

ÖNSÖZ

“Buharlaşmayı İdare Eden Dinamik Sistemin Elde Edilmesi” adlı yüksek lisans tezinin sonuçlanmasında hiçbir yardımını esirgemeyen, hocam ve danışmanım Sayın Doç. Dr. Kasım KOÇAK’ a ve bu çalışmada kullanılmış olan verileri edinmemi sağlayan arkadaşım Mediha ORUN’ a katkılarından dolayı teşekkür ederim.

ŞUBAT 2006

Erdem BERBER

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	i
İÇİNDEKİLER	ii
TABLO LİSTESİ	iii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
SEMBOL LİSTESİ	v
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
1. GİRİŞ	1
1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı	1
1.2. Su Bütçesi ve Önemi	2
2. BUHARLAŞMA	6
2.1. Buharlaşmanın Tanımı ve Önemi	6
2.2. Buharlaşmanın Mekanizması	6
2.3. Serbest Su Yüzeyinden Olan Buharlaşma	7
2.4. Buharlaşmaya Etki Eden Faktörler	7
2.5. Serbest Su Yüzeyinden Olan Buharlaşmanın Hesaplanması	10
3. ZAMAN SERİLERİNDEN DİNAMİK SİSTEMİN ELDE EDİLMESİ	14
3.1. Yörünge Metodu	14
3.2. Metodun Karakteristikleri ve Potansiyelleri	18
3.2.1. Parametrelerin Etkisi	18
3.2.2. Gürültünün Etkisi	21
3.2.3. Yörünge Eğriliğinin Etkisi	24
3.3. Rössler Dinamik Sistemi	26
3.4. Ölçülmüş Zaman Serisine Uygulama	28
3.4.1. Bir Akarsu Havzasının İkliminin Modellenmesi	28
4. UYGULAMA	29
4.1. Kullanılan Veri	29
4.2. Verilerin Model Girişi İçin Hazır Hale Getirilmesi	32
4.3. Modelin Çalıştırılarak Dinamik Sistemin Elde Edilmesi	41
5. SONUÇLAR	46
KAYNAKLAR	47
ÖZGEÇMİŞ	49

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1. Atmosferin su buharı içeriğinin bazı sıcaklıklardaki değerleri.....	8
Tablo 3.1. Van der Pol dinamik sisteminin yörünge metoduyla elde edilen katsayıları.....	21
Tablo 3.2. Dinamik gürültü durumunda van der Pol katsayıları.....	22
Tablo 3.3. Eğriliğin fazla olduğu yörüngeler için van der Pol katsayıları.....	26
Tablo 3.4. Rössler dinamik sisteminin katsayıları.....	27
Tablo 4.1. Gazimagosa verilerinin istatistikleri.....	29
Tablo 4.2. Yörünge metodu ile elde edilen diferansiyel denklem sisteminin katsayıları.....	43

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Bir akarsu havzası için insan tarafından değiştirilmiş şekliyle hidrolojik çevrim.....	4
Şekil 3.1 : Yörünge metodunun temsili bir faz uzayında grafiksel olarak gösterimi.....	16
Şekil 3.2 : Van der Pol sistemi çekicisinin yörünge metoduyla yeniden kurulması.....	20
Şekil 3.3 : Van der Pol limit çevriminin G fonksiyonu.....	21
Şekil 3.4 : Dinamik gürültülü van der Pol sisteminin faz portreleri.....	22
Şekil 3.5 : Dinamik gürültülü van der Pol sisteminin hata (G) fonksiyonu..	23
Şekil 3.6 : Gözlemsel gürültülü van der Pol sistemi (a) ve yeniden kurulmuş sistemin (b) faz portreleri.....	24
Şekil 3.7 : Eğrilikler için van der Pol sistemi limit çevriminin faz portresi.....	25
Şekil 3.8 : Bir akarsu havzasının yıllık zaman serisi ve faz uzayındaki periyodik çekici.....	28
Şekil 4.1 : Gazimagosa'nın beş yıllık buharlaşma zaman serisi.....	30
Şekil 4.2 : Gazimagosa'nın beş yıllık sıcaklık zaman serisi.....	31
Şekil 4.3 : Gazimagosa'nın beş yıllık rüzgar hızı zaman serisi.....	31
Şekil 4.4 : Buharlaşmanın yıllık zaman serisi.....	32
Şekil 4.5 : Sıcaklığın yıllık zaman serisi.....	33
Şekil 4.6 : Rüzgar hızının yıllık zaman serisi.....	34
Şekil 4.7 : Standartlaştırılmış verilerin yıllık zaman serisi.....	35
Şekil 4.8 : Standartlaştırılmış verilerin yıllık salınımları.....	36
Şekil 4.9 : Çekicinin buharlaşma ve rüzgar hızı düzlemine izdüşümü.....	37
Şekil 4.10 : Çekicinin rüzgar hızı ve sıcaklık düzlemine izdüşümü.....	38
Şekil 4.11 : Çekicinin buharlaşma ve sıcaklık düzlemine izdüşümü.....	39
Şekil 4.12 : Orijinal verilerin çekicisi.....	40
Şekil 4.13 : Orijinal verilerin çekicisinin farklı bir açıdan görünüşü.....	40
Şekil 4.14 : Birinci iterasyon sonunda elde edilen çekici.....	42
Şekil 4.15 : Buharlaşmayı idare eden dinamik sistemin çekicisi.....	44
Şekil 4.16 : Buharlaşmayı idare eden dinamik sistemin çekicisinin farklı bir açıdan görünüşü.....	44

SEMBOL LİSTESİ

A	: Buharlaşıma tavaasının alanı (m^2 cinsinden)
C	: Katsayılar matrisi
$c_{i,k}$	: Diferansiyel denklem sisteminin katsayıları
d	: Ardışık iki başlangıç koşulu arasındaki zaman aralığı
D	: Faz uzayı boyutu (durum değişkeni sayısı)
E	: Buharlaşıma miktarı (Evaporasyon)
E^*_{max}	: Kabul edilen hata miktarı
e_1, e_2	: Yerden z_1 ve z_2 yüksekliklerinde havanın buhar basınçları
e_a	: Aktüel buhar basıncı
E_{max}	: Katsayılardaki hata miktarı
e_s	: Doymuş buhar basıncı
F	: Yeraltına sızan su miktarı
G	: Parametre çiftini (j_{max}, l_{max}) seçmek için kullanılan hata fonksiyonu
h	: İki veri arasındaki adım sayısı
H_0	: Herhangi bir su kütlesinden çıkan toplam ısı miktarı
H_c	: Su yüzeyinden atmosfere ısı iletimiyle giden enerji miktarı
H_e	: Buharlaşımada kullanılan enerji miktarı
H_i	: Herhangi bir su kütlesine giren güneş enerjisi miktarı
j_{max}	: Yörünge metodunun başlangıç koşulu sayısı
K	: Thornthwaite-Holzman sabiti
L	: Buharlaşıma gizli ısı
l_{max}	: Başlangıç koşullarından itibaren modelin çalışacağı adım sayısı
N	: Hefner sayısı
N	: Herhangi bir durum değişkeninin eleman sayısı
P	: Yağış miktarı
Q	: Kalite fonksiyonu
R	: Bowen oranı

T	: Ortalama hava sıcaklığı
T_a	: Aktüel hava sıcaklığı
T_s	: Su yüzeyi sıcaklığı
w₁, w₂	: Yerden z ₁ ve z ₂ yüksekliklerindeki rüzgar hızları
w₂	: Su yüzeyinden 2 m yükseklikteki rüzgar hızı (m/s)
w₈	: Su yüzeyinden 8 m yükseklikteki rüzgar hızı (km/saat)
X	: Bir havzaya giren su akımı (debi)
x_i	: Durum değişkeninin i. bileşeni
x_m	: Model verisi
x_r	: Orijinal veri
Y	: Bir havzadan çıkan su akımı (debi)
ΔH	: Su kütlelerinin sıcaklığındaki değişme için gerekli olan enerji miktarı
ΔS	: Su kütlelerinin hacmindeki değişim miktarı
σ²_{gürültü}	: Gürültü varyansı

BUHARLAŞMAYI İDARE EDEN DİNAMİK SİSTEMİN ELDE EDİLMESİ

ÖZET

Gözlemlerden hareketle bunları üreten dinamik sistemin elde edilmesi problemi günümüzde aktif bir çalışma alanıdır. Dinamik sistem bir kez elde edildikten sonra bu dinamik sistem kullanılarak süreç hakkında önemli bilgiler ortaya konabilir. Örneğin, model kullanılarak değişkenler arasındaki etkileşimler ve nonlinearlik derecesi hakkında önemli bilgiler elde edilebilir, sistemin kararlılık özellikleri incelenebilir, parametrelerde meydana gelen değişmelere ve dış zorlamalara karşı modelin tepkisi incelenebilir ve elde edilen model öngörü amacına yönelik olarak kullanılabilir.

Bu çalışmada günlük toplam buharlaşma miktarı, günlük ortalama rüzgar hızı ve günlük ortalama sıcaklık zaman serileri kullanılarak, buharlaşmayı idare eden dinamik sistem yörünge metodu ile tahmin edilmiştir. Bu şekilde elde edilen dinamik sistemin çekicisi ile orijinal sistemin çekicisi arasındaki fark ihmal edilebilecek düzeydedir.

Anahtar Kelimeler: Çekici, dinamik sistem, yörünge metodu

Bilim Dalı Sayısal Kodu: 613.01.01

RECONSTRUCTION OF THE DYNAMICAL SYSTEM WHICH CONTROLS EVAPORATION

ABSTRACT

Today, the problem of the reconstruction of dynamical system from observations is an active research area. After the reconstruction of dynamical system, it is possible to obtain some important information about the process under study. Once the model has been successfully reconstructed, the equations can provide useful information for the nature of the interactions between the basic variables or the degree and the type of nonlinearities and can be used to investigate the stability properties of the system or to analyze the system response to variation in the parameters or even to external forcing. The resulting model can also be used to mimic the behavior of experimental time series for predictive purpose or to study more complex systems with suitable coupling of low-dimension models.

In this study, by using daily total evaporation amount, daily average wind speed and daily average air temperature time series have been used to reconstruct the dynamical system which controls the evaporation process. This task is accomplished by so called trajectory method. It has been shown that the error between the model and the original attractor is negligible.

Keywords: Attractor, dynamical system, trajectory method

Science Code: 613.01.01

1. GİRİŞ

1.1. Giriş ve Çalışmanın Amacı

Dünyada suya olan talep yüzyılın başından beri yaklaşık sekiz kat artmıştır. Dünya nüfusunun 2025 yılında 8.3 milyar olması beklenmektedir. Bütün bu gelişmeler meteoroloji, hidrometeoroloji ve hidrolojinin önemini arttırmaktadır. Bu çalışmada su bütçesinin belirlenmesi açısından önemli bir değişken olan buharlaşmanın dinamiğinin elde edilmesi üzerinde durulmuştur.

Genel olarak yağışın atmosferdeki oluşumundan önceki ve sonraki aşamaları meteorolojinin, yeryüzüne ulaşmasından sonraki durumu ise hidrolojinin alanına girer.

Hidrolojik çevrimin çeşitli aşamalarından en önemlisi olan buharlaşmanın doğrudan ölçümü ve hesaplanması birtakım zorluklar içerir. Meteorolojik ölçümler içerisinde buharlaşma ölçümleri hidroloji, hidrometeoroloji ve tarımsal meteoroloji açısından son derece önemlidir. Ancak bu verinin doğrudan ölçülmesi çoğu zaman mümkün olmamaktadır. Ayrıca geçmişe yönelik çalışmalarda doğrudan buharlaşma ölçümlerinin bulunmaması, hesaplamalarla bu değerin belirlenmesini gerektirmektedir. Ancak hesaplamalarda kullanılan her bir eşitliğin farklı meteorolojik parametrelere dayanması araştırmacının daha dikkatli davranmasını gerektirmektedir (Ok, 2003). Göl ve çeşitli su yapılarından buharlaşmayı tahmin edebilmek, su kaynakları yönetimi için son derece önemlidir. Su yüzeyinden buharlaşma miktarının hesabı, olayı etkileyen faktörlerin çokluğu nedeniyle güçtür.

Günümüzde mevcut zaman serilerinden hareketle, olayı idare eden dinamik sistem diferansiyel denklem formunda elde edilebilmektedir.

Zaman serilerinden diferansiyel denklem elde etme yöntemleri, günümüzde önemli bir bilimsel çalışma alanı oluşturmaktadır. Nonlineer zaman serisi analizindeki gelişmeler, gelecekteki gelişmelere temel oluşturma açısından önemli ilerlemeler kaydetmiştir. **Crutchfield ve McNamara (1986)** tarafından dinamik sistemlere analitik model uydurmanın iki farklı yaklaşımı önerilmiştir:

- a. Sistemin kısa zamanlı davranışını kullanarak lokal dinamikleri tanımlamak,
- b. Uzun zamanlı davranıştan çekicinin dinamiklerini yaklaşık olarak elde etmek.

Diğer taraftan **Cremers ve Hübler (1986)**, uygun çekicinin bütün noktalarında sistemin kısa zamanlı davranışının analizine dayanan “akış metodunu” ileri sürmüşlerdir. Akış metodu daha sonra, **Breden ve Hübler (1990)** tarafından her sistem değişkeninin gözlenemediği durumlara da uygulanabilecek şekilde geliştirilmiştir. **Eisenhammer (1991)**, yörünge metodunu önererek tipik akış metodu olan kısa-vade yaklaşımın karakteristikleri ile Crutchfield ve McNamara tarafından önerilen uzun-vade yaklaşımı birleştirmiştir. Bu yaklaşım, doğal süreçlere de uygulanabilen önemli bir metot olma özelliği taşımaktadır. Özellikle düşük boyutlu sistemlerin potansiyellerinin incelenmesi için yörünge metodu kullanılabilir. Yörünge metodu herhangi bir fonksiyon formu kullanabilir. Bu çalışmada yeterli bir esnekliğe izin verdiği için polinomlar kullanılmıştır.

Çalışmada buharlaşma, sıcaklık ve rüzgar hızı zaman serilerinden buharlaşmayı idare eden dinamik sistemin elde edilmesi için yörünge metodu kullanılmıştır. Bu metot çeşitli meteorolojik süreçlere uygulanabilecek bir esnekliğe sahip olması nedeniyle özellikle tercih edilmiştir.

Bir meteoroloji istasyonundaki buharlaşmanın tipik yıllık davranışını modellemek için nonlinear bir diferansiyel denklem sistemi buharlaşma, sıcaklık ve rüzgar hızının ölçülmüş zaman serilerinden yararlanarak yeniden kurulmuştur. Sıcaklık ve rüzgar hızı ele alınan sürecin bağımsız değişkenleri, buharlaşma ise bağımlı değişkeni şeklinde düşünülmüştür.

1.2. Su Bütçesi ve Önemi

Atmosferin hacminin % 4’ü su buharıdır. Bu miktar, su buharının sıcaklık tarafından önemli ölçüde kontrol edilmesi nedeniyle atmosferde ulaşılacak toplam suyun miktarıdır. Örneğin, atmosfer 0°C’ de 6.11 mb’lık, daha yüksek bir sıcaklık değerinde, örneğin 30°C’ da ise 42.43 mb’lık doymuş buhar basıncına sahiptir. 30°C’ da hava potansiyel olarak 0°C’ dekinden yedi kat daha fazla su buharı içerir. Buna atmosferik gazların doğal olarak yukarı seviyelerde daha fazla sıkıştırılabilirliği de eklenebilir. Böylece su buharının miktarı aşağı enlemlerde ve deniz seviyesinden daha yukarılara çıkıldıkça artar. Atmosferin toplam su içeriğinin (bütün fazlarda) %

90'ı yerden itibaren ilk 6 km' de bulunur **(Pruppacher ve diğ., 1982)**.

Suyun buharlaşması hidrolojik çevrimi çalıştıran önemli bir fiziksel süreçtir. Çevrim, yağışın atmosferden yeryüzüne suyun transferi ile devam eder. Yağışın bir kısmı zemine sızarak veya doğrudan yüzeysel akış şeklinde ırmaklara, göllere ve denizlere ulaşır. Çevrim, su buharının atmosfere geri dönmesiyle tamamlanır **(Brutsaert, 1982)**.

Doğa, su miktarı bakımından dinamik denge halindedir. Su tükenmez bir doğal kaynak olup yerküresindeki toplam su miktarı zamanla değişmez. Kütlenin korunumu ilkesi hidrolojik çevrimin herhangi bir parçasında suyun ne yok olduğunu, ne de yoktan var olduğunu gösterir **(Bayazit, 1999)**. Süreklilik denklemi

$$x-y = dS/dt \quad (1.1)$$

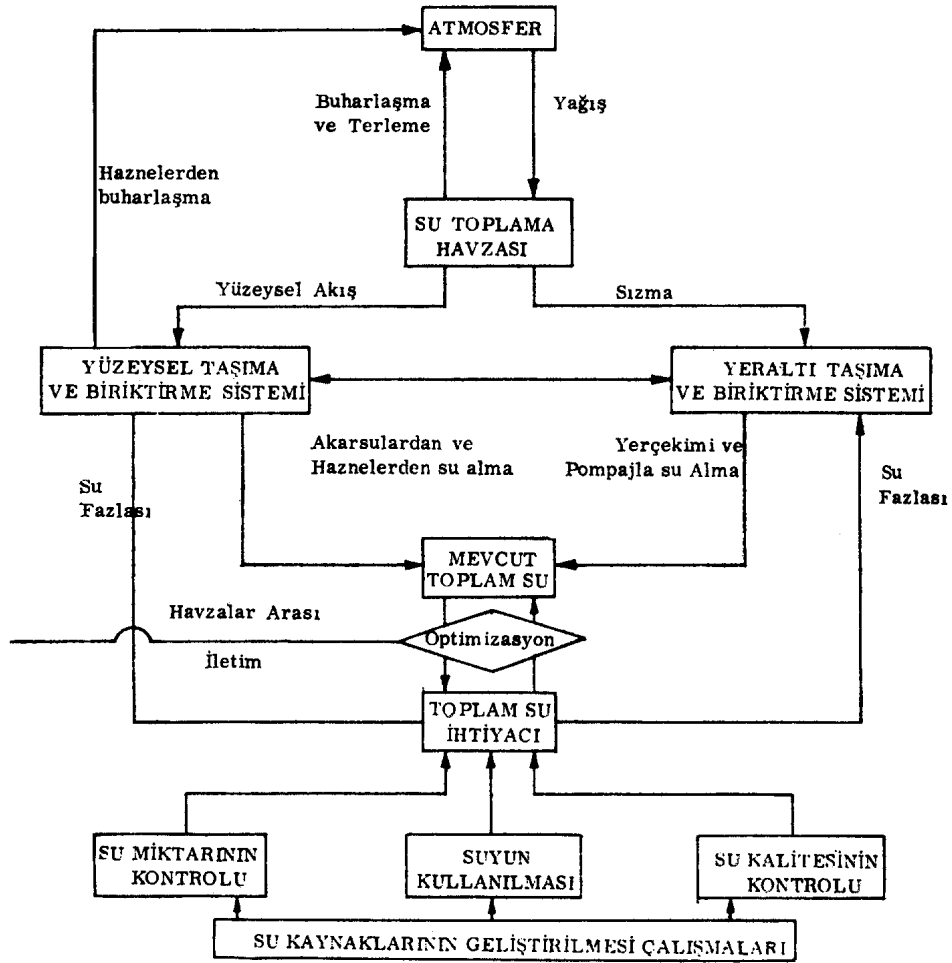
eşitliği ile verilir. Bu eşitlikte x hidrolojik sisteme birim zamanda giren su miktarı, y birim zamanda sistemden çıkan su miktarı ve S ise sistemde birikmiş su miktarıdır. Bu denklem herhangi sonlu bir Δt zaman aralığındaki değerler (X , Y) göz önüne alınarak da yazılabilir:

$$X-Y = \Delta S \quad (1.2)$$

Denklem (1.2) belli bir zaman aralığında sisteme giren X su miktarı ile çıkan Y su miktarının farkının birikmiş su miktarındaki ΔS değişimine eşit olduğunu gösterir. Bu denklemde çıkan su miktarı (Y), buharlaşmayı da içerir.

Yerkürede insanın varlığı hidrolojik çevrimi etkilemektedir. Şekil 1.1 insan tarafından değiştirilmiş şekliyle hidrolojik çevrimi gösterir. Bu diyagram hidrolojinin mühendislikteki önemini de ortaya koymaktadır. Mühendislik hidrolojisinde yüzeysel akışını aynı çıkış noktasına gönderen bölge olarak tanımlanan *su toplama havzasını* esas ünite olarak ele almak uygun olur. İnsanın hidrolojik çevrim üzerindeki etkisi yağış safhasında suni yağış şeklinde görülür. Diyagramda bir havzaya düşen yağışın bir kısmının buharlaşma ve terleme ile atmosfere geri döndüğü, bir kısmının zemine sızarak yeraltı taşıma ve biriktirme sistemine katıldığı, bir kısmının da yüzeysel taşıma ve biriktirme sisteminde yüzeysel akış haline geçtiği görülmektedir. İnsan doğal bitki örtüsünü değiştirerek tutma, terleme ve sızma kayıplarını etkileyebilir. Bunun sonucunda yüzeysel akış değişir. Örneğin ormanlardaki ağaçların kesilmesi sonucunda yüzeysel akış hacminin ve taşkınların arttığı görülmüştür. Şehirleşme de sızma kayıplarını azaltacağından yüzeysel akış

üzerinde etkili olur ve yeraltı biriktirme sistemini de etkiler. Bir yandan da kirli atıkların akarsulara dökülmesiyle insan doğada suların kirlenmesine, böylece su kalitesinin düşmesine sebep olmaktadır. Şehirleşmenin ve endüstrinin ilerlemesiyle daha da önem kazanan bu sorun, insanın hidrolojik çevrim üzerine etkisinin olumsuz bir yönünü yansıtmaktadır. İnsanlar tarafından meydana getirilen büyük biriktirme hazneleri akarsulardaki akış rejimini değiştirirler. Bu hazneler aynı zamanda önemli miktarda buharlaşmaya yol açtığı için, haznelerden meydana gelen buharlaşma diyagramda ayrıca gösterilmiştir (Bayazıt, 1999).



Şekil 1.1: Bir akarsu havzası için insan tarafından değiştirilmiş şekliyle hidrolojik çevrim (Bayazıt, 1999).

Uzun bir süre göz önüne alındığında hidrolojik çevrimin herhangi bir parçasına giren ve çıkan su miktarları birbirine eşittir. Örneğin, yeryüzünde bir yılda düşen yağış, o yıl içinde buharlaşarak havaya geri dönen su miktarına eşittir. Bu miktar ortalama olarak yılda 100 cm kadardır (Türkiye’de ise yıllık yağış ortalaması 65 cm). Karalar

zerinde yıllık yağış 75 cm, buharlaşma 48 cm, denizler üzerinde ise yağış 107 cm, buharlaşma 118 cm'dir. Ancak kısa bir zaman aralığında bakılırsa çevrimdeki su miktarında büyük değişmeler olduğu görülür. Örneğin bir yağış ölçeğinde kaydedilen yağış miktarları günden güne büyük farklar gösterir. Nitelikleri ve nicelikleri iyi belirlenemeyen çok sayıda etkenin meydana getirdiği bu düzensizlikler hidrolojik olayların incelenmesini güçleştirir **(Bayazıt, 1999)**.

Suyun yerkürenin çeşitli kısımlarındaki dağılımına bakarsak çok büyük bir kısmının (% 97.39) denizlerde (hidrosfer) bulunduğunu görürüz. Kalan % 2.01 buzullarda, % 0.58 yeraltı suyu olarak, % 0.02 gller ve akarsularda ve % 0.001'i atmosferde bulunmaktadır. Görüldüğü gibi herhangi bir anda akarsular ve atmosferde bulunan su yüzdeleri oldukça azdır **(Bayazıt, 1999)**.

2. BUHARLAŞMA

2.1. Buharlaşmanın Tanımı ve Önemi

Buharlaşma, genel olarak bir maddenin sıvı halden gaz haline dönüşmesidir. Suyun buharlaşması ise suyun sıvı halden su buharı haline gelmesidir (**Shaw, 1994**).

Buharlaşma hidrolojik çevrimi başlatır. Okyanuslardan meydana gelen buharlaşma, suyun atmosfere taşınmasının temel yoludur. Okyanusların geniş yüzey alanı çok büyük ölçüde buharlaşma imkanı sağlar. Küresel ölçekte, buharlaşan su miktarı ile yağış olarak düşen su miktarı uzun zaman dilimleri dikkate alındığında yaklaşık olarak aynıdır. Okyanuslar üzerinden buharlaşan su miktarı, düşen yağış miktarından daha fazla iken karalar üzerinde durum tersi olup, yağış miktarı buharlaşma miktarını aşmaktadır. Okyanuslardan buharlaşan suyun çoğu, okyanuslara yağış olarak geri döner. Buharlaşan suyun sadece % 10'u karalar üzerine yağış olarak düşer. Buharlaşan su molekülleri havada yaklaşık 10 gün kalır (**Schneider, 1996**).

Özellikle içme, sulama ve enerji üretimi amacına yönelik olan su yapılarından meydana gelebilecek kayıpların tahmini açısından o yöredeki günlük, aylık ve uzun yıllara ait buharlaşma verilerine ihtiyaç vardır. Ayrıca bitkilerin su tüketimi ve su ihtiyacını belirleyebilmek için de potansiyel evapotranspirasyonun hesaplanması gerekmektedir. Bunu hesaplayabilmek için de yağış, güneşlenme, sıcaklık, rüzgar vb. meteorolojik değişkenlere ihtiyaç vardır.

Atmosferden yeryüzüne düşen yağışın önemli bir kısmı tutma, buharlaşma ve terleme yoluyla, akış haline gelmeden atmosfere geri döner. Bu kayıpların belirlenmesi özellikle kurak mevsimlerde hidrolojik ve tarımsal açıdan büyük önem taşır. Bu çalışmada serbest su yüzeyinden olan buharlaşma esas alınmıştır.

2.2. Buharlaşmanın Mekanizması

Su yüzeyindeki moleküller yeterli bir kinetik enerji kazandıkları zaman kendilerini tutmaya çalışan diğer moleküllerin çekiminden kurtulup su ortamından havaya geçerler. Su yüzeyi yakınlarında sürekli olarak sudan havaya, havadan suya geçen

moleküller bulunur. Sudan havaya geçen moleküllerin sayısı daha fazla ise buharlaşma olduğu kabul edilir (**Bayazıt, 1999**). Buharlaşmanın olması için ısı (enerji) kullanılır. Enerji, su moleküllerini bir arada tutan bağları çözmek için gereklidir; bu yüzden su, kaynama noktasında kolayca buharlaşır, fakat donma noktasına yakın sıcaklıklarda çok daha yavaş buharlaşır. Doymuş hava durumunda (yani bağıl nem % 100 ise) buharlaşma devam edemez. Buharlaşma işlemi ısıyı ortamdan uzaklaştırır, bu nedenle buharlaşma işlemi bir soğutma işlemine karşılık gelir.

2.3. Serbest Su Yüzeyinden Olan Buharlaşma

Serbest bir su yüzeyinden olan buharlaşma atmosfer ve su yüzeyindeki havanın buhar basıncı arasındaki farkın neden olduğu fiziksel bir süreçtir. Serbest su yüzeyi hava ile su arasındaki ara yüzeydir. Bu ara yüzeyde her iki yönde su molekülleri hareket eder. Hatta su, bitişiğindeki havaya buharlaştığında sudan havaya net bir kütle transferi olur. Buharlaşma sürecini tayin eden bu net transferdir. Bu transfer su buharınca doymamış hava doyana kadar sürer (**Sumner, 1988**).

Türbülans ve rüzgar buharlaşma için önemlidir. Ayrıca su yüzeyinin sıcaklığı da buharlaşmayı arttıran önemli bir faktördür. Çünkü sıcak su molekülleri yüksek enerji seviyesine sahiptirler ve kolayca yüzeyden havaya kaçarlar (**Sumner, 1988**).

2.4. Buharlaşmaya Etki Eden Faktörler

Buharlaşma miktarı çeşitli etkenlere bağlıdır. Bunlar ana hatları ile aşağıda verilmiştir.

1. Dalton Kanunu: Buharlaşma miktarı su yüzeyindeki havanın doymuş buhar basıncı (e_s) ve suyun üstündeki havanın buhar basıncının (e_a) arasındaki fark ile orantılıdır (*Dalton kanunu*). Doymuş buhar basıncıyla hava sıcaklığı arasındaki ilişki şöyledir: Su yüzeyi sıcaklığı (T_s), hava sıcaklığına (T_a) eşit ise yüzeydeki doymuş buhar basıncı (e_s), havadaki buhar basıncına (e_a) eşit olur. T_a sıcaklığındaki havanın buhar basıncı e_a olduğunda havanın doyma açığı ($e_s - e_a$) olur (**Shaw, 1994**).

Tablo 2.1. 0°C ve 30°C arasındaki sıcaklıklarda doymuş buhar basıncı, karışma oranı ve özgül nem değerlerini göstermektedir. Ayrıca 0°C ve -40°C de havada buz ve süper soğumuş su birlikte bulunabilir. 0°C - 30°C arasında doymuş buhar basıncı yaklaşık 7 kat değişir (**Pruppacher ve diğ, 1982**).

Tablo 2.1: Atmosferin su buharı içeriğinin bazı sıcaklıklardaki değerleri (**Sumner, 1988**).

Sıcaklık (°C)	Doymuş Buhar Basıncı e_s , (mb)	Nem Karışma Oranı w , (g/kg)	Özgül Nem q , (g/kg)
0	6.11	3.84	3.82
5	8.72	5.50	5.47
10	12.27	7.76	7.70
15	17.04	10.83	10.72
20	23.37	14.95	14.73
25	31.67	20.44	20.04
30	42.43	27.69	27.02

2. Havanın hareketi: Buharlaştıran su, su yüzeyinden uzaklaşmadığı takdirde e_a 'nın artması sonunda daha önce sözü edilen basınç farkı bir süre sonra sıfıra düşeceğinden suyun üstündeki havanın doymuş hale gelmesiyle buharlaşma sona erer. Buharlaşmanın devam etmesi için su buharının su yüzeyinden uzaklaşması gerekir. Bu da havanın hareketi (rüzgar) ile mümkündür. Rüzgarlar yatay doğrultuda iletimin yanında düşey doğrultuda türbülanslı difüzyon yolu ile alışverişi de arttırdıklarından buharlaşmayı devam ettirmekte önemli rol oynarlar (**Bayazit, 1999**). Rüzgar hızı buharlaşma oranını kontrol etmede önemli bir faktördür. Buharlaşma yüzeyinin pürüzlülüğü de buharlaşmayı kontrol etmede önemli bir faktördür. Çünkü hava akışının türbülanslı olup olmayacağını tayin eder. Pürüzlü yüzey sürtünmeye neden olarak rüzgar hızını azaltır fakat türbülansa neden olan bir etkiye sahiptir. Açık su yüzeyi üzerinde güçlü rüzgarlar türbülansa neden olur ve sonuçta buharlaşmayı artırır. Rüzgar düzgün yüzey üzerinde hareket ettiğinde bile küçük bir sürtünme ve türbülans vardır ve buharlaşma yatay hız tarafından etkilenir (**Shaw, 1994**).

3. Enerji: Su moleküllerinin hızlarını arttırarak buharlaşmayı sağlamak için enerji gereklidir. 1 gram suyun buharlaşması için gerekli olan enerji miktarı ortamın sıcaklık derecesine göre 539–597 kalori arasında değişir. Bu buharlaşma gizli ısıdır ve faz değişimleri için suya verilmesi gereken enerji miktarıdır. Doğadaki su kütlelerinin buharlaşması için gerekli enerji güneşten gelen ışınlarla sağlanır. Güneşten dorudan doğruya gelen enerji yanında karalarda ve sularda depolanmış olan rüzgarlarla çevreden adveksiyonla taşınan ısı enerjisi de buharlaşmada rol oynar. Güneşten gelen toplam radyasyonun yaklaşık % 24'ü buharlaşma işleminde kullanılır (Bayazit, 1999).

4. Derinlik: Su derinliğinin de mevsimlik buharlaşma miktarı üzerine etkisi olmaktadır. Derin su kütleleri hava sıcaklığındaki değişmelere daha geç uyarlar. Bu nedenle derin sularda buharlaşma, sığ su kütlelerine göre yazın daha az, kışın daha çoktur (Bayazit, 1999).

5. Hava ve su yüzeyinin sıcaklığı, temel enerji kaynağı olan güneş enerjisinin miktarına bağlıdır. Daha yüksek hava sıcaklığı daha fazla su buharı tutmak anlamına gelir, diğer taraftan eğer buharlaşacak suyun sıcaklığı yüksekse daha kolay buharlaşır. Böylece buharlaşma miktarları tropikal iklimlerde daha fazla, polar bölgelerde daha düşüktür. Benzer zıtlıklar yaz ve kış mevsimlerindeki buharlaşma miktarları olarak orta enlemlerde görülür. Havanın su buharı tutma kapasitesi doğrudan sıcaklıkla ilgilidir. Havadaki su buharı miktarının bir ölçüsü de buhar basıncıdır. Buharlaşma havanın doyma açığına bağlıdır ($e_s - e_a$). Doyma açığı, havanın gerçek buhar basıncı ve mevcut hava sıcaklığındaki doymuş buhar basıncı arasındaki farkı ifade eder. Böylece iç bölgelerdeki kuru havada denizden dolayı nemli havaya sahip kıyı bölgelerindekinden daha fazla buharlaşma meydana gelir (Shaw, 1994).

6. Atmosfer basıncıyla belirtilen hava deseni buharlaşmayı etkiler. Antisiklonun sırtının basıncı çok yüksekse buharlaşma için ideal koşulları sağlar (Shaw, 1994).

Yukarıda sıralanan faktörlere ek olarak suda erimiş halde bulunan tuzlar buharlaşmayı azaltan yönde etki eder. Bu azalma % 1 kadardır (Bayazit, 1999). Diğer taraftan su yüzeyinden buharlaşma, genellikle kurak çevrede, nemli çevreden daha büyük bir değerde gerçekleşir (Burman ve Pochop, 1994).

2.5. Serbest Su Yüzeyinden Olan Buharlaşmanın Hesaplanması

Meteorolojik şartlara bağlı olarak yeryüzündeki su yüzeylerinden günlük buharlaşma miktarı 1-10 mm arasında değişir. Bu miktarın belirlenmesi özellikle baraj göllerinde önem taşır. Örneğin Keban Barajı'nın biriktirme haznesinden yılda 800 milyon m³ suyun buharlaşarak kaybolacağı tahmin edilmiştir. Hidrolojik çevrimin en önemli elemanı olan buharlaşmayı tahmin etmek zordur. Göl ve çeşitli kaynaklardan buharlaşmayı tahmin edebilmek su kaynakları yönetimi için son derece önemlidir. Su yüzeyinden buharlaşma miktarının hesabı, olayı etkileyen faktörlerin çokluğu nedeniyle güçtür (**Bayazit, 1999**). Serbest su yüzeyinden olan buharlaşmanın hesaplanmasında aşağıda verilen metotlar kullanılır:

1. Su dengesi metodu: Bir su kütesine (göl, hazne gibi) süreklilik denklemini uygularsak aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$E = P + X - Y - F - \Delta S \quad (2.1)$$

Böylece belli bir zaman aralığındaki E buharlaşma miktarı, aynı zaman aralığındaki P yağıışı, X ve Y kütleyle giren ve çıkan akış miktarları, F yeraltına sızan su miktarı ve kütlemin hacmindeki ΔS değişmesi cinsinden elde edilir. Bu metodun başarıyla uygulanabilmesi için denklemin sağındaki büyüklükler hassas olarak ölçülmelidir. Aksi halde E 'nin hesabında yapılan hata büyük olur. Pratikte bu büyüklüklerin belirlenmesi çok güç olduğundan ancak uzun süreli (aylık, yıllık) buharlaşma miktarları bu şekilde hesaplanabilir. Bu metotla hesaplanacak buharlaşma miktarı hatası en iyi şartlarda %10 kadardır (**Bayazit, 1999**).

2. Enerji dengesi metodu: Su kütesine enerjinin korunumu ilkesinin uygulanmasıdır.

$$H_e = H_i - H_o - H_c - \Delta H \quad (2.2)$$

Burada H_i kütleyle giren ısı (güneş ısısı ile giren akımların getirdiği ısıların toplamı), H_o kütlelen çıkan akımların ısısı ile yansıyan ısının toplamı, H_c su yüzeyinden atmosfere kondüksiyonla kaybolan ısı, H_e buharlaşmada kullanılan enerji, ΔH su kütesinin sıcaklığındaki değişme için gerekli ısıdır. Kütleyle giren ve çıkan akımların taşıdığı ısı genellikle ihmal edilebilir. Gelen güneş ısısı ile yansıyan ısının farkı ($H_i - H_o$) piranometre, aktinometre ve radyometreler ile ölçülür. H_c nin ölçülmesi mümkün

olmadığından H_e ye bağlı olarak ifade edilmesi yoluna gidilmektedir.

Su yüzeyinden ısı transferi ile su buharı transferinin birbirine benzer olaylar olduğu düşünülerek buharlaşmada kullanılan H_e ısısı ile kondüksiyonla atmosfere geçen H_c ısısının orantılı olduğu kabul edilebilir:

$$H_c = R * H_e \quad (2.3)$$

Burada R Bowen oranı adını alır ve şu şekilde hesaplanır:

$$R = 6 \times 10^{-1} * p_o * (T_s - T_a) / (e_s - e_a) \quad (2.4)$$

Bu denklemde p_o kg/cm² cinsinden atmosfer basıncı, T_s ve T_a , °C cinsinden suyun ve havanın sıcaklığı, e_s ve e_a kg/cm² cinsinden suda ve havadaki buhar basınçlarıdır. Bowen oranının değeri genellikle 0.2 ile 0.3 arasında kalır. Öte yandan, L suyun buharlaşma ısısı, E buharlaşan suyun hacmi olduğuna göre buharlaşma için gerekli enerji:

$$H_e = LE \quad (2.5)$$

olur, L değeri normal atmosfer basıncında 590 kal/cm³ alınabilir. Bu ifadeler (2.2) denkleminde konursa:

$$E = \frac{H_i - H_o - \Delta H}{L(1 + R)} \quad (2.6)$$

Bu metot prensip bakımından doğru ise de (2.6) denkleminin sağ tarafındaki büyüklüklerin ölçülmesi güç olduğundan seyrek olarak kullanılabilir. Hatta en iyi şartlarda %10–20 olur (**Bayazit, 1999**).

3. Kütle transfer metotları: Sınır tabakası teorisini, türbülansın karışım uzunluğu ve türbülanslı difüzyon kavramlarını kullanarak su yüzeyinden havaya su moleküllerinin iletimi olayı için yapılan teorik analizler sonunda buharlaşma miktarını su yüzeyinden iki farklı yükseklikte ölçülen nem, sıcaklık ve rüzgar hızı cinsinden veren formüller ileri sürülmüştür. Bunlara bir örnek Thornthwaite-Holzman formülüdür:

$$E = \frac{K(e_1 - e_2)(w_2 - w_1)}{T * \ln(z_2 / z_1)^2} \quad (2.7)$$

Bu formülde E saatlik buharlaşma miktarı, e_1 ve e_2 yerden z_1 ve z_2 yükseklikte havanın buhar basıncı, w_1 ve w_2 aynı yüksekliklerde rüzgar hızı, T havanın ortalama

sıcaklık derecesidir. K bir sabiti göstermektedir. Yapılması gereken ölçümlerin çok oluşu ve hesaplanan değerlerdeki hatanın fazla oluşu yüzünden bu gibi formüller fazla kullanılmamaktadır (**Bayazıt, 1999**).

4. Ampirik formüller: Bunların en basiti Dalton kanununun ifadesi olan

$$E = C(e_s - e_a) \quad (2.8)$$

denklemdir. Buharlaşma miktarının su yüzeyinde ve havadaki e_s ve e_a buhar basınçlarının farkıyla orantılı olduğunu ifade eden bu difüzyon denklemindeki C' yi etkileyen en önemli faktör rüzgar hızıdır. Rüzgar hızının da etkisini hesaba katan Meyer formülü,

$$E = 11(e_s - e_a) \left(1 + \frac{w_8}{16} \right) \quad (2.9)$$

şeklinde. Küçük su birikintilerinde formülde 11 katsayısı yerine 15 değerinin alınması tavsiye edilmiştir. Burada E aylık buharlaşma miktarı (mm), e_s ve e_a su yüzeyinde ve havadaki buhar basınçları (mm Hg sütunu), w_8 su yüzeyinden 8 m yüksekte km/saat cinsinden ölçülen rüzgar hızıdır (**Bayazıt, 1999**). Hefner gölündeki araştırmaların sonuçlarına dayanarak verilen bir formül:

$$E = Nw_2(e_s - e_a) \quad (2.10)$$

Bu formül günlük buharlaşma yüksekliğini yerden 2 m yükseklikte ölçülen w_2 rüzgar hızı (m/s), e_s ve e_a buhar basınçları cinsinden verir. Rüzgar yönünde buhar basıncı arttığından göl alanı büyüdükçe buharlaşma azalır. Bu etkiyi göstermek için $N=0.291/A^{0.05}$ şeklinde hesaplanır (A göl alanı). Formülün hatası %30'dan azdır.

Bütün bu ampirik formüllerin genel yapısı şu şekildedir:

$$E = A(e_s - e_a)^n (1 + bw) \quad (2.11)$$

A , n ve b katsayıları için hesaplanmak istenen buharlaşma süresi ve rüzgar hızının yüksekliğine göre çeşitli ifadeler vardır. Bu formüllerin ancak elde edildikleri şartlara benzer durumlarda geçerli oldukları unutulmamalıdır (**Bayazıt, 1999**).

5. Buharlaşmanın ölçülmesi: Buharlaşma, meteoroloji istasyonlarında aşağıdaki aletler kullanılarak ölçülmektedir:

a) Piş evaporimetresi: Bir tarafı kapalı, diğer tarafı açık bir cam borudan ibarettir. Borunun açık tarafında klip olarak adlandırılan bir tutucu vardır. Bu tutucudan

yararlanılarak aletin açık kalan ağzı bir sünger kağıdıyla kapatılır. Bu alet çoğunlukla bitkilerde yapraklardan olan buharlaşmayı ölçmekte kullanılır. Alete su konulduğunda, su seviyesi hangi değeri gösteriyorsa o değer kaydedilir. Buharlaşma ile alet içerisindeki su miktarı azalır. Rasat anında ikinci okuma yapılarak, ilk değerden çıkarılır. Böylece buharlaşma mm. cinsinden ölçülmüş olunur. Alet don mevsimi başlayacağı sırada gözleminden kaldırılmalıdır (**Tarıkahya, 1973**).

b) Wild evaporimetresi: Bu alet küçük bir buharlaşma leğenidir. Suyun bulunduğu kısım, yani leğen bir terazi kefesi gibidir. Bu kefenin alanı 250 cm^2 'dir. Su ile doldurulan leğen, buharlaşan su miktarının yüksekliğini mm. veya her m^2 'de litre olarak doğrudan doğruya gösteren bir teraziye yerleştirilmiştir. Kapta 25 gram suyun buharlaşması, 1 m^2 alanda 1 mm. yüksekliğindeki suyun, yani 1 kg suyun buharlaşmasına eşittir (**Tarıkahya, 1973**).

c) Buharlaşma havuzları: Serbest su yüzeyinden buharlaşmayı doğrudan belirlemenin yolu, buharlaşma tavaşı (buharlaşma leğeni, evaporimetre) denen metal kaplar kullanmaktır. Bunların çeşitli tipleri vardır. Türkiye dahil olmak üzere birçok ülkelerde en çok kullanılan tip olan A sınıfı tavanın alanı 1 m^2 , derinliği 25 cm dir. Tava 20 cm derinlikte su ile doldurulup su yüzeyindeki alçalma bir limnimetre ile ölçülerek buharlaşma miktarı belirlenir (**Bayazıt, 1999**).

Buharlaşma havuzları ya da evaporimetreleri kullanarak elde edilen ölçümlerin kesinliği sorgulanmaya açıktır. Buharlaşma havuzları ve evaporimetreler arasında yapılacak karşılaştırma güvenilir olmayabilir. Ölçüm sonuçları evaporimetrelerde normal olarak rüzgar hızından aşırı derecede etkilenebilir. Buharlaşma havuzlarında ise yağış sırasındaki içeri ve dışarı sıçramaların olmadığını garanti etmek için dikkat edilmesi gerekir (**Sumner, 1988**).

Bu çalışmada A sınıfı buharlaşma tavaasında ölçülmüş olan veriler kullanılmıştır.

3. ZAMAN SERİLERİNDEN DİNAMİK SİSTEMİN ELDE EDİLMESİ

Meteorolojik süreçler doğası gereği nonlineerdir. Bu nedenle meteorolojik süreçlerin nonlineer bir diferansiyel denklem sistemi ile ifade edilmesi tercih edilmelidir **(Koçak, 1996)**. Diferansiyel denklemlerin elde edilmesinde kullanılacak olan metot çeşitli meteorolojik süreçlere uygulanabilecek esnekliğe sahip olmalıdır.

Diferansiyel denklem formunda elde edilen model kullanılarak değişkenler arasındaki etkileşimler ve nonlineerlik derecesi hakkında önemli bilgiler elde edilebilir. Ayrıca model aracılığıyla sistemin kararlılık özellikleri incelenebilir. Diğer taraftan parametrelerde meydana gelen değişimlere ve dış zorlamalara karşı modelin tepkisi incelenebilir. Tüm bunlara ek olarak elde edilen model öngörü amacına yönelik olarak kullanılabilir.

Bu çalışmada kullanılacak olan metot düşük boyutlu dinamik sistemlerin modellenmesinde oldukça etkili olan yörünge metodudur.

3.1. Yörünge Metodu

Yörünge metodu, verilerin orijinal yörüngesine en yakın yörüngeyi veren nonlineer diferansiyel denklemlerin yeniden kurulması esasına dayanır. Elde edilen model aslında tam olarak bilmediğimiz gerçek modele en yakın modeldir **(Perona ve diğ., 2000)**.

Birinci mertebeden adi diferansiyel denklem sistemi ile tanımlı bir dinamik sistem şu şekilde verilebilir:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = f(x, t) \quad (3.1)$$

Bu eşitlikte x durum değişkeni vektörünü, t ise zamanı temsil etmektedir.

Hareket denkleminin yeniden kurulması için orijinal yörüngeye en yakın model yörüngeyi diferansiyel denklemi elde edilir. Modelin matematiksel formu önceden belirlenir.

Dinamik sistemler teorisine göre, bir sistemin zamansal evrimi faz uzayındaki yörüngeleri ile temsil edilebilir. Faz uzayının koordinatları, sistemin evrimini tam olarak gösterebilmek için gerekli olan durum değişkenlerinden meydana gelir. Bu uzaydaki her bir yörünge, sistemin farklı başlangıç koşullarına karşı gelen evrimini temsil eder. Faz portreleri, geçici bir durumdan sonra bütün yörüngeleri kendi üzerine çeken ve çekici (atraktör) olarak adlandırılan özgün desenlere sahiptir. Yörüngeleri çekici tarafından yakalanan bütün başlangıç değerleri bir çekici sahası tanımlar. Deterministik gelişim gösteren sistemler nokta, limit çevrim ve tor gibi düşük boyutlu çekicilere sahiptirler. Bu tip çekiciler tam sayı bir boyutla karakterize edilebilirler. Bu çekicilerin önemli bir özelliği, üzerlerine yakınsayan yörüngelerin birbirlerinden sabit bir mesafede kalmasıdır. Bu özellik, sistemin uzun bir süre için öngörülebilir olmasını garanti eder **(Koçak, 1996)**.

Düzenli Δt zaman aralıklarında örneklenmiş tek bir durum değişkenine ait zaman serisinden hareketle faz uzayının yeniden kurulması (reconstruction) mümkündür. Bunun için önce çekici ile ilgili bilgilerin ve topolojik özelliklerin (örneğin boyutun) zaman serisinden tahmin edilmesi gerekir. Bir dinamik sistemin boyutu sistemin dinamiğini tanımlamak için gereken durum değişkeni sayısıdır. **Packard vd., (1980)**, gözlenmiş türbülanslı yada kaotik akıştan bir takım ölçüleri elde etmek için çekicinin, faz uzayındaki yapısının yeniden kurulmasını önermişlerdir. Bu ise dinamik sürecin, artık daha fazla bilgi taşımayana kadar bağımsız bir koordinatın eklenmesiyle, ardışık olarak daha yüksek boyutlu yeni bir faz uzayına transformasyonu (embedding) ile mümkündür. Bu koordinatlardan birini zaman serisinin kendisi, diğer bağımsız koordinatları ise serinin $(m-1)$ 'inci mertebeye kadar olan türevleri meydana getirir. Sonuç olarak dinamik sistemin zamansal evriminin faz portresi, tek bir durum değişkeni ve onun ardışık türevleri ile oluşturulan m boyutlu yeni bir faz uzayında temsil edilebilir **(Koçak, 1996)**.

Bu çalışmada kullanılan meteorolojik değişkenler, doğrudan faz uzayının bağımsız değişkenleri olarak dikkate alınmıştır. Diğer bir deyişle faz uzayının birinci boyutu buharlaşma miktarı, ikinci boyutu rüzgar hızı, üçüncü boyutu ise sıcaklık değişkeninden oluşmaktadır.

Yörünge metodunda kullanılacak olan diferansiyel denklemin şu formda olduğu kabul edilecektir:

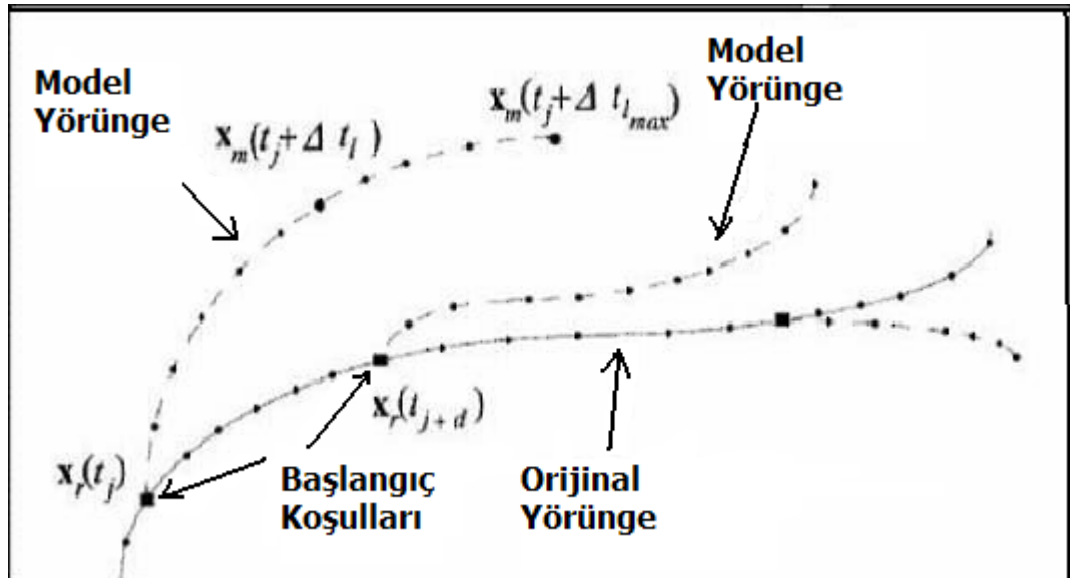
$$\mathbf{x}_i = \sum_{k=1}^K c_{i,k} F_{i,k}(x_1, x_2, \dots, x_D) \quad i = 1, \dots, D \quad (3.2)$$

Bu eşitlikte $c_{i,k}$ diferansiyel denklemin katsayıları ve $F_{i,k}(x_1, x_2, \dots, x_D)$ yaklaşım fonksiyonudur. K yaklaşım fonksiyonu sayısı, D ise model için seçilen durum değişkeni sayısıdır. Eğer $F_{i,k}$ 3. dereceden bir polinom olarak seçilirse (3.2) denklemi aşağıda verildiği gibi yazılabilir:

$$\mathbf{x}_i = \left\{ \begin{array}{l} c_{i,1} + c_{i,2}x_1 + c_{i,3}x_2 + c_{i,4}x_3 + c_{i,5}x_1x_2 + c_{i,6}x_1x_3 \\ + c_{i,7}x_2x_3 + c_{i,8}x_1^2 + c_{i,9}x_2^2 + c_{i,10}x_3^2 + c_{i,11}x_1x_2x_3 \\ + c_{i,12}x_1^2x_2 + c_{i,13}x_1^2x_3 + c_{i,14}x_1x_2^2 + c_{i,15}x_2^2x_3 \\ + c_{i,16}x_1x_3^2 + c_{i,17}x_2x_3^2 + c_{i,18}x_1^3 + c_{i,19}x_2^3 + c_{i,20}x_3^3 \end{array} \right\} \quad (3.3)$$

Yörünge metodu k tane fonksiyon uzayında dinamik sistemin kısa ve uzun vade davranışını ortaya koymakta oldukça etkin bir metottur.

Şekil 3.1 yörünge metodunu ana hatları ile göstermektedir. Model, gerçek veri ($x_r(t_n)$, $n = 1, 2, \dots, N$) üzerinde seçilen çeşitli başlangıç koşullarından ($j = 1, 2, \dots, j_{max}$) itibaren (3.2) denklemini kullanır.



Şekil 3.1: Yörünge metodunun temsili bir faz uzayında grafiksel olarak gösterimi.

Durum değişkenini tahmin etmek için $(t_j + \Delta t)$ anlarında model denklemini kullanılır. Farklı başlangıç koşulları için işlem tekrar edilerek bir Q (kalite fonksiyonu)

fonksiyonu elde edilir.

$$Q = \sum_{j=1}^{j_{\max}} \sum_{l=1}^{l_{\max}} \|x_m(t_j + \Delta t_l) - x_r(t_j + \Delta t_l)\| \quad (3.4)$$

(3.4) eşitliğinde $\|\cdot\|$ öklid normunu göstermektedir. $x_r(t_j)$ orijinal yörünge üzerindeki başlangıç koşullarını ve $x_m(t_j)$ modelin verdiği yörüngeyi göstermektedir. Başlangıçta $x_r(t_j)$ ve $x_m(t_j)$ aynıdır.

l , sistemin orta ve uzun vade davranışını yakalamak için modelin kaç adım çalışacağını belirler. Δt_l ise bu adımlar arasındaki zaman aralığını gösterir. Δt_l aşağıda verildiği gibi hesaplanır:

$$\Delta t_l = h(2^{l-1}) \quad (3.5)$$

Bu eşitlikte geçen h verilerin örnekleme aralığını göstermektedir.

$c_{i,k}$ 'nin optimum değerleri Q 'nun minimizasyonu ile elde edilir.

$$Q_{\min} = \min_{C_{i,k}} Q \quad (i = 1, 2, \dots, D \text{ ve } k = 1, 2, \dots, K) \quad (3.6)$$

(3.4) eşitliği aşağıda verildiği gibi ifade edilebilir:

$$Q = \sum_{j=1}^{j_{\max}} \sum_{l=1}^{l_{\max}} \sqrt{\sum_{i=1}^D \left[\left(\int_{t_j}^{t_j + \Delta t_l} \mathbf{x}_{m_i}(\tau) d\tau \right) + x_{m_i}(t_j) - x_{r_i}(t_j + \Delta t_l) \right]^2} \quad (3.7)$$

(3.7) denklemindeki integral $[t_j, t_j + \Delta t_l]$ zaman aralıklarında $x_{m_i}(t)$ 'nin değişimini ifade eder ve şu şekilde yazılabilir:

$$\int_{t_j}^{t_j + \Delta t_l} \mathbf{x}_{m_i}(\tau) d\tau = x_{m_i}(t_j + \Delta t_l) - x_{m_i}(t_j) = c_{i,1} \int_{t_j}^{t_j + \Delta t_l} F_{i,1}(\tau) d\tau + \dots + c_{i,k} \int_{t_j}^{t_j + \Delta t_l} F_{i,k}(\tau) d\tau \quad (3.8)$$

$F_{i,k}$ bilinmeyen bir fonksiyon olduğu için integraller sayısal integrasyonla alınır. Q fonksiyonunun bilinmeyen $c_{i,k}$ katsayılarına göre türevleri alınıp sıfıra eşitlenerek her değişken için aşağıda verilen lineer denklem sistemi elde edilir:

$$\frac{\partial Q}{\partial c_{i,k}} = \left(\sum_{z=1}^K c_{i,z} A_{k,z}^{(i)} \right) - B_k^{(i)} = 0 \quad z, k = 1, \dots, K \quad (3.9)$$

Bu eşitlikteki $A_{k,z}^{(i)}$ matrisi ve $B_k^{(i)}$ vektörü sırasıyla (3.10) ve (3.11) denklemlerinde verilmiştir.

$$A_{k,z}^{(i)} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} \sum_{l=1}^{l_{\max}} \left[\left(\int_{t_j}^{t_j + \Delta t_l} F_{i,k}(\tau) d\tau \right) \left(\int_{t_j}^{t_j + \Delta t_l} F_{i,z}(\tau) d\tau \right) \right] \quad (3.10)$$

$$B_k^{(i)} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} \sum_{l=1}^{l_{\max}} \left[\left(x_{r_i}(t_j + \Delta t_l) - x_{m_i}(t_j) \right) \left(\int_{t_j}^{t_j + \Delta t_l} F_{i,k}(\tau) d\tau \right) \right] \quad (3.11)$$

A matrisi tersinir bir matristir. Böylece yeni $c_{i,k}$ katsayıları bulunarak optimizasyon döngüsü için yeni katsayılar kümesi elde edilir ve sonra bunlar modelde yerine konarak iterasyona devam edilir (**Perona ve diğ., 2000**).

3.2. Metodun Karakteristikleri ve Potansiyelleri

3.2.1. Parametrelerin Etkisi

Yörünge metodu iki temel parametre tarafından yönetilir:

$j_{\max}$: Orijinal yörünge üzerinde seçilen başlangıç koşulu sayısı.

$l_{\max}$: Başlangıç koşulundan itibaren modelin çalışacağı adım sayısı.

Sayısal verimlilik açısından $j_{\max} < N$ olmalıdır. Başlangıç koşulu sayısı genellikle orijinal yörüngede örnekleme aralığı d zamanlık bir gecikmeye eşit olacak şekilde uygun eğriliğe sahip yörünge parçaları boyunca yerleştirilir.

$l_{\max}$ 'ın seçimi, sistemin kısa ya da uzun vadeli davranışını incelemeye olanak sağlayacak şekilde yapılmalıdır. Küçük $l_{\max}$ değerleri için sistemin kısa vade davranışı ortaya konur. Tersine büyük $l_{\max}$ değerleri için ise (12'den fazla) optimizasyon sırasında kararsızlık problemleriyle karşılaşılır. Bu nedenle $l_{\max}$ 'ın seçimi son derece önemlidir. Yeniden kurma işleminin başarılı olabilmesi için optimum bir $l_{\max}$ seçilmelidir.

İterasyon süreci her zaman kabul edilen bir $E_{\max}^*$ kararında gerçek katsayılarla yakınsamaz (Q 'nun çok küçük değerlerine yakınsadığı halde). $j_{\max}$, $l_{\max}$ çiftleri

arasında en iyi karşılaştırmayı elde edebilmek için bir $G = G(j_{max}, l_{max})$ değişken çifti belirlenir. Bu fonksiyon şöyle tanımlanır:

$$G(j_{max}, l_{max}) = \begin{cases} Q, & E_{max} \leq E_{max}^* \\ E_{max}, & E_{max} \geq E_{max}^* \end{cases} \quad (3.12)$$

(3.12) eşitliğinde E_{max} orijinal sistemin bütünüyle karşılaştırılarak elde edilen katsayıların mutlak hatalarının (her iterasyondan sonra hesaplanan) toplamıdır. Önce başlangıç E_{max}^* değerine karar verilir. Eğer doğru $E_{max} \leq E_{max}^*$ yakınsaklığı için durum gerçekleşirse j_{max}, l_{max} parametre çiftleri Q fonksiyonu yoluyla karşılaştırılır. Diğer yandan E_{max} aracılığıyla yörüngenin kurulmasının ne kadar iyi olduğu değerlendirilir. Orijinal yörüngedeki başlangıç koşulu sayısı:

$$j_{max} = 2^{p-1} \quad (p = 1, 2, \dots, 9) \quad (3.13)$$

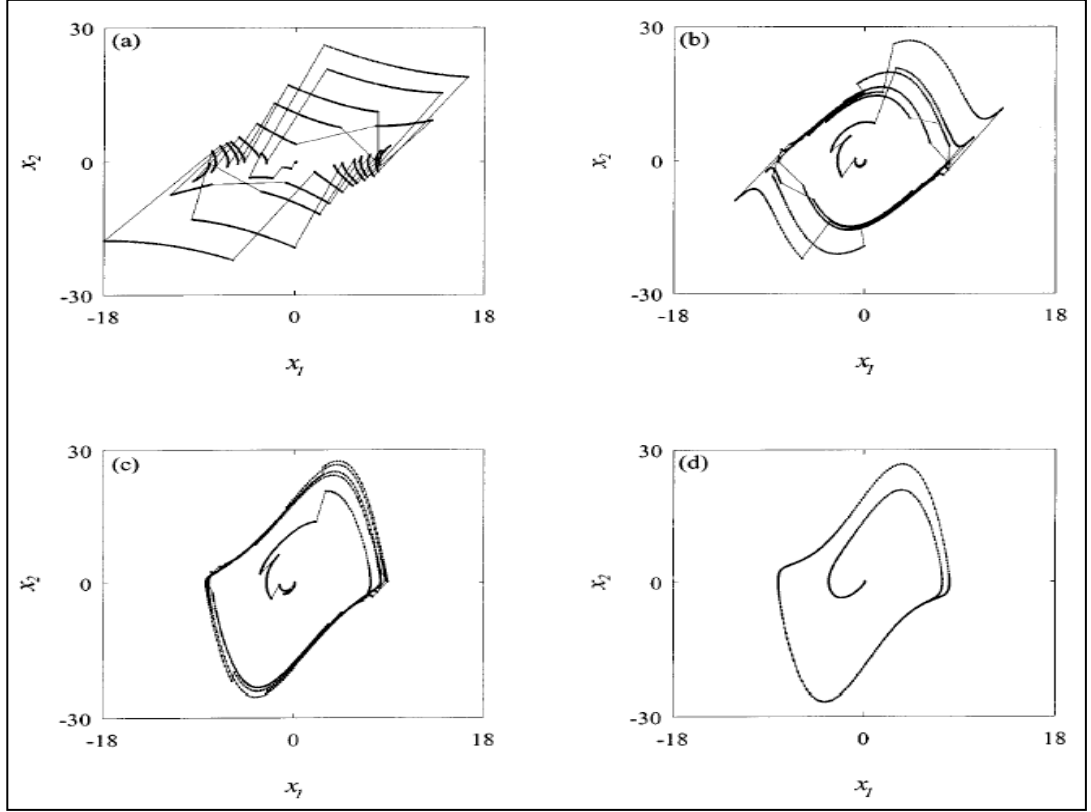
Yörünge metodunu test etmek amacıyla van der Pol ve Rössler dinamik sistemleri ele alınacaktır. Van der Pol denklemi aşağıda verildiği gibi tanımlanır:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u(x_0^2 - x_1^2)x_2 - w^2 x_1 \end{cases} \quad (3.14)$$

Bu denklem sisteminde $u = 0.2$, $x_0 = 4$, $w = 2$, $c_2 = -4$, $c_4 = 3.2$ ve $c_7 = -0.02$ 'dir.

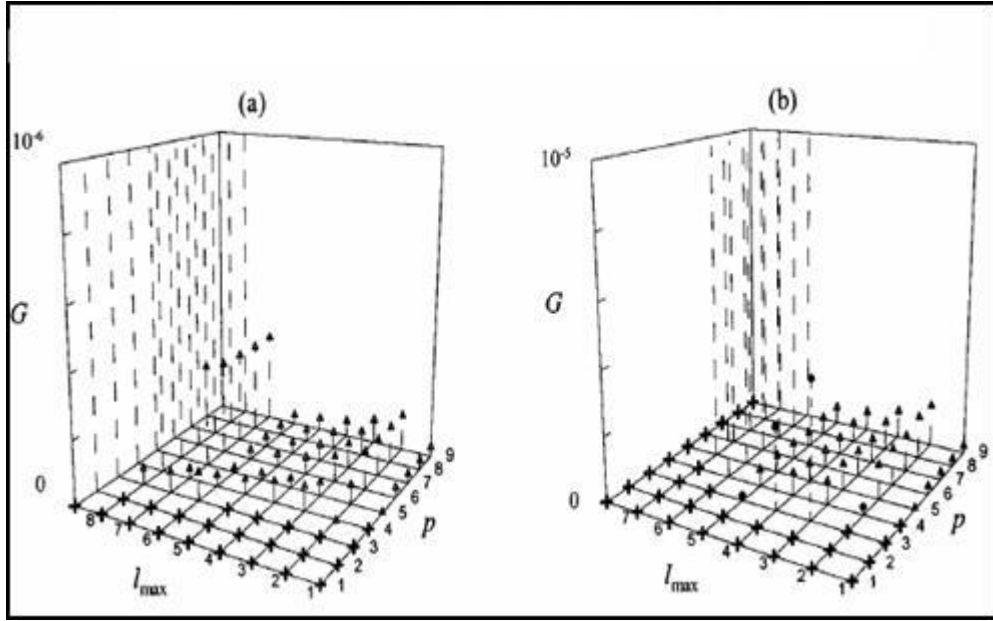
Çalışmada diferansiyel denklem sisteminin integrasyonu için 4. mertebeden Runge-Kutta algoritması kullanılmıştır.

Şekil 3.2a–d, van der Pol dinamik sistemine yörünge metodu uygulanması sonucu değişik iterasyon adımlarında elde edilen çekicileri göstermektedir. Birinci iterasyon sonucunda elde edilen çekici orijinal çekiciden oldukça uzaktır. Ancak iterasyonun artması ile çekici hızla orijinal çekiciye, diğer bir deyişle model dinamik sistemi orijinal dinamik sisteme yaklaşmaktadır. Şekil 3.2a–d, sırasıyla 1., 2., 5. ve 20. iterasyon adımlarında elde edilen çekicileri göstermektedir.



Şekil 3.2: Van der Pol sistemi çekicisinin yörünge metoduyla yeniden kurulması.

Şekil 3.3a ilk durum için daima Q ile belirlenen G fonksiyonunu gösterir. Sadece bir başlangıç koşulu ($p=1$) dikkate alındığında gözlenebilir. Yeniden kurma başarısız, çünkü algoritma ıraksar. Eğer $p = 2$ ise yakınsamayı garanti etmek için makul uzunluğa sahip ($l_{max} > 8$) bir yörünge incelenmelidir. Bu durum, başlangıç koşulu sayısı küçük olduğunda orta ve uzun vadeli davranışı dikkate almak için yeniden kurmanın ne kadar önemli olduğunu gösterir (Tablo 3.1). Şekil 3.3a ayrıca $l_{max} = 1$ durumundaki yeniden kurma için başlangıç koşulu sayısının (j_{max}) 16'dan küçük olmasına kadar başarısız olduğunu da gösterir. Akış metodu elverişli sonuçları başarmak amacıyla başlangıç koşulları olarak mantıklı bir deneysel nokta sayısı dikkate almak zorundadır.



Şekil 3.3: Van der Pol limit çevriminin G fonksiyonu (a) $h = 0.001$ ve (b) $h = 0.01$

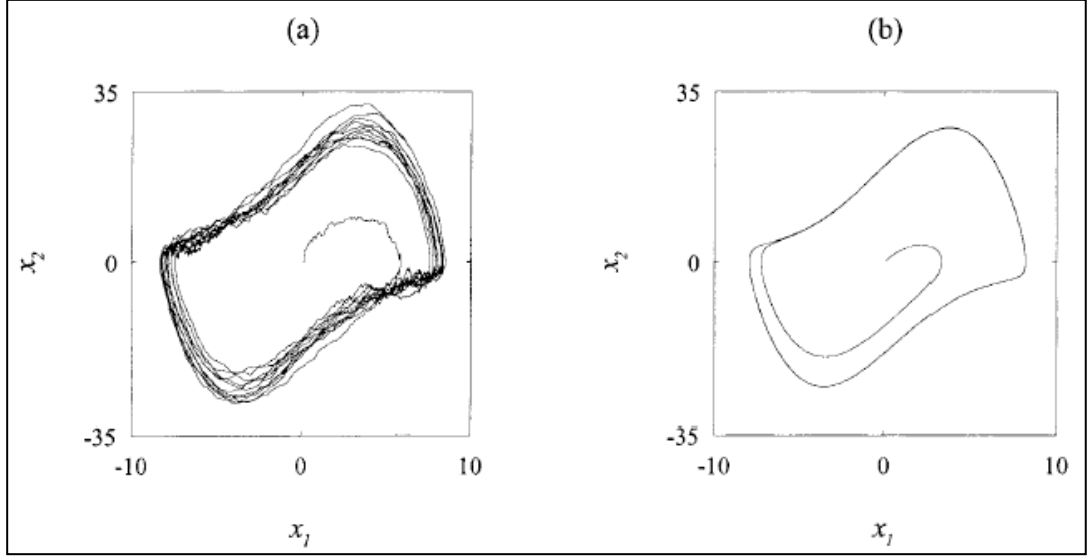
Tablo 3.1 Başlangıç koşulu sayısının küçük olduğu durumlarda van der Pol sisteminin limit çevriminin katsayılarının alacağı değerlere örnek katsayılar kümesini göstermektedir. Bu katsayılar gerçek van der Pol sisteminin katsayılarına yaklaşık 10^{-3} hatayla benzer. Diğer katsayıların değeri çok küçük olduğu için ihmal edilebilirler.

Tablo 3.1: Van der Pol dinamik sisteminin yörünge metodu ile elde edilen katsayıları.

Katsayılar	Değerler
c_2	$-3.9997 \cdot 10^0$
c_4	$3.1998 \cdot 10^0$
c_7	$-1.9998 \cdot 10^{-1}$
Diğer katsayıların (c) mutlak değerleri	$< 4.0121 \cdot 10^{-6}$

3.2.2. Gürültünün Etkisi

Yörüngeye ortalamaı değiştirmeden $\sigma_{gürültü}^2$ varyanslı bir gürültü eklenebilir. Düşük frekanslı gürültü temel formdaki çevrimi deforme eder. Şekil 3.4a $\sigma_{gürültü}^2 = 200$ değerindeki durumu şekil 3.4b ise yeniden kurulmuş modeli gösterir.



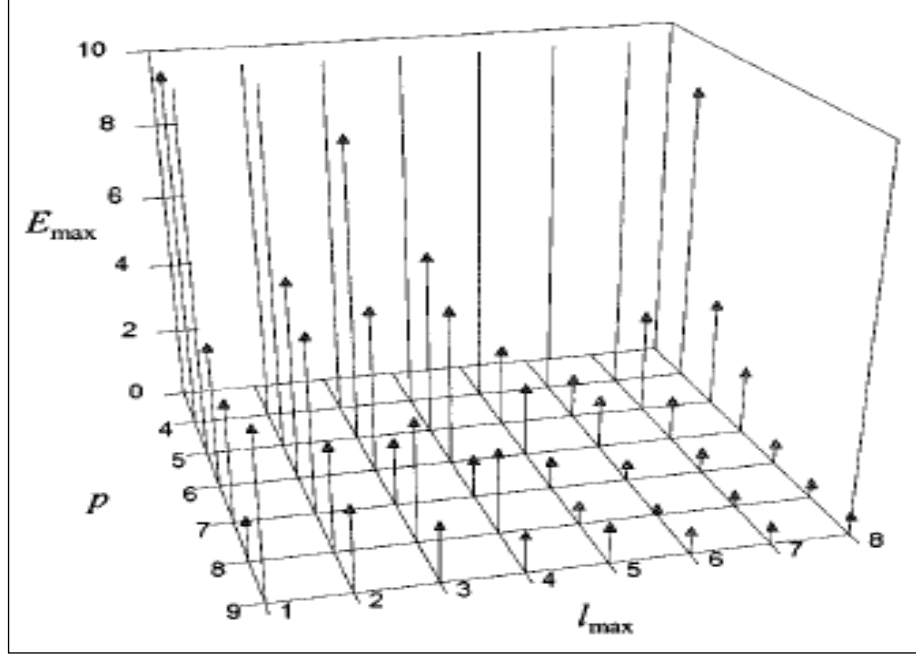
Şekil 3.4: Dinamik gürültülü van der Pol sisteminin faz portreleri.

Tablo 3.2 gürültü varyansında % 2’lik bir artırım yapıldığında elde edilen katsayıları göstermektedir. Başlangıç koşulu sayısı $j_{max} = 256$ ve model yörünge üzerinde adım sayısı $l_{max} = 7$ ’dir.

Tablo 3.2: Dinamik gürültülü durumda van der Pol katsayıları.

Katsayılar	Değerler
c_1	$1.0314 \cdot 10^0$
c_2	$-4.0571 \cdot 10^0$
c_3	$-3.7721 \cdot 10^{-2}$
c_4	$3.1374 \cdot 10^0$
c_5	$4.3640 \cdot 10^{-3}$
c_6	$-8.3031 \cdot 10^{-4}$
c_7	$-1.9648 \cdot 10^{-1}$
c_8	$-4.7355 \cdot 10^{-4}$
c_9	$5.2319 \cdot 10^{-4}$
c_{10}	$1.0485 \cdot 10^{-4}$

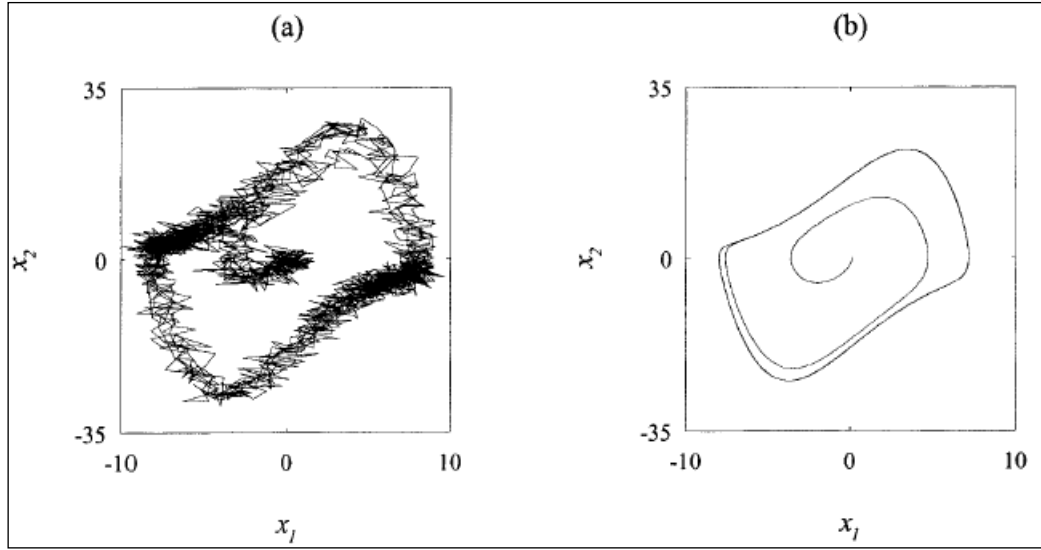
Şekil 3.5’de dinamik gürültü durumunda G fonksiyonunun $\sigma^2_{gürültü} = 200$ için davranışını için göstermektedir.



Şekil 3.5: Dinamik gürültülü van der Pol sisteminin hata (G) fonksiyonu.

Yörünge metodu yüksek gürültü seviyesinde bile etkilidir. Gürültü fazlaysa orijinal eğri etrafındaki limit çevrime ulaşmak kolaylaşır.

Şekil 3.6a van der Pol serisine sıfır ortalamalı ve % 2’lik varyanslı bir gürültü eklenmesi durumunu göstermektedir. $j_{max} = 50$ ve $l_{max} = 7$ durumunda elde edilen çekici, orijinal van der Pol çekicisine yakınsar, (Şekil 3.6b).



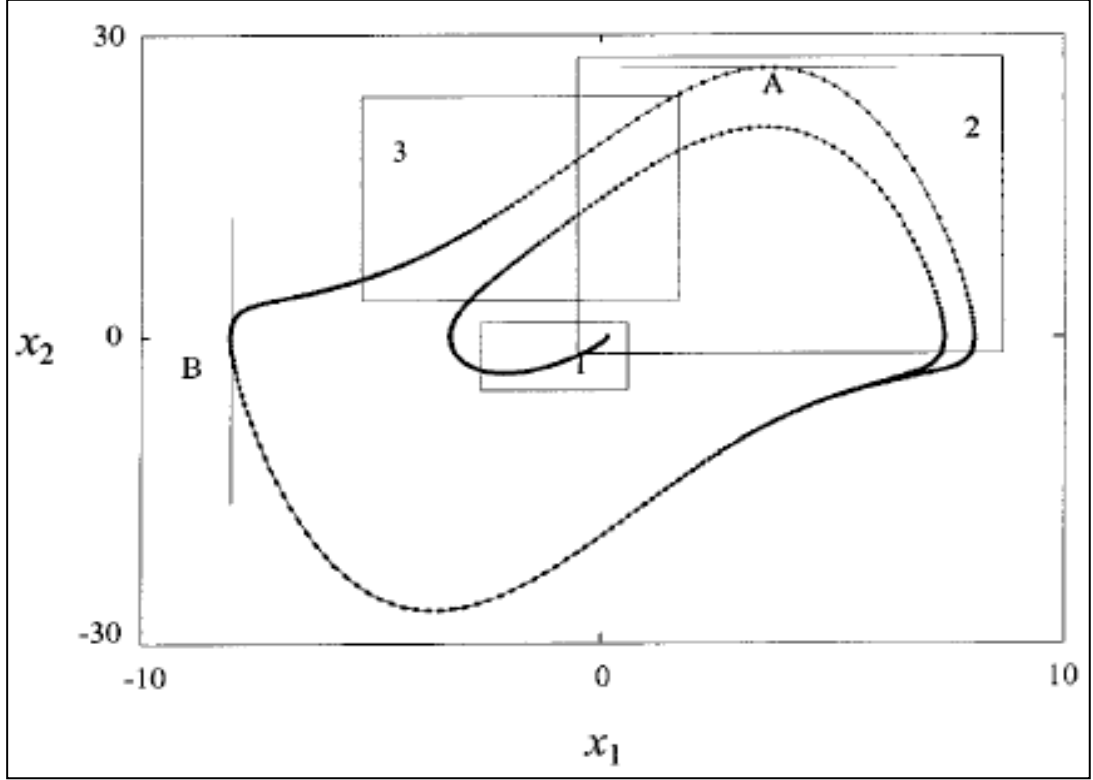
Şekil 3.6: Gözlemsel gürültülü van der Pol sisteminin (a) ve yeniden kurulmuş sistemin (b) faz portreleri.

Zaman serisine farklı frekanslarda periyodik salınımlar eklenerek çeşitli testler yapılmıştır. Yeniden kurmanın sinyal frekansına göre yüksek frekanslara karşı daha toleranslı olduğu görülmüştür. Oysa düşük frekanslı gürültü çevrimin temel yapısını bozmaktadır.

3.2.3. Yörünge Eğriliğinin Etkisi

Yörünge eğriliğinin etkisine dikkati çekmek için yeniden kurma süreci başlangıç durumlarının iki farklı pozisyonunu dikkate alarak uygulanır. Metodun eğriliğe duyarlılığını test etmek için eğriliğin az ve çok olduğu bu iki durum incelenir.

Şekil 3.7’de eğriliğin limit çevrime etkisi gösterilmektedir. A noktasında ilk başlangıç durumu x_1 eksenine paralel olan yörüngeye teğet noktada konur. B’de ise x_2 eksenine paralel olan teğet noktasında konur. Diğer katsayılar $E_{max} < E_{max}^* = 10^{-3}$ kararına göre 10^{-6} ’dan küçük değerler oldukları için sıfır kabul edilirler ($10^{-6} < 10^{-3}$). A ve B durumları yörünge eğriliğine metodun duyarlılığını test etmek için kullanılan farklı başlangıç durumlarıdır.



Şekil 3.7: Eğrilikler için van der Pol sistemi limit çevriminin faz portresi.

Şekil 3.7'nin 1. kutusunda $h = 0.01$ adımlı 2000 değer vardır. Bu kısım limit çevrime uzanan kısımdır. 10 çevrim sonra tablo 3.3'teki katsayılar elde edilir ($j_{\max} = 30$, $l_{\max} = 7$, $d = 60$). İkinci kutuda bulunan eğrilik kısmı için ki 500 değer içerir, yeniden kurma çabuk şekilde tam değerlere yakınsar. Orijinal katsayılar sadece 5 iterasyon sonra elde edilebilir ($j_{\max} = 14$, $l_{\max} = 6$, $d = 33$). Tersine kutu 3'te gösterilen yörünge kısmı için (eğrilik çok küçük), sonuçlar pek iyi değildir. Bu olayda, algoritmanın sayısal bir kararsızlığı ortaya çıkar ve katsayılar kesin bir değerden ziyade ortalama bir değer etrafında rasgele bir şekilde salınırlar. Bunun nedeni değer fonksiyonunun davranışına uzanır. Değer fonksiyonu yeniden kurulma sırasında çok küçük değerlere sahiptir ve dört iterasyonun ilk üçünden sonra pratik olarak sabit kalır.

Tablo 3.3 yörünge eğriliğinin fazla olduğu durumda 10 iterasyon sonra elde edilen katsayıları göstermektedir. Katsayılar van der Pol sisteminin gerçek katsayılarına oldukça yaklaşmıştır. Bunu sağlayan başlangıç koşulu sayısı $j_{\max} = 30$, adım sayısı $l_{\max} = 7$ ve ardışık iki başlangıç koşulu arasındaki zaman aralığı $d = 60$ 'dır. $h = 0.01$ adımlı 2000 değerinin bulunduğu bu eğrilik kısmı ideal duruma en yakın katsayıları elde etmeyi sağlar. Kısa yörünge parçalarında adım sayısı artırılarak eğriliğin fazla olduğu yerler kolaylıkla incelenebilir (Perona ve diğ., 2000).

Tablo 3.3: Eğriliğin fazla olduğu yörüngeler için van der Pol katsayıları.

Katsayılar	Değerler
c_2	$-4.0000*10^0$
c_4	$3.2000*10^0$
c_7	$-2.0001*10^{-1}$
Diğer katsayıların (c) mutlak değerleri	$< 2.9842*10^{-5}$

Kısa yörünge parçalarını incelemek için verilerdeki artma miktarı azaltılarak veri miktarı çoğaltılır. Örneğin $h = 1$ durumuna göre $h = 0.1$ durumunda 1 veri yerine 10 veri kullanılır. Bu işlemle orijinal veriler çoğaltılmış olur fakat verinin zaman serisinde bir değişim meydana gelmez. Bu şekilde veri türetilerek eğrilik kısımları kısa yörünge parçalarının (yani eğriliklerin) incelenmesine olanak sağlar. Bu çalışmada $h = 0.25$ alınmıştır.

3.3. Rössler Dinamik Sistemi

Rössler dinamik sistemi aşağıda verildiği gibi tanımlanır:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z \\ \dot{y} &= x + ay \\ \dot{z} &= b + z(x - c)\end{aligned}\tag{3.15}$$

Bu dinamik sistem, a , b , c parametrelerinin sırasıyla 0.38, 0.3 ve 4.5 değerleri için kaotik bir davranış sergiler. Akış periyodik değildir, diğer bir deyişle yörünge kendini tekrar etmez. Kaotik süreçler başlangıç koşullarına oldukça duyarlıdır. Yörüngeler birbirlerinden eksponansiyel olarak uzaklaşır. Bu nedenle ancak kısa süreli öngörü yapılabilir.

Diferansiyel denklemin integrasyonu için $h = 0.01$ alınarak $N = 10000$ elemanlı bir seri türetilmiştir. Yörünge metodunun uygulanmasına yönelik yaklaşım fonksiyonu olarak (3.16) eşitliğinde görüldüğü gibi 3. dereceden bir polinom kullanılmıştır.

$$\mathbf{x}_i = \left\{ \begin{array}{l} c_{i,1} + c_{i,2}x_1 + c_{i,3}x_2 + c_{i,4}x_3 + c_{i,5}x_1x_2 + c_{i,6}x_1x_3 \\ + c_{i,7}x_2x_3 + c_{i,8}x_1^2 + c_{i,9}x_2^2 + c_{i,10}x_3^2 + c_{i,11}x_1x_2x_3 \\ + c_{i,12}x_1^2x_2 + c_{i,13}x_1^2x_3 + c_{i,14}x_1x_2^2 + c_{i,15}x_2^2x_3 \\ + c_{i,16}x_1x_3^2 + c_{i,17}x_2x_3^2 + c_{i,18}x_1^3 + c_{i,19}x_2^3 + c_{i,20}x_3^3 \end{array} \right\} \quad (3.16)$$

Bu nonlinear denklem sisteminin 60 tane katsayı ($c_{i,k}$) vardır. Bilinmeyen durum değişkenleri (x_1, x_2, x_3) Runge - Kutta ile sayısal olarak bulunur ve $c_{i,k}$ katsayılar matrisi (3.17) eşitliğinde verildiği gibi 3x20'lik bir matris oluşturur.

$$C = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{1,18} & c_{1,19} & c_{1,20} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & c_{2,3} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{2,18} & c_{2,19} & c_{2,20} \\ c_{3,1} & c_{3,2} & c_{3,3} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & c_{3,18} & c_{3,19} & c_{3,20} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Eğer $j_{max} = 90$, $l_{max} = 6$ ve $d = 100$ olarak alınırsa 20. iterasyon sonunda tablo 3.4'de verilen katsayı değerlerine ulaşılır. Bu katsayılar ile orijinal katsayılar arasındaki hata ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Rössler dinamik sisteminin tablo 3.4'te verilen katsayıları dışında kalan 53 adet katsayı değeri sıfıra eşittir.

Tablo 3.4: Rössler dinamik sisteminin katsayıları.

Katsayılar	Değerler
$c_{1,3}$	$-1.00006*10^0$
$c_{1,4}$	$-9.99998*10^{-1}$
$c_{2,2}$	$1.000001*10^0$
$c_{2,3}$	$3.799996*10^{-1}$
$c_{3,2}$	$3.000097*10^{-1}$
$c_{3,4}$	$-4.499967*10^0$
$c_{3,6}$	$9.999621*10^{-1}$
Diğerleri	$< 10^{-4}$

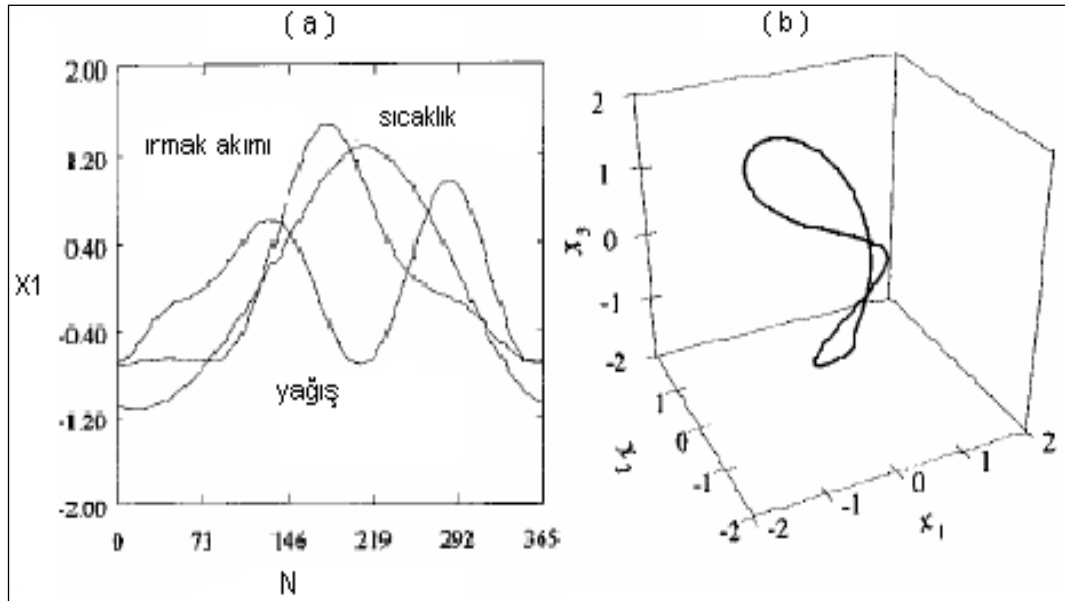
Sadece kısa yörünge parçaları incelendiğinde bile, yeniden kurma işlemi çok başarılı bir şekilde sonuçlandırıldığı görülmüştür. Bununla birlikte, dikkate alınan yörünge parçası tipi yakınsaklık için temel alınır.

3.4. Ölçülmüş Zaman Serisine Uygulama

3.4.1. Bir Akarsu Havzasının İkliminin Modellenmesi

Bir akarsu havzasında ölçülmüş olan yağış, sıcaklık ve debi değerlerine yörünge metodu uygulanmıştır. Kuzey İtalya’da yer alan Dora Baltea ırmağı gözlem havzasıdır. Havza üzerindeki günlük ortalama debi verisi, toplam yağış ve ortalama sıcaklığın (1 Ocak 1968 - 31 Aralık 1981) tipik yıllık davranışını elde etmek için yıllık bir temele ortalanır ve mevsimsel salınımlar ayıklanır (**Perona ve diğ., 2000**).

Sonuç verileri şekil 3.8a’da normalleştirilerek gösterilmiştir. Düşük frekanslı dinamikler mevsimsel iklim davranışının tipik örneğidir. Bunlar arasındaki karmaşık dinamik bağ şekil 3.8b’deki uygun faz uzayında gösterildiği gibidir (x_1 : yağış, x_2 : sıcaklık, x_3 : debi).



Şekil 3.8: Bir akarsu havzasının yıllık zaman serisi ve faz uzayındaki periyodik çekici.

Yeniden kurulma işleminde üç boyutlu model (denklem 3.16) kullanılarak periyodik yıllık bir davranış kabulü yapılmıştır. Diferansiyel denklemin yeniden kurulmasında $j_{max} = 73$, $l_{max} = 6$, ve $d = 32$ olarak alınmıştır.

4. UYGULAMA

4.1. Kullanılan Veri

Çalışmada, KKTC Gazimagosa'ya ait 1 Ocak 2000 tarihinden 31 Aralık 2004 tarihine kadar olan 5 yıllık günlük toplam buharlaşma, günlük ortalama sıcaklık ve günlük ortalama rüzgar hızı verileri kullanılmıştır. Gazimagosa'nın seçilmesinin nedeni buharlaşma ölçümlerinin kış mevsiminde de yapılabiliyor olmasıdır. Daha sıcak bir iklime sahip olması nedeniyle verilerde süreksizlikle karşılaşmamak açısından bu bölge tercih edilmiştir. Bilindiği gibi Türkiye'deki meteoroloji istasyonlarında kış mevsiminde buharlaşma ölçümleri yapılmamaktadır.

Tablo 4.1'de 1 Ocak 2000 tarihinden 31 Aralık 2004 tarihine kadar beş yıllık günlük toplam buharlaşma, günlük ortalama rüzgar hızı ve günlük ortalama sıcaklık verilerinin istatistiksel değerleri verilmektedir.

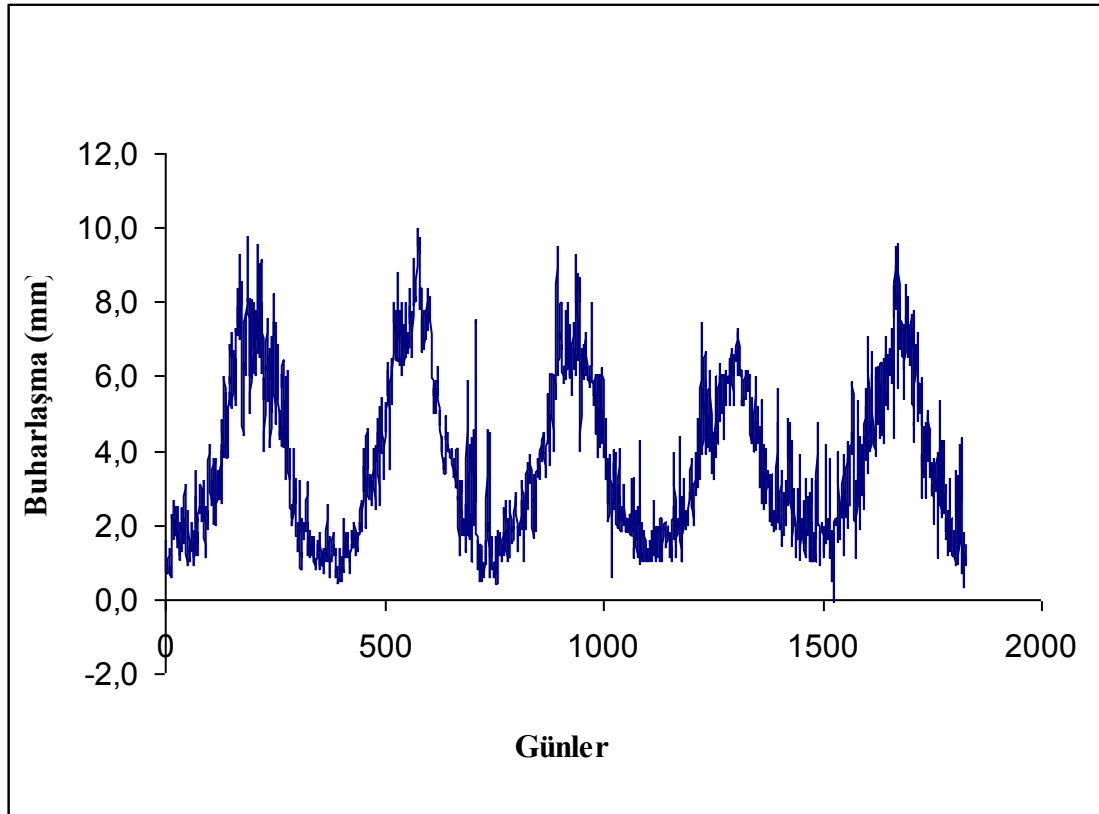
Tablo 4.1: Gazimagosa verilerinin istatistikleri.

İstatistik	Buharlaşma (E) (mm)	Rüzgar Hızı (V) (m/s)	Sıcaklık (T) (°C)
Ortalama	3.77	3.13	19.60
Minimum	0.00	1.02	4.70
Maksimum	10.00	10.21	33.30
Standart Sapma	2.18	1.07	6.56
Varyans	4.74	1.15	42.99
Korelasyon Katsayısı	$r_{E,V} = -0.06$	$r_{V,T} = -0.09$	$r_{E,T} = 0.84$
Çarpıklık Katsayısı	0.52	2.15	-0.05
Değişim Aralığı	10.00	9.19	28.60

Tablo 4.1'de verilen $r_{E,V}$, $r_{V,T}$ ve $r_{E,T}$ sırasıyla buharlaşma-rüzgar hızı, rüzgar hızı-sıcaklık ve buharlaşma-sıcaklık arasındaki korelasyon katsayısını göstermektedir.

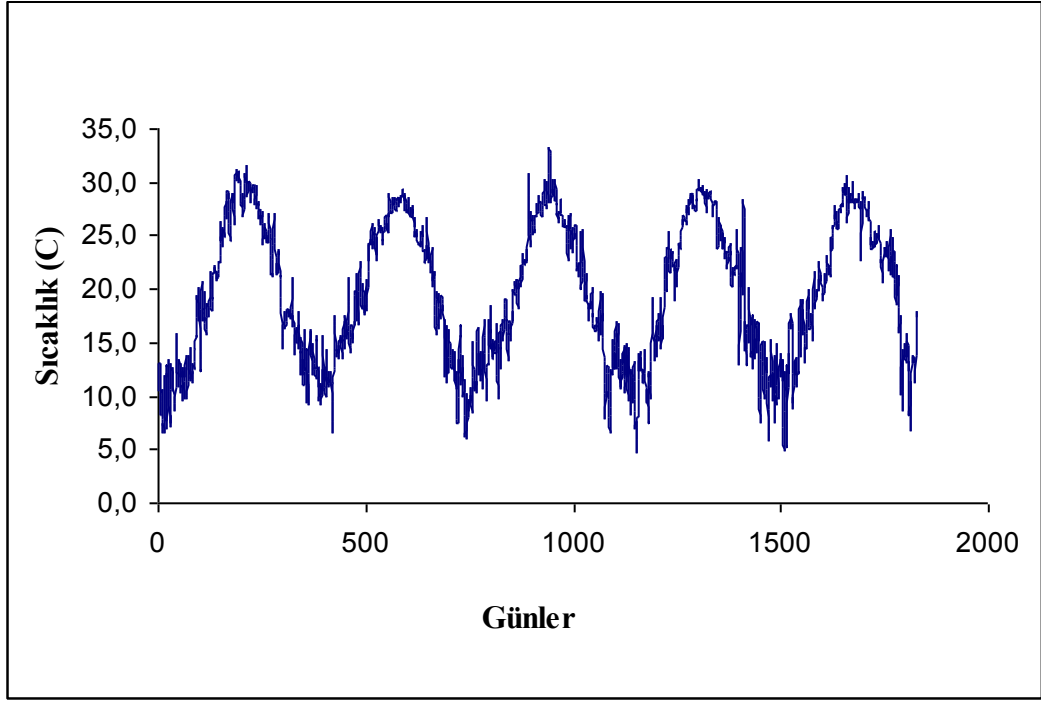
Buharlaşmanın rüzgar hızı ve sıcaklıkla ilişkisine bakılırsa buharlaşma-sıcaklık ilişkisinin oldukça yüksek olduğu korelasyon katsayılarından görölmektedir. Buharlaşma ile sıcaklık arasındaki korelasyon katsayısı $r_{E,T} = 0.84$ 'dür. Rüzgar hızı ise buharlaşmayı arttırmada sıcaklık kadar etkili değildir.

şekil 4.1'de Gazimagosa'nın beş yıl için günlük toplam buharlaşma değişimi görölmektedir. Ortalama toplam buharlaşma miktarı 3.8 mm/gün'dür. Maksimum buharlaşma miktarı 10 mm/gün (29 Temmuz 2001) ve minimum buharlaşma miktarı 0 mm/gün (4 Mart 2004) olarak gerçekleşmiştir.



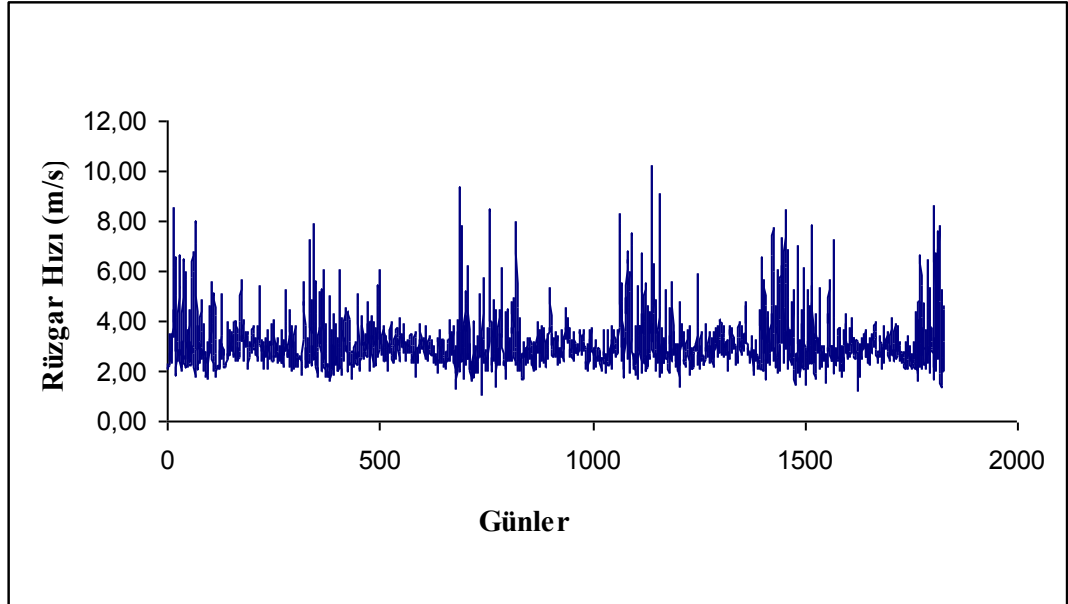
şekil 4.1: Gazimagosa'nın beş yıllık buharlaşma zaman serisi.

şekil 4.2'de Gazimagosa'nın günlük ortalama sıcaklık değişimi görölmektedir. Beş yılın ortalama değeri 19.6°C'dir. Maksimum günlük ortalama sıcaklık 33.3 °C (30 Temmuz 2002) ve minimum sıcaklık 4.7 °C'dir (25 şubat 2003).



Şekil 4.2: Gazimagosa'nın beş yıllık sıcaklık zaman serisi.

Şekil 4.3 ise ortalama rüzgar hızındaki değişimi göstermektedir. Beş yılın ortalaması 3.14 m/s'dir. Maksimum rüzgar hızı 10.21 m/s olarak 12 Şubat 2003 tarihinde ve minimum rüzgar hızı da 1.02 m/s olarak 9 Ocak 2002 tarihinde esmiştir.



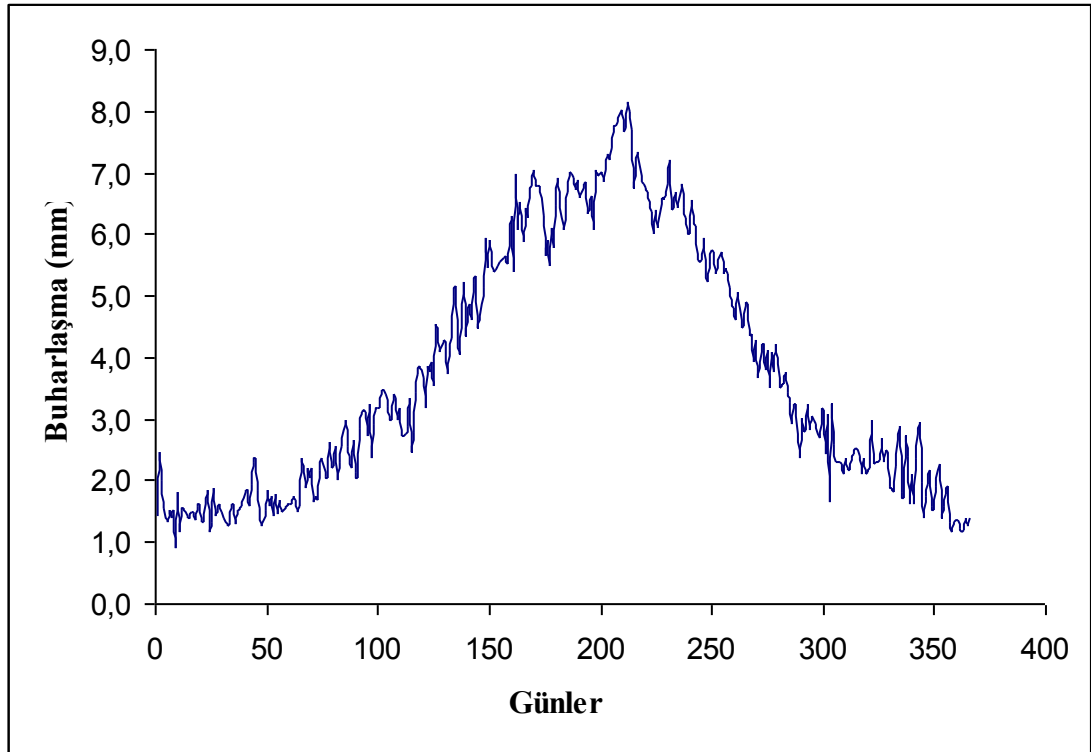
Şekil 4.3: Gazimagosa'nın beş yıllık rüzgar hızı zaman serisi.

4.2. Verilerin Model Girişi İçin Hazır Hale Getirilmesi

Çalışmada kullanılan veriler modele hazır hale getirilmek için yumuşatılmıştır. Bunun için her bir veri türünün beş yıllık günlük ortalaması alınmıştır. Yani beş yıllık veri bir yıla indirgenmiştir. Bu bize yıllık veri değişiminin düzgün bir grafiğini verir. Bu yumuşatmayla çalkantılar azaltılır ve değişkenlerin davranışı hakkında daha genel sonuçlara varılabilir.

Ortalama olarak verileri yumuşatmanın diğer faydası da zaman serisinin başlangıç ve bitiş değerlerini birbirine yakınlaştırmak ve hatta mümkün olabilirse aynı yapmaktır. Çünkü bir yılın ilk ve son günleri zaman içinde art arda olan iki gündür. Meteorolojik veriler yaklaşık olarak periyodik olduklarından dolayı bu iki günün verisi çok yakın hatta uzun yılların ortalaması alındığında eşit olmalıdır. Bu durum verilerdeki çalkantılar ortadan kaldırılarak yakalanabilir.

Şekil 4.4 beş yıllık buharlaşma verisinin aynı günlerinin ortalaması alınarak elde edilmiştir. Burada verilerin şekil 4.1’de verilen herhangi bir yıla göre oldukça yumuşamış olduğu görülmektedir. Ekstrem değerlerin önemli ölçüde ortadan kalktığı görülmektedir.

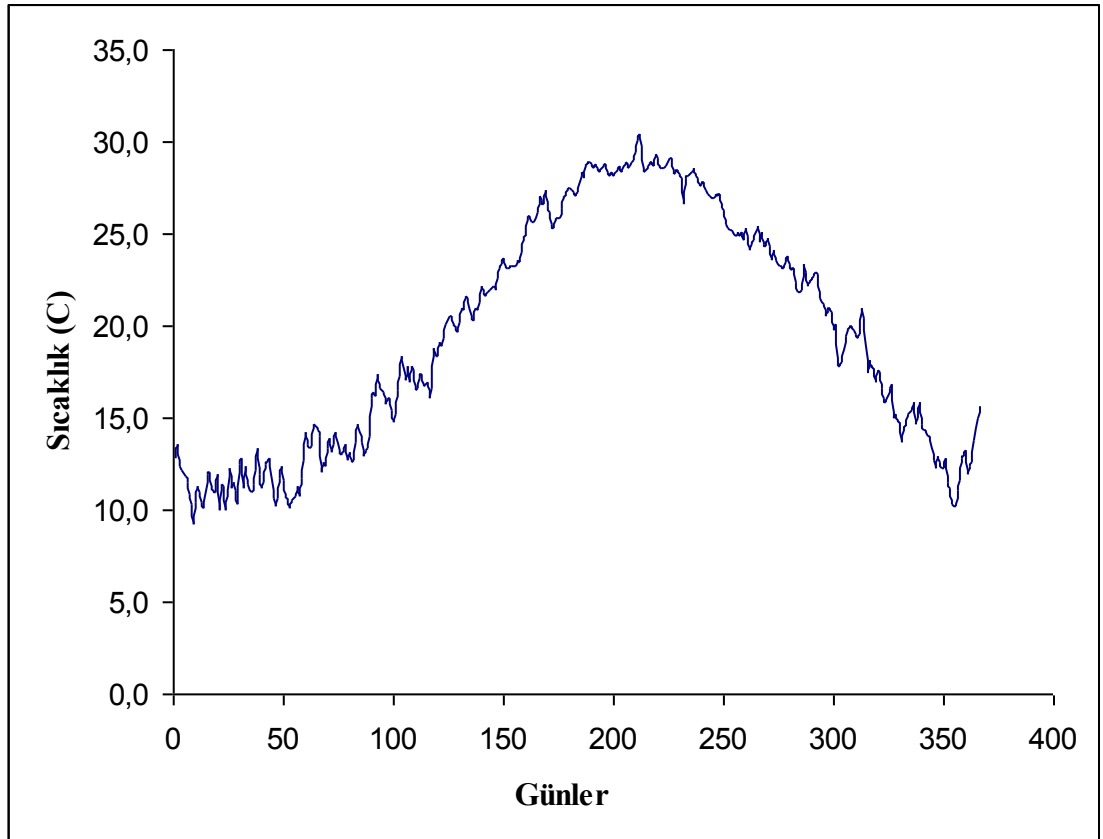


Şekil 4.4: Buharlaşmanın yıllık zaman serisi.

Ortalama alınarak hem daha düzgün bir salınım elde edilmekte hem de buharlaşmanın salınımı hakkında daha sağlıklı bir yorum yapılabilir. Ayrıca bu şekilde buharlaşmanın klimatolojik davranışı hakkında daha anlamlı bilgi edinilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi buharlaşmanın zaman serisinin başlangıç ve bitiş değerleri birbirine yakınlaşmıştır.

Sıcaklık verisinin de ortalaması alınarak hem doğru salınım elde edilmekte hem de çalkantılardan kurtulma olanağı sağlanmaktadır. Sıcaklık değişimi istatistik değerlerden de görüldüğü gibi hemen hemen simetrik bir dağılım ortaya koymaktadır.

Şekil 4.5, beş yıllık sıcaklık verisinin aynı günlerinin ortalaması alınarak elde edilmiştir. Şekil 4.2’de verilen herhangi bir yıl ile karşılaştırılırsa, çalkantıların önemli ölçüde ortadan kalktığı görülür. Diğer taraftan ekstrem değerlerin önemli ölçüde ortadan kalktığı görülmektedir.

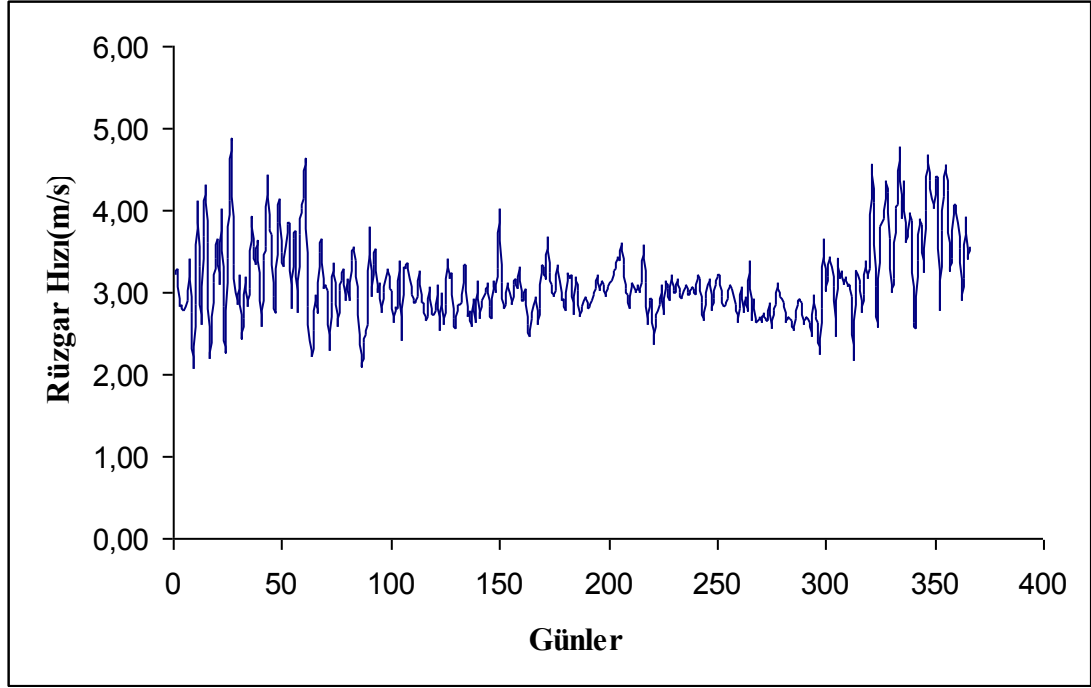


Şekil 4.5: Sıcaklığın yıllık zaman serisi.

Rüzgar hızları için ortalama olarak yumuşatma diğer verilere oranla daha önemlidir. Çünkü rüzgar hızı çalkantıya en çok sahip olan veridir. Çoğu durumda olduğu gibi

burada da rüzgar verilerinin yumuşatılması bir takım zorluklar arz etmektedir. Her ne kadar verilerde çalkantı azalmış ise de verilerin başlangıç ve bitiş değerleri birbirinden oldukça farklıdır. Rüzgar verisinin daha fazla yumuşatılması gerekmektedir.

Şekil 4.6'de günlük ortalama rüzgar hızlarının beş yıllık değerlerinin ortalaması görülmektedir. Çalkantılar bir dereceye kadar azalmıştır.



Şekil 4.6: Rüzgar hızının yıllık zaman serisi.

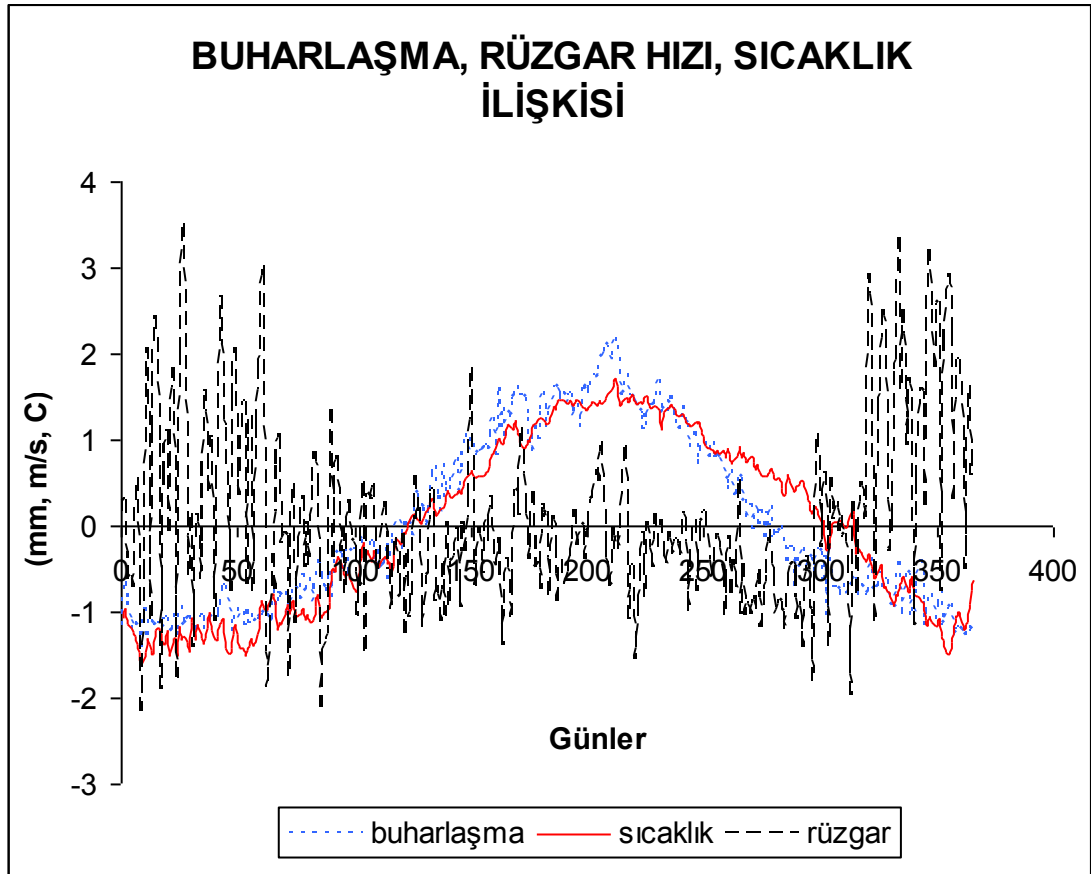
Ortalama alınarak yapılan yumuşatmayla bir yandan normaller yakalanırken diğer taraftan çalkantıya neden olan değerler atılır. Böylece daha düzgün bir salınım elde edilir. Özellikle çalkantının fazla olması nedeniyle rüzgar verisi için yuvarlatma işlemi önem taşımaktadır.

Verilerin model girişi için hazır hale getirilmesinde ikinci aşama verilerin standartlaştırılmasıdır. Bu da verilerin sıfır ortalama etrafında salınmasını sağlayabilmek ve değişkenler arasındaki boyut farkını ortadan kaldırabilmek için gerekli bir işlemdir. Diğer taraftan değişkenler arasındaki ilişkiyi görmek açısından üç durum değişkeninin birlikte gözlenmesi önemlidir.

Şekil 4.7 buharlaşma, rüzgar hızı ve sıcaklık verisinin birlikte yıllık ortalama değişimini göstermektedir. Üç veri de sıfır ortalama ve birim standart sapmaya sahiptir. Buharlaşma ve sıcaklık arasındaki ilişki şekilde açıkça görülmektedir. Rüzgar hızının diğerleriyle olan ilişkisi net olarak görülememektedir.

Buharlaşma ve sıcaklığın değerleri yılın ortasında birlikte artmakta; yılın başında ve sonunda ise birlikte azalmaktadır. Fakat 1. ve 2. bölümde de belirtildiği gibi buharlaşmanın hesaplanması ve ölçülmesi güçtür. Bu güçlük soğuk mevsimlerde daha fazla yaşanmaktadır.

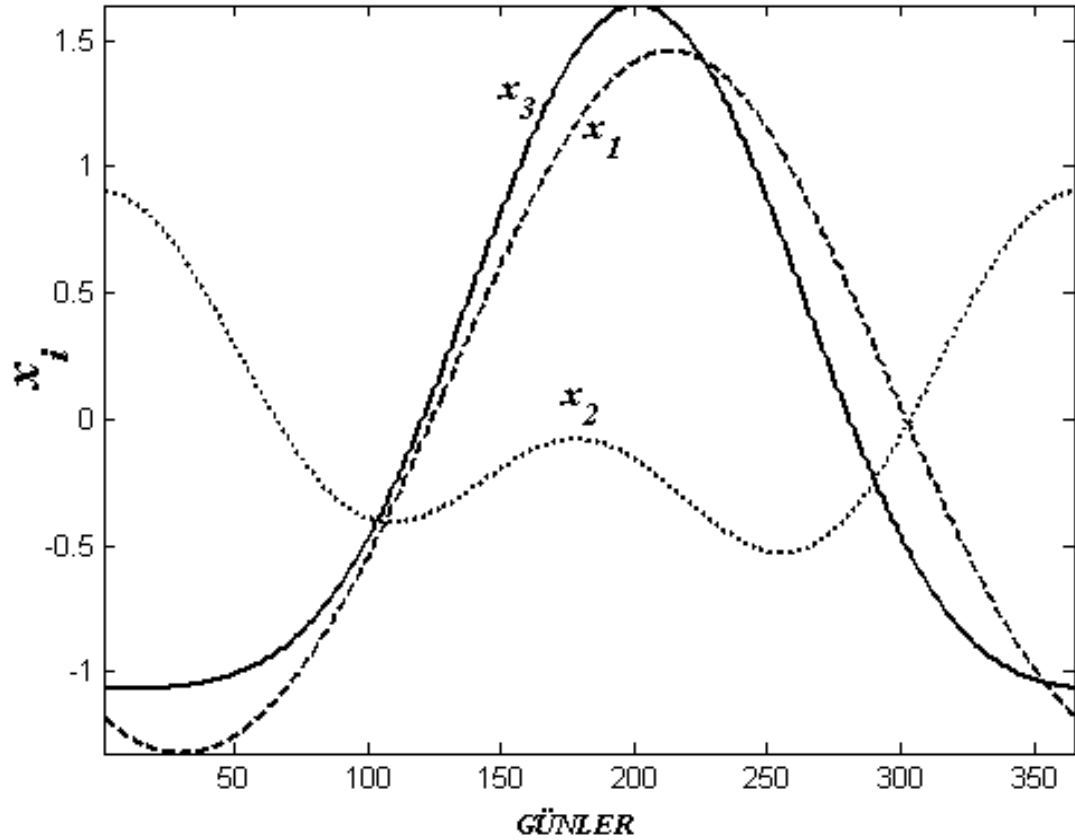
Rüzgar hızı değerlerinin salınımı, buharlaşma ve sıcaklık verilerinin birbirine benzer olan salınımindan oldukça farklı bir salınım ortaya koymaktadır. Rüzgar hızının arttığı dönemlerde buharlaşmanın azaldığı görülmektedir. Özetle buharlaşma ile rüzgar hızı arasında lineer bir ilişki görülmemektedir.



Şekil 4.7: Standartlaştırılmış verilerin yıllık zaman serisi.

Her ne kadar yıllık ortalama ile veriler yuvarlatılsa da değişkenlerin uzun-vade davranışını yakalayabilmek açısından verilerden kısa-vade meteorolojik salınımların da çıkarılması gerekmektedir. Bu işlem çalışmada Fourier analizi ile yapılmıştır.

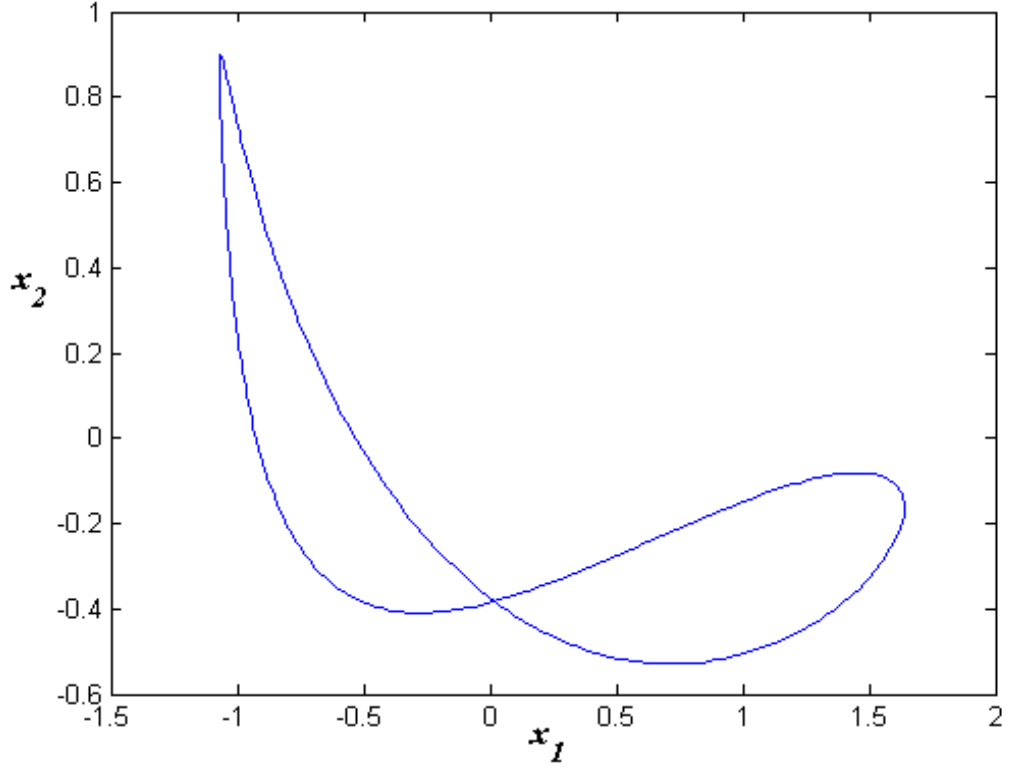
Fourier analizi ile verilerin ilişkisi daha rahat görülebilecektir (Şekil 4.8). Fourier analizi sonucu zaman serileri model girişı için hazır hale gelmiş olmaktadır. Şekil 4.8 üç durum değişkeninin de kendi zaman serilerinin başlangıç ve bitiş değerlerinin eşit olduğu periyodik salınımı göstermektedir.



Şekil 4.8: Standartlaştırılmış verilerin yıllık salınımları.

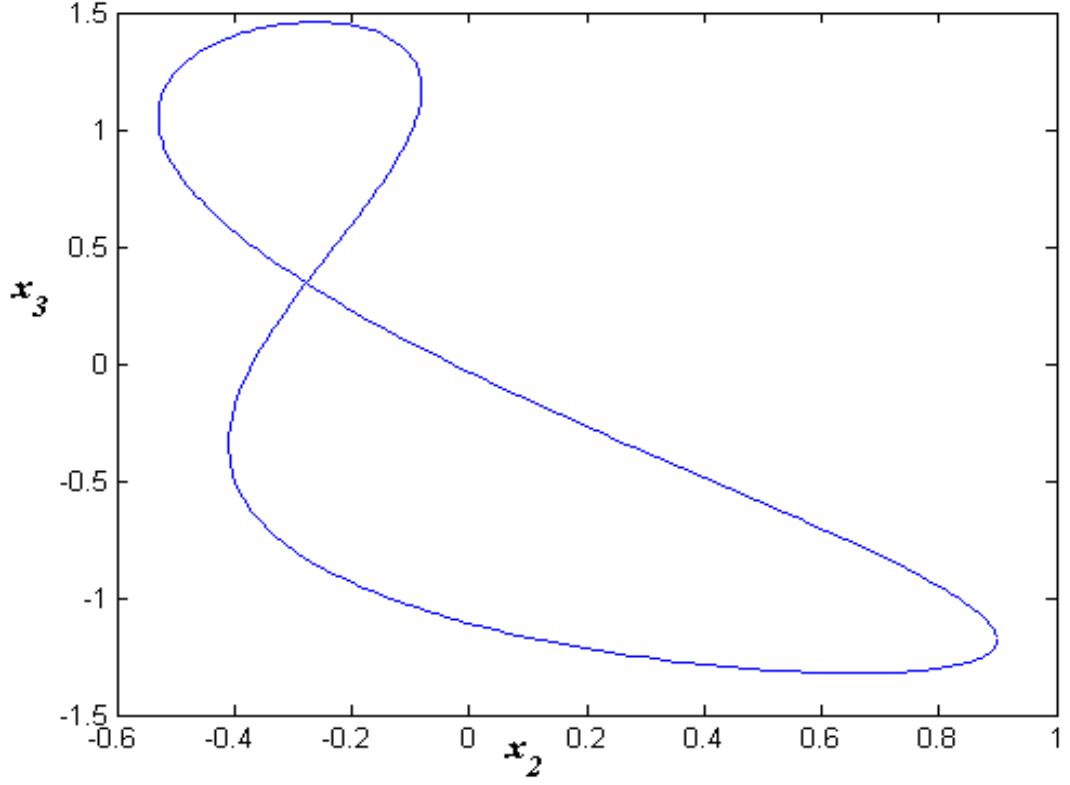
Fourier analizi sonunda elde ettiğimiz yuvarlatılmış zaman serileri model girişı için orijinal veri olarak dikkate alınacaktır. Sistemin çekicisinin düzleme izdüşümleri ve üç boyutlu görüntüsü sırasıyla şekil 4.9-11’de verildiği gibidir. Çekicilerin iki ve üç boyutlu çizimleri için MATLAB programı kullanılmıştır. İki boyutlu grafikler çekicilerin yatay düzleme izdüşümlerini göstermektedir.

Şekil 4.9 çekicinin x_1 - x_2 düzlemine izdüşümünü göstermektedir. Durum değişkenlerinden buharlaşma x_1 , rüzgar hızı ise x_2 eksenleri ile gösterilmektedir. Bu şekilde çekicinin buharlaşma ve rüzgar hızı eksenlerinin oluşturduğu düzlemdeki izdüşümü görülmektedir.



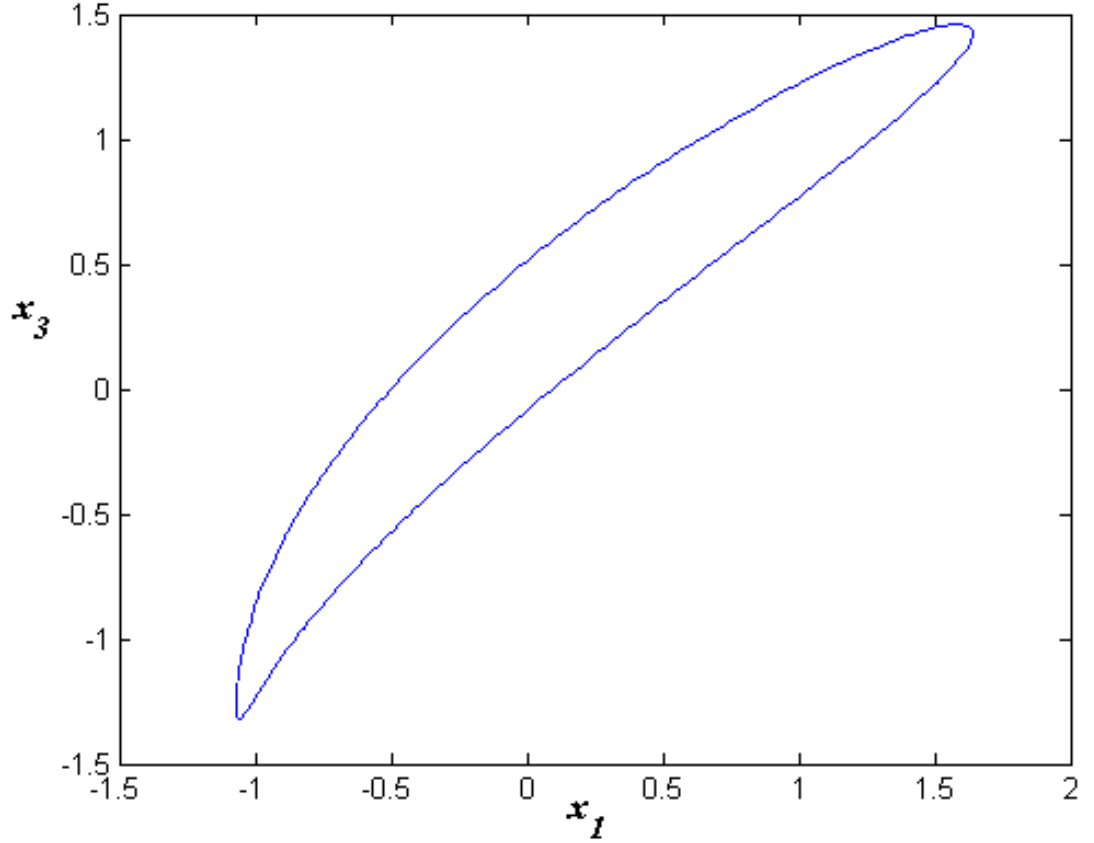
Şekil 4.9: Çekicinin buharlaşma (x_1) ve rüzgar hızı (x_2) düzlemine izdüşümü.

Şekil 4.10 çekicinin x_2 - x_3 düzlemine izdüşümünü göstermektedir. Durum değişkenlerinden rüzgar hızı x_2 , sıcaklık ise x_3 eksenleri ile gösterilmektedir. Bu şekilde çekicinin rüzgar hızı ve sıcaklık eksenlerinin oluşturduğu düzlemdeki izdüşümü görülmektedir.



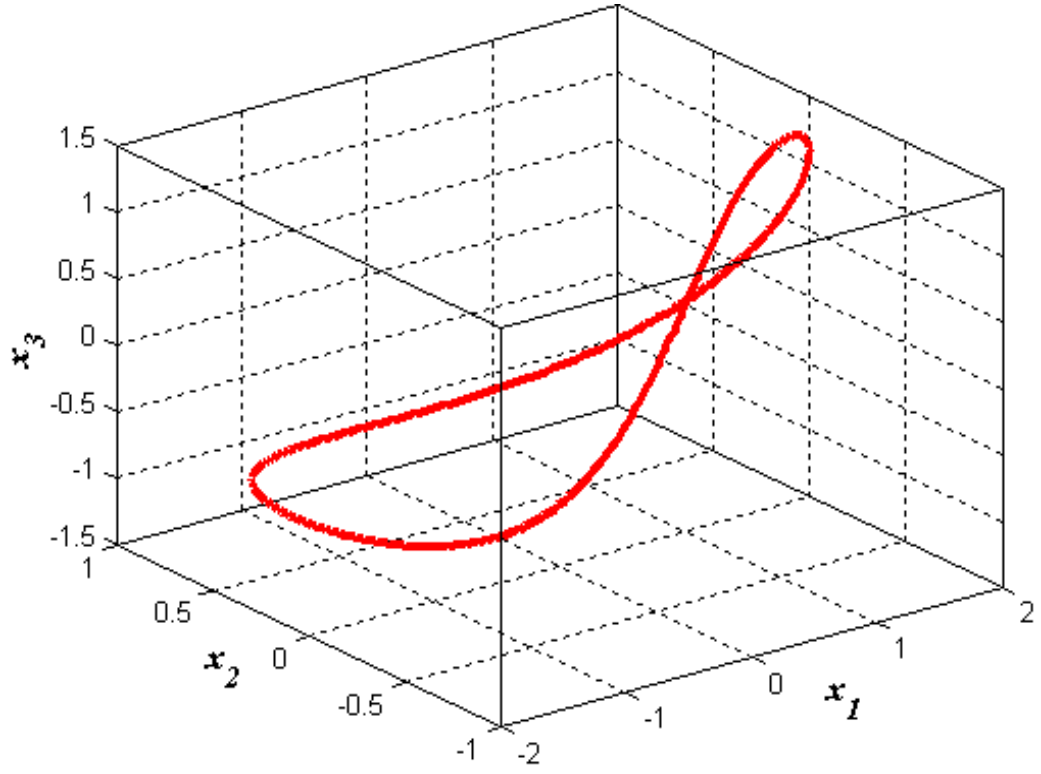
Şekil 4.10: Çekicisinin rüzgar hızı (x_2) ve sıcaklık (x_3) düzlemine izdüşümü.

Şekil 4.11 çekicinin x_1 - x_3 düzlemine izdüşümünü göstermektedir. Durum değişkenlerinden buharlaşma x_1 , sıcaklık ise x_3 eksenleri ile gösterilmektedir. Bu şekilde çekicinin buharlaşma ve sıcaklık eksenlerinin oluşturduğu düzlemdeki izdüşümü görülmektedir.

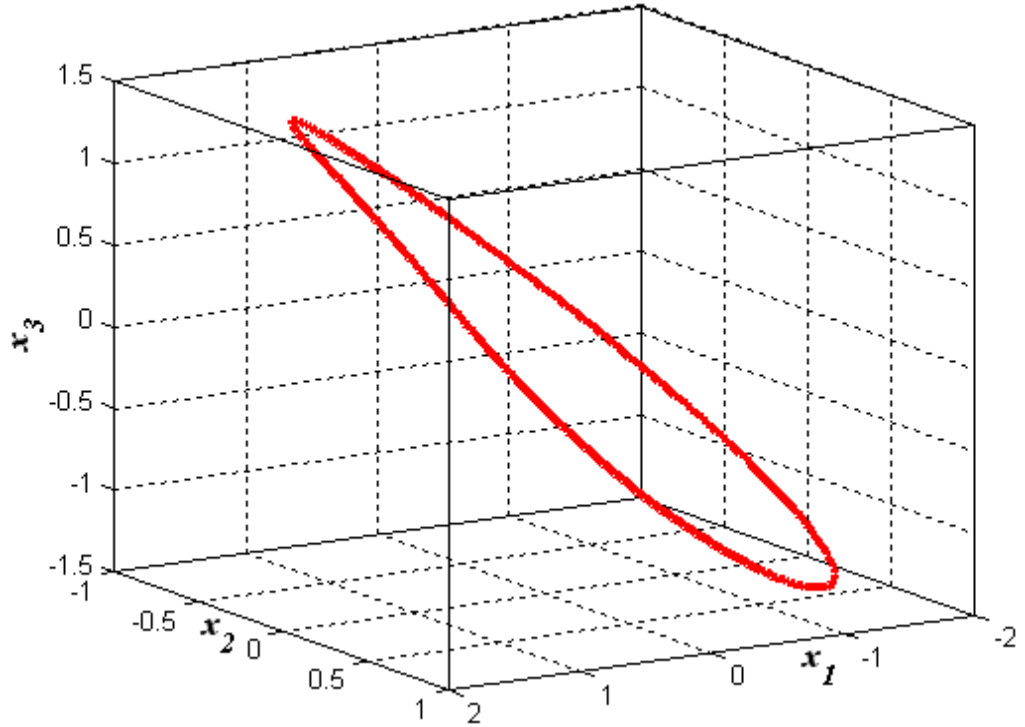


Şekil 4.11: Çekicinin buharlaşma (x_1) ve sıcaklık (x_3) düzlemine izdüşümü.

Şekil 4.12, orijinal buharlaşma (x_1), rüzgar hızı (x_2) ve sıcaklık (x_3) verilerinin çekicisini üç boyutlu olarak göstermektedir. Bu çekicinin yörüngesi kendisini herhangi bir noktada kesmemektedir.



Şekil 4.12: Orijinal verilerin çekicisi.



Şekil 4.13: Orijinal verilerin çekicisinin farklı bir açıdan görünüşü.

Şekil 4.13, orijinal çekicinin kapalı bir yörüngeye karşı geldiğini farklı bir açıdan göstermektedir.

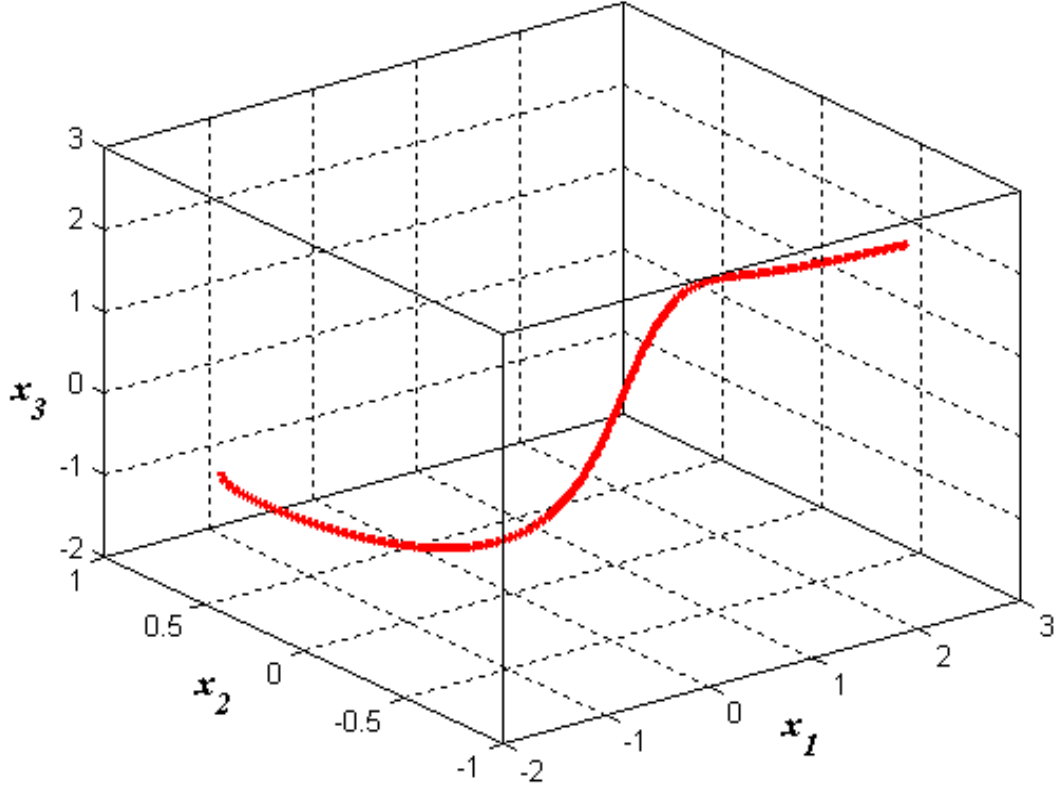
Elde edilen bu üç boyutlu çekici orijinal verinin çekicisidir. Yörünge metodunda kullanılacak olan veri, bu yörüngeyi üreten veridir. Yörünge metodunda bu yörünge orijinal yörünge olarak adlandırılır. Bu yörünge üzerinde uygun başlangıç koşulları seçilerek orijinal yörüngeye en yakın model yörünge elde edilmeye çalışılacaktır.

4.3. Modelin Çalıştırılarak Dinamik Sistemin Elde Edilmesi

Modeli çalıştırmak ve dinamik sistemi elde etmek için veriler uygun formata çevrilmiştir. Orijinal çekiciyi üreten veriler model girişi için kullanılmıştır.

Gerekli yumuşatma, standartlaştırma ve Fourier analizi yapılarak model girişi için hazır hale getirilmiş olan veriye yörünge metodu uygulanmıştır. Bunun için FORTRAN programlama dilinde yazılmış olan bir kod kullanılmıştır. Katsayılar kümesine ve durum değişkenlerine başlangıç değerleri atanarak işleme başlanır. Diferansiyel denklemin çözümü için adım uzunluğu h belirlenir ($h = 0.25$). Diferansiyel denklemin integre edilmesi için bir algoritma belirlenir, bu çalışmada 4. mertebeden Runge-Kutta algoritması kullanılmıştır. Böylece katsayılar bulunarak buharlaşmayı idare eden dinamik sistem elde edilir. Bu dinamik sistem, buharlaşmanın sıcaklıkla ve rüzgar hızıyla arasındaki dinamik bağı verir.

Şekil 4.14 birinci iterasyon sonunda elde edilen çekiciyi göstermektedir. Bir iterasyon yörüngesinin tamamlanmasına yeterli olmamıştır. Bir iterasyon daha ileri gidilerek buharlaşmayı idare eden dinamik sistemin çekicisi elde edilmiştir.



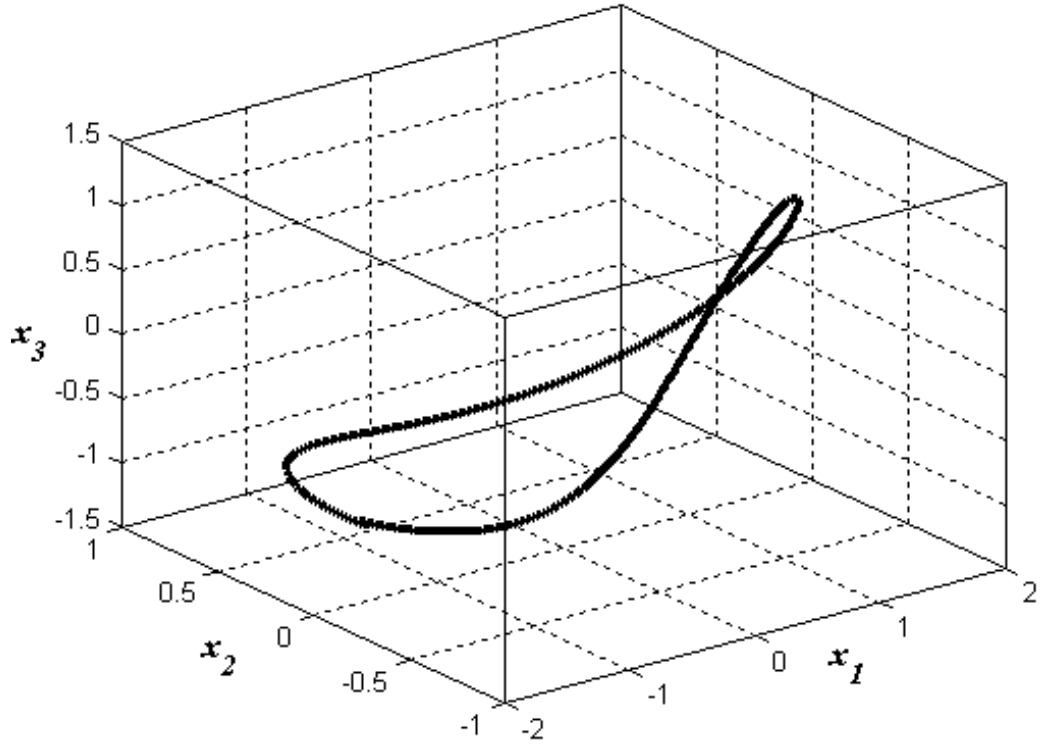
Şekil 4.14: Birinci iterasyon sonunda elde edilen çekici.

Tablo 4.2 KKTC'nin Gazimagosa şehri için buharlaşmayı idare eden dinamik sistemin katsayılarını göstermektedir. Bu katsayılar bir iterasyon daha ileri gidilerek elde edilen modelin vermiş olduğu katsayılardır. Orijinal verilerle model giriş verileri arasındaki hata 0.000545 olup bu hata değeri 4. mertebeden Runge-Kutta algoritmasının hata sınırları içerisinde. Dördüncü mertebeden Runge-Kutta algoritmasının hatası 0.00390625' tir. Elde edilen hatanın 4. mertebeden Runge-Kutta algoritmasının hatasından küçük olması hatanın kabul edilebilir mertebede olduğunu göstermektedir.

Tablo 4.2: Yörünge metodu ile elde edilen diferansiyel denklem sisteminin katsayıları.

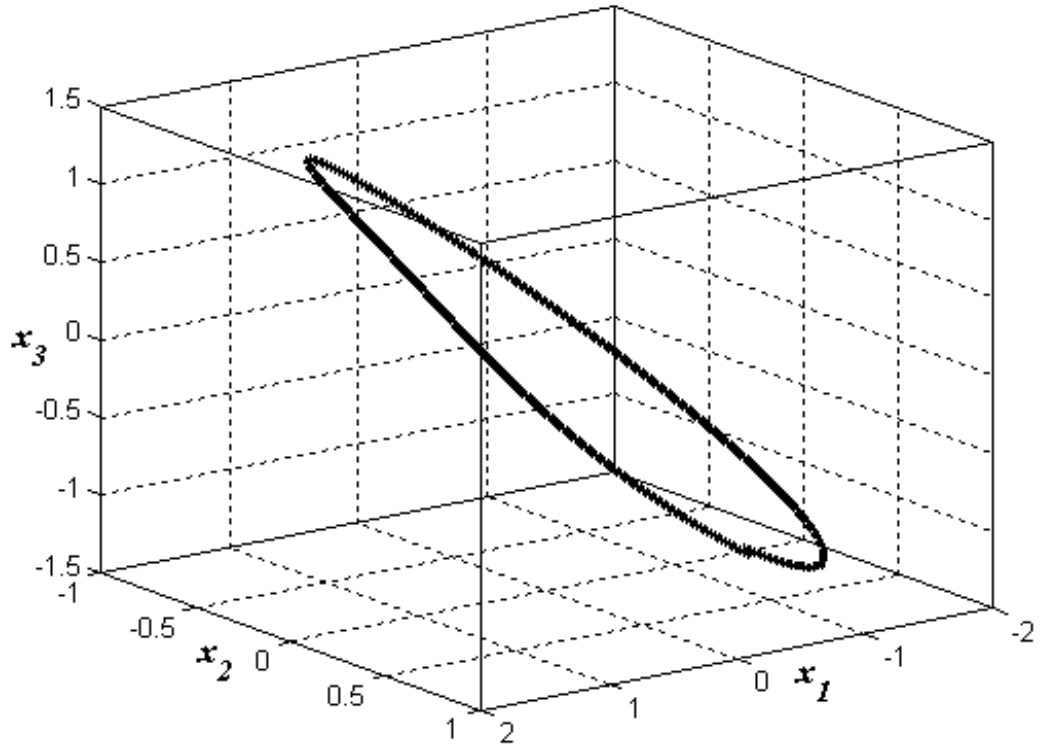
Katsayılar	Değerler	Katsayılar	Değerler	Katsayılar	Değerler
$c_{1,1}$	0.0052	$c_{2,1}$	0.0072	$c_{3,1}$	0.0020
$c_{1,2}$	0.0700	$c_{2,2}$	-0.0114	$c_{3,2}$	0.0643
$c_{1,3}$	-0.0280	$c_{2,3}$	0.0189	$c_{3,3}$	-0.0389
$c_{1,4}$	-0.0750	$c_{2,4}$	0.0128	$c_{3,4}$	-0.0671
$c_{1,5}$	-0.0470	$c_{2,5}$	-0.0487	$c_{3,5}$	-0.0228
$c_{1,6}$	-0.0195	$c_{2,6}$	-0.1063	$c_{3,6}$	0.0096
$c_{1,7}$	0.0316	$c_{2,7}$	0.0400	$c_{3,7}$	0.0166
$c_{1,8}$	0.0282	$c_{2,8}$	0.0588	$c_{3,8}$	0.0058
$c_{1,9}$	0.0163	$c_{2,9}$	0.0101	$c_{3,9}$	0.0088
$c_{1,10}$	-0.0200	$c_{2,10}$	0.0357	$c_{3,10}$	-0.0201
$c_{1,11}$	-0.0071	$c_{2,11}$	0.2207	$c_{3,11}$	-0.1249
$c_{1,12}$	-0.0066	$c_{2,12}$	-0.1157	$c_{3,12}$	0.0522
$c_{1,13}$	0.0888	$c_{2,13}$	-0.1663	$c_{3,13}$	0.1129
$c_{1,14}$	0.0127	$c_{2,14}$	0.0725	$c_{3,14}$	-0.0333
$c_{1,15}$	-0.0045	$c_{2,15}$	-0.0650	$c_{3,15}$	0.0383
$c_{1,16}$	-0.1212	$c_{2,16}$	0.1367	$c_{3,16}$	-0.1309
$c_{1,17}$	0.0161	$c_{2,17}$	-0.1028	$c_{3,17}$	0.0759
$c_{1,18}$	-0.0206	$c_{2,18}$	0.0605	$c_{3,18}$	-0.0321
$c_{1,19}$	-0.0061	$c_{2,19}$	-0.0176	$c_{3,19}$	0.0077
$c_{1,20}$	0.0482	$c_{2,20}$	-0.0288	$c_{3,20}$	0.0459

Şekil 4.15’de buharlaşma (x_1), rüzgar hızı (x_2) ve sıcaklık (x_3) durum değişkenlerine ait çekici görülmektedir. Buharlaşma x_1 eksenini, rüzgar hızı x_2 eksenini ve sıcaklık x_3 ekseniniyle gösterilir. Çekicinin yörüngesi kendisini yine herhangi bir noktada kesmemektedir.



Şekil 4.15: Buharlaşmayı idare eden dinamik sistemin çekicisi.

Şekil 4.16, şekil 4.15'te verilen çekicinin kapalı bir yörüngeye karşı geldiğini farklı bir açıdan göstermektedir.



Şekil 4.16: Buharlaşmayı idare eden dinamik sistemin çekicisinin farklı bir açıdan görünüşü.

Bu çekici buharlaşma, rüzgar hızı ve sıcaklık arasındaki dinamik sistemin çekicisini temsil etmektedir. Buharlaşmayı idare eden dinamik sistemin çekicisi, modelin 2. iterasyonu sonunda elde edilmiştir. Yörünge'nin başlangıç noktasına tekrar gelmesi buharlaşmayı idare eden dinamik sistemin periyodik olduğunu gösterir. İkinci iterasyon sonunda elde edilen yeniden kurulmuş bu diferansiyel denklem sistemi için başlangıç koşulu sayısı $j_{\max} = 72$, başlangıç koşullarından itibaren modelin çalışacağı adım sayısı $l_{\max} = 6$ ve iki başlangıç koşulu arasındaki zaman aralığı $d = 20$ 'dir. Diğer taraftan iki veri arasındaki adım uzunluğu $h = 0.25$ ve toplam eleman sayısı $N = 1457$ olarak alınmıştır.

Gerçek buharlaşma değerleri ile modelin vermiş olduğu buharlaşma değerleri arasındaki hata 0.000545'tir. Bu hata değeri 4. mertebeden Runge-Kutta algoritmasının hata sınırları içerisindedir.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada bir meteoroloji istasyonunda ölçülmüş olan değişkenlerden hareketle söz konusu meteorolojik süreci idare eden dinamik sistem tahmin edilmeye çalışılmıştır. Bu amaca yönelik olarak geliştirilmiş olan yörünge metodu kullanılmıştır. Bu metotta orijinal çekiciyi üreten dinamik sistem verilerden hareketle elde edilmektedir. Yörünge metodu, dinamik sistemi idare eden nonlinear bir diferansiyel denklem sistemi kullanmaktadır. Diferansiyel denklem sisteminin katsayıları orijinal yörüngeye en yakın yörüngeyi veren katsayılardır.

Çalışmada Gazimagosa'da 1 Ocak 2000–31 Aralık 2004 tarihleri arasında ölçülmüş olan 5 yıllık buharlaşma, rüzgar hızı ve sıcaklık verileri kullanılmıştır.

Yukarıda adı geçen istasyonun verilerinin kullanılmasının nedeni buharlaşmanın dinamiğini tam olarak ortaya koyabilmek için sürekli verilere olan gereksinimdir.

Değişkenlerin tipik yıllık ortalama davranışları elde edilerek normleştirilmiştir.

Bu şekilde elde edilen seriden kıda-vade meteorolojik salınımlar Fourier analizi yapılarak çıkarılmıştır.

Sonuç seriye yörünge metodu uygulanarak diferansiyel denklem sisteminin katsayıları elde edilmiştir.

Bu şekilde elde edilen dinamik sistemin çekicisi ile orijinal sistemin çekicisi arasındaki fark ihmal edilebilecek düzeydedir. Gerçek buharlaşma değerleri ile modelin vermiş olduğu buharlaşma değerleri arasındaki hata 0.000545'tir. Bu hata değeri 4. mertebeden Runge-Kutta algoritmasının hata sınırları içerisinde.

Elde edilen dinamik sistem kullanılarak süreç hakkında önemli bilgiler ortaya konabilir. Örneğin, değişkenler arasındaki etkileşimler ve nonlinearlık derecesi hakkında önemli bilgiler elde edilebilir, sistemin kararlılık özellikleri incelenebilir, parametrelerde meydana gelen değişmelere ve dış zorlamalara karşı modelin tepkisi incelenebilir ve elde edilen model öngörü amacına yönelik olarak kullanılabilir.

KAYNAKLAR

- Bayazıt, M.**, 1999. Hidroloji, İTÜ, İstanbul.
- Breden, J.L., and Hübler, A.**, 1990. Reconstructing equation of motion from experimental data with unobserved variables, *Physical Review A*, **42**(10), 5817-5826.
- Brutsaert, W.H.**, 1982. Evaporation into the atmosphere: theory, history, and applications, D.Reidel Publ. Co., Dordrecht.
- Burman, R.D., and Pochop, L.O.**, 1994. Evaporation, Evapotranspiration, and Climatic Data, Elsevier Science B.V., Amsterdam.
- Cremers, J., and Hübler, A.**, 1986. Construction of differential equations from experimental data, *Zeitschrift für Naturforschung A*, **42**, 797-802.
- Crutchfield, J.P., and McNamara, B.S.**, 1986. Equations of motion from a data series, *Complex Systems*, **1**, 417-452.
- Eisenhammer, T., Hübler, A., Packard, N., and Kelso, J.A.S.**, 1991. Modeling experimental time series with ordinary differential equations, *Biological Cybernetics*, **65**, 107-112.
- Fetter, C.W.**, 2001. Applied Hydrogeology, University of Wisconsin-Oshkosh, Fourth Eddition, Pearson Education International, New York.
- Koçak, K.**, 1996. Kaotik Davranış Kriteri Olarak Fraktal Boyut Değişimi ve Dinamik Sistemlere Uygulanması, *Doktora Tezi*, İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Ok, M.R.**, 2003. Buharlaştırmanın Hesaplanmasına ve Belirlenmesine Yönelik Bir Model Tasarımı, *Yüksek Lisans Tezi*, İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü Meteoroloji Mühendisliği Ana Bilim Dalı, İstanbul.
- Packard, N.H., Crutfield, J.P., Farmer, J.D., Shaw, R.S.**, 1980. Geometry from a time series, *Physical Review Lett.*, **45**(9), 712-716.

- Perona, P., D’Odorico, P., Porporato, A., and Ridolfi, L.,** 2001. Reconstructing the Temporal Dynamics of Snow Cover from Observations, *Geophysical Research Letters*, **28**, 2975-2978.
- Perona, P., Porporato, A., and Ridolfi, L.,** 2000. On The trajectory Method for the Reconstruction of Differential Equations from Time Series, *Nonlinear Dynamics*, **23**, 13-33.
- Rasmussen, R.M., V.Levizzani, and H.R.Pruppacher,** 1982. A numerical study of the heat transfer through a fluid layer with recirculating flow between concentric and eccentric spheres, *Pageoph*, **120**, 702-720.
- Schneider, S.H.,** 1996. Encyclopedia of Climate and Weather, Oxford University Press, **2**, 817-823, New York.
- Shaw, E.M.,** 1994. Hydrology in practice , Prentice-Hall Publishing Co., New York.
- Sumner, G.N.,** 1988. Precipitation: Process and Analysis, Chichester : John Wiley and Sons, New York.
- Tarıkahya, R.,** 1973. Meteorolojik Aletler, İTÜ, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Başbakanlık Basımevi, Ankara.

ÖZGEÇMİŞ

Erdem BERBER 1979 yılında İstanbul’da doğdu. 1996 yılında İstanbul Bahçelievler Kemal Hasoğlu Lisesi’nden mezun oldu. 1998 yılında girdiği İ.T.Ü. Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Meteoroloji Mühendisliği Bölümünü 2003 yılında “İstanbul’da Doğalgaz Öncesi ve Sonrası Hava Kirliliğinin Zamansal Değişimi” adlı tez çalışmasını vererek tamamladı.