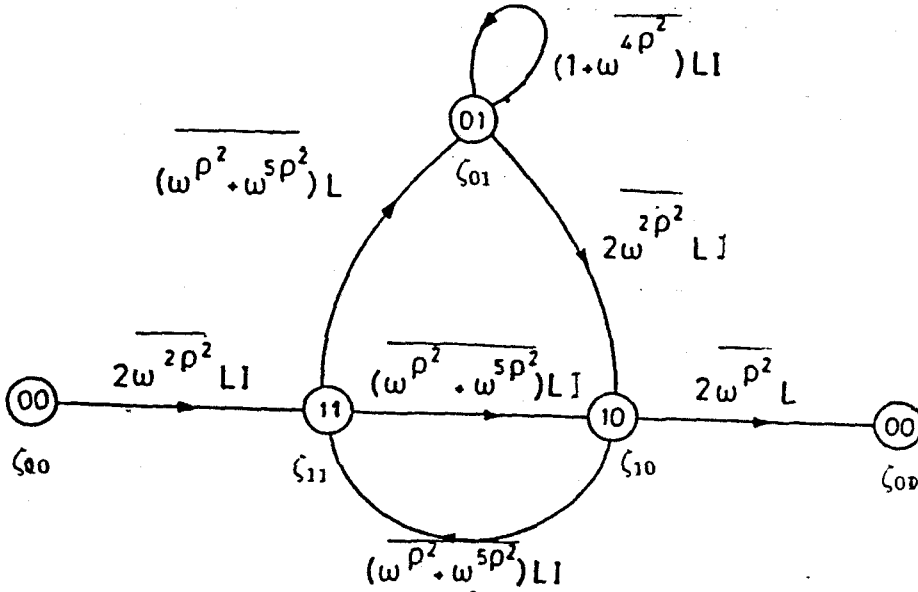
İdeal kanal bilgisi varsayımı altında ve yüksek işaret-gürültü oranlarında ise, bit hata olasılığı şöyle yazılabilir, [11].

$$P_b \cong \prod_{n=1}^L \frac{e^{-KL}}{\left(\frac{\bar{E}_s}{N_0}\right)^L \frac{|x_n - \hat{x}_n|^2 L}{4(1+K)}} \quad (6.6)$$

biçimindedir. Burada L : En kısa hatalı yol uzunluğu (shortest error event path) olarak tanımlanmıştır. L , belirli bir durumdan başlayan ve herhangi bir durumda sona eren yol çiftlerine ilişkin en küçük adım sayısını vermektedir. $|x_n - \hat{x}_n|$ ise söz konusu yol çiftinde karşılaştırılan işaretlerin arasındaki sıfırdan farklı Öklid uzaklığını göstermektedir, [25].

6.1 6QPR-TCM Sisteminin Sönümlemeli Kanallarda Hata Başarımı

Bu bölümde 6QPR-TCM sisteminin sönümlemeli kanallarda bit hata başarım eğrileri elde edilmektedir. 6QPR-TCM sisteminin Şekil 4.2'deki w^α değerleri yerine ortalama işaret enerjisi $E_s = 4$ 'e göre normalize edilmiş sönümlemeli kanal hata ağırlık profilleri $\overline{w^{\rho^2 \alpha}}$ konursa Şekil 6.2'deki hata durum diagramı elde edilir. Burada $\zeta_{00}, \zeta_{01}, \zeta_{10}, \zeta_{11}$ durumlarını PRS belleği (p_1, p_2) belirlemektedir.



Şekil 6.2. 6QPR-TCM'in normalize edilmiş hata durum diagramı

Şekil 6.2 den yararlanarak şu ilişkiler yazılabilir.

$$\zeta_{11} = 2\overline{w^2\rho^2}LI + (\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})LI\zeta_{10}$$

$$\zeta_{01} = (\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})L\zeta_{11} + (1 + \overline{w^4\rho^2})L\zeta_{01}$$

$$\zeta_{10} = (\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})LI\zeta_{11} + 2\overline{w^2\rho^2}LI\zeta_{01}$$

(4.6) ilişkisi ile tanımlanan transfer fonksiyonu $\overline{T}(w, L, I)$ ise,

$$\overline{T}(w, L, I) = 2\overline{w^{\rho^2}}L\zeta_{10} \quad (6.7)$$

şeklinde dir. Yukarıdaki denklemler çözülüp (6.6)'da yerine konursa, transfer fonksiyonu için sonuçta şöyle bir ilişki elde edilir.

$$\overline{T}(w, L, I) = \frac{\overline{A}(w, L, I)}{\overline{B}(w, L, I)} \quad (6.8)$$

Burada,

$$\begin{aligned} \overline{A}(w, L, I) = & \frac{8\overline{w^2\rho^2}\overline{w^{\rho^2}}\overline{w^2\rho^2}(\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})L^4I^2}{[1 - 0.25(\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})(\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})L^2I^2][0.5 - 0.5\overline{w^4\rho^2}] - 0.25(\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})(\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})I^2} \\ & + [0.5\overline{w^{\rho^2}}\overline{w^5\rho^2}(\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})I^2] \end{aligned}$$

$$\overline{B}(w, L, I) = 1 - (\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})(\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^5\rho^2})L^2I^2$$

Transfer fonksiyonu (6.5) bağıntısında yerine konularak sönümlemeli kanallarda bit hata üst sınır eğrileri K'nın farklı değerleri için elde edilmiştir. (Şekil 6.4-6.6)

Yüksek işaret-gürültü oranlarında, bit hata başarımını en kısa hatalı yol uzunluğu belirlemektedir. Şekil 5.2 den görüleceği gibi, 6QPR-TCM sisteminde $L = 3$ olmaktadır. Bu yola ilişkin işaret çiftlerinin işaret ortalama enerjisi $E_s = 4$ 'e göre normalize edilmiş çarpımları ise şöyledir.

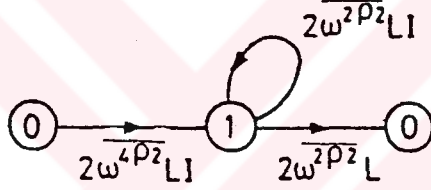
$$\prod_{n=1}^3 |x_n - \bar{x}_n|^2 = (8/4)(4/4)(4/4) = 2$$

Böylece (6.6) ilişkisinden yararlanarak 6QPR-TCM sisteminin bit hata olasılığı şöyle yazılabilir.

$$P_b = \frac{64 (1 + K)^3 e^{-3K}}{2 (E_s/N_o)^3} \quad (6.9)$$

6.2 4QAM-TCM ($\nu = 1$) Sisteminin Sönümlmeli Kanallarda Hata Başarımı

Tek kodlayıcı belleğine sahip ($\nu = 1$) ve iki durumlu 4QAM-TCM sisteminin sönümlmeli kanallarda hata başarım eğrilerini çıkarmak için Şekil 4.4 deki durum diagramında w^α yerine $\overline{w^{\rho^2 \alpha}}$ değerleri konur. (Şekil 6.3)



Şekil 6.3. 4QAM-TCM'in normalize hata durum diagramı

Şekil 6.3 den yararlanarak 4QAM-TCM e ilişkin transfer fonksiyonu şöyle bulunur.

$$\overline{T}(w, L, I) = \frac{4\overline{w^{2\rho^2}}\overline{w^{4\rho^2}}L^2I}{1 - 2\overline{w^{2\rho^2}}} \quad (6.10)$$

Yukarıdaki ifade (6.5) denkleminde yerine konularak 4QAM-TCM sistemine ilişkin bit hata üst sınır eğrileri çıkarılabilir. Şekil (6.4-6.6) da K nın farklı değerleri için 6QPR-TCM ve 4QAM-TCM hata üst sınırları açısından karşılaştırılmıştır.

Yüksek işaret-gürültü oranlarında ise en kısa hatalı yol L önem kazanmaktadır, [11]. Şekil 4.4 den görüleceği gibi 4QAM-TCM sisteminde $L = 2$

olmaktadır. Bu yola ilişkin işaret çiftlerinin işaret ortalama enerjisi $E_s = 2$ 'e göre normalize edilmiş çarpımları ise şöyledir.

$$\prod_{n=1}^2 |x_n - \bar{x}_n|^2 = (8/2)(4/2) = 8$$

Böylece (6.6) ilişkisinden yararlanarak 4QAM-TCM sisteminin bit hata olasılığı şöyle yazılabilir.

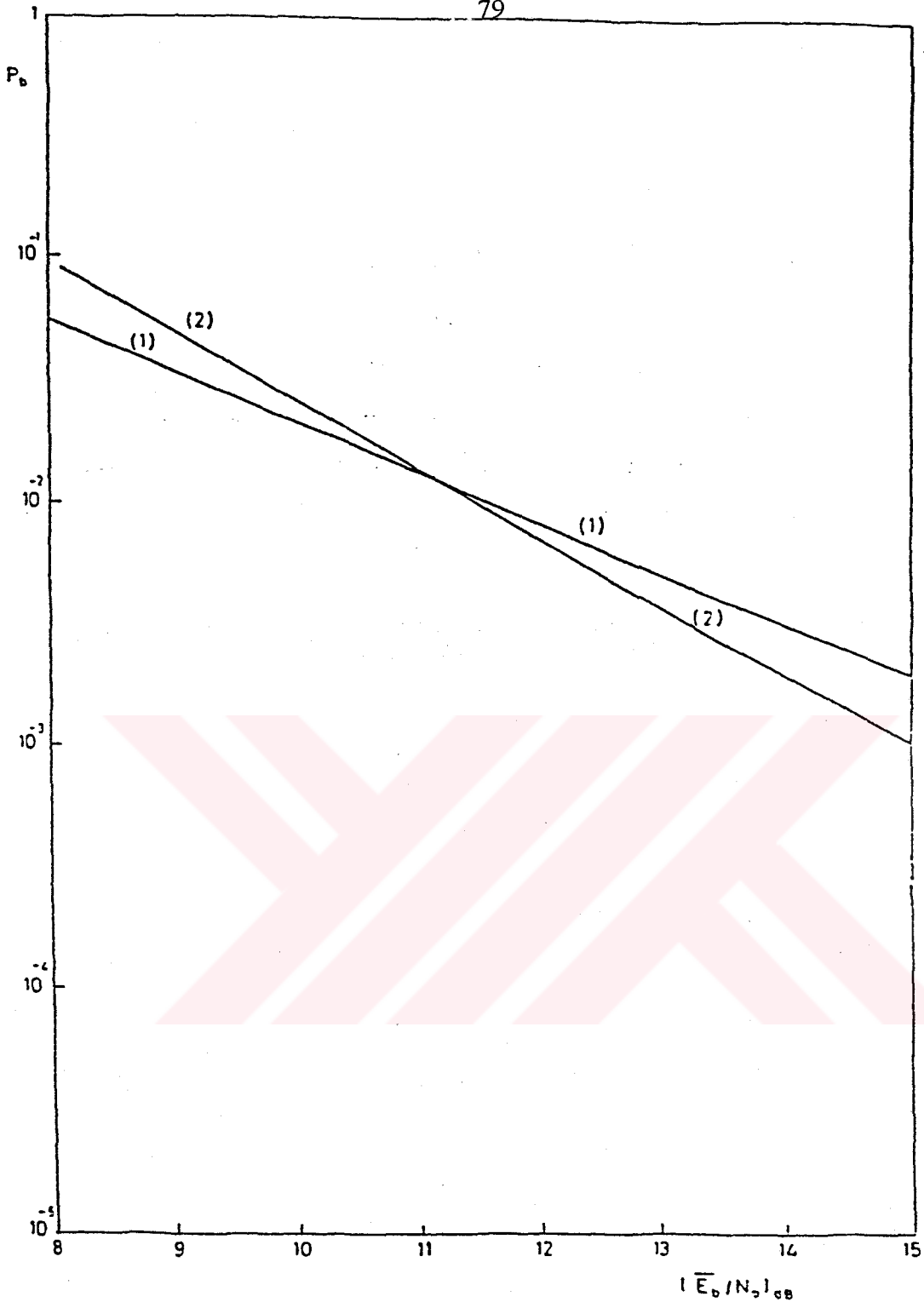
$$P_b = \frac{16}{8} \frac{(1 + K)^2 e^{-2K}}{(E_s/N_o)^2} \quad (6.11)$$

(6.9) ve (6.11) ilişkileri karşılaştırılırsa,

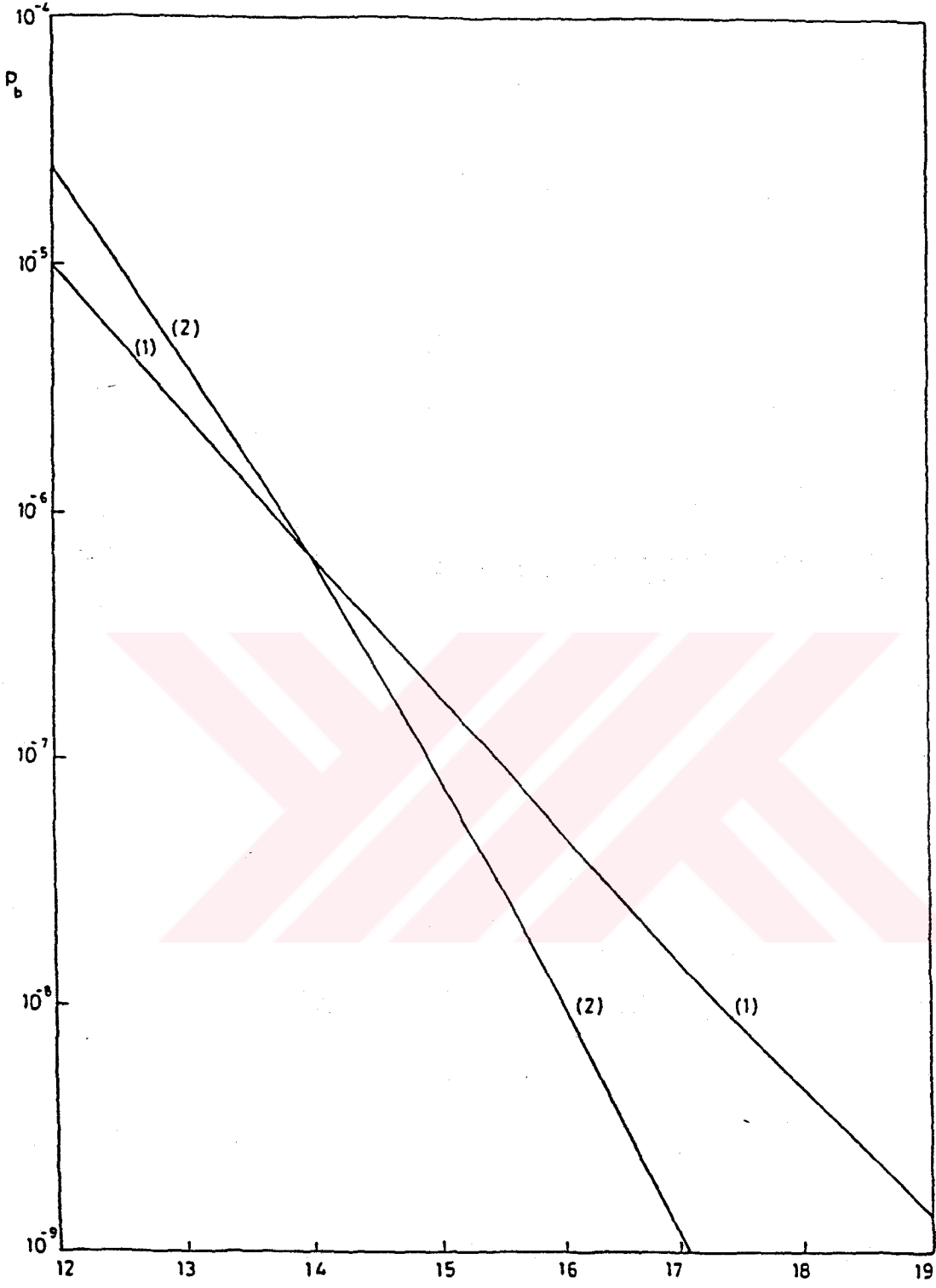
$$\beta = \frac{E_s}{N_o} \geq 16(1 + K)e^{-K}.$$

ilişkisi yazılabilir.

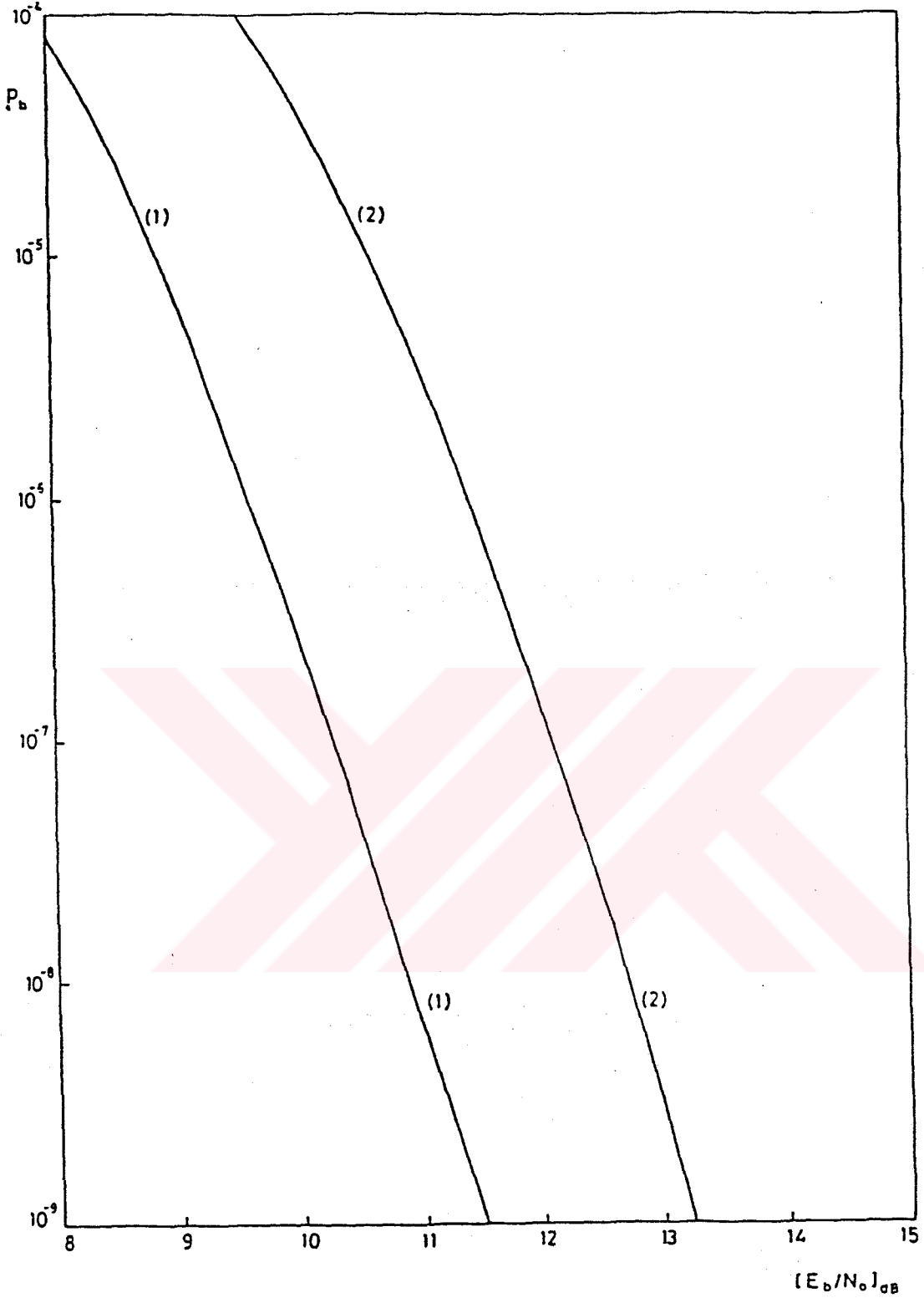
Yüksek işaret-gürültü oranlarında belirli bir eşik değerinden sonra önerilen 6QPR-TCM yapısı 4QAM-TCM sistemine göre daha iyi başarımlar göstermektedir. (Şekil 6.4-6.5). $K = \infty$ olduğu, kanalın Gauss yapısına ulaştığı hallerde ise 4QAM-TCM e ilişkin bit hata üst sınır eğrisi tüm işaret gürültü oranlarında 6QPR-TCM e göre daha iyi olmaktadır. (Şekil 6.6)



Şekil 6.4. $K = 0$ için hata başarımların üst sınır eğrileri . 4QAM-TCM (1 nolu eğri)
6QPR-TCM (2 nolu eğri)



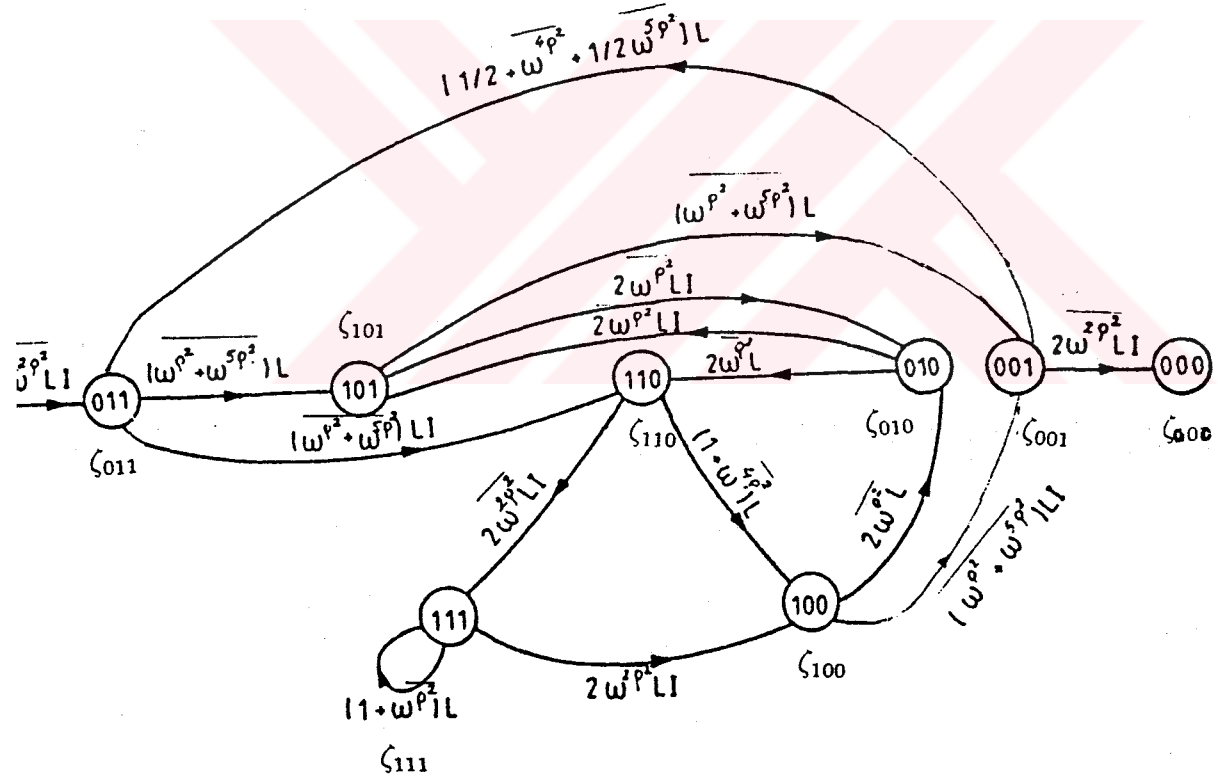
Şekil 6.5. $K = 10$ için hata başarımların üst sınır eğrileri, 4QAM-TCM (1 nolu eğri)
6QPR-TCM (2 nolu eğri)



Şekil 6.6. $K = \infty$ için hata üst sınır eğrileri 4QAM-TCM (1 nolu eğri)
6QPR-TCM (2 nolu eğri)

6.3 9QPR-TCM Sisteminin Sönümlmeli Kanallarda Hata Başarımı

Bu bölümde, 9QPR-TCM sisteminin sönümlmeli kanal parametresi K' 'nın farklı değerleri için hata başarım analizi yapılmıştır. 9QPR-TCM sisteminin Şekil 4.7 de verilen hata durum diagramında w^α değerleri yerine ortalama işaret enerjisi $E_s = 4$ e göre normalize edilmiş hata ağırlık profilleri $\overline{w^{\rho^2 \alpha}}$ konursa, Şekil 6.7'deki hata diagramı elde edilir.



Şekil 6.7. 9QPR-TCM'in normalize hata durum diagramı

Şekil 6.7 deki hata durum diagramındaki $\zeta_{000}, \zeta_{001}, \zeta_{101}, \zeta_{011}, \zeta_{110}, \zeta_{010}, \zeta_{100}, \zeta_{111}$ durumlarını kodlayıcının bellek birimleri (p_1, p_2, p_3) belirlemektedir. PRS bellek birimleri (p_4, p_5) , kodlayıcının bellek birimlerinden (p_1, p_2) aynı değerleri almaktadır. Böylece 9QPR-TCM sistemine ilişkin olası durum sayısı da 32 den 8'e indirgenmektedir. Şekil 6.7'den yararlanarak aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\zeta_{011} = 2\overline{w^{2\rho^2}} LI + (1/2 + \overline{w^{4\rho^2}} + 1/2\overline{w^{8\rho^2}}) L\zeta_{001}$$

$$\zeta_{101} = 2\overline{w^{\rho^2}} LI\zeta_{010} + (\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^{5\rho^2}}) L\zeta_{011}$$

$$\zeta_{110} = 2\overline{w^{\rho^2}} L\zeta_{010} + (\overline{w^{\rho^2}} + \overline{w^{5\rho^2}}) LI\zeta_{011}$$

$$\zeta_{111} = (1 + \overline{w^{4\rho^2}}) LI\zeta_{111} + 2\overline{w^{2\rho^2}} LI\zeta_{110}$$

$$\zeta_{100} = 2\overline{w^{2\rho^2}} LI\zeta_{111} + (1 + \overline{w^{4\rho^2}}) L\zeta_{110}$$

$$\zeta_{010} = 2\overline{w^{\rho^2}} L\zeta_{100} + 2\overline{w^{\rho^2}} LI\zeta_{101}$$

(4.6) ilişkisinde tanımlanan $\overline{T}(w, L, I)$ transfer fonksiyonu,

$$\overline{T}(w, L, I) = 2\overline{w^{2\rho^2}} LI\zeta_{001} \quad (6.12)$$

şeklindedir. Yukarıdaki bağıntılar düzenlenirse, transfer fonksiyonu matrisel olarak şöyle yazılabilir. Elde edilen matrissel ifadeyi (6.5) denkleminde yerine konursa 9QPR-TCM'in bit hata üst sınır eğrileri (Şekil 6.9-6.11) elde edilir.

Yüksek işaret-gürültü oranlarında, bit hata başarımını en kısa hatalı yol uzunluğu belirlemektedir, [11]. Şekil 3.11 den görüleceği gibi, 9QPR-TCM sisteminde $L = 4$ olmaktadır. Bu yola ilişkin işaret çiftlerinin işaret ortalama enerjisi $E_s = 4$ 'e göre normalize edilmiş çarpımları ise şöyledir.

$$\prod_{n=1}^4 |x_n - \bar{x}_n|^2 = (8/4)(4/4)(4/4)(8/4) = 4$$

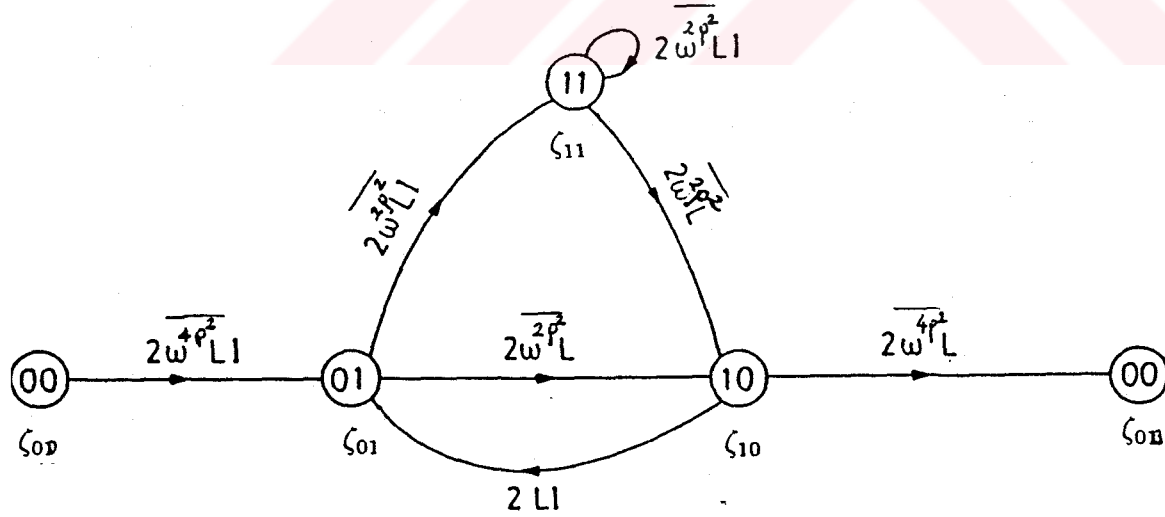
Böylece (6.6) ilişkisinden yararlanarak 9QPR-TCM sisteminin bit hata olasılığı şöyle yazılabilir.

$$P_b = \frac{256}{4} \frac{(1 + K)^4 e^{-4K}}{(E_s/N_o)^4} \quad (6.13)$$

6.4 4QAM-TCM ($\nu = 2$) Sistemin Sönümlemeli

Kanallarda Hata Başarımı

Bu bölümde dört durumlu 4QAM-TCM'in sönümlemeli kanallardaki hata başarımını incelenmiştir. Şekil 4.10 daki hata durum diagramında hata ağırlıkları w^α yerine E_s e göre normalize edilmiş $\overline{w^{\rho^2 \alpha}}$ degerleri konursa , aşağıdaki bağıntılar elde edilir. (Şekil 6.8) Burada $\zeta_{00}, \zeta_{10}, \zeta_{01}, \zeta_{11}$ durumlarını (p_1, p_2) kodlayıcı bellek birimleri belirlemektedir.



Şekil 6.8. 4QAM-TCM'in normalize hata durum diagramı

Şekil 6.8 deki hata durum diagramında $\zeta_{00}, \zeta_{01}, \zeta_{10}, \zeta_{11}$ durumları göstermektedir. Şekil 6.8 den yararlanarak aşağıdaki bağıntılar bulunabilir.

$$\zeta_{01} = 2\overline{w^{4\rho^2}} LI + 2L\zeta_{01}$$

$$\zeta_{10} = 2\overline{w^{2\rho^2}} L\zeta_{01} + 2\overline{w^{2\rho^2}} L\zeta_{11}$$

$$\zeta_{11} = 2\overline{w^{2\rho^2}} LI\zeta_{01} + 2\overline{w^{2\rho^2}} LI\zeta_{11}$$

(4.6) ilişkisi ile tanımlanan transfer fonksiyonu $T(w, L, I)$ ise,

$$\overline{T}(w, L, I) = 2\overline{w^{4\rho^2}} LI\zeta_{10} \quad (6.14)$$

şeklindedir. Yukarıdaki ifadeleri (6.10) denkleminde koyarsak transfer fonksiyonu şöyle yazılabilir.

$$\overline{T}(w, L, I) = \frac{1}{1 - \overline{w^{2\rho^2}}} \left[\frac{\overline{w^{4\rho^2}} \overline{w^{2\rho^2}} \overline{w^{4\rho^2}} \overline{w^{2\rho^2}} I^2}{(1 - \overline{w^{2\rho^2}} I)(1 - \overline{w^{2\rho^2}} I) - \overline{w^{2\rho^2}} \overline{w^{2\rho^2}} I^2} + \overline{w^{2\rho^2}} \overline{w^{2\rho^2}} \overline{w^{4\rho^2}} I \right] \quad (6.15)$$

Sönümlemeli kanallarda, 4QAM-TCM e ilişkin bit hata başarımlar eğrileri yukarıda verilen ifadenin (6.5) de yerine konulmasıyla elde edilir. Sönümlemeli kanal parametresi K nın farklı değerleri için 9QPR-TCM ve 4QAM-TCM sistemlerine ilişkin hata başarımlar eğrileri karşılaştırılmıştır. (Şekil 6.9-6.11)

Yüksek işaret-gürültü oranlarında ise en kısa hatalı yol L önem kazanmaktadır, [11]. Şekil 4.12 den görüleceği gibi 4QAM-TCM sisteminde $L = 3$ olmaktadır. Bu yola ilişkin işaret çiftlerinin işaret ortalama enerjisi $E_s = 2$ 'e göre normalize edilmiş çarpımları ise şöyledir.

$$\prod_{n=1}^3 |x_n - \bar{x}_n|^2 = (8/2)(4/2)(8/2) = 32$$

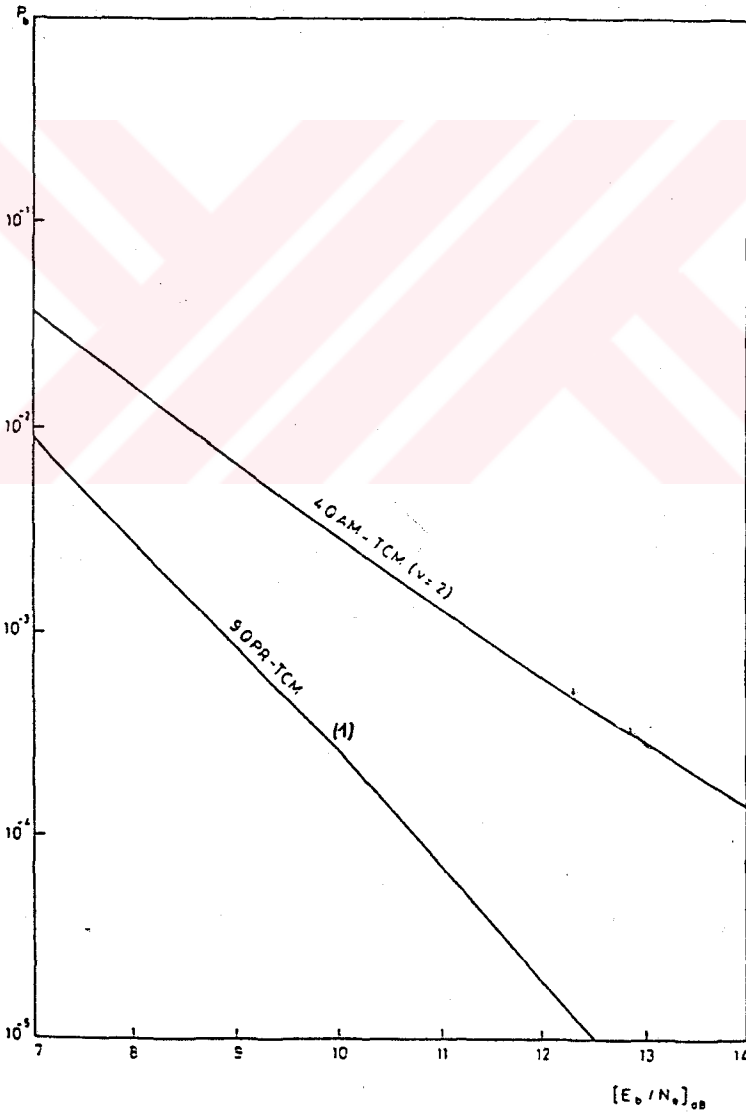
Böylece (6.6) ilişkisinden yararlanarak 4QAM-TCM sisteminin bit hata olasılığı şöyle yazılabilir.

$$P_b = \frac{64 (1 + K)^3 e^{-3K}}{32 (E_s/N_0)^3} \quad (6.16)$$

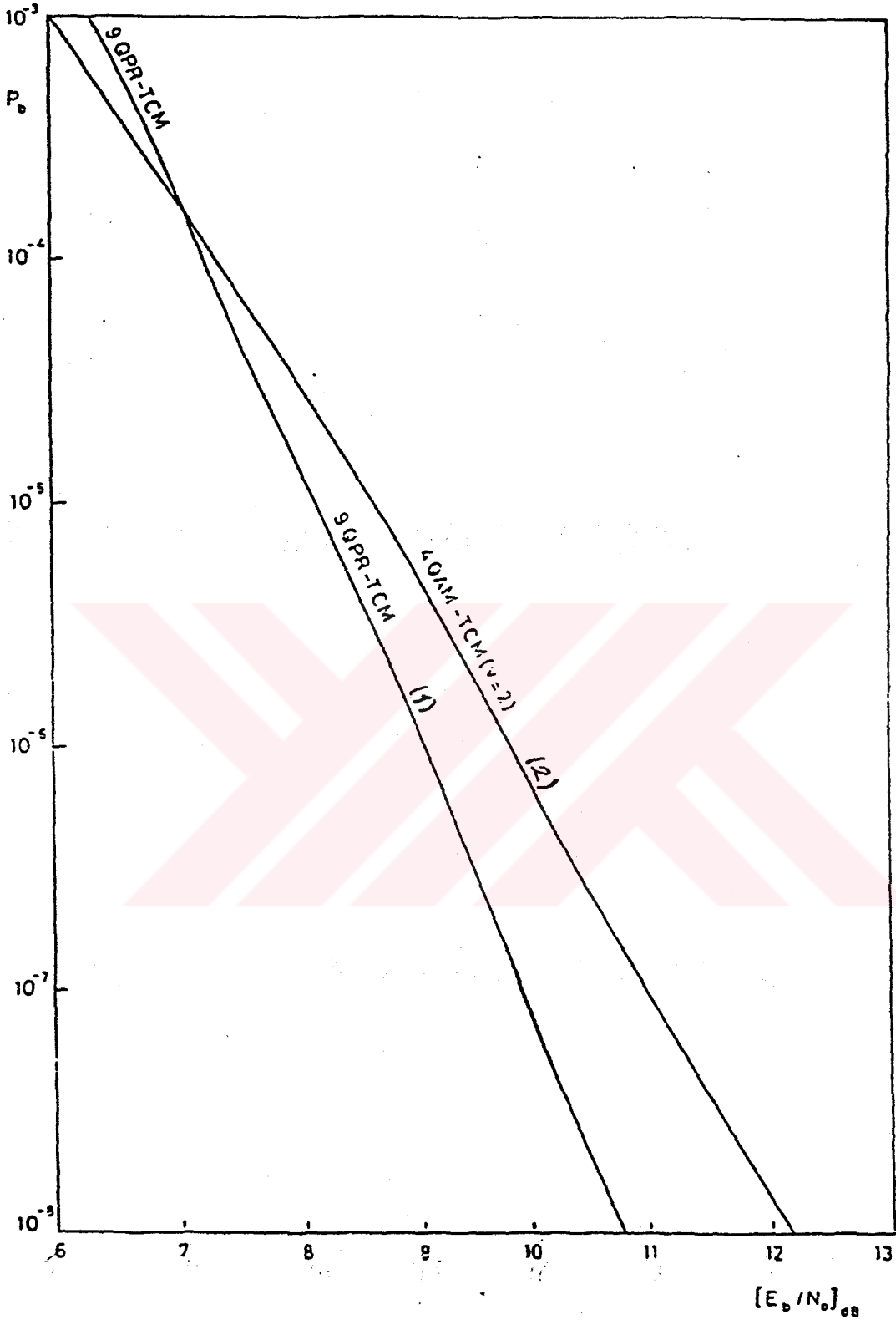
(6.13) ve (6.16) ilişkileri karşılaştırılırsa,

$$\beta = \frac{E_s}{N_0} \geq 32(1 + K)e^{-K}.$$

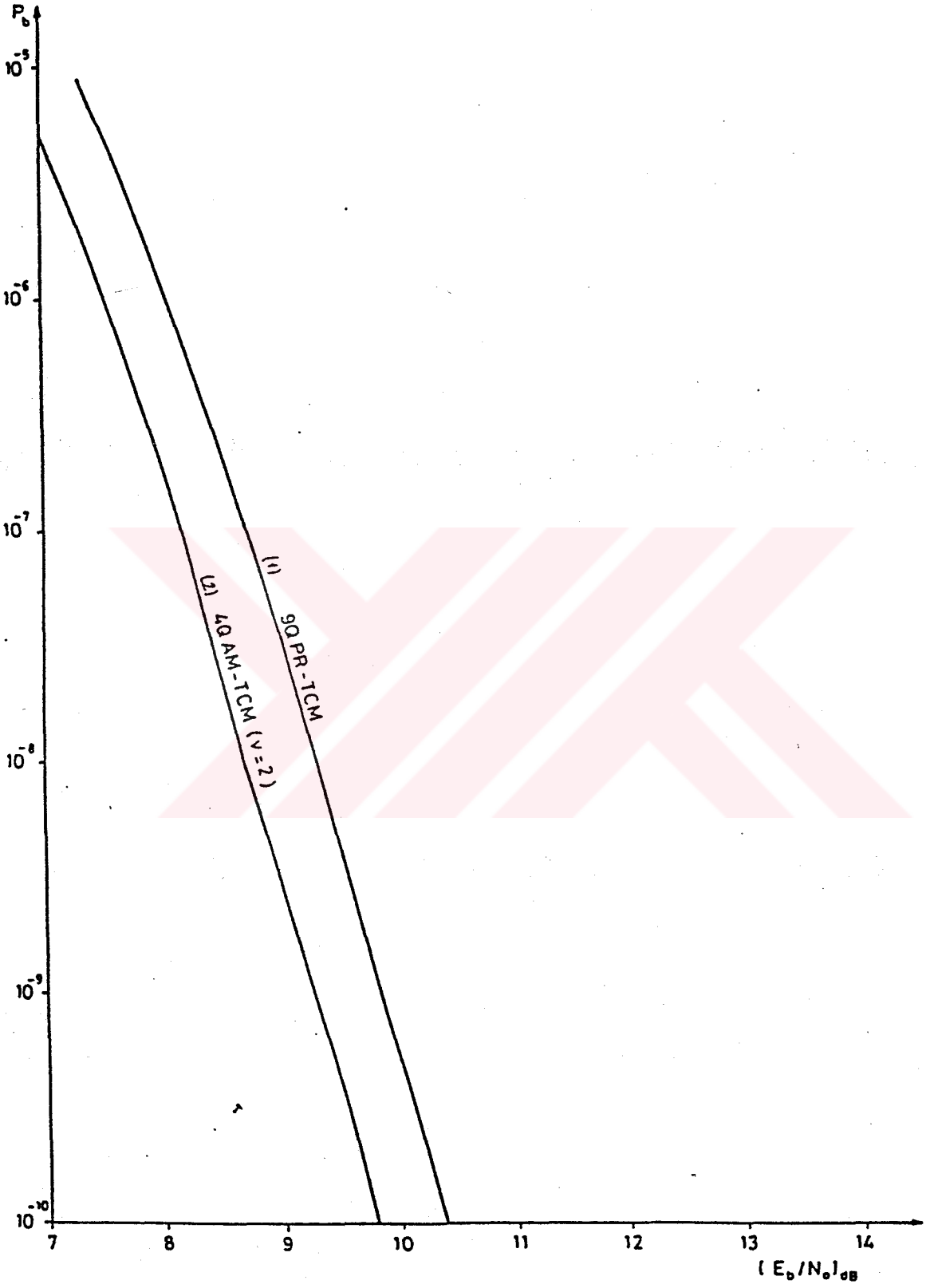
ilişkisi yazılabilir. Yüksek işaret-gürültü oranlarında belirli bir eşik değerinden sonra önerilen 9QPR-TCM yapısı 4QAM-TCM sistemine göre daha iyi başarımlar göstermektedir. (Şekil 6.9-6.10). $K = \infty$ olduğu, kanalın Gauss yapısına ulaştığı hallerde ise 4QAM-TCM e ilişkin bit hata üst sınır eğrisi tüm işaret gürültü oranlarında 9QPR-TCM e göre daha iyi olmaktadır. (Şekil 6.11)



Şekil 6.9. $K = 0$ için hata başarımlar üst sınır eğrileri 9QPR-TCM (1 nolu eğri)
4QAM-TCM (2 nolu eğri)



Şekil 6.10. $K = 10$ için hata başarımlar üst sınır eğrileri 9QPR-TCM (1 nolu eğri)
4QAM-TCM (2 nolu eğri)



Şekil 6.11. $K = \infty$ için hata başarımlar üst sınır eğrileri 9QPR-TCM (1 nolu eğri)
4QAM-TCM (2 nolu eğri)

BÖLÜM 7

Sonuçlar

Bu tezde, dik genlik modülasyonlu (QAM) işaretlerde bant verimliliğini artırmak ve hata başarımını iyileştirmek için, dik kısmi yanıtli sistemlerle (QPR) kafes kodlamalı modülasyon (TCM) birlikte düşünülmüş ve Kafes Kodlamalı-Dik Kısmi Yanıtlı Sistemler (QPR-TCM) yapısı oluşturulmuştur.

4QAM haberleşmesi için 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemleri tanıtılmış, hata başarımları ilintili modülasyon türleri ile karşılaştırılmıştır.

6QPR-TCM sistemi, $1/2$ oranlı, tek bellekli, iki durumlu bir katlamalı kodlayıcı ve bir kısmi yanıtli sistemin birleşiminden oluşan bir yapıdır. Katlamalı kodlayıcının getirdiği sınırlamalar nedeni ile birleşik yapının durum sayısı 8'den 4'e düşmektedir. Sistem çıkışındaki olası işaret sayısı da 9'dan 6'a inmektedir. Bu nedenle önerilen yapıya 6QPR-TCM adı verilmiştir.

9QPR-TCM sistemi ise, $1/2$ oranlı, iki bellekli, sekiz durumlu bir katlamalı kodlayıcı ile PRS yapısının birleşimidir. Kodlayıcının getirdiği sınırlamalar nedeni ile 9QPR-TCM sistemine ilişkin durum sayısı 32'den 8'e indirgenmiştir. Sistem çıkışında 9 işaret elemanı olduğundan önerilen birleşik yapıya 9QPR-TCM adı verilmiştir.

QPR-TCM sistemlerinin Gauss, renkli gürültülü ve sönümlmeli kanallarda hata başarım eğrileri elde edilmiş ve 4QAM-TCM'le karşılaştırılmıştır. Beyaz Gauss ve renkli gürültülü ortamlarda, 4QAM-TCM klasik yapısının, QPR-TCM'e göre tüm işaret gürültü oranlarında daha iyi başarım gös-

terdiği gözlenmektedir. Ancak sönümlemeli kanallarda, özellikle aşırı gölgelenmenin olduğu hallerde, yüksek işaret-gürültü oranlarında QPR-TCM sistemlerinin hata başarımı daha iyi olduğu sonucuna varılmaktadır. Bu sonuç teknik olarak şöyle açıklanabilir. İdeal kanal bilgisi varsayımı ve yüksek işaret-gürültü oranlarında hata başarımını en kısa hatalı yol (L) belirlemektedir. 6QPR-TCM ve 9QPR-TCM sistemlerine ait en kısa hatalı yol uzunlukları, 4QAM-TCM sistemlerine göre daha büyük olmaktadır. Bu nedenle önerilen sistemler sönümlemeli kanallarda, özellikle aşırı bozulmanın olduğu $K = 0$ halinde, belli bir eşik değerin üzerindeki işaret-gürültü oranlarında, klasik modülasyon türlerinden daha iyi bit hata başarımı göstermektedir.



Kaynaklar

- [1] UNGERBOECK,G.,Channel coding with multi-level/phase signals,
IEEE Tran. IT-28,sayfa 56-67,1979.
- [2] UNGERBOECK,G.,Trellis-coded modulation with redundant signal
sets part I,*IEEE Comm. Mag.*, sayfa 5-11,1987.
- [3] UNGERBOECK,G.,Trellis-coded modulation with redundant signal
sets part II,*IEEE Comm. Mag.*, sayfa 15-21,1987.
- [4] LENDER,A.,The duobinary technique for high speed data transmission
IEEE Trans. Electron.Letter, Vol.82 sayfa 214
-218,1963.
- [5] GRAMI,A.,PASUPATHY,S.,Pulse shape, excess bandwidth and
timing error sensitivity in PRS systems,*IEEE
Trans. Comm.*, Com.35,No.4, sayfa 475-480,1987.
- [6] PASUPATHY,S.,Correlative coding:A bandwidth efficient signalling
scheme,*IEEE Com.Mag.*,sayfa 4-10,1977.
- [7] KABAL,P.,PASUPATHY,S.,Partial-response signalling,*IEEE
Trans. Comm.*,Com-23,No.9 sayfa 921-934,1975.
- [8] KRETZMER,E.R.,Generization of a technique for binary data
communication,*IEEE Trans.Com.*Com.14 sayfa
67-72,1966.
- [9] BECKER,F.K.,KRETZMER,E.R.,SHEEHAN,J.R.,A new signal
format for efficient data transmission,Sys.Tech.J
,vol.45 sayfa 755-758,1966.

- [10]DIVSALAR,D.,SIMON,M.K.,The design of trellis coded MPSK for fading channels:Set partitioning for optimum code design,*IEEE Trans.Comm.*,Vol.36 sayfa 1013-1021,1988.
- [11]DIVSALAR,D.,SIMON,M.K.,The design of trellis coded MPSK for fading channels:Performance Criteria,*IEEE Comm.*,Vol.36, sayfa 1004-1012,1990.
- [12]WANG,J.,CHUNG,H.Y.,Trellis coded communications systems-colored noise and the swapping technique,*IEEE Trans. on Com.*,No.9,Vol.38 sayfa 1549-1556,1990.
- [13]DIVSALAR,D.,SIMON,M.K.,Trellis coded modulation for 4800-9600 bits/s transmission over a fading mobile satellite channel,*IEEE JSAC*,Vol.Sac.5,No.2,1987.
- [14]CARLISLE,C.J.,SHAFI,M.,KENNEDY,K.,Trellis coded modulation on digital microwave radio systems-simulations for multipath fading channels,*IEEE Trans. on Com.*,Vol.39,No.4 sayfa 488-495,1991.
- [15]WOLF,J.K.,UNGERBOECK,G.,Trellis coding for partial-response channels,*IEEE Trans. on Comm.*,Vol.34,No.8,1986.
- [16]UCAN,O.N.,AYGÖLÜ,Ü.,PANAYIRCI,E.,Performance and jitter analysis of quadrature partial response/trellis coded modulation (QPR-TCM) signals in the presence of intersymbol interference and colored noise,*IEEE JSAC*,Vol.10, No.8 sayfa 1264-1270,1992.

- [17]UCAN,O.N.,AYGÖLÜ,Ü.,PANAYIRCI,E.,Reduced decoding complexity of quadrature partial-response trellis coded modulation (QPR-TCM) in the presence of intersymbol interference,*in Proc. IEEE Int.Symp. Personal Indoor and Mobile Radio Commun.,London, U.K.,sayfa 148-153,1991.*
- [18]UCAN,O.N.,AYGÖLÜ,Ü.,PANAYIRCI,E.,Decoding of quadrature partial response-trellis coded signals (QPR-TCM) in the presence of intersymbol interference and noise, In Proc. Ninth Int.Symp. Appl. Algebra Algebraic Algorithms and Error Correct.Codes sayfa 434-445,1991.
- [19]UCAN,O.N.,AYGÖLÜ,Ü.,PANAYIRCI,E.,Error performance analysis of quadrature partial response trellis modulation (QPR-TCM) in fading mobile satellite channel,In Proc. 26 th Ann. Conf. Inform. Sc. and Syst.,sayfa 517-521,1992.
- [20]CALDERBANK,R.,MAZO,J.E.,A new Description of Trellis Codes, *IEEE Tran., Vol.IT-30,1984.*
- [21]SCHLEGEL,C.,COSTELLO D.J.,Bandwidth efficient coding for fading channels:Code construction and performance analysis",*IEEE JSAC, Vol.7 No.9. sayfa 1356-1368,1989.*
- [22]ZEHAVI,E.,WOLF,J.K.,On the performance of trellis codes, *IEEE Trans. Inf. Theory,Vol.IT-33,No.2,1987.*

- [23]UCAN,O.N.,İSBİLEN,T.,Simgelerarası girişimli ortamlarda kafes kodlamalı dik kısmi yanıtlı QPR-TCM sistemlerin hata analizi,EMO IV.Ulusal kongresi,1991.
- [24]BIGLIERI,E.,MC.LANE,P.J.,Uniform distance and error probability properties of TCM schemes,*IEEE Trans. on Comm.* Vol.39 No.1,1991.
- [25]PANAYIRCI,E.,AYGÖLÜ,Ü.,UCAN,Error performance analysis of quadrature partial response trellis modulation (QPR-TCM) in fading mobile satellite channel, *IEEE Trans. on Comm.* 1995 de basılacak.
- [26]MCKAY,R.G.,MCLANE,P.J.,BIGLIERI,E.,Error bounds for trellis coded MPSK over a fading mobile satellite channel,*IEEE Trans. on Comm.*Vol.Com.39,1991.

EK A



TABLO A.1. (0 0 0) DURUMUNA GELEN, D^2_L KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s'_4=(-2,-2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_1=(0,2)$
Gönderilen dizi	$s'_2=(0,0)$	$s'_1=(0,2)$	$s'_0=(-2,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-2-0=-2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-2=-2$	$y_{Q,3}=2-2=0$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=0$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$Var=4\sigma_n^2 d^2_I+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_2=(0,0)$	$s'_1=(0,2)$	$s'_0=(-2,2)$
Gönderilen dizi	$s'_4=(-2,-2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_1=(0,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=2-0=2$	$y_{Q,3}=2-2=0$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=0$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$Var=4\sigma_n^2 d^2_I+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_5=(0,-2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_1=(0,2)$
Gönderilen dizi	$s'_3=(2,0)$	$s'_1=(0,2)$	$s'_0=(-2,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-2=-2$	$y_{Q,3}=2-2=0$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=0$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$Var=4\sigma_n^2 d^2_I+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_3=(2,0)$	$s'_1=(0,2)$	$s'_0=(-2,2)$
Gönderilen dizi	$s'_5=(0,-2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_1=(0,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=2-0=2$	$y_{Q,3}=2-2=0$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=0$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$Var=4\sigma_n^2 d^2_I+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			

TABLO A.2. (1 1 1) DURUMUNA GELEN, D^2_L KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s'_5=(0,-2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_3=(2,0)$
Gönderilen dizi	$s'_3=(2,0)$	$s'_1=(0,2)$	$s'_2=(0,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=0-2= -2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-2-0= -2$	$y_{Q,2}=0-2= -2$	$y_{Q,3}=0-0=0$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=0$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$Var=4\sigma_n^2 \ d^2_I+8\sigma_n^2\rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_4=(-2,-2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_3=(2,0)$
Gönderilen dizi	$s'_2=(0,0)$	$s'_1=(0,2)$	$s'_2=(0,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}= -2-0= -2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}= -2-0= -2$	$y_{Q,2}=0-2=-2$	$y_{Q,3}=0-0=0$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=0$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$Var=4\sigma_n^2 \ d^2_I+8\sigma_n^2\rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_3=(2,0)$	$s'_1=(0,2)$	$s'_2=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s'_5=(0,-2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_3=(2,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=2-0= 2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}= 0-(-2)= 2$	$y_{Q,2}=2-0=2$	$y_{Q,3}=0-0=0$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=0$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$Var=4\sigma_n^2 \ d^2_I+8\sigma_n^2\rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_2=(0,0)$	$s'_1=(0,2)$	$s'_2=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s'_4=(-2,-2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_3=(2,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=0-0=0$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=2-0=2$	$y_{Q,3}=0-0=0$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=0$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$Var=4\sigma_n^2 \ d^2_I+8\sigma_n^2\rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			

TABLO A.3. (0 1 0) DURUMUNA GELEN, D^2_L KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s'_2=(0,0)$	$s'_5=(0,-2)$	$s'_2=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s'_0=(-2,2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_3=(2,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=-2-0=-2$	$y_{Q,3}=0-0=0$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=0$		$y_{I,2} y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_3=(2,0)$	$s'_5=(0,-2)$	$s'_2=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s'_1=(0,2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_3=(2,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=-2-0=-2$	$y_{Q,3}=0-0=0$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=0$		$y_{I,2} y_{I,3}=-0$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_0=(-2,2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_3=(2,0)$
Gönderilen dizi	$s'_2=(0,0)$	$s'_5=(0,-2)$	$s'_2=(0,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-2-0=-2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-(-2)=2$	$y_{Q,3}=0-0=0$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=0$		$y_{I,2} y_{I,3}=-0$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_1=(0,2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_3=(2,0)$
Gönderilen dizi	$s'_3=(2,0)$	$s'_5=(0,-2)$	$s'_2=(0,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-(-2)=2$	$y_{Q,3}=0-0=0$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=0$		$y_{I,2} y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			

TABLO A.4. (1 0 1) DURUMUNA GÖRE, D_L^2 KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s'_2=(0,0)$	$s'_5=(0,-2)$	$s'_4=(-2,-2)$
Gönderilen dizi	$s'_0=(-2,2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_5=(0,-2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=-2-0=-2$	$y_{Q,3}=-2-(-2)=0$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=0$		$y_{I,2} y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_3=(2,0)$	$s'_5=(0,-2)$	$s'_4=(-2,-2)$
Gönderilen dizi	$s'_1=(0,2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_5=(0,-2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=-2-0=-2$	$y_{Q,3}=-2-(-2)=0$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=0$		$y_{I,2} y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_0=(-2,2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_5=(0,-2)$
Gönderilen dizi	$s'_2=(0,0)$	$s'_5=(0,-2)$	$s'_4=(-2,-2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-2-0=-2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-(-2)=2$	$y_{Q,3}=2-(-2)=0$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=0$		$y_{I,2} y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s'_1=(0,2)$	$s'_2=(0,0)$	$s'_5=(0,-2)$
Gönderilen dizi	$s'_3=(2,0)$	$s'_5=(0,-2)$	$s'_4=(-2,-2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=0-0=0$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-(-2)=2$	$y_{Q,3}=-2-(-2)=0$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=0$		$y_{I,2} y_{I,3}=0$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=4$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2+8\sigma_n^2 \rho(1)[4]=76\sigma_n^2$			

TABLO A.5. (0) DURUMUNA GELEN D_L^2 KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_0=(-1,1)$	$s_0=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(1,-1)$	$s_I=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-1=0$
$y_{I,1}y_{I,2}$	4	
$y_{Q,1}y_{Q,2}$	0	
$\text{Var}=4\sigma_n^2d_l^2+8\sigma_n^2\rho(1)[4]=60\sigma_n^2$		
Alınan hatalı dizi	$s_I=(1,1)$	$s_0=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_I=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-1=0$
$y_{I,1}y_{I,2}$	-4	
$y_{Q,1}y_{Q,2}$	0	
$\text{Var}=4\sigma_n^2d_l^2+8\sigma_n^2\rho(1)[-4]=36\sigma_n^2$		
Alınan hatalı dizi	$s_2=(1,-1)$	$s_I=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(-1,1)$	$s_0=(-1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-1=0$
$y_{I,1}y_{I,2}$	4	
$y_{Q,1}y_{Q,2}$	0	
$\text{Var}=4\sigma_n^2d_l^2+8\sigma_n^2\rho(1)[4]=60\sigma_n^2$		
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_I=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_I=(1,1)$	$s_0=(-1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-1=0$
$y_{I,1}*y_{I,2}$	-4	
$y_{Q,1}*y_{Q,2}$	0	
$\text{Var}=4\sigma_n^2d_l^2+8\sigma_n^2\rho(1)[-4]=36\sigma_n^2$		

TABLO A.6. (1) DURUMUNA GELEN D_L^2 KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_0=(-1,1)$	$s_2=(1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$
$y_{I,1}y_{I,2}$	-4	
$y_{Q,1}y_{Q,2}$	0	
$\text{Var}=4\sigma_n^2d_l^2+8\sigma_n^2\rho(1)[-4]=36\sigma_n^2$		
Alınan hatalı dizi	$s_1=(1,1)$	$s_2=(1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$
$y_{I,1}y_{I,2}$	4	
$y_{Q,1}y_{Q,2}$	0	
$\text{Var}=4\sigma_n^2d_l^2+8\sigma_n^2\rho(1)[4]=60\sigma_n^2$		
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_1=(1,1)$	$s_2=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$
$y_{I,1}y_{I,2}$	4	
$y_{Q,1}y_{Q,2}$	0	
$\text{Var}=4\sigma_n^2d_l^2+8\sigma_n^2\rho(1)[4]=60\sigma_n^2$		
Alınan hatalı dizi	$s_2=(1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(-1,1)$	$s_2=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$
$y_{I,1}y_{I,2}$	-4	
$y_{Q,1}y_{Q,2}$	0	
$\text{Var}=4\sigma_n^2d_l^2+8\sigma_n^2\rho(1)[-4]=36\sigma_n^2$		

TABLO A.7 (0 0 0 0) DURUMUNA GELEN D^2_L KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_2=(-2,2)$
Gönderilen dizi	$s_3+s_3=(-2,-2)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=2-0=2$	$y_{I,3}=0-2=-2$	$y_{I,4}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=2-0=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_3+s_3=(-2,-2)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_2=(-2,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=-2-0=-2$	$y_{I,2}=0-2=-2$	$y_{I,3}=2-0=2$	$y_{I,4}=-0-(-2)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-2=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_1+s_1=(2,2)$	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_0=(2,-2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=2-0=2$	$y_{I,3}=0-2=-2$	$y_{I,4}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-(-2)=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_2+s_0=(2,-2)$
Gönderilen dizi	$s_1+s_3=(2,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_0=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=0-2=-2$	$y_{I,3}=2-0=2$	$y_{I,4}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-0=0$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=-2-0=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				

TABLO A.8 (0111) DURUMUNA GELEN D^2_L KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_j+s_l=(2,2)$	$s_j+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s_j+s_3=(0,0)$	$s_3+s_l=(0,0)$	$s_l+s_0=(2,0)$	$s_0+s_0=(2,-2)$
$y_{l,i}, i=1,2,3,4$	$y_{l,1}=2-0=2$	$y_{l,2}=2-0=2$	$y_{l,3}=0-2=-2$	$y_{l,4}=0-2=-2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-(-2)=2$
$y_{l,i}y_{l,i+1}, i=1,2,3$	$y_{l,1}y_{l,2}=4$	$y_{l,2}y_{l,3}=-4$	$y_{l,3}y_{l,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_l+s_3=(0,0)$	$s_3+s_l=(0,0)$	$s_l+s_0=(2,0)$	$s_0+s_0=(2,-2)$
Gönderilen dizi	$s_l+s_l=(2,2)$	$s_l+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$
$y_{l,i}, i=1,2,3,4$	$y_{l,1}=-0-2=-2$	$y_{l,2}=0-2=-2$	$y_{l,3}=2-0=2$	$y_{l,4}=2-0=2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=-0-2=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=-2-0=-2$
$y_{l,i}y_{l,i+1}, i=1,2,3$	$y_{l,1}y_{l,2}=4$	$y_{l,2}y_{l,3}=-4$	$y_{l,3}y_{l,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_3+s_l=(0,0)$	$s_l+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s_3+s_3=(-2,-2)$	$s_3+s_l=(0,0)$	$s_l+s_0=(2,0)$	$s_0+s_0=(2,-2)$
$y_{l,i}, i=1,2,3,4$	$y_{l,1}=0-(-2)=2$	$y_{l,2}=2-0=2$	$y_{l,3}=0-2=-2$	$y_{l,4}=0-2=-2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-(-2)=2$
$y_{l,i}y_{l,i+1}, i=1,2,3$	$y_{l,1}y_{l,2}=4$	$y_{l,2}y_{l,3}=-4$	$y_{l,3}y_{l,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_3+s_3=(-2,-2)$	$s_3+s_l=(0,0)$	$s_l+s_0=(2,0)$	$s_0+s_0=(2,-2)$
Gönderilen dizi	$s_3+s_l=(0,0)$	$s_l+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$
$y_{l,i}, i=1,2,3,4$	$y_{l,1}=-2-0=-2$	$y_{l,2}=0-2=-2$	$y_{l,3}=2-0=2$	$y_{l,4}=2-0=2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=-2-0=-2$
$y_{l,i}y_{l,i+1}, i=1,2,3$	$y_{l,1}y_{l,2}=4$	$y_{l,2}y_{l,3}=-4$	$y_{l,3}y_{l,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				

TABLO A..9 (1010) DURUMUNA GELEN D^2_L KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_3=(0,-2)$
Gönderilen dizi	$s_1+s_2=(0,2)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$
$y_{I,i}, i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=0-(-2)=2$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$	$y_{I,4}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=-0$	$y_{Q,4}=-2-0=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}, i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_1+s_2=(0,2)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$
Gönderilen dizi	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_3=(0,-2)$
$y_{I,i}, i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=-2-0=-2$	$y_{I,3}=-2-0=-2$	$y_{I,4}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-(-2)=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}, i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_3+s_0=(0,-2)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_3=(0,-2)$
Gönderilen dizi	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$
$y_{I,i}, i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=0-(-2)=2$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$	$y_{I,4}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=-2-0=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}, i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$
Gönderilen dizi	$s_3+s_0=(0,-2)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_3=(0,-2)$
$y_{I,i}, i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=-2-0=-2$	$y_{I,2}=-2-0=-2$	$y_{I,3}=-2-0=-2$	$y_{I,4}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-(-2)=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}, i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				

TABLO A.10 (1101) DURUMUNA GELEN D_L^2 KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$
Gönderilen dizi	$s_1+s_2=(0,2)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_1=(0,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=0-(-2)=2$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$	$y_{I,4}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-2=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_1+s_2=(0,2)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_1=(0,2)$
Gönderilen dizi	$s_1+s_0=(2,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=-2-0=-2$	$y_{I,3}=-2-0=-2$	$y_{I,4}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=2-0=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_3+s_0=(0,-2)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$
Gönderilen dizi	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_1=(0,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=0-(-2)=2$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$	$y_{I,4}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-2=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_1=(0,2)$
Gönderilen dizi	$s_3+s_0=(0,-2)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=-2-0=-2$	$y_{I,2}=-2-0=-2$	$y_{I,3}=-2-0=-2$	$y_{I,4}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=2-0=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				

TABLO A.11. (0011) DURUMUNA GELEN D_L^2 KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_0+s_3=(0,-2)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_0=(0,-2)$
Gönderilen dizi	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=-2-0=-2$	$y_{I,3}=-2-0=-2$	$y_{I,4}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=-2-0=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$Var=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$
Gönderilen dizi	$s_0+s_3=(0,-2)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_0=(0,-2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=0-(-2)=2$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$	$y_{I,4}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-(-2)=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$Var=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_0=(0,-2)$
Gönderilen dizi	$s_2+s_1=(0,2)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=-2-0=-2$	$y_{I,2}=-2-0=-2$	$y_{I,3}=-2-0=-2$	$y_{I,4}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=-2-0=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$Var=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_2+s_1=(0,2)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_0=(2,0)$
Gönderilen dizi	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_0=(0,-2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=0-(-2)=2$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$	$y_{I,4}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-(-2)=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$Var=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				

TABLO A12.(0100) DURUMUNA GELEN D^2_L KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_0+s_3=(0,-2)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$
Gönderilen dizi	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_2=(0,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=-2-0=-2$	$y_{I,3}=-2-0=-2$	$y_{I,4}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-2=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_2=(0,2)$
Gönderilen dizi	$s_0+s_3=(0,-2)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=0-(-2)=2$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$	$y_{I,4}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=2-0=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$
Gönderilen dizi	$s_2+s_1=(0,2)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_2=(0,2)$
$y_{I,i},...$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=-2-0=-2$	$y_{I,2}=-2-0=-2$	$y_{I,3}=-2-0=-2$	$y_{I,4}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-2=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_2+s_1=(0,2)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$	$s_1+s_2=(0,2)$
Gönderilen dizi	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$	$s_2+s_3=(-2,0)$	$s_3+s_2=(-2,0)$
$y_{I,i},...$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=0-(-2)=2$	$y_{I,3}=0-(-2)=2$	$y_{I,4}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=2-0=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4+4]=132\sigma_n^2$				

TABLO A.13. (1001) DURUMUNA GELEN D_L^2 KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_2+s_2=(-2,2)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_1=(2,2)$
Gönderilen dizi	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=-2-0=-2$	$y_{I,2}=0-2=-2$	$y_{I,3}=2-0=2$	$y_{I,4}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=2-0=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$Var=4\sigma_n^2 d^2 l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s_2+s_2=(-2,2)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_1=(2,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=2-0=2$	$y_{I,3}=0-2=-2$	$y_{I,4}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-2=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$Var=4\sigma_n^2 d^2 l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_1=(2,2)$
Gönderilen dizi	$s_0+s_0=(2,-2)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=0-2=-2$	$y_{I,3}=2-0=2$	$y_{I,4}=2-0=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=2-0=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$Var=4\sigma_n^2 d^2 l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_0+s_0=(2,-2)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_1=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_1=(2,2)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=2-0=2$	$y_{I,3}=0-2=-2$	$y_{I,4}=0-2=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-2=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$Var=4\sigma_n^2 d^2 l + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				

TABLO A.14 (1110) DURUMUNA GELEN D_L^2 KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_2+s_2=(-2,2)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_3=(-2,-2)$
$y_{I,i}, i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=0-2=-2$	$y_{I,3}=2-0=2$	$y_{I,4}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=2-0=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-(-2)=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}, i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_2+s_0=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_3=(-2,-2)$
Gönderilen dizi	$s_2+s_2=(-2,2)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$
$y_{I,i}, i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-(-2)=2$	$y_{I,2}=2-0=2$	$y_{I,3}=0-2=-2$	$y_{I,4}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-2=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=-2-0=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}, i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$
Gönderilen dizi	$s_0+s_0=(2,-2)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_3=(-2,-2)$
$y_{I,i}, i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=0-2=-2$	$y_{I,2}=0-2=-2$	$y_{I,3}=2-0=2$	$y_{I,4}=0-(-2)=2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=0-(-2)=2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=0-(-2)=2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}, i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				
Alınan hatalı dizi	$s_0+s_0=(2,-2)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$	$s_3+s_3=(-2,-2)$
Gönderilen dizi	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_2=(0,0)$	$s_0+s_1=(2,0)$	$s_1+s_3=(0,0)$
$y_{I,i}, i=1,2,3,4$	$y_{I,1}=2-0=2$	$y_{I,2}=2-0=2$	$y_{I,3}=0-2=-2$	$y_{I,4}=-2-0=-2$
$y_{Q,i}, i=1,2,3,4$	$y_{Q,1}=-2-0=-2$	$y_{Q,2}=0-0=0$	$y_{Q,3}=0-0=0$	$y_{Q,4}=-2-0=-2$
$y_{I,i}y_{I,i+1}, i=1,2,3$	$y_{I,1}y_{I,2}=4$	$y_{I,2}y_{I,3}=-4$	$y_{I,3}y_{I,4}=4$	
$y_{Q,i}y_{Q,i+1}, i=1,2,3$	$y_{Q,1}y_{Q,2}=0$	$y_{Q,2}y_{Q,3}=0$	$y_{Q,3}y_{Q,4}=0$	
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2 + 8\sigma_n^2 \rho(1)[4-4+4]=108\sigma_n^2$				

TABLO A.15. (00) DURUMUNA GELEN, D^2_I KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_j=(1,1)$	$s_j=(1,1)$	$s_j=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_I^2+8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4]=104\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_j=(1,1)$	$s_j=(1,1)$	$s_j=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_I^2+8\sigma_n^2 \rho(1)[4+4]=104\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_j=(1,1)$	$s_j=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_j=(1,1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_I^2=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_j=(1,1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_j=(1,1)$	$s_j=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_I^2=80\sigma_n^2$			

TABLO A.16. (00) DURUMUNA GELEN, D^2 , KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_1=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-1=-2$	$y_{I,2}=1-1=-2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_1=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_1=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=1-1=-2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2+8\sigma_n^2 \rho(1) \cdot [-4-4]=56\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_1=(-1,-1)$	$s_1=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-1=-2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2+8\sigma_n^2 \rho(1) \cdot [-4-4]=56\sigma_n^2$			

TABLO A.17. (01) DURUMUNA GELEN, D^2_I KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_1=(1,1)$	$s_1=(1,1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_1=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=-1-1=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_I=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_1=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_1=(1,1)$	$s_1=(1,1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=-1-(-1)=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-1=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_I=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_1=(1,1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_1=(1,1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_1=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-(-1)=-2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-1=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_I+8\sigma_n^2 \rho(1).[-4-4]=56\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_1=(1,1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_1=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_1=(1,1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-(-1)=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=1-(-1)=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=-1-1=0$	$y_{Q,3}=-1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2_I+8\sigma_n^2 \rho(1).[-4-4]=56\sigma_n^2$			

TABLO A.18. (01) DURUMUNA GELEN, D^2 , KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_1=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 f=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_1=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-(-1)=2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 f=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_1=(1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 f+8\sigma_n^2 \rho(1).[4+4]=104\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_1=(1,1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 f+8\sigma_n^2 \rho(1).[4+4]=104\sigma_n^2$			

TABLO A.19. (10) DURUMUNA GELEN, D^2 , KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_j=(1,1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_2=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_0=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_j=(1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(1,1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_2=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_j=(1,1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_0=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2+8\sigma_n^2 \rho(1).[4+4]=104\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_j=(1,1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_0=(1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_2=(-1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-(-1)=-2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d^2 l^2+8\sigma_n^2 \rho(1).[4+4]=104\sigma_n^2$			

TABLO A.20. (10) DURUMUNA GELEN, D_2^2 KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_1=(1,1)$	$s_2=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_0=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2+8\sigma_n^2 \rho(1) \cdot [-4-4]=56\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_0=(1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_1=(1,1)$	$s_2=(-1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2+8\sigma_n^2 \rho(1) \cdot [-4-4]=56\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_1=(1,1)$	$s_2=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_0=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-(-1)=2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2+8\sigma_n^2 \rho(1) \cdot [-4-4]=56\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_0=(1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_1=(1,1)$	$s_2=(-1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2+8\sigma_n^2 \rho(1) \cdot [-4-4]=56\sigma_n^2$			

TABLO A.21. (11) DURUMUNA GELEN, D^2_I KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_1=(1,1)$	$s_2=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_0=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 \ d_l^2=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_2=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_1=(1,1)$	$s_0=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=4$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 \ d_l^2=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_1=(1,1)$	$s_0=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_2=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-(-1)=2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=4$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=4$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 \ d_l^2+8 \ \sigma_n^2 \rho(1)[4+4]=104\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_2=(-1,1)$	$s_2=(-1,1)$	$s_2=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_0=(1,-1)$	$s_1=(1,1)$	$s_0=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=1-1=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} \ y_{I,i+1} \dots$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} \ y_{I,2}=4$		$y_{I,2} \ y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} \ y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} \ y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} \ y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 \ d_l^2+8 \ \sigma_n^2 \rho(1)[4+4]=104\sigma_n^2$			

TABLO A..22. (11)DURUMUNA GELEN, D^2_I KOŞULUNU SAĞLAYAN YOLLAR

Alınan hatalı dizi	$s_1=(1,1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_0=(1,-1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_2=(-1,1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=1-(-1)=2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=-4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2+8 \sigma_n^2 \rho(1)[-4-4]=56\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_2=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_1=(1,1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_0=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2+8 \sigma_n^2 \rho(1)[-4-4]=56\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_0=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_1=(1,1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_2=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-1=-2$	$y_{I,2}=-1-1=-2$	$y_{I,3}=1-(-1)=2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=-1-1=-2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=-1-1=-2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2=80\sigma_n^2$			
Alınan hatalı dizi	$s_1=(1,1)$	$s_0=(1,-1)$	$s_2=(-1,1)$
Gönderilen dizi	$s_3=(-1,-1)$	$s_3=(-1,-1)$	$s_0=(1,-1)$
$y_{I,i}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1}=-1-(-1)=2$	$y_{I,2}=1-(-1)=2$	$y_{I,3}=-1-1=-2$
$y_{Q,i}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1}=1-(-1)=2$	$y_{Q,2}=-1-(-1)=0$	$y_{Q,3}=1-(-1)=2$
$y_{I,i} y_{I,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{I,1} y_{I,2}=4$		$y_{I,2} y_{I,3}=-4$
$y_{Q,i} y_{Q,i+1}$ $i=1,2,3$	$y_{Q,1} y_{Q,2}=0$		$y_{Q,2} y_{Q,3}=0$
$\text{Var}=4\sigma_n^2 d_l^2=80\sigma_n^2$			

Özgeçmiş

Osman Nuri Uçan, 1960 yılında Kars'da doğdu. Orta öğrenimi Kadıköy Anadolu lisesinde tamamladı. 1980 yılında İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik fakültesine girdi ve 1985 yılında iyi derece ile mezun oldu. Aynı yıl lisans üstü eğitimine başladı. 1986 yılında Haberleşme Anabilim dalında araştırma görevlisi oldu. 1988 de yüksek lisans eğitimini tamamlayıp doktora öğretimine başladı. Seyirme ve kodlama konularında yayınlar yaptı. Evli ve bir çocuk babasıdır.

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**