

İTÜ



# 24. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ BİLDİRİLER KİTABI



## Editörler

Mehmet H. Omurtag

Asaf Zamanov

Nihal Eratlı

Abdullah Avey

Azerbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi  
Bakü

02-05 Eylül 2025



Teorik ve Uygulamalı Mekanik Türk Milli Komitesi  
Theoretical and Applied Mechanics Turkish National Committee  
<https://tumtmk.org.tr/>

# 24. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ

02 - 05 Eylül 2025

Azerbaycan Pedagoji Üniversitesi

Bakü - Azerbaycan

## BİLDİRİLER KİTABI

2025  
İstanbul - Türkiye

**24. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ - BİLDİRİLER KİTABI**  
**(02-05 EYLÜL 2025 BAKÜ)**

**Editörler, Mehmet H. Omurtag, Asaf Zamanov, Abdullah Avey, Nihal Eratlı**

İstanbul, 2025

**e-ISBN 978-975-561-748-0**

İTÜ Yayınevi. No: 2025.2/27

© İTÜ Yayınevi

Bu kitabın her hakkı saklıdır ve tüm yayın hakları "İTÜ Yayınevi"ne aittir. Bu kitabın tamamı ya da herhangi bir bölümü, yayınevinin izni olmaksızın yayınlanamaz, basılamaz, mikrofilme çekilemez, doğrudan veya dolaylı olarak kullanılamaz. Teksir, fotokopi veya başka teknikle çoğaltılamaz, bilgisayarda veya dizgi makinelerinde işlenebilecek bir ortama aktarılamaz. Kitapta yayınlanan tüm metin ve görsellerin sorumluluğu yazar/yazarlara aittir.

Ulusal Mekanik Kongresi (24: 2025: Bakü)  
24. Ulusal Mekanik Kongresi-Bildiriler Kitabı (02-05 Eylül 2025 Bakü) / Editörler, Mehmet H. Omurtag, Asaf Zamanov, Abdullah Avey, Nihal Eratlı. İstanbul: İTÜ Yayınevi, 2025.  
435 sayfa. -- (İTÜ Yayınevi. No: 2025.2/27)  
Kaynakçalar vardır.  
ISBN 978-975-561-748-0  
1. Mekanik-- Kongreler  
QA801.U48 2025

CIP

**İTÜ YAYINEVİ**

Sertifika No: 70051

İTÜ Ayazağa Kampüsü

Mustafa İnan Kütüphanesi

34469 Maslak İSTANBUL

0212 285 75 05

[www.ituyayinevi.itu.edu.tr](http://www.ituyayinevi.itu.edu.tr) / [ituyayinevi@itu.edu.tr](mailto:ituyayinevi@itu.edu.tr)



## **DÜZENLEME KURULU**

**Mehmet H. OMURTAG**, TUMTMK Başkanı, İstanbul Medipol Üniversitesi, Türkiye  
**Asaf ZAMANOV**, Azərbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi Rektör Yardımcısı, Azərbaycan  
**Hasan MANDAL**, İstanbul Teknik Üniversitesi Rektörü, Türkiye  
**Cafer CAFEROV**, Azərbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi Rektörü, Azərbaycan  
**Elçin BABAYEV**, Bakü Devlet Üniversitesi Rektörü, Azərbaycan  
**Gülçöhrə MEMMEDOVA**, Azərbaycan Mimarlık ve İnşaat Mühendisliği Üniversitesi Rektörü, Azərbaycan  
**Yagub PIRIYEV**, Bakü Mühendislik Üniversitesi Rektörü, Azərbaycan  
**Vilayət VELIYEV**, Azərbaycan Teknik Üniversitesi Rektörü, Azərbaycan  
**Ahmed VALIYEV**, Odlar Yurdu Üniversitesi Rektörü, Azərbaycan  
**Vladimir NAZARENKO**, Ukrayna Ulusal Bilimler Akademisi Mekanik Enstitüsü Müdürü, Ukrayna  
**Abdullah AVEY**, TUMTMK Başkan Yardımcısı, İstanbul Ticaret Üniversitesi, Türkiye  
**Nihal ERATLI**, TUMTMK Genel Sekreteri, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye

## **DANIŞMA KURULU**

**Arif HASIMOV**, ANAS Başkan Yardımcısı, Azərbaycan  
**Ali ABBASOV**, ANAS, Yönetim Sistemleri Enstitüsü Müdürü, Azərbaycan  
**Misir MARDANOV**, IMM Müdürü, Azərbaycan  
**Mehammed MEHDİYEV**, ANAS, Bakü Devlet Üniversitesi, Azərbaycan

## **BİLİMSEL KOMİTE**

**Ünal ALDEMİR**, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Nalan ANTAR**, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Hakan ARGESO**, Atılım Üniversitesi, Türkiye  
**Ümit ARIBAŞ**, İstanbul Medipol Üniversitesi, Türkiye  
**Şenol ATAĞLU**, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Atilla AŞKAR**, Koç Üniversitesi, Türkiye  
**Ersin AYDIN**, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Türkiye  
**İlkay BAKIRTAŞ**, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Alemdar BAYRAKTAR**, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Ahmet BİRİNCİ**, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Orhan BUYUKALACA**, Çukurova Üniversitesi, Türkiye  
**Zekai CELEP**, Fatih Sultan Mehmet Vakıf Üniversitesi, Türkiye  
**Ömer CİVELEK**, Akdeniz Üniversitesi, Türkiye  
**İsa ÇÖMEZ**, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Faruk F. ÇALIM**, Adana Alparslan Türkeş Üniversitesi, Türkiye  
**Babür DELİKTAŞ**, Uludağ Üniversitesi, Türkiye  
**Hilmi DEMİRAY**, Işık Üniversitesi, Türkiye  
**Mehmet DÖRDÜNCÜ**, İzmir Yüksek Teknoloji Üniversitesi, Türkiye  
**Nihal ERATLI**, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Merve ERMIŞ**, Kırklareli Üniversitesi, Türkiye  
**Ahmet ERGİN**, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Avadis HACINLIYAN**, Yeditepe Üniversitesi, Türkiye  
**Abdul HAYIR**, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Esin İNAN**, Işık Üniversitesi, Türkiye  
**Volkan KAHYA**, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Akif KUTLU**, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Emrah MADENCİ**, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Türkiye  
**Atakan MANGIR**, İstanbul Medipol Üniversitesi, Türkiye  
**Zahit MECİTOĞLU**, İstanbul Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Mustafa ÖZAKÇA**, Gaziantep Üniversitesi, Türkiye  
**Attila ÖZÜTOK**, KTO Karatay Üniversitesi, Türkiye  
**Ali ÖZTÜRK**, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Türkiye  
**Serdar SOYOZ**, Boğaziçi Üniversitesi, Türkiye  
**Beytullah TEMEL**, Çukurova Üniversitesi, Türkiye  
**Egemen TEOMETE**, Dokuz Eylül Üniversitesi, Türkiye  
**Naki TÖTÜNCÜ**, Çukurova Üniversitesi, Türkiye  
**Mehmet ÜLKER**, Maltepe Üniversitesi, Türkiye  
**Nazmiye YAHNIOĞLU**, Yıldız Teknik Üniversitesi, Türkiye  
**Murat YAYLACI**, Recep Tayyip Üniversitesi, Türkiye

## **YEREL KOMİTE**

**Asaf ZAMANOV**, Azərbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi, Azərbaycan  
**İlham PIRMEMMEDOV**, Azərbaycan Teknik Üniversitesi, Azərbaycan  
**Yusif SEVDİMALIYEV**, Bakü Devlet Üniversitesi, Azərbaycan  
**Yusif ALIYEV**, Azərbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi, Azərbaycan  
**Natig AHMEDOV**, Azərbaycan Devlet İktisat Üniversitesi, Azərbaycan  
**Gelani PANAHOV**, Azərbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi, Azərbaycan  
**Rehim RZAYEV**, Azərbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi, Azərbaycan  
**İbrahim BAYRAMOV**, Azərbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi, Azərbaycan  
**Mübariz ASADOV**, Azərbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi, Azərbaycan

## ÖNSÖZ

**International Congress on New Trends in Mechanics (ICNTM25)** ile **Ulusal Mekanik Kongresi (UMK24)** 2-5 Eylül 2025 tarihinde **Azerbaycan Pedagoji Üniversitesi Bakü**'de birlikte gerçekleştirildi.

**Teorik ve Uygulamalı Mekanik Türk Milli Komitesi (TUMTMK)**'nin tarihçesini kısaca vermek gerekir ise; TUMTMK, 31 Ağustos 1976 tarihinde İstanbul Teknik Üniversitesi'nden yedi profesör tarafından kurulmuştur. 1977 yılında, mekanik biliminin gelişimini kongreler, sempozyumlar ve yaz okulları aracılığıyla teşvik eden uluslararası, hükümet dışı, kâr amacı gütmeyen bilimsel bir kuruluş olan **International Union of Theoretical and Applied Mechanics (IUTAM)** üye olmuştur. Daha sonra, 1994 yılında TUMTMK, mühendislik ve uygulamalı bilimlerde nümerik yöntemler ve bilgisayar simülasyonlarıyla ilgilenen Avrupa üniversiteleri, araştırma kurumları ve sanayi kuruluşları arasındaki iş birliğini geliştirmeyi amaçlayan **European Community on Computational Methods in Applied Sciences (ECCOMAS)**'a katılmıştır.

TUMTMK'nın Türkiye'deki çalışmaları, IUTAM ve ECCOMAS'ın misyonlarıyla yakın uyum içinde yürütülmektedir. Bu nedenle, mekanik alanında teorik ve uygulamalı bilimsel gelişmeleri kongreler yoluyla destekleyen ulusal, kâr amacı gütmeyen bir bilimsel kuruluştur. Kuruluşundan bu yana, TUMTMK Ulusal Mekanik Kongrelerini aralıksız olarak 48 yıldır her iki yılda bir Türkiye'nin farklı şehirlerinde, farklı üniversitelerde düzenlemiştir. Her kongrede bir gün mutlaka "sosyal gün" olarak ayrılır. Böylece araştırmacılar kongreyi tertipleyen bölgenin kendine özgü adetlerini ve kültürünü yakından tanıma fırsatı elde ediyor. Bu yaklaşım, düzenlediğimiz kongrelerin yalnızca bilimsel toplantılar olmadığını, aynı zamanda akademik ve kültürel etkileşimi teşvik eden özel etkinlikler olduğunu açıkça ortaya koymaktadır. Etkinliklerimizi diğer kongrelerden ayıran da işte bu çok yönlü yaklaşımdır.

İlk kez **24. Ulusal Mekanik Kongresi (UMK24)**, uluslararası bir kongre olan **International Congress on New Trends in Mechanics (ICNTM25)** ile birlikte Bakü'de gerçekleştirilmiştir. **Uluslararası kongrede 90 sunum** yer alırken, **ulusal kongrede 30 sunum** yapılmıştır.

Açılışın sabah programında konuşmaları ile kongre etkinliğinin Türkiye-Azerbaycan arasındaki bilimsel etkileşimin değerine vurgu yapan değerli isimler:

- **Prof. Dr. Asaf ZAMANOV** (Düzenleme Kurulu Başkanı, Azerbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi Rektör Yardımcısı, Azerbaycan),
- **Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG** (Düzenleme Kurulu Başkanı, Teorik ve Uygulamalı Mekanik Türk Milli Komitesi Başkanı, İstanbul Medipol Üniversitesi, Türkiye),
- **Prof. Dr. Cafer CAFEROV** (Azerbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi Rektörü, Azerbaycan),
- **Prof. Dr. Misir MARDANOV** (Azerbaycan Cumhuriyeti Bilim ve Eğitim Bakanlığı Matematik ve Mekanik Enstitüsü Genel Direktörü, Azerbaycan),
- **Dr. Elza SAMEDOVA** (Azerbaycan Cumhuriyeti Bilim ve Eğitim Bakanlığı Yetkilisi, Azerbaycan)
- **Prof. Dr. Arif HAŞIMOV** (Azerbaycan Milli Bilimler Akademisi Akademik Sekreteri, Azerbaycan Cumhuriyeti Bilim ve Eğitim Bakanlığı Fizik Enstitüsü Genel Direktörü, Azerbaycan),
- **Prof. Dr. Ali ABBASOV** (Azerbaycan Cumhuriyeti Bilim ve Eğitim Bakanlığı, Yönetim Sistemleri Enstitüsü Genel Direktörü, Azerbaycan)

- **Assoc. Prof. Dr. Rufat AZIZOV** (Azerbaycan Devlet Petrol ve Sanayi Üniversitesi Rektörü, Azerbaycan)
- **Prof. Dr. Şenol ATAÖĞLU** (İstanbul Teknik Üniversitesi Rektör Yardımcısı, Türkiye).

Geniş erişilebilirlik ve uluslararası katılımı artırma hedefimiz doğrultusunda, kongre sunumları hibrit formatta gerçekleştirilmiştir. Çevrimiçi oturumlarda gerçekleştirilen sunumlar önceden kaydedilmiş videoların izlenmesi biçiminde gerçekleştirilmiş ve her sunum sonrası bildirden sorumlu bir araştırmacı online olarak soruları yanıtlamak üzere hazır bulunmuştur. Böylece oturumu izleyen araştırmacıların bildiri tartışmalarına imkân sağlanmıştır.

Bu uluslararası kongrenin ilk kez Bakü'de düzenlenmesi son derece anlamlıdır. Her şeyden önce, mekanik topluluğunun bir parçası olarak, kardeş ülke Azerbaycan ile bilimsel bağların güçlendirilmesi çok değerlidir. Bu çabanın başarılı olmasını yürekten diliyoruz. Bilimsel kültürler farklı olabilir; ancak bilim evrenseldir. Farklı bilimsel kültürler bir araya geldiğinde, faydalı ve kayda değer gelişmelerin ortaya çıkması mümkündür. Bu tür ilerlemeleri teşvik etmek için düzenlenen ICNTM25 ve UMK24'e dünyanın dört bir yanından katılımlar gerçekleşti.

Uluslararası düzeyde yüksek itibara sahip altı seçkin davetli konuşmacı; **Prof. Dr. Erdoğan MADENCİ**, **Prof. Dr. Endel IARVE**, **Prof. Dr. Ertuğrul TACİROĞLU**, **Prof. Dr. Timon RABCZUK**, **Prof. Dr. Farman MAMEDOV**, **Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV** sundukları üst düzey bilimsel bildirilerle ICNTM25 ve UMK24'e büyük bilimsel katkı sağladılar. Bu bağlamda, kendilerine en içten teşekkürlerimizi sunarız. Ayrıca, genç akademisyenler ve akademisyen adayları da alanlarında çok değerli akademisyenlerin sunumlarını da izleme imkanına sahip oldular. Özellikle genç katılımcıların bu önemli fırsatı çok iyi değerlendirdiklerini ve kıymetli bilim insanlarından olabildiğince faydalanmaya çalıştıklarını gözlemledik.

TUMTMK ve tüm mekanik topluluğu adına, ICNTM25 ve UMK24'ün Bakü'de gerçekleşmesinde büyük emekleri olan **Prof. Dr. Asaf ZAMANOV** ile **Prof. Dr. Abdullah AVEY'e** ve kongreye sağladığı sponsorluk desteği nedeni ile sayın **Dr. Emin BAGIROV'a** da içten teşekkürlerimizi sunarız.

Saygılarımla.

**Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG**

TUMTMK Başkanı  
İstanbul Medipol Üniversitesi  
Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi  
İnşaat Mühendisliği Bölümü  
[mhomurtag@medipol.edu.tr](mailto:mhomurtag@medipol.edu.tr)  
[omurtagm@gmail.com](mailto:omurtagm@gmail.com)

**TEŞEKKÜR:** ICNTM25 ve UMK24'ün Bakü'de gerçekleşmesi için geri planda ya da görünür alanda hizmet eden ve isimleri aşağıda yazılmış olan değerli emekçilere içtenlikle teşekkür ederiz.

**Azərbaycan Devlet Pedagoji Üniversitesi:**

**Reşad Sadıkov**

**İlkin Asgerli**

**Turan Kerimli**

**Taleh Mirzeyev**

**Nurlan Semedov**

**İkram Aslanov**

**Nermin Cumşudova**

**Raya Babayeva**

**Perizad Rzazade**

**Terlan Ağayev**

**Aytaç Abbasova**

**Şahin Memmedli**

**Aytaç İsrailova**

**Nizami İbrahimov**

**Sevda Memmedli**

**Nezrin Nuriyeva**

**Nübar Mustafayeva**

**Zehra Memmedova**

**Şirinhanım Semedzade**

**Revan Qafarzade**

**Reşide Nebizade**

**Zehra Allahverdiyeva**

**Nezrin Hesenzade**

**Türkiye'den:**

**Kadir Kaya**

**Merve Ermiş**

**Ümit N. Arıbaş**

**Abdulhamit Nakipoğlu**

**Abdulkadir Solak**

**Yonca Bab**



## INTERNATIONAL CONGRESS ON NEW TRENDS IN MECHANICS

[icntm.tumtmk.org.tr](http://icntm.tumtmk.org.tr)

# TNCTAM

Turkish National Committee of  
Theoretical and Applied Mechanics

## 24. ULUSAL MEKANİK KONGRESİ

[umk24.tumtmk.org.tr](http://umk24.tumtmk.org.tr)

# TUMTMK

Teorik ve Uygulamalı Mekanik  
Türk Milli Komitesi

► September 02-05, 2025

► 02-05 Eylül 2025

AZERBAIJAN  
STATE PEDAGOGICAL UNIVERSITY

AZERBAIJAN  
DEVLET PEDAGOJİ ÜNİVERSİTESİ

## Conference program – Baku time (GMT+4)

08:30 — Visit of the International Congress participants to the Heydar Aliyev Memorial in the Alley of Honor

**Venue: Azerbaijan State Pedagogical University (ASPU)**

### **Tuesday, September 2 — Main Campus, Baku**

09:00–10:00 — *Registration*  
10:00–11:00 — *Opening Ceremony*  
11:00–11:30 — **Invited Speaker Session 1**  
11:30–11:50 — *Coffee Break*  
11:50–12:20 — **Invited Speaker Session 2**  
12:20–13:30 — *Lunch*  
13:30–14:30 — **Parallel sessions 1** (5 Halls)  
14:30–14:45 — *Coffee Break*  
14:45–15:15 — **Invited Speaker Session 3**  
15:15–15:30 — *Coffee Break*  
15:30–16:45 — **Parallel sessions 2** (5 Halls)  
16:45–17:00 — *Coffee Break*  
17:00–18:15 — **Parallel sessions 3** (5 Halls)  
19:00 — **Gala Dinner** (Details to be announced)

### **Wednesday, September 3 — Main Campus, Baku**

08:30–09:00 — *Registration*  
09:00–10:00 — **Parallel sessions 4** (5 Halls)  
10:00–10:15 — *Coffee Break*  
10:15–10:45 — **Invited Speaker Session 4**  
10:45–11:00 — *Coffee Break*  
11:00–12:00 — **Parallel sessions 5** (4 Halls)  
12:00–13:30 — *Lunch*  
13:30–14:00 — **Invited Speaker Session 5**  
14:00–14:15 — *Coffee Break*  
14:15–14:45 — **Invited Speaker Session 6**  
14:45–15:00 — *Coffee Break*  
15:00–16:30 — **Parallel sessions 6** (4 Halls)

### **Thursday, September 4 — Guba Branch, Guba**

10:00–10:30 — Meeting with the Head of Guba District executive authority  
10:30–11:00 — Visit of the International Congress participants to the Heydar Aliyev Memorial in Guba city  
11:00–12:00 — **Parallel sessions 7** (2 Halls)  
12:00–12:30 — *Closing Meeting*  
12:30–14:00 — *Lunch*  
14:00 — *Social Activity* (Details to be announced)

## SEPTEMBER 02, TUESDAY

08:30 Visit of the International Congress participants to the Heydar Aliyev Memorial in the Alley of Honor

09:00 – 10:00 Registration

### Hall 1

10:00 –11:00 **Opening Ceremony**

#### Congratulatory speeches

**Prof. Dr. Asaf ZAMANOV**

Chairman of the Organizing Committee

Vice-rector of Azerbaijan State Pedagogical University, Azerbaijan

**Prof. Dr. Mehmet H. OMURTAG**

Chairman of the Organizing Committee

Head of Theoretical and Applied Mechanics Turkish National Committee

Istanbul Medipol University, Turkiye

**Prof. Dr. Jafar JAFAROV**

Rector of Azerbaijan State Pedagogical University, Azerbaijan

**Prof. Dr. Misir MARDANOV**

General Director of the Institute of Mathematics and Mechanics of the Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan, Azerbaijan

**Dr. Elza SAMEDOVA**

Representing the Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan, Azerbaijan

**Prof. Dr. Arif HAŞIMOV**

Academic Secretary of the Azerbaijan National Academy of Sciences, General Director of the Institute of Physics of the Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan, Azerbaijan

**Prof. Dr. Ali ABBASOV**

General director of the Institute of Management Systems of the Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan, Azerbaijan

**Assoc. Prof. Dr. Rufat AZIZOV**

Rector of Azerbaijan State Oil and Industry University, Azerbaijan

**Prof. Dr. Şenol ATAÖĞLU**

Vice-rector of Istanbul Technical University, Turkiye

### Invited Speaker Session 1

**Hall 1**      **Session Chair:** Prof.Dr. Mehmet H. OMURTAG

11:00 –11:30 **Prof.Dr. Erdogan MADENCI**

“Power of Differentiation through Integration: The Peridynamic Differential Operator”

11:30 –11:50 *Coffee Break*

### Invited Speaker Session 2

**Hall 1**      **Session Chair:** Prof.Dr. Asaf ZAMANOV

11:50 –12:20 **Prof.Dr. Endel IARVE**

“Discrete Damage Modelling by Using Regularized Extended Finite Element Method”

12:20–13:30 *Lunch*

# SEPTEMBER 02, TUESDAY

## Parallel Sessions 1

### Hall 1 : (ICNTM25) Nonlocal and Mesh-Free Methods

**Session Chair** : Prof.Dr. Erdoğın Madenci, Prof.Dr. Farman Mamedov

- 
- 13:30 – 13:45 **H.Ç. Yılmaz, S. Kacın, E. Oterkus, S. Oterkus**, Peridynamic Modelling of Quasi-Brittle Materials
- 
- 13:45 – 14:00 **K. Bagdiken, U. Altay, M. Dorduncu, A. Tasdemirci**, Localized Plastic Deformation and Crack Propagation in Ductile Materials using Peridynamic Theory
- 
- 14:00 – 14:15 **R. Sasanian, O. Elcin, M. Dorduncu, H.H. Camuz, E. Madenci**, Peridynamic Differential Operator-Based Modelling of Thickness-Dependent Cure Kinetics in Aerospace-Grade Prepreg Systems
- 

### Hall 2 : (ICNTM25) Fluid Mechanics

**Session Chair** : Prof. Dr. Surkay D. Akbarov, Assoc. Prof. Dr. Zafer Kütüğ

- 
- 13:30 – 13:45 **A.E. Imamliyev, Z. Kütüğ**, On the Wave Dispersion Problem Related to the Hydroelastic System Consisting of FGM Plate and Compressible Fluid Layer
- 
- 13:45 – 14:00 **R.S. Akbarli**, Modeling Wave Dynamics in Elastic Shells Containing Two-Phase Bubbly Fluids
- 
- 14:00 – 14:15 **M.F. Pala**, On the Method for Solving Problems of Forced Vibration of a Moving Piezoelectric Plate in Contact with a Viscous Fluid
- 

### Hall 3 : (ICNTM25) Applied Mathematics

**Session Chair** : Prof.Dr. Veli Gurbanov, Assoc. Prof. Dr. Mahir Mekhtiev

- 
- 13:30 – 13:45 **A.Sahmurova**, Dynamics in Predator-Prey Systems: Integrating Immune Responses and Reaction-Diffusion
- 
- 13:45 – 14:00 **V. Shakhmurov**, Regularity Properties of Nonlocal Wave Equations and Applications
- 
- 14:00 – 14:15 **N. Rasulov, U. Nadirov**, Quality Management in the Machine-building Industry: Modern Approaches and Strategies for Efficiency Enhancement
- 
- 14:15 – 14:30 **R. Z. Humbataliyev, Y. N. Hasanov, M. M. Mamedov**, Mathematical Modeling on Production Growth
- 

### Hall 4 : ONLINE (ICNTM25) Applied Mechanics

**Session Chair** : Prof.Dr. Natiq Akhmedov, Assoc. Prof.Dr. Umit N. Aribas

- 
- 13:30 – 13:45 **Ş.M. Ünlü**, Impact Resistance and Weight Optimization of Infill Sandwich and Honeycomb Sandwich Structures produce from PLA/LW-PLA Using Fused Deposition Modelling (FDM) Method
- 
- 13:45 – 14:00 **O. Ayaz, A.R. Noori, B. Sivri, B. Temel**, Free Vibration Analysis of Axially FGM Axisymmetric Cylindrical Shells
- 
- 14:00 – 14:15 **A.P. Özer, A.R. Noori, T.A. Aslan, B. Temel**, Viscoelastic Analysis of Beams with FGP Material Resting on Pasternak Foundation
- 
- 14:15 – 14:30 **L.T. Aktaş, M. Çevik**, Impact Location Effects on Ballistic Performance of Checkerboard-Formation Ceramic Sphere Armor
- 

### Hall 5 (SALON 5): (24.UMK) Hesaplamalı ve Deneysel Mekanik

**Session Chair** : Prof.Dr. Latif Talybly, Prof.Dr. Babür Deliktaş

- 
- 13:30 – 13:45 **A.Tariq, B. Deliktaş, M.Ö. Yaylı**, Sonlu Elemanlar Analizinde Malzeme Modellerinin Verimli Kalibrasyonu için Yeni Bir Makine Öğrenimi Destekli Ters Metodolojisi
- 
- 13:45 – 14:00 **M.Z. Karabacak, M.T. Göğüş, A. Güleç**, Pet Atıklarının Sürdürülebilirlik Açısından Alternatif Kullanımının Araştırılması
- 
- 14:00 – 14:15 **M. Gül, R. Güçlü**, Mikro Uydu Yapılarında Sanki-Statik Yüklerin Analizi ve Sinüs Patlama Testi ile Deneysel Doğrulama
- 

14:30 – 14:45 *Coffee Break*

## SEPTEMBER 02, TUESDAY

### Invited Speaker Session 3

**Hall 1**      **Session Chair:** Prof.Dr. Endel IARVE

14:45 –15:15    **Prof.Dr. Ertugrul TACIROGLU**

"Computational Science in Service of Natural Hazards Engineering Applications, Challenges, Opportunities"

15:15 –15:30    *Coffee Break*

### Parallel Sessions 2

#### **Hall 1 : (ICNTM25) Applied Mechanics**

**Session Chair :** Prof.Dr. Mehmet H. Omurtag, Prof.Dr. Rahim Rzayev

---

15:30 – 15:45    **V. Biscotti, M. Esposito, M. Gherlone**, Optimal Strain Sensor Layouts for Shape Sensing of Thin-Walled Structures using the Single Sensor Based Inverse Finite Element Method

---

15:45 – 16:00    **O. Colak**, Cooperative Viscoplasticity Theory Based on Overstress for Bridging Experimental Insight and Design Needs

---

16:00 – 16:15    **E. Koc, E. Kahraman, U.N. Aribas, M. Ermis, M.H. Omurtag**, Moderately Large Deflection Analysis of Sandwich Elliptical Arcs via Mixed Finite Element Method

---

16:15 – 16:30    **M. Ermis, U.N. Aribas, N. Eratli, M.H. Omurtag**, Beating Response of FG-GPLRC Planar Curved Beams with Temperature-Dependent Material Properties under Harmonic Loading via Mixed FEM

---

16:30 – 16:45    **Y. Bab, M. Dorduncu, A. Kutlu, B. Markert**, Static Analysis of Laminated Composite Plates Using PDDO and HSDT

---

#### **Hall 2 : (ICNTM25) Applied Mathematics I**

**Session Chair :** Prof.Dr. Nazmiye Yahnioğlu, Prof.Dr. Yashar Mehraliyev

---

15:30 – 15:45    **M. Mekhtiev, S. Akbarova**, Asymptotic Solution of the Problem of the Theory of Elasticity for a Transverse-Isotropic Cylinder with a Closed Side Surface

---

15:45 – 16:00    **N. Akhmedov, S. Hasanova**, Analysis of Homogeneous Solutions to the Torsion Problem for a Radially Inhomogeneous Cylinder

---

16:00 – 16:15    **T. Gasymov, B. Akhmadli**, On the Strong Solvability of a Nonlocal Boundary Value Problem for the Laplace Equation in Weighted Grand Lebesgue Spaces in Rectangle

---

16:15 – 16:30    **Y.M. Sevdimaliyev, Y.T. Mehraliyev, A.F. Huseynova**, A Nonlinear Inverse Boundary Value Problem of Simultaneous Determination of the Right-Hand Side and the Coefficient in a Sixth-Order Boussinesq Equation

---

#### **Hall 3 : (ICNTM25) Mechanics of Structures and Materials**

**Session Chair :** Prof.Dr. Asaf Zamanov, Assoc. Prof.Dr. Vefa Okumuş

---

15:30 – 15:45    **M.N. Alhasan, M.T. Göğüş**, Improving Seismic Resilience through Enhanced Buckling Restrained Bracing Systems

---

15:45 – 16:00    **A.Solak, M. Kamanlı, A. Ünal, S. Cengiz**, Numerical Investigation of the Effect of Axial Load on Torsion in Reinforced Concrete Columns

---

16:00 – 16:15    **V. Okumuş**, Seismic Response of Unreinforced Masonry Buildings under Vertical Ground Motion: A Macroelement Approach

---

16:15 – 16:30    **T. İnal, I.E. Şahin**, Creep Prediction of a Gas Turbine NGV with Finite Element Analysis and Experimental Assessment

---

16:30 – 16:45    **A.Z. Kayar, Y. Irmak, D. Yavaş, D. Çöker**, Experimental Investigation of Interfacial Fracture and Sliding of 3D-printed Bi-material Interfaces

---

## SEPTEMBER 02, TUESDAY

### Hall 4 : ONLINE (ICNTM25) Applied Mathematics II

Session Chair : Prof. Dr. Veli Shakhmurov, Assoc. Prof. Dr. Fatih Aylikci

- 
- 15:30 – 15:45 **E.G. Çelik, N. Antar**, Solitary Wave Dynamics in a (1+1)D Fractional Cubic-Quintic NLS Equation with Self-Steepening
- 
- 15:45 – 16:00 **M. Turgut, İ. Bakırtaş**, Influence of a Double-Well Potential on Solitons in the Pure Quintic NLS Equation with Fourth-Order Diffraction
- 
- 16:00 – 16:15 **I.Hasanov**, Calculation of Dynamic Loads in Sealing Assemblies
- 
- 16:15 – 16:30 **A.Okan, M. Şahin**, Fully-Coupled  $k$ - $\omega$ -SST Turbulence Model Implementation for Nonlinear Newton Method in Unstructured Vertex-Based HEMLAB Algorithm
- 
- 16:30 – 16:45 **A.Imanov, I. Khalilov**, Design of stator profiles of vane pumps based on curvature
- 

### Hall 5 (SALON 5): (24.UMK) Yapı Mekaniği

Session Chair : Prof.Dr. Mustafa Özakça, Prof. Dr. İlham Pirmamedov

- 
- 15:30 – 15:45 **N. Kütük, M. Özakça, E.E. Karataş**, Farklı Boşluklara Sahip Çift Doğrultulu Betonarme Döşemelerin Yük Taşıma Kapasitesi
- 
- 15:45 – 16:00 **Ö.F. Sancak, M.Z. Özyurt**, Betonda Pet İkamesinin ve FRP Sargının Mekanik Özelliklere Etkisi
- 
- 16:00 – 16:15 **A.Polat, B. Deliktaş, M. Yazıcı, M.Ö. Yaylı**, Kaynak Hattı ve Fiber Yöneliminin Fiber Takviyeli Termoplastik Kompozitlerin Mekanik Davranışına Etkilerinin İncelenmesi
- 
- 16:15 – 16:30 **B. Oğuz, M.S. Döndüren, M.G.O. Al-Hagri, A. Nakipoğlu**, Köprülerde Makro Modelleme Yöntemi ile Dinamik Parametrelerin Belirlenmesi
- 
- 16:30 – 16:45 **N.A. Mominzai, M.S. Döndüren, A. Nakipoğlu, M.G. Al-Hagri, B. Oğuz**, Donatılı Bir Yığma Yapıda Oluşan Dinamik Parametrelerin Deneysel Olarak Belirlenmesi
- 

16:45 – 17:00 *Coffee Break*

## Parallel Sessions 3

### Hall 1 : (ICNTM25) Fluid Mechanics

Session Chair : Prof.Dr. Gelani Panahov, Prof.Dr. Can F. Delale

- 
- 17:00 – 17:15 **C.F. Delale, S. Pasinlioglu**, A Bubble Dynamics Based Hydrodynamic Cavitation Model and its Application to Cavitating Nozzle Flows
- 
- 17:15 – 17:30 **H.U. Naseer, D. Izbassarov, M. Muradoglu**, Heat Transfer in a Turbulent Bubbly Channel Flow with Soluble Surfactant Contamination
- 
- 17:30 – 17:45 **A.A. Cinar, B. Sukuroglu, A.G. Gungor**, Lattice Boltzmann Simulation of Flow in a Coaxial Combustor Using Immersed Boundary Method
- 

### Hall 2 : HYBRID (ICNTM25) Applied Mathematics and Mechanics

Session Chair : Prof.Dr. Isa Khalilov , Prof.Dr. Farman Mamedov

- 
- 17:00 – 17:15 **H. Sadeghian, A. Assadollahi, M. R. Ayatollahi**, Effects of Ambient Temperature on the Mechanical Properties and Fracture Behaviors of Material Extrusion Components
- 
- 17:15 – 17:30 **V.A. Magerramov**, Equation of Dynamics of the Scanning Drive of an Infrared Telescope
- 
- 17:30 – 17:45 **A.Soloviev, M. Germanchuk, O. Abraha**, Inverse Problem of Determining Surface Damage of Extended Structures **(Online)**
- 
- 17:45 – 18:00 **M.A. Isah, D. Kaya, A. Yokus**, Generalized Solitary Wave Solutions of Boussinesq-Type Equations: Analytical and Physical Insights via the  $\phi^6$ - Model Expansion Method **(Online)**
- 
- 18:00 – 18:15 **S. E. Cankaya, A. Hayir**, Scattering and Propagation of SH Waves in a Plate with a Circular Inclusion **(Online)**
-

## SEPTEMBER 02, TUESDAY

### Hall 3 : HYBRID (ICNTM25) Mechanics of Structures and Materials I

Session Chair : Prof.Dr. Latif Talybly, Prof.Dr. Mehmet Kamanlı

- 
- 17:00 – 17:15 **S.H.Haçbin, E. Teomete**, Strain Sensitivity of 13mm-Steel Fiber Reinforced Smart Polymer Composite under Cyclic Tension Test (**Online**)
- 
- 17:15 – 17:30 **B. Kimeñçe, S. Kömürçü, U. Kimeñçe**, Investigation of Crack Propagation in Masonry Structures by Experimental and Numerical Methods
- 
- 17:30 – 17:45 **N. Kütük, M. Özakça, E.E. Karataş**, Investigation of the Punching Behavior of Reinforced Concrete Biaxial Hollow Core Slabs
- 

### Hall 4 : ONLINE (ICNTM25) Mechanics of Structures and Materials II

Session Chair : Prof.Dr. Ozgen Colak, Prof. Dr. Natiq Akhmedov

- 
- 17:00 – 17:15 **V. Buryachenko**, Local and Nonlocal Computational Analytical Micromechanics of Heterogeneous Materials
- 
- 17:15 – 17:30 **M. S. Tamtekin, O. Colak, O. Bakbak, B. E. Birkan**, Tensile Behavior of Functionalized Graphene - Epoxy Nanocomposites
- 
- 17:30 – 17:45 **M. Alhasan, V. Kahya, K. Haciefendioğlu**, Time-Series Causal Inference for Engineering Structures Using High-Speed Vision Data
- 
- 17:45 – 18:00 **R. Alizade, K. Huseynzade**, Structural and Constructional Synthesis of New Manipulators with General Constraint Two.
- 

### Hall 5 (SALON 5): (24.UMK) Katı Cisim Mekaniği

Session Chair : Prof. Dr. Abdullah Avey, Prof.Dr. Ertugrul Taciroglu

- 
- 17:00 – 17:15 **M. Aydogdu**, Türkiye Adresli 2015-2025 Yılları Aralığındaki SCI İndeksli Mekanik Alanındaki Yayınlar ve bu Yayınların Dünyadaki Durumu
- 
- 17:15 – 17:30 **E. Kahraman, E. Koc, U.N. Aribas, M. Ermis, M.H. Omurtag**, Sandviç Süper-eliptik Kirişlerin Nispeten Büyük Yer Değiştirmelerinin Karışık Sonlu Elemanlarla Analizi
- 
- 17:30 – 17:45 **M. Arda**, Eksenel Derecelendirilmiş Nano Çubukların Dinamik Analizinde Kullanılan Yaklaşık Çözüm Yöntemlerinin Performans Analizi
- 
- 17:45 – 18:00 **B. Gür, M. Özakça**, Doğrusal Olmayan Kompozit Kirişlerin Sıcaklık Değişimine Bağlı Olarak İncelenmesi
- 

## Gala Dinner

# SEPTEMBER 03, WEDNESDAY

08:30 – 09:00 *Registration*

## Parallel Sessions 4

### Hall 1 : (ICNTM25) Mechanics of Structures and Materials

**Session Chair** : Prof.Dr. B. Erdem Alaca, Prof.Dr. Farman Mamedov

- 
- 09:00 – 09:15 **S. Z. Pakzad, A.L. Gesing, U. Schmid, M. Schneider, B.E. Alaca**, Resonance Behavior of Silicon Nanowires: Insights into Native Oxide Effects
- 
- 09:15 – 09:30 **G.Baygeldi, P.S. Gürel, T.I. Özcan, D. Çöker**, Experimental Investigation of Frictional Sliding Instability
- 
- 09:30 – 09:45 **E.T. Bagirov, A.D. Zamanov**, Dynamics of Oscillating Moving Load Acting Interior of the Hollow Cylinder Surrounded with Inhomogeneously Prestressed Elastic Medium
- 
- 09:45 – 10:00 **İ.F. Saruhan, K. Kaya**, Low-Velocity Impact Behavior of Auxetic-Corrugated Hybrid Sandwich Composites
- 

### Hall 2 : (ICNTM25) Mechanics of Interaction and Wave Propagation

**Session Chair** : Prof.Dr. Asaf Zamanov, Prof.Dr. Metin Aydoğdu

- 
- 09:00 – 09:15 **L. Chen, W. Chen**, Contact Analysis of Finite-Sized, Functionally Graded Material Specimens
- 
- 09:15 – 09:30 **M. Gül, E. Ekici, A. Tatar**, Investigation of the Effects of Contact Pressure in Thermal Interface Materials Used at Equipment - Structure Interfaces in Satellite Systems on Thermal Performance and Vibration Characteristics
- 
- 09:30 – 09:45 **B. Yalvaç, E. Tüfekçi**, Lagrangian-Based Dynamic Analysis of a Moving 8×8 Heavy-Duty Vehicle Subjected to Dynamic Unbalance and Road Excitations
- 

### Hall 3 : (ICNTM25) Solid Mechanics

**Session Chair** : Prof.Dr. Nazmiye Yahnioğlu, Assoc. Prof.Dr. Mahir Mekhtiev

- 
- 09:00 – 09:15 **L. Talybly**, On the Development of a Theory for the Long-Term Strength of Bodies with Hereditary Properties Under Arbitrary Loading
- 
- 09:15 – 09:30 **S. Gholibeygi, H. Ergün, B. Ayhan**, Impact of Strut Tapering and Unit Cell Modifications on the Effective Properties of Octet Truss Unit Cell
- 
- 09:30 – 09:45 **I.Khalilov, S. Kerimov, F. Mammedov, S. Ismayilova**, Synthesis of a Planar Mechanism with an Output Link Moving At A Constant Velocity
- 
- 09:45 – 10:00 **Ü.G. Bilekli, A. Eren, G. Sarı**, Investigation of the Effect of Distance Between Holes on Drop Atomization on the Surface of a Perforated Plate Under High-Frequency Vibration
- 

### Hall 4 : ONLINE (ICNTM25) Applied Mechanics

**Session Chair** : Prof.Dr. Natiq Akhmedov, Prof.Dr. Mehmet Dördüncü

- 
- 09:00 – 09:15 **M. Eker, S. Oterkus, E. Oterkus**, Bond-Based Peridynamic Investigation of Crack Propagation in a Functionally Graded Plate
- 
- 09:15 – 09:30 **Ö. Vardar, Z. Kütüğ**, Static Analysis of Composite Plates Having Periodic Curvatures in Material Using Navier Method
- 
- 09:30 – 09:45 **H. Gülşen, U. Çalışkan, M.K. Apalak**, Hybrid Dispersion-Assisted Fabrication Route for Graphene/Epoxy Nanocomposites: Effect of Particle Size and Volume Fraction
- 
- 09:45 – 10:00 **H.K. Ali, A.A.G.A.Altemen, N. Tayşi, M.T. Göğüş, M. Özakça**, Investigation of Alkaline Activator Ratio Impact on the Flexural Strength of Geopolymer Concrete under Ambient Curing Regime
-

## SEPTEMBER 03, WEDNESDAY

### Hall 5 (SALON 5): HYBRID (24.UMK) Yapı Mekaniği

**Session Chair** : Prof.Dr.Hakan Erdem, Prof.Dr.Yusif Sevdimaliyev

- 
- 09:00 – 09:15 **H. Erdem**, Yangına Maruz Kalan Betonarme Kolonların Dayanımı Üzerinde Yangın Etkime Yüzeylerinin Etkisi
- 
- 09:15 – 09:30 **Y.E. Kebeli, Y. Şahin, H. Çetin, E. Aydın, Ş. Şirin**, Harmonik Yer Hareketi Etkisindeki Farklı Geometrik Parametrelere Sahip TLCD Modellerin Deneysel Olarak İncelenmesi (**Online**)
- 
- 09:30 – 09:45 **E. Kepekçi, A. Ergüt**, 2007 Türk Deprem Yönetmeliği'ne Göre Tasarlanan Yapının 2018 Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği'ne Göre Performans Analizi (**Online**)
- 
- 09:45 – 10:00 **S. Yelken, M. Özakça, N. Şarлак**, Bloklar Halinde Bulunan Yüksek Katlı Binaların Aerodinamiğinin Nümerik Analizi
- 

10:00 –10:15 *Coffee Break*

### Invited Speaker Session 4

**Hall 1** **Session Chair:** Prof.Dr. Erdoğan MADENCİ

10:15 –10:45 **Prof.Dr. Timon RABCZUK**

“Beyond residuals: Energy based solutions of PDEs using Scientific Machine Learning”

10:45 –11:00 *Coffee Break*

### Parallel Sessions 5

#### Hall 1 : (ICNTM25) Mechanics of Wave Propagation and Stability

**Session Chair** : Prof.Dr. Abdullah Avey, Prof.Dr. Natiq Akhmedov

- 
- 11:00 – 11:15 **F.E. Veliyev, N. Yahnioğlu**, On the 3D Stability Loss of a Transversely-Isotropic Eccentric Hollow Cylinder
- 
- 11:15 – 11:30 **F. Aylikci, U.B. Yesil, N. Yahnioglu**, An Analytical Solution to the Problem of Chinese Lantern Type Stability Loss of a PZT Hollow Cylinder under Axial Pressure
- 
- 11:30 – 11:45 **M. Negin, S.D. Akbarov**, Generalized Rayleigh Wave Propagation in an Elastic Plate Coupled with a Fluid Layer and Elastic Substrate
- 
- 11:45 – 12:00 **S.D. Akbarov, S.S. Farajova, Y.M. Sevdimaliyev**, On the Dispersion of the Longitudinal Waves Propagating in the Eccentric Hollow Cylinder
- 

#### Hall 2 : (ICNTM25) Applied Mechanics

**Session Chair** : Prof.Dr. Ekrem Tüfekçi, Prof.Dr. Timon Rabczuk

- 
- 11:00 – 11:15 **M. Cebeci, S.E. Toktas, S. Dag**, Mechanical Modeling of Symmetric Thin Films Bonded to Multilayer Structures
- 
- 11:15 – 11:30 **T. Aksencer, M. Aydogdu**, Axial Vibration of A Rotating Nanotube Using Nonlocal Elasticity Theory
- 
- 11:30 – 11:45 **M. Akpınar, B. Uzun, M.Ö. Yaylı**, Nonlocal Vibration of Rotationally Restrained Bi-Directional Functionally Graded Nanobeam under Axial Compression
- 
- 11:45 – 12:00 **D. Kaniğ, Y. Bab, A. Kutlu**, Static Analysis of Functionally Graded Materials on Elastic Foundations via Mixed FEM and HSDT
- 

#### Hall 3 : (ICNTM25) Mechanics of Structures and Materials

**Session Chair** : Prof.Dr. Ilham Pirmamedov, Assoc. Prof.Dr. Tural Naghiyev

- 
- 11:00 – 11:15 **T. Naghiyev**, DSC/TG Study of Neutron Irradiated Nano Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> Particles at Low and High Temperatures
- 
- 11:15 – 11:30 **H. Pekel**, Natural Frequencies of Non-Uniform FGM Timoshenko Beams with Porous Structure
- 
- 11:30 – 11:45 **O. Plekhov, A. Izumova, M. Bartolomei, A. Vshivkov, E. Gachegova, R. Sabirov**, Prediction and Control of Fatigue Crack Propagation in Metals
-

## SEPTEMBER 03, WEDNESDAY

### Hall 5 (SALON 5): ONLINE (24.UMK) Katı Cisim Mekaniği

**Session Chair** : Prof.Dr. Latif Talybly, Prof.Dr. M. Sami Döndüren

- 
- 11:00 – 11:15 **S. Şimşek, V. Kahya**, Tabakalı Kompozit Kirişlerde Altın Orana Dayalı Yeni Bir Karşıt Öğretme-Öğrenme Stratejisi ile Hasar Tespiti
- 
- 11:15 – 11:30 **M. F. Şimşek, Z. Kütüğ, A. Erdölen**, Yerel Eğriliğe Sahip Tabakalı Kompozit Dikdörtgen Plakların Navier Yöntemi ile Statik Analizi
- 
- 11:30 – 11:45 **A.P. Özer, A.R. Noori, T.A. Aslan, B. Temel**, Winkler Tipi Elastik Zemine Oturan Sandviç Kirişlerin İmpulsif Yükler Altında Viskoelastik Analizi
- 
- 11:45 – 12:00 **B. Sivri, A.R. Noori, O. Ayaz, B. Temel**, Dönel Simetrik Silindirik Kabukların Eksenel Yük Altında Burkulması
- 

12:00–13:30 *Lunch*

### Invited Speaker Session 5

**Hall 1** **Session Chair:** Prof.Dr. Asaf ZAMANOV

13:30 –14:00 **Prof.Dr. Farman MAMEDOV**  
“To the Flow of Immiscible Viscous Fluids in the Vertical Pipe”

14:00 –14:15 *Coffee Break*

### Invited Speaker Session 6

**Hall 1** **Session Chair:** Prof.Dr. Abdullah AVEY

14:15 –14:45 **Prof.Dr. Surkay D. AKBAROV**  
“Dynamics of Bi-Material Hollow Cylinders with Inhomogeneous Initial (Residual) Stresses”

14:45 –15:00 *Coffee Break*

### Parallel Sessions 6

#### Hall 1 : HYBRID (ICNTM25) Solid Mechanics

**Session Chair** : Prof.Dr. Farman Mamedov, Prof.Dr. Nazmiye Yahnioğlu

- 
- 15:00 – 15:15 **A.D. Zamanov, S.A. PiriyeV**, Investigation of the Long-Term Strength of a Hollow Cylindrical Shaft Made from Isotropic Material Used for Torsion
- 
- 15:15 – 15:30 **A.Avey, H. Dilmaç, S. Yüce, K. Ertunç, S. Efendiyeva**, Buckling Analysis of Clamped Cylindrical Shells Composed of Exponentially Graded Materials Resting on a Pasternak Elastic Foundation (**Online**)
- 
- 15:30 – 15:45 **H. Koç**, Buckling Solutions of the Euler-Bernoulli Nanobeam Model: Doublet Mechanics and Non-Classical Boundary Conditions
- 
- 15:45 – 16:00 **T. Shamiyev**, On the Stability of a Rectangular Plate During Compression Taking into Account Different Modulus
- 

#### Hall 2 : (ICNTM25) Applied Mechanics

**Session Chair** : Prof.Dr. Ozgen Colak, Assoc. Prof.Dr. Tabriz Shamiyev

- 
- 15:00 – 15:15 **A.Polat, A. Tariq, B. Deliktaş, M. Yazıcı, M.Ö. Yaylı**, Machine Learning-Assisted Homogenization Approach for Predicting the Elastoplastic Behavior of Short Fiber-Reinforced Composites
- 
- 15:15 – 15:30 **R.A. Iskanderov, A.I. Hasanov**, Functional for the Study of the Stress-Strain State (VAT) of Thin Shells Under Neutron Irradiation
- 
- 15:30 – 15:45 **R.A. Iskanderov, I. Pirmamedov, D. Kaklar**, Geometric Nonlinear Vibrations of a Functionally Graded Cylindrical Shell Reinforced by Ribs in Contact with a Viscous Liquid
- 
- 15:45 – 16:00 **Z. Y. Yao, W. Z. Zhang, Y. L. Hu**, Meso-scale Strength Prediction of Short-Fiber Composites via Micro-CT based Reconstruction and State-based Peridynamics
-

## SEPTEMBER 03, WEDNESDAY

### Hall 3 : ONLINE (ICNTM25) Mechanics of Structures and Materials

Session Chair : Assoc. Prof.Dr. Merve Ermis, Dr. Kadir Kaya

- 
- 15:00 – 15:15 **M.Ş. Özyurt, F. Türk, E. Yıldız, Ü.S. Keskin**, Mineralogical and Chemical Characterization of Mortars from Early 20th Century Structures
- 
- 15:15 – 15:30 **G. Iskenderoglu, S. Coombes, R. Nicks, G. Jolly**, Dynamics of Neural Networks with Time Delays
- 
- 15:30 – 15:45 **S.Y. Kumcu, M. Uçar, M. Büyükyıldız**, Hydraulic Properties of Sarı Guzel Dam Spillway Numerical Modeling with Flow 3D
- 
- 15:45 – 16:00 **S.Y. Kumcu, M. Göğüş, M. Büyükyıldız**, Temporal Scour Variation for Different Discharges at Bridge Abutments
- 
- 16:00 – 16:15 **S. Çayan, B.B. Özhan, M. Sezer**, Bending Analysis of a Nonlocal Euler-Bernoulli Beam
- 
- 16:15 – 16:30 **S. Akhtar, M.R. Sunny**, Tailoring of Elastic Wave Propagation in One-Dimensional Periodic Tensegrity Architecture
- 

### Hall 5 (SALON 5): ONLINE (24.UMK) Yapı Mekaniği

Session Chair : Prof. Dr. Nildem Tayşi, Assoc. Prof. Dr. Sahib Piriye

- 
- 15:00 – 15:15 **F. Sunca**, Deprem Yer Hareketi Süresinin Taban Yalıtımlı Betonarme Binaların Sismik Davranışına Etkisinin İncelenmesi
- 
- 15:15 – 15:30 **M.C. Aydemir, E. Damcı**, Dirsek Geometrisinin Ayarlı Sıvı Kolon Sönümleyicilerin Sönüm Parametresi Üzerindeki Etkilerinin Teorik ve Deneysel İncelemesi
- 
- 15:30 – 15:45 **Ç. Şekerci, E. Damcı**, Çarpışma Kuvvetinin Farklı Çarpışma Modelleri ile İncelenmesi
- 
- 15:45 – 16:00 **F.B. Akkoyun, O. Hansu, N. Tayşi**, 3D Beton Baskıda Silis Dumanı ve Uçucu Kül İkamesinin Dayanım ve Baskı Parametreleri Açısından Karşılaştırılması
- 
- 16:00 – 16:15 **Y.E. Toğar, H. Özer**, Yüksek Hızlı Balistik Çarpma Etkisinde Olan Tabakalı Kompozitlerde Kullanılan Yapıştırıcıların Darbe Dayanımına Etkisinin Nümerik Olarak İncelenmesi ve Bulanık Mantık Yöntemiyle Tahminlenmesi
- 
- 16:15 – 16:30 **B.B. Özhan**, Eksenel Hareketli Kirişte Birleşik Parametrik Titreşimler
-

## SEPTEMBER 04, THURSDAY

### Parallel Sessions 7

#### Hall 1 : (ICNTM25) Applied Mechanics

Session Chair : Prof.Dr. Asaf Zamanov, Prof.Dr. Abdullah Avey

- 
- 11:00 – 11:15 **L. Gan, Z. Zhong**, Accurate Forecast of the Long-Term Failure Behavior Based on Machine Learning and Physical Knowledge
- 
- 11:15 – 11:30 **T. Vergül, A.Avey**, Nonlinear Vibration Behavior of Multilayered Exponentially Graded Isotropic Cylindrical Shells on Nonlinear Elastic Foundations
- 
- 11:30 – 11:45 **G. Gaygusuzoglu, A. Ozmutlu, M.R. Celik**, Analysis of Weakly Nonlinear Wave Propagation in Nanorods Utilizing Nonlocal Strain Gradient Theory
- 
- 11:45 – 12:00 **L. He**, Equivalent in-Plane Micropolar Elastic Constants of Hexachiral Honeycombs
- 
- 12:00 – 12:15 **F. Salimnezhad, M. Muradoglu**, Interface-Resolved Simulations of Droplet Evaporation in Convective Flows
- 

#### Hall 2 (SALON 2): HYBRID (24.UMK) Uygulamalı Mekanik

Session Chair : Prof.Dr. Nazmiye Yahnioğlu, Prof.Dr. Nihal Eratlı

- 
- 11:00 – 11:15 **F. Aylıkçı, Ü.B. Yeşil, N. Yahnioğlu**, Eksenel Basınç Altında PZT Silindirin Çin Feneri Tipi Stabilité Kaybının Legendre Serileri Yardımıyla Çözümü
- 
- 11:15 – 11:30 **Z.E. Küzeci**, Viskoz Akışkan İle Etkileşimdeki Sandviç Plakanın Zorlanmış Titreşimi (**Online**)
- 
- 11:30 – 11:45 **H. Pekel**, Euler–Bernoulli Kirişlerinin Burkulma Davranışının Tespitinde Yaklaşık Bir Çözüm Yöntemi
- 
- 11:45 – 12:00 **M. Akpınar, B. Uzun, M.Ö. Yaylı**, Eksenel Basınç Yüküne Maruz ve Dönel Yaylar ile Mesnetlenmiş Perfore Kirişlerin Titreşimi
- 

### 12:00 – 12:30 Closing Meeting

12:30 – 14:00 *Lunch*

### Social Activity

# ÇAĞRILI KONUŞMACILAR



**Prof.Dr. Erdoğan Madenci**

**Power of Differentiation through Integration: The Peridynamic Differential Operator**

The University of Arizona, USA



**Prof.Dr. Ertuğrul Taciroğlu**

**Computational Science in Service of Natural Hazards Engineering Applications, Challenges, Opportunities**

UCLA Samueli School of Engineering, USA



**Prof.Dr. Timon Rabczuk**

**Beyond residuals: Energy based solutions of PDEs using Scientific Machine Learning**

Bauhaus-Universität Weimar, Germany



**Prof.Dr. Endel Iarve**

**Discrete Damage Modelling by Using Regularized Extended Finite Element Method**

The University of Texas at Arlington, USA



**Prof. Dr. Surkay D. Akbarov**

**Dynamics of Bi-Material Hollow Cylinders with Inhomogeneous Initial  
(Residual) Stresses**

Yildiz Technical University, Turkiye



**Prof. Dr. Farman Mamedov**

**To the Flow of Immiscible Viscous Fluids in the Vertical Pipe**

Institute of Math. and Mechanics, Azerbaijan

<b>Yazarlar</b>	<b>Bildiri Başlığı</b>	<b>Sayfa</b>
Erdogan Madenci	Power of Differentiation Through Integration: The Peridynamic Differential Operator	A1-1
Endel V. Iarve	Discrete Damage Modelling by Using Regularized Extended Finite Element Method	A2-1
Surkay D. Akbarov	Dynamics of Bi-material Hollow Cylinders with Inhomogeneous Initial (Residual) Stresses	A3-1
Farman Mamedov, Nazire Memmedzade	To the Flow of Immiscible Viscous Fluids in the Vertical Pipe	A4-1
Nursel Kütük, Mustafa Özakça, Esra Eylem Karataş	Farklı Boşluklara Sahip Çift Doğrultulu Betonarme Döşemelerin Yük Taşıma Kapasitesi	1
Asena Pınar Özer, Ahmad Reshad Noori, Timuçin Alp Aslan, Beytullah Temel	Winkler Tipi Elastik Zemine Oturan Sandviç Kirişlerin İmpulsif Yükler Altında Viskoelastik Analizi	16
Emre Kahraman, Elif Koc, Umit N. Aribas, Merve Ermis, Mehmet H. Omurtag	Sandviç Süper-eliptik Kirişlerin Nispeten Büyük Yer Değiştirmelerinin Karışık Sonlu Elemanlarla Analizi	27
Fatih Aylıkçı, Ülkü Babuşçu Yeşil, Nazmiye Yahnioğlu	Eksenel Basınç Altında PZT Silindirin Çin Feneri Tipi Stabilite Kaybının Legendre Serileri Yardımıyla Çözümü	35
Hakan Erdem	Yangına Maruz Kalan Betonarme Kolonların Dayanımı Üzerinde Yangın Etkime Yüzeylerinin Etkisi	48
Furkan Boran Akkoyun, Osman Hansu, Nildem Tayşi	3D Beton Baskıda Silis Dumanı ve Uçucu Kül İkamesinin Dayanım ve Baskı Parametreleri Açısından Karşılaştırılması	57
Murat Gül, Rahmi Güçlü	Mikro Uydu Yapılarında Sanki-Statik Yüklerin Analizi ve Sinüs Patlama Testi ile Deneysel Doğrulama	69
Zeynep Ekicioglu Küzeci	Viskoz Akışkan İle Etkileşimdeki Sandviç Plakanın Zorlanmış Titreşimi	84
Ayşe Polat, Babür Deliktaş, Murat Yazıcı, Mustafa Özgür Yaylı	Kaynak Hattı ve Fiber Yöneliminin Fiber Takviyeli Termoplastik Kompozitlerin Mekanik Davranışına Etkilerinin İncelenmesi	98
Çağla Şekerci, Erdem Damcı	Çarpışma Kuvvetinin Farklı Çarpışma Modelleri ile İncelenmesi	113
Furkan Şimşek, Zafer Kütüğ, Ayşe Erdölen	Yerel Eğriliğe Sahip Tabakalı Kompozit Dikdörtgen Plakların Navier Yöntemi ile Statik Analizi	122

<b>Yazarlar</b>	<b>Bildiri Başlığı</b>	<b>Sayfa</b>
Yunus Emre Kebeli, Yusuf Şahin, Hüseyin Çetin, Ersin Aydın, Şevin Şirin	Harmonik Yer Hareketi Etkisindeki Farklı Geometrik Parametrelere Sahip TLCD Modellerin Deneysel Olarak İncelenmesi	133
Burkay Sivri, Ahmad Reshad Noori, Osman Ayaz, Beytullah Temel	Dönel Simetrik Silindirik Kabukların Eksenel Yük Altında Burkulması	142
Hakan Pekel	Euler–Bernoulli Kirişlerinin Burkulma Davranışının Tespitinde Yaklaşık Bir Çözüm Yöntemi	152
Sebahat Şimşek, Volkan Kahya	Tabakalı Kompozit Kirişlerde Altın Orana Dayalı Yeni Bir Karşıt Öğretme-Öğrenme Stratejisi ile Hasar Tespiti	162
Yunus Emre Toğar, Halil Özer	Yüksek Hızlı Balistik Çarpma Etkisinde Olan Tabakalı Kompozitlerde Kullanılan Yapıştırıcıların Darbe Dayanımına Etkisinin Nümerik Olarak İncelenmesi ve Bulanık Mantık Yöntemiyle Tahminlenmesi	176
Mert Can Aydemir, Erdem Damcı	Dirsek Geometrisinin Ayarlı Sıvı Kolon Sönümleyicilerin Sönüm Parametresi Üzerindeki Etkilerinin Teorik ve Deneysel İncelemesi	190
Aiman Tariq, Babür Deliktaş, Mustafa Özgür Yaylı	Sonlu Elemanlar Analizinde Malzeme Modellerinin Verimli Kalibrasyonu için Yeni Bir Makine Öğrenimi Destekli Ters Metodolojisi	200
Emel Kepekçi, Abdülkerim Ergüt	2007 Türk Deprem Yönetmeliği'ne Göre Tasarlanan Yapının 2018 Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği'ne Göre Performans Analizi	213
Sezen Yelken, Mustafa Özakça, Nermin Şarлак	Bloklar Halinde Bulunan Yüksek Katlı Binaların Aerodinamiğinin Nümerik Analizi	225
Beyda Gür, Mustafa Özakça	Doğrusal Olmayan Kompozit Kirişlerin Sıcaklık Değişimine Bağlı Olarak İncelenmesi	234
Omer Fatih Sancak, Muhammet Zeki Özyurt	Betonda Pet İkamesinin ve FRP Sargının Mekanik Özelliklere Etkisi	245
Fezayil Sunca	Deprem Yer Hareketi Süresinin Taban Yalıtımlı Betonarme Binaların Sismik Davranışına Etkisinin İncelenmesi	252
B. Burak Özhan	Eksenel Hareketli Kirişte Birleşik Parametrik Titreşimler	263
Müeyesser Zülal Karabacak, Mehmet Tolga Göğüş, Abdülkadir Güleç	Pet Atıklarının Sürdürülebilirlik Açısından Alternatif Kullanımının Araştırılması	274

<b>Yazarlar</b>	<b>Bildiri Başlığı</b>	<b>Sayfa</b>
Metin Aydoğdu	Türkiye Adresli 2015-2025 Yılları Aralığındaki SCI İndeksli Mekanik Alanındaki Yayınlar ve bu Yayınların Dünyadaki Durumu	280
Mustafa Arda	Eksenel Derecelendirilmiş Nano Çubukların Dinamik Analizinde Kullanılan Yaklaşık Çözüm Yöntemlerinin Performans Analizi	287
Murat Akpınar, Büşra Uzun, Mustafa Özgür Yaylı	Eksenel Basınç Yüküne Maruz ve Dönel Yaylar ile Mesnetlenmiş Perfore Kirişlerin Titreşimi	301
Büşra Oğuz, M. Sami Döndüren, Mohammed Gamal Omar Al-Hagri, Abdulhamit Nakipoğlu	Köprülerde Makro Modelleme Yöntemi ile Dinamik Parametrelerin Belirlenmesi	315
Nisar Ahmad Mominzai, M. Sami Döndüren, Abdulhamit Nakipoğlu, Mohammed Gamal Al-Hagri, Büşra Oğuz	Donatılı Bir Yığma Yapıda Oluşan Dinamik Parametrelerin Deneysel Olarak Belirlenmesi	331



## **POWER OF DIFFERENTIATION THROUGH INTEGRATION: THE PERIDYNAMIC DIFFERENTIAL OPERATOR**

Erdogan Madenci

Department of Aerospace and Mechanical Engineering  
University of Arizona, Tucson, 85721 USA

### **ABSTRACT**

This study presents the Peridynamic Differential Operator (PDDO) as a unified, nonlocal mathematical framework for evaluating derivatives through integration, enabling robust treatment of discontinuities, irregularities, and multi-scale interactions in field equations. The PDDO reformulates classical differential operators into nonlocal integral forms by introducing an internal length scale, thereby overcoming the limitations of local differential models that break down in the presence of discontinuities such as cracks, shock waves, or rapid phase transitions. Through a series of examples, including ultrashort-pulse laser heating, Kuramoto–Sivashinsky chaotic dynamics, Eikonal travel time problems, soil desiccation cracking, and 3D point cloud data recovery, the PDDO demonstrates accuracy, stability, and versatility in both physical and data-driven contexts. Its ability to compute derivatives of arbitrary order without requiring smoothness or mesh conformity makes it a powerful tool for solving linear and nonlinear PDEs, modeling failure in materials, and reconstructing high-fidelity geometry from sparse data. The PDDO thus offers a promising pathway for bridging scales, enhancing computational efficiency, and advancing modeling capabilities across disciplines.

### **INTRODUCTION**

Differentiation is fundamental to modeling physical systems, capturing how field variables change in space and time. It forms the mathematical backbone of governing field equations in mechanics, thermodynamics, electromagnetics, and beyond. However, classical differentiation is inherently local, relying on the assumption that changes occur over infinitesimally small neighborhoods. This locality presents serious limitations when dealing with discontinuities, singularities, and heterogeneous media, where physical quantities undergo abrupt transitions or where the continuum assumption fails.

In contemporary science and engineering, especially at micro- and nano-scales, there is a growing need for nonlocal models that reflect the finite interaction range between particles, molecules, or data points. Experiments and observations in such regimes often exhibit behavior that cannot be captured by classical differential operators, which lack an internal length scale and assume continuous smoothness. Moreover, modern computational analysis increasingly relies on discrete, irregular, and sparse datasets, demanding new approaches for interpolation, differentiation, and information transfer across scales.

To address these challenges, this study introduces and develops the Peridynamic Differential Operator (PDDO) — a mathematical framework that enables differentiation through integration. Inspired by the peridynamic theory of solid mechanics, the PDDO reformulates traditional differential operators as integral expressions over an interaction domain defined by a characteristic length, known as the horizon. This nonlocal perspective not only regularizes singularities but also naturally accommodates discontinuities, making it highly suitable for modeling crack initiation, phase transitions, shock waves, and other critical phenomena.

The PDDO employs a family of orthogonal peridynamic functions, constructed to be consistent with the Taylor Series Expansion but without requiring derivative evaluations. As a result, it can accurately compute derivatives of any order for both smooth and scattered data — even in multidimensional spaces and irregular domains. This capability extends beyond traditional continuum mechanics to applications in data science, image recovery, and multi-physics simulations.

This study provides a comprehensive derivation of the PDDO and demonstrate its efficacy through several representative problems: 1) Non-Fourier heat conduction in nanoscale metal films using Dual-Phase-Lag models, 2) The Kuramoto–Sivashinsky equation for chaotic and nonlinear PDEs, 3) Eikonal equations modeling wavefront travel time in heterogeneous media, 4) Desiccation-induced cracking in expansive clayey soils, and 5) 3D point cloud compression and recovery, showcasing its utility in data reconstruction.

These diverse case studies illustrate the PDDO's versatility, accuracy, and computational efficiency in addressing the limitations of classical methods. Ultimately, the PDDO provides a unified, nonlocal framework for solving differential equations and processing complex datasets across scientific disciplines.

### **PERIDYNAMIC DIFFERENTIAL OPERATOR**

Peridynamic Differential Operator (PDDO) introduced by Madenci et al. [1-3] employs the concept of PD interactions along with a set of orthogonal functions known as PD functions to evaluate derivatives. It restores the nonlocal interactions at a point by considering its association with the other points within an arbitrary domain of interaction. The PDDO is expressed in terms of only integration over the domain of interaction. Therefore, it is not prone to singularities arising from the presence of discontinuities. However, it requires the construction of PD functions at each point. The PD functions are determined directly by making them orthogonal to each term in the Taylor Series Expansion (TSE) except for the derivative of interest. Both the lower and higher-order derivatives influence each other while determining the PD functions in the presence of a non-symmetric family. The PDDO permits any order of the derivatives directly from the orthogonality condition of the PD functions without performing any differentiation. It is simply a bridge between differentiation and integration. Therefore, the PDDO enables numerical differentiation through integration. It enables the accurate evaluation of high-order derivatives of smooth or scattered data in the presence of jump discontinuities or singularities without any derivative reduction process and special treatment.

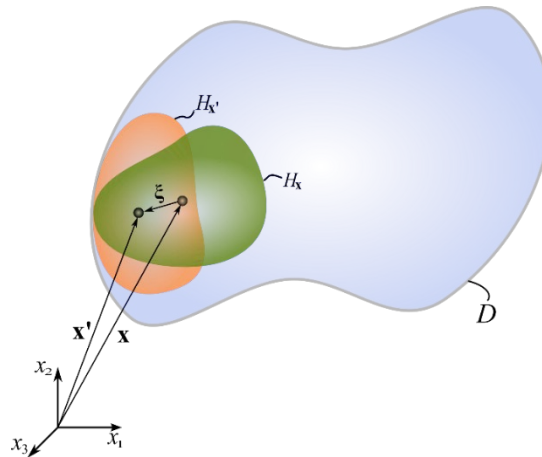
The derivation of PDDO utilizes the concept of PD interactions [4,5] and the PD functions that are orthogonal to every term except the term for which derivative is desired in the Taylor Series

Expansion (TSE). As shown in Fig. 1, the points  $\mathbf{x}$  and  $\mathbf{x}'$  only interact with the other points in their interaction domains,  $H_{\mathbf{x}}$  and  $H_{\mathbf{x}'}$ , respectively. The relative position vector between these points is defined as  $\xi = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$ . The points  $\mathbf{x}$  and  $\mathbf{x}'$  do not need to have symmetric positions in their interaction domains.

Based on the PDDO, the derivative of a function  $f(\mathbf{x})$  up to the  $N$ -th order is expressed as

$$\frac{\partial^{p_1+p_2+\dots+p_M} f(\mathbf{x})}{\partial x_1^{p_1} \partial x_2^{p_2} \dots \partial x_M^{p_M}} = \lim_{H_{\mathbf{x}} \rightarrow 0} \int_{H_{\mathbf{x}}} f(\mathbf{x} + \xi) g_N^{p_1 p_2 \dots p_M}(\xi) d\xi_1 d\xi_2 \dots d\xi_M \quad (1)$$

in which  $p_i$  denotes the order of differentiation with respect to the variable  $x_i$  with  $i = 1, \dots, M$ , and  $g_N^{p_1 p_2 \dots p_M}(\xi)$  are the PD functions with  $p_1 + p_2 + \dots + p_M \leq N$ .



**Figure 1.** Points with the unsymmetric interaction domain

The degree of interactions between the material points in each family can be specified through a nondimensional weight function,  $w(|\xi|)$ . Although not a limitation, the commonly accepted weight functions are of the form

$$w(|\xi|) = \exp(-(a|\xi|/\delta)^2) \quad (2)$$

or

$$w_n(|\xi|) = \frac{\delta^{n+1}}{|\xi|^{n+1}} \quad (3)$$

in which the horizon size,  $\delta$  specifies the extent of the interaction domain and  $a$  is a specified constant. The detailed derivation and applications of PDDO for numerical analysis as well as the associated computer programs can be found in recent books by Madenci et al. [3, 6,7].

The PD functions  $g_N^{p_1 p_2 \dots p_N}(\xi)$  possess the orthogonality property of

$$\frac{1}{n_1! n_2! \dots n_N!} \int_{H_x} \xi_1^{n_1} \xi_2^{n_2} \dots \xi_M^{n_M} g_N^{p_1 p_2 \dots p_N}(\xi) dx_1 dx_2 \dots dx_M = \delta_{n_1 p_1} \delta_{n_2 p_2} \dots \delta_{n_{N-1} p_{N-1}} \delta_{n_N p_N} \quad (4)$$

in which  $n_i = 0, \dots, N$ . They can be constructed as

$$g_N^{p_1 p_2 \dots p_N}(\xi) = \sum_{q_1=0}^N \sum_{q_2=0}^{N-q_1} \dots \sum_{q_N=0}^{N-q_1 \dots q_{N-1}} a_{q_1 q_2 \dots q_N}^{p_1 p_2 \dots p_N} w_{q_1 q_2 \dots q_N}(|\xi|) \xi_1^{q_1} \xi_2^{q_2} \dots \xi_M^{q_M} \quad (5)$$

where  $w_{q_1 q_2 \dots q_N}(|\xi|)$  are the weight functions associated with each term  $\xi_1^{q_1} \xi_2^{q_2} \dots \xi_M^{q_M}$  in the polynomial expansion. Depending on the nature of the nonlocality, the weight function representing the degree of interaction may be the same or different for each term in the TSE.

The unknown coefficients,  $a_{q_1 q_2 \dots q_N}^{p_1 p_2 \dots p_N}$ , can be determined from the solution of

$$\sum_{q_1=0}^N \sum_{q_2=0}^{N-q_1} \dots \sum_{q_N=0}^{N-q_1 \dots q_{N-1}} A_{(n_1 n_2 \dots n_N)(q_1 q_2 \dots q_N)} a_{q_1 q_2 \dots q_N}^{p_1 p_2 \dots p_N} = b_{n_1 n_2 \dots n_N}^{p_1 p_2 \dots p_N} \quad (6)$$

in which  $q_i = 0, \dots, N$ . The coefficient (shape) matrix is constructed as

$$A_{(n_1 n_2 \dots n_N)(q_1 q_2 \dots q_N)} = \int_{H_x} w_{q_1 q_2 \dots q_N}(|\xi|) \xi_1^{n_1+q_1} \xi_2^{n_2+q_2} \dots \xi_M^{n_M+q_M} dx_1 dx_2 \dots dx_M \quad (7)$$

and

$$b_{n_1 n_2 \dots n_N}^{p_1 p_2 \dots p_N} = n_1! n_2! \dots n_M! \delta_{n_1 p_1} \delta_{n_2 p_2} \dots \delta_{n_N p_N} \quad (8)$$

The coefficients of the PD functions can be determined without any difficulty. Although it is not a limitation, the weight functions,  $w_{q_1 q_2 q_3}(|\xi|)$  in Eq. (5) can be replaced with  $w_n(|\xi|) = \delta^{n+1}/|\xi|^{n+1}$  for simplification based on the order of differentiation,  $n$ .

For functions with 2 and 3 variables, i.e.,  $x_i$  with  $i = 1, 2, 3$ , the nonlocal PD form of the local derivatives can be written as

$$\begin{Bmatrix} f_{,1} \\ f_{,2} \end{Bmatrix} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{H_x} f(\mathbf{x} + \xi) \begin{Bmatrix} g_2^{10}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \\ g_2^{01}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \end{Bmatrix} dA_x \quad (9)$$

$$\begin{Bmatrix} f_{,1} \\ f_{,2} \\ f_{,3} \end{Bmatrix} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{H_x} f(\mathbf{x} + \xi) \begin{Bmatrix} g_2^{100}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \\ g_2^{010}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \\ g_2^{001}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \end{Bmatrix} dV_x \quad (10)$$

and

$$\begin{Bmatrix} f_{,11} \\ f_{,22} \\ f_{,12} \end{Bmatrix} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{H_x} f(\mathbf{x} + \xi) \begin{Bmatrix} g_2^{20}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{02}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{11}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \end{Bmatrix} dA_x \quad (11)$$

$$\begin{Bmatrix} f_{,11} \\ f_{,22} \\ f_{,33} \\ f_{,12} \\ f_{,13} \\ f_{,23} \end{Bmatrix} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{H_x} f(\mathbf{x} + \xi) \begin{Bmatrix} g_2^{200}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{020}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{002}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{110}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{101}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{011}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \end{Bmatrix} dV_x \quad (12)$$

The PD functions,  $g_2^{p_1 p_2 p_3}(\xi)$  with  $p_1, p_2, p_3 = 0, 1, 2$  only depend on the spatial relation of the points in the family of point,  $\mathbf{x}$ . The superscripts denote the order of differentiation with respect to the variable  $x_i$  with  $i = 1, 2, 3$  and subscript, 2 represents the order of Taylor Series Expansion (TSE) in the construction of the PD functions. The PD functions can be determined by the numerical method as explained by Madenci et al. [1-3] regardless of the shape of the horizon.

For a point with a symmetric position in the interaction domain of a circle or a sphere with radius,  $\delta$ , the PD functions can be analytically evaluated as

$$\begin{Bmatrix} g_2^{10}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \\ g_2^{01}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \end{Bmatrix} = \frac{2}{\pi\delta^4} w_1(|\xi|) \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{Bmatrix} g_2^{100}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \\ g_2^{010}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \\ g_2^{001}(\mathbf{x}, \xi, w_1(|\xi|)) \end{Bmatrix} = \frac{9}{4\pi\delta^5} w_1(|\xi|) \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

and

$$\begin{Bmatrix} g_2^{20}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{02}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{11}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \end{Bmatrix} = \frac{3}{\pi\delta^6} w_2(|\xi|) \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1^2 \\ \xi_2^2 \\ \xi_1\xi_2 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{Bmatrix} g_2^{200}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{020}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{002}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{110}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{101}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \\ g_2^{011}(\mathbf{x}, \xi, w_2(|\xi|)) \end{Bmatrix} = \frac{3}{\pi\delta^7} w_2(|\xi|) \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1^2 \\ \xi_2^2 \\ \xi_3^2 \\ \xi_1\xi_2 \\ \xi_1\xi_3 \\ \xi_2\xi_3 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

In the case of a single variable,  $x_1$  with the interaction domain,  $H_{x_1}(|\xi_1|) = \{x'_1 \in [-\delta, \delta]\}$  describing a line and with a weight function of  $w_n(|\xi_1|) = 1$ , the first and second-order derivatives of a function,  $f(x_1)$  can be expressed as

$$\frac{df(x_1)}{dx_1} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{H_{x_1}} f(x_1 + \xi_1) g_2^1(x_1, \xi_1, w_1 = 1) d\xi_1 \quad (17)$$

and

$$\frac{d^2 f(x_1)}{dx_1^2} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{-\delta}^{\delta} f(x_1 + \xi_1) g_2^2(x_1, \xi_1, w_2 = 1) d\xi_1 \quad (18)$$

If the point,  $x_1$  has a symmetric position in the interaction domain,  $H_{x_1}(|\xi_1|) = \{x'_1 \in [-\delta, \delta]\}$ , the PD functions can be evaluated analytically as

$$g_2^1(x_1, \xi_1, w_1 = 1) = \frac{3\xi_1}{2\delta^3} \quad (19)$$

and

$$g_2^2(x_1, \xi_1, w_2 = 1) = -\frac{15}{4\delta^3} + \frac{45\xi_1^2}{4\delta^5} \quad (20)$$

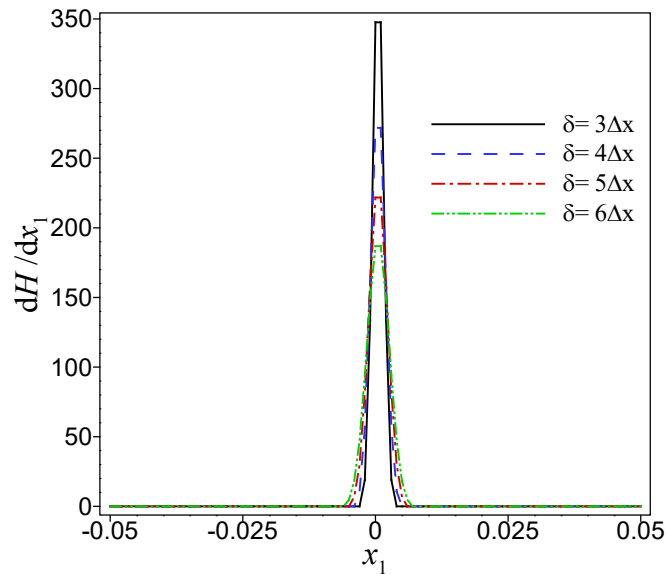
Using these PD functions, the derivative of the Heaviside step function, i.e.,  $f(x_1) = H(x_1)$  can be evaluated as

$$\frac{dH(x_1)}{dx_1} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \int_{-\delta}^{\delta} \frac{3\xi_1}{2\delta^3} H(x_1 + \xi_1) d\xi_1 \quad (21)$$

$$\frac{dH(x_1)}{dx_1} = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{4\delta^3} (x_1 - \delta)(x_1 + \delta) \\ \left[ H(x_1 - \delta) [H(-\delta)(-1 + H(x_1 + \delta))] - H(\delta, x_1 + \delta) \right] \\ +H(\delta, x_1 + \delta) \end{array} \right\} \quad (22)$$

$$\frac{dH(x_1)}{dx_1} = \begin{cases} 0, & \text{if } x_1 < 0 \\ +\infty, & \text{if } x_1 = 0 \\ 0, & \text{if } x_1 > 0 \end{cases} \quad (23)$$

Figure 2 shows the derivative of the Heaviside step function when the the PD functions are evaluated numerically. The PDDO is nonlocal; however, in the limit as the horizon size approaches zero, it recovers the local differentiation. The PD differentiation of the Heaviside step function,  $H(x_1)$  shown in Fig. 2 captures the singular behavior in the form of the Dirac Delta function,  $\delta(x_1)$  as the horizon size,  $\delta$  decreases.



**Figure 2.** PD differentiation of the Heaviside function,  $H(x_1)$  for decreasing horizon

The PDDO is defined in terms of integrals, and is very suitable for numerical discretization. This can serve as a generic tool for solving linear and nonlinear, ordinary and partial differential equations. Without any derivative reduction process and special treatments, direct expression of local derivatives in terms of the nonlocal differential operator permits the solution of any differential equation and its derivatives up to any order within the limitation of the machine accuracy or round-off error.

## NUMERICAL RESULTS

The numerical results present the application applications of PDDO for the solution of linear and nonlinear partial differential equations involving diffusion and deformation, and 3D data compression and recovery.

### Ultrashort-pulse laser heating of nanoscale metal film

Heat diffusion is inherently a nonlocal process. The nonlocal effects occur in micro- and nano-scales and during ultrafast processes [8]. Thus, classical Fourier law may not represent the actual diffusion process at such scales. Furthermore, they lead to parabolic-type partial differential equations with an unrealistic infinite speed for propagation of thermal wave. Nevertheless, they have been used successfully to represent heat conduction and mass transfer at the macroscale. As discussed by Chen and Akbarzadeh [9], the classical Fourier heat conduction breaks down in the presence of very low temperature, extremely high temperature gradient, ultrafast heating, ballistic heat transfer, and lower time and length scales due to a finite thermal wave speed. The non-Fourier diffusion laws result in hyperbolic type equations and eliminate the physically unacceptable infinite speed for propagation of thermal wave. Tzou [10,11] introduced the Dual-Phase-Lag (DPL) heat conduction in order to include the effect of relaxation time between electrons and atomic lattices in the transient process of heat conduction. The DPL models resolve the issue of propagation of thermal wave with infinite speed; however, they do not address the nonlocal effects arising from thermal inertia, and microstructural interaction. The physical process is nonlocal; the field variable at one point is

actually affected by the other points within a finite distance. The nonlocality brings in the effects other points within a finite distance from the point of interest on the field variable. The nonlocal effects are significant in the application of nanoscale materials.

During heat conduction, the energy balance is satisfied by

$$\rho c_v \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q}(\mathbf{x}, t) + S(\mathbf{x}, t) \quad (24)$$

where  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) is the mass density,  $c_v$  (J/(kg·°K)) is the specific heat capacity,  $S$  (J/(s·m<sup>3</sup>)) is the volumetric thermal source,  $\mathbf{q}$  (J/(s·m<sup>2</sup>)) is the heat flux,  $T$  (°K) is the temperature,  $t$  (s) is the time,  $\mathbf{x}$  is the position vector of point of interest in the domain, and  $\nabla$  is the symbol of gradient operator. Tzou [10,11] introduced the Dual-Phase-Lag (DPL) heat conduction law as

$$\left(1 + \tau_q \frac{\partial}{\partial t}\right) \mathbf{q}(\mathbf{x}, t) = -k \left( \nabla T(\mathbf{x}, t) + \tau_T \frac{\partial}{\partial t} \nabla T(\mathbf{x}, t) \right) \quad (25)$$

where  $k$  (J/(s·m·°K)) is thermal conductivity coefficient,  $\tau_q$  (s) is the phase lag of heat flux or thermal relaxation time due to the fast transient effects of thermal inertia and  $\tau_T$  (s) represents the phase lag of temperature gradient or time delay due to the microstructural interactions. With this non-Fourier heat transfer law, the energy equation, Eq. (24) can be rewritten as

$$\rho c_v \left(1 + \tau_q \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = k \nabla^2 T(\mathbf{x}, t) + k \tau_T \nabla^2 \dot{T}(\mathbf{x}, t) + \left(1 + \tau_q \frac{\partial}{\partial t}\right) S(\mathbf{x}, t) \quad (26)$$

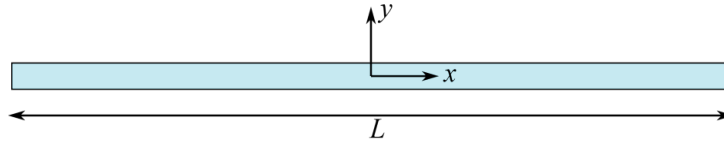
where  $\nabla^2$  is the Laplace operator. Using the PDDO, this equation can be discretized in space as [12]

$$\begin{aligned} \rho c_v \tau_q \ddot{T} + \rho c_v \dot{T} &= \sum_{l=1}^{N(k)} M(\mathbf{x}_{(k)}, \mathbf{x}_{(k_l)}) \left( T(\mathbf{x}_{(k_l)}, t) - T(\mathbf{x}_{(k)}, t) \right) \Delta V_{k_l} \\ &+ \tau_T \sum_{l=1}^{N(k)} M(\mathbf{x}_{(k)}, \mathbf{x}_{(k_l)}) \left( \dot{T}(\mathbf{x}_{(k_l)}, t) - \dot{T}(\mathbf{x}_{(k)}, t) \right) \Delta V_{k_l} + S(\mathbf{x}_{(k)}, t) + \tau_q \dot{S}(\mathbf{x}_{(k)}, t) \end{aligned} \quad (27)$$

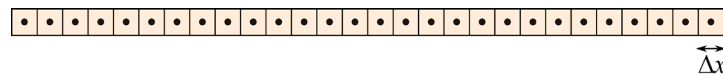
where

$$M(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = d \frac{\left( g_2^{20}(\mathbf{x}, \xi) + g_2^{02}(\mathbf{x}, \xi) \right) + \left( g_2^{20}(\mathbf{x}, -\xi) + g_2^{02}(\mathbf{x}, -\xi) \right)}{2} \quad (28)$$

A nanoscale metal film is subjected to ultrashort-pulse laser heating as considered previously by Brorson et al. [13] and Qui et al. [14] and Wang et al. [15]. The geometry and PD discretization of the film are shown in Figs. 3 and 4. The length of the film is specified as  $L = 100 \text{ nm}$ . The discretization is achieved with  $k = 1, \dots, K = 100$  with a grid spacing of  $\Delta x = L/100$ .



**Figure 3.** Geometry of the film



**Figure 4.** PD discretization of the film

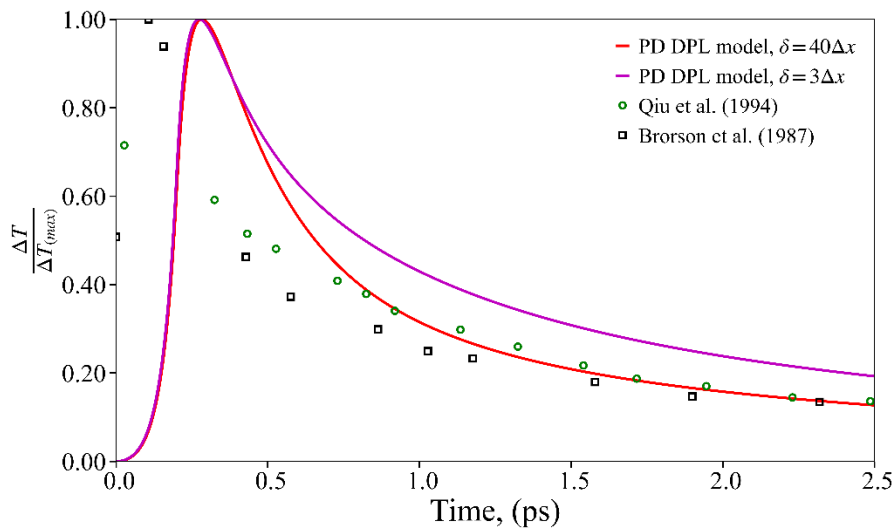
The horizon sizes of  $\delta = 3\Delta x$  (weak nonlocality) and  $\delta = 40\Delta x$  (strong nonlocality) are considered as part of the simulation. The film insulated at both ends is subjected to a volumetric heating with a Gaussian profile as

$$S(x, t) = 0.94J_0 \left( \frac{1-R}{\ell t_0} \right) e^{-\left( \frac{x}{\ell} \right) - \left( \frac{a_0 |t-2t_0|}{t_0} \right)} \quad (27)$$

where  $R = 0.93$ , the laser influence parameter,  $J_0 = 13.4 \text{ J/m}^2$ , the laser penetration depth,  $\ell = 15.3 \text{ nm}$ , duration of laser pulse,  $t_0 = 0.1 \text{ ps}$  and the Gaussian parameter,  $a_0 = 1.992$ .

The material properties of the film are conductivity,  $k = 315 \text{ W/(m}^\circ\text{K)}$  and thermal diffusivity,  $\alpha = k/(\rho c_v) = 1.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  with  $\rho c_v = 2625 \times 10^3 \text{ J/(}^\circ\text{K m}^3)$ . The total simulation time is specified as  $t = 2.5 \text{ ps}$  with a time step size of  $\Delta t = 5 \times 10^{-5} \text{ ps}$ . The phase lag parameters are specified as  $\tau_q = 8.5 \text{ ps}$  and  $\tau_T = 90 \text{ ps}$ .

At the center of the film ( $x = 0$ ), the PD predictions for the normalized temperature over time are shown in Fig. 5 along with the experimental measurements. It is observed that the temperature profiles for PD DPL with  $\delta = 40\Delta x$  and  $\delta = 3\Delta x$  are similar; however, the solution with  $\delta = 40\Delta x$  captures the experimental measurements by Brorson et al. [13] and Qui et al. [14]. The PD DPL model captures the nonlocal effects in heat conduction at the nanoscale validating its efficacy.



**Figure 5.** PD predictions for normalized temperature variation at the center of the film over time (remove Thermal diffusion)

**Kuramoto-Sivashinsky equation**

The Kuramoto–Sivashinsky (K-S) equation which has a chaotic behavior describes physical systems driven far from equilibrium by intrinsic instabilities such as those of laminar flame fronts and phase dynamics in reaction-diffusion systems. As previously considered by Raissi and Karniadakis [16], it is stated as

$$u_t + uu_x + u_{xx} + u_{xxx} = 0 \quad \text{for } 0 \leq x \leq L = 100\text{m} \quad \text{with } t > 0 \tag{28}$$

It is subjected to a periodic boundary condition in the form of

$$u(x = 0, t) = u(x = L, t) \tag{29}$$

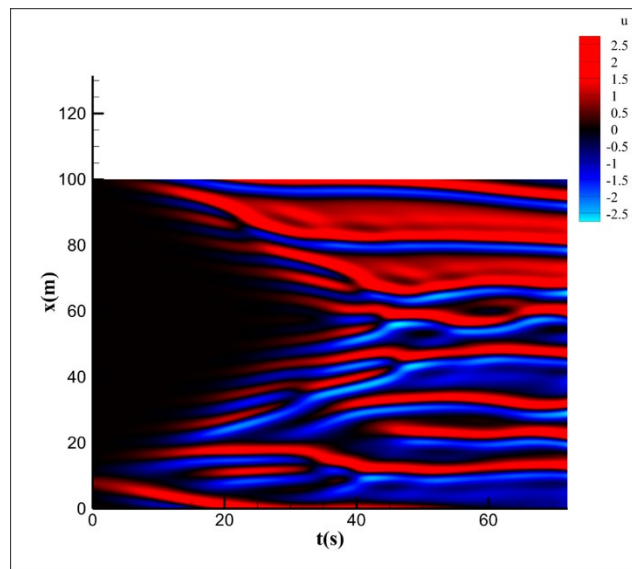
The initial condition is specified as

$$u(x, t = 0) = e^{-(x-8)^2} \tag{30}$$

The PDE is converted to a system of algebraic equations in terms of the PD unknowns,  $u^{t+\Delta t}(x_{(j)})$  as [17]

$$\begin{aligned}
 & u^{t+\Delta t}(x_{(k)}) + \Delta t \left( \sum_{j=1}^{N_{(k)}} u^{t+\Delta t}(x_{(j)}) g_4^0(\xi_{(k)(j)}) l_{(j)} \right) \left( \sum_{j=1}^{N_{(k)}} u^{t+\Delta t}(x_{(j)}) g_4^1(\xi_{(k)(j)}) l_{(j)} \right) \\
 & + \Delta t \sum_{j=1}^{N_{(k)}} u^{t+\Delta t}(x_{(j)}) g_4^2(\xi_{(k)(j)}) l_{(j)} + \Delta t \sum_{j=1}^{N_{(k)}} u^{t+\Delta t}(x_{(j)}) g_4^4(\xi_{(k)(j)}) l_{(j)} - u^t(x_{(k)}) = 0
 \end{aligned} \tag{31}$$

for  $k = 1, \dots, K = 1025$ . The solution to this equation is constructed by considering a uniform grid spacing of  $\Delta = 0.097561$  m with a horizon size of  $\delta = 5\Delta$  and  $\Delta t = 0.8s$ . Figure 6 shows the PD solution for  $0 \leq t \leq 70s$  which is in close agreement with the other numerical solutions.



**Figure 6.** PD solutions of the K-S equation for  $t = 70s$

### Eikonal equation

The isotropic Eikonal equation for travel time,  $T = T(x, y, z)$  is of the form [18]

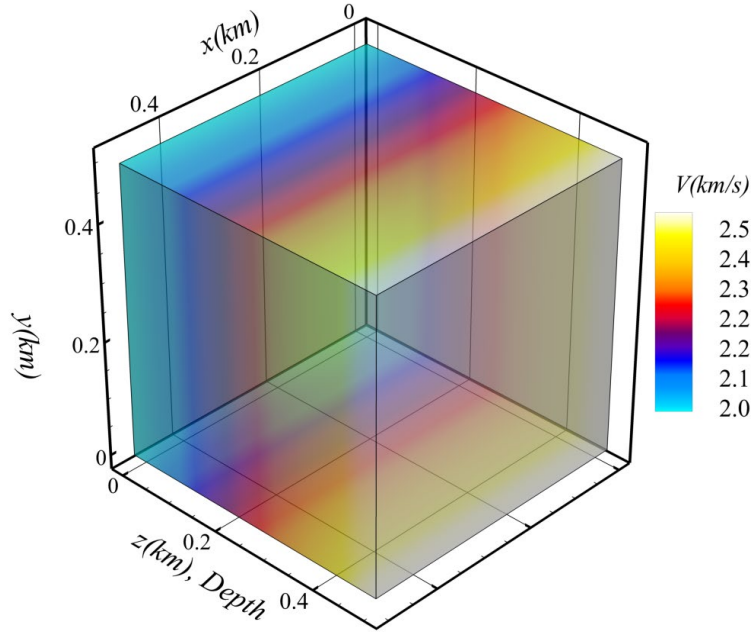
$$\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 = \frac{1}{v^2(x, y, z)} \quad \text{for } (x, y, z) \in [0, L = 0.5\text{km}] \tag{32}$$

in which  $v(x, y, z)$  is the known velocity field. It is subjected to a constraint at the source location,  $\mathbf{x}_s = (0.25, 0.25, 0.25)$  as  $T(\mathbf{x}_s) = 0$ .

The velocity field shown in Fig. 7, has constant velocity gradient in  $z$  - direction as  $g_z = 1.0s^{-1}$

and  $v(\mathbf{x}_s) = 2.25\text{km/s}$ . The analytical solution is of the form [18]

$$T(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{g_z^2}} \cosh^{-1} \left( 1 + \frac{g_z^2 |\mathbf{x} - \mathbf{x}_s|^2}{2v(\mathbf{x})v(\mathbf{x}_s)} \right) \quad (33)$$



**Figure 7.** Velocity field with a uniform gradient in the  $z$ -direction

Replacing the local derivatives with their PD counterparts in the Eikonal equation leads to its discrete form as [19]

$$\left( \sum_{j=1}^{N(k)} T_{(k)(j)} g_1^{100}(\xi_{1(k)(j)}, \xi_{2(k)(j)}, \xi_{3(k)(j)}) V_{(j)} \right)^2 + \left( \sum_{j=1}^{N(k)} T_{(k)(j)} g_1^{010}(\xi_{1(k)(j)}, \xi_{2(k)(j)}, \xi_{3(k)(j)}) V_{(j)} \right)^2 + \left( \sum_{j=1}^{N(k)} T_{(k)(j)} g_1^{001}(\xi_{1(k)(j)}, \xi_{2(k)(j)}, \xi_{3(k)(j)}) V_{(j)} \right)^2 = \frac{1}{v^2(x, y, z)} \quad \text{for } k = 1, \dots, K \quad (34)$$

where  $K$  is the total number of PD points in the discretization. Similarly, the condition  $T(\mathbf{x}_s) = 0$  can be discretized as

$$T(x_s, y_s, z_s) = \sum_{j=1}^{N(s)} T_{(s)(j)} g_1^{000}(\xi_{1(s)(j)}, \xi_{2(s)(j)}, \xi_{3(s)(j)}) V_{(j)} = 0 \quad (35)$$

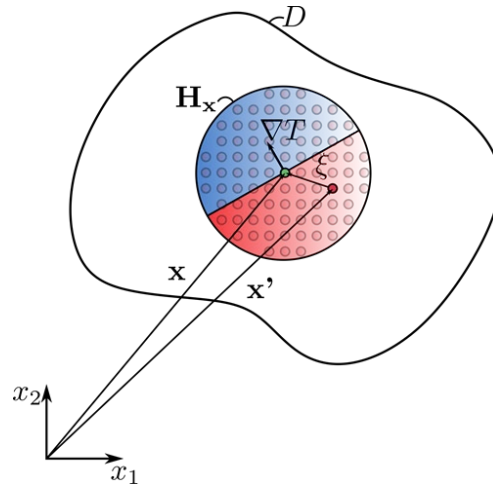
This constraint condition is enforced by deleting the corresponding row in the resulting system of equations.

The weight function is updated depending on the location of the point inside the family and the gradient direction of the travel time at the point of interest as illustrated in Fig. 8. It is expressed as

$$w(|\xi|, \kappa; \delta) = \kappa e^{-4(|\xi|/\delta)^2} \tag{36}$$

with

$$\kappa = \begin{cases} 0.1 & \text{if } \xi \cdot \nabla T < 0 \\ 1.0 & \text{if } \xi \cdot \nabla T \geq 0 \end{cases} \tag{37}$$



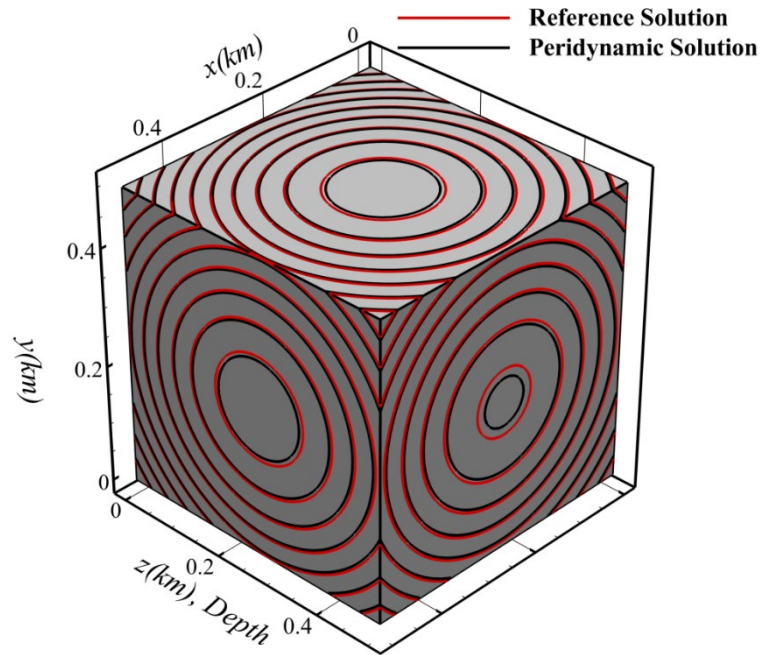
**Figure 8.** Weight function with directional nonlocality for the Eikonal equation

The domain is discretized with uniform grid spacing of  $\Delta = 0.01$  km in each direction with  $k = 1, \dots, K = 51 \times 51 \times 51$ . The solution to this non-linear system of algebraic equations is constructed by considering a horizon size of  $\delta = 2\Delta$ . The resulting non-linear algebraic system of equations can be solved by employing the Newton-Raphson method in an iterative manner.

Initial guess is specified as spheres with different radii centered at the source location in the form

$$T_{init} = \frac{(x-0.25)^2 + (y-0.25)^2 + (z-0.25)^2}{2} \tag{38}$$

Depending on the position of family members and the gradient direction of the traveltime, the weight function and the PD functions are updated during each iteration. As shown in Fig. 9, the PD solution captures the analytical solution.



**Figure 9.** Comparison of PD traveltimes predictions with the analytical solution

### Cracking due to desiccation

The deformation response of the expansive soil due to moisture change can be determined by solving for the equation of motion expressed as [20]

$$\rho(\mathbf{x}, t)\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \mu(\nabla^2\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) + 2\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) - (\mu - \lambda)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - (2\mu + 3\lambda)\alpha\nabla\varpi(\mathbf{x}, t) + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t) \quad (39)$$

with

$$\varpi(\mathbf{x}, t) = \theta_w(\mathbf{x}, t) - \theta_{w0}(\mathbf{x}, t) \quad (40)$$

in which  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  and  $\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)$  represent the displacement vector, and body force density vector, respectively, and  $\lambda$  and  $\mu$  are the Lamé's material constants,  $\alpha(\mathbf{x}, t)$  is the swell-shrinkage coefficient,  $\theta_{w0}(\mathbf{x}, t)$  is the reference water content. The volumetric moisture is evaluated as

$$\theta_w(\mathbf{x}, t) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)\left(1 + (a\varphi(\mathbf{x}, t))^n\right)^{-m} \quad (41)$$

in which  $\theta_r$  is the residual volumetric moisture. The parameter,  $\theta_s$  is the saturated volumetric moisture and its value equals to porosity of soil. The empirical parameter  $a$  is related to the air entry suction, the exponents,  $m$  and  $n$  are associated with the pore-size distribution. They are determined based on the experimental results. The matric suction  $\varphi(\mathbf{x}, t)$  is defined as

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = h_a - h(\mathbf{x}, t) \quad (42)$$

in which  $h_a = 0$  [m] representing the air pressure head refers to the air pressure. The pressure head,  $h(\mathbf{x}, t)$  is determined from the solution of the nonlinear transient diffusion equation expressed in the form

$$S(\mathbf{x}, t) \frac{\partial (h(\mathbf{x}, t) + y(\mathbf{x}, t))}{\partial t} = K(\mathbf{x}, t) (\nabla^2 h(\mathbf{x}, t) + \nabla^2 y(\mathbf{x}, t)) + \nabla K(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla h(\mathbf{x}, t) + \nabla K(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla y(\mathbf{x}, t) \quad (43)$$

in which  $y(\mathbf{x}, t)$  is the elevation head. The parameters,  $S(\mathbf{x}, t)$  and  $K(\mathbf{x}, t)$  represent the specific moisture capacity and hydraulic conductivity, respectively. The hydraulic conductivity depends on the degree of saturation and it can be defined as

$$K(\mathbf{x}, t) = \theta_e^{1/2}(\mathbf{x}, t) \left( 1 - \left( 1 - \theta_e^{1/m}(\mathbf{x}, t) \right)^m \right)^2 K_s \quad (44)$$

in which  $\theta_e(\mathbf{x}, t)$  is the effective degree of saturation,  $K_s$  is the saturated hydraulic conductivity, and  $m$  is the empirical parameter obtained from the experimental data. The relationship between the effective degree of saturation and matric suction is referred to as the soil-water characteristic curve (SWCC) can be described as

$$\theta_e(\mathbf{x}, t) = \frac{\theta_w(\mathbf{x}, t) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (45)$$

For the unsaturated soil, the specific moisture capacity is defined as

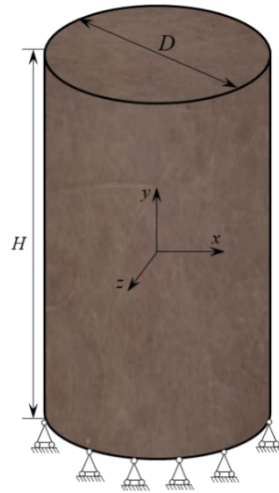
$$S(\mathbf{x}, t) = \left| \frac{\partial \theta_w(\mathbf{x}, t)}{\partial h(\mathbf{x}, t)} \right| = \frac{mn(\theta_s - \theta_r)(a\varphi(\mathbf{x}, t))^n}{\varphi(\mathbf{x}, t) \left( 1 + (a|h(\mathbf{x}, t)|)^n \right)^{1+m}} \quad (46)$$

This equation can be subject to applied displacement constraints,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{U}^*$  and external tractions,  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \mathbf{T}^*$  on the boundary. After constructing the discrete form of these

equations as explained by Zhang et al. [20], the deformation field and the pressure head are computed in a coupled fashion.

As shown in Fig. 10, the clayey soils suffering from oven-drying experiments [21] are simulated. The diameter and the height of the cylindrical soil specimen are  $D = 50\text{mm}$  and  $H = 100\text{mm}$ . The specimen is placed in the oven to dry; therefore, the displacement in the  $y$ -direction at the bottom is constrained. The mechanical parameters of the clayey soil are specified as Young's modulus  $E = 2.4\text{MPa}$ , Poisson ratio  $\nu = 0.25$ , mass density  $\rho = 1300\text{kg/m}^3$ , saturated hydraulic conductivity  $K_s = 2.3328 \times 10^{-3} \text{m/d}$ , swell-shrinkage coefficient  $\alpha = 0.65$  [21], and the fracture energy release rate  $G = 0.178\text{N/m}$ . Other soil parameters are specified as [22]:  $\theta_s = 0.449$ ,  $\theta_r = 0.124$ ,  $a = 0.122\text{m}^{-1}$ ,  $b = 1.733$  and  $c = 0.4237$ . The initial pressure head is  $-3.2\text{m}$  to keep the water content as  $42.5\%$  according to Eq. (41).

The model is discretized with uniform grid spacing  $\Delta x = 7.14 \times 10^{-4} \text{m}$  with  $552297$  material points. To reflect the heterogeneity in the clayey soil, a random distribution is introduced to the critical stretch value by Gaussian distribution with the mean value of  $\bar{\mu} = 1$  and standard derivation of  $\sigma = 0.1$  as shown in Fig. 10.



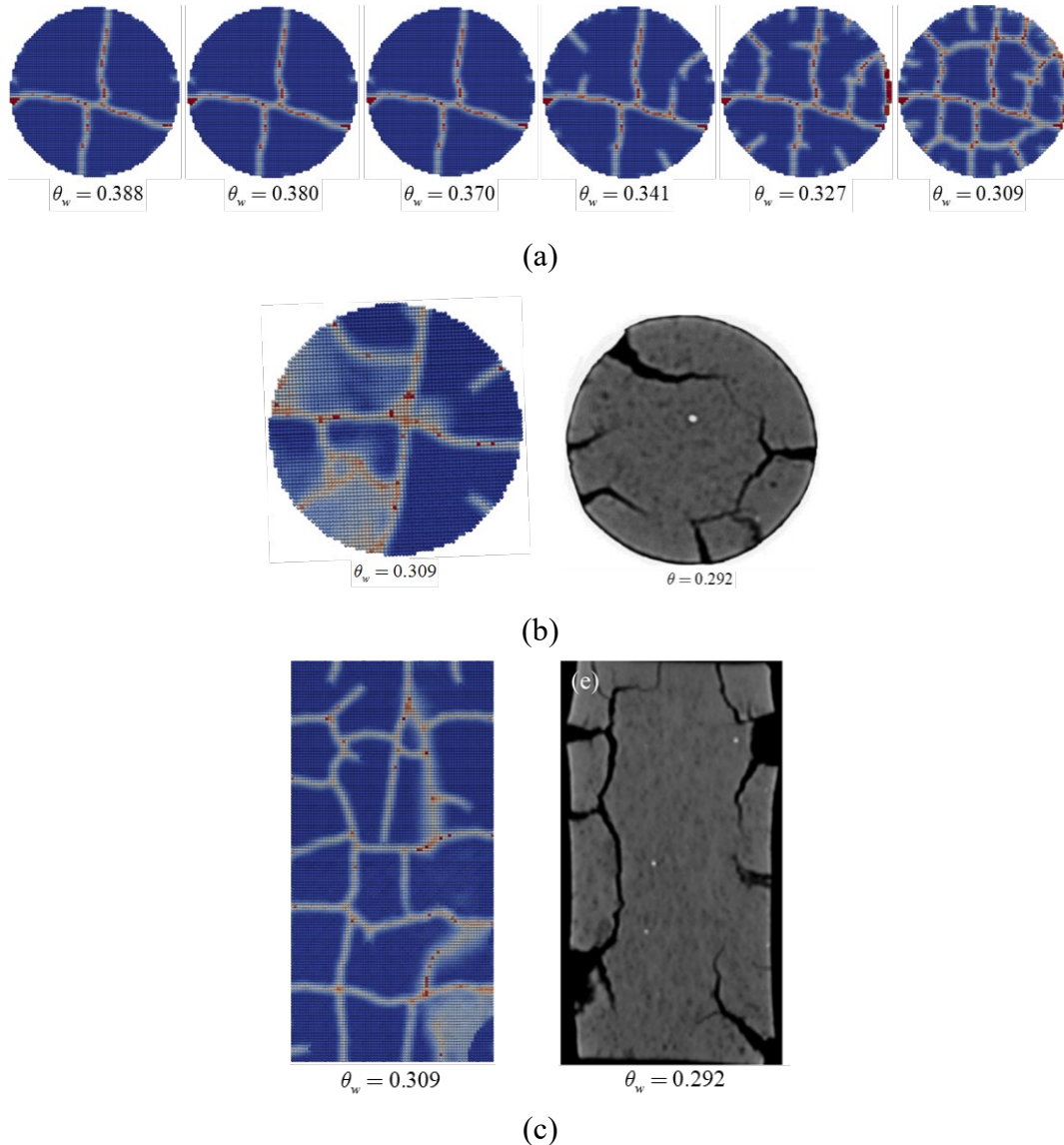
**Figure 10.** The geometry of the clayey soil specimen and the boundary conditions

To simulate the drying process, the flow boundary conditions on the top and lateral surrounding surfaces are specified as

$$J = \begin{cases} 4.0t \left( \frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right), t \leq 0.0075 \\ 0.02 \frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}, t > 0.0075 \end{cases} \quad (48)$$

Fig. 11a shows the crack initiation, propagation, and coalescence on the top surface of the specimen during the oven-drying process. Due to the moisture loss, the radial cracks initiate

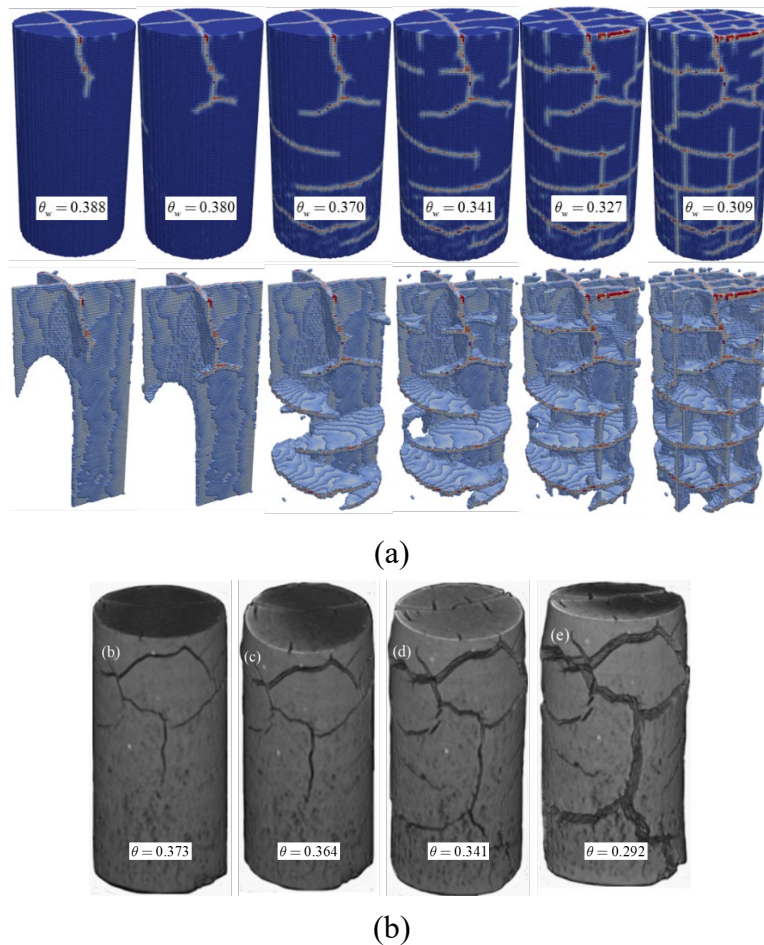
first at the lateral surface of the specimen and then propagate toward the center. With the continuation of the drying process, the circumferential cracks initiate at the depth of 1~1.5cm from the lateral surface and coalesce with the radial cracks, which was also observed in the experimental test [21]. The PD model also predicts asymmetric cracks due to the heterogeneity of the clayey soil. Figs. 10b and c show the crack pattern on the middle horizontal and verticle profiles of the specimen, respectively. The PD crack propagation predictions resemble the experimental observations [21].



**Figure 11.** Crack propagation in the specimen: (a) top surface, (b) middle horizontal profile, and (c) middle vertical profile

Figure 12 demonstrates the formation and progression of cracks in the interior of the cylindrical soil specimen. The material points with local damage values greater than 0.2 are also shown to reveal the crack growth into the soil. Due to the oven drying, the shrinkage cracks form at the top and lateral surface and propagate towards the bottom and the inner region. It is obvious that more cracks initiate at the top surface because the drying process at the top surface is faster than at the bottom. Although the PD predictions of the propagation path and the morphology of the

cracks are not exactly similar to the experimental observations, the PD predictions capture similar crack propagation paths, bifurcation, and connection as observed in the experiments [21]



**Figure 12.** 3D crack propagation in the specimen: (a) PD predictions; (b) Experimental observations [21]

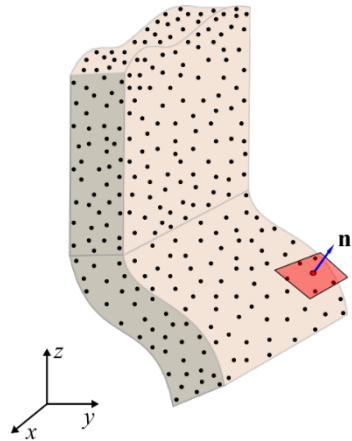
### Point cloud data compression and recovery

3D LiDAR (Light Detection and Ranging) point clouds provide rich spatial information by capturing the geometry of environments in fine detail. They are widely used in aerial surveying, topographic mapping, robotics, and autonomous vehicles. By emitting laser pulses and measuring their returns, LiDAR systems generate millions of 3D points that accurately represent objects and landscapes, enabling advanced perception and modeling. However, the sheer volume of LiDAR data poses challenges for storage, transmission, and real-time processing. A single scan can contain millions of points, leading to massive file sizes and demanding significant computational resources. Streaming raw point clouds at high frame rates requires bandwidth on the order of gigabytes per second, making direct handling impractical. Without efficient compression, these data constraints can overwhelm memory, networks, and real-time processing systems.

Lossy compression techniques for 3D point cloud data provide practical solutions by significantly reducing data size, regardless of the poor reconstruction fidelity. Unlike lossless

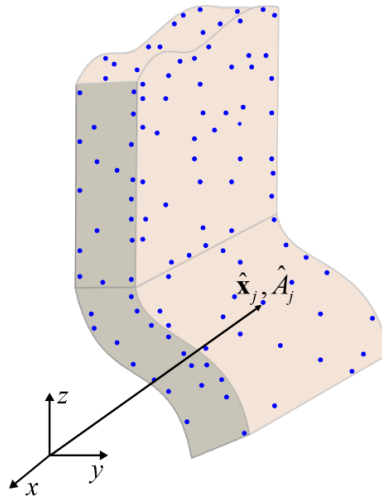
compression, where original data is precisely reconstructed, lossy compression strategically discards less critical data based on perceptual or geometric importance, aiming to retain visual quality and structural integrity for scientific applications [23-27].

A Point Cloud Data (PCD) consists of list of surface point coordinates,  $P_i = (x_i, y_i, z_i)$  with  $i = 1, \dots, N$  in 3D space. Each point has a unit normal vector,  $\mathbf{n}_i$ . These points defining the surface geometry can be nonstructured, random, irregular and scattered as shown in Fig. 13.

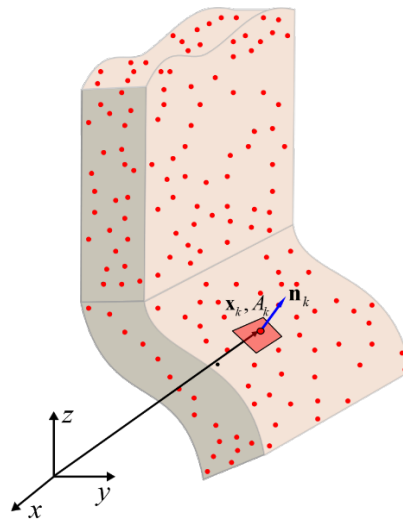


**Figure 13.** PCD points of an arbitrary object

The PCD are separated into picked and unpicked data sets,  $N_p$  and  $N_u$ , respectively, i.e.,  $N = N_p + N_u$ . As shown in Fig. 14, the locations of the “picked” points  $\hat{P}_j = (\hat{x}_j, \hat{y}_j, \hat{z}_j)$  with  $j = 1, \dots, N_p$  are known. However, the locations of the “unpicked” points,  $P_k = (x_k, y_k, z_k)$  with  $k = 1, \dots, N_u$  are unknown. Each “picked” and “unpicked” point has an area of  $\hat{A}_j$  and  $A_k$ , respectively. The PDDO introduced by Madenci et al. [3, 28] for regression is employed to predict the locations of “unpicked” points  $\mathbf{x}_k$ , shown in Fig. 3, in terms of the locations of “picked” points  $\hat{\mathbf{x}}_j$ .

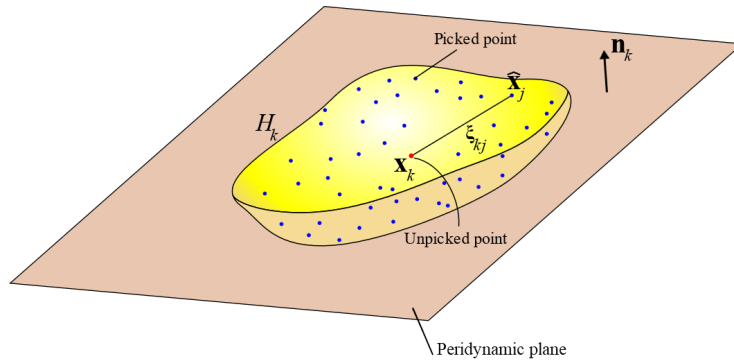


**Figure 14.** “Picked” PCD points of the object



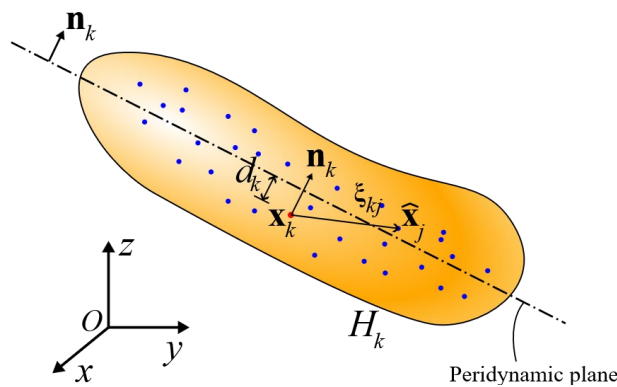
**Figure 15.** “Unpicked” PCD points of the object

As shown in Fig 16, the relative position vector between points  $\mathbf{x}_k$  and  $\hat{\mathbf{x}}_j$  is represented by vector  $\xi_{kj}$ . The family members of the “unpicked” point  $\mathbf{x}_k$  are identified as the closest  $M$  “picked” points  $\hat{\mathbf{x}}_j$  in a 3D horizon,  $H_k$ .



**Figure 16.** PD family members and PD plane of an “unpicked” point

The unit normal to the PD plane is denoted by  $\mathbf{n}_k$ . As the size of  $H_k$  (horizon of  $\mathbf{x}_k$ ) reduces, the unit normal of the PD plane approaches to the unit normal at point  $\mathbf{x}_k$ . Hence, it is assumed that the unit normal at point  $\mathbf{x}_k$  is identical to that of the PD plane associated with  $H_k$ . After determining the unit normal,  $\mathbf{n}_k$  to the PD plane, the local surface (triad) coordinate system  $(x', y', z')$  shown in Fig. 5 is introduced at point  $\mathbf{x}_k$ . Estimation of the locations of unpicked points,  $\mathbf{x}_k$  is performed on the PD plane passing through the “picked” points,  $\hat{\mathbf{x}}_j$  in  $H_k$ .



**Figure 17.** Side view of the PD plane near the “unpicked” point,  $\mathbf{x}_k$  and its unit normal vector

Estimation of unpicked point coordinates is performed on the PD plane whose unit normal vector is assumed to approximate the unit normal at the point of estimation. The location of

unpicked point  $\mathbf{x}_k$  can be estimated by employing the zeroth order peridynamic differential operator (PDDO) [1,3]. The zeroth order PDDO approximation of point,  $\mathbf{x}_k$  can be expressed by employing the  $(x', y')$  plane (i.e., the plane tangent to point  $\mathbf{x}_k$ ) in the form

$$\tilde{x}_k = \sum_{j=1}^{N_k} \hat{x}_j \mathcal{G}_2'^{00}(\xi'_{kj1}, \xi'_{kj2}) \hat{A}_j \quad (49)$$

$$\tilde{y}_k = \sum_{j=1}^{N_k} \hat{y}_j \mathcal{G}_2'^{00}(\xi'_{kj1}, \xi'_{kj2}) \hat{A}_j \quad (50)$$

and

$$\tilde{z}_k = \sum_{j=1}^{N_k} \hat{z}_j \mathcal{G}_2'^{00}(\xi'_{kj1}, \xi'_{kj2}) \hat{A}_j \quad (51)$$

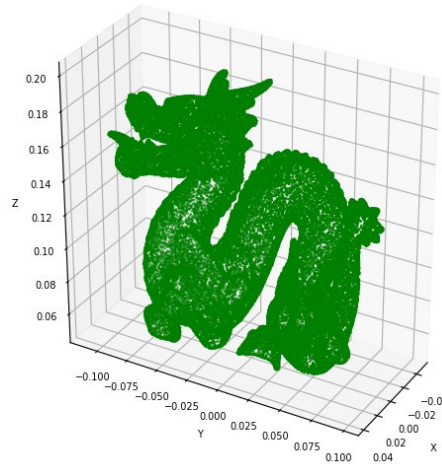
in which the local surface coordinates,  $\bar{\xi}'_{jk}$ , are defined as

$$\bar{\xi}'_{jk} = \{\xi'_{jk1}, \xi'_{jk2}\}^T = \{\hat{x}'_j - x'_k, \hat{y}'_j - y'_k\}^T \quad (52)$$

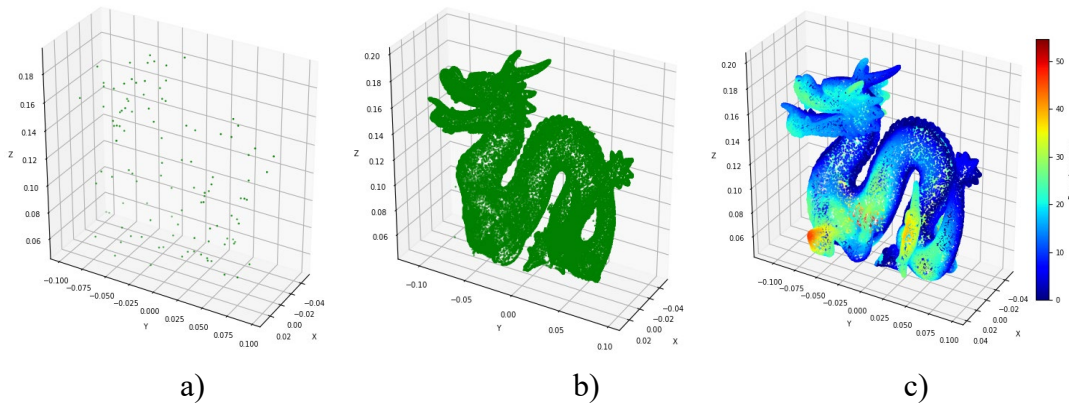
where  $\tilde{x}_k, \tilde{y}_k$  and  $\tilde{z}_k$  are the estimated locations of  $x_k, y_k$  and  $z_k$ , respectively, for  $k=1, \dots, N_u$ . The derivation of the PD functions are given in detail by Madenci and Barut [29].

This applicability of this approach is demonstrated by considering the dragon dataset obtained from the Stanford 3D Scanning Repository [30] as shown in Fig. 18. The data set contains a total of 54,706 PCD points. An initial 0.2% of the data points ( $N_p = 110$ ) are randomly selected (“picked”) for reconstruction. With this small portion of the data, the recovered image shown in Fig. 19 still captures the primary visual characteristics of the dragon. The overall error at this stage is high with a value of  $\bar{e}_{\max} = 55.6\%$ . Figures 20 - 26 display the picked points and corresponding recovered images along with the color maps of the pointwise error distributions at the 6th, 11th, 16th, 21st, 26th, and 30th iterations. The number of picked points at each stage corresponds to 5.2% (2,845), 10.2% (5,580), 15.2% (8,315), 20.2% (11,050), 25.2% (13,785),

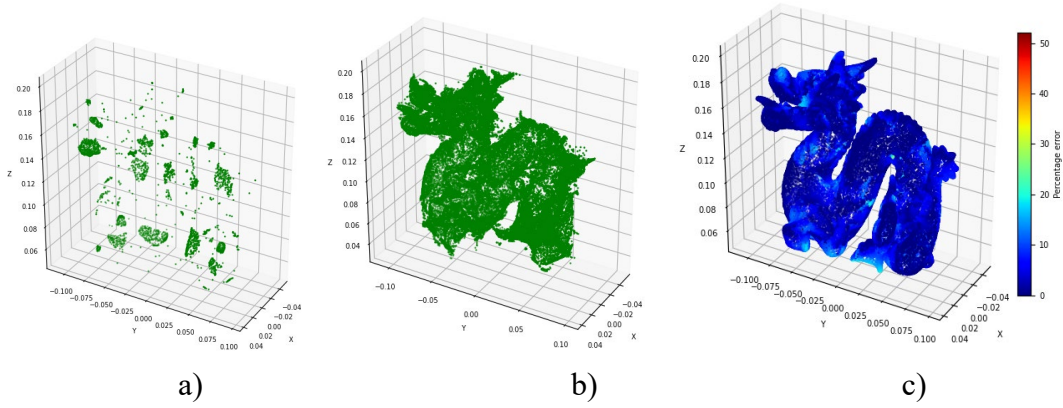
and 35.2% (19,255) of the original dataset. Initially, the percentage of maximum error reduces rapidly as the points are adaptively picked. Due to the presence of rough surface of the dragon shape, the reduction in maximum error percentage drops slowly until convergence is reached below 2% error, which requires 36.2% of the total points to be picked. While compressing the data to 36.2% of the original size is still remarkable, the dragon shape is highly challenging as it contains substantial number of curved edges and spiky points. The reconstruction at the last iteration captures fine geometric detail with minimal distortion as illustrated in Fig. 38.



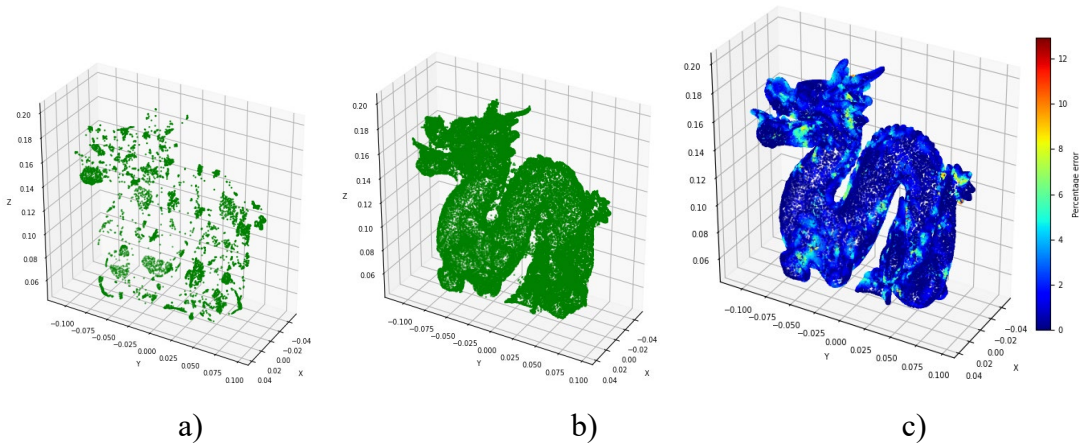
**Figure 18.** PCD describing the dragon ( $N = 54,706$ )



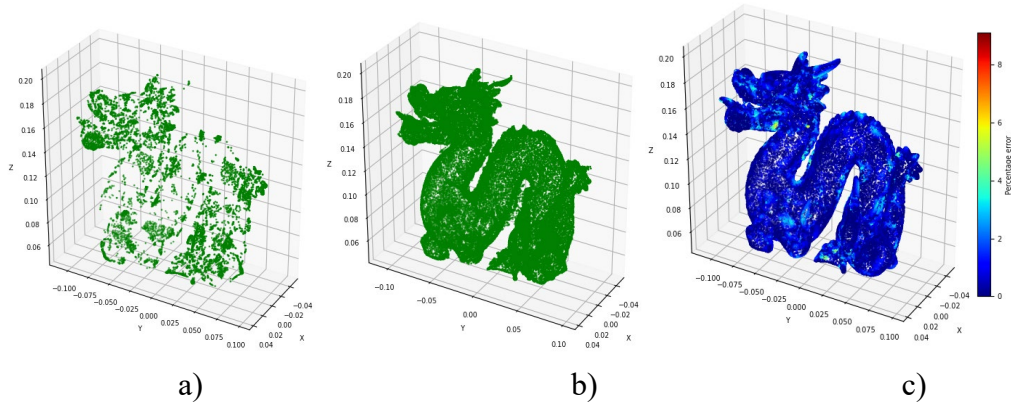
**Figure 19.** Scattered plots of a) randomly picked 0.2% of the data points ( $N_p = 110$ ), b) recovered data with maximum percentage error of  $\bar{e}_{\max} = 54.6\%$ , and c) percentage error distribution.



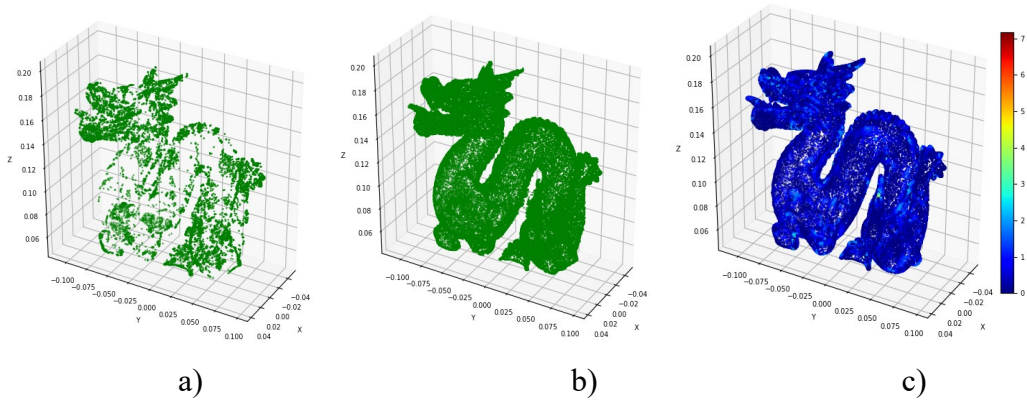
**Figure 20.** Scattered plots of a) adaptively picked 5.2% of the data points ( $N_p = 2845$ ), b) recovered data with maximum percentage error of  $\bar{e}_{\max} = 52.2\%$ , and c) percentage error distribution.



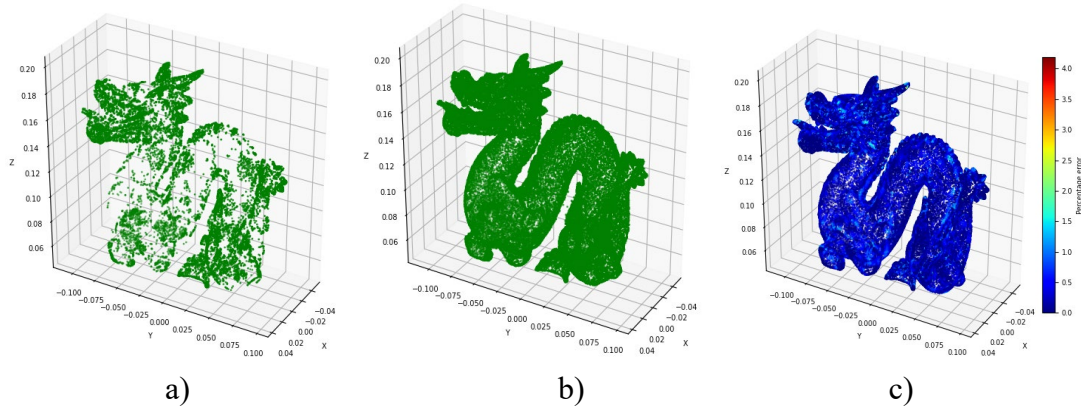
**Figure 21.** Scattered plots of a) adaptively picked 10.2% of the data points ( $N_p = 5580$ ), b) recovered data with maximum percentage error of  $\bar{e}_{\max} = 12.9\%$ , and c) percentage error distribution.



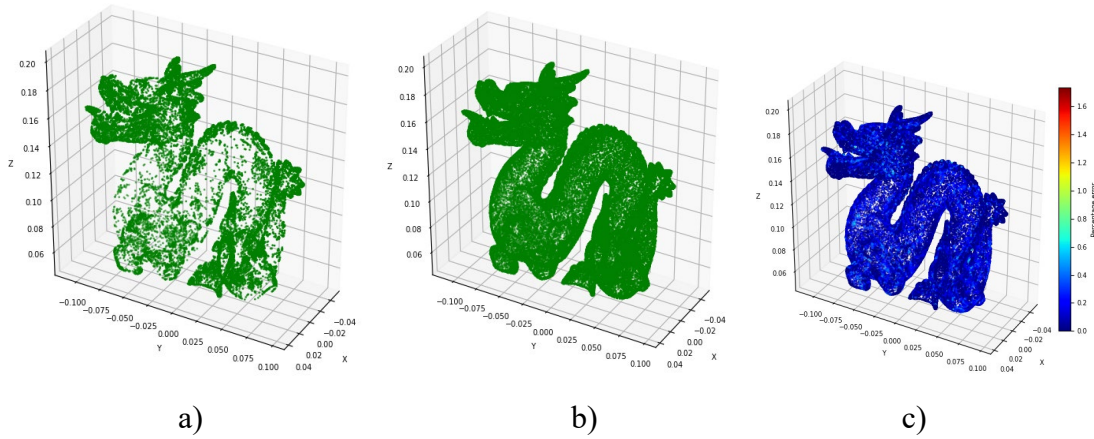
**Figure 22.** Scattered plots of a) adaptively picked 15.2% of the data points ( $N_p = 8315$ ), b) recovered data with maximum percentage error of  $\bar{e}_{\max} = 9.1\%$ , and c) percentage error distribution.



**Figure 23.** Scattered plots of a) adaptively picked 20.2% of the data points ( $N_p = 11050$ ), b) recovered data with maximum percentage error of  $\bar{e}_{\max} = 7.2\%$ , and c) percentage error distribution.

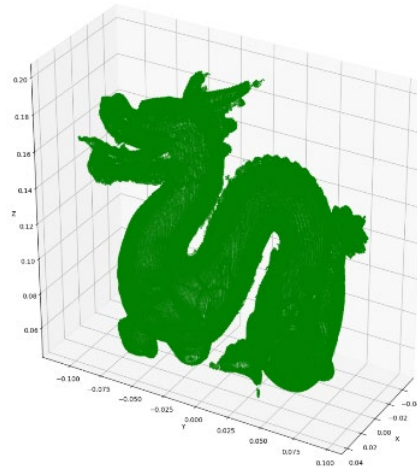


**Figure 24.** Scattered plots of a) adaptively picked 25.2% of the data points ( $N_p = 13785$ ), b) recovered data with maximum percentage error of  $\bar{e}_{\max} = 4.2\%$ , and c) percentage error distribution.



**Figure 25.** Scattered plots of a) adaptively picked 35.2% of the data points ( $N_p = 19255$ ), b) recovered data with maximum percentage error of  $\bar{e}_{\max} = 1.7\%$ , and c) percentage error distribution.

As shown in Fig. 26, considering the sharp changes in the shape of the dragon, the volumetric grid size is doubled in size by creating a grid of  $200 \times 200 \times 200$  resolution to enclose 36.2% of the selected (“picked”) data points depicted in Fig. 38a. The proximity of each grid point to the “picked” data is assessed, and candidate grid points are identified within a distance of  $\varepsilon_d = 0.05L_c$  from the PD plane with  $L_c = \sqrt{0.2^2 + 0.2^2 + 0.08^2}$ . A grid point is incorporated into the recovered point cloud (PCD) data if its normalized error is below a specified threshold value of  $\varepsilon_g \leq 0.5\%$ . As illustrated in Fig. 26, this method achieves excellent recovery of the original dragon structure.



**Figure 26.** Recovery of the PCD through a  $200 \times 200 \times 200$  grid by considering the “picked” points of  $N_p = 15,973$ .

## CONCLUSIONS

This study highlights the transformative potential of the Peridynamic Differential Operator (PDDO) in addressing challenges across a wide spectrum of scientific and engineering problems. Unlike classical local differential operators, the PDDO inherently incorporates a nonlocal framework, making it particularly well-suited to model physical phenomena involving discontinuities, singularities, and multi-scale interactions. Its ability to perform differentiation through integration allows for robust evaluations of derivatives of any order, even in the presence of irregular, scattered, or discontinuous data. Through rigorous derivation and practical demonstrations, the PDDO has shown efficacy in solving linear and nonlinear partial differential equations (PDEs), such as the Kuramoto–Sivashinsky, Eikonal, and Dual-Phase-Lag (DPL) heat conduction models. Moreover, the application of the PDDO to 3D point cloud data compression and recovery demonstrates its versatility beyond traditional PDE contexts. The adaptive reconstruction of LiDAR datasets validates its utility for data-intensive applications, where accurate recovery from sparse measurements is paramount.

## REFERENCES

- [1] Madenci, E., Barut, A., & Futch, M. (2016). Peridynamic differential operator and its applications. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 304, 408-451.
- [2] Madenci, E., Dorduncu, M., Barut, A., & Futch, M. (2017). Numerical solution of linear and nonlinear partial differential equations using the peridynamic differential operator. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 33(5), 1726-1753.
- [3] Madenci, E., Barut, A., & Dorduncu, M. (2019). *Peridynamic differential operator for numerical analysis*, Springer International Publishing.
- [4] Silling, S. A. (2000). Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(1), 175-209.
- [5] Silling, S. A., Epton, M., Weckner, O., Xu, J., & Askari, E. (2007). Peridynamic states and constitutive modeling. *Journal of elasticity*, 88(2), 151-184.
- [6] Madenci, E., Roy, P., & Behera, D. (2022). *Advances in peridynamics*, Springer International Publishing.

- [7] Madenci, E., Anicode, S. V. K., & Zhang, Y. (2024). *Peridynamics and Its Applications Using Ansys*. Springer Nature.
- [8] Sobolev, S. (1994). Equations of transfer in non-local media. *International journal of heat and mass transfer*, 37(14), 2175-2182.
- [9] Chen, Z., & Akbarzadeh, A. (2020). *Advanced thermal stress analysis of smart materials and structures*. Berlin, Germany: Springer.
- [10] Tzou, D. Y. (1995). The generalized lagging response in small-scale and high-rate heating. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38(17), 3231-3240.
- [11] Tzou D. Y. (1995) A unified field approach for heat conduction from macro-to micro-scales. *Journal of Heat Transfer* 117(1), 8–16
- [12] Anicode, S. V. K., & Madenci, E. (2023). Peridynamic modeling of dual-phase-lag thermal-moisture coupling in a finite element framework. *Engineering with Computers*, 39(1), 911-923.
- [13] Brorson, S. D., Fujimoto, J. G., & Ippen, E. P. (1987). Femtosecond electronic heat-transport dynamics in thin gold films. *Physical Review Letters*, 59(17), 1962.
- [14] Qiu, T. Q., & Tien, C. L. (1994). Femtosecond laser heating of multi-layer metals—I. Analysis. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 37(17), 2789-2797.
- [15] Wang, L., Xu, J., & Wang, J. (2018). A peridynamic framework and simulation of non-Fourier and nonlocal heat conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 118, 1284-1292.
- [16] Raissi, M., & Karniadakis, G. E. (2018). Hidden physics models: Machine learning of nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 357, 125-141.
- [17] Bekar, A. C., & Madenci, E. (2021). Peridynamics enabled learning partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 434, 110193.
- [18] Fomel, S., Luo, S., & Zhao, H. (2009). Fast sweeping method for the factored eikonal equation. *Journal of Computational Physics*, 228(17), 6440-6455.
- [19] Bekar, A. C., Madenci, E., & Haghghat, E. (2022). On the solution of hyperbolic equations using the peridynamic differential operator. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 391, 114574.
- [20] Zhang, Y., Madenci, E., Gu, X., & Zhang, Q. (2023). A coupled hydro-mechanical peridynamic model for unsaturated seepage and crack propagation in unsaturated expansive soils due to moisture change. *Acta Geotechnica*, 18(12), 6297-6313.
- [21] Tang, C. S., Zhu, C., Leng, T., Shi, B., Cheng, Q., & Zeng, H. (2019). Three-dimensional characterization of desiccation cracking behavior of compacted clayey soil using X-ray computed tomography. *Engineering Geology*, 255, 1-10.
- [22] Wu, R., Tang, Y., Li, S., Wang, W., Jiang, P., & Yang, G. (2021). Study on water characteristic curve and shear characteristics of typical unsaturated silty clay in Shaoxing. *Geofluids*, 2021.
- [23] Liang, X., Di, S., Tao, D., Li, S., Li, S., Guo, H., ... & Cappello, F. (2018). Error-controlled lossy compression optimized for high compression ratios of scientific datasets. In *2018 IEEE International Conference on Big Data (Big Data)* (pp. 438-447). IEEE.

- [24] Zhao, K., Di, S., Dmitriev, M., Tonellot, T. L. D., Chen, Z., & Cappello, F. (2021). Optimizing error-bounded lossy compression for scientific data by dynamic spline interpolation. In 2021 IEEE 37th International Conference on Data Engineering (ICDE) (pp. 1643-1654). IEEE.
- [25] Ballester-Ripoll, R., Lindstrom, P., & Pajarola, R. (2019). TTHRESH: Tensor compression for multidimensional visual data. *IEEE transactions on visualization and computer graphics*, 26, 2891-2903.
- [26] Li, S., Lindstrom, P., & Clyne, J. (2023). Lossy scientific data compression with sperr. In 2023 IEEE International Parallel and Distributed Processing Symposium (IPDPS) (pp. 1007-1017). IEEE.
- [27] Liu, J., Di, S., Zhao, K., Liang, X., Chen, Z., & Cappello, F. (2023). Faz: A flexible auto-tuned modular error-bounded compression framework for scientific data. In *Proceedings of the 37th International Conference on Supercomputing* (pp. 1-13).
- [28] Madenci, E., Barut, A., Willmarth, E., & Phan, N. (2022) Peridynamics for Data Estimation, Image Compression/Recovery, and Model Reduction. *J. of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, 4, 159-200.
- [29] Madenci, E. and Barut, A. (2025). Peridynamic Differential Operator for Lossy Compression and Recovery of 3D Point Cloud Data. *Engineering with Computers* (in press)
- [30] Stanford dragon - dragon\_recon.tar.gz- <https://graphics.stanford.edu/data/3Dscanrep/>



## **DISCRETE DAMAGE MODELLING BY USING REGULARIZED EXTENDED FINITE ELEMENT METHOD**

Endel V. Iarve

Professor, Mechanical and Aerospace Engineering  
Director, Institute for Predictive Performance Methodology  
University of Texas at Arlington, Arlington, Texas, USA

### **SUMMARY**

Advanced computational methodologies developed for strength and durability prediction in polymer composite materials are presented. Regularized eXtended finite element method (RX-FEM) for mesh independent insertion of field discontinuities during simulation is introduced in conjunction with cohesive zone modeling technique. Two types of continuous fiber composites are selected for methodology illustration the unidirectional fiber composite laminates and textile composites. The independent mesh method developed for robust finite element model generation for realistic woven composites is also presented and applied with RX-FEM for fracture modeling in 4 ply interlock woven carbon fiber composites.

### **OVERVIEW**

Over the past decades the composite materials have dramatically impacted various sectors of civil applications including aerospace, automotive, sports and shipbuilding. This brings to the forefront the need for the development of methodologies dealing with detailed modeling of the processes of damage accumulation and evolution in composite materials. Main types of fiber architecture which are of particular importance in structural applications are continuous fiber composites such as laminated and textile composites as well as short discontinuous fiber composites, which are especially important in automotive applications. In the present manuscript we will focus on the first two types of composite materials with continuous fiber architecture, i.e. laminates composite materials and textile composite materials under static and fatigue loading. While these materials offer multiple advantages such as high specific strength and corrosion resistance they exhibit complex failure modes. Fracture in a composite structure is the result of the evolution of discrete damage events such as fiber/matrix debonding, matrix cracking, delamination between plies and fiber failure. These damage modes evolve in various combinations that depend on the stacking sequence and ply thickness and cause redistributions of stresses in the failing composite. Some combinations may reduce the stress concentrations and delay the apparent failure, while others may precipitate the fracture. Progressive Damage Analysis (PDA) methodologies potentially offer to capture interactions of different failure mechanisms and predict the strength and durability of composite structures.

Modeling arbitrary three-dimensional (3D) cracking networks in solids is required to address this problem. The types of crack networks can differ significantly depending on heterogeneity and anisotropy of the materials under consideration as well as the type of loading. Isotropic and homogeneous materials will exhibit single or multiple crack propagation which may involve merging and branching especially

under thermal and or dynamic loading. Heterogeneous anisotropic materials such as laminated polymer composite materials with unidirectional fiber reinforced plies will exhibit multiple parallel cracking within the plies, which will cause delamination between those plies and possible fiber failure. In this example the key intra-ply cracks are directionally constrained along the fiber direction and merging or branching of such cracks is not possible but an accurate account of their interaction with interplay delamination is a key. Over the past 60 years several classes of techniques were proposed to solve these problems. The continuum damage methods [1], where the effect of damage is represented by stiffness property degradation and smeared crack bands models [2] for damage localization were the first and continue to exceedingly popular methodologies applied across various problem areas due to their direct compatibility with the traditional finite element method implementation. The difficulties arise in accurate representation of the local stress fields due to field discontinuities in the damage regions as well as inherent lack of mesh objectivity of the smeared crack band models of damage localization, which contains mesh size regularization but recovers the crack energy only if its propagation is aligned with the mesh lines and the mesh is structured. Several methodologies have arisen over the years to remedy these difficulties and perhaps the most elegant one is the regularization of [3] functional by [4] known as the phase-field method in brittle fracture. The outstanding feature of this methodology is the possibility to prove convergence to Griffith theory ( $\Gamma$  –convergence) with respect to a regularization scale parameter. This removes the issue of mesh objectivity and instead guarantees the solution convergence with mesh refinement. For practical usability several features must be added to the original model and among the most important is tension /compression bias. A review of the relevant developments can be found in (Ambati, Gerasimov, and de Lorenzis 2015). It is worth noting that introduction of such features creates difficulties in proving  $\Gamma$  –convergence for the modified approaches rendering them strictly speaking heuristic. On the other hand, the validity of the methods is evidenced by comparing with experimental data as is the case with any progressive failure analysis (PFA) method capable of modeling realistic structures. Recent work [6] is devoted to application of the phase-field methods to analysis of laminated composites. As noted in the beginning of this section, this type of materials deals with constraint cracking which is characterized by only small overall relief of energy due individual matrix crack propagation, which is a difficult scenario to assure phase-field localization. Indeed, very fine meshes are required including through the thickness of individual plies. IM7/8552 blocked ply  $[45_4/90_4/-45_4/0_4]_s$  laminate with an open hole was considered. The unique feature of the work is construction of a complex anisotropic weight function to accommodate matrix cracking, delamination and fiber failure to allow for interaction of these failure modes within one framework. Such representation takes advantage of the key strength of the phase-field methodology, which is the inherent ability to handle crack interaction, which is required for PFA. Ten elements were used though the thickness of each ply with over 16 million degrees of freedom (d.o.f.) total. The analysis is accomplished by using Abaqus explicit framework by simultaneous integration of the equilibrium and phase field equations. The advantage of explicit integration is that it exhibits nearly linear solution scaling with increasing the number of processing cores, which is required for achieving solution feasibility at this scale of d.o.f. The failure patterns demonstrated appear realistic and so are the predicted strength. However, discrete damage modeling (DDM) approaches with forced or built-in crack localization allow utilization of much coarser meshes. X-FEM [7] and related methods reviewed by [8], [9] and more recently [10] employ Heaviside enrichment to introduce displacement discontinuity over a predefined albeit evolving surface. While very efficient for modeling isolated discontinuities it is the crack bifurcation and merging, which represents a major stumbling block for the enrichment-based methodologies. X-FEM multitrack displacement enrichment was proposed in early works by the authors of the method in [11] and further developed and demonstrated for mult crack networks in [12] in 2D setting. The generalization to 3D, while conceptually straightforward, is extremely challenging due to multitude of double (or more) cut element configurations. Only recently complex 3D crack interaction patterns have been demonstrated in [10] by introducing hierarchical enrichment and automating complex domain integration for cut elements. In addition to domain integration, surface integration over cut segments is required for cohesive zone model (CZM) implementation, which is the method of choice to describe crack opening in modern implementations in heterogeneous materials as opposed to crack tip singularity enrichment in early implementations. For any general 3D cracking these cut segments

will be a random sequence of irregular polygons of vastly varying size and shape and the effect of such discretization on CZM solution accuracy has not been evaluated to date.

A different variant of X-FEM methodology is considered below. The essence of this methodology is regularization of Heaviside step function, hence the terminology Regularized eXtended Finite Element Method (RX-FEM). While several approaches to such regularization were proposed the methodology originally proposed in [13] will be considered. The original paper dealt with higher order displacement shape functions and spline approximation, in particular. Consider  $\{X_i\}$  a system of partition of unity basis functions in domain  $V$  and displacement approximation  $u = \sum u_i X_i$ . The regularized step function was approximated by using the same shape functions as the displacement approximation, i.e.  $\tilde{H} = \sum h_i X_i$ . We will use the tilda hat over the regularized step function to distinguish it from true Heaviside step function. The coefficients  $h_i$  will only depend on the signed distance function and vary from 0 to 1. A partition of unity enrichment is used so that the original shape function  $X_i$  is replaced by a pair  $\tilde{H}X_i$  and  $(1 - \tilde{H})X_i$ . Such enrichment reduces to phantom node method of [14] in the case of finite element framework and discontinuous step function as described in [8]. The present version of Rx-FEM was extensively developed for applications in laminated composites [15] including static and fatigue loading [16], [17] and geometrically nonlinear formulation [18]. The application of discrete damage modeling methods including X-FEM to laminated composites was reviewed in [19] and [20]. In early work [21] it became clear that in the laminated composite application space the solutions with low order approximation basis and small support were more efficient. Hence the linear approximation was used and was converted to hexagonal isoparametric elements allowing to use unstructured meshing. Recently this methodology with some limitations was implemented in commercial software [22] including explicit dynamic analysis [23].

Finally, the multiple phantom node capability was augmented with arbitrary multiple phantom element concept to formulate Hierarchical Rx-FEM allowing to simulate arbitrary networks of crossing cracks in 3D [24].

### LAMINATED COMPOSITE MATERIALS

The first example of application of RX-FEM considers fatigue response of laminated composites [25]. Three IM7/977-3 laminates with stacking sequence  $[30^\circ/60^\circ/90^\circ/-60^\circ/-30^\circ]_{2S}$ ,  $[0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ]_{2S}$ , and  $[60^\circ/0^\circ/-60^\circ]_{3S}$  will be examined. All specimens were 250 mm long and 38.1 wide with a 6.35 mm center hole and a 56 mm tab on the right. During the simulation, the left edge is constrained and fatigue loading in constant force amplitude regime was introduced through the tab as shown in Figure 1. Only half of the symmetric laminate was modeled, and uniform tensile stress was applied at the right surface of the tab. Such load application was chosen to model the load control regime. The force resultant at the tab surface was calculated and divided by the specimen cross-section and reported as applied axial stress. Nonlinear in-plane shear and thermal residual stress with  $\Delta T = -159^\circ\text{C}$  are included in the analysis. The specimens were subjected to fatigue loading under tension-tension cycles at  $R = 0.1$  and were inspected by X-Ray CT after a certain number of cycles. The loading amplitude and inspection cycle count for the three laminates are shown in Table .

Prior to discussing the results, we will illustrate the crack insertion and opening process. Figure displays the delamination at the  $30^\circ/60^\circ$  interface of the  $[30^\circ/60^\circ/90^\circ/-60^\circ/-30^\circ]_{2S}$  laminate along with the matrix cracks in the  $30^\circ$  and  $60^\circ$  layers after 200,000 cycles. The left image shows the crack path, which has been inserted. The crack path was inserted at a given integration point where the failure index is higher or equal to the residual strength coefficient after a certain number of cycles.

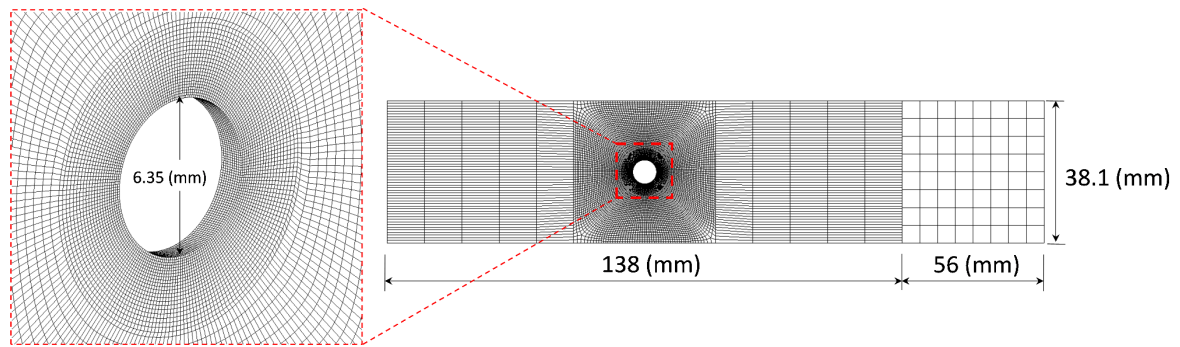


FIGURE 1. OPEN HOLE SPECIMEN DIMENSIONS AND MESH.

TABLE 1 DESCRIPTION OF SELECTED OPEN HOLE SPECIMENS.

Stacking sequence	R-ratio	Fatigue loading at % static failure load	Cycles of X-Ray CT inspection
$[30/60/90/-60/-30]_{2s}$	0.1	40 %	200,000
$[0/45/90/-45]_{2s}$	0.1	50 %	300,000
$[60/0/-60]_{3s}$	0.1	80 %	200,000

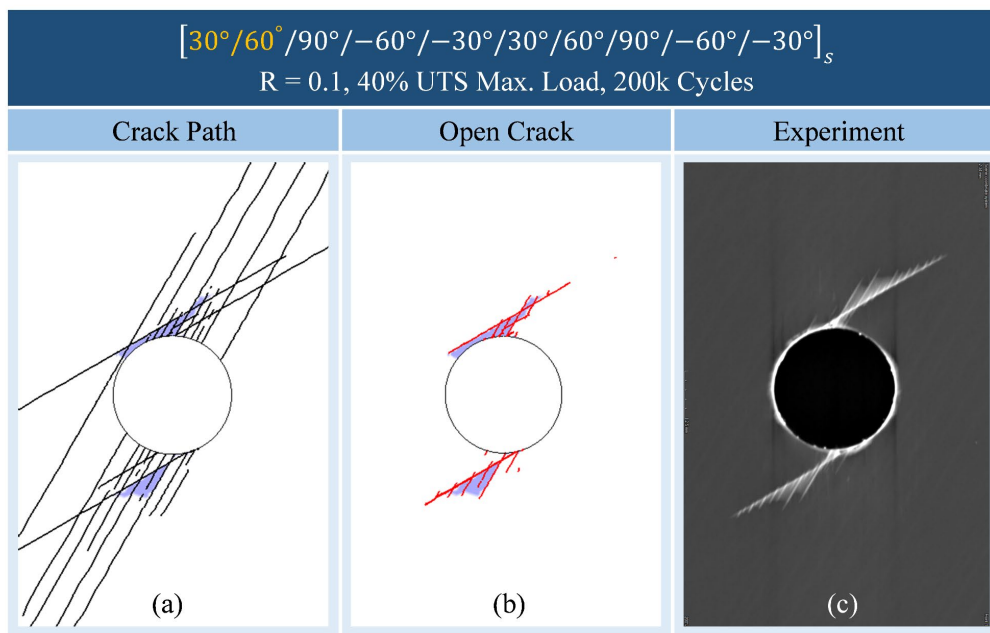


FIGURE 2. DELAMINATION AND MATRIX CRACKS AT THE OUTER  $30^\circ/60^\circ$  INTERFACE AFTER 200 K CYCLES. (A)-INSERTED CRACK PATH, (B)-OPEN CRACKS, IDENTIFIABLE WITH EXPERIMENTAL IMAGING AND (C) X-RAY CT IMAGE OF THE MATRIX CRACKING AND DELAMINATION.

The crack path is inserted by means of Rx-FEM enrichment and the lines in Figure 2 (a) are contours of the regularized step function  $\tilde{H}$  values of 0.5. The default length of the inserted crack is only limited by the domain boundary, i.e., the open hole contour and the outer rectangular contour. The finite crack path length is determined by positioning the previous cracks so that the crack path is terminated when it gets as close as one element away from

existing cracks. Figure 2(b) displays open section of the inserted cracks path where the CZM damage variable is greater than 0.995 [25]. While the open crack pattern is a subset of the overall crack pattern, only this pattern closely resembles the experimentally observed crack pattern. This illustrates the importance of each of the solution components, i.e., the crack insertion as well as the crack opening methodologies. The damage patterns on all interfaces of the same laminate are compared with experimental data on Figure 3 and exhibit good comparison.

Outer										Mid-plane
Interface	30/60	60/90	90/-60	-60/-30	-30/30	30/60	60/90	90/-60	-60/-30	-30/30
Experiment										
Prediction										

**FIGURE 3. DELAMINATION AND MATRIX CRACKS ON ALL INTERFACES OF THE  $[30^\circ/60^\circ/90^\circ/-60^\circ/-30^\circ]_{2S}$  LAMINATE AFTER 200 K CYCLES.**

### TEXTILE COMPOSITE MATERIALS

The second class of continuous reinforced composites address in this work are textile composites. While a significant amount of work has been conducted on analysis of various approximate idealized meso architectures of woven composites it is the analysis of complex realistic and practically important fiber architectures, which is a challenge. A 4 ply interlock woven composite with the fiber tow architecture cross section shown in Figure 4 and considered in [26] will be examined below.

Two principal modeling challenges not present in performance prediction of laminated composites must be overcome, first generating an accurate digital description of the fiber tow architecture in 3D, and second meshing and generation of the FE model of such meso level architecture. X-ray CT provides accurate 3D images of the textile morphology and can be directly used directly for complete generation of the digital description of the fiber morphology. In the present work, however, numerical textile tow architecture simulation tool termed The Virtual Textile Morphology Suite (VTMS) was used to generate a geometrically accurate tow architecture for a 4-ply interlock woven composite. The tool is based on representing fiber tows with a bundle of digital chains arranged according to the weave pattern with subsequent relaxation and compaction processes simulated to achieve realistic geometries. Not being a physical process simulation tool VTMS requires limited calibration using X-Ray images to achieve correct crimp in the warp and weft tows. After the fiber tow geometries have been generated another significant challenge needs to be address, namely generating the mesh and finite element model of the textile composite. Despite multiple efforts a general tool for reliable generation of consistent meshes for both the fiber tows and the matrix including inter tow pockets is still not available. To circumvent the difficult task of creating a consistent mesh for woven composites, the Independent Mesh Method (IMM), which combines standard FE meshing and an element-cutting technique, was introduced. This technique connects the

independently meshed fiber tows and resin pockets, which are modeled by using cut elements. For each element of the meshes representing tows, the local fiber direction was assigned based on the digital chain model created by VTMS, and the volume fraction within the warp and weft tows, respectively, were based on experimental measurements.

A sequence of linear elastic analyses was performed to predict the effective elastic properties of the textile composite. Illustrating the importance of calibrating the geometric model, effective properties for two different geometric models were compared to experimentally measured values. For the model that was not calibrated to X-Ray CT images, Young's moduli differed from the experiments by over 20%. For the calibrated geometric model, the Young's moduli differed by less than 2% and the in-plane shear modulus differed by less than 10%.

To predict the progressive failure of the woven composite, IMM was combined with RX-FEM damage modeling framework previously validated for ply-level progressive damage analysis of laminated composites. Cohesive surfaces were used to model tow-matrix and tow-tow debonding. Continuum damage models were used to capture longitudinal fiber failure and failure in the neat resin pocket. Finally, Rx-FEM cohesive damage model, which allows cracks that do not conform to the mesh, was used to model transverse matrix cracks within tows.

Using the geometrically calibrated model, the progression of damage for uniaxial tension and compression along the warp and weft direction was predicted. Failure properties for each constituent were extrapolated from values obtained for a unidirectional composite tape. The mesoscale finite element model successfully predicted the experimentally observed dominant failure mode for each loading case, capturing the pull-out failure for tension along the warp direction shown in Figure 5 and brittle failure for tension along the weft direction shown in Figure 6. The delamination failure mode for compression along the warp direction and fiber failure/kinking for compression in weft direction correspondingly was also successfully predicted.

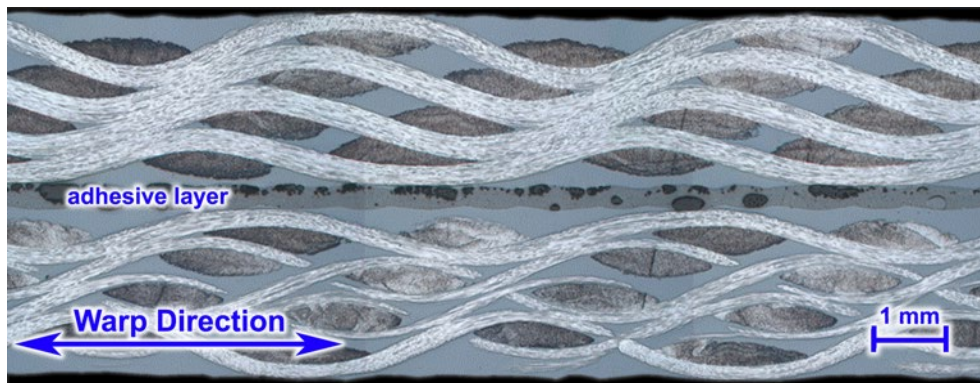


FIGURE 4. CROSS SECTIONAL MICROGRAPH OF A PANEL-ADHESIVE-PANEL COMBINED 4LPiA SPECIMEN.

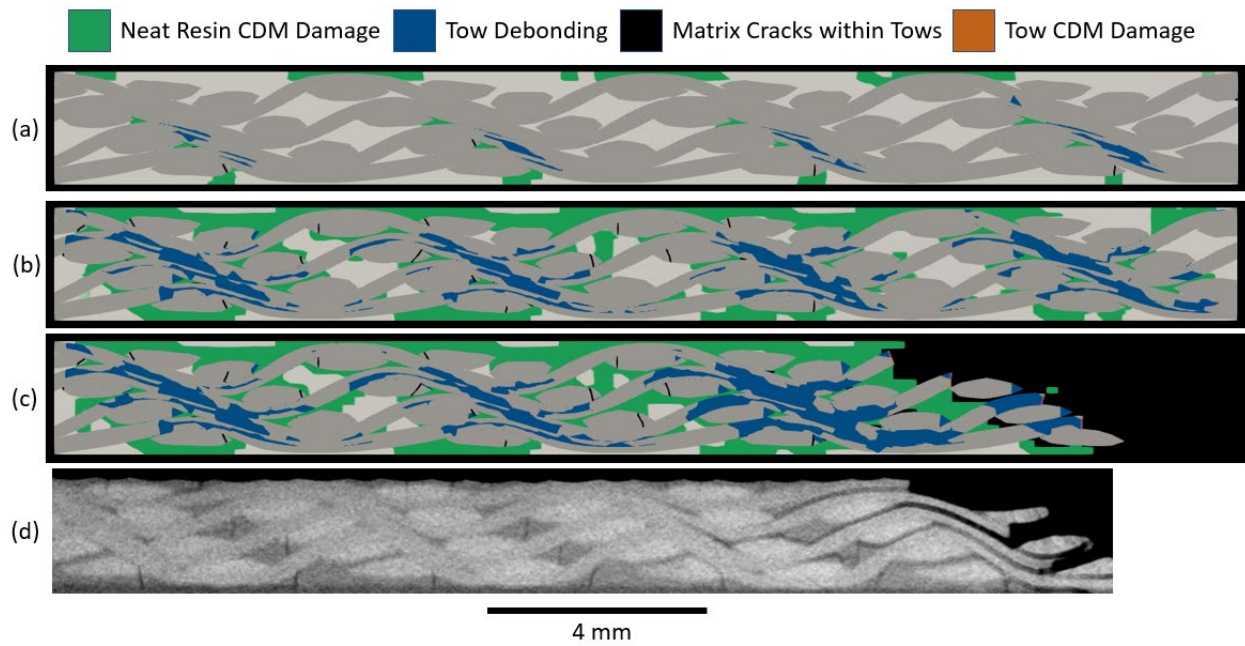


FIGURE 5. DAMAGE EVENTS IN THE MODEL (A) AT KNEE-BEND, (B) AT THE PEAK AND (C) AFTER PEAK, (D) AND EXPERIMENT.

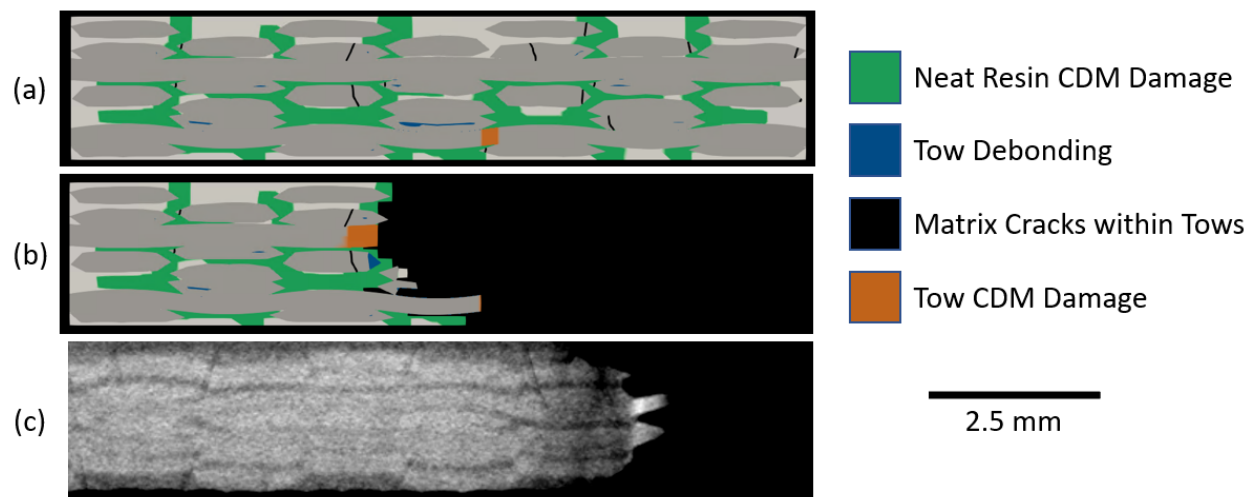


FIGURE 6. WEFT-DIRECTION TENSION (A) JUST PAST PEAK LOAD & (B) AFTER “TWO-PIECE” FAILURE, (C) EXPERIMENTAL

## REFERENCES

- [1] L. M. Kachanov, *Introduction to continuum damage mechanics*, vol. 10. Dordrecht: Springer Netherlands, 1986. doi: 10.1007/978-94-017-1957-5.
- [2] Z. P. Bažant and J. Planas, *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials*. Roca Baton: Routledge, 2019. doi: 10.1201/9780203756799.
- [3] G. A. Francfort and J. Marigo, “REVISITING BRITTLE FRACTURE AS AN ENERGY MINIMIZATION PROBLEM,” *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 46, no. 8, pp. 1319–1342, 1998.

- [4] B. Bourdin, G. A. Francfort, and J.-J. Marigo, "Numerical experiments in revisited brittle fracture," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 48, pp. 797–826, 2000, [Online]. Available: [www.elsevier.com/locate/jmps](http://www.elsevier.com/locate/jmps)
- [5] M. Ambati, T. Gerasimov, and L. de Lorenzis, "A review on phase-field models of brittle fracture and a new fast hybrid formulation," *Computational Mechanics*, vol. 55, no. 2, pp. 383–405, Feb. 2015, doi: 10.1007/s00466-014-1109-y.
- [6] P. Zhang, W. Yao, X. Hu, and T. Q. Bui, "An explicit phase field model for progressive tensile failure of composites," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 241, Jan. 2021, doi: 10.1016/j.engfracmech.2020.107371.
- [7] N. Moes, J. Dolbow, and T. Belytschko, "A Finite Element Method For Crack Growth Without Remeshing," *International Journal For Numerical Methods In Engineering Int. J. Numer. Meth. Engng*, vol. 46, pp. 131–150, 1999.
- [8] T. Belytschko, R. Gracie, and G. Ventura, "A review of extended/generalized finite element methods for material modeling," *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, vol. 17, no. 4. 2009. doi: 10.1088/0965-0393/17/4/043001.
- [9] N. Sukumar, J. E. Dolbow, and N. Moës, "Extended finite element method in computational fracture mechanics: a retrospective examination," *International Journal of Fracture*, vol. 196, no. 1–2, pp. 189–206, Nov. 2015, doi: 10.1007/s10704-015-0064-8.
- [10] M. K. Ballard, R. Amici, V. Shankar, L. A. Ferguson, M. Braginsky, and R. M. Kirby, "Towards an extrinsic, CG-XFEM approach based on hierarchical enrichments for modeling progressive fracture," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 388, Jan. 2022, doi: 10.1016/j.cma.2021.114221.
- [11] C. Daux, N. Moes, J. Dolbow, N. Sukumar, and T. Belytschko, "Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method," 2000.
- [12] É. Budyn, G. Zi, N. Moës, and T. Belytschko, "A method for multiple crack growth in brittle materials without remeshing," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 61, no. 10, pp. 1741–1770, Nov. 2004, doi: 10.1002/nme.1130.
- [13] E. Iarve, "Mesh independent modelling of cracks by using higher order shape functions," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 56, pp. 869–882, 2003, doi: 10.1002/nme.596.
- [14] A. Hansbo and P. Hansbo, "A finite element method for the simulation of strong and weak discontinuities in solid mechanics," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, no. 33–35, pp. 3523–3540, Aug. 2004, doi: 10.1016/j.cma.2003.12.041.
- [15] E. v. Iarve, M. R. Gurvich, D. H. Mollenhauer, C. A. Rose, and C. G. Dávila, "Mesh-independent matrix cracking and delamination modeling in laminated composites," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 88, no. 8, pp. 749–773, 2011, doi: 10.1002/nme.3195.
- [16] K. Hoos, M. Braginsky, E. Zhou, and D. H. Mollenhauer, "Static strength prediction in laminated composites by using discrete damage modeling," *J of Composite Materials*, vol. 51, no. 10, pp. 1473–1494, 2017, doi: 10.1177/0021998316651986.
- [17] E. v Iarve, K. Hoos, M. Braginsky, E. Zhou, and D. H. Mollenhauer, "Progressive failure simulation in laminated composites under fatigue loading by using discrete damage modeling," *J Composite Materials*, vol. 51, no. 15, pp. 2143–2161, 2017, doi: 10.1177/0021998316681831.

- [18] J. S. McQuien, K. H. Hoos, L. A. Ferguson, E. V. Iarve, and D. H. Mollenhauer, "Geometrically nonlinear regularized extended finite element analysis of compression after impact in composite laminates," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 134, p. 105907, Jul. 2020, doi: 10.1016/J.COMPOSITESA.2020.105907.
- [19] E. V. Iarve and D. H. Mollenhauer, "Mesh-independent matrix cracking and delamination modeling in advanced composite materials," *Numerical Modelling of Failure in Advanced Composite Materials*, pp. 227–264, Jan. 2015, doi: 10.1016/B978-0-08-100332-9.00009-8.
- [20] C. G. Dávila, C. A. Rose, and E. v. Iarve, "MODELING FRACTURE AND COMPLEX CRACK NETWORKS IN LAMINATED COMPOSITES," 2013, pp. 297–347. doi: 10.1142/9781848167858\_0008.
- [21] M. J. Swindeman, E. v. Iarve, R. A. Brockman, D. H. Mollenhauer, and S. R. Hallett, "Strength prediction in open hole composite laminates by using discrete damage modeling," *AIAA Journal*, 2013, doi: 10.2514/1.J051773.
- [22] Y.-J. Liang, J. S. McQuien, and E. V. Iarve, "Implementation of the regularized extended finite element method in Abaqus framework for fracture modeling in laminated composites," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 230, p. 106989, May 2020, doi: 10.1016/J.ENGFRACMECH.2020.106989.
- [23] Y.-J. Liang, Z. Gao, and E. Iarve, "An Implementation of Regularized Extended Finite Element Method in Abaqus/Explicit," 2022. doi: <https://doi.org/10.2514/6.2022-0107>
- [24] Endel V Iarve, Eric Zhou, M Keith Ballard, Zhenjia Gao, Hari K Adluru, David Mollenhauer Regularized X-FEM Modeling of Arbitrary 3D Interacting Crack Networks *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v126, 2025, <https://doi.org/10.1002/nme.7653>
- [25] Endel V. Iarve Wei-Tren Lu, Zhenjia Gao, Hari H Adluru, Kevin H. Hoos, Waruna P. Seneviratne, David H Mollenhauer Fatigue damage modeling in laminated composite by using Rx-FEM and strength tracking method, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, v 163, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2022.107199>
- [26] Hari K Adluru, Eric Zhou, Kevin H Hoos, Carl Popelar, M Keith Ballard, David Mollenhauer, David Riha, Alex S Selvarathinam, Endel V Iarve, Performance prediction of interlock woven composites by independent mesh method, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, v165, 2023, <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2022.107317>



## DYNAMICS OF BI-MATERIAL HOLLOW CYLINDERS WITH INHOMOGENEOUS INITIAL (RESIDUAL) STRESSES

Surkay D. Akbarov <sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering, Yildiz Technical University 34349, Besiktas,  
Istanbul, Turkey

<sup>2</sup>Institute of Mathematics and Mechanics of Science and Education Ministry Republic of  
Azerbaijan, Baku, Azerbaijan Az14

### ABSTRACT

This paper reviews the studies on the dynamics of one- and two-layer hollow cylinders surrounded by an elastic medium and of hollow cylinders in contact with a compressible, inviscid fluid in the case that the cylinders and the surrounding medium have inhomogeneous initial stresses. Axisymmetric problems are considered and the studies are carried out using the so-called linearized 3D theory of elastic waves in bodies with initial stresses. The method for solving the problems under considered is given and this method is the discrete analytical one, according to which, the cylindrical layers are divided into a certain number of sublayers and in each sublayer the initial stresses are assumed to be homogeneous. The solution of the corresponding field equations is found analytically and then the contact conditions between the sublayers are used to find the unknown constants that enter into these solutions. The fragments of concrete results obtained in this field are presented and discussed.

The main focus of these discussions is on the influence of the inhomogeneity of the initial stresses on the dynamics of the moving load acting inside the hollow cylinder surrounded by an infinite medium, and on the dispersion curves of axisymmetric waves propagating in single- and double-layer hollow cylinders. The work related to the study of the influence of the contact of the cylinder with the liquid on these dispersion curves is also considered.

Keywords: Inhomogeneous initial stresses, wave dispersion, dynamics, critical velocity.

### INTRODUCTION

The subject of the present review is the problems related to the following issues

*a) Dynamics of the moving ring load and the oscillating ring load acting in a hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium subjected to static compressive forces at infinity in the initial state;*

*b) dispersion of the axisymmetric waves propagating in a two-layer hollow cylinder with inhomogeneous initial stresses caused by the hydrostatic pressures acting on the inner and outer surfaces of the cylinder in the initial state;*

*c) the dispersion of the axisymmetric waves propagating in the hollow cylinder in contact with the inviscid fluid when the cylinder has inhomogeneous initial stresses caused by the hydrostatic pressures of the fluid.*

The problems marked in point "a" have been dealt with in papers [1-3], i.e. in papers (S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, M. Ozisik. Dynamics of the Moving Ring Load Acting in the System "Hollow Cylinder + Surrounding Medium" with Inhomogeneous Initial Stresses. *CMC: Computers, Materials & Continua*, 61(2), 503-534, 2019.

[doi:10.32604/cmc.2019.07561](https://doi.org/10.32604/cmc.2019.07561);

S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Forced Vibration of the Non-Homogeneously Pre-Stressed System Consisting of the Hollow Cylinder and Surrounding Medium. *CMES: Computer Modeling in Engng. & Sci.*, 121(1), 315-348, 2019. [doi: 10.32604/cmes.2019.07732](https://doi.org/10.32604/cmes.2019.07732)

S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, I.Z. Sardarova, The response of an infinite elastic medium with inhomogeneous initial stresses to moving load acting In a cylindrical cavity. *Appl. Comput. Math.*, 24 (1), 3-15, 2025. [DOI: 10.30546/1683-6154.24.1.2025.3](https://doi.org/10.30546/1683-6154.24.1.2025.3))

and the corresponding investigations for the case where the initial stresses in the cylinder and the surrounding elastic medium are not present and for the case where the initial stresses in these components are homogeneous have been studied in papers [4-11].

The investigations of the problems marked in point "b" were carried out in papers [12-17], i.e., in papers:

S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Axisymmetric longitudinal wave dispersion in a bi-layered circular cylinder with inhomogeneous initial stresses, *Journal of Sound and Vibration*, 450, 1 – 27, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.03.003>.

S.D. Akbarov, E.T. Bagirov. "Dispersion of axisymmetric longitudinal waves in a "hollow cylinder + surrounding medium" system with inhomogeneous initial stresses". *Struct. Engng. and Mechanics*, 72(5), 597 – 615, 2019.

<https://doi.org/10.12989/sem.2019.72.5.597>.

S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Torsional wave dispersion in a bi-layered hollow cylinder with inhomogeneous initial stresses caused by internal and external radial pressures. *Struct. Engng. and Mech.*, 77 (5), 571- 586, 2021.

<https://doi.org/10.12989/sem.2021.77.5.571>.

S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Dispersion of torsional waves in a hollow bilayered cylinder with initial inhomogeneous thermal stresses, *Mech. Comp. Mater.* 57(2), 161 – 180, 2021.

<https://doi.org/10.1007/s11029-021-09943-4>.

S. D. Akbarov, E. T. Bagirov, The dispersion of the axisymmetric longitudinal waves propagating in the bi-layered hollow cylinder with the initial inhomogeneous thermal stresses, *Waves in Random and Complex Media*, 34:2, 471-509, 2024.

[DOI:10.1080/17455030.2021.1912437](https://doi.org/10.1080/17455030.2021.1912437).

S. D. Akbarov, E. T. Bagirov. Influence of inhomogeneous residual stresses arising from the contact of the cut on the dispersion of axisymmetric longitudinal waves in two-layer hollow cylinder. *International Applied Mechanics*, 59,(4), 493 – 503, 2023 .

[DOI 10.1007/s10778-023-01238-6](https://doi.org/10.1007/s10778-023-01238-6).

The related investigations for the case where the initial stresses in these components are homogeneous have been studied in many papers, which are described in detail in the monographs [18, 20].

A.N. Guz. *Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses*. A.C.K., Kiev, 2004 (in Russian).

S.D. Akbarov. *Dynamics of pre-strained bi-material elastic systems: Linearized three-dimensional approach*. Springer, Heidelberg, New York, U.S.A, 2015.

Finally, the investigations marked in point "c" were carried out in papers [21 – 24], i.e. in papers:

S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Dispersion of axisymmetric longitudinal waves propagating in an inhomogeneous prestressed hollow cylinder immersed in an inviscid compressible fluid. *Journal of Sound and Vibration* 569, 118097, 2024.

<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2023.118097>.

S.D. Akbarov, G.J. Valiyev, Sa. A. Aliyev, Z.F. Khankishiyev, The influence of the inhomogeneous initial stresses in the hollow cylinder containing an inviscid fluid on the dispersion of the quasi-Scholte waves propagating in this cylinder. *Appl. Comput. Math.*, 23(1), 18-39, 2024. DOI: [10.30546/1683-6154.23.1.2024.18](https://doi.org/10.30546/1683-6154.23.1.2024.18)

S. D. Akbarov, J. N. Imamaliyeva, R. S. Akbarli, The influence of the fluid flow velocity and direction on the wave dispersion in the initially inhomogeneously stressed hollow cylinder containing this fluid. *Coupled Systems Mechanics*, 13(3), 247 – 275, 2024. <https://doi.org/10.12989/csm.2024.13.3.247>.

S.D. Akbarov, Y.M. Sevdimaliyev, G.J. Valiyev, Mathematical modeling of the dynamics of a hydroelastic system— A hollow cylinder with inhomogeneous initial stresses and compressible fluid, *Math. Methods Appl. Sci.* 44 (9) (2021) 7858–7872. DOI:[10.1002/mma.7329](https://doi.org/10.1002/mma.7329).

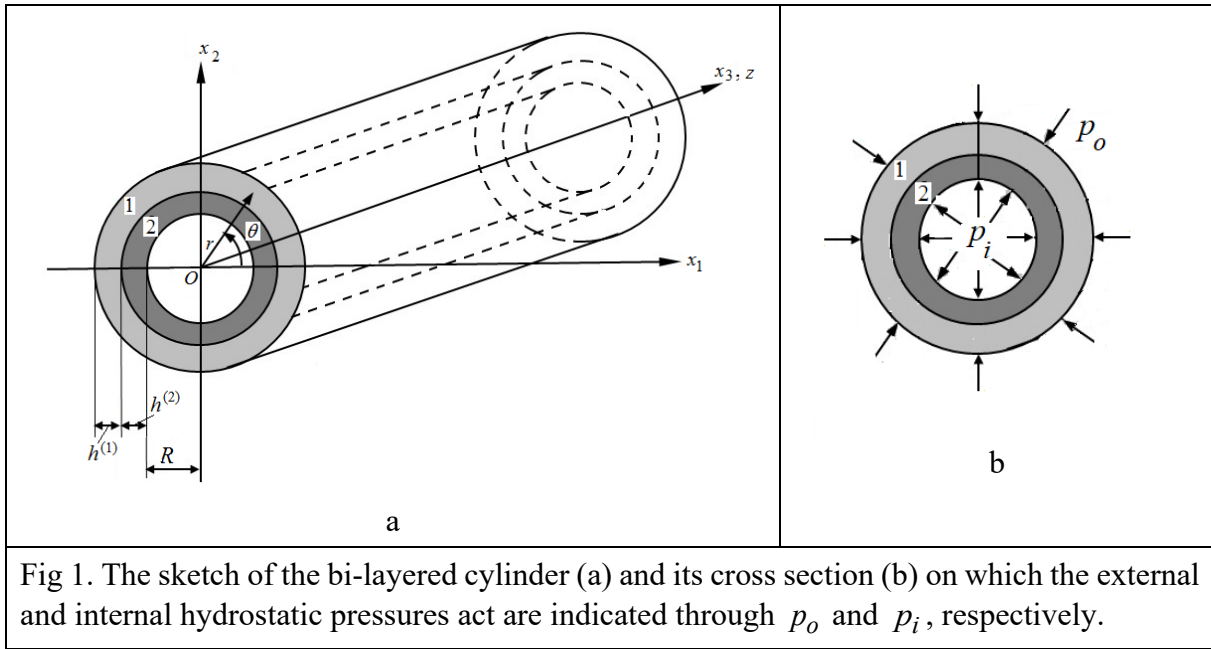
and the list of related investigations carried out for the case where the initial stresses in the cylinder are not present or the initial stresses are homogeneous is detailed in these papers.

This article thus provides an overview of the works marked in the aforementioned points "a", "b" and "c".

### FIELD EQUATIONS

Consider the bi-layered hollow circular cylinder, the sketch of which is presented in Fig. 1, and associate the cylindrical  $Or\theta z$  and Cartesian  $Ox_1x_2x_3$  system of coordinates with the central axis of this cylinder (Fig. 1a). Below, the values related to the inner (outer) cylinder will be indicated by the upper index (2) (by the upper index (1)). We distinguish two states in this cylinder, the first of which we name as an initial state under which in the internal and external face surfaces of the cylinder, the uniformly distributed normal radial compressional forces act with intensity  $p_i$  and  $p_o$ , respectively (Fig. 1b).

Assume that the distribution of these forces does not depend on the coordinates  $\theta$  and,  $z$  and the stress state appearing in the initial state we determine within the scope of the classical linear theory of elasticity, and the values related to this case will be distinguished by the additional upper index 0. It is evident that in the case under consideration, after some mathematical calculations and transformations we can determine the initial stress state and displacements in the bi-layered cylinder as follows:



$$\sigma_{rr}^{(n)0} = 2(\lambda^{(n)} + \mu^{(n)})A^{(n)} - 2\mu^{(n)}B^{(n)} \frac{1}{r^2}, \quad \sigma_{\theta\theta}^{(n)0} = 2(\lambda^{(n)} + \mu^{(n)})A^{(n)} + 2\mu^{(n)}B^{(n)} \frac{1}{r^2},$$

$$\sigma_{zz}^{(n)0} = \nu^{(n)}(\sigma_{rr}^{(n)0} + \sigma_{\theta\theta}^{(n)0}), \quad u_r^{(n)0} = A^{(n)}r + B^{(n)} \frac{1}{r}, \quad u_\theta^{(n)0} = u_z^{(n)0} = 0,$$

$$\sigma_{rz}^{(n)0} = \sigma_{r\theta}^{(n)0} = \sigma_{z\theta}^{(n)0} = 0 \quad (1)$$

where  $n = 1, 2$ ,  $\nu^{(n)}$  is the Poisson's ratio,  $\mu^{(n)}$  and  $\lambda^{(n)}$  are the Lamé constants of the  $n$ -th material, and the constants  $A^{(1)}$ ,  $A^{(2)}$ ,  $B^{(1)}$  and  $B^{(2)}$  in (1) are determined from the following algebraic equations which are obtained from the corresponding boundary  $\sigma_{rr}^{(1)0} \Big|_{r=R+h^{(2)}+h^{(1)}} = 0$ ,  $\sigma_{rr}^{(2)0} \Big|_{r=R} = 0$  and contact  $\sigma_{rr}^{(1)0} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = \sigma_{rr}^{(2)0} \Big|_{r=R+h^{(2)}}$ ,  $u_r^{(1)0} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = u_r^{(2)0} \Big|_{r=R+h^{(2)}}$  conditions between the layers of the cylinder:

$$2(\lambda^{(1)} + \mu^{(1)})A^{(1)} - 2\mu^{(1)}B^{(1)} \frac{1}{(R+h^{(1)}+h^{(2)})^2} = -p_o,$$

$$2(\lambda^{(1)} + \mu^{(1)})A^{(1)} - 2\mu^{(1)}B^{(1)} \frac{1}{(R+h^{(1)})^2} - 2(\lambda^{(2)} + \mu^{(2)})A^{(2)} + 2\mu^{(2)}B^{(2)} \frac{1}{(R+h^{(1)})^2} = 0,$$

$$A^{(1)}(R+h^{(1)}) + B^{(1)} \frac{1}{(R+h^{(1)})} - A^{(2)}(R+h^{(1)}) - B^{(2)} \frac{1}{(R+h^{(1)})} = 0,$$

$$2(\lambda^{(2)} + \mu^{(2)})A^{(2)} - 2\mu^{(2)}B^{(2)} \frac{1}{R^2} = -p_i, \quad (2)$$

where  $h^{(1)}$  and  $h^{(2)}$  are the thickness of the outer and inner layers of the cylinder, respectively,  $R$  is the inner radius of the cross section of the inner cylinder-layer, and the other notation used in the equations (1) and (2) is conventional.

Thus, the initial stress state in the bi-layered hollow cylinder is determined completely with the relations (1) and (2) and it is necessary to investigate how this inhomogeneous initial stress state affects the dispersion of the axisymmetric longitudinal waves. In the cases where the related problems are considered for the case where the hollow cylinder is surrounded by an infinite elastic medium and this medium is compressed by radial, uniformly distributed forces, the initial stresses in the cylinder and in the surrounding elastic medium are determined by the expressions obtained from expressions (1) and (2) by appropriate simple modifications.

It is assumed that after the occurrence of the initial stresses described above in the two-layer hollow cylinder (or in the system consisting of the hollow cylinder and the surrounding elastic medium), the axisymmetric waves begin to propagate in the two-layer hollow cylinder (or the effect of the moving ring load or the oscillating moving ring load begins to act inside the hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium).

The aim of the research conducted in the above works is to investigate how the initial stresses in the cylinders and the surrounding medium determined by the expressions in (1) and (2) affect the dynamics of the moving and oscillating moving load inside the cylinder surrounded by elastic medium and the dispersion of the waves propagating in the two-layer hollow cylinder. Note that this study cannot be performed within the framework of classical linear elastodynamics. Therefore, these studies are performed using the linearized 3D theory of elastic waves in bodies with initial stresses.

The field equations of this theory for the cases considered in the above articles are the following.

The equations of motion:

$$\frac{\partial t_{rr}^{(j)}}{\partial r} + \frac{\partial t_{zr}^{(j)}}{\partial z} + \frac{1}{r}(t_{rr}^{(j)} - t_{\theta\theta}^{(j)}) = \rho^{(j)} \frac{\partial^2 u_r^{(j)}}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial t_{rz}^{(j)}}{\partial r} + \frac{1}{r}t_{rz}^{(j)} + \frac{\partial t_{zz}^{(j)}}{\partial z} = \rho^{(j)} \frac{\partial^2 u_z^{(j)}}{\partial t^2}, \quad j = 1, 2, \quad (3)$$

where

$$\begin{aligned} t_{rr}^{(j)} &= \sigma_{rr}^{(j)} + \sigma_{rr}^{(j)0}(r) \frac{\partial u_r^{(j)}}{\partial r}; & t_{rz}^{(j)} &= \sigma_{rz}^{(j)} + \sigma_{rr}^{(j)0}(r) \frac{\partial u_z^{(j)}}{\partial r}; & t_{\theta\theta}^{(j)} &= \sigma_{\theta\theta}^{(j)} + \sigma_{\theta\theta}^{(j)0}(r) \frac{u_r^{(j)}}{r}; \\ t_{zr}^{(j)} &= \sigma_{zr}^{(j)} + \sigma_{zz}^{(j)0}(r) \frac{\partial u_r^{(j)}}{\partial z}; & t_{zz}^{(j)} &= \sigma_{zz}^{(j)} + \sigma_{zz}^{(j)0}(r) \frac{\partial u_z^{(j)}}{\partial z}. \end{aligned} \quad (4)$$

The elasticity and strain-displacement relations:

$$\begin{aligned} \sigma_{(mn)}^{(j)} &= \lambda^{(j)}(\varepsilon_{rr}^{(j)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(j)} + \varepsilon_{zz}^{(j)}) + 2\mu^{(j)}\varepsilon_{(mn)}^{(j)}; & (nn) &= rr; \theta\theta; zz; & \sigma_{rz}^{(j)} &= 2\mu^{(j)}\varepsilon_{rz}^{(j)}; \\ \varepsilon_{rr}^{(j)} &= \frac{\partial u_r^{(j)}}{\partial r}; & \varepsilon_{\theta\theta}^{(j)} &= \frac{u_r^{(j)}}{r}; & \varepsilon_{zz}^{(j)} &= \frac{\partial u_z^{(j)}}{\partial z}; & \varepsilon_{rz}^{(j)} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r^{(j)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(j)}}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

In (3) – (5) the conventional notation is used. Moreover, in (4) the initial stresses  $\sigma_{rr}^{(j)0}(r)$ ,  $\sigma_{\theta\theta}^{(j)0}(r)$  and  $\sigma_{zz}^{(j)0}(r)$  are determined by expressions (1) and (2).

Note that equations (3) – (5) are used in the investigations of all the problems given in groups *a*, *b* and *c*. However, in the consideration the problems from the *a* group these equations are supplied by the following boundary and contact conditions

$$t_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = -P_0 \delta(z-Vt) e^{i\omega t}; \quad t_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R-h} = 0; \quad \left\{ |t_{rr}^{(1)}|; |t_{\theta\theta}^{(1)}|; |t_{rz}^{(1)}|; |u_r^{(1)}|; |u_z^{(1)}| \right\} \rightarrow 0 \text{ as } r \rightarrow \infty;$$

$$t_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R} = t_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R}; \quad t_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R} = t_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R}; \quad u_r^{(1)} \Big|_{r=R} = u_r^{(2)} \Big|_{r=R}; \quad u_z^{(1)} \Big|_{r=R} = u_z^{(2)} \Big|_{r=R}. \quad (6)$$

Note the conditions in (6) are written for the “oscillating moving load” and  $V$  shows the velocity of the moving load and  $\omega$  the frequency of the oscillation of this load. Moreover,  $R$  shows the radius of the outer circle of the cross section of the hollow cylinder.

Under consideration the problems related to the *b* group, equations (3) – (5) are supplied by the following boundary and contact conditions.

$$t_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R+h^{(1)}+h^{(2)}} = 0, \quad t_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R+h^{(1)}+h^{(2)}} = 0, \quad t_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = t_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R+h^{(2)}}, \quad t_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = t_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R+h^{(2)}},$$

$$u_r^{(1)} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = u_r^{(2)} \Big|_{r=R+h^{(2)}}, \quad u_z^{(1)} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = u_z^{(2)} \Big|_{r=R+h^{(2)}}, \quad t_{rr}^{(2)} \Big|_{r=R} = 0, \quad t_{rz}^{(2)} \Big|_{r=R} = 0. \quad (7)$$

In (7)  $R$  shows the inner radius of the inner cylindrical layer,  $h^{(2)}$  and  $h^{(1)}$  are the thickness of the inner and outer layers of the cylinder respectively.

Finally, under consideration the problems related to the *c* group which study the dispersion of the waves propagating in the one-layer hollow cylinder in contact with an inviscid fluid. In the case where the cylinder contain the inviscid fluid the corresponding compatibility and boundary conditions are written as follows.

$$t_{rr} \Big|_{r=R+h} = 0, \quad t_{rz} \Big|_{r=R+h} = 0, \quad t_{rr} \Big|_{r=R} = -p' \Big|_{r=R}, \quad t_{rz} \Big|_{r=R} = 0, \quad \frac{\partial u_r}{\partial t} \Big|_{r=R} = V_r \Big|_{r=R}, \quad (8)$$

where  $h$  is a thickness of the hollow cylinder,  $p'$  and  $V_r$  are the pressure and radial velocity of the fluid which are determined from the solution of the following linearized Euler equations.

The linearized continuity equations:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \left( \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) + V_z^0 \frac{\partial \rho'}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

The linearized equations of the fluid flow:

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_z^0 \frac{\partial V_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial r}, \quad \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z^0 \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z}. \quad (10)$$

The state equation:

$$p' = a_0^2 \rho', \quad a_0^2 = \left( \frac{\partial p'}{\partial \rho'} \right)_0. \quad (11)$$

In (9) and (10)  $V_z^0$  and  $\rho_0$  are the flow velocity and density of the fluid in the initial state.

However, in the cases where the hollow cylinder is immersed in the fluid and the conditions in (8) are replaced with the following ones.

$$t_{rr} \Big|_{r=R} = 0, \quad t_{rz} \Big|_{r=R} = 0, \quad t_{rr} \Big|_{r=R+h} = -p' \Big|_{R+h}, \quad t_{rz} \Big|_{r=R+h} = 0, \quad \frac{\partial u_r}{\partial t} \Big|_{r=R+h} = V_r \Big|_{r=R+h}. \quad (12)$$

These completes the consideration of the field equations and corresponding contact, compatibility and boundary conditions within framework of which the investigations reviewed here were carried out.

### METHOD OF SOLUTION: discrete analytical solution method

Due to the inhomogeneity of the initial stresses, it is almost impossible to obtain an analytical solution for the system of equations (3) – (5). Therefore, we use the discrete-analytical method in which the following procedures are applied.

- 1) *Subdivision of the cylindrical layers into a certain number of sub-layers and the corresponding contact and boundary conditions between these sub-layers;*
- 2) *Solving the system equations derived from the field equations (3) – (5) within each sublayer;*
- 3) *Obtaining the expressions for the displacements and stresses within each sublayer and constructing the dispersion equation;*

Now we briefly consider the implementation of these procedures.

#### *Subdivision of the cylindrical layers into a certain number of sub-layers and the corresponding contact and boundary conditions between these sub-layers*

Assume that the intervals  $[R, R+h^{(2)}]$  and  $[R+h^{(2)}, R+h^{(2)}+h^{(1)}]$  are divided into  $N_2$  and  $N_1$  subinterval or sublayer numbers, respectively. The thickness of the sublayers of the region  $[R, R+h^{(2)}]$  is  $h^{(2)}/N_2$  and in the  $n_2^{th}$  sub-layer the relation  $(R+(n_2-1)h^{(2)}/N_2) \leq r \leq (R+n_2h^{(2)}/N_2)$  takes place, where  $1 \leq n_2 \leq N_2$ . In a similar manner, we can conclude that the thickness of each sublayer of the region  $[R+h^{(2)}, R+h^{(2)}+h^{(1)}]$  is  $h^{(1)}/N_1$  and in the  $n_1^{th}$  sub-layer the relation  $(R+h^{(2)}+(n_1-1)h^{(1)}/N_1) \leq r \leq (R+h^{(2)}+n_1h^{(1)}/N_1)$  takes place, where  $1 \leq n_1 \leq N_1$ .

Thus, according to the foregoing notation, the inhomogeneous initial stresses determined by the expressions (1) and (2) in each of the foregoing sublayers are taken as constants defined by the following relations:

In the  $n_2^{th}$  sub-layer

$$\sigma_{rr}^{(2)0}(r) \approx \sigma_{rr}^{(2)0}(r_{n_2}), \quad \sigma_{\theta\theta}^{(2)0}(r) \approx \sigma_{\theta\theta}^{(2)0}(r_{n_2}), \quad \sigma_{zz}^{(2)0}(r) \approx \sigma_{zz}^{(2)0}(r_{n_2}),$$

$$r_{n_2} = R + (n_2 - 1)h^{(2)}/N_2 + h^{(2)}/(2N_2). \quad (13)$$

In the  $n_1^{th}$  sub-layer

$$\sigma_{rr}^{(1)0}(r) \approx \sigma_{rr}^{(1)0}(r_{n_1}), \quad \sigma_{\theta\theta}^{(1)0}(r) \approx \sigma_{\theta\theta}^{(1)0}(r_{n_1}), \quad \sigma_{zz}^{(1)0}(r) \approx \sigma_{zz}^{(1)0}(r_{n_1}),$$

$$r_{n_1} = R + h^{(2)} + (n_1 - 1)h^{(1)}/N_1 + h^{(1)}/(2N_1). \quad (14)$$

Below, the values related to the inner cylinder-layer 2 (outer cylinder-layer 1) will be denoted by the upper index  $(2)n_2$  (by the upper index  $(1)n_1$ ).

Thus, we formulate the contact and boundary conditions which are satisfied between the sublayers and on the free faces of the face sublayers. According to the conditions in (7) and according to the assumption of perfect contact conditions between the sublayers, we can write the following relations.

$$\begin{aligned}
& t_{rr}^{(2)1} \Big|_{r=R} = 0, \quad t_{rz}^{(2)1} \Big|_{r=R} = 0, \quad t_{rr}^{(2)1} \Big|_{r=R+h^{(2)}/N_2} = t_{rr}^{(2)2} \Big|_{r=R+h^{(2)}/N_2}, \\
& t_{rz}^{(2)1} \Big|_{r=R+h^{(2)}/N_2} = t_{rz}^{(2)2} \Big|_{r=R+h^{(2)}/N_2}, \quad u_r^{(2)1} \Big|_{r=R+h^{(2)}/N_2} = u_r^{(2)2} \Big|_{r=R+h^{(2)}/N_2}, \\
& u_z^{(2)1} \Big|_{r=R+h^{(2)}/N_2} = u_z^{(2)2} \Big|_{r=R+h^{(2)}/N_2}, \dots, \\
& t_{rr}^{(2)n_2-1} \Big|_{r=R+(n_2-1)h^{(2)}/N_2} = t_{rr}^{(2)n_2} \Big|_{r=R+(n_2-1)h^{(2)}/N_2}, \\
& t_{rz}^{(2)n_2-1} \Big|_{r=R+(n_2-1)h^{(2)}/N_2} = t_{rz}^{(2)n_2} \Big|_{r=R+(n_2-1)h^{(2)}/N_2}, \\
& u_r^{(2)n_2-1} \Big|_{r=R+(n_2-1)h^{(2)}/N_2} = u_r^{(2)n_2} \Big|_{r=R+(n_2-1)h^{(2)}/N_2}, \\
& u_z^{(2)n_2-1} \Big|_{r=R+(n_2-1)h^{(2)}/N_2} = u_z^{(2)n_2} \Big|_{r=R+(n_2-1)h^{(2)}/N_2}, \dots, \\
& t_{rr}^{(2)N_2} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = t_{rr}^{(1)1} \Big|_{r=R+h^{(2)}}, \quad t_{rz}^{(2)N_2} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = t_{rz}^{(1)1} \Big|_{r=R+h^{(2)}}, \\
& u_r^{(2)N_2} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = u_r^{(1)1} \Big|_{r=R+h^{(2)}}, \quad u_z^{(2)N_2} \Big|_{r=R+h^{(2)}} = u_z^{(1)1} \Big|_{r=R+h^{(2)}}, \dots, \\
& t_{rr}^{(1)n_1-1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+(n_1-1)h^{(1)}/N_1} = t_{rr}^{(1)n_1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+(n_1-1)h^{(1)}/N_1}, \\
& t_{rz}^{(1)n_1-1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+(n_1-1)h^{(1)}/N_1} = t_{rz}^{(1)n_1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+(n_1-1)h^{(1)}/N_1}, \\
& u_r^{(1)n_1-1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+(n_1-1)h^{(1)}/N_1} = u_r^{(1)n_1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+(n_1-1)h^{(1)}/N_1}, \\
& u_z^{(1)n_1-1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+(n_1-1)h^{(1)}/N_1} = u_z^{(1)n_1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+(n_1-1)h^{(1)}/N_1}, \dots, \\
& t_{rr}^{(1)N_1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+h^{(1)}} = 0, \quad t_{rz}^{(1)N_1} \Big|_{r=R+h^{(2)}+h^{(1)}} = 0. \tag{15}
\end{aligned}$$

Note that the number of conditions in (15) is equal to  $4(N_2 + N_1)$  and the values of  $N_2$  and  $N_1$  are determined from the convergence requirement of the numerical results. Note also that the conditions in (15) apply to the problems related to group *b*. To obtain the corresponding conditions for the problems related to groups *a* and *c*, the first two and the last two relations in (15) must be changed accordingly.

***Solving the system equations derived from the field equations (3) – (5) within each sublayer.***

After the foregoing preparation, we consider the equations obtained from the equations (3) – (6) within the scope of the foregoing assumptions. Under this consideration, it will be taken into account that the equations in (5) and (6) remain valid in each sublayer as are, and under mathematical transformations, the upper indices (1) and (2) in these expressions are replaced with the upper indices  $(1)n_1$  and  $(2)n_2$ , respectively.

Thus, taking the foregoing statements and the relations (13) and (14) into consideration, we obtain the following equations of motion from the equations (3) and (4).

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \sigma_{rr}^{(i)n_i}}{\partial r} + \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) \frac{\partial^2 u_r^{(i)n_i}}{\partial r^2} + \frac{\partial \sigma_{zr}^{(i)n_i}}{\partial z} + \sigma_{zz}^{(i)0}(r_{n_i}) \frac{\partial^2 u_r^{(i)n_i}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^{(i)n_i} - \sigma_{\theta\theta}^{(i)n_i}) + \\ & \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(i)n_i}}{\partial r} - \sigma_{\theta\theta}^{(i)0}(r_{n_i}) \frac{u_r^{(i)n_i}}{r^2} = \rho^{(i)} \frac{\partial^2 u_r^{(i)n_i}}{\partial t^2}, \\ & \frac{\partial \sigma_{rz}^{(i)n_i}}{\partial r} + \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) \frac{\partial^2 u_z^{(i)n_i}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(i)n_i} + \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(i)n_i}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(i)n_i}}{\partial z} + \\ & \sigma_{zz}^{(i)0}(r_{n_i}) \frac{\partial^2 u_z^{(i)n_i}}{\partial z^2} = \rho^{(i)} \frac{\partial^2 u_z^{(i)n_i}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

We note that the equations in (16) with the equations in (5) and (6) compose the complete system of equations for the sought quantities. Now we attempt to solve this system of equations by the use of the classical Lamé decomposition (see, for instance, the monograph [25] (by A.C. Eringen, E.S. Suhubi, *Elastodynamics II: Linear theory*, Academic Press, New York, 1975) which for the axisymmetric problems can be presented as follows.

$$u_r^{(i)n_i} = \frac{\partial \Phi^{(i)n_i}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi^{(i)n_i}}{\partial r \partial z}, \quad u_z^{(i)n_i} = \frac{\partial \Phi^{(i)n_i}}{\partial z} - \frac{\partial^2 \Psi^{(i)n_i}}{\partial r^2} - \frac{\partial \Psi^{(i)n_i}}{r \partial r}. \quad (17)$$

Substituting the expressions in (17) into (6) and (5), and further substituting the expressions obtained from (17), (5) and (6) into the equations in (11), and doing some cumbersome

mathematical manipulations we establish that the potentials  $\Phi^{(i)n_i}$  and  $\Psi^{(i)n_i}$  must satisfy the following equations.

$$\begin{aligned}
& \left(1 + \frac{\sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i})}{\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}}\right) \frac{\partial^2 \Phi^{(i)n_i}}{\partial r^2} + \left(1 + \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(i)0}(r_{n_i})}{\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}}\right) \frac{\partial \Phi^{(i)n_i}}{r \partial r} + \\
& \left(1 + \frac{\sigma_{zz}^{(i)0}(r_{n_i})}{\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}}\right) \frac{\partial^2 \Phi^{(i)n_i}}{\partial z^2} = \frac{1}{(c_1^{(i)})^2} \frac{\partial^2 \Phi^{(i)n_i}}{\partial t^2}, \\
& \left(1 + \frac{\sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i})}{\mu^{(i)}}\right) \frac{\partial^2 \Psi^{(i)n_i}}{\partial r^2} + \left(1 + \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(i)0}(r_{n_i})}{\mu^{(i)}}\right) \frac{\partial \Psi^{(i)n_i}}{r \partial r} + \\
& \left(1 + \frac{\sigma_{zz}^{(i)0}(r_{n_i})}{\mu^{(i)}}\right) \frac{\partial^2 \Psi^{(i)n_i}}{\partial z^2} = \frac{1}{(c_2^{(i)})^2} \frac{\partial^2 \Psi^{(i)n_i}}{\partial t^2}. \tag{18}
\end{aligned}$$

where  $c_1^{(i)} = \sqrt{(\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}) / \rho^{(1)}}$  and  $c_2^{(i)} = \sqrt{\mu^{(i)} / \rho^{(1)}}$  are the speed of the dilatation and distortion wave propagation velocities respectively in the  $i$ -th material.

Note that in the cases where the initial stresses are absent, i.e. in the cases where  $\sigma_{zz}^{(i)0}(r_{n_i}) = 0$ ,  $\sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) = 0$  and  $\sigma_{\theta\theta}^{(i)0}(r_{n_i}) = 0$ , the equations in (13) coincide with the corresponding equations in classical elastodynamics [25] (see, for instance A.C. Eringen, E.S. Suhubi, *Elastodynamics II: Linear theory*, Academic Press, New York, 1975).

Representing all the sought quantities with the multiplying  $\cos(kz - \omega t)$  (for the functions  $\Phi^{(i)n_i}$ ,  $u_r^{(i)n_i}$ ,  $\sigma_{rr}^{(i)n_i}$ ,  $\sigma_{\theta\theta}^{(i)n_i}$  and  $\sigma_{zz}^{(i)n_i}$ ) and with the multiplying  $\sin(kz - \omega t)$  (for the functions  $\Psi^{(i)n_i}$ ,  $u_z^{(i)n_i}$  and  $\sigma_{rz}^{(i)n_i}$ ) and denoting the amplitudes of these quantities with the same symbols, we obtain the following equations for the amplitudes of the potentials  $\Phi^{(i)n_i}$  and  $\Psi^{(i)n_i}$ .

$$\begin{aligned}
& \left(1 + \frac{\sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i})}{\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}}\right) \frac{d^2 \Phi^{(i)n_i}}{d(kr)^2} + \left(1 + \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(i)0}(r_{n_i})}{\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}}\right) \frac{d\Phi^{(i)n_i}}{kr d(kr)} + \\
& \left(\frac{1}{(c_1^{(i)})^2} \frac{\omega^2}{k^2} - 1 - \frac{\sigma_{zz}^{(i)0}(r_{n_i})}{\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}}\right) \Phi^{(i)n_i} = 0, \\
& \left(1 + \frac{\sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i})}{\mu^{(i)}}\right) \frac{d^2 \Psi^{(i)n_i}}{d(kr)^2} + \left(1 + \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(i)0}(r_{n_i})}{\mu^{(i)}}\right) \frac{d\Psi^{(i)n_i}}{kr d(kr)} +
\end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{(c_2^{(i)})^2} \frac{\omega^2}{k^2} - 1 - \frac{\sigma_{zz}^{(i)0}(r_{n_i})}{\mu^{(i)}}\right) \Psi^{(i)n_i} = 0. \quad (19)$$

To simplify the equations in (14) we introduce the following notation.

$$\alpha^{(i)}(r_{n_i}) = \frac{1 + \sigma_{\theta\theta}^{(i)0}(r_{n_i}) / \mu^{(i)}}{1 + \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) / \mu^{(i)}}, \quad \beta^{(i)}(r_{n_i}) = \frac{1 + \sigma_{zz}^{(i)0}(r_{n_i}) / \mu^{(i)}}{1 + \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) / \mu^{(i)}},$$

$$r_1^{(i)n_i} = kr \sqrt{\frac{c^2}{(c_2^{(i)})^2 (1 + \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) / \mu^{(i)})} - (\beta^{(i)}(r_{n_i}))^2}, \quad c = \omega / \kappa,$$

$$\alpha_1^{(1)}(r_{n_i}) = \frac{1 + \sigma_{\theta\theta}^{(i)0}(r_{n_i}) / (\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)})}{1 + \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) / (\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)})}, \quad \beta_1^{(1)}(r_{n_i}) = \frac{1 + \sigma_{zz}^{(i)0}(r_{n_i}) / (\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)})}{1 + \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) / (\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)})}$$

$$r_2^{(i)n_i} = kr \sqrt{\frac{c^2}{(c_1^{(i)})^2 (1 + \sigma_{rr}^{(i)0}(r_{n_i}) / (\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}))} - (\beta_1^{(i)}(r_{n_i}))^2}. \quad (20)$$

Note that the above procedure for expressing the values sought in terms of coordinate  $z$  and time  $t$  is used not only for solving the problems of group  $b$ , but also for those of group  $c$ . However, when solving the problems of group  $a$ , the exponential Fourier transform with respect to the coordinate  $z$  is used to solve the equations in (18) and the dependence of the sought values on time is represented by  $\exp(i\omega t)$ . As a result, the finding of the Fourier transform of the searched values is also reduced to the solution of the equations (19). However, in this case  $k$  in equation (19) is taken as the Fourier transform parameter.

Using the representations

$$\Phi^{(i)n_i}(r_2^{(i)}) = (r_2^{(i)})^{(1-\alpha_1^{(i)}(r_{n_i}))/2} \Phi_1^{(i)n_i}(r_2^{(i)}), \quad \Psi^{(i)n_i}(r_1^{(i)}) = (r_1^{(i)})^{(1-\alpha^{(i)}(r_{n_i}))/2} \Psi_1^{(i)n_i}(r_1^{(i)}), \quad (21)$$

we obtain from equations (19) and (20) that functions  $\Phi_1^{(i)n_i}(r_2^{(i)})$  and  $\Psi_1^{(i)n_i}(r_2^{(i)})$  must satisfy the following equations.

$$\frac{d^2 \Phi_1^{(i)n_i}}{d(r_2^{(i)})^2} + \frac{1}{r_2^{(i)}} \frac{d\Phi_1^{(i)n_i}}{dr_2^{(i)}} + \left(1 - \frac{(1 - (\alpha_1^{(i)}(r_{n_i})))^2 / 4}{(r_2^{(i)})^2}\right) \Phi_1^{(i)n_i} = 0,$$

$$\frac{d^2 \Psi_1^{(i)n_i}}{d(r_1^{(i)})^2} + \frac{1}{r_1^{(i)}} \frac{d\Psi_1^{(i)n_i}}{dr_1^{(i)}} + \left(1 - \frac{(1 - (\alpha^{(i)}(r_{n_i})))^2 / 4}{(r_1^{(i)})^2}\right) \Psi_1^{(i)n_i} = 0. \quad (22)$$

Thus, from the equations in (22) and in (21), the following expressions for the functions  $\Phi^{(i)n_i}$  and  $\Psi^{(i)n_i}$  can be written:

$$\Phi^{(i)n_i} = A_1^{(i)n_i} (r_2^{(i)})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})} E_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) + A_2^{(i)n_i} (r_2^{(i)})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})} F_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}), \quad (23)$$

$$\Psi^{(i)n_i} = B_1^{(i)n_i} (r_1^{(i)})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) + B_2^{(i)n_i} (r_1^{(i)})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}), \quad (24)$$

where

$$\begin{aligned} \gamma_1^{(i)}(r_{n_i}) &= (1 - \alpha_1^{(i)}(r_{n_i})) / 2, \quad \gamma^{(i)}(r_{n_i}) = (1 - \alpha^{(i)}(r_{n_i})) / 2 \\ E_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) &= \begin{cases} J_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) & \text{if } (r_2^{(i)n_i})^2 / r^2 > 0 \\ I_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) & \text{if } (r_2^{(i)n_i})^2 / r^2 < 0 \end{cases}, \\ F_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) &= \begin{cases} Y_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) & \text{if } (r_2^{(i)n_i})^2 / r^2 > 0 \\ K_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) & \text{if } (r_2^{(i)n_i})^2 / r^2 < 0 \end{cases}, \\ E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) &= \begin{cases} J_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) & \text{if } (r_1^{(i)n_i})^2 / r^2 > 0 \\ I_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) & \text{if } (r_1^{(i)n_i})^2 / r^2 < 0 \end{cases}, \\ F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) &= \begin{cases} Y_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) & \text{if } (r_1^{(i)n_i})^2 / r^2 > 0 \\ K_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) & \text{if } (r_1^{(i)n_i})^2 / r^2 < 0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (25)$$

In (25),  $J_\delta(x)$  and  $I_\delta(x)$  ( $Y_\delta(x)$  and  $K_\delta(x)$ ) are the Bessel and modified Bessel functions of the first (second) kind.

***Obtaining the expressions for the displacements and stresses within each sublayer and constructing the dispersion equation.***

Through the expressions (23)-(25) we determine completely the exact analytical solution to the equations in (19). Using the foregoing expressions, we determine the amplitude of the displacements and stresses which enter the contact and boundary conditions. We write fragments from these expressions.

$$u_r^{(i)n_i}(r) = A_1^{(i)n_i} \frac{dr_2^{(i)n_i}}{dr} \left[ \gamma_1^{(i)}(r_{n_i}) (r_2^{(i)n_i})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})-1} E_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& \left. (r_2^{(i)n_i})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})} \frac{dE_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i})}{dr_2^{(i)n_i}} \right] + A_2^{(i)n_i} \frac{dr_2^{(i)n_i}}{dr} \left[ \gamma_1^{(i)}(r_{n_i})(r_2^{(i)n_i})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})-1} F_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) + \right. \\
& \left. (r_2^{(i)n_i})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})} \frac{dF_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i})}{dr_2^{(i)n_i}} \right] + B_1^{(i)n_i} \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \left[ \gamma^{(i)}(r_{n_i})(r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})-1} E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) + \right. \\
& \left. (r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} \frac{dE_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} \right] + B_2^{(i)n_i} \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \left[ \gamma^{(i)}(r_{n_i})(r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})-1} F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) + \right. \\
& \left. (r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} \frac{dF_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} \right] , \dots, \\
\frac{\sigma_{rz}^{(i)n_i}(r)}{\mu^{(i)}} = & A_1^{(i)n_i} 2 \frac{dr_2^{(i)n_i}}{dr} \left[ \gamma_1^{(i)}(r_{n_i})(r_2^{(i)n_i})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})-1} E_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) + (r_2^{(i)n_i})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})} \times \right. \\
& \left. \frac{dE_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i})}{d(r_2^{(i)n_i})} \right] + A_2^{(i)n_i} 2 \frac{dr_2^{(i)n_i}}{dr} \left[ \gamma_1^{(i)}(r_{n_i})(r_2^{(i)n_i})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})-1} F_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i}) + \right. \\
& \left. (r_2^{(i)n_i})^{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})} \frac{dF_{\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})}(r_2^{(i)n_i})}{d(r_2^{(i)n_i})} \right] + B_1^{(i)n_i} \left\{ - \left[ \gamma^{(i)}(r_{n_i})(\gamma^{(i)}(r_{n_i})-1)(\gamma^{(i)}(r_{n_i})-2) \times \right. \right. \\
& E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) + 3\gamma^{(i)}(r_{n_i})(\gamma^{(i)}(r_{n_i})-1)(r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})-2} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{dE_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} + \\
& 3\gamma^{(i)}(r_{n_i})(r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})-1} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{d^2 E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})^2} + (r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \times \\
& \frac{d^3 E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})^3} - \frac{1}{(r_1^{(i)n_i})^2} \gamma^{(i)}(r_{n_i})(r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})-1} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i}) - \\
& \left. \frac{1}{(r_1^{(i)n_i})^2} \gamma^{(i)}(r_{n_i})(r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{dE_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})}(r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} + \gamma^{(i)}(r_{n_i})(\gamma^{(i)}(r_{n_i})-1) \times \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r_1^{(i)n_i}} (r_1^{(i)n_i})^{(\gamma^{(i)}(r_{n_i})-2)} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i}) + 2\gamma^{(i)}(r_{n_i}) \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{1}{r_1^{(i)n_i}} \times \\
& \left. \frac{dE_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} + \frac{1}{r_1^{(i)n_i}} (r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{d^2 E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})^2} \right] + \\
& \left. \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \left[ \gamma^{(i)}(r_{n_i}) (r_1^{(i)n_i})^{(\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})-1)} E_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i}) + (r_1^{(i)n_i})^{(\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})-1)} \frac{dE_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} \right] \right\} + \\
& B_2^{(i)n_i} \left\{ - \left[ \gamma^{(i)}(r_{n_i}) (\gamma^{(i)}(r_{n_i}) - 1) (\gamma^{(i)}(r_{n_i}) - 2) \times \right. \right. \\
& F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i}) + 3\gamma^{(i)}(r_{n_i}) (\gamma^{(i)}(r_{n_i}) - 1) (r_1^{(i)n_i})^{(\gamma^{(i)}(r_{n_i})-2)} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{dF_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} + \\
& 3\gamma^{(i)}(r_{n_i}) (r_1^{(i)n_i})^{(\gamma^{(i)}(r_{n_i})-1)} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{d^2 F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})^2} + (r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \times \\
& \left. \frac{d^3 F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})^3} - \frac{1}{(r_1^{(i)n_i})^2} \gamma^{(i)}(r_{n_i}) (r_1^{(i)n_i})^{(\gamma^{(i)}(r_{n_i})-1)} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i}) - \right. \\
& \left. \frac{1}{(r_1^{(i)n_i})^2} \gamma^{(i)}(r_{n_i}) (r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{dF_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} + \gamma^{(i)}(r_{n_i}) (\gamma^{(i)}(r_{n_i}) - 1) \times \right. \\
& \left. \frac{1}{r_1^{(i)n_i}} (r_1^{(i)n_i})^{(\gamma^{(i)}(r_{n_i})-2)} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i}) + 2\gamma^{(i)}(r_{n_i}) \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{1}{r_1^{(i)n_i}} \times \right. \\
& \left. \left. \frac{dF_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} + \frac{1}{r_1^{(i)n_i}} (r_1^{(i)n_i})^{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} \left( \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \right)^3 \frac{d^2 F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})^2} \right] + \right. \\
& \left. \left. \frac{dr_1^{(i)n_i}}{dr} \left[ \gamma^{(i)}(r_{n_i}) (r_1^{(i)n_i})^{(\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})-1)} F_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i}) + (r_1^{(i)n_i})^{(\gamma_1^{(i)}(r_{n_i})-1)} \frac{dF_{\gamma^{(i)}(r_{n_i})} (r_1^{(i)n_i})}{d(r_1^{(i)n_i})} \right] \right\}. \quad (26)
\end{aligned}$$

In this way, we obtain the analytical expressions for the displacements and stresses which enter the contact and boundary conditions given in (15) and writing these expressions into (15) the corresponding system of algebraic equations is obtained with respect to the unknown constants  $A_1^{(i)n_i}$ ,  $A_2^{(i)n_i}$ ,  $B_1^{(i)n_i}$  and  $B_2^{(i)n_i}$  ( $i = 1, 2$ ,  $n_1 = 1, 2, \dots, N_1$  and  $n_2 = 1, 2, \dots, N_2$ ) and by equating to zero the determinant of the coefficient matrix (denote it by  $(a_{nm})$ ) we obtain the following dispersion equation:

$$\det(a_{nm}(c, kR, p_o / \mu^{(1)}, p_i / \mu^{(1)}, \mu^{(1)} / \mu^{(2)}, h^{(1)} / R, h^{(2)} / R)) = 0, \\ n, m = 1, 2, \dots, 4(N_1 + N_2). \quad (27)$$

The explicit expressions of  $a_{nm}$  we do not give here because these expressions can be easily determined from the expressions in (26).

The solution procedure described above refers to the problems of group *b*. For the problems of group *a*, however, we obtain the linear inhomogeneous algebraic equations for the unknown constants in (26) from the conditions in (6) and, after solving these equations, the Fourier transforms of the values sought are determined. The originals of the searched values are determined numerically.

Note that the field equations (9) - (11), which describe the fluid flow, must also be solved, taking into account the problems related to the group *c*. To solve these equations, we use the following representation according to [19].

$$\rho' = -a_0^{-2} \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \Phi_f, \quad p' = -\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \Phi_f, \quad V_r = \frac{\partial}{\partial r} \Phi_f, \quad V_z = \frac{\partial}{\partial z} \Phi_f, \quad (28)$$

where the function  $\Phi_f$  satisfies the equation

$$\left[ \Delta - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \Phi_f = 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (29)$$

Assuming that the functions  $V_z$ ,  $p'$  and  $\rho'$  (the functions  $\Phi_f$  and  $V_r$ ) have the multiplying  $\sin(kz - \omega t)$  (the multiplying  $\cos(kz - \omega t)$ ), and denoting the amplitudes of the considered quantities with the same symbols, we obtain the following equation for the amplitude.

$$\left( \frac{d^2}{dr_3^2} + \frac{1}{r_3} \frac{d}{dr_3} + 1 \right) \Phi_f(r) = 0, \quad (31)$$

where

$$r_3 = kr \sqrt{\left(\frac{c}{a_0}\right)^2 - 1} . \quad (32)$$

In the case where the interior of the hollow cylinder contain the fluid, we find the solution to equation (31) as follows:

$$\Phi_f(r) = \begin{cases} FJ_0(r_3) & \text{if } r_3^2 > 0 \\ FI_0(r_3) & \text{if } r_3^2 < 0 \end{cases} \quad (33)$$

where  $J_0(r_3)$  ( $I_0(r_3)$ ) is the first kind of Bessel (modified Bessel) function of the zeroth order and  $F$  is an unknown constant.

Thus, substituting the function (33) (after multiplying that with  $\cos(kz - \omega t)$ ) into the expressions in (24), the following expressions are obtained for the quantities related to the fluid.

$$p' = \rho_0 (V_z^0 k + \omega) \sin(kz - \omega t) \begin{cases} FJ_0(r_3) & \text{if } r_3^2 > 0 \\ FI_0(r_3) & \text{if } r_3^2 < 0 \end{cases} ,$$

$$\rho' = a_0^{-2} \rho_0 (V_z^0 k + \omega) \sin(kz - \omega t) \begin{cases} FJ_0(r_3) & \text{if } r_3^2 > 0 \\ FI_0(r_3) & \text{if } r_3^2 < 0 \end{cases} ,$$

$$V_r = k \frac{dr_3}{dr} \cos(kz - \omega t) \begin{cases} -FJ_1(r_3) & \text{if } r_3^2 > 0 \\ FI_1(r_3) & \text{if } r_3^2 < 0 \end{cases} , V_z = -k \sin(kz - \omega t) \begin{cases} FJ_0(r_3) & \text{if } r_3^2 > 0 \\ FI_0(r_3) & \text{if } r_3^2 < 0 \end{cases} . \quad (34)$$

In this way we finish the determination of the analytical expressions for all the quantities related to the flow of liquid. If we replace the functions  $J_n(x)$  and  $I_n(x)$  in the solution procedure described above by the functions  $Y_n(x)$  and  $K_n(x)$  respectively, we obtain the solution for the case where the cylinder is immersed in an infinite liquid.

Thus, if we take into account the conditions in (12) and (15), we obtain a system of homogeneous linear algebraic equations with respect to the unknown constants, which enter not only into the expressions in (26) but also in (34). In this way, we obtain the dispersion equation for the problems of group c according to the usual procedure.

## FRMAGMENTS ON THE NUMERICAL RESULTS

### *Results related to the "a" group problems*

Consider the system consisting of the hollow cylinder and surroundin elastic medium which is skethched in Fig. 2

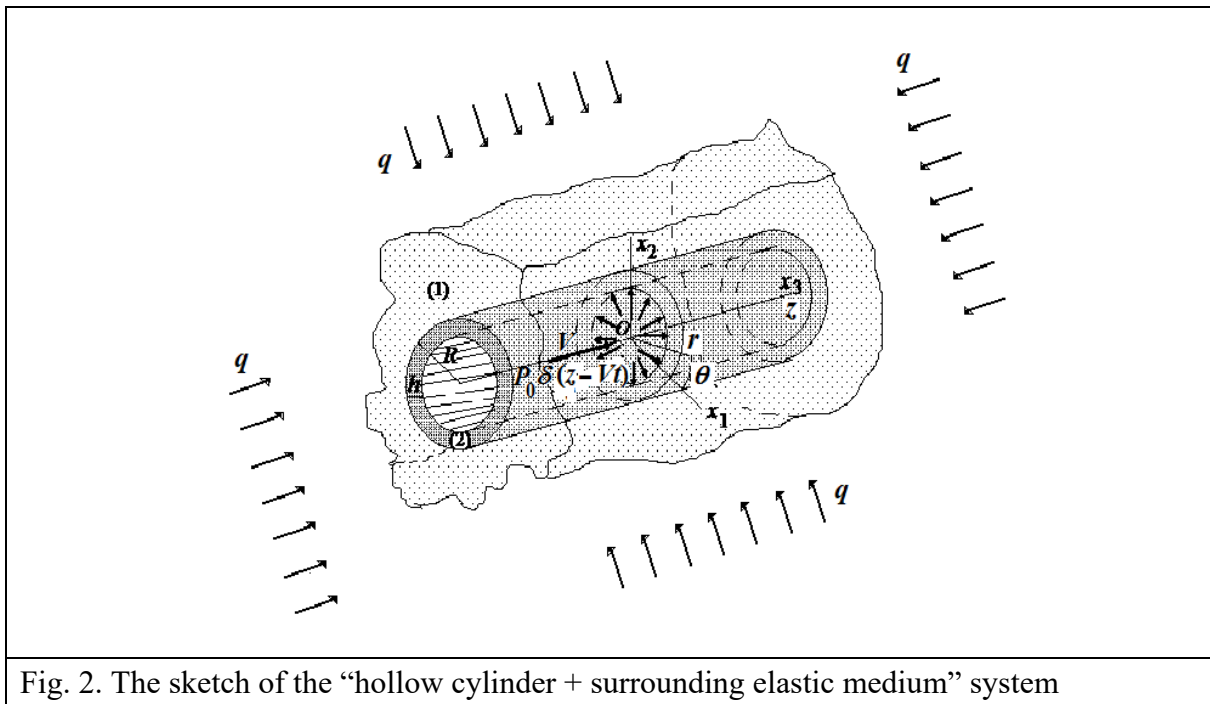


Fig. 2. The sketch of the “hollow cylinder + surrounding elastic medium” system

Table 1

$h/R$	$q/\mu^{(1)}$					
	0,00**	0,0001	0,0003	0,0005	0,0007	0,001
0,10	0,5291	0,6593	0,7488	0,7942	0,8238	0,8536
0,15	0,5738	0,6388	0,7040	0,7427	0,7700	0,7998
0,20	0,6176	0,6498	0,6921	0,7211	0,7431	0,7686
0,35	0,7337	0,7382	0,7467	0,7543	0,7613	0,7707
0,50	0,8261*	0,8269	0,8285	0,8300	0,8315	0,8337

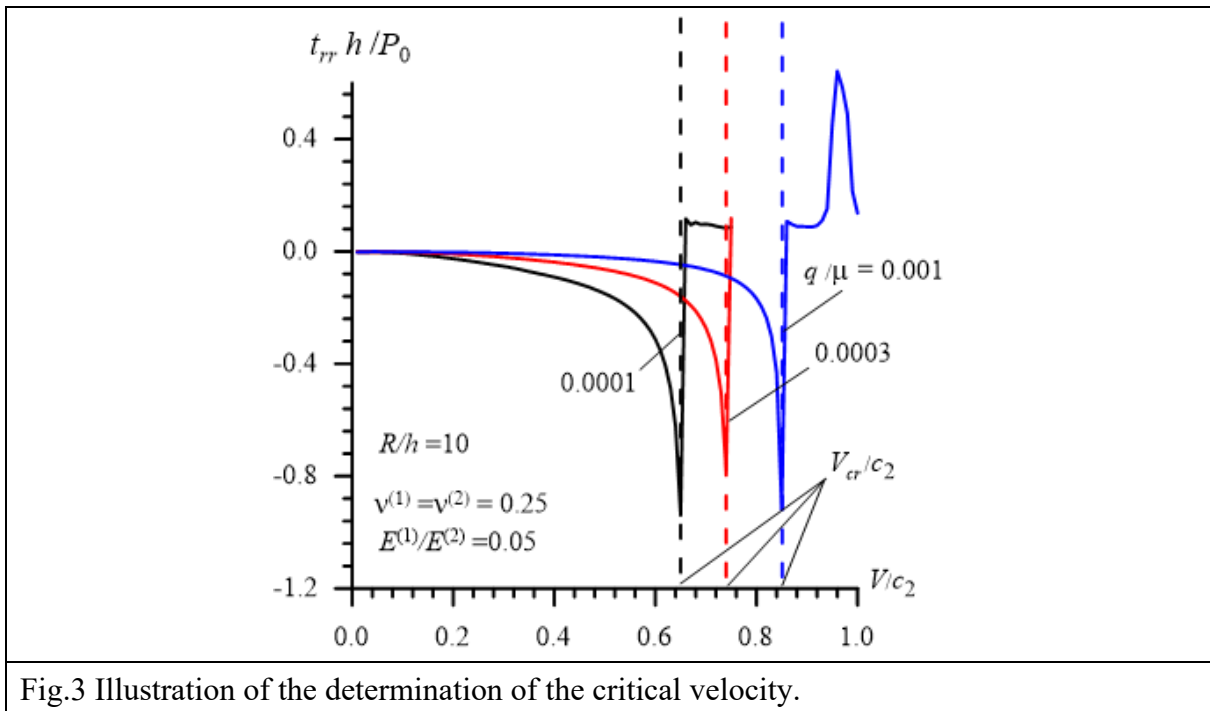
\* This result was also obtained in the paper [26].

\*\* The results obtained in the present paper under  $q/\mu^{(1)} = 0$  coincide with the corresponding ones obtained in the paper [4] which are obtained by the use of classical linear elastodynamics.

Here we consider some fragments of the results related to these critical velocity and illustrated the influence of the inhomogeneous initial stresses on these velocities. For this purpose we select the case where  $E^{(1)}/E^{(2)} = 0,05$ ;  $\rho^{(1)}/\rho^{(2)} = 0,01$ ;  $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0,25$  and consider the data given in Table 1 which illustrate the values of the dimensionless critical velocity  $V_{cr}/c_2^{(2)}$  obtained for various values of  $q/\mu^{(1)}$  and  $h/R$ . Here  $q$  is the intensity of the external forces acting radially inwards on the surrounding medium at infinity, and these forces cause the inhomogeneous initial stresses. Since these initial stresses are mainly compression stresses, these stresses must increase the values of the critical velocity according to the physical-mechanical consideration.

This prediction is proven by data given in Table 1 and it follows from Table 1 that the obtained results in the particular cases coincide with those obtained in the related cases where the initial inhomogeneous stresses in the system's constituents are absent. Moreover, it also follows from Table 1 that an increase in the absolute values of the compressional initial force  $q / \mu^{(1)}$  leads to an increase in the values of the critical velocity and the magnitude of this increase grows with decreasing the ratio  $h / R$ . It is obvious that these results not only make sense theoretically, but also practically. Many similar results can also be found in references [1-3].

Note that the critical velocities are determined from the results illustrated in Fig. 3



Consider also some fragments on the forced vibration of the inhomogeneously pre-stressed system consisting of a hollow cylinder and surrounding elastic medium the sketch of which is illustrated in Fig. 4. Figure 5 shows the influence of the inhomogeneous initial stresses on the frequency response of the interface normal stress acting between the cylinder and surrounding elastic medium in the case where  $E^{(1)} / E^{(2)} = 0.05$ ,  $\rho^{(1)} / \rho^{(2)} = 0.01$ ,  $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0.25$ ,  $c_2^{(1)} / c_2^{(2)} = 5$ .

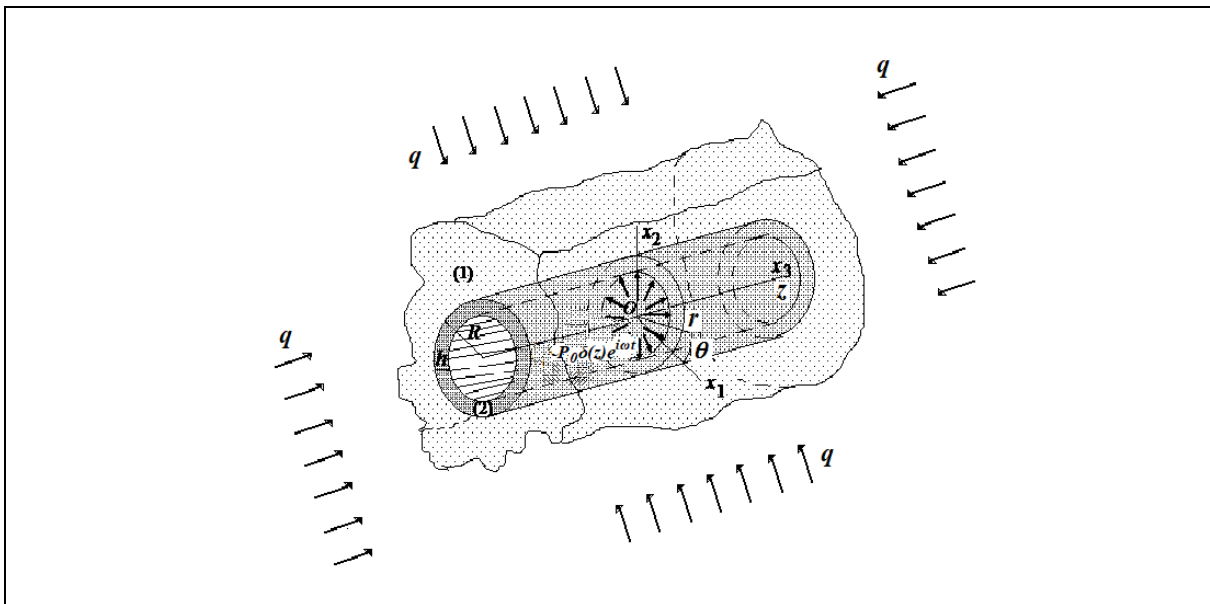


Fig. 4. The sketch of the forced vibration of the inhomogeneously pre-stressed system consisting of a hollow cylinder and surrounding elastic medium

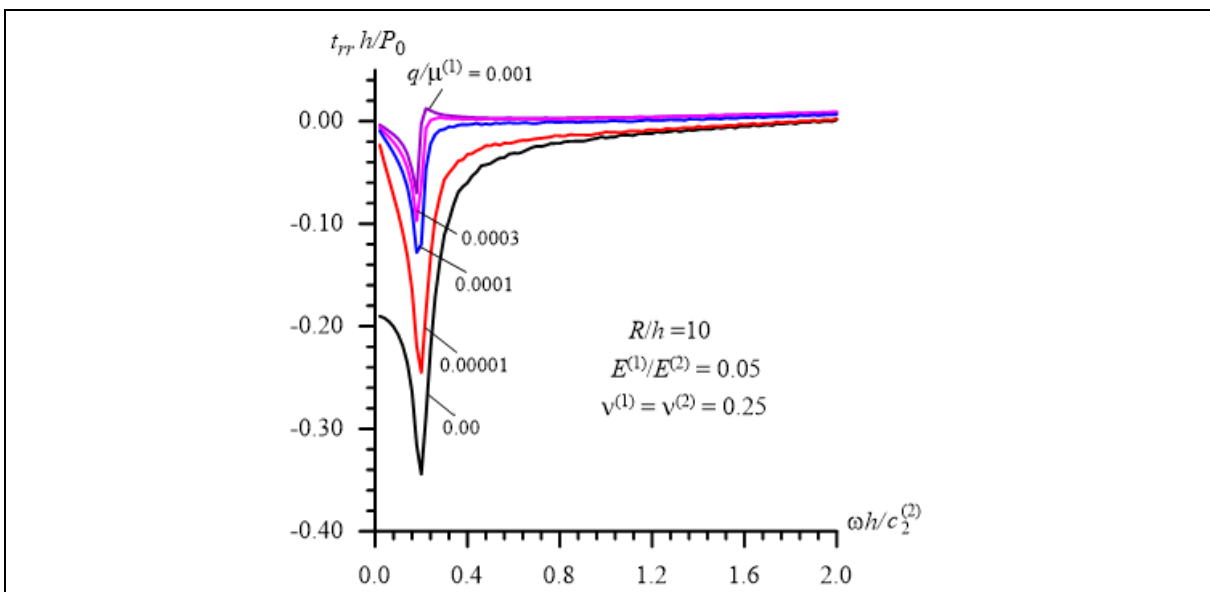


Fig. 5 The influence of the initial stresses on the frequency response of the interface normal stress

Note that the corresponding classic problems were studied in the papers [4 -11].

### Results related to the "b" group problems

As examples of numerical results related to the problems of group "b", we consider the results illustrating the influence of the inhomogeneous initial stresses in the two-layer hollow cylinder on the dispersion curves of the axisymmetric longitudinal waves propagating in this cylinder. We select aluminum (*Al*) with the mechanical constants  $E = 7.28 \times 10^4 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.3$ , and

$\rho = 2.77 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , and steel (*St*) with the mechanical constants  $E = 19.6 \times 10^4 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.27$  and  $\rho = 7.795 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  [18] as the materials for the layers of the bi-layered cylinder, where the symbols  $E$ ,  $\nu$  and  $\rho$  indicate the modulus of elasticity, Poisson ratio and material density, respectively.

Consider the case where the material of the inner (outer) layer of the cylinder is *Al* (*St*) and this case we denote as *Al* + *St*.

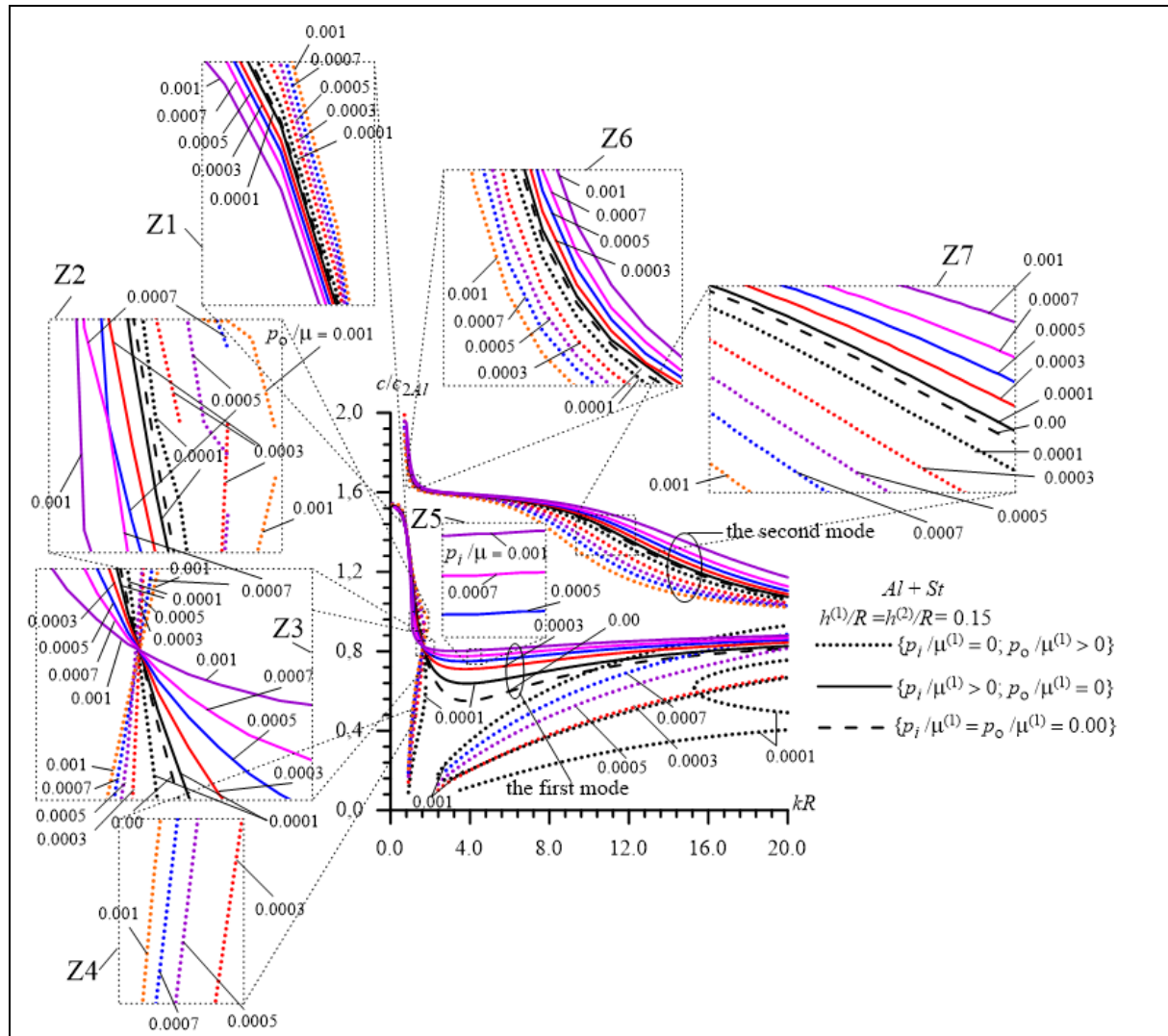
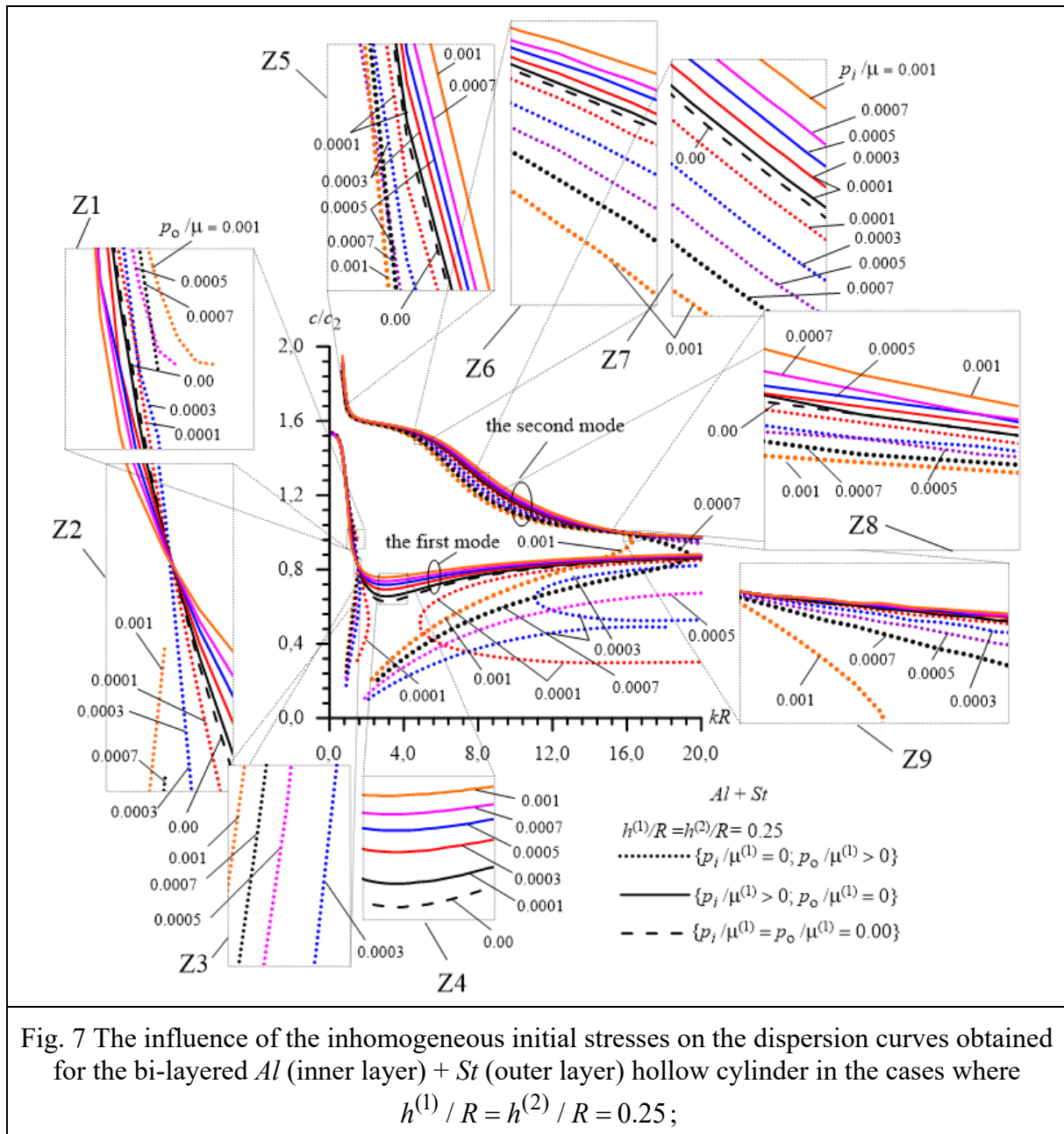
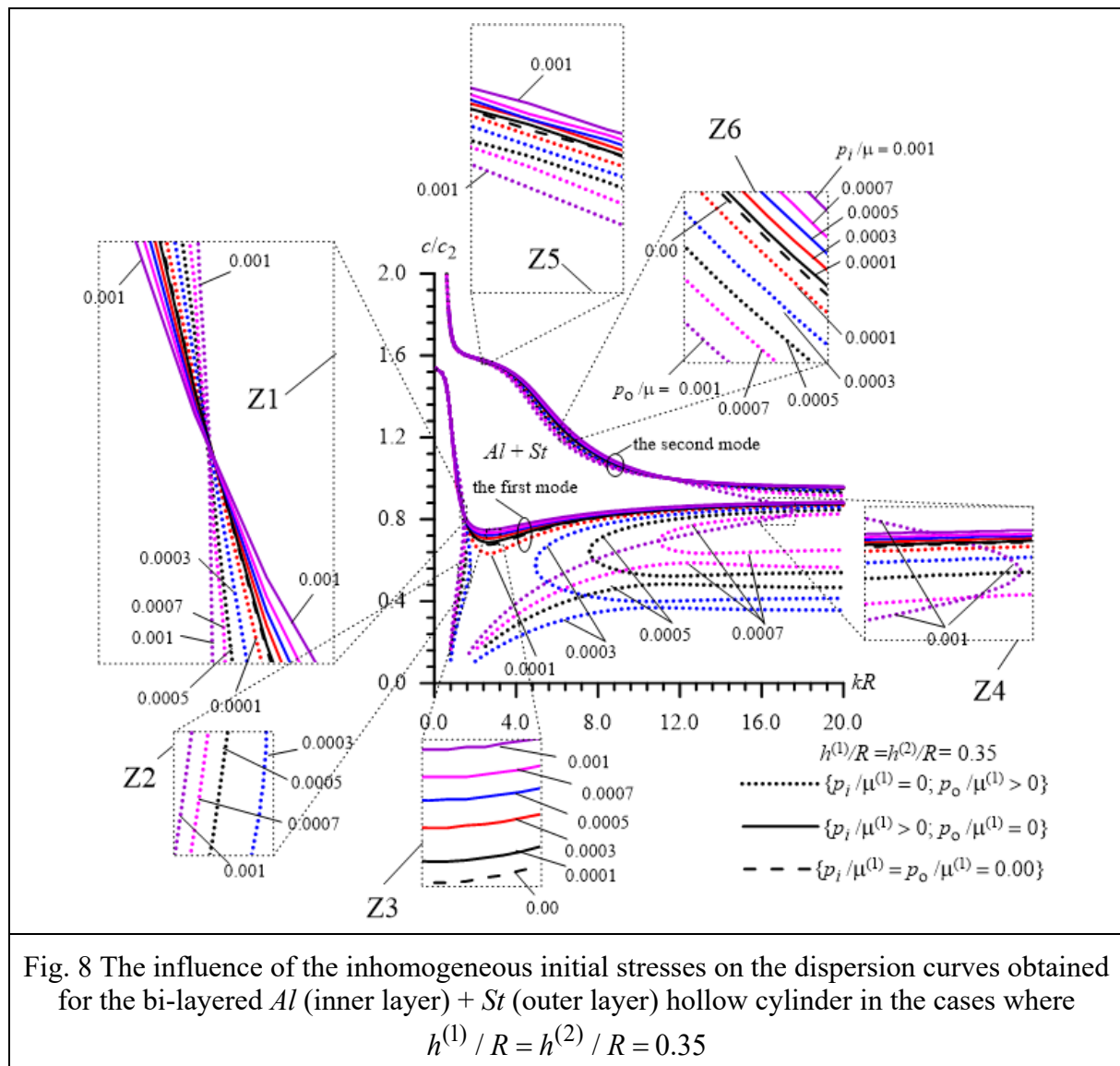


Fig. 6 The influence of the inhomogeneous initial stresses on the dispersion curves obtained for the bi-layered *Al* (inner layer) + *St* (outer layer) hollow cylinder in the cases where  $h^{(1)}/R = h^{(2)}/R = 0.15$ ; Z1, Z2, ... are the zoomed sections of the indicated parts of the dispersion curves;  $h^{(2)}$  ( $h^{(1)}$ ) is the thickness of the inner (outer) layer of the cylinder,  $R$  is the radius of the inner circle of the cylinder's cross section,  $p_o$  ( $p_i$ ) is the pressure acting on the outer (inner) face surface of the cylinder, and  $\mu^{(1)}$  is the shear modulus of the outer layer material.





Dispersion curves related to the cylinder *Al* + *St* are given in Figs. 6-8 for the cases where  $h^{(1)} / R = h^{(2)} / R = 0.15$  (Fig. 6),  $0.25$  (Fig. 7) and  $0.35$  (Fig. 8). According to the zoomed parts Z1 – Z5 in Fig. 6, Z1 – Z4 in Fig. 7 and Z1 – Z3 in Fig. 8, there exists such a value of the dimensionless wavenumber  $kR$  (denote it by  $(kR)^*$ ) under which the initial stresses do not act on the wave propagation velocity in the first mode and in the cases where  $0 < kR < (kR)^*$ , the initial stresses caused by the external (internal) pressure  $p_o / \mu^{(1)}$  ( $p_i / \mu^{(1)}$ ) cause the wave propagation velocity to increase (to decrease). However, in the cases where  $kR > (kR)^*$ , this is reversed, that is, the initial stresses caused by the internal (external) pressure  $p_i / \mu^{(1)}$  ( $p_o / \mu^{(1)}$ ) cause to increase (to decrease) the wave propagation velocity. According to the zoomed part Z2 in Fig. 6 and Z1 in Fig. 6, under relatively small values of the ratio  $h^{(1)} / R = h^{(2)} / R$  (in the case under consideration for  $h^{(1)} / R = h^{(2)} / R = 0.15$  and  $0.25$ , breaks from the dispersion curves of the first mode under  $\{p_o / \mu^{(1)} > 0; p_i / \mu^{(1)} = 0\}$  take place. However,

according to the aforementioned zoomed parts, breaks from the dispersion curves of the first mode under  $\{p_o/\mu^{(1)} = 0; p_i/\mu^{(1)} > 0\}$  do not appear.

Note that in the case under consideration, such values of  $kR$  (as above, denote it by  $(kR)''$ ) also exist under which  $d(c/c_{2Al})/d(kR) = \infty$  and under  $kR > (kR)''$  in the case where  $\{p_o/\mu^{(1)} > 0; p_i/\mu^{(1)} = 0\}$ , and as in the homogeneous hollow cylinder, the additional dispersion curves appear.

Consider also one example on the convergence of the numerical results with respect to the number  $N_1 (= N_2)$  and for this purpose, we select the worst case in terms of convergence among the cases examined, i.e. the case when  $\{p_o/\mu^{(1)} = 0; p_i/\mu^{(1)} = 0.001\}$  and  $h^{(1)}/R = h^{(2)}/R = 0.35$ . The dispersion curves illustrating this convergence are given in Fig. 9, according to which, it can be concluded that the case where  $N_1 = N_2 = 25$  is enough for obtaining numerical results with accuracy  $10^{-4}$ .

Note the foregoing and many other similar results are presented and discussed in the paper [12].

The problem related to the dispersion of the axisymmetric longitudinal waves propagating in the hollow cylinder surrounding with infinite homogeneous medium is studied in the paper [13].

Corresponding problem for the torsional waves propagating in the two-layer hollow cylinder is considered in the paper [14].

The paper [15] studied the dispersion of the torsional waves propagating in the bi-layered hollow cylinder initial inhomogeneous thermal stresses. The corresponding problem for the axisymmetric longitudinal waves was studied in the paper [16]. Moreover, in the paper [17], it was studied the influence of inhomogeneous residual stresses arising from the contact of the cut on the dispersion of axisymmetric longitudinal waves in two-layer hollow cylinder.

In the above listed papers it was also made the review of the investigations related to the corresponding classic problems.

### ***Results related to the "c" group problems***

As examples of numerical results related to the problems of group "c", we consider the results illustrating the influence of the inhomogeneous initial stresses in the hollow cylinder immersed in the compressible inviscid fluid.

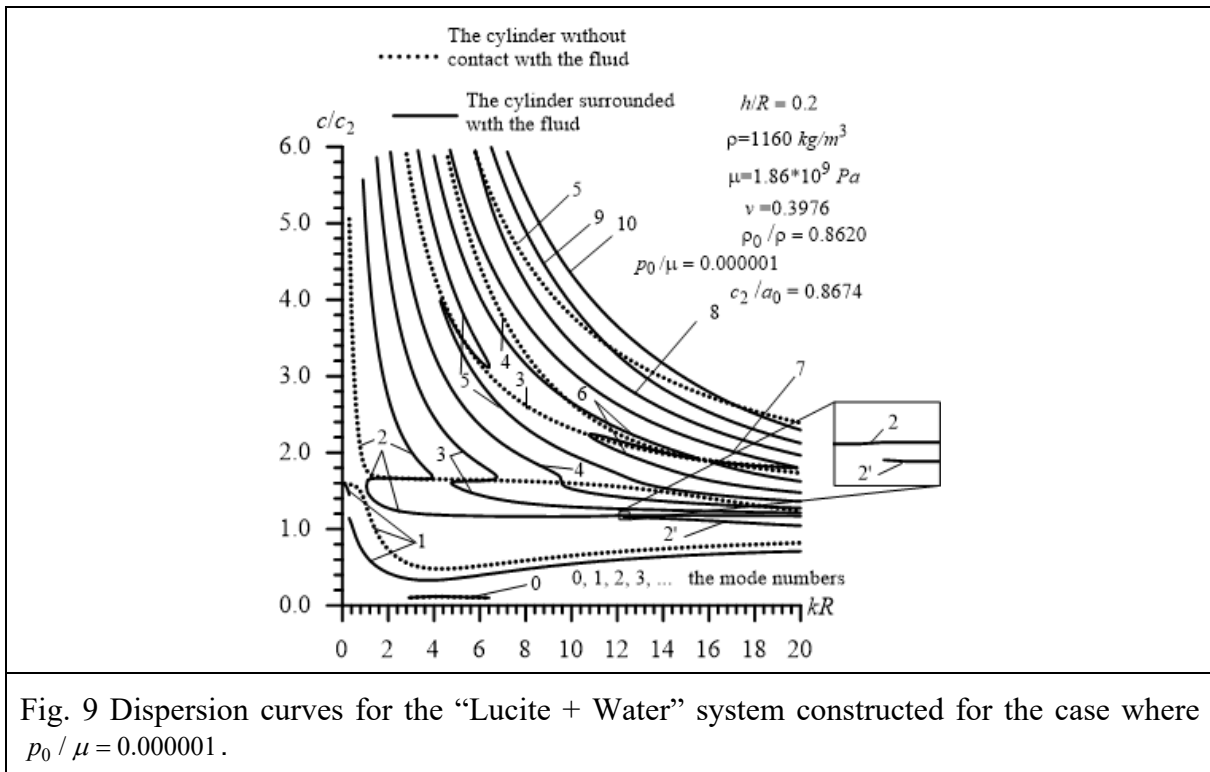


Fig. 9 Dispersion curves for the “Lucite + Water” system constructed for the case where  $p_0 / \mu = 0.000001$ .

Assume that the material of the cylinder is Lucite with the mechanical constants  $\mu = 1.86 \times 10^9 \text{ Pa}$ ,  $\nu = 0.3976$ ,  $\rho = 1160 \text{ kg/m}^3$  and  $c_2 = 1265 \text{ m/s}$  where  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\rho$  and  $c_2$  are the shear modulus, Poisson's coefficient, density and shear wave propagation velocity, respectively. As a fluid we chose water density and sound speed for which are  $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$  and  $a_0 = 1459.5 \text{ m/s}$ . Assuming that  $h/R = 0.2$ , consider the dispersion curves illustrated in Figs. 9-11 which are constructed for the cases where  $p_0 / \mu = 0.1 \times 10^{-5}$ ,  $0.7 \times 10^{-5}$ , and  $3 \times 10^{-5}$ , respectively. In these figures the graphs indicated as “The cylinder without contact with the fluid” means that under wave propagation procedure the interaction between the fluid and cylinder is not taken into consideration. However, the graphs indicated as “The cylinder surrounded with the fluid” means that under wave propagation procedure the interaction between the fluid and cylinder is taken into consideration.

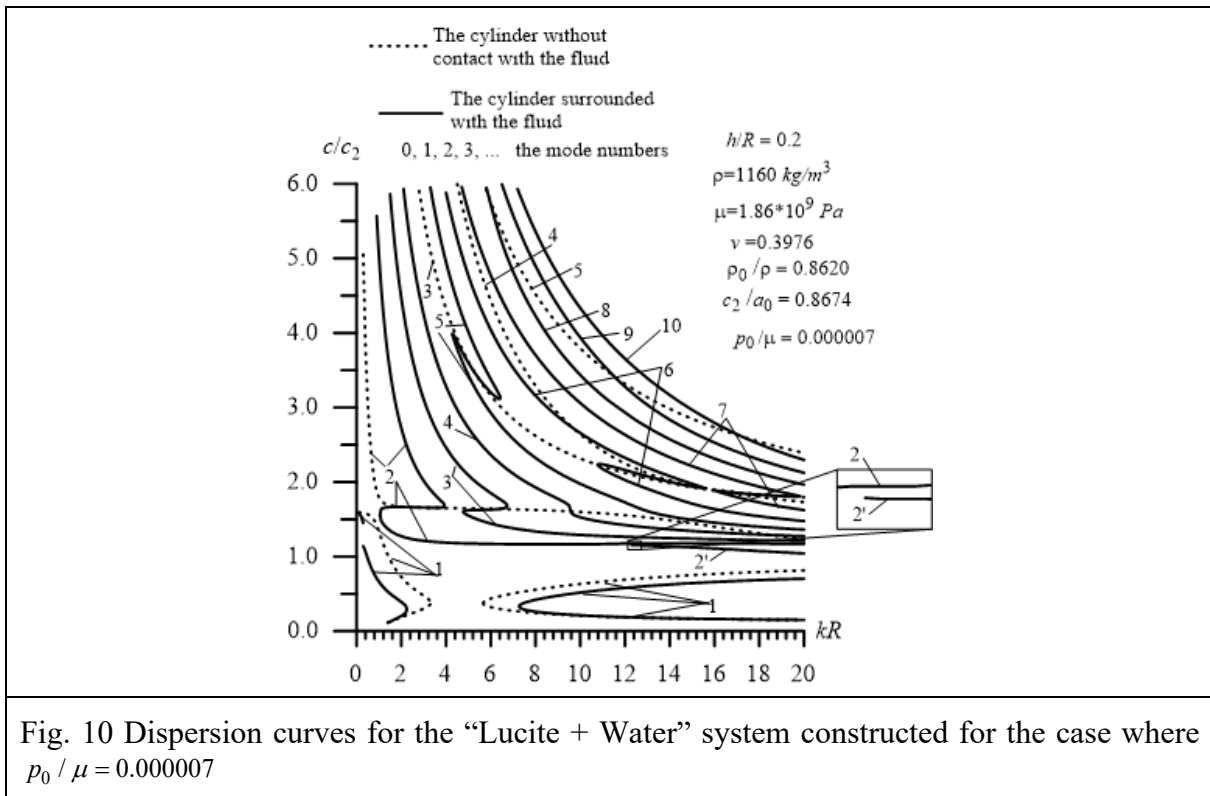


Fig. 10 Dispersion curves for the "Lucite + Water" system constructed for the case where  $p_0 / \mu = 0.000007$

In determining these dispersion curves, note that within the same range of change in the ratio  $c/c_2$  and dimensionless wavenumber  $kR$ , the number of dispersion curves obtained for the case in which the cylinder is in contact with the fluid (let us call it the "contact" case) is almost twice the number of curves obtained for the case in which the cylinder is not in contact with the fluid (let us call it the "no contact" case). Note that the results presented do not include those related to the case in which the initial stresses in the cylinder are not present. This is because, for the "Lucite + Water" case, all the dispersion curves from 1 to 10 for the "contact" case and all the dispersion curves from 1 to 5 for the "no contact" case, obtained for  $p_0 / \mu = 0.0$ , agree with very high accuracy with the corresponding curves obtained for the case in which  $p_0 / \mu = 0.1 \times 10^{-5}$ . An exception is for the dispersion curves for the zeroth mode obtained for the case where  $p_0 / \mu = 0.1 \times 10^{-5}$  and shown in Fig. 9. This is because the dispersion curve for the zeroth mode does not appear when there are no inhomogeneous initial stresses in the cylinder, i.e., when  $p_0 / \mu = 0.0$ . Therefore, the zeroth mode and the corresponding dispersion curve appear only above a certain value of the magnitude of the inhomogeneous initial stresses. This occurrence is observed not only in the "contact" case, but also in the "no contact" cases.

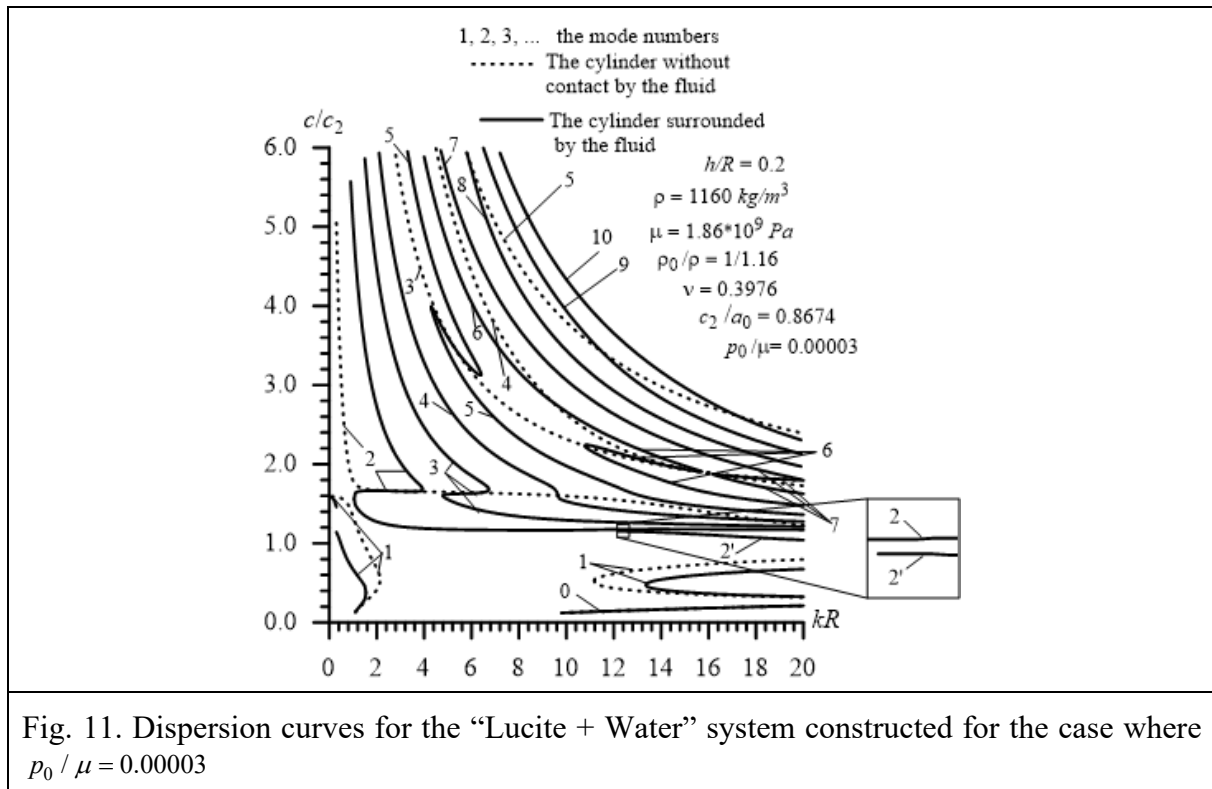


Fig. 11. Dispersion curves for the “Lucite + Water” system constructed for the case where  $p_0 / \mu = 0.00003$

Note that the above results and many other similar results are presented and discussed in the paper [21].

The dispersion of the waves propagating in the initially inhomogeneous stressed hollow cylinder containing the compressible inviscid fluid is studied in the papers [22] and [24]

In the previous studies on group “c”, it was assumed that the fluid is at rest in the initial state. In the paper [23], however, it is assumed that the fluid flows with constant velocity along the cylinder axis in the initial state. In particular, it is found that if the flow direction of the fluid coincides (is opposite) with the wave propagation direction, the flow of the fluid in the initial state leads to an increase (decrease) in the wave propagation velocity and the magnitude of this increase (decrease) grows monotonically with the fluid velocity.

### CONCLUSIONS

This paper therefore provides a brief overview of the investigations into the dynamics of bi-material hollow cylinders with inhomogeneous initial stresses. The corresponding field equations as well as boundary and contact conditions are presented. The solution method of the corresponding dynamic problems is also discussed. These equations are written in the framework of the so-called linearized 3D theory of elastic waves in the initially stressed bodies. When formulating these equations, it was assumed that the initial stresses are determined within the framework of the classical linear theory of elasticity. The fragments of the numerical results are also presented and discussed.

However, all the results considered in this review were obtained for the case of axisymmetric stress state. It is also assumed that the inhomogeneous initial stresses are also axisymmetric. Moreover, to consider the non-axisymmetric 3D dynamic problems in the cases where the inhomogeneous initial stresses are axisymmetric is very interesting. These problems will be the main target of further investigations by the author and his students.

## REFERENCES

- [1] S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, M. Ozisik. Dynamics of the Moving Ring Load Acting in the System “Hollow Cylinder + Surrounding Medium” with Inhomogeneous Initial Stresses. *CMC: Computers, Materials & Continua*, 61(2), 503-534, 2019.  
[doi:10.32604/cmc.2019.07561](https://doi.org/10.32604/cmc.2019.07561)
- [2] S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Forced Vibration of the Non-Homogeneously Pre-Stressed System Consisting of the Hollow Cylinder and Surrounding Medium. *CMES: Computer Modeling in Engng. & Sci.*, 121(1), 315-348, 2019. [doi: 10.32604/cmes.2019.07732](https://doi.org/10.32604/cmes.2019.07732)
- [3] S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, I.Z. Sardarova, The response of an infinite elastic medium with inhomogeneous initial stresses to moving load acting In a cylindrical cavity. *Appl. Comput. Math.*, 24 (1), 3-15, 2025. [DOI: 10.30546/1683-6154.24.1.2025.3](https://doi.org/10.30546/1683-6154.24.1.2025.3)
- [4] M. Ozisik, M.A. Mehdiyev, S.D. Akbarov, The influence of the Imperfectness of contact conditions on the critical velocity of the moving load acting in the Interior of the cylinder surrounded with elastic medium, *CMC: Computers, Materials & Continua*, 54(2), 103-136, 2018. [doi: 10.3970/cmc.2018.054.103](https://doi.org/10.3970/cmc.2018.054.103)
- [5] S.D. Akbarov, M.A. Mehdiyev, Forced vibration of the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium under perfect and imperfect contact, *Struct. Engng. and Mech.*, 62(1), 113-123, 2017.  
<https://doi.org/10.12989/sem.2017.62.1.113>
- [6] M. Ozisik, M.A. Mehdiyev, S.D. Akbarov, The influence of the Imperfectness of contact conditions on the critical velocity of the moving load acting in the Interior of the cylinder surrounded with elastic medium, *CMC: Computers, Materials & Continua*, 54(2), 103-136, 2018. [doi: 10.3970/cmc.2018.054.103](https://doi.org/10.3970/cmc.2018.054.103)
- [7] S.D. Akbarov, M.A. Mehdiyev, Influence of initial stresses on the critical velocity of the moving load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium, *Struct. Engng. and Mech.*, 66(1), 45-59, 2018.  
<https://doi.org/10.12989/sem.2018.66.1.045>
- [8] S.D. Akbarov, M.A. Mehdiyev, Dynamics of the system consisting of the hollow cylinder and surrounding infinite elastic medium under action an oscillating moving ring load on the interior of the cylinder, *Coupled Systems Mechanics*, 7(5), 525-554, 2018.  
<https://doi.org/10.12989/csm.2018.7.5.525>
- [9] S.D. Akbarov, M.A. Mehdiyev, A.M. Zeynalov, Dynamics of the moving ring-load acting in the interior of the bi-layered hollow cylinder with imperfect contact between the layers”, *TWMS J. Pure Appl. Math.* 12(2), 223-242, 2021.
- [10] S.D. Akbarov, M.A. Mehdiyev, M. Ozisik, Three-dimensional dynamics of the moving load acting on the interior of the hollow cylinder surrounded by the elastic medium”. *Struct. Engng. and Mech.*, 67(2), 185-206, 2018.  
<https://doi.org/10.12989/sem.2018.67.2.185>
- [11] S.D. Akbarov, M.A. Mehdiyev, The interface Stress Field in the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium under 3D non-axisymmetric forced vibration. *CMC: Computers, Materials & Continua*, 54(1), 61-81, 2018.  
[doi:10.3970/cmc.2018.054.061](https://doi.org/10.3970/cmc.2018.054.061)
- [12] S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Axisymmetric longitudinal wave dispersion in a bi-layered circular cylinder with inhomogeneous initial stresses, *Journal of Sound and Vibration*, 450, 1 – 27, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.03.003>.

- [13] S.D. Akbarov, E.T. Bagirov. “Dispersion of axisymmetric longitudinal waves in a “hollow cylinder + surrounding medium” system with inhomogeneous initial stresses”. *Struct. Engng. and Mechanics*, 72(5), 597 – 615, 2019.  
<https://doi.org/10.12989/sem.2019.72.5.597>.
- [14] S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Torsional wave dispersion in a bi-layered hollow cylinder with inhomogeneous initial stresses caused by internal and external radial pressures. *Struct. Engng. and Mech.*, 77 (5), 571- 586, 2021.  
DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2021.77.5.571>.
- [15] S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Dispersion of torsional waves in a hollow bilayered cylinder with initial inhomogeneous thermal stresses, *Mech. Comp. Mater.* 57(2), 161 – 180, 2021.  
<https://doi.org/10.1007/s11029-021-09943-4>.
- [16] S. D. Akbarov, E. T. Bagirov, The dispersion of the axisymmetric longitudinal waves propagating in the bi-layered hollow cylinder with the initial inhomogeneous thermal stresses, *Waves in Random and Complex Media*, 34:2, 471-509, 2024.  
[DOI:10.1080/17455030.2021.1912437](https://doi.org/10.1080/17455030.2021.1912437).
- [17] S. D. Akbarov, E. T. Bagirov. Influence of inhomogeneous residual stresses arising from the contact of the cut on the dispersion of axisymmetric longitudinal waves in two-layer hollow cylinder. *International Applied Mechanics*, 59,(4), 493 – 503, 2023 .  
[DOI 10.1007/s10778-023-01238-6](https://doi.org/10.1007/s10778-023-01238-6).
- [18] A.N. Guz. *Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses*. A.C.K., Kiev, 2004 (in Russian).
- [19] A.N. Guz, *Dynamics of compressible viscous fluid*. Cambridge Scientific Publishers, Cambridge, 2009
- [20] S.D. Akbarov. *Dynamics of pre-strained bi-material elastic systems: Linearized three-dimensional approach*. Springer, Heidelberg, New York, U.S.A, 2015.
- [21] S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Dispersion of axisymmetric longitudinal waves propagating in an inhomogeneous prestressed hollow cylinder immersed in an inviscid compressible fluid. *Journal of Sound and Vibration* 569, 118097, 2024.  
<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2023.118097>.
- [22] S.D. Akbarov, G.J. Valiyev, Sa. A. Aliyev, Z.F. Khankishiyev, The influence of the inhomogeneous initial stresses in the hollow cylinder containing an inviscid fluid on the dispersion of the quasi-Scholte waves propagating in this cylinder. *Appl. Comput. Math.*, 23(1), 18-39, 2024. [DOI: 10.30546/1683-6154.23.1.2024.18](https://doi.org/10.30546/1683-6154.23.1.2024.18)
- [23] S. D. Akbarov, J. N. Imamaliyeva, R. S. Akbarli, The influence of the fluid flow velocity and direction on the wave dispersion in the initially inhomogeneously stressed hollow cylinder containing this fluid. *Coupled Systems Mechanics*, 13(3), 247 – 275, 2024.  
<https://doi.org/10.12989/csm.2024.13.3.247>.
- [24] S.D. Akbarov, Y.M. Sevdimaliyev, G.J. Valiyev, Mathematical modeling of the dynamics of a hydroelastic system— A hollow cylinder with inhomogeneous initial stresses and compressible fluid, *Math. Methods Appl. Sci.* 44 (9) (2021) 7858–7872.  
DOI:[10.1002/mma.7329](https://doi.org/10.1002/mma.7329).
- [25] A.C. Eringen, E.S. Suhubi, *Elastodynamics II: Linear theory*, Academic Press, New York, 1975.
- [26] S.A. Abdulkadirov. Low-frequency resonance waves in a cylindrical layer surrounded by an elastic medium. *J. of Mining Science*, 80, 229-234, 1981.



## TO THE FLOW OF IMMISCIBLE VISCOUS FLUIDS IN THE VERTICAL PIPE

**Farman Mamedov<sup>1,2</sup> and Nazire Memmedzade<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Institute of Mathematics and Mechanics of MSE, Baku, Azerbaijan

E-mail: [farman-m@mail.ru](mailto:farman-m@mail.ru)

<sup>2</sup>Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, Azerbaijan

<sup>3</sup>Oil Gas Scientific Research Project Institute, SOCAR, Baku, Azerbaijan

E-mail: [nazire.m@mail.ru](mailto:nazire.m@mail.ru)

### ABSTRACT

A specific variational approach has been developed in this article to model the steady flow process of a non-mixing mass system in a perfectly circular pipe. Through consistent mathematical reasoning, concrete analytical results have been obtained for the principal physical quantities of the aforementioned non-mixing system, such as the velocity profile (along the pipe radius) in vertical and horizontal pipes, the flow rate of the pipe (Hagen Poiseuille formula), and the shear stress on the pipe surface. Such issues may be relevant in the operation of oil wells using the gas-lift method, in water-cut and sand-producing oil wells, as well as in two-phase and multiphase flow processes. Additionally, it is known that in deep oil and hydrocarbon wells, the temperature increases by 1 degree per 10 meters of depth. Considering that such wells can be several kilometers deep, it becomes evident that the temperature in the well and the reservoir is an essential actor in all processes. As the mixed fluid moves upward from the bottom of the well, the extracted mass begins to cool, but this cooling is not uniform. Therefore, even a homogeneous fluid exiting the well behaves like a non-mixing fluid system, as the viscosity and density of the non-uniformly cooled volume will be unevenly distributed depending on temperature. For this reason, it can be considered as the motion of a non-mixing viscous mass. These considerations, along with other practical issues, are the subject of discussion in this article.

**Keywords:** immiscible liquids, bubbly, incompressible liquids, velocity, viscosity flow, shear stress

**AMS Subject classification:** 76D05, 76D55, 76E05, 74A55

### INTRODUCTION

In oil industry, complex multi-phase mixtures consisting of oil, gas, water and possibly precipitated solids and formation sands may flow through the tubing with different flow regimes observed. The multiphase fluid flow development is important and has generated a lot of studies in the literature [1, 2]. When gas and liquid flow simultaneously in a tube, various types of spatial distribution (flow patterns) of both phases can occur depending on the fluid properties, flow rates, and the geometry and curvature of the tube. Generally, five main gas-liquid flow patterns are defined, such as bubbly flow, slug flow, semi-annular flow,

annular flow and misty flow. In vertical gas-liquid flow, feeding gas at low flow rates from the bottom of the pipe results in a random distribution of small discrete bubbles throughout the liquid continuous phase. This behavior, observed for both still and flowing liquid, is characterized by bubbly flow. Of the five flow models mentioned, bubble flow usually stands out due to its numerous practical applications. The study of bubble flows in standpipe flow with high gas loads is of particular interest for two reasons. The first is the presence of pipes in almost all technical installations where two-phase flow can be observed. This also applies to nuclear reactors. The second reason is that flow in vertical pipes is a relatively simple situation due to symmetry. This flow pattern is also observed in the process of extracting oil from wells using the gas lift method.

Because the output of crude oil produced from wellheads often entrains sand, clay, or other porous solids, crude oil with sediment grains exhibits more complex flow characteristics than crude oil without sediment grains. A similar situation occurs in the transportation of hydrocarbons via pipelines [3]. The Navier-Stokes, Cahn-Hilliard system approach appears in a so-called diffuse interface model for the two-phase flow of two viscous, incompressible, macroscopically immiscible fluids. Therefore, much research has been done and information is available for vertical pipe flow. Therefore, our approach in this work is not only a matter of studying the flow of immiscible liquids oil-water [4] or the flow of two-phase gas-liquid mixture used in the gas-lift method for oil extraction from oil wells oil-gas, but also welcomes the flow of liquid with solid particles in it.

The purpose of this article is to study multiphase flows of liquid-liquid, liquid-solid particles, liquid-gas bubbles, and unevenly heated single liquid species under prescribed pressure drop. In this study, to study the steady flow of such mixture, an approach of continuous distributed media is developed, which allows to estimate the real flow characteristics of such complex liquid, such as the velocity profile of the formation on the cross-section of the pipe, the flow velocity in the pipe, the wall margin tension and other such. The boundary conditions of the selected mathematical model basically include the inlet boundary, outlet boundary and wall boundary. Entry occurs under the influence of the high bottom hole pressure of the vertical well, because of which the middle particles move from the deep zone towards the exit, to the wellhead where the initial pressure is applied.

In the present work, new variational-theoretical backgrounds for the transport of complex mixtures in a circular vertical pipe are investigated. Based on this approach, the proposed theoretical results are one of the first attempts to calculate the velocity profile, pressure drop, shear stress and mass (volumetric) flow rate, similar to the Hagen-Poiseuille law, and are fully compatible with the experimental results of one-dimensional flow of two-phase liquid-gas flow by Kashinsky et al. [5] and Nakoryakov et al. [6]. In this context, our results will provide a good background for some experimental studies on where the velocity profile, pressure drop, mass flow rate of two phase gas-liquid flow are defined.

### FIELD EQUATIONS AND FORMULATION

Consider the flow of liquid mixture over vertical pipe, say from the deep zone to the ground level by the well bore. Consider the one-dimensional parallel movement of this liquid over the pipe. The governing equations are the Navier-Stokes system. We predict a proportional dependence of density from viscosity in the content of immiscible liquid. In other words, if to arrange that immiscible content on increasing viscosity order, the proper densities become increasing also, i.e

$$\rho(r) = \alpha\mu(r), \quad 0 < r < R,$$

where  $\alpha$  is the proportionality factor. The movement and continuity equations for the process are expressed as follows:

$$\rho(r) \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu(r) \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \rho(r) g$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho(r) v) = 0, \quad 0 \leq r \leq R$$

where  $v(x, y, z)$  is the magnitude of velocity on the point  $(x, y, z)$  in the moment  $t$ , the  $p(x)$  is the pressure, we assume it does not vary on cross section of the pipe. Since the steady flow is considered, we have to set  $\frac{\partial v}{\partial t} = 0, \frac{\partial p}{\partial t} = 0$ , it follows from the continuity equation  $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$ .

Therefore, the movement equation for the process reads as

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \mu(r) \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \rho(r) g, \quad 0 \leq r \leq R$$

assuming the nonslip condition

$$v(R) = 0.$$

### THE VELOCITY PROFILE, PRESSURE DROP AND ENERGY EXPRESSION

From the preceding system of equations easily yield

$$p(x) = p(0) + \frac{p(H) - p(0)}{H} x, \quad 0 < x < H$$

for the pressure drop over the vertical pipe. The velocity profile expression

$$v(r) = \int_r^R \frac{1}{z \mu(z)} \left( \int_0^z \left( \frac{p(H) - p(0)}{H} - g \rho(t) \right) t dt \right) dz, \quad 0 < r < R.$$

Denoting

$$G(z) = \int_0^z \left( \frac{p(H) - p(0)}{H} - \rho(t) g \right) t dt, \quad 0 < z < R$$

for the kinetic energy we have the expression

$$E = \pi L \int_0^R \left( \int_\theta^R \frac{G(z)}{z \mu(z)} \right)^2 \rho(\theta) \theta d\theta.$$

To solve the particle distribution, we have settled the following auxiliary variational problem

$$\int_0^R \left[ M \left( -\frac{t^2 y^2}{y'} \right) - \left( \frac{t^2}{y'} + u' \right) \lambda(t) \right] dt \rightarrow \min$$

The functions  $y(t), u(t), \lambda(t)$  are such that

$$-\int_0^R \frac{t^2}{y'} dt = \frac{\bar{p} R^2}{\alpha}, \quad M = \frac{\pi L \alpha}{4} (\kappa - \bar{\rho} g)^2, \quad y(t) = \int_t^R \frac{z dz}{\mu(z)}.$$

The Euler-Lagrange equation for the given functional is followings system of equations

$$-\frac{2t^2y(t)}{y'} - \frac{d}{dt} \left( \frac{t^2y^2(t)}{(y'(t))^2} + \frac{1}{M} \frac{t^2\lambda(t)}{(y'(t))^2} \right) = 0.$$

Further solving this equation (system) yields the expressions

$$y(t) = k \tanh \left( C_2 \left( 1 - \frac{r}{R} \right) \right), \quad 0 < r < R \tag{1}$$

$$\mu(t) = \frac{tR}{kC_2} \cosh^2 C_2 \left( 1 - \frac{t}{R} \right), \quad 0 < r < R \tag{2}$$

for the velocity distribution over the diameter of the pipe. And the viscosity profile over the radius is founded.

### NUMERICAL EXAMPLES

In this subsection, the velocity profiles over cross-section of the vertical pipe in the upward flow of the gas-liquid mixture is compared with the experimental results of Kashinsky et al. [5] and Nokaryakov et al. [6] and are presented in Figs. 1 and 2. Here, the fluid velocity  $u$  is measured in the same experimental group setting  $y = R(1 - r/R)$  in place of  $r/R$  in Figure 3-4. We keep the notation used by the quoted authors in the Figs. 1 and 2. The experimental liquid presented in Figs. 1–2, were taken from the studies of [5] and [6] is the solution of 0.005 N potassium ferri- and ferro-cyanide and 0.25 M sodium hydroxide in distilled water. The vertical pipe is of length  $H = 6.5\text{m}$  and radius  $R = 7.4 \cdot 10^{-3}\text{m}$ . Upward bubbly flow is realized through special injection holes; the average liquid density is  $\rho = 1127\text{kg}$ . In [5], the average kinematic viscosity of the liquid mixture is  $\nu = 7.2 \cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{sec}$ . The Reynolds number  $Re$  are 329 and 676, the average velocities of liquid  $V_1 = 0.16$  and  $0.32\text{m}/\text{sec}$ , respectively. In the Figs. 1 and 2, the average velocities  $0.16$  and  $0.32\text{m}/\text{sec}$  are given which is calculated by formula (1) and (2).

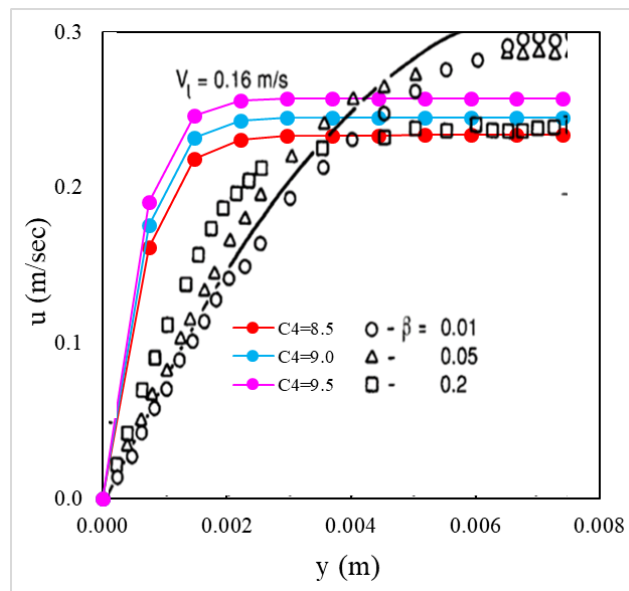


Fig. 1. Comparison velocity profiles over cross-section of the vertical pipe in the upward flow of the gas-liquid mixture for  $V_1=0.16\text{m}/\text{s}$

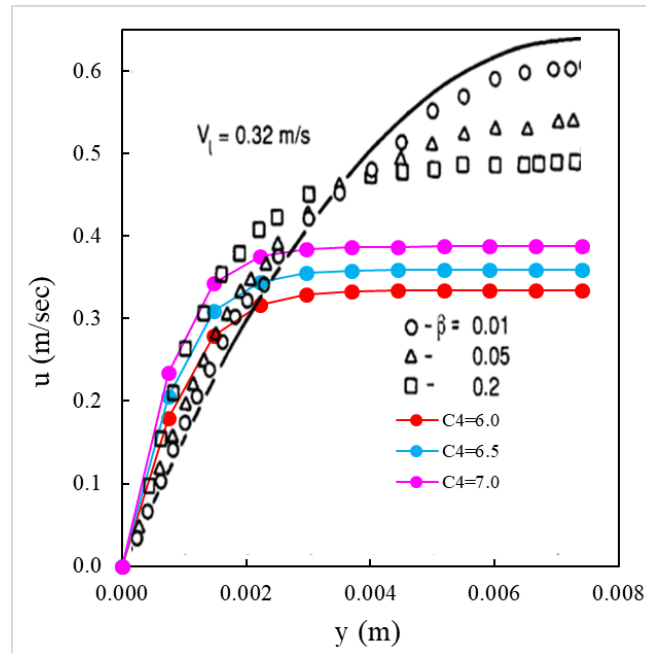


Fig. 2. Comparison velocity profiles over cross-section of the vertical pipe in the upward flow of the gas-liquid mixture for  $V_1=0.32$  m/s

Fig. 3 shows that, the calculations carried out with formula (1) better describe the velocity profile at specified distances close to and away from the pipe wall. As seen in Figs. 1 and 2 the numerical results obtained using the expressions (1) and (2) are in good agreement with the experimental results of refs. [5] and [6].

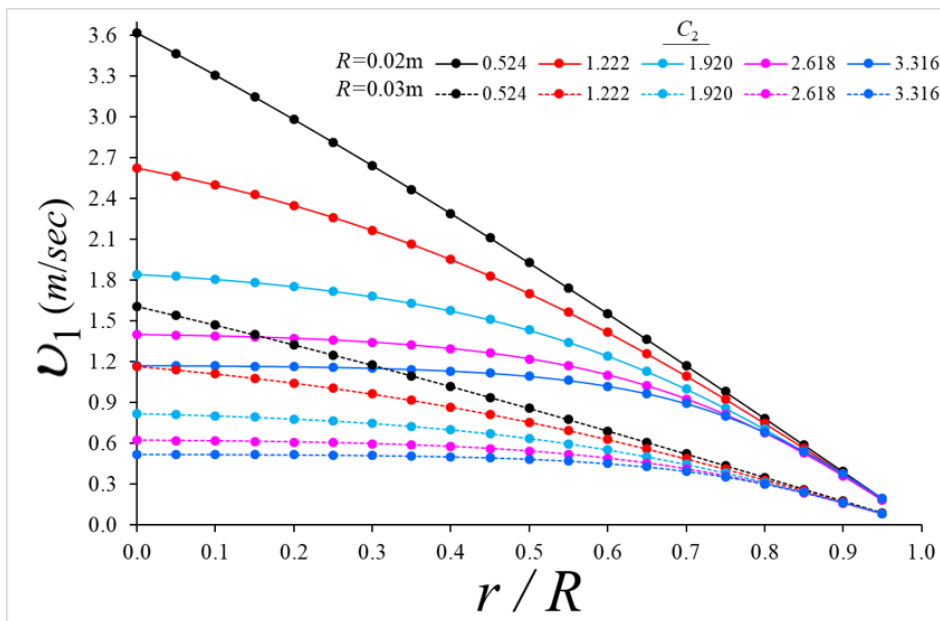


Fig.3. Variation of velocity respect to the  $r/R$  for different  $R$

### CONCLUSIONS

In this study, the velocity profile formula over cross section of the pipe, the shear stress near the pipe surface, the flow rate over pipe is shown for the transporting over circular pipe vertically upward for the mixtures of liquid liquid, liquid-gas bubbles, liquid-solid particles-granules, and heated single. It is shown that the high viscosity content of the mixture moves

close to the pipe surface. Therefore, the densely and most viscous content of mixture flows more slowly and close to the pipe surface. Hagen-Poiseuille's flow rate formula is derived for the mentioned above mixture patterns for the first time. The new theoretical background and coming from it new empirical formulas are derived for the velocity distribution over cross section of a pipe. It is observed that, the average density of mixture multiplied by gravity acceleration is exceeded the pressure gradient:  $\kappa - \rho g \cong \kappa - \bar{\rho} g$ ;  $\kappa = (p(H) - p(0))/H$ . Such estimate allows to guess what content of heavy oil can be extracted from the well under the applied depression. The proposed study method is original and can be implemented also to no increase in viscosity with increasing of density. This method can also be applied to mass flow processes and the flow of complex fluids that are not of liquid nature.

#### REFERENCES

- [1] G.K. Batchelor, An Introduction to Fluid Dynamics, *Cambridge University Press*, Cambridge, 1967
- [2] S.P. Suter and R. Skalak, The history of Poiseuille's law. *Ann. Review Fluid Mech.*, **25**(1), 1--20, 1993. [doi.org/10.1146/annurev.fl.25.010193.000245](https://doi.org/10.1146/annurev.fl.25.010193.000245)
- [3] S. Arafin and S.M.M. Rahman, Velocity profiles for flow of Omani crude oils and other liquids, *SQU J. Sci.*, 19(1), 87–94, 2014. [doi.org/10.24200/squjs.vol19iss1pp87-94](https://doi.org/10.24200/squjs.vol19iss1pp87-94)
- [4] G. Sotgia, P. Tartarini, and E. Stalio, Experimental analysis of flow regimes and pressure drop reduction in oil–water mixtures. *Int. J. Multiph. Flow*, 34, 1161–1174, 2008. [doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2008.06.001](https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2008.06.001)
- [5] O. N. Kashinsky, L. S. Timkin, and A. Cartellier, Experimental study of "laminar" bubbly flows in a vertical pipe, *Exper. Fluids*, 4, 308–314, 1993. [doi.org/10.1007/BF00223408](https://doi.org/10.1007/BF00223408)
- [6] V.E. Nakoryakov, O.N. Kashinsky, V.V. Randin, and L.S. Timkin, Gas liquid bubbly flow in vertical pipes, *J. Fluid Eng.*, 118(377), 1996. DOI:[10.1115/1.2817389](https://doi.org/10.1115/1.2817389)



## FARKLI BOŞLUKLARA SAHİP ÇİFT DOĞRULTULU BETONARME DÖŞEMELERİN YÜK TAŞIMA KAPASİTESİ

Nursel Kütük<sup>1</sup>, Mustafa Özakça<sup>2</sup> ve Esra Eylem Karataş<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep

<sup>3</sup>Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

### ABSTRACT

In this study, the load carrying capacity of two-way reinforced concrete slabs with different void shapes is investigated numerically. Six reinforced concrete slab models (4000×4000×230 mm) of similar volume with spherical, elliptical, ellipsoidal, cubic, cylindrical (capsule-shaped), biaxial capsule-shaped voids were created. Using nonlinear finite element analysis in ANSYS Workbench 2022 R1, each model was subjected to a uniformly distributed load to evaluate the effect of void geometry on structural performance. Parameters such as ultimate load capacity, deflection and stress were compared. The results reveal that the void shape significantly affects the structural behaviour of voided slabs. Among the tested configurations, slabs with capsule and biaxial capsule shaped voids showed higher load capacity and more satisfactory deflection compared to those with cubic or ellipsoidal voids. These findings indicate that optimising the void shape can improve both structural efficiency and material economy in core slab systems with biaxial voids.

Keywords: biaxial voided slab; hollow core slab; finite element analysis; nonlinear analysis.

### ÖZET

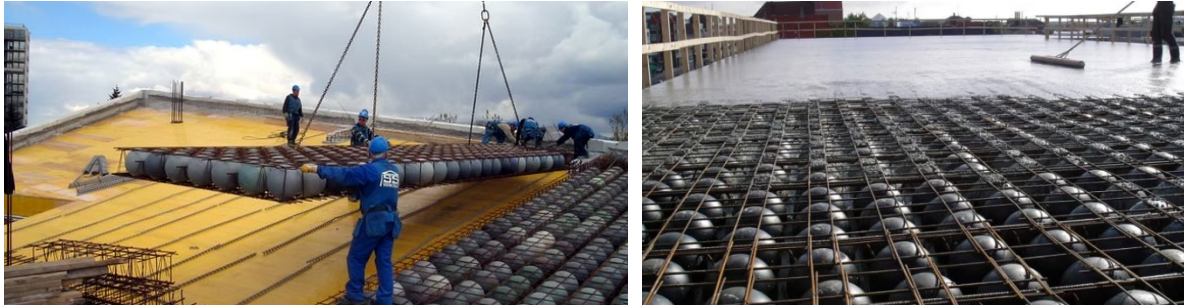
Bu çalışma, farklı boşluk şekilleri içeren iki yönlü betonarme döşemelerin yük taşıma kapasitesini sayısal olarak araştırmaktadır. Küresel, eliptik, ellipsoidal, kübik, silindirik (kapsül şeklinde), çift yönlü kapsül formundaki boşluklara sahip, benzer hacimde altı betonarme döşeme modeli (4000×4000×230 mm) oluşturulmuştur. ANSYS Workbench 2022 R1'de doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizi kullanılarak, boşluk geometrisinin yapısal performans üzerindeki etkisini değerlendirmek için her model düzgün dağılımlı bir yüke maruz bırakılmıştır. Nihai yük kapasitesi, sapma ve gerilme dağılımı gibi temel parametreler karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, boşluk şeklinin, boşluklu döşemelerin yapısal davranışını önemli ölçüde etkilediğini ortaya koymaktadır. Test edilen konfigürasyonlar arasında, Kapsül ve çift yönlü kapsül şekilli boşluklara sahip döşemeler, kübik veya elipsoidal boşluklara sahip olanlara kıyasla daha yüksek yük kapasitesi ve daha uygun sehim profilleri göstermiştir. Bu bulgular, boşluk şeklinin optimize edilmesinin çift eksenli boşluklu döşeme sistemlerinde hem yapısal verimliliği hem de malzeme ekonomisini artırabileceğini göstermektedir.

Anahtar kelimeler: çift doğrultulu döşeme; boşluklu döşeme; sonlu elemanlar analizi; doğrusal olmayan analiz.

## 1. GİRİŞ

Tarih boyunca yüksek ve uzun açıklıklara sahip yapılar inşa etme arzusu, insanları malzeme ve yapı sistemleri bakımından arayışa itmiştir. Bu konuda en eski örneklerden biri olarak Roma'da yer alan Pantheon'un kubbesi gösterilebilir. Pantheon, MS 118-125 yıllarında inşa edilerek 43,4 metre çapında beton kubbeye sahiptir ve yalnızca küçük onarımlarla yaklaşık iki bin yıldır ayakta [1]. Yapı incelendiğinde yükleri karşılamak için mukavemetin gerekmediği yerlerde taşıyıcı malzemenin azaltıldığı ve kubbenin kaset döşeme şeklinde inşa edildiği görülmektedir. Kullanılan bu sistem günümüzdeki waffle döşeme sistemine benzerlik göstermektedir.

Modern betonarme tasarımda, döşemeler bir binanın ağırlığının ve malzeme tüketiminin önemli bir bölümünü oluşturmaktadır. Sonuç olarak, yapısal performanstan ödün vermeden döşeme öz ağırlığını azaltmak, mühendisler için önemli bir meydan okuma olarak günümüze kadar gelmiştir. Günümüzde betonarme yapılar göz önüne alındığında yapıda en çok döşemelerin yer kapladığı görülmektedir. Döşemelerin hafifletilmesi amacıyla hep arayışa gidilmiştir. 1990'larda Jorgen Breuning tarafından BubbleDeck [2] adı verilen yenilikçi bir sistem geliştirilmiştir (Şekil 1). Bu sistem için ilk çift eksenli boşluklardan oluşan döşeme diyebiliriz. Bu boşluklar döşemenin ölü ağırlığını %35'e kadar azaltabilir ve normal betonarme döşemelerden daha hafif ve daha güçlü bir teknolojiye sahiptir [3].



Şekil 1. BubbleDeck döşeme sisteminin uygulaması [2].

BubbleDeck, Cobiax, U-boot ve Unidome gibi benzer çift eksenli boşluklu döşeme sistemlerinin potansiyeli, yapısal performansları ve pratik uygulamaları hakkında giderek artan sayıda araştırmaya yol açmıştır. Bu sistemler beton hacmini azaltarak daha uzun açıklıklar, hafif ve servis kolaylığından ödün vermeden daha iyi sürdürülebilirlik sağlayabilir [4]. Bununla birlikte, özellikle zımbalama kesme direnci, sehim ve donatı detaylandırması ile ilgili önemli yapısal zorluklar devam etmektedir [5-11].

Literatüre bakıldığında eğilme davranışının ise boşluk şekline, mesafesine, boşluk çapına ve döşeme kalınlığı oranına da duyarlı olduğu görülmektedir [12, 16]. İbrahim vd. [12], boşluk çapının döşeme kalınlığına oranının yük taşıma kapasitesini ve çatlak ilerlemesini önemli ölçüde etkilediğini bildirmişlerdir. Bu oran arttıkça nihai yük kapasiteleri yaklaşık %10 oranında azalma görülmüştür. Chung vd. [15] donut şeklindeki boşluk oluşturucuların eğilme performansının masif döşemelerle karşılaştırılabilir olduğunu gözlemlemiştir. Yee vd. [16] küresel, silindirik ve dikdörtgen boşluklu döşemeleri incelemiş, küresel ve silindirik şekillerin benzer yük kapasiteleri sunarken daha düşük süneklik sergilediklerini belirtmişlerdir. Küresel ve eliptik boşlukların göreceli avantajlarına ilişkin çelişkili bulgular devam etmektedir: bazı araştırmacılar daha yüksek kapasiteleri ve daha az sapmaları nedeniyle küresel formları tercih ederken [17], diğerleri eliptik boşluklarla daha iyi performans bildirmektedir [18-21].

Kapsamlı deneysel araştırmalara rağmen, boşluk geometrisinin sistematik sayısal değerlendirmesi sınırlı kalmıştır. Sonlu Elemanlar (SE) analizi, çeşitli yükleme koşulları

altında döşeme davranışını simüle etmek, geometrik parametrelerin etkilerini izole etmek ve fiziksel testlerin mümkün olmadığı durumlarda tasarım kararlarını değerlendirmek için imkân tanır.

Literatürde boşluk geometrisinin döşeme performansı üzerindeki etkisine dair çelişkili sonuçlara rastlanmaktadır. Bu çalışma, boşluk şeklinin iki yönlü boşluklu betonarme döşemelerin yapısal performansı üzerindeki etkisini sayısal olarak araştırmayı amaçlamaktadır. Aynı döşeme boyutu ve malzeme kullanılarak, küresel, eliptik, elipsoid, kübik, silindirik (kapsül şeklinde), çift yönlü kapsül boşluk şekline sahip betonarme döşemeler analiz edilmiştir. Ve Bunların yük taşıma kapasitesi, sehim, gerilme dağılımı ve çatlak gelişimi üzerindeki etkileri değerlendirilmiştir. Bu çalışmanın amacı, mühendislere yapısal verimlilik ve pratik uygulama için boşluklu döşeme sistemlerini optimize etmede rehberlik edebilecek karşılaştırmalı bilgiler sunmaktır.

## 2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE MODELLEME (ANSYS)

SE analiz yöntemi, betonarme yapıların doğrusal olmayan davranışını simüle etmek için yaygın olarak kullanılmaktadır. Malzeme özellikleri, sınır koşulları ve yükleme uygun şekilde tanımlandığında, SEA yöntemi deneysel bulgularla yakından uyumlu sonuçlar üretebilir. Bu, özellikle boşluk geometrisinin gerilme dağılımlarını ve göçme modlarını değiştirdiği çift eksenli boşluklu döşemeler için önemlidir.

Bu çalışmada, farklı boşluk şekillerinin iki yönlü boşluklu döşemelerin yapısal performansı üzerindeki etkilerini araştırmak için ANSYS Workbench 2022 R1'de doğrusal olmayan SE modelleri kullanılmıştır. Analiz, yük taşıma kapasitesi, orta açıklık sehimi ve iç gerilme dağılımı gibi temel parametrelere odaklanmıştır.

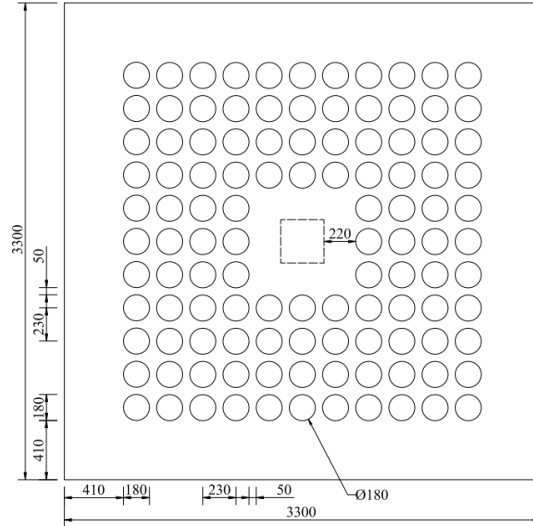
ANSYS yazılımı kullanılarak geliştirilen modelin doğruluğunu test etmek amacıyla, Sagadevan ve Rao [9] tarafından yürütülen deneysel çalışmalarda yer alan V4 numaralı çift yönlü boşluklu döşemenin zımbalama kesme davranışını simüle eden doğrusal olmayan bir SE modeli oluşturulmuştur. ANSYS modeli, geometri, malzeme özellikleri, sınır koşulları ve yükleme durumları bakımından deneysel düzencele uyumlu şekilde tasarlanmıştır.

Model doğrulama aşamasının ardından, küresel, , küresel, eliptik, elipsoid, kübik, silindirik (kapsül şeklinde), çift yönlü kapsül gibi boşluklara sahip döşemelerin davranışlarını karşılaştırmalı olarak incelemek üzere analiz kapsamı genişletilmiştir. Bu modelleme yaklaşımında temel amaç, deneysel koşulların özellikle geometri, sınır şartları, malzeme tanımları ve yükleme senaryolarının mümkün olduğunca gerçeğe yakın şekilde yeniden oluşturulmasıdır. Bu doğrultuda aşağıdaki adımlar izlenmiştir:

### 2.1. Doğrulama İçin Kullanılan Test Numunelerinin Tanımı

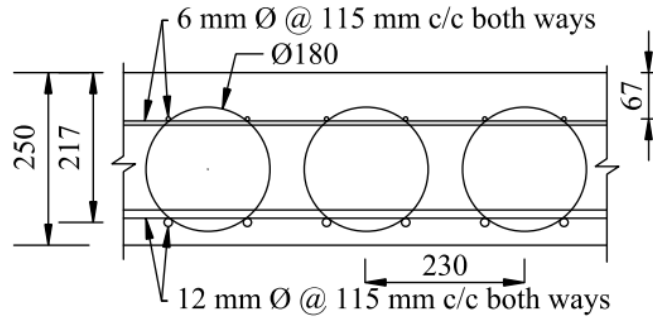
Sayısal modelin doğrulaması, Şekil 2'de gösterilen ve Sagadevan ile Rao [9] tarafından deneysel test edilen tam ölçekli iki yönlü boşluklu döşeme numunesi V4 ile yapılmıştır.

Geometri ve Yapısal Konfigürasyon: Numune 3300 mm × 3300 mm boyutlarında kare plana ve 250 mm toplam kalınlığa sahiptir. 300 mm × 300 mm kesitli kare bir kolon, döşeme ile bütünleşik olarak dökülmüştür. Döşeme içerisinde iç boşluklar oluşturmak amacıyla, dış çapı 180 mm olan küresel boşluk oluşturucular yerleştirilmiştir. Bu boşluklar, her iki yönde merkezlerinden 230 mm aks aralığıyla düzenli bir ızgara deseni şeklinde yerleştirilmiştir.



Şekil 2. V4 test numunesinin plan detayları [9].

*Donatı Detayları:* Şekil 3'te numuneye ait donatı detayları gösterilmiştir. Alt (çekme bölgesi) donatısı, ortogonal olarak yerleştirilmiş 12 mm çapında nervürlü çubuklardan oluşmakta olup, metre başına 983 mm<sup>2</sup>'lik donatı alanı sağlamaktadır. Üst (basınç bölgesi) yüzeyde ise toplam 246 mm<sup>2</sup>/m donatı alanı sağlayan 6 mm çapında çubuklar kullanılmıştır. Kolon donatısı ise dört adet 16 mm çapında boyuna donatı ve 50 mm aralıklarla yerleştirilmiş 8 mm etriyelerle güçlendirilmiştir.



Şekil 3. Test numunelerinin donatı ve kesit detayları [9].

*Malzeme Özellikleri:* Betonun ortalama küp basınç dayanımı 26.7 MPa olarak ölçülmüş olup, bu değere karşılık gelen silindirik basınç dayanımı yaklaşık 21.4 MPa'dır. Donatı çeliğinin akma dayanımı, 16 mm'lik çubuklar için 528 MPa, 6 mm'lik çubuklar için ise 643 MPa olarak belirlenmiştir.

*Sınır Koşulları ve Mesnetleme Düzeni:* Döşemeler, dört kenar boyunca doğrusal mesnetlerle basit mesnetli olarak desteklenmiştir. Her bir mesnet, döşeme kenarlarından 150 mm içeri yerleştirilmiş olup, bu düzenleme net 2800 mm × 2800 mm açıklığa sahip bir serbest açıklık oluşturmuştur.

*Yükleme Uygulaması:* Döşeme merkezine, monolitik olarak dökülmüş 300 mm × 300 mm kesitli kolon aracılığıyla tekil yük uygulanmıştır. Yük, yer değiştirme kontrollü modda çalışan iki senkronize 500 kN kapasiteli hidrolik aktüatör ile 0.05 mm/s hızında uygulanmış ve böylece düzgün düşey yüklemeye sağlanmıştır.

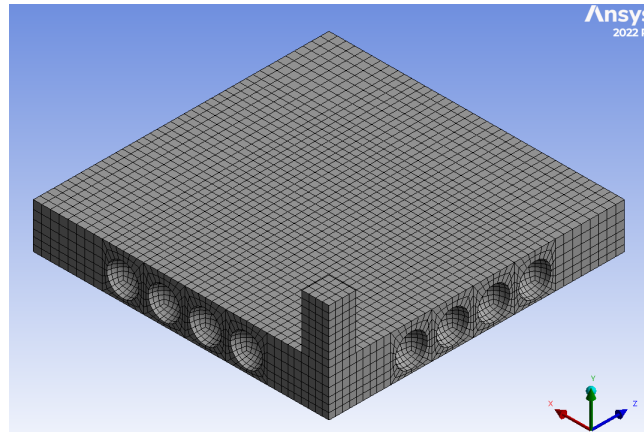
## 2.2. Geometrik Modelleme ve Sonlu Elemanlar Ağı Oluşturma

İki yönlü boşluklu döşemenin geometrisi, Şekil 2'de gösterilen test numunesini birebir yansıtacak şekilde oluşturulmuştur. Döşeme, 3300 × 3300 mm boyutlarında olup toplam

kalınlığı 250 mm'dir. Ortada yer alan 300×300×300 mm boyutlarındaki kolon, döşeme ile monolitik olarak modellenmiştir. Çapı 180 mm olan küresel boşluklar oluşturularak malzeme bulunmayan bölgeler tanımlanmıştır. Boşluklar, deneysel düzene uygun olarak her iki yönde 230 mm aralıklarla düzenli bir ızgara şeklinde yerleştirilmiştir.

Beton hacmi, multizone yöntemiyle hexahedral ağ ile oluşturulmuştur. Bu yöntem, yüksek kaliteli ağ topolojisi ve geometrik özelliklerle uyumlu hizalama sağlamıştır. Gerilme yığılmalarını yakalayabilmek ve çözüm doğruluğunu artırmak amacıyla maksimum eleman boyutu 50 mm ile sınırlandırılmıştır.

Donatı çubukları, deney düzenine uygun olarak yerleştirilmiş çubuk elemanlarıyla ayrı ayrı ağ oluşturulmuştur. Betonun hexahedral ağı ile donatının çubuk elemanları arasındaki etkileşim, ANSYS ortamında CEINTF komutu kullanılarak tanımlanan kısıtlama denklemleri aracılığıyla sağlanmıştır. Böylece yapısal birleşim ve yük aktarımı doğru bir şekilde modellenmiştir. Şekil 4'te, analizde kullanılan SE ağ yapısı gösterilmiştir.



Şekil 4. V4 test numunesine ait SE ağ yapısı.

### 2.3. Malzeme Davranış Modelleri

Doğrulama amacıyla modellenen V4 numunesine atanan malzeme özellikleri, [9] tarafından elde edilen deneysel verilere dayanmakta olup, Tablo 1'de özetlenmiştir. Beton ve donatı çeliği için Poisson oranı ( $\nu$ ) sırasıyla 0.2 ve 0.3 olarak alınmıştır.

Table 1. Material properties of concrete and reinforcement [12, 13]

Concrete				Reinforcement					
$f_c$	$f_t$	$\beta_t$	$f_{crushing}$	$\emptyset$ (mm)	Strength (MPa)			Strain	
(MPa)	(MPa)				Nominal	Yield	Tensile	Yield	Ultimate
26.7	2.68	1	-1	6	500	545	643	0.0033	0.0611
				12	500	582	664	0.0035	0.0928
				16	500	528	625	0.0037	0.1047

**Beton Özellikleri:** Bu çalışmada beton davranışı, Eurocode 2 [22] tarafından önerilen modifiye Hognestad [24] parabolü ile ANSYS SOLID65 elemanı aracılığıyla uygulanan William-Warnke [25] göçme kriterinin birleşimini içeren doğrusal olmayan bir malzeme modeli kullanılarak tanımlanmıştır.

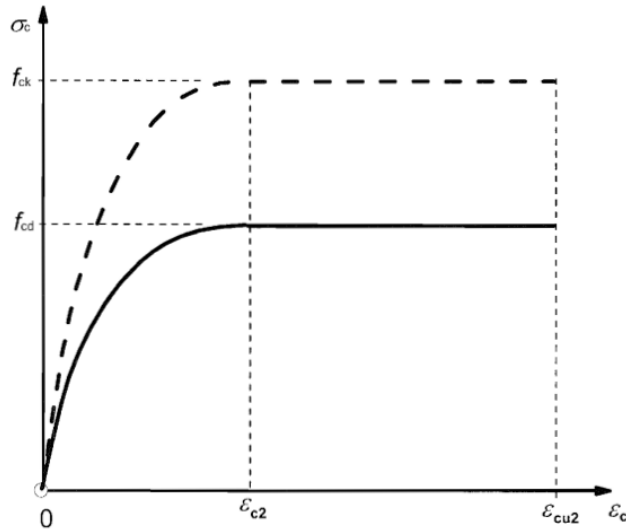
Basınç davranışını modellemek amacıyla modifiye Hognestad [24] parabolü tercih edilmiştir. Bu model, doğrusal elastik başlangıç davranışı ile en yüksek gerilme değerine kadar olan

doğrusal olmayan kısmı başarılı bir şekilde temsil ederek, doğruluk ve sadelik arasında pratik bir denge sunar. Popovics ya da Kent Park beton modelleri gibi tepe sonrası yumuşama davranışını hassas şekilde yansıtmasa da, tasarım yönetmeliklerinde yaygın kullanımı ve SE yazılımlarıyla uyumluluğu nedeniyle betonarme analizlerinde güvenilir bir tercih olarak kabul edilmektedir.

Çok eksenli gerilme durumlarında göçmeyi simüle edebilmek için William-Warnke göçme kriteri kullanılmıştır. Bu model, asal gerilme uzayında düzgün bir göçme yüzeyi tanımlayarak hem çekme çatlaması hem de basınç kırılması durumlarını dikkate alır. Her ne kadar rijitlik azalması ya da ilerleyici hasar gibi davranışları açıkça modellemese de, zımbalama kesmesi gibi karmaşık gerilme etkileşimlerinin söz konusu olduğu problemlerde göçme modlarını öngörmek açısından oldukça etkilidir.

Modifiye Hognestad parabolü ile William-Warnke kriterinin birleşimi, özellikle yoğun yükler altında çatlak oluşumu, yük aktarımı ve göçme mekanizmalarının doğru tahmin edilmesinin kritik olduğu iki yönlü boşluklu döşemelerin analizi için oldukça uygundur.

Betonun basınç davranışı, Eurocode 2 kılavuzlarına uygun olarak iki parçalı bir gerilme-şekil değiştirme eğrisi ile temsil edilmiştir. Şekil 5'te gösterildiği üzere, eğrinin artan bölümü belirli bir şekil değiştirme sınırına kadar parabolik bir denklemi izlemekte, bu noktadan sonra ise nihai şekil değiştirmeye kadar gerilme sabit kalmaktadır. Basınç gerilmesi, modifiye Hognestad ifadesiyle tanımlanmaktadır:



Şekil 5. Basınç Altındaki Beton Davranışı (Eurocode 2, 1992) [21].

$$\sigma_c = f_{cd} \left( \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right) \quad \text{for } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \quad (1)$$

Elastisite modülü şu şekilde hesaplanmıştır:

$$E_c = 22 \text{GPa} \left( \frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{0.3} \quad (2)$$

Betonun çekme dayanımı, Eurocode 2'nin ampirik ifadesine dayanarak modele dahil edilmiştir:

$$f_t = 0.3 f_{ck}^{2/3} \quad (3)$$

*SOLID65 Malzeme Modeli ve William-Warnke Göçme Yüzeyi:* Beton, ANSYS yazılımında SOLID65 elemanı kullanılarak modellenmiştir. Bu eleman, üç eksenli beton davranışını tanımlamak için William-Warnke'nin beş parametrelili göçme kriterini içerir [25]. Model, düzgün ve dışbükey bir göçme yüzeyinin parçası olarak basınç meridyeni, çekme meridyeni ve deviatörük düzlemi dikkate alır.

Genel göçme durumu şu şekilde ifade edilir:

$$\frac{1}{z} \frac{\sigma_a}{f_{cu}} + \frac{1}{r(\theta)} \frac{\tau_a}{f_{cu}} = 1 \quad (4)$$

Burada:  $\sigma_a$ ,  $\tau_a$ ,  $z$ ,  $f_{cu}$ , ve  $r(\theta)$  sırasıyla ortalama normal gerilme, ortalama kesme gerilmesi, konik göçme yüzeyinin tepe noktası, betonun tek eksenli basınç dayanımı ve deviatörük gerilme açısı ile ilişkili fonksiyonu ifade etmektedir. Bu model, betonun çekme altında çatlamasını ve basınç altında ezilmesini simüle etmeye olanak tanır. Ancak, yakınsama problemlerinden kaçınmak ve analizi basitleştirmek amacıyla, bu çalışmada beton ezilmesi devre dışı bırakılmış ve tek eksenli ezilme gerilmesi parametresi sıfır olarak tanımlanmıştır. Açık ve kapalı çatlaklar için kayma aktarım katsayıları ( $\beta_t$ ) her ikisi için de 1.0 olarak alınmış, bu da çatlak yüzeyleri arasında tam kayma aktarımı olduğunu ve çatlak yüzeylerinin pürüzlü olduğu varsayımıyla uyumludur.

*Donatı Özellikleri ve Düzeni:* Gerçekte çelik, akma noktasından sonra bir akma platosu gösterir ve ardından şekil değiştirme sertleşmesi bölgesi başlar. Ancak araştırmacılar ve tasarım yönetmelikleri bu davranışı çoğunlukla doğrusal olarak idealize eder. Akmanın başlangıcını doğru şekilde yakalayabilmek için, donatı çeliğinde von Mises akma kriteri uygulanmıştır. Boyuna ve enine donatılar, beton ağı içerisinde gömülü olacak şekilde LINK180 elemanları kullanılarak modellenmiştir. Alt donatılar, ortogonal yönlerde yerleştirilmiş 12 mm çapında nervürlü çubuklardan oluşmakta ve esas çekme donatısını sağlamaktadır. Üst donatılar ise 6 mm çapındadır. Kolon donatısı, dört adet 16 mm çapında boyuna çubuk ve 50 mm aralıklarla yerleştirilmiş 8 mm çapında etriyelerle takviye edilmiştir.

#### 2.4. Model Sınır Koşulları

Destek ve yükleme koşulları, laboratuvar testlerinde uygulanan şartları yansıtabacak şekilde modellenmiştir. Tüm kenarlar boyunca, döşeme kenarlarından 150 mm içeri yerleştirilmiş doğrusal mesnetler (hat mesnetler) kullanılmıştır. Numunenin hem boyuna hem de enine yönde simetrik olması nedeniyle, hesaplama maliyetini azaltmak amacıyla döşemenin yalnızca dörtte biri modellenmiştir.

#### 2.5. Eleman Tipleri ve Analiz Yöntemi

Bu çalışmada, betonarme iki yönlü boşluklu döşemelerin doğrusal olmayan davranışını simüle etmek amacıyla ANSYS ortamında bir SE modeli geliştirilmiştir. Beton, çekme çatlaması ve basınç ezilmesi gibi doğrusal olmayan malzeme davranışlarını yakalayabilen, yukarıda da bahsedildiği gibi SOLID65 elemanları kullanılarak modellenmiştir. Bu üç boyutlu (3B) katı elemanlar, gömülü veya ayrık donatıların modellenmesine olanak sağlamakta olup, donatılı beton analizlerinde yaygın olarak tercih edilmektedir. Yerel göçme mekanizmalarını temsil edebilme yetenekleri, özellikle zımbalama kesme davranışının değerlendirilmesi açısından bu elemanları ideal hale getirmektedir.

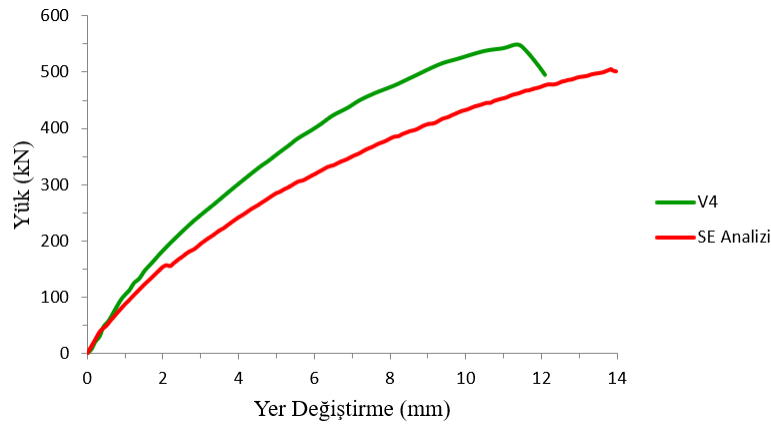
Yukarıda bahsedildiği gibi, donatı çubukları, iki düğüm noktasına ve her düğümde üçer yer değiştirme serbestlik derecesine sahip olan LINK180 elemanlarıyla modellenmiştir. Bu

elemanlar, hem çekme hem de basınç altında donatının aksenal davranışını doğru şekilde yansıtmakta oldukça etkilidir.

Yapısal tepki, statik doğrusal olmayan analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Deneysel düzeneği yansıtmak amacıyla, yer değiştirme kontrollü yükleme artımlı olarak uygulanmıştır; deneyde kullanılan 0.05 mm/s'lik yükleme hızı, modelde küçük yer değiştirme adımları ile temsil edilmiştir. Doğrusal olmayan alan denklemleri, Newton Raphson iteratif yöntemi kullanılarak çözülmüş ve her adımda en fazla 100 iterasyona kadar yakınsama sağlanmasına izin verilmiştir. Bu simülasyon, yapısal davranışa dair kapsamlı bilgiler sunmuş; çatlama başlangıcı ve çatlak yayılımı gibi davranışları ayrıntılı şekilde gözlemlemeyi mümkün kılmıştır.

## 2.6. Sonuçların Doğrulaması

Bu çalışmada geliştirilen SE modelinin doğruluğunu değerlendirmek amacıyla V4 numunesine ait deneysel verilerle karşılaştırılarak doğrulanmıştır. Şekil 6, döşeme merkezinde kaydedilen yük–yer değiştirme eğrilerini göstermekte olup, sayısal ve deneysel sonuçlar arasında güçlü bir uyum olduğunu ortaya koymaktadır.



Şekil 6. Sayısal ve deneysel sonuçlar arasındaki yük–yer değiştirme diyagramı.

Modelin doğruluğu, V4 numunesi için elde edilen nihai yük ve yer değiştirme değerleri üzerinden değerlendirilmiştir. Deneysel çalışmada V4 numunesi için ölçülen nihai yük 548.91 kN, buna karşılık gelen yer değiştirme ise 11.37 mm olarak kaydedilmiştir. SE analizinde ise nihai yük 505.38 kN, yer değiştirme ise 13.125 mm olarak tahmin edilmiştir. Analiz sonuçları, SE modelinin nihai yükü yaklaşık %7.93 daha düşük; yer değiştirmeyi ise deneysel değerden yaklaşık 1.755 mm fazla öngördüğünü göstermektedir. Bu sapmalar, betonun karmaşık davranışının modellenmesinde yapılan idealizasyonlar ve donatı-beton aderansının sadeleştirilmiş şekilde tanımlanmasından kaynaklanmakta olup, mühendislik uygulamaları açısından kabul edilebilir sınırlar içinde değerlendirilmektedir.

Genel olarak, geliştirilen SE modeli hem genel yük–yer değiştirme davranışı hem de yerel göçme desenleri açısından deneysel gözlemlerle güçlü bir uyum göstermiştir. Ortaya koyduğu doğruluk seviyesi, bu modelin iki yönlü boşluklu döşemelerin davranışının daha iyi anlaşılması ve tasarımının geliştirilmesine yönelik kapsamlı parametrik çalışmalarda güvenle kullanılabileceğini göstermektedir.

## 3. PARAMETRİK ÇALIŞMA

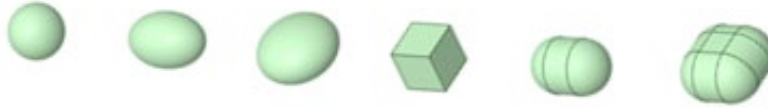
### 3.1. Geometri Tanımlanması

Bu bölümde, farklı boşluk geometrilerinin iki yönlü boşluklu betonarme döşemelerin yapısal performansını nasıl etkilediğine dair sayısal bir araştırma sunulmaktadır. Analiz, onaylanmış

SE modeline dayanmakta ve aynı geometrik, malzeme ve donatı koşulları altında çeşitli boşluk şekillerini karşılaştırmaya odaklanmaktadır. Amaç, boşluk şeklinin yük taşıma kapasitesi, orta açıklık sehimi ve iç gerilme dağılımı gibi temel performans göstergeleri üzerindeki etkilerini izlemek ve ölçmektir.

Tüm döşeme modelleri 4000 mm × 4000 mm'lik aynı plan boyutlarını ve 230 mm'lik sabit bir kalınlığı paylaşmaktadır. Yapısal tepkiyi etkileyen tek değişkenin boşlukların geometrisi olmasını sağlamak için donatı yerleşimi, beton dayanımı ve elastik özellikler simülasyonlar boyunca değişmeden kalmıştır. Ayrıca, boşluklar her bir döşemede yaklaşık olarak eşit hacim kaplayacak şekilde tasarlanmış ve beton azaltımı açısından karşılaştırma için gerçeğe uygun bir temel sağlanmıştır.

Çalışmada incelenen boşluk şekilleri arasında Şekil 7'de gösterildiği gibi küresel, eliptik, ellipsoidal, kübik, silindirik (kapsül şeklinde), çift yönlü kapsül formları bulunmaktadır. Şekil 8'de verilen betonarme döşemeler incelenmiştir. Boşluklar döşeme yüzeyi boyunca simetrik olarak yerleştirilmiş ve gerçekçi zemin yükleme koşullarını simüle etmek için düzgün yayılı yükleme uygulanmıştır. Sınır koşulları, kısıtlanmış iki yönlü bir sistemi temsil edecek şekilde döşeme kenarları boyunca sabit olarak modellenmiştir. Sayısal analiz aşağıdaki performans ölçütlerine odaklanmıştır:



Şekil 7. Boşluk şekilleri (küresel, eliptik, ellipsoidal, kübik, silindirik (kapsül şeklinde), çift yönlü kapsül).

**Yük taşıma kapasitesi:** Boşluk şeklinin genel mukavemeti nasıl etkilediğini değerlendirmek için her bir döşeme tarafından göçme anında taşınan toplam dikey yük kaydedilmiştir.

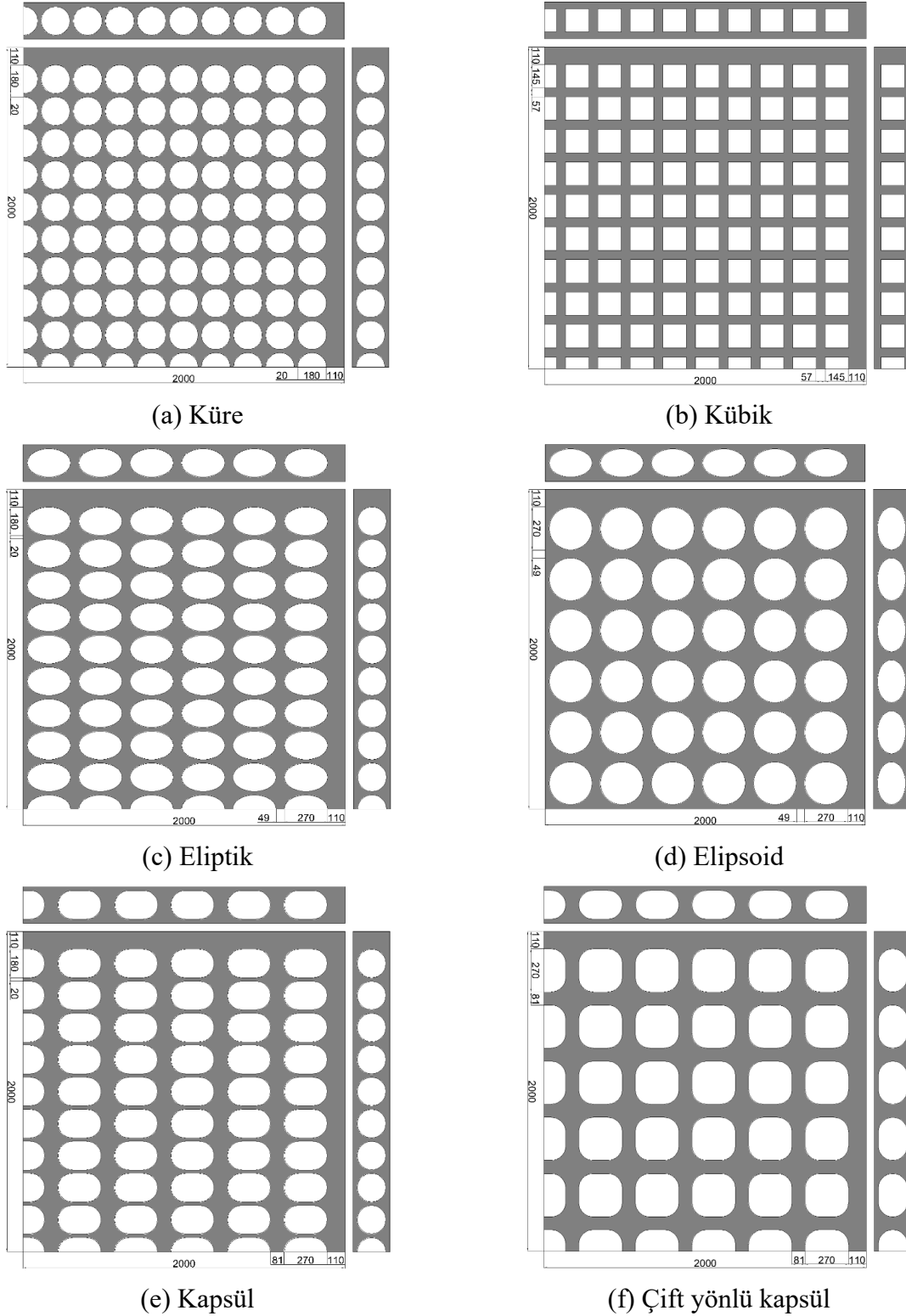
**Deformasyon dağılımı:** Yük yerdeğiştirme davranışı, özellikle de servis ve nihai yükleme seviyeleri altında orta açıklık sapsması değerlendirilmiştir.

**Gerilme dağılımı:** Döşeme içindeki iç gerilme alanları, farklı boşluk şekillerinin özellikle boşluk sınırları etrafındaki gerilme akışını ve yoğunlaşma bölgelerini nasıl değiştirdiği gözlemlenmiştir.

Bu karşılaştırmalı analiz, iki yönlü döşeme sistemlerinde malzeme tasarrufu ile yapısal performansı dengelemek için boşluk şeklinin nasıl optimize edilebileceğine dair öngörüler sunmaktadır. Bulgular, hafif ve verimli betonarme döşeme yapımı için gelecekteki tasarım stratejilerini yönlendirmeyi amaçlamaktadır.

Parametrik çalışmada beton için kullanılan malzeme özellikleri ve davranış modeli, doğrulama numuneleri için Bölüm 2.3'te açıklananlarla birebir aynı olup C30 basınç dayanımına göre analiz edilmiştir.

Tüm modeller için aynı donatı çapları kullanılarak basınç ve çekme için alt ve üst donatılar 200 mm aralıklarla yerleştirilmiştir. Basınç bölgesinde 8 mm ve çekme bölgesinde 10 mm çapında donatılar kullanılmıştır. Donatılar için Eurocode 3 [26] standardına göre tanımlanan malzeme özelliklerine sahip S460 sınıfı çelik kullanılmıştır. Buna göre donatı çeliğinin elastisite modülü  $E_s = 210\text{GPa}$ , akma dayanımı  $f_y = 460\text{MPa}$ , nihai dayanımı  $f_u = 540\text{MPa}$  ve nihai birim uzaması  $\epsilon_u = 0.033$  olarak tanımlanmıştır. Bu değerler,  $\epsilon_u \geq 15\epsilon_y$  koşulunu sağlayarak sünek davranış kriterlerini karşılamaktadır.



Şekil 8. Farklı boşluk sahip betonarme döşeme modellerinin plan ve kesit görünüşü.

### 3.2. Sınır Koşulları ve Yükleme

Tüm döşeme modellerinde, dört kenarın tamamı ankastre sınır koşulları ile tanımlanmış olup, hem öteleme hem de dönme serbestlik dereceleri sınırlandırılmıştır. Hesaplama verimliliğini artırmak amacıyla, her döşemenin yalnızca dörtte biri modellenmiştir; hem boyuna hem de enine yöndeki simetriden yararlanılmıştır. x ve z eksenleri boyunca simetri sınır koşulları

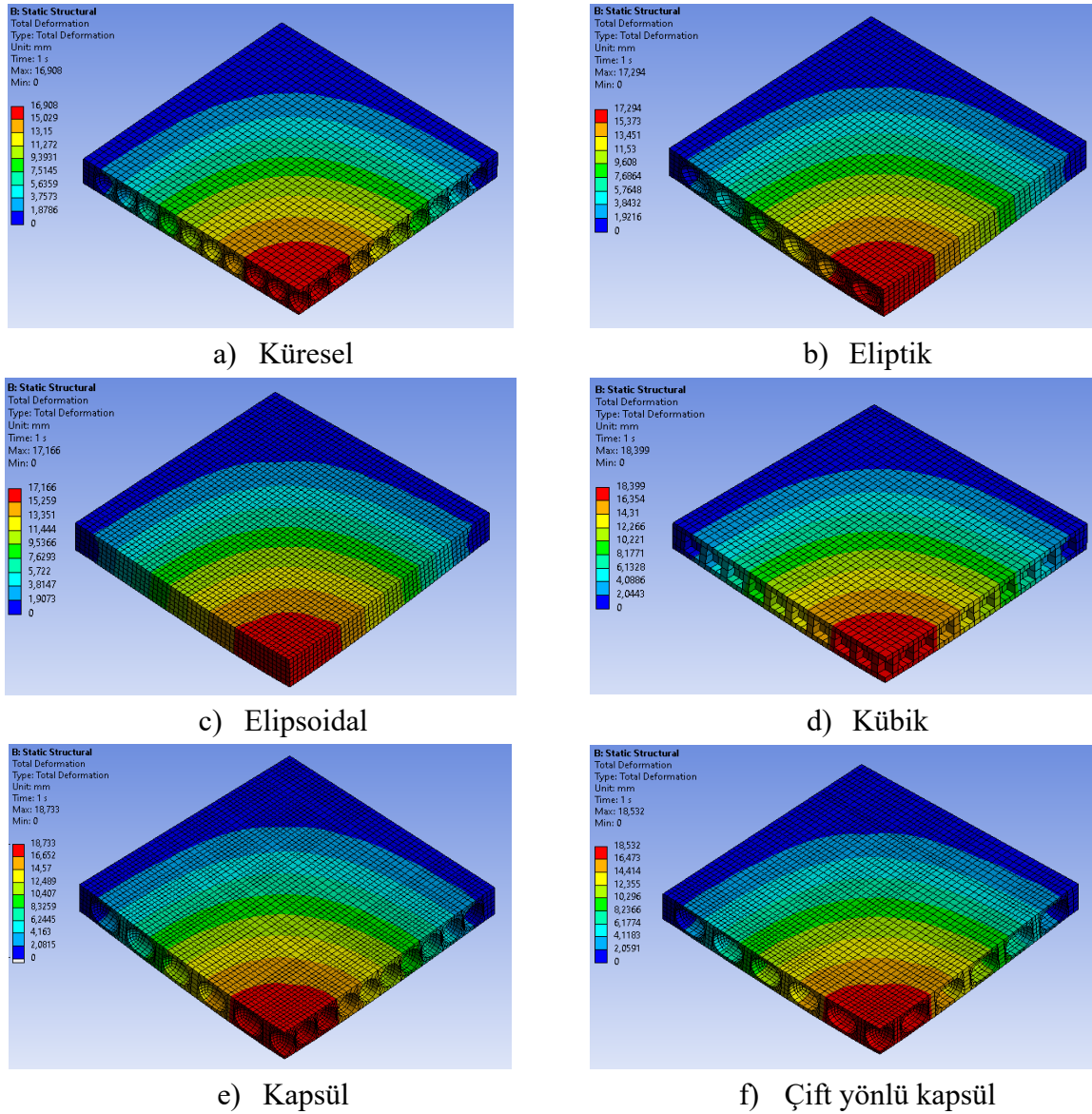
uygulanmış ve yükleme, tüm yüzeye düzgün yayılı yük tanımlanarak gerçekleştirilmiştir. Tüm döşemeler için düşey doğrultuda uygulanan toplam 1.500 kN'luk yük, tüm yüzeye eşit olarak dağıtılarak 93.75 kN/m<sup>2</sup> büyüklüğünde homojen yayılı yük şeklinde tanımlandı ve bu sayede içi boşluklu döşemelerin aynı yük altındaki yapısal davranışı sayısal ortamda değerlendirildi.

### 3.3. Sonlu Elemanlar Analizi

Parametrik çalışma, Bölüm 2.5'te açıklanan SE modelleme yaklaşımıyla aynı yöntem kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Tüm malzeme modelleri, eleman tipleri, yükleme prosedürleri ve çözüm stratejileri, Newton Raphson iteratif yöntemi yapılmıştır.

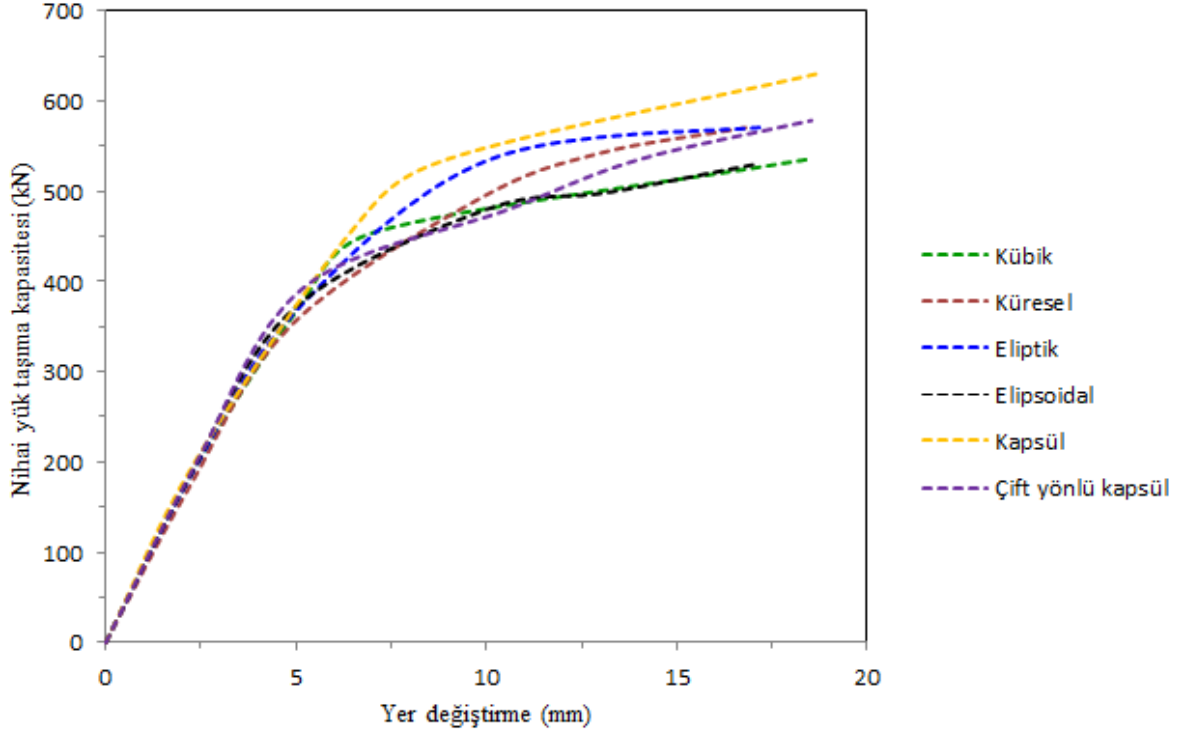
### 3.4. Tartışma

Yapılan parametrik analizler, boşluk geometrisinin iki yönlü döşemelerin yapısal davranışını belirgin biçimde etkilediğini ortaya koymuştur. ANSYS ortamında elde edilen toplam yer değiştirme dağılımları (Şekil 9), farklı geometrilerin deformasyon profillerini karşılaştırmalı olarak göstermektedir. Bu bulgular, özellikle kapsül ve çift yönlü kapsül boşluklu döşemelerin daha kontrollü ve yayılı deformasyon sergilediğini göstermektedir.



Şekil 9. Toplam yer değiştirme dağılımı.

Yük-yer değişirme ilişkisini gösteren Şekil 10, bu formların yüksek taşıma kapasitesi ve süneklik düzeyine sahip olduğunu doğrulamaktadır. Benzer şekilde, Şekil 11’de verilen gerilme-yer değişirme diyagramları da, kapsül temelli geometrilerin daha geç plastikleştiğini ve daha yüksek gerilme seviyelerine ulaştığını göstermektedir. Bu veriler, boşluk şeklinin taşıma kapasitesi, deformasyon dağılımı ve süneklik gibi temel yapısal parametreler üzerinde doğrudan etkili olduğunu ortaya koymaktadır.



Şekil 10. Nihai yük taşıma kapasitesi-yer değişirme diyagramı

*Kapsül ve çift yönlü kapsül* formundaki boşluklar, en yüksek yapısal performansı gösteren sistemler olmuştur. Kapsül formu 631.05 kN’lik taşıma kapasitesi ve 39.44 MPa’lık maksimum gerilme ile öne çıkarken, orta nokta yer değişirmesi 18.73 mm olarak ölçülmüştür. Çift yönlü kapsül ise 578.72 kN taşıma kapasitesi ve 36.17 MPa’lık gerilme değeriyle ikinci sırada yer almıştır; bu sistemdeki yer değişirme 18.53 mm seviyesindedir. Her iki formun da yüksek süneklik gösterdiği gözlemlenmiştir.

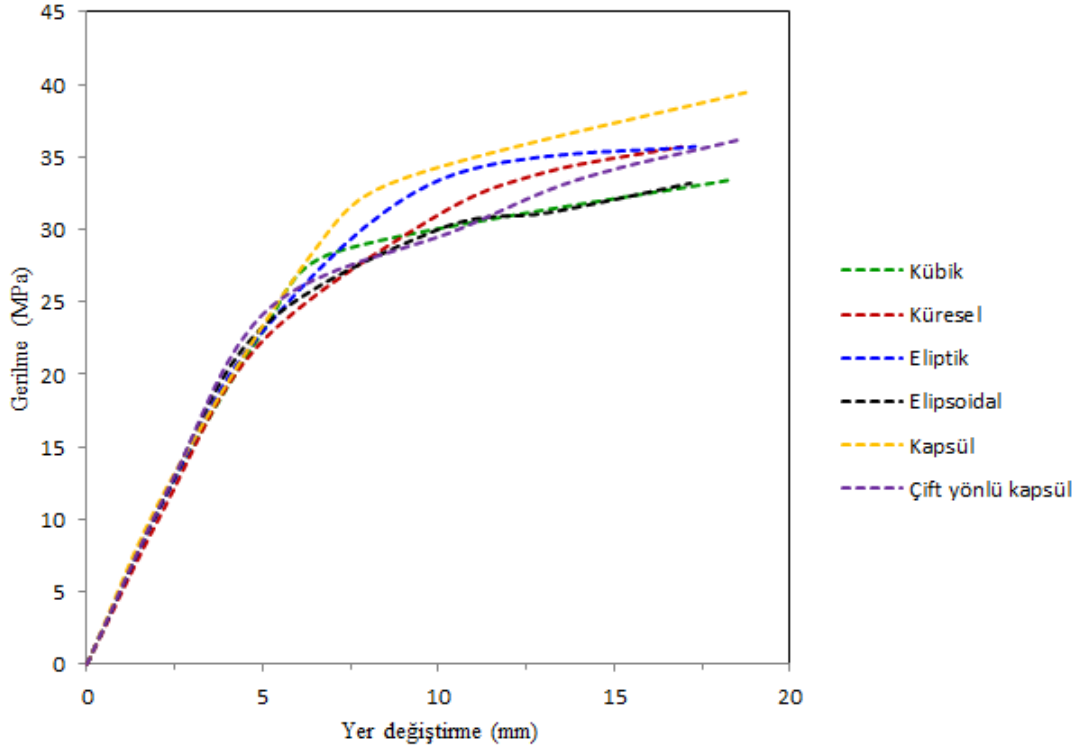
*Eliptik ve elipsoidal* boşluk geometrileri de dikkate değer bir performans sergilemiştir. Eliptik boşluklar 571.44 kN taşıma kapasitesi ve 35.72 MPa gerilme değeriyle orta-yüksek düzeyde davranış göstermiş, yer değişirme değeri 17.29 mm olmuştur. Elipsoidal form ise 530.9 kN taşıma kapasitesi, 33.18 MPa gerilme ve 17.17 mm yer değişirme ile benzer sonuçlar vermiştir.

*Küresel* boşluklu döşemelerde taşıma kapasitesi 571.28 kN, maksimum gerilme 35.70 MPa ve yer değişirme 16.91 mm olarak ölçülmüştür. Bu değerler sistemin dengeli ama orta seviyede performans gösterdiğini düşündürmektedir.

Buna karşılık, *kübik* boşluk geometrisi 535.28 kN taşıma kapasitesi, 33.46 MPa gerilme ve 16.90 mm yer değişirme değerleri ile hem süneklik hem de yük taşıma açısından diğer geometrilerin gerisinde kalmıştır. Ayrıca daha erken plastikleşme davranışı göstermiştir.

Bu bulgular, geometrinin yalnızca taşıma kapasitesine değil, aynı zamanda deformasyon kapasitesine ve sünekliğe de etki ettiğini göstermektedir. Yükleme altında deformasyon

artışları, kapsül formda daha kararlı ilerlerken, kübik geometride daha erken doygunluğa ulaşmıştır.



Şekil 11. Gerilme-yer değiştirme diyagramı

#### 4. SONUÇLAR

Bu çalışma, boşluk geometrisinin iki yönlü döşemelerin taşıyıcı performansı üzerindeki etkisini kapsamlı biçimde ortaya koymuştur. Analizler, kapsül ve çift yönlü kapsül boşlukların hem yüksek taşıma kapasiteleri hem de süneklikleri sayesinde en avantajlı sistemler olduğunu göstermiştir.

Eliptik, elipsoidal ve küresel formlar ise yapı açısından yeterli seviyede performans sunmuş, ancak kapsül geometriler kadar dayanım ve deformasyon avantajı sağlayamamıştır. Kübik boşluk formu ise daha düşük dayanım ve sınırlı süneklik özellikleri nedeniyle diğer seçeneklerin gerisinde kalmıştır.

Sonuçlar, boşluk şeklinin döşeme tasarımında kritik bir parametre olduğunu göstermekte; geleneksel küresel boşlukların ötesine geçilerek daha verimli tasarımlar elde edilebileceğini ortaya koymaktadır. Özellikle kapsül temelli formlar, yüksek performanslı döşeme sistemlerinin geliştirilmesi için güçlü bir alternatif sunmaktadır.

#### KAYNAKLAR

- [1] Delatte, N. J. (2001). Lessons from Roman cement and concrete. *Journal of professional issues in engineering education and practice*, 127(3), 109-115.
- [2] BubbleDeck International, <https://www.bubbledeck.com/installation>
- [3] Lai, T. (2010). *Structural behavior of BubbleDeck® slabs and their application to lightweight bridge decks* (Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology).

- [4] Gamal, M., Heiza, K., Hekal, G. M., & Nabil, A. (2023, March). Voided slabs as a new construction technology-a review. In *Proceedings of the International Conference on Advances in Structural and Geotechnical Engineering, ICASGE* (Vol. 23).
- [5] Hussein, H. A. A., Ibrahim, A. M., Ismael, M. A., Shamim, S., & Najm, H. M. (2024). Structural Performance of Reinforced Concrete One-Way Slabs Bubbled Using Hollow PET Balls. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 49(4), 4763-4784.
- [6] Schnellenbach-Held, M., & Pfeffer, K. (2002). Punching behavior of biaxial hollow slabs. *Cement and concrete composites*, 24(6), 551-556.
- [7] Chung, J. H., Choi, H. K., Lee, S. C., & Choi, C. S. (2011). Punching shear strength of biaxial hollow slab with donut type hollow sphere. *Key Engineering Materials*, 452, 777-780.
- [8] Chung, J. H., Bae, B. I., Choi, H. K., Jung, H. S., & Choi, C. S. (2018). Evaluation of punching shear strength of voided slabs considering the effect of the ratio  $b_0/d$ . *Engineering Structures*, 164, 70-81.
- [9] Sagadevan, R., & Rao, B. N. (2019, August). Experimental and analytical investigation of punching shear capacity of biaxial voided slabs. In *Structures* (Vol. 20, pp. 340-352). Elsevier.
- [10] Habeeb, M., Al-Azzawi, A. A., & Al-Zwainy, F. M. (2021). Punching shear behavior of LWA bubble deck slab with different types of shear reinforcement. *Journal of King Saud University-Engineering Sciences*, 33(1), 15-22.
- [11] Oukaili, N., & Merie, H. (2023). Reduced area approach for predicting punching shear resistance of biaxial hollow slabs with openings. *Results in Engineering*, 19, 101261.
- [12] Ibrahim, A. M., Ali, N. K., & Salman, W. D. (2013). Flexural capacities of reinforced concrete two-way bubbledeck slabs of plastic spherical voids. *Diyala Journal of Engineering Sciences*, 9-20.
- [13] Khairussaleh, N. M., Omar, R., Aris, S. M., Nor, M. M., Saidi, M. M., & Mahari, N. N. M. (2023, February). Flexural Behaviour of the Two-Way Spanning Reinforced Concrete Slab Using Spherical Plastic Bubble Balls. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* (Vol. 1140, No. 1, p. 012016). IOP Publishing.
- [14] Sagadevan, R., & Rao, B. N. (2019). Effect of void former shapes on one-way flexural behaviour of biaxial hollow slabs. *International Journal of Advanced Structural Engineering*, 11(3), 297-307.
- [15] Chung, J. H., Jung, H. S., Bae, B. I., Choi, C. S., & Choi, H. K. (2018). Two-way flexural behavior of donut-type voided slabs. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, 12(1), 26.
- [16] Alicia Yee Min Yik, M., & Jen Hua Ling, D. I. (2020). Experimental study on voided slab subjected to flexural load. *Borneo Journal of Sciences and Technology*, 2(1), 27-31.
- [17] Ibrahim, A. M., Ismael, M. A., & Hussein, H. A. S. A. (2019). The effect of balls shapes and spacing on structural behaviour of reinforced concrete bubbled slabs. *Journal of Engineering and Sustainable Development*, 23(2), 56-65.
- [18] Shetkar, A., & Hanche, N. (2015). An experimental study on bubble deck slab system with elliptical balls. *Indian J. Sci. Res*, 12(1), 21-27.
- [19] Hai, L. V., Hung, V. D., Thi, T. M., Nguyen-Thoi, T., & Phuoc, N. T. (2013, September). The experimental analysis of bubbledeck slab using modified elliptical balls. In *Proceedings of the Thirteenth East Asia-Pacific Conference on Structural*

- Engineering and Construction (EASEC-13)* (pp. G-6). The Thirteenth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (EASEC-13).
- [20] Jamal, J., & Jolly, J. (2017). A study on structural behaviour of bubble deck slab using spherical and elliptical balls. *Int. Res. J. Eng. Technol*, 4(5), 2090-2095.
- [21] Khouzani, M. A., Zeynalian, M., Hashemi, M., Mostofinejad, D., & Farahbod, F. (2020, October). Study on shear behavior and capacity of biaxial ellipsoidal voided slabs. In *Structures* (Vol. 27, pp. 1075-1085). Elsevier.
- [22] EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: design of concrete structures – part 1-1: general rules and rules for buildings. London, UK: BSI; 2004.
- [23] ANSYS Inc. (2010). ANSYS Mechanical APDL Element Reference. Canonsburg, PA: 15317
- [24] Hognestad, E. (1951). Study of combined bending and axial load in reinforced concrete members. *University of Illinois. Engineering Experiment Station. Bulletin; no. 399*.
- [25] William, K. J., & Warnke, E. P. (1975). Constitutive model for the triaxial behavior of concrete.
- [26] European Committee for Standardization. (2005). EN 1993-1-1: Eurocode 3: Design of steel structures — Part 1-1: General rules and rules for buildings.



## WINKLER TİPİ ELASTİK ZEMİNE OTURAN SANDVIÇ KİRİŞLERİN İMPULSİF YÜKLER ALTINDA VİSKOELASTİK ANALİZİ

Asena Pınar Özer<sup>1\*</sup>, Ahmad Reshad Noori<sup>2</sup>, Timuçin Alp Aslan<sup>3</sup>, Beytullah Temel<sup>4</sup>

<sup>1\*</sup>Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye

<sup>2</sup>İstanbul Gelişim Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye

<sup>3,4</sup>Çukurova Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana, Türkiye

### ABSTRACT

In this study, the dynamic behavior of sandwich beams resting on Winkler-type elastic foundations under impulsive loading is investigated. The surface layers of the sandwich beams are modeled as functionally graded (FG) materials, with mechanical properties varying along the height of the cross-section, while the core is assumed to be a porous material. The dynamic response of rectangular beams made of either linear elastic or viscoelastic materials is analyzed in the Laplace domain using the Complementary Functions Method (CFM). For viscoelastic materials, a Kelvin-type damping model is employed. The Modified Inverse Durbin Method is used to transform the solutions from the Laplace domain back into the time domain. A Fortran-based computer program has been developed to perform the dynamic analysis of sandwich beams on Winkler-type elastic foundations. The results obtained from the programme are compared with the values obtained from ANSYS to demonstrate the accuracy and superiority of the method.

Keywords: viscoelastic analysis, Winkler type foundation, sandwich beam, complementary function method, Laplace domain.

### ÖZET

Bu çalışmada, Winkler tipi elastik zemin üzerine oturan sandviç kirişlerin ani yüklemeler altındaki dinamik davranışı incelenmiştir. Sandviç kirişlerin yüzey tabakaları, kesit yüksekliği boyunca mekanik özellikleri değişen fonksiyonel derecelenmiş (FD) malzeme olarak modellenmiş; çekirdek tabaka ise gözenekli bir malzeme olarak kabul edilmiştir. Doğrusal elastik veya viskoelastik malzemeden yapılmış dikdörtgen kesitli kirişlerin dinamik tepkileri, Laplace uzayında Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) kullanılarak analiz edilmiştir. Viskoelastik durum için Kelvin tipi sönümlenme modeli kullanılmıştır. Laplace uzayında elde edilen çözümlerin zamana dönüştürülmesinde modifiye edilmiş Durbin'in Ters Dönüşüm yöntemi kullanılmıştır. Winkler tipi elastik zemin üzerine oturan sandviç kirişlerin dinamik analizine yönelik Fortran dilinde bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Programdan elde edilen sonuçlar ANSYS'den elde edilen değerler ile karşılaştırılarak, yöntemin doğruluğu ve üstünlüğü gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: viskoelastik analiz, Winkler tipi elastik zemin, sandviç kiriş, tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi, Laplace uzayı.

### GİRİŞ

Modern mühendislik uygulamalarında kullanılan yapısal elemanların tasarım ve üretiminde, farklı malzeme özelliklerinin bir araya getirilmesi gerekebilir. Örneğin, yapı elemanının hafif

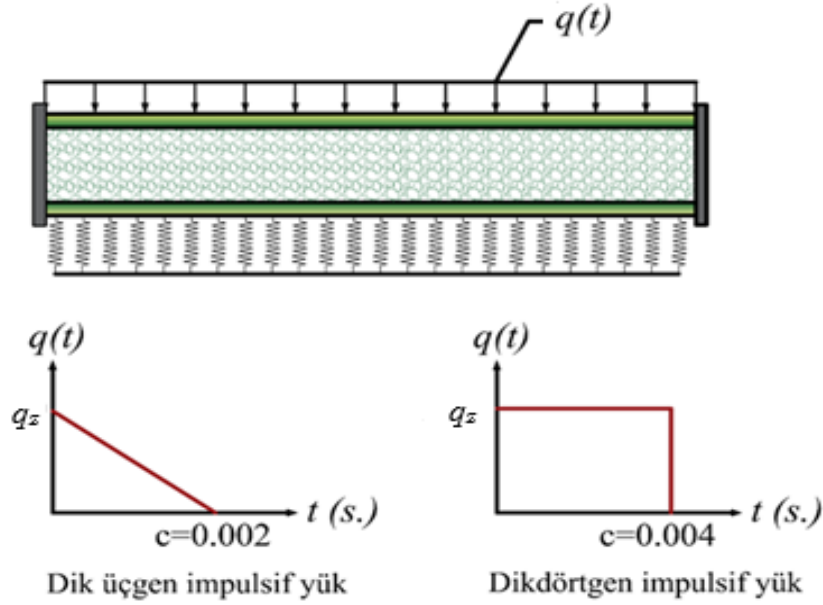
olması, yüksek sıcaklıklara dayanıklı olması ve yüksek eğilme rijitliğine sahip olması istenebilir. Öte yandan, elastik temellere oturan kirişler de demiryolları, yatay yüklere maruz kazıklar, boru hatları ve sığ temeller gibi birçok mühendislik uygulamasında yaygın olarak uygulanmaktadır. Bu nedenle, elastik temellere oturan kirişlerin dinamik analizi güncelliğini korumakta ve bu konuda çeşitli çalışmalar yürütülmektedir.

Kubenko ve ark. [1], elastik zemine oturan bir sandviç kirişin doğal frekansları üzerinde elastik rijitliğin etkisini araştırmışlardır. Çalım ve Akkurt [2], elastik zemin üzerine oturan düz ve daire eksenli FD statik ve serbest titreşimini analiz etmişlerdir. Demir ve ark. [3], Winkler elastik temeli üzerinde değişken kesitli sandviç kirişlerin titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Akbaş [4], Winkler ve Pasternak temellerinin etkisini dikkate alarak FD kirişlerin statik yer değiştirmelerini ve serbest titreşim frekanslarını incelemek için Navier tipi çözüm yöntemini uygulamıştır. Su ve ark. [5], elastik temeller üzerine oturan ve keyfi sınır koşullarına sahip FD sandviç kirişlerin titreşim analizi için genel bir Fourier formülasyonu elde etmişlerdir. Tossapanon ve Wattanasakulpong [6], iki parametrelili elastik temel üzerine oturan FD sandviç kirişlerin stabilitesi ve serbest titreşim analizlerini araştırmışlardır. Kutlu ve ark.[7], Pasternak tipi elastik zemine oturan eğri eksenli çubukların zorlanmış titreşim analizini gerçekleştirmişlerdir. Songsuwan ve ark. [8] harmonik hareketli yükler altında elastik temel üzerine oturan FD sandviç kirişlerin dinamik tepkilerini belirlemişlerdir. Niu [9], elastik zemine oturan sandviç kirişleri serbest titreşim analizini yapmıştır. İki parametrelili elastik zemine oturan FD kirişlerin titreşim analizi Esen [10] tarafından modifiye edilmiş sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla incelenmiştir. Al-Itbi ve Noori [11] FD gözenekli kirişlerin serbest titreşim analizini sonlu elemanlar yöntemiyle araştırmışlardır. Jena ve ark. [12], Winkler-Pasternak zemine oturan FD kirişlerin serbest titreşimini incelemişlerdir. Avcar ve ark. [13], Winkler-Pasternak elastik temellerinin kusurlu FD sandviç kirişlerin doğal frekansları üzerindeki etkisi üzerine çalışmışlardır. Ermiş ve ark. [14], karışık sonlu elemanlar yöntemiyle ile Pasternak zemini üzerine oturan eksenel FD eğri eksenli kirişin serbest titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Aslan ve ark. [15], Winkler zeminine oturan kayma deformasyonlu FD kirişlerin eğilme tepkisini incelemek için TFY'yi kullanmışlardır. Hadji ve ark. [16], elastik zemin üzerine oturan basit mesnetli FD gözenekli kirişlerin statik davranışını ve doğal frekanslarını belirlemek için kesin bir çözüm yöntemi önermişlerdir. Mohamed ve ark. [17], iki parametrelili elastik zemin üzerine oturan gözenekli çekirdekli FD sandviç kirişlerin serbest titreşimi ve burkulma analizi için çözüm önermişlerdir. Bab ve ark. [18], yüksek mertebeden kayma şekil değiştirme teorisine dayalı viskoelastik plakların analizinde karışık sonlu elemanlar yöntemini kullanarak, zamana bağlı davranışını Laplace dönüşümüyle incelemiştir. Arıbaş ve ark. [19] tarafından, burkulma etkisi göz önüne alınan eğri kompozit Timoshenko kirişlerin, viskoelastik Winkler ve Pasternak temeller üzerindeki zorlanmış titreşim analizini karışık sonlu elemanlar yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Arıbaş ve ark. [20], elastik temele oturan düzlemsel eğri kompozit kirişlerin statik ve serbest titreşim analizini karışık sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir. Arıbaş ve ark. [21], Timoshenko kiriş teorisine dayalı eğri eleman kullanarak, orta kalınlıktaki sandviç dairesel kirişlerin doğal frekanslarını parametrik olarak incelemişlerdir.

Literatür araştırmasına göre Winkler tipi elastik zemine oturan kirişlerin dinamik analizi için birçok çalışmanın mevcut olduğu görülmektedir. Yazarların bilgisine göre, elastik zemine oturan sandviç kirişlerin ani yüklemeler altında dinamik analizini TFY ile Laplace uzayında gerçekleştiren çalışma bulunmamaktadır. Bu çalışmada winkler tipi elastik zemine oturan sandviç kirişlerin ani yükler altında viskoelastik analizi TFY ile Laplace uzayında incelenmiştir.

## ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Bu bölümde Elastik zemine oturan sandviç kirişlerin (Şekil 1.) impulsif yükler altında viskoelastik analizi için kanonik denklemler elde edilmiştir.



Şekil 1. Elastik zemine oturan FD kiriş ve impulsif yükler

Mekanik özellikleri kesit yüksekliği boyunca değişen sandviç kirişlerin, yüzey tabakaları FD, çekirdek veya öz tabakası ise poroz malzemeden oluşmaktadır. Malzeme değişim fonksiyonları Eşitlik (1-9)'da verilmektedir [22].

$$E^{(1)}(z) = (E_c - E_m) \left( \frac{z - h_0}{h_1 - h_0} \right)^k + E_m \quad (1)$$

$$G^{(1)}(z) = (G_c - G_m) \left( \frac{z - h_0}{h_1 - h_0} \right)^k + G_m \quad (2)$$

$$\rho^{(1)}(z) = (\rho_c - \rho_m) \left( \frac{z - h_0}{h_1 - h_0} \right)^k + \rho_m \quad (3)$$

$$E^{(2)}(z) = E_c [1 - e_0 \alpha] \quad (4)$$

$$G^{(2)}(z) = G_c [1 - e_0 \alpha] \quad (5)$$

$$\rho^{(2)}(z) = \rho_c \sqrt{1 - e_0 \alpha} \quad (6)$$

$$E^{(3)}(z) = (E_C - E_m) \left( \frac{z - h_2}{h_3 - h_2} \right)^k + E_m \quad (7)$$

$$G^{(3)}(z) = (G_C - G_m) \left( \frac{z - h_2}{h_3 - h_2} \right)^k + G_m \quad (8)$$

$$\rho^{(3)}(z) = (\rho_C - \rho_m) \left( \frac{z - h_2}{h_3 - h_2} \right)^k + \rho_m \quad (9)$$

Burada  $E(z)$ ,  $G(z)$ ,  $\rho(z)$  Elastisite modülü, kayma modülü ve kütleli yoğunluğun  $z$  koordinatı boyunca değişimini,  $E_m, G_m, \rho_m$ ;  $E_C, G_C, \rho_C$  ise metal ve seramiğe ait malzeme özelliklerini ifade etmektedir.  $e_0$ ;  $e_m$  porozite ve kütle yoğunluk katsayılarını ve  $k$  malzeme değişim katsayısını temsil etmektedir.

Gerekli büyüklüklerin türevleri ve impulsif bileşenleri elde edilerek Winkler tipi elastik zemine oturan FD ince çubukların dinamik davranışını idare eden 6 adet kanonik diferansiyel denklem elde edilmiştir. Sönümlü zorlanmış titreşim durumunda Kelvin tipi viskoz sönüm modeli kullanılmıştır. Daha sonra sıfır başlangıç şartları altında Laplace dönüşümü alındığında, sistem hareket denklemleri, dönüşmüş uzayda adi diferansiyel denklem takımı haline gelmektedir. Böylece, FD malzemeli kirişlerin zorlanmış titreşim davranışını idare eden adi diferansiyel denklem takımı kanonik formda elde edilmektedir [22].

$$\frac{d\bar{u}}{dx} = \frac{A_{12}M_y - A_{22}N_x}{A_{12}^2 - A_{11}A_{22}} \quad (10)$$

$$\frac{d\bar{w}}{dx} = \frac{\bar{Q}_z}{A_{33}} - \bar{\theta} \quad (11)$$

$$\frac{d\bar{\theta}}{dx} = \frac{A_{12}\bar{N}_x - A_{11}\bar{M}_y}{A_{12}^2 - A_{11}A_{22}} \quad (12)$$

$$\frac{d\bar{N}_x}{dx} = I_0 p^2 \bar{u} + I_1 p^2 \bar{\theta} - \bar{q}_x \quad (13)$$

$$\frac{d\bar{Q}_z}{dx} = I_0 p^2 \bar{w} + k_w \bar{w} - \bar{q}_z \quad (14)$$

$$\frac{d\bar{M}_y}{dx} = I_1 p^2 \bar{u} + I_2 p^2 \bar{\theta} + \bar{Q}_z \quad (15)$$

Burada  $A_{11}, A_{12}, A_{22}$  ve  $A_{33}$  kesit rijitlik sabitleri ve  $I_0, I_1,$  ve  $I_2$  kütleli atalet momentleridir.  $k_w$  winkler zemin katsayısıdır [22].

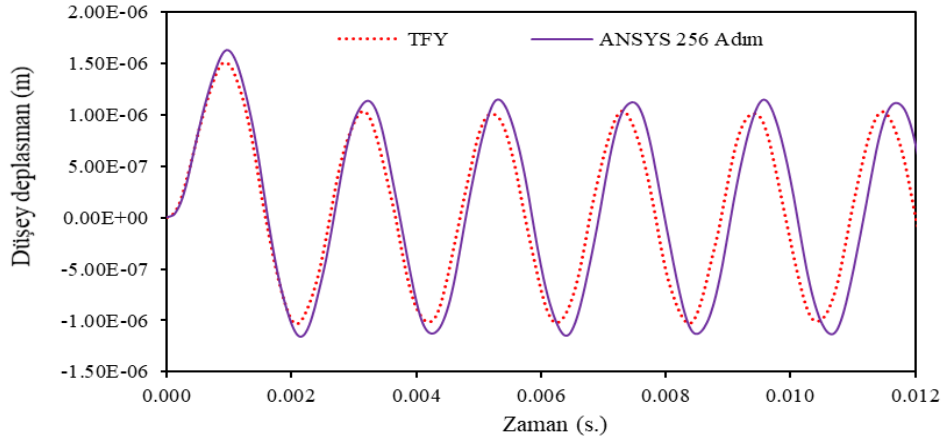
( $\bar{\cdot}$ ) ile gösterilen ifadeler büyüklüklerin Laplace dönüşümünü  $p$  ise, Laplace parametresini göstermektedir. Laplace uzayında matris formunda elde edilen (10-15) eşitlikleri TFY ile

çözülmüştür [23] .

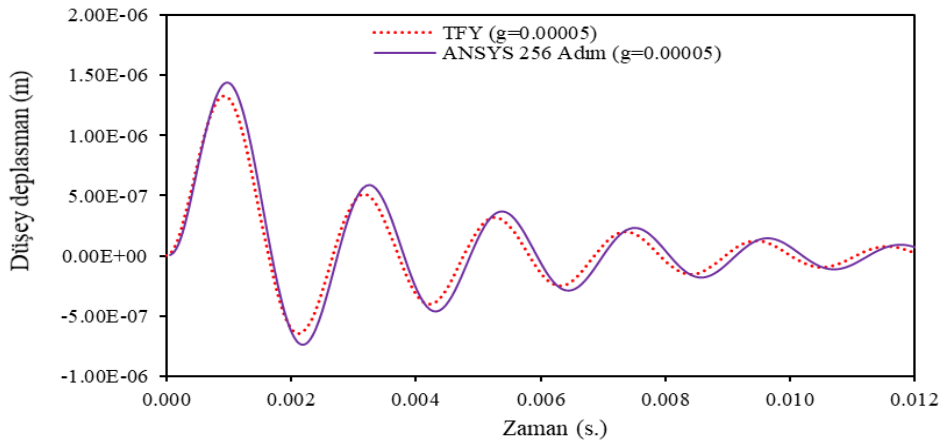
### SAYISAL SONUÇLAR

Bu çalışmada Winkler tipi elastik zemine oturan sandviç kirişlerin impulsif yükler altında dinamik davranışı incelenmiştir. Lineer elastik veya viskoelastik malzemeye sahip dikdörtgen kesitli kirişlerin dinamik davranışı Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) ile Laplace uzayında incelenmiştir. Winkler tipi elastik zemin üzerine oturan sandviç kirişlerin dinamik analizine yönelik Fortran dilinde bir bilgisayar programı hazırlanmıştır.

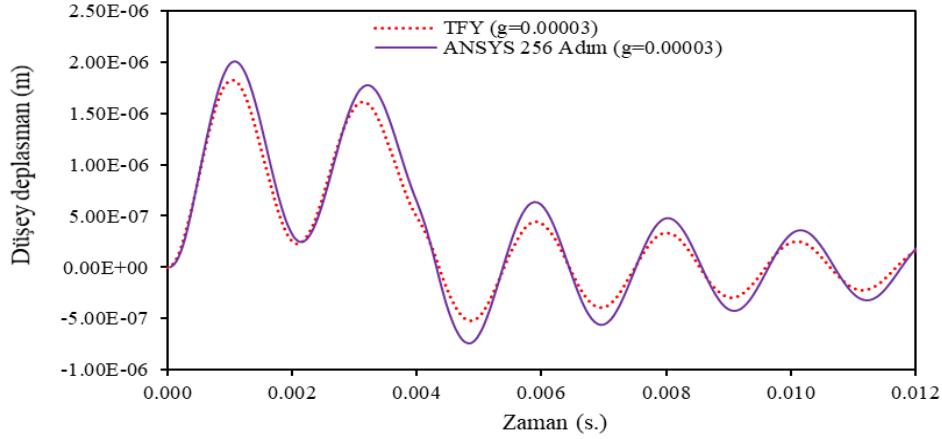
İlk aşamada önerilen yöntemin doğrulanmak için karşılaştırma çalışmaları yapılmıştır. Dik üçgen impulsif yük için hem ANSYS [24] hem TFY ile analiz yapılarak en büyük düşey deplasmanları Şekil 2-3'te ve dikdörtgen impulsif yük için Şekil 4'te karşılaştırılmıştır. Bu örnekte, kesitin yüksekliği  $h=0.2$  m, genişliği  $b=0.2$  m, seramik elastisite modülü  $E_c=380$  GPa, metal elastisite modülü  $E_m=70$  GPa, seramik yoğunluğu  $\rho_c=3960$  kg/m<sup>3</sup>, metal yoğunluğu  $\rho_m=2702$  kg/m<sup>3</sup> olan iki ucu ankastre mesnetli kirişe  $q_z=1000$  N/m şiddetinde düzgün yayılı yük etki etmektedir. Tabakalanma oranı 1-2-1 (üst tabaka 0.05 m, orta tabaka 0.1 m, alt tabaka 0.05 m) alınarak işlemler gerçekleştirilmiştir. Malzeme değişim katsayısı  $k=0$ , Winkler zemin katsayısı  $k_w=0$ , porozite katsayısı  $e_0=0.4$  ve üçgen impulsif yük için etki süresi  $c=0.002$  s. dikdörtgen impulsif yük için ise etki süresi  $c=0.004$  s. olarak kabul edilmiştir.



Şekil 2. Üçgen tipi impulsif yük için düşey deplasmanların karşılaştırılması ( $g=0$ .)



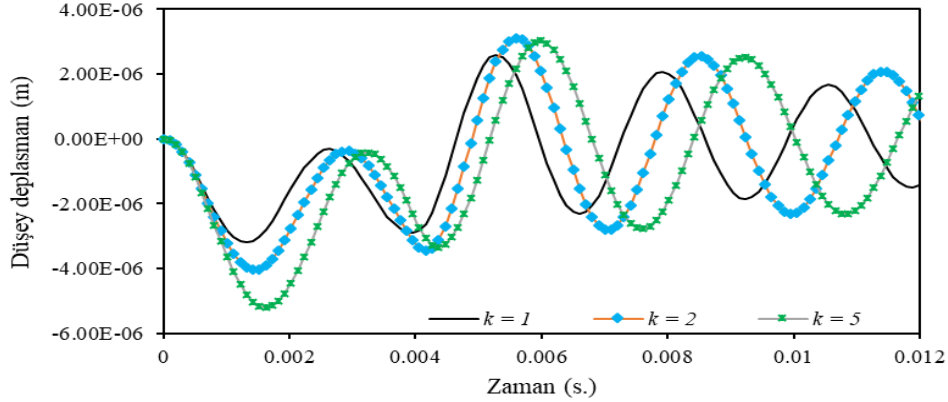
Şekil 3. Üçgen tipi impulsif yük için düşey deplasmanların karşılaştırılması ( $g=0.00005$ )



**Şekil 4.** Dikdörtgen tipi impulsif yük için düşey deplasmanların karşılaştırılması ( $g=0.00003$ )

Şekil (2-4) incelendiğinde, TFY ile 64 zaman adımı için elde edilen sonuçların ANSYS ile 256 zamana adım için elde edilen değerler ile uyum içerisinde olduğu görülmüştür.

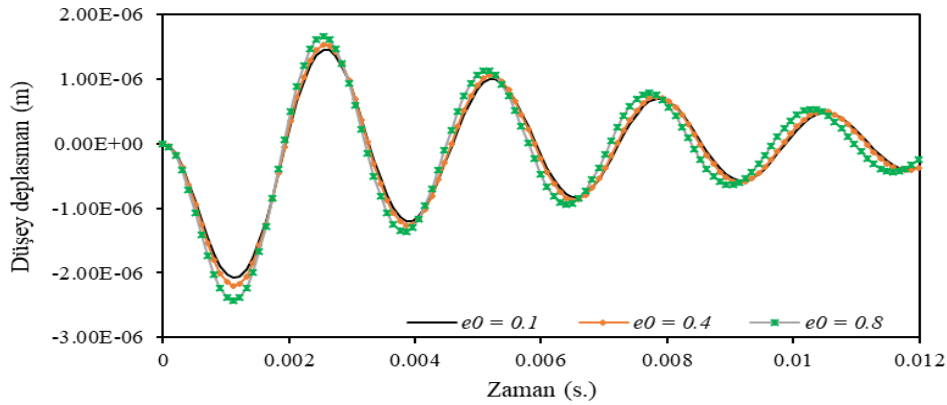
İkinci çalışma olarak malzeme değişim katsayısı  $k$ 'nin Winkler tipi elastik zemine oturan ve impulsif dinamik yükler etkisindeki sandviç çubukların viskoelastik zorlanmış titreşim davranışı üzerindeki etkileri Şekil 5'te gösterilmiştir. Bu örnekte Winkler zemin sabiti  $k_w=10^7$ , porozite katsayısı  $e_0=0.4$  seçilmiştir. Dikdörtgen impulsif yük için yükün etki süresi önceki örnekte olduğu gibi  $c=0.004$  s.'dir.



**Şekil 5.** Dikdörtgen tipi impulsif yük için düşey deplasmanların karşılaştırılması ( $g=0.00003$ )

Şekil 5 incelendiğinde,  $k$  malzeme değişim katsayısı arttıkça deplasman genliklerinin ve periyotların arttığı görülmektedir. Bunun sebebi malzeme değişim katsayısının artmasından dolayı sistem rijitliğinin azalmasıdır.

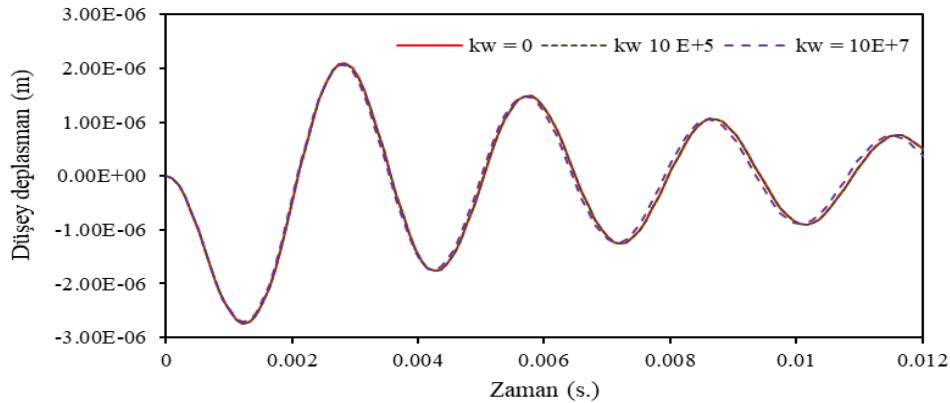
Porozite katsayısı  $e_0$ 'ın impulsif dik üçgen tipi düzgün yayılı yük altındaki iki ucu ankastre mesnetli sandviç kirişin sönümlü davranışı üzerindeki etkisi parametrik olarak incelenmiş ve Şekil 6'da karşılaştırılmıştır. Bu uygulamada Winkler zemin sabiti  $k_w=10^7$ , malzeme değişim katsayısı  $k=1$  seçilmiştir. Dik üçgen tipi impulsif yükün etki süresi  $c=0.002$  s.'dir.



Şekil 6. Üçgen tipi impulsif yük için düşey deplasmanların karşılaştırılması ( $g=0.00005$ )

Şekil 6’da görüldüğü gibi, malzeme porozite katsayısı  $e_0$  arttıkça deplasman genlikleri ve periyotlarda çok az miktarda artış olmuştur. Buradan anlaşılmaktadır ki kirişin dinamik davranışı üzerine porozite katsayısının etkisinin malzeme değişim indisi etkisine göre daha az olmaktadır.

Çekirdek tabaka için gözeneklilik katsayısı  $e_0=0.4$  olarak alınarak elastik zemin üzerine oturan FD sandviç kirişin viskoelastik zorlanmış titreşim davranışı parametrik olarak incelenmiştir. Bu durumda FD kirişin alt ve üst yüzey tabakaları için malzeme değişim katsayısı  $k=2$  olarak alınmıştır. Dik üçgen tipi ani yüklemeye altındaki viskoelastik çözüm için sönüm oranı  $g=0.00005$  seçilmiştir. Sönümlü titreşimler Şekil 7’de grafik formunda sunulmuştur.

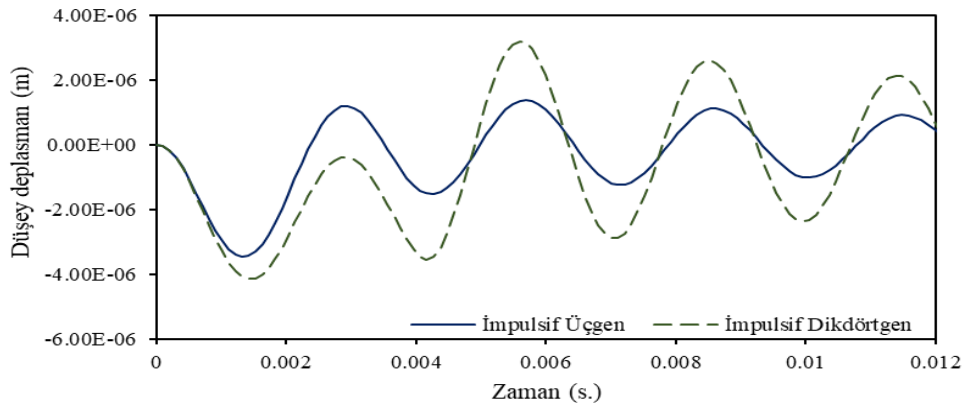


Şekil 7. Üçgen tipi impulsif yük için düşey deplasmanların karşılaştırılması ( $g=0.00005$ )

Şekil 7’deki viskoelastik zorlanmış titreşim sonuçlarına bakıldığında, Winkler zemin katsayısı  $k_w$ ’nin iki ucu ankastre mesnetli kirişin deplasman genlikleri ve periyotlar üzerinde kayda değer bir etkisinin olmadığı gözlenmiştir.

Porozite katsayısı  $e_0=0.5$ , malzeme değişim katsayısı  $k=2$  ve sönüm oranı  $g=0.00003$  seçilerek farklı tipte impulsif yüklemeler altında aynı kirişin viskoelastik davranışı incelenmiştir. Dik

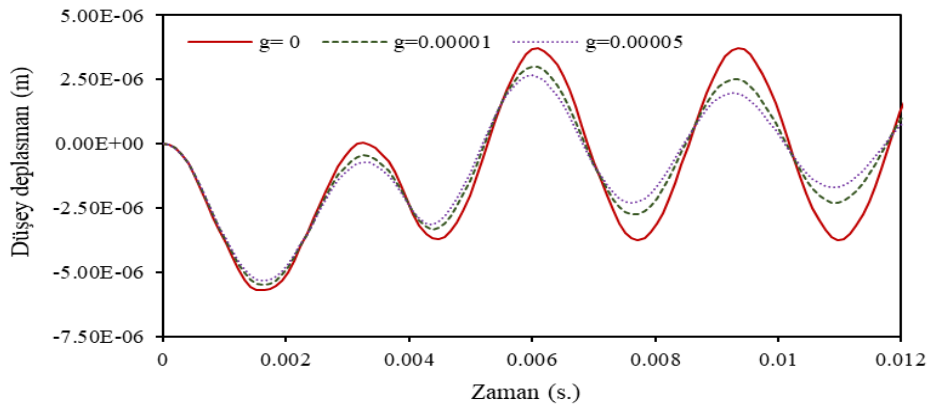
üçgen ve dikdörtgen tipi ani yüklerin etki süresi  $c=0.004$  s. alınmıştır. Kiriş açıklığındaki en büyük deplasmanın zamanla değişimi Şekil 8’de sunulmuştur.



**Şekil 8.** İmpulsif yükler için düşey deplasmanların karşılaştırılması ( $g=0.00003$ )

Şekil 8 incelendiğinde, beklenildiği gibi dikdörtgen tipi impulsif yükün genlikler üzerindeki etkisi dik üçgen tipi yüke göre daha belirgindir. Şöyle ki, periyotların değişmemesine karşın, deplasman genlik değerlerinin dikdörtgen tipi ani yüklemeye daha büyük değerler çıkmıştır.

Son olarak, sönüm oranının sistem davranışı üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Malzeme değişim katsayısı  $k=2$ , porozite katsayısı  $e_0=0.5$  ve Winkler sabiti  $10^7$ , dikdörtgen tipi impulsif yükün etki süresi  $c=0.004$  s. olarak alınmıştır. Farklı sönüm oranları için deplasmanların zamanla değişimleri Şekil 9’da verilmiştir.



**Şekil 9.** Dikdörtgen tipi impulsif yük için düşey deplasman karşılaştırılması (0)

Şekil 9’dan, Sönüm oranı  $g$  arttıkça, deplasman genlik değerlerinin daha hızlı sönümlendiği, ancak periyotların değişmediği anlaşılmaktadır.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, Winkler tipi elastik zemine oturan sandviç kirişlerin farklı iki tip impulsif yükler altında dinamik davranışları araştırılmıştır. Elastik veya viskoelastik malzemeye sahip dikdörtgen kesitli kirişlerin dinamik davranışı Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) ile Laplace uzayında incelenmiştir. Viskoelastik malzeme için Kelvin tipi sönüm modeli

kullanılmıştır. Elastik zemine oturan sandviç kirişlerin zorlanmış titreşimi davranışı üzerinde; yay sabiti, katman tabakası, malzeme değişim katsayısı ve sönüm oranının etkileri araştırılmıştır. Bu çalışmadan çıkan önemli sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

- Kaba zaman adımı için TFY yöntemiyle elde edilen sonuçların, daha fazla zaman adımıyla elde edilen ANSYS sonuçları ile büyük oranda örtüştüğü gözlemlenmiştir.
- Malzeme değişim katsayısının artması, sistemin rijitliğini azaltarak hem deplasman genliğinde hem de titreşim periyotlarında artışa neden olmaktadır.
- Malzeme porozite katsayısının artması, deplasman genlikleri ve titreşim periyotlarında sınırlı bir artışa yol açmakta; porozitenin etkisinin sınırlı ancak göz ardı edilemez olduğunu göstermektedir.
- Winkler zemin katsayısının artmasının, özellikle deplasman genliği ve periyotlar açısından iki ucu ankastre kirişin viskoelastik zorlanmış titreşim davranışı üzerinde belirgin bir etkisinin olmadığı görülmüştür.
- Dikdörtgen tipi impulsif yüklemenin, dik üçgen tipi ani yüke kıyasla daha fazla deplasman genlikleri meydana getirmiş; buna karşın her iki yükleme durumunda da periyotların değişmediği gözlemlenmiştir.
- Sönüm oranının artması, deplasman genliklerinin daha hızlı azalmasına neden olmuş; ancak titreşim periyotları üzerinde herhangi bir değişime yol açmamıştır.

### TEŞEKKÜR

Bu çalışma, TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu) tarafından prestijli TÜBİTAK-1001 araştırma programları kapsamında, 223M577 numaralı proje kodu ile desteklenmiştir.

### KAYNAKLAR

- [1] V.D. Kubenko, Y.M. Pleskachevskii, E.I. Starovoitov, D.V. Leonenko, Natural vibration of a sandwich beam on an elastic foundation. *International applied mechanics*, 42, 541-547, 2006.
- [2] F.F. Çalım, F.G. Akkurt, Static and free vibration analysis of straight and circular beams on elastic foundation. *Mechanics Research Communications*, 38(2), 89-94, 2011.
- [3] E. Demir, H. Çallioğlu, M. Sayer, Vibration analysis of sandwich beams with variable cross section on variable Winkler elastic foundation. *Science and Engineering of Composite Materials*, 20(4), 359-370, 2013.
- [4] Ş.D. Akbaş, Free vibration and bending of functionally graded beams resting on elastic foundation. *Research on Engineering Structures and Materials*, 1(1), 25-37, 2015.
- [5] Z. Su, G. Jin, Y. Wang, X Ye, A general Fourier formulation for vibration analysis of functionally graded sandwich beams with arbitrary boundary condition and resting on elastic foundations. *Acta Mech* 227:1493 1514, 2016. <https://doi.org/10.1007/s00707-016-1575-8>.
- [6] P. Tossapanon, N. Wattanasakulpong, N. Stability and free vibration of functionally graded sandwich beams resting on two-parameter elastic foundation. *Composite structures*, 142, 215-225, 2016.
- [7] A. Kutlu, M. Ermis, N. Eratlı, M.H. Omurtag, Forced vibration of a planar curved beam on Pasternak foundation. *International Journal of Structural and Construction Engineering*, 11(7), 981-987, 2017.
- [8] W. Songsuwan, M. Pimsarn, N. Wattanasakulpong, Dynamic responses of functionally graded sandwich beams resting on elastic foundation under harmonic moving loads, *Int.*

- J. Struct. Stab. Dyn.*, 2018, 18(09), 1850112. <https://doi.org/10.1142/S0219455418501122>.
- [9] P. Niu, The Mode Analysis of Sandwich Beam Subjected Under Winkler Elastic Foundation. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*, 153, 052015, 2018.
- [10] I. Esen, Dynamic response of a functionally graded Timoshenko beam on two-parameter elastic foundations due to a variable velocity moving mass. *International Journal of Mechanical Sciences*, 153, 21-35, 2019.
- [11] S.K. Al-itbi, A.R. Noori, Finite element analysis for the static response of functionally graded porous sandwich beams. *International Journal of Engineering Technologies IJET*, 8(1), 13-20, 2022.
- [12] S.K. Jena, S. Chakraverty, V. Mahesh, D. Harursampath, H.M. Sedighi, H. Free vibration of functionally graded beam embedded in Winkler-Pasternak elastic foundation with geometrical uncertainties using symmetric Gaussian fuzzy number. *The European Physical Journal Plus*, 137(3), 399, 2022.
- [13] M. Avcar, L. Hadji, R. Akan, The influence of Winkler-Pasternak elastic foundations on the natural frequencies of imperfect functionally graded sandwich beams. *Geomechanics and Engineering*, 31 (1) 99-112, 2022.
- [14] M. Ermiş, A. Kutlu, N. Eratlı, M.H. Omurtag, M.H., Free vibration of axially FG curved beam on orthotropic Pasternak foundation via mixed FEM. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 44(12), 597, 2022.
- [15] T.A. Aslan, A.R. Noori, B. Sivri, B. Temel, Winkler Tipi Elastik Zemin Oturan Fonksiyonel Derecelenmiş Malzemeli Kirişlerin Statik Analizi. *Çukurova Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 38(4), 955-965, 2023.
- [16] L. Hadji, F. Bernard, N. Zouatnia, Bending and free vibration analysis of porous-functionally-graded (PFG) beams resting on elastic foundations. *Fluid Dynamic and Material Process*, 19(4), 1043-1054, 2023.
- [17] I. Mohamed, V. Kahya, V., S. Şimşek, A new higher-order finite element model for free vibration and buckling of functionally graded sandwich beams with porous core resting on a two-parameter elastic foundation using quasi-3D theory. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 1-26, 2024.
- [18] Y. Bab, A. Kutlu, N. Eratlı, M.H. Omurtag, Quasi-static response of viscoelastic plates based on mixed FEM and HSDT. 3rd International Civil Engineering & Architecture Conference (ICEARC'23), 910-922, 2023.
- [19] U.N. Arıbas, M. Ermiş, A. Kutlu, N. Eratlı, M.H. Omurtag, Forced vibration analysis of warping considered curved composite beams resting on viscoelastic foundation. *Gazi University Journal of Science*, 31(4), 1093-1105, 2018.
- [20] Ü.N. Arıbaş, M. Yılmaz, N. Eratlı, M.H. Omurtag, Static and free vibration analysis of planar curved composite beams on elastic foundation. *International Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2(35), 35-42, 2017.
- [21] Ü.N. Arıbaş, N. Eratlı, M.H. Omurtag, Free vibration analysis of moderately thick, sandwich, circular beams. *Proceedings of the World Congress on Engineering*, 2, 2016.
- [22] T.A. Aslan, A.R. Noori, B. Temel, A.P. Özer, Vibration analysis of sandwich beams with non-uniform cross-section made of FGP core and FGM faces resting on Winkler elastic foundation. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 1-20, 2025.

- [23] A.R. Noori, T.A. Aslan, B. Temel, Dynamic analysis of functionally graded porous beams using complementary functions method in the Laplace domain. *Composite Structures*, 256, 113094, 2021.
- [24] ANSYS, Inc Release 15.0 (2013), Canonsburg, PA.



## SANDVIÇ SÜPER-ELİPTİK KİRİŞLERİN NİSPETEN BÜYÜK YER DEĞİŞTİRMELERİNİN KARIŞIK SONLU ELEMANLARLA ANALİZİ

Emre Kahraman<sup>1</sup>, Elif Koc<sup>2</sup>, Umit N. Aribas<sup>3</sup>, Merve Ermis<sup>4</sup> ve Mehmet H. Omurtag<sup>5</sup>

<sup>1,2,3,5</sup>İstanbul Medipol Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34810, İstanbul, Türkiye

<sup>4</sup>Kırklareli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 39000, Kırklareli, Türkiye

### ABSTRACT

The moderately large deflections of sandwich super-elliptical beams under the influence of out-of-plane loadings are investigated in this study via the mixed finite element method considering the cross-sectional warping deformations. The classical beam stress-free surface conditions are satisfied on the constitutive equations considering von Kármán nonlinear strains. The first variation of the Hellinger-Reissner functional are employed to derive the nonlinear mixed finite element formulation. The total degrees of freedom of a two-noded mixed finite element are twenty-four. The moderately large deflections of sandwich super-elliptical beams subjected to out-of-plane loadings are obtained and the results are compared to the results of twenty-noded SOLID186 brick elements. In the parametric analyses, the effects of lamination and super-ellipticity ratio are investigated.

Keywords: moderately large deflection; super-elliptical beam; sandwich cross-section; transversely-isotropic material; mixed finite element.

### ÖZET

Enine-izotropik malzemeden üretilmiş sandviç süper-eliptik kirişlerin düzlem dışı yükleme altında nispeten büyük yerdeğişimleri kesit çarpılma deformasyonlarını gözetken karışık sonlu elemanlar yöntemi ile irdelenmiştir. Von Kármán doğrusal olmayan genlemeleri üzerinden klasik çubuk gerilme kabulleri kullanılarak bünye bağıntıları elde edilmiştir. Doğrusal olmayan karışık sonlu eleman formülasyonu üretmek için Hellinger-Reissner fonksiyonelinin birinci varyasyonu kullanılmıştır. İki düğüm noktalı karışık sonlu elemanın toplam serbestlik derecesi yirmi dördtür. Düzlem dışı yüklemelere maruz kalan sandviç süper-eliptik kirişlerin nispeten büyük yerdeğişimleri elde edilmiş ve sonuçlar, yirmi düğüm noktalı SOLID186 katı elemanın sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Parametrik analizlerde, tabakalanma durumu ve süper-eliptiklik derecesinin deformasyonlar üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: nispeten büyük yer değiştirme; süper-eliptik kiriş; sandviç kesit; enine-izotropik malzeme; karışık sonlu eleman.

## GİRİŞ

Kompozit malzemeler, yüksek dayanım-ağırlık oranları, ayarlanabilir mekanik özellikleri, ve karmaşık yük koşullarına uyum sağlama kabiliyetleri sayesinde modern mühendislikte yaygın olarak tercih edilmektedir. Tabakalı kompozit yapıların yaygın uygulama alanları arasında yüksek-teknoloji ürünleri, havacılık, uzay, otomotiv ve uzay endüstrisi gibi alanlar bulunmaktadır. Bu kompozitler içinde yer alan sandviç yapılar, rijit ve dayanıklı dış yüzeyleri, hafif bir çekirdek malzeme ile birleştirilerek, yapısal verimlilik, darbe direnci ve burkulma dayanımı açısından ek avantajlar sunmaktadır. Doğrusal kirişler üzerine kapsamlı araştırmalar yapılmış olmasına rağmen, eğrisel kompozit kirişler uygulama alanları açısından yüksek öneme sahiptir. Eğrilik, doğrusal kirişlere kıyasla ek gerilme bileşenleri yaratarak daha karmaşık mekanik davranışlara neden olur. Özellikle büyük yükler altında, eğrisel kompozit yapıların davranışı üzerinde geometrik doğrusal olmayan etkiler belirginleşir ve yapının genel davranışı önemli ölçüde etkilenir [1].

Eğrisel kirişler, paneller ve sandviç yapıların geometrik doğrusal olmayan davranışlarını inceleyen birçok çalışma bulunmaktadır. Bozhevolnaya ve Frostig [2] geometrik doğrusal olmayan etkileri içeren yüksek mertebeli bir analitik model geliştirerek sabit eğrilikli sandviç panellere uyarlanmıştır. Frostig ve Thomsen [3] ise termomekanik yükleme etkilerini ve yüksek mertebeli deformasyon mekanizmalarını gözeterik sandviç panellerin doğrusal olmayan tepkilerini irdelemiştir. Duan vd. [4] ince cidarlı eğrisel kirişlerin doğrusal olmayan serbest titreşim davranışını analiz etmek amacıyla eğilme-burulma kuple ve burulma etkilerini dikkate alan bir sonlu eleman modeli geliştirmiştir. Yau ve Yang [5] eğrisel kirişlerde eğilme-çekme kuple etkileşimini inceleyen geleneksel sonlu eleman tekniklerine alternatif olarak elastik rijitlik matrisine dayanan bir yöntem geliştirmiştir.

Eğrisel kirişlerin doğrusal olmayan davranışlarını modellemek amacıyla farklı sayısal yöntemler geliştirilmiştir. Kurtaran [6] tabakalı eğrisel yüksek kirişlerin geometrik doğrusal olmayan zamana bağlı davranışı için birinci mertebeye kayma deformasyon teorisini ve Green-Lagrange genleme-yer değiştirme ilişkilerini gözeterek geliştirilmiş diferansiyel quadrature yöntemine dayalı bir model oluşturmuştur. Li vd. [7] fonksiyonel dereceli eğrisel kirişlerde, grafen takviyeli kompozit yüzeylerin doğrusal olmayan dinamik koşullardaki davranışını analiz etmiştir. Nasri vd. [8] 3B baskılı meta-sandviç eğrisel kirişlerin burkulma ve doğrusal olmayan eğilme davranışını birinci mertebeye kayma deformasyon teorisi ve von-Kármán doğrusal olmayan bağıntıları kullanarak incelemiştir. Serveren vd. [9] viskoelastik çekirdekli üç tabakalı eğrisel sandviç kirişlerin geometrik doğrusal olmayan dinamik analizini Hamilton prensibini kullanarak irdelemiştir. Wen ve Li [10] ise eğrisel kirişlerin yanal burkulma davranışını analiz etmiş, uç momentlerin ve dağıtılmış artık momentlerin göz ardı edilmesinin hatalara yol açabileceğini belirleyerek bir sonlu eleman modeli geliştirmiştir.

Tüm bu çalışmalara rağmen, sandviç süper-eliptik kirişlerin nispeten büyük yer değiştirmeleri araştırmaya açık bir konudur. Mevcut çalışmalar genellikle doğrusal kirişler, ince cidarlı eğrisel kirişler veya düzlemsel sandviç paneller üzerine yoğunlaşmıştır. Bu çalışmada, sandviç süper-eliptik kirişlerin nispeten büyük yer değiştirmelerini analiz etmek için von Kármán doğrusal olmayan genlemelerini temel alan bir karışık sonlu eleman yöntemi geliştirilmiştir. Doğrusal olmayan alan denklemleri, Hellinger-Reissner fonksiyonelinin birinci varyasyonu kullanılarak türetilmiştir. Geliştirilen model, her biri on iki serbestlik derecesine sahip iki düğüm noktalı karışık sonlu elemanlar kullanarak nispeten büyük yer değiştirmeleri analiz etmektedir. Karışık sonlu eleman formülasyonundan elde edilen sonuçlar, üç-boyutlu SOLID186 katı eleman sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca, takviye kalınlığı ve tabakalanmanın yapısal davranış üzerindeki etkileri incelenmiştir.

## ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Üç boyutlu gerilme vektörü  $\boldsymbol{\sigma}$  ve genleme vektörünü  $\boldsymbol{\varepsilon}$  elastisite matrisi  $\mathbf{E}$  üzerinden ilişkilendiren bünye bağıntıları Hooke kanunu  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}$  [11] üzerinden tanımlanmıştır. Klasik çubuk gerilme kabulleri üzerinden elde edilen bünye bağıntıları  $\boldsymbol{\sigma}_L = \boldsymbol{\beta}_L \boldsymbol{\varepsilon}_L$  Aribas vd. [12] tarafından verilmiştir. Burada, alt indis  $L$  tabaka bölümünü,  $\boldsymbol{\beta}_L$   $3 \times 3$ 'lük bir matrisi,  $\boldsymbol{\sigma}_L = \{\sigma_t \ \tau_{bt} \ \tau_m\}_L^T$  gerilme vektörünü ve  $\boldsymbol{\varepsilon}_L = \{\varepsilon_t \ \gamma_{bt} \ \gamma_m\}_L^T$  genleme vektörünü ifade etmektedir. Frenet Koordinatları  $t, n, b$  olmak üzere, sandviç kirişin deplasman alanı,

$$u_t^* = u_t + b \Omega_n - n \Omega_b \quad ; \quad u_n^* = u_n - b \Omega_t \quad ; \quad u_b^* = u_b + n \Omega_t \quad (1)$$

burada, kiriş aksındaki deplasmanları  $u_t, u_n, u_b$  ve dönmeleri  $\Omega_t, \Omega_n, \Omega_b$  belirtmektedir. Deplasman alanları üzerinden Von Kármán doğrusal olmayan genlemeleri,

$$\begin{aligned} \varepsilon_t^* &= u_{t,t}^* + \frac{1}{2} \left[ \left( u_{t,t}^* \right)^2 + \left( u_{n,t}^* \right)^2 + \left( u_{b,t}^* \right)^2 \right] \\ \varepsilon_{tn}^* &= \frac{1}{2} \left[ u_{t,n}^* + u_{n,t}^* + u_{t,t}^* u_{t,n}^* + u_{n,t}^* u_{n,n}^* + u_{b,t}^* u_{b,n}^* \right] \\ \varepsilon_{bt}^* &= \frac{1}{2} \left[ u_{t,b}^* + u_{b,t}^* + u_{t,t}^* u_{t,b}^* + u_{n,t}^* u_{n,b}^* + u_{b,t}^* u_{b,b}^* \right] \end{aligned} \quad (2)$$

burada, alt indislerdeki virgöl kısmi türevleri ifade etmektedir. Kuvvetler  $F_t, F_n, F_b$  ve momentler  $M_t, M_n, M_b$  Von Kármán doğrusal olmayan genlemelerine dayanan gerilmelerin kesit kalınlığı boyunca integrasyonu üzerinden elde edilir [13]. Kesin geometriye sahip sandviç süper-eliptik kirişlerin denge denklemleri:

$$\begin{aligned} -F_{t,s} - (F_t u_{t,s})_{,s} - (M_n \Omega_{n,s})_{,s} - (M_b \Omega_{b,s})_{,s} + (F_n \Omega_b)_{,s} - (F_b \Omega_n)_{,s} - q_t &= 0 \\ -F_{n,s} - (F_t u_{n,s})_{,s} + (M_n \Omega_{t,s})_{,s} + (F_b \Omega_t)_{,s} - q_n &= 0 \\ -F_{b,s} - (F_t u_{b,s})_{,s} + (M_b \Omega_{t,s})_{,s} - (F_n \Omega_t)_{,s} - q_b &= 0 \\ -M_{t,s} + (M_n u_{n,s})_{,s} + (M_b u_{b,s})_{,s} + F_n u_{b,s} - F_b u_{n,s} - M_{t,s} - m_t &= 0 \\ -M_{n,s} + F_b - (M_n u_{t,s})_{,s} - (M_t \Omega_b)_{,s} + F_b u_{t,s} - M_t \Omega_{b,s} - m_n &= 0 \\ -M_{b,s} - F_n - (M_b u_{t,s})_{,s} - F_n u_{t,s} + M_t \Omega_{n,s} + (M_t \Omega_n)_{,s} - m_b &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

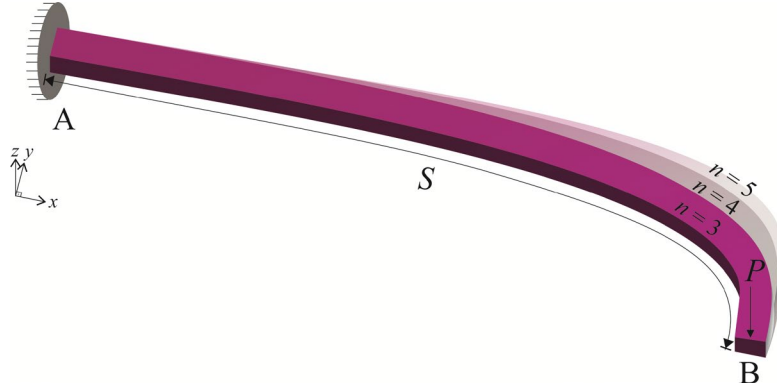
burada,  $q_t, q_n, q_b$  yayılı kuvvetleri,  $m_t, m_n, m_b$  yayılı momentleri ve  $s$  yay uzunluğunu belirtmektedir. Yatay açı  $\theta$  üzerinden konum vektörü  $\mathbf{r}(\theta)$  ve yay boyunun gradyenti  $c(\theta)$  Ermis vd. [14] tarafından tanımlanmıştır. Alan denklemleri ve sınır koşulları kullanılarak Hellinger Reissner fonksiyonelinin [15] birinci varyasyonu,

$$\delta \Pi_{HR} = \int_V (\boldsymbol{\varepsilon}^u - \boldsymbol{\varepsilon}^\sigma)^T \delta \boldsymbol{\sigma}^\sigma dV + \int_V \left( (\boldsymbol{\sigma}^\sigma)^T \delta \boldsymbol{\varepsilon}^u - \mathbf{q}^T \delta \mathbf{u} \right) dV - \int_\Gamma \hat{\mathbf{t}}^T \delta \mathbf{u} d\Gamma = 0 \quad (4)$$

ile elde edilir. Burada,  $\hat{\mathbf{t}}$  sınırdaki  $\Gamma$  traction vektörünü ve alt indis  $\sigma$  ve  $u$  kuvvet ve yerdeğiştirmelere bağlı terimleri ifade etmektedir. Alan denklemleri kapsamında, karışık formda varyasyonel denklemler,

$$\int_S \left[ \begin{aligned} & \left[ u_{t,s} + \frac{1}{2} u_{t,s}^2 + \frac{1}{2} u_{n,s}^2 + \frac{1}{2} u_{b,s}^2 - C_{11} F_t - C_{12} F_n - C_{14} M_t - C_{15} M_n \right] \delta F_t \\ & + \left[ (u_{n,s} - \Omega_b) - u_{t,s} \Omega_b + u_{b,s} \Omega_t - C_{12} F_t - C_{22} F_n - C_{24} M_t - C_{25} M_n \right] \delta F_n \\ & + \left[ (u_{b,s} + \Omega_n) + u_{t,s} \Omega_n - u_{n,s} \Omega_t - C_{33} F_b \right] \delta F_b \\ & + \left[ \Omega_{t,s} + \Omega_{n,s} \Omega_b - C_{14} F_t - C_{24} F_n - C_{44} M_t - C_{45} M_n \right] \delta M_t \\ & + \left[ \Omega_{n,s} + u_{t,s} \Omega_{n,s} - u_{n,s} \Omega_{t,s} - C_{15} F_t - C_{25} F_n - C_{45} M_t - C_{55} M_n \right] \delta M_n \\ & + \left[ \Omega_{b,s} + u_{t,s} \Omega_{b,s} - u_{b,s} \Omega_{t,s} - C_{66} M_b \right] \delta M_b - \delta u_t q_t - \delta u_n q_n - \delta u_b q_b \\ & - \delta \Omega_t m_t - \delta \Omega_n m_n - \delta \Omega_b m_b + \left[ T_t + T_t u_{t,s} + M_n \Omega_{n,s} + M_b \Omega_{b,s} - T_n \Omega_b + T_b \Omega_n \right] \delta u_{t,s} \\ & + \left[ T_n + T_t u_{n,s} - M_n \Omega_{t,s} - T_b \Omega_t \right] \delta u_{n,s} + \left[ T_b + T_t u_{b,s} - M_b \Omega_{t,s} + T_n \Omega_t \right] \delta u_{b,s} \\ & + \left[ T_n u_{b,s} - T_b u_{n,s} \right] \delta \Omega_t + \left[ M_t - M_n u_{n,s} - M_b u_{b,s} \right] \delta \Omega_{t,s} + \left[ T_b + T_b u_{t,s} \right] \delta \Omega_n \\ & + \left[ M_n + M_n u_{t,s} + M_t \Omega_b \right] \delta \Omega_{n,s} + \left[ -T_n - T_n u_{t,s} + M_t \Omega_{n,s} \right] \delta \Omega_b + \left[ M_b + M_b u_{t,s} \right] \delta \Omega_{b,s} \end{aligned} \right] ds \quad (5)$$

Fonksiyonel, doğrusal olmayan denklemler doğrusallaştırılarak [16,17] elde edildi ve iteratif çözüm yaklaşımı Newton-Raphson algoritmasına [15] dayanmaktadır.



Şekil 1. Sandviç Süper-Eliptik Kiriş.

### SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde, ilk olarak enine-izotropik malzemeden üretilmiş tabakalara sahip sandviç süper-eliptik kirişlerin nispeten büyük yer değiştirmeleri için karışık ve katı sonlu elemanlarda yeteri yakınsaklığı sağlayan serbestlik dereceleri elde edilmiştir. Daha sonra, parametrik analizlerle süper-eliptiklik derecesinin, kesit kalınlığının ve tabaka kalınlığının, geometrik doğrusal olmayan ve doğrusal analizlerle elde edilen yer değiştirmeler arasındaki yüzdesel farka etkisi irdelenmiştir. Bütün yakınsama ve parametrik analizlerde, merkez açısı  $\varphi = 90^\circ$  olup, en büyük ve en küçük yarıçap değerleri sırasıyla  $R_{\max} = 2\text{m}$  ve  $R_{\min} = 1.4\text{m}$ 'dir. İki metrelik yarıçapa karşı gelen düğüm noktası ankastre mesnetli olup, serbest uçtan düşey doğrultuda  $-b$  yönünde tekil yük  $P$  uygulanmıştır (Şekil 1). Kesit genişliği  $w = 0.1\text{m}$  olup takviye kalınlıkları  $h_s$  eşittir. Çekirdek Kevlar 49-Epoksi, takviyeler ise Boron Epoksi olarak gözetilmiştir. Boron Epoksinin elastisite modülleri, kayma modülleri ve Poisson oranları sırasıyla  $E_t = 241.5\text{GPa}$ ,  $E_n = E_b = 18.89\text{GPa}$ ,  $G_{tn} = G_{bt} = 5.18\text{GPa}$ ,  $G_{nb} = 3.45\text{GPa}$ ,  $\nu_{tn} = \nu_{tb} = 0.24$  ve  $\nu_{nb} = 0.25$ 'tir. Kevlar 49-Epoksinin elastisite modülleri, kayma modülleri ve Poisson oranları sırasıyla  $E_t = 76\text{GPa}$ ,  $E_n = E_b = 5.56\text{GPa}$ ,  $G_{tn} = G_{bt} = 2.30\text{GPa}$ ,  $G_{nb} = 1.618\text{GPa}$ ,  $\nu_{tn} = \nu_{tb} = 0.34$  ve  $\nu_{nb} = 0.718$ 'tir.

## Sonlu Eleman Ağı Yakınsama Analizi

**SOLID186 Katı Sonlu Elemanlar:** Bu sayısal çalışma kapsamında süper-eliptik derecesi  $n=5$  olan bir konsol süper-eliptik sandviç kirişte kesit kalınlığı  $h=0.08\text{m}$  ve takviye kalınlığı  $h_s=0.0075\text{m}$  olduğu durumda serbest uçtan düşey doğrultuda  $-b$  yönünde  $P=1400\text{N}$  şiddetinde bir tekil yük uygulanmıştır. Doğrusal olmayan analizle elde edilen düzlem dışı doğrultuda en büyük uç yer değiştirmeleri  $(u_b)_{nl}$ , 484740, 734106, 813109 ve 967536 serbestlik dereceleri kullanılarak (sırasıyla 0.008m, 0.007m, 0.0065m ve 0.006m en büyük ağ kenar boyutuna karşı gelmektedir) SOLID186 elemanlarla elde edilmiştir. 484740, 734106, 813109 ve 967536 serbestlik dereceleri için en büyük uç yer değiştirmeleri sırasıyla  $(u_b)_{nl} = -0.16792\text{m}$ ,  $-0.16675\text{m}$ ,  $-0.16627\text{m}$  ve  $-0.16473\text{m}$  olmaktadır. 967536 serbestlik derecesi ile elde edilen sonucun 813109 serbestlik derecesi ile elde edilen sonuca göre yüzdesel farkı 0.935% olmaktadır.

**Karışık Sonlu Elemanlar:** 1212, 1812, 2412, 3012 ve 3612 serbestlik derecesi kullanılarak (sırasıyla 100, 150, 200, 250 ve 300 karışık sonlu elemana denk gelmektedir) doğrusal ve geometrik doğrusal olmayan analizlerle düzlem dışı doğrultuda en büyük uç yer değiştirmeleri elde edilmiştir (Çizelge 1). 3012 serbestlik derecesi kullanılarak elde edilen geometrik doğrusal olmayan uç yer değiştirmelerinin yeteri yakınsaklığı sağladığı elde edilmiştir. Aynı zamanda geometrik doğrusal olmayan analizlerle elde edilen sonuçların, doğrusal analiz ile elde edilen en büyük uç yer değiştirmelerine yüzdesel farkı -2.47% olarak belirlenmiştir. 3012 serbestlik derecesi ile karışık sonlu elemanlar kullanılarak elde edilen geometrik doğrusal olmayan en büyük uç yer değiştirmesinin  $(u_b)_{nl}$ , 967536 serbestlik derecesi ile katı sonlu elemanlar kullanılarak elde edilen sonuca yüzdesel farkı -3.43% olmaktadır.

Çizelge 1. En büyük uç yer değiştirmeleri  $u_b$  için karışık sonlu elemanlarla ağ yakınsaması.

Serbestlik Derecesi	$(u_b)_l$	$(u_b)_{nl}$	fark <sup>1%</sup>	fark <sup>2%</sup>
1212	-0.172513	-0.168126	5.96	-2.54
1812	-0.166425	-0.162715	2.55	-2.23
2412	-0.164135	-0.160434	1.11	-2.26
3012	-0.163104	-0.159076	0.25	-2.47
3612	-0.162594	-0.158673		-2.41

\*Not: fark<sup>1%</sup>: geometrik doğrusal olmayan en büyük uç yer değiştirmelerin  $(u_b)_{nl}$  3612 serbestlik derecesi ile elde edilen sonuçlara yüzdesel farkı, ve fark<sup>2%</sup>: geometrik doğrusal olmayan sonuçların doğrusal analizle elde edilen en büyük uç yer değiştirmelere  $(u_b)_l$  yüzdesel farkı ifade etmektedir.

## Parametrik Analizler

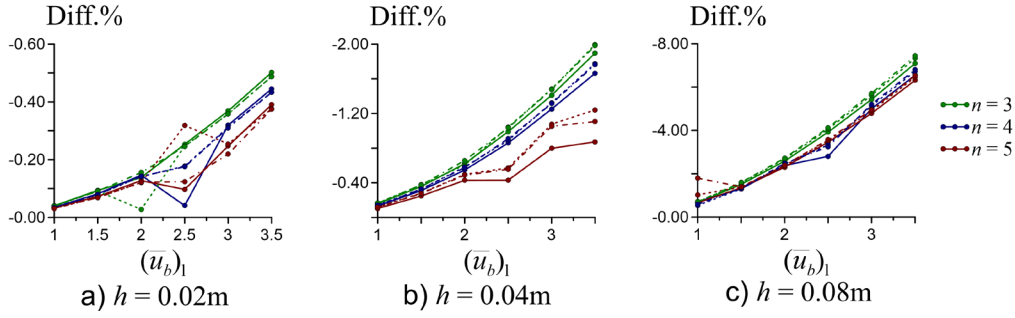
Bu bölümde, yukarıda verilen merkez açısı  $\varphi = 90^\circ$ , en büyük ve en küçük yarıçap değerleri  $R_{\max} = 2\text{m}$  ve  $R_{\min} = 1.4\text{m}$ , mesnetlenme koşulu, kesit genişliği  $w = 0.1\text{m}$ , çekirdek ve takviye malzemesi değerleri için sandviç süper-eliptik kirişte süper-eliptiklik derecesinin, kesit kalınlığının ve takviye kalınlığının, geometrik doğrusal olmayan en büyük uç deplasmanının doğrusal analiz sonucuna yüzdesel farkı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Süper-eliptiklik derecesi sırasıyla  $n = 3, 4$  ve  $5$  seçilerek, her bir süper-eliptiklik derecesi için kesit kalınlığı sırasıyla  $h = 0.02\text{m}$ ,  $0.04\text{m}$  ve  $0.08\text{m}$  olarak belirlenmiştir. Her bir süper-eliptiklik derecesi ve kesit kalınlığı için takviye kalınlığı sırasıyla  $h_s = 0.0025\text{m}$ ,  $0.0050\text{m}$  ve

0.0075m'dir. Doğrusal analizde en büyük uç deplasmanlarının  $(u_b)_1$  kesit yüksekliğinin 1, 1.5, 2, 2.5, 3 ve 3.5 katına karşı gelen yük değerleri kullanılarak elde edilen geometrik doğrusal olmayan en büyük uç deplasman değerleri  $(u_b)_{nl}$  Çizelge 2'de verilmektedir.

Doğrusal analizle elde edilen normalize en büyük uç deplasman değerleri  $(\bar{u}_b)_1$  ile sembolize edilmektedir. Süper-eliptiklik derecesinin, kesit kalınlığının ve takviye kalınlığının, geometrik doğrusal olmayan deplasmanların doğrusal analizle elde edilen deplasmanlara yüzdesel farkı üzerindeki etkisi Şekil 2'de gösterilmiştir. Süper-eliptiklik derecesi azaldıkça yüzdesel farklar artma eğilimindedir. Bu eğilim doğrusal deplasmanların arttığı durumlarda daha da belirginleşmektedir. Kesit kalınlığının artması, takviye kalınlığından ve süper-eliptiklik derecesinden bağımsız olarak yüzdesel farkları arttırmaktadır. Kesit kalınlığı arttıkça takviye kalınlığının artması yüzdesel farkları artırma eğilimindeyken, kesit kalınlığının azaldığı durumlarda takviye kalınlığının azalmasıyla yüzdesel farklar artma eğilimindedir. Süper-eliptiklik derecesinin azalması ( $n = 3$ ), kesit kalınlığının artması  $h = 0.08m$  ve takviye kalınlığının artmasıyla  $h_s = 0.0075m$ ,  $(\bar{u}_b)_1 = 3.5$  için yüzde fark -7.45%'e ulaşmaktadır.

Çizelge 2. Geometrik doğrusal olmayan en büyük uç deplasmanları  $(u_b)_{nl}$  (metre).

		$(\bar{u}_b)_1 =$						
		1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	
$n$	$h$	$h_s$	$(u_b)_{nl}$					
3	0.02	0.0025	0.019991	0.029973	0.039947	0.049873	0.059776	0.069651
		0.0050	0.019991	0.029974	0.039990	0.049877	0.059785	0.069658
		0.0075	0.019993	0.029971	0.039940	0.049876	0.059786	0.069658
	0.04	0.0025	0.039937	0.059785	0.079505	0.099011	0.118307	0.137344
		0.0050	0.039934	0.059774	0.079516	0.098959	0.118220	0.137208
		0.0075	0.039934	0.059776	0.079474	0.098965	0.118230	0.137225
	0.08	0.0025	0.079470	0.118187	0.155863	0.192153	0.226958	0.260137
		0.0050	0.079444	0.118114	0.155712	0.191877	0.226508	0.259472
		0.0075	0.079433	0.118080	0.155642	0.191743	0.226292	0.259149
4	0.02	0.0025	0.019992	0.029976	0.039943	0.049982	0.059808	0.069686
		0.0050	0.019993	0.029977	0.039945	0.049908	0.059814	0.069696
		0.0075	0.019994	0.029975	0.039942	0.049912	0.059814	0.069697
	0.04	0.0025	0.039947	0.059814	0.079563	0.099141	0.118497	0.137670
		0.0050	0.039943	0.059803	0.079534	0.099110	0.118412	0.137513
		0.0075	0.039944	0.059804	0.079540	0.099092	0.118422	0.137532
	0.08	0.0025	0.079432	0.118434	0.156190	0.194388	0.227987	0.261662
		0.0050	0.079568	0.118443	0.156082	0.193338	0.227656	0.261166
		0.0075	0.079531	0.118398	0.156031	0.193520	0.227497	0.260929
5	0.02	0.0025	0.019992	0.029980	0.039950	0.049952	0.059851	0.069725
		0.0050	0.019993	0.029982	0.039950	0.049843	0.059847	0.069734
		0.0075	0.019994	0.029980	0.039952	0.049938	0.059869	0.069735
	0.04	0.0025	0.039958	0.059852	0.079656	0.099570	0.119043	0.138778
		0.0050	0.039953	0.059831	0.079602	0.099429	0.118706	0.138263
		0.0075	0.039953	0.059834	0.079610	0.099444	0.118738	0.138450
	0.08	0.0025	0.079470	0.118378	0.156311	0.193081	0.228500	0.262319
		0.0050	0.079179	0.118341	0.156227	0.192914	0.228240	0.261904
		0.0075	0.078561	0.118325	0.156187	0.192836	0.228100	0.261706



Şekil 2. Geometrik doğrusal olmayan deplasmanların doğrusal analiz deplasmanlarına yüzdesel farkı. Düz, kesikli ve kısa kesikli çizgiler sırasıyla  $h_s = 0.0025m$ ,  $0.0050m$  ve  $0.0075m$ 'yi belirtmektedir.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, enine izotropik malzemeden üretilmiş sandviç süper-eliptik kirişlerin düzlem dışı yüklemeler altındaki davranışı, karışık sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Von Kármán tipi doğrusal olmayan genlemeler ve klasik çubuk gerilme kabulleri temel alınarak bünye bağıntıları elde edilmiştir. Hellinger-Reissner fonksiyonelinin birinci varyasyonu ile doğrusal olmayan karışık sonlu eleman formülasyonu türetilmiş, her biri 24 serbestlik derecesine sahip iki düğüm noktalı sonlu elemanlar kullanılmıştır. Analiz sonuçları, SOLID186 katı eleman modeliyle karşılaştırılmış oldukça tatmin edici sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca tabakalanma durumu ve süper-eliptiklik derecesinin yapısal deformasyonlara etkisi parametrik olarak değerlendirilmiştir. Süper-eliptiklik derecesi azaldıkça yüzdesel farkların arttığı gözlemlenmiş, bu artış özellikle büyük deplasman durumlarında daha belirgin hale gelmiştir. Kesit kalınlığındaki artış, takviye kalınlığı ve süper-eliptiklik derecesinden bağımsız olarak yüzdesel farkları artırmaktadır. Ayrıca, kesit kalınlığı arttıkça takviye kalınlığı da yüzdesel farkların artmasına katkı sağlarken; kesit kalınlığı azaldığında, takviye kalınlığının azalması da farkların büyümesine neden olmaktadır.

## KAYNAKLAR

- [1] G.A. Drosopoulos, G.E. Stavroulakis, *Nonlinear Mechanics for Composite Heterogeneous Structures*, CRC Press, Boca Raton, 2022. <https://doi.org/10.1201/9781003017240>.
- [2] E. Bozhevolnaya, Y. Frostig, *Nonlinear closed-form high-order analysis of curved sandwich panels*, *Composite Structures* 38 (1997) 383–394. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(97\)00073-1](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(97)00073-1).
- [3] Y. Frostig, O. Thomsen, *Nonlinear behavior of thermally loaded curved sandwich panels with a transversely flexible core*, *Journal of Mechanics of Materials and Structures* 4 (2009) 1287–1326.
- [4] H. Duan, *Nonlinear free vibration analysis of asymmetric thin-walled circularly curved beams with open cross section*, *Thin-Walled Structures* 46 (2008) 1107–1112. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2008.01.002>.
- [5] J.D. Yau, Y.B. Yang, *Geometrically nonlinear analysis of planar circular arches based on rigid element concept — A structural approach*, *Engineering Structures* 30 (2008) 955–964. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.06.003>.
- [6] H. Kurtaran, *Geometrically nonlinear transient analysis of thick deep composite curved beams with generalized differential quadrature method*, *Composite Structures* 128 (2015) 241–250. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.03.060>.

- [7] C. Li, H.-S. Shen, J. Yang, Design and nonlinear dynamics of FG curved sandwich beams with self-adapted auxetic 3D double-V meta-lattice core, *Engineering Structures* 272 (2022) 115023. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115023>.
- [8] M.R. Nasri, E. Salari, A. Salari, S.A. Sadough Vanini, Nonlinear bending and buckling analysis of 3D-printed meta-sandwich curved beam with auxetic honeycomb core, *Aerospace Science and Technology* 152 (2024) 109339. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2024.109339>.
- [9] M.M. Serveren, O. Demir, A. Arikoglu, Nonlinear Dynamic Analysis of a Curved Sandwich Beam with a Time-Dependent Viscoelastic Core Using the Generalized Differential Quadrature Method (GDQM), *Symmetry* 16 (2024) 238. <https://doi.org/10.3390/sym16020238>.
- [10] Y. Wen, B. and Li, Rigid body qualified curved beam approach for lateral torsional buckling of arches, *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 52 (2024) 6889–6910. <https://doi.org/10.1080/15397734.2023.2294359>.
- [11] R.M. Jones, *Mechanics of composite materials*, 2nd ed, Taylor & Francis, Philadelphia, PA, 1999.
- [12] U.N. Aribas, M. Ermis, N. Eratli, M.H. Omurtag, The static and dynamic analyses of warping included composite exact conical helix by mixed FEM, *Composites Part B: Engineering* 160 (2019) 285–297. <https://doi.org/10/gft72h>.
- [13] U.N. Aribas, M. Ermis, A. Kutlu, N. Eratli, M.H. Omurtag, Forced vibration analysis of composite-geometrically exact elliptical cone helices via mixed FEM, *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 29 (2022) 1456–1474. <https://doi.org/10.1080/15376494.2020.1824048>.
- [14] M. Ermiş, G. Aydoğan, O. Kır, Ü.N. Aribas, M.H. Omurtag, The static and free vibration analyses of axially functionally graded elliptical beams via mixed FEM, *JSEAM* 5 (2022) 22–39. <https://doi.org/10.31462/jseam.2022.01022039>.
- [15] C. Aksoylar, Anlık Basınç Yüğü Etkisindeki Kompozit Plakların Doğrusal Olmayan Dinamik Davranışının Sonlu Elemanlarla Çözümü, *Fen Bilimleri Enstitüsü*, 2010. <http://hdl.handle.net/11527/7074> (accessed March 13, 2025).
- [16] Y. Basar, W.B. Krätzig, *Mechanik der Flächentragwerke: Theorie, Berechnungsmethoden, Anwendungsbeispiele*, Springer-Verlag, 2013.
- [17] Doğruoğlu Ali N., Omurtag Mehmet H., Stability analysis of composite-plate foundation interaction by mixed fem, *Journal of Engineering Mechanics* 126 (2000) 928–936. <https://doi.org/10/crgqfs>.



## EKSENEL BASINÇ ALTINDA PZT SİLİNDİRİN ÇİN FENERİ TİPİ STABİLİTE KAYBININ LEGENDRE SERİLERİ YARDIMIYLA ÇÖZÜMÜ

Fatih Aylıkçı<sup>1</sup>, Ülkü Babuşçu Yeşil<sup>2</sup> ve Nazmiye Yahnioğlu<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya-Metalurji Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü,  
Davutpaşa, İstanbul

### ABSTRACT

This study examines the Chinese lantern-type stability loss of a cylinder subjected to a uniformly distributed axial compressive force at both ends. The cylinder is assumed to be made of piezoelectric (PZT) material with a circular cross-section along its longitudinal axis. The mathematical model is formulated using the exact three-dimensional equations of nonlinear electro-elasticity theory for the axially symmetric case. It consists of a system of nonlinear PDEs with given boundary conditions. The solution is reduced, following the procedures in [1], to a series-boundary value problem involving a system of linear PDEs. The study aims to determine the critical external force causing stability loss. Solving the first two boundary value problems in the series-boundary value formulation is sufficient for this purpose [1]. These problems are solved analytically using “window functions” and Legendre polynomials to satisfy boundary conditions. The “initial imperfection criterion” is employed to determine critical parameters [1-4]. Numerical results are obtained using algorithms and programs developed in MATLAB. The effects of various parameters on the critical compressive force causing stability loss are examined. This study develops an analytical solution technique for the considered problems. Therefore, it is expected to provide significant data for evaluating numerical results in the literature.

Keywords: piezoelectric; solid cylinder; stability loss; Legendre polynomial; analytical solution.

### ÖZET

Bu çalışmada, her iki ucundan düzgün yayılı aksenal basınç kuvveti etkisindeki silindirin, Çin feneri tipi stabilite kaybı problemi ele alınmıştır. Silindirin, piezoelektrik (PZT) malzemeden yapıldığı ve uzun eksen boyunca kesit alanının dairesel olduğu kabul edilmiştir. Bu problemlerin matematiksel modeli, lineer olmayan elektro-elastisite teorisinin üç boyutlu kesin denklemleri yardımıyla, aksenal simetrik durum için yapılmış ve lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklem sistemi ve verilen sınır koşullarından oluşmaktadır. Bu problemlerinin çözümü, detayları [1]'de verilen işlemler yardımıyla, lineer kısmi türevli diferansiyel denklem sistemini içeren seri-sınırdeğer problemlerinin çözümüne indirgenir. Çalışmanın amacı, ele alınan silindirin Çin feneri tipi stabilite kaybına sebep olan kritik dış kuvvetin belirlenmesidir ve bu kritik kuvvetin belirlenmesinde belirtilen seri-sınırdeğer problemlerinden ilk iki sınırdeğer probleminin çözümü yeterli olmaktadır [1]. Bu iki

sınırdeğer probleminin çözümü analitik olarak yapılmıştır. Analitik çözüm için Legendre polinomları ile sınır koşullarının sağlatılmasında “pencere fonksiyonlar”ından yararlanılmıştır. Kritik parametrelerin belirlenmesinde, “başlangıç eğinti kriteri” kullanılmıştır [1-4]. Sayısal sonuçlar, MATLAB yardımıyla tarafımızdan oluşturulan algoritma ve programlar yardımıyla belirlenmiştir. Çeşitli problem parametrelerinin, stabilite kaybına sebep olan kritik basınç kuvvetine etkileri incelenmiştir. Bu çalışma, ele alınan problemlerin analitik çözüm tekniğinin geliştirilmesi ve analitik olarak çözümün belirlenmesini içermektedir. Dolayısıyla, bu alanda literatürde verilen sayısal sonuçların değerlendirilmesinde önemli bir veri teşkil edebileceği öngörülmektedir.

Anahtar kelimeler: piezoelektrik; silindir; stabilite kaybı; Legendre polinomu; analitik çözüm.

## GİRİŞ

Curie kardeşlerin 1880’li yılların başında yaptığı deneysel çalışmalar sonucunda, doğadaki bazı malzemelere uygulanan mekaniksel etkinin, bu malzemelerde elektrik potansiyel oluşturduğu keşfedilmiştir. Daha sonraki çalışmalarda ise bu etkinin aslında çift yönlü olduğu yani, mekanik etkinin malzemede elektriksel potansiyel oluşturduğu; tersine, elektriksel alanın içine konulduğunda, malzemede mekanik deformasyon olduğu, ispatlanmıştır. Bu etkinin olduğu elastik malzemeler genel olarak elektro-elastik malzemeler olarak adlandırılmaktadır. Bahsedilen elektriksel ve mekaniksel alanların karşılıklı etkisi lineer ise özel olarak bu malzemelere piezoelektrik malzeme adı verilmektedir [5]. Doğada bulunabilen piezoelektrik malzemeler, laboratuvar ortamında da üretilebilmektedir.

Günümüzde pek çok endüstri kolunda (örneğin sağlık, telekomünikasyon, otomotiv, bilgi teknolojileri vb.) kullanılan PZT yapı elemanları/elektro-mekanik aygıtlar için uygulamalarda karşılaşılan problemlerin anlaşılması ve/veya PZT malzemelerin yeni özelliklerinin öğrenilmesi açılarından, çeşitli mühendislik dalında teorik ve/veya deneysel çalışmalar yapılmaktadır.

Bu çalışma kapsamında, silindir formu yapı elemanları için Çin feneri tipi stabilite kaybının öğrenilmesi, belirtilen çabaların bir parçası niteliğindedir. Literatürdeki yapı elemanlarını kırılmasına (örneğin, stabilite kaybı, burkulma, delamimanyon burkulma vb.) ait teorik araştırmalar incelendiğinde, çoğunlukla problem formülasyonlarının yaklaşık teoriler (örneğin, Euler-Bernoulli, Timoshenko kiriş teorileri, çeşitli plak/kabuk teorileri vb.) çerçevesinde yapıldığı görülmektedir [6-10]. Ancak yaklaşık teoriler çerçevesinde problemlerin modellenmesi, yapı elemanlarının geometrisi, yükleme durumu ve sınır koşullarının çok özel durumlarına karşı gelen problemler için mümkün olabilmektedir. Ayrıca bu şekilde modellenen problemlerin çözümleri, kısıtlı mühendislik uygulamalarında kullanılabilir. Bu nedenle mühendislik problemlerinin, kesin teoriler çerçevesinde matematiksel modelinin yapılması ve eğer, mümkün ise analitik çözüm yöntemleri ile çözümlerinin elde edilmesi, sayısal sonuçların doğruluğu (kesin olması) açısından çok gerekli ve önemlidir.

Piezoelektrik malzemelerin özelliklerinin belirlenmesi üzerine birçok teorik ve deneysel araştırma yapılmaktadır. Yapılan araştırmalar neticesinde bu malzemelerin kullanımı artmış ve pek çok elektro-mekanik aygıtta kullanımı yaygınlaşmıştır. Örneğin, çok hassas etkilerin (basınç, sıcaklık, vb.) tespit edilmesinde piezoelektrik malzemelerden yapılmış sensörlerden

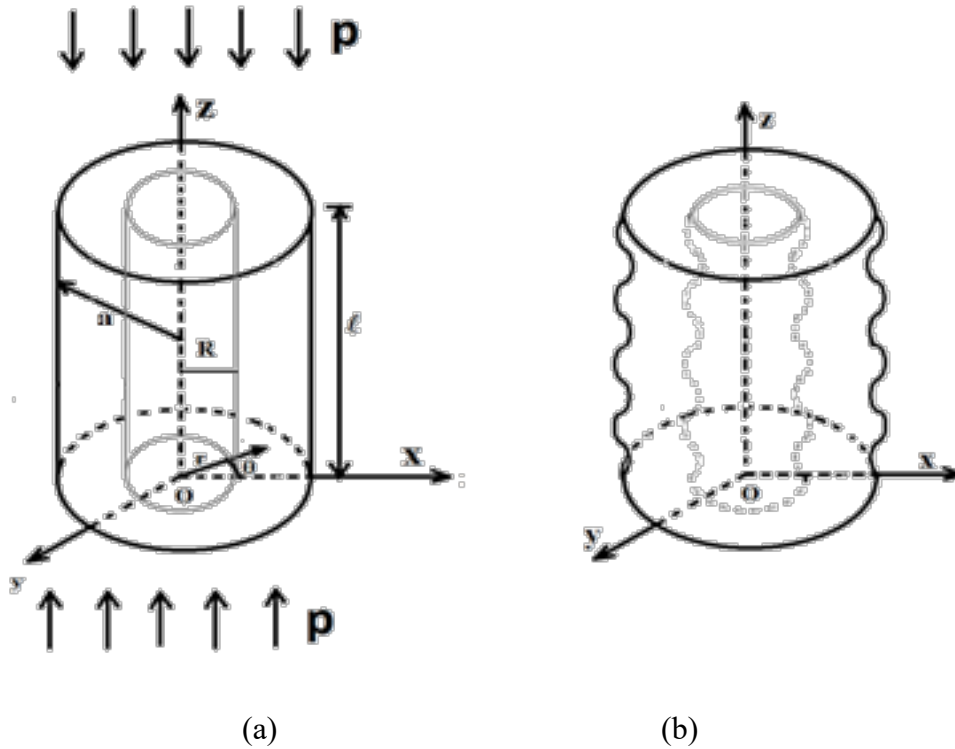
yararlanılmaktadır [11]. Ayrıca, piezoelektrik malzemeler yardımıyla elektrik üretilmesi (elektrik hasatı), bu malzemelerin diğer önemli kullanım alanlarından [12-13].

Bu malzemeden yapılmış yapı elemanlarının kendine has problemlerinin öğrenilmesi, teorik ve uygulama alanındaki bilgi birikimine katkı ile birlikte, gelecekte yapılması öngörülen mühendislik uygulamalarının başarısını artıracaktır. Bu alanda son yıllarda yapılan bilimsel araştırmaların sayısının artarak devam etmesi, bu alandaki teknolojik gelişmelerin yoğun talebini ortaya koymaktadır.

Bu çalışma, piezoelektrik malzemeden yapılmış, içi dolu dairesel silindir formundaki yapı elemanının üç boyutlu elektro-elastisite teorisinin kesin denklemleri çerçevesinde matematiksel modellenmesi ve analitik olarak bu problemlerin çözülmesi hususunda, ilk teşebbüsleri oluşturmaktadır. Bununla beraber bu çalışmada elde edilen sayısal sonuçlar, şimdiye kadar literatürde mevcut sayısal verilerin doğruluğunun veya doğruluk sınırlarının belirlenmesinde kullanılabileceği gibi bundan sonra bu alanda yapılacak araştırmalar için önemli bir bilgi birikimi sağlayacağı öngörülmektedir.

### ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Ele alınan içi dolu silindir Şekil 1’de şematik olarak verilmiştir.



Şekil 1. Yapı elemanına ait; a) yükleme durumu, b) ön eğinti formu

Şekil 1’ de uzunluğu  $l$  ve yarıçapı  $a$  olan silindir (çözüm bölgesi) verilmektedir. Bu çözüm bölgesinde sağlanan alan denklemleri, bünye denklemleri ve kinematik bağıntılar:

$$\frac{\partial t_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial t_{zr}}{\partial z} + \frac{1}{r}(t_{rr} - t_{\theta\theta}) = 0; \frac{\partial t_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r}t_{rz} + \frac{\partial t_{zz}}{\partial z} = 0; \frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{1}{r}D_r + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} t_{rr} &= \sigma_{rr} \left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r}\right) + \sigma_{rz} \frac{\partial u_r}{\partial z}; \quad t_{rz} = \sigma_{rr} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \sigma_{rz} \left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right); \quad t_{\theta\theta} = \sigma_{\theta\theta} \left(1 + \frac{u_r}{r}\right); \\ t_{zr} &= \sigma_{zr} \left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r}\right) + \sigma_{zz} \frac{\partial u_r}{\partial z}; \quad t_{zz} = \sigma_{zr} \frac{\partial u_z}{\partial r} + \sigma_{zz} \left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \\ D_r &= D_r \left(1 + \frac{\partial u_r}{\partial r}\right) + D_z \frac{\partial u_r}{\partial z}; \quad D_z = D_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + D_z \left(1 + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= C_{11}\varepsilon_{rr} + C_{12}\varepsilon_{\theta\theta} + C_{13}\varepsilon_{zz} - e_{31}E_z, \\ \sigma_{\theta\theta} &= C_{12}\varepsilon_{rr} + C_{11}\varepsilon_{\theta\theta} + C_{13}\varepsilon_{zz} - e_{31}E_z, \\ \sigma_{zz} &= C_{13}\varepsilon_{rr} + C_{13}\varepsilon_{\theta\theta} + C_{33}\varepsilon_{zz} - e_{33}E_z, \\ \sigma_{rz} &= 2C_{44}\varepsilon_{rz} - e_{15}E_r, \\ D_r &= \epsilon_{11} E_r, \\ D_z &= e_{31}\varepsilon_{rr} + e_{31}\varepsilon_{\theta\theta} + e_{33}\varepsilon_{zz} + \epsilon_{33} E_z \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} \right)^2 \right\}; \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial u_r}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right\}; \\ \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{u_r}{r} + \frac{1}{2} \left( \frac{u_r}{r} \right)^2, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 \right\}; \\ E_r &= -\frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \end{aligned} \quad (4)$$

olarak verilebilir. (1)-(4) matematiksel modeli aksel simetrik durum için verilmiştir. Ayrıca, bu denklemlerde,  $t_{rr}, t_{\theta\theta}, t_{zz}, t_{zr}$  ve  $t_{rz}$  Kirchhoff gerilme tansörü bileşenleri;  $\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{zr}$  ve  $\varepsilon_{rz}$  Green şekildeğiştirme tansörü bileşenleri;  $u_r$  ve  $u_z$  yerdeğiştirme vektörü bileşenleri;  $D_r$  ve  $D_z$  elektriksel yerdeğiştirme vektörü bileşenleri;  $E_r$  ve  $E_z$  elektriksel alan bileşenleri ve  $\phi$  elektriksel potansiyeldir. Ayrıca,  $C_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) malzemenin elastik sabitleri;  $e_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3, 5$ ) ve  $\epsilon_{ij}$  ( $i, j = 1, 3$ ) sırasıyla malzemenin piezoelektrik ve dielektrik sabitleridirler.

Probleme ait sınır koşulları;

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}|_{r=R\pm h/2} &= 0, \quad \sigma_{rz}|_{r=R\pm h/2} = 0, \quad D_z|_{r=R\pm h/2} = 0, \\ \sigma_{zz}|_{z=0, \ell} &= -p, \quad \sigma_{rz}|_{z=0, \ell} = 0, \quad \phi|_{z=0, \ell} = 0, \quad u_r|_{z=0, \ell} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

olarak alınmıştır. (1)-(5) sınırdeğer problemi, eksenel simetrik PZT silindirin, alt ve üst yüzeyinden etki eden statik düzgün yayılı basınç kuvveti etkisinde stabilite kaybını temsil etmektedir.

Şekil 1b'de yapı elemanında yüklemmeden önce var olduğu kabul edilen ön eğintinin formu, şematik olarak verilmiştir. Ön eğinti formu sinüzoidal seçilmiş olup, bu yapısal eğintilerin denklemi aşağıda verilmektedir:

$$r = R + L \sin(\alpha k t_3), \quad \alpha = \pi / \ell, \quad R = a/2 \quad (6)$$

Burada  $t_3 \in (0, \ell)$  bir parametre,  $L \ll 1$  ön eğintinin genliği ve  $k$  ön eğintide oluşan dalga sayısını göstermektedir. Ayrıca,

$$\varepsilon = \frac{L}{\ell}, \quad 0 < \varepsilon \ll \frac{1}{k\pi} \quad (7)$$

sağlayan boyutsuz küçük bir parametredir.

(1)-(5) sınırdeğer problemi, lineer olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemleri içeren bir sınırdeğer problemidir. Bu problemin çözümü, lineerleştirme yoluyla yapılır. Bu işlemler için tüm problem parametreleri (7)'de verilen  $\varepsilon$  küçük parametresine göre seriye açılır yani,

$$\begin{aligned} & \{ \sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}, \sigma_{rz}, \varepsilon_{rr}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{rz}, u_r, u_z, \phi \} = \\ & \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \left\{ \sigma_{rr}^{(i)}, \sigma_{\theta\theta}^{(i)}, \sigma_{zz}^{(i)}, \sigma_{rz}^{(i)}, \varepsilon_{rr}^{(i)}, \varepsilon_{\theta\theta}^{(i)}, \varepsilon_{zz}^{(i)}, \varepsilon_{rz}^{(i)}, u_r^{(i)}, u_z^{(i)}, \phi^{(i)} \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

ve tüm denklem ile bağıntılarda (8) uygun şekilde yerine yazılır. Daha sonra, küçük  $\varepsilon$  parametresinin derecelerine göre gruplaştırma yapılırsa, lineer kısmi türevli diferansiyel denklemleri içeren seri-sınırdeğer problemleri elde edilir yani, ele alınan lineer olmayan sınırdeğer problemleri, (8) yardımıyla lineer seri-sınırdeğer problemlerine indirgenmiş olunur. Bu seri-sınırdeğer problemlerinden ilk iki tanesi aşağıda verilmiştir.

İlk sınırdeğer problemi (sıfırıncı yaklaşım)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}^{(0)}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(0)}}{\partial z} + \frac{1}{r} (\sigma_{rr}^{(0)} - \sigma_{\theta\theta}^{(0)}) &= 0; \quad \frac{\partial \sigma_{rz}^{(0)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \sigma_{rz}^{(0)} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(0)}}{\partial z} = 0; \\ \frac{\partial D_r^{(0)}}{\partial r} + \frac{1}{r} D_r^{(0)} + \frac{\partial D_z^{(0)}}{\partial z} &= 0; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^{(0)} &= C_{11}\varepsilon_{rr}^{(0)} + C_{12}\varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} + C_{13}\varepsilon_{zz}^{(0)} - e_{31}E_z^{(0)}, \\
 \sigma_{\theta\theta}^{(0)} &= C_{12}\varepsilon_{rr}^{(0)} + C_{11}\varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} + C_{13}\varepsilon_{zz}^{(0)} - e_{31}E_z^{(0)}, \\
 \sigma_{zz}^{(0)} &= C_{13}\varepsilon_{rr}^{(0)} + C_{13}\varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} + C_{33}\varepsilon_{zz}^{(0)} - e_{33}E_z^{(0)}, \\
 \sigma_{rz}^{(0)} &= 2C_{44}\varepsilon_{rz}^{(0)} - e_{15}E_r^{(0)}, \\
 D_r^{(0)} &= \epsilon_{11} E_r^{(0)}, \\
 D_z^{(0)} &= e_{31}\varepsilon_{rr}^{(0)} + e_{31}\varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} + e_{33}\varepsilon_{zz}^{(0)} + \epsilon_{33} E_z^{(0)}
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\varepsilon_{rr}^{(0)} = \frac{\partial u_r^{(0)}}{\partial r}; \varepsilon_{\theta\theta}^{(0)} = \frac{u_r^{(0)}}{r}, \varepsilon_{zz}^{(0)} = \frac{\partial u_z^{(0)}}{\partial z}; \varepsilon_{rz}^{(1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r^{(0)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(0)}}{\partial r} \right); \tag{11}$$

$$E_r^{(0)} = -\frac{\partial \phi^{(0)}}{\partial r}; E_z^{(0)} = -\frac{\partial \phi^{(0)}}{\partial z}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^{(0)} \Big|_{r=R \pm h/2} &= 0, \sigma_{rz}^{(0)} \Big|_{r=R \pm h/2} = 0, \\
 \sigma_{zz}^{(0)} \Big|_{z=0, \ell} &= -p, \sigma_{rz}^{(0)} \Big|_{z=0, \ell} = 0, \\
 D_z^{(0)} \Big|_{r=R \pm h/2} &= 0, \phi^{(0)} \Big|_{z=0, \ell} = 0
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$u_r^{(0)} \Big|_{z=0, \ell} = 0. \tag{13}$$

İkinci sınırdeğer problemi (birinci yaklaşım):

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^{(1)}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}^{(1)}}{\partial z} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr}^{(1)} - \sigma_{\theta\theta}^{(1)}) + \sigma_{zz}^{(0)} \frac{\partial^2 u_r^{(1)}}{\partial z^2} = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}^{(1)}}{\partial r} + \frac{1}{r}\sigma_{rz}^{(1)} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(1)}}{\partial z} + \sigma_{zz}^{(0)} \frac{\partial^2 u_z^{(1)}}{\partial z^2} = 0;$$

$$\frac{\partial D_\alpha^{(1)}}{\partial r} + \frac{1}{r}D_\alpha^{(1)} + \frac{\partial D_\beta^{(1)}}{\partial z} = 0;$$

$$D_\alpha^{(1)} = D_r^{(1)} + D_r^{(0)} \frac{\partial u_r^{(1)}}{\partial r} + D_z^{(0)} \frac{\partial u_r^{(1)}}{\partial z}; D_\beta^{(1)} = D_z^{(1)} + D_z^{(0)} \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial r} + D_z^{(0)} \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial z} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^{(1)} &= C_{11}\varepsilon_{rr}^{(1)} + C_{12}\varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} + C_{13}\varepsilon_{zz}^{(1)} - e_{31}E_z^{(1)}, \\
 \sigma_{\theta\theta}^{(1)} &= C_{12}\varepsilon_{rr}^{(1)} + C_{11}\varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} + C_{13}\varepsilon_{zz}^{(1)} - e_{31}E_z^{(1)}, \\
 \sigma_{zz}^{(1)} &= C_{13}\varepsilon_{rr}^{(1)} + C_{13}\varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} + C_{33}\varepsilon_{zz}^{(1)} - e_{33}E_z^{(1)}, \\
 \sigma_{rz}^{(1)} &= 2C_{44}\varepsilon_{rz}^{(1)} - e_{15}E_r^{(1)}, \\
 D_r^{(1)} &= \epsilon_{11} E_r^{(1)}, \\
 D_z^{(1)} &= e_{31}\varepsilon_{rr}^{(1)} + e_{31}\varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} + e_{33}\varepsilon_{zz}^{(1)} + \epsilon_{33} E_z^{(1)}
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{rr}^{(1)} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}; \varepsilon_{rz}^{(1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right); \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} = \frac{u_r}{r}, \varepsilon_{zz}^{(1)} = \frac{\partial u_z}{\partial z}; \\
 E_r^{(1)} &= -\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial r}; E_z^{(1)} = -\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial z}
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^{(1)} \Big|_{r=R\pm h/2} &= 0, \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{r=R\pm h/2} = \sigma_{zz}^{(0)} \frac{m\pi}{\ell} \cos\left(\frac{m\pi z}{\ell}\right), \\
 \left( \sigma_{zz}^{(1)} + \sigma_{zz}^{(0)} \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial z} \right) \Big|_{z=0,\ell} &= 0, \sigma_{rz}^{(1)} \Big|_{z=0,\ell} = 0,
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$D_z^{(1)} \Big|_{r=R\pm h/2} = 0, \phi^{(1)} \Big|_{z=0,\ell} = 0$$

$$u_r^{(1)} \Big|_{z=0,\ell} = 0 \tag{18}$$

şeklinde verilebilir. Benzer şekilde üçüncü ve sonraki sınırdeğer problemleri de belirlenebilir [1]. Belirtelim ki, seri-sınırdeğer problemlerinde yer alan her bir sınırdeğer problemi, kendinden önceki tüm sınırdeğer problemlerine ait büyüklükleri içermektedir. Örneğin ikinci sınırdeğer probleminde ((14)-(18)) bulunan üst indis (0)'lı büyüklükler, ilk sınırdeğer problemine ((9)-(13)) ait büyüklükleri göstermektedir. Ayrıca belirtelim ki (3), (10) ve (15) verilen bünye denklemleri, PZT malzemenin polarizasyon yönü Oz olması durumu için verilmiştir. Farklı polarizasyon doğrultuları için bu denklemlerdeki katsayıların değerleri/dağılımı değişecektir [10].

Bu çalışmanın amacı, ele alınan piezoelektrik silindirin Çin feneri tipi stabilite kaybına sebep olan kritik kuvvetin belirlenmesi olduğundan, bu kritik değer belirlenmesi için (9)-(13) ve (14)-(18) sınırdeğer problemlerinin çözülmesi yeterlidir [1, 3, 4] ve belirtilen sınırdeğer problemlerinin çözümü analitik olarak belirlenecektir.

Sıfırıncı yaklaşımın çözümü, elde edilen (9)-(13) matematiksel modeli çerçevesinde

$$\sigma_{zz}^{(0)} = -p, \sigma_{ij}^{(0)} = 0, (ij) = rr, \theta\theta, rz \quad (19)$$

bulunur [1]. (19) sınır koşulları (9)-(11) denklemlerinde göz önüne alınırsa, yer değiştirme ve elektrik potansiyel fonksiyonları,

$$u_r^{(0)} = A_1 r + A_2, u_z^{(0)} = B_1 z + B_2, \phi^{(0)} = C_1 z + C_2 \quad (20)$$

olur [1]. (20)'de  $A_i, B_i$  ve  $C_i$  ( $i = 1, 2$ ) sabit katsayılarıdır. (19) ve (20) çerçevesinde,

$$E_r^{(0)} = 0, E_z^{(0)} = C_1, D_r^{(0)} = 0, D_z^{(0)} = (2e_{31} + \alpha_1 e_{33} + \epsilon_{33} \beta_1) K + e_{33} \alpha_2 + \epsilon_{33} \beta_2 \quad (21)$$

değerleri belirlenir [3]. (21) de  $K, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1$  ve  $\beta_2$  sabitlerdir. (20) ve (21) dahil olan tüm sabitler uygun işlemler yardımıyla (9)-(11) denklemlerinden belirlenir. Dolayısıyla (9)-(13) sıfırcı yaklaşımına ait problemin çözümü analitik olarak belirlenmiş olur.

(14)-(18) sınırdeğer probleminin çözümü Legendre polinomları serisi yardımıyla analitik olarak belirlenecektir. Öncelikle stabilite kaybı inceleneceğinden dolayı,  $r = R \mp a/2$  sınırında verilen (17) sınır koşulları homojen sınır koşulları ile yer değiştirilir ve bu sınır koşullarının otomatik olarak sağlanması için

$$\Pi(r) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{4\pi(r-b)}{a-b} \right), & r \in \left[ b, \frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{4} \right] \cup \left[ \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{4}, a \right] \\ 1, & r \in \left[ \frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{4}, \frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{4} \right] \\ 0 & r < b \text{ ve } r > a \end{cases} \quad (22)$$

şeklinde tanımlanan  $\Pi(r)$  pencere fonksiyonu dahil edilerek, bu fonksiyon malzemeyi temsil eden tüm büyüklüklere

$$C_{ij} = C_{ij} \Pi(r), e_{ij} = e_{ij} \Pi(r), \epsilon_{ij} = \epsilon_{ij} \Pi(r) \quad (23)$$

dahil edilir. Aranılan büyüklükler çarpanlara ayırma tekniği yardımıyla

$$u_r^{(1)} = f_r(r) \sin kz, u_z^{(1)} = f_z(r) \cos kz, \phi^{(1)} = f_\phi(r) \cos kz \quad (24)$$

ifade edilir. (24) de  $k = n\pi/\ell$  ve

$$f_r = \sum_{m=0}^N \alpha_m \sqrt{2m+1} P_m(r), f_z = \sum_{m=0}^N \beta_m \sqrt{2m+1} P_m(r), f_\phi = \sum_{m=0}^N \gamma_m \sqrt{2m+1} P_m(r) \quad (25)$$

şeklinde seçilir [13]. (25)'de  $P_m(r)$ ,  $m$ . dereceden Legendre polinomudur. (23)-(25) ifadeleri (14)-(16) diferansiyel denklemlerinde yerine yazılır ve bilinmeyen  $f_r(r), f_z(r)$  ve  $f_\phi(r)$  fonksiyonlara göre elde edilmiş adi türevli diferansiyel denklemler bulunur. Her bir diferansiyel denklem,  $m = 0, 1, 2, \dots, N$  için sırayla  $\sqrt{2m+1} P_m(r)$  legendre polinomu ile çarpılır ve  $r \in (0, a)$  aralığında integre edilerek,  $\alpha_m, \beta_m$  ve  $\gamma_m$  bilinmeyen sabitlere göre düzenlenmiş lineer denklem sistemi

$$Au = 0. \quad (26)$$

bulunur. (26) da  $u$  vektörü,  $m = 0, 1, 2, \dots, N$  için  $[\alpha_m, \beta_m, \gamma_m]^t$  bilinmeyen katsayıları içermektedir. Aranılan kritik parametre değeri  $|A| = 0$  'dan belirlenir.

### SAYISAL SONUÇLAR

Bu çalışma kapsamında sayısal hesaplamalarda kullanılan piezoelektrik malzemelere ait malzeme sabitleri Çizelge 1'de verilmiştir.

Çizelge 1. Seçilen PZT malzemelerin mekanik, piezoelektrik ve dielektrik sabitleri

Malzemeler [10]	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{66}$	$e_{31}$	$e_{33}$	$\epsilon_{15}$	$\epsilon_{11}$	$\epsilon_{33}$
PZT-5H	12.6	7.91	8.39	11.7	2.30	2.35	-6.5	23.3	17.0	1.505	1.302
PZT-4	13.9	7.78	7.40	11.5	2.56	3.06	-5.2	15.1	12.7	0.646	0.562
BaTiO <sub>3</sub>	15.0	6.53	6.62	14.6	4.39	4.24	-4.3	17.5	11.4	0.987	1.116
	$\times 10^{10} \text{ N/m}^2$						$\text{C/m}^2$		$\times 10^{-8} \text{ C/Vm}$		

Ele alınan problem, öncelikle silindir malzemesi izotrop malzeme seçilerek, kritik değerler elde edilmiştir. (3) de verilen bünye denklemlerinde  $C_{11} = C_{22} = C_{33} = \lambda + 2\mu$ ,  $C_{12} = C_{13} = C_{23} = \lambda$ ,  $C_{55} = \lambda$  seçilmiştir. Burada  $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)}$  ve  $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$  Lamé sabitleri,  $E$  Young modülü ve  $\nu$  Poisson sabitidir.

Çizelge 2.  $a/\ell = 0.1$  ve Legendre serisinden ele alınan terim sayısı  $N$  (25) için  $p_{cr}/E$  değerleri ( $\nu = 0.3, k = 1$ )

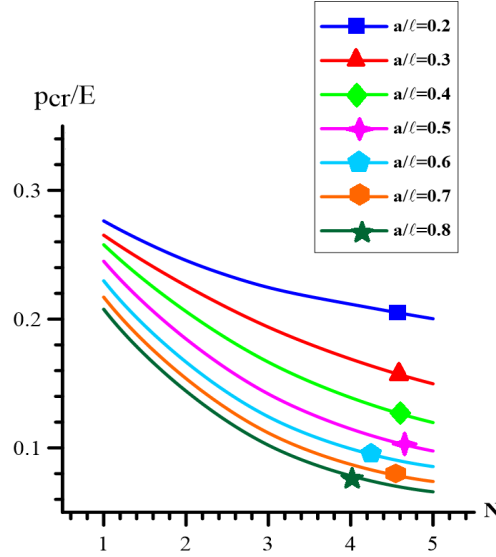
N=1	N=3	N=5	N=10	N=20
0.3905	0.3781	0.3766	0.3746	0.3715

Çizelge 3.  $a/\ell = 0.2$  ve Legendre serisinden ele alınan terim sayısı  $N$  (25) için  $p_{cr}/E$  değerleri ( $\nu = 0.3, k = 1$ )

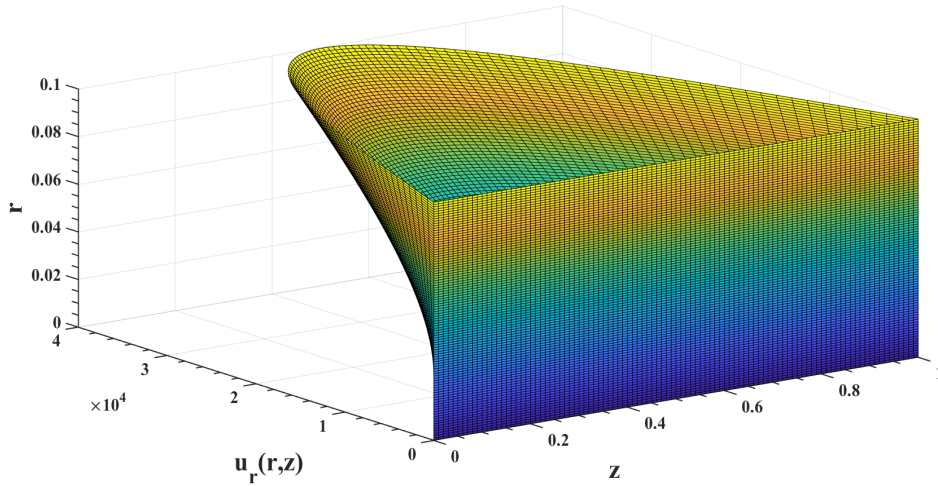
N=1	N=2	N=3	N=4	N=5	N=6	N=7	N=10
0.2763	0.2756	0.2246	0.2116	0.2003	0.1952	0.1905	0.1872

Çizelge 2 ve Çizelge 3 'de  $\nu = 0.3, k = 1$  olmak üzere  $a/\ell = 0.1$  ve  $a/\ell = 0.2$  için  $p_{cr}/E$  kritik kuvvet değerleri yer almaktadır. Bu çizelgedeki değerlere göre (25) 'te verilen seri açılımlarında  $N$  değerinin artması ile birlikte ele aldığımız silindirde, stabilite kaybına sebep olan kritik kuvvet değerlerinin azaldığı ve belirli bir asimptoda yaklaştığı görülmektedir.

Şekil 2'de farklı silindir yarıçap değerleri için  $N$  değişimine ait grafikler verilmektedir. Bu şekildeki grafiklerden, silindirin stabilite kaybına sebep olan kritik kuvvet değerlerinin yarıçap ( $a/\ell$ ) arttıkça azaldığı ve her bir  $a/\ell$  için belirli bir asimptoda gittiği görülmektedir. Bu sonuçlar bilinen mekaniksel ve fiziksel görüşler ile uyumludur.



Şekil 2. Farklı  $a/\ell$  ve  $N$  (25) değerleri için  $p_{cr}/E$  kritik kuvvet değerleri ( $\nu = 0.3, k = 1$ )



Şekil 3. Bir kesitte  $|u_r(r,z)|$  yerdeğiştirme grafiği (silindirin stabilite kaybı formu) ( $a/\ell = 0.1$ ,  $N=1$ ,  $0 < r/\ell \leq a/\ell$ ,  $0 < z/\ell \leq 1$  ve  $p < p_{cr}/E (= 0.3905)$  ( $\nu = 0.3, k = 1$ ))

Şekil 3'te,  $a/\ell = 0.1$ ,  $N = 1$ ,  $k = 1$  ve  $p < p_{cr}/E = 0.3905$  için silindire ait bir kesitte (yani,  $0 < r/\ell \leq a/\ell$ ,  $0 < z/\ell \leq 1$  için) stabilite kaybı formu gösterilmektedir.

Bu çalışmada ele alınan problemler ile çözüm tekniğinin açıklanması ve silindir malzemesinin izotrop malzeme olması durumu için elde edilen sayısal sonuçlar ile bu sayısal sonuçların yorumları yukarıda detaylı olarak verilmiştir. Yukarıda verilenler, kullanılan çözüm tekniğinin uygulanması (öğrenilmesi) ve kabul edilebilir sayısal sonuçların elde edilmesi çabalarını içermekte olup verilen çözüm tekniğinin, asıl araştırmaya konu olan PZT silindirlerin Çin feneri tipi stabilite kaybı problemlerinin çözümüne uygulanabileceğine ait önemli bir aşamasını oluşturmaktadır. Çalışmanın ikinci safhası yani, yapı elemanı malzemesinin farklı PZT malzemeler için Çin feneri tipi stabilite kaybına sebep olan kritik dış kuvvetinin belirlenmesine ve analizine dair sonuçlar da aşağıda verilmiştir.

Elektro-mekanik bağlaşımının (etkileşiminin) kritik dış kuvvet değerinin üzerindeki etkisinin belirlenmesi için sayısal sonuçlar iki durumda elde edilmiştir.

**Durum 1.** PZT malzemenin dielektrik ve piezoelektrik sabitlerinin sıfıra eşit olması, yani  $e_{ij} = \varepsilon_{ij} = 0$ .

**Durum 2.** PZT malzemenin dielektrik ve piezoelektrik sabitlerinin sıfırdan farklı olması, yani  $e_{ij} \neq 0, \varepsilon_{ij} \neq 0$ .

Çizelge 4 'te  $k=1$  olmak üzere silindir malzemesinin PZT-5H seçilmesi durumunda  $a/\ell=0.1$  ve  $a/\ell=0.2$  için  $p_{cr}/C_{44}^{\text{PZT-5H}}$  kritik kuvvet değerleri yer almaktadır. Bu çizelgedeki değerlere göre (25) 'te verilen seri açılımlarında N değerinin artması ile birlikte ele aldığımız silindirde, silindir malzemesinin izotrop malzeme alınması durumunda olduğu gibi stabilite kaybına sebep olan kritik kuvvet değerlerinin azaldığı ve bir asimptoda yaklaştığı görülmektedir. Ayrıca silindirin stabilite kaybına sebep olan kritik kuvvet değerlerinin yarıçap ( $a/\ell$ ) arttıkça azaldığı ve elektromekanik etkileşim ile arttığı görülmektedir. Yani, Durum 2 için elde edilen kritik dış kuvvet değerleri Durum 1 için elde edilen değerlerden her zaman daha büyük kalmaktadır.

Çizelge 4. Yapı malzemesinin PZT-5H seçilmesi durumunda farklı  $a/\ell$  değerleri ve Legendre serisinden ele alınan terim sayısı N (25) için  $p_{cr}/C_{44}^{\text{PZT-5H}}$  değerleri ( $k=1$ )

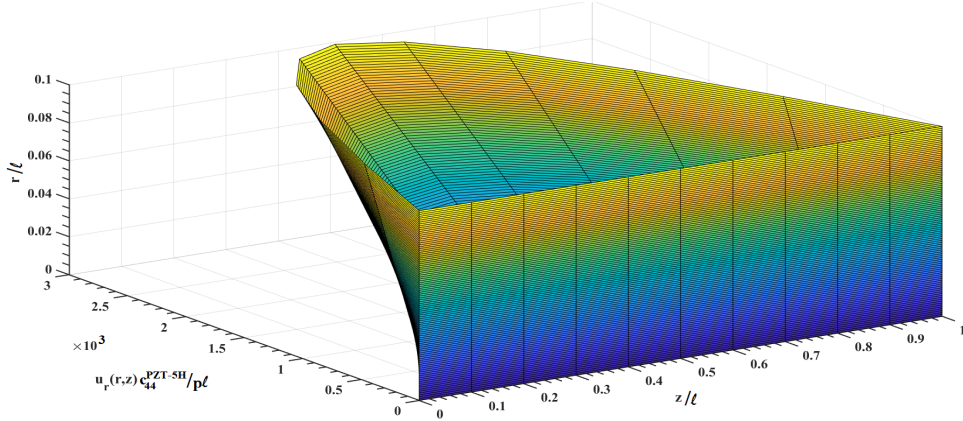
$a/\ell$	Durum 1						
	Durum 2						
	N=1	N=2	N=4	N=7	N=8	N=9	N=10
0.1	$\frac{0.5089}{0.7816}$	$\frac{0.5006}{0.7684}$	$\frac{0.4560}{0.7233}$	$\frac{0.4506}{0.6828}$	$\frac{0.4506}{0.6753}$	$\frac{0.4506}{0.6699}$	$\frac{0.4506}{0.6692}$
	0.2	$\frac{0.4641}{0.6927}$	$\frac{0.4595}{0.6623}$	$\frac{0.3957}{0.6165}$	$\frac{0.3477}{0.5672}$	$\frac{0.3337}{0.5627}$	$\frac{0.3287}{0.5591}$

Çizelge 5. Yapı malzemesinin farklı PZT seçilmesi durumunda ve farklı  $a/\ell$  değerleri için Legendre serisinden ele alınan terim sayısı N=10 olmak üzere  $p_{cr}/C_{44}^j$  değerleri ( $k=1$ )

$a/\ell$	Durum 1		
	Durum 2		
	j=PZT-5H	j=PZT-4	j=BaTiO <sub>3</sub>
0.1	$\frac{0.4506}{0.6692}$	$\frac{0.4384}{0.6347}$	$\frac{0.2006}{0.3979}$
	0.2	$\frac{0.3283}{0.5578}$	$\frac{0.3099}{0.5272}$
0.3	$\frac{0.2412}{0.5088}$	$\frac{0.2260}{0.4809}$	$\frac{0.0661}{0.1872}$

Çizelge 5'te silindir malzemesinin farklı PZT seçilmesi durumunda farklı yarıçap değerleri için  $p_{cr} / C_{44}^j$  (j PZT malzemenin cinsini göstermektedir) kritik kuvvet değerleri yer almaktadır. Bu çizelgeye göre silindirin stabilite kaybına sebep olan kritik kuvvet değerlerinin farklı PZT malzemeler için de yarıçap ( $a/l$ ) arttıkça azaldığı ve elektromekanik etkileşim ile arttığı görülmektedir. Buna ek olarak aşağıdaki eşitsizliğin sağlandığı elde edilmiştir.

$$p_{cr} / C_{44}^{\text{PZT-5H}} > p_{cr} / C_{44}^{\text{PZT-4}} > p_{cr} / C_{44}^{\text{BaTiO}_3} \quad (27)$$



Şekil 4. Bir kesitte  $|u_r(r,z)|$  yerdeğiştirme grafiği (silindirin stabilite kaybı formu) ( $a/l = 0.1$ ,  $N=10$ ,  $0 < r/l \leq a/l$ ,  $0 < z/l \leq 1$  ve  $p < p_{cr} / c_{44}^{\text{PZT-5H}}$  ( $= 0.6692$ ) ( $k = 1$ ))

Şekil 4'te,  $a/l = 0.1$ ,  $N = 1$ ,  $k = 1$  ve  $p < p_{cr} / c_{44}^{\text{PZT-5H}}$  ( $= 0.6692$ ) için yapı malzemesi PZT-5H olan silindire ait bir kesitte (yani,  $0 < r/l \leq a/l$ ,  $0 < z/l \leq 1$  için) stabilite kaybı formu gösterilmektedir. Buradan görülmektedir ki, silindirin bu formu, Şekil 3'te (izotrop malzemenin yapı silindirin yerdeğiştirme grafiği) de olduğu gibi ön eğinti formu ile (Şekil 1b) benzerlik gösterdiği tespit edilmiştir.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, her iki ucundan düzgün yayılı aksenal basınç kuvveti etkisindeki silindirin, Çin feneri tipi stabilite kaybı problemi ele alınmıştır. Silindirin, izotrop (alüminyum) veya piezoelektrik (PZT) malzemenin yapıldığı ve uzun eksenini boyunca kesit alanının dairesel olduğu kabul edilmiştir. Çalışmanın amacı, ele alınan silindirin Çin feneri tipi stabilite kaybına sebep olan kritik dış kuvvetin geliştirilen analitik çözüm tekniği ile belirlenmesidir. Buna göre elde edilen sayısal sonuçlara aşağıdaki maddeler yazılabilir:

- Legendre serisinden ele alınan terim sayısı arttıkça sayısal sonuçlar azalmakta ve belirli bir değere yakınsamaktadır.
- Silindirin yarıçapı arttıkça silindirde stabilite kaybına sebep olan kritik dış kuvvet değeri azalmaktadır.
- Yapı malzemesi PZT olduğunda silindirin stabilite kaybına yol açan kritik kuvvet değerleri elektromekanik etkileşim ile artmaktadır, yani  $p_{cr}^{\text{Durum 2}} / C_{44}^{\text{PZT}} > p_{cr}^{\text{Durum 1}} / C_{44}^{\text{PZT}}$ .
- Yapı malzemesi farklı PZT olduğunda silindirin stabilite kaybına yol açan kritik kuvvet değerleri  $p_{cr} / C_{44}^{\text{PZT-5H}} > p_{cr} / C_{44}^{\text{PZT-4}} > p_{cr} / C_{44}^{\text{BaTiO}_3}$  eşitsizliğini sağlamaktadır.

**Teşekkür.** Bu çalışma Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından FBA-2024-6604 nolu proje kapsamında desteklenmiştir.

## KAYNAKLAR

- [1] S.D. Akbarov, *Stability Loss and Buckling Delamination: Three-Dimensional Linearized Approach for Elastic and Viscoelastic Composites*, Springer, Heidelberg, New York, 2013.
- [2] S.D. Akbarov, S. Karakaya, 3D analyses of the global stability loss of the circular hollow cylinder made from viscoelastic composite material, *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 33, 48-66, 2012. doi:10.1016/j.euromechsol.2011.11.005.
- [3] Ü. Yeşil, F. Aylıkçı ve N. Yahnioğlu, Dairesel Piezoelektrik Silindirin Eksenel Basınç Altında Çin Feneri Tipi Stabilite Kaybının Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Analizi, Yüksek Öğretim Kurumu Projesi (YTÜ), Proje No: FBA-2023-5998.
- [4] F. Aylıkçı, S.D. Akbarov, N. Yahnioğlu, Buckling delamination of a PZT/Metal/PZT sandwich rectangular thick plate containing interface inner band cracks. *Composite Structures*, 202,9-16, 2018. doi: 10.1016/j.compstruct.2017.09.106.
- [5] Gautschi G. Piezoelectric Sensorics: Force, Strain, Pressure, Acceleration and Acoustic Emission sensors Materials and Amplifiers. Springer, 2002.
- [6] A. Szekrényes, Stability of delaminated composite beams subjected to retarded periodic follower force. *Archive of Applied Mechanics*, 93(11), 4197-4216, 2023.
- [7] M.E. Torki, J.N. Reddy, Buckling of functionally-graded beams with partially delaminated piezoelectric layers. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 16(03), 1450104, 2016.
- [8] C. Chen, S. Li, L. Dai, C. Qian, C., Buckling and stability analysis of a piezoelectric viscoelastic nanobeam subjected to van der Waals forces. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 19(5), 1626-1637, 2014.
- [9] M. Nasihatgozar, V. Daghigh, M. Eskandari, K. Nikbin, A. Simoneau, Buckling analysis of piezoelectric cylindrical composite panels reinforced with carbon nanotubes. *International Journal of Mechanical Sciences*, 107, 69-79, 2016
- [10] J. Yang, *An Introduction to the Theory of Piezoelectricity*, Springer, 2004.
- [11] S.R. Anton, H.A. Sodano, A Review of power harvesting using piezoelectric materials, *Smart Materials and Structures*, 16 (3): R1. (2007)
- [12] Z. Yang, S. Zhou, J. Zu, D. Inman, High-performance piezoelectric energy harvesters and their applications, *Joule*, 2 (4):642-697 (2018)
- [13] J. Yu, J.E. Lefebvre, Y.Q. Guo, Free-ultrasonic waves in multilayered piezoelectric plates: An improvement of the Legendre polynomial approach for multilayered structures with very dissimilar materials. *Composites: Part B*, 51 260-269, 2013.



## YANGINA MARUZ KALAN BETONARME KOLONLARIN DAYANIMI ÜZERİNDE YANGIN ETKİME YÜZEYLERİNİN ETKİSİ

Hakan Erdem<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Niğde

### ABSTRACT

In this study, calculations were made to show the effect of fire effect surfaces on the strength of a reinforced concrete column exposed to fire, and comparisons were made for different cases. In the calculations, a column with two opposite sides in contact with the wall and the other sides exposed to fire was used by changing the fire effect surfaces. The relation given in ISO834 was used to calculate the time-dependent high temperatures that will occur on the column surfaces due to fire, the finite difference method was used to calculate the temperatures that will occur in the section divided into finite elements, and the relations given in Eurocode2 were used to calculate the material strength losses of each part in the section. The bearing capacities  $N-M$  values of the columns were calculated for different fire durations and a selected neutral axis value. It was observed that the increase in temperature negatively affected the material strengths and bearing capacities, the reinforcements on the edges where the wall was located were less affected by temperature changes and accordingly the loss in the bearing capacity of the reinforcements here was less than the loss in the concrete cross-section area.

Keywords: high temperature; moment capacity; axial force capacity.

### ÖZET

Bu çalışmada, yangına maruz kalan bir betonarme kolonun dayanımında yangın etkime yüzeylerinin etkisini göstermek için hesaplamalar yapılmış ve farklı durumlar için karşılaştırmalar yapılmıştır. Hesaplamalarda karşılıklı iki kenarı duvara temas eden, diğer kenarları ise yangına maruz kalan bir kolon, yangın etki eden yüzeyleri değiştirilerek kullanılmıştır. Yangın nedeniyle kolon yüzeylerinde oluşacak zamana bağlı yüksek sıcaklıkların hesabında ISO834’de verilen bağıntı, sonlu elemanlara bölünen kesit içerisinde oluşacak sıcaklıkların hesabında sonlu farklar yöntemi, kesit içerisindeki her bir parçanın malzeme dayanımındaki kayıpların hesabında ise Eurocode2’de verilen bağıntılar kullanılmıştır. Farklı yangın süreleri ve seçilen bir tarafsız eksen değeri için kolonların taşıma kapasiteleri  $N - M$  değerleri hesaplanmıştır. Sıcaklığın artmasının malzeme dayanımlarını ve taşıma kapasitelerini olumsuz etkilediği, duvarın olduğu kenarlardaki donatıların sıcaklık

değişimlerinden daha az etkilendiği ve buna bağlı olarak buradaki donatıların taşıma kapasitelerindeki kaybın beton kesit alanındaki kayba göre daha az olduğu gözlenmiştir.

Anahtar kelimeler: yüksek sıcaklık; moment kapasitesi; eksenel kuvvet kapasitesi.

## GİRİŞ

Elektrik tesisatlarındaki arızalar, dikkatsizlik gibi farklı nedenler nedeniyle betonarme yapılarda yangınlar meydana gelebilmektedir. Yangın nedeniyle yapı içerisinde yüksek sıcaklıklar meydana gelmekte, bunun sonucunda diğer taşıyıcı elemanlar gibi kolonlarda bu sıcaklıklara maruz kalabilmektedir. Sıcaklık artışı betonarme yapı malzemesini de olumsuz etkilemekte ve dayanım kayıpları meydana gelmektedir. Malzeme kayıpları sonucunda kolonun eksenel kuvvet ve moment taşıma kapasitelerinde de büyük miktarda azalmalara neden olmaktadır. Örneğin, Bolu Kartalkaya Kayak merkezindeki bir otelde 21 Ocak 2025 tarihinde çıkan yangında, 78 kişi hayatını kaybetmiş ve yapıyı oluşturan betonarme taşıyıcı elemanlarda dayanım kayıpları meydana gelmiş, yapı kullanılamaz duruma gelmiştir. 27 Mart 2025 tarihinde Bursa'nın Uludağ ilçesinde çıkan bir yangında da can kayıpları meydana gelmiş, yapı büyük hasar görmüştür. Dünyanın değişik yerlerinde de ölümcül ve yapısal hasarlara neden olmuş yangın haberleri mevcuttur. Bunlardan bazıları, 1906 San Francisco, 1994 Northridge, 1995 Kobe ve 2011 Kesennuma depremleri sonrası çıkan yangınlardır. Bu nedenle yangının betonarme yapı elemanları üzerindeki etkisinin incelenmesi, gerekli tedbir önerilerinin ortaya konulması açısından önemli olmaktadır.

Zeybek yaptığı tez çalışmasında, betonarme kolonların yangın koşullarında tasarımını ve kontrolünü incelemiştir [1]. Güvenç ise yaptığı tez çalışmasında, yangın nedeniyle yüksek sıcaklık etkisinde kalan betonarme kolonları incelemiştir. Yangının farklı etkiye biçimleri için, farklı tarafsız eksen değerleri ve farklı sıcaklıklar seçilerek karşılıklı etki diyagramları oluşturulmuş, elde edilen sonuçlar üzerinden değerlendirmelerde bulunulmuştur [2]. Erdem ve Güvenç, yangın etkiye süresine göre, yangına maruz kalan betonarme kolon kesiti içinde oluşan sıcaklığı, beton-donatı malzeme dayanım katsayılarındaki değişimi, eksenel kuvvet ve moment kapasitelerindeki değişimi incelemişlerdir [3].

Bu çalışmada, yangın nedeniyle ortaya çıkan yüksek sıcaklığın betonarme kolonun taşıma gücü kapasitesine etkisi iki farklı yangın etkiye yüzeyi seçilerek incelenmiştir. Yüzeylerin kenarlarının izole olmasının ya da yangına maruz kalmasının sonuçları nasıl etkilediği gösterilmek istenmiştir. İzole kenarların kolonun duvara temas eden yüzeyler olduğu ve tamamen bu kenarların sıcaklık artışından etkilenmediği kabul edilmiştir. Bunun için önce kesit içindeki sıcaklık değerleri ile malzeme dayanımlarındaki değişimler, sonrasında da seçilen tarafsız eksen değeri için taşıma kapasiteleri hesaplanmıştır. Farklı yangın etkiye süreleri için tüm kesitte ve donatılarda oluşan ortalama sıcaklıklar, beton ve donatıların dayanımlarındaki değişim, basınç bölgesindeki beton kesitte oluşan basınç kuvvetlerinin bileşkesi, donatılarda oluşan kuvvetlerin bileşkesi, basınç bölgesinde oluşan kuvvetlerin bileşkesi ve donatılarda oluşan kuvvetlerin kolon eksenine göre moment değerleri ve toplam değerleri için karşılaştırmalar yapılmıştır. Kullanılan beton ve donatının özelliklerinin bozulmasının taşıma kapasiteleri üzerinde olumsuz bir etkiye sebep olduğu, donatıların yüzeye yakın olması ve bu yüzeylerin izole olmaması durumunda donatıların taşıma gücüne katkısının ortadan kaybolduğu görülmüştür.

## FORMÜLASYON

### Yangın Süresi-Sıcaklık Bağıntısı

ISO834'de verilen yangın etkime süresi- sıcaklık bağıntısı kullanılarak zamana bağlı sıcaklık hesaplanabilmektedir:

$$T = 345 \log_{10}(8t + 1) + T_a \text{ } ^\circ\text{C}$$

Burada,  $T_a$   $^\circ\text{C}$  cinsinden sıcaklığı,  $t$  ise dakika cinsinden yangın etkime süresini göstermektedir.

### Isı İletimi

Isı üretiminin olmadığı, iki boyutlu, sürekli rejim ve sabit ısı iletim katsayısı için bu bağıntı,

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

şeklinde elde edilir.

Sonlu elemanlar yöntemiyle çözümden, çözüm alanı alt bölgelere ayrılır. Düğüm noktaları sırasıyla  $m$  ve  $n$  indisleri ile gösterilir. Sayısal olarak sıcaklık dağılımının bulunması, sıcaklıkları belli olmayan her düğüm noktasında uygun denge eşitliğinin yazılmasını gerektirir. Böylece  $m$ ,  $n$  noktası için gerçekte bir diferansiyel denklem olan ısı denklemi yaklaşık olan cebirsel eşitliğe indirgenir.

$$T_{m,n+1} + T_{m,n-1} + T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 4T_{m,n} = 0$$

### Malzeme Dayanımları

Yüksek sıcaklığa maruz kalan betonun basınç dayanımı  $\sigma_{cT}$ ,  $k_c$  katsayısı kullanılarak, hesaplanabilir.

$$\frac{\sigma_{cT}}{\sigma_{c20^\circ\text{C}}} = k_c$$

$$\begin{aligned} k_c &= 1 & T &\leq 100 \\ k_c &= (1.067 - 0.00067T) & 100 &\leq T \leq 400 \\ k_c &= (1.44 - 0.0016T) & 400 &\leq T \leq 900 \\ k_c &= 0 & 900 &\leq T \end{aligned}$$

Burada  $\sigma_{c20^\circ\text{C}}$  normal ortam sıcaklığındaki beton basınç dayanımıdır.

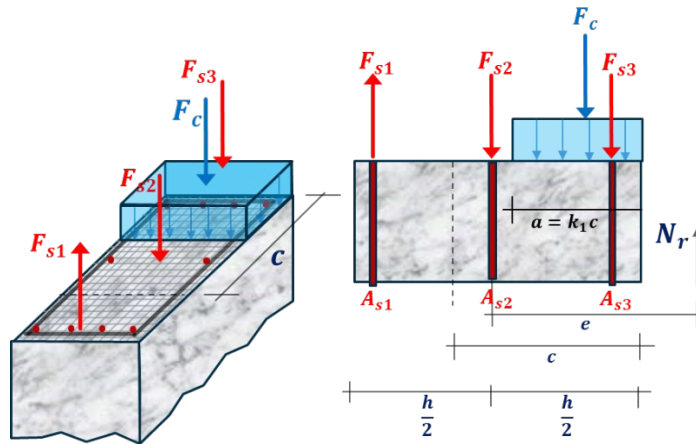
Yüksek sıcaklığa maruz kalan donatının basınç dayanımı  $\sigma_{sT}$ ,  $k_s$  katsayısı kullanılarak, hesaplanabilir.

$$\frac{\sigma_{sT}}{\sigma_{s20^\circ\text{C}}} = k_s$$

$$\begin{aligned} k_s &= 1 & T &\leq 350 \\ k_s &= 1.899 - 0.00257T & 350 &\leq T \leq 700 \\ k_s &= 0.24 - 0.0002T & 700 &\leq T \leq 1200 \\ k_s &= 0 & 1200 &\leq T \end{aligned}$$

Burada  $\sigma_{s20^\circ\text{C}}$   $20^\circ\text{C}$  deki donatının akma dayanımıdır.

## Bir Doğrultuda Bileşik Eğilmeli Kolonun Taşıma Kapasitesi



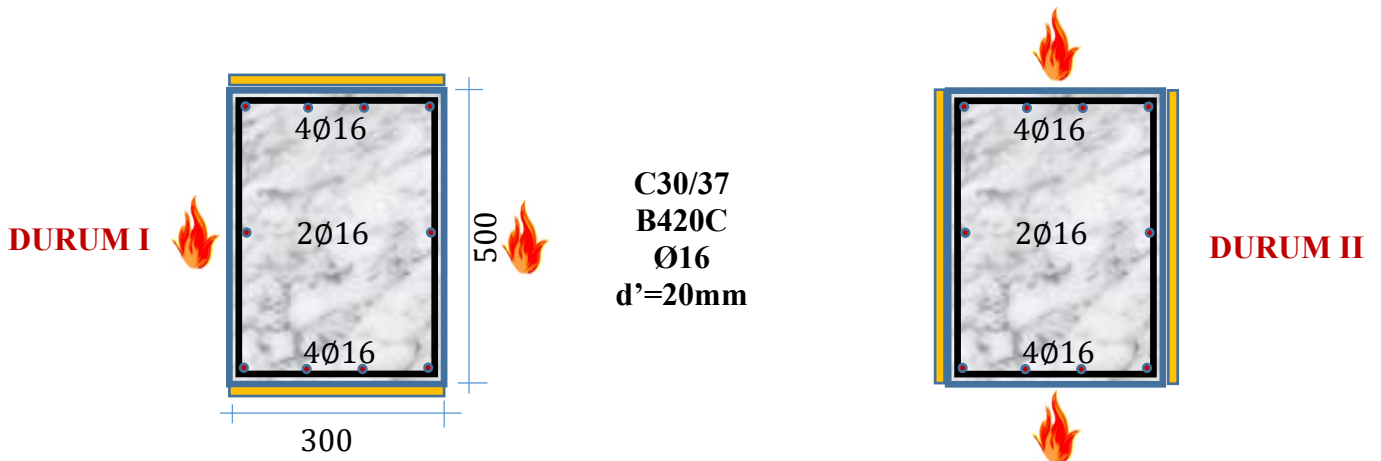
Şekil 1. Kesitte oluşan kuvvetler

Küçük parçalara bölünmüş kolonun bir doğrultuda bileşik eğilme durumu için eksenel ve eğilme momenti kapasiteleri aşağıda verilen bağıntılar ile hesaplanabilir.

$$N_r = 0.85 \sum k_c f_{cd} \Delta x \Delta y + \sum_{i=1}^N A_{s_i} k_s \sigma_{s_i}$$

$$M_r = 0.85 \sum k_c f_{cd} \Delta x \Delta y x_{m.kolu} + \sum_{i=1}^N A_{s_i} k_s \sigma_{s_i} x_i$$

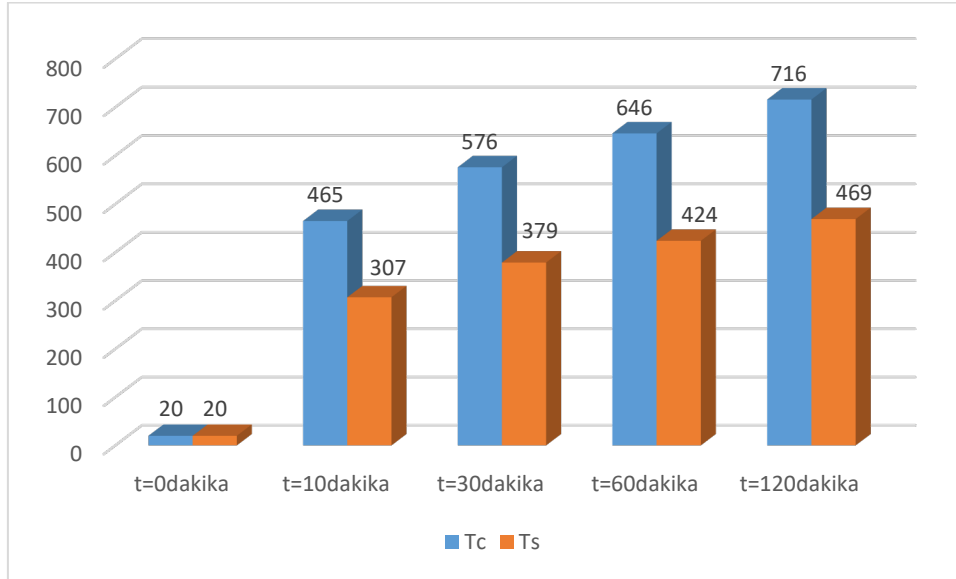
### SAYISAL SONUÇLAR



Şekil 2. Kesit, donatı, malzeme bilgileri, yangın etkime yüzeyleri

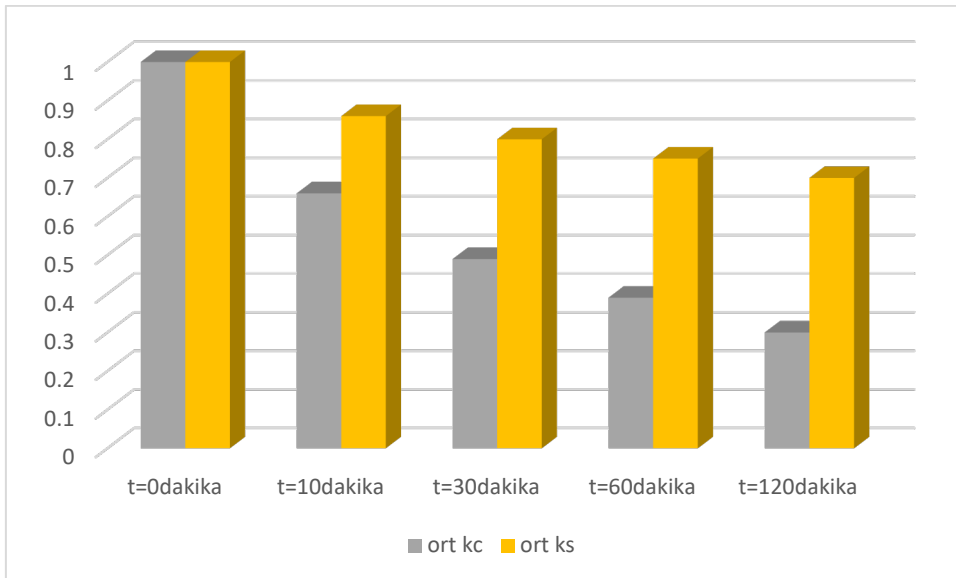
Şekil 2'de verilen kolonlar, yangının kolonun sol-sağ kenarlarından (Durum I), ve alt-üst kenarlarından (Durum II) olmak üzere iki farklı yangın etkimesi durumu için incelenmiştir. Yangın etkimeyen yüzeylerin izole olduğu kabul edilmiştir. Küçük parçalara bölünen kolonda basınç bölgesi derinliğinin  $c = 240\text{mm}$  seçilmesi, yangın etkime sürelerinin  $t = 0, 10, 30, 60$  ve  $120\text{dk}$  olması için, kesitin içindeki her bir parçada oluşan sıcaklık, beton ile donatının kalan malzeme dayanım katsayıları, basınç kuvvetleri ve çekme kuvvetleri excelde yazılan bir program ile hesaplanmış, kuvvetlerin bileşkeleri alınarak eksenel taşıma gücü, kesit

ortasına göre moment alınarak taşıma gücü momentleri hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar farklı durumlar için karşılaştırılmıştır.



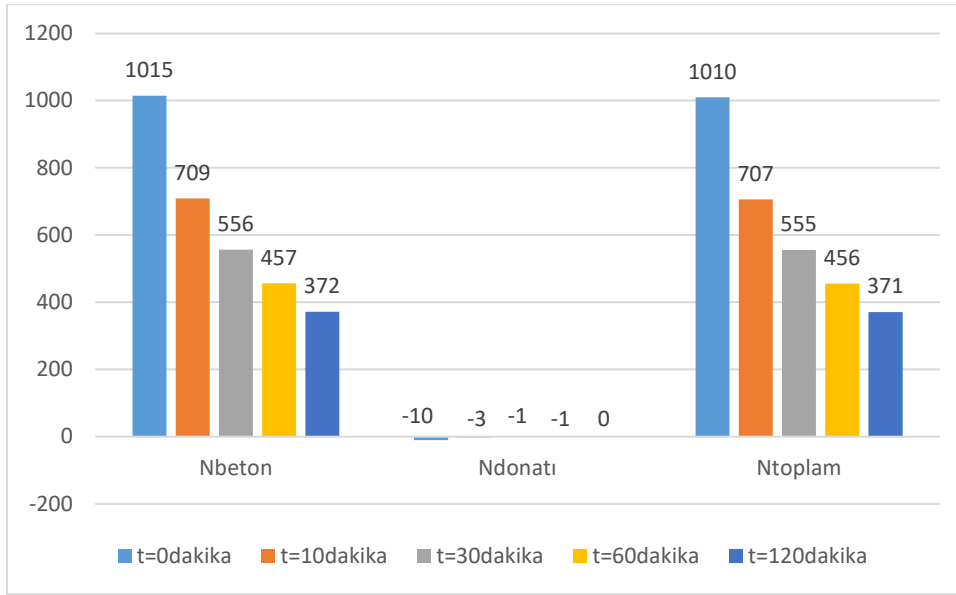
Şekil 3. Donatılarda ve tüm kesitte oluşan ortalama sıcaklıklar (Durum I)

Şekil 3-6'da Durum I için elde edilen sonuçlara ait grafik gösterimler verilmiştir. Şekil 3'de kolon kesiti içindeki donatıların tamamı ve tüm kolon kesiti için hesaplanan ortalama sıcaklık değerleri karşılaştırılmıştır. Buradaki  $T_c$  beton kesitte oluşan sıcaklığı,  $T_s$  donatılardaki sıcaklığı göstermektedir. Şekilden yangın süresinin uzamasının oluşan sıcaklıkları artırdığı, bu artışın betonda daha fazla olduğu gözlenmiştir.



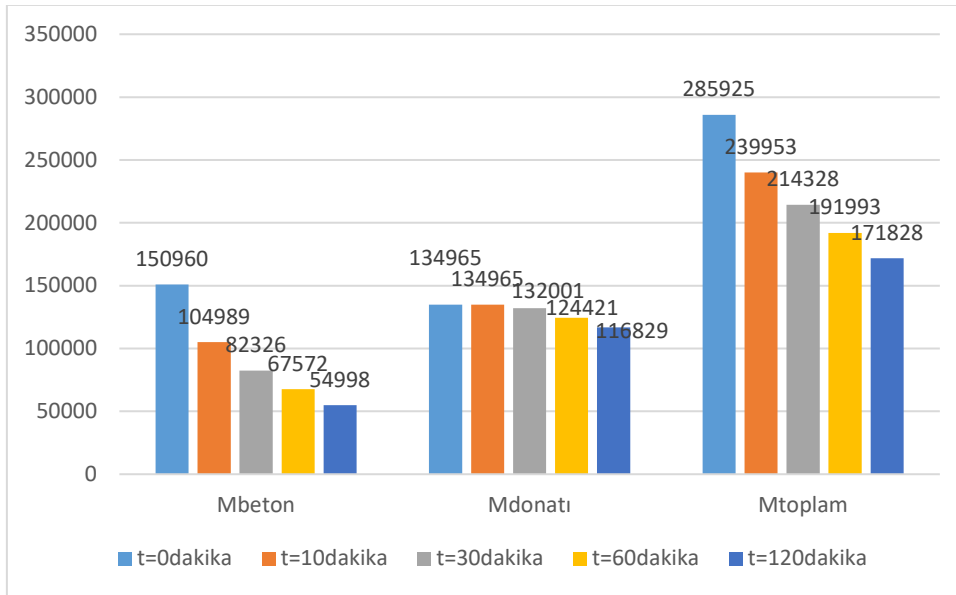
Şekil 4. Donatılarda ve tüm kesitte ortalama malzeme dayanım katsayıları (Durum I)

Şekil 4'te kolon kesiti içindeki bütün donatılar ve tüm kolon kesiti için hesaplanan ortalama malzeme dayanım katsayısı değerleri karşılaştırılmıştır. Yangın süresinin uzamasının malzeme dayanımlarında azalmaya sebep olduğu, betondaki kaybın ise daha fazla olduğu gözlenmiştir.



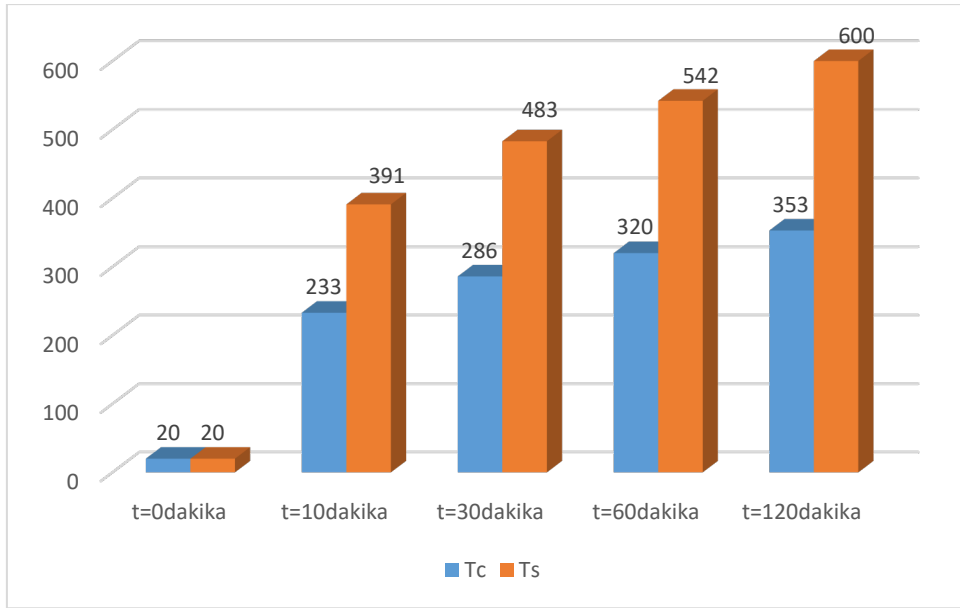
Şekil 5. Beton ve donatılarda oluşan ve toplam eksenel kuvvet değerleri (Durum I)

Şekil 5’de kolon kesitinde, beton ve donatılarda oluşan ve toplam eksenel kuvvet değerlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Donatıda oluşan kuvvetlerin beton kesit tarafından taşınan eksenel kuvvete göre çok küçük olduğu, yangın süresinin uzamasının eksenel taşıma kapasitesinde azalmaya neden olduğu gözlenmiştir.



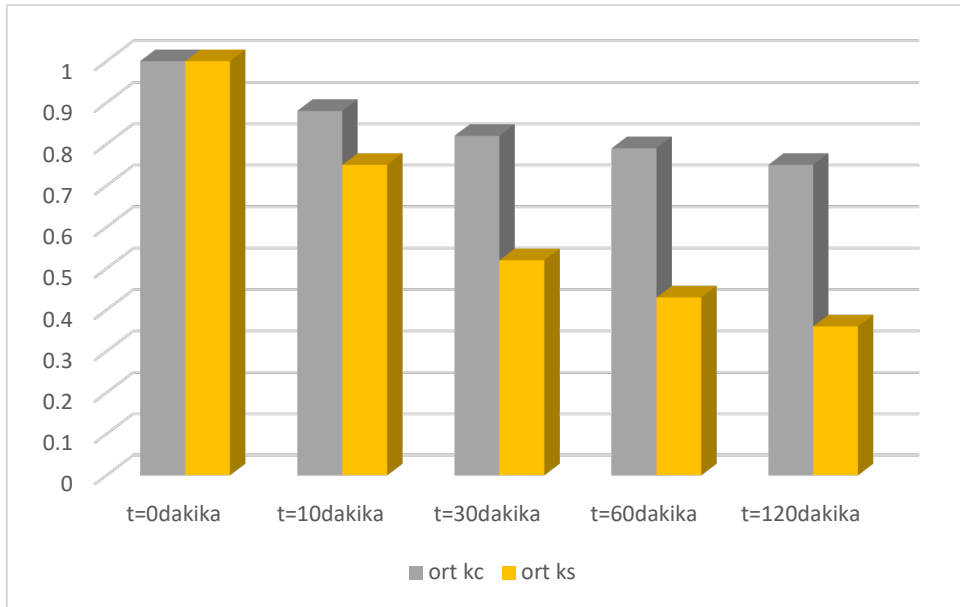
Şekil 6. Beton ve donatılarda oluşan ve toplam moment değerleri (Durum I)

Şekil 6’da kolon kesitinde basınç bölgesinde oluşan kuvvetlerin ve donatılarda oluşan kuvvetlerin kolon ortasına göre yapacağı momentler ve toplam moment değerlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Donatıda oluşan momentlerin kaybının beton kesitteki kayıplara göre düşük kaldığı gözlenmiştir.



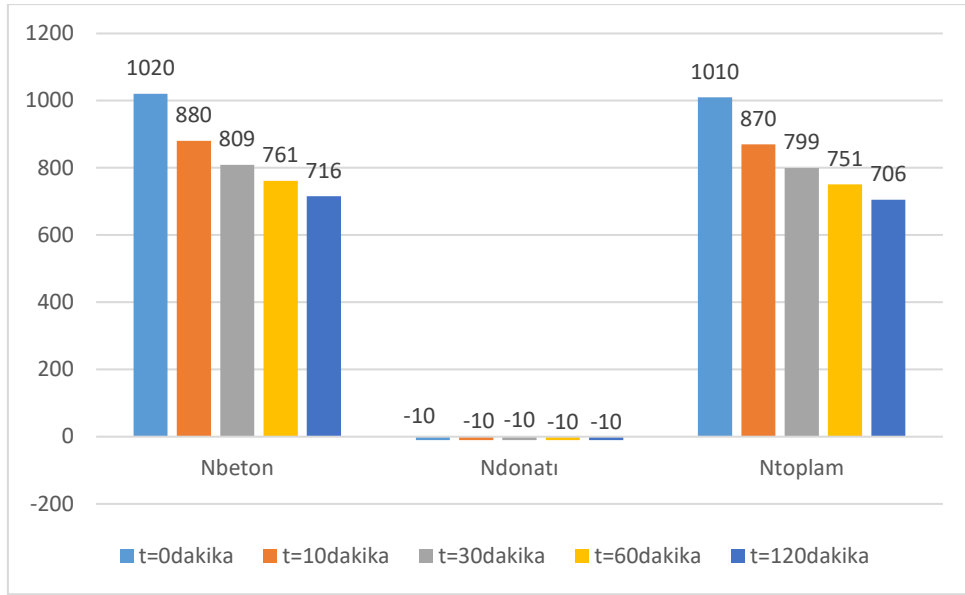
Şekil 7. Donatılarda ve tüm kesitte oluşan ortalama sıcaklıklar (Durum II)

Şekil 7-10'da Durum II için elde edilen sonuçlara ait grafik gösterimler verilmiştir. Şekil 7'de kolon kesiti içindeki donatıların tamamı ve tüm kolon kesiti için hesaplanan ortalama sıcaklık değerleri karşılaştırılmıştır. Şekilden yangın süresinin uzamasının oluşan sıcaklıkları artırdığı, bu artışın donatılarda daha fazla olduğu gözlenmiştir.



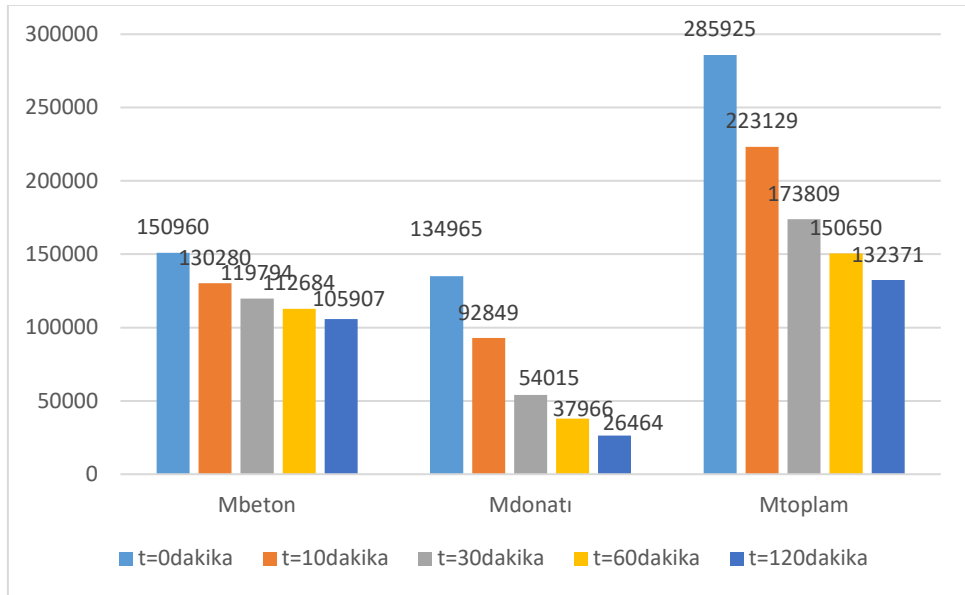
Şekil 8. Donatılarda ve tüm kesitte ortalama malzeme dayanım katsayıları (Durum II)

Şekil 8'de kolon kesiti içindeki bütün donatılar ve tüm kolon kesiti için hesaplanan ortalama malzeme dayanım katsayısı değerleri karşılaştırılmıştır. Yangın süresinin uzamasının malzeme dayanımlarında azalmaya sebep olduğu, donatıdaki kaybın ise daha fazla olduğu gözlenmiştir.



Şekil 9. Beton ve donatılarda oluşan ve toplam eksenel kuvvet değerleri (Durum II)

Şekil 9’da kolon kesitinde, beton ve donatılarda oluşan ve toplam eksenel kuvvet değerlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Donatıda oluşan kuvvetlerin beton kesit tarafından taşınan eksenel kuvvete göre çok küçük olduğu, yangın süresinin uzamasının eksenel taşıma kapasitesinde azalmaya neden olduğu gözlenmiştir.



Şekil 10. Beton ve donatılarda oluşan ve toplam moment değerleri (Durum II)

Şekil 10’da kolon kesitinde basınç bölgesinde oluşan kuvvetlerin ve donatılarda oluşan kuvvetlerin kolon ortasına göre yapacağı momentler ve toplam moment değerlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Basınç bölgesindeki kuvvetlerin moment kapasitesine katkısındaki kaybın, donatıların moment kapasitesine katkısındaki kayıplara göre düşük kaldığı gözlenmiştir.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada yangına maruz kalan betonarme kolonun dayanımında yangın etkime yüzeylerinin etkileri incelenmiştir. Burada iki farklı etkime yüzeyi için aynı özelliklere sahip kolon kullanılmıştır.

Durum I'de beton kesitin sıcaklıktan donatılara göre daha fazla etkilendiği ve dayanım kayıplarının donatılara göre çok daha fazla olduğu görülmüştür. Kalan dayanım beton için %30 seviyelerinde iken bu değer donatıda %70 olmuştur. Eksenel kuvvet kapasitesinin toplamda %37'lere kadar düştüğü, moment kapasitesine betonun katkısındaki düşüşün çok fazla olduğu (%36), donatıdaki kaybın ise daha az gerçekleştiği (%21), toplamda ise %60'lara kadar düştüğü gözlenmiştir.

Durum II'de donatıların sıcaklıktan beton kesite göre daha fazla etkilendiği ve dayanım kayıplarının donatılara göre çok daha fazla olduğu görülmüştür. Kalan dayanım beton için %75 seviyelerinde iken bu değer donatıda %36 olmuştur. Eksenel kuvvet kapasitesinin toplamda %70'lere düştüğü, moment kapasitesine donatının katkısındaki düşüşün çok fazla olduğu (%20), betondaki kaybın ise daha az gerçekleştiği (%70), toplamda ise %46'lara kadar düştüğü gözlenmiştir.

Elde edilen sonuçlardan yangın etkisinde hangi malzeme daha fazla etkileniyorsa ondaki dayanım ve taşıma gücüne katkılarının azalacağı görülmüştür. Bu olumsuz etkiyi gidermek için kolonların yüzeylerinin yangına karşı yalıtılmasının önemi bir kez daha ortaya çıkmıştır.

## KAYNAKLAR

- [1] A. Zeybek, *Betonarme Kolonların Yangın Koşullarında Tasarımı ve Kontrolü*, Yüksek Lisans Tezi, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, İstanbul, 2008.
- [2] E. Güvenç, *Kolonların Taşıma Gücü Kapasitesi Üzerinde Yangının Etkisi*, Yüksek Lisans Tezi, *Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Niğde, 2019.
- [3] H. Erdem, E. Güvenç, Yangına maruz kalan betonarme kolonların taşıma gücü: 6. Uluslararası Türk Dünyası Fen Bilimleri ve Mühendislik Kongresi, Bakü, Azerbaycan, 2024.
- [4] ISO-834: Fire Resistance Tests-elements of Building Construction Part 1-9: *International Standards Organisation*, Geneva, 1975.
- [5] Eurocode 2: Design of Concrete Structures. ENV 1992 Part 1-2: General Rules-Structural Fire Design. *European Committee for Standardization*, Brussels, 1995.



## 3D BETON BASKIDA SİLİS DUMANI VE UÇUCU KÜL İKAMESİNİN DAYANIM VE BASKI PARAMETRELERİ AÇISINDAN KARŞILAŞTIRILMASI

Furkan Boran Akkoyun<sup>1</sup>, Osman Hansu<sup>2</sup> ve Nildem Tayşi<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Gaziantep Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Bölümü, Gaziantep

<sup>2</sup>Gaziantep İslam Bilim ve Teknoloji Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi  
İnşaat Mühendisliği Bölümü, Gaziantep

<sup>3</sup> Gaziantep Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü, Gaziantep

### ABSTRACT

3D concrete printing technology is being adopted in the construction industry due to its advantages in sustainability and production efficiency. The strength and rheological properties of the concrete and mortar mixtures used in the printing process are critical for print quality and structural integrity. In this context, pozzolanic materials such as silica fume (SF) and fly ash (FA) as cement substitutes have the potential to be an important solution due to their potential to improve both rheological properties and mechanical performance. In this study, three different concrete mixtures were prepared. The first mixture was designed as a reference and was contained only cement. In the second mixture, 10% of the cement by weight was replaced with SF, while in the third mixture, 10% of the cement by weight was replaced with FA. The printability, workability, compressive strength, and flexural strength (at 3, 7, and 28 days) of the SF- and FA-replaced mixtures were experimentally analyzed. All three mixtures were printable. The results indicate that the SF-replaced mixture exhibited superior early-age (3 and 7 days) and 28-day compressive and flexural strengths compared to both the reference and FA-replaced mixtures. However, the FA-replaced mixture demonstrated better workability. These findings indicate that replacement materials such as SD and UK can contribute to the design of printable mixtures for 3D concrete printers.

Keywords: 3D concrete printer; silica fume; fly ash.

### ÖZET

3D beton yazıcı teknolojisi, sürdürülebilirlik ve üretim verimliliği açısından inşaat sektöründe giderek benimsenmektedir. Yazdırma sürecinde kullanılan beton ve harç karışımlarının dayanımı ve işlenebilirlik özellikleri, yazdırma kalitesi ile yapısal bütünlük açısından kritik öneme sahiptir. Bu bağlamda, çimento ikamesi olarak silis dumanı (SD) ve uçucu kül (UK) gibi puzolanik malzemeler hem işlenebilirlik özelliklerini iyileştirmede hem de mekanik performansı artırmadaki potansiyeli nedeniyle önemli bir çözüm olabilir. Bu çalışmada üç farklı beton karışımı hazırlanmıştır. Birinci karışım referans olarak tasarlanmış yalnızca çimento kullanılarak oluşturulmuştur. İkinci karışım da çimentonun ağırlıkça %10'u SD ile, üçüncü karışım da ise yine çimentonun ağırlıkça %10'u UK ile ikame edilmiştir. SD ve UK

ikameli karışımların işlenebilirlik, basınç ve eğilme dayanımları (3, 7 ve 28 gün) deneysel olarak analiz edilmiştir. Tasarlanan üç karışım da yazdırılabilir karışımlardır. Sonuçlara göre, SD ikameli karışım, referans ve UK ikameli karışımlara kıyasla hem erken yaş (3 ve 7 gün) hem de 28 günlük basınç ve eğilme dayanımları açısından daha yüksek performans göstermiştir. Ancak, UK ikameli karışım işlenebilirlik açısından daha başarılı olmuştur. Bu bulgular, SD ve UK gibi ikame malzemelerinin 3D beton yazıcılar için yazdırılabilir karışım tasarımına katkı sağlayabileceğini göstermektedir.

Anahtar kelimeler: 3D beton yazıcı; silis dumanı; uçucu kül.

## GİRİŞ

3D Beton Baskı teknolojisi malzeme tasarrufu sağlaması, yapı elemanı üretimi için kalıplara ihtiyaç duymaması, karmaşık geometrilerde üretim esnekliği göstermesi ve maliyetli atıkları azaltması gibi geleneksel inşaat yöntemlerine kıyasla birçok avantajıyla genel olarak öne çıkmaktadır. Bu nedenlerden dolayı, inşaat sürecinin tüm aşamalarını etkilediği için sektörde otomasyon anlamında önemli bir adım olarak görülmektedir [1,2].

Khoshnevis'in 1998'de Contour Crafting adını verdiği yöntem ile öncülüğünü yaptığı 3D baskı tekniği çimento, polimer ve çeşitli diğer malzemeler kullanılarak bir eklemeli imalat yöntemi olarak karşımıza çıkmaktadır [3,4]. 2007'de Loughborough Üniversitesinde geliştirilen ve karmaşık geometriler için daha uygun bir yöntem olan Concrete Printing metodu üç boyutta esneklik, tasarım özgürlüğü ve kalıp kullanmama gibi avantajları da beraberinde getirmektedir [5]. Enrico Dini'nin geliştirdiği D-Shape yöntemi çimento ve benzeri malzemeler yerine toz, kum ve inorganik bağlayıcılar kullanarak baskı işlemini gerçekleştirmektedir. Dini bu yöntemle 2010'da Ferreri House adlı prototipini üretmiştir [6,7]. Farklı yönleri ve avantajları olan Contour Crafting, Concrete Printing ve D-Shape teknikleri, farklı uygulamalar ve malzemeler için de kullanılmaktadır. Bu nedenle, aralarında bir rekabet olmasının aksine, farklı tasarımlar için farklı imkanlar sunmaktadırlar [8].

Geleneksel yöntemlere kıyasla 3D beton baskı teknolojileri göz önüne alındığında aşağıdaki avantajlarla genel sorunlara çözümler sunmaktadır:

- a) inşaat maliyetini azaltma
- b) şantiyede riskli işleri azaltarak güvenlik seviyesini artırma
- c) inşaat süresini kısaltma
- d) sektörde sürdürülebilirliği sağlama
- e) mimari tasarımda özgürlüğü ve özgünlüğü artırma [7].

3D beton yazıcı teknolojisindeki araştırma ve geliştirme uygulamaları, yazıcılar üzerine olduğu kadar yazıcılarla uyumlu çalışabilen beton karışımlarına da odaklanmaktadır. Geleneksel beton karışımlarında önemli olan farklı parametrelerin, yazdırılabilir betonda da öneme sahip olduğu ancak işlenebilirlik, ekstrüde edilebilirlik, inşa edilebilirlik gibi farklı değerlere sahip olması gerektiği belirtilmektedir [9]. İşlenebilirlik, ekstrüde edilebilirlik, açık zaman ve inşa edilebilirliğe dikkat çeken Özalp vd. [10] birbirinden farklı su/çimento oranlarının ve farklı kimyasal katkı miktarlarının yazdırma işlemi üzerindeki etkilerini şöyle ifade etmiştir; su/çimento oranı 0,40 iken %1 süperakışkanlaştırıcı kullandıkları karışımda sadece 3 katın başarıyla basıldığını, su/çimento oranı 0,30 ve süperakışkanlaştırıcı oranı %2 olan karışımın katmanlar halinde başarıyla basıldığını belirtmişlerdir. Sadece 3 katman halinde basılabilen karışımın Çökme Test değerinin 200 mm olduğunu belirterek, daha fazla katmanın basıldığı karışımın değerinin 190 mm olduğunu belirtmişlerdir. Le vd. [11] 3D

beton baskı yönteminde, alttaki her katmanın üst katmanların ağırlığından dolayı minimum deformasyona uğraması gerektiğini ve aynı zamanda alt katmanın üst katmana bağlanması gerektiğini belirtmiştir. Katmanların kendi ağırlıklarını taşıma kapasitelerinin beton karışımının reolojisine ve taze betonun kayma gerilimine bağlı olduğunu ve betonun kayma geriliminin, katmanların deforme olmadan veya çökmeden taşımaya devam etmek ve mevcut katmanların stabilitesini sağlamak için bu yüke dayanabilecek bir seviyede olması gerektiğini belirtmişlerdir. Fakat, 3D beton karışımlarında bu durum bir sorun olarak ortaya çıkmaktadır. Tasarlanan beton karışımının, yazdırma işlemini tamamlaması için gerekli işlenebilirliğe sahip olması ve katmanları taşıyabilecek kadar da güçlü olması gerektiği belirtilmiştir. Bu bağlamda su/çimento oranı, akışkanlaştırıcılar kadar mineral katkıları da (sd, yüksek fırın cürufu, uk vb.) hem betonun işlenebilirlik özelliklerine hem de mekanik özelliklerine geleneksel beton karışımlarındaki gibi katkı sunabilmektedir [12].

## DENEYSEL ÇALIŞMALAR

### Materyal

**Çimento:** Çalışmada ÇİMKO tarafından üretilen CEM II 42.R tipi Portland Kompoze Çimento kullanılmıştır.

**Kum:** Adıyaman/Gölbaşı kumullarından elde edilen 0-2 mm doğal kum kullanılmıştır.

**SD:** Silisyum veya silisyum içeren alaşımların üretiminin bir yan ürünü olarak elektrik ark fırınlarında üretilen çok ince kristal olmayan silikadır. SD, çimentonun suyla reaksiyonunda hem fiziksel hem de kimyasal etkiye sahiptir. İnceliği ve mineral yapısı sayesinde çimentonun suyla reaksiyonunu hızlandırır ve betonun dayanımını hızlandırır [13].

**UK:** Termik santrallerin yan ürünü olan UK, yaygın olarak kullanılan çimento ikame malzemelerinden biridir. Taze betonda işlenebilirliği ve nihai mukavemeti artırma yeteneğiyle öne çıkan bir katkı malzemesidir. Yüksek karbon ayak izine sahip çimentonun kullanımını azaltarak sürdürülebilir çevre dostu ürünlerin üretimine katkıda bulunan bir bağlayıcı malzemedir [14].

**Süperakışkanlaştırıcı:** Master Glenium51 kullanılmıştır. Bu kimyasal, yoğun takviyeli elemanlara kolayca yerleştirilebilen kendiliğinden yerleşen beton üretiminde kullanımıyla yaygındır [15].

Çalışmada kullanılan *karıştırma suyu* bileşeni içme suyu kalitesinde olup TS EN 1008 standardına uygundur. Gaziantep ilinden temin edilen şebeke suyu kullanılmıştır.

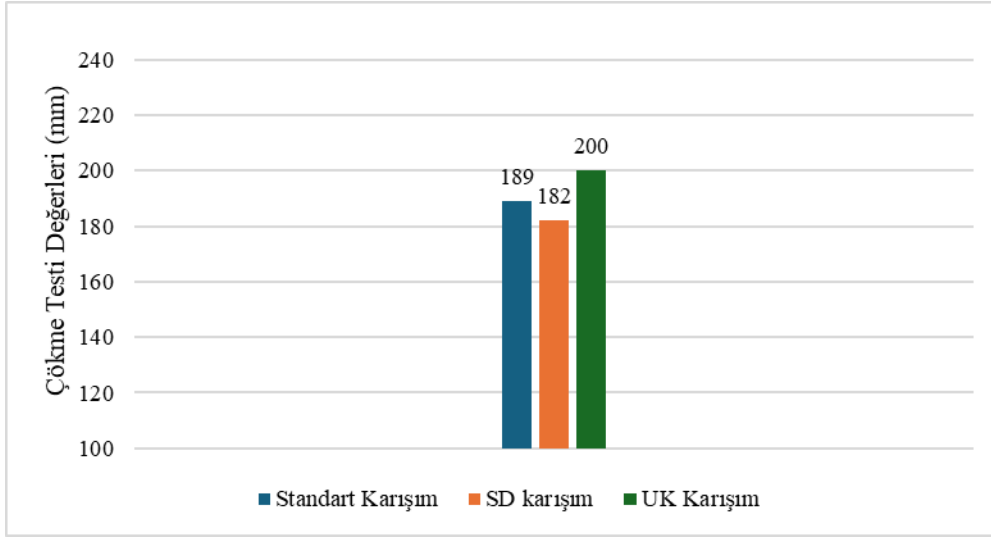
Çizelge 1: Miktarlar kg cinsinden verilmiştir. Bütün karışımlar için s/b: 0,41'dir.

Malzeme	Standart Karışım	SD Karışım	UK Karışım
Kum	22.5	22.5	22.5
Su	5	5	5
Süperakışkanlaştırıcı	0.07	0.07	0.07
Çimento	12	10.8	10.8
SD	-	1.2	-
UK	-	-	1.2

## Metot

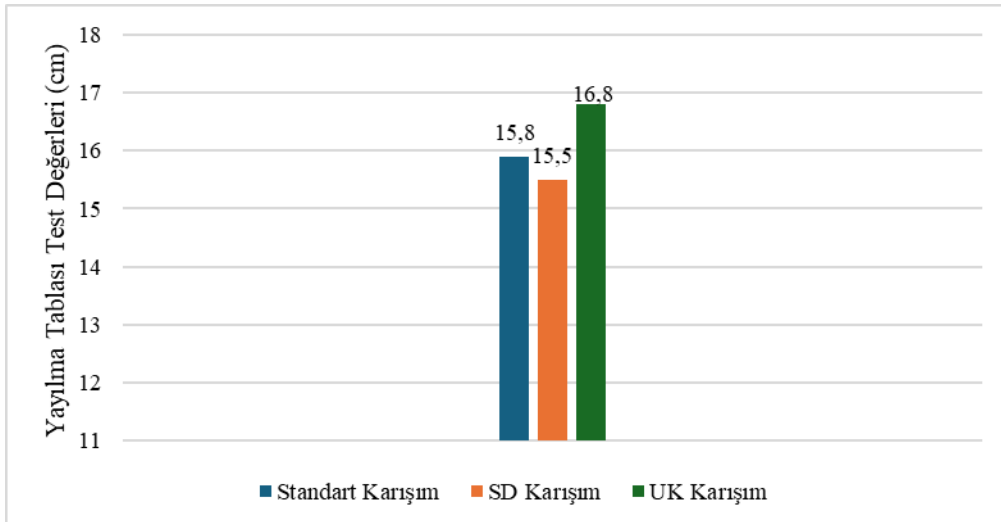
Tasarlanan 3 karışımda da su/bağlayıcı oranı 0,41 olarak sabit tutulmuştur. Standart karışımdaki çimento ağırlıkça 10% oranında 2. karışım için SD 3. karışım için UK ile ikame edilmiştir.

Çeşitli beton standartlarında, taze betonun işlenebilirliğini ölçmek için sıkıştırma faktörü ve akış tayini gibi deneyler kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden TS EN 12350-2 Çökme Testi basit ve kolay uygulanabilir olması nedeniyle, taze betonun kıvamını belirlemede en yaygın tercih edilenidir [10].



Şekil 1. TS EN 12350-2, Çökme Testi Değerleri.

İşlenebilirlik hakkında veri elde etmek için değerlendirilen bir diğer test ise ASTM C1437 Yayılma Tablası Testidir. Tay vd. [9] basılabilir bölgeyi 15-19 cm'lik bir çap değeri olarak tanımlamışlardır. Bu çap değerine sahip karışımların işlenebilir olduğunu belirtmişlerdir. Bu çalışmada da karışımların yazdırılabilirliğini belirleyebilmek için karışımların işlenebilirliğinden yola çıkılmış ve bu test de uygulanmıştır.



Şekil 2. ASTM C1437 Yayılma Tablası Test Değerleri.



Şekil 3. Standart karışım için ASTM-C1437 Yayılma Tablası Testi

Ekstrüde edilebilirlik kriterinin sağlandığı bir karışımda, karışımın çıktıktan sonra nozul şeklini koruması, nozulda tıkanıklık oluşturmaması, ekstrüzyon sırasında ayrılmaması ve bu sürecin sürekli devam etmesi beklenir [16]. Bu çalışmada, ekstrüde edilebilirliğin sağlanması için iri agrega kullanımı tercih edilmemiştir çünkü 3D beton yazıcının nozul çapı 15 mm'dir. Ekstrüde edilebilirliğin büyük ölçüde akışkanlık seviyesine bağlı olduğu dikkate alınarak [17], akışkanlığı düşük beton karışımlarından özellikle kaçınılmıştır. Çalışmalar sırasında, karışımların ekstrüde edilebilirlik kriterlerini sağlayıp sağlamadığını belirlemek amacıyla görsel gözlemler yapılmış ve 3 karışımın da ekstrüde edilebilirlik açısından bir problem yaratmadığı görülmüştür.



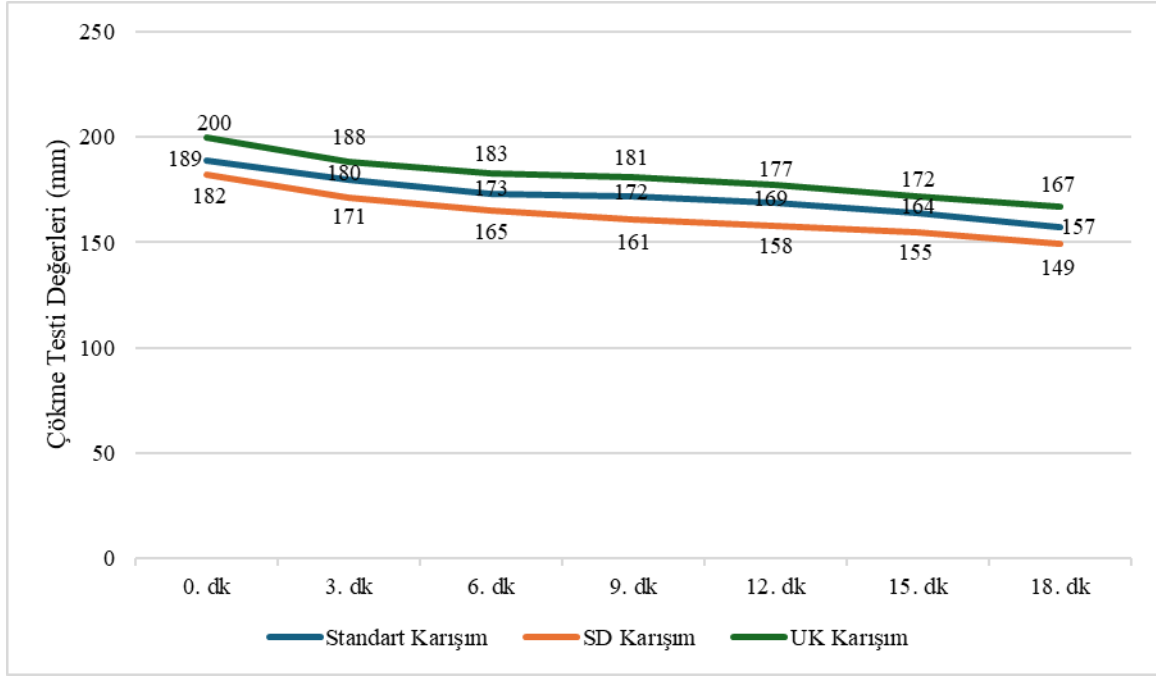
Şekil 4. Ekstrüde edilebilirlik şartının sağlandığı karışım örneği

İnşa edilebilirlik başarılı bir baskı süreci için bir diğer önemli parametredir. Ancak, 3D yazıcı için beton karışımlarının inşa edilebilirliğini belirlemenin standart bir yolu yoktur. Katmanların baskı yönünde birikmesi, 3D baskı ile beton elemanlar ve yapıların üretimi için önemli bir kriterdir. Üst üste basılan katmanlar birbirlerinin ağırlığını destekler ve şekillerini korur, bu da inşa edilebilirliği gösterir. Bazı çalışmalar bu parametreyi, önemli bir deformasyon olmadan basılabilecek maksimum katman sayısı olarak belirlerken [11], diğer çalışmalar bunu basılan katmanların dikey çökmesini ölçerek belirlemiştir [18]. Austin'e [19] göre, 3D yazdırılabilir betonda inşa edilebilirlik, alt katmanlarda önemli bir deformasyon olmayan katmanların sayısı olarak tanımlanır.

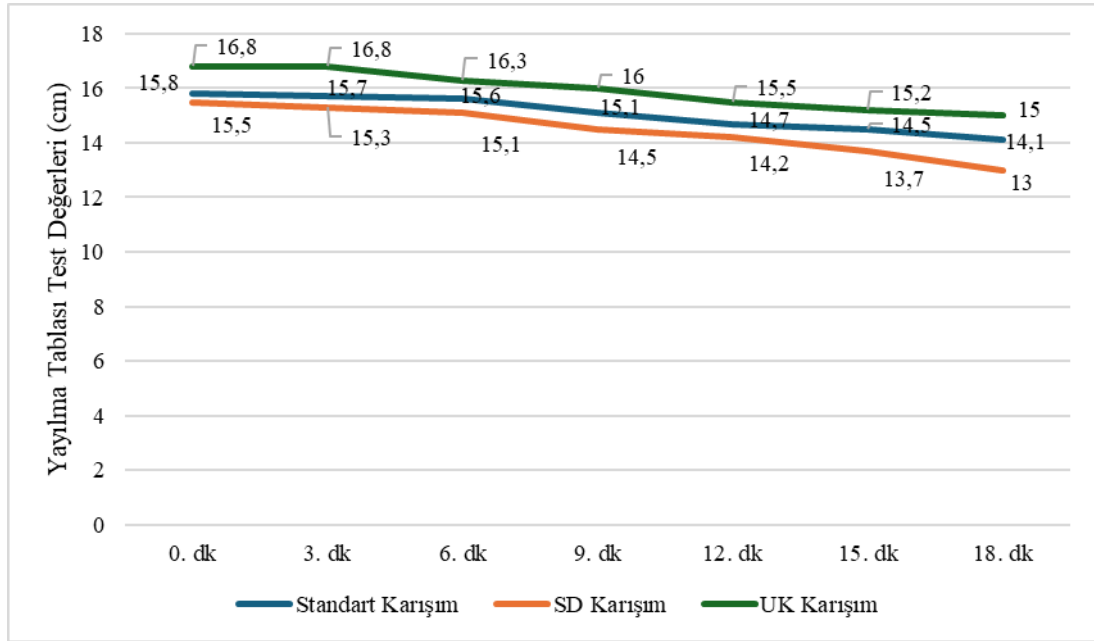


Şekil 5. Farklı sayıda dökülen ve birbirini taşıyan katmanlar

3D beton yazdırma teknolojisinde bir diğer önemli parametre açık süredir. Le vd. [20], açık süreyi taze betonun işlenebilirliğinin ekstrüde edilebilecek düzeyde olduğu zaman periyodu olarak tanımlamışlardır. Açık süre terimi, malzemenin herhangi bir tıkanıklık olmadan nozuldan akış kolaylığını koruduğu zaman olarak ifade edilir [21]. Açık sürenin en belirgin tanımlaması Chen vd. [22] tarafından yapılmıştır; malzemenin herhangi bir kesinti olmaksızın düzgün bir şekilde ekstrüde edilebildiği zaman olarak bahsetmişlerdir. Bu çalışmada, açık süre hakkında veri elde etmek amacıyla hazırlanan karışımların Çökme Testi ve Yayılma Tablası Testi değerleri kısa aralıklarla ardışık olarak incelenmiştir. Yayılma Tablası Testinde karışımların literatürde yazdırılabilir bölge olarak bahsedilen [9] 15-19 cm aralığında ne kadar süre kaldığı, Çökme Deneyinde ise karışımların mikserden alındıkları ilk andaki çökme değerinden ne kadar uzaklaştığı izlenmiştir. Karışımların taze hal özelliklerindeki (çökme ve yayılma) zaman bağımlı değişimler, işlenebilirlik ile doğrudan bağlantılıdır. 3D beton yazıcılarda sürekli ekstrüzyon için gerekli olan ise bu işlenebilirliğin korunduğu zaman aralığı da açık süredir.

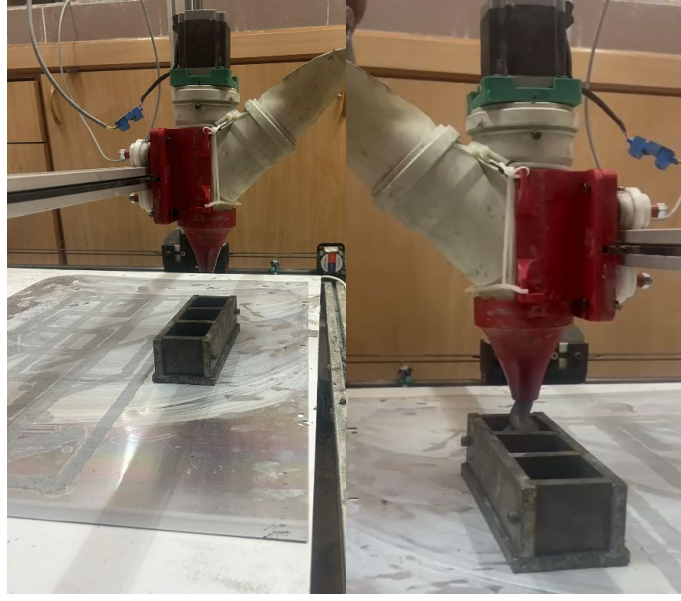


Şekil 6. Karışımların Çökme Testi değerlerinin zamana bağlı değişimi (mm)

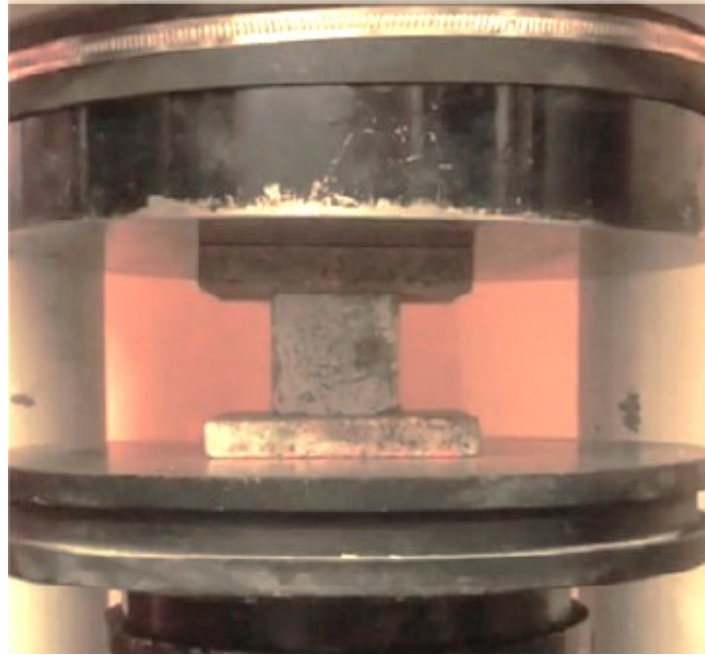


Şekil 7. Karışımların Yayılma Tablası Test değerlerinin zamana bağlı değişimi (cm)

Karışımların dayanım değerlerini tespit etmek için çalışmada karışımların 3, 7 ve 28 günlük TS EN 12390-3 basınç dayanımı testi ve TS EN 12390-5 eğilme dayanımı testi 5 cm x 5 cm x 5 cm küp numuneler ve 4 cm x 4 cm x 16 cm prizma numuneleri üzerinde incelenmiştir. Bu numuneler 5 cm x 5 cm x 5 cm ve 4 cm x 4 cm x 16 cm numune kalıplarına doğrudan yazıcı vasıtasıyla alınmıştır.



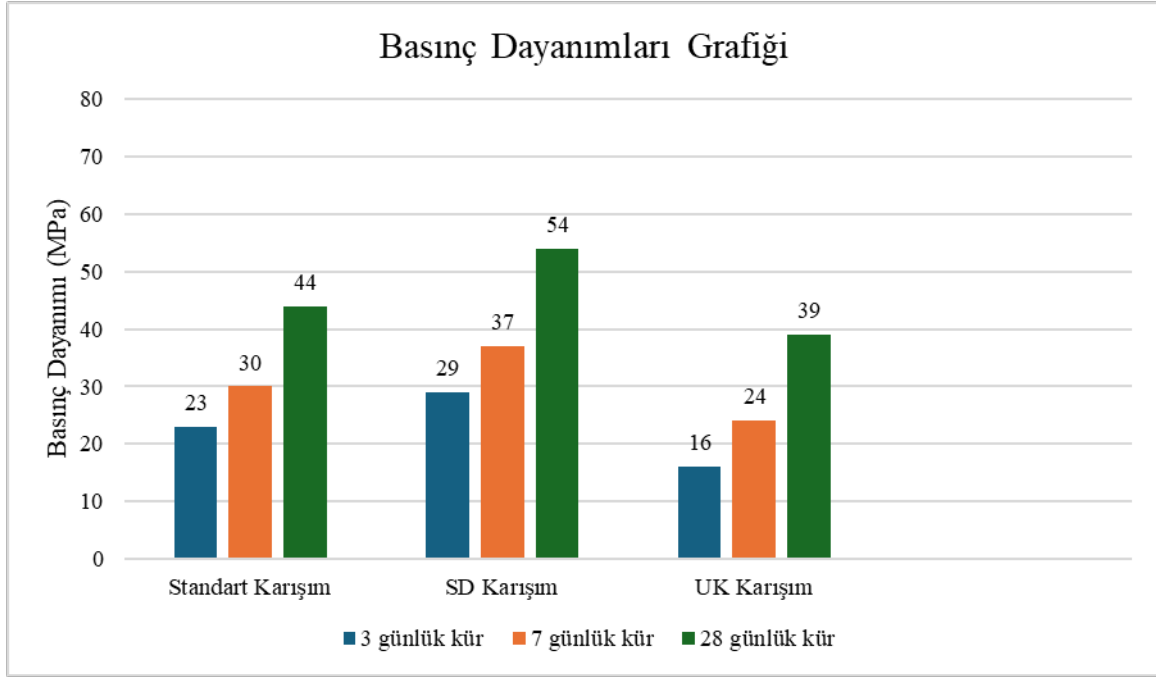
Şekil 8. Numune kalıplarına doğrudan yazıcı vasıtasıyla karışım numunelerinin alınması



Şekil 9. TS EN 12390-3 basınç dayanımı testi

Çizelge 2. TS EN 12390-3 basınç dayanımı test sonuçları

Kür Süresi	Standart Karışım	SD Karışım	UK Karışım
3 gün	23 MPa	29 MPa	16 MPa
7 gün	30 MPa	37 MPa	24 MPa
28 gün	44 MPa	54 MPa	39 MPa



Şekil 10. Basınç dayanımları grafiği

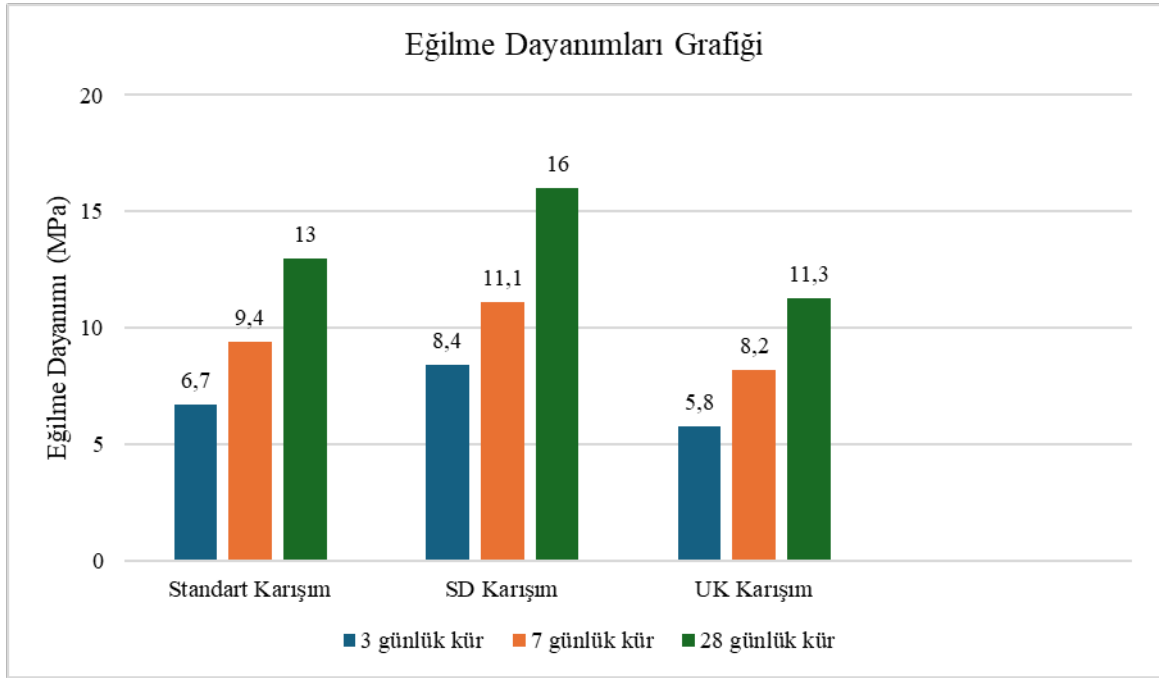
Standart karışımda 23 MPa olarak ölçülen basınç dayanımı 7. güne gelindiğinde %30.4 artış göstererek 30 MPa'ya ulaşmıştır. 28. gündeki deney sonucuna bakıldığında bu değer 44 MPa olduğu ve 3. gündeki değere göre %91.3 artış gösterdiği gözlemlenmiştir. SD karışımda 29 MPa olarak ölçülen basınç dayanımı 7. günde %27.6 artış göstererek 37 MPa'ya ulaşmıştır. 28. gündeki deney sonucuna bakıldığında bu değer 54 MPa olduğu ve 3. güne oranla %86.2 artış gösterdiği gözlemlenmiştir. UK karışımda kürlenmenin 3. gününde 16 MPa olarak ölçülen basınç dayanımı 7. güne gelindiğinde %50 artış göstererek 24 MPa'ya ulaşmıştır. 28. gündeki deney sonucuna bakıldığında bu değer 39 MPa olduğu ve 3. gündeki değere göre %143.8 artış gösterdiği gözlemlenmiştir.



Şekil 11. TS EN 12390-5 eğilme dayanımı testi

Çizelge 3. TS EN 12390-5 eğilme dayanımı test sonuçları

Kür Süresi	Standart Karışım	SD Karışım	UK Karışım
3 gün	6,7 MPa	8,4 MPa	5,8 MPa
7 gün	9,4 MPa	11,1 MPa	8,2 MPa
28 gün	13 MPa	16 MPa	11,3 MPa



Şekil 12. Eğilme dayanımları grafiği

Standart karışımın 3 günlük eğilme dayanımı 6,7 MPa olarak ölçülmüş ve bu değer 7. Günde %40.3 oranında artış göstererek 9,4 MPa'ya, 28. günde ise 3. günde elde edilen değere oranla %94 artış göstererek 13 MPa'ya ulaşmıştır. SD karışım, 3 günlük eğilme dayanımında 8,4 MPa ile en yüksek erken dayanım değerine ulaşmış; bu değer 7. günde %32.1 artışla 11,1 MPa'ya ve 28. Günde 3. güne oranla %90.5 artışla 16 MPa'ya yükselmiştir. UK karışımında, 3 günlük eğilme dayanımı 5,8 MPa olarak tespit edilmiş ve bu değer 7. günde %41.4 artışla 8,2 MPa'ya, 28. günde ise 3. gündeki değere oranla %94.8 oranında artışla 11,3 MPa'ya ulaşmıştır.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada standart, SD ve UK beton karışımlarının mekanik ve işlenebilirlik özellikleri karşılaştırılmıştır. SD ikameli beton, hem erken yaş (3 ve 7 gün) hem de uzun vadeli (28 gün) basınç ve eğilme dayanımları açısından en yüksek performansı göstermiştir. Bu sonuçlar, SD'nin karışımın mekanik özelliklerini iyileştirdiğini ortaya koymaktadır. UK karışım, erken yaş dayanımı açısından düşük performans göstermiş, ancak 28 gündeki basınç ve eğilme dayanımı değerleri ile standart karışıma yaklaştığı gözlemlenmiştir. Bu belirgin dayanım kazanımı, uçucu külün geç reaktif pozolanik yapısı ile açıklanabilir; erken yaşta sınırlı katkı sağlayan kül, zamanla  $\text{Ca}(\text{OH})_2$  ile reaksiyona girerek C-S-H oluşumunu artırır ve betonun mikro yapısını iyileştirir. UK karışım, işlenebilirlik ve akışkanlık açısından en yüksek

performansı göstermiştir. ASTM C1437 Yayılma Tablası ve TS EN 12350-2 Çökme Testleri sonucunda UK ikameli beton, en iyi işlenebilirliğe sahip karışım olmuştur. Bu durum, UK 3D yazıcı betonlarının ihtiyaç duyduğu işlenebilirliği artırdığını göstermektedir. Standart ve SD betonlar ise daha kıvamlı bir yapı sergilemiştir. SD betonun su ihtiyacını artırması, bu durumun temel nedeni olarak belirlenmiştir. Tüm karışımlar başarılı bir şekilde ekstrüde edilmiştir ve inşa edilebilirlik açısından herhangi bir problem gözlemlenmemiştir. UK ikameli beton, 15-19 cm aralığında kabul edilen yazdırılabilir bölgeyi en uzun süre korurken, SD ikameli beton bu aralıktan daha hızlı çıkmıştır. Bu sonuçlar, tüm karışımların laboratuvar ölçekli 3D beton yazıcılar için uygun olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak, SD ikamesi yüksek dayanım gerektiren uygulamalar için ideal bir seçenek sunarken, UK ikamesi işlenebilirlik ve akışkanlık açısından avantaj sağlamaktadır. Bu bulgular, 3D beton yazıcılar için optimize edilmiş karışım tasarımında SD ve UK gibi ikame malzemelerinin etkin bir şekilde kullanılabileceğini ortaya koymaktadır.

### KAYNAKLAR

- [1] L. Wang, Y. Liu, Y. Yang, Y. Li, M. Bai, Bonding performance of 3D printing concrete with self-locking interfaces exposed to compression–shear and compression–splitting stresses, *Additive Manufacturing* 42 (2021) 101992. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2021.101992>.
- [2] S. Zou, J. Xiao, T. Ding, Z. Duan, Q. Zhang, Printability and advantages of 3D printing mortar with 100% recycled sand, *Construction and Building Materials* 273 (2021) 121699. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.121699>.
- [3] B. Khoshnevis, D. Hwang, K.T. Yao, Z. Yeh, Mega-scale fabrication by Contour Crafting, *IJISE* 1 (2006) 301. <https://doi.org/10.1504/IJISE.2006.009791>.
- [4] B. Khoshnevis, Automated construction by contour crafting—related robotics and information technologies, *Automation in Construction* 13 (2004) 5–19. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2003.08.012>.
- [5] R.A. Buswell, R.C. Soar, A.G.F. Gibb, A. Thorpe, Freeform Construction: Mega-scale Rapid Manufacturing for construction, *Automation in Construction* 16 (2007) 224–231. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2006.05.002>.
- [6] G. Cesaretti, E. Dini, X. De Kestelier, V. Colla, L. Pambaguian, Building components for an outpost on the Lunar soil by means of a novel 3D printing technology, *Acta Astronautica* 93 (2014) 430–450. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2013.07.034>.
- [7] B. Nematollahi, M. Xia, J. Sanjayan, Current Progress of 3D Concrete Printing Technologies, in: Taipei, Taiwan, 2017. <https://doi.org/10.22260/ISARC2017/0035>.
- [8] S. Lim, R.A. Buswell, T.T. Le, S.A. Austin, A.G.F. Gibb, T. Thorpe, Developments in construction-scale additive manufacturing processes, *Automation in Construction* 21 (2012) 262–268. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2011.06.010>.
- [9] Y.W.D. Tay, Y. Qian, M.J. Tan, Printability region for 3D concrete printing using slump and slump flow test, *Composites Part B: Engineering* 174 (2019) 106968. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.106968>.
- [10] F. Özalp, H.D. Yılmaz, Ş. Yaşar, 3D Yazıcı Teknolojisine Uygun Sürdürülebilir ve Yenilikçi Betonların Geliştirilmesi, *Hazır Beton Dergisi* 149 (2018) 62-70.
- [11] T.T. Le, S.A. Austin, S. Lim, R.A. Buswell, A.G.F. Gibb, T. Thorpe, Mix design and fresh properties for high-performance printing concrete, *Mater Struct* 45 (2012) 1221–1232. <https://doi.org/10.1617/s11527-012-9828-z>.

- [12] T. Uygunoğlu, S.B. Özgüven, İnşaat Mühendisliği 3D Teknolojisinde Kullanılan Harçların Reolojik Özelliklerinin Araştırılması, *International Journal of 3D Printing Technologies and Digital Industry* 3:2 (2019) 189-197.
- [13] F.G. Şahin, Silis Dumanı Nedir? Betonda Silis Dumanı Kullanımı Neye Yarar?, Çimsa (2021). <https://cimsa.com.tr/formulhane/hazir-beton/silis-dumani-nedir-betonda-silis-dumani-kullanimi-neye-yarar/> (accessed April 14, 2024).
- [14] F.G. Şahin, Uçucu Kül Nedir? Çimentoda Uçucu Kül Neye Yarar?, Çimsa (2022). <https://cimsa.com.tr/formulhane/gri-cimento/ucucu-kul-nedir-cimentoda-ucucu-kul-neye-yarar/> (accessed April 14, 2024).
- [15] MasterGlenium-51, <https://www.optimumyalitim.com.tr/imagesbuyuk/MasterGlenium-51.pdf> (accessed March 14, 2025)
- [16] S. Ahmed, S. Yehia, Evaluation of Workability and Structuration Rate of Locally Developed 3D Printing Concrete Using Conventional Methods, *Materials* 15 (2022) 1243. <https://doi.org/10.3390/ma15031243>.
- [17] B. Panda, M.J. Tan, Experimental study on mix proportion and fresh properties of fly ash based geopolymer for 3D concrete printing, *Ceramics International* 44 (2018) 10258–10265. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2018.03.031>.
- [18] Y. Zhang, Y. Zhang, G. Liu, Y. Yang, M. Wu, B. Pang, Fresh properties of a novel 3D printing concrete ink, *Construction and Building Materials* 174 (2018) 263–271. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.04.115>.
- [19] S.A. Austin, Low-volume wet-process sprayed concrete: pumping and spraying, *Mater. Struct.* 38 (2005) 229–237. <https://doi.org/10.1617/14025>.
- [20] T.T. Le, S.A. Austin, S. Lim, R.A. Buswell, R. Law, A.G.F. Gibb, T. Thorpe, Hardened properties of high-performance printing concrete, *Cement and Concrete Research* 42 (2012) 558–566. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2011.12.003>.
- [21] J.H. Jo, B.W. Jo, W. Cho, J.-H. Kim, Development of a 3D Printer for Concrete Structures: Laboratory Testing of Cementitious Materials, *Int J Concr Struct Mater* 14 (2020) 13. <https://doi.org/10.1186/s40069-019-0388-2>.
- [22] Y. Chen, S. Chaves Figueiredo, Z. Li, Z. Chang, K. Jansen, O. Çopuroğlu, E. Schlangen, Improving printability of limestone-calcined clay-based cementitious materials by using viscosity-modifying admixture, *Cement and Concrete Research* 132 (2020) 106040. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2020.106040>.



## MİKRO UYDU YAPILARINDA SANKİ-STATİK YÜKLERİN ANALİZİ VE SİNÜS PATLAMA TESTİ İLE DENEYSEL DOĞRULAMASI

Murat Gül<sup>1</sup>, Rahmi Güçlü<sup>2</sup>  
<sup>1,2</sup> Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

### ABSTRACT

During launch, satellites are subjected to both static and dynamic loads due to the acceleration of the launch vehicle and aerodynamic forces. Therefore, to ensure their structural integrity, they must be designed and tested to withstand these loads. A widely used approach in the design process is to combine static and dynamic loads into equivalent static loads, referred to as quasi-static loads (QSLs) [1]. The structural suitability of the satellite is verified through tests and analyses. While the loads applied by the launch vehicle are typically defined to act across multiple axes, the sine burst test is conducted in a single axis only. In this study, a 20 kg-class microsatellite was designed in compliance with the user manual requirements specified by SpaceX. The QSLs defined by the launcher were assessed through static analysis and response dynamics analysis. To validate the structural strength, a sine burst test was conducted. For generating the test load requirement, the load flux at the interface was calculated, and lateral and axial loads were reduced to a single axis. Modal analysis was performed to determine the other key test parameter, the test frequency. During testing, strain and acceleration measurements were analyzed to evaluate structural performance, and the test data were compared with the analysis results.

Keywords: microsatellite; quasi-static loads (QSL); sine burst test; load flux.

### ÖZET

Fırlatma sırasında uydular, taşıyıcı roketin ivmesi ve aerodinamik kuvvetlerin etkisiyle hem statik hem de dinamik yüklere maruz kalmaktadır. Bu nedenle, yapısal bütünlüklerinin sağlanabilmesi için bu yüklere dayanacak şekilde tasarlanıp test edilmeleri gerekmektedir. Tasarım sürecinde yaygın olarak kullanılan bir yöntem, statik ve dinamik yükleri birleştirerek eşdeğer statik yükler, yani sanki-statik yükler (SSY) olarak ifade etmektir [1]. Uydunun yapısal uygunluğu, testler ve analizler aracılığıyla doğrulanmaktadır. Fırlatma aracının uyguladığı yükler genellikle birden fazla eksenle etkili olacak şekilde tanımlanırken, sinüs patlama testi yalnızca tek eksenle gerçekleştirilmektedir. Bu çalışmada, SpaceX tarafından belirlenen kullanma kılavuzuna uygun olarak 20 kg kütleyle sahip bir mikro uydu tasarlanmıştır. Fırlatıcı tarafından belirlenen SSY'ler, statik analiz ve tepki dinamiği analizi ile değerlendirilmiştir. Yapısal mukavemeti doğrulamak amacıyla bir sinüs patlama testi gerçekleştirilmiştir. Sinüs patlama testi için test yük profili oluşturulurken, arayüzde oluşan yük akışı hesaplanmış ve yanal ile aksel yükler tek bir eksene

indirgenmiştir. Testin diğer önemli parametresi olan test frekansını belirlemek için modal analiz yapılmıştır. Test sırasında gerinim ve ivme ölçümleri analiz edilerek yapısal performans değerlendirilmiştir. Elde edilen test verileri analiz sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

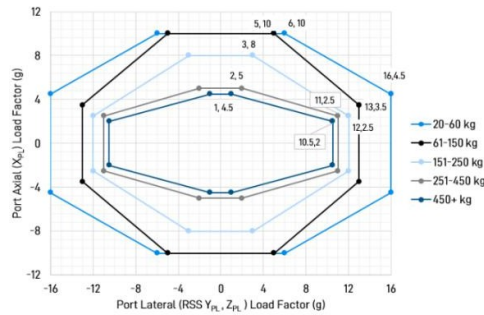
Anahtar Kelimeler: mikro uydu; sanki-statik yükler (SSY); sinüs patlama testi; yük akısı.

## GİRİŞ

SSY'ler, uzay aracı mekanik arayüzündeki yükler olarak tanımlanır ve uzay aracının ağırlık merkezine etki eder. Bu yükler, görev sırasında herhangi bir anda uzay aracının karşılaşılabileceği en şiddetli dinamik ve statik ivmelerin kombinasyonudur [1].

SSY, dinamik ve statik ivmelerin birleşiminden kaynaklanır ve tasarım amaçları doğrultusunda tanımlanır. [2] Kaynağına göre, SSY'ler genellikle tasarımcılar tarafından uzay aracının ağırlık merkezine uygulanan eşdeğer ivmeler olarak yorumlanmaktadır.

Uydu yapısı, fırlatma ve nihai yörüngesine yerleştirilme sürecinde statik ve dinamik yüklerle dayanacak şekilde tasarlanmalıdır. Fırlatma sürecinde, uyduya neredeyse sabit bir ivme etki edebilir. Genellikle bu ivme değerleri, üç ana yönde (biri fırlatma yönü boyunca, ikisi ise yanal yönlerde) yerçekimi ivmesinin katları olarak ifade edilir. Örnek bir fırlatma aracı yük grafiği Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Falcon 9 fırlatma aracı SSY faktörü [3]

Fırlatma aracı tarafından verilen SSY'ler, birçok makalede statik analiz yapılarak doğrulanmıştır. Kyung-Bo Lee [4] dünya gözlemi için uydu takım yıldızlarının geliştirilmesine uygun uydu yapılarının statik ve modal analizlerini yapmıştır.

Orefice ve arkadaşları [5], statik yük test yöntemlerini inceleyerek özellikle sinüs patlama (SSY) testine odaklanmıştır. Çalışmada, sinüs patlama testine özgü temel zorlukların çözümü için bir test prosedürü önerilmiş ve ayrıca 6U CubeSat üzerinde gerçekleştirilen deneysel test sonuçları sunulmuştur.

Çoğu fırlatıcı uydu daha önce fırlatılmamışsa ve benzer bir sistem ile doğrulanmamışsa uydu yapısının statik testlerinin yapılmasını zorunlu kılmaktadır [1].

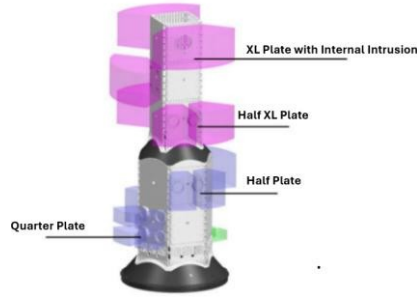
Yılmaz ve arkadaşları [6] statik yük test yöntemlerini ve özellikle titreşim test sistemlerinde gerçekleştirilen ivmelenme testlerini ele almaktadır.

Uydular, fırlatma sırasında çok çeşitli yüklerle maruz kalır. Bu yükler genellikle sinüzoidal titreşimler, rastgele titreşimler ve şok yanıt spektrumu yükleri olarak sınıflandırılır. Fırlatıcı bu yükleri uydu üreticisi tarafından, eğer uydu daha önce fırlatılmamışsa ve benzer bir sistem ile doğrulanmamışsa hem diğer uyduları korumak hem de fırlatma aracını korumak için test edilmesini gerekli kılar.

Fırlatma sırasında uydulara uygulanan bu titreşim yüklerinin yer test koşullarında taklit

edilebilmesi için, uydu titreşim testleri genelde elektrodinamik sarsıcılar kullanılarak yapılır. Elektrodinamik sarsıcı, genellikle titreşim testleri ve sinyal doğrulama gibi uygulamalarda kullanılan bir test cihazıdır. Elektriksel enerji ile hareket ettirilen bu çalkalayıcı, bir yapıyı veya bileşeni belirli frekanslarda titreştirerek mekanik testler yapmayı sağlar.

Uydular, isterler ve görev profilleri belirlendikten sonra tasarım aşamasında bazı kısıtlamalara maruz kalmaktadır. Uydunun boyut ve kütle sınırlamaları fırlatma aracı kapasitesi ve yetkinlikleri tarafından belirlenir. Uydu tahmini hacim ve kütle bütçesi çıkartılır ve fırlatma aracı tarafından verilen hacimler doğrultusunda tasarım isterleri oluşturulur. Örnek bir uydu bağlantı plakası ve hacim konfigürasyonu Şekil 2 ile gösterilmiştir.



Şekil 2. Falcon 9 uydu bağlantı plakası ve hacim konfigürasyonları [3]

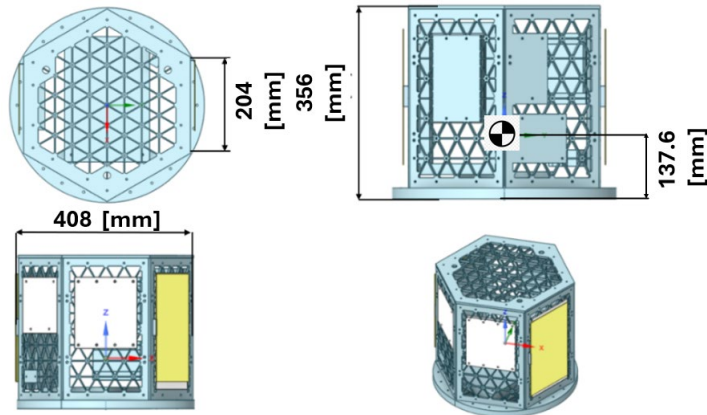
Uydular, fırlatma sırasında güvenli bir şekilde taşınmaları ve belirlenen yörüngeye bırakılmaları için roketin yük bölmesine (payload fairing) bağlanır. Bu bağlantı, mekanik arayüzler ve ayrılma mekanizmaları ile sağlanır.

Fırlatıcılar farklı standart mekanik arayüz boyutları sunmaktadır. Bu arayüzler dairesel, 4 noktalı ve CubeSat Dispenser arayüzleridir. Dairesel arayüz boyutları olarak genelde 8", 15" ve 24" çapında standart arayüzlere sahiptir

## MODEL TANIMI

### Uydu Yapısı

Bu çalışmada tek bir adet uydu fırlatılacağı ve uydu kütlesinin 20 kg üzerinde bir mikro uydu olduğu için dairesel bir arayüz seçilmiştir. Fırlatıcı tarafından tanımlanan tasarım kısıtları göz önünde bulundurularak, 15 inç çapında bir arayüz seçilmiştir. 15 inç çapa sahip bir arayüze uyduyu bağlamak için toplam 24 adet 0,25 inç çapında, 28 diş/inç cıvata kullanılmaktadır [3]. Fırlatıcı tarafından belirlenen arayüz bağlantıları ve diğer isterler doğrultusunda tamamen AL-6061-T6 malzemeye sahip bir uydu tasarlanmıştır. Uydu kütlesi 20.6 kg'dır. Ağırlık merkezi konumu ve uydu genel yapısı Şekil 3'te gösterilmiştir.



Şekil 3. Tasarlanan uydu modeli

### Analiz Modelleme Stratejisi

Uydu analiz modelinde çoğunlukla CTETRA elemanları kullanılarak kabuk yapı tanımlanmıştır. Cıvata bağlantı bölgeleri, hacimsel gerilme dağılımını doğru şekilde temsil etmek amacıyla CHEXA (hexahedral) elemanları ile modellenmiştir. Cıvatalı bağlantılar, yük aktarımını ve bağlantı rijitliğini gerçekçi şekilde temsil edecek biçimde CBEAM ve RBE2 elemanları ile modellenmiştir. Sonlu elemanlar modelinin özeti Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. Sonlu elemanlar modeli özeti

Girdi Adı	Girdi Sayısı
Total elements	25275
Toplam Grid	393133
CBEAM Elemanlar	179
CTETRA Elemanlar	1424076
CHEXA Elemanlar	124500
RBE2 elements	359

### Modal Analiz Yöntemi

Modal analiz, bir yapının doğal frekanslarını ve mod şekillerini belirlemek için kullanılan temel bir yöntemdir ve bu bilgiler, rezonans koşullarının tespit edilmesi ve titreşim risklerinin değerlendirilmesi açısından kritik öneme sahiptir. Bu çalışmada, uydunun mod özelliklerini çıkarmak amacıyla bir sonlu elemanlar modeli (FEM) kullanılmıştır.

Yapısal dinamik davranış, sönümsüz hareket denklemi ile tanımlanmaktadır:

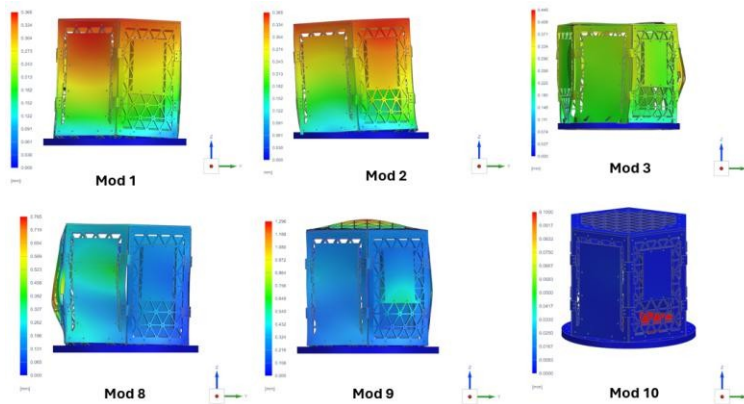
$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (1)$$

Burada  $[M]$  ve  $[K]$  sırasıyla kütle ve rijitlik matrislerini,  $\{u\}$  ise yer değiştirme vektörünü temsil etmektedir. Çözümün harmonik formda  $u(t) = \{\psi\}e^{i\omega t}$  olduğu varsayıldığında, Denklem (1) standart özdeğer problemine indirgenir:

$$([K] - \omega_r^2[M])\{\psi\}_r = \{0\} \quad r = 1, 2, \dots, k \quad (1)$$

Bu özdeğer probleminin çözülmesi, sistemin doğal frekanslarını  $\{\omega\}$  ve karşılık gelen mod şekillerini  $\{\psi\}$  verir ve bu sonuçlar sonraki dinamik analizlerin temelini oluşturur.

Uydunun ilk altı kritik titreşim modu sırasıyla Şekil 4 ve Tablo 2’de gösterilmekte ve özetlenmektedir.



Şekil 4. Uydu sonlu elemanlar mod şekilleri

Tablo 2. Uydu numerik doğal frekanslar

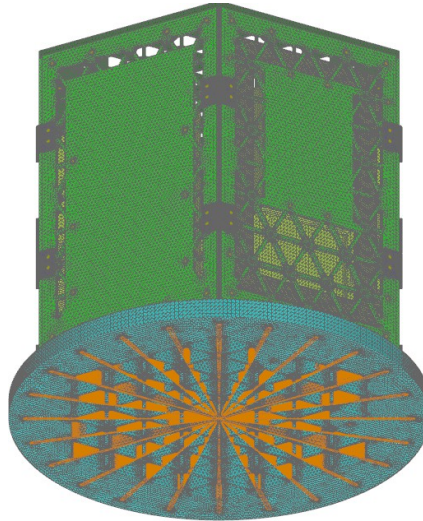
Mod	Numerik Doğal Frekans. [Hz]	Mod Şekli
1	122,3	İlk Eğilme
2	124,9	İkinci Eğilme
3	251,2	Birinci Burulma
8	352,1	Üçüncü Eğilme
9	369,4	Dördüncü Eğilme
10	370,1	Yerel Eğilme

Bu mod şekilleri, kanadın doğal frekanslarına karşılık gelen karakteristik deformasyon desenlerini ortaya koyarak yapının dinamik davranışı hakkında önemli bilgiler sunmaktadır.

### Statik Analiz Yöntemi

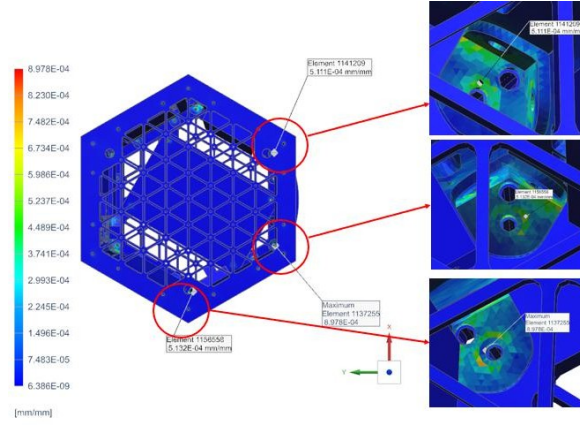
Tasarlanan uydu yapısının sonlu elemanlar analizi için Simcenter 3D Nastran yazılımından yararlanılmıştır. SSY'ler, statik yükler olarak modellenmiş ve bu yüklerin büyüklükleri Şekil 1'de verilen ivme spektrumlarından elde edilmiştir. Analiz kapsamında, 16 g yanal ve 4.5 g aksenal yük bileşenleri uygulanmıştır. Aksenal yükler belirlenen fırlatma aracı kullanma kılavuzunda belirtilen güvenlik katsayısı olan 1.25 ile çarpılarak uygulanmıştır [3]. Uydunun fırlatma arayüzüne bağlantısı için tasarlanan bağlantı noktaları, 24 adet 6.2 mm çapında delikle modellenmiş olup, bu delikler analizde tekil bir nokta olarak idealize edilerek rijit gövde elemanları (RBE2) aracılığıyla bağlanmıştır. Uydu yapısının cıvatarla birbirine bağlanan alt bileşenleri ise CBEAM ve RBE2 elemanları kullanılarak modellenmiş ve cıvata bağlantıları örümcek ağı benzeri rijit gövde bağlantıları ile yapı içine entegre edilmiştir.

Kurulan sonlu elemanlar modeli, detaylı geometrik temsili ve bağlantı şeması ile birlikte Şekil 5'te sunulmaktadır.



Şekil 5. Uydu sonlu elemanlar modeli

Oluşturulan modelde uydu rokete bağlantı arayüzü tek bir noktadan tüm yönlerde (3 öteleme, 3 dönme) sabitlenmiştir. Belirlenen yük faktörü, modelin ağırlık merkezine uygulanarak yapıda ortaya çıkan gerinim dağılımı analiz edilmiştir.



Şekil 6. Statik analiz gerinim dağılımı

Şekil 6’da sunulan gerinim dağılımı sonuçlarına göre, en yüksek gerinim değerlerinin alt panel ile yan panelin bağlantı bölgelerinde yer alan köşebent elemanlarda yoğunlaştığı gözlemlenmiştir. Yapılan ölçümler sonucunda bu bölgelerde elde edilen maksimum gerinim değeri  $897.8 \mu\epsilon$  olarak belirlenmiştir.

### Tepki Dinamiği Analizi Yöntemi

Tepki dinamiği analizinde eşdeğer yük faktörü hesaplanmıştır. Ağırlık merkezindeki SSY’dan teorik arayüz çizgisel yükleri hesaplamak için gerekli formüller verilmiştir. Bu formüller ile eşdeğer yük faktörü belirlenmiştir.

Uydu fırlatma arayüzü ince cidarlı silindirik bir yapı varsayılmıştır.

Boyuna kuvvet  $N$  denklem (3) ile hesaplanır,

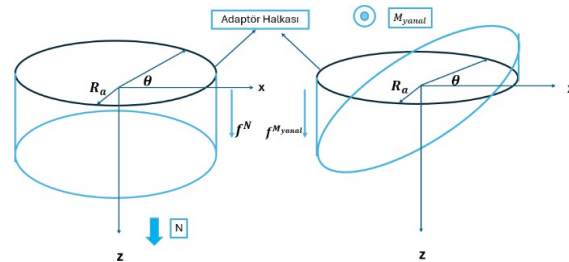
$$N = M_{uydu} SSY_{boyuna} \quad (3)$$

Burada  $M_{uydu}$  uydu kütesidir.

Fırlatma aracın ve uydu arayüzünde oluşan eğilme momenti  $M_{boyuna}$  denklem (4) ile elde edilir:

$$M_{boyuna} = M_{uydu} SSY_{boyuna} h_{cg} \quad (4)$$

Denklem 4’te  $h_{cg}$  statik ağırlık merkezinin arayüze göre boyuna koordinatıdır.



Şekil 7. Eksenel kuvvetin (solda) ve eğilme momentinin (sağda) arayüz halkası boyunca teorik yük dağılımı [2]

$N$  ve  $M_{yanal}$  tarafından üretilen arayüz halkası boyunca olan  $f^N$  ve  $f^{Myanal}$  eksenel yük akıları Şekil 7’de gösterilmiştir. Ayrıca arayüz halkasının yarıçapı  $R_a$  ve  $\theta$  açısı kullanılarak denklem (5) ve denklem (6) yazılabilir.

$$N = f^N 2\pi R_a \quad (5)$$

$$f^N = \frac{N}{2\pi R_a} \quad (6)$$

$M_{yanal}$  tarafından üretilen akı  $\theta$ 'nın harmonik bir fonksiyonudur.

$$f^{Myanal} = f_{max}^{Myanal} \cos(\theta) \quad (7)$$

Bu formül ise denklem (8) denklem (9) ile belirtilebilir

$$M_{yanal} = \int_0^{2\pi} (f_{max}^{Myanal} \cos^2(\theta) R_a^2) d\theta \quad (8)$$

$$f_{max}^{Myanal} = \frac{M_{yanal}}{\pi R_a^2} \quad (9)$$

Doğrusal sistemler için süperpozisyon ilkesine uygun olarak ve eksenel kuvvet ile eğilme momentinin aynı anda etkilendiği durum varsayılırsa  $f_{1,2}$  denklem (10) ile ifade edilir.

$$f_{1,2} = f^N \pm f_{max}^{Myanal} = \frac{N}{2\pi R_a} \pm \frac{M_{yanal}}{\pi R_a^2} \quad (10)$$

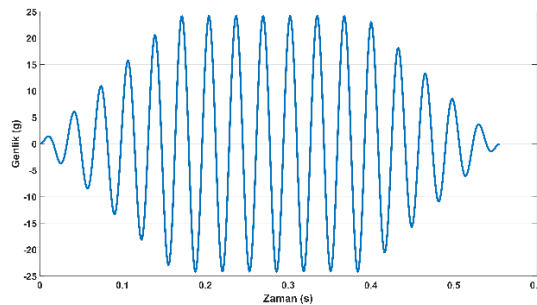
$f_1$  maksimum  $f_2$  ise minimum yük akısı değerleridir.

Oluşturulan yük akıları ile maksimum ve minimum eşdeğer yük faktörü hesaplanmıştır. Eşdeğer yük faktörü denklem (10) ile bulunur.

$$f_{eşdeğer} = \frac{f_{1,2} \pi R_a^2}{M_{uydu} h_{cg}} \quad (11)$$

Çıkan yük yerçekimi ivmesinden ifade edilmesi için çıkan maksimum ve minimum değerler için denklem (11) yaklaşık  $9.81 \text{ m/s}^2$  ye bölünerek eşdeğer yük faktörü hesaplanır.

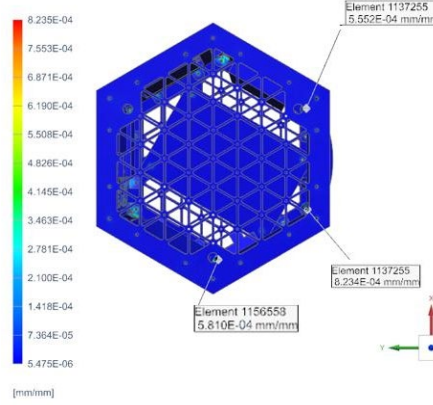
Tepki dinamiği analizi bölümünde analiz isterlerinin oluşturulması için yük akısı hesaplanmıştır. Hesaplanan yük akısı ile yükü tek bir eksene indirgeyerek eşdeğer yük faktörü belirlenmiştir. Hesaplanan eşdeğer yük faktörünü hangi frekansta uygulanacağı modal analizler sonucu belirlenmiştir. NASA Mühendislik ve Güvenlik Merkezi tarafından yayımlanan raporda [7] tepki dinamiği analiz frekansı ilk modun en az 1/3 katı oranında alınmasını ve zirve seviyesinde 5-10 döngü yapılmasını tavsiye eder. Standart [8] ise sistemin belirlenen doğal frekansın çift katlı olmasını tavsiye eder. Bu çalışmalar kapsamında yapılan modal analiz sonucunda ilk rijit mod 122.3 Hz bulunmuştur. Test frekansı ilk rijit modun 1/4 katı olan 30 Hz olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan test frekansı ve belirlenen eşdeğer yük ile zamana bağlı eşdeğer yük faktörü oluşturulmuştur. Oluşturulan eşdeğer yük faktörü-zaman grafiği Şekil 8'de gösterilmiştir.



Şekil 8. Eşdeğer yük faktörü-zaman grafiği

Oluşturulan grafikte frekans değeri 30 Hz ve hesaplanan eşdeğer yük faktörü 24 g olarak bulunmuştur.

Tepki dinamiği analizi için Şekil 8’de gösterilen değerler, sonlu elemanlar modelinde uygulanmıştır. Uygulanan profil sonrası gerinim değerleri Şekil 9’da gösterilmiştir.



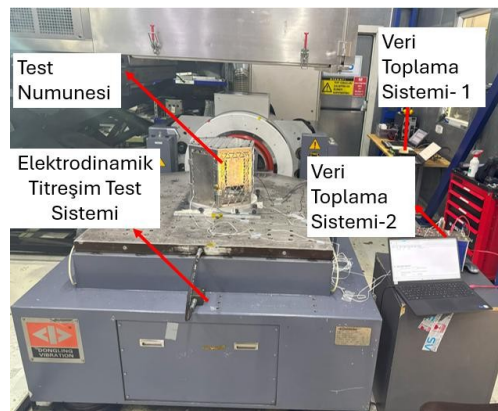
Şekil 9. Tepki dinamiği analizi gerinim sonuçları

## UYDU TİTREŞİM TESTİ DOĞRULAMASI

### Deney Kurulumu

Bu çalışmada, uydunun titreşim yanıtını değerlendirmek amacıyla bir shaker (sarsıcı) üzerinde deneysel testler gerçekleştirilmiştir. Test sırasında uydu, özel olarak tasarlanmış bir fikstür yardımıyla sarsıcı tablasına güvenli ve rijit biçimde sabitlenmiştir. Titreşim girişleri ve yapısal yanıtların ölçülmesi amacıyla toplam dört adet ivmeölçer kullanılmıştır. Bu ivmeölçerlerden biri sistem giriş sinyalini (kontrol kanalı) izlemek için konumlandırılmış, diğer üçü ise yapının farklı noktalarındaki dinamik yanıtları ölçmek üzere yerleştirilmiştir. Ayrıca yapının deformasyon davranışını incelemek amacıyla da üç adet gerinim ölçer kritik bölgelere yerleştirilmiştir. Bu gerinim ölçerler, seçilen konumlarda yer değiştirme ve gerilme dağılımını ölçmek için kullanılmıştır.

Kurulan bu deneysel düzenek sayesinde hem giriş titreşim seviyeleri hem de yapısal tepkiler eşzamanlı olarak kaydedilmiş ve detaylı şekilde analiz edilmiştir. Böylece uydunun dinamik karakteristikleri güvenilir şekilde belirlenmiştir. Test sırasında iki adet veri toplama sistemi kullanılmıştır ve bu sistemlerden biri gerinim ölçümlerini, diğeri ise ivme yanıtlarını kaydetmiştir. Deney düzeneğinin genel görünümü Şekil 10’da sunulmaktadır.



Şekil 10. Deney düzeneği genel görünüm

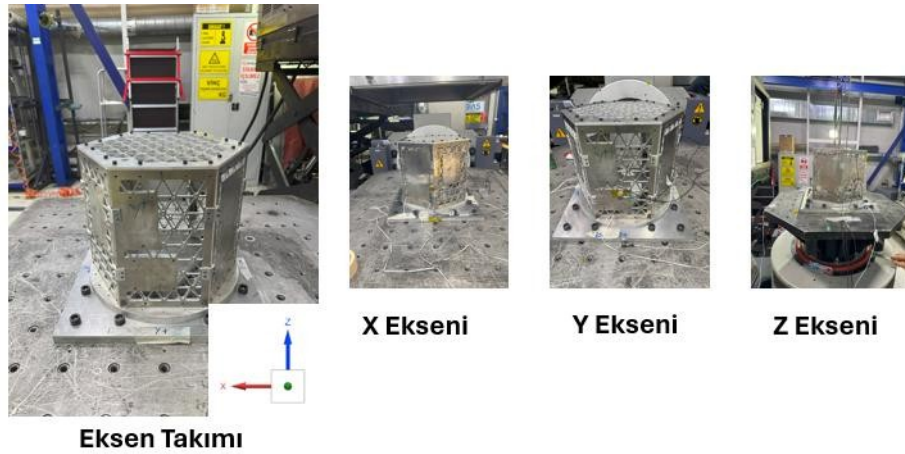
## Rezonans Tarama Testi

Bu çalışmada, uydunun yapısal dinamik karakteristiklerini belirlemek amacıyla üç eksende rezonans tarama testleri gerçekleştirilmiştir. Test kapsamında, uydu yapısı sırasıyla her bir ekseninde (X, Y ve Z yönlerinde) uyarılmış ve geniş frekans aralığında kontrollü tarama yapılmıştır. Bu yöntemle sistemin doğal frekansları, mod şekilleri ve rezonans davranışları detaylı şekilde ortaya konmuştur.

Test sırasında uydu, uygun bir fiyestür aracılığıyla shaker tablasına rijit ve güvenli biçimde monte edilmiştir. Her bir eksen yönünde ayrı ayrı uygulanan titreşim taramaları ile uydunun farklı modlarındaki titreşim yanıtları hassas ölçüm cihazları kullanılarak kaydedilmiştir. Özellikle kritik yapısal bileşenlerin rezonans frekansları ve titreşim genlikleri analiz edilerek tasarımın titreşim gereksinimlerine uygunluğu değerlendirilmiştir.

Bu rezonans tarama testleri sayesinde, uydunun tüm eksenlerdeki dinamik davranışının kapsamlı bir şekilde karakterize edilmesi sağlanmış ve yapısal bütünlüğünün fırlatma ortamındaki titreşim yüklerine karşı uygunluğu doğrulanmıştır.

Şekil 11'de, gerçekleştirilen rezonans tarama testlerinde kullanılan eksen takımı ve test edilen yönler görsel olarak sunulmaktadır. Görsellerde uydunun titreşim tablası üzerine sabitlenmiş hali ve her bir eksen yönündeki (X, Y, Z) test konfigürasyonları ayrı ayrı gösterilmiştir.



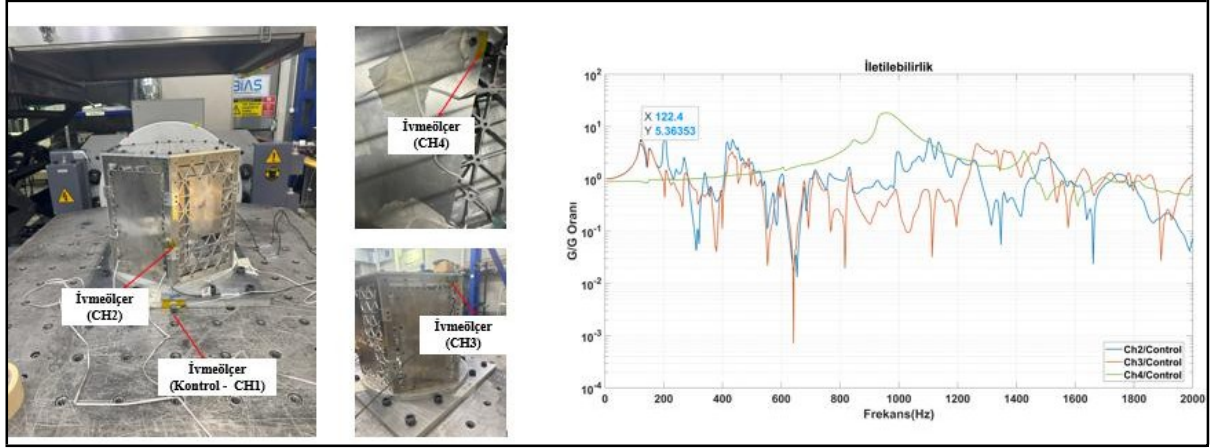
Şekil 11. Test eksenleri

X, Y ve Z eksenleri, uydunun fırlatma sırasında maruz kalabileceği fırlatma yüklerini temsil edecek şekilde seçilmiş olup, testler sırasında her ekseninde ayrı ayrı rezonans taraması uygulanmıştır. Eksen takımı görüntüsü, test sırasında kullanılan koordinat sistemini ve eksen yönlendirmelerini tanımlamaktadır. Böylelikle her bir eksen yönündeki doğal frekanslar, mod şekilleri ve yapısal yanıtlar detaylı şekilde incelenmiş ve uydunun farklı yönlerdeki dinamik karakteristikleri kapsamlı biçimde değerlendirilmiştir.

İvmeölçer yerleşimi, her bir test eksenini (X, Y ve Z yönleri) için ayrı ayrı yapılan sayısal analiz sonuçları doğrultusunda belirlenen mod şekilleri ve en büyük yer değiştirme bölgeleri göz önünde bulundurularak tasarlanmıştır. Kritik bölgelerde beklenen maksimum deplasman noktalarına yakın konumlara yerleştirilen ivmeölçerler sayesinde, her ekseninde uygulanan

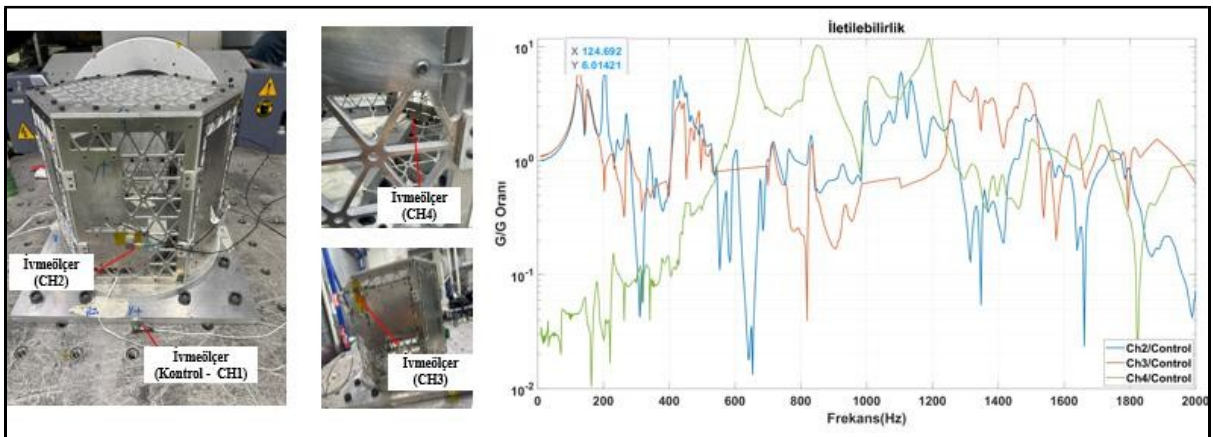
rezonans tarama testlerinde yapının dinamik yanıtlarının hassas ve karşılaştırılabilir şekilde ölçülmesi hedeflenmiştir.

Yapılan rezonans tarama testlerinde, ilk mod frekansı X eksenini yönü için yaklaşık 122.4 Hz olarak elde edilmiş olup, benzer şekilde Y ve Z eksenlerindeki taramalarda da her yönün kendine özgü rezonans frekansları ve titreşim karakteristikleri belirlenmiştir. Bu kapsamlı ölçüm yaklaşımı ile iletilebilirlik (transmissibility) eğrileri her ekseninde ayrı ayrı değerlendirilmiş ve yapının farklı yönlere titreşim davranışı detaylı şekilde ortaya konmuştur. Bu kapsamda, Şekil 12’de X eksenini için gerçekleştirilen rezonans tarama testine ait ivmeölçer yerleşimi ile ölçülen transfer fonksiyonu (iletilebilirlik eğrisi) ayrıntılı olarak sunulmaktadır. Analiz sonuçları ile deneysel bulguların karşılaştırılması sonucunda, model doğrulaması ve sistemin dinamik karakteristiklerinin belirlenmesi sağlanmıştır.



Şekil 12. X eksenini ivmeölçer konumlandırması ve transfer fonksiyonu (iletilebilirlik) grafiği

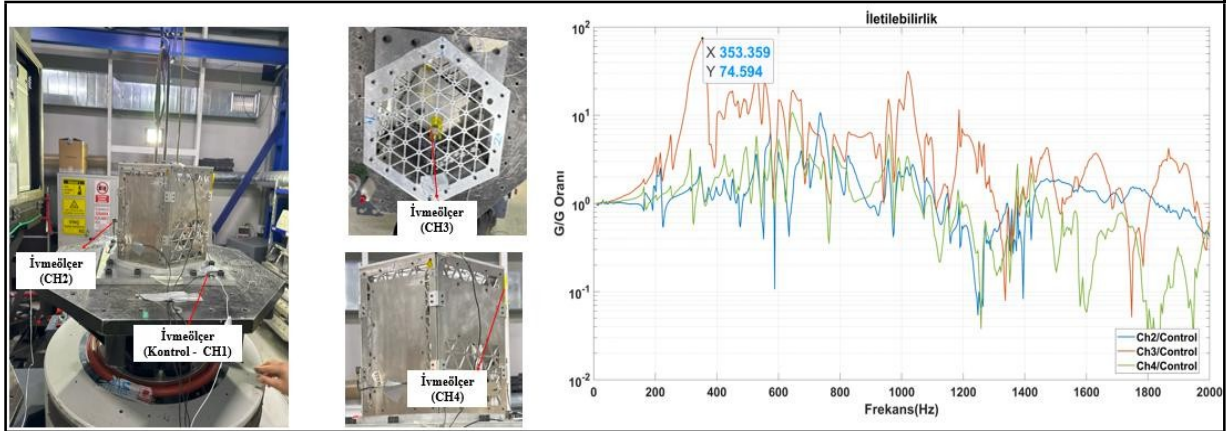
Şekil 13’te Y eksenini yönünde gerçekleştirilen rezonans tarama testine ait ivmeölçer yerleşimleri ve ölçüm sonuçları sunulmaktadır. İvmeölçerler, analizle öngörülen en yüksek deplasman bölgelerine yakın konumlandırılarak kritik modların etkin şekilde yakalanması sağlanmıştır. Yapılan testte Y eksenini için ilk mod frekansı yaklaşık 124.7 Hz olarak ölçülmüş ve bu frekansta yapının belirgin bir rezonans tepkisi ortaya konmuştur.



Şekil 13. Y eksenini ivmeölçer konumlandırması ve transfer fonksiyonu (iletilebilirlik) grafiği

Şekil 14’de Z eksenini yönünde yapılan rezonans tarama testine ait ivmeölçer yerleşimleri ve elde edilen iletilebilirlik eğrileri yer almaktadır. İvmeölçerlerin yerleşimi, Z eksenindeki mod şekillerinde ortaya çıkan maksimum deplasman bölgelerine göre optimize edilmiştir. Z eksenini

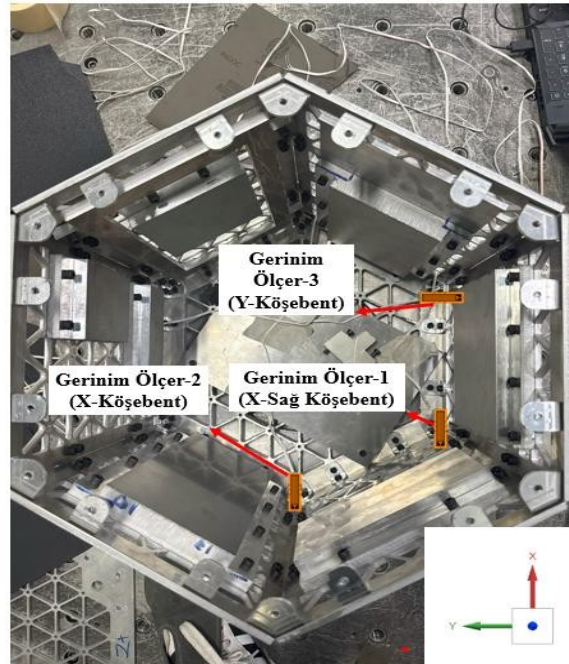
rezonans taramasında ilk mod frekansı yaklaşık 353.4 Hz olarak belirlenmiş ve bu frekansta sistemin karakteristik dinamik yanıtı açık şekilde gözlemlenmiştir.



Şekil 14. Z eksenli ivmeölçer konumlandırması ve transfer fonksiyonu (iletebilirlik) grafiği

### Sinüs Patlama Testi

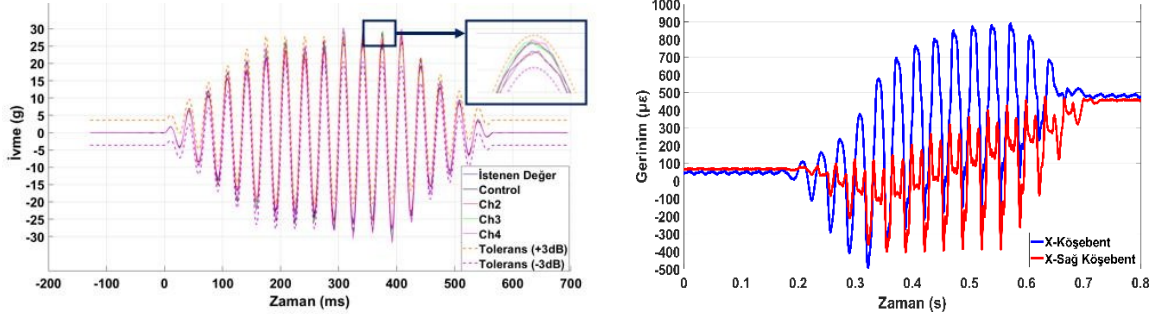
Sinüs patlama testlerinin tasarım aşamasında, uydunun yapısal dayanımını iki ayrı eksende (X ve Y) doğrulamak amacıyla özel bir ölçüm yerleşimi planlanmıştır. Her eksen için kütle merkezi (CG) ve öne çıkan kritik bölgeler belirlenmiş, bu noktalara ivmeölçerlerin yerleştirilmesi hedeflenmiştir. Ayrıca yapısal deformasyon tepkisini detaylı şekilde incelemek amacıyla X eksenli testinde iki adet, Y eksenli testinde bir adet gerinim ölçer kullanılması öngörülmüştür. Gerinim ölçer konumları, yapısal gerilme dağılımını temsil edecek biçimde seçilmiştir. Ayrıntılı yerleşim Şekil 15'te gösterilmektedir. Tüm ölçümlerin, fırlatma kılavuzunda belirtilen  $\pm 3$  dB tolerans sınırları içinde kalacak şekilde planlanması, testin doğrulama yeteneğini artırmak amacıyla temel tasarım kriteri olarak benimsenmiştir [3].



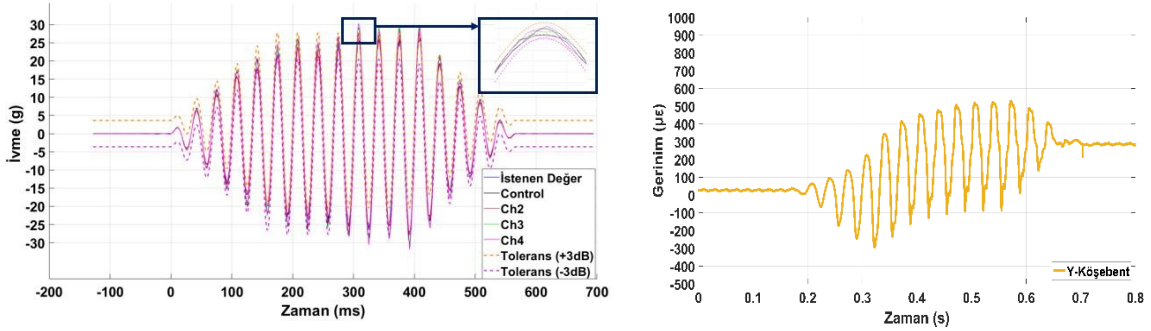
Şekil 15. Gerinim ölçer yerleşimi

Sinüs patlama testleri, X ve Y eksenlerinde ayrı ayrı uygulanarak uydunun dinamik yapısal tepkileri deneysel olarak değerlendirilmiştir. Testler sırasında CG noktası ve belirlenen kritik

bölgelere yerleştirilen ivmeölçerlerden elde edilen veriler analiz edilerek yapının hedeflenen ivme profiline verdiği yanıt detaylı olarak incelenmiştir. Gerinim ölçerlerden sağlanan veriler, kritik bölgelerdeki gerilme dağılımının tasarım sınırları dahilinde kalıp kalmadığını değerlendirmek için kullanılmıştır. Ölçüm sonuçları, uygulanan ivme profillerinin  $\pm 3$  dB tolerans sınırları içinde tutulduğunu ve yapısal tasarım gereksinimlerinin karşılandığını doğrulamıştır. İlgili eksenlerde kaydedilen ivme ve gerinim yanıtlarının grafiksel temsilleri Şekil 16 ve Şekil 17’de sunulmaktadır.



Şekil 16. X eksenli sinüs patlama testi – ivme cevabı (sol) ve gerinim ölçer grafiği (sağ)



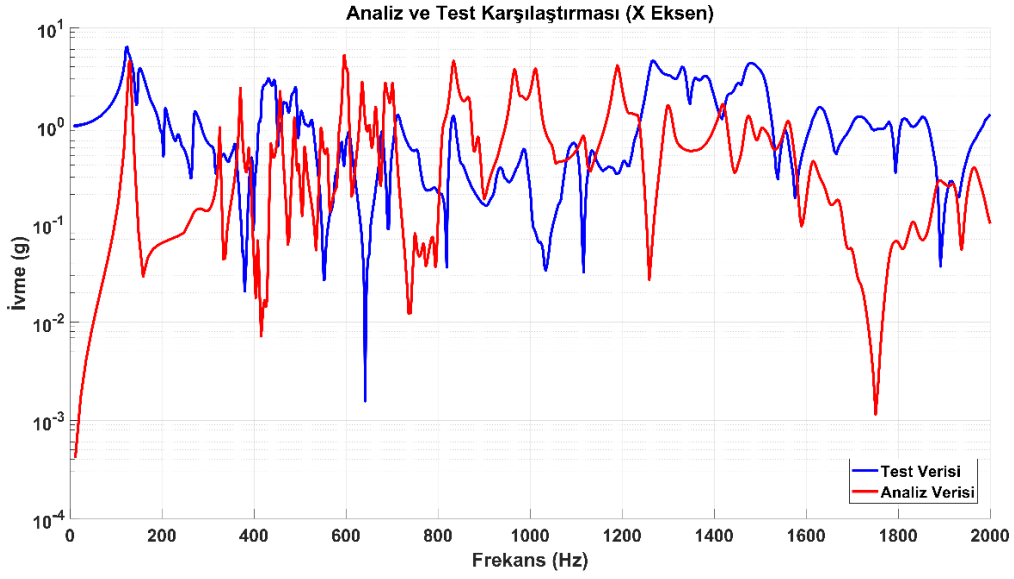
Şekil 17. Y eksenli sinüs patlama testi – ivme cevabı (sol) ve gerinim ölçer grafiği (sağ)

## SONUÇLAR

Yapılan çalışmada, uydunun dinamik yanıt karakteristikleri hem sayısal analiz hem de deneysel test yöntemleri aracılığıyla kapsamlı bir şekilde belirlenmiş ve karşılaştırılmıştır. Farklı eksenlerde uygulanan titreşim testlerinden elde edilen ölçüm verileri, sayısal analiz sonuçlarıyla detaylı olarak karşılaştırmalı biçimde değerlendirilmiştir. İncelenen frekans aralıklarında test ve analiz verileri yüksek düzeyde uyum göstermiştir. Özellikle ana rezonans bölgelerinde benzer tepki karakteristikleri gözlemlenmiştir. Bu bulgular, oluşturulan sayısal modelin deneysel ölçümlerle doğrulandığını ve sistemin dinamik özelliklerini güvenilir bir şekilde temsil edebildiğini ortaya koymaktadır. Deneysel testlerden elde edilen viskoz sönüm değerleri modele entegre edilerek modal analiz yeniden gerçekleştirilmiş ve sistemin dinamik yanıtı güncellenmiştir.

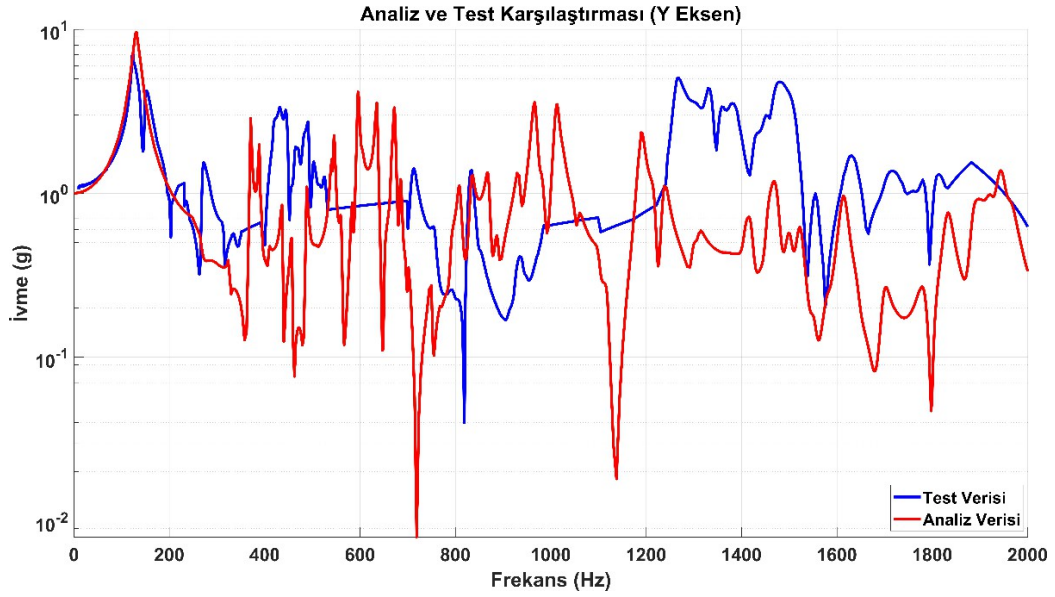
## Modal Analiz ve Rezonans Taraması Sonuçlarının Karşılaştırılması

X eksenine yönelik doğal frekansların karşılaştırmalı sonuçları Şekil 18’de sunulmaktadır.



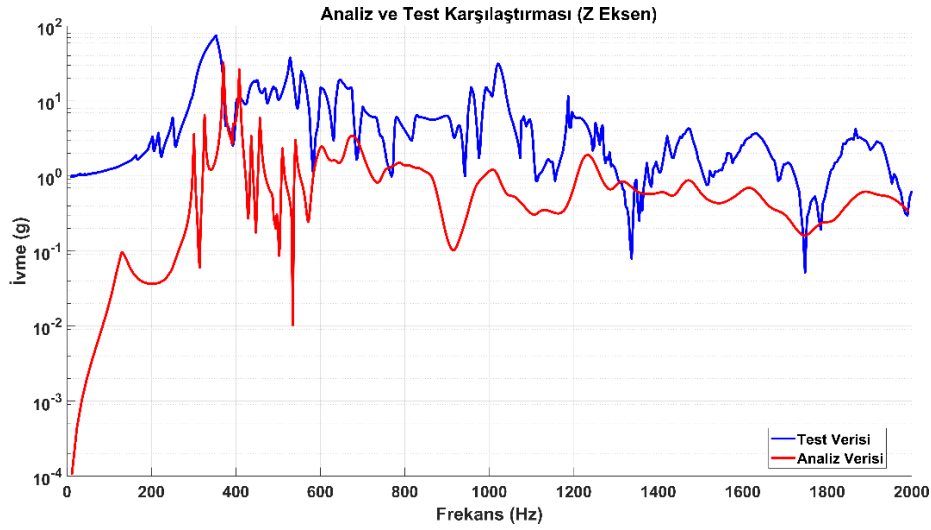
Şekil 18. X eksenine yönelik analiz ve test karşılaştırması

Şekil 19’de Y eksenine yönelik doğal frekans karşılaştırması gösterilmiştir



Şekil 19. Y eksenine yönelik analiz ve test karşılaştırması

Şekil 20’de Z eksenine yönelik doğal frekans karşılaştırması gösterilmiştir



Şekil 20. Z eksenini analiz ve test karşılaştırması

Tablo 3'te deneysel ve sayısal olarak elde edilen doğal frekanslar karşılaştırılmış ve en fazla %2.7 hata ile yakın bir uyum sağlandığı doğrulanmıştır.

Tablo 3. Numerik ve deneysel doğal frekans karşılaştırması

Mod	Numerik Doğal Frekans. [Hz]	Deneysel Doğal Frekans [Hz]	Hata %	Mod Şekli
1	122,3	122,4	0,1%	İlk Eğilme
2	124,9	124,7	0,2%	İkinci Eğilme
3	251,2	247,2	1,6%	Birinci Burulma
8	352,1	343,4	2,5%	Üçüncü Eğilme
9	369,4	378,1	2,3%	Dördüncü Eğilme
10	370,1	380,5	2,7%	Yerel Eğilme

### Statik Analiz, Tepki Dinamiği ve Sinüs Patlama Testine Ait Gerinim Değerleri Karşılaştırması

Tablo 4'te hem statik hem tepki dinamiği analiz sonuçlarının, sinüs patlama testi ile karşılaştırıldığında genel olarak yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Tepki dinamiği analizi, statik analize göre test sonuçlarına daha yakın değerlere sahiptir; bu da dinamik etkilerin önemini ortaya koymaktadır. Testteki maksimum gerinimler analizlerle aynı büyüklük mertebesinde ve farklar makul seviyededir. Bu tablo, modellemenin deney koşullarını genel hatlarıyla iyi temsil ettiğini göstermektedir.

Tablo 4. Numerik ve deneysel gerinim ölçer karşılaştırması

Gerinim Ölçer No	Konum	Eleman Numarası	Gerinim ( $\mu\epsilon$ )			
			Statik Analiz	Tepki Dinamiği Analizi	Sinüs Patlama Testi	
					$\epsilon$	$\epsilon$
1	X- Sağ Köşebent	1137255	897,8	823	890,2	-493,5
2	X-Köşebent	1156558	513,2	581	466,76	-400,5
3	Y-Köşebent	1141209	511,1	552f	529,9	-291,7

## DEĞERLENDİRME

Tablo 3’de, sayısal ve deneysel doğal frekansların karşılaştırılmasında tüm modlar için %2.7’yi geçmeyen düşük hata oranları elde edilmiş ve analiz sonuçlarının deneysel ölçümlerle güçlü bir uyum gösterdiği ortaya konmuştur.

Tablo 4 incelendiğinde, statik analiz, tepki dinamiği analizi ve sinüs patlama testi sonuçlarının genel olarak uyumlu olduğu görülmektedir. Tepki dinamiği analizi sonuçları, statik analiz değerlerine kıyasla test sonuçlarına daha yakındır ve dinamik yükleme etkisini daha gerçekçi yansıtmaktadır. Testte ölçülen maksimum gerinim değerleri, analiz sonuçlarıyla %10’dan düşük farklar göstermiştir. Bu durum, sayısal modelin malzeme özellikleri ve sınır şartlarının deneysel durumu temsil etmede yeterli doğrulukta olduğunu ortaya koymaktadır.

Uydu, maksimum sanki-statik nihai titreşim yükü seviyelerinde uygulanan bir dizi sinüzoidal titreşim yükleme çevrimini güvenle karşılamıştır. Bu yükler, yapı konfigürasyonuna uygun şekilde tanımlanan tasarım yüklerini başarıyla simüle etmiştir.

Yapılan inceleme ve ölçümler, belirlenen gerekliliklerden herhangi bir hasar veya sapma olmadığını göstermiştir.

Uydu üzerindeki ölçülen gerinimler, yapısal gerilmelerin malzeme akma dayanımının altında kaldığını ve sonlu elemanlar modeli (FEM) gerilme tahminlerini makul şekilde doğruladığını göstermektedir.

Uydu için tanımlanan sanki-statik yük test hedefleri, sarsıcı (shaker) üzerinde sinüs patlama yöntemi kullanılarak, sınırlı hazırlık ve test süresi içinde yüksek düzeyde verimlilik ve maliyet etkinliği sağlanacak şekilde başarıyla uygulanmıştır.

## TEŞEKKÜR

Yazarlar, uydu titreşim testleri süresince sağladıkları destek için BİAS Mühendislik’e ve üretim sürecine katkılarından dolayı Avrupa Metal firmasına içten teşekkürlerini sunar.

## KAYNAKLAR

- [1] Arianespace, “Ariane 5 User’s Manual”, Issue 5 Revision 2, October 2016.
- [2] ECSS-E-HB-32-26-A, “Spacecraft mechanical loads analysis handbook”, February 2013.
- [3] SpaceX, "Rideshare Payload User’s Guide". [Çevrimiçi]. Erişim adresi: <https://www.spacex.com/rideshare/>
- [4] Kyung-Bo Lee. “Design and Analysis of the Satellite Structure for the Development of the Earth-Observation Satellites.” *Journal of the Korean Society of Mechanical Technology* 19, no. 4, 2017.
- [5] M. Orefice, V. Quaranta, G. Bruno, G. Martinotti and C. C. Tartaglia, "Quasi-static load space qualification test," *2021 IEEE 8th International Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace)*, Naples, Italy, pp. 48-52, 2021.
- [6] F. Yilmaz, O. O. Haktanir and A. B. Uygur, "Quasi-static structural test of satellites," 2015 7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST), Istanbul, Turkey, 2015, pp. 421-424, doi: 10.1109/RAST.2015.7208381.
- [7] NASA Engineering and Safety Center Technical Bulletin No. 15-02
- [8] GEVS: GSFC-STD-7000A. “General Environmental Verification Standard for GSFC Flight Programs and Projects.” NASA Goddard Space Flight Center. April 22, 2013.



## VİSKOZ AKIŞKAN İLE ETKİLEŞİMDEKİ SANDVIÇ PLAKANIN ZORLANMIŞ TİTREŞİMİ

Zeynep Ekicioğlu Küzeci<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Kırşehir

### ABSTRACT

This research examines the vibrations that occur when a harmonic mechanical force is applied to hydro-elasto-piezoelectric system consisting of three-layer (piezoelectric/metal/piezoelectric) sandwich plate, viscous fluid, and a rigid wall. It is assumed that the lower piezoelectric layer of the plate is in contact with the fluid, and harmonic linear forces act on the free surface of the upper piezoelectric layer. To describe the motion of the plate, the equations of motion from linear electro-elasticity theory are used, considering the plane-strain state of the plate. The fluid motion is modeled using the linearized Navier-Stokes equations for a compressible (barotropic) viscous fluid, assuming plane flow conditions. The governing equations are expressed by applying the Fourier transform along the coordinate in the longitudinal direction of the plate. While the Fourier transforms are obtained analytically, the inverse transforms are computed numerically. PZT-2 is selected as the piezoelectric material, steel as the metal material, and glycerin as the fluid. Numerical results regarding the interface pressure between the plate and the fluid are obtained and discussed. With the findings obtained, when two and three layered plates with the same thickness are compared, it is seen that the absolute value of the interface stress of the two-layer structure is lower at low frequencies, and at high frequencies, it is seen that the interface stress values of the plate with the two-layer structure exceed the absolute value of the stress of the other sandwich plate structure. This transition frequency varies depending on the fluid depth/plate thickness ratio and the total plate thickness. In addition, as the total plate thickness of the sandwich plate increases, the stress value at the interface plane increases, which is an expected and obtained inference.

Keywords: sandwich plate; viscous fluid; forced vibration.

### ÖZET

Bu çalışmada, piezoelektrik-metal-piezoelektrik katmanlarından oluşan üç katmanlı sandviç bir plaka, viskoz bir akışkan ve rijit bir duvardan oluşan hidro-elasto-piezoelektrik bir sistemin, zamana bağlı harmonik bir mekanik kuvvet etkisindeki titreşim davranışı incelenmiştir. Sistem konfigürasyonunda, alt piezoelektrik katmanın akışkanla temas ettiği, üst piezoelektrik katmanın ise serbest yüzeyinde zamana bağlı harmonik doğrusal kuvvetlere maruz kaldığı varsayılmıştır. Plakanın hareketini tanımlamak için lineer elektro-elastisite teorisinin hareket denklemleri kullanılmış ve plakanın düzlem gerilme durumu dikkate alınmıştır. Akışkanın davranışı ise, sıkıştırılabilir (barotropik) viskoz akışkanlar için doğrusal hale getirilmiş Navier-Stokes denklemleri ile tanımlanmış; ayrıca düzlem akış varsayımı

kabul edilmiştir. Problemi tanımlayan denklemler, plaka uzunluğu doğrultusunda Fourier dönüşümü uygulanarak ifade edilmiştir. Fourier dönüşümleri analitik olarak elde edilmiş, ters dönüşümler ise sayısal olarak hesaplanmıştır. Malzeme seçiminde piezoelektrik katmanlar için PZT-2, metal ara katman için çelik, akışkan için ise gliserin tercih edilmiştir. Plaka ile akışkan arasındaki arayüzde oluşan basıncına ilişkin sayısal sonuçlar elde edilmiş ve bu sonuçlar analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular ile, aynı kalınlığa sahip iki ve üç katmanlı plakalar karşılaştırıldığında, düşük frekanslarda iki katmanlı yapının arayüz gerilmesinin mutlak değerinin daha düşük olduğu görülmüştür, yüksek frekanslarda iki katmanlı yapıya sahip olan plakaya ait arayüz gerilme değerlerinin diğer sandviç plaka yapısının gerilme mutlak değerini geçtiği görülmektedir. Bu geçiş frekansı; akışkan derinliği/plaka kalınlığı oranı ve toplam plaka kalınlığına bağlı olarak değişmektedir. Ayrıca sandviç plakanın, toplam plaka kalınlığı arttıkça, arayüz düzlemindeki gerilme değeri artması beklenen ve elde edilen bir çıkarımdır.

Anahtar kelimeler: sandviç plaka; viskoz akışkan; zorlanmış titreşim.

## GİRİŞ

Literatür incelendiğinde, Lamb'ın [1] yüz yıl önce tamamladığı eserin, bu alandaki araştırmaların temelini attığı kabul edilmektedir. Konuyla ilgili daha fazla araştırma ve ayrıntılı bilgiler için Amabili [2], Akbarov [3,4], Akbarov ve İsmailov [5-7], Guz [8], Guz, Zhuk ve Bagno [9], Paimushin ve Gazizullin [10], Paimushin ve diğerleri [11], Shuaib ve diğerleri [12], Sorokin ve Chubinskij [13], Zamanov ve diğerleri [14] ve bu çalışmalarda atıfta bulunulan diğer araştırmalara başvurulabilir.

Bu araştırmalar, farklı açılardan sınıflandırılabilir. Örneğin, plakanın hareketini tanımlamak için kullanılan teorilere göre; yaklaşık plaka teorilerinin kullanıldığı çalışmalar [1, 2, 10-12], Akbarov'un [3] çalışmasında ele alınan diğer çeşitli teoriler; elastodinamiğin doğrusal denklemleriyle yapılan çalışmalar [5-9]. Ayrıca, plaka malzemesinin elastik olarak modellendiği çalışmalar [6] veya viskoelastik olarak modellendiği çalışmalar [7, 14]. Bunun yanı sıra, bu araştırmalar, dinamik problemin türüne (dalga yayılımı, serbest titreşim, zorlanmış titreşim) ve akışkanın özelliklerine (sıkıştırılmaz akışkan, viskoz akışkan, sıkıştırılabilir akışkan vb.) göre de sınıflandırılabilir.

Yukarıda belirtilen çalışmalar, aynı zamanda plaka malzemesinin piezoelektrik veya piezomanyetik gibi akıllı olduğu durumlarla ilişkili problemlerin incelenmesi için teorik bir temel sunmaktadır. Bu tür araştırmaların sonuçları, enerji hasadı uygulamaları açısından büyük öneme sahiptir [15-18], ya da hidroakustik dönüştürücülerde, akustik dalgaların alınması (veya üretilmesi) işlemlerinde de önemli rol oynamaktadır [19-21].

Bu alandaki araştırmalar, piezoelektrik malzemelerin kullanımı ve akışkanlarla etkileşim üzerine odaklanmaktadır. Belkourchia ve arkadaşlarının [16] çalışmasında, okyanus dalgalarının piezoelektrik yamalarla donatılmış dikey kantilever kirişe uyguladığı basıncı sayısal olarak çözmek için bir algoritma geliştirilmiştir. Kirişin hareketi Euler-Bernoulli teorisiyle, akışkanın hareketi ise Navier-Stokes denklemleriyle tanımlanmıştır. Ancak, piezoelektrikli yamaların etkisi göz ardı edilmiştir. Benzer şekilde, Akaydin ve arkadaşlarının [22] çalışmasında da benzer bir yaklaşım sergilenmiş, ancak burada kantilever malzemesi piezoelektrik olarak kabul edilmiştir.

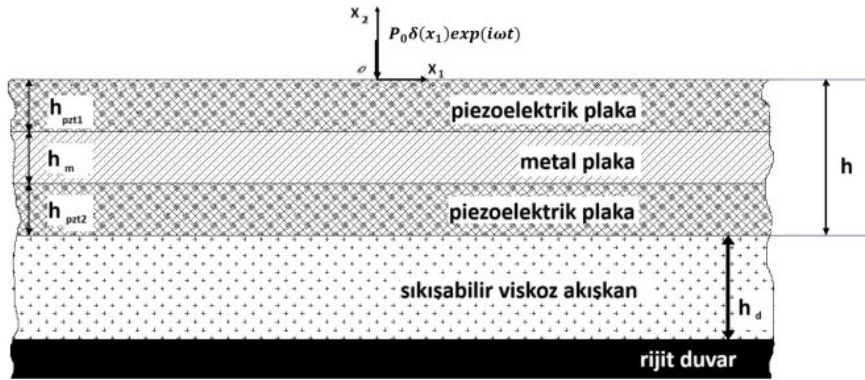
He ve arkadaşları [23], piezoelektrik enerji hasat cihazlarında (PEH) PZT katmanının optimum kalınlığını belirlemek için piezoelektrik kompozit kantilever kiriş modelini kullanmış ve PZT malzemenin hacim oranının etkisini sonlu elemanlar yöntemiyle incelemiştir. Bu çalışma, yalnızca kantilever kiriş modeliyle sınırlı kalmamış, daha genel PEH

modellerine de uygulanmıştır. Chen ve Yan [24] ise doğrusal olmayan bimorf piezoelektrik enerji hasatçısını analiz etmiş, kiriş hareketini Euler-Bernoulli teorisiyle tanımlamış ve denklemleri Hamilton prensibi ile elde ederek Galerkin yöntemiyle çözmüştür.

Tüm bu bahsedilen çalışmalarda akışkan sıkıştırılmaz olarak kabul edilmiş, piezoelektrik kirişler sonlu boyutlarda alınmıştır. Bu nedenle, sınır koşullarından bağımsız yerel elektromekanik ve hidro-elektromekanik etkileşimler tam olarak analiz edilememiştir. Ancak mevcut çalışmada sonsuz üç katmanlı "piezoelektrik + metal + piezoelektrik" plaka ve sıkıştırılabilir akışkan durumunun analiz edilecektir. Arayüz basıncı, enerji hasatçısı sistemlerin performansında direkt etkiye sahiptir ve bu etkinin teorik olarak çalışmalarda dikkate alınması önem arz etmektedir. Bu bağlamda, Ekicioğlu Kuzeci [25], sonlu derinlikteki sıkıştırılabilir (barotropik) Newtonian viskoz akışkan ile tek katmanlı, sonsuz boyutlu piezoelektrik plakadan oluşan hidro-piezoelektrik sistemin mekanik zorlanmış titreşimlerini analiz etmiştir. Yine aynı araştırmacının yaptığı başka bir çalışmada, iki katmanlı (metal+pzt) plaka ve sıkıştırılabilir akışkandan oluşan sistemin zorlanmış titreşimi analiz edilmiştir [26].

### ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Bu çalışmada Şekil 1'de gösterilen hidro-elastik-piezoelektrik sistem incelenmiştir. Bu sistem, üç katmanlı " piezoelektrik + metal + piezoelektrik" sandviç plakadan, sıkıştırılabilir viskoz akışkandan ve akışkan derinliğini sınırlayan rijit bir duvardan oluşmaktadır. Plakanın üst piezoelektrik katmanında  $Ox_1x_2x_3$  kartezyen koordinat sistemi tanımlanmıştır. Birinci piezoelektrik katmanın, altındaki metal katmanın ve onun altındaki piezoelektrik katmanın koordinatları sırasıyla şu şekilde verilmektedir;  $\{-\infty < x_1 < +\infty, -h_{pzt1} < x_2 < 0, -\infty < x_3 < +\infty\}$ ,  $\{-\infty < x_1 < +\infty, -h_{pzt1}-h_m < x_2 < -h_{pzt1}, -\infty < x_3 < +\infty\}$ ,  $\{-\infty < x_1 < +\infty, -h_{pzt1}-h_m-h_{pzt2} < x_2 < -h_{pzt1}-h_m, -\infty < x_3 < +\infty\}$ . Burada,  $h = (h_{pzt1}+h_m + h_{pzt2})$  plakanın kalınlığı,  $h_{pzt1}$  ve  $h_{pzt2}$  piezoelektrik katmanların kalınlığı,  $h_m$  plakanın metal katmanının kalınlığıdır. Akışkan ise  $\{-\infty < x_1 < +\infty, -h-h_d < x_2 < -h, -\infty < x_3 < +\infty\}$  bölgesini kaplar; burada  $h_d$ , akışkanın derinliğidir, yani plakanın alt yüzey düzlemi ile rijit duvar arasındaki mesafedir.  $Ox_3$  ekseninin yönünün, Şekil 1'in düzlemine dik olduğu varsayılmıştır.  $Ox_1x_2$  düzlemindeki akışkanın iki boyutlu akışı dikkate alınmış ve  $-\infty < x_3 < +\infty$ ,  $x_1=0$  ve  $x_2=0$  koşulları altında, plakanın üst yüzeyine büyüklüğu  $P_0$  olan düzgün dağılmış zamana bağlı harmonik çizgisel kuvvetin etki ettiği kabule dilmıştir.



Şekil 1. Sandviç plaka ve akışkandan oluşan hidro-elastik-piezoelektrik sistem

Tanımlanan sistem doğrultusunda, plaka ve akışkan alt sistemlerine ait alan ve hareket denklemleri çıkarılarak matematiksel ifadeler elde edilmiştir. Öncelikli olarak, plakaya ait hareket denklemleri (1) numaralı denklemler ile sunulmuştur. Plakanın kalınlık yönünde polarize olduğu durumda, plakaya ilişkin bünye denklemleri ise (2),(3) ve (4) denklem seti ile ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(\alpha)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(\alpha)}}{\partial x_2} = \rho^{(\alpha)} \frac{\partial^2 u_1^{(\alpha)}}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_{12}^{(\alpha)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(\alpha)}}{\partial x_2} = \rho^{(\alpha)} \frac{\partial^2 u_2^{(\alpha)}}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial D_1^{(p)}}{\partial x_1} + \frac{\partial D_2^{(p)}}{\partial x_2} = 0 \quad (1)$$

$$\sigma_{11}^{(p)} = c_{11}^{(p)} \gamma_{11}^{(p)} + c_{13}^{(p)} \gamma_{22}^{(p)} - e_{31}^{(p)} E_2^{(p)}, \quad \sigma_{22}^{(p)} = c_{13}^{(p)} \gamma_{11}^{(p)} + c_{33}^{(p)} \gamma_{22}^{(p)} - e_{33}^{(p)} E_2^{(p)}, \quad (2)$$

$$\sigma_{12}^{(p)} = c_{44}^{(p)} (\gamma_{12}^{(p)} + \gamma_{21}^{(p)}) - e_{15}^{(p)} E_1^{(p)}, \quad D_1^{(p)} = e_{15}^{(p)} (\gamma_{12}^{(p)} + \gamma_{21}^{(p)}) + \epsilon_{11}^{(p)} E_1^{(p)}, \quad (3)$$

$$D_2^{(p)} = e_{31}^{(p)} \gamma_{11}^{(p)} + e_{33}^{(p)} \gamma_{22}^{(p)} + \epsilon_{33}^{(p)} E_2^{(p)}, \quad E_1^{(p)} = -\frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial x_1}, \quad E_2^{(p)} = -\frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial x_2} \quad (4)$$

burada,  $(\alpha)$ , metal tabaka için (m) ve piezoelektrik tabaka için (p) olarak tanımlanmıştır.

Ayrıca, metal tabaka malzemesi için mekanik ilişkiler aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\sigma_{11}^{(m)} = \lambda^{(m)} (\gamma_{11}^{(m)} + \gamma_{22}^{(m)}) + 2\mu^{(m)} \gamma_{11}^{(m)}, \quad \sigma_{22}^{(m)} = \lambda^{(m)} (\gamma_{11}^{(m)} + \gamma_{22}^{(m)}) + 2\mu^{(m)} \gamma_{22}^{(m)},$$

$$\sigma_{12}^{(m)} = 2\mu^{(m)} \gamma_{12}^{(m)} \quad (5)$$

burada,  $\gamma_{11}^{(\alpha)}$ ,  $\gamma_{22}^{(\alpha)}$ , ve  $\gamma_{12}^{(\alpha)} (= \gamma_{21}^{(\alpha)})$  terimleri, mekanik gerinim tensörünün bileşenleridir. Bu bileşenler, yer değiştirme vektörlerinin bileşenleri kullanılarak aşağıdaki bağıntılarla belirlenmektedir:

$$\gamma_{11}^{(\alpha)} = \frac{\partial u_1^{(\alpha)}}{\partial x_1}, \quad \gamma_{22}^{(\alpha)} = \frac{\partial u_2^{(\alpha)}}{\partial x_2}, \quad \gamma_{21}^{(\alpha)} = \gamma_{12}^{(\alpha)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1^{(\alpha)}}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^{(\alpha)}}{\partial x_1} \right).$$

Denklemlerdeki  $\sigma_{11}^{(\alpha)}$ ,  $\sigma_{12}^{(\alpha)}$ , ve  $\sigma_{22}^{(\alpha)}$  mekanik gerilme tensörünün bileşenleridir;  $u_1^{(\alpha)}$  ve  $u_2^{(\alpha)}$  mekanik yer değiştirme vektörünün bileşenleridir;  $D_1^{(p)}$  ve  $D_2^{(p)}$  elektriksel yer değiştirme vektörünün bileşenleridir;  $\varphi^{(p)}$  elektrik potansiyeli;  $c_{11}^{(p)}$ ,  $c_{33}^{(p)}$ ,  $c_{13}^{(p)}$ , ve  $c_{44}^{(p)}$  elastik sabitler;  $e_{31}^{(p)}$ ,  $e_{33}^{(p)}$  ve  $e_{15}^{(p)}$  piezoelektrik sabitler;  $\epsilon_{11}^{(p)}$  ve  $\epsilon_{33}^{(p)}$  dielektrik sabitlerdir;  $\lambda^{(m)}$  ve  $\mu^{(m)}$  ise metal malzemenin Lamé sabitleridir.

Sandviç 'metal + piezoelektrik' plakanın hareketini tanımlayan alan denklemleri ve ilişkileri buraya kadarki kısımda tanımlanmıştır.

Sıkıştırılabilir (barotropik) viskoz akışkan akışını ele alarak, akışkanla ilgili alan denklemleri ve ilişkilerini tanımlayan denklemler ise aşağıdaki gibi verilmiştir. Guz'un [8] monografisinde referans alınarak, söz konusu durum için akışkan akışımın lineerleştirilmiş denklemleri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} + \rho_0^{(1)} \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} \right) = 0,$$

$$\rho_0^{(1)} \frac{\partial V_1}{\partial t} - \mu^{(1)} \left( \frac{\partial^2 V_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial x_2^2} \right) + \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_1} - (\mu^{(1)} + \lambda^{(1)}) \frac{\partial \theta}{\partial x_1} = 0,$$

$$\rho_0^{(1)} \frac{\partial V_2}{\partial t} - \mu^{(1)} \left( \frac{\partial^2 V_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 V_2}{\partial x_2^2} \right) + \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_2} - (\mu^{(1)} + \lambda^{(1)}) \frac{\partial \theta}{\partial x_2} = 0.$$

burada ilk denklem süreklilik denklemidir, diğer iki denklem ise lineerleştirilmiş Navier-Stokes denklemleridir. Bu denklemler aşağıda verilen reolojik ilişki ve durum denklemini ile sağlanmalıdır.

$$T_{11} = -p^{(1)} + \lambda^{(1)}\theta + 2\mu^{(1)}e_{11}, \quad T_{22} = -p^{(1)} + \lambda^{(1)}\theta + 2\mu^{(1)}e_{22},$$

$$T_{33} = -p^{(1)} + \lambda^{(1)}\theta, \quad T_{12} = 2\mu^{(1)}e_{12}, \quad p^{(1)} = a_0^2 \rho^{(1)}, \quad a_0^2 = \frac{\partial p_0^{(1)}}{\partial \rho_0^{(1)}} \quad (6)$$

burada,

$$e_{11} = \frac{\partial V_1}{\partial x_1}, \quad e_{22} = \frac{\partial V_2}{\partial x_2}, \quad e_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} \right), \quad \theta = \frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2}.$$

burada,  $\rho_0^{(1)}$  akışkanın bozulmadan önceki yoğunluğu;  $p_0^{(1)}$  akışkanın bozulmadan önceki hidrostatik basıncı;  $\rho^{(1)}$  akışkan yoğunluğunun pertürbasyonu;  $p^{(1)}$  hidrostatik basıncın pertürbasyonu;  $V_1$  ve  $V_2$  sırasıyla  $Ox_1$  ve  $Ox_2$  eksenleri doğrultusundaki akışkan hızı vektörünün bileşenleridir;  $T_{ij}$  ve  $e_{ij}$  ( $ij = 11; 22; 33$ ) akışkanın gerilme ve deformasyon hız tensörlerinin bileşenleridir;  $a_0$  akışkanın ses hızı; ve  $\lambda^{(1)}$  ve  $\mu^{(1)}$  akışkanın viskozite katsayılarıdır.

Guz'un [8] monografisine göre, yukarıda verilen denklemler ve ilişkilerle birlikte,  $V_1$  ve  $V_2$  hız bileşenleri ile  $p^{(1)}$  basıncı için aşağıdaki ifadeler verilmiştir.

$$V_1 = \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_2}, \quad V_2 = \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_1}, \quad p^{(1)} = \rho_0^{(1)} \left( \frac{\lambda^{(1)} + 2\mu^{(1)}}{\rho_0^{(1)}} \Delta - \frac{\partial}{\partial t} \right) \varphi^{(1)}$$

burada  $\varphi^{(1)}$  and  $\psi^{(1)}$  potansiyelleri aşağıdaki denklemleri sağlamalıdır;

$$\left[ \left( 1 + \frac{\lambda^{(1)} + 2\mu^{(1)}}{a_0^2 \rho_0^{(1)}} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Delta - \frac{1}{a_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \varphi^{(1)} = 0, \quad \left( v^{(1)} \Delta - \frac{\partial}{\partial t} \right) \psi^{(1)} = 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$$

burada  $v^{(1)}$  kinematik viskoziteyi temsil eder ve  $v^{(1)} = \mu^{(1)} / \rho_0^{(1)}$ .  $p^{(1)} = -(T_{11} + T_{22} + T_{33})/3$  olduğu varsayılırsa, denklem (6)'daki yapısal ilişkilerden

$\lambda^{(1)} = -2\mu^{(1)}/3$  elde edilir. Böylece, akışkan akışımı tanımlayan alan denklemleri ve ilişkiler tamamlanmıştır.

Probleme ait  $x_2 = 0$  noktasına karşılık gelen sınır koşulları;  $x_2 = -h_{pzt1}$  noktasında birinci piezoelektrik ve metal katmanları arasındaki temas koşulları;  $x_2 = -h_{pzt1} - h_m$  noktasında metal ve ikinci piezoelektrik katmanları arasındaki temas koşulları;  $x_2 = -h$  arayüz noktasındaki uyum koşulları; ve  $x_2 = -h - h_d$  noktasındaki rijit duvarda sızdırmazlık koşulları aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.  $h_{pzt2}$

Plakanın üst yüzey düzlemindeki sınır koşulları şunlardır:

$$\sigma_{21}^{(p)} \Big|_{x_2=0} = 0, \quad \sigma_{22}^{(p)} \Big|_{x_2=0} = -P_0 \delta(x_1) e^{i\omega t},$$

$\delta(x_1)$ , Dirac delta fonksiyonudur. İlk piezoelektrik katman ve metal katman arasındaki düzlemde mükemmel temas koşulları:

$$\begin{aligned} \sigma_{21}^{(p)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}} &= \sigma_{21}^{(m)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}}, & \sigma_{22}^{(p)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}} &= \sigma_{22}^{(m)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}}, \\ u_1^{(p)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}} &= u_1^{(m)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}}, & u_2^{(p)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}} &= u_2^{(m)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}}. \end{aligned}$$

Metal katman ve ikinci piezoelektrik katman arasındaki düzlemde mükemmel temas koşulları:

$$\begin{aligned} \sigma_{21}^{(m)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}-h_m} &= \sigma_{21}^{(p)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}-h_m}, & \sigma_{22}^{(m)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}-h_m} &= \sigma_{22}^{(p)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}-h_m}, \\ u_1^{(m)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}-h_m} &= u_1^{(p)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}-h_m}, & u_2^{(m)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}-h_m} &= u_2^{(p)} \Big|_{x_2=-h_{pzt1}-h_m}. \end{aligned}$$

Akışkan ve plaka arasındaki arayüz düzlemindeki uyum koşulları:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1^{(p)}}{\partial t} \Big|_{x_2=-h} &= V_1 \Big|_{x_2=-h}, & \frac{\partial u_2^{(p)}}{\partial t} \Big|_{x_2=-h} &= V_2 \Big|_{x_2=-h}, \\ \sigma_{21}^{(p)} \Big|_{x_2=-h} &= T_{21} \Big|_{x_2=-h}, & \sigma_{22}^{(p)} \Big|_{x_2=-h} &= T_{22} \Big|_{x_2=-h}. \end{aligned}$$

Rijit duvarda sızdırmazlık koşulları aşağıdaki gibidir:

$$V_1 \Big|_{x_2=-h-h_d} = 0, \quad V_2 \Big|_{x_2=-h-h_d} = 0.$$

Mevcut çalışmaya ait matematiksel formülasyonlar ve kabuller bu şekilde tamamlanmıştır.

## ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Zamana bağlı harmonik titreşimlerin karakteristiği dikkate alınarak, problemin tüm bilinmeyen ifadeleri şu formda ifade edilmiştir:  $g(x_1, x_2, t) = \bar{g}(x_1, x_2) e^{i\omega t}$ . Bu yaklaşım sayesinde,  $\partial(\bullet)/\partial t$  ve  $\partial^2(\bullet)/\partial t^2$  ve türevleri yerine sırasıyla  $i\omega(\bullet)$  ve  $-\omega^2(\bullet)$  kullanılmıştır. Bilinmeyen ifadelerin genlikleri, sınır, birleşme ve sızdırmazlık koşullarına uygun şekilde yerleştirilmiştir. Ortaya çıkan sınır değer problemlerinin çözümü için ise tanımlanan Fourier dönüşümü aşağıdaki gibidir.

$$f_F(s, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) e^{-isx_1} dx_1$$

Plakanın piezoelektrik ve metal katmanlarına ait büyüklüklerin ve akışkanla ilgili büyüklüklerin Fourier dönüşümlerinin belirlenmesi gerekmektedir.

Piezoelektrik tabakanın elektromekanik davranışını açıklayan denklemler, mekanik yer değiştirmeler ve elektrik potansiyeli cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilmiştir. Ardından bu ifadeler üzerine Fourier dönüşümü uygulanarak çözüm elde edilmiş ve piezoelektrik tabakanın dinamik özellikleri frekans alanında analiz edilmiştir.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{(c^{(p)})^2}{s^2} - \tilde{c}_{11}^{(p)} \right) u_{1F}^{(p)} + \frac{d^2 u_{1F}^{(p)}}{d(sx_2)^2} - i \left( 1 + \tilde{c}_{13}^{(p)} \right) \frac{d u_{2F}^{(p)}}{d(sx_2)} - i \left( 1 + \tilde{e}_{31}^{(p)} \right) \frac{d \tilde{\varphi}_F^{(p)}}{d(sx_2)} = 0, \\ & -i \left( 1 + \tilde{c}_{13}^{(p)} \right) \frac{d u_{1F}^{(p)}}{d(sx_2)} + \left( \frac{(c^{(p)})^2}{s^2} - 1 \right) u_{2F}^{(p)} + \tilde{c}_{33}^{(p)} \frac{d^2 u_{2F}^{(p)}}{d(sx_2)^2} - \tilde{\varphi}_F^{(p)} + \tilde{e}_{33}^{(p)} \frac{d^2 \tilde{\varphi}_F^{(p)}}{d(sx_2)^2} = 0, \quad (7) \\ & -i \left( 1 + \tilde{e}_{31}^{(p)} \right) \frac{d u_{1F}^{(p)}}{d(sx_2)} + \tilde{e}_{33}^{(p)} \frac{d^2 u_{2F}^{(p)}}{d(sx_2)^2} - u_{2F}^{(p)} + \tilde{\varepsilon}_{11}^{(p)} \tilde{\varphi}_F^{(p)} - \tilde{\varepsilon}_{33}^{(p)} \frac{d \tilde{\varphi}_F^{(p)}}{d(sx_2)} = 0 \end{aligned}$$

burada,

$$\begin{aligned} (c^{(p)})^2 &= \frac{\omega^2 h^2}{c_{44}^{(p)}/\rho^{(p)}}, \quad \tilde{c}_{11}^{(p)} = \frac{c_{11}^{(p)}}{c_{44}^{(p)}}, \quad \tilde{c}_{13}^{(p)} = \frac{c_{13}^{(p)}}{c_{44}^{(p)}}, \quad \tilde{e}_{31}^{(p)} = \frac{e_{31}^{(p)}}{e_{15}^{(p)}}, \quad \tilde{c}_{33}^{(p)} = \frac{c_{33}^{(p)}}{c_{44}^{(p)}}, \\ \tilde{e}_{33}^{(p)} &= \frac{e_{33}^{(p)}}{c_{44}^{(p)}}, \quad \tilde{\varphi}_F^{(p)} = \frac{e_{15}^{(p)}}{c_{44}^{(p)}} \varphi_F^{(p)}, \quad \tilde{\varepsilon}_{11}^{(p)} = \frac{\varepsilon_{11}^{(p)} c_{44}^{(p)}}{(e_{15}^{(p)})^2}, \quad \tilde{\varepsilon}_{33}^{(p)} = \frac{\varepsilon_{33}^{(p)} c_{44}^{(p)}}{(e_{15}^{(p)})^2}. \end{aligned}$$

Denklemlerdeki “ $x_2/h$ ” yerine  $x_2$  yazılmıştır. Denklem (7)’deki sistemin özel çözümünü Euler metodunu kullanarak aşağıdaki gibi ifade ederiz.

$$u_{1Fpar}^{(p)} = iA^{(p)} e^{bsx_2}, \quad u_{2Fpar}^{(p)} = B^{(p)} e^{bsx_2}, \quad \tilde{\varphi}_{Fpar}^{(p)} = C^{(p)} e^{bsx_2}$$

Alt indeks "par" özel çözümü ifade etmektedir. Ayrıca,  $A^{(p)}$ ,  $B^{(p)}$ ,  $C^{(p)}$  ve  $b$  sabitleri bilinmeyen sabitlerdir ve bu bilinmeyenler aşağıda açıklanan çözüm prosedürü ile belirlenmiştir. Yukarıda verilen özel çözüm ifadelerini (7)'deki denklem sistemine yerine koyarak, bilinmeyen sabitler  $A^{(p)}$ ,  $B^{(p)}$ ,  $C^{(p)}$  için aşağıdaki homojen doğrusal cebirsel denklem sistemi elde edilir.

$$\begin{aligned} & \left( b^2 + \left( \frac{(c^{(p)})^2}{s^2} - \tilde{c}_{11}^{(p)} \right) \right) A^{(p)} - \left( 1 + \tilde{c}_{13}^{(p)} \right) b B^{(p)} - \left( 1 + \tilde{e}_{31}^{(p)} \right) b C^{(p)} = 0, \\ & \left( 1 + \tilde{c}_{13}^{(p)} \right) b A^{(p)} + \left( \frac{(c^{(p)})^2}{s^2} - 1 + \tilde{c}_{33}^{(p)} b^2 \right) B^{(p)} + \left( \tilde{e}_{33}^{(p)} b^2 - 1 \right) C^{(p)} = 0, \quad (8) \\ & \left( 1 + \tilde{e}_{31}^{(p)} \right) b A^{(p)} + \left( \tilde{e}_{33}^{(p)} b^2 - 1 \right) B^{(p)} + \left( \tilde{\varepsilon}_{11}^{(p)} - \tilde{\varepsilon}_{33}^{(p)} b^2 \right) C^{(p)} = 0. \end{aligned}$$

(8)’deki denklem sisteminin determinanı sıfıra eşitlenerek, yapılan matematiksel işlemler sonucunda sıfırdan farklı altı tane  $b$  kökü elde edilmiştir. Yukarıda verilen özel çözüm

ifadelerine dayanarak, (8) numaralı diferansiyel denklem sisteminin çözümü aşağıda sunulmuştur.

$$u_{1F} = iA_1 e^{b_1 s x_2} + iA_2 e^{b_2 s x_2} + iA_3 e^{b_3 s x_2} + iA_4 e^{b_4 s x_2} + iA_5 e^{b_5 s x_2} + iA_6 e^{b_6 s x_2},$$

$$u_{2F} = A_1 Y_1 e^{b_1 s x_2} + A_2 Y_2 e^{b_2 s x_2} + A_3 Y_3 e^{b_3 s x_2} + A_4 Y_4 e^{b_4 s x_2} + A_5 Y_5 e^{b_5 s x_2} + A_6 Y_6 e^{b_6 s x_2}, \quad (9)$$

$$\varphi_F = A_1 Z_1 e^{b_1 s x_2} + A_2 Z_2 e^{b_2 s x_2} + A_3 Z_3 e^{b_3 s x_2} + A_4 Z_4 e^{b_4 s x_2} + A_5 Z_5 e^{b_5 s x_2} + A_6 Z_6 e^{b_6 s x_2}$$

burada,

$$Y_k = \frac{-(b_k + \alpha_{11})(\tilde{\epsilon}_{11} - \tilde{\epsilon}_{33} b_k^2) - \alpha_{31} \alpha_{13} b_k^2}{\tilde{\epsilon}_{13} b_k (\tilde{\epsilon}_{13} b_k^2 - 1) - \alpha_{12} b_k (\tilde{\epsilon}_{11} - \tilde{\epsilon}_{13} b_k^2)}, \quad Z_k = \frac{(b_k^2 + \alpha_{11})(\tilde{\epsilon}_{13} b_k^2 - 1) + \alpha_{31} \alpha_{12} b_k^2}{\tilde{\epsilon}_{13} b_k (\tilde{\epsilon}_{13} b_k^2 - 1) - \alpha_{12} b_k (\tilde{\epsilon}_{11} - \tilde{\epsilon}_{13} b_k^2)}$$

Denklem (9)'da verilen ifadeler, plakanın ilişki denklemlerinin Fourier dönüşümü uygulanmış ifadelerinde yerine koyularak, sınır koşullarında kullanılacak olan gerilme ve elektrik potansiyel ifadeleri elde edilmiştir.

$$\sigma_{12F}^{(p)} = ic_{44}^{(p)} \sum_{k=1}^6 (b_k s - s Y_k - s Z_k) e^{b_k s x_2} A_k^{(p)},$$

$$\sigma_{22F}^{(p)} = \sum_{k=1}^6 (s c_{11} + c_{13} b_k s Y_k + e_{13} b_k s Z_k) e^{b_k s x_2} A_k^{(p)},$$

$$D_{2F}^{(p)} = \sum_{k=1}^6 \left( s e_{13} + b_k s e_{33} Y_k - \epsilon_{33} \frac{c_{44}}{e_{15}} s b_k Z_k \right) e^{b_k s x_2} A_k^{(p)}.$$

Metal katmana ait hareket denklemleri aşağıdaki gibi verilmiştir;

$$A u_{1F}^{(m)} + B \frac{d u_{2F}^{(m)}}{d x_2} + \frac{d^2 u_{1F}^{(m)}}{d x_2^2} = 0, \quad D u_{2F}^{(m)} + B \frac{d u_{1F}^{(m)}}{d x_2} + G \frac{d^2 u_{2F}^{(m)}}{d x_2^2} = 0 \quad (10)$$

burada,

$$A = X^2 - s^2(\lambda/\mu + 2), \quad B = -is(\lambda/\mu + 1),$$

$$D = X^2 - s^2, \quad G = \lambda/\mu + 2, \quad X^2 = \omega^2 h^2 / c_2^2, \quad c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$$

$$A_0 = \frac{AG - B^2 + D}{G}, \quad B_0 = \frac{AD}{G}, \quad k_1 = \sqrt{-\frac{A_0}{2} + \sqrt{\frac{A_0^2}{4} - B_0}}, \quad k_2 = \sqrt{-\frac{A_0}{2} - \sqrt{\frac{A_0^2}{4} - B_0}}$$

(10) denkleminin çözümü aşağıdaki gibidir;

$$u_{2F}^{(m)} = Z_1^{(m)} e^{k_1 x_2} + Z_2^{(m)} e^{-k_1 x_2} + Z_3^{(m)} e^{k_2 x_2} + Z_4^{(m)} e^{-k_2 x_2},$$

$$u_{1F}^{(m)} = Z_1^{(m)} a_1 e^{k_1 x_2} + Z_2^{(m)} a_2 e^{-k_1 x_2} + Z_3^{(m)} a_3 e^{k_2 x_2} + Z_4^{(m)} a_4 e^{-k_2 x_2}.$$

burada,

$$a_1 = \frac{-D - G k_1^2}{B k_1}, \quad a_2 = -a_1, \quad a_3 = \frac{-D - G k_2^2}{B k_2}, \quad a_4 = -a_3$$

Akışkana ait denklemler aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\varphi_F^{(1)} = \omega h^2 \tilde{\varphi}_F^{(1)}, \quad \psi_F^{(1)} = \omega h^2 \tilde{\psi}_F^{(1)}$$

$$\frac{d^2 \tilde{\varphi}_F^{(1)}}{dx_2^2} + \left( \frac{\Omega_1^2}{1+i4\frac{\Omega_1^2}{(3N_w^2)}} - s^2 \right) \tilde{\varphi}_F^{(1)} = 0, \quad \frac{d^2 \tilde{\psi}_F^{(1)}}{dx_2^2} - (s^2 + iN_w^2) \tilde{\psi}_F^{(1)} = 0. \quad (11)$$

burada,  $\Omega_1 = \frac{\omega h}{\alpha_0}$ ,  $N_w^2 = \frac{\omega h^2}{\nu^{(1)}}$ .

Boyutsuz sayılar  $\Omega_1$  ve  $N_w^2$ , söz konusu sistemin titreşimin üzerindeki akışkan viskozitesi ve sıkıştırılabilirliğinin etkisini karakterize eder. Ayrıca akışkana ait denklemler elde edilirken  $\lambda^{(1)} = -2\mu^{(1)}/3$  kabul edilmiştir. Denklem (11)'de verilen ifadenin çözümü aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\tilde{\varphi}_F^{(1)} = A_7 e^{\delta_1 x_2} + A_8 e^{-\delta_1 x_2}, \quad \tilde{\psi}_F^{(1)} = A_9 e^{\gamma_1 x_2} + A_{10} e^{-\gamma_1 x_2}$$

Burada A'lı terimler, bilinmeyen sabitlerdir.

$$\delta_1 = \sqrt{s^2 - \frac{\Omega_1^2}{1+i4\frac{\Omega_1^2}{(3N_w^2)}}}, \quad \gamma_1 = \sqrt{s^2 + iN_w^2}.$$

Tüm bu kabuller ve denklemler ile akışkana ait ifadeler aşağıdaki gibi belirlenir;

$$V_{1F} = \omega h [-A_7 s i e^{\delta_1 x_2} - A_8 s i e^{-\delta_1 x_2} + A_9 \gamma_1 e^{\gamma_1 x_2} - A_{10} \gamma_1 e^{-\gamma_1 x_2}],$$

$$V_{2F} = \omega h [A_7 \delta_1 e^{\delta_1 x_2} - A_8 \delta_1 e^{-\delta_1 x_2} - A_9 i s e^{\gamma_1 x_2} - A_{10} i s e^{-\gamma_1 x_2}],$$

$$T_{22F} = \mu^{(1)} \omega \left[ A_7 \left( \frac{4}{3} \delta_1^2 + \frac{2}{3} s^2 - R_0 \right) e^{\delta_1 x_2} + A_8 \left( \frac{4}{3} \delta_1^2 + \frac{2}{3} s^2 - R_0 \right) e^{-\delta_1 x_2} + \right.$$

$$\left. A_9 2i s \gamma_1 e^{\gamma_1 x_2} - A_{10} 2i s \gamma_1 e^{-\gamma_1 x_2} \right],$$

$$T_{21F} = -\mu^{(1)} \omega [2i s \delta_1 A_7 e^{\delta_1 x_2} - 2i s \delta_1 A_8 e^{-\delta_1 x_2} - (s^2 + \gamma_1^2) A_9 e^{\gamma_1 x_2} -$$

$$(s^2 + \gamma_1^2) A_{10} e^{-\gamma_1 x_2}],$$

$$p_F^{(1)} = \mu^{(1)} \omega R_0 (A_7 e^{\delta_1 x_2} + A_8 e^{-\delta_1 x_2})$$

burada,

$$R_0 = -\frac{4}{3} \frac{\Omega_1^2}{(1+i4\frac{\Omega_1^2}{3N_w^2})} - iN_w^2$$

Plaka hareketine ve akışkan akımına ait büyüklüklerin Fourier dönüşüm ifadeleri, sınır, temas ve sızdırmazlık koşullarında yerine konularak sisteme ait yirmi denklem elde edilmiştir (bu denklemler sayfa sınırlandırması nedeniyle burada verilmemiştir.) Problemin tüm aranan parametreleri, harmonik titreşimin özelliği dikkate alınarak  $g(x_1, x_2, t) = \bar{g}(x_1, x_2) e^{i\omega t}$  biçiminde ifade edilmiştir. Bu doğrultuda,  $\partial(\bullet)/\partial t$  ve  $\partial^2(\bullet)/\partial t^2$  türevleri yerine sırasıyla  $i\omega(\bullet)$  ve  $-\omega^2(\bullet)$  ifadeleri

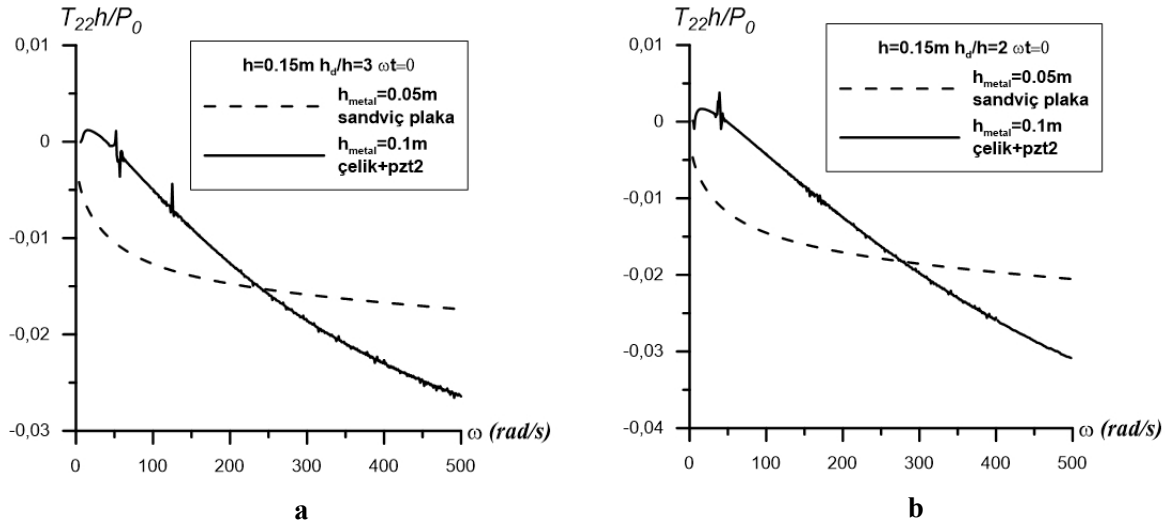
kullanılmıştır. Ortaya çıkan sınır değer problemlerinin çözümü ise aşağıdaki denklemde tanımlanan Fourier dönüşümü yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

$$f_F(s, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) e^{-isx_1} dx_1$$

Aranan değerlerin orjinalleri aşağıdaki ilişki kullanılarak belirlenir.

$$\left\{ \sigma_{22}^{(\alpha)}, \sigma_{12}^{(\alpha)}, \sigma_{11}^{(\alpha)}, D_1^{(p)}, D_2^{(p)}, \varphi^{(p)}, u_1^{(p)}, u_2^{(p)}, T_{22}, T_{12}, T_{11}, V_1, V_2 \right\} = \frac{1}{2\pi} Re \left\{ e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \sigma_{22F}^{(\alpha)}, \sigma_{12F}^{(\alpha)}, \sigma_{11F}^{(\alpha)}, D_{1F}^{(p)}, D_{2F}^{(p)}, \varphi_F^{(p)}, u_{1F}^{(p)}, u_{2F}^{(p)}, T_{22F}, T_{12F}, T_{11F}, V_{1F}, V_{2F} \right] e^{-isx_1} ds \right\}$$

Ayrıca, oluşturulan algoritma ile  $\int_{-\infty}^{\infty} (\cdot) ds$  integralinin yerine  $\int_{-S_1^*}^{S_1^*} (\cdot) ds$  belirli integrali kullanılmıştır.  $S_1^*$  değeri, sayısal sonuçların yakınsama gereksinimine uygun olarak seçilmiştir. Bu dönüşüm sonrasında, integrasyon aralığı Gauss integrasyon yöntemiyle N adet küçük alt aralığa bölünmüştür.  $S_1^*$  ve N değerleri, geliştirilen MATLAB algoritması kullanılarak yakınsama durumuna göre belirlenmiştir.



Şekil 2. Plaka kalınlığının ( $h$ )=0.15m ve titreşim fazının ( $\omega t$ )=0 a)  $h_a/h=3$  b)  $h_a/h=2$  olduğu durumlarda iki katmanlı (çelik+pzt 2) plaka ile sandviç plakaya (pzt 2+çelik+pzt 2) ait ara yüz gerilmesi frekans cevapları

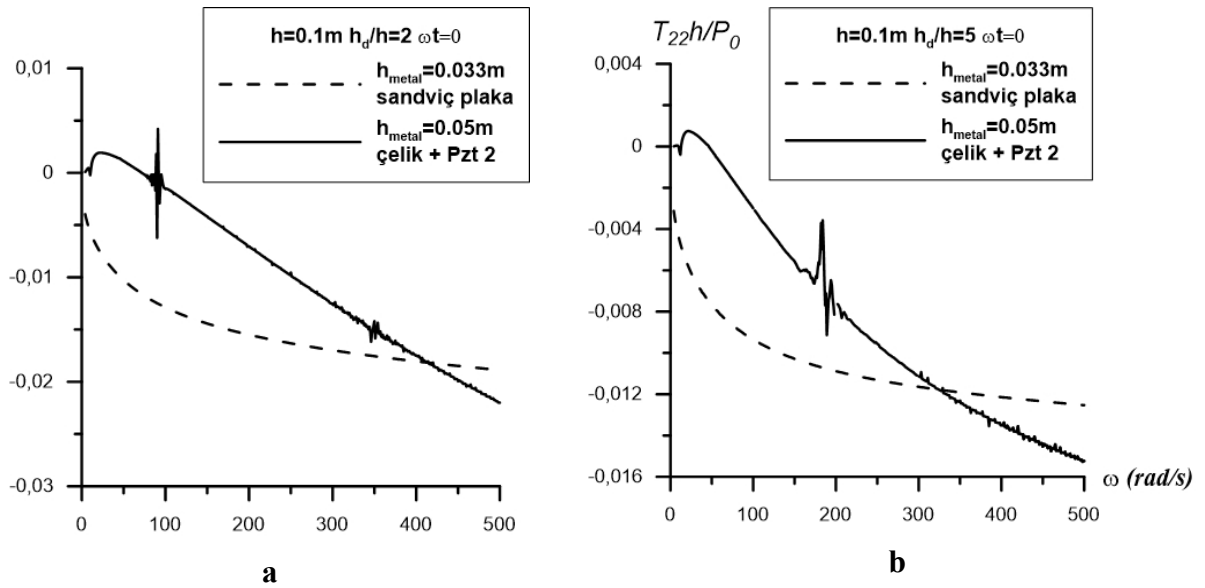
## SAYISAL SONUÇLAR

Bu çalışmada piezoelektrik malzeme olarak PZT-2, metal olarak ise çelik seçilmiştir. Malzemelere ait sabitler aşağıdaki tabloda verilmiştir. Akışkan olarak ise gliserin seçilmiş ve viskozite katsayısı  $\mu^{(1)} = 1.393 \text{ kg/(m.s)}$ , yoğunluğu  $\rho_0^{(1)} = 1260 \text{ kg/m}^3$ , ses hızı  $a_0 = 1927 \text{ m/s}$  olarak alınmıştır. Üç katmanlı sandviç ‘pzt+metal+pzt’ plakası ile akışkan arayüzündeki gerilmeye dair sayısal sonuçlar aşağıda verilmiştir. Dış kuvvetin frekans

değerinin  $0 < \omega \leq 500$  (rad/s) olduğu aralık alınmıştır. Bu sonuçlarda ulaşılmak istenen asıl amaç; sandviç plaka ve daha önce yapılan çalışmadaki [26] metal+ pzt iki katmanlı plakanın karşılaştırılmasıdır.

Çizelge 1. Çalışmada kullanılan plaka malzemelerine ait özellikler

Plaka özellikleri	Malzeme	
	Çelik	PZT-2
$c_{44} \times 10^{10} (N/m^2)$	7.75	2.22
$c_{11} \times 10^{10} (N/m^2)$	24.76	13.5
$c_{13} \times 10^{10} (N/m^2)$	9.26	6.81
$c_{33} \times 10^{10} (N/m^2)$	24.76	11.3
$\rho (kg/m^3)$	7795	7600
$e_{31} (C/m^2)$	-	-1.9
$e_{33} (C/m^2)$	-	9.0
$e_{15} (C/m^2)$	-	9.8
$\epsilon_{11} \times 10^{-9} (F/m)$	-	8.7615
$\epsilon_{33} \times 10^{-9} (F/m)$	-	3.9825
$\lambda \times 10^{10} (N/m^2)$	9.26	-
$\mu \times 10^{10} (N/m^2)$	7.75	-



şekil 3. Plaka kalınlığının ( $h$ )=0.1m ve titreşim fazının ( $\omega t$ )=0 a)  $h_d/h=2$  b)  $h_d/h=5$  olduğu durumda iki katmanlı (çelik+pzt 2) plaka ile sandviç plakaya (pzt 2+çelik+pzt 2) ait ara yüz gerilmesi frekans cevapları

Ŗekil 2’de toplam plaka kalınlıđı  $h=0.15$  m alınmıŖtır. Kesikli çizgiler sandviç plakaya ait gerilmeyi, sűrekli çizgi ise iki katmanlı plakaya ait gerilme deđerini gűstermektedir. Her iki plaka yapısında, metal olarak elik piezoelektrik malzeme olarak PZT 2 kullanılmıŖtır. Plakalardaki her bir piezoelektrik katmanı  $0.05m$  olarak alınmıŖtır. Dolayısıyla iki katmanlı plakadaki metal kalınlıđı sandviç plakaya gűre daha yűksektir. Grafiđe baktıđımızda sandviç plakadaki gerilmenin mutlak deđerinin belli bir frekansa kadar iki katmanlı plakaya gűre daha bűyűk olduđu gűrűlmektedir. Ancak belirli bir frekanstan sonra sandviç plakanın gerilmesi diđerine gűre daha dűŖűk kalmıŖtır.

Ŗekil 3’te ise plakanın toplam kalınlıđı  $h=0.1$  m alınmıŖtır. Sandviç plaka için toplam kalınlık, ű eŖit katmana bűlűnműŖ, her bir katman  $0.033m$  alınmıŖtır. İki katmanlı plakada ise toplam kalınlık ikiye bűlűndűđűnden, metal katmanın kalınlıđı  $0.05m$  olmaktadır. DűŖűk frekanslarda sandviç plaka ile akıŖkan arayűzű arasındaki gerilme, diđer iki katmanlı plakaya gűre daha dűŖűkken belirli bir frekanstan sonra yűksek frekansta iki katmanlı plaka ile akıŖkan arayűzűndeki gerilmenin mutlak deđerinin daha yűksek olduđu gűrűlmektedir.

## SONUÇLAR

Bu alıŖmada, “piezoelektrik + metal + piezoelektrik” katmanlarından oluŖan sandviç plaka yapısının, sonlu derinliđe sahip sıkıŖtırılabilir viskoz bir akıŖkanla etkileŖim halinde bulunduđu sistemdeki zorlanmıŖ titreŖim davranıŖı incelenmiŖtir. Elde edilen sayısal sonuçlar, sandviç plakanın alt yűzeyi ile akıŖkan arasındaki arayűzde oluŖan gerilmeye iliŖkindir. Sandviç plakaya ait elde edilen veriler, daha űnceki araŖtırmalarda elde edilen iki katmanlı (metal + pzt) plakaya ait sonuçlar ile karŖılaŖtırılmıŖtır. Boyutsuz  $T_{22}h / P_0$  gerilme deđerlerine ait grafikler incelendiđinde, aynı plaka kalınlıđına sahip ű katmanlı ve iki katmanlı yapı karŖılaŖtırıldıđında, iki katmanlı yapının gerilmesinin mutlak deđerinin, sandviç yapıya kıyasla daha dűŖűk olduđu gűzlemlenmiŖtir. Metal katman olarak kullanılan elik, piezoelektrik malzeme olarak tercih edilen PZT-2’ye kıyasla daha yűksek bir rijitliđe sahip olduđundan, plakanın eđilme miktarı azalmakta ve bu durum arayűz dűzleminde oluŖan gerilmenin daha dűŖűk olmasına neden olmaktadır. Ancak, yűksek frekanslarda iki katmanlı yapıya sahip olan plakaya ait arayűz gerilme deđerlerinin diđer sandviç plaka yapısının gerilme mutlak deđerini aŖtıđı gűrűlmektedir. İki katmanlı plaka gerilme deđerinin, sandviç plaka gerilme deđerini ile keŖiŖtiđi bu frekansı geiŖ frekansı olarak adlandırırsak, bu frekansın  $h_d/h$  oranı ve plaka kalınlıđına bađlı olduđunu gűrmekteyiz. AkıŖkan derinliđinin ( $h_d$ ), plaka kalınlıđına ( $h$ ) oranı arttıķķa geiŖ frekansı dűŖűmektedir. Plakanın toplam kalınlıđının ise, geiŖ frekansı ile ters orantılı olduđu gűrűlmektedir. Yűksek frekanslarda olan bu deđiŖimin çeliđin atalet etkisi ve plakaların rezonans koŖulları nedeniyle olabileceđi dűŖűnűlmektedir. Bűylece, sandviç yapı gibi çok katmanlı plaka yapılarının tasarımında frekansın etkisi mutlaka dikkate alınmalı ve yapısal davranıŖ buna gűre detaylı olarak analiz edilmelidir. Ayrıca sandviç plakanın, toplam plaka kalınlıđı arttıķķa, arayűz dűzlemindeki gerilme deđerini artması beklenen ve elde edilen bir çıkarımdır.

## KAYNAKLAR

- [1] H. Lamb, Axisymmetric vibration of circular plates in contact with water, *Proc. R Soc. (London) A*, vol. 98, pp. 205-216, 1921.
- [2] M. Amabili, Effect of finite fluid depth on the hydroelastic vibrations of circular and annular plates, *Journal of Sound and Vibration*, vol.193, pp. 909-925, 1996.
- [3] S. D. Akbarov, Forced vibration of the hydro-viscoelastic and – elastic systems consisting of the viscoelastic or elastic plate, compressible viscous fluid, and rigid wall: a review, *Applied and Computational Mathematics*, vol. 17, no.3, pp. 221-245, 2018.

- [4] S. D. Akbarov, Dynamics of pre-strained bi-material elastic systems: linearized three-dimensional approach, *Springer Cham Switzerland*, 1<sup>st</sup> ed., pp. 1-997, 2015.
- [5] S. D. Akbarov and M. I. Ismailov, Forced vibration of a system consisting of a pre-strained highly elastic plate under compressible viscous fluid loading, *CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences*, vol. 97, no. 4, pp. 359 – 390, 2014.
- [6] S. D. Akbarov and M. I. Ismailov, The forced vibration of the system consisting of an elastic plate, compressible viscous fluid, and rigid wall, *Journal Vibration and Control*, vol. 23, no. 11, pp. 1809–1827, 2017.
- [7] S. D. Akbarov and M. I. Ismailov, The influence of the rheological parameters of a hydro - viscoelastic system consisting of a viscoelastic plate, viscous fluid, and rigid wall on the frequency response of this system, *Journal Vibration and Control*, vol. 24, no. 7, pp. 1341–1363, 2018.
- [8] A. N. Guz, Dynamics of compressible viscous fluid, Cambridge, UK: *Cambridge Scientific Publishers*, 2009.
- [9] A.N. Guz, A.P. Zhuk and A.M. Bagno, Dynamics of elastic bodies, solid particles, and fluid parcels in a compressible viscous fluid (Review), *International Applied Mechanics*, vol. 52, no. 5, pp. 449–507, 2016.
- [10] V.N. Paimushin and R.K. Gazizullin, Free and forced vibrations of a composite plate in a perfect compressible fluid, taking into account energy dissipation in the plate and fluid, *Lobachevskii Journal of Mathematics*, vol. 42, no. 8, pp. 2016–2022, 2021.
- [11] V.N. Paimushin, D.V. Tarlakovskii, V.A. Firsov and R.K. Gazizullin, Free and forced bending vibrations of a thin plate in a perfect compressible fluid with energy dissipation taken into account, *Z. Angew. Math Mech.*, vol. 100, no. 3, e201900102, 2020.
- [12] M. Shuaib, M. Bilal, M. A. Khan and S. J. Malebary, Fractional analysis of viscous fluid flow with heat and mass transfer over a flexible rotating disk, *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, vol. 123, no. 1, pp. 377–400, 2020.
- [13] S.V. Sorokin and A.V. Chubinskij, On the role of fluid viscosity in wave propagation in elastic plates under heavy fluid loading, *Journal Sound and Vibration*, vol. 311, pp. 1020–1038, 2008.
- [14] A.D. Zamanov, M.I. Ismailov and S.D. Akbarov, The effect of viscosity of fluid on the frequency response of a viscoelastic plate loaded by this fluid, *Mechanics of Composite Materials*, vol. 54, no. 1, pp. 41–52, 2018.
- [15] Y. Amini, H. Emdad and M. Farid, Fluid-structure interaction analysis of a piezoelectric flexible plate in a cavity filled with fluid, *Scientia Iranica B*, vol. 23, no. 2, pp. 559–565, 2016.
- [16] Y. Belkourchia, H. Bakhti and L. Azrar, Numerical simulation of FSI model for energy harvesting from ocean waves and beams with piezoelectric material, in *Proc. of 6th International Renewable and Sustainable Energy Conference (IRSEC)*, Rabat, Morocco, pp. 1-5, 2018.
- [17] F. Trentadue, G. Quaranta and C. Maruccio, Energy harvesting from piezoelectric strips attached to systems under random vibrations, *Smart Structures and Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 333-343, 2019.
- [18] H. A. Zakaria and C. M. Loon, The application of piezoelectric sensor as energy harvester from small - scale hydropower, in *Proc. of International Conference on Civil and Environmental Engineering (ICCEE, 2018)*, Kuala Lumpur, Malaysia, pp. 521-528, 2018.
- [19] Y. H. Huang and H. T. Hsu, Solid-liquid coupled vibration characteristics of piezoelectric hydroacoustic devices, *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 238, pp. 177-195, 2016.

- [20] I. E. Kuznetsova, B. D. Zaitsev and I. A. Borodina, Study of the hydroacoustic emitter based on the antisymmetric Lamb wave in a piezoelectric ceramic plate, *Journal of Communications Technology and Electronics*, vol. 56, no. 11, pp. 1382–1386, 2011.
- [21] V. Sharapov, S. Zhanna and L. Kunickaya, Piezo-electric electro-acoustic transducers, *Springer: Cham, Switzerland*, pp. 57-71, 2014.
- [22] H. D. Akaydin, N. Elvin and Y. Andreoupoulos, Harvesting from highly unsteady fluid flows using piezoelectric materials, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 21, pp. 1263-1278, 2010.
- [23] M. He, X. Zhang, L.S. Fernandes, A. Molter, X. Liang and T. Shi, Multi-material topology optimization of piezoelectric composite structures for energy harvesting, *Composite Structures*, vol. 265, 113783, 2021.
- [24] Y. Chen and Z. Yan, Nonlinear analysis of unimorph and bimorph piezoelectric energy harvesters with flexoelectricity, *Composite Structures*, vol. 259, 113454, 2021.
- [25] Z. Ekicioğlu Kuzeci, Forced vibration of the system consisting of PZT layer, viscous fluid and rigid wall, Ph.D. dissertation, Yildiz Technical University, Turkey, 2020.
- [26] Z. Ekicioğlu Kuzeci, S. D. Akbarov, Vibration of a Two-Layer “Metal+PZT” Plate Contacting with Viscous Fluid, *Computers, Materials and Continua*, Volume 74, Issue 2, 2022.



## KAYNAK HATTI VE FİBER YÖNELİMİNİN FİBER TAKVİYELİ TERMOPLASTİK KOMPOZİTLERİN MEKANİK DAVRANIŞINA ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

Ayşe Polat<sup>1</sup>, Babür Deliktaş<sup>1</sup>, Murat Yazıcı<sup>2</sup> ve Mustafa Özgür Yaylı<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Bursa Uludağ Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Yapay Zekâ ve Hesaplamalı  
Mekanik Laboratuvarı, 16059, Bursa, Türkiye

<sup>2</sup>Bursa Uludağ Üniversitesi, Otomotiv Mühendisliği Bölümü, Uygulamalı Mekanik ve İleri  
Malzemeler Araştırma Grubu Laboratuvarı, 16059, Bursa, Türkiye

### ABSTRACT

Injection molding is a widely used method for the production of plastic and fiber-reinforced polymer (FRP) materials. This process induces microstructural changes such as fiber orientation and weld line formation, leading to anisotropic material behavior. In this study, a comprehensive computational modeling approach is employed to investigate the injection molding process of 40% glass fiber-reinforced polyamide (PA6-GF40). Two different scenarios were simulated using MOLDEX3D software for a tensile specimen with an open hole, and the resulting fiber orientation and weld line data were integrated through DIGIMAT RP software. To evaluate the effect of fiber orientation on anisotropic material properties, a finite element analysis (FEA) was conducted using ABAQUS software. Additionally, a cover part model was analyzed under two different injection configurations (2 and 8 gates) to investigate the influence of weld lines on mechanical strength. Based on the obtained data, the impact of fiber orientation and weld lines on the structural behavior was examined in detail. This study presents a systematic modeling approach to understand the influence of material anisotropy on structural integrity in the plastic injection molding process. The results emphasize the critical role of weld lines and fiber orientation in determining mechanical performance.

Keywords: fiber-reinforced polymer (FRP); finite element analysis (FEA); weld line; anisotropic material behavior; plastic injection simulation.

### ÖZET

Enjeksiyon kalıplama, plastik ve fiber takviyeli polimer (FRP) malzemelerin üretiminde yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Bu süreç, fiber yönelimi ve kaynak hattı oluşumu gibi mikro yapısal değişimlere neden olarak malzemenin anizotropik davranış sergilemesine yol açmaktadır. Bu çalışmada, %40 cam elyaf takviyeli poliamid (PA6-GF40) malzemesi kullanılarak enjeksiyon kalıplama sürecinin kapsamlı bir hesaplamalı modelleme yaklaşımıyla incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma kapsamında, açık delikli çekme numunesi için MOLDEX3D yazılımında iki farklı senaryo ile enjeksiyon kalıplama simülasyonları gerçekleştirilmiş, elde edilen fiber yönelimi ve birleşme izi verileri DIGIMAT RP yazılımı

aracılığıyla entegre edilmiştir. Fiber yöneliminin anizotropik malzeme özellikleri üzerindeki etkisini değerlendirmek amacıyla, ABAQUS yazılımında sonlu elemanlar analizi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, bir kapak parçası modeli için iki farklı enjeksiyon konfigürasyonu (2 ve 8 giriş) ile simülasyonlar yapılmış ve birleşme izinin mekanik dayanım üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda, enjeksiyon kalıplama sürecinde fiber yönelimi ve birleşme izinin yapısal davranışa etkisi detaylı olarak incelenmiştir. Bu çalışma, plastik enjeksiyon sürecinde malzeme anizotropisinin yapısal bütünlük üzerindeki etkisini anlamaya yönelik sistematik bir modelleme yaklaşımı sunmaktadır. Sonuçlar, birleşme izinin ve fiber yönelimlerinin mekanik performans üzerindeki kritik rolünü vurgulamaktadır.

Anahtar kelimeler: fiber takviyeli polimer (FRP); sonlu elemanlar analizi (FEA); birleşme izi (kaynak hattı); anizotropik malzeme davranışı; plastik enjeksiyon simülasyonu.

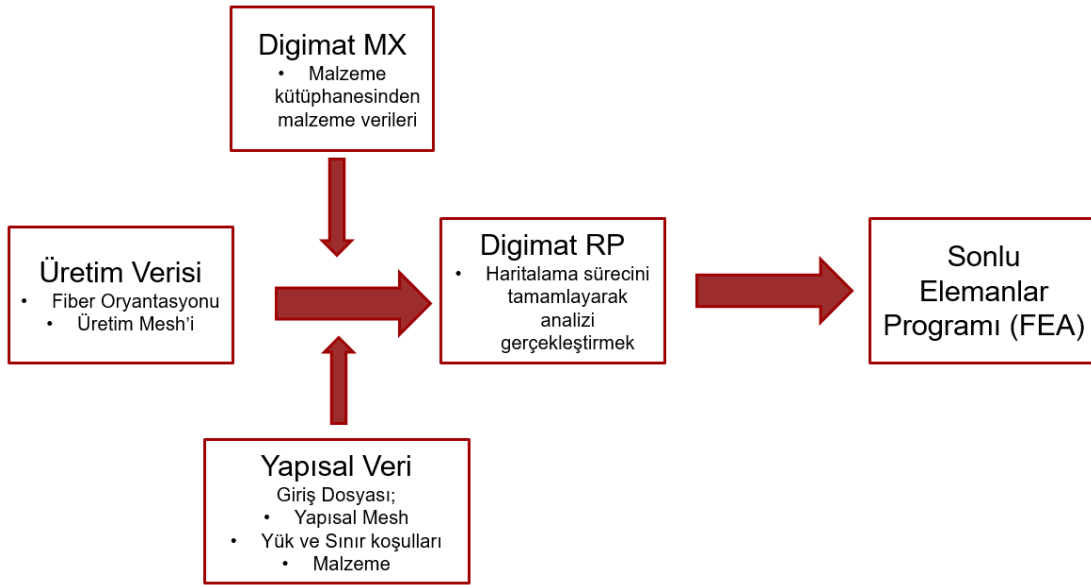
## GİRİŞ

Günümüzde, fiber takviyeli polimer (FRP) malzemeler; hafiflik, yüksek dayanım ve üretim kolaylığı gibi avantajları nedeniyle otomotiv, havacılık, elektronik ve inşaat sektörlerinde yaygın şekilde tercih edilmektedir [1]. Bu malzemelerin üretiminde en çok başvurulan yöntemlerden biri olan enjeksiyon kalıplama, yüksek üretim hacmine sahip kompleks geometriye sahip parçaların hızlı ve ekonomik şekilde elde edilmesini mümkün kılar. Ancak bu süreç, özellikle kısa cam elyaflarla takviye edilmiş termoplastiklerde, malzeme yapısında belirgin mikroyapısal değişimlere neden olur. Elyaf yönelimi, dağılımı ve kaynak hattı (weldline) oluşumu gibi faktörler, nihai ürünün mekanik özelliklerinde bölgesel farklılıklara ve performans kayıplarına yol açar. Enjeksiyon kalıplama sırasında, farklı akış hatlarının birleştiği kaynak hattı bölgeleri, genellikle parçanın en zayıf noktalarıdır. Bu bölgelerde moleküler bağlanmanın zayıf olması, çatlak başlama riski ve düşük darbe-dayanım özellikleri gibi dezavantajlara sebep olur. Literatürde, kaynak hattı oluşumunun mekanik dayanım üzerindeki etkileri sıklıkla vurgulanmıştır ve bu bölgelerde elyaf yöneliminin düzenli olmaması, malzemenin anizotropik davranışını daha da belirgin hale getirmektedir [2-8]. Malzeme anizotropisinin hesaba katılmadığı geleneksel sonlu eleman modelleri (FEA), enjeksiyon kalıplama ile üretilmiş parçaların davranışını yeterince doğru tahmin edememektedir [9-12]. Bu bağlamda, üretim süreciyle ilişkili olarak oluşan gerçekçi fiber yönelimi ve kaynak hattı verilerinin sayısal modellere entegrasyonu, tasarım aşamasında daha doğru öngörüler sunabilir. Bu yaklaşım, özellikle mekanik yüklemeye maruz kalan parçaların gerilme, şekil değiştirme ve kırılma davranışlarının daha hassas analizini mümkün kılar [13]. Bu çalışmada, enjeksiyon kalıplama ile üretilen %40 cam elyaf takviyeli poliamid (PA6-GF40) malzemesi kullanılarak, mikro yapısal etkilerin yapısal davranış üzerindeki rolü detaylı şekilde analiz edilmiştir. MOLDEX3D yazılımıyla gerçekleştirilen kalıplama simülasyonları sonucunda elde edilen elyaf yönelimi ve kaynak hattı verileri, DIGIMAT RP aracılığıyla ABAQUS ortamına entegre edilmiştir. Böylece hem geleneksel homojen varsayıma dayalı model hem de üretim verisi ile zenginleştirilmiş model karşılaştırılarak, malzeme davranışının daha doğru temsil edilmesi sağlanmıştır.

## YÖNTEM

Elyaf-matris arayüz dayanımı, kaynak hattı (weldline), elyaf hacim oranı, elyaf şekli, dağılımı ve matris ile olan yapışma kalitesi, elyaf takviyeli termoplastik malzemelerin mekanik özelliklerini doğrudan etkileyen temel parametrelerdir. Kısa elyaflarla güçlendirilmiş termoplastik polimerlerin üretiminde, enjeksiyon akışı nedeniyle özellikle rastgele bir dağılım gözlemlenmektedir. Bu durum, malzemenin mekanik davranışında bölgesel farklılıklar oluşmasına neden olmaktadır. Ayrıca, bir diğer önemli parametre olan kaynak hattı (weldline), enjeksiyon giriş sayısı ve konumuna bağlı olarak değişen birleşme açıları ve

sıcaklıkları ile mekanik dayanımı ve yüzey kalitesini doğrudan etkiler. Sayısal analizlerde genellikle homojenleştirme yöntemi kullanıldığından, bileşen izotropik kabul edilmekte; ancak parçanın anizotropik yapıda olması nedeniyle, sayısal analiz sonuçları ile gerçek parça davranışı arasında belirgin farklar oluşmaktadır. Geleneksel modelde, tek bir elastik modül ve Poisson oranı tanımlanarak, malzeme izotropik kabul edilmekte ve kalıp dolumu sırasında boşluksuz bir akış varsayılmaktadır. Oysa %40 cam elyaf takviyesi, geleneksel modelin aksine homojen olmayan bir dağılım göstermektedir. Enjeksiyon giriş yerlerinin sayısı ve konumu, kaynak hattı oluşumlarını ve birleşme açılarını etkilemekte ve bu da malzeme davranışında bölgesel farklılıklara yol açmaktadır. Bu çalışmada önerilen yöntemde, üretim sürecine ait veriler doğrudan sayısal modele entegre edilmiştir (Şekil 1). Bu sayede elyaf yönelimi, dağılımı ve kaynak hattı gibi üretime bağlı etkilerin sayısal simülasyona dahil edilmesi sağlanarak, analiz sonuçlarının doğruluğu artırılmıştır.



Şekil 1. Digimat RP çalışma prensibi

Yöntem aşağıdaki temel adımlardan oluşmaktadır:

**Üretim Verisi:** Kalıp ağı, elyaf yönelimi ve kaynak hattı bilgileri Moldex3D yazılımı kullanılarak elde edilmiştir. Bu veriler, parçanın yerel mekanik özelliklerini doğrudan etkilediği için simülasyon doğruluğu açısından kritik öneme sahiptir.

**Yapısal Veriler:** Malzeme özellikleri, yükleme durumları ve montaj bilgileri, analiz sürecinde simülasyon çıktılarıyla paralel olarak sürekli güncellenebilmekte ve optimize edilebilmektedir.

**Digimat MX:** Takviye elyaf ve matris özelliklerini içeren malzeme tanımları, geniş bir malzeme kütüphanesinden seçilmiştir. Bu adım, doğru malzeme modellemesi için gereklidir.

**Digimat RP:** Moldex3D'den gelen üretim verileri ile Digimat MX'ten gelen malzeme verileri birleştirilmiş, ABAQUS gibi sonlu eleman analiz yazılımına aktarılmadan önce gerekli eşleme işlemleri gerçekleştirilmiştir. Bu entegrasyon, üretime özgü anizotropik özelliklerin doğru bir şekilde sonlu eleman modeline yansıtılmasını sağlamaktadır.

**Sonlu Eleman Yazılımı (ABAQUS):** Elde edilen bütünleşik veriler ABAQUS ortamına aktarılmış ve yapısal analizler gerçekleştirilmiştir. Böylece, farklı yükleme durumları altında parçanın davranışı detaylı olarak incelenmiş ve potansiyel zayıf bölgeler belirlenmiştir.

Bu çalışmada, enjeksiyon kalıplama ile üretilen bir bağlantı elemanının yalnızca elyaf yönelimi ve dağılımı dikkate alınarak simülasyonu yapılmıştır. Önerilen modelin geçerliliği, deneysel test sonuçları ile sayısal analiz sonuçları karşılaştırılarak test edilmiştir [14].

### Mori–Tanaka Ortalama Yaklaşım Yöntemi

Kompozit malzemelerin efektif mekanik özelliklerini belirlemek amacıyla geliştirilen yöntemlerden biri de Mori–Tanaka ortalama yaklaşımıdır [15]. Bu yöntem, Eshelby (1957) tarafından geliştirilen dahil problemi çözümüne dayanmakta olup, takviye fazının matris içinde gömülü olduğu varsayılır. Temel olarak, elipsoidal şekilli bir heterojenlik sonsuz matris ortamına yerleştirilerek analiz yapılır. Bu analizde temsil hacim elemanı (RVE), makro boyutta sürekli kabul edilen ve mikro yapısal düzensizlikleri içeren bir yapı olarak tanımlanır. RVE için geçerli olan koşullar aşağıda verilmiştir (1):

$$d \leq L_{RVE} < L$$

$$\left| \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial x} \right| L_{RVE} \ll \bar{\sigma} \quad (1)$$

Eshelby yaklaşımı kullanılarak, takviye fazındaki gerilme aşağıdaki şekilde tanımlanır (2):

$$\mathbf{E}_f : \{ \bar{\epsilon}_0 + \epsilon^* + \epsilon^{pt} \} = \mathbf{E}_m \{ \bar{\epsilon}_0 + \epsilon^* + \epsilon^{pt} - \epsilon^t \} \quad (2)$$

Burada  $\epsilon^{pt}$  (3), Eshelby tensörü  $\mathbf{S}$  ile tanımlanır.

$$\epsilon^{pt} = \mathbf{S} : \epsilon^t \quad (3)$$

Makroskobik strain sabitliği sağlamak için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\epsilon_f = \bar{\epsilon}_0 + v_m \mathbf{S} \epsilon^t$$

Buna göre, takviye fazının gerinim yoğunlaşma tensörü  $\mathbf{A}_f$  şu şekilde elde edilir (4):

$$\mathbf{A}_f = [\mathbf{I} + v_m \mathbf{S} \mathbf{C}_m (\mathbf{E}_f - \mathbf{E}_m)]^{-1} \quad (4)$$

Kompozit malzemenin elastik rijitlik tensörü ise matris ve fiberin yoğunlaşma faktörleriyle birlikte şu şekilde tanımlanır:

$$\mathbf{E} = v_m \mathbf{E}_m \mathbf{A}_m^e + v_f \mathbf{E}_f \mathbf{A}_f^e$$

Bu çalışmada kompozit matris fazı elastoplastik davranış sergilerken, fiber fazı elastik kabul edilmiştir. Matrisin elastoplastik davranışı Von Mises akma kriteri ve Phillips kinematik pekleşme modeli ile ifade edilir:

$$d\epsilon_m = d\epsilon_m^e + d\epsilon_m^p$$

$$d\epsilon_m^p = d\lambda_m \frac{\partial f_m}{\partial \sigma_m}$$

$$f_m = (\sigma_m - \alpha_m) : Y : (\sigma_m - \alpha_m) - \sigma_y^2 = 0$$

Ziegler yaklaşımıyla ifade edilen kinematik pekleşme ifadesi (5):

$$\alpha_m = \mu_m(\sigma_m - \alpha_m) \quad (5)$$

Burada  $\mu_m$  şu şekilde hesaplanır (6):

$$\mu_m = \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_m}\right)^T : d\sigma_m}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_m}\right)^T : (\sigma_m - \alpha_m)} \quad (6)$$

Anlık elastoplastik uyum tensörü ise aşağıdaki gibi ifade edilir (7):

$$C_m^{ep} = C_m^e - \left[ \frac{3dn_m n_m^T}{2Hn_m^T n_m^*} \right] \quad (7)$$

Elasto-plastik anayasal diferansiyel denklemlerin sayısal entegrasyonu için birçok sayısal yöntem geliştirilmiştir [16-20]. Bu çalışmada plastikleşme sırasında gerinim ve gerilme dağılımının zamana bağlı değil ancak yüke bağlı olarak geliştiğini göstermektedir. Çözüm için geri dönüş algoritması kullanılmıştır.

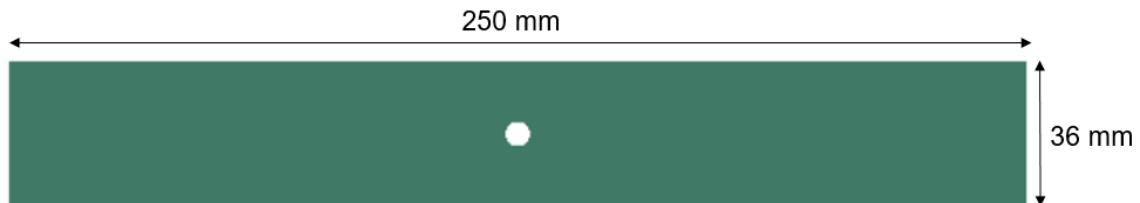
### SAYISAL ANALİZLER

İlk aşamada, malzemenin doğrusal olmayan izotropik özellikler sergilediği varsayılarak geleneksel model oluşturulmuştur. Malzemenin elastik davranışı, Poisson oranı ve tek bir elastisite modülü kullanılarak tanımlanmış ve bu tanım Abaqus ortamında elastik malzeme modeli aracılığıyla uygulanmıştır. Ayrıca, plastik davranışın simülasyona dâhil edilebilmesi için gerekli plastik özellikler modele eklenmiş; böylece malzemenin doğrusal olmayan yüklemeye altındaki gerilme-gerinim tepkisi doğru bir şekilde temsil edilmiştir. Bu yaklaşım, malzemenin hem ilk elastik yanıtını hem de daha sonraki plastik deformasyon sürecini kapsayarak farklı gerilme durumları altındaki davranışını bütüncül bir şekilde simüle etmeyi mümkün kılmıştır.

Geleneksel model kullanılarak elde edilen sonuçlar; maksimum gerilme, maksimum yer değiştirme ve akış yönüne göre bölgesel gerilme dağılımı kriterleri açısından değerlendirilmiş ve fiber yönelimi ile kaynak hattı (weldline) gibi üretim verilerini içeren modelin çıktıları ile karşılaştırılmıştır.

#### Geleneksel Model Kullanılarak Çekme Testinin Sonlu Elemanlar Analizi

Numune boyutları, ASTM D5766 standardına uygun olarak belirlenmiş ve bu doğrultuda çekme numunesinin sonlu eleman modeli oluşturulmuştur. Numune, %40 oranında kısa cam elyafı takviye edilmiş poliamid (PA6) malzemeyi temsil edecek şekilde, doğrusal olmayan izotropik özelliklere sahip bir malzeme olarak modellenmiştir. Malzeme özelliklerinin tanımlanmasında, tek bir elastisite modülü ile Poisson oranı kullanılmıştır. Modelde yer alan delik çapı 6 mm olup, numunenin genel boyutları 36 mm × 250 mm × 2.5 mm'dir (Şekil 2).



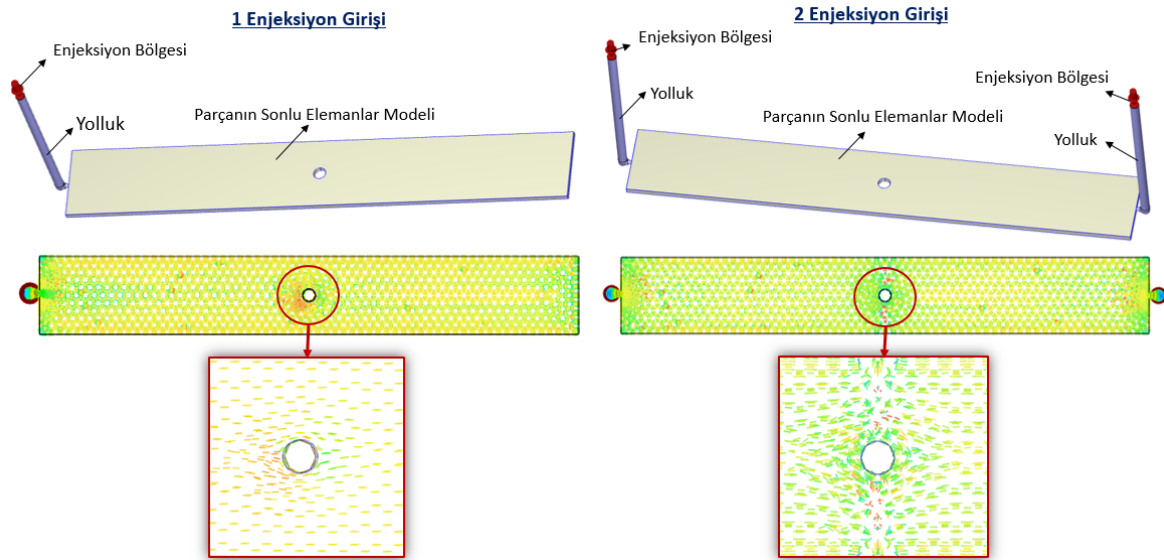
Şekil 2. Numune geometrisi

%40 cam elyaf takviyeli poliamidin elastik modülü ve Poisson oranı, sonlu eleman model malzeme özelliklerinde sırasıyla 12,6 GPa ve 0,35 olarak belirlenmiştir. Numunenin üst kısmında diğer yönlerde hareket kısıtlanmışken, yük doğrultusunda hareket serbest bırakılmıştır (DOF 1, 3). Alt kısımda ise tüm yönlerde hareket kısıtlanmıştır (DOF 1, 2, 3). Açık delik numunenin sonlu elemanlar modeli, C3D8R olarak tanımlanan 8 düğümlü üç boyutlu hexahedral tuğla elemanları kullanılarak ayrılaştırılmıştır. Numune üzerine 10 kN'lik bir yük uygulanmıştır.

## Gerçek Malzeme Verilerinin Entegre Edildiği Modelde Çekme Testinin Sonlu Eleman Analizi

### Kalıp Akış Analizi

Açık delikli çekme numunesi üzerinden bir kompozitin enjeksiyon kalıplanması MOLDEX3D programı kullanılarak simüle edildi. Delikli numune için iki farklı dolum tipi Şekil 3'de gösterilmektedir. 1 enjeksiyon girişi ve 2 enjeksiyon girişi için erime sıcaklığı 260 santigrat dereceye ayarlanırken, kalıp sıcaklığı 85 santigrat derecede tutuldu. Maksimum kalıp basıncı 155 MPa'ya ulaştı. 1 girişli %40 cam elyaf takviyeli poliamid malzeme için; 1,19 saniye içinde kalıba enjekte edildi. Kalıp akış simülasyonu 27,75 saniyelik toplam çevrim süresiyle başarıyla tamamlandı. 2 girişli için; 1,26 saniye içinde kalıba enjekte edildi ve toplam çevrim süresi 26,9 saniye oldu. Her iki dolum için sonlu eleman modeline göre ağ boyutu (mesh size) seçildi.



Şekil 3. Kalıp akış simülasyonu için yapılmış modeller

### Gerçek Malzeme Verilerinin Sonlu Elemanlar Programına Entegre Edilmesi

Oluşturulan giriş dosyasını (.inp) içeri aktararak, çekme numunesinin yapısal ağ bilgisi Digimat RP yazılımı ile birleştirilmiştir. Ayrıca, Digimat MX aracı kullanılarak PA6 GF40 malzemesinin özellikleri Digimat RP programına aktarılmıştır. Daha sonra, Digimat RP'nin haritalama prosedürü, kalıp akış simülasyonundan elde edilen üretim ağı, fiber yönelimi ve birleşme izi verileri ile birleştirilerek gerçekleştirilmiştir.

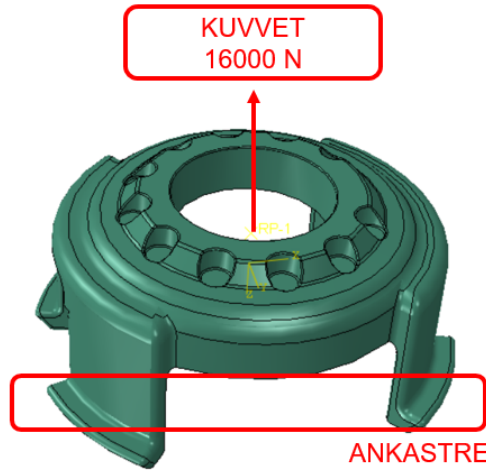
## Geleneksel Model Kullanarak Kapak Parçasının Dayanım Testinin Sonlu Elemanlar Analizi

PA6-GF40 malzemesi, başlangıçta doğrusal olmayan izotropik bir yapı sergilediği varsayılarak modellenmiştir. Malzemenin sonlu elemanlar analizinde (FEA) kullanılmak üzere, tek bir elastisite modülü, Poisson oranı ve plastik malzeme özellikleri tanımlanmıştır. Bu malzeme tanımı, popüler bir sonlu elemanlar analiz programı olan ABAQUS [21] kullanılarak kapak parçasının sonlu eleman modeli üzerinde uygulanmıştır. ABAQUS tarafından sağlanan bu model, kapak parçasının geometrisini, boyutlarını ve yük taşıma kapasitesini başarıyla temsil etmektedir.

Üretim sürecine dair daha gerçekçi bir malzeme davranışı elde edebilmek adına, MOLDEX3D simülasyonları aracılığıyla elde edilen fiber yönelimi, dağılımı ve birleşme izi (weldline) verileri DİGIMAT RP yazılımına aktarılmıştır. DİGIMAT RP, süreç simülasyonları (örneğin MOLDEX3D) ile yapısal analiz araçları (örneğin ABAQUS) arasında veri aktarımını sağlayan özel bir yazılımdır. Bu sayede, ABAQUS ortamında doğrusal olmayan anizotropik analizler, gerçek üretim verilerini içeren bir model üzerinden gerçekleştirilmiştir.

Geleneksel modelde ise malzeme verileri yalnızca tek bir elastisite modülü, Poisson oranı ve plastik özelliklerle sınırlı kalmış; fiber yönelimi ve kaynak hattı gibi üretime özgü etkiler modele dâhil edilmemiştir. Analiz sürecinde, modelleme sırasında aşağıda sıralanan sınır ve yükleme koşulları uygulanmıştır:

- Kapak parçasının alt yüzeyi tüm yönlerde sabitlenmiştir (DOF 1, 2, 3).
- Üst bölgede, kinematik bağlantı noktasına 16 kN'luk bir yük uygulanmış ve yalnızca yükleme yönünde hareket serbest bırakılmıştır; diğer yönlerde hareket kısıtlanmıştır (DOF 1, 2) (Şekil 4).
- Geleneksel modelin sonlu elemanlar modeli, 10 düğümlü üç boyutlu tetrahedral elemanlar (C3D10) kullanılarak ağ yapısına ayrılmıştır.



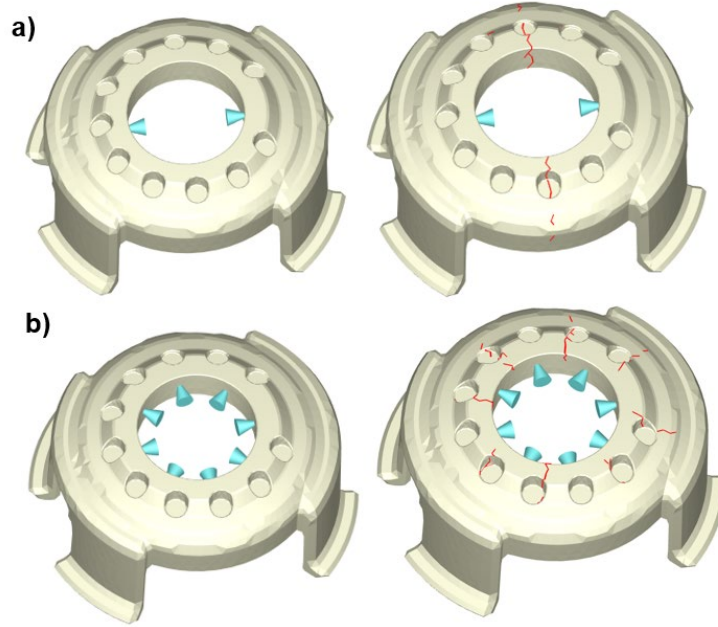
Şekil 4. Kapak parçasının yük ve sınır koşulları

## Gerçek Malzeme Verisinin Entegre Edildiği Modelde Kapak Parçasının Dayanım Testinin Sonlu Elemanlar Analizi

### Kalıp Akış Analizi

Kapak parçasının anizotropik malzeme özelliklerini elde etmek amacıyla dolum analizleri gerçekleştirilmiştir. Dolum analizleri, MOLDEX3D yazılımı kullanılarak yapılmıştır [22]. Bu analiz, enjeksiyon kalıplama sürecini simüle etmiş ve erimiş PA6-GF40 malzemesinin kalıp

boşluğunu nasıl doldurduğuna odaklanmıştır. Analiz, dört farklı şekilde gerçekleştirilmiştir. Şekil 5'te gösterildiği gibi, Kapak parçası iki ve sekiz girişten doldurularak analiz edilmiştir. Buradaki amaç, eriyik birleşme bölgelerinin sayısına bağlı olarak mekanik performans üzerindeki etkisini incelemektir [23-26]. Haritalamada geleneksel model ile uyumluluğu sağlamak amacıyla tüm kalıp akış analizlerinde ağ boyutu 4 seçilmiş ve tetrahedron elemanlar kullanılmıştır.



Şekil 5. Birleşme izi oluşmuş alanlar a) iki giriş, b) sekiz giriş

### Birleşme İzi ve Fiber Oryantasyon Verilerinin Sonlu Elemanlar Programına Aktarılması ve Kapak Parçasının Dayanım Testi Analizi

Geleneksel modelin yapısal ağ verileri, DİGİMAT MX'ten seçilen PA6 GF40 malzeme verileri, üretim ağı verileri, fiber yönelimleri ve kalıp akış simülasyonundan elde edilen birleşme izi verileri DİGİMAT RP'ye aktarılmıştır. Haritalama işlemi sırasında, kalıp akış simülasyonu verileri yapısal ağa entegre edilmiştir. Kapak parçası için anizotropik malzeme verileri sonlu eleman modeli içerisine aktarılmış ve analiz aynı sınır ve yükleme koşulları altında tekrarlanmıştır.

## ANALİZ SONUÇLARI

### Açık Delikli Numune Doğrusal Olmayan Çekme Testinin Analiz Sonuçları

10 kN yük altında, hem geleneksel model hem de gerçek malzeme verisinin entegre edildiği model için çekme testi analiz sonuçlarının karşılaştırması Çizelge 1'de özetlenmiştir.

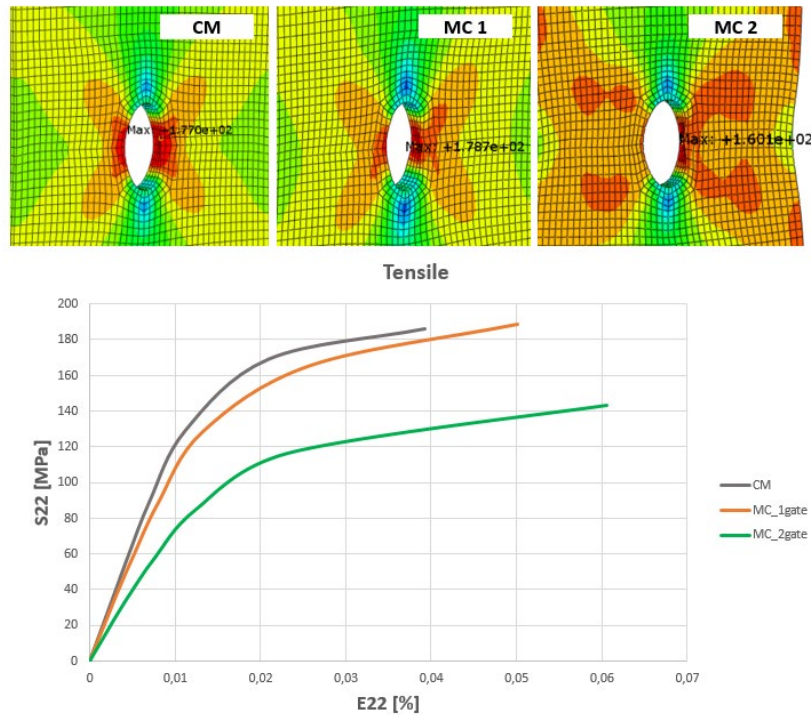
Çizelge 1. Doğrusal olmayan çekme analizi sonuçlarının özeti

Çekme Analizi	Maks. Gerilme [MPa]	Maks. Yer Değişirme [mm]
Geleneksel Model	177	1.478
1 Girişe Sahip Model	178.7	1.512
2 Girişe Sahip Model	160.1	1.825

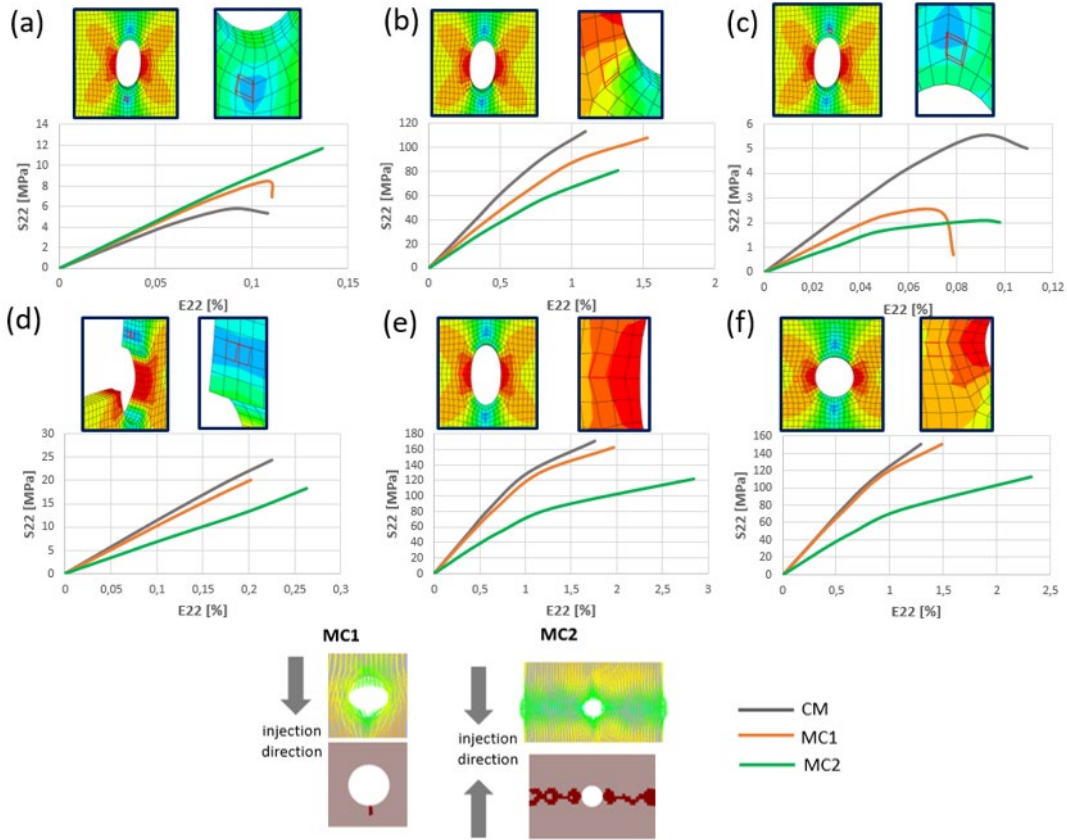
Birleşme izi ve fiber yönelimi içeren modelin, tek enjeksiyon giriş noktasına sahip olduğunda, geleneksel modelle karşılaştırılabilir sonuçlar ürettiği gözlemlenebilir. İki enjeksiyon girişine sahip modelde ise, diğer iki varyanta kıyasla en yüksek gerilme değerinde bir azalma ve en yüksek yer değiştirme değerinde bir artış gözlemlenmiştir. Parça üzerinde malzemelerin birleştiği yerler birleşme izi bölgeleriyle temsil edilir. Birleşme açısına bağlı olarak, birleşim bölgelerinde mekanik dayanımda bölgesel bir kayıp meydana gelir. Bu durum, çekme testi sırasında gerilme ve yer değiştirme tahminlerinin doğruluğunun, fiber yönelimi ve birleşim izi bilgileri eklendiğinde arttığını göstermektedir.

Geleneksel model ile kalıp akış simülasyonu eklenmiş modeller (1 giriş, 2 giriş) için en yüksek gerilme değerinin aynı elemanda elde edildiği, Şekil 6'da gösterilmektedir. Bu karşılaştırma, fiber yönelimi ve birleşme izi bölgelerindeki farklılıklara rağmen, kritik gerilme bölgelerinin üç modelde de tutarlı kaldığını vurgulamaktadır.

Analiz edilen numunelerin sonuçları dikkate alındığında; tek girişli eriyik malzeme enjeksiyonu sırasında, deliğin varlığı akışı değiştirerek deliğin arkasında doğrusal bir akış yerine açısall bir birleşmeye neden olur ve bir kaynak hattı yani birleşme izi oluşur. İki girişli modelde eriyik malzeme enjeksiyonunda ise eriyik malzemenin birleşmesi numunenin orta bölgesinde, deliğin yanlarında açısall bir birleşme meydana getirir ve bu bölgede bir kaynak hattı oluşturur. Bu durum, ergimiş malzeme birleşim bölgelerini, lif yönelimi ve birleşme izi açısından numunenin en kritik bölgeleri yapar. Bu nedenle, geleneksel model ile gerçek malzeme verilerini birleştiren iki model, lif yönelimi ve birleşme izi bölgelerindeki farklılıkları ve bunların gerilme ve yer değiştirme üzerindeki etkilerini daha iyi anlamak için yerel olarak, eleman bazında karşılaştırılmıştır. Malzeme birleşimlerinin bulunduğu altı farklı bölge incelenmiştir.



Şekil 6. Doğrusal olmayan çekme analizi sonuçlarının karşılaştırılması: maksimum gerilme bölgesi



Şekil 7. Eleman bazında doğrusal olmayan çekme analiz sonuçlarının karşılaştırılması

Seçilen altı farklı eleman için gerilme-gerinim grafikleri hazırlanmıştır. Şekil 7’de, hem geleneksel model hem de tek ve çift enjeksiyon girişine sahip modellerden elde edilen simülasyon sonuçlarını karşılaştırmak amacıyla delik çevresinde yer alan altı bölge analiz edilmiştir. Şekilde ayrıca malzeme akış yönleri belirtilmiş olup, enjeksiyon giriş sayısına bağlı olarak eriyik birleşim bölgelerinin konum ve yapısında farklılıklar gözlemlenmiştir. Bu farklılıklar, özellikle eriyik birleşim bölgelerinde fiberlerin doğrusal şekilde yönlenebilmesi ve birleşme açısına bağlı olarak kaynak hattı (weldline) oluşması ile sonuçlanmaktadır. Bu durum, ilgili bölgelerde elastik modülün değişimiyle ifade edilebilecek mekanik özellik farklarını ortaya çıkarmaktadır. Tek enjeksiyon girişli model (MC 1), çift enjeksiyon girişli model (MC 2) ve geleneksel model (CM) karşılaştırıldığında, enjeksiyon dolununun bölgesel mekanik özelliklerde belirgin farklılıklara yol açtığı görülmektedir. Geleneksel modelde tüm numune boyunca malzemenin homojen dağıldığı varsayılmış, sabit bir elastisite modülü tanımlanmış ve her bölgede %40 oranında cam elyaf bulunduğu kabul edilmiştir. Ayrıca, kaynak hattı oluşumu ve bunun mukavemet üzerindeki etkileri göz önünde bulundurulmamıştır. Ancak, Şekil 7’de sunulan üretim kaynaklı veriler — fiber yönelimi, dağılımı ve eriyik birleşim izleri — bu varsayımların her zaman geçerli olmadığını ve yapısal davranışta kritik bölgesel değişimlerin meydana gelebileceğini göstermektedir. Bu nedenle, üretim verilerinin dikkate alındığı modellerin, geleneksel modele kıyasla daha gerçekçi ve güvenilir sonuçlar sunduğu söylenebilir.

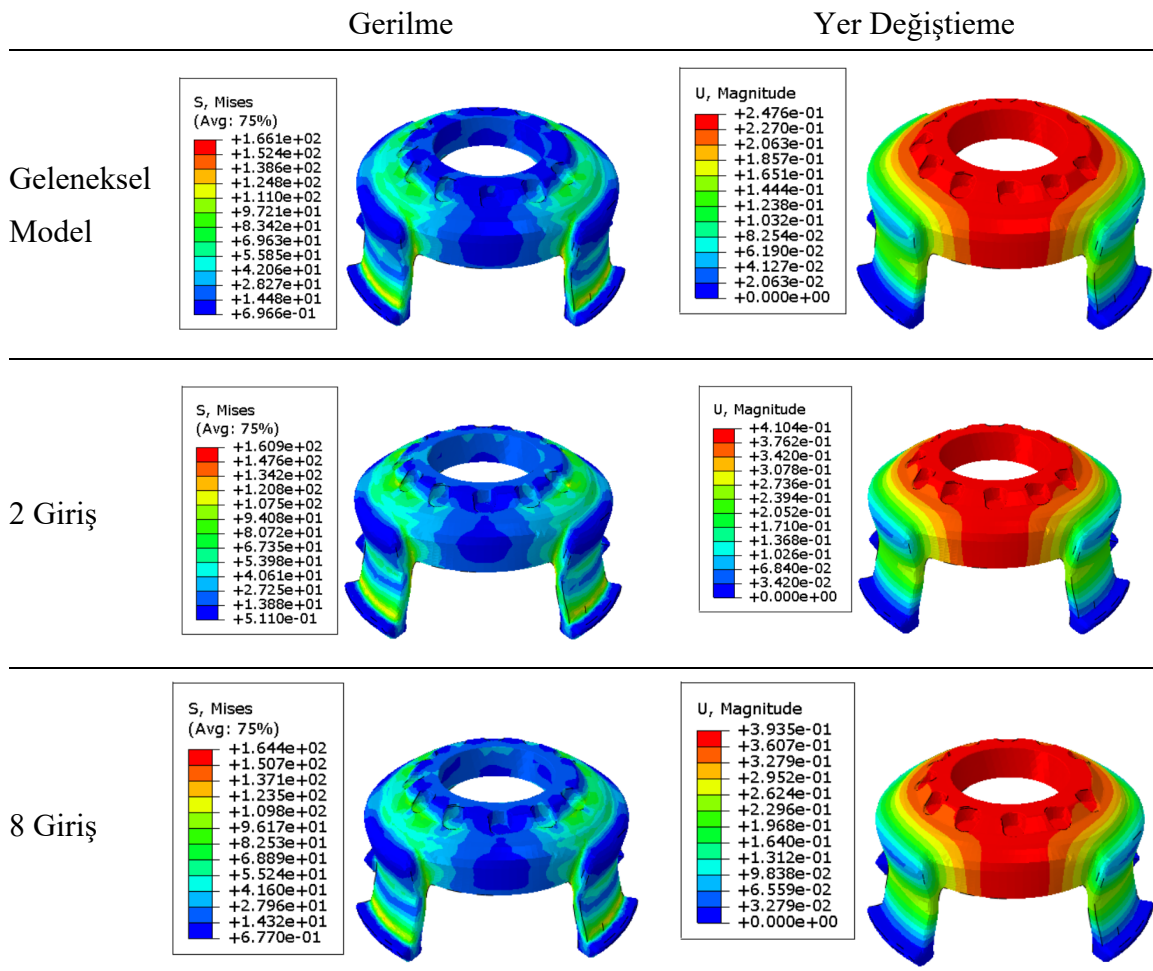
Enjeksiyon süreci sonucunda altı kritik alan belirlenmiştir. Burada, 1 enjeksiyon girişli modelinin akış yönü birleşim izi ve fiber yönlendirme dağılımı dikkate alındığında, (b), (e) ve (f) bölgelerinde geleneksel modele oldukça yakın sonuçlar elde edilmiştir. Bu üç bölgenin ortak

özelliği, delik kenarlarında yer almaları ve bu bölgelerde akışın yönlenme kaybı olmadan ilerlemesi ve kaynak hattının oluşmamasıdır. 2 enjeksiyon girişine sahip modelin ise, delik kenarlarında yönlenme değişiklikleri olmuş ve bu bölgeler, modelde kaynak hattı boyunca yer alan bölgeler haline gelmiştir. Bu nedenle, mukavemet açısından geleneksel model ve 1 girişli modele kıyasla daha zayıf bir performans sergilemektedir.

(a), (c) ve (d) bölgelerinde kaynak hattı olmamasına rağmen mekanik mukavemette bölgesel farklılıklar gözlemlenmiştir. Bunun nedeni, enjeksiyon giriş sayısı ve konumunun, delik çevresindeki lif yönlenmesini ve yoğunluğunu değiştirmesidir.

### Kapak Parçasının Mekanik Dayanım Testi Analiz Sonuçları

Geleneksel model sonlu elmanlar analizi, Şekil 8’de gösterildiği gibi, maksimum 166.1 MPa gerilme değeri vermiştir. İlgili maksimum yer değiştirme ise 0.248 mm olarak belirlenmiştir. Gerçek malzeme verilerinin entegre edildiği model simülasyonundan elde edilen sonuçlar; 2 giriş için maksimum gerilme değeri 160,9 MPa, buna karşılık gelen maksimum yer değiştirme ise 0,410 mm olarak belirlenmiştir. 8 giriş için ise maksimum gerilme değeri 164,4 MPa, buna karşılık gelen maksimum yer değiştirme 0,394 mm olarak tespit edilmiştir.



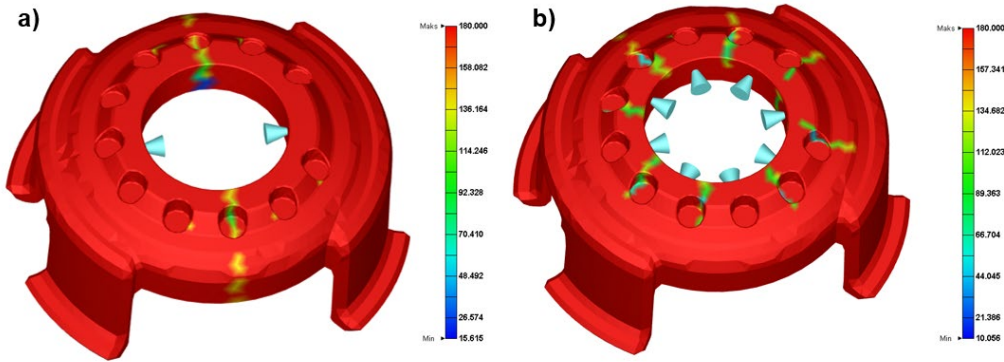
Şekil 8. Kapak parçası modeli üzerindeki gerilme ve yer değiştirme dağılımına ait kontur grafikleri

### Analiz sonuçlarının karşılaştırılması

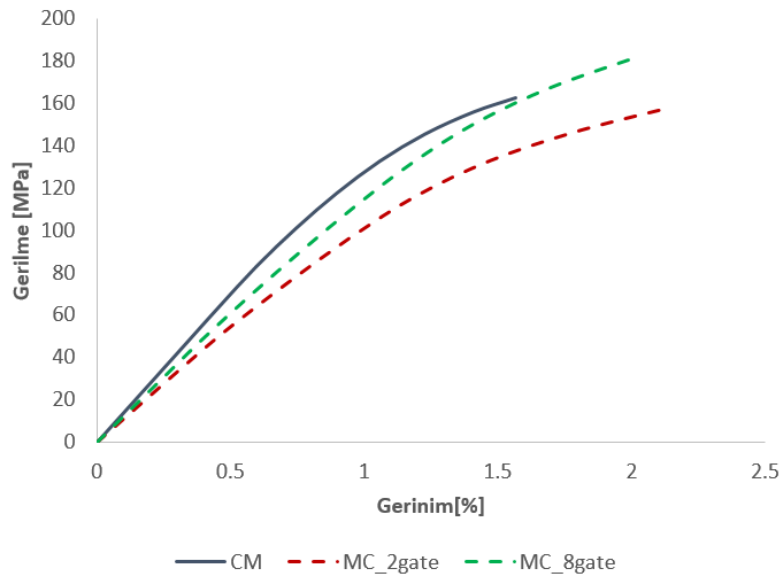
Kalıp akış analizi simülasyonlarından elde edilen kaynak hattı eriyik birleşme açıları Şekil 9'da gösterilmiştir. Bu açı, eriyiklerin birleştiği noktadaki akış çizgilerinin oluşturduğu açıyı temsil etmektedir. Kaynak hattı oluştuğunda, bu bölgeler moleküller arası bağların tam olarak oluşmaması nedeniyle malzemenin geri kalanına kıyasla daha zayıf olabilir. Birleşme açıları 0 derece ile 135 derece arasında değişebilmektedir [27-29]. Birleşme açısı ne kadar küçük olursa, birleşme de o kadar zayıf olur. Bunun sebebi, o bölgedeki moleküller arası bağların daha zayıf olmasıdır [30-31].

2 girişe sahip modelin %25'inin birleşme açısının 50 derecenin altında olduğunu göstermektedir. 8 girişe sahip modelin girişinin ise %10'unda birleşme açısı 50 derecenin altındadır.

Geleneksel model analiz sonuçları ile gerçek malzeme verisinin entegre edildiği model analiz sonuçlarını karşılaştıran grafik Şekil 10'da verilmiştir. Buradan inceleyebileceği üzere kaynak hattı bölge sayısının artmasına rağmen birleşme açısının etkisi açıkça görülmektedir. 8 enjeksiyon girişine sahip model, geleneksel modele en yakın sonucu vermiştir [32].



Şekil 9. Kaynak hattı birleşme açıları; a) 2 giriş, b) 8 giriş



Şekil 10. Kapak parçası geleneksel model ve gerçek malzeme verisinin aktarıldığı modeller analiz sonuçları

## SONUÇLAR

Bu çalışma, plastik enjeksiyonla üretilmiş parçaların mekanik performans tahmininde doğruluğu artırmak amacıyla, fiber oryantasyonu ve kaynak hattı verilerinin doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizine entegre edilmesinin önemini ortaya koymuştur. Geleneksel modellerle yapılan analizlerde, malzemenin homojen dağıldığı ve kaynak hattı gibi üretimden kaynaklı zayıf bölgelerin göz ardı edildiği varsayılmıştır. Ancak bu varsayım, gerçek üretim koşullarını tam olarak yansıtmadığı için özellikle karmaşık geometriye ya da birden fazla enjeksiyon girişi içeren parçalarda mekanik performansın yetersiz veya hatalı tahmin edilmesine neden olabilmektedir. Bu nedenle, fiberlerin yönlendirilmesini ve farklı akış hatlarının birleşiminden kaynaklanan kaynak hattı bölgelerinin yerel etkilerini dikkate alan kapsamlı bir yaklaşım benimsenmiştir.

Açık delikli çekme numunesi ve kapak parçası üzerinde yapılan analizler, bu yaklaşımın doğruluğunu açıkça göstermiştir. Gerçek malzeme verileri kullanılarak yapılan simülasyonlarda, özellikle kaynak hattı bölgelerinin bulunduğu alanlarda mekanik zayıflıkların daha net tespit edilebildiği ve bağ açıları gibi parametrelerin performans üzerindeki etkisinin gözlemlenebilir hale geldiği görülmüştür. Elde edilen sonuçlar, kaynak hattı derinliğinin ve bağ açılarının, giriş sayısı ve konumuna bağlı olarak malzemenin yapısal bütünlüğünü doğrudan etkilediğini ortaya koymuştur. Bu bulgular, geleneksel modellerin eksikliklerini vurgulamakla kalmamış, aynı zamanda enjeksiyon kalıp tasarımı, malzeme seçimi ve proses parametrelerinin optimizasyonu açısından da değerli bilgiler sunmuştur. Sonuç olarak, fiber oryantasyonu ve kaynak hattı gibi üretim kaynaklı mikroyapısal verilerin analiz modellerine entegre edilmesi, daha güvenilir, gerçekçi ve performansa dayalı mühendislik çözümlerinin geliştirilmesine olanak sağlamaktadır.

**Teşekkür** - Yazarlar, Uluslararası Cornet projesi (Proje No: 123N452) kapsamındaki destekleri için Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK) ve bu araştırmada kullanılan parça bilgilerini sağladıkları için KOBİ kullanıcı komitesi üyesi YAMAS Kauçuk ve Metal Çözümleri'ne teşekkürlerini sunarlar. Ayrıca, Tübitak 2244 Sanayi Doktora Programı (Proje No: 119C089) kapsamında birinci yazara verilen burs için TÜBİTAK'a içtenlikle teşekkür ederiz.

## KAYNAKLAR

- [1] Fu, S.-Y., Lauke, B., And Mai, Y.-M. (2009): Science And Engineering Of Short Fibre Reinforced Polymer Composites, Woodhead Publishing Limited Cambridge.
- [2] Stommel, M., Stojek, M., And Korte, W. (2018): Fem Zur Berechnung Von Kunststoffund Elastomerbauteilen, Carl Hanser Verlag Munich.
- [3] Sielicki, P. W., Sumelka, W., & Łodygowski, T. (2019). Close range explosive loading on steel column in the framework of anisotropic viscoplasticity. *Metals*, 9(4), 454.
- [4] Voyiadjis, G. Z., Abu Al-Rub, R. K., & Palazotto, A. N. (2003). Non-local coupling of viscoplasticity and anisotropic viscodamage for impact problems using the gradient theory. *Archives of Mechanics*, 55(1), 39-89.
- [5] Lu, J., & Papadopoulos, P. (2000). A covariant constitutive description of anisotropic non-linear elasticity. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, 51, 204-217.
- [6] Sumelka, W., Nowak, M., Nassr, A. A., Al-Rifaie, H., Malendowski, M., Gajewski, T., & Sielicki, P. W. (2021). Dynamic failure of the aluminium plate under air-blast loading in the framework of the fractional viscoplasticity model-theory and validation. *International Journal of Impact Engineering*, 158, 104024.

- [7] Manzari, M. T., & Yonten, K. (2014). On implementation and performance of an anisotropic constitutive model for clays. *International Journal of Computational Methods*, 11(02), 1342009.
- [8] Safaei, M., Lee, M. G., Zang, S. L., & De Waele, W. (2014). An evolutionary anisotropic model for sheet metals based on non-associated flow rule approach. *Computational Materials Science*, 81, 15-29.
- [9] Adam, L. A. U. R. E. N. T., & Assaker, R. O. G. E. R. (2014, July). Integrated nonlinear multi-scale material modelling of fiber reinforced plastics with Digimat: Application to short and continuous fiber composites. In *Proceedings of the 11th World Congress on Computational Mechanics* (pp. 20-25).
- [10] Lindhult, J. A., & Ljungberg, M. (2015). Fatigue analysis of anisotropic short fibre reinforced polymers-by use of Digimat and nCode DesignLife.
- [11] Chai, W., Liu, X., Shan, Y., Wan, X., & Jiang, E. (2019). Finite element analysis of the residual stress of automotive wheel made of long glass fiber-reinforced thermoplastic composite. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 233(10), 3592-3602.
- [12] Das Lala, S., Sadikbasha, S., & Deoghare, A. B. (2020). Prediction of elastic modulus of polymer composites using Hashin–Shtrikman bound, mean field homogenization and finite element technique. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 234(8), 1653-1659.
- [13] Fujita, Y., Noda, S., Takahashi, J., Greenhalgh, E. S., & Pimenta, S. (2024). Predicting failure in injection-moulded short-fibre subcomponents under varied environmental conditions through fracture mechanics. *Composites Part B: Engineering*, 111343.
- [14] Polat, A. (2025). Farklı tipte elyaflar ile güçlendirilmiş termoplastik tabanlı kompozit malzemelerin lineer olmayan ve anizotropik malzeme modellerinin geliştirilmesi ve simülasyonlarda kullanılması.
- [15] Mori, T., & Tanaka, K. (1973). Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta metallurgica*, 21(5), 571-574.
- [16] Voyiadjis, G. Z., & Deliktas, B. (2000). A coupled anisotropic damage model for the inelastic response of composite materials. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 183(3-4), 159-199.
- [17] Deliktas, B. (2009). Role of strain concentration factors in predicting the inelastic behavior of laminated composite material. *Composites Part B: Engineering*, 40(4), 267-274. [18] Mori, T., & Tanaka, K. (1973). Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta metallurgica*, 21(5), 571-574.
- [18] Voyiadjis, G. Z., & Deliktas, B. (2010). Modeling of strengthening and softening in inelastic nanocrystalline materials with reference to the triple junction and grain boundaries using strain gradient plasticity. *Acta mechanica*, 213(1), 3-26.
- [19] Ortiz, M., & Popov, E. P. (1985). Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *International journal for numerical methods in engineering*, 21(9), 1561-1576.
- [20] Simo, J. C., & Hughes, T. J. (2006). *Computational inelasticity* (Vol. 7). Springer Science & Business Media.
- [21] Hibbitt, Karlsson, & Sorensen. (1997). *ABAQUS/standard: User's Manual* (Vol. 1). Hibbitt, Karlsson & Sorensen.
- [22] Gao, R., Chen, H., Hu, Z., Cheng, X., Gao, S., Zhou, S., & Zhao, P. (2022). An integrated simulation method for analyzing mechanical properties of injection molded fiber-reinforced polymers. *Polymer Composites*, 43(7), 4530-4543.

- [23] Mathieu, L., Stockmann, L., Haudin, J. M., Monasse, B., Vincent, M., Barthez, J. M., ... & Roux, D. C. (2022). Flow marks in injection molding of PP: influence of processing conditions and formation in fountain flow. *International Polymer Processing*, 16(4), 404-411.
- [24] Jong, W. R., Hwang, S. S., Wu, C. C., Kao, C. H., Huang, Y. M., & Tsai, M. C. (2018). Using a visualization mold to discuss the influence of gas counter pressure and mold temperature on the fountain flow effect. *International Polymer Processing*, 33(2), 255-267.
- [25] Kazmer, D. O., Grosskopf, C. M., & Venoor, V. (2018). Vortical fountain flows in plasticating screws. *Polymers*, 10(8), 823.
- [26] Ryu, J. B., & Lyu, M. Y. (2014). A study on the mechanical property and 3D fiber distribution in injection molded glass fiber reinforced PA66. *International Polymer Processing*, 29(3), 389-401
- [27] Fellahi, S., Meddad, A., Fisa, B., & Favis, B. D. (1995). Weldlines in injection-molded parts: A review. *Advances in Polymer Technology: Journal of the Polymer Processing Institute*, 14(3), 169-195.
- [28] Liu, Q., Liu, Y., Jiang, C., & Zheng, S. (2020). Modeling and simulation of weld line location and properties during injection molding based on viscoelastic constitutive equation. *Rheologica Acta*, 59, 109-121.
- [29] Fathi, S., & Behraves, A. H. (2008). Visualization analysis of flow behavior during weld-line formation in injection molding process. *Polymer-Plastics Technology and Engineering*, 47(7), 666-672.
- [30] Zhou, H., & Li, D. (2004). Modelling and prediction of weld line location and properties based on injection moulding simulation. *International Journal of Materials and Product Technology*, 21(6), 526-538.
- [31] Xie, L., Tian, X. Y., Wu, W. Q., Li, D. C., Jiang, B. Y., & Ziegmann, G. (2011). Effect of Weld Line Defects on Electrical Conductivity of Injection Molded Parts with Carbon Nano Fibers/PP Composites. *Advanced Materials Research*, 233, 1136-1140.
- [32] Ding, Y. M., Wang, X. H., Xie, P. C., Zhang, Y. C., & Yang, W. M. (2013). Effects of gate locations on the tensile strength of injection molded weld lines. *Key Engineering Materials*, 561, 64-69.



## ÇARPIŞMA KUVVETİNİN FARKLI ÇARPIŞMA MODELLERİ İLE İNCELENMESİ

Çağla Şekerci<sup>1</sup> ve Erdem Damcı<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Doğuş Üniversitesi, İstanbul

<sup>2</sup>İstanbul Üniversite-Cerrahpaşa, İstanbul

### ABSTRACT

In this study, the pounding effects of two shear frame models are investigated comparatively by experimental and numerical methods. For this purpose, using shake table experiments, the pounding effects in the models under harmonic excitation were recorded by video and displacement-time data were obtained by image processing method. Kelvin-Voigt Model, Modified Kelvin-Voigt Model, Nonlinear Viscoelastic Model and Hertz-Damp Model were used in numerical analyses. The spring stiffness ( $k$ ) and restitution factor ( $r$ ) for the Kelvin-Voigt and Modified Kelvin-Voigt Model, and the collision stiffness ( $\beta$ ) and restitution factor ( $r$ ) for the Nonlinear Viscoelastic Model and Hertz-Damp Model were used as the parameters in the analyses. Numerical analyses are compared with experimental results in the time-history and pounding forces are investigated. As a result of this study, it is seen that the determination of the collision parameters is of great importance and more experimental studies are needed.

Keywords: pounding; numerical analysis; pounding force; shaking table experiments.

### ÖZET

Bu çalışma kapsamında, iki adet kayma çerçevesi modelinde çarpışma etkileri, deneysel ve nümerik yöntemlerle karşılaştırmalı bir şekilde incelenmiştir. Bu amaçla, sarsma tablası deneyleri kullanılarak harmonik hareket altında modellerdeki çarpışma etkileri video ile kayıt altına alınarak görüntü işleme yöntemiyle yerdeğiştirme-zaman verileri elde edilmiştir. Nümerik analizlerde Kelvin-Voigt Modeli, Modifiye Kelvin-Voigt Modeli, Doğrusal Olmayan Viskoelastik Model ve Hertz-Damp Modeli kullanılmıştır. Kelvin-Voigt ve Modifiye Kelvin-Voigt Modeli için yay rijitliği ( $k$ ) ve restitüsyon çarpanını ( $r$ ) ile Doğrusal Olmayan Viskoelastik Model ve Hertz-Damp Modeli için çarpışma rijitliği ( $\beta$ ) ve restitüsyon çarpanını ( $r$ ) parametreleri kullanılarak analizler yapılmıştır. Nümerik analizlerle deneysel sonuçların zaman-tanım alanında karşılaştırması yapılarak çarpışma kuvvetleri incelenmiştir. Bu çalışma sonucunda çarpışma parametrelerinin tayininin büyük önem taşıdığı ve daha fazla deneysel çalışma yapılmasına ihtiyaç duyduğu görülmüştür.

Anahtar kelimeler: çarpışma; nümerik analiz; çarpışma kuvveti; sarsma tablası deneyleri.

## GİRİŞ

Deprem sırasında bitişik yapıların birbirine çarpması sonucu ortaya çıkan etkiler, yapısal güvenliği tehdit eden ciddi hasarlara yol açabilmektedir. Farklı periyotlara, rijitliğe ve kütleyle sahip yapıların sınırlı veya yetersiz boşlukla inşa edilmesi, bu çarpışma etkilerini kaçınılmaz hale getirmektedir. Çarpışmanın, taşıyıcı sistemde ani darbe kuvvetleri oluşturması nedeniyle araştırmacıların ilgisini çeken bir konu olmuştur. Anagnostopoulos [1], bitişik nizam binaları tek serbestlik dereceli sistemler olarak modelleyerek çarpışma etkilerini incelemiştir; bazı depremlerde köşe binaların daha fazla hasar gördüğünü göstermiştir. Maison ve Kasai [2], 15 ve 8 katlı yapıların çarpışma etkisini analiz ederek, aradaki boşluk, kütle farkı ve temas noktalarının yapısal davranış üzerindeki etkilerini değerlendirmiştir. Filiatrault ve Cervantes [3], farklı kat sayısına sahip binaların çeşitli sismik bölgelerde çarpışma riskini incelemiştir ve Kanada yönetmeliklerindeki derz mesafelerinin gereğinden fazla olduğunu ortaya koymuştur.

Çarpışmanın modellenmesinde kullanılan sayısal yaklaşımlar arasında en yaygın olanlar, Kelvin-Voigt, Modifiye Kelvin-Voigt, Doğrusal Olmayan Viskoelastik ve Hertz-Damp modelleridir. Bu modeller, çarpışma sırasında oluşan darbe kuvvetlerini yay ve sönüm bileşenleri üzerinden temsil ederek yapıların dinamik tepkilerini analiz etme imkânı sunmaktadır. Jankowski [4], yapısal çarpışmayı daha hassas modellemek amacıyla doğrusal olmayan viskoelastik bir çarpışma modeli önermiş ve bu modelin en gerçekçi sonuçları verdiğini belirtmiştir. Jankowski [5] ise bu modeldeki darbe sönümlenme oranını, restitüsyon katsayısına dayalı yaklaşık bir formülle ifade etmiş ve bu formülün doğruluğunu sayısal simülasyonlarla test etmiştir. Deneysel çalışmalar, bu modellerin doğruluğunu test etmek açısından büyük önem taşımaktadır. Sarsma tablası deneyleri, yapılar arası çarpışma etkilerini ölçekli fiziksel modeller üzerinde doğrudan gözlemlemeye imkân tanımaktadır. Jaradat ve diğ. [6], çelik çerçeve yapılar arasındaki çarpışmayı beş teorik model (doğrusal yay, viskoelastik, Hertz, doğrusal olmayan viskoelastik ve Hertz-Damp) ile incelemiştir ve bu modelleri deneysel verilerle karşılaştırmıştır.

Son yıllarda yapılan derleme çalışmaları, literatürde kullanılan çarpışma modellerinin parametre hassasiyetine oldukça açık olduğunu ve bu nedenle kalibrasyon süreçlerinin deneysel verilerle desteklenmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Özellikle yay rijitliği, restitüsyon katsayısı ve çarpışma rijitliği gibi parametrelerin farklı kombinasyonlarının yapı tepkisi üzerindeki etkilerini değerlendiren çalışmalarda, model performansları karşılaştırmalı olarak analiz edilmesi gerektiği vurgulanmıştır [7, 8].

Bu çalışma kapsamında, iki adet kayma çerçevesi modellenmiş ve yapılar arası çarpışma etkisi hem deneysel hem de sayısal yöntemlerle incelenmiştir. Deneysel kısımda, sarsma tablası üzerinde gerçekleştirilen deneylerde çarpışma anları yüksek hızlı kamera ile kaydedilmiş; elde edilen görüntülerden görüntü işleme teknikleri ile zaman-yerdeğiştirme verileri üretilmiştir. Nümerik analizlerde, Kelvin-Voigt, Modifiye Kelvin-Voigt, Doğrusal Olmayan Viskoelastik ve Hertz-Damp modelleri kullanılarak yapı davranışı modellenmiş; farklı parametre kombinasyonlarıyla elde edilen nümerik sonuçlar, deneysel verilerle zaman tanım alanında karşılaştırılarak çarpışma kuvvetleri incelenmiştir.

Bu yönüyle çalışma, farklı çarpışma modellerinin hem parametrik hassasiyetlerini hem de deneysel doğruluklarını kıyaslayarak yapı mühendisliği literatürüne önemli katkılar sunmayı amaçlamaktadır.

## SAYISAL ANALİZ MODELLERİ

Yapılar arası çarpışmayı ele alan sayısal modeller, literatürde ağırlıklı olarak yalnızca yay veya yay-sönüm elemanları temelinde geliştirilmiştir. Bu doğrultuda geliştirilen başlıca

modeller arasında Elastik Çarpma Elemanı, Kelvin-Voigt (Doğrusal Viskoelastik) Modeli, Modifiye Kelvin-Voigt Modeli, Doğrusal Olmayan Viskoelastik Model, Hertzdamp Modeli ve Sears Modeli yer almaktadır. Bu modellerin temel prensibi; iki kütleli sistemler arasındaki yerdeğiştirme veya hız farklarına dayalı olarak etkileşen çarpışma kuvvetlerinin nümerik yöntemlerle belirlenmesidir [1, 4, 5, 9-11].

Çarpışma modellerinde genel olarak temas anında meydana gelen kuvvet, sistemler arasındaki yerdeğiştirme farkı esas alınarak hesaplanmakta ve bu kuvvet, yapıya bir tepki kuvveti olarak yansıtılmaktadır [12, 13]. Yapıya tepki olarak yansıtılan çarpışma kuvvetleri, Kelvin-Voigt Modeli'nde çarpışma kuvveti Denklem (1), Modifiye Kelvin-Voigt Modeli'nde Denklem (4), Doğrusal Olmayan Viskoelastik Model'de Denklem (8) ve Hertzdamp Modeli'nde Denklem (11) ile hesaplanmaktadır. Sears Modeli ise literatürde yeterli deneysel doğrulama bulunmadığı için değerlendirme dışı bırakılmıştır.

Bu modellerde çarpışma kuvvetinin büyüklüğü esas olarak iki parametreye bağlıdır: Yay rijitliği ve sönüm. Anagnostopoulos [1], bitişik yapıların analizinde kullanılan idealize edilmiş tek serbestlik dereceli sistemlerde, çarpma elemanının rijitliğini yapının başlangıç rijitliğinin 0.01, 0.1 ve 1.0 katı olarak belirlemiştir. Sönüm ise Denklem (2)'de gösterildiği üzere yay rijitliği, kütle ve sönüm oranı göz önünde bulundurularak elde edilmektedir. Sönüm oranı, Denklem (3)'te verilen restitüsyon katsayısı ( $r$ ) ile doğrudan ilişkilidir. Kelvin-Voigt dışındaki modeller için sönüm ve sönüm oranının hesaplanmasına yönelik alternatif formülasyonlar ise aşağıdaki denklemlerde sunulmaktadır [10, 13]. Denklemlerde  $k$  yay rijitliği,  $\beta$  çarpışma rijitliği,  $F$  çarpışma kuvveti,  $d$  sismik boşluk,  $C$  sönüm,  $\xi_s$  sönüm oranını ifade etmektedir.

Kelvin-Voigt Modeli:

$$\begin{aligned} F &= 0 & \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} u_1 - u_2 - d \leq 0 \\ F &= k(u_1 - u_2 - d) + C(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) & \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} u_1 - u_2 - d > 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$C = 2\xi_s \sqrt{\left( k \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)} \quad (2)$$

$$\xi_s = \frac{-\ln r}{\sqrt{\pi^2 + (\ln r)^2}} \quad (3)$$

Modifiye Kelvin-Voigt Modeli:

$$\begin{aligned} F &= k(u_1 - u_2 - d) + C(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) & \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} u_1 - u_2 - d \geq 0; \quad \dot{u}_1 - \dot{u}_2 \geq 0 \\ F &= k(u_1 - u_2 - d) & \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} u_1 - u_2 - d \geq 0; \quad \dot{u}_1 - \dot{u}_2 < 0 \\ F &= 0 & \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} u_1 - u_2 - d < 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$C = 2\xi_s \sqrt{\left( k \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)} \quad (5)$$

$$\xi_s = \frac{1}{\pi} \cdot \left( \frac{1-r^2}{r} \right) \quad (6)$$

$$\xi_s = \frac{1-r^2}{r[r(\pi-2)+2]} \quad (7)$$

Doğrusal Olmayan Viskoelastik Model:

$$\left. \begin{aligned} F &= \beta(u_1 - u_2 - d)^{3/2} + C(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) \\ F &= \beta(u_1 - u_2 - d)^{3/2} \\ F &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &u_1 - u_2 - d \geq 0; \quad \dot{u}_1 - \dot{u}_2 \geq 0 \\ &u_1 - u_2 - d \geq 0; \quad \dot{u}_1 - \dot{u}_2 < 0 \\ &u_1 - u_2 - d < 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$C = 2\xi_s \sqrt{\beta \sqrt{u_1 - u_2 - d} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}} \quad (9)$$

$$\xi_s = \frac{9\sqrt{5}}{2} \frac{1-r^2}{r[r(9\pi-16)+16]} \quad (10)$$

Hertzdamp Modeli:

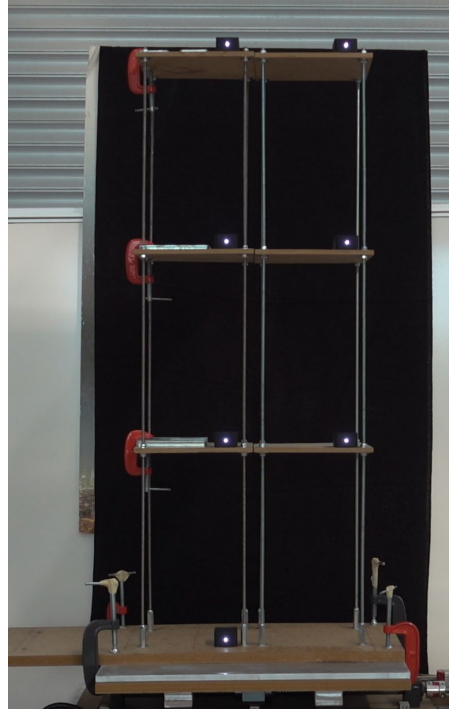
$$\left. \begin{aligned} F &= \beta(u_1 - u_2 - d)^{3/2} + C(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) \\ F &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &u_1 - u_2 - d \leq 0 \\ &u_1 - u_2 - d > 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$C = \xi_s (u_1 - u_2 - d)^{3/2} \quad (12)$$

$$\xi_s = \frac{3}{4} \cdot \left[ \frac{\beta(1-r^2)}{\dot{u}_{1,0} - \dot{u}_{2,0}} \right] \quad (13)$$

## DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Çarpışma etkilerini incelemek amacıyla iki adet 3 katlı, özdeş yapı modeli üretilmiştir. Her biri 1000 mm yüksekliğinde olan modellerde kat döşemeleri MDF, kolonlar ise M6 gijon ile oluşturulmuştur. Modellerin kat hizaları aynı olacak şekilde yerleştirilmiş ve aralarındaki dilatasyon derzi yetersiz kabul edilerek sarsma tablası üzerinde bitişik duracak biçimde konumlandırılmıştır. Yapıların dinamik davranışları, serbest ve zorlanmış titreşim testleriyle belirlenmiş; LED işaretçiler kullanılarak görüntü işleme yöntemiyle hareket verileri elde edilmiştir [12, 13]. Harmonik hareket altında yapılan sarsma tablası deneyleri sonucunda elde edilen yer değiştirme verileri nümerik çalışmalar ile karşılaştırma amacıyla kullanılmıştır. Soldaki model Model-1 ve sağdaki ise Model-2 olarak isimlendirilmiştir.

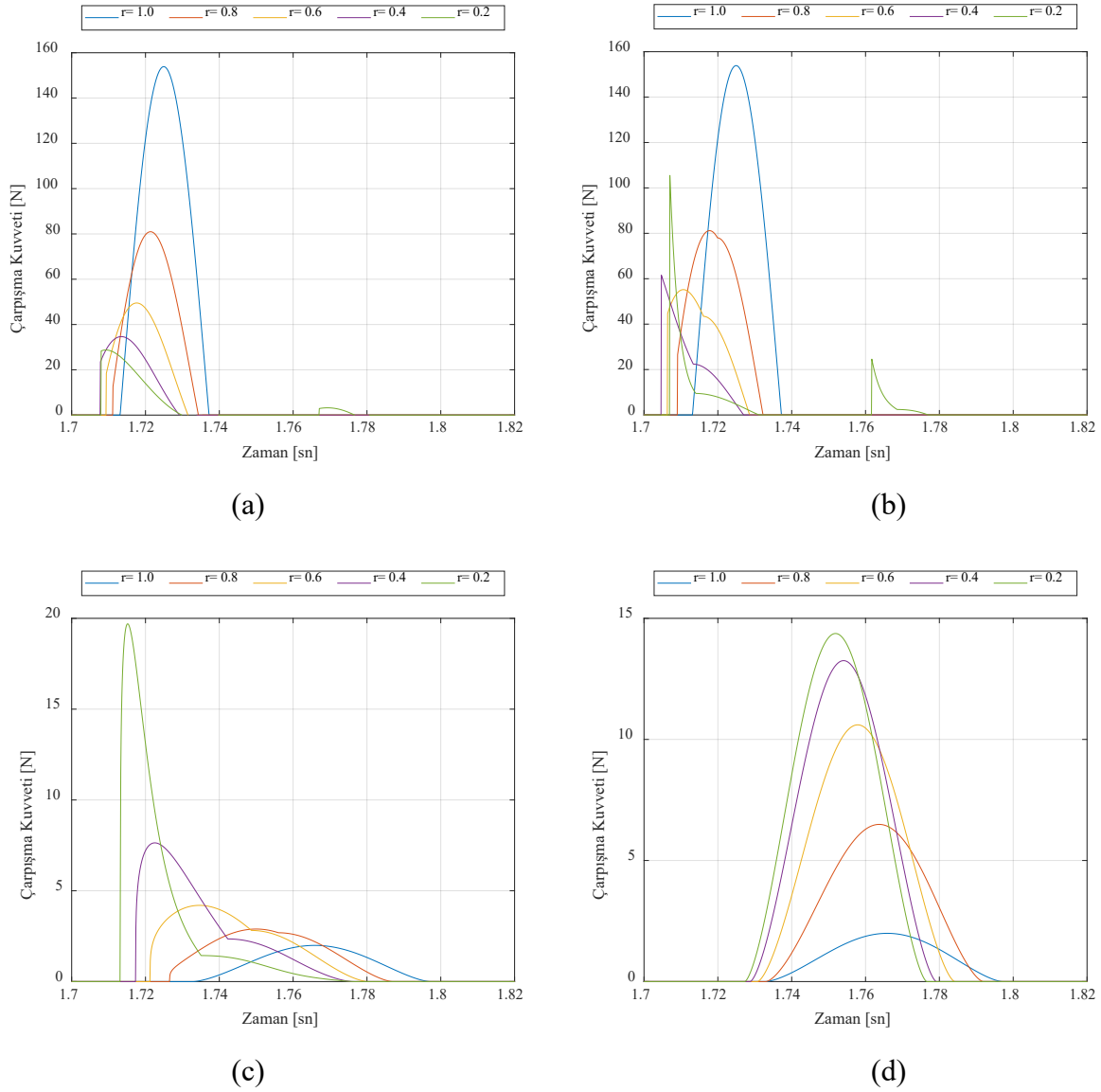


Şekil 1. Deney düzeneği

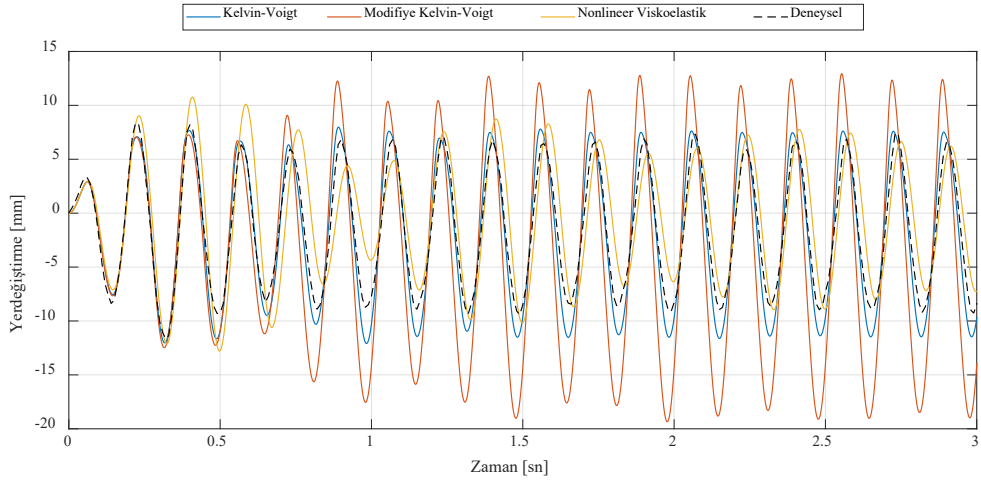
## BULGULAR

Farklı çarpışma modellerinin karşılaştırılması amacıyla  $r$  çarpanı değiştirilerek çarpışma kuvvetleri hesaplanmıştır. Şekil 2’de Kelvin-Voigt Modeli, Modifiye Kelvin-Voigt Modeli, Doğrusal Olmayan Viskoelastik Model ve Hertzdamp Modeli için  $r$  çarpanı 1.0, 0.8, 0.6, 0.4 ve 0.2 alındığı,  $k$  ve  $\beta$ ’nın da sabit olduğu durumlarda çarpışma kuvvetleri verilmiştir. Şekil 2 incelendiğın  $k$ - $r$  ile  $\beta$ - $r$  ilişkilerine göre çarpışma kuvvetlerinin mertebesi ve formu birbirinden farklılık göstermektedir.

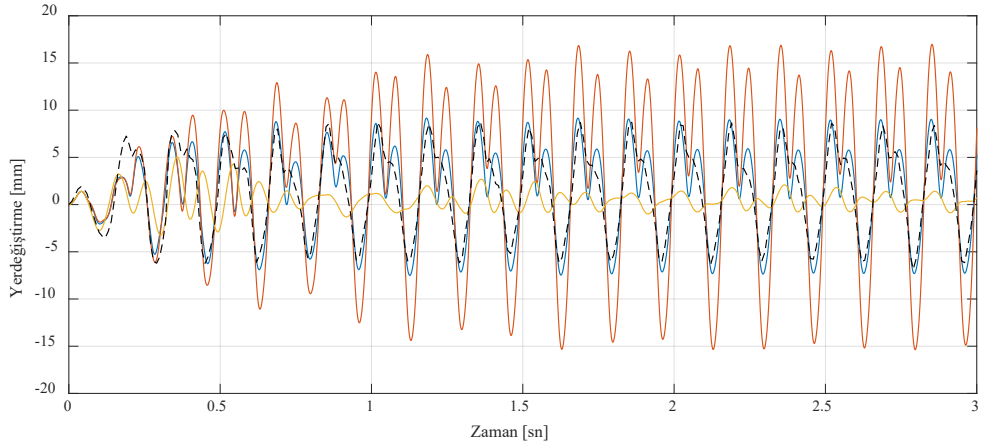
Deneyssel olarak ele alınan iki adet 3 katlı model için örnek bir karşılaştırmanın yapılabilmesi amacıyla 6 Hz frekansında  $\pm 2$  mm genlikli harmonik deneyden elde edilen sonuçlar kullanılmıştır. Her analiz modeli için aynı  $r$  çarpanı kullanıldığında sönüm oranları farklı sonuçlar vermektedir. Sönüm oranları ve yay rijitlikleri/çarpışma rijitliği aynı alınarak Şekil 3’de Model-1 ve Model-2 için karşılaştırma yapılmıştır. Bu karşılaştırmada her model için yay rijitliği ve çarpışma rijitliği kat kayma rijitliğine ( $k_s$ ) eşit alınmış ve sönüm oranları %28 olarak belirlenerek  $r$  çarpanları hesaplanmıştır.  $r$  çarpanı Kelvin-Voigt için 0.40, Modifiye Kelvin-Voigt için 0.65 ve Nonlinear Viskoelastik Model için 0.71 olarak elde edilmiştir. Grafiklerden görüleceği üzere aynı sönüm oranı dikkate alındığında Model-1 için Kelvin-Voigt Modeli ve Doğrusal Olmayan Viskoelastik Model daha yakın sonuç verirken, Model-2 için Kelvin-Voigt Modelinin daha uyumlu olduğu görülmektedir (Şekil 3). Bu karşılaştırmaya, sönüm oranının sabit olmaması ve kütlelerin anlık hız değişimine bağlı olması nedeniyle Hertzdamp modeli dahil edilmemiştir. Nümerik simülasyonlarda ele alınan modeller için bir çarpışma anı dikkate alınarak çarpışma kuvvetlerinin karşılaştırılması Şekil 4’de verilmiştir. Şekil 4’e göre nümerik çarpışma modellerinde parametre değerleri benzer alındığında çarpışma kuvvetleri büyük farklılıklar göstermektedir. Bu nedenle deneyssel olarak çarpışma kuvvetlerinin tespit edilmesi ve nümerik sonuçlarla karşılaştırılması gerektiği görülmüştür.



Şekil 2.  $r$  çarpanının değişimine göre çarpışma kuvvetleri: a) Kelvin-Voigt Model, b) Modifiye Kelvin-Voigt Model, c) Doğrusal Olmayan Viskoelastik Model, d) Herztdamp Model

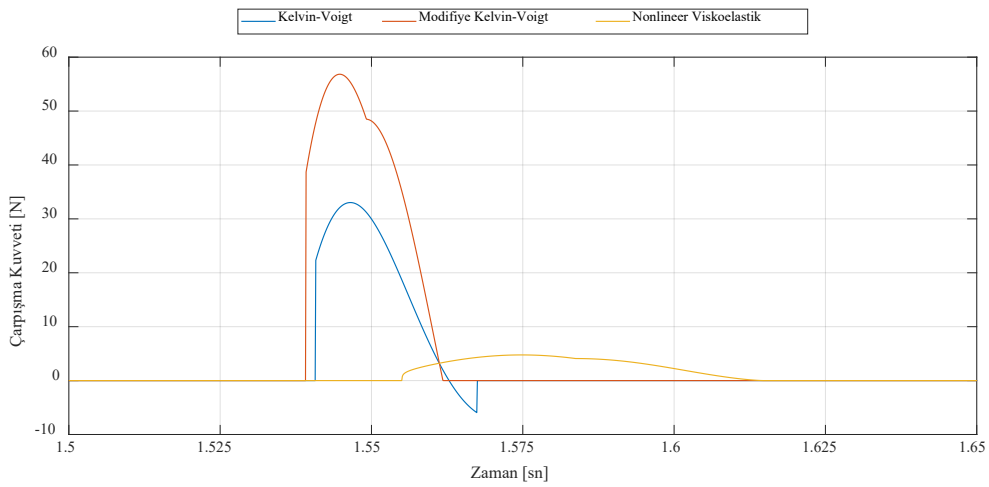


a) Model-1



b) Model-2

Şekil 3. Sönüm oranının %28 ve yay rijitliğinin kayma rijitliğine eşit olduğu durumda yerdeğıştirmelerin karşılaştırması



Şekil 4. Sönüm oranının %28 ve yay rijitliğinin kayma rijitliğine eşit olduğu durumda çarpışma kuvvetlerinin karşılaştırılması

**SONUÇ**

Çarpışma modellerinin doğruluğunu ve güvenilirliğini değerlendirebilmek için, bu modellerin farklı yapı türleri, malzemeler ve sınır koşulları altında test edildiği daha fazla deneysel ve nümerik çalışmaya ihtiyaç vardır. Bu tür çalışmalar, çarpışma modellerinin geçerliliğini test etmenin yanı sıra, model parametrelerinin kalibrasyonu ve doğrusal olmayan etkilerin anlaşılması açısından da kritik bir rol oynamaktadır.

**KAYNAKLAR**

- [1] S.A. Anagnostopoulos, Pounding of buildings in series during earthquakes, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 16(3), 443–456, 1988. doi:10.1002/eqe.4290160311.
- [2] B.F. Maison, K. Kasai, Dynamics of pounding when two buildings collide, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 21(9), 771–786, 1992. doi:10.1002/eqe.4290210903.
- [3] A. Filiatrault, M. Cervantes, Separation between buildings to avoid pounding during earthquakes, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 22(1), 164–179, 1995. doi:10.1139/195-015.
- [4] R. Jankowski, Non-linear viscoelastic modelling of earthquake-induced structural pounding, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 34(6), 595–611, 2005. doi:10.1002/eqe.434.
- [5] R. Jankowski, Analytical expression between the impact damping ratio and the coefficient of restitution in the non-linear viscoelastic model of structural pounding, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 35(4), 517–524, 2006. doi:10.1002/eqe.537.
- [6] Y. Jaradat, H. Far, M. Mortazavi, Experimental evaluation of theoretical impact models for seismic pounding, *Journal of Earthquake Engineering*, 27(12), 3269–3289, 2023. doi:10.1080/13632469.2022.2131654.
- [7] M. Miari, K.K. Choong, R. Jankowski, Seismic pounding between adjacent buildings: Identification of parameters, soil interaction issues and mitigation measures, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 121, 135–150, 2019. doi:10.1016/j.soildyn.2019.02.024.
- [8] A. Elgammal, A. Seleemah, M. Elsharkawy, H. Elwardany, Comprehensive review on seismic pounding between adjacent buildings and available mitigation measures, *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2024. doi:10.1007/s11831-024-10114-6.
- [9] S. A. Anagnostopoulos ve K. V. Spiliopoulos, An investigation of earthquake induced pounding between adjacent buildings, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 21(4), 289–302, 1992. doi: 10.1002/eqe.4290210402
- [10] A. Kharazian ve F. López-Almansa, State-of-the-Art of Research on Seismic Pounding Between Buildings with Aligned Slabs, *Archives of Computational Methods in Engineering*, 26(2), 327–345, 2019. doi: 10.1007/s11831-017-9242-3
- [11] S. Khatiwada, N. Chouw, ve J. W. Butterworth, Evaluation of numerical pounding models with experimental validation, *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, 46(3), 117–130, 2013. doi: 10.5459/bnzsee.46.3.117-130
- [12] Ç. Şekerci ve E. Damcı, Investigation of Pounding between Two Adjacent Building Models with Experimental Methods. *Turkish Journal of Civil Engineering*, 34(4), 1-26, 2023. <https://doi.org/10.18400/tjce.1287522>

- [13] Ç. Şekerci, *Bitişik Binalarda Çarpışma Davranışının Sayısal Yöntemler ve Sarsma Tablası Deneyleriyle İncelenmesi*, Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa, 2024.



## YEREL EĞRİLİĞE SAHİP TABAKALI KOMPOZİT DİKDÖRTGEN PLAKLARIN NAVIER YÖNTEMİ İLE STATİK ANALİZİ

Muhammed Furkan Şimşek<sup>1</sup>, Zafer Kütüğ<sup>2</sup> ve Ayşe Erdölen<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Yıldız Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul

### ABSTRACT

In this study, the static behavior of laminated composite plates with local curvature is investigated using the Navier method within the framework of Akbarov and Guz's continuity theory and the Kirchhoff-Love plate theory. The governing differential equation for the deflection of simply supported plates is derived by considering elastic constants, material parameters, and the formulation of local curvature, and a corresponding mathematical model is developed. The model is implemented in the MATLAB environment, and its accuracy is verified through comparison with known analytical solutions for homogeneous and isotropic laminated plates. The local curvature is defined by a dimensionless curvature function acting in a single direction. The deflection expression, represented in the form of a differential equation, is subjected to a double series expansion using the Galerkin approach and the Navier method, and the effect of local curvature on the structural behavior of the plate is analyzed in detail.

Keywords: composite plate; local curvature; Navier method; Kirchhoff-Love plate theory.

### ÖZET

Bu çalışmada, yerel eğrilığe sahip tabakalı kompozit plakların statik davranışı, Akbarov ve Guz'un süreklilik teorisi ile Kirchhoff-Love plak teorisi çerçevesinde Navier yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Dört kenarı basit mesnetli olan bu plaklara ait çökme denklemi; elastik sabitler, malzeme parametreleri ve yerel eğrilik fonksiyonu dikkate alınarak türetilmiş ve matematiksel model oluşturulmuştur. Oluşturulan model, MATLAB ortamında kodlanmış ve doğruluğu, homojen-izotrop, tabakalı plakların bilinen analitik çözümleri ile test edilmiştir. Yerel eğrilik, tek doğrultuda etkili olacak şekilde boyutsuz bir eğrilik fonksiyonu ile tanımlanmıştır. Diferansiyel denklem biçimindeki çökme ifadesi, Galerkin yaklaşımı ile Navier yöntemi kullanılarak çift seri açılımına tabi tutulmuş ve yerel eğrilğin plak davranışı üzerindeki etkisi detaylı biçimde analiz edilmiştir.

Anahtar kelimeler: kompozit plak; yerel eğrilik; Navier yöntemi; Kirchhoff-Love plak teorisi.

### GİRİŞ

Kompozit malzemeler, yüksek özgül dayanım ve rijitlik özellikleri sayesinde havacılık, otomotiv, denizcilik ve inşaat mühendisliği gibi pek çok alanda yaygın olarak tercih edilmektedir. Bu malzemelerin yapısal davranışları, içerdikleri lif-matris kombinasyonları ve tabakalı yapılarına ek olarak, geometrik özelliklerinden de önemli ölçüde etkilenmektedir.

Yerel eğrilik, plakanın tüm yüzeyine yayılmayan, belirli bölgelerinde yoğunlaşan geometrik sapmaları ifade eder. Bu tür eğrilikler, üretim kaynaklı kusurlar, yerleştirme hataları veya özel

fonksiyonel tasarımlar sonucu ortaya çıkabilir. Geleneksel düz plak modelleri, bu tür yerel geometri değişimlerini göz ardı ettiğinde, yapı davranışı hatalı yorumlanabilir. Özellikle yük taşıma kapasitesi ve yer değiştirme büyüklükleri gibi temel mühendislik parametreleri, yerel eğrilikten ciddi biçimde etkilenebilir.

Bu çalışmada, yerel eğrilikli kompozit levhaların çökme davranışı, klasik doğrusal elastik plak teorisi çerçevesinde analiz edilmiştir. Çözümlerde, basit mesnetli dört kenarlı plak geometrisi için Navier tipi çift sinüs seri açılım yöntemi kullanılmış; böylece eğrilik dağılımının çökme üzerindeki etkileri modellenmiştir. Eğriliğin genliği değiştirilerek, farklı konfigürasyonlara sahip plaklar için karşılaştırmalı analizler yapılmıştır.

Çalışmanın temel amacı, yerel eğriliğin çökme değerleri üzerindeki etkisini sayısal olarak ortaya koymak ve mühendislik uygulamalarında bu tür geometrik etkilerin göz önünde bulundurulması gerektiğini vurgulamaktır. Bu yönüyle, çalışma hem teorik hem de pratik açıdan yapısal analizlerde dikkate alınması gereken önemli bir boşluğu doldurmayı hedeflemekte ve alanında ilk çalışma olma niteliği taşımaktadır.

Geçmişten günümüze kompozit malzemelerin eğrisel yapıdaki mekanik problemleri iki ana araştırma grubunda incelenmektedir [1]:

Birinci grup çalışmalar, güçlendiricilerin normalize edilmiş mekanik özelliklerine etkisini temel alan süreklilik teorilerine odaklanır. Bu kapsamda gerilme ve şekil değiştirme dağılımlarına mikro ölçekteki eğriliklerin etkisi incelenmiştir. Bu tür araştırmalar Bolotin, Novichkov [2], Bazhant [3], Vanin [4], Tarnopolsky ve Roze [5], Whitney [6], Mansfield ve Purslow [7] gibi isimler tarafından yürütülmüştür. Periyodik eğrisel yapıya sahip levhalar üzerinde yapılan önemli çalışmalardan biri Akbarov'a aittir [8]

İkinci grup ise doğrudan malzeme içerisindeki eğriliklerin etkisini, parçalı-homojen cisim modeli veya süreklilik teorisi çerçevesinde değerlendirir. Bu çalışmalar, özellikle eğriliklerin lokal veya periyodik yapısının etkisini detaylı olarak analiz eder [9].

Akbarov ve Guz [16][17], parçalı-homojen yapıdaki kompozit malzemelerin elastisite teorisinin kesin denklemleriyle çözümünü içeren bir yaklaşım geliştirmiştir. Bu yöntemde eğrilikler küçük parametre olarak alınmış, gerilme ve yer değiştirmeler bu parametreye bağlı seri açılımlarla ifade edilmiştir. Elde edilen denklemler, uygun sınır koşulları altında analitik ve sayısal yöntemlerle çözülmüştür [10][12][15]. Ayrıca, Akbarov [11] bu yöntemi viskoelastik matrisli kompozitlere genelleştirerek Laplace dönüşümü ve Schapery metodunu kullanmıştır [19]. Fourier dönüşümü tabanlı analizler de lokal eğrilikli malzemelere uygulanmıştır [13][14]. Sayısal çözümler FEM yöntemiyle desteklenmiş ve özellikle Hyer et al. [18] tarafından 17 katlı levhalarda gerilme dağılımı modellenmiştir. Ancak parçalı-homojen modelin çoğunlukla sonsuz alan kabulüne dayanması, pratik uygulamalarda sınırlamalar yaratmaktadır. Bu sebeple, sonlu alan problemleri için daha genel bir süreklilik teorisi önerilmiştir [9]. Akbarov ve Guliyev [20], küçük ölçekli periyodik eğrilikli kompozitlerde gerilme dağılımını incelemiş, yine Akbarov ve Guz [1], doğal titreşim problemlerinde Hamilton prensibini temel alan bir çözüm geliştirmiştir. Taylan ve Güven [21], şerit levhalarda küçük parametre yönteminin uygulanabilirliğini araştırmıştır. Yahnioğlu ve Akbarov (1995–1996), eğrilikli kompozitlerin iki ve üç boyutlu sınır değer problemlerini FEM yardımıyla ilk kez sistematik olarak ele almıştır. Bu çalışmalarda elastisite teorisinin doğrusal ve doğrusal olmayan biçimleri statik koşullar altında uygulanmıştır.

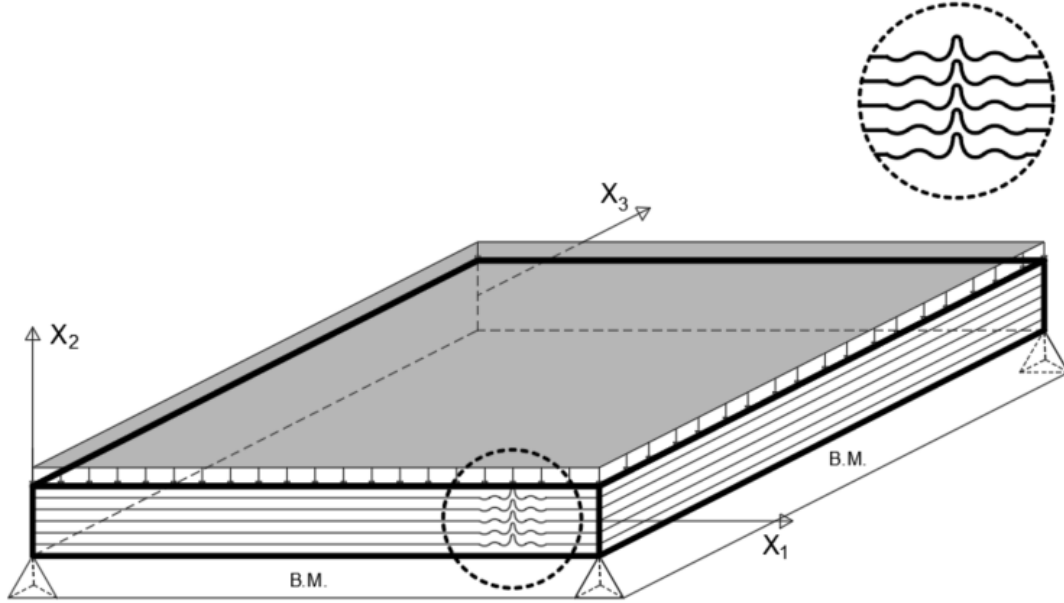
Plak ve şerit-plaklar için doğal titreşim ve stabilite problemleri Galerkin ve pertürbasyon yöntemleriyle Kütüğ [22] tarafından, çift yönlü eğrilik içeren kalın plaklarda ise FEM yöntemiyle Demiriz [23] tarafından incelenmiştir. Sonuç olarak, bu tezde tek yönde periyodik eğrilikli kompozit şerit-plakların çökmeleri, Akbarov ve Guz' [9] süreklilik teorisi temelinde,

Kirchoff-Love plak teorisi ve sonlu farklar yöntemiyle analiz edilmiştir. Bu yönüyle konu hem teorik hem uygulamalı olarak literatürdeki önemli bir boşluğu doldurmaktadır.

### ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Eğrisel yapıya sahip, yayılı yük etkisinde dört tarafından mesnetli tabakalı kompozit plak, belirtilen sınır alanlarının içindedir.

$$0 \leq x_1 \leq l_1, -h/2 \leq x_2 \leq h/2, 0 \leq x_3 \leq l_3$$



Şekil 1. Yerel eğriliğe sahip dört tarafından basit mesnetli tabakalı kompozit plak

Kirchoff-Love Plak teorisi kabulleri ve sınır şartlarına göre, plak kenarlarında,

$$u_2 = 0 \quad (x_1 = 0, l_1; x_3 = 0, l_3)$$

$$\sigma_{11} = 0 \quad (x_1 = 0, l_1)$$

$$\sigma_{33} = 0 \quad (x_3 = 0, l_3)$$

kabulleri yapılır. Plak alt ve üst yüzeyleri için,

$$\sigma_{21} = 0, \sigma_{22} = 0, \sigma_{23} = 0 \quad (x_2 = \pm h/2)$$

kabulleri yapılır. Yerel eğriliği tanımlayan geometrik parametrelerin görsel tanımları aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Şekil 2. Plak kesiti ve yerel eğriliği tanımlayan geometrik parametreler

Eğriliği tanımlayan matematiksel formül,

$$\varepsilon \cdot f(x) = \begin{cases} \varepsilon \xi^3 (x-c)^2 (x-d)^2 \exp \left[ -(\xi(x-\delta))^{2n} \right] \cos m\pi \xi (x-\delta) & x \in [c, d] \\ 0 & x \in [0, c) \cup (d, 1] \end{cases}$$

olarak verilmiştir. Denklem içerisindeki terimler;  $A$  ifadesi eğriliğe ait genliği,  $C$  eğriliğin başladığı noktanın koordinat eksenine olan uzaklığını,  $D$  eğriliğin bittiği noktanın koordinat eksenine olan uzaklığını ve  $\delta$  eğriliğin tepe noktasının koordinat eksenine olan uzaklığını temsil etmektedir.  $\varepsilon = A/(D - C)$  olarak tanımlıdır.

Kirchoff-Love Plak Teorisinde yer değiştirme ifadeleri,

$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_2, x_3) &= u(x_1, x_3) - x_2 \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \\ u_2(x_1, x_2, x_3) &= w(x_1, x_3) \\ u_3(x_1, x_2, x_3) &= v(x_1, x_3) - x_2 \left( \frac{\partial w}{\partial x_3} \right) \end{aligned}$$

biçimindedir. Teoriye göre yer değiştirmeler cinsinden şekil değiştire ifadesine ait bağıntı,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2, 3$$

olarak tanımlanır. Bu ifadelerin açılması ile,

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x_1} - x_2 \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \\ \varepsilon_{33} &= \frac{\partial v}{\partial x_3} - x_2 \left( \frac{\partial w}{\partial x_3} \right) \\ \varepsilon_{13} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x_3} + \frac{\partial v}{\partial x_1} - 2x_2 \left( \frac{\partial w}{\partial x_1 \partial x_3} \right) \right) \\ \varepsilon_{22} &= 0, \varepsilon_{12} = 0, \varepsilon_{23} = 0 \end{aligned}$$

denklemler olarak saptanır. Eğriliğe sahip kompozit plağın bünye denklemlerinin genel ifadesi,

$$\sigma_{ij} = \mu_{ijkl}(x_1, x_3) \varepsilon_{ij}$$

şeklindedir. Bünye denkleminde bulunan malzeme parametre teriminin açık ifadesi,

$$\mu_{ijkl} = \delta_i^j \delta_k^l A_{ik}^0 + (1 - \delta_i^j)(\delta_i^k \delta_j^l + \delta_i^l \delta_j^k) G_{ij}^0$$

ifadesiyle tanımlıdır. Bu ifadelerin açılımlarındaki  $A_{ij}$  ve  $G_{ij}$  terimleri ortotrop malzemelerin elastisite teorisinde kullanılan malzeme sabitleridir. Eğriliğin olmadığı durumlarda ele alınan kompozit malzemenin normalize edilmiş mekanik sabitleri de olarak da bakılabilir. Bu çalışmada kompozit malzeme yapısındaki eğriliklerin ancak bir yönde olduğu kabul edildiği için, o eksen yönünde değişken barındıran malzeme sabitlerinin açık ifadeleri,

$$\begin{aligned} \mu_{1111} &= A_{11}^0 \phi_1^4(x_1) + 2A_{12}^0 \phi_1^2(x_1) \phi_2^2(x_1) + A_{22}^0 \phi_2^4(x_1) + 4G_{12}^0 \phi_1^2(x_1) \phi_2^2(x_1); \\ \mu_{2222} &= A_{11}^0 \phi_2^4(x_1) + 2A_{12}^0 \phi_1^2(x_1) \phi_2^2(x_1) + A_{22}^0 \phi_1^4(x_1) + 4G_{12}^0 \phi_1^2(x_1) \phi_2^2(x_1); \\ \mu_{1212} &= \phi_1^2(x_1) \phi_2^2(x_1) (A_{11}^0 - 2A_{12}^0 + A_{22}^0) + A_{66}^0 (\phi_1^4(x_1) + \phi_2^4(x_1) - 2\phi_1^2(x_1) \phi_2^2(x_1)); \\ \mu_{1112} &= (A_{12}^0 - A_{11}^0 + 2A_{66}^0) \phi_1^3(x_1) \phi_2(x_1) + (A_{22}^0 - A_{12}^0 - 2A_{66}^0) \phi_2^3(x_1) \phi_1(x_1); \\ \mu_{2212} &= (A_{12}^0 - A_{11}^0 + 2A_{66}^0) \phi_1(x_1) \phi_2^3(x_1) + (A_{22}^0 - A_{12}^0 - 2A_{66}^0) \phi_2(x_1) \phi_1^3(x_1); \\ \mu_{1122} &= (A_{11}^0 + A_{22}^0 - 4A_{66}^0) \phi_1^2(x_1) \phi_2^2(x_1) + A_{12}^0 (\phi_1^4(x_1) + \phi_2^4(x_1)); \\ \mu_{1133} &= A_{13}^0 \phi_1^2(x_1) + A_{23}^0 \phi_2^2(x_1); \mu_{2323} = A_{44}^0 \phi_2^2(x_1) + A_{55}^0 \phi_1^2(x_1); \\ \mu_{3333} &= A_{33}^0; \mu_{1313} = A_{44}^0 \phi_1^2(x_1) + A_{55}^0 \phi_2^2(x_1); \\ \mu_{2233} &= A_{13}^0 \phi_2^2(x_1) + A_{23}^0 \phi_1^2(x_1) \end{aligned}$$

biçimindedir. Eğriliğe ait sabitlerin açılımı,

$$\phi_1(x_1) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\varepsilon \frac{\partial f}{\partial x_1}\right)}}, \quad \phi_2(x_1) = \varepsilon \frac{\partial f}{\partial x_1} \phi_1(x_1)$$

olarak ifade edilir. İşlem kolaylığı adına malzeme parametrelerinde,

$$\begin{aligned} A_{11}(x_1) &= \mu_{1111}(x_1), A_{22}(x_1) = \mu_{2222}(x_1), A_{33}(x_1) = \mu_{3333}(x_1); \\ A_{44}(x_1) &= \mu_{1313}(x_1), A_{55}(x_1) = \mu_{2323}(x_1), A_{66}(x_1) = \mu_{1212}(x_1) \\ A_{12}(x_1) &= \mu_{1122}(x_1), A_{13}(x_1) = \mu_{1133}(x_1), A_{16}(x_1) = \mu_{1112}(x_1) \\ A_{23}(x_1) &= \mu_{2233}(x_1), A_{26}(x_1) = \mu_{2212}(x_1), A_{36}(x_1) = \mu_{3312}(x_1) \end{aligned}$$

kısaltmaları yapılır. Gerilme ifadeleri,

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ & & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ & & & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ & & & & A_{55} & A_{56} \\ & & & & & A_{66} \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix};$$

biçimindedir.

Sınır şartları ve plak teorisi kabulleri sonrası bu matris,

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ & & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ & & & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ & & & & A_{55} & A_{56} \\ & & & & & A_{66} \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ 0 \\ \varepsilon_{33} \\ 0 \\ \varepsilon_{13} \\ 0 \end{pmatrix};$$

halini alır. Bünye denklemleri,

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{13} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{13} & A_{15} \\ A_{31} & A_{33} & A_{35} \\ A_{51} & A_{53} & A_{55} \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{13} \end{pmatrix};$$

olur. Gerilme ifadelerinin açık hali,

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= A_{11}\varepsilon_{11} + A_{13}\varepsilon_{33} + A_{15}\varepsilon_{13} \\ &= A_{11}(u_{,1} - x_2 w_{,11}) + A_{13}(v_{,3} - x_2 w_{,33}) \\ \sigma_{33} &= A_{13}\varepsilon_{11} + A_{33}\varepsilon_{33} + A_{35}\varepsilon_{13} \\ \sigma_{13} &= A_{15}\varepsilon_{11} + A_{35}\varepsilon_{33} + A_{55}\varepsilon_{13}; \end{aligned}$$

yer değiştirmeler cinsinden elde edilir. Denge denklemlerinin genel ifadesi,

$$\sigma_{ij} = -F_i; \quad i, j = 1, 2, 3;$$

biçimindedir. Denge denklemlerine ait denklem takımı açık yazıldığında,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} &= -F_1; \\ \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} &= -F_2; \\ \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} &= -F_3; \end{aligned}$$

halini alır. Denge denklemlerinde gerilme ifadelerini yerine koyup kalınlık boyunca integrallerini aldığımızda, kuvvet ifadelerini gerilmeler cinsinden elde edebiliriz.

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_1} dx_2 &= \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{ij} dx_2, \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_2} dx_2 = \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{ij} dx_2 \quad i = 1, 3; \\ \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{11} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{12} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{13} dx_2 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} F_1 dx_2; \\ \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{21} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{22} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{23} dx_2 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} F_2 dx_2; \\ \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{31} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{32} dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{33} dx_2 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} F_3 dx_2; \end{aligned}$$

Benzer yöntemle gerilme ifadelerini  $x_2$  ile çarptıktan sonra kalınlık boyu integrasyona tabi tutulduğunda, moment ifadeleri,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{11} x_2 dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{12} x_2 dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{13} x_2 dx_2 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} F_1 x_2 dx_2; \\ \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{13} x_2 dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{23} x_2 dx_2 + \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{33} x_2 dx_2 &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} F_3 x_2 dx_2; \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Kuvvet ifade işaretlemeleri,

$$\begin{aligned} T_{11} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{11} dx_2, V_{13} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{13} dx_2, T_{33} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{33} dx_2, N_{12} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{12} dx_2, N_{23} = \\ \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{23} dx_2; \end{aligned}$$

halinde yazılır. Moment ifade işaretlemeleri ise,

$$M_{11} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{11} x_2 dx_2, M_{13} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{13} x_2 dx_2, M_{33} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{33} x_2 dx_2;$$

olarak yazılır. Denge denklemlerindeki moment ve kuvvet ifadelerini yer değiştirmeler cinsinden elde etmek için, önceki bölümdeki şekil değiştirmelere bağlı olarak bulunan gerilme ifadeleri ile henüz bahsedilen kısaltmaları kullanılır. Yer değiştirmeler cinsinden kuvvet ifadeleri,

$$\begin{pmatrix} T_{11} \\ V_{33} \\ T_{13} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{13} & 0 \\ A_{31} & A_{33} & 0 \\ 0 & A_{53} & A_{55} \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} hu_{,1} \\ hv_{,3} \\ h(u_{,3} + v_{,1}) \end{pmatrix};$$

şeklinde elde edilir. Yer değiştirmeler cinsinden moment ifadeleri ise,

$$\begin{pmatrix} M_{11} \\ M_{33} \\ M_{13} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{13} & 0 \\ A_{31} & A_{33} & 0 \\ 0 & A_{53} & A_{55} \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} -h^3/12w_{,11} \\ -h^3/12w_{,33} \\ -h^3/6w_{,13} \end{pmatrix};$$

olarak saptanır. Denge denklemleri kuvvet ifadelerinin ve moment ifadelerinin açık halinde yazılmasıyla,

$$\begin{aligned} M_{11,1} - N_{12} + M_{13,3} &= 0 \\ M_{13,1} - N_{23} + M_{33,3} &= 0 \\ N_{12,1} + N_{23,3} &= Q \end{aligned}$$

biçimindedir. Bu denklem takımında ilk denklemin  $x_1$ 'e, ikinci denklemin  $x_3$ 'e göre türevlerini alarak topladığımız ve üçüncü denkleminde yerlerine konulduğunda, Kirchoff-Love plak teorisinden plak diferansiyel denklemlerini moment ifadelerine bağlı olarak,

$$M_{11,11} + 2M_{13,3} + M_{33,33} = Q$$

ifadesi ile elde edilir. Yer değiştirmeler cinsinden elde edilen moment ifadeleri türevler alınarak yerlerine konulduğunda denklemin yer değiştirmeler ve eğriliğe bağlı olarak değişen malzeme sabitlerine bağlı açık ifadesi,

$$\frac{Q}{h^3/12} = (A_{11,11} + A_{13,11} + A_{13,33})w_{,11} + 2(A_{11,1}w_{,111} + A_{13,1}w_{,133}) + 2(A_{11}w_{,1111} + A_{13}w_{,1133} + A_{11}w_{,3333}) + 2A_{55,13}w_{,13} + 2A_{55,1}w_{,133} + 2(A_{55,3}w_{,113} + A_{13,3}w_{,113}) + 2A_{33,3}w_{,333} + 2A_{33}w_{,3333}$$

Diferansiyel denklemde çökme ifadeleri Navier Yaklaşımı ile çift sinüs seri açılımı şeklinde,

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad i, j = 1, 2, 3 \dots$$

olarak ifade edilir ve ilgili türevler alınarak yerine konulur. Bu ifade ile tüm sınır koşulları sağlanır.

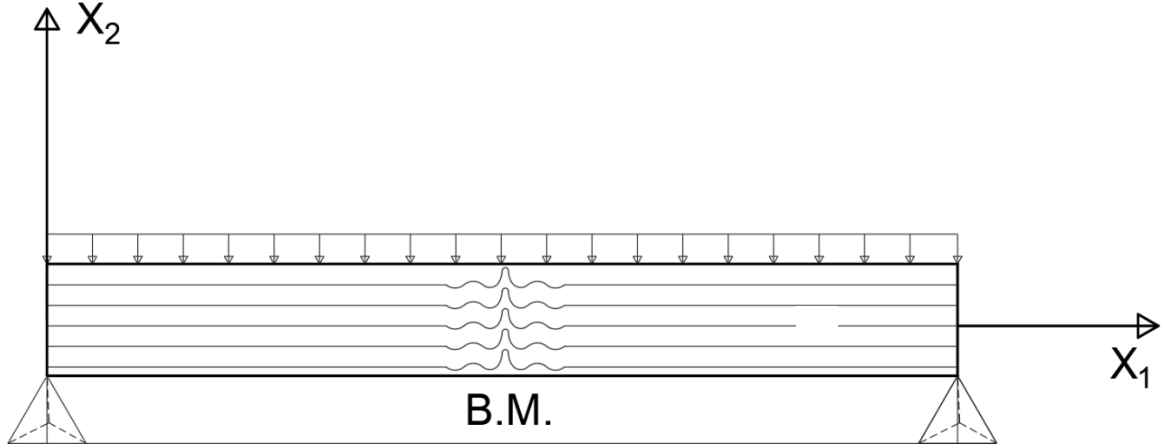
Bileşke yük (Q) ifadesi,

$$Q(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad i, j = 1, 2, 3 \dots$$

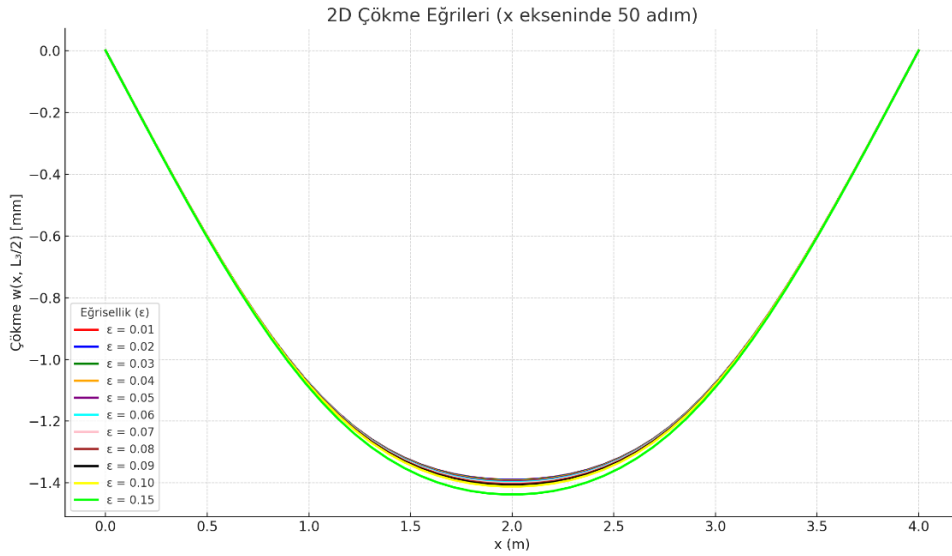
olarak seçilir.  $Q_{mn}$  ifadesi yükleme tipine göre hesap edilen katsayılarıdır.  $w(x, y)$  ve  $Q(x, y)$  ifadeleri plak denklemlerinde yerine konulur ve plakta incelenen tüm noktalara ait  $W_{mn}$  ifadeleri saptanır.  $W_{mn}$  ifadeleri elde edildikten sonra çift sinüs seri açılımı ifadesinde yerine konularak plak üzerinde istenen tüm noktalardaki çökme ifadeleri ve benzer şekilde çökme ifadelerinden elde edilen gerilme ve moment değerleri elde edilir.

### SAYISAL SONUÇLAR

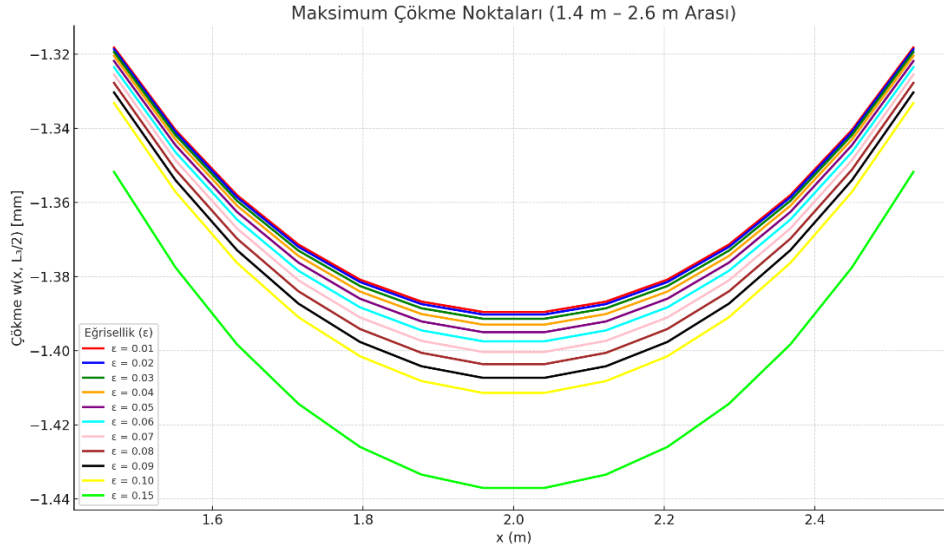
Bu çalışmada modellenen dört tarafından basit mesnetli plak; 4 metre açıklık, dört metre derinlik ve 40 santimetre açıklığa sahiptir. Plak eğriliğin başlangıç noktası  $C=1.4$  metre, eğriliğin bitiş noktası  $D= 2.6$  metre için tanımlanarak; homojen izotrop, eğriliğin olmadığı tabakalı kompozit ve eğriliğin hacim sınırları içerisindeki farklı  $\varepsilon$  değerleri ve matris-fiber elastisite modülü değişimi için maksimum çökme değerlerinin analizi yapılmıştır.



Şekil 3. Yerel eğriliğe sahip kompozit tabakalı plak kesiti



Şekil 4. Yerel eğrilik değeri değişiminin plak orta kesitindeki çökme değerlerine etkisi



Şekil 5. Yerel eğrilik değeri değişiminin plak orta kesitindeki belirli bir aralıktaki çökme değerlerine etkisinin detaylı gösterimi



Şekil 5. Eğrilik farklı durumlarda plak orta kesitindeki çökme değerleri tablosu

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, yerel eğrilik değerine sahip tabakalı kompozit plakların çökme davranışı, Akbarov ve Guz'un süreklilik teorisi ile Kirchoff-Love plak teorisi temel alınarak, Navier yöntemi çerçevesinde analiz edilmiştir. Dört kenarı basit mesnetli plaklar için türetilen diferansiyel denklemler, çift sinüs seri açılımı ile çözümlenmiş ve geliştirilen matematiksel model MATLAB ortamında uygulanmıştır. Modelin doğruluğu, eğrilik içermeyen homojen ve izotrop plaklar için elde edilen çökme değerlerinin, Szilard R. tarafından hazırlanan Theories and Applications of Plate Analysis (McGraw-Hill, 1974) adlı eserin Bölüm 2.2 – Exact and Series Solutions of Governing Differential Equations: Solutions by Double Trigonometric Series (Navier's Approach) başlığı altında verilen klasik Navier çözümleri ile karşılaştırılması suretiyle test edilmiştir. Sayısal sonuçlar literatür verileriyle oldukça yüksek uyum göstermiş, bu da modelin doğruluğunu ve güvenilirliğini ortaya koymuştur.

Gerçekleştirilen parametrik analizlerde, yerel eğrilik genliğinin ( $\epsilon$ ) artması durumunda plaktaki maksimum çökme değerlerinin belirgin şekilde arttığı gözlemlenmiştir. Bu bulgu, geometrik bozulmaların taşıma kapasitesi ve deformasyon davranışı üzerindeki etkisinin göz ardı edilemeyecek düzeyde olduğunu göstermektedir. Bu yönüyle çalışma, yerel eğrilik etkisinin doğrudan Navier yöntemi ile analitik olarak modellendiği literatürdeki ilk örneklerden biri olup,

gerek teorik altyapısı gerekse sayısal uygulamaları açısından, ileride yapılacak benzer çalışmalar için önemli bir referans teşkil etmektedir. Özellikle tabakalı kompozit yapılarda yerel geometrik sapmaların dikkate alındığı mühendislik uygulamalarında, bu modelin genişletilerek kullanılması mümkündür.

#### KAYNAKLAR

- [1] S. Akbarov, A. Guz', Statics of laminated and fibrous composites with curved structures, 1992.
- [2] V.V. Bolotin, Y.N. Novichkov, Mechanics of multilayer structures, Mashinostroenie, Moscow, vol. 376, 1980.
- [3] Z. Bazhant, The influence of the curvature of reinforced fibres on the elasticity modulus and strength of composite materials, *Mechanika Polimerov*, vol. 2, pp. 314–321, 1968.
- [4] G. Vanin, Composite Material Micromechanics [in Russian], 1985.
- [5] Y.M. Tarnopolsky, A. Roze, Features of the calculation of parts from reinforced plastics, Zinatne, Riga, 1969.
- [6] J.M. Whitney, Geometrical effects of filament twist on the modulus and strength of graphite fiber-reinforced composites, *Textile Research Journal*, vol. 36, no. 9, pp. 765–770, 1966.
- [7] E.H. Mansfield, D. Purslow, The influence of fibre waviness on the moduli of unidirectional fibre reinforced composites, 1974.
- [8] S. Akbarov, On the determination of normalized nonlinear mechanical properties of composite materials with periodically curved layers, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 32, no. 21, pp. 3129–3143, 1995.
- [9] S. Akbarov, A. Guz', Continuum theory in the mechanics of composite materials with small-scale structural distortion, *Soviet Applied Mechanics*, vol. 27, no. 2, pp. 107–117, 1991.
- [10] S. Akbarov, Normal stress in fibrous composite materials with structural distortion in the case of small filler concentration, *Prikladnaya Mekhanika*, vol. 21, pp. 50–55, 1985.
- [11] S. Akbarov, Influence of the rheological parameters of the matrix material on the distribution of self-balanced stresses in a multilayered composite with a curved structure, *Mechanika Kompozitnykh Materialov*, vol. 4, pp. 610–617, 1986.
- [12] S. Akbarov, On the distribution of self-equilibrated stresses in multilayered composite material with curved structures, *Mathematical Methods and Physical Mechanics of the Field*, series, vol. 26, pp. 83–89, 1987.
- [13] S. Akbarov, The influence of the forms of the small-scale local curving in the laminated composites structure on the distribution of self-equilibrated stresses, *Prikladnaya Mekhanika*, vol. 24, no. 7, pp. 30–37, 1988.
- [14] S. Akbarov, Solution of problems of the stress-strain state of composite materials with curvilinearly anisotropic layers, *Soviet Applied Mechanics*, vol. 25, no. 1, pp. 12–21, 1989.
- [15] S. Akbarov, Distribution of self-balanced stresses in fibrous composite materials with twisted fibres, *Mechanika Kompozitnykh Materialov*, no. 5, pp. 803–811, 1990.
- [16] S.D. Akbarov, A.N. Guz', Method of solving problems in the mechanics of fiber composites with curved structures, *Soviet Applied Mechanics*, vol. 20, no. 9, pp. 777–785, 1984.

- [17] S. Akbarov, A. Guz', Model of a piecewise-homogeneous body in the mechanics of laminar composites with fine-scale curvatures, *Soviet Applied Mechanics*, vol. 21, no. 4, pp. 313–319, 1985.
- [18] M.W. Hyer, L.C. Maas, H.P. Fuchs, The influence of layer waviness on the stress state in hydrostatically loaded cylinders, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 7, no. 6, pp. 601–613, 1988.
- [19] R. Schapery, Stress analysis of viscoelastic composite materials, *Journal of Composite Materials*, vol. 1, no. 3, pp. 228–267, 1967.
- [20] S. Akbarov, G. Guliyev, Quasihomogeneous states in composite materials with small-scale space periodic distortions in a structure, Dep. in VINITI, pp. 511–1391, 1.02.1991.
- [21] İ. Taylan, Y. Güven, On the method of problems solution of the continuum theory of Akbarov and Guz' for the composite materials with curved structures, *Yıldız Teknik Üniversitesi Dergisi*, 1995.
- [22] Z. Kütüğ, Lokal ve periyodik eğriliğe sahip kompozit malzemeden hazırlanmış kiriş ve plakların doğal titreşim ve stabilitesi, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, 1998.
- [23] İ.G. Demiriz, Eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin üç boyutlu titreşim ve stabilite problemlerinin ŞEİ ile incelenmesi, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, 2003.



## HARMONİK YER HAREKETİ ETKİSİNDEKİ FARKLI GEOMETRİK PARAMETRELERE SAHİP TLCD MODELLERİN DENEYSEL OLARAK İNCELENMESİ

Yunus Emre Kebeli<sup>1</sup>, Yusuf Şahin<sup>2</sup>, Hüseyin Çetin<sup>3</sup>, Ersin Aydın<sup>4</sup> ve Şevin Şirin<sup>5</sup>  
<sup>1,2,3,4,5</sup>Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Niğde

### ABSTRACT

The recent major earthquakes in our country, which is situated in a seismic zone, as well as those occurring worldwide, have led to significant loss of life and property. However, the impact of these seismic and dynamic forces can be mitigated by incorporating additional systems into existing structures. One such system, classified under vibration control mechanisms, is the Tuned Liquid Column Damper (TLCD). As a passive control system, the TLCD operates by utilizing liquid, which, like mass, is influenced by gravitational forces. When subjected to dynamic effects, structural vibrations activate the TLCD, allowing the liquid within the chamber to absorb and dissipate energy. This study experimentally investigates the energy absorption capabilities of TLCDs through single-axis shaking table tests. The research focuses on modifying the geometric properties of the TLCD tank one of its key design parameters under harmonic ground motion. A total of eight TLCDs with varying geometries were installed on the top floor of a three-story shear frame and tested at a predetermined resonance frequency. These TLCD models differed in liquid heights and geometric characteristics, with key variable parameters including the horizontal arm length of the tank ( $L_h$ ), the liquid height at rest in the vertical arms ( $L_v$ ), the cross-sectional area of the horizontal arm ( $A_h$ ), and the cross-sectional area of the vertical arm ( $A_v$ ). Eight distinct TLCD tanks were fabricated based on these geometric variations, and the optimal liquid heights for performance were evaluated. The experimental results were then analyzed and interpreted accordingly.

Keywords: tuned liquid column damper (TLCD); shaking table test; shear frame; harmonic loading.

### ÖZET

Dünya genelinde ve deprem kuşağında bulunan ülkemizde yakın zamanda da yaşamış olduğumuz büyük depremler birçok can ve mal kaybına neden olmuştur. Mevcut binalara ek sistemler kurularak bu sismik ve dinamik yüklerin etkilerini azaltmak mümkündür. Bu sistemler deprem araştırmaları öncelikli alanının bir parçası olan titreşim kontrol sistemleridir ve bunlardan bir tanesi Ayarlı Sıvı Kolon Sönümleyici'leridir (Tuned Liquid Column Damper: TLCD). Pasif kontrol sistemleri olan TLCD'lerde kullanılan sıvı, kütle gibi yerçekimi tarafından oluşan kuvvetten etkilenir ve sistem bu şekilde çalışır. Dinamik etkilerle oluşan yapısal titreşim TLCD'yi harekete geçirir ve hazne içindeki sıvı hareketi ile enerji sönümlenir. Bu enerjinin sönümlenmesi harmonik yer hareketi etkisindeki TLCD'nin tasarım

parametrelerinden tankın geometrik özelliklerinin değiştirilerek sönüme etkisi tek eksenli sarsma tablası deney düzeneğinde deneysel olarak incelenmiştir. Farklı geometrilere sahip 8 adet TLCD'nin üç katlı bir kayma çerçevesinin en üst katına monte edilerek, sönümsüz modelin rezonans frekansındaki tek eksenli sarsma tablası deneyleri gerçekleştirilmiştir. Bu test düzeneği ile 8 adet TLCD modelinde farklı sıvı yükseklikleri ve farklı geometrik özellikler tanımlanmış modeller test edilmiştir. Değişken olarak tanımlanan parametreler sırasıyla tankın yatay kol uzunluğu ( $L_h$ ), düşey kollarda durgun haldeki sıvının yüksekliği ( $L_v$ ), yatay kol kesit alanı ( $A_h$ ) ve düşey kol kesit alanı ( $A_v$ ) değerleridir. Değişken geometrik parametreler dikkate alınarak 8 farklı TLCD tankı imal edilmiştir. Bu modellerin en iyi performans sergileyen sıvı yükseklikleri incelenmiş ve elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

Anahtar kelimeler: ayarlı sıvı kolon sönümleyici (TLCD); sarsma tablası deneyi; kayma çerçevesi; harmonik yükleme.

## GİRİŞ

Günümüzde, ülkemizde ve dünya genelinde büyük yerleşim alanlarında değerli arsalar daha fazla yararlanmak amacıyla yüksek katlı yapılar inşa edilmektedir. Son yıllarda, başta ülkemiz olmak üzere dünya genelinde gerçekleşen depremler, bu yüksek yapılarla birlikte artan can ve mal kayıplarına neden olmaktadır. Yüksek katlı yapılar, özellikle deprem ve rüzgâr gibi yatay yüklere maruz kaldıklarında ciddi deplasmanlar ve titreşimler göstererek yıkılma riski taşımaktadır. Bu tür yapıların, bu yükler karşısında hem güvenlik hem de yaşam konforunu sağlaması için pasif sönümleyici sistemler, özellikle sıvı sönümleyiciler kullanılabilir. 1900'lerin başlarında Frahm tarafından önerilen ayarlı sıvı sönümleyici sistemi, modern ayarlanmış sıvı sönümleyicilerin öncüsü olarak kabul edilir. Frahm, gemilerin hareketini azaltmak amacıyla, tanktaki suyun hareket frekansını geminin temel frekansına ayarlamıştır. Bu sıvı tankları, birkaç büyük Alman okyanus gemisine de kurulmuştur [1]

Ayarlı Sıvı Sönümleyiciler, 1980'lerin başlarında inşaat mühendisliği yapılarında kullanılmaya başlanmıştır. Bu sistemlerden biri olan TLCD, U şeklinde bir tankın içindeki sıvının hareket prensibine dayanan bir sistemdir. TLCD sisteminin düşük maliyeti, kolay uygulanabilirliği ve ayarlanabilirliği gibi avantajları, bu sistemi tercih edilebilir hale getirmektedir. TLCD'nin yapısal titreşim kontrolünde etkin ama maliyetli bir sistem olan Ayarlı Kütle Sönümleyici'ye (Tuned Mass Damper: TMD) alternatif olabileceği araştırılmıştır. Farklı harmonik yükler altında sarsma tablası deneyleri gerçekleştirilmiş ve TLCD sisteminin TMD'ye yakın bir performans sergilediği görülmüştür [2, 3].

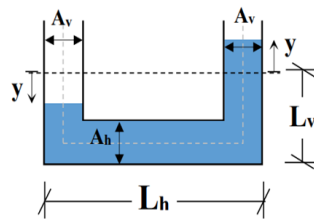
TLCD'nin pasif kontrol sistemi için basitleştirilmiş bir ön tasarım formülasyonunun etkinliği araştırılmıştır. Önerilen formülasyon, simülasyonlar ve deneysel çalışmalarla doğrulanmış ve klasik doğrusal olmayan formülasyonla karşılaştırıldığında benzer sonuçlar verdiği gösterilmiştir [4]. İlerleyen çalışmalarda TLCD sisteminin teorik ve deneysel çalışmaları yapılmış ve kontrol performansı incelenmiştir. TLCD parametrelerinin optimizasyonu için uygun bir araç olması açısından önemli olduğu belirtilmiştir [5-8]. Daha sonrasında TLCD'lerin, klasik TMD'lere kıyasla biraz daha az kontrol performansı vermelerine rağmen, maliyet ve kurulum kolaylığı gibi bazı çekici özellikleri nedeniyle giderek daha popüler hale geldiği belirtilmiştir. TMD'nin faydalı etkilerini ve TLCD'nin çekici özelliklerini birleştirmeyi amaçlayan bu çalışmada, bu iki sistemin birlikte bulunduğu yeni bir kontrol cihazı tanıtılmıştır. Hareket denklemleri türetilmiş ve bu cihazın kontrol performansını analiz etmek için analitik çalışma geliştirilmiştir. Son olarak, teorik sonuçlar İtalya'nın Palermo Üniversitesi'nin mekanik laboratuvarında yapılan deneysel çalışmalar ile doğrulanmıştır [9] Farklı düşey kol eğimlerine sahip üç farklı TLCD'nin dört katlı bir model yapının performansına etkisi araştırılmıştır. En iyi performansı, tankın kollarının tabana dik olduğu

durumda göstermiştir [10]. TLCD sistemleri bazı farklı sistemlere entegre edilerek de performanslarına bakılmıştır. Yarı-aktif bir sönümleyici sistemlerde, taban izolatörlü sistemlerde ve deniz üzerindeki sondaj platformlarında da performansları araştırılmıştır. Yatay yükler etkisinde oldukça başarılı sonuçlar elde edilmiştir [11-15].

TLCD gibi sönümleyicilerinin yüksek binaların titreşim kontrolünde etkili bir pasif yöntem olduğunu araştırılmıştır. TLCD'nin basit yapısı ve su depolarında kullanılmasıyla ek ağırlık getirmediği vurgulanmıştır. Ancak, sıvı sönümleyicilerin etkinliği, sıvının hareketinin yapının doğal frekansına ve uyarma genliğine bağlıdır [16-18]. Daha sonraki çalışmalarda yüksek binaların rüzgar ve deprem kaynaklı titreşimlerini kontrol etmek için TLCD'lerin önemini vurgulamışlardır. Çalışmalarda, TLCD'nin etkilerini doğrulamak için analitik ve parametrik yaklaşımlar kullanılırken, doğrusal olmayan sönüm kuvvetini simüle etmek için çeşitli teknikler önerilmiştir. Ayrıca, TLCD'nin performansını deneysel olarak incelemek için psödo-dinamik test yöntemi kullanılmıştır [19]. Harmonik yükler altındaki farklı su seviyelerindeki TLCD'lerin üç katlı model üzerindeki davranışı deneysel olarak incelenmiştir. Burada TLCD'nin özelliklerinin yapıların dinamik tepkisi üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Bu çalışmalarda üç katlı sistemin her bir kat deplasmanı ve en üst kat ivme değerleri ölçülmüş ve sönümsüz sistemin değerleriyle karşılaştırılmıştır. Yapının deplasman ve ivme değerlerinde kayda değer azalmalar gözlemlenmiştir [20, 21]. Yapılan literatür çalışmalarında TLCD'nin parametrelerinin etkisi üzerine derinlemesine bir çalışma mevcut değildir. Bu çalışma kapsamında TLCD'nin parametreleri değiştirildiğinde yapının davranışının nasıl değiştiği incelenmiştir. Tankın geometrik özellikleri değiştirilerek farklı modeller oluşturulmuştur. TLCD'siz modelin rezonans frekansına sahip harmonik yer hareketi etkisindeki deneyler gerçekleştirilmiştir. Bu harmonik etkiye maruz kalan farklı sıvı yüksekliklerindeki farklı TLCD'li modele sahip yapının davranışı detaylı olarak incelenmiş ve yorumlanmıştır.

## DENEY DÜZENEGİ

Deneylerde kullanılan sönümleyici TLCD modeli Şekil 1'de görülmektedir. Sistemdeki değişimler modelin davranışını değiştirmektedir. Bu değişimlere TLCD'nin tasarım parametreleri denilmektedir. Bu çalışmada aşağıda açıklanan parametrelerden geometrik parametrelerin değişiminin sistemin dinamik davranışı üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

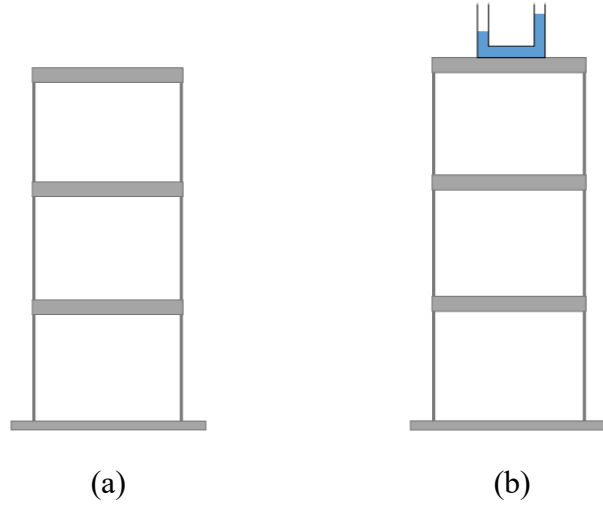


Şekil 1. TLCD modeli ve geometrisi

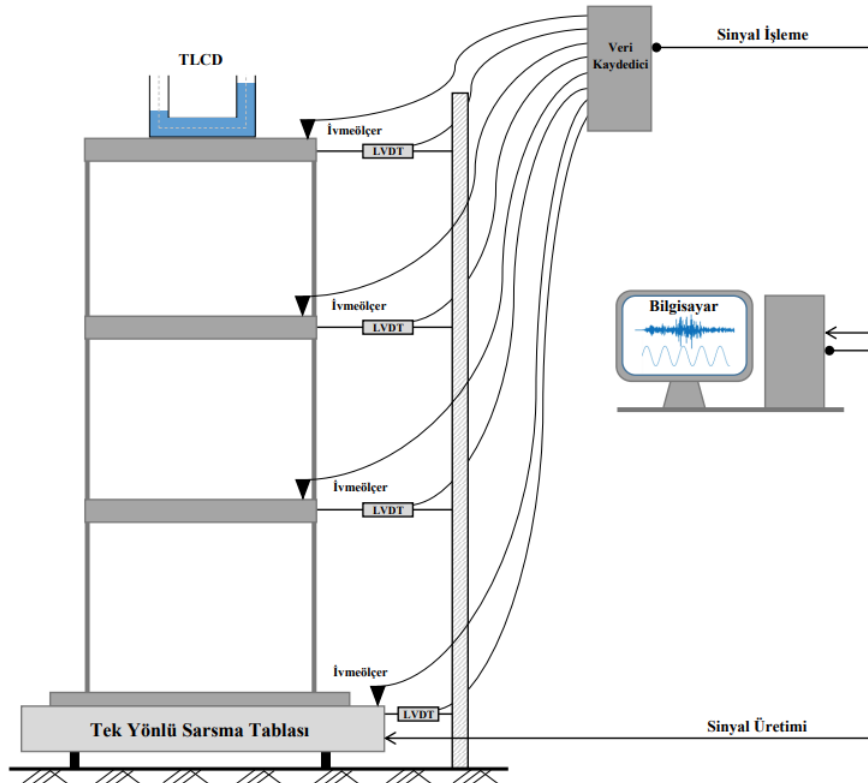
TLCD'nin tasarım parametreleri:

- Tankın yatay kol uzunluğu ( $L_h$ )
- Tankın dikey kolda durgun haldeki sıvı yüksekliği ( $L_v$ )
- Tankın yatay kol kesit alanı ( $A_h$ )
- Tankın dikey kol kesit alanı ( $A_v$ )
- Tankın genişliği ( $B$ )
- Tanktaki sıvının yoğunluğu ( $\rho$ )

Bu çalışmadaki deneylerde kullanılan TLCD'nin tasarım parametrelerinden  $L_h$ ,  $L_v$ ,  $A_h$  ve  $A_v$  değerleri değiştirilecek, diğer tasarım parametreleri olan tankın genişliği ( $B$ ) ve sıvı yoğunluğu ( $\rho$ ) sabit tutulmuştur. Bu çalışmada sıvı olarak sadece su kullanılmıştır. Literatürde klasik olarak sönümleyiciler yapıların en üst katına yerleştirilmektedir. Bu çalışmada da TLCD sistemi modelin sadece en üst katına yerleştirilmiştir. TLCD'siz ve en üst kattaki TLCD'li üç katlı kayma çerçeve modeli Şekil 2'de görülmektedir. Ayrıca modellerin gerçekleştirildiği deney düzeneği Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 2. a) TLCD'siz b) TLCD'li kayma çerçeve modeli



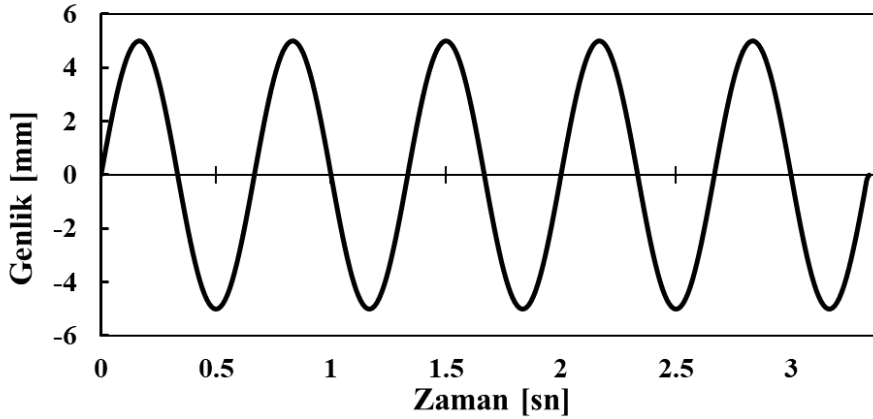
Şekil 3. Tasarlanan ölçeklenmiş yapı-TLCD model deney düzeneği

Aşağıda Çizelge 1’de bu çalışma kapsamında pleksiglas malzemeden üretilmiş 8 adet farklı TLCD modellerin geometrik ölçüleri detaylı olarak verilmiştir. Üretilen bu modeller 1 cm aralıklarla değiştirilen 20 farklı su seviyelerinde incelenmiştir.

Çizelge 1. Değerler ve sayılar. Açıklama çizelgenin üstünde yer alır

Modeller	B (cm)	L <sub>h</sub> (cm)	A <sub>h</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>v</sub> (cm <sup>2</sup> )
1	10	10	20	20
2			40	
3			20	
4			40	
5		30	20	20
6			40	
7			20	
8			40	

Bu modeller üç katlı çelik kayma çerçevesinin en üst katına yerleştirilmiştir. Genliği 5 mm, frekansı 1.5 Hz ve çevrim sayısı 5 olan harmonik yer hareketine ait grafik Şekil 4’te verilmiştir. Bu sinüzoidal yer hareketinin genliği ve çevrim sayısı daha öncesinde yapılmış deneylerden elde edilen tecrübeler ışığında bu değerler seçilmiştir. Frekans değeri ise sönümsüz kayma çerçevesi modelinin rezonans frekansına karşılık gelen değer olarak elde edilmiştir.



Şekil 4. Uygulanan harmonik yer hareketi fonksiyonu

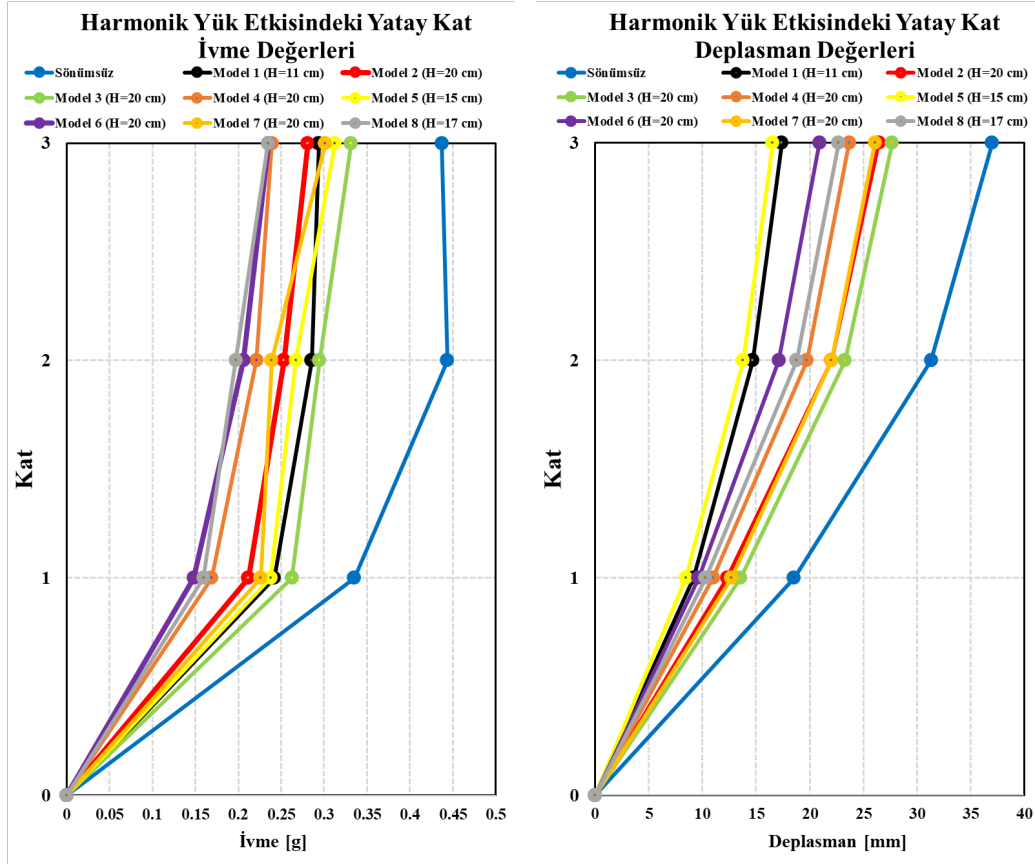
Bu çalışma kapsamında oluşturulan farklı geometrik özelliklere sahip 8 adet TLCD modelleri oluşturulmuştur. Her bir modelin farklı sıvı seviyelerindeki deneyleri gerçekleştirilmiştir. Laboratuvardaki deney düzeneğindeki modellere ait görseller aşağıda Şekil 5’te verilmiştir. Mevcut deney düzeneğine ve elektronik cihazlara zarar vermemesi için modelin altındaki sarsma tablasının üzeri naylon ile kapatılmıştır.



Şekil 5. Tasarlanan laboratuvar ortamındaki yapı-TLCD model deney düzeneği

### DENEYSEL SONUÇLAR

Sönümsüz ve TLCD'li modellerin deneyleri gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde her bir modelin sıvı yükseklikleri 1 cm değiştirilerek deneyleri gerçekleştirilmiştir. Her bir model için en iyi performansı sergilediği sıvı yüksekliği belirlenmiştir. Belirlenen bu modeller hem sönümleyici sisteme sahip olmayan sönümsüz modellerle hem de en iyi performans sergileyen diğer modellerle karşılaştırılmıştır. Geometrik özellikleri değiştiği için farklı modeller farklı sıvı yüksekliklerinde en iyi performansı gösterebilmektedir. Katların pik ivme ve deplasman grafikleri elde edilmiştir.



Şekil 6. Harmonik yer hareketi etkisindeki modellerin katlarındaki pik yatay ivme ve deplasman grafikleri

Pik ivmenin ve deplasmanın katlara göre elde edilen değerleri Şekil 6’da görülmektedir. 8 farklı TLCD modeli ve sönümsüz olan mekanik model olmak üzere toplam 9 tane modelin karşılaştırması yapılmıştır. Bütün TLCD sistemleri sönümsüz mekanik modele monte edildikten sonra katların ivme ve deplasman değerlerini azalttığı açıkça görülmektedir.

## SONUÇLAR

TLCD sisteminin entegre edildiği sönümsüz kayma çerçevesi modelleri üzerine gerçekleştirilen çalışmada elde edilen deneysel sonuçlarda TLCD sistemlerinin harmonik yer hareketi etkisinde oldukça başarılı olduğu görülmüştür. Bu sistemlerin farklı geometrielerde ivme ve deplasman değerlerini kontrol etmedeki davranışlarının değişiklik gösterdiği yapılan çalışmalarla elde edilmiştir. Ayrıca TLCD sistemlerinin, yapının davranışını daha stabil hale getirdiği bu görülmüştür.

Katların pik ivme ve pik deplasman grafiklerine bakılarak yapılan değerlendirmede 8 TLCD modeli arasında hem ivme hem de deplasmanda en az etkili olan Model 3’tür. Model 8 ivme değerlerini azaltmada en iyi model olurken, Model 5 ise katların deplasman değerlerini azaltmada oldukça başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Tankın yatay ve düşey kol uzunluğunun ( $L_h$  ve  $L_v$ ) fazla olduğu modeller genel olarak sönümleme de daha etkili olduğu görülmüştür. Tankın yatay kol kesit alanının ( $A_h$ ), düşey kol kesit alanından ( $A_v$ ) daha fazla olduğu modellerde genel olarak sönümleme de daha az etkili olmuştur. Hem yatay ve düşey kol kesit alanının ( $A_h$  ve  $A_v$ ) fazla olduğu modeller de genel

olarak etkili olduğu görülmüştür. Yapılan bu çalışma gösteriyor ki TLCD'nin tasarım parametrelerinin doğru belirlenmesi önemlidir. Yapıya gelen yükü ve sistemin etkinliğini değiştirdiği görülmüştür.

## TEŞEKKÜR

Bu çalışma, 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı kapsamında 1919B012323657 proje numarası ile TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir.

## KAYNAKLAR

- [1] J.P. Den Hartog, *Mechanical Vibrations: Fourth Edition*. McGraw-Hill, 1956.
- [2] M. J. Hochrainer, , F. Ziegler, Control of tall building vibrations by sealed tuned liquid column dampers, *Structural Control and Health Monitoring: The Official Journal of the International Association for Structural Control and Monitoring and of the European Association for the Control of Structures*. 13(6), 980-1002, 2006.
- [3] A. Di Matteo, F. Lo Iacono, G. Navarra, A. Pirrotta, The control performance of TLCD and TMD: experimental investigation: *In 5th European Conference on Structural Control*, 2012.
- [4] A. Di Matteo, F.L. Iacono, G. Navarra, A. Pirrotta, Design Of TLCD under random loads: a new formulation, *Meccanica Dei Materiali E Delle Strutture*, 3, 21-28, 2012.
- [5] A. Di Matteo, F. Lo Iacono, G. Navarra, A. Pirrotta, The TLCD Passive Control: Numerical Investigations vs. Experimental Results: *In ASME International Mechanical Engineering*, 2012.
- [6] A. Di Matteo, F. Lo Iacono, G. Navarra, A. Pirrotta, Numerical and experimental validation of a simplified formulation for the design of TLCD, *Safety, reliability, risk and life-cycle performance of structures & infrastructures*. 1061-1068, 2013.
- [7] A. Di Matteo, F. Lo Iacono, G. Navarra, A. Pirrotta, A novel mathematical model for TLCD: theoretical and experimental investigations, *In Vulnerability, Uncertainty, and Risk: Quantification, Mitigation, and Management*. 1086-1094, 2014.
- [8] A. Di Matteo, F. Lo Iacono, G. Navarra, A. Pirrotta, Experimental validation of a direct pre-design formula for TLCD, *Engineering Structures*. 75, 528-538, 2014.
- [9] A. Di Matteo, A. Pirrotta, S. Tumminelli, Combining TMD and TLCD: analytical and experimental studies, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 167, 101-113, 2017.
- [10] S. Karimi, B. Mehrkian Jorshari, E. Mousazadeh, M. Steiner, K. Dragos, Comparative study of experimentally tested tuned liquid column dampers, *In Proceedings of the 30th Forum Bauinformatik*, 2018.
- [11] M. Reiterer, F. Ziegler, Bi-axial seismic activation of civil engineering structures equipped with tuned liquid column dampers, *Journal of Seismology and Earthquake Engineering*, 7(1), 45-60, 2015.
- [12] O. Altay, S. Klinkel, A semi-active tuned liquid column damper for lateral vibration control of high-rise structures: theory and experimental verification, *Structural control and health monitoring*. 25(12), e2270, 2018.

- [13] T. Furtmüller, A. Di Matteo, C. Adam, A. Pirrotta, Base-isolated structure equipped with tuned liquid column damper: An experimental study, *Mechanical Systems and Signal Processing*. 116, 816-831, 2019.
- [14] H.R. Feizian, M. Shafieefar, R. Panahi, Application of tuned liquid column damper for motion reduction of semisubmersible platforms, *International Journal Of Coastal, Offshore And Environmental Engineering*, 5(2), 23-40, 2020.
- [15] C. Masnata, A. Di Matteo, C. Adam, A. Pirrotta, Efficient estimation of tuned liquid column damper inerter (TLCDI) parameters for seismic control of base-isolated structures, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. 38(12), 1638-1656, 2023.
- [16] P. Chaiviriyawong, W.C. Webster, T. Pinkaew, P. Lukkunaprasit, Simulation of characteristics of tuned liquid column damper using a potential-flow method, *Engineering Structures*, 29(1), 132-144, 2007.
- [17] P. Chaiviriyawong, S. Limkatanyu, T. Pinkaew, Simulations of characteristics of tuned liquid column damper using an elliptical flow path estimation method, *In The 14th World Conference on Earthquake Engineering*, China, 2008.
- [18] P. Chaiviriyawong, P. Panedpojaman, S. Limkatanyu, Comparison of Shaking table Experiments of Tuned Liquid Column Damper with an Elliptical Flow Path Estimation Method, 2011.
- [19] K.W. Min, S.J. Jang, J. Kim, A standalone vision sensing system for pseudodynamic testing of tuned liquid column dampers, *Journal of Sensors*, 2016.
- [20] E. Aydın, B. Öztürk, H. Çetin, M. Dutkiewicz, O. Okkay, U. Ohancan, Y.E. Şirin, Experiments of Tuned Liquid Column Damper (TLCD) on the Reduced Shear Frames Under Harmonic Loads, *16th European Conference on Earthquake Engineering (16ECEE)*, Greece, 2018.
- [21] E. Aydın, B. Ozturk, M. Bati, Y. Kavaz, B. Kilic, Effects of tuned liquid column damper properties on the dynamic response of structures, In Proc., ASCE-EMI 2019 Int. Conf. Reston, VA: ASCE, 2019.



## DÖNEL SİMETRİK SİLİNDİRİK KABUKLARIN EKSENEL YÜK ALTINDA BURKULMASI

Burkay Sivri<sup>1\*</sup>, Ahmad Reshad Noori<sup>2</sup>, Osman Ayaz<sup>3</sup> ve Beytullah Temel<sup>4</sup>

<sup>1,3,4</sup>Çukurova Üniversitesi, Adana

<sup>2</sup>İstanbul Gelişim Üniversitesi, İstanbul

### ABSTRACT

In this study, the buckling behavior of axisymmetric cylindrical shells subjected to axial loading is investigated numerically. The buckling loads of functionally graded porous sandwich shells are evaluated within the framework of the first-order shear deformation theory. A three-node finite element with three degrees of freedom per node is employed in the analysis. The outer and inner layers of the shell are modeled as isotropic homogeneous materials, while the core layer is modeled by using uniform porous material properties. The obtained results are compared with those available in the literature, demonstrating that the proposed approach can be effectively applied to analyze the buckling behavior of axisymmetric cylindrical shells. Furthermore, the effects of the material gradation coefficient, radius-to-thickness ratio, and boundary conditions on the critical buckling loads are examined parametrically.

**Keywords:** stability; buckling; cylindrical shell; finite element method; porous sandwich shell.

### ÖZET

Bu çalışmada dönel simetrik silindirik kabukların aksenal yük etkisi altında burkulma davranışı nümerik olarak araştırılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kabukların burkulma yükleri hesaplanırken birinci mertebeden kayma deformasyon teorisi dikkate alınmıştır. Analizlerde her düğümünde üç serbestlik derecesi olan üç düğümlü sonlu eleman kullanılmıştır. Kabuğun dış ve iç katmanı izotropik homojen ve çekirdek katmanı ise üniform gözenekli malzeme özellikleri ile modellenmiştir. Elde edilen sonuçlar, literatürde bulunan mevcut sonuçlarla karşılaştırılmış ve uygulanan yöntemin dönel simetrik silindirik kabukların burkulma davranışının analizinde etkili bir şekilde kullanılabileceği gösterilmiştir. Malzeme değişim katsayısı, yarıçap/kalınlık oranı ve sınır koşullarının burkulma yükleri üzerindeki etkileri parametrik olarak araştırılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** stabilite; burkulma; silindirik kabuk; sonlu elemanlar yöntemi, gözenekli sandviç kabuk.

## GİRİŞ

Günümüzde plak ve kabuk elemanlar; inşaat, makine, uçak, havacılık, nükleer, taşımacılık, depolama vb. birçok uygulama alanında kullanılmaktadır. Bu nedenle çeşitli yük ve etkiler altında bu elemanların mekanik davranışlarının araştırılması önem kazanmaktadır. Mühendislik tasarımlarında yapı elemanlarının stabilitesinin incelenmesi, malzeme teknolojilerindeki gelişmelerle birlikte önemli bir araştırma konusu olarak literatürde yer almaktadır.

Mozafari ve Ayob [1], kalınlığı doğrusal olarak değişen fonksiyonel derecelenmiş malzemeli plakların mekanik burkulmasını incelemişlerdir. Kim ve Reddy [2], kalınlık boyunca fonksiyonel derecelenmiş üçüncü mertebe teorisine dayalı boyut etkilerine bağlı modellenen plakların analitik çözümlerini sunmuşlardır. Malzeme değişiminin ve mikro boyut parametresinin eğilme, burkulma ve titreşim davranışı üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Kutlu ve Omurtag [3], birinci mertebe kayma deformasyon teorisine dayalı modellenen ortotropik elastik zemin üzerine oturan dikdörtgen plakların burkulma analizi için karışık sonlu elemanlar çözümü sunmuşlardır. Dikmen [4], fonksiyonel derecelenmiş malzemeli silindirik kabukların yanal basınç yükü etkisi altında burkulma davranışını araştırmıştır. Nasrekani ve Eipakchi [5], birinci mertebe kayma deformasyon teorisine dayalı modellenen eksenel dönel simetrik silindirik kabukların eksenel yük altında burkulma davranışını incelemişlerdir. Tuğlu [6], fonksiyonel derecelenmiş malzemeli sandviç silindirik kabukların stabilitesini hidrostatik basınç yükü etkisinde araştırmıştır. Najafzadeh ve ark. [7], eksenel basınç altındaki silindirik kabukların elastik burkulmasını incelemişlerdir. Kalınlık yönünde fonksiyonel derecelenmiş kabukların yönetici denklemlerini Sander yaklaşımını kullanarak elde etmişlerdir. Analitik olarak buldukları sonuçları sonlu elemanlar yöntemi kullanarak elde ettikleri sonuçlarla doğrulamışlardır. Sofiyev [8], eksenel yük ve hidrostatik basınç etkisindeki fonksiyonel derecelenmiş malzemeli dairesel kesik konik ve silindirik kabukların burkulma davranışını incelemiştir. Elastik zemine oturan kesik konik kabukların bileşke kritik yük değerlerini analitik olarak elde etmiştir. Thang ve ark. [9], eksenel basınç altındaki silindirik kabukların doğrusal olmayan burkulma analizini araştırmışlardır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli eksenel simetrik plak ve kabukların mekanik ve termal yükler altındaki burkulma davranışı Fourier serileri ve sonlu eleman yöntemi ile Moita ve ark. [10] tarafından araştırılmıştır. Li ve Batra [11], eksenel basınç yükü altındaki üç tabakalı dairesel silindirik kabuğun burkulma davranışını incelemişlerdir. Çalışmada, iç ve dış tabakalar homojen ve izotrop, orta tabaka ise kalınlık boyunca fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme olarak modellenmiştir. Sonuçlar burkulma yükünün yarıçap/kalınlık oranıyla azaldığını, orta tabakanın ortalama elastisite modülüyle arttığını ve boy/yarıçap oranının yalnızca burkulma dalga sayısını etkilediğini göstermektedir.

Bu çalışmada, birinci mertebe kayma deformasyon teorisine dayalı modellenen eksenel yük etkisi altındaki silindirik fonksiyonel derecelenmiş gözenekli sandviç kabukların burkulma davranışı nümerik olarak araştırılmıştır. Analizlerde her düğümünde üç serbestlik derecesi bulunan üç düğümlü sonlu eleman kullanılarak, dış ve iç katmanları izotropik homojen, çekirdek katmanı ise üniform gözenekli malzeme ile modellenen kabukların burkulma yükleri elde edilmiştir. Bu kapsamda fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç kabukların kritik burkulma yükleri çeşitli malzeme değişim katsayıları, ankastre – sabit, ankastre – serbest ve basit mesnetli sınır koşulları ve  $R/h = 1000, 500, 100$  oranları için hesaplanmıştır.

## ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Sandviç kabuğun iç-dış ve çekirdek katmanlarına ait malzeme değişimi denklem (1-2)'de verilmektedir.

$$E^{i\text{ç ve dış}}(z) = E_m \quad (1)$$

$$E^{\text{çekirdek}}(z) = E_m[1 - e_0\alpha] \quad (2)$$

Bu denklemlerde  $E_m$  alüminyumun elastik modülü olup değeri 70 GPa'dır. Poisson oranı 0.3 olarak alınmıştır.  $\alpha$  değeri ise denklem 3 yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$\alpha = \frac{1}{e_0} - \frac{1}{e_0} \left( \frac{2}{\pi} \sqrt{1 - e_0} - \frac{2}{\pi} + 1 \right)^2 \quad (3)$$

Boyutsuz kritik burkulma gerilmesi değerleri denklem 4'te verilen bağıntı ile elde edilmiştir.

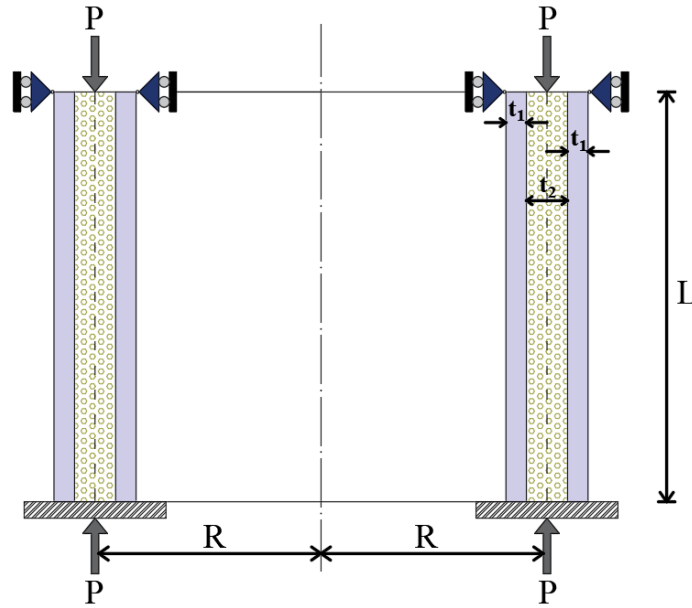
$$\bar{\sigma}_{kr} = \frac{P_{kr}}{2\pi R h E_m} 10^4 \quad (4)$$

$P_{kr}$ , analiz sonucunda hesaplanan kritik burkulma yükünü göstermektedir.

Ele alınan kabuk probleminin ANSYS'te modellenebilmesi için SHELL209 elemanı kullanılmıştır [12]. Bu eleman kalın aksenal dönele simetrik kabuk problemlerin analizinde kullanılmaktadır. Bu üç düğümlü eleman, her düğüm noktasında  $x$  ve  $y$  yönlerinde ötelemeler ve  $z$  eksenine göre dönme olmak üzere üç adet serbestlik derecesine sahiptir. SHELL209 elemanı birinci mertebeden kayma deformasyon teorisine dayalı olup kompozit, tabakalı ve sandviç yapıların analizlerinde de kullanılabilir. Sınır koşulları şu şekilde tanımlanmıştır: Ankastre mesnet için  $x$  ve  $y$  yönlerinde ötelemeler ve  $z$  eksenine göre dönme tutulmuştur. Sabit mesnet için ise  $x$  ve  $y$  yönlerinde ötelemeler tutulmuştur.

### SAYISAL SONUÇLAR

Şekil 1'de aksenal  $P$  basınç yükü altındaki Ankastre-Sabit sınır koşulundaki sandviç silindirik kabuğun geometrisi verilmiştir.



Şekil 1. Sandviç silindirik kabuk

Bu çalışmada önerilen çözüm yönteminin doğruluğunu göstermek amacıyla, literatürde yer alan [10–11] basit mesnetli izotropik homojen kabuklara ait sonuçlarla karşılaştırma yapılmıştır.

Çizelge 1. Sandviç Silindirik Kabukların Boyutsuz Kritik Burkulma Gerilmeleri Değerlerinin Karşılaştırılması

R/h	1000			600			200		
L/R	[10]	[11]	Bu çalışma	[10]	[11]	Bu çalışma	[10]	[11]	Bu çalışma
1	6.0540	6.0530	6.0530	10.0790	10.0880	10.0831	30.2740	30.1900	30.2324
0.5	6.0540	6.0560	6.0530	10.0800	10.0880	10.0832	30.2740	30.2000	30.2331

Çizelge 1 incelendiğinde önerilen çözüm metodunun literatür ile uyumlu olduğu görülmektedir. Metodun doğrulanması yapıldıktan sonra bu bölümde çeşitli parametrik çalışmalar sunulacaktır. Sandviç silindirik kabuklar, 1-2-1 ve 1-3-1 katman dizilimleri için modellenmiştir. 1-2-1 diziliminde katman kalınlıkları  $t_1=h/4$  ve  $t_2=h/2$  iken, 1-3-1 diziliminde katman kalınlıkları  $t_1=h/5$  ve  $t_2=3h/5$  olarak alınmıştır.

Bu kapsamda Çizelge 2-4’de, 1-2-1 katman dizilimindeki sandviç silindirik kabukların farklı sınır koşullarındaki boyutsuz kritik burkulma gerilmeleri,  $R/h = 1000, 500, 100$  oranları için verilmiştir. Çizelge 5-7’de ise 1-3-1 katman dizilimine sahip sandviç silindirik kabukların elde edilen boyutsuz kritik burkulma gerilmeleri sunulmuştur.

Çizelge 2. Sandviç Silindirik Kabukların Boyutsuz Kritik Burkulma Gerilmeleri: Katman Dizilimi (1-2-1),  $R/h = 1000$

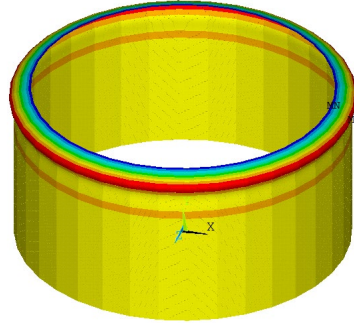
$e_0$	Ankastre – Sabit	Ankastre – Serbest	Basit Mesnetli
0.0	6.058442	3.024733	6.052961
0.1	5.936303	2.963702	5.928838
0.2	5.810548	2.900827	5.801941
0.3	5.681016	2.836041	5.672267
0.4	5.547488	2.769267	5.539808
0.5	5.404054	2.697594	5.399032
0.6	5.256011	2.623677	5.255442
0.7	5.094494	2.543039	5.089963
0.8	4.916012	2.453843	4.908316
0.9	4.704387	2.347982	4.696572

Elde edilen sonuçlar, mesnet koşullarının sandviç silindirik kabukların kritik burkulma gerilmeleri üzerinde belirgin bir etkisi olduğunu açıkça ortaya koymaktadır. Örneğin 1-2-1 katman dizilimi için,  $R/h = 1000$  ve  $e_0 = 0$  durumunda Ankastre–Sabit sınır koşulunda boyutsuz kritik burkulma gerilmesi 6.058442 iken, basit mesnetli kabuk için bu değer 6.052961 olup fark yalnızca %0.09 seviyesindedir. Buna karşılık, Ankastre–Serbest mesnet koşulunda boyutsuz kritik burkulma gerilmesi 3.024733’e düşmekte ve diğer iki sınır koşuluna göre yaklaşık %50 daha düşük bir değer göstermektedir. Benzer eğilimler, farklı  $R/h$  oranları için de görülmektedir. Bu sonuç, serbest kenarın kabuğun rijitliğini önemli ölçüde zayıflattığını, buna karşın basit mesnet ile Ankastre–Sabit sınır koşulları arasında ciddi bir fark oluşmadığını göstermektedir. Bu farkın temel nedeni, serbest ucun yer değiştirme ve dönme kısıtlarını içermemesidir.

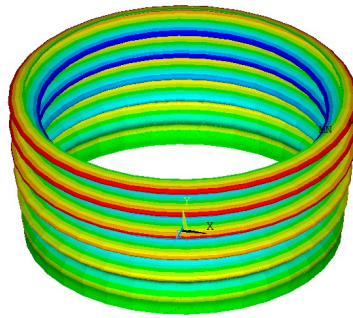
Çizelge 3. Sandviç Silindirik Kabukların Boyutsuz Kritik Burkulma Gerilmeleri: Katman Dizilimi (1-2-1),  $R/h = 500$

$e_0$	Ankastre – Sabit	Ankastre – Serbest	Basit Mesnetli
0.0	12.12999	6.04671	12.09416
0.1	11.88590	5.92462	11.85195
0.2	11.63428	5.79884	11.60430
0.3	11.37473	5.66922	11.35119
0.4	11.10691	5.53561	11.09257
0.5	10.81917	5.39217	10.81763
0.6	10.52233	5.24421	10.51021
0.7	10.19868	5.08275	10.17552
0.8	9.84107	4.90405	9.810430
0.9	9.41679	4.69173	9.384240

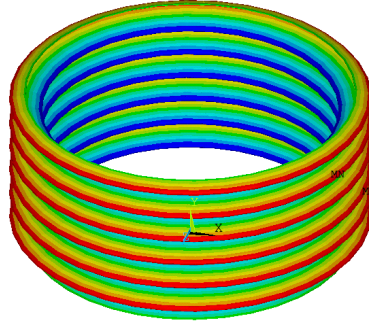
Şekil 2-4'te farklı sınır koşullarındaki silindirik kabukların birinci burkulma mod şekilleri verilmiştir.



Şekil 2. Ankastre – Serbest mesnetli aksenal simetrik silindirik kabuk için birinci burkulma modu



Şekil 3. Ankastre – Sabit mesnetli aksenal simetrik silindirik kabuk için birinci burkulma modu



Şekil 4. Basit mesnetli aksenal simetrik silindirik kabuk için birinci burkulma modu

Çizelge 4. Sandviç Silindirik Kabukların Boyutsuz Kritik Burkulma Gerilmeleri: Katman Dizilimi (1-2-1),  $R/h = 100$ 

$e_0$	Ankastre – Sabit	Ankastre – Serbest	Basit Mesnetli
0.0	61.17710	30.12289	60.37385
0.1	59.95075	29.51140	59.19637
0.2	58.68420	28.88104	57.99094
0.3	57.37525	28.23102	56.75699
0.4	56.02149	27.56040	55.49374
0.5	54.56269	26.83958	54.14708
0.6	53.05180	26.09480	52.76757
0.7	51.39567	25.27998	51.27147
0.8	49.55301	24.37437	49.48548
0.9	47.34487	23.28914	47.08136

Kabuk geometrisinin burkulma davranışı üzerindeki etkisi incelendiğinde,  $R/h$  oranı azaldıkça boyutsuz kritik burkulma gerilmesi değerlerinin belirgin şekilde arttığı görülmektedir. Örneğin Çizelge (3-5)'te,  $e_0 = 0.0$  için basit mesnetli silindirik kabuğun  $R/h=1000$  oranında boyutsuz kritik burkulma gerilmesi 6.052961 iken,  $R/h=500$  için 12.09416,  $R/h=100$  için ise 60.37385 olarak görülmektedir. Burkulma gerilmelerindeki bu değişim, kabuğun kalınlaşmasıyla birlikte eğilme rijitliğinin artmasıyla açıklanabilir. Kritik burkulma gerilmesi değerlerin,  $R/h$  oranının tersine bağlı olarak artması, kalın kabukların daha yüksek burkulma dayanımına sahip olduğunu sayısal olarak ortaya koymaktadır.

Çizelgelerde, porozite katsayısı ( $e_0$ ) arttıkça boyutsuz kritik burkulma gerilme değerlerinin sürekli olarak azaldığı görülmektedir. Örneğin, Çizelge 5'te Ankastre–Sabit sınır koşulu için  $e_0 = 0.0 \rightarrow 0.9$  aralığında boyutsuz burkulma gerilmesi yaklaşık %29 oranında düşüş göstermektedir. Bu düşüş eğilimi tüm çizelgelerde tutarlı bir şekilde görülmektedir. Bu davranışın temel nedeni, gözeneklilik arttıkça orta tabakanın etkin elastisite modülünün azalması ve buna bağlı olarak kabuk rijitliğinin zayıflamasıdır. Elastisite modülündeki bu azalma, kritik burkulma yükünü daha düşük değerlere kaydırmakta ve dolayısıyla boyutsuz kritik burkulma gerilmelerinin azalmasına yol açmaktadır.

Çizelge 5. Sandviç Silindirik Kabukların Boyutsuz Kritik Burkulma Gerilmeleri: Katman Dizilimi (1-3-1),  $R/h = 1000$

$e_0$	Ankastre – Sabit	Ankastre – Serbest	Basit Mesnetli
0.0	6.058442	3.024733	6.052961
0.1	5.899093	2.945123	5.891624
0.2	5.735241	2.863223	5.726688
0.3	5.566688	2.778951	5.558150
0.4	5.393159	2.692210	5.386004
0.5	5.207002	2.599221	5.203065
0.6	5.015126	2.503433	5.013866
0.7	4.806063	2.399036	4.800213
0.8	4.575224	2.283641	4.567370
0.9	4.301353	2.146727	4.296076

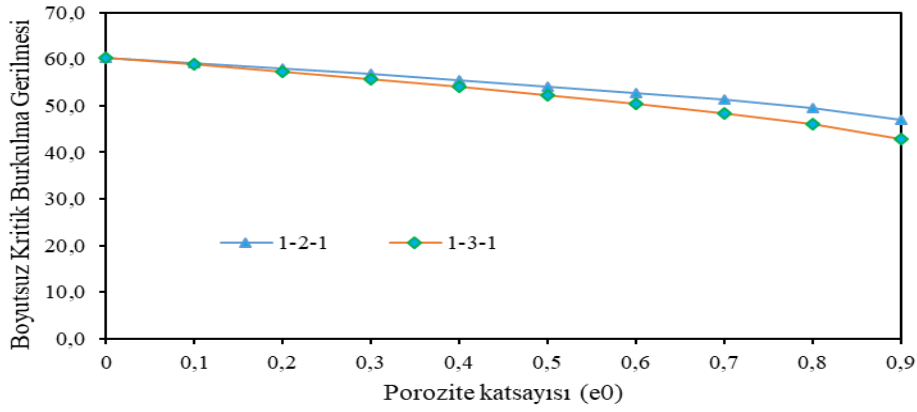
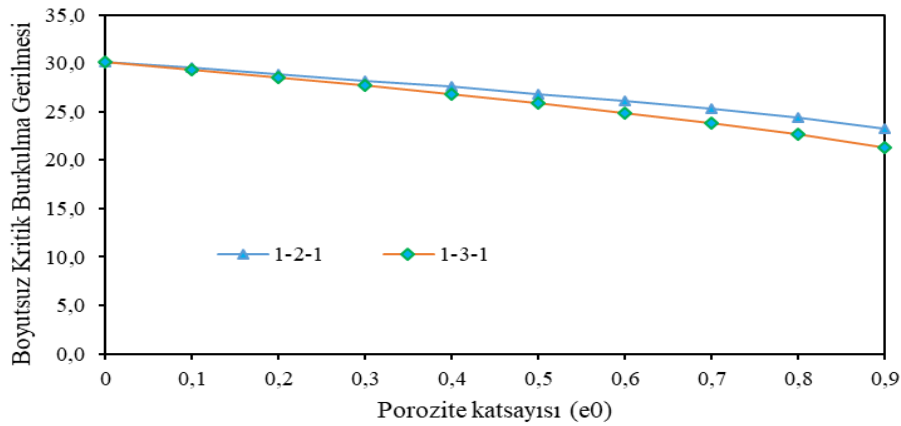
Çizelge 6. Sandviç Silindirik Kabukların Boyutsuz Kritik Burkulma Gerilmeleri: Katman Dizilimi (1-3-1),  $R/h = 500$

$e_0$	Ankastre – Sabit	Ankastre – Serbest	Basit Mesnetli
0.0	12.12999	6.04671	12.09416
0.1	11.81143	5.88749	11.77776
0.2	11.48353	5.72368	11.45426
0.3	11.14584	5.55511	11.12367
0.4	10.79793	5.38160	10.78594
0.5	10.42470	5.19557	10.42251
0.6	10.04025	5.00391	10.02466
0.7	9.62160	4.79499	9.59596
0.8	9.15942	4.56399	9.12852
0.9	8.61100	4.28973	8.58337

Katman diziliminin, silindirik kabukların burkulma davranışı üzerinde belirgin bir etkisi olduğu görülmektedir. Porozite katsayısı  $e_0 = 0.0$  olduğunda, orta katmanda gözenek bulunmadığı için her iki dizilimde (1-2-1 ve 1-3-1) boyutsuz kritik burkulma gerilmeleri aynıdır. Ancak  $e_0 > 0.0$  ve aynı  $R/h$  parametreleri için, 1-2-1 dizilimi 1-3-1 dizilimine kıyasla daha yüksek boyutsuz kritik burkulma gerilmeleri sağlamaktadır. Bu farkın temel nedeni, orta katman kalınlığının iç ve dış katman kalınlıklarına görece artmasıyla elastisite modülündeki değişimin kabuğun rijitliği üzerindeki etkisinin artmasıdır. Şekil 5'te, basit mesnetli  $R/h = 200$  oranındaki silindirik kabuğun her iki dizilimdeki boyutsuz kritik burkulma gerilmelerinin porozite katsayısına bağlı değişimi verilmiştir. Şekil 6'da ise Ankastre-Serbest mesnetli silindirik kabuğun burkulma gerilmelerinin porozite katsayısına bağlı değişimi görülmektedir. Şekil 5 ve 6'da görüldüğü üzere, porozite katsayısının artmasıyla, 1-2-1 ve 1-3-1 dizilimleri arasındaki burkulma gerilmelerinin farkı artmaktadır.

Çizelge 7. Sandviç Silindirik Kabukların Boyutsuz Kritik Burkulma Gerilmeleri: Katman Dizilimi (1-3-1),  $R/h = 100$ 

$e_0$	Ankastre – Sabit	Ankastre – Serbest	Basit Mesnetli
0.0	61.17710	30.12289	60.37385
0.1	59.57591	29.32663	58.82745
0.2	57.92556	28.50715	57.24512
0.3	56.22347	27.66354	55.62638
0.4	54.46681	26.79468	53.97053
0.5	52.57796	25.86246	52.20730
0.6	50.62614	24.90107	50.40387
0.7	48.49220	23.85145	48.45256
0.8	46.12571	22.68788	45.95938
0.9	43.30463	21.29915	42.94393

Şekil 5. Basit mesnetli aksel simetrik silindirik kabuk için boyutsuz kritik gerilme değerlerinin karşılaştırılması ( $R/h = 200$ )Şekil 6. Ankastre - Serbest mesnetli aksel simetrik silindirik kabuk için boyutsuz kritik gerilme değerlerinin karşılaştırılması ( $R/h = 100$ )

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, fonksiyonel derecelenmiş gözenekli sandviç silindirik kabukların aksenal yük altındaki burkulma davranışı, birinci merteye kayma deformasyon teorisine dayalı nümerik yöntemle incelenmiştir. Ele alınan burkulma probleminin ANSYS'te modellenmesi için SHELL209 elemanı kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar, kullanılan sonlu eleman modelinin literatürle uyumlu olduğunu ve kabukların burkulma analizinde güvenilir bir yöntem sunduğunu göstermektedir. Analizler, sınır koşullarının, R/h oranının, porozite katsayısının ve katman diziliminin kritik burkulma gerilmeleri üzerindeki etkilerini ortaya koymuştur. Ankastre–Sabit ve basit mesnetli kabuklar benzer burkulma davranışı gösterirken, Ankastre–Serbest sınır koşulu kritik burkulma gerilmesini önemli ölçüde azaltmıştır. R/h oranının azalması burkulma gerilmelerini artırmış, porozite katsayısının artışı ise burkulma dayanımını azaltmıştır. Katman dizilimi değişimi de kabuk rijitliği ve kritik burkulma gerilmeleri üzerinde etkili olmuş, 1–2–1 dizilimi 1–3–1 dizilimine kıyasla daha yüksek değerler vermiştir. Bu bulgular, fonksiyonel derecelenmiş gözenekli sandviç silindirik kabukların tasarımında sınır koşulları, R/h oranı, malzeme gözenekliliği ve katman diziliminin dikkate alınmasının önemini vurgulamaktadır.

## TEŞEKKÜR

Bu çalışma, TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu) tarafından prestijli TÜBİTAK-1001 araştırma programları kapsamında, 223M578 numaralı proje kodu ile desteklenmiştir.

## KAYNAKLAR

- [1] H. Mozafari, A. Ayob, Effect of thickness variation on the mechanical buckling load in plates made of functionally graded materials, *Procedia Technology*. 1, 496-504, 2012.
- [2] J. Kim, J. N. Reddy, Analytical solutions for bending, vibration, and buckling of FGM plates using a couple stress-based third-order theory, *Composite Structures*. 103, 86-98, 2013.
- [3] A. Kutlu, M. H. Omurtag, Buckling of rectangular FSDT plates resting on orthotropic foundation by mixed FEM, *Sigma Journal of Engineering and Natural Sciences*. 38(2), 659-666, 2020.
- [4] F. Dikmen, Karışık sınır koşulları altındaki fdm silindirik kabukların yanal basınç yükü etkisi altında burkulması, Yüksek lisans tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, 2021.
- [5] F. Mahboubi Nasrekani, H. R. Eipakchi, Elastic buckling of axisymmetric cylindrical shells under axial load using first order shear deformation theory, *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 92(11-12), 937-944, 2012.
- [6] B. M. Tuğlu, FDM yüz kaplamalı sandviç silindirik kabukların hidrostatik basınç yükü etkisi altındaki stabilitesi, Yüksek lisans tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi, 2013.
- [7] M. M. Najafizadeh, A. Hasani, P. Khazaeinejad, Mechanical stability of functionally graded stiffened cylindrical shells, *Applied Mathematical Modelling*. 33(2), 1151-1157, 2009.
- [8] A. Sofiyev, Buckling analysis of FGM circular shells under combined loads and resting on the Pasternak type elastic foundation, *Mechanics Research Communications*. 37(6), 539-544, 2010.

- [9] P. Toan Thang, T. Nguyen-Thoi, J. Lee, Mechanical stability of metal foam cylindrical shells with various porosity distributions, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 27(4), 295-303, 2020.
- [10] S. R. Li, R. C. Batra, Buckling of axially compressed thin cylindrical shells with functionally graded middle layer, *Thin-Walled Structures*. 44(10), 1039-1047, 2006.
- [11] J. S. Moita, A. L. Araújo, V. F. Correia, C. M. M. Soares, Mechanical and thermal buckling of functionally graded axisymmetric shells, *Composite Structures*. 261, 113318, 2021.
- [12] ANSYS, Inc Release 15.0 (2013), Canonsburg, PA.



## EULER–BERNOULLI KİRİŞLERİNİN BURKULMA DAVRANIŞININ TESPİTİNDE YAKLAŞIK BİR ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Hakan Pekel

Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi, Niğde

### ABSTRACT

In this study, a new approximate solution method is proposed for predicting the buckling loads of Euler–Bernoulli beams subjected to axial compressive forces. The method is based on the Complementary Functions Method (CFM), applied in conjunction with the Classical Fourth-Order Runge–Kutta (RK4) scheme to solve the fourth-order differential equations involved in beam stability analysis. All numerical implementations were carried out using MATLAB® R2025a. This approach offers a stable and accurate solution framework that can be implemented under various boundary conditions without requiring matrix assembly or eigenvalue solvers. The method is applicable to isotropic and prismatic beams and has been validated through analytical solutions under simply supported, clamped-free, clamped-pinned, and fully clamped boundary conditions. The dimensionless buckling parameter  $\beta_n$  is computed with exceptionally low relative error. The effects of parameters such as the coating thickness ratio  $\lambda$  and the elastic modulus ratio  $\eta$  have been investigated, and it was observed that increased stiffness, particularly under clamped conditions, significantly enhances structural stability. These features demonstrate the method's effectiveness as a practical analysis tool for engineering applications.

**Keywords:** Euler–Bernoulli beam; buckling analysis; complementary functions method (CFM); coating thickness ratio; elastic modulus ratio.

### ÖZET

Bu çalışmada, aksel basma kuvvetlerine maruz kalan Euler–Bernoulli kirişlerin burkulma yüklerini tahmin etmek amacıyla yeni bir yaklaşık çözüm yöntemi sunulmuştur. Yöntem, eğilme burkulma analizinde ortaya çıkan dördüncü mertebeden diferansiyel denklemleri çözmek amacıyla, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) ile Klasik Dördüncü Mertebe Runge–Kutta (RK4) şemasının uygulanmasına dayanmaktadır. Tüm sayısal uygulamalar MATLAB® R2025a yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu yaklaşım, matris kurulumuna veya özdeğer çözümlerine gerek duymaksızın, çeşitli sınır şartlarında uygulanabilen kararlı ve hassas bir çözüm çerçevesi sunar. Yöntem, izotropik ve düzgün kirişler için geçerli olup, basit mesnetli, ankastre-serbest, ankastre-mafsallı ve çift ankastre sınır şartlarındaki analitik çözümlerle doğrulanmıştır. Boyutsuz burkulma parametresi  $\beta_n$  oldukça düşük bağıl hata ile elde edilmiştir. Kaplama kalınlık oranı  $\lambda$  ve elastik modül oranı  $\eta$  gibi parametrelerin etkileri incelenmiş ve özellikle ankastre sınır şartlarında rijitlik artışının kararlılığı artırdığı gözlemlenmiştir. Bu özellikler, yöntemin mühendislik uygulamalarında etkin bir analiz aracı olduğunu göstermektedir.

**Anahtar kelimeler:** Euler–Bernoulli kirişi; burkulma analizi; tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi (TFY); kaplama kalınlık oranı; elastik modül oranı.

## GİRİŞ

Basma kuvvetlerine maruz kalan taşıyıcı elemanların kararlılığı, mühendislik mekaniğinde 18. yüzyılda Euler'in öncü çalışmasından bu yana temel araştırma konularından biri olmuştur. Euler'in klasik teorisi, uçları mafsallı (P–P) veya ankastre (C–C) gibi ideal sınır şartları altında ince, prizmatik kirişler için kapalı formda burkulma yükü çözümleri sunar. Bu formülasyonlar; havacılık yapılarındaki gövde çerçeveleri, gemi gövdesi takviye elemanları ve yapı kolonları gibi birçok uygulama alanında kararlılık tasarımının temelini oluşturmuştur [1–3].

Ancak, gerçek mühendislik uygulamaları çoğu zaman bu ideal varsayımlardan sapar. Uygulamada kullanılan kirişler, değişken malzeme özelliklerine sahip olabilir, lamine ya da tabakalı yapılardan oluşabilir ve karmaşık sınır şartlarına maruz kalabilir. Ayrıca, burkulmanın tasarımı belirlediği sistemlerde, kritik yüklerin tahmininde yapılan küçük hatalar dahi yapının güvenliği veya malzeme kullanım verimliliği açısından ciddi sonuçlar doğurabilir. Bu nedenle birçok araştırmacı, klasik teoriyi kayma deformasyonu, malzeme gradyanı, gözeneklilik, incelme ve sınır şartı değişkenliği gibi etkileri dikkate alacak şekilde geliştirmiştir [4–8].

Çeşitli kiriş modelleri arasında, Euler–Bernoulli kiriş teorisi, kesitlerin deformasyon sırasında düz ve nötr eksene dik kaldığı ve kayma deformasyonlarının ihmal edildiği varsayımıyla, ince kirişler için hâlâ geçerliliğini korumaktadır. Bu teori, hızlı ön tasarım aşamaları için oldukça uygun olmakla birlikte, analitik olarak çözülebilirliği, karmaşık sınır şartları veya malzeme homojenliğinin bozulduğu durumlarda kısıtlanır. Bu nedenle, dördüncü mertebeden diferansiyel denklemleri yeterli doğrulukla çözmek amacıyla sonlu elemanlar yöntemi (FEM), diferansiyel kuadratür, spektral kolokasyon ve yarı-analitik yaklaşımlar gibi çeşitli alternatif çözüm teknikleri geliştirilmiştir [9–12].

Sonlu elemanlar yöntemi genel amaçlı bir çözüm çerçevesi sunmasına rağmen, özellikle yüksek mertebeli burkulma modlarının değerlendirilmesi veya ince kirişlerin analizinde sınır şartlarının dikkatli bir şekilde uygulanmasını ve yoğun ağ yapısı gerektirir. Ayrıca, tasarım yinelemeleri veya parametrik çalışmalar için FEM'in hesaplama maliyeti ve karmaşıklığı caydırıcı olabilir. Buna karşılık, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) gibi yarı-analitik yaklaşımlar, özellikle sağlam sayısal integrasyon şemalarıyla birlikte kullanıldığında, doğruluk ve verimlilik arasında uygun bir denge sunar.

Bu çalışmada, Euler–Bernoulli kirişlerin burkulma problemini çözmek üzere Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi ile klasik Dördüncü Dereceden Runge–Kutta (RK4) yöntemini birleştiren yeni bir hibrit teknik önerilmiştir. Yöntem, dördüncü mertebeden sınır değer problemini birinci mertebeden diferansiyel denklem sistemine dönüştürür ve ardından bu sistem sayısal olarak entegre edilerek bağımsız çözümler elde edilir. Burkulma durumu, sınır şartlarını içeren determinant bazlı matris formülasyonu ile sağlanır ve böylece matris kurulumuna ya da küresel özdeğer çözümüne gerek kalmadan kritik burkulma yükleri yüksek doğrulukla belirlenebilir.

Geliştirilen yöntem MATLAB® R2025a ortamında uygulanmış ve dört klasik sınır şartı (P–P, C–F, C–P, C–C) için doğrulama çalışmaları yapılmıştır. Karşılaştırmalı analizler, yöntemin literatürdeki kesin çözümleri çok düşük hata ile yeniden üretebildiğini göstermiştir. Ayrıca, kaplama kalınlık oranı  $\lambda$  ve elastik modül oranı  $\eta$  gibi yapısal parametrelerin etkisi detaylı olarak incelenmiş ve yöntemin mühendislik düzeyinde analiz ve tasarımlar için kullanılabilirliği ortaya konmuştur.

## TEORİK ve SAYISAL YAKLAŞIM

Euler–Bernoulli kiriş teorisi, kesit düzlemlerinin deformasyon boyunca düz kaldığını ve nötr eksene dikliğini koruduğunu varsayarak enine kayma etkilerini ihmal eder. Bu varsayım, özellikle yüksek narinlik oranına ( $L/h \geq 10$ ) sahip yapıların burkulma davranışlarının doğru bir şekilde modellenmesini sağlar ve bu nedenle çalışmada tercih edilmiştir.

### Temel Diferansiyel Denklem ve Boyutsuzlaştırma

Eksenel basma kuvveti altındaki elastik, homojen ve prizmatik bir Euler–Bernoulli kirişi için burkulma denklemi şu şekilde verilir [1]:

$$EI \cdot \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + P \cdot \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = 0$$

Burada,  $E$ : Elastisite modülü (Young modülü),  $I$ : Atalet momenti,  $w(x)$ : Yanal yer değiştirme,  $x$ : Kiriş boyunca eksenel koordinat ve  $P$ : Eksenel basma kuvvetidir.

Boyutsuz eksenel koordinat  $\xi = x/L$  tanımlandığında ve zincir kuralı uygulandığında denklem şu hale gelir:

$$\frac{d^4 w(\xi)}{d\xi^4} + \beta \cdot \frac{d^2 w(\xi)}{d\xi^2} = 0$$

Burada  $\beta = P_{cr} \cdot L^2/EI$  boyutsuz burkulma parametresidir.

### Durum Uzayı Dönüşümü

Sayısal çözüm için dördüncü mertebeden diferansiyel denklem birinci mertebeden sistem haline dönüştürülür [13]:

$$y_1 = w(\xi) y_2 = \frac{dw}{d\xi} y_3 = \frac{d^2 w}{d\xi^2} y_4 = \frac{d^3 w}{d\xi^3}$$

Bu tanımlarla sistem:

$$\frac{dw}{d\xi} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ \beta y_3 \end{bmatrix}$$

şeklini alır. Burada  $\beta$ , eksenel yükün etkisini eğrilikle ilişkilendiren bir parametredir ve kritik burkulma yükünün normalize edilmiş göstergesidir.

### Sınır Şartları

Aşağıdaki klasik sınır şartları değerlendirilmiştir:

P–P (Basit mesnetli–Basit mesnetli):  $w(0) = 0$ ,  $M(0) = 0$ ;  $w(1) = 0$ ,  $M(1) = 0$

C–P (Ankastre–Mafsallı):  $w(0) = 0$ ,  $w'(0) = 0$ ;  $w(1) = 0$ ,  $M(1) = 0$

C–C (Ankastre–Ankastre):  $w(0) = 0$ ,  $w'(0) = 0$ ;  $w(1) = 0$ ,  $w'(1) = 0$

C–F (Ankastre–Serbest):  $w(0) = 0$ ,  $w'(0) = 0$ ;  $M(1) = 0$ ,  $V(1) = 0$

Burada moment  $M = -EI \cdot \frac{d^2w}{d\xi^2}$ , kesme kuvveti ise  $V = -EI \cdot \frac{d^3w}{d\xi^3}$  olarak tanımlanır.

### Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY)

TFY, sistemin dört lineer bağımsız çözümünden oluşan bir temel çözüm ailesi üretir:

$$Y(\xi) = c_1Y_1(\xi) + c_2Y_2(\xi) + c_3Y_3(\xi) + c_4Y_4(\xi)$$

Burada  $Y_i$ , başlangıç vektörlerinden türetilen temel çözümler,  $c_i$  ise sınır şartlarını sağlayan sabitlerdir. Sınır şartları aşağıdaki homojen sistem ile ifade edilir:

$$A(\beta) \cdot c = 0$$

Sıfırdan farklı bir çözüm elde etmek için:

$$\det(A(\beta)) = 0$$

denklemini sağlanmalıdır. Bu determinant denkleminde,  $\beta$  için kök aranır.

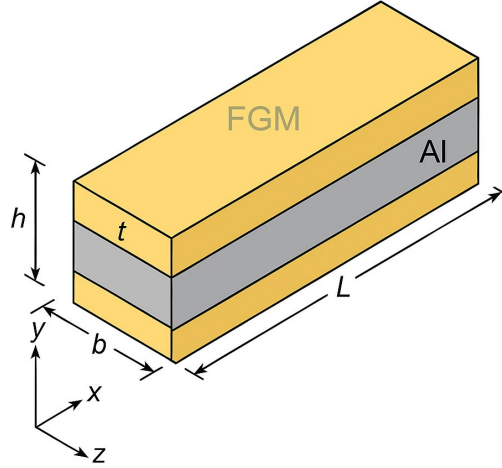
### Sayısal Uygulama

$Y_i(\xi)$  çözüm vektörleri MATLAB® 2025a yazılımında sembolik olarak elde edilmiştir. Durum uzayı sistemi, klasik dördüncü mertebeden Runge–Kutta (RK4) yöntemiyle sayısal olarak entegre edilmiştir. Bu  $\det(A(\beta)) = 0$  eşitliği, fzero gibi kök bulma algoritmaları ile çözülmüştür. TFY–RK4 kombinasyonu, klasik sayısal entegrasyon ve determinant tabanlı analizlerin avantajlarını birleştirerek, kritik burkulma yüklerinin yüksek doğrulukla ve verimli biçimde belirlenmesine olanak tanır.

### SAYISAL SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Bu bölümde, önceki bölümlerde sunulan Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemine (TFY) dayalı analitik formülasyon ve sayısal uygulamaya göre gerçekleştirilen kapsamlı bir sayısal analiz sunulmaktadır. Çalışmanın temel amacı, fonksiyonel gradyanlı (FG) kaplamalarla takviye edilmiş Euler–Bernoulli kirişlerin kritik burkulma davranışını değerlendirmek ve geometrik ile malzeme parametrelerinin boyutsuz burkulma yükü parametresi  $\beta = N_{cr} \cdot L^2/E_1I$  üzerindeki etkilerini araştırmaktır.

İlgili kiriş modeli, Şekil 1’de gösterildiği üzere FGM–Alüminyum–FGM olmak üzere üç yapılı tabakalardan oluşan simetrik bir sistem olarak ele alınmıştır. Burkulma analizi, dört farklı klasik sınır şartı altında çeşitli kaplama kalınlığı oranı  $\lambda = h/H$  ve elastik modül oranı  $\eta = E_2/E_1$  kombinasyonları için gerçekleştirilmiştir: Mafsallı–Mafsallı (P–P), Ankastre–Mafsallı (C–P) Ankastre–Ankastre (C–C) ve Ankastre–Serbest (C–F).



Şekil 1. Kirişin geometrik modeli ve temel ölçüler

### TFY'nin Karşılaştırmalı Doğrulaması

Geliştirilen modelin güvenilirliğini doğrulamak amacıyla TFY ile elde edilen sonuçlar, Wang ve ark. [1] tarafından bildirilen analitik çözümler ve Timoshenko ile Gere [2] tarafından sunulan klasik değerlerle karşılaştırılmıştır. Çizelge 1, homojen bir Euler–Bernoulli kirişi için ( $E = E_1$ ,  $I = \text{sabit}$ ) ilk dört boyutsuz burkulma yükü değerlerini ( $\beta_n$ ) karşılaştırmalı olarak sunar.

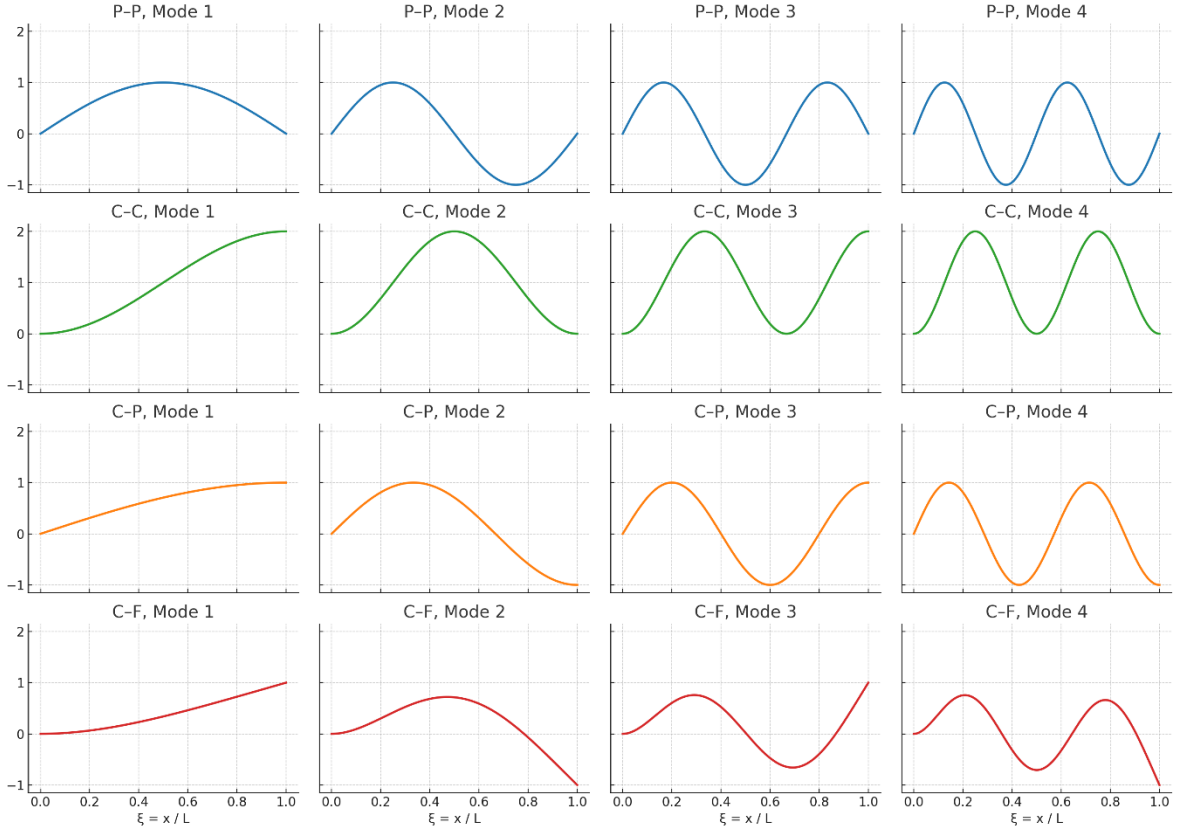
Çizelge 1. İlk dört boyutsuz burkulma yükü değerlerinin karşılaştırılması

Mod No	TFY (Bu Çalışma)	Wang ve ark. [1]	Yıldırım [3]
1	9.8696	9.8696	9.8696
2	39.4784	39.4784	39.4784
3	88.8264	88.8264	88.8264
4	157.9137	157.9137	157.9137

Karşılaştırmalar, TFY tabanlı çözümün literatürdeki değerlerle neredeyse tam uyum sağladığını göstermektedir. Bu sonuçlar, yöntemin hem sayısal doğruluğunu hem de teorik geçerliliğini kanıtlamaktadır.

### Burkulma Mod Şekilleri

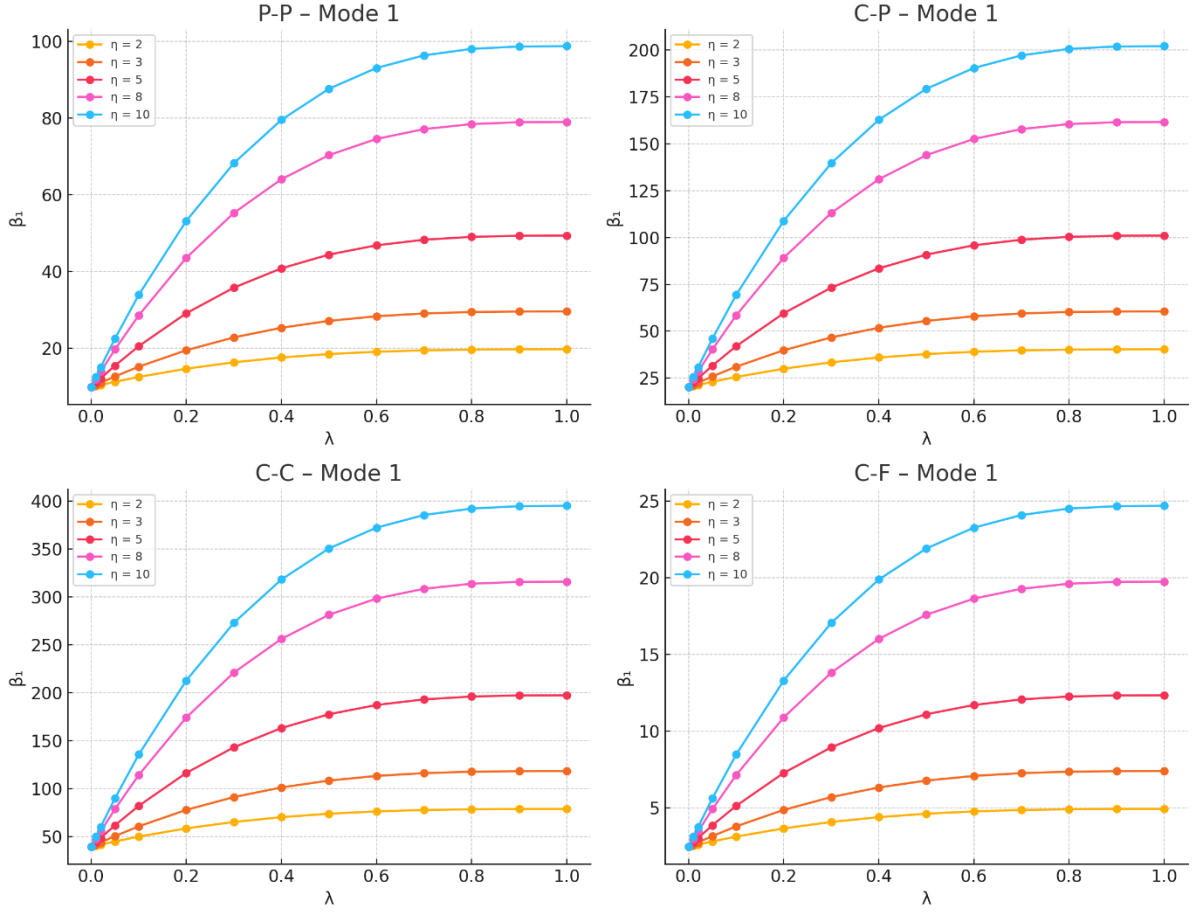
Her bir sınır şartı için ilk dört burkulma mod şekli Şekil 2’de gösterilmiştir. Eğriler, homojen denklem sisteminin çözümüyle elde edilen özfonksiyonlara dayalı olarak çıkarılmıştır. Her mod şekli, klasik Euler–Bernoulli kiriş teorisindeki stabilite davranışıyla uyumlu olup, standart literatürde tanımlanan biçimleri yansıtmaktadır [2].



Şekil 2. Farklı sınır şartları için ilk dört burkulma mod şekilleri

### Kaplama Kalınlığının ( $\lambda = h/H$ ) Etkisi

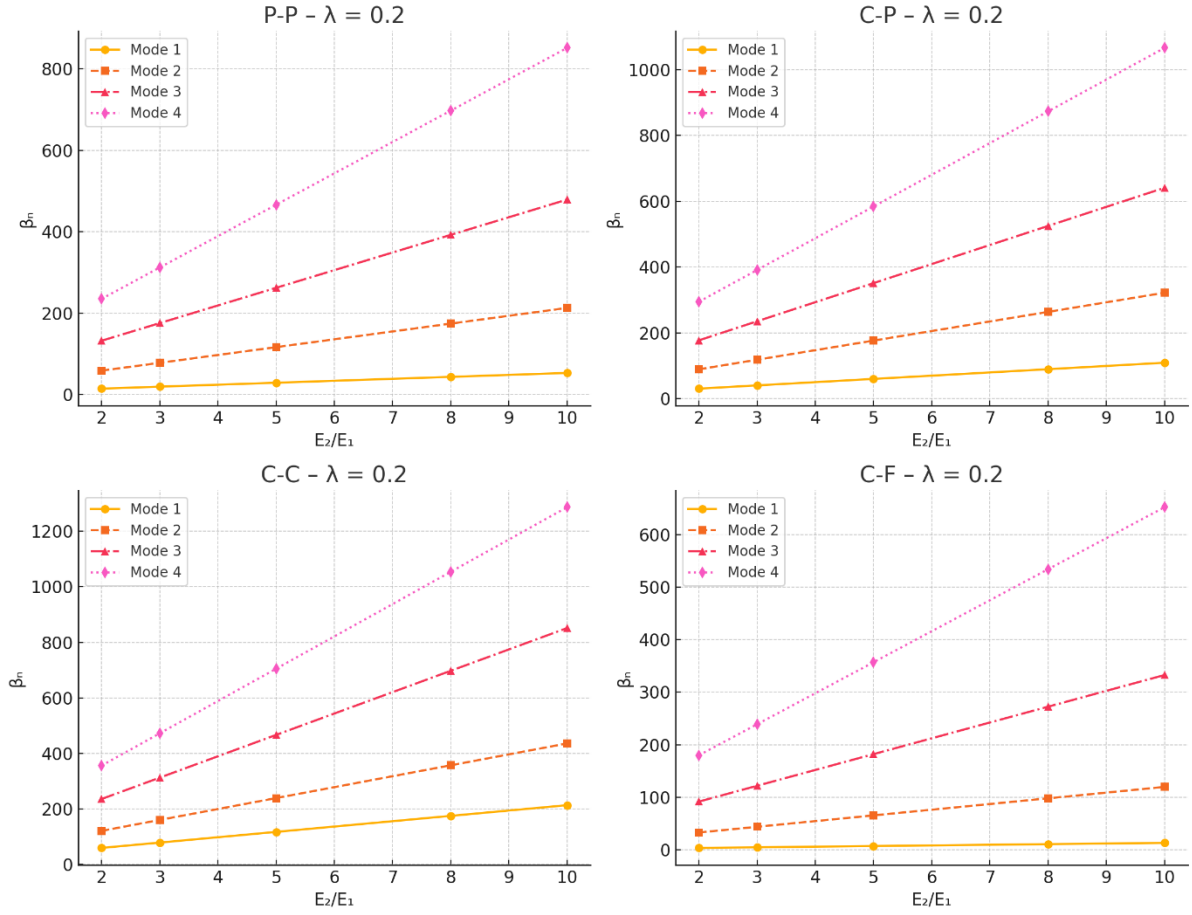
Kaplama kalınlığının burkulma dayanımına olan etkisini incelemek için, elastik modül oranı sabit tutulurken  $\lambda$  parametresi değiştirildi. Şekil 3, farklı  $\eta$  değerleri için burkulma yükü parametresi  $\beta$ 'nin  $\lambda$  ile değişimini göstermektedir.



Şekil 3. Farklı elastik modül oranlarında burkulma yükünün kalınlık oranına bağlı değişimi. Burada  $\lambda$  arttıkça, yüksek modüllü FGM tabakalarının yapıya katkısı artmakta ve bu da rijitliği artırarak burkulma yükünü yükseltmektedir. Özellikle  $\eta = 10$  durumunda, burkulma yükündeki artış çarpıcıdır ve gradyan etkisinin belirginliğini ortaya koymaktadır. Ayrıca  $\eta = 1$  için, yapı neredeyse homojen bir davranış sergilemektedir.

#### Elastik Modül Oranının ( $\eta = E_2/E_1$ ) Etkisi

Şekil 4, sabit bir  $\lambda$  değeri altında elastik modül oranı  $\eta$ 'nın  $\beta$  üzerindeki etkisini sunmaktadır. Farklı modlar için yapılan bu analizler, FG tabakaların rijitlik artışı sayesinde burkulma kapasitesinde ciddi iyileşmeler sağladığını göstermektedir.

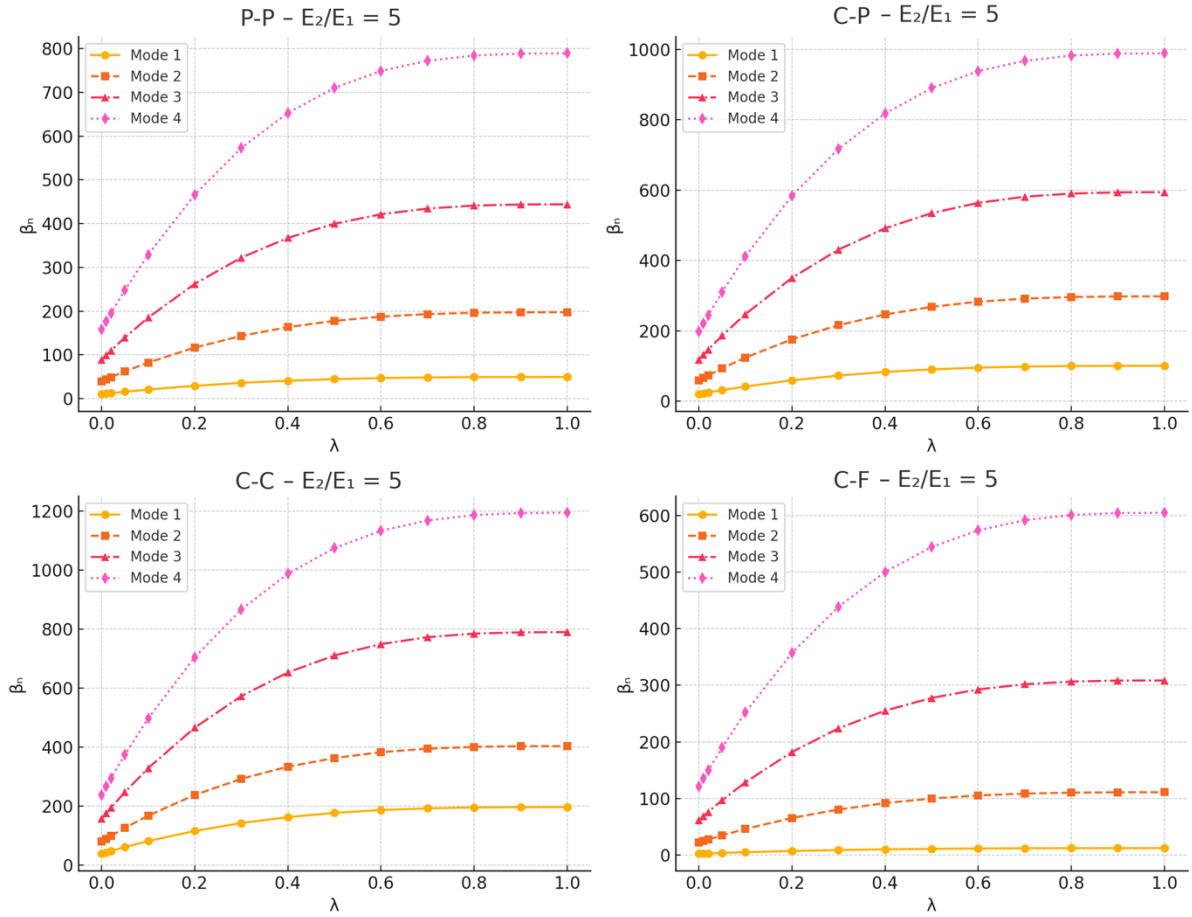


Şekil 4. Sabit kaplama kalınlığı oranı altında burkulma yükünün elastik modül oranına bağlı değişimi.

Artan  $\eta$ , FGM tabakalarının rijitliğini artırarak kritik burkulma yükünü yükseltir. Bu etki özellikle 1. modda, yani global eğilmenin hâkim olduğu modlarda daha belirgindir.

#### Parametrelerinin Birleşik Etkisi ( $\lambda$ ve $\eta$ )

Şekil 5, hem  $\lambda$  hem de  $\eta$  parametrelerinin dört burkulma modu üzerindeki birleşik etkisini kapsamlı şekilde göstermektedir.



Şekil 5. Dört farklı burkulma modu için burkulma yükünün kaplama kalınlığı ve elastik modül oranı parametrelerine bağlı değişimi

En yüksek burkulma dayanımı, hem  $\lambda$  hem de  $\eta$  değerlerinin maksimum olduğu tasarım durumunda elde edilmektedir. Ancak 4. mod gibi daha yüksek mertebeli modlarda, malzeme gradyanına bağlı iyileşme göreceli olarak daha azdır.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, tabakalı malzemelerden oluşan Euler–Bernoulli kirişlerin burkulma davranışı, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemine (TFY) dayalı yaklaşık bir çözüm yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Geliştirilen yaklaşım, yüksek mertebeli sınır değer problemlerinin çözümünde etkili ve doğru bir alternatif sunarak yapısal stabilite analizlerinde yeni bir bakış açısı getirmektedir.

Formülasyon, literatürde yer alan kesin çözümler ve aktarma matrisi temelli modellerle yapılan karşılaştırmalar yoluyla doğrulanmıştır. Yapılan sayısal analizler, farklı sınır şartları altında elastik modül oranı ( $\eta = E_2/E_1$ ) ve kaplama kalınlığı oranı ( $\lambda = h/H$ ) gibi parametrelerin kritik burkulma yükleri üzerindeki etkilerine odaklanmıştır.

Elde edilen başlıca sonuçlar şunlardır:

Küçük  $\eta$  değerleri durumunda, özellikle birinci modda burkulma yükünde belirgin azalmalar gözlenmiştir. Bu, düşük rijitlikteki çekirdek malzemenin genel stabiliteyi sınırlayıcı etkisini göstermektedir.

$\lambda$  oranının artırılması (yani dış FGM tabakalarının kalınlaştırılması), yapının burkulma kapasitesini genel olarak artırmaktadır. Ancak bu artış büyük  $\lambda$  değerlerinde doygunluğa ulaşmaktadır.

Mod şekilleri ve kritik yük değişimleri, klasik burkulma teorisiyle uyumlu fiziksel eğilimler sergilemiş ve modelin güvenilirliğini pekiştirmiştir.

Sonuç olarak, TFY yaklaşımı; yüksek doğruluk, düşük hesaplama maliyeti ve esnek uygulama kabiliyeti sayesinde tabakalı kompozit sistemlerin analizinde yüksek güvenilirlik sunmaktadır.

**Teşekkür** –Yazar, bu çalışmanın akademik yazım sürecindeki profesyonel desteği için Hacer Pekel'e içtenlikle teşekkür eder.

Ayrıca, bu çalışmada sayısal modelleme ve kök bulma uygulamaları için yaygın biçimde kullanılan MATLAB® R2025a sürümüne akademik erişim imkânı sağladığı için The MathWorks, Inc. firmasına özel teşekkür sunulmaktadır.

Bu araştırma kapsamında, herhangi bir fon sağlayıcı şirket, ticari kuruluş, kamu ya da özel kurumdan mali destek alınmamıştır.

#### KAYNAKLAR

- [1] C.M. Wang, C.Y. Wang, J.N. Reddy, *Exact Solutions for Buckling of Structural Members*, CRC Press, 2005.
- [2] S.P. Timoshenko, J.M. Gere, *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill, 1961.
- [3] V. Yildirim, Buckling Analysis of Rectangular Beams Having Ceramic Liners at Its Top and Bottom Surfaces with the help of the Exact Transfer Matrix, *International Journal of Engineering and Applied Sciences*. 187, 13–24, 2021. doi:10.24107/ijeas.865695.
- [4] A.J.M. Ferreira, *MATLAB Codes for Finite Element Analysis: Solids and Structures*, Springer, 2020.
- [5] J.N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, CRC Press, 2004.
- [6] S.P. Timoshenko, D.H. Young, *Elements of Strength of Materials*, Van Nostrand, 1968.
- [7] S.S. Rao, *Mechanical Vibrations*, Pearson, 2010.
- [8] A.S. Sayyad, Y.M. Ghugal, Modeling and analysis of functionally graded sandwich beams: a review, *Composite Structures. Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 26(21),1776–1795, 2019. doi:10.1080/15376494.2018.1447178
- [9] E. Carrera , M. Petrolo, P. Nali, Unified formulation applied to free vibrations finite element analysis of beams with arbitrary section, *Shock and Vibration*, 18, 485–502, 2011. doi: 10.3233/SAV-2010-0528.
- [10] S. Abrate, *Impact on Composite Structures*, Cambridge University Press, 1998.
- [11] M. Şimşek, Buckling of Timoshenko beams composed of two-dimensional functionally graded material (2D-FGM) having different boundary conditions, *Composite Structures*. 149, 304–314, 2016. doi:10.1016/j.compstruct.2011.07.016.
- [12] S.-R. Li, R.C. Batra, Relations between buckling loads of functionally graded Timoshenko and homogeneous Euler–Bernoulli beams, *Composite Structures*. 94(2), 635–642, 2012. doi:10.1016/j.compstruct.2012.07.027.
- [13] S.C. Chapra, R.P. Canale, *Numerical Methods for Engineers*, McGraw-Hill, 2015.



## TABAKALI KOMPOZİT KİRİŞLERDE ALTIN ORANA DAYALI YENİ BİR KARŞIT ÖĞRETME-ÖĞRENME STRATEJİSİ İLE HASAR TESPİTİ

Sebahat Şimşek<sup>1</sup> ve Volkan Kâhya<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 61080  
Trabzon

### ABSTRACT

The growing use of laminated composite structural elements in engineering has made timely and accurate damage detection crucial. Internal damage in composite structures often cannot be seen on the surface, which can seriously affect their performance and safety. Traditional damage detection methods are limited due to high equipment costs, the need for expert interpretation, and lengthy procedures. This study introduces a new vibration-based and optimization-driven approach for effective damage detection. The method combines the Teaching-Learning-Based Optimization (TLBO) algorithm with the Golden Ratio Opposition-Based Learning (GROL) strategy to improve search space exploration. This hybrid algorithm reduces the number of iterations, shortens computation time, and enhances damage localization accuracy. Analyses for various damage scenarios show the high accuracy and efficiency of the proposed method. The findings indicate that the TLBO-GROL-based approach can be a practical and reliable alternative for structural health monitoring in engineering applications.

Keywords: damage detection; laminated composite beam; optimization.

### ÖZET

Tabakalı kompozitlerin bir yapı elemanı olarak mühendislik uygulamalarında giderek artan kullanımı, bu tür malzemelerin maruz kalabileceği hasarların erken ve doğru tespitini zorunlu kılmaktadır. Bu tür yapılarda oluşabilecek iç hasarlar çoğu zaman yüzeyden görülememekte ve bu da yapının performansını ve güvenliğini ciddi şekilde tehlikeye atabilmektedir. Geleneksel hasar tespit yöntemleri, yüksek donanım maliyetleri, uzman kullanıcı gereksinimi ve zaman alıcı süreçler nedeniyle sınırlı uygulanabilirliğe sahiptir. Bu çalışmada, titreşim verilerini kullanan ve optimizasyona dayalı yeni bir hasar tespit yaklaşımı önerilmiştir. Önerilen yöntemde, Öğretme-Öğrenme Tabanlı Optimizasyon (TLBO) algoritması ile Altın Oran Karşıt Öğrenme (GROL) stratejisi birleştirilerek arama uzayının daha verimli taranması sağlanmıştır. Bu hibrit algoritma sayesinde iterasyon sayısı azaltılmış, hesaplama süresi kısaltılmış ve hasar yerlerinin doğruluğu artırılmıştır. Çeşitli hasar senaryoları için gerçekleştirilen analizler, yöntemin yüksek doğruluk oranı ile etkili bir şekilde çalıştığını göstermiştir. Sonuçlar, yöntemin mühendislik uygulamalarında pratik ve güvenilir bir alternatif olabileceğine işaret etmektedir.

Anahtar kelimeler: hasar tespiti; tabakalı kompozit kiriş; optimizasyon.

## GİRİŞ

Tabakalı kompozitler, dayanım, korozyon direnci ve tasarım esnekliği gibi üstün özellikleri nedeniyle havacılıktan inşaat mühendisliğine, otomotivden denizcilik sektörüne kadar pek çok yapısal uygulamada yaygın şekilde kullanılmaktadır. Bu malzemeler, zorlu çevre koşullarında yüksek performans ve uzun yorulma ömrü sunar. Ancak tüm bu avantajlarına rağmen kompozitlerdeki hasar mekanizmaları oldukça karmaşık olup tam olarak anlaşılabilmiş değildir. Tabakalı kompozitler, delaminasyon, matris çatlağı, lif-matris ayrılması ve lif kırılması gibi çeşitli hasar türlerine karşı özellikle hassastır ve bu hasarlar yapısal bütünlük ile güvenliği ciddi şekilde tehdit edebilir [1–3]. Bu tür hasarların çoğu içsel olduğundan ve yüzeyden doğrudan görülemediğinden geleneksel denetim yöntemleri (örneğin görsel muayene veya ultrasonik testler) özellikle yapının ulaşılması zor bölgelerinde oluşan gizli hasarları tespit etmekte yetersiz kalmaktadır [2–4]. Bu durum, daha etkili hasar tespit stratejilerine olan ihtiyacı artırmaktadır.

Bu bağlamda, titreşim tabanlı hasar tespit teknikleri önemli ölçüde ilgi görmektedir. Bu yöntemler, kompozit yapıların sağlığını tahribatsız ve verimli bir şekilde değerlendirme imkânı sunmaktadır. Doğal frekanslar, mod şekilleri, sönüm oranları ve modal esneklik gibi titreşim özelliklerindeki değişimleri analiz ederek hasar yerleri ve şiddetleri yüksek doğrulukla tahmin edilebilir [3, 5–9]. Örneğin modal analiz, yapının hasara verdiği titreşimsel tepkileri ortaya koyarken [10–14], eğrilik mod şekilleri ve frekans tepki fonksiyonları titreşim desenlerindeki değişikliklerle lokal hasarları gösterebilir [15–20]. Bu teknikler, kompozit malzemelerde oluşan küçük hasarların tespitinde bile etkili sonuçlar vermektedir. Ancak tüm avantajlarına rağmen çevresel gürültüye duyarlılık ve büyük ya da karmaşık yapılarda hasarın yerini tam olarak belirlemede yaşanan zorluklar gibi bazı sınırlamalar mevcuttur. Ayrıca, hasarın erken evrelerinde titreşim özelliklerindeki değişikliklerin çok az olması nedeniyle gelişmiş tespit tekniklerine ve güçlü optimizasyon algoritmalarına ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu noktada, hasar tespit problemi kısıtsız bir optimizasyon problemi olarak ele alınmakta ve ölçülen titreşim verileriyle modelden elde edilen veriler arasındaki farkı minimize etmek hedeflenmektedir. Hasarın yeri ve şiddeti bilinmeyen değişkenler olarak kabul edilmekte ve bir amaç fonksiyonu en aza indirilerek tahmin edilmektedir. Genetik Algoritma (GA), Parçacık Sürü Optimizasyonu (PSO), Diferansiyel Evrim (DE), Armoni Arama (HS), Öğretme-Öğrenme Tabanlı Optimizasyon (TLBO) gibi birçok sezgisel optimizasyon yöntemi bu amaçla başarıyla kullanılmaktadır [12, 14, 21–28].

Her ne kadar titreşim tabanlı yöntemler tabakalı kompozit kirişlerde hasar tespiti konusunda önemli potansiyel sunsa da bazı pratik kısıtlamalarla karşı karşıyadır. Özellikle, optimizasyon tabanlı yaklaşımlar çok sayıda iterasyon ve hesaplama gerektirdiği için yüksek hesaplama maliyetine sahiptir. Ayrıca, GA ve PSO gibi bazı geleneksel algoritmalar erken yakınsamaya eğilimli olup, bu da optimum olmayan çözümlerle sonuçlanabilir. Son yıllarda, hibrit algoritmalar ve makine öğrenmesi destekli optimizasyon teknikleri yardımıyla doğruluk ve verimlilik artırılmaya çalışılsa da hâlâ hesaplama maliyeti, yakınsama kararlılığı ve tespit doğruluğu arasında denge kurabilecek yöntemlere ihtiyaç vardır. Bu çalışma, TLBO algoritmasını Altın Orana Dayalı Karşıt Öğrenme (GROL) stratejisiyle birleştirerek arama kalitesini artırarak iterasyon sayısını azaltmayı ve böylece hesaplama verimliliğini arttırmayı amaçlamaktadır. TLBO ve GROL'un güçlü yönlerinden yararlanan bu yaklaşım hem daha hassas hasar tespiti hem de önemli ölçüde zaman tasarrufu sağlamaktadır. Bu da tabakalı kompozit kirişler için titreşim tabanlı hasar tespit yöntemlerinin gelişimine katkı sunmaktadır.

Bu çalışmada, öncelikle sonlu eleman modeli, Guyan indirgeme tekniği, TLBO algoritması ve GROL yaklaşımının kuramsal temelleri sunulmuştur. Ardından, önerilen hasar tespit yöntemi açıklanmış ve çoklu hasar içeren bir senaryo üzerinden tabakalı kompozit konsol kiriş modeli üzerinde sayısal olarak test edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, yöntemin doğruluğunu, hızlı yakınsama yeteneğini ve yanlış pozitif tespitlere karşı olan dayanıklılığını ortaya koymuş; klasik TLBO algoritması ile karşılaştırmalı analizlerle desteklenmiştir. Son kısımda ise genel değerlendirmelere ve çalışmadan elde edilen temel bulgulara yer verilmiştir.

## TEORİK FORMÜLASYON

### Sonlu Eleman Modeli

Genel tabakalı kompozit kirişlerin sonlu eleman analizlerinde daha önce yazarlar tarafından geliştirilen ve anizotropik yapıların çeşitli problemlerinde kullanılan Şekil 1'deki 13 serbestlik dereceli kiriş elemanı kullanılmıştır [22, 29-32]. Bu eleman, malzeme anizotropisinden kaynaklanan eğilme-uzama, eğilme-burulma ve uzama-burulma etkileşimlerini dikkate alması bakımından avantaj sağlamaktadır. Modelin detaylı formülasyonu ilgili kaynaklarda sunulmuştur [29-31].

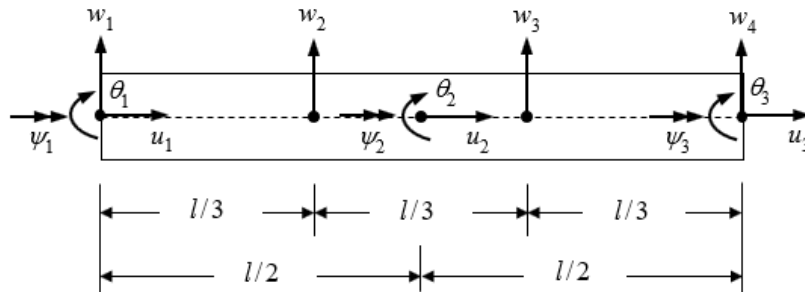
Birinci mertebe kayma deformasyon teorisine göre yer değiştirme alanı

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= u_0(x, t) + z\theta(x, t), \\ v(x, z, t) &= z\psi(x, t), \\ w(x, z, t) &= w_0(x, t) \end{aligned} \quad (1)$$

şeklinde kabul edilsin. Burada,  $u$ ,  $v$  ve  $w$  kirişin herhangi bir noktasında sırasıyla  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yönlerindeki yer değiştirme bileşenlerini,  $u_0$  ve  $w_0$  sırasıyla  $z = 0$ 'da ölçülen yatay ve düşey yer değiştirmeleri,  $\theta$  ve  $\psi$  kiriş orta düzlemine ait normalin  $y$  ve  $x$  eksenleri etrafında dönmesini ve  $t$  zamanı göstermektedir. Sonlu eleman formülasyonu için yer değiştirme bileşenleri (alan değişkenleri) aşağıdaki gibi kabul edilmiştir:

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{i=1}^3 \Omega_i(x) u_i(t), \quad w_0 = \sum_{i=1}^4 \Psi_i(x) w_i(t), \\ \theta &= \sum_{i=1}^3 \Omega_i(x) \theta_i(t), \quad \psi = \sum_{i=1}^3 \Omega_i(x) \psi_i(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Burada,  $\Omega(x)$  ve  $\Psi(x)$  sırasıyla ikinci ve üçüncü dereceden Lagrange polinomlarıdır.



Şekil 1. 13 serbestlik dereceli kiriş elemanı

Lagrange enerji ilkesi kullanılarak tabakalı kompozit kiriş elemanı için hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e = \mathbf{0} \quad (3)$$

Burada,  $\mathbf{M}_e$  ve  $\mathbf{K}_e$  sırasıyla eleman kütle ve rijitlik matrislerini,  $\mathbf{u}_e$  ve  $\ddot{\mathbf{u}}_e$  ise sırasıyla düğüm noktaları yer değiştirme ve ivme vektörlerini göstermektedir.

Hasar modellemesi için her elemana 0 ile 1 arasında değişen rijitlik kaybı parametresi ( $\alpha_e$ ) atanmıştır. Bu yaklaşım literatürde yaygın olarak tercih edilmektedir [14, 27, 33, 34]. Burada, hasar sadece rijitlik matrisini etkilerken, kütle matrisinde değişiklik yapılmamaktadır. Buna göre hasarlı eleman için rijitlik matrisi

$$\mathbf{K}_e^D = (1 - \alpha_e) \mathbf{K}_e^U \quad (0 \leq \alpha_e \leq 1) \quad (4)$$

Şeklinde yazılır. Burada,  $D$  ve  $U$  üst simgeleri sırasıyla hasarlı ve hasarsız durumları belirtmektedir.  $\alpha_e = 0$  ile hasarsız durum,  $\alpha_e = 1$  ile de tam göçme durumu ifade edilmektedir. Bu varsayımla yapı genelinde global kütle ve rijitlik matrisleri sırasıyla  $\mathbf{M} = \Sigma \mathbf{M}_e^U$ ,  $\mathbf{K} = \Sigma (1 - \alpha_e) \mathbf{K}_e^U$  şeklinde elde edilir. Buna göre, kiriş serbest titreşimleri için global matris formda hareket denklemi

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{0} \quad (5)$$

şeklinde dir. Burada,  $\mathbf{U}$  sistem bilinmeyen yer değiştirme vektörünü göstermektedir. (5) denkleminin çözümü  $\mathbf{U} = \Phi e^{i\omega t}$  ( $i = \sqrt{-1}$ ) şeklinde varsayılırsa aşağıdaki standart özdeğer problemi elde edilir:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\Phi = \mathbf{0} \quad (6)$$

Burada  $\omega$  doğal frekansları,  $\Phi$  ise bunlara karşılık gelen mod şekil vektörlerini göstermektedir.

### Guyan İndirgeme Tekniği

Bir yapının sonlu eleman modeli, çok sayıda serbestlik derecesi üretir ve bu durum son derece büyük sistem matrisleri elde edilmesine neden olur. Ancak, deneysel ölçümlerde titreşim verileri genellikle sınırlı sayıda serbestlik derecesi üzerinden elde edilebilir. Hasar tespiti ve yapı sağlığı izlemesi amacıyla büyük ölçekli modelin titreşim verileriyle deneysel ölçümleri karşılaştırabilmek için sistemin sonlu eleman matrisleri bir model indirgeme yöntemiyle sadeleştirilebilir. Bu çalışmada bunun için Guyan indirgeme tekniği [35] tercih edilmiştir.

Guyan ya da statik indirgeme aşağıdaki statik denge denklemini kullanır [36]:

$$\mathbf{K}_n \mathbf{X}_n = \mathbf{F}_n \quad (7)$$

Burada  $\mathbf{K}_n$  rijitlik matrisi,  $\mathbf{X}_n$  yer değiştirme vektörü ve  $\mathbf{F}_n$  ise kuvvet vektörüdür. Bu denklem aşağıdaki gibi bölümlenebilir:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ad} \\ \mathbf{K}_{da} & \mathbf{K}_{dd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_a \\ \mathbf{X}_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_a \\ \mathbf{F}_d \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Alt indislerde  $a$  aktif serbestlik derecelerini,  $d$  ise silinecek serbestlik derecelerini temsil etmektedir.  $F_d = 0$  olduğu varsayılırsa, (8) ifadesinin ikinci satırı aşağıdaki gibi sadeleşir:

$$\mathbf{X}_d = -\mathbf{K}_{dd}^{-1} \mathbf{K}_{da} \mathbf{X}_a \quad (9)$$

Bu ise aşağıdaki koordinat dönüşüm ilişkisini verir:

$$\mathbf{X}_n = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_a \\ \mathbf{X}_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{dd}^{-1} \mathbf{K}_{da} \end{Bmatrix} \mathbf{X}_a = \mathbf{T}_G \mathbf{X}_a \quad (10)$$

Burada,  $I$  birim matristir. Dönüşüm matrisi  $T_G$ , enerji denge denkleminde uygulandığında indirgenmiş rijitlik ve kütle matrisleri aşağıdaki şekilde elde edilirler [35-36]:

$$\mathbf{K}_a = \mathbf{T}_G^T \mathbf{K}_n \mathbf{T}_G, \quad \mathbf{M}_a = \mathbf{T}_G^T \mathbf{M}_n \mathbf{T}_G \quad (11)$$

Burada,

$$\mathbf{K}_a = \mathbf{K}_{aa} - \mathbf{K}_{ad} \mathbf{K}_{dd}^{-1} \mathbf{K}_{da} \quad (12)$$

$$\mathbf{M}_a = \mathbf{M}_{aa} - \mathbf{K}_{ad} \mathbf{K}_{dd}^{-1} \mathbf{M}_{da} - \mathbf{M}_{ad} \mathbf{K}_{dd}^{-1} \mathbf{K}_{da} + \mathbf{K}_{ad} \mathbf{K}_{dd}^{-1} \mathbf{M}_{dd} \mathbf{K}_{dd}^{-1} \mathbf{K}_{da} \quad (13)$$

olarak tanımlıdır. Guyan indirgemesi statik denge prensibine dayandığından rijitlik korunur; ancak atalet kuvvetleri ihmal edilir. Bu nedenle indirgenmiş modelin özdeğerleri (doğal frekansları) tam modele göre daha yüksek olur. Bu yaklaşımla elde edilen sonuçların doğruluğu, korunan serbestlik derecelerinin konumuna ve hedeflenen mod şekillerine bağlıdır. Ancak, ilk birkaç mod genellikle daha az hata içerdiğinden daha güvenilir sonuçlar üretmektedir.

### Öğretme Öğrenme Tabanlı Optimizasyon (TLBO)

TLBO algoritması, Rao ve arkadaşları tarafından eğitim ortamlarında gözlemlenen bilgi aktarımı mekanizmalarından esinlenerek geliştirilmiş popülasyon tabanlı bir sezgisel optimizasyon yöntemidir [37]. Başlangıçta mekanik tasarım problemleri için önerilen bu algoritma, zamanla farklı mühendislik alanlarında pek çok karmaşık optimizasyon problemini çözmekte başarıyla kullanılmıştır [38]. TLBO'nun önemli bir avantajı, algoritmanın herhangi bir parametre ayarına ihtiyaç duymamasıdır. Bu yönüyle hem uygulanması kolay hem de hesaplama açısından verimlidir. Bu özellikleri sayesinde TLBO, yüksek boyutlu optimizasyon problemleri için etkili bir yöntem olarak öne çıkmaktadır.

Algoritma iki aşamadan oluşur: Öğretmen Aşaması ve Öğrenci Aşaması İlk aşamada, tüm popülasyondaki en iyi çözüm öğretmen olarak kabul edilir ve öğretmen, sınıfın ortalama sonucunu artırmak için bilgilerini öğrencilere aktarır.  $i$ . öğrenciyi temsil eden çözüm vektörü  $\mathbf{x}_i = (x_i^1 \ x_i^2 \ \dots \ x_i^D)$  ( $i = 1, 2, \dots, NP$ ) olmak üzere, sınıftaki en iyi öğrenci, öğretmen  $\mathbf{x}_{teacher}$  olarak atanır. Burada  $NP$  popülasyon büyüklüğünü ve  $D$  değişken (ders konuları) sayısını temsil etmektedir. Öğretmen aşamasında bilginin aktarımı süreci aşağıdaki matematik işlemlerle gerçekleştirilir.

$$\mathbf{x}_i^{new} = \mathbf{x}_i^{old} + \mathbf{rand} \cdot (\mathbf{x}_{teacher} - T_F \cdot \mathbf{x}_{mean}) \quad (14)$$

Bu ifadede,

$$\mathbf{x}_{mean} = \frac{1}{NP} \sum_{i=1}^{NP} \mathbf{x}_i \quad (15)$$

tüm öğrencilerin ortalama bilgi seviyesini ve **rand** 0 ila 1 arasında değişen rastgele bir vektörü göstermektedir.  $T_F$  öğretim faktörü olup

$$T_F = \text{round}(1 + \text{rand}(1, D)) \quad (16)$$

şeklinde değeri 1 veya 2 olan bir katsayıdır. Eğer  $\mathbf{x}_i^{\text{new}}$ ,  $\mathbf{x}_i^{\text{old}}$  çözümünden daha iyiye bu muhafaza edilir, diğeri atılır. Öğrenci aşamasında, bir öğrenci performansını daha da geliştirmek için rastgele olarak diğere öğrencilerle etkileşime girer. Öğrenci  $\mathbf{x}_i$  ile rastgele seçilen başka bir öğrenci  $\mathbf{x}_j$  ( $j \neq i$ ) arasındaki öğrenme süreci aşağıdaki denklemle ifade edilebilir:

$$\mathbf{x}_i^{\text{new}} = \begin{cases} \mathbf{x}_i^{\text{old}} + \text{rand} \cdot (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j), & F(\mathbf{x}_i) \leq F(\mathbf{x}_j) \\ \mathbf{x}_i^{\text{old}} + \text{rand} \cdot (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i), & F(\mathbf{x}_i) > F(\mathbf{x}_j) \end{cases} \quad (17)$$

Burada,  $F(\mathbf{x})$  amaç fonksiyonunu göstermektedir. Eğer  $\mathbf{x}_i^{\text{new}}$ ,  $\mathbf{x}_i^{\text{old}}$  çözümünden daha iyiye bu muhafaza edilerek, diğere vektör atılır.

### Karşıtlı Öğrenme (OBL)

Karşıtlı Öğrenme (OBL), optimizasyon sürecinde başlangıç nüfusunu hem mevcut hem de karşıtlı çözümlerle değerlendirerek arama alanını daha verimli taramayı hedefleyen bir yaklaşımdır. Meta-sezgisel algoritmalarda başlangıç konumlarının çözüme yakınlığı yakınsama sürecini doğrudan etkiler. OBL, herhangi bir çözümün veya onun karşıtlının global optimuma daha yakın olabileceği varsayımıyla çalışır ve bu sayede rasgele yöntemlere göre yaklaşık %12 oranında daha yüksek başarı olasılığı sağlar [39].

Bir gerçel sayının karşıtlı aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$x' = a + b - x \quad (18)$$

D boyutlu bir uzayda her bileşeni  $[a_d, b_d]$  aralığında olan  $X = (x_1, x_2, \dots, x_D)$  çözüm vektörü için karşıtlı nokta

$$x'_d = a_d + b_d - x_d \quad (19)$$

şeklinde hesaplanır. OBL'nin önemli bir avantajı da parametre ayarı gerektirmemesidir.

### Altın Orana Dayalı Karşıtlı Öğrenmeli TLBO (GROL-TLBO)

Karşıtlı öğrenme mantığının TLBO algoritmasına entegrasyonu nüfus çeşitliliğini artırarak daha hızlı ve kararlı yakınsama sağlamaktadır [40]. Bu çalışmada, Altın Oran ( $\varphi$ ) ilkesi OBL yapısına dâhil edilerek GROL-TLBO algoritması önerilmiştir. Bu yapı, başlangıç nüfusunda çeşitliliği artırarak lokal minimumlara takılma riskini azaltır ve küresel optimuma ulaşmayı kolaylaştırır. GROL-TLBO'nun temel adımları şu şekildedir:

1. Başlangıç nüfusu ( $NP$ ) ve maksimum iterasyon sayısı belirlenir.
2. Nüfus, alt-üst sınırlar içinde rastgele oluşturulur.
3. Her birey için Altın Orana dayalı karşıtlı nüfus (GROP) üretilir:

$$x_{GROP} = a + \varphi(b - x) \quad (20)$$

4. GROP ve orijinal nüfus birleştirilerek en iyi bireyler seçilir.

5. TLBO'ya göre öğretmen ve öğrenci aşamaları gerçekleştirilir.
6. Dinamik sıçrama mekanizması uygulanarak yeni GROP oluşturulur:

$$x' = a + \varphi(b - x) \quad (\text{Şarta bağlı}) \quad (21)$$

7. Yeni bireyler değerlendirilir ve en iyi NP birey seçilir.
8. Durdurma kriteri sağlanana kadar 3-7 nolu adımlar tekrar edilir.

Bu algoritma, TLBO'nun güçlü arama yeteneğini OBL'nin stratejik çeşitliliği ile birleştirerek özellikle karmaşık mühendislik optimizasyon problemlerinde yüksek başarı sağlamaktadır.

### Önerilen Hasar Tespit Metodolojisi

Titreşim tabanlı yapısal hasar tespiti için kullanılan optimizasyon problemi aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\min F(A) \quad (22)$$

Burada  $F(A)$ , minimize edilmesi gereken amaç fonksiyonunu,  $A$  yapının sonlu elemanlarına karşılık gelen rijitlik kaybı katsayılarından oluşan vektörü ve  $n_e$ , sonlu eleman sayısını ifade etmektedir. Bu çalışmada, amaç fonksiyonu ölçülen ve hesaplanan dinamik özellikler arasındaki farkı niceliksel olarak değerlendirmek üzere aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

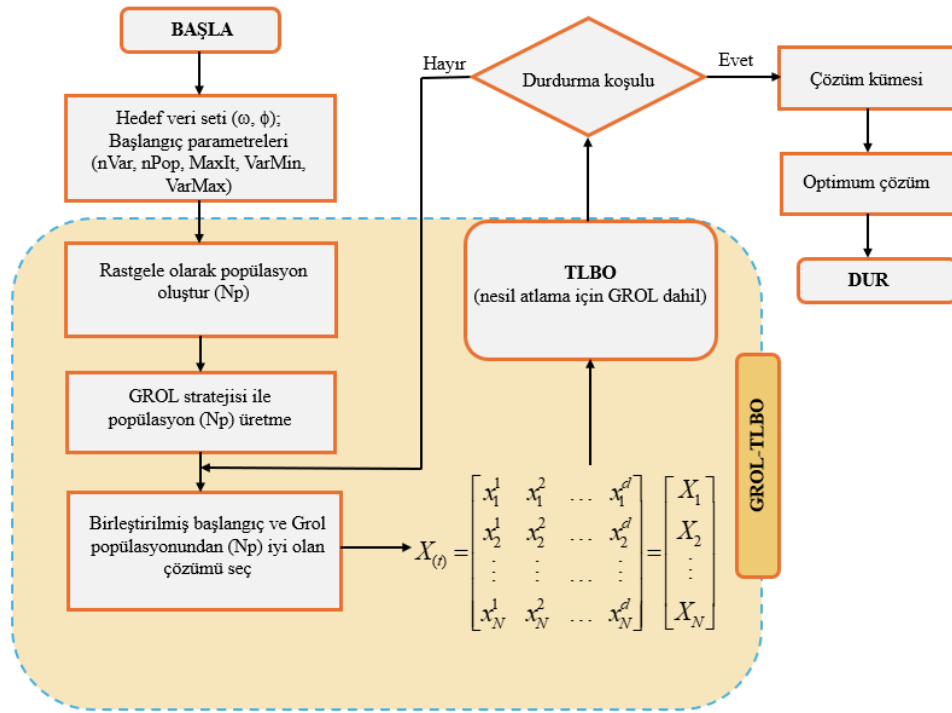
$$F = w_1 \sum_{i=1}^{n_m} \left( \frac{\omega_i^t - \omega_i^c}{\omega_i^t} \right)^2 + w_2 \sum_{i=1}^{n_m} (1 - MAC(\phi_i^t, \phi_i^c)) \quad (23)$$

Burada  $\omega_i^t$  ve  $\omega_i^c$ , sırasıyla  $i$ 'nci doğal frekansın ölçülen (hedef) ve hesaplanan değerlerini;  $\phi_i^t$  ve  $\phi_i^c$ ,  $i$ 'nci mod şekillerini;  $n_m$  analizde dikkate alınan mod sayısını,  $w_1$  ve  $w_2$  ise frekans ve mod şekillerine ait ağırlık katsayılarını temsil eder. Literatürdeki çalışmalara dayanarak bu katsayılar  $w_1 = w_2 = 1$  olarak alınmıştır [41]. Mod şekilleri arasındaki benzerliği değerlendirmek için modal analizde yaygın olarak kullanılan Modal Güvence Kriteri (MAC) değeri kullanılmaktadır [42].

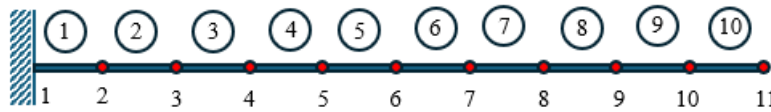
Şekil 2'de, önerilen hasar tespit yaklaşımının akış diyagramı verilmiştir. Bu yöntemde amaç, her bir sonlu eleman için rijitlik kaybı katsayılarını tanımlayan karar değişkenleri üzerinden amaç fonksiyonunu minimize etmektir. Gerçek hasar senaryosuna uygun bir çözümde bu fonksiyon değeri sıfıra yakınsamakta ve böylece yapının dinamik davranışı ile hesaplanan sonuçlar yüksek uyum göstermektedir.

### SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde, TLBO algoritması ile Altın Orana Dayalı Karşıt Öğrenme (GROL) stratejisinin birleşiminden oluşan hibrit hasar tespit yönteminin doğruluğu ve etkinliği sayısal olarak değerlendirilmiştir. Yöntem, genel tabaka yerleşimine sahip tabakalı kompozit kirişlerde farklı hasar senaryolarına uygulanmıştır. Bu amaçla,  $[30/50]_2$  dizilimli ve her tabakası aynı elastik kompozit malzemeden oluşan tabakalı kompozit konsol kiriş modeli kullanılmıştır. Kirişin uzunluğu  $L = 381$  mm, en kesiti ise  $b = h = 25,4$  mm olarak seçilmiştir. Ortotropik lamina için malzeme özellikleri elastisite modülleri  $E_1 = 144,8$  GPa,  $E_2 = E_3 = 9,65$  GPa, kayma modülleri  $G_{12} = G_{13} = 3,45$  GPa, Poisson oranı  $\nu = 0,30$  ve yoğunluk  $\rho = 1389,23$  kg/m<sup>3</sup>'tür.



Şekil 2. Önerilen hasar tespit yönteminin akış şeması



Şekil 3. Konsol tabakalı kompozit kiriş modelinin sonlu eleman ağı ve eleman numaralandırması

Yakınsama analizi sonucunda kirişin 10 sonlu elemana bölünmesi hem hesaplama verimliliği hem de model doğruluğu açısından yeterli bulunmuştur. Model, aksenal uzama, eğilme ve burulma etkileri arasındaki etkileşimi de doğru şekilde yansıtmaktadır. Sonlu eleman ağı ve eleman numaralandırması Şekil 3'te verilmiştir.

Yöntemin performansını değerlendirmek üzere, kirişin 3, 4 ve 8 nolu elemanlarında sırasıyla 0,3, 0,1 ve 0,1 değerinde rijitlik kaybı olduğu varsayılmıştır. Dikkate alınan çoklu hasar senaryosu için nüfus büyüklüğü ( $NP$ ) TLBO algoritmasında 30, GROL-TLBO algoritmasında ise 20 olarak belirlenmiştir. Algoritmanın rastlantısal (stokastik) yapısı nedeniyle senaryo beş bağımsız çalıştırma ile test edilmiştir. Senaryoya ait hasar tespit sonuçları ve çoklu denemelerden elde edilen istatistiksel veriler Çizelge 1'de sunulmuştur. Sonuçlar, GROL-TLBO algoritmasının stabil ve güvenilir bir yakınsama performansı sergilediğini, hasar parametrelerini doğru şekilde yakaladığını göstermektedir. Çoklu hasar senaryosunda elde edilen tutarlılık, önerilen yöntemin etkinliğini ortaya koymaktadır.

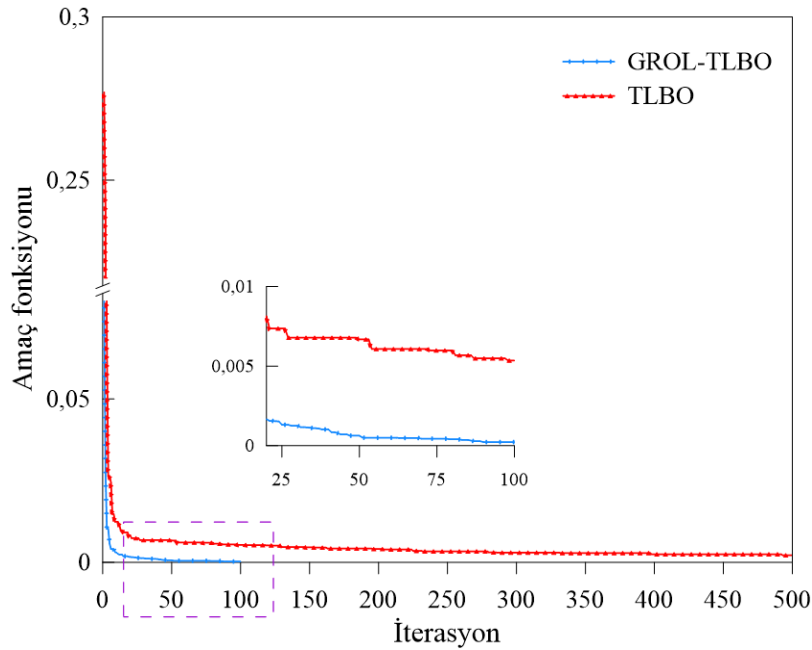
Şekil 4'te, klasik TLBO algoritması ile önerilen GROL-TLBO algoritmasının yakınsama davranışı karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. GROL stratejisinin TLBO algoritmasına entegrasyonu yakınsama hızında belirgin bir iyileşme sağlamaktadır. Klasik TLBO algoritması yaklaşık 500 iterasyonda kabul edilebilir doğruluğa ulaşırken, GROL-TLBO

algoritması aynı doğruluk seviyesini yaklaşık 100 iterasyonda sağlamaktadır. Bu sonuç, GROL-TLBO algoritmasının hesaplama verimliliği açısından üstünlüğünü ortaya koymaktadır.

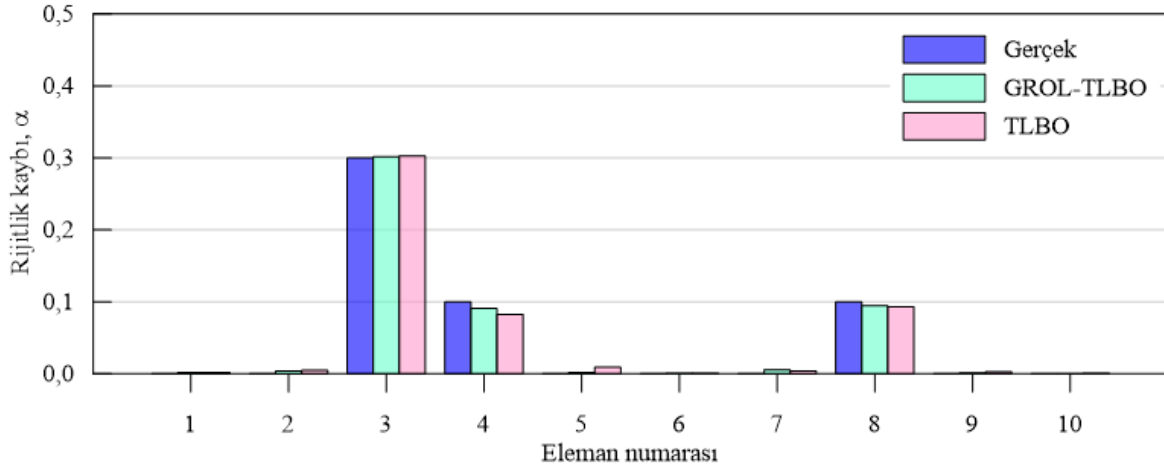
Şekil 5'te hasar tespit sonuçları karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. GROL-TLBO algoritması, 3 ve 4 numaralı elemanlardaki hasarı yüksek doğrulukla tespit etmiş, 8 numaralı eleman için ise küçük bir sapma ile sonuç üretmiştir. Buna karşın, klasik TLBO algoritması özellikle 8 numaralı elemanda daha belirgin bir hata göstermiştir. Elde edilen sonuçlar, GROL-TLBO yönteminin çoklu ve düzensiz hasar dağılımlarını yüksek doğrulukla tespit edebildiğini ve klasik TLBO'ya kıyasla daha güvenilir bir yaklaşım sunduğunu göstermektedir.

Çizelge 1. Önerilen yöntemle elde edilen hasar tespit sonuçları

Koşum #	Hasar Şiddeti			Amaç Fonksiyonu
	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_8$	
1	0,2975	0,0956	0,0965	$2,263 \times 10^{-4}$
2	0,3004	0,0960	0,0998	$9,373 \times 10^{-5}$
3	0,3044	0,0854	0,0934	$3,375 \times 10^{-4}$
4	0,3015	0,0937	0,0952	$1,888 \times 10^{-4}$
5	0,3054	0,0824	0,0873	$3,822 \times 10^{-4}$
En iyi değer	0,3004	0,0960	0,0998	-
Ortalama değer	0,3018	0,0906	0,0944	-
Standart sapma	0,0028	0,0056	0,0041	-



Şekil 4. GROL-TLBO ve TLBO tabanlı yöntemin yakınsaması



Şekil 5. Hasar tespit sonuçları

Konsol giriş modeli üzerinden yapılan değerlendirme çalışmasında görelî hata oranları Çizelge 2’de sunulmuştur. Görelî hata, aşağıdaki ifadeye göre hesaplanmıştır:

$$\text{Hata (\%)} = \frac{|\alpha_{\text{gerçek}} - \alpha_{\text{tahmin}}|}{\alpha_{\text{gerçek}}} \times 100 \quad (24)$$

Elde edilen sonuçlar, yapısal hasar tespitinde GROL-TLBO algoritmasının klasik TLBO algoritmasına kıyasla üstün performans sergilediğini göstermektedir. GROL-TLBO, hasarın hem konumunu hem de şiddetini yüksek doğrulukla tahmin etmiş ve düşük hata oranları ile gerçek değerlere oldukça yakın sonuçlar üretmiştir. Özellikle birden fazla elemanda hasar içeren karmaşık senaryolarda dahi yöntem tutarlı ve güvenilir bir şekilde çalışmıştır. Bu sonuçlar, GROL-TLBO algoritmasının yalnızca doğruluğunu değil, aynı zamanda çoklu hasar senaryolarında gösterdiği kararlılığı da ortaya koymakta ve yöntemin yapısal sağlık izleme uygulamaları için uygun bir yaklaşım olduğunu teyit etmektedir.

Çizelge 2. Konsol giriş için hasar tespit sonuçları ve hata oranları

Gerçek hasar		Hasar tespit sonuçları					
		GROL-TLBO			TLBO		
Hasarlı eleman	Hasar şiddeti	Tahmin	Hata %	AF	Tahmin	Hata %	AF
3	0,30	0,300421	0,140		0,304248	1,416	
4	0,10	0,096067	3,933	$9,37 \times 10^{-5}$	0,096455	3,545	$2,16 \times 10^{-3}$
8	0,10	0,099881	0,119		0,102749	2,749	

AF = amaç fonksiyonu

Çizelge 3. Konsol giriş için hata indeksi

GROL-TLBO	TLBO
$I = 4,192333$	$I = 7,710000$

Yöntemin performansını değerlendirmek için aşağıdaki hata indeksi de kullanılmıştır [25]:

$$I = \frac{1}{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} \left( \frac{|\alpha_i^{\text{gerçek}} - \alpha_i^{\text{tahmin}}|}{\alpha_i^{\text{gerçek}}} \right) \times 100 \quad (25)$$

Burada,  $I$  yalnızca hasarlı elemanlar için ortalama görelî hata yüzdesini ifade etmektedir. Her bir hasarlı eleman için gerçek hasar değeri ile algoritma tarafından tahmin edilen değeri arasındaki fark görelî olarak hesaplanır ve tüm hasarlı elemanlar için ortalaması alınarak yüzde cinsinden ifade edilir. Bu indeks, algoritmanın gerçek hasarları ne ölçüde doğru tahmin ettiğini göstermektedir. Çizelge 3, ele alınan kiriş için GROL-TLBO ve klasik TLBO algoritmalarının hasar tespit performansını nicel olarak karşılaştırmak amacıyla bu hata indekslerini sunmaktadır. Her iki algoritma da tatmin edici sonuçlar vermektedir; ancak, GROL-TLBO algoritması daha yüksek doğruluk ve daha tutarlı sonuçlar sergilemiştir. Bu yönleriyle GROL-TLBO algoritması, yapısal hasar tespitinde daha güvenilir ve istikrarlı bir yöntem olarak öne çıkmaktadır.

### SONUÇLAR

Bu çalışmada, tabakalı kompozit kirişlerde çoklu hasar tespiti için Öğretme-Öğrenme Tabanlı Optimizasyon (TLBO) algoritması ile Altın Orana Dayalı Karşıt Öğrenme (GROL) stratejisinin bütünleştirildiği yeni bir yöntem önerilmiştir. Yöntem, yalnızca doğal frekans ve mod şekillerine dayalı olarak sınırlı ölçüm verisiyle çoklu hasar durumları için test edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, yöntemin yüksek doğruluğunu ve hesaplama verimliliğini şu şekilde ortaya koymuştur:

- GROL-TLBO algoritması, klasik TLBO'ya kıyasla hasarın yerini ve şiddetini daha doğru biçimde tespit etmiştir. Göz önüne alınan çoklu hasar senaryosunda ilgili elemanlardaki hasarların tahmininde düşük hata oranları elde edilmiştir.
- GROL stratejisinin katkısıyla algoritma yaklaşık 100 iterasyonda yakınsamaya ulaşarak klasik TLBO'nun ihtiyaç duyduğu yaklaşık 500 iterasyona göre önemli bir hız avantajı sağlamıştır.
- Hasarsız elemanlarda yanlış hasar tahmini yapılmamış, bu da yöntemin güvenilirliğini artırmıştır.
- Görelî hata ve hata indeksi ( $I$ ), algoritmanın başarımını nicel olarak doğrulamıştır.

Sonuç olarak, GROL-TLBO algoritması çoklu hasar içeren durumlarda yüksek doğruluk, düşük hesaplama maliyeti ve güçlü kararlılık özellikleriyle yapısal sağlık izleme uygulamaları için etkili bir çözüm sunduğu görülmüştür.

### KAYNAKLAR

- [1] A. Ghobadi, Common type of damages in composites and their inspections, *World Journal of Mechanics*, 7, 24–33, 2017. <https://doi.org/10.4236/wjm.2017.72003>.
- [2] D.M. Amafabia, D. Montalvão, O. David-West, G. Haritos, A review of structural health monitoring techniques as applied to composite structures, *Structural Durability and Health Monitoring*, 11, 91–147, 2017.
- [3] D. Montalvão, N.M.M. Maia, A.M.R. Ribeiro, A review of vibration-based structural health monitoring with special emphasis on composite materials, *Shock and Vibration Digest*, 38, 295–324, 2006. <https://doi.org/10.1177/0583102406065898>.

- [4] G.F. Gomes, Y.A.D. Mendéz, P. da Silva Lopes Alexandrino, S.S. da Cunha Jr, A.C. Ancelotti Jr, The use of intelligent computational tools for damage detection and identification with an emphasis on composites – A review, *Composite Structures*, 196, 44–54, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.05.002>.
- [5] R. Hou, Y. Xia, Review on the new development of vibration-based damage identification for civil engineering structures: 2010–2019, *Journal of Sound and Vibration*, 491, 2021.
- [6] S.W. Doebbling, C.R. Farrar, M.B. Prime, A summary review of vibration-based damage identification methods, *Shock and Vibration Digest*, 30, 91–105, 1998. <https://doi.org/10.1177/058310249803000201>.
- [7] S. Das, P. Saha, S.K. Patro, Vibration-based damage detection techniques used for health monitoring of structures: a review, *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 6, 477–507, 2016. <https://doi.org/10.1007/s13349-016-0168-5>.
- [8] Y. Zou, L. Tong, G.P. Steven, Vibration-based model-dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures — a review, *Journal of Sound and Vibration*, 230, 357–378, 2000. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2624>.
- [9] O. Avci, O. Abdeljaber, O., S. Kiranyaz, M. Hussein, M. Gabbouj, D.J. Inman, A review of vibration-based damage detection in civil structures: From traditional methods to Machine Learning and Deep Learning applications, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 147, 2021.
- [10] R.S. He, S.F. Hwang, Identifying damage in spherical laminate shells by using a hybrid real-parameter genetic algorithm, *Composite Structures*, 80, 32–41, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2006.02.035>.
- [11] X. Wang, Q. Shi, L. Wang, Z. Lv, X. Chen, Y. Ma, Anisotropic reduction factor-based damage identification method for fiber-reinforced composite laminates, *Structural Control and Health Monitoring*, 25, e2253, 2018. <https://doi.org/10.1002/stc.2253>.
- [12] G.F. Gomes, S.S. da Cunha Jr, A.C. Ancelotti Jr, A sunflower optimization (SFO) algorithm applied to damage identification on laminated composite plates, *Engineering with Computers*, 35, 619–626, 2019. <https://doi.org/10.1007/s00366-018-0620-8>.
- [13] G.F. Gomes, Y.A.D. Mendéz, S.S. da Cunha Jr, A.C. Ancelotti Jr, A numerical–experimental study for structural damage detection in CFRP plates using remote vibration measurements, *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 8, 33–47, 2018. <https://doi.org/10.1007/s13349-017-0254-3>.
- [14] J.L.J. Pereira, M.B. Francisco, S.S. da Cunha Jr., G.F. Gomes, A powerful Lichtenberg Optimization Algorithm: A damage identification case study, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 97, 104055, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2020.104055>.
- [15] J. Ciambella, F. Vestroni, The use of modal curvatures for damage localization in beam-type structures, *Journal of Sound and Vibration*, 340, 126–137, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.11.037>.
- [16] A.K. Pandey, M. Biswas, M.M. Samman, Damage detection from changes in curvature mode shapes, *Journal of Sound and Vibration*, 145, 321–332, 1991. [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(91\)90595-B](https://doi.org/10.1016/0022-460X(91)90595-B).

- [17] M.C. Porcu, D.M. Patteri, S. Melis, F. Aymerich, Effectiveness of the FRF curvature technique for structural health monitoring, *Construction and Building Materials*, 226, 173–187, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.07.123>.
- [18] D. Dessi, G. Camerlengo, Damage identification techniques via modal curvature analysis: Overview and comparison, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 52–53, 181–205, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2014.05.031>.
- [19] W. Lestari, P. Qiao, S. Hanagud, Curvature mode shape-based damage assessment of carbon/epoxy composite beams, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 18, 189–208, 2007. <https://doi.org/10.1177/1045389X10363506>.
- [20] P. Qiao, K. Lu, W. Lestari, J. Wang, Curvature mode shape-based damage detection in composite laminated plates, *Composite Structures*, 80, 409–428, 2007. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2006.05.026>.
- [21] S.K. Barman, M. Mishra, D.K. Maiti, D. Maity, Vibration-based damage detection of structures employing Bayesian data fusion coupled with TLBO optimization algorithm, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 64, 2243–2266, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00158-021-02980-6>.
- [22] V. Kahya, S. Şimşek, V. Toğan, Vibration-based damage detection in anisotropic laminated composite beams by a shear-deformable finite element and harmony search optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 65, 181, 2022. <https://doi.org/10.1007/s00158-022-03270-5>.
- [23] G.F. Gomes, Y.A.D. Mendez, P. da Silva Lopes Alexandrino, P., S.S. da Cunha Jr, A.C. Ancelotti Jr, A review of vibration based inverse methods for damage detection and identification in mechanical structures using optimization algorithms and ANN, *Archives of Computational Methods in Engineering*, 26, 883–897, 2019. <https://doi.org/10.1007/s11831-018-9273-4>.
- [24] G.F. Gomes, F.A. de Almeida, D.M. Junqueira, S.S. da Cunha Jr, A.C. Ancelotti Jr, Optimized damage identification in CFRP plates by reduced mode shapes and GA-ANN methods, *Engineering Structures*, 181, 111–123, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.11.081>.
- [25] S.R. Hoseini Vaez, N. Fallah, Damage detection of thin plates using GA-PSO algorithm based on modal data, *Arabian Journal for Science and Engineering*, 42, 1251–1263, 2017. <https://doi.org/10.1007/s13369-016-2398-6>.
- [26] S. Khatir, S. Tiachacht, C.L. Thanh, T.Q. Bui, M.A. Wahab, Damage assessment in composite laminates using ANN-PSO-IGA and Cornwell indicator, *Composite Structures*, 230, 111509, 2019. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2019.111509>.
- [27] S. Das, N. Dhang, Damage identification of structures using incomplete mode shape and improved TLBO-PSO with self-controlled multi-stage strategy, *Structures*, 35, 1101–1124, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.07.089>.
- [28] T. Nguyen-Thoi, A. Tran-Viet, N. Nguyen-Minh, T. Vo-Duy, V. Ho-Huu, A combination of damage locating vector method (DLV) and differential evolution algorithm (DE) for structural damage assessment, *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 12, 92–108, 2018. <https://doi.org/10.1007/s11709-016-0379-1>.
- [29] V. Kahya, S. Karaca, T.P. Vo, Shear-deformable finite element for free vibrations of laminated composite beams with arbitrary lay-up, *Steel and Composite Structures*, 33, 473–487, 2019. <https://doi.org/10.12989/scs.2019.33.4.473>.

- [30] V. Kahya, S. Karaca, F.Y. Okur, A.C. Altunışık, M. Aslan, Free vibrations of laminated composite beams with multiple edge cracks: Numerical model and experimental validation, *International Journal of Mechanical Sciences*, 159, 30–42, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.05.032>.
- [31] S. Şimşek, *Tabakalı Kompozit Kirişlerde Titreşim Verileri Yardımıyla Optimizasyon Tabanlı Hasar Tespiti*. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2024.
- [32] V. Kahya, S. Karaca, F.Y. Okur, A.C. Altunışık, M. Aslan, Damage localization in laminated composite beams with multiple edge cracks based on vibration measurements, *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, 45, 75–87, 2021. <https://doi.org/10.1007/s40996-020-00393-x>.
- [33] S. Casciati, Stiffness identification and damage localization via differential evolution algorithms, *Structural Control and Health Monitoring*, 15, 436–449, 2008. <https://doi.org/10.1002/stc.236>.
- [34] T. Vo-Duy, V. Ho-Huu, H. Dang-Trung, T. Nguyen-Thoi, A two-step approach for damage detection in laminated composite structures using modal strain energy method and an improved differential evolution algorithm, *Composite Structures*, 147, 42–53, 2016. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.03.027>.
- [35] R.J. Guyan, Reduction of stiffness and mass matrices, *AIAA Journal*, 3, 380, 1965. <https://doi.org/10.2514/3.2874>.
- [36] T. Marinone, T. Dardeno, P. Avitabile, Reduced model approximation approach using model updating methodologies, *Journal of Engineering Mechanics*, 144, 04018005, 2018. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0001422](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001422).
- [37] R.V. Rao, Teaching-learning-based optimization algorithm, in *Teaching Learning Based Optimization Algorithm*, Springer International Publishing, Cham, ss. 9–39, 2016.
- [38] R.V. Rao, Review of applications of TLBO algorithm and a tutorial for beginners to solve the unconstrained and constrained optimization problems, *Decision Science Letters*, ss. 1–30, 2016. <https://doi.org/10.5267/j.dsl.2015.9.003>.
- [39] S. Rahnamayan, H.R. Tizhoosh, M.M.A. Salama, Opposition-based differential evolution, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 12, 64–79, 2008. <https://doi.org/10.1109/TEVC.2007.894200>.
- [40] M.A. Eirgash, V. Toğan, A novel oppositional teaching learning strategy based on the golden ratio to solve the time-cost-environmental impact trade-off optimization problems, *Expert Systems with Applications*, 224, 119995, 2023. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.119995>.
- [41] H. Hao, Y. Xia, Vibration-based damage detection of structures by genetic algorithm, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 16, 222–229, 2002. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3801\(2002\)16:3\(222\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3801(2002)16:3(222)).
- [42] R.J. Allemang, The modal assurance criterion – Twenty years of use and abuse, *Sound and Vibration*, 37, 14–21, 2003.



## YÜKSEK HIZLI BALİSTİK ÇARPMA ETKİSİNDE OLAN TABAKALI KOMPOZİTLERDE KULLANILAN YAPIŞTIRICILARIN DARBE DAYANIMINA ETKİSİNİN NÜMERİK OLARAK İNCELENMESİ VE BULANIK MANTIK YÖNTEMİYLE TAHMİNLENMESİ

Yunus Emre Toğar<sup>1,2</sup> ve Halil Özer<sup>2</sup>

<sup>1</sup>İstanbul Beykent Üniversitesi, Meslek Yüksekokulu, Mekatronik Programı, İstanbul

<sup>2</sup>Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, İstanbul

### ABSTRACT

Adhesively bonded joints are widely utilized today in various sectors such as automotive, aerospace, marine, and construction industries, as well as in military applications where lightweight and high-strength structures are essential. Ballistic impact resistance is a critical parameter that determines the structural reliability of materials, particularly in military and defense applications. Understanding or predicting the ballistic resistance of adhesive joints is of great importance for ensuring their safe and efficient utilization. Ballistic impacts represent a specific type of loading that directly affects the stiffness, wear resistance, and structural integrity of bonded joints. Therefore, comprehending the mechanical behavior of adhesive joints under such loading conditions is essential for improving engineering designs and developing high-strength structures. In this study, the ballistic impact resistance of a five-layered composite structure of Aluminum/Adhesive/CFRP/Adhesive/Aluminum was investigated. The analyses were conducted using the Explicit Dynamics module of the ANSYS finite element software. Laminated composites with different adhesive thicknesses (0.1/0.2/0.3/0.5 mm) were analyzed under four different impact velocities (120/150/180/300 m/s). The results indicated that adhesive thickness significantly influences the ballistic impact resistance. Additionally, a fuzzy logic-based model developed in MATLAB was employed to predict the effect of adhesive thickness variations within the range of 0.1–1 mm on the deformation of the layered composite structure. The prediction outputs were observed to exhibit a high level of agreement with the numerical analysis results.

Keywords: adhesively bonded; laminated composite; ballistic impact; fuzzy logic.

### ÖZET

Yapıştırma bağlantıları, günümüzde otomotiv, havacılık, denizcilik ve inşaat sektörlerinin yanı sıra, savunma sanayisinde de hafiflik ve dayanım gerektiren uygulamalarda yaygın olarak tercih edilmektedir. Balistik darbe dayanımı, özellikle askeri ve savunma sanayi uygulamalarında, yapıların güvenilirliğini belirleyen kritik bir parametre olarak öne çıkmaktadır. Yapıştırma bağlantılarının balistik darbe altındaki dayanımının bilinmesi veya tahmin edilmesi, bu sistemlerin güvenli ve verimli kullanımı açısından büyük önem taşımaktadır. Balistik darbeler, bağlantıların rijitliğini, aşınma direncini ve yapısal

bütünlüğünü doğrudan etkileyen bir yükleme türüdür. Bu nedenle, bu tür yüklemeler karşısında yapıştırma bağlantılarının gösterdiği mekanik davranışın anlaşılması, mühendislik tasarımlarının iyileştirilmesi ve yüksek dayanımlı yapıların geliştirilmesi açısından gereklidir. Bu çalışmada, Alüminyum/Yapıştırıcı/CFRP/Yapıştırıcı/Alüminyum sıralamasına sahip beş katmanlı bir yapının yüksek hızlı darbe altındaki dayanımı incelenmiştir. Analizler, ANSYS sonlu elemanlar yazılımının Explicit Dynamics modülü kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Farklı yapıştırıcı kalınlıklarına (0.1/0.2/0.3/0.5 mm) sahip tabakalı kompozitlerin 4 farklı darbe hızında (120/150/180/300 m/s) analizleri gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, yapıştırıcı kalınlığının balistik darbe dayanımı üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir. Ayrıca MATLAB programında geliştirilen bulanık mantık temelli bir model ile yapıştırıcı kalınlığının 0.1-1 mm aralığındaki değişiminin tabakalı kompozit yapıdaki deformasyona etkisi tahmin edilmiştir; tahminleme çıktılarının sayısal analiz sonuçları ile yüksek uyum gösterdiği gözlemlenmiştir.

Anahtar kelimeler: yapıştırma bağlantı; tabakalı kompozit; balistik darbe; bulanık mantık.

## GİRİŞ

Yapıştırma bağlantıları, günümüzde otomotiv, havacılık, denizcilik ve inşaat sektörlerinin yanı sıra savunma sanayisinde de hafiflik, yüksek dayanım ve tasarım esnekliği gerektiren uygulamalarda yaygın olarak tercih edilmektedir[1, 2]. Mekanik bağlantı yöntemlerine kıyasla daha düşük ağırlık, daha homojen bir yük dağılımı ve üretim sürecinde sağladığı kolaylık, yapıştırma bağlantıları özellikle çok katmanlı ve hibrit yapılarda tercih edilen bir yöntem hâline getirmektedir.[3, 4]. Savunma sanayisindeki uygulamalarda, bu tür bağlantıların balistik yükler altında gösterdiği dayanım kritik bir tasarım parametresidir. Balistik darbeler, bağlantının rijitliğini, enerji sönmeme kapasitesini ve yapısal bütünlüğünü doğrudan etkileyen ani yüklemeler olup, bağlantı geometrisi, yapıştırıcı türü ve kalınlığı gibi parametreler dayanım üzerinde belirleyici rol oynamaktadır[5–9]. Bu nedenle, balistik darbe koşullarında yapıştırma bağlantılarının mekanik davranışının incelenmesi, hem yüksek dayanımlı yapıların geliştirilmesi hem de farklı sektörlerde güvenilir ve hafif tasarımların uygulanabilmesi için temel bir gerekliliktir.

Balistik darbe dayanımının incelenmesine yönelik literatürde hem deneysel hem de sayısal yöntemler kullanılarak çeşitli çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Çalışmalar, yapıştırıcı kalınlığının, yapıştırıcı türünün, bağlantı geometrisinin ve çok katmanlı yapı konfigürasyonlarının darbe dayanımı üzerindeki etkilerini ortaya koymuştur[10–13]. Özellikle LS-Dyna ve Abaqus gibi sonlu elemanlar yazılımları ile yapılan nümerik modellemeler, deneysel sonuçların doğrulanmasında ve tasarım parametrelerinin optimize edilmesinde yaygın olarak kullanılmıştır. Literatürde, CARALL (Carbon Fiber Reinforced Aluminum Laminate) ve benzeri hibrit kompozit yapılar, havacılık ve zırh uygulamalarında öne çıkmakta olup, kullanım alanlarının önemi sebebiyle balistik darbe dayanımlarının araştırılması gerekmektedir[14, 15]. Bu çalışmalar, yapıştırıcı tabakasının yalnızca yapısal bütünlüğü sağlamakla kalmayıp, aynı zamanda darbe enerjisinin sönmelenmesi ve dağıtılmasında da etkin bir rol üstlendiğini göstermektedir[11, 13]. Ancak mevcut çalışmaların büyük kısmı, farklı parametrelerin geniş bir aralıkta incelenebilmesi için yüksek maliyetli ve zaman alıcı çoklu deneysel testlere ihtiyaç duymaktadır.

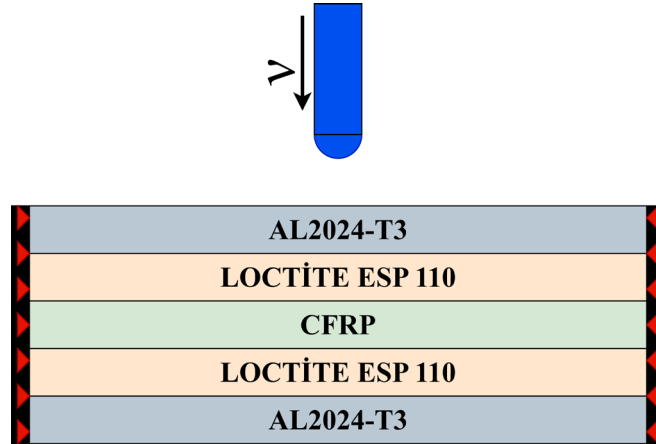
Son yıllarda, mühendislik problemlerinde belirsizliklerin ve çoklu parametrelerin yönetilebilmesi amacıyla bulanık mantık tabanlı tahminleme yöntemleri yaygınlaşmıştır [16, 17]. Bulanık mantık, sınırlı sayıda deneysel veya sayısal veriyi kullanarak, geniş parametre

aralıklarında sistem davranışının tahmin edilmesine imkân tanır ve bu yönüyle özellikle mekanik ve yapısal problemlerde hesaplama verimliliğini artırır[18–20]. Literatürde, yapıştırma bağlantılarının balistik darbe dayanımını bulanık mantık yöntemi ile tahmin etmeye yönelik bir çalışma bulunmamaktadır. Bu yöntem, çok parametrelili balistik problemler için kapsamlı deney ve yüksek çözünürlüklü simülasyonların yerini kısmen alabilecek bir tahminleme aracı olarak dikkat çekmektedir. Özellikle yapıştırıcı kalınlığı, darbe hızı ve katman konfigürasyonu gibi birden fazla değişkenin etkileşiminin modellenmesi gereken durumlarda, bulanık mantık yöntemleri önemli avantajlar sağlayabilmektedir.

Bu çalışmada, literatürde CARALL yapısı olarak adlandırılan ve havacılık sektöründe yaygın olarak kullanılan beş katmanlı bir kompozit yapı (AL/Y/CFRP/Y/AL) balistik darbe koşullarında incelenmiştir. Yapı, ANSYS sonlu elemanlar yazılımının ACP modülü ile modellenmiş ve balistik darbe analizleri Explicit Dynamics modülünde gerçekleştirilmiştir. ACP modülünden Explicit Dynamics modülüne aktarım sırasında katman kalınlıklarının parametre setleri olarak tanımlanamaması nedeniyle, CFRP katmanının mekanik özelliklerinin belirlenmesinde analitik modeller ve kompozit laminat teorilerinden faydalanılmıştır ve ACP sonuçlarıyla uyumlu çıktılar elde edilmiştir. Böylece, katman kalınlığı değişimlerini hızlı ve verimli şekilde analiz edebilmek için parametre setleri ve “Design Point” yaklaşımı kullanılmıştır. Dört farklı darbe hızı (120, 150, 180 ve 300 m/s) ve farklı yapıştırıcı kalınlıkları (0.1–0.5 mm) için gerçekleştirilen analizlere ek olarak, MATLAB ortamında bir bulanık mantık modeli oluşturulmuştur. Bu model, 0.1 mm ile 1 mm arasındaki yapıştırıcı kalınlıkları için balistik darbe deformasyonlarını tahminlemek amacıyla kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar, sayısal analizlerle yüksek uyum göstermiş ve bulanık mantığın, sınırlı deneysel verilerle geniş parametre aralıklarında balistik darbe dayanımının tahmininde etkin bir araç olabileceğini ortaya koymuştur.

### MATERYAL VE YÖNTEM

Bu çalışmada, balistik darbe koşullarında davranışları incelenen yapı, Alüminyum/Yapıştırıcı/CFRP/Yapıştırıcı/Alüminyum sıralamasına sahip beş katmanlı bir kompozit panel olarak tasarlanmıştır. Bu beş katmanlı yapının balistik darbe incelemesinin şematik gösterimi Şekil 1’de verilmiştir.



Şekil 1. CARALL yapısının balistik darbe şeması

AL2024-T3 malzemesinin ANSYS programında Johnson-Cook malzeme modeli parametreleri girilerek tanımlaması yapılmıştır. AL2024-T3 malzemesinin Johnson-Cook malzeme modeli özellikleri Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. AL2024-T3 malzemesinin özellikleri [14, 15]

Özellikler	Sembol	Değer	Birim
Yoğunluk	$\rho$	2750	kg/m <sup>3</sup>
Elastisite Modülü	$E$	72.2	GPa
Poisson Oranı	$\nu$	0.35	-
Akma Mukavemeti	$\sigma_a$	301	MPa
Çekme Mukavemeti	$\sigma_c$	372	MPa
A Parametresi	$A$	369	MPa
B Parametresi	$B$	689	MPa
n Üssü	$n$	0.73	-
C Parametresi	$C$	0.0083	-
d <sub>1</sub> Parametresi	$d_1$	0.13	-
d <sub>2</sub> Parametresi	$d_2$	0.13	-
d <sub>3</sub> Parametresi	$d_3$	1.5	-
d <sub>4</sub> Parametresi	$d_4$	0.011	-

Johnson-Cook malzeme modeli, metal malzemelerin mekanik davranışlarını yüksek gerinim hızları, geniş plastik deformasyonlar ve değişen sıcaklık koşulları altında tanımlamak amacıyla geliştirilmiş, yaygın olarak kullanılan empirik bir yaklaşımdır. Bu model, özellikle yüksek enerjiye maruz kalan sistemlerde malzemelerin mukavemet ve deformasyon karakteristiklerini öngörmek için büyük önem taşır[21]. Metal şekillendirme, çarpışma simülasyonları, balistik analizler ve talaşlı imalat gibi mühendislik uygulamalarında tercih edilen Johnson-Cook modeli, malzeme özelliklerini üç temel faktör altında ele alır: plastik deformasyonun etkisi, gerinim hızına duyarlılık ve sıcaklık kaynaklı yumuşama. Bu kapsamda, model, bir malzemenin akma dayanımını bu üç etkinin birleşimini matematiksel bir formülasyonla ifade ederek hesaplar. Bu modelin esası, bir malzemenin plastik deformasyon davranışını, deformasyon hızındaki değişikliklere verdiği tepkileri ve sıcaklık artışıyla meydana gelen dayanım azalmasını ayrı ayrı değerlendirmeye dayanır. Böylece Johnson-Cook modeli, dinamik yükleme senaryolarında ve farklı termomekanik koşullar altında malzemenin davranışını yüksek bir doğrulukla simüle etmeye olanak sağlar. Bu nedenle, metalürji, otomotiv, havacılık ve savunma sanayii gibi alanlarda yapılan mühendislik analizlerinde sıklıkla kullanılan temel bir araçtır. Johnson-Cook malzeme modelinin denklemi (1)'de verilmiştir[22].

$$\sigma = [A + B \cdot (\epsilon^p)^n] \cdot \left[ 1 + C \cdot \ln \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \right)^m \right] \quad (1)$$

Yapıştırıcı olarak ise yüksek darbe dayanımı ile bilinen Henkel Firmasının Loctite ESP110 epoksi yapıştırıcısı kullanılmıştır. ANSYS programında yapıştırıcı tanımlaması yön

bağımlılığı olmayan (izotropik) malzeme özellikleri ile yapılmıştır. ESP110 yapıştırıcısının mekanik özellikleri Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. ESP110 yapıştırıcısının özellikleri [23]

Özellikler	Loctite ESP110
Yoğunluk	1500 kg/m <sup>3</sup>
Elastisite Modülü	5.9 GPa
Poisson Oranı	0.4
Maksimum Çekme Mukavemeti	60 MPa
Çekme Uzaması	%2

Orta tabaka olarak yer alan karbon fiber takviyeli polimer (CFRP) katmanı, dört tekil laminanın [0/90/90/0] dizilimine sahip olacak şekilde modellenmesi ile oluşturulmuştur. Bu dört katmanlı CFRP tabakasının mekanik özellikleri, klasik laminat teorisi (CLT) ile hesaplanan homojenleştirilmiş ortotropik değerler temel alınarak tanımlanmıştır. CFRP tabakalı yapısındaki tek katmana ait özellikler Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 3. CFRP prepreg tabakasının özellikleri[14, 15]

Özellikler	Sembol	Değer	Birim
Yoğunluk	$\rho$	1600	kg/m <sup>3</sup>
Boyuna Elastisite Modülü	$E_1$	131	GPa
Enine Elastisite Modülü	$E_2 = E_3$	9.91	GPa
Boyuna Kayma Modülü	$G_{12} = G_{13}$	5.36	GPa
Enine Kayma Modülü	$G_{23}$	3.324	GPa
Boyuna Poisson Oranı	$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.271	-
Enine Poisson Oranı	$\nu_{23}$	0.35	-
Boyuna Çekme Mukavemeti	$\chi_T$	1760	MPa
Enine Çekme Mukavemeti	$\chi_C$	1250	MPa
Boyuna Basma Mukavemeti	$Y_T$	74	MPa
Enine Basma Mukavemeti	$Y_C$	213	MPa
Kayma Mukavemeti	$S_C$	158	MPa

Kompozit malzemelerde bir katmanın(lamina) mekanik özelliklerinden yola çıkarak, farklı fiber açılara göre yerleştirilmiş çok katmanlı (laminat) yapıların homojenleştirilmiş eşdeğer (makroskopik) malzeme özelliklerinin belirlenmesi, klasik laminat teorisi (CLT) yardımıyla mümkün olmaktadır. Bu çalışma kapsamında incelenen CARALL yapısındaki CFRP katmanının ANSYS ACP modülünden oluşturulmuş katman yapısı Şekil 2’de verilmiştir. Karbon fiber takviyeli polimer (CFRP) laminalardan oluşan [0/90/90/0] dizilimine sahip simetrik bir laminat yapı için ortotropik özelliklerin hesaplanması denklem (2), (3), (4) ve (5) ile yapılabilmektedir[24].



Şekil 2. CFRP katmanının yapısı

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ K \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k - h_{k-1}), \quad i = 1,2,6; \quad j = 1,2,6 \quad (3)$$

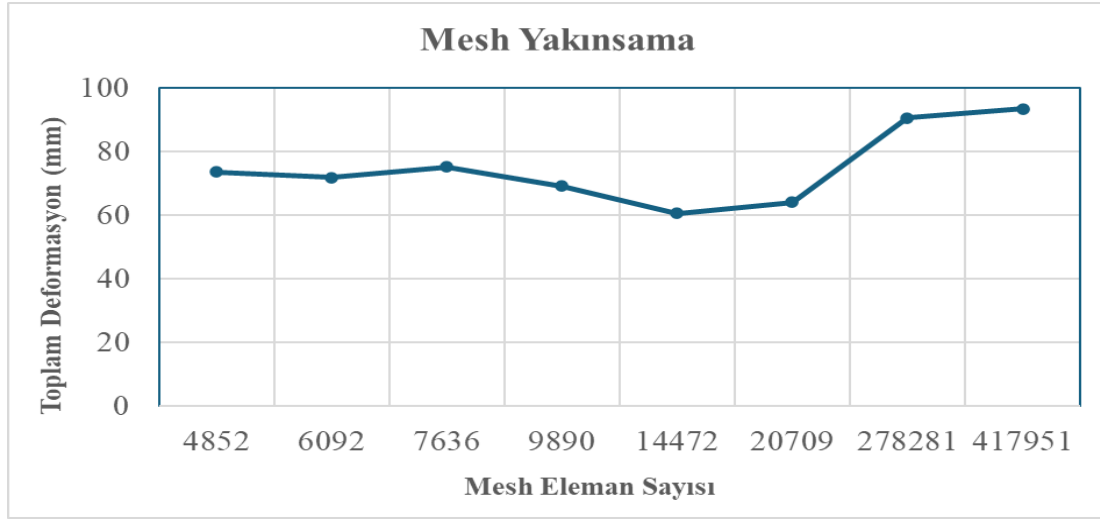
$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2), \quad i = 1,2,6; \quad j = 1,2,6 \quad (4)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [(\bar{Q}_{ij})]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3), \quad i = 1,2,6; \quad j = 1,2,6 \quad (5)$$

Çalışmada kullanılan beş katmanlı panelin geometrik modeli Şekil 1'de sunulmuştur. Tabakalı kompozit yapının boyutları 150×150 mm olup dört kenarı ankastre olarak sınırlandırılmıştır. Katmanlar, ANSYS ortamında "bonded" temas ilişkisi ile birleştirilmiştir. Balistik darbe analizleri, ANSYS Explicit Dynamics modülü kullanılarak darbe etkileşiminin yaklaşık 0.02 milisaniye süreceği şekilde gerçekleştirilmiştir. Panel üzerine etki eden darbe, çelikten imal edilmiş ve rijit olarak tanımlanmış, yarım küre uçlu geometriye sahip silindirik darbe mili ile uygulanmıştır. Darbe vurucu 20 mm çapında ve 60 mm uzunluğunda olup başlangıç hızları 120, 150, 180 ve 300 m/s olarak belirlenmiştir. Darbe vurucu mil yüksek hızlı darbe deneylerinde sıklıkla kullanılan Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) test düzeneklerindeki mil boyutlarına benzer şekilde ölçeklendirilmiştir. Analizlerde panel kalınlıklarının ve yapıştırıcı katman kalınlığının değişiminin darbe dayanımı üzerindeki etkilerini incelemek amacıyla "Design Point" yaklaşımı kullanılmış, böylece farklı kalınlık kombinasyonları için modelin yeniden oluşturulmasına gerek kalmadan parametrik analizler yapılabilmektedir. Her bir katman kalınlığı senaryosu için, toplam deformasyon miktarları ve darbe sonrası milin son hız değerleri elde edilerek analiz sonuçları nicel olarak belirlenmiştir. Bu veriler, farklı kalınlık kombinasyonlarının balistik darbe performansı üzerindeki etkilerini değerlendirmek için kullanılmıştır.

Analizlerde güvenilir ve hesaplama açısından verimli sonuçlar elde etmek için mesh yakınsama çalışması yapılmıştır. Farklı eleman sayılarında gerçekleştirilen analizlerde,

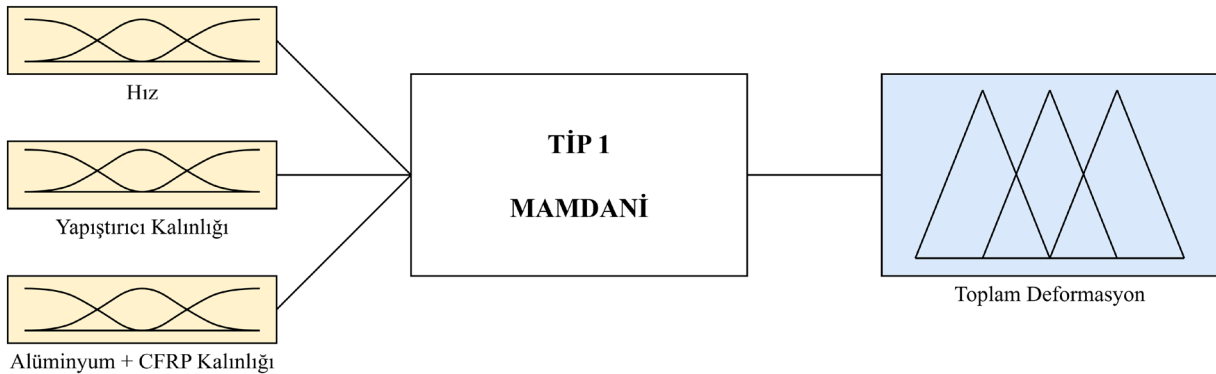
yapının maksimum deformasyonu ve sönümlenen enerji değerleri karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, 14472 eleman kullanıldığında deformasyon ve enerji sönümlenme değerlerinin yakınsama gösterdiğini ortaya koymuştur. Bu noktada elde edilen sonuçlar, bir önceki (9890) ve bir sonraki (20709) eleman sayılarına ait değerlerle uyumlu çıkarken çözüm süresi ve eleman kalitesi açısından optimum denge sağlanmıştır. Yüksek eleman sayısına sahip modellerde, özellikle küçük ölçekli malzeme kopmalarının ayrı bir deformasyon mekanizması olarak hesaplanması, yapının genel deformasyonunu gerçekte olduğundan daha yüksek gösterme eğiliminde olmuştur. Bu durum göz önüne alınarak, 14472 eleman içeren çözüm, elde edilen sonuçların doğruluğu ve hesaplama verimliliği arasındaki optimal dengeyi sağlaması nedeniyle nihai analizler için tercih edilmiştir. Mesh yakınsama grafiği Şekil 3'te sunulmuştur.



Şekil 3. Mesh yakınsama grafiği

Çalışmada ayrıca, farklı parametre aralıklarında balistik darbe dayanımının deneysel testlere gerek kalmadan tahmin edilmesi amacıyla bulanık mantık tabanlı bir tahmin modeli oluşturulmuştur. Çalışmada kullanılan bulanık mantık yapısı Şekil 4'te verilmiştir.

Bulanık Mantık diğer adıyla “*Fuzzy Logic*” kuramı ilk kez 1965 yılında Lotfi Zadeh tarafından ortaya atılmıştır. Kümeler teorisinde bir eleman ya bir kümeye aittir ya da değildir. Fakat bulanık kümelerde bir eleman birden fazla kümeye ait olabilmektedir. Bulanık kümelerde kesinlik kavramı yoktur.

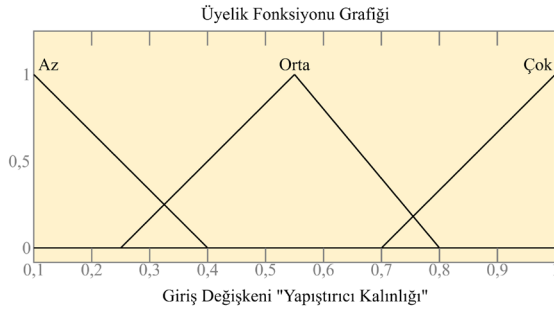


Şekil 4. Balistik darbe deformasyonu tahminlemesi için tasarlanmış bulanık mantık yapısı

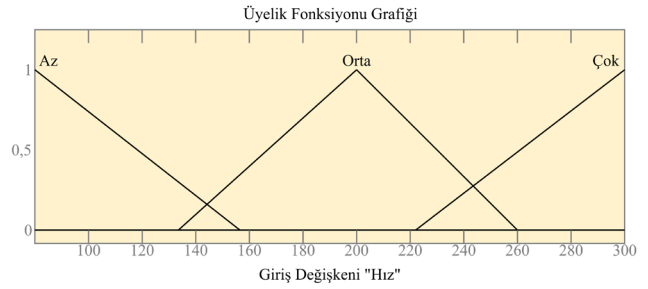
Bulanık mantık (Fuzzy) karar verme mekanizması olarak da tanımlanabilecek sözel ifadelerin bir uzman kişi tarafından belirtilen kesin olmayan sınırlar içindeki davranışını matematiksel

olarak modellemeye yarar. Bu çalışmada, yapıştırıcı kalınlığı, darbe hızı ve katman kalınlıkları temel giriş parametreleri olarak belirlenmiştir. Bu parametreler doğrultusunda, analiz sonuçlarından elde edilen kurallar ile bulanık çıkarım sistemi geliştirilmiştir. Sistem, üç giriş ve bir çıkış üyelik fonksiyonu ile modellenmiş ve Mamdani tipi çıkarım yapısı kullanılmıştır. Bu yaklaşım sayesinde, sınırlı sayıda sonlu elemanlar analiziyle elde edilen veriler, daha geniş parametre aralıklarına genellenerek toplam deformasyon tahminleri yapılmıştır. Bulanık mantık tahminlemesi için oluşturulan üyelik fonksiyonu grafikleri Şekil 5'te sunulmuştur.

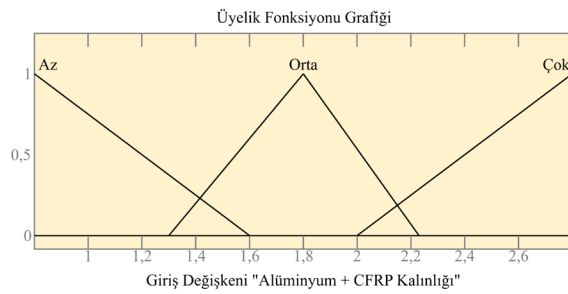
a)



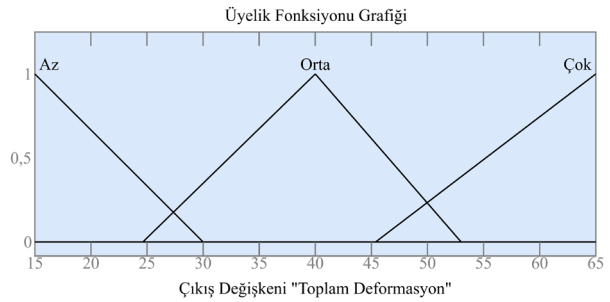
b)



c)



d)



Şekil 5. Giriş ve çıkış değişkenlerinin üyelik fonksiyonları

## SONUÇLAR

Yapılan analiz sonuçlarına göre, 300 m/s hızdaki 0.3/0.1/0.5/0.1/0.3 mm katman kalınlıklarına sahip modelin deformasyon ve hasar durumu ayrıntılı olarak incelenebilmektedir. Diğer "Design Point"ler için ise, yalnızca Parametre Set modülünden toplam deformasyon ve son hız değerleri okunabilmektedir. Bu durum, belirli bir senaryonun görsel ve detaylı analizine imkan tanırken, diğer senaryolar için nicel veri odaklı bir değerlendirme sunmaktadır.

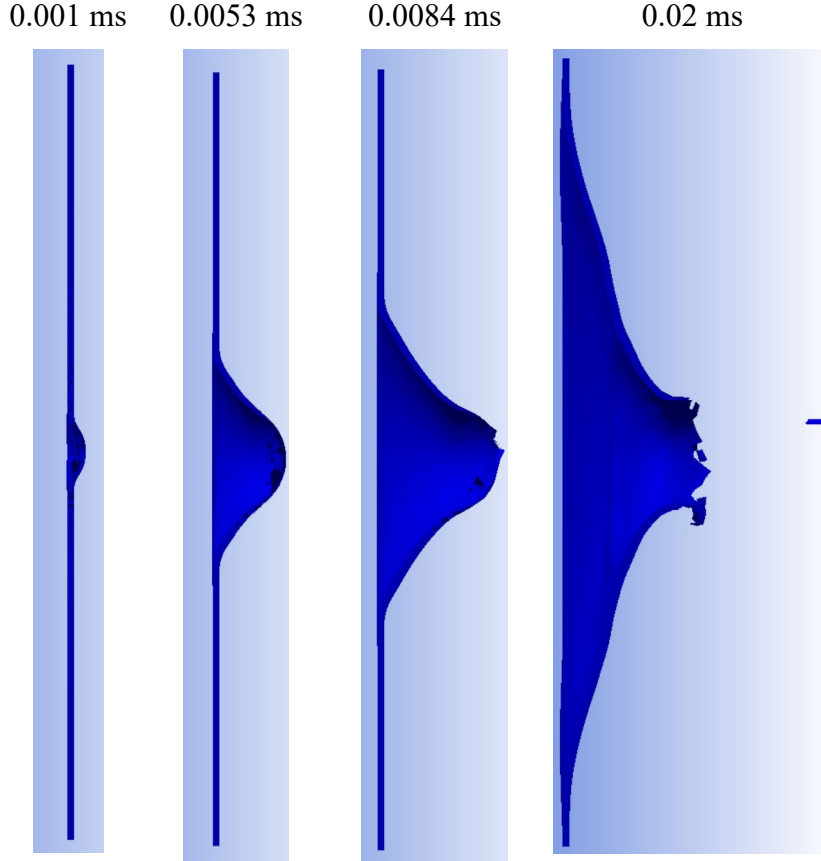
$$\text{Absorbe Edilen Enerji (J)} \quad E_s = \frac{1}{2} m (v_0^2 - v_1^2)$$

$$\text{Mermi Kütlesi (kg)} \quad m \cong 0,140 \text{ kg}$$

$$\text{İlk Hız (m/s)} \quad v_0 = 120,150,180 \text{ ve } 300$$

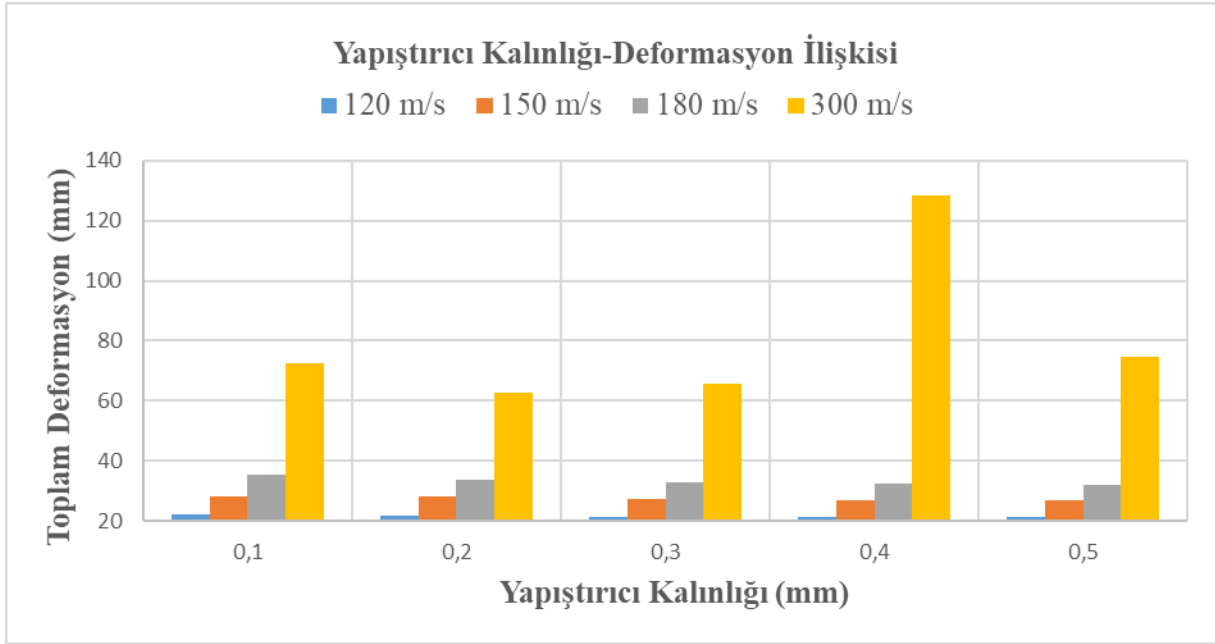
$$\text{Son Hız (m/s)} \quad v_1 = \text{Analiz sonucu}$$

Katmanlı yapının 0.3/0.1/0.5/0.1/0.3 mm katman kalınlıklarına sahip olduğu durum için yapılan analiz sonuçlarında deformasyonun farklı zaman aralıklarındaki değişimi Şekil 6’da verilmiştir. Bu şekilde darbenin zaman içerisinde tabakalı kompozit yapıda meydana getirdiği deformasyon görülmektedir. Deformasyonun genel ilerleyişini bu örnek üzerinden inceleyerek diğer parametre değişim durumları için “Parametre Setler” içerisinde bulunan “Design Point” sonuçlarından oluşturulmuş grafikler ile yapıştırıcı kalınlığı, alüminyum ve CFRP katman kalınlıkları değişimi ile hız değişimine göre nasıl bir balistik darbe cevabı verildiği incelenmiştir.

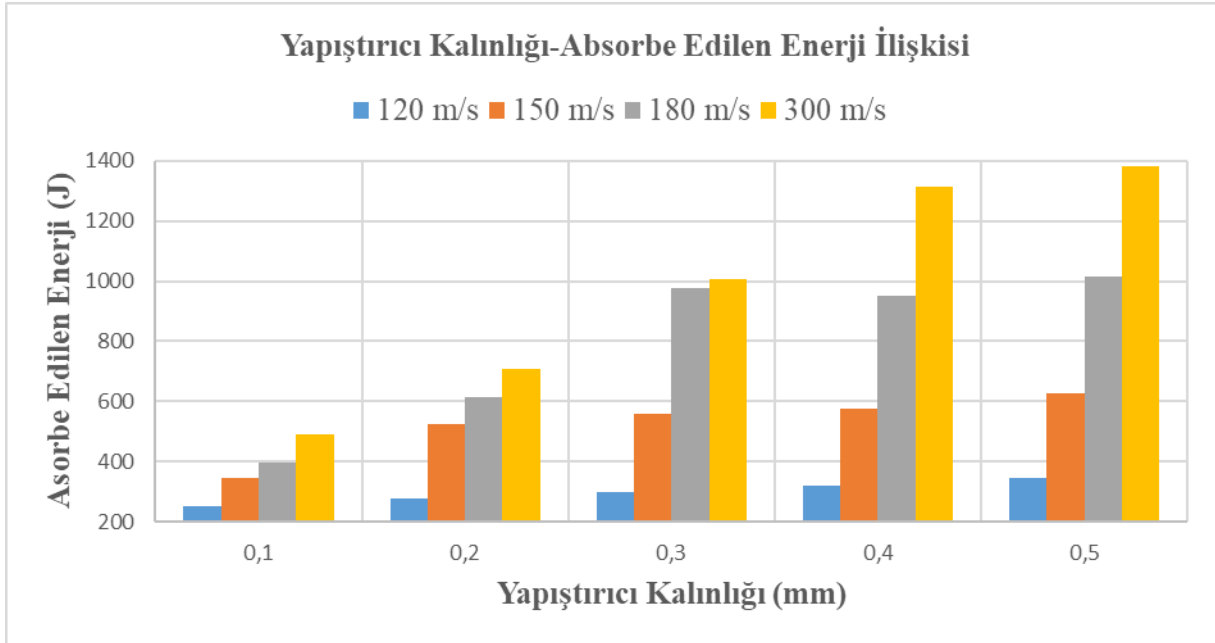


Şekil 6. Darbe hasarının zamanla değişimi

Farklı hız değerleri için katman kalınlıklarının 0.3/0.5/0.3 mm sabit tutulup yapıştırıcı kalınlığının değişiminin darbe dayanımına etkisini gösteren yapıştırıcı kalınlığı-deformasyon ilişkisi grafiği Şekil 7’de verilmiştir. Farklı hız değerleri için katman kalınlıklarının 0.3/0.5/0.3 mm sabit tutulup yapıştırıcı kalınlığının değişiminin darbe dayanımına etkisini gösteren yapıştırıcı kalınlığı-sönümlenen enerji ilişkisi grafiği Şekil 8’de verilmiştir. Şekil 7 ve Şekil 8 incelendiğinde 120, 150 ve 180 m/s hız değerleri için yapıştırıcı kalınlığının önemli bir farklılık oluşturmadığı sadece bu hız değerlerinde yapıştırıcı kalınlığının artmasının deformasyon değerini bir miktar azalttığı ve 0.3 mm yapıştırıcı kalınlığının enerji sönümlenme kabiliyetinin 180 m/s hız değeri için 0.4 mm yapıştırıcı kalınlığına göre daha fazla olduğu görülmektedir. CARALL yapısının yüksek hızlarda balistik darbe dayanımına yapıştırıcı etkisini daha iyi incelemek için 300 m/s hız değerinde farklı katman kalınlıkları ile analizler yapılmıştır. Şekil 9’da farklı katman kalınlıklarına sahip yapının 300 m/s hız değerinde yapıştırıcı kalınlığının deformasyonu üzerindeki etkisini gösteren grafik verilmiştir.



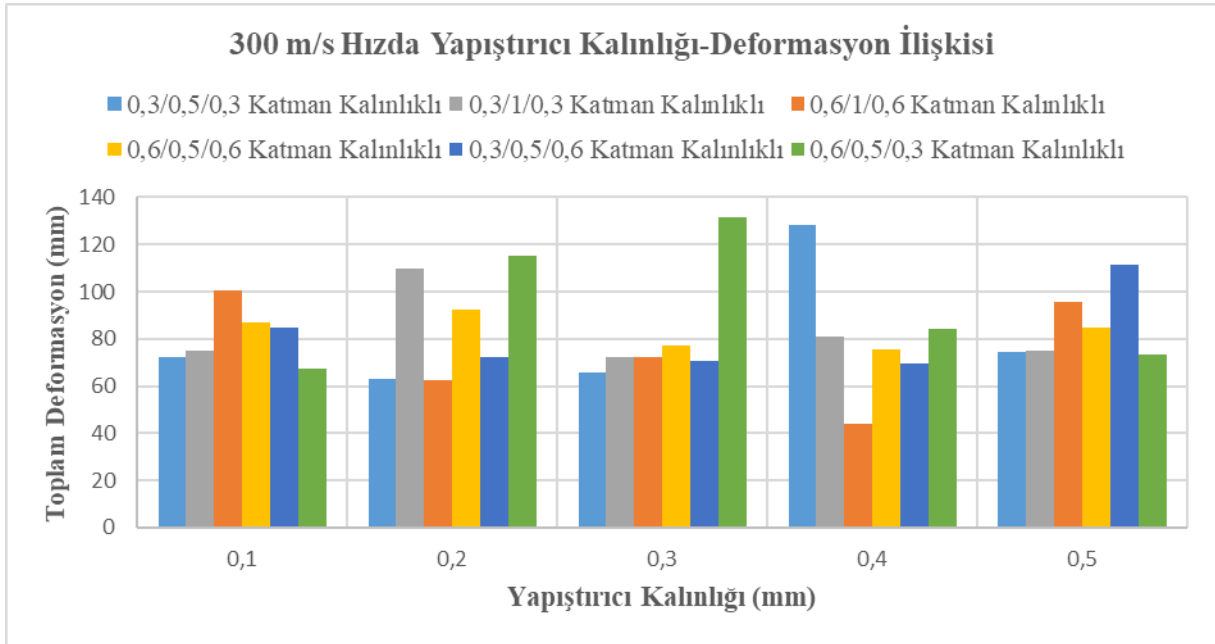
Şekil 7. Yapıştırıcı kalınlığının farklı hız değerlerinde deformasyona etkisi



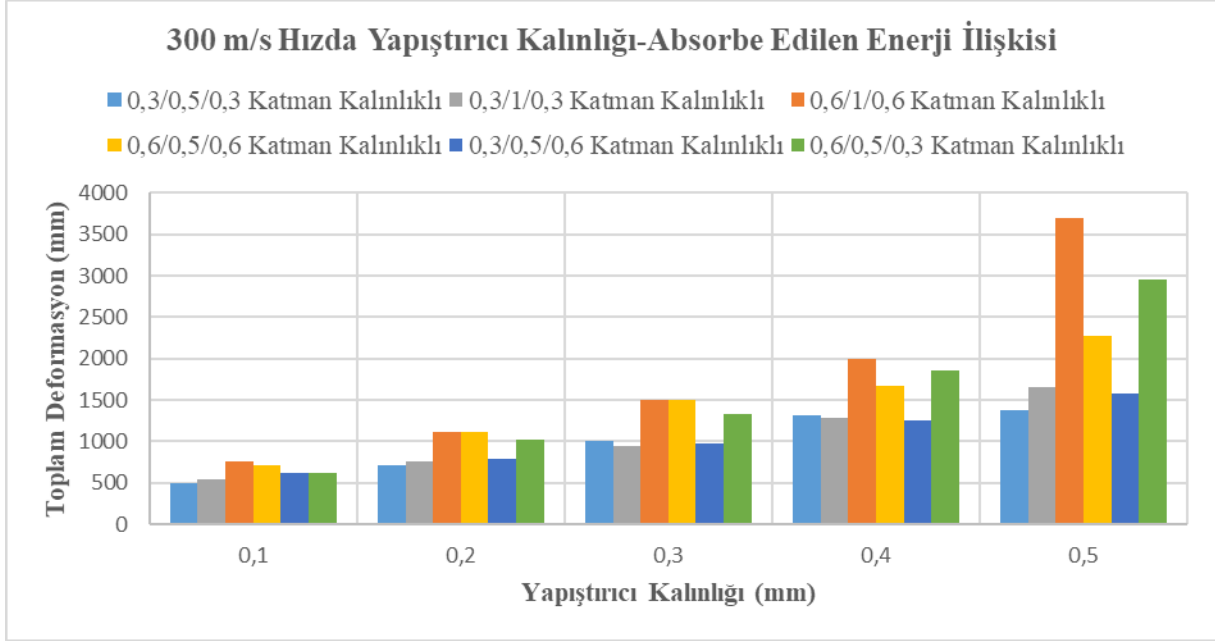
Şekil 8. Yapıştırıcı kalınlığının farklı hız değerlerinde sönmelenen enerjiye etkisi

Şekil 10'da farklı katman kalınlıklarına sahip yapının 300 m/s hız değerinde yapıştırıcı kalınlığının sönmelenen enerji miktarı üzerindeki etkisi gösteren grafik verilmiştir. Şekil 9'daki grafik incelendiğinde en düşük deformasyon değerlerinin darbeyi ilk alan alüminyum katmanın kalınlığının 0.3 mm olduğu ve yapıştırıcı kalınlığının 0.2-0.4 mm arasında değiştiği durumlarda elde edildiği görülmektedir. Buna mukabil Şekil 10'daki grafik incelendiğinde enerji sönmeme kabiliyeti açısından ilk darbeyi alan alüminyum katmanının 0.6 mm olduğu durum daha yüksek çıkmıştır. Her iki durumda da yapıştırıcı katman kalınlığının 0.2-0.4 mm aralığında değiştiği durumlar balistik darbe dayanımı açısından iyi sonuçlar vermiştir.

Literatürde, AL6061 malzemesinin farklı yapıştırıcı kalınlıkları ile oluşturulmuş yama bağlantısına balistik darbe etkisinin deneysel olarak incelediği çalışmada bağlantının 0.2-0.4 mm kalınlıklarda diğer kalınlıklardan daha iyi dayanım gösterdiği belirtilmiştir. Bir diğer çalışmada Alüminyum ve Seramik malzemeleri ile oluşturulmuş katmanlı yapının balistik darbe dayanımına farklı yapıştırıcı kalınlıklarının etkisi incelenmiştir. Çalışma sonucunda yapıştırıcı kalınlığının 0.5 mm üzerine çıktığı durumlarda mermi deformasyon derinliğinin artacağı belirtilmiştir. Bu çalışma kapsamında yapmış olduğumuz inceleme literatürdeki yapıştırıcı kalınlığının incelendiği çalışmalarla uyumlu sonuçlar vermiştir. Tüm bu sonuçlara bakıldığında balistik darbe dayanımının parametrelerin değişimden etkilediğini ve bu parametre değişimlerinin incelenmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır. Tam da bu sebepten bu sonuçların tahminlenmesi için bulanık mantık yönteminin kullanılabilmesi düşünülmektedir. Bulanık mantık yöntemiyle tahminleme tabakalı kompozit yapıların az sayıda deney ya da simülasyon sonuçları ile geniş aralıklarda parametre değişiminin etkisi tahminlenebilir. Balistik darbe deneylerinin laboratuvar ortamlarında yapılması diğer mekanik özellik ya da dayanım belirleme deneylerine kıyasla daha fazla dikkat ve güvenlik tedbiri gerektirmektedir. Balistik darbe simülasyon çalışmaları da benzer şekilde diğer analiz yöntemlerine kıyasla güçlü bilgisayarlar ve uzun sürelerle ihtiyaç duymaktadır. Bu sebeple balistik darbe dayanımının tahminlenmesi, çalışmalarda yapılacak deney ve simülasyonların daha kısa sürede tamamlanıp daha az masrafla atlatılmasını sağlayacaktır. Bu çalışma kapsamında ele alınan bulanık mantık yöntemi ile balistik darbe dayanımındaki parametre değişimlerinin tahminlenmesi literatürdeki yapılmış ve yapılacak çalışmalar için tahminleme açısından önemli bir yol haritası olacaktır. En düşük deformasyon 0.4 mm yapıştırıcı kalınlığına sahip 0.6/1/0.6 mm katman kalınlıklı yapıda elde edilmiştir. En yüksek deformasyon 0.3 mm yapıştırıcı kalınlığına sahip 0.6/0.5/0.3 mm katman kalınlıklı yapıda elde edilmiştir. En düşük enerji sönümlenmesi 0.1 mm yapıştırıcı kalınlığına sahip 0.3/0.5/0.3 mm katman kalınlıklı yapıda elde edilmiştir. En yüksek enerji sönümlenmesi 0.5 mm yapıştırıcı kalınlığına sahip 0.6/1/0.6 mm katman kalınlıklı yapıda elde edilmiştir. Bulanık mantık yöntemi ile yapılan tahminleme sonuçlarının bulunduğu ve analiz sonuçları ile kıyaslaması Tablo 4'te verilmiştir.



Şekil 9. Yapıştırıcı kalınlığının farklı katman kalınlıkları ile deformasyona etkisi



Şekil 10. Yapıştırıcı kalınlığının farklı katman kalınlıkları ile sönmelenen enerjiye etkisi

Tablo 4. Bulanık mantık tahminleme sonuçlarının analiz sonuçları ile karşılaştırılması

Örnek No	Hız Değeri (m/s)	Yapıştırıcı Kalınlığı (mm)	Katman Kalınlığı (mm)	Analiz Sonucu (mm)	Bulanık Mantık Tahminlemesi (mm)	Sonuç ile Tahminleme Arasındaki Fark (%)
1	120	0.2	1.1	22.29	20.60	7.78
2	300	0.2	1.1	60.53	58.00	4.18
3	226	0.59	1.23	39.06	40.30	3.17
4	289	0.45	1.29	56.10	57.30	2.14
5	242	0.67	1.89	38.93	39.10	0.44
6	252	0.97	2.07	38.12	39.10	2.57
7	121	0.13	2.13	21.11	21.60	2.32

## TARTIŞMA

CARALL yapısının yüksek hızlı balistik darbe dayanımının incelendiği bu çalışma kapsamında, katmanlı yapılarda kullanılan yapıştırıcı kalınlığının tabakalı yapıların balistik performansı üzerinde belirgin etkiler yarattığı saptanmıştır. Mevcut literatür incelendiğinde, CARALL tabakalı yapısı için yapıştırıcı kalınlığının etkisini doğrudan ele alan çalışmaların bulunmadığı görülmekte olup, bu durum çalışmanın literatürdeki önemli bir boşluğu doldurduğunu göstermektedir. Ayrıca, çalışmada kullanılan bulanık mantık tabanlı tahminleme yaklaşımı balistik darbe dayanımına alanında uygulanarak yenilikçi bir katkı sunmuştur. Elde edilen bulgular doğrultusunda, yapıştırıcı kalınlığının 0.2–0.4 mm aralığında olduğu durumlarda balistik dayanımın optimize edildiği belirlenmiştir. Bu çalışma kapsamında yapmış olduğumuz inceleme literatürdeki yapıştırıcı kalınlığının incelendiği çalışmalarla uyumlu sonuçlar vermiştir. Tüm bu sonuçlara bakıldığında balistik darbe dayanımının parametrelerin değişimden etkilediğini ve bu parametre değişimlerinin incelenmesi gerektiği ortaya çıkmaktadır. Tam da bu sebepten bu sonuçların tahminlenmesi

için bulanık mantık yönteminin kullanılabilceği düşünülmektedir. Bulanık mantık yöntemiyle tahminleme tabakalı kompozit yapıların az sayıda deney ya da simülasyon sonuçları ile geniş aralıklarda parametre değişiminin etkisi tahminlenebilir. Çalışmada kullanılan tahminleme yönteminin, simülasyon sonuçları ile uyumlu bir şekilde güvenilir öngörüler sağladığı da ortaya konmuştur. Bu bulgular, yüksek hızlı balistik darbe dayanımı alanında yapılacak ileri araştırmalara yön verebilecek nitelikte olup, araştırmacılar için yol gösterici bir perspektif sağlamaktadır.

#### KAYNAKLAR

- [1] Saurabh S. Sirsikar, Sangram V. Jadhav, and Amol Sapkal, “Review of Static and Dynamic Testing of Adhesive Joints for Structural Analysis,” *Natl. Conf. Appl. Sci. Humanit. (NCASH 2016)*, vol. 1, no. November, pp. 24–26, 2016.
- [2] X. He, “A review of finite element analysis of adhesively bonded joints,” *Int. J. Adhes. Adhes.*, vol. 31, no. 4, pp. 248–264, 2011, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2011.01.006.
- [3] T. Yokoyama, “Experimental determination of impact tensile properties of adhesive butt joints with the split Hopkinson bar,” *J. Strain Anal. Eng. Des.*, vol. 38, no. 3, pp. 233–245, 2003, doi: 10.1243/030932403765310563.
- [4] Y. Gao, W. Zhang, P. Xu, X. Cai, and Z. Fan, “Influence of epoxy adhesive layer on impact performance of TiB<sub>2</sub>-B<sub>4</sub>C composites armor backed by aluminum plate,” *Int. J. Impact Eng.*, vol. 122, no. July, pp. 60–72, 2018, doi: 10.1016/j.ijimpeng.2018.07.017.
- [5] G. D. Demir, S. Yildiz, A. Gursel, K. T. İkikardaslar, and F. Delale, “Influence of Bondline Thickness on the Performance of Adhesive Joints Under Ballistic Peel Impact,” *ASME Int. Mech. Eng. Congr. Expo. Proc.*, vol. 4, pp. 1–7, 2023, doi: 10.1115/IMECE2023-113986.
- [6] H. Pisavadia, G. Toussaint, P. Dolez, and J. D. Hogan, “Cohesive zone failure modeling of polymeric adhesives used in ceramic/metal armor,” *Int. J. Impact Eng.*, vol. 170, no. August, p. 104364, 2022, doi: 10.1016/j.ijimpeng.2022.104364.
- [7] S. Yildiz, J. Chiu, F. Delale, and N. Elvin, “Characterization of adhesive joints under ballistic shear impact,” *Int. J. Adhes. Adhes.*, vol. 113, no. October 2021, p. 103035, 2022, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2021.103035.
- [8] Y. Shen, Y. Wang, S. Du, Z. Yang, H. Cheng, and F. Wang, “Effects of the adhesive layer on the multi-hit ballistic performance of ceramic/metal composite armors,” *J. Mater. Res. Technol.*, vol. 13, pp. 1496–1508, 2021, doi: 10.1016/j.jmrt.2021.05.058.
- [9] K. Gollins, N. Elvin, and F. Delale, “Characterization of adhesive joints under high-speed normal impact: Part I – Experimental studies,” *Int. J. Adhes. Adhes.*, vol. 98, no. September 2019, p. 102529, 2020, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2019.102529.
- [10] J. Godzimirski, M. Rośkiewicz, and A. Komorek, “Investigation of ballistic resistance of adhesive bonded multi-layer structures,” *Ekspluat. i Niezawodn.*, vol. 19, no. 3, pp. 324–330, 2017, doi: 10.17531/ein.2017.3.2.
- [11] M. Grujicic, B. Pandurangan, and B. d’Entremont, “The role of adhesive in the ballistic/structural performance of ceramic/polymer-matrix composite hybrid armor,” *Mater. Des.*, vol. 41, pp. 380–393, 2012, doi: 10.1016/j.matdes.2012.05.023.
- [12] K. Wang *et al.*, “The impact of the coupling relationship between projectile size and yarn dimension on the ballistic performance of plain weave fabric,” *Def. Technol.*, vol. 43, 2024, doi: 10.1016/j.dt.2024.06.016.
- [13] A. Arias, R. Zaera, C. Ñ. Navarro, and J. Lo, “The effect of the thickness of the adhesive layer on the ballistic limit of ceramic/metal armours. An experimental and numerical study,” *Int. J. Impact Eng.*, vol. 32, no. 1–4, pp. 321–336, 2005.
- [14] S. Zhu, W. Peng, Y. Shao, and S. Li, “Experimental and numerical study on the high-

- velocity hail impact performance of carbon fiber aluminum alloy laminates,” *Int. J. Impact Eng.*, vol. 179, no. May 2023, p. 104664, 2023, doi: 10.1016/j.ijimpeng.2023.104664.
- [15] A. Solak, “Structural performance enhancement: bio-inspired honeycomb solutions for high-velocity hail impact challenges,” *J. Brazilian Soc. Mech. Sci. Eng.*, vol. 46, no. 11, pp. 1–12, 2024, doi: 10.1007/s40430-024-05258-2.
- [16] N. Yüksel and H. R. Börklü, “Yapay Zeka Destekli Kavramsal Tasarım: Tekerlekli Sandalye Tasarım Seçenekleri Değerlendirmede Bulanık Mantık Kullanımı,” *Gazi J. Eng. Sci.*, vol. 7, no. 3, pp. 309–316, 2021, doi: 10.30855/gmbd.2021.03.13.
- [17] S. Yılmaz, “Bulanık Mantık ve Mühendislik Uygulamaları,” Kocaeli Üniversitesi, Ders Notları, 2006.
- [18] A. Aydemir and D. Günay, “The fuzzy finite element stress analysis of adhesive-bonded single lap joints,” *Turkish J. Eng. Environ. Sci.*, vol. 28, no. 2, pp. 121–127, 2004.
- [19] A. Rusu, L. Bejan, M. Barbuta, and V. P. Paun, “Adhesion stress prediction in polymer concrete using fuzzy logic model,” *Mater. Plast.*, vol. 56, no. January, pp. 817–824, 2019, doi: 10.37358/mp.19.4.5271.
- [20] M. L. Saad, M. H. Sar, O. S. Barrak, S. K. Hussein, and A. K. Hussein, “Fuzzy logic model analysis of shear force in aluminium / polyethylene lap joined by hot press,” *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 518, no. 3, 2019, doi: 10.1088/1757-899X/518/3/032007.
- [21] G. R. Johnson and W. H. Cook, “A Computational Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strain, High Strain Rates and High Pressures,” *Proc. 7th Int. Symp. Ballist.*, pp. 541–547, 1983.
- [22] M. Ö. İbiş, Y. Kahraman, and K. Genel, “Effect of adhesive on ballistic performance of multi-layered steel,” *Int. J. Impact Eng.*, vol. 176, no. March, 2023, doi: 10.1016/j.ijimpeng.2023.104559.
- [23] A. Akhavan-Safar, F. Ramezani, F. Delzendehrooy, M. R. Ayatollahi, and L. F. M. da Silva, “A review on bi-adhesive joints: Benefits and challenges,” *Int. J. Adhes. Adhes.*, vol. 114, no. December 2021, p. 103098, 2022, doi: 10.1016/j.ijadhadh.2022.103098.
- [24] A. K. Kaw, *Mechanics of Composite Materials*, Second Edi. Taylor & Francis, 2006.



## DİRSEK GEOMETRİSİNİN AYARLI SIVI KOLON SÖNÜMLEYİCİLERİN SÖNÜM PARAMETRESİ ÜZERİNDEKİ ETKİLERİNİN TEORİK VE DENEYSEL İNCELEMESİ

Mert Can Aydemir<sup>1,2</sup>, Erdem Damcı<sup>1</sup>

<sup>1</sup> İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa, İstanbul

<sup>2</sup> İstanbul Beykent Üniversitesi, İstanbul

### ABSTRACT

This study investigates the dynamic characteristics of Tuned Liquid Column Dampers (TLCDs) with different elbow form using experimental and numerical methods, focusing on the effect of open (45°) and closed (90°) elbow geometries on the damping ratio. In the first work, frequency sweep tests were performed under harmonic excitation to determine the experimental damping ratios of the TLCD systems. The results indicate that the closed-elbow TLCD has a higher damping ratio than the open-elbow configuration, and the damping ratio increases for both configurations as the excitation amplitude increases. TLCD systems are typically analysed using Single Degree of Freedom (SDOF) models; however, the non-linear nature of the damping parameter presents analytical challenges. To address this issue, empirical equations representing the equivalent damping ratio of TLCDs were derived using the least squares method based on experimental data. The calculated equivalent damping ratios were compared with iterative methods commonly used in the literature to determine optimal tuning and damping ratios. Numerical analyses using the Newmark Linear Acceleration Method were performed to evaluate the effectiveness of TLCDs in mitigating structural dynamic responses. The results indicate that the open-elbow TLCD provides a damping ratio closer to the optimum value and provides more effective control under strong ground motions compared to the closed-elbow configuration. Conversely, the closed-elbow TLCD exhibits superior damping performance when the SDOF system oscillates at its dominant frequency. Furthermore, while the optimal damping ratios obtained for the open-elbow TLCD agree well with experimental data, it is concluded that direct application of the existing empirical formulations to the closed-elbow configuration may not be appropriate.

Keywords: tuned liquid column damper, equivalent damping ratio, passive control.

### ÖZET

Bu çalışma, farklı dirsek formlarına sahip Ayarlı Sıvı Kütle Sönümleyicilerin (ASKS) dinamik özelliklerini deneysel ve sayısal yöntemlerle analiz ederek, açık (45°) dirsek (AD) ve kapalı (90°) dirsek (KD) geometrisinin sönüm oranına etkilerini incelemektedir. İlk aşamada, harmonik uyarım altında gerçekleştirilen frekans tarama deneyleriyle ASKS sistemlerinin deneysel sönüm oranları belirlenmiştir. Bulgular, kapalı dirseğin açık dirseğe kıyasla daha yüksek sönüm oranına sahip olduğunu ve harmonik uyarım genliği arttıkça her iki form için

de sönüm oranının yükseldiğini göstermektedir. ASKS sistemleri genellikle Tek Serbestlik Dereceli (TSD) sistemler üzerinden analiz edilmekte olup, doğrusal olmayan sönüm parametresi nedeniyle analitik çözümler zorluk içermektedir. Bu sorunun üstesinden gelmek için, deneysel veriler ışığında En Küçük Kareler yöntemiyle ASKS'nin eşdeğer sönüm oranını ifade eden bağıntılar geliştirilmiştir. Hesaplanan eşdeğer sönüm oranları, literatürdeki iteratif yöntemlerle karşılaştırılarak optimum ayarlama ve sönüm oranlarının belirlenmesine odaklanılmıştır. Newmark Doğrusal İvme Yöntemi kullanılarak yapılan sayısal analizlerde, ASKS'nin dinamik tepkileri azaltma performansı incelenmiştir. Açık dirsek ASKS'nin optimum sönüm oranına daha yakın olduğu ve güçlü yer hareketleri altında kapalı dirseğe kıyasla daha etkin kontrol sağladığı belirlenmiştir. Buna karşılık, kapalı dirsek ASKS, TSD sistemin hâkim frekansı altında daha iyi sönümleme sağlamaktadır. Ayrıca, açık dirsek ASKS için belirlenen optimum sönüm oranlarının deneysel verilerle uyumlu olduğu, ancak kapalı dirsek için literatürdeki bağıntıların doğrudan kullanılmasının uygun olmayabileceği sonucuna varılmıştır.

Anahtar kelimeler: ayarlı sıvı kolon sönümleyici, eşdeğer sönüm oranı, pasif kontrol.

## GİRİŞ

Yüksek dayanımlı malzemelerin ve modern inşaat teknolojilerinin gelişimi, daha uzun açıklıklara ve daha yüksek yapılar inşa edilmesine olanak tanımıştır. Bu nedenle, rüzgâr ve deprem gibi yatay yüklerin yol açtığı titreşimlerin kontrolü, yüksek yapılar tasarlanırken göz önünde bulundurulması gereken önemli bir husus haline gelmiştir. Yüksek katlı yapıların yapısal güvenliğini ve kullanım konforunu artırmanın yaygın yollarından biri, yapıların rijitliğini artırarak yatay yükler karşısında daha dayanıklı hale getirmek veya ek titreşim sönümleyiciler kullanarak yapının sönümleme kapasitesini artırmaktır. Özellikle, 20. yüzyılın sonuyla beraber inşaat mühendisliği yapılarında pasif sönümleyiciler, uygulanabilirlikleri ve düşük maliyetleri sebebiyle tercih sebebi olmaktadır. Bu bağlamda, pasif sönümleyicilerden biri olan Ayarlı Kütle Sönümleci'nin (AKS) pratikteki ilk uygulamalarından biri, 1977 yılında tamamlanan, Amerika Birleşik Devletleri Boston'daki 60 katlı John Hancock binasında rüzgâr kaynaklı titreşimlerin kontrolü amacıyla kullanılmıştır. [1,2].

Pasif sönümleyiciler arasında yer alan ve yatay ile düşey kolda eşit kesit alanına sahip olan Ayarlı Sıvı Kolon Sönümleyici (ASKS), ilk kez Sakai [3] tarafından literatüre kazandırılmış, doğrusal olmayan matematiksel modeli tanımlanmış ve sönüm kuvvetini artırmak amacıyla yatay kola orifis eklenmiştir. Sonraki yıllarda, ASKS'nin rüzgâr kuvveti etkisi altındaki kontrol performansını incelemek üzere Kwok ve diğ. [4], Balendra ve diğ. [5], ile Xu ve diğ. [6] çeşitli çalışmalar gerçekleştirmiştir. Bu araştırmalarda, optimum orifis açıklık oranı, daha yüksek kütle oranı ve daha yüksek boy oranının, en iyi kontrol performansını elde etmede önemli faktörler olduğu belirlenmiştir. ASKS'nin güçlü yer hareketleri altındaki kontrol performansını değerlendirmek için Won ve diğ. [7] ile Sadek ve diğ. [8] tarafından yapılan çalışmalar, yük kaybı katsayısının yalnızca sönüm ve kütle oranına değil, aynı zamanda güçlü yer hareketlerinin özelliklerine de bağlı olabileceğini ortaya koymuştur. Rüzgâr yüklerine maruz kalan binaların tepkilerini etkin bir şekilde kontrol etmek amacıyla, ASKS'nin en uygun parametrelerini belirlemeye yönelik çeşitli araştırmalar gerçekleştirilmiştir [9-12]. Bu çalışmalar, en uygun sönüm, yük kaybı ve ayarlama oranlarının ASKS kontrol performansı üzerindeki etkilerini detaylı bir şekilde incelemiştir. Pasif sönümleyicilerden biri olan AKS'nin harmonik uyarımlar altındaki davranışına yönelik, Der Hartog [13] ile Warburton ve Ayorinde'in [14] çalışmaları, literatürde bu alandaki temel bağıntıları ortaya koymuş ve ASKS sistemleri için de yol gösterici olmuştur. Chang [15] çalışmasında, sönümsüz bir ana yapı üzerinde güçlü yer hareketleri etkisiyle, ASKS, Sıvı Kolon Titreşim Yutucu (SKTY) ve

AKS'nin optimum kontrol performansı için tasarım parametrelerini incelemiştir. Ayrıca çalışmada, AKS'den farklı olarak, ASKS'de optimum parametrelerin belirlenmesi sürecinde, yatay koldaki sıvı kütlelerinin toplam sıvı kütlelerine oranını ifade eden geometrik bir katsayı kullanıldığı belirtilmiştir.

ASKS'nin ana yapıyla uyumlu şekilde optimum parametrelerinin belirlenmesi, yapısal tasarımda önemli bir rol oynar. Ancak, sönümleyici-yapı sisteminin doğrusal olmayan davranışı nedeniyle bu parametrelerin belirlenmesi zaman alıcı bir süreçtir. Bu problemi aşmak için, ASKS'nin optimum ayar parametrelerini basitleştirilmiş formüllerle belirlemeye yönelik çalışmalar olmuştur. Bunlardan birisinde, Shum [16] çalışmasında, sönümsüz TSD sistem için ASKS parametrelerinin kapalı form tasarım formülleri geliştirilmiş ve bu formüller, geleneksel iteratif yöntemlerle elde edilen sonuçlarla doğrulanmıştır. Diğer bir çalışmada ise, Wu ve diğ. [12], sönümlü bir yapı üzerinde hem uniform hem de uniform olmayan ASKS'ler için harmonik yükler altında pratik kullanıma yönelik hızlı bir rehber sunan tasarım tablolarıyla birlikte kapalı form çözümleri geliştirmiştir.

Yapının hafif sönümlü olması durumunda yapısal sönümün tasarım parametre değerleri üzerindeki etkisinin ihmal edilebilir olduğu bilinmektedir [11, 13]. Ancak farklı uyarım türleri etkisindeki sönümlü sistemlerde, kapalı form çözümleri geliştirmek zorlu bir süreçtir. Bunun nedeni, klasik sönümleyici sistemine özgü bazı özelliklerin, örneğin değişmezlik (invariance) noktalarının, birincil sisteme sönüm eklenmesi durumunda ortadan kalkmasıdır [12, 13]. Bu zorlukların üstesinden gelmek ve tasarım sürecini kolaylaştırmak amacıyla, bazı araştırmacılar kapalı form çözümlerine odaklanarak tasarım parametrelerinin doğrudan hesaplanmasını sağlayan yöntemler geliştirmiştir. Yalla ve Kareem [11], ASKS sistemlerinin tasarımı için yenilikçi bir yöntem sunarak, eşdeğer doğrusallaştırma yaklaşımını kullanan doğrudan bir çözüm yöntemi geliştirmişlerdir. Bu çalışmada, sönümsüz birincil yapılar için optimum ayarlama oranını ve yük kaybı katsayısını hesaplamak amacıyla kapalı formda ifadeleri, rüzgâr ve deprem yüklerini temsil eden beyaz gürültü uyarımları altında elde etmişlerdir.

Bununla birlikte, belirgin bir yapısal sönümleme durumunda, elde edilen sonuçlar gerçek optimum tasarım koşullarını temsil etmeyebilir; zira yapısal sönüm, sistemin dinamik tepkisi ve dolayısıyla optimum tasarım parametreleri üzerinde kayda değer bir etki yaratmaktadır. Bu bağlamda, Di Matteo ve arkadaşları [17], geleneksel iteratif yöntemlerin karmaşık sistemlerde zaman alıcı olması nedeniyle, ASKS'nin sönüm oranını doğrudan hesaplamaya olanak tanıyan bir sayısal yöntem geliştirmiştir. Söz konusu çalışmada, ASKS parametrelerinin değerlendirilmesi ve rastgele yükler altındaki sönümlü bir ana sistemin dinamik davranışının öngörülmesi amacıyla sadeleştirilmiş bir formülasyon ortaya konmuştur.

Bu çalışmada, önceki araştırmada [18] açık ve kapalı dirsek formlarına sahip ASKS için elde edilen deneysel sönüm oranları kullanılmıştır. Dirsek geometrisinin ASKS'nin sönümleme performansı üzerindeki etkisini değerlendirmek amacıyla, harmonik uyarım altında gerçekleştirilen deneylerden elde edilen bu veriler, En Küçük Kareler Yöntemi (Least Square Method) yöntemi ile değerlendirilmiş ve genel bir sönüm oranı formülü geliştirilmiştir. Ayrıca, optimum sönüm oranı ve Dinamik Büyütme Faktörü (DBF) göz önünde bulundurularak, hangi dirsek formunun daha ideal bir tasarım sunduğu incelenmiştir.

## MATEMATİKSEL MODEL

Bu bölümde, ASKS'nin ve bütünleşik yapı sisteminin dinamik davranışını anlamaya yönelik matematiksel modelleme sunulmaktadır. Şekil 1.a'da gösterilen TSD sistem ve Şekil 1.b'de

verilen ASKS sistemine ilişkin hareket denklemleri, literatürde yaygın olarak kullanılan bağıntılar temel alınarak Denklem 1 ve 2 ile ifade edilmiştir.

$$(M_s + m_d)\ddot{x}_s(t) + m_d\ddot{y}_s(t) + C_s\dot{x}_s(t) + K_s x_s(t) = (M_s + m_d)\ddot{x}_g(t) \quad (1)$$

$$m_d\ddot{y}(t) + \frac{1}{2}\rho A\xi|\dot{y}(t)|\dot{y}(t) + 2\rho Agy(t) = -m_h\ddot{x}_g(t) \quad (2)$$

Yukarıdaki denklemlerde,  $M_s$ ,  $C_s$ ,  $K_s$  sırasıyla ana sistemin kütle, sönüm ve rijitlik parametreleridir.  $A$ , ASKS'nin kesit alanını,  $m_d$  ( $\rho AL$ ) ASKS içerisindeki sıvı kütesini ve  $m_h$  yatay koldaki sıvı kütesini temsil etmektedir.  $g$  yerçekimi ivmesini,  $\ddot{x}_g$  yer kuvveti ivmesini,  $x$  ve  $y$  ise sırasıyla TSD sistemin ve sıvının yer değiştirmesini,  $\rho$  sıvının yoğunluğunu ve  $\xi$  ise yük kaybı katsayısını temsil etmektedir. Parametreler üzerindeki noktalar ise türevler anlamına gelmektedir.

Denklem 2'de yer alan  $|\dot{y}(t)|\dot{y}(t)$  terimi, denklemi doğrusal olmayan bir yapıya dönüştürdüğünden, diferansiyel denklemin sayısal çözümü zorlaşmaktadır. Sayısal çözümleri kolaylaştırmak adına, bu terim eşdeğer doğrusallaştırma tekniği kullanılarak doğrusallaştırılır [19]. Doğrusal olmayan ve eşdeğer doğrusal sistemler arasındaki hata, aşağıdaki Denklem (3) kullanılarak ölçülebilir.

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\rho A\xi|\dot{y}| \dot{y} - c_{eq}\dot{y} \quad (3)$$

Eşdeğer sönüm katsayısı, su kolonundaki su yüzeyi hızının Gauss dağılımına sahip olduğu varsayımıyla, ortalama karesel hatanın minimize edilmesi yoluyla belirlenir ve bu süreç sonucunda eşdeğer sönüm katsayısının ifadesi türetilir [9, 13].

$$c_{eq} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\rho A\xi\sigma_y \quad (4)$$

Denklem 5'te ifade edilen, Çeq Denklem 1'deki ASKS'nin eşdeğer sönüm oranını  $\sigma_y$  ise su kolonundaki su yüzeyi hızının standart sapmasını belirtir. Doğrusallaştırma yöntemi sonucunda elde edilen ve ASKS'nin dinamik davranışını temsil eden doğrusal denklem, Denklem 5'te verilmiştir.

$$m_d\ddot{y}(t) + 2m_d\omega_d\zeta_{eq}\dot{y}(t) + m_d\omega_d^2 y(t) = -m_h\ddot{x}_g(t) \quad (5)$$

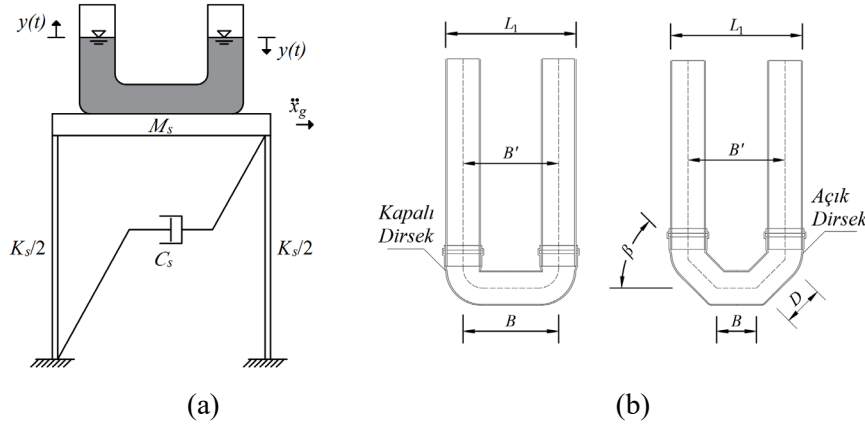
Şekil 1a'da gösterilen sistemin doğrusallaştırılmış ve nümerik analizlerde dikkate alınan bağıntıların matris görünümü aşağıda verildiği gibidir.

$$\begin{bmatrix} M_s + m_d & m_h \\ m_h & m_d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & 2m_d\omega_d\zeta_{eq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & m_d\omega_d^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} M_s + m_d \\ m_h \end{Bmatrix} \ddot{x}_g \quad (6)$$

Şekil 1b'de yer verilen ASKS sistemlerinde,  $L_1$  büyüklükleri kapalı ve açık dirsek için sırasıyla 283mm ve 286mm'dir. Yatay kol uzunluğu B' değeri ise kapalı ve açık dirsek için sırasıyla 208mm ve 211mm'dir.

Dirsek etkisinin sönümlenme performansını karşılaştırmak amacıyla, ASKS sistemlerinin boyutsuz Dinamik Büyütme Faktörü, Denklem 7 kullanılarak hesaplanmıştır. Bu denklem, sönüm oranı ile frekans oranı arasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır. Bu denklemde  $\omega$  harmonik uyarım frekansını,  $\omega_d$  ise sönümleyicinin hâkim frekansını belirtmektedir.

$$DBF = \frac{\alpha(\omega / \omega_d)}{\sqrt{\left[ \left( 1 - (\omega / \omega_d)^2 \right)^2 + \left[ 2\zeta(\omega / \omega_d) \right]^2 \right]}} \quad (7)$$



Şekil 1. Bütünleşik sistem (a), kapalı ve açık dirsek formuna sahip ASKS (b).

## ASKS SİSTEM OPTİMİZASYONU VE PERFORMANSI

### Dirsek Formunun Eşdeğer ve Optimum Sönüm Oranına Etkisi

Ju ve Park ve diğ. [20,21] tarafından önerilen bağıntı iki farklı dirsek formu için elde edilen deneysel veriler kullanılarak geliştirilmiş ve Denklem 8'de verilen eşdeğer sönüm oranını ifade eden bağıntı, En Küçük Kareler Yöntemi ile elde edilmiştir. Bu yöntemin sonucunda,  $\pm 5$  mm harmonik uyarım genliği için  $k$  ve  $v$  katsayıları sırasıyla 1,0432 ve 0,68723 olarak bulunmuştur. Benzer şekilde,  $\pm 10$  mm harmonik uyarım genliği için  $k$  ve  $v$  değerleri sırasıyla 0,6198 ve 0,63627 olarak elde edilmiştir. Denklem 8'de yer alan  $x_c$ , uyarım genliğini;  $L$ , toplam sıvı uzunluğunu;  $\nabla$  ise geometrik dirsek faktörünü ifade etmektedir.

$$\zeta_{eq} = k \left( \frac{x_c}{L} \nabla \right)^v \quad (8)$$

ASKS'nin sönüm karakteristiğini belirlemede kritik bir etkiye sahip olan ve dirsek geometrisine bağlı olarak belirlenen geometrik dirsek faktörü ( $\nabla$ ), Denklem 9 kullanılarak hesaplanmıştır. Bu faktörün değeri, açık ve kapalı dirsek formları için sırasıyla 0,53 ve 1 olarak bulunmuştur. Bu denklemde yer alan  $\beta$  parametresi, dirseğin yatay ile yaptığı açığı temsil eder ve açık dirsek için  $45^\circ$ , kapalı dirsek için ise  $90^\circ$ 'dir. Ayrıca, Denklem 9'da  $B'$ , ASKS'nin yatay kolundaki sıvı uzunluğunu,  $D$  ise eğik koldaki sıvı uzunluğunu belirtmektedir.

$$\nabla = \left( \frac{B' - (D \cdot \cos \beta)}{B'} \right) \quad (9)$$

Optimum ayarlama oranı ( $\gamma_{opt}$ ) ASKS'nin kontrol performansını belirleyen temel bir parametre olup, frekans oranı ( $\zeta_{opt}$ ) ve kütle oranı ( $\mu = m_d/m_s$ ) ile tasarım sürecinde önemli bir rol oynar. Denklem 10'da ifade edilen bu parametreler, ASKS'nin kütle oranı ile yatay koldaki sıvı kütesinin toplam sıvı kütesine oranını temsil eden geometrik katsayı ( $a = B'/L$ ) kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu katsayısının bire yaklaşması, toplam sıvı kütesinin yatay kolda yer aldığı durumu ifade eder ve bu durumda Denklem 10, ASKS'nin optimum sönüm oranı bağıntısına dönüşerek iki sistem arasındaki dinamik benzerlik açığa çıkmış olur [13, 15].

$$\gamma_{opt} = \left( \frac{\sqrt{1 + \mu(1 - 0.5a^2)}}{1 + a} \right) \quad (10)$$

Benzer şekilde, optimum sönüm oranı, kütle oranı ve yatay koldaki sıvı kütesinin toplam sıvı kütesine oranının bir fonksiyonu olarak Denklem 11 kullanılarak hesaplanmaktadır [13, 15].

$$\zeta_{opt} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu\alpha^2 [1 + \mu(1 - 0.25\alpha^2)]}{(1 + \alpha)[1 + \mu(1 - 0.5\alpha^2)]}} \quad (11)$$

Denklem 10 ve 11, Sönümsüz birincil sistem için türetilen sönümleyicinin optimum ayarlama ve sönüm oranları, hafif sönümlü sistemlerde de geçerliliklerini korumaktadır. Ancak, birincil sistemdeki sönüm oranı arttığında, optimum sönüm oranını ifade etmek için ampirik ifadelerin türetilmesi gerekmektedir [11]. Bu bağlamda,  $\pm 5$  mm ve  $\pm 10$  mm harmonik uyarım genlikleri için elde edilen deneysel sönüm oranlarından faydalanarak [18], Denklem 8'deki ilgili katsayılar En Küçük Kareler Yöntemi kullanılarak eşdeğer sönüm oranları elde edilmiştir. Sonuç olarak, Çizelge 1'de, Denklem 7 kullanılarak hesaplanan eşdeğer sönüm oranları ile deneysel olarak elde edilen sönüm oranlarının karşılaştırması, açık ve kapalı dirsek formuna sahip ASKS sistemleri için  $\pm 5$  mm harmonik uyarım genliği altında gerçekleştirilmiştir.  $\pm 5$  mm harmonik uyarım genliği altında, açık ve kapalı dirsek formuna sahip ASKS sistemleri için türetilen denklemlerin sonuçlarının deneysel verilerle uyumlu olduğu görülmektedir. Benzer şekilde,  $\pm 10$  mm harmonik uyarım genliği için de benzer bir uyum gözlemlenmiştir.

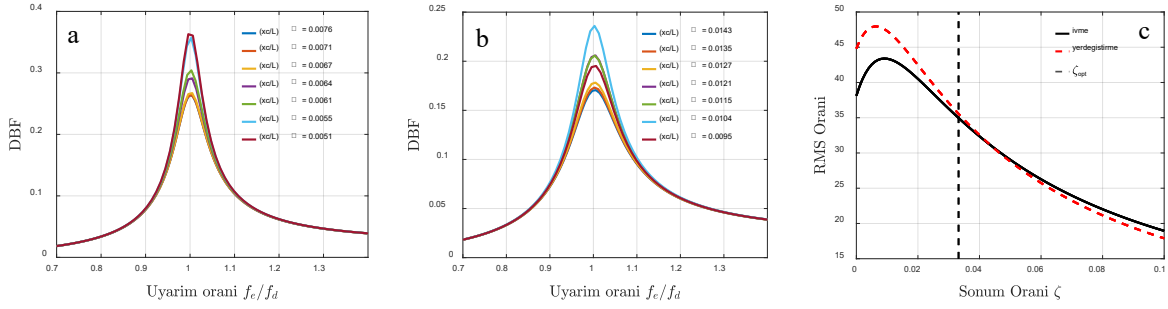
Çizelge 1. Harmonik uyarım genliği  $\pm 5$ mm için ASKS özellikleri.

$(x_c/L) \cdot \nabla$		Eş Değer Sönüm Oranı		Deneysel Sönüm Oranı	
Açık	Kapalı	Açık	Kapalı	Açık	Kapalı
0.0076	0.0143	0.0364	0.0564	0.03628	0.0563
0.0071	0.0135	0.0350	0.0541	0.03625	0.0555
0.0067	0.0127	0.0336	0.0520	0.03578	0.0539
0.0064	0.0121	0.0324	0.0501	0.03276	0.0466
0.0061	0.0115	0.0313	0.0484	0.03151	0.0467
0.0055	0.0104	0.0293	0.0453	0.02681	0.0407
0.0051	0.0095	0.0276	0.0427	0.02604	0.0491

Zaman tanım alanındaki titreşim tepkilerinin büyüklüğünü karşılaştırmak amacıyla genellikle kök ortalama kare (Root Mean Square, RMS) değeri kullanılır. RMS, zamana bağlı tepkilerin ortalama enerjisini temsil ederek sistemin genel titreşim seviyesini niceliksel olarak değerlendirmeye olanak tanır. Sönümleyicinin sistem üzerindeki etkisini ortaya koymak amacıyla Denklem 12'den yararlanılmıştır. Bu denklemde  $RMS_{WOT}$  ve  $RMS_{WT}$ , sırasıyla ASKS'siz ve ASKS'li sistemin RMS tepkilerini ifade etmektedir.

$$r = \left( \frac{RMS_{WOT} - RMS_{WT}}{RMS_{WOT}} \right) \times 100 \quad (12)$$

Şekil 2.a ve 2.b'de harmonik uyarım genliği sabit tutulduğu, sönüm oranındaki artışın sistemin dinamik büyütme katsayısını azalttığı görülmektedir. Sönüm oranı arttıkça sistem tepkisi azalsa da aşırı sönümlenme kontrol etkinliğini düşürebilmektedir. Şekil 2.c'de ise, bütünleşik sistemin ivme ve yerdeğiştirme RMS farkları Denklem 12 kullanılarak hesaplanmıştır. Şekil 2.c'de ASKS'nin sönüm oranı azaldıkça, kontrol performansının belirgin bir şekilde arttığını görülmektedir.



Şekil 2. Açık dirsek için DBF tepkisi (a), kapalı dirsek için DBF tepkisi (b), Sönüm oranı ile RMS oranları arasındaki ilişki (c).

TSD sistemin etkin kontrolü büyük ölçüde ayarlama oranına ( $f_s/f_d$ ) bağlıdır; bu oran TSD'nin ( $f_s$ ) hâkim frekansı ile ASKS ( $f_d$ ) sisteminin hâkim frekansı arasındaki ilişkiyi tanımlar. Çizelge 2'de sunulan dinamik karakteristikler, bu ayarlama oranının 1 olduğu, yani her iki sistemin rezonans frekanslarının çakıştığı durum için elde edilmiştir. Çizelge 2, açık ve kapalı dirsek formuna sahip ASKS sistemlerinin  $\pm 5$  mm ve  $\pm 10$  mm harmonik yerdeğiştirme uyarımları altındaki dinamik karakteristiklerini özetlemektedir. Optimum sönüm oranı ise ( $\zeta_{opt}$ ) Denklem 10 ile hesaplanmış ve %3,32 olarak bulunmuştur. Açık dirsek formunun bu değere daha yakın bir sonuç verdiği ve daha ideal bir performans sergilediği görülmektedir. Buna karşın, kapalı dirsek formu ideal sönüm değerinden uzak bir sonuç göstermektedir.

Çizelge 2. Harmonik uyarım genliği  $\pm 5$ mm ve  $\pm 10$ mm için ASKS özellikleri.

Dirsek Formu	Teorik Doğal Frekans	Deneysel Doğal Frekans		Deneysel Sönüm Oranı		Eşdeğer Sönüm Oranı		Optimum Sönüm Oranı
		$\pm 5$ mm	$\pm 10$ mm	$\pm 5$ mm	$\pm 10$ mm	$\pm 5$ mm	$\pm 10$ mm	
Genlik	$\pm 5/\pm 10$ mm	$\pm 5$ mm	$\pm 10$ mm	$\pm 5$ mm	$\pm 10$ mm	$\pm 5$ mm	$\pm 10$ mm	
Açık	1,067 Hz	1,05 Hz	1,03 Hz	%3,15	%3,57	%3,13	%3,74	%3,32
Kapalı		1,04 Hz	1,02 Hz	%4,67	%5,91	%4,84	%5,61	

### Zorlanmış Titreşim Altında ASKS Performansı

Zorlanmış titreşim altında TSD sistemi ( $\zeta=0,02$ ) ile ASKS arasındaki etkileşimi incelemek üzere, Şekil 1a'da bütünleşik bir yapı modeli oluşturularak temsil edilmiştir. Modelin zaman tanım alanındaki sayısal analiz verileri, Denklem 6'nın Newmark Doğrusal İvme Yöntemi [22] ile çözümü sonucunda elde edilmiştir. Bütünleşik sisteme ait parametreler ise Çizelge 3'te sunulmuştur.

Çizelge 3. Bütünleşik sistem verileri.

$M_s$ [kg]	$C_s$ [Ns/cm]	$K_s$ [N/cm]	$f_s$ [Hz]	Kütle oranı, $u$ [%]	$L$ [cm]	$A$ [cm <sup>2</sup> ]	Ayarlama Oranı [%]	Optimum Ayarlama Oranı [%]
90	24,14	4046,10	1,067	1,92	43,65	39,60	99,99	98,94

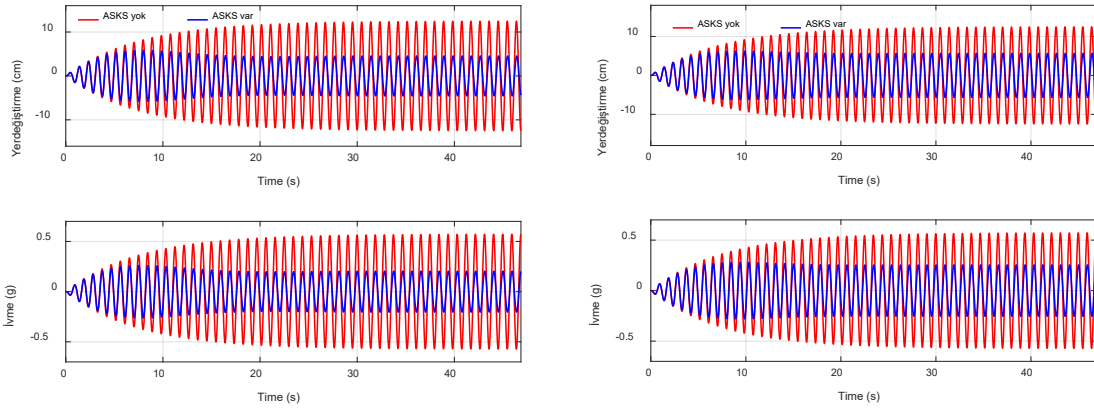
Bütünleşik sistemin güçlü yer hareketi altındaki kontrol performansı üç farklı deprem altında incelenmiştir. Çizelge 4'te gösterilen depremlere ait yatay bileşen kayıtları PEER Kuvvetli Yer Hareketi Veri tabanından elde edilmiştir [23]. ASKS'li sistem ile ASKS'siz sistem arasında karşılaştırma yapılırken, ivme ve yerdeğiştirme RSM oranları ile TSD sisteminin Pik Tepe İvme (PTİ) değerleri dikkate alınmıştır. Çizelge 4'te, incelenen depremler ve dirsek formunun kontrol performansı üzerindeki etkileri detaylı olarak sunulmaktadır. Bu bağlamda, ASKS'nin uygulandığı yapıların sismik tepkilerinin azaltılmasında, deprem ivmesinin titreşim karakteristikleri kadar dirsek geometrisinin de önemli bir rol oynadığı sonucuna varılmıştır.

Çizelge 4. ASKS sistemin güçlü yer hareketi altındaki kontrol performansı.

RSN Numarası	Yılı	Deprem	İvme RMS Oranı [%]			Yerdeğiştirme RMS Oranı [%]			PTİ Oranı [%]		
			AD	KD	Fark	AD	KD	Fark	AD	KD	Fark
			1161	1999	Kocaeli	13,3	13,6	2,2	14,7	14,9	4,7
1106	1995	Kobe	2,8	2,7	3,7	16,1	15,7	2,5	0,02	0,02	0,0
765	1989	Loma Prieta	11,8	10,9	7,6	22,9	21,0	8,3	0,25	0,22	12,0

### Rezonans Durumunda ASKS Performansı

Yapıların uzun süre rezonans durumunda titreşime maruz kalması, yapının bütünlüğü ve sağlığı açısından istenmeyen durumlara yol açabilmektedir. Uygulandığı yapının baskın frekansına ayarlandığı durumda etkin performans gösterebilen sönümleyiciler, yapının hâkim frekansına ayarlanarak, bu istenmeyen durumları azaltabilirler. Şekil 1.a'daki yapı modelinin  $m_h x_c w^2 \sin wt$  kuvveti etkisindeki rezonans durumundaki ivme ve yerdeğiştirme tepkileri Şekil 3'te karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.



Şekil 3. ±5 mm için açık dirsek rezonans durumu cevabı (Sol), ±5 mm için kapalı dirsek rezonans durumu cevabı (sağ).

Çizelge 5, TSD sistemin hâkim frekansı ( $f_s=1,067$  Hz) altında zorlanmış frekans yanıtlarının RMS değerleri açısından karşılaştırmasını sunmaktadır. Hem ±5 mm hem de ±10 mm harmonik uyarım genlikleri altında, açık dirsek formu, kapalı dirsek formuna göre ivme ve yer değiştirme RMS oranları bakımından daha üstün bir kontrol etkinliği ortaya koymuştur.

Çizelge 5. ASKS sistemin rezonans altındaki kontrol performansı.

Uyarım Frekansı [Hz]	Uyarım Genliği [mm]	İvme RMS Oranı [%]			Yerdeğiştirme RMS Oranı [%]			PTİ [%]		
		AD	KD	Fark	AD	KD	Fark	AD	KD	Fark
		1,067	±5	58,41	49,4	15,4	57,51	48,34	16,0	54,39
	±10	55,79	44,3	20,6	54,86	43,16	21,3	53,53	47,60	11,1

### SONUÇLAR

Dirsek faktörünün ASKS tasarımında performans yaklaşımını etkileyen önemli bir parametre olduğunu değerlendirmek amacıyla, açık ve kapalı dirsek formuna sahip ASKS sistemleri üzerinde yapılan çalışmalar sonucunda aşağıdaki bulgular elde edilmiştir.

- Kütle oranının  $\mu=1,928$  olduğu ve  $\pm 5$  mm harmonik uyarım altında gerçekleştirilen analizlerde, açık ve kapalı dirsek için sırasıyla deneysel sönüm oranları  $\zeta=3,151$  ve  $\zeta=4,167$  olarak hesaplanmıştır. Optimum sönüm oranı ise  $\zeta_{opt}=3,32$  olarak bulunmuştur. Optimum durum ile açık dirsekli tasarım arasındaki fark yaklaşık %5, kapalı dirsekte ise bu durum %29'dur. Sonuç olarak dirsek faktörü ASKS'nin tasarımın performans yaklaşımının önemli bir parametrelerinden biri olduğu sonucuna varılmıştır.
- Rezonans koşullarında, RMS oranları dikkate alındığında, açık dirsek formunun kapalı dirseğe kıyasla daha üstün bir sönümleme performansı sunduğu sonucuna varılmıştır.
- ASKS'nin kontrol performansının hem deprem ivmesinin frekans içeriğine hem de dirsek formuna duyarlı olduğu ortaya konmuştur.
- ASKS kontrol performansının, kendi sönümü ve uygulandığı yapının sönüm oranından doğrudan etkilendiği bilinmektedir [11, 13]. Bu doğrultuda, ASKS için çeşitli kütle oranlarında gerçekleştirilen deneylerden elde edilen sönüm oranları kullanılarak, dirsek formunun etkisi de dikkate alınmak suretiyle En Küçük Kareler Yöntemi ile sönüm oranına yönelik genel bir bağıntı geliştirilmiştir. Elde edilen bu bağıntı, farklı kütle oranları ve harmonik uyarım genlikleri dikkate alındığında benzer sönüm oranları üretse de doğruluğu deneysel verilerle daha kapsamlı biçimde desteklenmeye açıktır.

#### KAYNAKLAR

- [1] T.T. Soong, B.F. Spencer Jr., Supplemental energy dissipation: state-of-the-art and state-of-the-practice, *Engineering Structures*. 24(3), 243–259, 2002.
- [2] M.G. Soto, H. Adeli, Tuned Mass Dampers, *Archives of Computational Methods in Engineering*. 20, 419–431, 2013.
- [3] F. Sakai, S. Takaeda, T. Tamaki, Tuned liquid column damper: new type device for suppression of building vibration, *Proceedings of the International Conference on High-rise Buildings*, Nanjing, China, 926–931, 1989.
- [4] Kwok, K.C.S., Samali, B., Xu, Y.L., Control of wind induced vibration of tall structures by optimised tuned liquid column dampers, *Proc. Asia-Pacific Conf. On Computational Mechanics*, Hong Kong, 569-574, 1991.
- [5] Balendra, T., Wang, C.M., Cheong H.G., Effectiveness of tuned liquid column dampers for vibration control of towers, *Engineering Structures*, 17(9), 668-678, 1995.
- [6] Wu, J.C., Shih, M.H., Lin, Y.Y., Shen, Y.C., Design Guidelines for tuned liquid column damper for structure responding to wind, *Engineering Structures*, 27, 1893-1905, 2005.
- [7] A.Y.J. Won, J.A. Pires, M.A. Haroun, Stochastic seismic performance evaluation of tuned liquid column dampers, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 25, 1259–1274, 1996.
- [8] F. Sadek, B. Mohraz, H.S. Lew, Single- and multiple-tuned liquid column dampers for seismic applications, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 27, 439–463, 1998.
- [9] H. Gao, K.C.S. Kwok, B. Samali, Optimization of tuned liquid column dampers, *Engineering Structures*. 19(6), 476–486, 1997.

- [10] C.C. Chang, W.L. Qu, Unified dynamic absorber design formulas for wind-induced vibration control of tall buildings, *Structural Design of Tall Buildings*. 7(2), 147–166, 1998.
- [11] S.K. Yalla, A. Kareem, Optimum absorber parameters for tuned liquid column dampers, *Journal of Structural Engineering*. 126(8), 906–915, 2000.
- [12] J.C. Wu, C.H. Chang, Y.Y. Lin, Optimal design of non-uniform tuned liquid column dampers in horizontal motion, *Journal of Sound and Vibration*. 326, 104–122, 2009.
- [13] J.P. Den Hartog, *Mechanical Vibration*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1956.
- [14] G.B. Warburton, E.O. Ayorinde, Optimal absorbers for a simple system, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 8, 197–217, 1980.
- [15] C.C. Chang, Mass dampers and their optimal designs for building vibration control, *Engineering Structures*. 21, 454–463, 1999.
- [16] K.M. Shum, Closed form optimal solution of a tuned liquid column damper for suppressing harmonic vibration of structures, *Engineering Structures*. 31, 84–92, 2009.
- [17] A. Di Matteo, F. Lo Iacono, G. Navarra, A. Pirrotta, Direct evaluation of the equivalent linear damping for TLCD systems in random vibration for pre-design purposes, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 63, 19–30, 2014.
- [18] M. C. Aydemir, E. Damcı, Y. Taşkın, Ç. Şekerci, Comparison of the Dynamic Characteristics of Tuned Liquid Column Dampers with Different Elbow Forms, *Turkish Journal of Civil Engineering*, 2024, 87-106.
- [19] Wen, Y.K., Design Equivalent Linearization for Hysteretic Systems Under Random Excitation, *Journal of Applied Mechanics*, 47(1), 150-4, 1980.
- [20] Y.K. Ju, Structural Behavior of Water Sloshing Damper with Embossments Subject to Random Excitation, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 31(1), 120–132, 2004.
- [21] B. Park, Y.J. Lee, M.J. Park, Y.K. Ju, Vibration Control of a Structure by a Tuned Liquid Column Damper with Embossments, *Engineering Structures*, 168, 290–299, 2018.
- [22] A. K. Chopra, *Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering*, 4th Edition, Pearson Education, USA, ISBN: 978-0-13-285803-8, 2011.
- [23] PEER Ground Motion Database- PEER Center. <http://ngawest2.berkeley.edu/>(Accessed, 2nd July 2025).



## SONLU ELEMANLAR ANALİZİNDE MALZEME MODELLERİNİN VERİMLİ KALİBRASYONU İÇİN YENİ BİR MAKİNE ÖĞRENİMİ DESTEKLİ TERS METODOLOJİSİ

Aiman Tariq<sup>1</sup>, Babür Deliktaş<sup>2</sup> ve Mustafa Özgür Yaylı<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Bursa Uludağ Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Yapay Zeka ve Hesaplamalı  
Mekanik Laboratuvarı, 16059, Bursa, Türkiye

### ABSTRACT

The accuracy of finite element analysis largely depends on the quality of material models and the precision of their parameters. Traditional calibration methods for phenomenological material models often require multiple experiments and extensive computational effort, making the process time-consuming and inefficient. To address these challenges, this study presents a novel inverse identification approach that combines numerical-experimental methods with data-driven techniques to characterize the nonlinear behavior of materials using only a single experiment. The proposed methodology integrates finite element simulations, optimization algorithms, and machine learning models (specifically Artificial Neural Networks and Support Vector Regression) to efficiently and accurately determine material model parameters. This approach is adaptable to a wide range of material models regardless of the number of parameters involved, making it highly versatile. The effectiveness of the method is evaluated on two different material models including a cohesive zone model implemented via a user element subroutine (UEL) and a hardening model integrated through a user material subroutine (UMAT). The results demonstrate excellent agreement between simulation and experimental data while significantly reducing computational time, achieving a 2-3x speedup compared to traditional optimization-based calibration techniques. These findings highlight the potential of proposed machine learning-based inverse modeling to enhance the efficiency and accuracy of material parameter identification.

Keywords: constitutive model; parameter identification; inverse method; machine learning; finite element analysis.

### ÖZET

Sonlu elemanlar analizinin doğruluğu büyük ölçüde malzeme modellerin kalitesine ve parametrelerinin hassasiyetine bağlıdır. Fenomenolojik malzeme modeller için geleneksel kalibrasyon yöntemleri genellikle birden fazla deney ve kapsamlı hesaplama çabası gerektirir, bu da süreci zaman alıcı ve verimsiz hale getirir. Bu çalışma, bu zorlukların üstesinden gelmek için, sadece tek bir deney kullanarak malzemelerin doğrusal olmayan davranışını karakterize etmek için sayısal-deneysel yöntemleri veriye dayalı tekniklerle birleştiren yeni bir ters tanımlama yaklaşımı sunmaktadır. Önerilen metodoloji, malzeme model parametrelerini verimli ve doğru bir şekilde belirlemek için sonlu eleman simülasyonlarını, optimizasyon algoritmalarını ve makine öğrenimi modellerini (özellikle Yapay Sinir Ağları ve

Destek Vektör Regresyonu) birleştirmektedir. Geleneksel tekniklerin aksine, bu yaklaşım, ilgili parametrelerin sayısına bakılmaksızın çok çeşitli malzeme modellerine uyarlanabilir ve bu da onu çok yönlü hale getirmektedir. Yaklaşımın etkinliği, kullanıcı eleman alt programı (UEL) aracılığıyla uygulanan bir yapışkan bölge modeli ve kullanıcı malzeme alt programı (UMAT) aracılığıyla entegre edilen bir pekleşme modeli gibi iki farklı malzeme modeli üzerinde değerlendirilmiştir. Sonuçlar, simülasyon ve deneysel veriler arasında mükemmel bir uyum olduğunu gösterirken, geleneksel optimizasyon tabanlı kalibrasyon tekniklerine kıyasla 2-3 kat hızlanma sağlayarak hesaplama süresini önemli ölçüde azaltmıştır. Bu bulgular, makine öğrenimi tabanlı ters modellemenin malzeme parametresi tanımlamanın verimliliğini ve doğruluğunu artırma potansiyelini vurgulamaktadır.

Anahtar kelimeler: malzeme model; parametre tanımlaması; ters yöntemi; makine öğrenimi; sonlu elemanlar analizi.

## GİRİŞ

Metallerin elastoplastik davranışlarını daha doğru şekilde modelleyebilmek, malzeme bilimi ve mühendisliğinde uzun süredir ilgi gören bir araştırma konusudur. Özellikle pekleşme davranışını tanımlamak amacıyla gerilme-şekil değiştirme eğrilerini doğru yansıtmak için yıllar içerisinde çeşitli ampirik ve fenomenolojik modeller geliştirilmiştir. Bu modeller arasında Hollomon denklemi [1], Ludwik denklemi [2], Voce denklemi [3] ve Estrin-Mecking modeli [4] gibi klasik ifadeler yer almaktadır. Buna ek olarak, Johnson-Cook modeli [5] ve onun geliştirilmiş versiyonları [6], güç yasalarına dayalı modeller ve şekil değiştirme yoluna bağlı modeller gibi daha karmaşık fenomenolojik modeller de önerilmiştir.

Bu tür karmaşık malzeme modellerinin doğruluğunu artırmak amacıyla yapılan sonlu eleman analizleri, genellikle yoğun ve zaman alıcı kalibrasyon süreçleri gerektirmektedir. Örneğin, Johnson-Cook modelinin parametrelerini belirlemek için önce standart çekme test makinelerinde çok sayıda yarı-statik deney gerçekleştirilerek A, B ve n sabitleri elde edilmekte, ardından dinamik testler ile şekil değiştirme hızı duyarlılığı belirlenmektedir. Benzer şekilde, Yld2000 akma kriteri [7] sekiz farklı malzeme parametresine ihtiyaç duymakta ve bu nedenle tek eksenli gerilme ve anizotropi katsayıları ile çift eksenli gerilme-anizotropi ölçümlerini içeren kapsamlı deneyler gerektirmektedir. Bu deneylerin hem zaman hem de donanım açısından maliyetli ve karmaşık olduğu bilinmektedir. Bu nedenle, deney yükünü azaltırken model doğruluğunu koruyabilecek kalibrasyon yaklaşımlarına ihtiyaç duyulmaktadır.

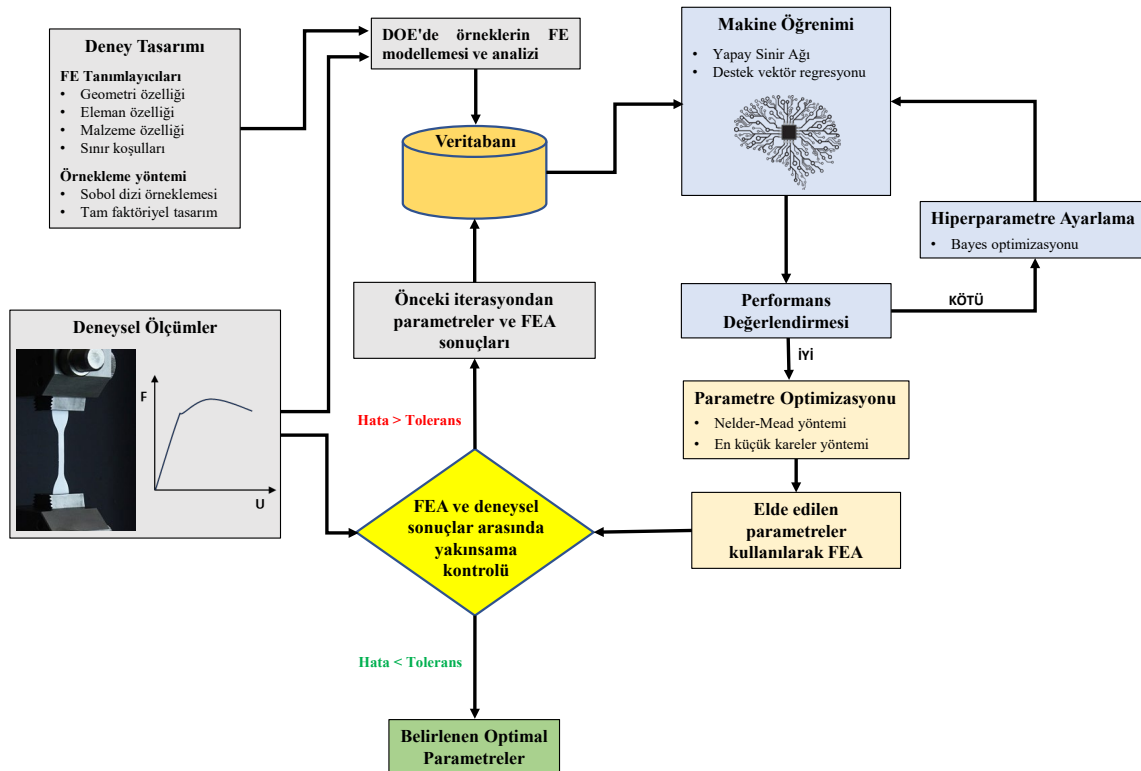
Katı cisimler mekaniği alanında, model parametre tanımlama için çeşitli ters yöntemler geliştirilmiştir. Bunlar arasında Sonlu Eleman Model Güncellemesi (FEMU) [8], Sanal Alanlar Yöntemi (VFM) [9], Denge Açığı Yöntemi (EGM) [10], Kendini Optimize Eden Yöntem (Self-OPTIM) [11] ve Yapısal Uyum Yöntemi (CCM) [12] sayılabilir. Bu yöntemler, özellikle plastik ve viskoplastik davranış gösteren doğrusal ve doğrusal olmayan modellerin parametrelerinin belirlenmesinde etkin şekilde kullanılmıştır. Ayrıca, Fayad et al. [13], Nsengiyumva ve Kim [14], Makhool ve Balzani [15], Sun et al. [16] tarafından önerilen farklı yöntemlerle sonlu eleman model parametreleri belirlenmiştir.

Mevcut ters çözüm yaklaşımlarının temel zorluklarından biri, tüm numune üzerinde tam alan ölçümlerine ihtiyaç duymalarıdır. Bu durum, özellikle düzlem gerilme gibi kalınlık boyunca sabit kabul edilen varsayımların geçerli olmadığı durumlarda, içsel ölçümler gerektiği için pratikte zorluk yaratmaktadır. Bilgisayarlı tomografi (CT) bu problemi kısmen çözebilirken, yüksek maliyetli ekipman gereksinimi nedeniyle yaygın olarak kullanılmamaktadır. Öte yandan, tam alan deplasman ölçümleri için en yaygın yöntem olan Dijital Görüntü Korelasyonu (DIC), çeşitli belirsizlikler içermektedir ve bu da farklı deneylerden elde edilen

ölçümlerin yorumlanmasını zorlaştırmaktadır. Ayrıca, bazı ters çözüm yöntemleri çok sayıda iteratif FE simülasyonu gerektirdiğinden hesaplama maliyetlerini ve süreyi önemli ölçüde artırmaktadır. Bazı yöntemlerde kullanıcıdan birden fazla malzeme modeli belirlemesi istenir ve bu da değerlendirilmesi gereken model sayısına göre enerji ve zaman gereksinimini katlayarak artırır.

Bu çalışmada, malzeme modellerinin kalibrasyonu için hibrit deneysel-nümerik bir ters çözüm yaklaşımı sunulmaktadır. Bu yeni yöntem, klasik ters çözüm yöntemlerinden farklı olarak sonlu eleman analizini (FEA), optimizasyon algoritmalarını ve yapay sinir ağları (ANN) ile destek vektör regresyonu (SVR) gibi modern makine öğrenmesi (ML) yöntemlerini entegre ederek parametrelerin hem daha doğru hem de daha kısa sürede belirlenmesini sağlar. Bu yaklaşım, pekleşme, hasar ya da kullanıcı tanımlı alt programlarla tanımlanmış diğer modeller için, parametre sayısından bağımsız olarak uygulanabilir. Bu model kalibrasyon yöntemi çalışmanın devamında SmartFIT olarak adlandırılmıştır.

SmartFIT'in verimliliği, iki farklı örnek üzerinden test edilmiştir: UEL ile tanımlanmış bağlayıcı bölge modeli ve UMAT ile tanımlanmış pekleşme modeli. SmartFIT'in genel analiz süresi ve hesaplama doğruluğu, geleneksel optimizasyon algoritmaları ile karşılaştırılarak değerlendirilmiştir. Şu anda, bu yöntemin farklı problemler için daha kolay uygulanmasını sağlayacak bir kullanıcı arayüzü geliştirilmektedir. Python ortamında geliştirilen bu arayüz, açık kaynak makine öğrenmesi ve optimizasyon kütüphaneleri kullanarak Python ile Abaqus arasındaki bağlantıyı kurmaktadır. Bu sayede, farklı disiplinlerden araştırmacılar için model parametrelerini otomatik ve verimli şekilde belirlemek daha erişilebilir hale gelecektir.



Şekil 3: SmartFIT'te uygulanan metodolojinin genel iş akışı

## ÖNERİLEN MAKİNE ÖĞRENMESİ TABANLI TERS METODOLOJİ

Bu bölümde, sonlu eleman problemlerinde kullanılan malzeme modeline ait parametrelerin belirlenmesi için ML ve optimizasyon algoritmalarını bir araya getiren hibrit bir yöntem tanıtılmaktadır. SmartFIT olarak adlandırılan bu ters çözüm yaklaşımı, Abaqus ile yapılan FEA'yı ANN ve SVR gibi ML teknikleriyle birleştirerek, ileri düzey optimizasyon algoritmaları yardımıyla deneysel verilerle yüksek uyum sağlayan model kalibrasyonu gerçekleştirmektedir. SmartFIT parametre tanımlama prosedürü Şekil 3'te gösterilmektedir. Bu şekil, deneysel veriler, FEA, ML teknikleri ve kullanılan optimizasyon yöntemleri arasındaki entegrasyonun görsel bir temsilini sunmaktadır.

### Deney Tasarımı (DoE) ve Öznitelik Örnekleme

İlk adım, kalibre edilecek model parametrelerine karşılık gelen sonlu eleman özniteliklerini (geometri, malzeme özellikleri, sınır koşulları vb.) tanımlamak ve her bir parametre için alt-üst sınırlar belirlemektir. Bu parametreler daha sonra deney tasarımı yöntemiyle sistematik olarak örneklenir. SmartFIT, bu örnekleme işlemi için Sobol dizileri gibi düşük-tutarsızlıklı, eşit dağılım sağlayan örnekleme tekniklerini kullanır. Sobol dizileri, parametre alanını rastgele olmadan dengeli bir şekilde kapsar, kümelenme veya boşluk oluşumunu engeller. Parametre sayısı az ise, tam faktöriyel deney tasarımı da kullanılabilir, ancak bu yöntem örnek sayısını hızlıca artırdığı için sınırlı sayıda parametre için uygundur.

### Sonlu Eleman Analizleri

Tanımlanan örnekler doğrultusunda her bir parametre seti için Abaqus yazılımı kullanılarak FE analizleri gerçekleştirilir. Elde edilen çıktılar (örneğin kuvvet-yer değiştirme eğrileri) veritabanına kaydedilir. Bu veri seti, ML algoritmalarının eğitiminde kullanılacak olan giriş-çıkış örneklerini oluşturur. Tüm analizler ve veri işleme süreçleri SmartFIT tarafından otomatik olarak yürütülür.

### Makine Öğrenmesi

Veritabanı tamamlandıktan sonra, bir sonraki adım, deney tasarımı (DoE) özniteliklerinin analiz çıktıları üzerindeki etkisini doğru şekilde öğrenebilecek bir ML modeli oluşturmaktır. SmartFIT, bu amaçla iki güçlü ML yöntemi sunar: ANN ve SVR. Bu modeller, Python ortamında açık kaynaklı Keras ve scikit-learn kütüphaneleri kullanılarak geliştirilir. Her iki model de regresyon problemlerinde yüksek doğrulukla tahmin yapabilmektedir. Ancak bu başarımlar, birçok hiperparametrenin dikkatlice ayarlanmasını gerektirir. Örneğin, ANN için katman sayısı, her katmandaki nöron sayısı, aktivasyon fonksiyonu ve öğrenme oranı gibi parametreler belirlenmelidir. SVR için ise çekirdek tipi, düzenleme parametresi (C) ve epsilon gibi ayarlar yapılmalıdır. Geleneksel olarak bu ayarlamalar deneme-yanılma, rastgele arama veya grid arama yöntemleriyle yapılır. Ancak SmartFIT, bu süreci otomatikleştirmek ve en iyi ayarları hızlıca bulmak için Bayesyen optimizasyon tekniğini kullanır. Bu yöntem, ANN veya SVR gibi bir yaklaşık (surrogate) model üzerinden parametre uzayını keşfeder ve çapraz doğrulama performansı en iyi olan yapılandırmaya ulaşır. Ayrıca, SmartFIT'in veri ön işleme modülleri de oldukça işlevseldir. Bu modüller, veri kümesindeki giriş ve çıkışları 0–1 aralığına ölçeklendirir, veriyi %90 eğitim ve %10 test olarak böler ve tahmin edilen değerler ile gerçek değerler arasındaki farkı çeşitli performans metrikleri ile değerlendirerek kapsamlı bir model doğruluğu analizi sağlar.

### Optimizasyon Süreci

ML modeli, karmaşık doğrusal olmayan ilişkileri yaklaşık olarak temsil edebilen esnek bir "kara kutu" fonksiyonu olarak düşünülebilir. SmartFIT'te, eğitim ve doğrulama işlemleri

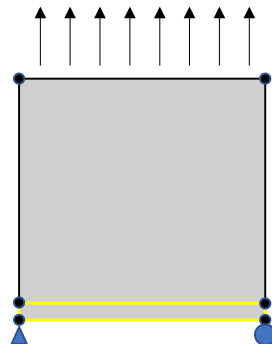
tamamlandıktan sonra bu ML modeli, hedef çıktılar ile tahmin edilen çıktılar arasındaki farkı en küçük yapan en küçük kareler yöntemine dayalı bir amaç fonksiyonuna entegre edilir. Optimizasyon süreci, bu hata fonksiyonunu minimize etmeye yöneliktir. Parametrelerin üst ve alt sınırları, deney tasarımı (DoE) verilerine göre SmartFIT tarafından otomatik olarak belirlenir. SmartFIT, optimizasyon için Nelder-Mead algoritmasını kullanır. Bu yöntem, türev bilgisine ihtiyaç duymadan hem tek boyutlu hem de çok boyutlu problemlerde başarılı şekilde çalışır. Parametreler bu algoritma ile sistematik olarak ayarlanarak optimum çözüme ulaşılır. Elde edilen en uygun parametreler, FE modeline entegre edilir ve Abaqus üzerinden yeni simülasyon gerçekleştirilir. Eğer bu yeni sonuç ile deneysel veri arasındaki fark belirlenen toleransın üzerindeyse, bu yeni veriler veritabanına eklenir. Ardından ML modeli, güncellenmiş verilerle yeniden eğitilir. Bu döngü, sonuçlar deneysel verilerle uyumlu hale gelene kadar devam eder. Böylece model, fiziksel sistemi en doğru şekilde temsil edecek şekilde gelişmiş olur.

### SMARTFIT KULLANARAK PARAMETRE TANIMLAMA ÖRNEKLERİ

SmartFIT model kalibrasyon çerçevesinin başarımını göstermek amacıyla iki farklı sayısal örnek analiz edilmiştir. İlk örnek, kullanıcı tanımlı eleman (UEL) ile oluşturulan kohezif bölge modeline yönelik bir patch testtir. Bu testte, malzemenin çekme-ayırışma davranışını tanımlayan 8 parametrenin belirlenmesi hedeflenmiştir. İkinci örnekte, UMAT alt programı ile modellenen kompakt çekme testi yer almakta olup, izotropik güç yasası pekleşme modeline ait 4 parametre tanımlanmıştır. Bu model, karmaşık yüklemeye altında plastik şekil değiştirmeyi temsil etmektedir.

#### Uygulama 1- Yapışkan bölge modelinin UEL uygulaması.

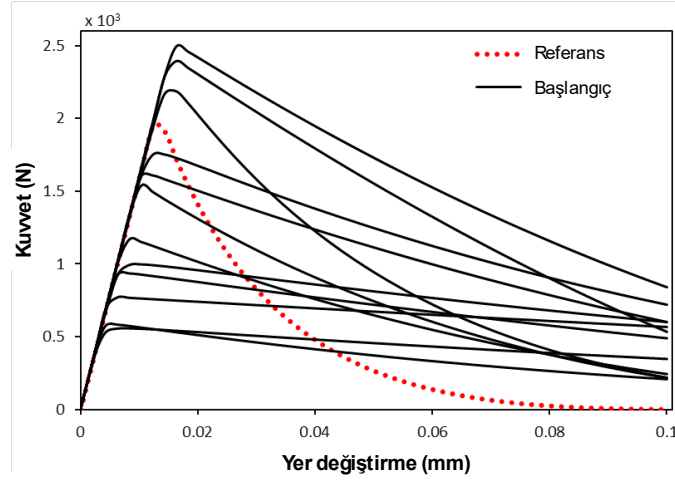
Şekil 1’de gösterildiği gibi 0.1 mm × 0.1 mm boyutlarındaki kare bir plaka, üst kenarına 0.03 mm’ye kadar yer değiştirme uygulanarak tek eksenli yüke maruz bırakılmıştır. Modelde, dört düğümlü bir sürekli düzlem gerilme elemanı ve alt kenara entegre edilmiş bir yapışkan eleman kullanılmıştır. Plaka malzemesi doğrusal elastik kabul edilmiş olup, elastisite modülü 32 GPa ve Poisson oranı 0.2 olarak tanımlanmıştır. Yapışkan bölge modeli, Park ve Paulino [18] tarafından geliştirilen PPR potansiyeline dayalıdır ve ABAQUS’a kullanıcı tanımlı eleman (UEL) olarak entegre edilmiştir. Modelin tanımlanması için toplam 8 parametre gereklidir: normal ve teğetsel kırılma enerjileri ( $\phi_n$  and  $\phi_t$ ), normal ve teğetsel yapışkan dayanımları ( $\sigma_{max}$  and  $\tau_{max}$ ), normal ve teğetsel şekil parametreleri ( $\alpha$  and  $\beta$ ), ve normal ve teğetsel başlangıç eğimleri ( $\lambda_n$  and  $\lambda_t$ ).



Şekil 1: Yapışkan bölgeyi içeren düzlem gerilme modeli

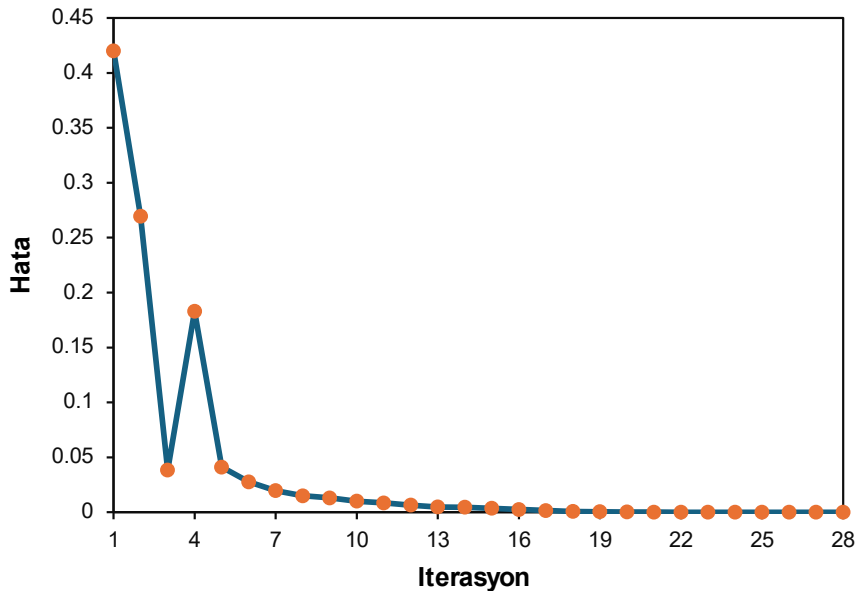
Bu parametreleri belirlemek için öncelikle 64 örnek içeren bir deney tasarımı (DoE) oluşturulmuştur. Sobol örneklemeye yöntemi kullanılarak bu örnekler, parametre uzayında homojen şekilde dağıtılmıştır. Her örnek için ABAQUS'ta sonlu eleman analizi yapılmış ve

elde edilen veriler bir veri tabanına kaydedilmiştir. Referans eğriyle karşılaştırıldığında, bazı FE sonuçlarının büyük sapmalar gösterdiği Şekil 2’de görülmektedir.



Şekil 2: Referans kuvvet-yer değiştirme eğrisinin DoE'ye göre ilk FEA sonuçları ile karşılaştırılması

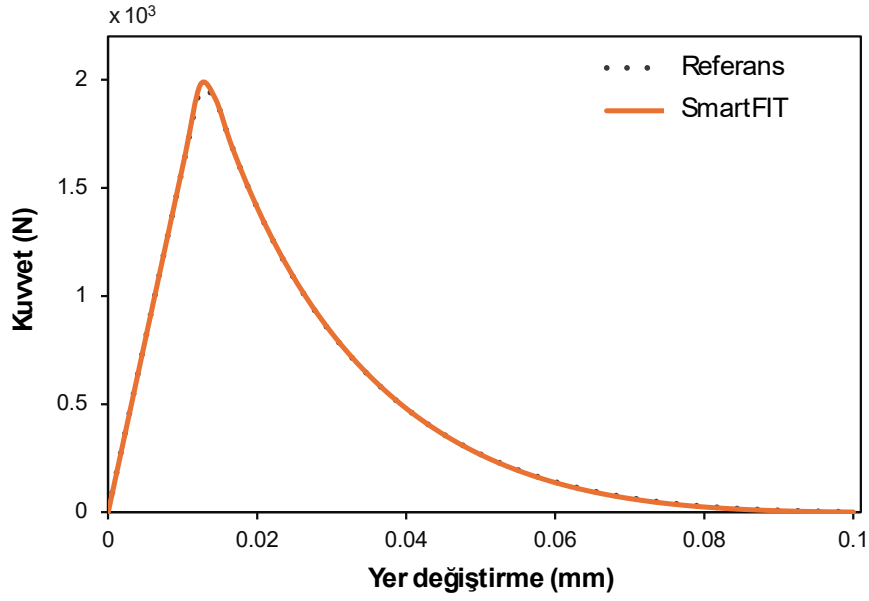
Veri hazırlığı sonrası, SmartFIT bir ML modeli eğitmek için Bayes optimizasyonu uygular. Modelin doğruluğu yeterli seviyeye ulaştığında, optimizasyon algoritmasının hedef fonksiyonuna entegre edilir. Her iterasyonda elde edilen parametrelerle yeni bir FE analizi yapılır ve hata kontrol edilir. Hata, belirlenen tolerans değeri altına düşene kadar süreç tekrarlanır. Şekil 3’te gösterildiği üzere, 28 iterasyon sonunda yakınsama sağlanmıştır. Özellikle 4. iterasyondan itibaren hata düzenli olarak azalmış ve bu durum, sistematik bir iyileşmeyi yansıtmıştır. Nihai parametreler Tablo 1’de verilmiştir. Bu parametrelerle yapılan sonlu eleman analizi sonucunda elde edilen kuvvet-yer değiştirme eğrisi ile referans eğri mükemmel uyum göstermiştir (Şekil 4). Bu durum, SmartFIT’in parametre belirlemedeki başarısını ortaya koymaktadır.



Şekil 3: Optimizasyon süreci boyunca hataya karşı iterasyon eğrisi.

Tablo 1: PPR UEL yapışkan bölge modeli için optimum parametre değerleri.

Normal kırılma enerjileri	Teğetsel kırılma enerjileri	Normal yapışkan dayanımı	Teğetsel yapışkan dayanımı	Normal şekil parametre	Teğetsel şekil parametre	Normal başlangıç eğimi	Teğetsel başlangıç eğim
0.1	0.114	4.1	5	4.8	2.36	0.0014	0.0058

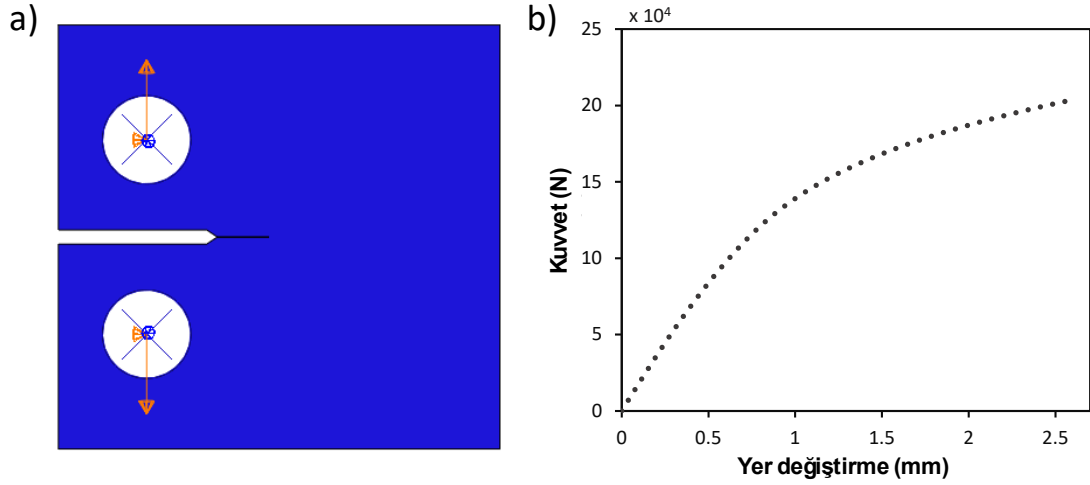


Şekil 4: Referans kuvvet-yer değiştirme eğrisinin optimum parametreler kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması

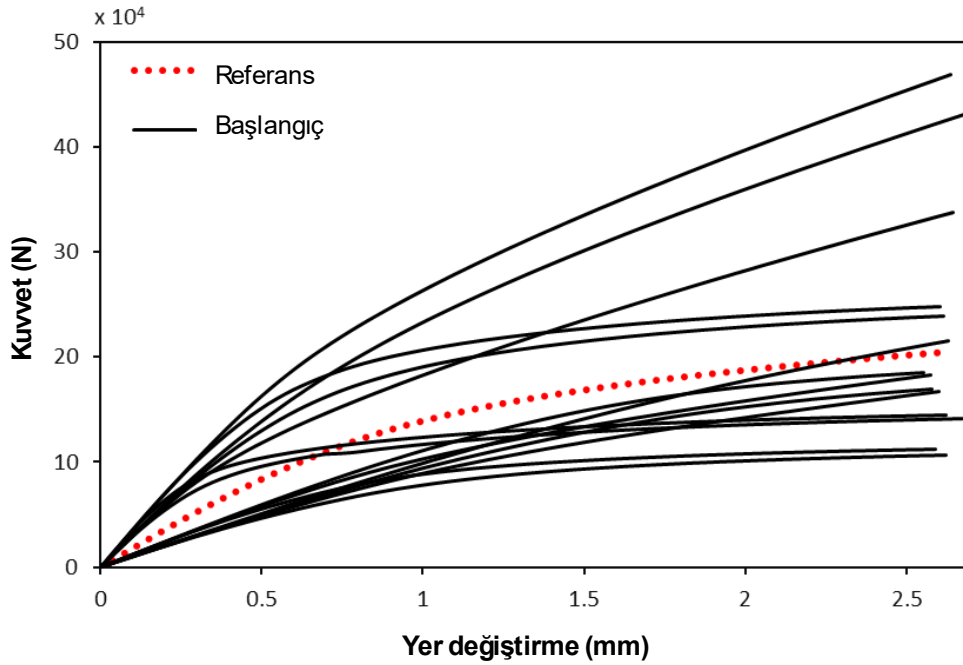
## Uygulama 2- UMAT'ta Güç Yasası Pekleşme Plastisite Modeli

Bu örnek çalışmada, Martínez-Pañeda et al. [18] tarafından geliştirilen UMAT alt programına ait parametrelerin belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu alt program, güç yasasına dayalı izotropik pekleşme klasik von Mises plastikliğini uygulamaya olanak tanımaktadır. Modelde belirlenmesi gereken dört temel parametre şunlardır: elastisite modülü, Poisson oranı, akma gerilmesi ve pekleşme katsayısı.

Parametrelerin kalibrasyonu için, Şekil 5(a)'da gösterilen, 62.5 mm genişliğinde ve 60 mm yüksekliğinde kompakt çekme test numunesine 2.5 mm yer değiştirme uygulanarak bir sonlu eleman modeli oluşturulmuştur. Az sayıda parametre olması nedeniyle deney tasarımı için tam faktöriyel yöntem kullanılmış ve 16 örnek elde edilmiştir. Her bir örnek için FE analizleri gerçekleştirilmiş ve sonuçlar veri tabanına kaydedilmiştir. Şekil 6, referans eğri ile ilk simülasyonlardan elde edilen eğrilerin karşılaştırmasını göstermekte ve bazı parametrelerin doğruluğunun yetersiz olduğunu ortaya koymaktadır.

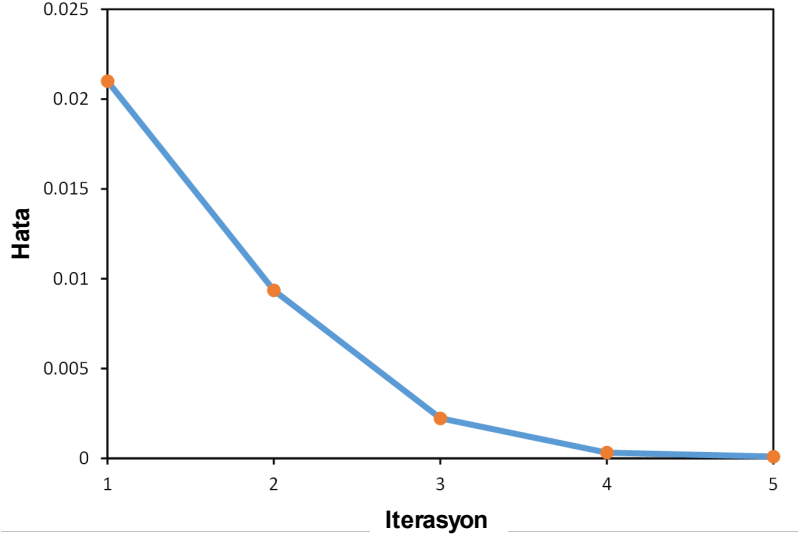


şekil 5: a) Kompakt çekme numunesinin FE modeli ve b) referans kuvvet-yer değiştirme eğrisi



şekil 6: Referans kuvvet-yer değiştirme eğrisinin DoE'ye göre başlangıç FEA sonuçları ile karşılaştırılması

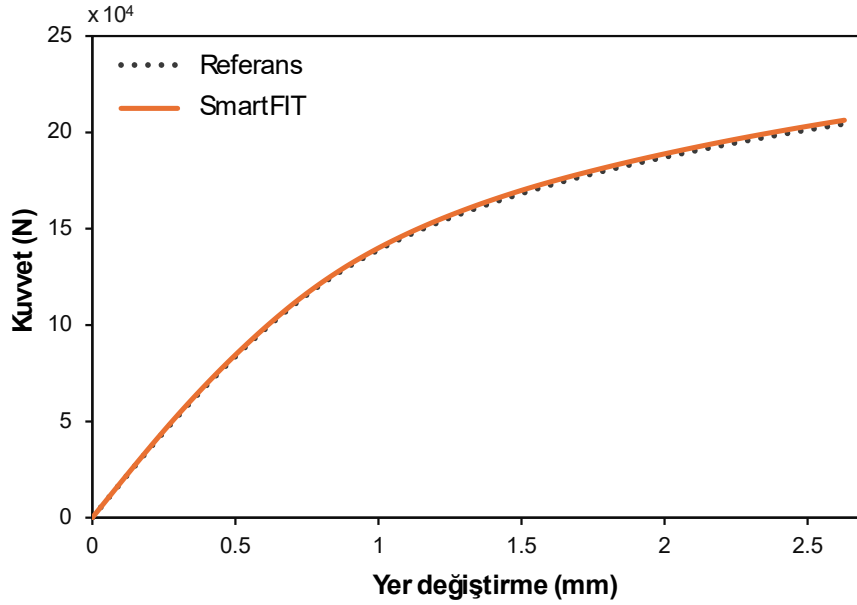
Daha sonra SmartFIT süreci başlatılmış ve sadece beř iterasyon sonunda hata önceden belirlenen tolerans değerinin altına dūřmüřtür (şekil 7). Başlangıçta 0.021 olan hata, beşinci adımda 0.0002'ye inerek yaklaşık %99 oranında azalmıştır. Nihai parametre değerleri Tablo 2'te verilmiştir. Bu parametrelerle yapılan FE analizi sonucunda elde edilen eęri, referans eğriyle büyük ölçüde örtüşmüştür (şekil 8). Bu durum, SmartFIT'in parametre belirlemedeki başarısını bir kez daha ortaya koymaktadır.



Şekil 7: Optimizasyon süreci boyunca hataya karşı iterasyon eğrisi.

Tablo 2: UMAT'taki pekleşme modeli için optimum parametre değerleri.

Elastisite modülü	Poisson oranı	Akma gerilmesi	Pekleşme katsayısı
216675.4	0.21	615.6	0.291



Şekil 8: Referans kuvvet-yer değiştirme eğrisinin SmartFIT optimum değerleri kullanılarak elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması

## SmartFIT'İN GELENEKSEL OPTİMİZASYON YÖNTEMİ İLE KARŞILAŞTIRILMASI

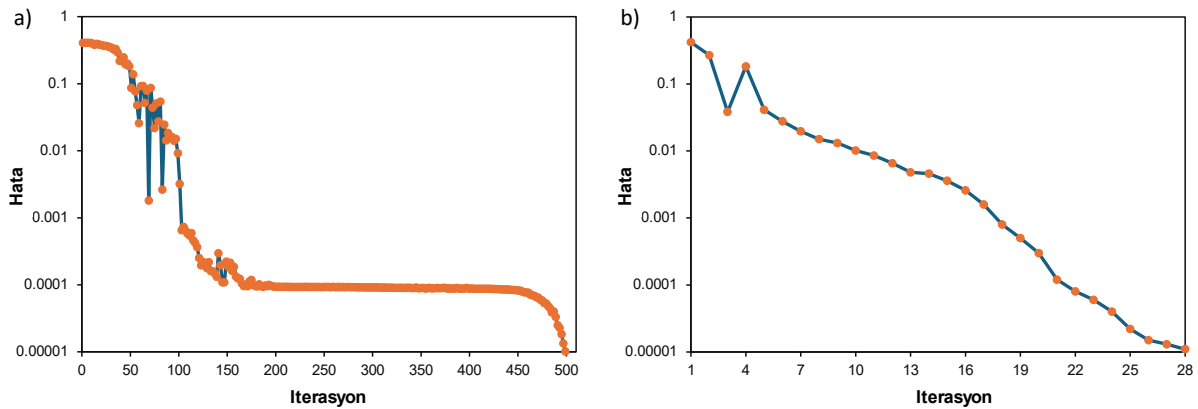
Bu bölümde, bu çalışmada sunulan SmartFIT yöntemi ile geleneksel optimizasyon yaklaşımları karşılaştırılmaktadır. Bu amaçla, önceki bölümlerde yer alan UEL ve UMAT modellerine ait iki örnek, en küçük kareler yöntemine dayalı geleneksel bir optimizasyon algoritmasıyla çözülmüştür. Bu yöntem, deneysel veriler ile simülasyon sonuçları arasındaki hata kareleri toplamını minimize etmeyi hedeflemektedir. SmartFIT'ten farklı olarak, bu yöntemde deney tasarımı (DoE) ya da makine öğrenmesi (ML) modeli kullanılmamıştır. Parametreler, başlangıç tahminleriyle başlatılarak iteratif olarak güncellenmiştir. Karşılaştırmanın adil olması için SmartFIT'te kullanılan Nelder-Mead algoritması, parametre sınırları ve durdurma kriterleri burada da uygulanmıştır. Ayrıca, maksimum fonksiyon değerlendirme sayısı 1000 ve hata toleransı 0.0001 olarak belirlenmiştir.

### UEL Kohezif Bölge Modeli

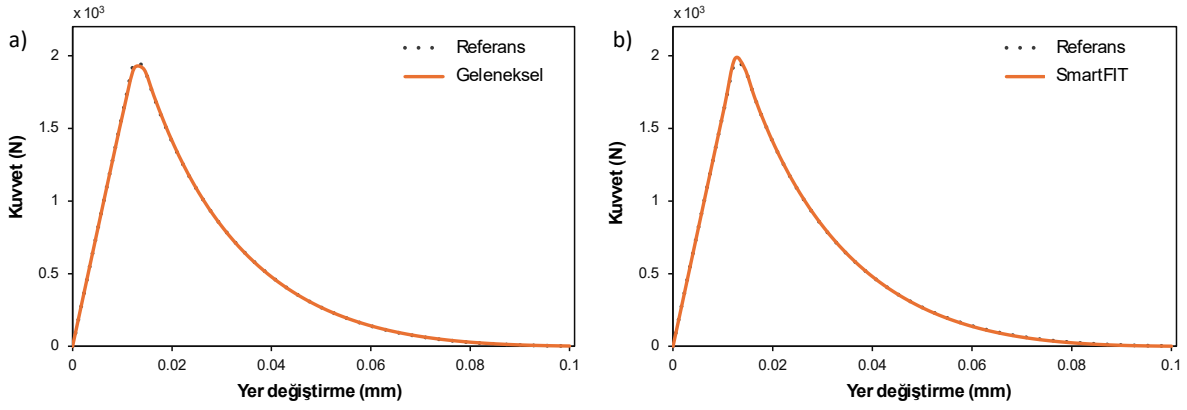
Bu alt bölümde, UEL alt programına entegre edilmiş PPR tabanlı yapışkan bölge modelinin sekiz parametresini belirlemek için geleneksel optimizasyon yöntemi uygulanmıştır. Bu yöntemi kullanılarak simülasyon ile referans kuvvet-yer değiştirme eğrileri arasındaki hatayı tolere edilebilir seviyeye indirmek için 503 fonksiyon değerlendirmesi gerekmiş ve süreç toplamda 106 dakika sürmüştür. Bu yöntem oldukça zaman alıcıdır çünkü her adımda yeni bir sonlu eleman analizi yapılmaktadır.

Öte yandan, SmartFIT yöntemi DoE kapsamında 64 simülasyonla ML modelini eğitmiş, ardından optimizasyon sürecinde 28 ek simülasyon yaparak toplamda sadece 92 simülasyonla aynı sonuca ulaşmıştır. Tüm süreç yalnızca 35 dakika sürmüştür, bunun 24 dakikası veri tabanı oluşturma, 11 dakikası ise optimizasyona ayrılmıştır.

Şekil 9 ve 10'da her iki yöntemin yakınsaklık davranışı ve elde edilen kuvvet-yer değiştirme eğrileri karşılaştırılmıştır. Her iki yöntem benzer doğruluk sunsa da SmartFIT yaklaşık üç kat daha hızlı çalışmış ve beş kat daha az simülasyonla aynı hassasiyete ulaşmıştır.



Şekil 9: a) Geleneksel optimizasyon yöntemi ve b) SmartFIT optimizasyonu için hataya karşı iterasyon eğrisi



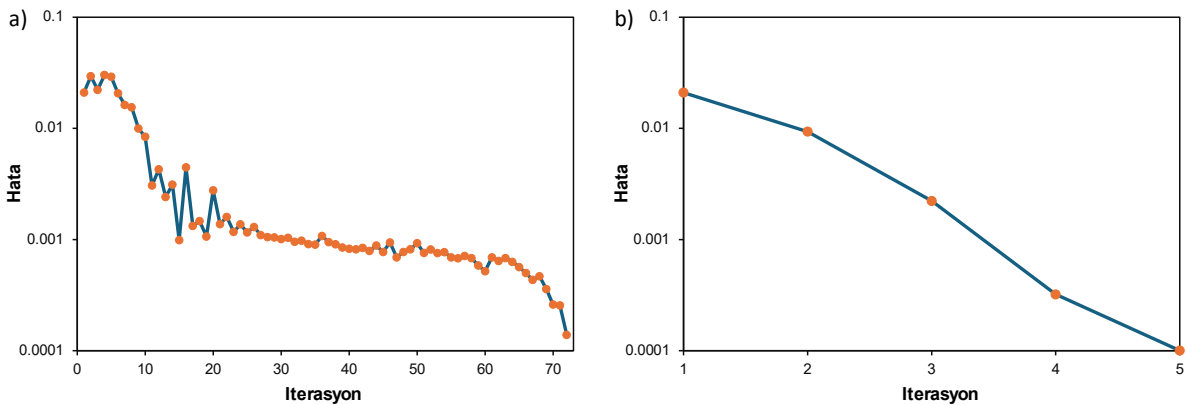
Şekil 10: Kuvvet-yer değiştirme referans eğrinin a) geleneksel optimizasyondan ve b) SmartFIT sonucundan elde edilenlerle karşılaştırılması

### UMAT Pekleşme Modeli

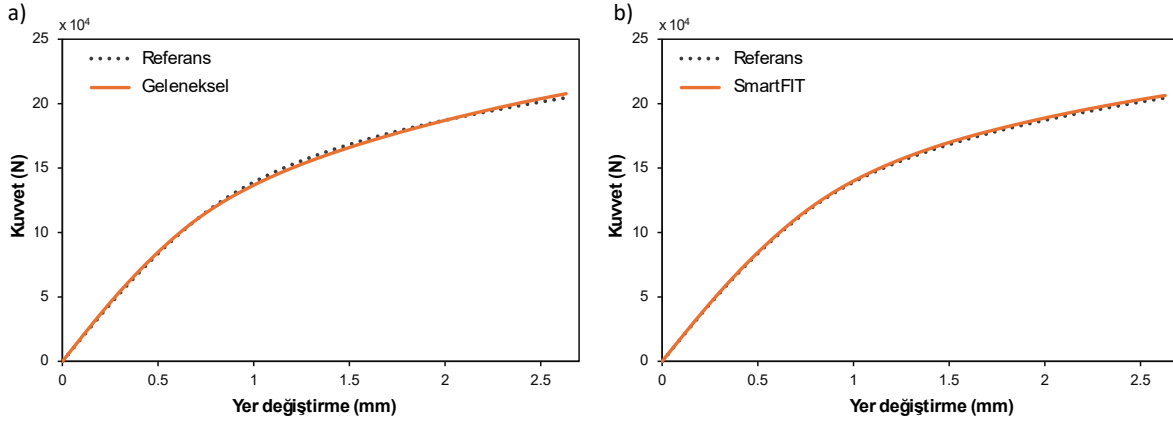
Bu örnekte, UMAT çerçevesine entegre edilmiş izotropik güç yasası pekleşme modelinin dört temel parametresi, geleneksel optimizasyon yöntemiyle belirlenmiştir. Optimizasyon süreci boyunca amaç fonksiyonu 72 kez değerlendirilmiş ve optimum çözüme yakınsama 52 dakika sürmüştür. Elde edilen parametrelerle yapılan sonlu eleman analizi, referans eğriyle oldukça iyi uyum sağlamıştır.

Aynı problem SmartFIT ile çok daha verimli şekilde çözülmüştür. Toplamda sadece 22 simülasyon yapılmıştır, bunların 17'si ML modelini eğitmek için, 5'i ise optimizasyon sürecinde kullanılmıştır. SmartFIT ile tüm süreç yalnızca 25 dakika sürmüştür, bunun 19 dakikası veri tabanı oluşturma, 6 dakikası optimizasyona ayrılmıştır.

Şekil 11 ve 12'de hata-iterasyon eğrileri ile elde edilen kuvvet-yer değiştirme sonuçları karşılaştırılmıştır. Her iki yöntem benzer doğruluk sunsa da SmartFIT yaklaşık yarı sürede ve üçte bir sayıda simülasyonla aynı sonucu elde etmiş, bu da UMAT modeli için önemli bir hesaplama verimliliği sağlamıştır.



Şekil 11: a) Geleneksel optimizasyon ve b) SmartFIT optimizasyonu için hataya karşı iterasyon grafiği



Şekil 12: Kuvvet-yer değiştirme referans eğrilerinin a) geleneksel optimizasyon ve b) SmartFIT optimizasyonundan elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, sonlu eleman simülasyonlarında kullanılan malzeme modellerinin parametrelerinin belirlenmesi için SmartFIT adlı yeni bir ters tanımlama yöntemi sunulmuştur. Bu yöntem, Yapay Sinir Ağları (ANN) ve Destek Vektör Regresyonu (SVR) gibi makine öğrenimi tekniklerini optimizasyon algoritmalarıyla birleştirerek, malzeme kalibrasyon sürecini hızlandırmayı ve doğruluğu artırmayı hedeflemektedir. SmartFIT'in performansı UEL ile uygulanan yapışkan bölge modelinin 8 parametresi ve UMAT ile entegre edilen pekleşme modelinin 4 parametresi belirlenerek test edilmiştir. Tüm örneklerde, SmartFIT ile tanımlanan parametreler, deneysel verilerle uyumlu simülasyon sonuçları üretmiştir. Geleneksel optimizasyon yöntemleriyle karşılaştırıldığında, SmartFIT benzer doğrulukta ancak 2-3 kat daha hızlı sonuç vermiştir. Önceden tanımlanan tolerans seviyesi ayarlanarak hesaplama süresi daha da kısaltılabilir, ancak bu durumda doğruluk bir miktar azalabilir. Sonuçlar, SmartFIT'in malzeme karakterizasyonunda verimliliği artıran ve hesaplama maliyetini düşüren yenilikçi bir çözüm olduğunu göstermektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Hollomon, J. H. (1945). Tensile deformation. Aime Trans, 12(4), 1-22.
- [2] Ludwik, P., in: Julius (Ed.), Element der Tech. Mech., Springer, Berlin (1909) pp. 32.
- [3] Voce, E. (1948). The relationship between stress and strain for homogeneous deformation. Journal of the Institute of Metals, 74, 537-562.
- [4] Estrin, Y., & Mecking, H. (1984). A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one-parameter models. Acta metallurgica, 32(1), 57-70.
- [5] Johnson, G. R. (1983). A Constitutive Model and Data for Metals Subject to Large Strains, High Strain Rate and High Temperatures. In Proc. of 7th Int. Symp. on Ballistics, The Hague.
- [6] Gambirasio, L., & Rizzi, E. (2016). An enhanced Johnson–Cook strength model for splitting strain rate and temperature effects on lower yield stress and plastic flow. Computational Materials Science, 113, 231-265.

- [7] Barlat, F., Brem, J. C., Yoon, J. W., Chung, K., Dick, R. E., Lege, D. J., ... & Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets—part 1: theory. *International Journal of Plasticity*, 19(9), 1297-1319.
- [8] Kavanagh, K. T., & Clough, R. W. (1971). Finite element applications in the characterization of elastic solids. *International Journal of Solids and Structures*, 7(1), 11-23.
- [9] Grédiac, M. (1989). Principe des travaux virtuels et identification. *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série 2, Mécanique, Physique, Chimie, Sciences de l'univers, Sciences de la Terre*, 309(1), 1-5.
- [10] Claire, D., Hild, F., & Roux, S. (2004). A finite element formulation to identify damage fields: the equilibrium gap method. *International journal for numerical methods in engineering*, 61(2), 189-208.
- [11] Yun, G. J., & Shang, S. (2011). A self-optimizing inverse analysis method for estimation of cyclic elasto-plasticity model parameters. *International Journal of Plasticity*, 27(4), 576-595.
- [12] Moussawi, A., Lubineau, G., Florentin, E., & Blaysat, B. (2013). The constitutive compatibility method for identification of material parameters based on full-field measurements. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 265, 1-14.
- [13] Fayad, S. S., Jones, E. M. C., Seidl, D. T., Reu, P. L., & Lambros, J. (2023). On the importance of direct-levelling for constitutive material model calibration using Digital Image Correlation and finite element model updating. *Experimental Mechanics*, 63(3), 467-484.
- [14] Nsengiyumva, G., & Kim, Y. R. (2022). Field Displacement-Based Inverse Method for Elastic and Viscoelastic Constitutive Properties. *Experimental Mechanics*, 62(9), 1553-1568.
- [15] Makhool, L., & Balzani, D. (2024). Unique Identification of Stiffness Parameters in Hyperelastic Models for Anisotropic, Deformable, Thin Materials Based on a Single Experiment-A Feasibility Study Based on Virtual Full-Field Data. *Experimental Mechanics*, 1-23.
- [16] Sun, C., Lin, Q. L., & Chen, J. B. (2022). An Inverse Identification Method for the Characterization of Elastic Conforming Contact Behavior During Flat Punch Indentation. *Experimental Mechanics*, 62(5), 745-759.
- [17] Park, K., & Paulino, G. H. (2012). Computational implementation of the PPR potential-based cohesive model in ABAQUS: Educational perspective. *Engineering fracture mechanics*, 93, 239-262.
- [18] Martínez-Pañeda, E., Fuentes-Alonso, S., & Betegón, C. (2019). Gradient-enhanced statistical analysis of cleavage fracture. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 77, 103785.



## 2007 TÜRK DEPREM YÖNETMELİĞİ'NE GÖRE TASARLANAN YAPININ 2018 TÜRKİYE BİNA DEPREM YÖNETMELİĞİ'NE GÖRE PERFORMANS ANALİZİ

Emel Kepekçi<sup>1</sup> Abdulkerim Ergüt<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Manisa Celal Bayar Üniversitesi-Manisa

### ÖZET

In Turkey, located within an active seismic belt, the first earthquake code was enacted in 1947, followed by subsequent revisions in 1953, 1961, 1968, 1975, 1998, 2007, and 2018. The current Turkish Building Earthquake Code (TBEC) permits the seismic performance assessment of existing structures through linear elastic or nonlinear analysis methods, in accordance with the provisions outlined in Chapter 15. The findings of this study demonstrate that structural systems incorporating shear walls exhibit substantial improvements in dynamic response parameters—such as reductions in base shear forces, story shear forces, story accelerations, and interstory drift ratios—when compared to conventional moment-resisting frame systems. These results indicate that shear wall systems provide enhanced seismic resilience and superior energy dissipation capacity. For the Nonlinear Time History Analysis (NLTHA), earthquake records were obtained from the PEER Ground Motion Database and rigorously scaled to represent the DD-2 seismic hazard level. Analytical evaluations conducted in compliance with TBEC 2018 revealed that the structure satisfied the “Controlled Damage Performance Level” under the DD-2 earthquake scenario. None of the reinforced concrete beams or columns entered the collapse or severe damage states; however, localized significant damage was identified in certain columns and shear walls. Notably, several columns located on the first two stories were classified within the significant damage zone, whereas the majority of shear walls remained within the limited damage zone. In conclusion, the integration of shear walls into moment-resisting frame systems was found to significantly improve structural performance by mitigating seismic demands and reducing damage levels in primary load-bearing elements. These findings underscore the importance of employing shear wall elements in the design of multi-story reinforced concrete buildings, thereby enhancing both the safety and ductility of structures subjected to strong ground motions.

Keywords: Seismic performance assessment of existing buildings, nonlinear time history analysis, plastic hinge, shear wall structural system

### ABSTRACT

Deprem kuşağında yer alan ülkemizde, ilk deprem yönetmeliği 1947 yılında yürürlüğe girmiş, ardından sırasıyla 1953, 1961, 1968, 1975, 1998, 2007 ve 2018 yıllarında yeni yönetmelikleri yayımlanmıştır. Günümüzde geçerli olan Türk Bina Deprem Yönetmeliğinde, Bölüm 15'te

belirtilen kurallar ışığında, mevcut yapıların deprem performansı, doğrusal elastik veya doğrusal olmayan analiz yöntemleri kullanılarak değerlendirilebilmektedir. Çalışmada, perde duvarlı taşıyıcı sistemin, geleneksel çerçeve sistemine kıyasla daha düşük taban kesme kuvveti, kat kesme kuvveti, kat ivmeleri ve görel kat ötelemeleri gibi dinamik parametrelerde belirgin iyileşmeler sağladığı gözlemlenmiştir. Bu durum, perdeli sistemlerin deprem etkilerine karşı daha etkili bir şekilde davrandığını göstermektedir. Zaman Tanım Alanında Doğrusal Olmayan Analiz (ZTDOA) yöntemi uygulanırken, PEER deprem veri tabanından seçilen deprem kayıtları kullanılmış ve bu kayıtlar DD-2 deprem seviyesine uygun şekilde detaylı olarak ölçeklendirilmiştir. TBDY 2018'e göre yapılan analiz değerlendirmeleri sonucunda, yapının DD-2 deprem seviyesinde "Kontrollü Hasar Performans Düzeyi"ni sağladığı ve betonarme kiriş, kolon elemanlarının hiçbiri göçme veya ileri hasar bölgesine geçmemiş, ancak bazı kolon ve perdelerde belirgin hasar tespit edilmiştir. Özellikle binanın ilk iki katındaki kolonların bir kısmı belirgin hasar bölgesinde bulunurken, perdelerin büyük çoğunluğu sınırlı hasar bölgesinde kalmıştır. Özet olarak, perdeli-çerçeve sistemlerin deprem etkilerini daha iyi karşıladığı ve yapı elemanlarının hasar seviyelerini önemli ölçüde azalttığı görülmüştür. Bu bulgular, betonarme çok katlı yapıların tasarımında perde elemanlarının kullanılmasının yapı performansını artırdığını ve deprem etkilerine karşı daha güvenli ve sünek bir davranış için çözüm sunduğunu ortaya koymaktadır.

Anahtar kelimeler: mevcut yapı deprem performans analizi, zaman tanım alanında doğrusal olmayan analiz, plastik mafsal, perdeli taşıyıcı sistem

## GİRİŞ

Bölgesel olarak deprem riskinin yüksek olduğu yerlerde, yapı stoğunun performansının değerlendirilmesi, hangi binaların güçlendirilmesi gerektiğini belirlemek adına hayati bir rol oynar. Bu performans değerlendirmeleri, kamuya ait yapıların güvenliğinin artırılması ve ülke milli kaynaklarının verimli kullanılması açısından büyük önem arz etmektedir. Yapıların deprem performansı değerlendirmeleri, özellikle 20. yüzyılın ikinci yarısında yapısal mühendislik dünyasında büyük ilgi görmeye başlamıştır. 1964 Alaska Depremi ve 1971 San Fernando Depremi gibi büyük depremler, mevcut yapıların taşıyıcı sistemi olarak yetersizliklerini gözler önüne sermiştir. Yukarıda belirtilen depremler ve benzeri büyüklükteki depremler, inşaat mühendisliği yapı anabilim dalında mevcut yapıların performansını değerlendirmesi ve bu tarz yapıların daha dayanıklı hale getirmesi için çeşitli yöntemlerin geliştirilmesine aracı olmuştur. (Jennings, 1971).

Yapıların taşıyıcı sistemlerine özel performans odaklı tasarım yaklaşımı, yapı mühendisliğinde ve deprem mühendisliğinde devrim niteliğinde bir gelişme olarak kabul edilmiştir. Bina taşıyıcı sistemlerinin performans analizi kavramının günden güne gelişimi ve öneminin artması, özellikle mevcut yapıların deprem güvenliğinin değerlendirilmesini daha da kolaylaştırmakta ve daha somut, gerçeğe yakın analiz sonuçları elde edilmesine katkı sağlamaktadır.

Performans analizine bağlı tasarım, yapı mühendisliğinde yapıların deprem etkileri altında göstermesi beklenen performans düzeyini belirlemeyi amaçlar (Güler, 2008). Bina taşıyıcı sistemlerinin performans analizine dayalı tasarımı, yapıların belirli bir doğrultuda yapıya etki eden deprem yükü altında nasıl davranacağını önceden belirleyerek, bu farklı performans seviyelerine ait gözlemlenebilecek hasar durumlarını tahmin etmeye odaklanmaktadır. Bu yaklaşım, 1990'lı yıllarda Amerika Birleşik Devletleri'nde FEMA ve ATC gibi kuruluşlar tarafından geliştirilmeye başlanmıştır. Özellikle FEMA 273 (FEMA, 1997) ve ATC-40 (ATC,

1996) raporları, performans odaklı tasarımın teorik altyapısını oluşturmuş ve bu yaklaşımın mühendislik uygulamalarına entegrasyonunu mümkün kılmıştır.

## **MEVCUT BİNALARIN DEPREM PERFORMANSININ TBDY 2018'E GÖRE DEĞERLENDİRİLMESİ VE DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞ**

Doğrusal olmayan statik analiz, genel olarak "pushover analizi" olarak akademide ve mühendislik çevrelerinde adlandırılmakta, mevcut betonarme yapıların deprem etkileri altında yapısal davranışını değerlendirmek ve gerçeğe yakın analiz sonuçlarını belirlemek amacıyla yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Bu itme analizi, yapının taşıyıcı sistemine etkiyen düşey yüklerin yanı sıra kademeli olarak artan yanal yüklerin yapıya etki ettirilmesi ile, taşıyıcı sistemin elastik sınırlarını aşarak plastikleşmeye başladığı noktaların saptanmasına imkân tanımaktadır. (FEMA, 2000). Yapının taşıyıcı sistem elemanlarının kapasite eğrisini ortaya koyarak, deprem sırasında göstereceği tepkilerin net şekilde öngörülmesini sağlamaktadır. (Chopra & Goel, 2002).

Doğrusal olmayan analizlerin süreç olarak belirli aşamaları bulunmaktadır. İlk aşama olarak, doğrusal olmayan analizi yapabilmek için, analiz modellerinde detaylı bir üç boyutlu yapısal modelin oluşturulması gereklidir. Bu yapısal analiz modeli, yapının kendisinde barındırdığı malzeme karakteristik özelliklerini, geometrik düzenini ve taşıyıcı sistem elemanlarının rijitlik özelliklerini bulundurmaktadır. Devamında ise, taşıyıcı sisteme etki ettirilecek sabit ve hareketli düşey yükler uygulanacaktır, belirli bir dağılıma göre artan yanal yükler de yükleme sürecine dahil edilmektedir. Uygulanan bu kademeli yükleme işlemi, yapı elemanlarının lineer elastik sınırlarını aşarak plastik mafsallaşma noktası oluşmasına ve yapısal elemanların belirli bölgelerinde hasarın yoğunlaşmasına neden olmaktadır. Yapının taşıyıcı sisteminin deprem kuvvetlerine maruz kalmasını gerçeğe yakın şekilde simüle etmek amacıyla, yükleme genellikle deprem kuvvetleriyle uyumlu şekilde uygulanmaktadır.

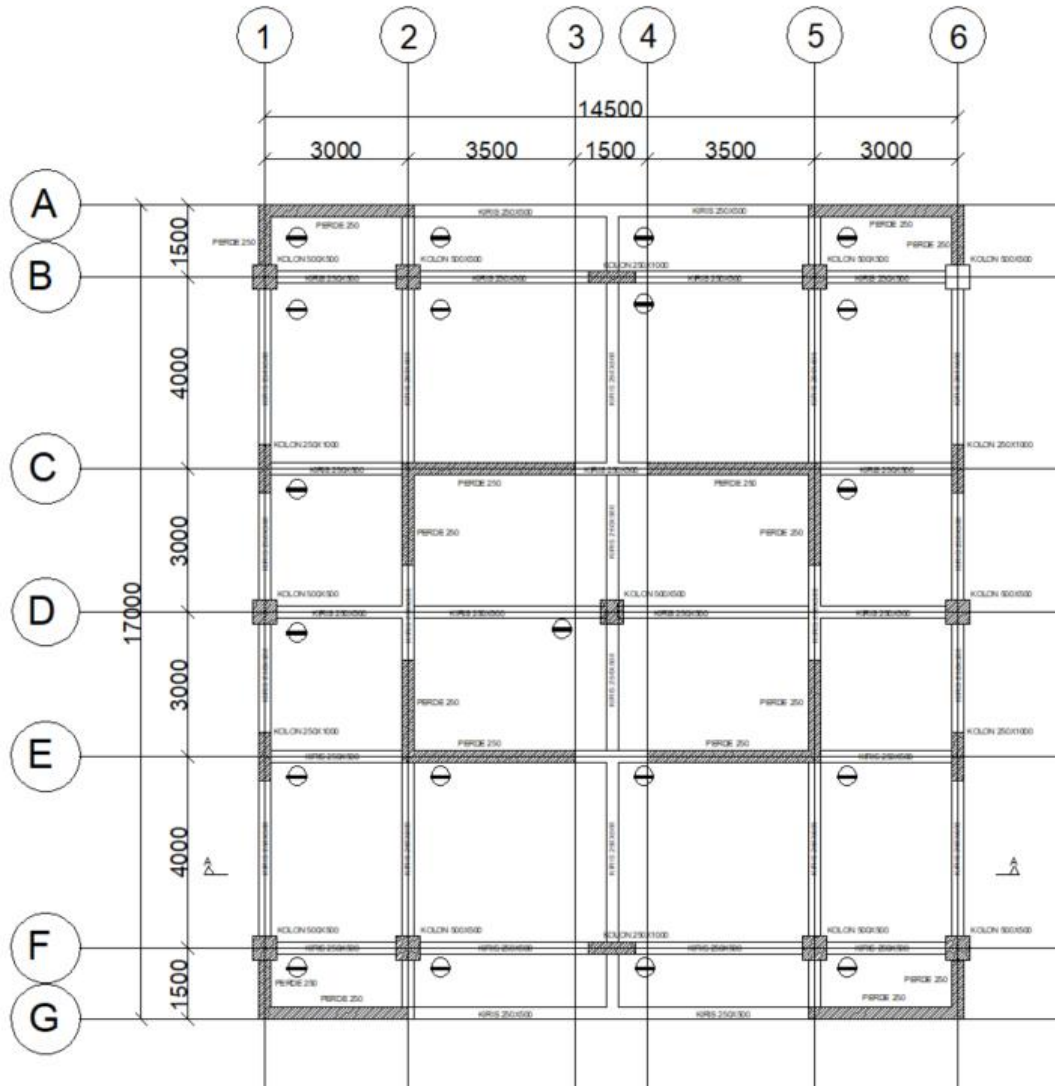
None- lineer davranış modelleri, yapısal elemanların çeşitli yüklemeler altında plastik mafsallarda sergilediği davranışları ve oluşabilecek hasar mekanizma durumlarını tahmin etmek amacıyla kullanılır. Bu modeller, yapıların taşıma kapasitesini yitirmeden deformasyon yapabilme kabiliyeti, yani kesitlerin sünekliğinin değerlendirilmesine fırsat tanımaktadır. Zaman tanım alanında doğrusal olmayan deprem performansı analizlerinin değerlendirmelerinde genellikle yığılı plastik davranış modelleri ve yayılı plastik davranış modelleri tercih edilmektedir.

Bu çalışmada incelenen taşıyıcı sistemin deprem performansı değerlendirilirken, yığılı ve yayılı plastik davranış modelleri esas alınmıştır. Bu çalışmada, kat sayıları ve yapıların karmaşıklığı göz önüne alındığında, doğrusal olmayan yöntemlerden zaman tanım aralığında analiz (time history analysis) yöntemi tercih edilmiştir. Bu yöntem, yapıların deprem sırasında gösterdiği dinamik davranışı gerçekçi bir şekilde simüle ederek, yapı elemanlarının hasar seviyelerini ve performans sınırlarını detaylı bir şekilde ortaya koyar. Bu nedenle, çalışmada diğer yöntemlere (örneğin, statik itme analizi veya mod birleştirme yöntemi) yer verilmemiştir. Ayrıca, farklı hesap yöntemleri kullanıldığında farklı sonuçlar elde edilmesi normaldir. Bu durum, yöntemlerin varsayımları ve modelleme yaklaşımlarındaki farklılıklardan kaynaklanır. Yapılan çalışmada, yapıların deprem performansını değerlendirmek için eşdeğer deprem yükü yöntemi de kullanılmıştır. Bu yöntem, yapıların deprem yüklerine karşı gösterdiği genel davranışı basitleştirilmiş bir şekilde analiz etmeye olanak tanır.

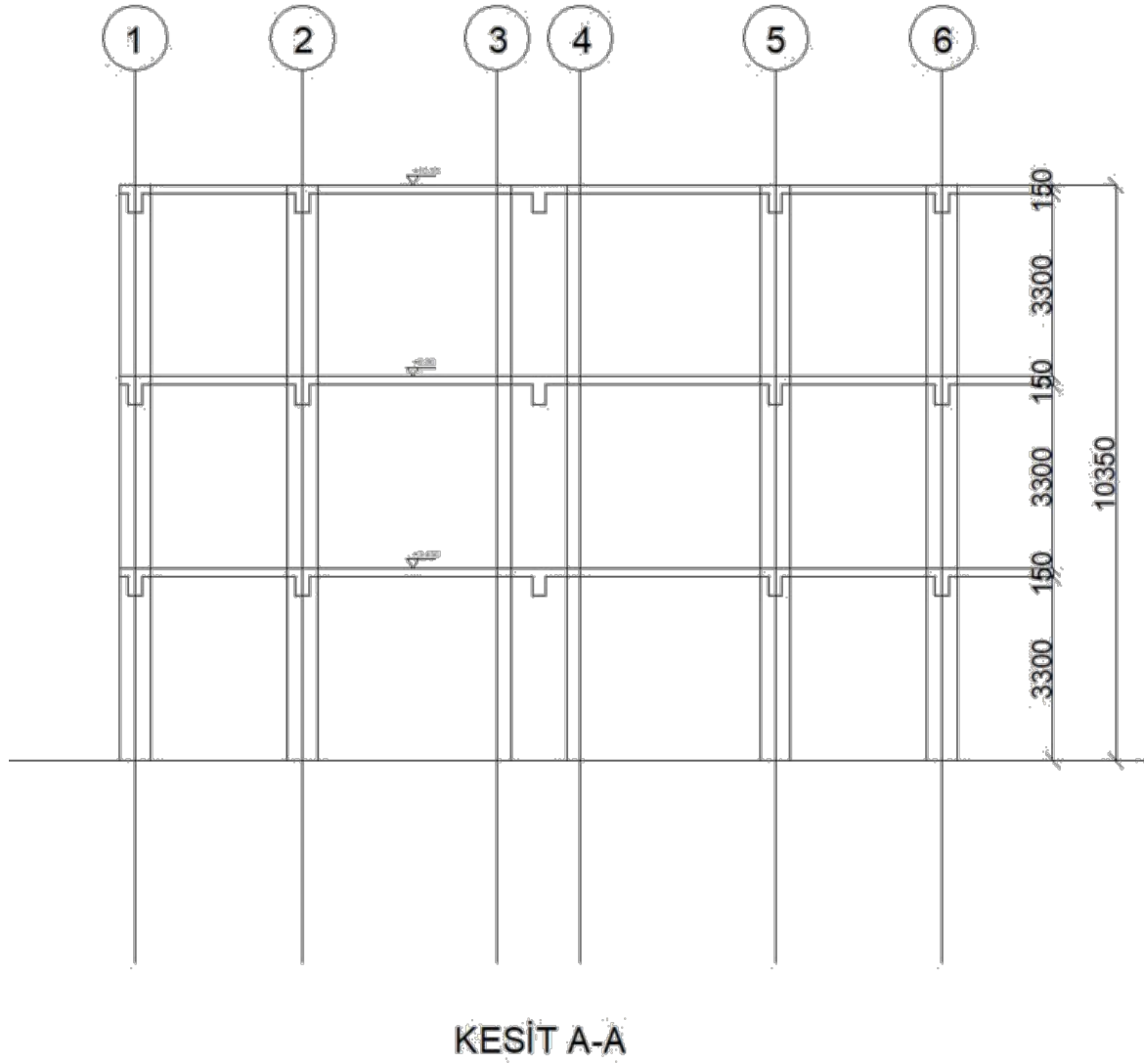
Zaman tanım aralığında analiz yöntemi, özellikle yapıların deprem sırasında gösterdiği dinamik tepkileri adım adım incelemek için oldukça etkilidir. Bu yöntem, gerçek deprem kayıtları kullanılarak yapıların zamana bağlı davranışını modellemeyi mümkün kılar. Ayrıca, bu yöntem sayesinde yapıların farklı deprem senaryoları altındaki performansları karşılaştırılabilir ve yapısal zayıf noktalar belirlenebilir. Bu bilgiler, yapıların güçlendirilmesi ve deprem riskinin azaltılması için önemli bir temel oluşturur.

### ÖRNEK YAPILARIN GEOMETRİK BİLGİLERİ

Performans analizi yapılacak bu bina tipik kat planlarında ve aynı geometride 3,6 ve 9 katlı olup toplam bina yükseklikleri sırası ile 10.35m, 20.7m ve 31.05m'dir. Kat yüksekliği tüm katlarda eşit olmakla birlikte 3.45 metredir.

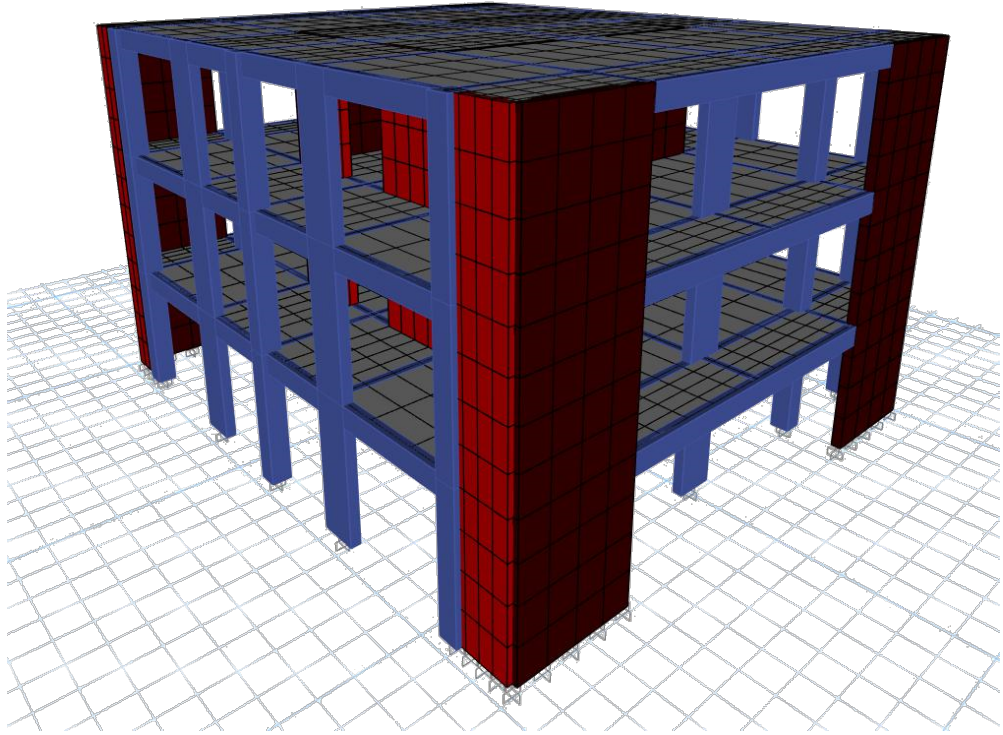


Şekil 1. Normal kat sistem planı

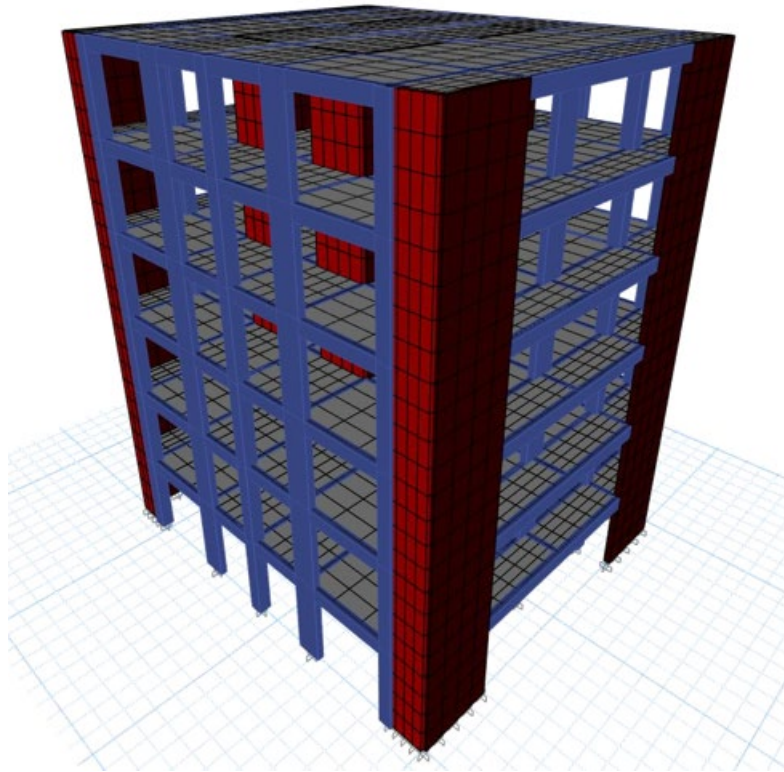


Şekil 2. Tipik sistem enkesiti (Kesit A-A).

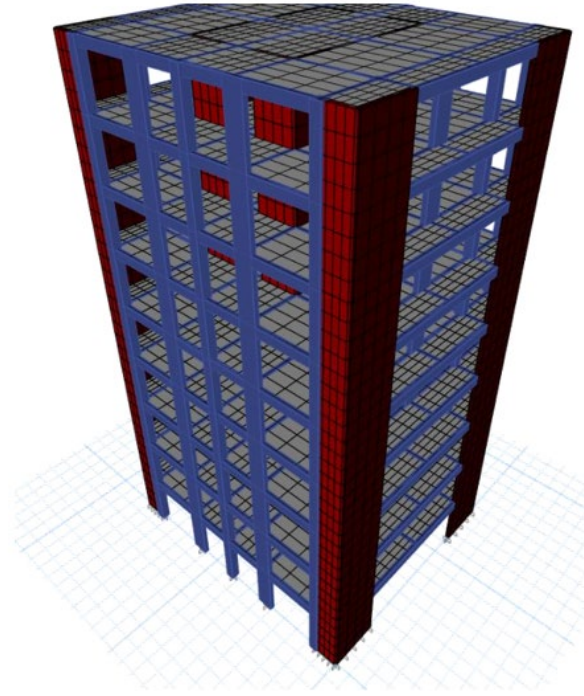
Yapının üç boyutlu taşıyıcı sistem genel görünüşü ve Etabs analiz hesap modeli Şekil 3, Şekil 4 ve Şekil 5’te verilmiştir. Mevcut bina olarak 3 katlı binanın analizine ait üç boyutlu sistem modelleri verilmiştir. Mevcut yapı kat döşemeleri, perdeler, kolonlar ve kiriş sistemlerinden oluşmaktadır.



Şekil 3. Etabs 3 katlı 3D yapı modeli.



Şekil 4. Etabs 6 katlı 3D yapı modeli.



Şekil 5. Etabs 9 katlı 3D yapı modeli.

Performans analizinde temel olarak kullanılan şekil değiştirmeye dayalı değerlendirme yaklaşımında, doğrusal olmayan analiz yöntemleri olarak itme analiz yöntemleri (pushover) ve zaman tanım alanında doğrusal olmayan hesap yöntemi tercih edilebilmektedir. Kullanılacak analiz yöntemi, yönetmelikte belirtilen kurallar ve yönergeler doğrultusunda belirlenir.

İtme analizi yöntemleri, tek modlu ve çok modlu olmak üzere iki ana gruba ayrılmıştır. Tek modlu itme yöntemleri de kendi içinde sabit tek modlu itme yöntemi ve değişken tek modlu itme yöntemi olarak ikiye ayrılır. Tek modlu itme yöntemlerinin kullanılabilmesi için, analize tabi tutulan binanın aşağıdaki koşulları sağlaması gerekmektedir:

- Bina yükseklik sınıfı 5 veya daha büyük olmalıdır.
- Burulma düzensizliği katsayısı, binanın herhangi bir katında 1.4 değerinden küçük olmalıdır.
- İncelenen deprem doğrultusunda, hâkim titreşim moduna ait kütle katılım oranı en az %70 olmalıdır.

Bu koşulları sağlayan binaların performans analizinde, tek modlu itme yöntemlerinden herhangi biri doğrusal olmayan analiz yöntemi olarak kullanılabilir. Çok modlu itme yöntemi ise, tasarım spektrumu altında birden fazla titreşim periyodunun dikkate alındığı bir analiz tekniğidir. Bu yöntem, bina yükseklik sınıfı 2'den büyük olan yapılar için uygulanabilmektedir. Doğrusal olmayan analizlerde kullanılan bir diğer yöntem ise zaman tanım alanında doğrusal olmayan hesap yöntemidir. Bu yöntemin temel amacı, deprem etkisi altında taşıyıcı sistemin hareket denklemlerini içeren denklem takımını, zaman artırımlarıyla her adımda doğrudan çözmektir. Elastik ötesi davranış nedeniyle sistemin rijitlik matrisi zamanla değişmekte olup, bu değişim analiz sürecinde dikkate alınmaktadır. Bu yöntem, yapının deprem sırasındaki gerçek davranışını daha doğru bir şekilde modellemeyi hedefler.

Deprem ivme kayıtlarının elastik tasarım spektrumu ile uyumlu hale getirilmesi için aşağıdaki adımlar izlenmiştir:

- Bileşke İvme Kayıtlarının Hesaplanması:

İlk olarak, deprem kayıtlarının X ve Y doğrultularındaki orijinal ivme değerlerinin kareleri toplanarak karekökü alınmış ve her bir deprem için bileşke ivme kayıtları elde edilmiştir.

- Tasarım Spektrumunun Artırılması ve Karşılaştırma:

Yatay elastik tasarım ivme spektrumu, 1.3 katsayısı ile çarpılarak büyütülmüş ve bu büyütülmüş spektrum, depremlerin orijinal bileşke ivme kayıtları ile karşılaştırılmıştır.

- Ölçek Katsayılarının Hesaplanması:

Yatay tasarım spektrum ivme değerleri ile orijinal spektrum ivme değerleri, her bir zaman adımında ( $\Delta t = 0.05$  saniye) oranlanmış ve tüm periyot aralığında ( $0 < T < 8$  saniye) bir ölçek katsayısı elde edilmiştir.

- Ölçek Katsayısının Ortalamasının Alınması:

Elde edilen ölçek katsayıları,  $0.2T_p$  ve  $1.5T_p$  periyotları arasında ortalaması alınarak tek bir ölçek katsayısı belirlenmiştir. Burada,  $T_p$  periyodu 0.2 ile çarpılarak alt sınır, 1.5 ile çarpılarak üst sınır değerleri hesaplanmıştır.

- Deprem Kayıtlarının Ölçeklenmesi:

11 adet deprem kaydı için hesaplanan ölçek katsayıları, orijinal ivme değerleri ile çarpılarak ölçeklenmiş ivme değerleri elde edilmiştir.

- Bileşke Spektrum Eğrilerinin Oluşturulması:

Ölçeklenmiş spektrum değerlerinin karelerinin toplamının karekökü alınarak bileşke spektrum eğrileri oluşturulmuştur.

- TBDY 2018'e Göre Kontrol:

Elde edilen bileşke spektrum değerleri,  $0.2T_p$  ve  $1.5T_p$  periyotları arasında yatay tasarım elastik spektrum değerleri ile oranlanmış ve bu oranların 1.3 değerinden büyük olup olmadığı kontrol edilmiştir.

- Son Kontrol ve Ortalama Hesaplama:

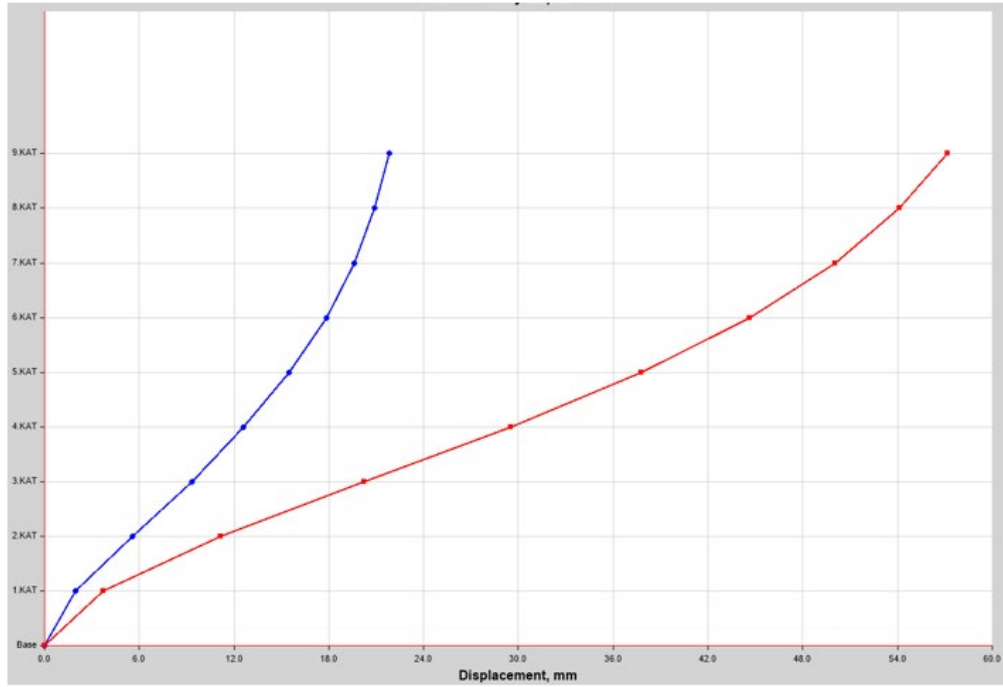
Son olarak, tüm adımlarda elde edilen oranlar, 11 deprem kaydı baz alınarak ortalaması hesaplanmış ve bu ortalama değerlerin 1.3'ten büyük olup olmadığı tekrar kontrol edilmiştir.

Bu adımlar, deprem kayıtlarının tasarım spektrumu ile uyumlu hale getirilmesini ve yapıların deprem performansının doğru bir şekilde değerlendirilmesini sağlamaktadır.

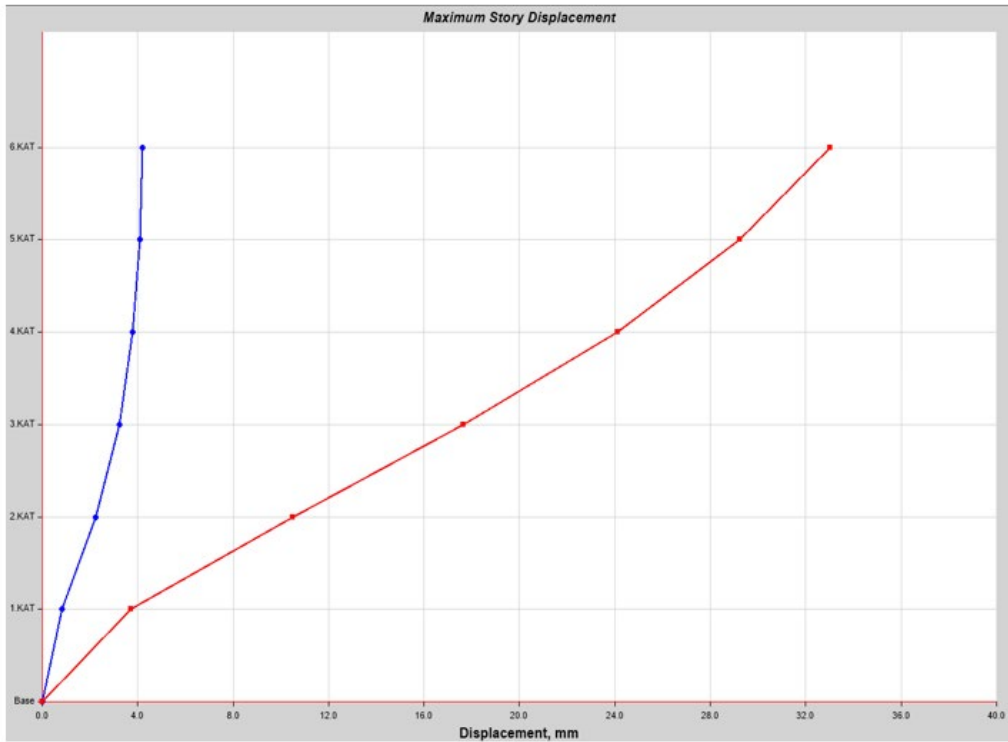
Seçilen deprem kayıtlarının birbirine dik iki doğrultusuna ait spektral ivme değerlerinin karelerinin toplamının karekökü alınarak oluşturulmuş bazı deprem yer ivmesi değerleri ölçeklenmemiş davranış spektrumları aşağıdaki şekillerde verilmiştir.

Yapıya ait taşıyıcı sistemlerin üç boyutlu modelleri, yapısal analiz programında oluşturulduktan sonra, hesap yöntemi programa girilmiş ve akabinde, DD-2 yer hareketi düzeyi ile uyumlu olarak gerçekleştirilen 22 adet analiz sonucunda, her bir deprem yüklemesi için elde edilen maksimum şekil değiştirme ve iç kuvvet taleplerinin aritmetik ortalaması hesaplanmıştır. Bu hesaplanan ortalama değerler, nonlineer performans analizi değerlendirmesinde kaynak olarak alınan değerler olarak kabul edilmiştir. Sünek ve gevrek davranışa ilişkin kapasitelerle karşılaştırılarak taşıyıcı sistem elemanlarının hasar durumları incelenmiş ve tüm yapısal elemanlar için ayrı ayrı belirlenmiştir. 3,6,9 katlı yapıların, TBDY 2018'e göre Kontrollü Hasar Performans Düzeyi'ni sağlaması gerekmektedir. Eğilme ve

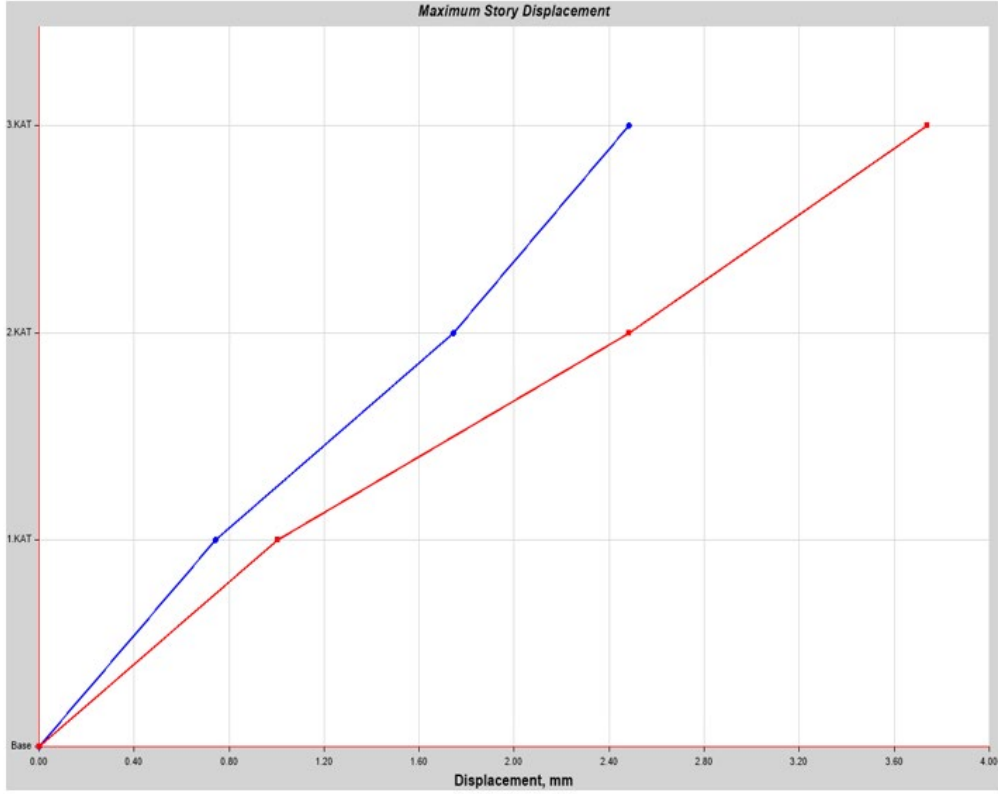
kesme kuvveti açısından yapılan kontroller aşağıdaki şekil 6, şekil 7 ve şekil 8'de sonuçlanmıştır.



Şekil 6. Erzincan Depremi 9 katlı yapı için maksimum kat deplasman grafiği



Şekil 7. Erzincan Depremi 6 katlı yapı için maksimum kat deplasman grafiği



Şekil 8. Erzincan Depremi 3 katlı yapı için maksimum kat deplasman grafiği

TBDY 2018 Deprem Yönetmeliği Bölüm 15'e göre:

- Taşıyıcı sistemi betonarme perdeli olan, eğilme etkisine maruz betonarme kirişlerin Sınırlı Hasar Bölgesinde bulunduğu tespit edilmiştir.
- Taşıyıcı sistemi betonarme perdesiz olan, eğilme etkisine maruz betonarme kirişlerden bazılarının Belirgin Hasar Bölgesinde bulunduğu tespit edilmiştir.
- Taşıyıcı sistemi betonarme perdesiz olan 9 katlı model sisteminin görece kat öteleme sınırı değerlerini bazı katlarda sağlamadığı bu yüzden çekirdek bölgesinde perde sistemleri ile güçlendirilmesi gerektiği tespit edilmiştir.
- 3,6 ve 9 katlı yapılarda analiz modelleri sonuçlarına göre kat sayısının artış göstermesine bağlı olarak yapıda depremden kaynaklı taban kesme kuvvetlerinin artış gösterdiği saptanmıştır.
- 3,6 ve 9 katlı yapılarda analiz modelleri sonuçlarına göre kat sayısının artış göstermesine bağlı olarak yapıda kat sayısının artış göstermesinden kaynaklı periyot değerlerinin arttığı saptanmıştır.
- Betonarme perdeli ve perdesiz iki farklı taşıyıcı sisteme sahip model analiz sonuçlarına göre, betonarme perdesiz taşıyıcı sistemde tepe noktası deplasman değeri yönetmelik sınır değerini aştığı tespit edilmiştir.
- Eğilme etkisi maruz betonarme kolon yapısal elemanlarının hiçbirinin Göçme Bölgesi İleri Hasar Bölgesi ve Belirgin Hasar Bölgesine geçmediği tespit edilmiştir.

- Betonarme perde yapısal elemanlarının hiçbirinin Göçme Bölgesi , İleri Hasar Bölgesi ve Belirgin Hasar Bölgesine geçmediği tespit edilmiştir. Birkaç perdede Sınırlı Hasar Bölgesine geçişin başladığı saptanmıştır.
- Gevrek hasar kontrollerine dair yapılan kesme kuvveti talep edilen kuvvet-kapasite dayanım kontrollerine göre betonarme kolon ve kiriş elemanların tamamı yeterli kesme kapasitesine sahiptir.

## SONUÇLAR

TBDY 2018 kapsamında gerçekleştirilen deprem performansı değerlendirmeleri sonucunda, yapının DD-2 deprem yer hareketi düzeyinde sağlaması gereken performans hedefinin "Kontrollü Hasar Performans Düzeyi" olduğu belirlenmiştir. TBDY 2018'e dayanan doğrusal olmayan analizler ve kontroller neticesinde deprem performansı değerlendirme yapılmıştır.

Eğilme etkisi altında incelenen betonarme kiriş elemanlarının hiçbirinin göçme bölgesine geçmediği tespit edilmiştir. Katlarda ileri hasar bölgesine geçen kiriş elemanı bulunmamaktadır ve diğer tüm kiriş elemanlarının sınırlı hasar bölgesinde olduğu belirlenmiştir. Eğilme etkisi altında betonarme kolon elemanlarının da hiçbirinin göçme ve ileri hasar bölgelerine geçmediği saptanmıştır. Binanın ilk iki katında kolonların tamamının, ilk katta ise yaklaşık %10'luk kısmının belirgin hasar bölgesinde olduğu tespit edilmiştir. Diğer tüm kolonlar sınırlı hasar bölgesindedir. Ayrıca, eğilme etkisi altında bulunan betonarme perdelerin tamamının tüm katlarda sınırlı hasar bölgesinde olduğu belirlenmiştir. Binanın ikinci katında bir adet betonarme perdenin ileri hasar bölgesinde, başka bir adet betonarme perdenin belirgin hasar bölgesinde, diğer tüm perdelerin ise sınırlı hasar bölgesinde bulunduğu saptanmıştır.

Özetle, perdeli-çerçeve modelde yapılan incelemelerde, çok katlı yapının tasarımında yatay rijitliği sağlayan perdelerin deprem etkilerini önemli ölçüde üstlendiği ve diğer çerçeve sistemi kolon ve kiriş elemanlarındaki deprem etkilerinin, çerçeve modelde elde edilen değerlerden daha az olduğu gözlemlenmiştir. Bu çalışma kapsamında gerçekleştirilen tüm analizler ve değerlendirmeler sonucunda, betonarme çok katlı yapıların tasarımında ve taşıyıcı sistem seçiminde perde elemanlarının kullanılmasının, yapı elemanlarının hasar seviyelerini kayda değer ölçüde azalttığı ve yapının performans seviyesini artıracığı belirlenmiştir.

## KAYNAKLAR

- [1] ASCE41-06. 2007 Seismicrehabilitation of existingbuildings, AmericanSociety of CivilEngineers, WashingtonDC.

- [2] ATC-40 (1996). Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings, Applied Technology Council, California, ABD.
- [3] DBYBHY (2007). Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik, Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara
- [4] Aydınoglu, M. N., Celep, Z., Özer, E. ve Sucuoğlu, H. (2007). Deprem Bölgelerinde Yapılacak Binalar Hakkında Yönetmelik Örnekler Kitabı, Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara.
- [5] TBDY (2018) Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği, Deprem Etkisi Altında Binaların Tasarımı İçin Esaslar, Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara.
- [6] Celep, Z. ve Kumbasar, N. (2004). Deprem Mühendisliğine Giriş ve Depreme Dayanıklı Yapı Tasarımı, Beta Dağıtım, İstanbul.
- [7] Celep, Z. ve Kumbasar, N. (2005). Betonarme Yapılar, Beta Yayıncılık, İstanbul.
- [8] Darılmaz, K. (2008). TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası İleri SAP2000 Kursu Ders Notları, İstanbul.
- [9] Fahjan Y. (2008) Türkiye Deprem Yönetmeliği (DBYBHY, 2007) Tasarım İvme Spektrumuna Uygun Gerçek Deprem Kayıtlarının Seçilmesi ve Ölçeklenmesi, İMO Teknik Dergi 4423-4444, Yazı 292, İstanbul.
- [10] Ersoy, U., Özcebe, G. (2001). Betonarme; Temel İlkeler, TS 500–2000 ve Türk Deprem Yönetmeliğine Göre Hesap, Evrim Yayınevi, Ankara.
- [11] Hasgür, Z. Mühendislik Sismolojisi Ders Notları.
- [12] İlki A. ve Celep Z., (2011) Betonarme Yapıların Deprem Güvenliği, 1. Türkiye Deprem Mühendisliği ve Sismoloji Konferansı, 11-14 Ekim 2001-ODTÜ-Ankara
- [13] SPColumn v4.20, (2009). StructurePoint, LLC, Design and Investigation of Reinforced Concrete Column Sections, www.StructurePoint.org,
- [14] Sucuoğlu H. (2006). 2007 Deprem Yönetmeliği Performans Esaslı Hesap Yöntemlerinin Karşılıklı Değerlendirmesi, TMH-Türkiye Mühendislik Haberleri / Sayı: 444-445 - 2006/4-5, İstanbul.
- [15] TS500 (2000). Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları, Türk Standartları Enstitüsü, Ankara.
- [16] Öztürk M., (2018) Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği ve Türkiye Deprem Tehlike Haritası İle İlgili İç Anadolu Bölgesi Bazında Bir Değerlendirme Selçuk – Teknik Dergisi, Cilt 17, Sayı 2-2018.
- [17] Atmaca M., (2013) Betonarme Yapılarda Performans Analizi Yüksek Lisans Tezi,
- [18] Ulutaş, A., (2019). DBYBHY(2007) ve TBDY(2018) Deprem Yönetmeliklerinin Kesit Hasar Sınırları Açısından Kıyaslanması Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi Sayı 17, S. 351- 359.
- [19] Kop, M (2020) Mevcut Binaların Değerlendirilmesinde Yeni Deprem Yönetmeliği Yaklaşımı, Atatürk Üni. Fen Bilimleri Ens. , İnşaat Müh. Yük. L. Tezi,



## BLOKLAR HALİNDE BULUNAN YÜKSEK KATLI BİNALARIN AERODİNAMİĞİNİN NÜMERİK ANALİZİ

Sezen Yelken<sup>1</sup>, Mustafa Özakça<sup>2</sup> ve Nermin Şarlak<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep

<sup>3</sup>Konya Teknik Üniversitesi, Konya

### ABSTRACT

In this study, the wind loads acting on all surfaces of high-rise buildings are analyzed numerically in accordance with Turkish Standards TS 498 and by using ANSYS CFD software. Within the scope of the research, the aerodynamic interactions between multiple high-rise buildings under wind load, considering their relative positions and distances, are quantitatively evaluated. The aim is to determine the influence of wind load based on the inter-building positioning using CFD simulations within the regulatory framework of TS 498. To achieve the objectives of the study, numerical analysis methods along with principles of mechanical and aerodynamic engineering are employed. As a result, the study aims to contribute to the enhancement of current design methodologies through the insights obtained from the analyses.

Keywords: wind load; building aerodynamics; numerical analysis; ANSYS CFD; TS 498.

### ÖZET

Bu çalışmada, yüksek binaların tüm yüzeylerine etki eden rüzgâr yüklerinin sayısal analizi, Türk Standartları TS498'e uygun olarak ve ANSYS CFD kullanılarak incelenmiştir. Araştırma kapsamında, birden fazla yüksek katlı binanın birbirine konumları, uzaklıkları ve rüzgâr yükü altında aerodinamik etkileşimleri göz önünde bulundurularak nicelik bakımından değerlendirilmiştir. CFD simülasyonları ve TS 498'in düzenleyici çerçevesi dahilinde rüzgâr yükünün yüksek katlı binalara bloklar arası konumuna etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmanın amacı doğrultusunda numerik analiz yöntemleri, mekanik ve aerodinamik mühendisliği ilkeleri kullanılmıştır. Sonuç olarak, ilgili analizler kullanılarak mevcut tasarım yöntemlerinin iyileştirilmesine katkı bulunmayı amaçlamaktadır.

Anahtar kelimeler: rüzgâr yükü; bina aerodinamiği; nümerik analiz; ANSYS CFD; TS 498.

## GİRİŞ

Rüzgâr yükleri altındaki yüksek katlı bina bloklarının aerodinamik davranışı, modern kentsel tasarımın kritik bir yönüdür ve yapısal güvenlik, kullanılabilirlik ile bu binada ve çevrede yaşayanların konforu üzerinde doğrudan etkilere sahiptir [1]. Kentsel merkezler giderek yoğunlaştıkça, yüksek yapıların yakın konumlanması göz ardı edilemeyecek karmaşık aerodinamik etkileşimleri beraberinde getirmektedir. Komşu yüksek binalar arasındaki etkileşimler, rüzgâr basıncı dağılımlarını değiştirebilir, girdap oluşumlarını farklılaştırabilir ve yerel yük koşullarını şiddetlendirebilir [2]. Bu durumlar, yapısal gereksinimlerin artmasına, beklenmedik kullanıcı ve yaya rahatsızlıklarına ve çevresel kalitenin azalmasına yol açabilir.

Geçmişte, yüksek binalar üzerindeki rüzgâr kaynaklı etkilerin incelenmesinde çoğunlukla rüzgâr tüneli deneyleri kullanılmıştır. Bu deneysel yaklaşımlar, yüksek doğrulukta fiziksel bilgiler sağlamış ve uzun süredir tasarım kodları ve mühendislik uygulamaları için bir referans noktası olarak hizmet etmiştir [3]. Ancak rüzgâr tüneli çalışmaları genellikle maliyetli, zaman alıcıdır ve çok çeşitli tasarım senaryolarının incelenmesinde sınırlıdır. Son yıllarda, Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yöntemleri tamamlayıcı bir araç olarak öne çıkmış ve karmaşık bina düzenlerinin modellenmesi, çevresel koşulların değiştirilmesi ve tasarım iyileştirmelerinin sanal ortamda test edilmesi gibi olanaklar sunmuştur [4].

Literatür, tekil yüksek binaların incelenmesinden, bina kümelerinin daha bütüncül şekilde (gerçekçi kentsel bağlamlarda) anlaşılmasına doğru kademeli bir gelişim göstermektedir [5]. Örneğin, Sheng ve arkadaşları, atmosferik sınır tabakası koşullarının benzetildiği bir ortamda ölçekli yüksek bina modeli üzerinde ayrıntılı basınç ölçümleri yaparak, türbülans şiddeti ve akış ayrılma paternlerinin cephe yüklenmesini nasıl etkilediğini ortaya koymuştur [6]. Cui ve arkadaşları (2023), bu yaklaşımı üç yüksek binadan oluşan piramidal bir düzenlemeye uyarlamış ve değişken basınç katsayıları ile taban eğilme momentlerinin hem bina aralık oranına hem de rüzgâr yönüne bağlı olarak önemli ölçüde değiştiğini göstermiştir. Bazı rüzgâr açıları, izole binalara kıyasla cephe yüklerini %60'tan fazla artırmıştır [7]. Benzer şekilde, Chen ve arkadaşları (2018), yüksek-alçak bina etkileşimlerini incelemiş ve öndeki yüksek yapıların, yükseklik ve aralık oranlarına bağlı olarak yakınındaki alçak yapıların çatı emme kuvvetlerini ya koruyabildiğini ya da artırabildiğini, bazı durumlarda bu artışın 2,5 katı aştığını ortaya koymuştur [8].

HAD (CFD) yöntemlerindeki gelişmeler, bu etkilerin daha ayrıntılı incelenmesine olanak tanımaktadır. Feng ve arkadaşları (2019), nadiren mühendislik analizlerinde dikkate alınan bir atmosferik olgu olan Ekman spirali kaynaklı rüzgâr sapması altında süper yüksek binaları incelemek için büyük girdap benzetimi (LES) yöntemini kullanmıştır. Bulgular, cepheler boyunca asimetric basınç yeniden dağılımı ve bazı yönelimlerde taban momenti dalgalanmalarında azalma olduğunu ortaya koymuştur [9]. Zhao ve Li (2022) ise RNG k- $\epsilon$  türbülans modelini çoklu bina senaryolarında uygulamış; öndeki bina yüksekliği ve aralık oranı arttıkça, arkadaki binalara doğru yaklaşan ve genişleyen art rüzgâr (leeward) girdaplarının emme dağılımını önemli ölçüde değiştirdiğini tespit etmiştir [10].

Yükleri niceliksel olarak belirlemenin ötesinde, CFD çalışmaları aerodinamik biçim optimizasyonunu da araştırmıştır. Baghaei Daemei ve arkadaşları (2019), yuvarlatılmış köşeler, pah kırma ve kademeli geri çekilmeler gibi tasarım değişikliklerinin yalnızca yan rüzgâr uyarımlarını ve uyarı (wake) boyutunu azaltmakla kalmayıp, aynı zamanda yüksek hızlı aşağı akışları ve türbülans şiddetini hafifleterek yaya rüzgâr konforunu da iyileştirdiğini göstermiştir [11]. Bu tür araştırmalar, aerodinamik performansı daha geniş kentsel tasarım hedefleriyle uyumlu hale getirerek yapısal güvenliği yaşanabilirlik ile ilişkilendirmektedir. Moanassar ve arkadaşları (2019), alan boyutlarının, ağ inceliğinin ve giriş türbülans

özelliklerinin doğrudan simülasyon doğruluğunu etkilediğini göstererek CFD model kurulumunun titizlikle yapılması gerektiğini vurgulamıştır [12].

Saha çalışmaları ve standart esaslı değerlendirmeler, etkileşim etkilerinin rüzgâr yönü, arazi pürüzlülüğü ve bina en-boy oranlarına olan hassasiyetini daha da ortaya koymaktadır. Okaför ve arkadaşları, daha pürüzsüz arazilerin üst seviyelerdeki rüzgâr yüklerini artırdığını, daha pürüzlü arazilerin ise alt seviyelerdeki akışları bastırdığını, ancak rüzgârın serbest akım hızına ulaşması için gereken yüksekliği geciktirdiğini belirtmiştir [13]. Buna paralel olarak, rüzgâr kaynaklı titreşimler altında kullanıcı konforu, önemli bir hizmet edebilirlik kriteri olmaya devam etmektedir. Sæmundsson (2007), Turning Torso (İsveç) ve Småtorg Tower (İzlanda) gibi simgesel yüksek binalarda boyuna rüzgâr ivmelerinin, insan algı eşiğini aşarak güçlü rüzgâr koşullarında rahatsızlık veya hareket hastalığına yol açabileceğini rapor etmiştir [14].

Genel olarak, literatür yüksek bina kümelerinin aerodinamik performansının, geometrik yapı, giriş akışı özellikleri ve karşılıklı etkileşimlerin birleşimiyle belirlendiğini göstermektedir. CFD ile rüzgâr tüneli doğrulamasının birlikte kullanılması, en güvenilir değerlendirme çerçevesini sunmaktadır. Bununla birlikte, düzensiz kentsel araziler için standartlaştırılmış CFD giriş akışı modellemesinde eksiklikler bulunmakta, ayrıca tekil kuleler yerine tüm bina bloklarına yönelik önleyici stratejiler üzerinde sınırlı sayıda çalışma yapılmıştır.

Bu çalışma, rüzgâr akışının yüksek bina blokları üzerindeki aerodinamik etkilerini, özellikle de bina yöneliminin (rüzgâra paralel ve dik) yapısal yükler ve akış karakteristikleri üzerindeki etkisini sayısal olarak incelemeyi amaçlamaktadır. ANSYS tabanlı analizler kullanılarak, hız, basınç, türbülans kinetik enerjisi (TKE) ve Reynolds sayısındaki değişimler değerlendirilerek bu etkileri belirleyen mekanizmalar anlaşılmaya çalışılmıştır. Aynı rüzgâr koşulları altında farklı yönelimlerin karşılaştırmalı değerlendirmesi ile, bu çalışma literatüre bina hizalanmasının aerodinamik performansa etkisine dair ayrıntılı CFD bulguları sunmaktadır. Elde edilen sonuçlar, performansa dayalı rüzgâr tasarımını destekleyebilir, yoğun kentsel alanlarda bina yerleşimlerini optimize edebilir ve yüksek katlı yapıların aşırı rüzgâr olaylarına karşı dayanıklılığını artırabilir.

## MODEL TANIMI

Bu çalışmadaki sayısal analiz, durağan rüzgâr akışına maruz bırakılan yüksek bina bloğunun üç boyutlu temsili kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Konfigürasyon, tek sıra hâlinde düzenlenmiş dört özdeş dikdörtgen binadan oluşmaktadır. Her bir bina  $25 \times 25$  m taban alanına ve 100 m yüksekliğe sahiptir. Yapılar, birbirlerinden 50 m mesafe ile ayrılmıştır.

Hesaplama alanı, sınır etkilerinin sonuçları etkilememesini sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Akış yönünde toplam etki alanı 1000 m olarak belirlenmiş; bu mesafe, akışın girişte gelişmesi ve çıkışta uyarıların (wake) sönümlenmesi için yeterli bir uzunluk sağlamaktadır. Giriş sınırında 46 m/s'lik tekdüze hız tanımlanmıştır.

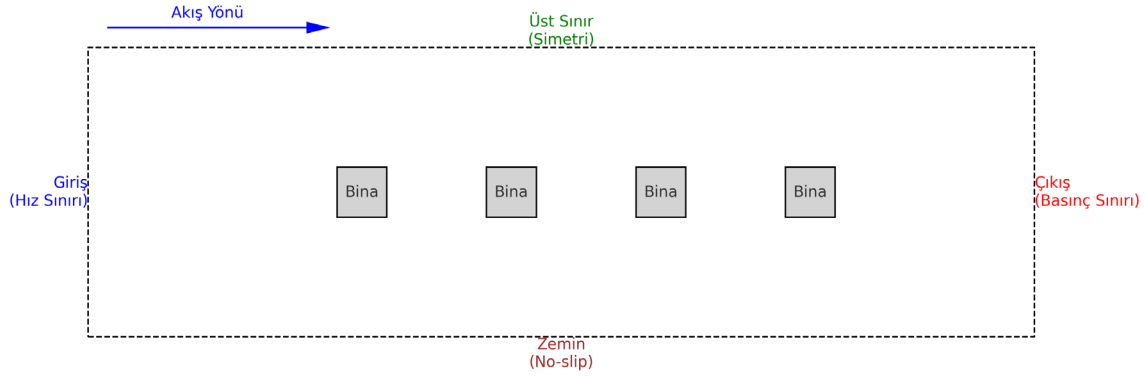
Bu kurulum, kontrollü ancak gerçekçi koşullar altında aerodinamik parametrelerin incelenmesine olanak tanımaktadır. Özellikle, binaların hâkim rüzgâr yönüne paralel ve dik konumlandırılmasının etkilerinin karşılaştırılmasına odaklanılmıştır. Her iki konfigürasyonda da bina boyutları ve aralıklarının aynı tutulması, akış davranışı ve yüklerde gözlemlenen farklılıkların geometrik veya yerleşim değişikliklerinden değil, doğrudan yönelim etkilerinden kaynaklandığının net bir şekilde belirlenmesini sağlamaktadır.

## ANSYS COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS MODELLEMESİ

Sayısal çözümler, ANSYS Fluent yazılımında, basınca dayalı durağan RANS çözücüsü ve RNG  $k-\varepsilon$  türbülans modeli ile standart duvar fonksiyonları kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu yaklaşım, kübik ve aerodinamik olarak katı cisimler etrafındaki ayrılma ve uyarı (wake) akışlarının modellenmesi için uygundur. Hava, yoğunluğu  $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$  ve dinamik viskozitesi  $\mu = 1.789 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$  olacak şekilde sıkıştırılmaz kabul edilmiştir. Model, tek sıra hâlinde yerleştirilmiş, her biri  $25 \text{ m} \times 25 \text{ m}$  taban alanına ve  $100 \text{ m}$  yüksekliğe sahip dört kare binadan oluşmaktadır. Binalar arasında net  $50 \text{ m}$  mesafe bulunmaktadır (Bkz. Şekil 1).

Hesaplama alanı, blokaj etkilerini en aza indirmek için şu ölçütlere göre boyutlandırılmıştır: girişte en az  $5H$ , çıkışta  $15H$ , üst sınırda  $10H$  ve yan sınırda  $20H$  açıklık ( $H = 25 \text{ m}$ ). Giriş sınırında  $U_\infty = 46 \text{ m/s}$  sabit hız tanımlanmış, türbülans özellikleri şiddet–uzunluk ölçeği yöntemi ile belirlenmiştir  $I = 10\%$ ,  $L = 25 \text{ m}$ :

$$k = \frac{3}{2} (IU_\infty)^2 \quad \varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{L} \quad C_\mu = 0.09$$



Şekil 1. Hesaplama alanı ve bina düzeni (tek sıra, kare binalar)

Çıkış sınırı,  $0 \text{ Pa}$  gösterge basıncında basınç çıkışı olarak tanımlanmıştır. Yan ve üst yüzeyler simetri sınır koşulu ile, zemin ve bina yüzeyleri ise *no-slip* koşulu ile modellenmiştir. Hibrit poliedral ağ yapısı, duvar bölgelerinde prizmatik katmanlar ile desteklenmiş; kenar bölgeleri ve  $10-15H$  uzunluğundaki wake bölgesi yerel olarak inceltilmiştir.

Ayrıklaştırma, en küçük kareler yöntemi ile gradyan hesaplaması, ikinci mertebe basınç çözümü, momentum/ $k/\varepsilon$  denklemleri için ikinci mertebe yukarı rüzgâr (*upwind*) şeması ve SIMPLEC basınç–hız bağlaştırma yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Yakınsama ölçütü olarak, normalize edilmiş artıkların  $< 10^{-5}$ 'in altına inmesi ve kuvvet katsayılarının  $500$  iterasyon boyunca  $\%0,5$ 'ten daha az değişim göstermesi şartı aranmıştır. Sonuç verileri, hız alanı, statik basınç ve basınç katsayısı:

$$C_p = \frac{p - p_{ref}}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}$$

Türbülans kinetik enerjisi  $k$ ,  $Re_H = \frac{U_\infty H}{\nu}$  ve küresel kuvvet katsayıları:

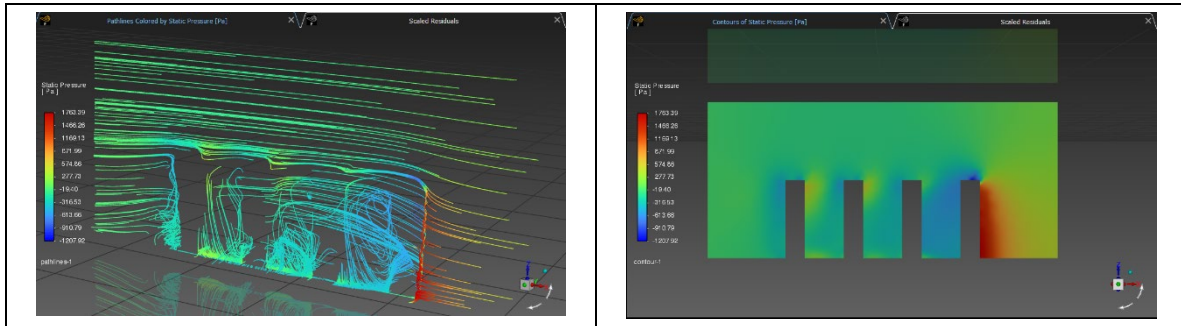
$$C_{Fx} = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 A_{ref}} \quad C_{Fy} = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 A_{ref}}$$

ile rapor edilmiştir. Burada  $A_{ref}$  bina yüksekliği ile rüzgâra dik izdüşüm genişliğinin çarpımına eşittir. Aynı kurulum, farklı rüzgâr yönelimleri için de uygulanarak yükler ve akış yapıları üzerindeki yönelim etkilerinin izole edilmesi sağlanmıştır.

## BULGULAR VE TARTIŞMA

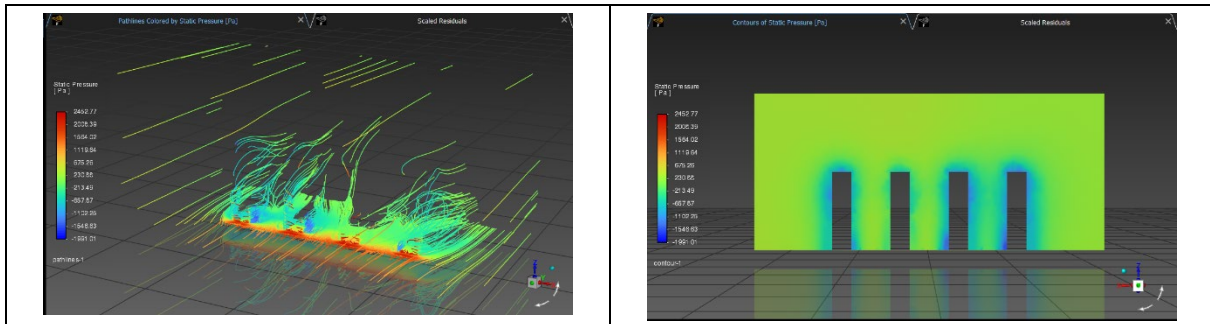
Bu bölümde, dört yüksek binadan oluşan bir blok için iki farklı rüzgâr yaklaşım yönünde — bina sırasına paralel ve bina sırasına dik— elde edilen HAD sonuçları sunulmaktadır. Bulgular; statik basınç dağılımı, hız büyüklüğü, Reynolds sayısı ve türbülans kinetik enerjisi (TKE) açısından değerlendirilerek rüzgâr yönünün aerodinamik yükler ve akış yapıları üzerindeki etkileri ortaya konmuştur.

**Statik Basınç Dağılımı:** Paralel rüzgâr durumunda (Şekil 2a–b), ilk binanın rüzgâr yönüne bakan cephesinde yüksek basınç bölgeleri oluşmuş, maksimum değerler 1700 Pa'yı aşmıştır. Arkadaki binalar, öndeki yapıların koruma etkisi nedeniyle belirgin şekilde daha düşük basınçlara maruz kalmış ve net bir rüzgâr gölgesi etkisi gözlenmiştir. Leeward cephelerde negatif basınç bölgeleri oluşmuş, bu da güçlü emme ve wake bölgesindeki girdap oluşumuna işaret etmektedir.



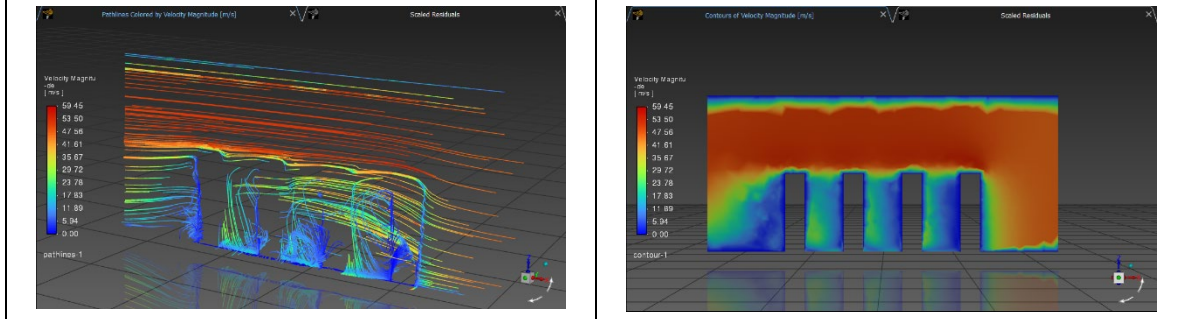
Şekil 2 a) Statik basınç dağılımı --- b) paralel rüzgâr girişi

Dik rüzgâr durumunda (Şekil 3a–b) ise yüksek basınç bölgeleri tüm rüzgâr yönlü cepheler boyunca daha dengeli dağılmış, maksimum değerler 2400 Pa'yı aşmıştır. Binalar arasındaki boşluklar rüzgârı kanallandırarak yan yüzeylerde yerel düşük basınç bölgeleri ve artan emme kuvvetleri oluşturmuştur. Bu yerleşimde koruma etkisi azaldığından, her bir binadaki yükler paralel duruma kıyasla daha yüksek seviyelere ulaşmıştır.



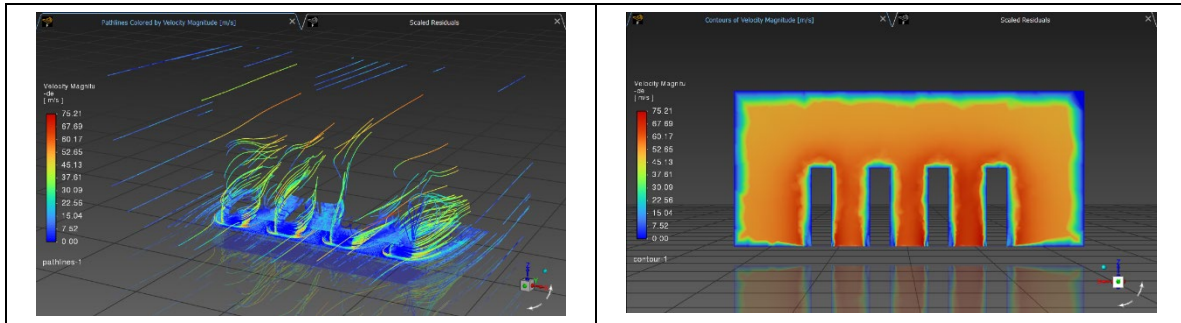
Şekil 3a) Statik basınç dağılımı --- b) dik rüzgâr girişi

**Hız Alanı:** Paralel rüzgârda (Şekil 4a–b), hız konturları ve akış çizgileri, çatı üstünde belirgin hızlanma ve her binanın arkasında büyük wake bölgeleri olduğunu göstermektedir. İlk bina en büyük wake bölgesini oluşturmuş, arkadaki binalar bu bölge içinde kalarak cephelerinde daha düşük rüzgâr hızları ile karşılaşmıştır. Ancak, binalar arasındaki geri akış bölgeleri türbülanslı karışımı ve kenarlarda yerel hızlanmayı artırmıştır.



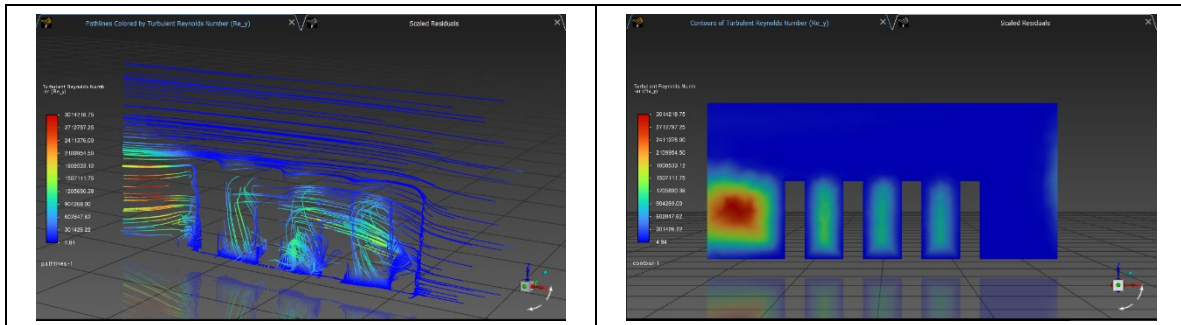
Şekil 4 a) Hız konturları ve akış çizgileri --- b) paralel rüzgâr

Dik rüzgârda (Şekil 5a–b), binalar arası boşluklarda belirgin kanallama etkileri oluşmuş, rüzgâr hızı 75 m/s'ye ulaşarak giriş hızını aşmıştır. Bu yüksek hızlı koridorlar, yaya konforu ve cephe kaplamalarının performansı açısından olumsuz sonuçlar doğurabilir. Her binanın arkasında, paralel duruma göre daha sınırlı koruma etkisiyle, benzer boyutlarda wake bölgeleri oluşmuştur.



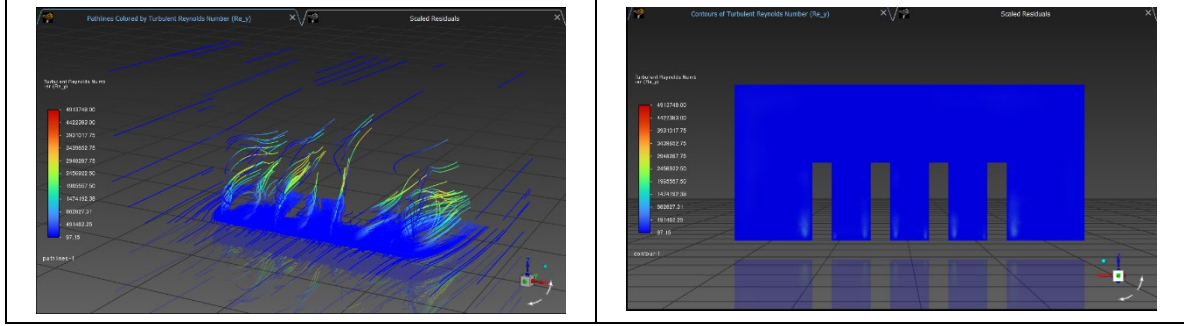
Şekil 5 a) Hız konturları ve akış çizgileri ---b) dik rüzgâr

**Reynolds Sayısı Dağılımı:** Paralel rüzgâr durumunda (Şekil 6a–b), en yüksek Reynolds sayısı değerleri  $3.01 \times 10^6$ 'yı aşarak ilk binanın üst kenarlarında yoğunlaşmıştır. Arkadaki binalarda değerler, yaklaşan akış hızının düşmesiyle belirgin şekilde azalmış ve bu durum koruma etkisinin türbülans şiddetini azaltmadaki başarısını yansıtmaktadır.



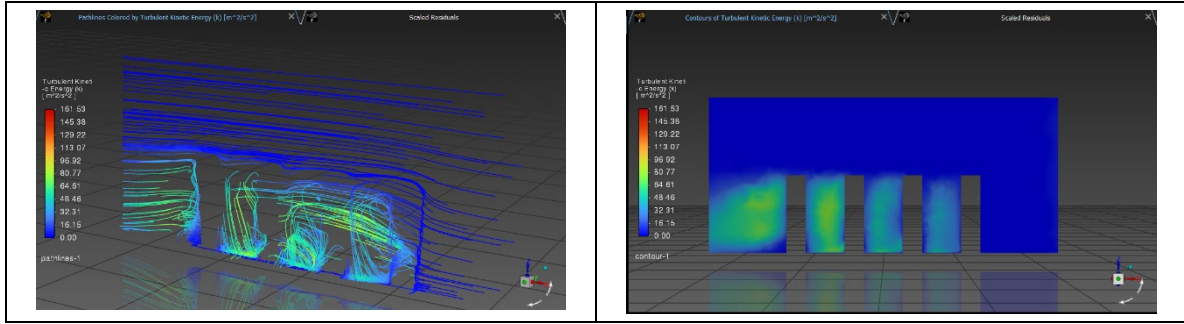
Şekil 6 a) Reynold sayısı dağılımı ---b) paralel rüzgâr için

Dik rüzgârda (Şekil 7a–b) ise hem rüzgâr yönlü köşelerde hem de yan yüzeylerde yüksek Reynolds sayısı bölgeleri oluşmuş, değerler  $4.9 \times 10^6$ 'yı aşmıştır. Bu durum, daha güçlü türbülans karışımı ve artan aerodinamik uyarım potansiyeline işaret etmektedir.



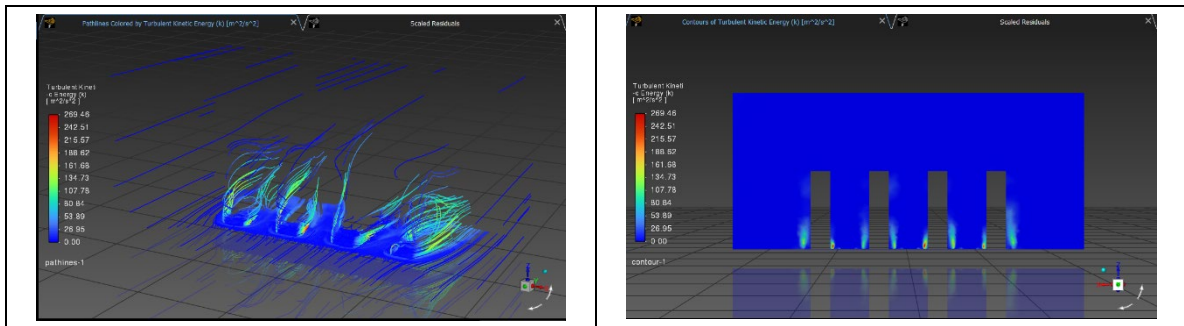
Şekil 7 a) Reynold sayısı dağılımı --- b) dik rüzgâr için

**Türbülans Kinetik Enerjisi (TKE):** Paralel rüzgârda (Şekil 8a–b), en yüksek TKE değerleri ( $160 \text{ m}^2/\text{s}^2$ 'ye kadar) ilk binanın wake bölgesinde ve binalar arasındaki boşluklarda görülmüştür. Arkadaki binalarda TKE seviyeleri düşerek koruma etkisini bir kez daha ortaya koymuştur.



Şekil 8 a) Türbülanslı kinetik enerji --- b) paralel rüzgâr için

Dik rüzgâr durumunda (Şekil 9a–b), TKE değerleri  $260 \text{ m}^2/\text{s}^2$ 'yi aşarak wake bölgeleri ve bina aralıklarında yoğunlaşmıştır. Tüm binaların rüzgâra doğrudan maruz kalması, köşe ve çatı kenarlarında girdap oluşumunu ve türbülans üretimini artırmıştır.



Şekil 9 a) Türbülanslı kinetik enerji --- b) dik rüzgâr için

*Karşılaştırmalı Değerlendirme:* Bulgular, rüzgâr yönünün aerodinamik yüklenme ve akış yapısını önemli ölçüde değiştirdiğini göstermektedir. Paralel rüzgâr, güçlü koruma etkisi ile arkadaki binalarda basınç, hız ve türbülansı azaltırken, blok içindeki yük dağılımında farklılık yaratmaktadır. Dik rüzgâr ise daha üniform ancak daha yüksek yükler oluşturmakta, binalar arası kanallama etkilerini ve türbülans seviyelerini artırmaktadır.

Mühendislik açısından bu sonuçlar, yoğun yüksek bina kümelerinde bina yöneliminin rüzgâr yükleri ve yaya konforunun yönetilmesinde stratejik bir araç olarak kullanılabileceğini göstermektedir. Binaların hâkim rüzgâra paralel yerleştirilmesi, arkadaki yapılarıdaki yükleri azaltabilir ancak yapısal taleplerde dengesizlik ve yerel türbülans artışı oluşturabilir. Buna karşılık, dik yerleşimler yükleri daha dengeli dağıtsa da yaya seviyesinde rüzgâr konforunu olumsuz etkileyebilir.

## SONUÇ

HAD sonuçları, rüzgâr yönünün kare planlı binalardan oluşan bir sıra etrafındaki basınç dağılımını, uyarı (wake) oluşumunu ve türbülans özelliklerini önemli ölçüde etkilediğini göstermektedir. Rüzgâr bina sırasına paralel olduğunda, ilk bina en yüksek rüzgâr yönlü basınca maruz kalırken, arkadaki binalar kısmi koruma etkisinden faydalanmakta; bu da yükleri azaltmakta ancak wake etkileşimlerini daha belirgin hâle getirmektedir. Buna karşılık, dik rüzgâr her binayı doğrudan etkilemekte, rüzgâr yönlü cephelerde daha yüksek ve daha üniform basınç oluşturmakta, simetrik ve uzamış wake bölgelerinin aşağı akışta gelişmesine neden olmaktadır. Paralel durumda, wake etkileşimleri nedeniyle türbülans şiddeti belirgin şekilde artarken, dik durumda türbülans bölgeleri daha lokalize kalmaktadır. Bu bulgular, bina yöneliminin rüzgâr yüklerini azaltma ve akış kaynaklı konfor sorunlarını yönetmedeki önemini ortaya koymakta; kentsel rüzgâr ortamının iyileştirilmesine yönelik pratik tasarım önerileri sunmaktadır.

## KAYNAKLAR

- [1] Khanduri, A. C., Stathopoulos, T., & Bédard, C. (1997). Wind-induced interference effects on buildings: A review of the state-of-the-art. *Engineering Structures*, 19(11), 936–947. [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(97\)00066-7](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(97)00066-7)
- [2] Cui, H., Liu, Y., Hu, Y., & Yang, Q. (2023). Wind load characteristics of a pyramidal group of high-rise buildings. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 16(11), 2101–2114. <https://doi.org/10.47176/jafm.16.11.1897>
- [3] Chen, B., Shang, L., Qin, M., Chen, X., & Yang, Q. (2018). Wind interference effects of high-rise building on low-rise building with flat roof. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 183, 88–113. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2018.10.019>
- [4] Zhao, L., & Li, Y. (2022). Influence of multi/high-rise buildings on the surface wind load of low-rise buildings. *Alexandria Engineering Journal*, 61(12), 11979–11991. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2022.05.053>
- [5] Baghaei Daemei, A., Bitsuamlak, G., & Rose, A. (2019). Numerical simulation of wind impacts on building blocks: Towards sustainable architecture strategies. *Sustainable Cities and Society*, 45, 299–314. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2018.11.022>
- [6] Sheng, R., Perret, L., Calmet, I., Demouge, F., & Guilhot, J. (2018). Wind tunnel study of wind effects on a high-rise building at a scale of 1: 300. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 174, 391-403.
- [7] Cui, H., Liu, Y., Hu, Y., & Yang, Q. (2023). Wind load characteristics of a pyramidal group of high-rise buildings. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 16(11), 2101–2114. <https://doi.org/10.47176/jafm.16.11.1897>

- [8] Chen, B., Shang, L., Qin, M., Chen, X., & Yang, Q. (2018). Wind interference effects of high-rise building on low-rise building with flat roof. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 183, 88–113. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2018.10.019>
- [9] Feng, C., Gu, M., & Zheng, D. (2019). Numerical simulation of wind effects on super high-rise buildings considering wind veering with height based on CFD. *Journal of Fluids and Structures*, 91, 102715. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2019.102715>.
- [10] Zhao, L., & Li, Y. (2022). Influence of multi/high-rise buildings on the surface wind load of low-rise buildings. *Alexandria Engineering Journal*, 61(12), 11979–11991. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2022.05.053>
- [11] Baghaei Daemei, A., Bitsuamlak, G., & Rose, A. (2019). Numerical simulation of wind impacts on building blocks: Towards sustainable architecture strategies. *Sustainable Cities and Society*, 45, 299–314. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2018.11.022>
- [12] Moanassar, R., Alghamdi, A., & Alsulami, M. (2019). Numerical simulation of wind effects on tall buildings: Domain, mesh, and turbulence considerations. *Alexandria Engineering Journal*, 58(4), 1189–1203. <https://doi.org/10.1016/j.aej.2019.11.013>.
- [13] Okafor, C. V., Okolie, K. C., Cyril, M. E., & Okafor, C. P. (2017). Analysis of wind effect on High-rise Building for different terrain category. *European Journal of Engineering and Technology Research*, 2(12), 23-30.
- [14] Sæmundsson, Á. F. (2007). Wind effects on high rise buildings (Rapport TVBK-5153). Lund University.



## DOĞRUSAL OLMAYAN KOMPOZİT KİRİŞLERİN SICAKLIK DEĞİŞİMİNE BAĞLI OLARAK İNCELENMESİ

Beyda Gür<sup>1</sup>, Mustafa Özakça<sup>2</sup>  
<sup>1,2</sup>Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep

### ABSTRACT

This study investigates the nonlinear structural behavior of steel-concrete composite beams under the influence of fire by numerical methods. In the modeling process, temperature-varying material properties, thermal expansion, interface drifts and stiffness loss of shear connections are considered. ANSYS finite element software was used for the analysis; first a transient thermal analysis was performed based on the temperature-time curve in accordance with ISO 834 standard, and then this temperature distribution was integrated into the structural analysis. SOLID65 was used for concrete, SOLID185 for steel profile, SOLID70 for thermal analysis and CONTA174/TARGE170 for contact zones. The results obtained show that temperature gradients significantly affect the stress distribution along the cross-section, increasing the relative movement in shear joints and weakening the composite behavior. The study reveals the critical parameters to be considered in the design of composite beam systems under the influence of fire.

Keywords: composite beam, fire analysis, nonlinear analysis, thermal stress, finite element method.

### ÖZET

Bu çalışma, çelik-beton kompozit kirişlerin yangın etkisi altındaki doğrusal olmayan yapısal davranışını sayısal yöntemlerle incelemektedir. Modelleme sürecinde, sıcaklıkla değişen malzeme özellikleri, termal genleşme, arayüz kaymaları ve kayma saplamalarının rijitlik kaybı dikkate alınmıştır. Analizlerde ANSYS sonlu elemanlar yazılımı kullanılmış; ISO 834 standardına uygun sıcaklık-zaman eğrisi temel alınarak önce geçici (transient) termal analiz yapılmış, ardından bu sıcaklık dağılımı yapısal analize entegre edilmiştir. Beton için SOLID65, çelik profil için SOLID185, termal analizlerde ise SOLID70 ve temas bölgeleri için CONTA174/TARGE170 elemanları kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar, sıcaklık gradyanlarının kesit boyunca gerilme dağılımını önemli ölçüde etkilediğini, kayma saplamalarında rölatif hareketin arttığını ve kompozit davranışın zayıfladığını göstermektedir. Çalışma, yangın etkisi altındaki kompozit kiriş sistemlerinin tasarımında dikkate alınması gereken kritik parametreleri ortaya koymaktadır.

Anahtar kelimeler: kompozit kiriş, yangın analizi, doğrusal olmayan analiz, termal gerilme, sonlu elemanlar yöntemi.

### GİRİŞ

Kompozit kirişler, yapısal çelik profil ile betonarme plağın birlikte çalışması prensibine dayanarak, her iki malzemenin mekanik üstünlüklerini bir araya getiren hibrit yapı

elemanlarıdır. Bu birleşim, tekil malzeme kullanımına kıyasla daha yüksek taşıma kapasitesi, artırılmış rijitlik ve geliştirilmiş deformasyon kontrolü sunar. Özellikle çok katlı yapılar, endüstriyel tesisler ve köprü sistemleri gibi yatay yük taşıyıcıların kritik öneme sahip olduğu uygulamalarda yaygın olarak tercih edilmektedirler. Bu sistemler, yapının öz ağırlığını azaltırken, hızlı montaj ve etkin malzeme kullanımı gibi önemli avantajlar sağlamaktadır. Bununla birlikte, bu tür yapı elemanlarının yangın gibi ekstrem koşullar altındaki davranışları, yapısal mühendislik alanında önemli bir araştırma konusunu teşkil etmektedir.

Yangın koşulları altında, yapı malzemelerinin sıcaklığa duyarlı fiziksel ve mekanik özelliklerinde belirgin değişiklikler meydana gelmektedir. Yüksek sıcaklık etkisiyle çelik malzemenin akma gerilmesi ve elastik modülü hızla düşerken, betonda çatlama, nem kaybı ve mikroyapısal hasarlar oluşmaktadır. Ayrıca, çelik ve betonun farklı ısıl genleşme katsayıları, arayüz bölgelerinde kayma gerilmeleri ve ayrışma potansiyelini artırmaktadır. Bu karmaşık etkileşimlerin güvenilir bir şekilde modellenmesi, yalnızca malzeme özelliklerindeki bozulmaları değil, aynı zamanda geometrik doğrusal olmayan davranışları, sınır koşullarını, kayma saplama rijitliğini ve arayüz davranışlarını da dikkate alan doğrusal olmayan analiz yöntemlerini gerektirmektedir.

Bu alanda yapılan çalışmalar, kompozit yapı sistemlerinin yangına dayanım performansını anlamaya yönelik önemli katkılar sağlamıştır. Lawson, vd. [1] girintili ve trapezoidal profilli plak sistemlerinin yangın altındaki davranışını deneysel olarak incelemiş ve plak kalınlığı ile donatı oranının kritik parametreler olduğunu vurgulamıştır. Wang, vd. [2] ise ABAQUS ortamında gerçekleştirdikleri Sonlu Elemanlar (SE) analizinde, yangın koşullarında donatı oranının taşıma kapasitesi ve sehim davranışı üzerindeki etkilerini detaylandırmıştır.

Bratina, vd. [3] iki boyutlu termomekanik analiz yoluyla betonarme kirişlerde yangın altında sünme, plastisite ve rijitlik kaybını modellemiş; zamana bağlı analiz gerekliliğini vurgulamıştır. Zou, vd. [4] ise çelik-beton-çelik kompozit kirişlerde arayüz dayanımının göçme biçimine olan etkisini analiz etmiş; zayıf arayüzlerde yapışma kaybının, güçlü arayüzlerde ise beton kenarlarında makaslama çatlaklarının belirleyici olduğunu göstermiştir.

Deneysel düzeyde ise Cardington yangın testleri ve NIST tarafından yürütülen tam ölçekli deneyler, sistem seviyesinde "tensile membrane action" etkisinin yangın sırasında sehim artışını dengelediğini ve yapısal göçmeyi geciktirdiğini göstermiştir. Bu testlerde, plak ile çelik kirişin birlikte çalışmasının, rijit bağlanma sayesinde önemli avantajlar sağladığı açıkça ortaya konmuştur [5].

Buna karşın, mevcut literatürde bazı önemli boşluklar da göze çarpmaktadır. Yangın yükü altındaki performansın anlaşılması için arayüz kayma davranışları, bağlantı elemanlarının sıcaklıkla bozulması ve betonun gözeneklilik kaynaklı iç gerilme oluşumu gibi mekanizmaların entegre biçimde modellenmesi gereklidir.

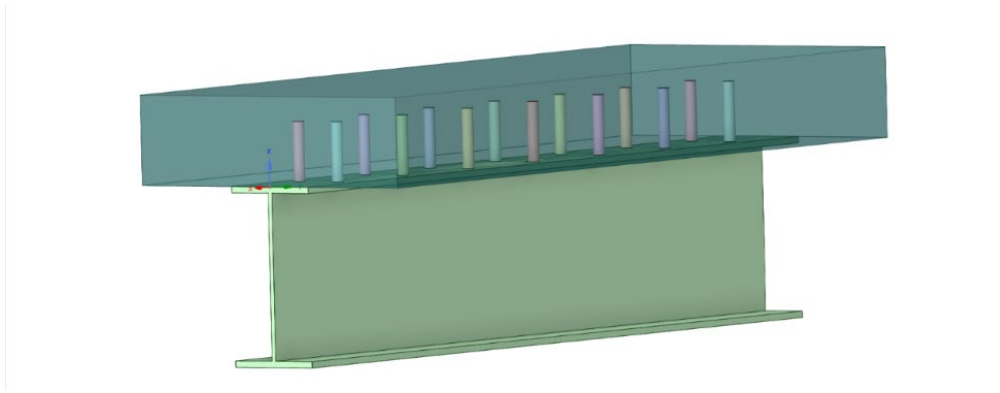
Bu çalışmanın amacı, altında IPE kesitli çelik kesitler ve üstünde beton plaklar bulunan kompozit kirişlerin yangın etkisi altındaki doğrusal olmayan yapısal davranışını sayısal yöntemler kullanarak incelemektir. Analizin temel amacı, yangın veya çevresel sıcaklık dalgalanmaları gibi aşırı sıcaklık koşulları altında kompozit yapı elemanlarının performansının nasıl etkilendiğini ortaya koymaktır. Bu doğrultuda, ISO 834 [6] standardında tanımlanan sıcaklık-zaman eğrisine göre belirlenen termal yükler altında kompozit kesitin sıcaklık dağılımı ve mekanik tepkileri değerlendirilmiştir. Bu inceleme ANSYS SE yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiş; "Termal Analiz" modülü ile elde edilen sıcaklık profilleri yapısal analiz ile ilişkilendirilerek deplasman, gerilme ve sehim davranışları incelenmiştir. Termal ve yapısal analizlerin entegre edilmesiyle, sıcaklığa bağlı malzeme bozunumu ve arayüz kaymaları gibi parametreler daha gerçekçi bir şekilde değerlendirilmiştir. Çalışma, bu tür kiriş sistemlerinin

yangın senaryoları altındaki performansını değerlendirmeyi, kritik tasarım parametrelerini belirlemeyi ve yapısal güvenlik açısından tasarımcılara yol gösterecek bulgular sağlamayı amaçlamaktadır.

### MODEL TANIMI

Bu çalışmada, yangın etkisi altındaki çelik-beton kompozit kirişlerin doğrusal olmayan yapısal davranışı sayısal yöntemlerle incelenmiştir. İncelenen sistem, altı IPE kesitli çelik profil ve üstü beton plaktan oluşan bir kompozit kiriş modelidir. Bu tür kirişler, farklı termomekanik özelliklere sahip iki malzemenin birlikte çalışmasını gerektirir. Özellikle yangın gibi aşırı sıcaklık koşullarında, çelik ve betonun farklı genleşme katsayıları, arayüz gerilmeleri ve kayma davranışları gibi etkileri daha karmaşık hale getirir. Bu nedenle, modelde hem malzeme hem de geometri doğrusal olmama durumları dikkate alınmıştır.

Bu sayısal çalışmada Şekil 1’de verilen, toplam uzunluğu 3 metre olan kompozit bir kiriş, ankastre uç sınır koşulları altında analiz edilmiştir.



Şekil 1. Çelik-beton kompozit kirişin 3 boyutlu SE modeli.

Kompozit kirişin çelik bileşeni, S275 yapısal çelikten imal edilmiş bir IPE300 profilidir. IPE300 kesitinin flanş ve ağı kalınlığı, toplam derinlik ve kesit alanı gibi geometrik özellikleri, çelik tasarım kılavuzlarında ve üretici verilerinde yaygın olarak bulunan standart boyutlara dayanmaktadır. Yapısal uygulamalarda yaygın olarak kullanılan S275 çeliği 275 MPa nominal akma dayanımına sahiptir.

Çelik profilin üzerine 150 mm kalınlığında beton bir plaka dökülür. Beton plaka 500 mm'lik bir genişlik boyunca uzanarak çelik kiriş ile kompozit bir kesit oluşturur. Betonun 30 MPa karakteristik basınç dayanımına sahip olduğu varsayılmıştır.

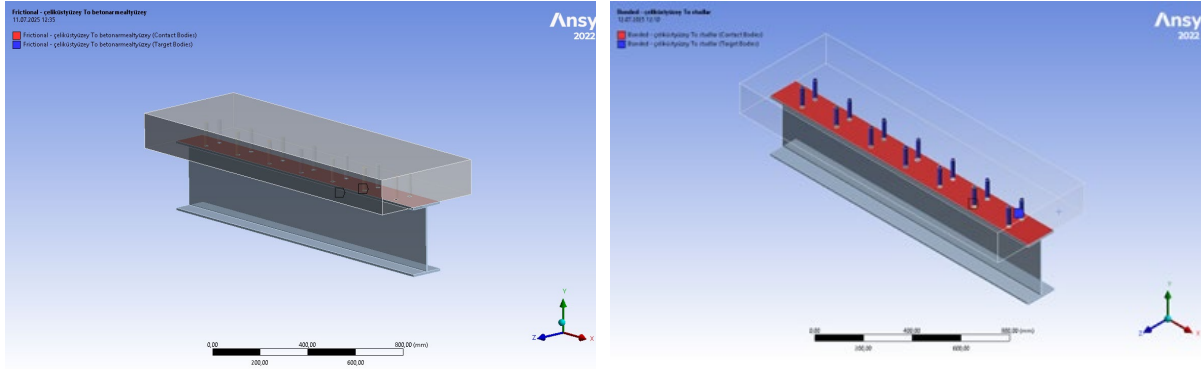
Beton plaka ile çelik bölüm arasındaki kesme bağlantısı, başlı kesme saplamaları aracılığıyla sağlanır. Bu bağlantıların nominal çapı 19 mm ve uzunluğu 100 mm'dir. Çelik kesitin üst flanşına kaynaklanırlar ve kirişin boylamasına eksenine boyunca 200 mm'lik düzenli aralıklarla yerleştirilirler. Modelde saplamaların betona tamamen gömülü olduğu ve iki malzeme arasında boylamasına kesme kuvvetlerini aktararak kompozit hareket sağlayan rijit bağlayıcılar olarak hareket ettiği varsayılmaktadır.

Modelde kullanılan çelik, beton ve donatı malzemelerinin sıcaklıkla değişen mekanik ve termal özellikleri, Eurocode 2 [7] ve Eurocode 3 [8] standartlarında belirtilen değerlere göre tanımlanmıştır. Bu tanımlama, sıcaklık artışıyla birlikte elastisite modülü, akma gerilmesi ve ısı iletkenliği gibi parametrelerde gözlemlenen belirgin azalmaları doğru bir şekilde yansıtmıştır. Kullanılan başlıca malzeme parametreleri Tablo 1’de özetlenmiştir.

Tablo 1. Malzeme özellikleri

Malzeme Özellikleri	Çelik	Beton
Elastisite Modülü	210 GPa	30 GPa
Poisson Oranı	0,3	0,2
Yoğunluk	7850 kg/m <sup>3</sup>	2500 kg/m <sup>3</sup>

Çelik ve beton arasında doğrusal olmayan bir temas tanımı yapılmış, yüzeyler arası sürtünme etkisi (sürtünme katsayısı 0,3 olarak alınmıştır) de modele dahil edilmiştir. Bu yaklaşım, arayüzde oluşabilecek ayrılma, kayma ve gerilme transferinin daha gerçekçi bir şekilde simüle edilmesini sağlamıştır. Bağlantılar için “bonded contact” tanımı yapılmış ve bu tanımın, Eurocode'daki kayma bağlantısı modeliyle uyumlu şekilde modellenmesine dikkat edilmiştir. Beton plaka, çelik profil ve kayma saplamaları arasında bağlantı tanımları Şekil 2’de görsel olarak

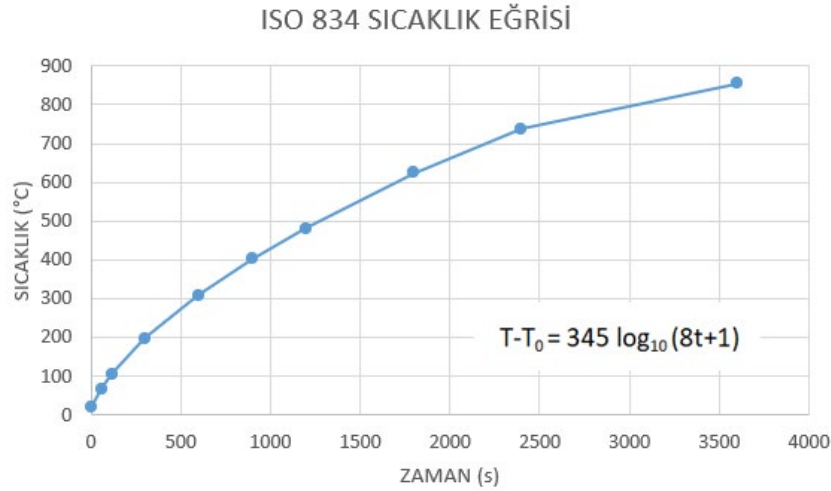


(a) Beton plak ile çelik yüzeyler arası sürtünme

(b) Çelik profil ve kayma saplamaları

Şekil 2. Beton plaka, çelik profil ve kayma saplamaları arasında bağlantı tanımı.

Kirişin geometrik ve yükleme simetrisi nedeniyle, kirişin sadece yarısı (1,5 metre) modellenmiştir. Böyle bir uç ankastre (sabit mesnet) olurken, diğer uçta düşey doğrultudaki yer değiştirme serbest bırakılmıştır. Çözüm doğruluğunu korurken hesaplama maliyetini azaltmak için orta açıklıkta bir simetri sınır koşulu uygulanmıştır. Kiriş üzerine ortadan dağıtılmış çizgisel bir düzgün yayılı yük tanımlanmıştır. Ek olarak, çelik profilin alt yüzeyine Şekil 3’te belirtilen ISO 834 standardında tanımlanan sıcaklık-zaman eğrisi uygulanmış, bu sayede yangın etkisi altında kesit içerisindeki sıcaklık dağılımı elde edilmiştir. Termal analiz sonucunda elde edilen sıcaklık değerleri, yapısal analizde doğrudan kullanılmıştır.



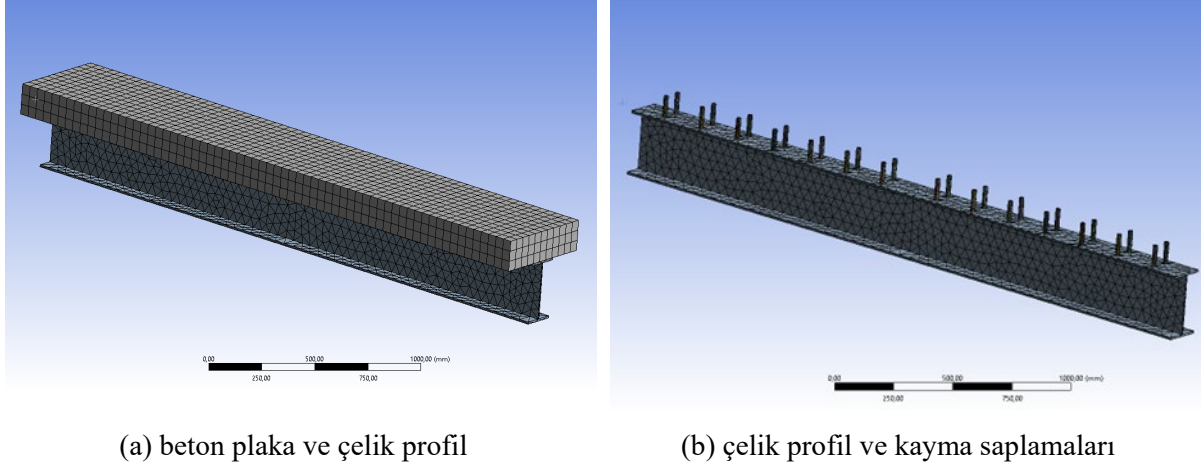
Şekil 3. Analiz için kullanılan ISO 834 sıcaklık eğrisi.

### ANSYS SONLU ELEMANLAR MODELLEMESİ

Tüm analizler ANSYS Workbench 2022 R1 ortamında gerçekleştirilmiştir. Geometri modellemesi için SpaceClaim modülü, termal ve yapısal analiz içinse ANSYS Mechanical modülü kullanılmıştır. Çelik ve beton malzemelerin sıcaklıkla değişen elastik modülü, akma dayanımı, genleşme katsayısı gibi verileri Eurocode 2 ve 3'e göre girilmiş; çelik için elastik-plastik model, beton için ise "Concrete" tanımı ile çok eksenli gerilme altında plastikleşme özellikleri tanımlanmıştır.

Gerçekleştirilen termal ve doğrusal olmayan yapısal analizlerde, analiz sonuçlarının güvenilirliğini artırmak amacıyla, malzeme davranışları ve birleşim detayları doğru şekilde temsil edilmiştir. Bu doğrultuda uygun SE tipleri seçilmiştir. Termal analiz aşamasında, betonarme döşeme ve çelik profilin ısı iletim davranışlarını modellemek üzere üç boyutlu hacimsel eleman olan SOLID70 kullanılmıştır. Ağ (mesh) ayarlaması esnasında yapıya entegre edilmiştir. Beton ve çelik arasındaki arayüzde ısı geçişini doğru şekilde simüle etmek amacıyla CONTA174 ve TARGE170 temas elemanları tanımlanmıştır. Yapısal analiz aşamasında ise betonun çatlama ve ezilme gibi doğrusal olmayan davranışlarını temsil edebilen SOLID65, çelik profil için ise elastik-plastik davranışları doğru yansıtan SOLID185 elemanları kullanılmıştır. Ayrıca çelik ve beton arayüzündeki kayma etkisini modellemek için yine CONTA174 ve TARGE170 elemanları ile temas etkileşimi oluşturulmuştur.

Beton plaka, çelik profil ve kayma saplamalarının ağ görüntüsü Şekil 4'de verilmiştir. Özellikle kayma saplama bağlantılarının bulunduğu bölgelerde daha küçük eleman boyutlarıyla hassaslaştırılmıştır. Ağ (mesh) kalitesi, çözüm doğruluğunu etkileyecek derecede önem taşımaktadır ve bu nedenle element boyutları 5-10 mm aralığında tanımlanmıştır.



(a) beton plaka ve çelik profil

(b) çelik profil ve kayma saplamaları

Şekil 4. Analiz için uygulanan ağ görüntüsü.

Geometri ve ağ modellemesi yapıldıktan sonra analiz için ilk olarak Transient Thermal modülü içerisinde bulunan thermal analizinde çelik profilin alt yüzeyine ISO 834 eğrisi tablosal veri olarak girilmiştir. Transient Thermal modülünde zamana bağlı sıcaklık dağılımı hesaplanmıştır. Bu analiz sonucunda her eleman için elde edilen sıcaklık verileri Static Structural modülüne entegre edilebilmesi için “Imported Load” olarak kullanılmıştır. Yapısal yükleme hem kendi ağırlığı hem de yangın etkisi altında oluşan iç kuvvetlerle değerlendirilmiştir. Termal genişmeden doğan iç gerilmelerle birlikte sehim ve kayma etkileri gözlemlenmiştir. Ayrıca arayüz yüzeyinde “sürtünme teması” tanımı yapılarak çelik ve betonun birbirine göre kayma davranışı da hesaba katılmıştır.

Yapısal analizde, malzeme modellerinin sıcaklık etkisi altındaki doğrusal olmayan davranışlarını doğru şekilde yansıtabilmek için uygun plastikleşme kriterleri tanımlanmıştır. Donatı çeliği için, elastik sınır sonrası gerilme-şekil değiştirme davranışını temsil etmek amacıyla çift doğrusal (bilinear) izotropik sertleşme modeli uygulanmıştır. Bu modelde, ilk elastik bölgeden sonra tanımlanan ikinci eğim ile plastik deformasyon kapasitesi simüle edilmektedir. Beton malzemesi için ise çok eksenli gerilme durumlarını dikkate alabilen ve betonun çatlama, ezilme ile plastikleşme davranışlarını kapsayan Willam-Warnke kırılma kriteri kullanılmıştır. Bu model, özellikle yüksek sıcaklık koşullarında betonun gevrekleşme ve iç hasar gelişimini gerçekçi şekilde yansıtmak için uygun bir yaklaşım sunmaktadır.

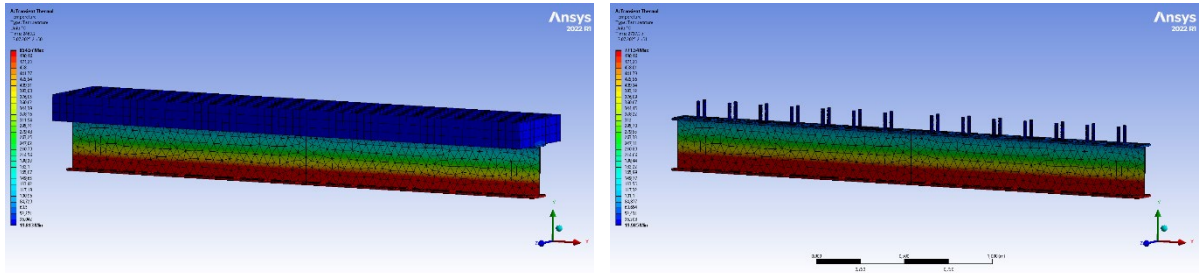
Yapısal analiz, doğrusal olmayan geometri (NLGEOM) ve sıcaklıkla değişen malzeme özellikleri dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. [9] Zaman adımı bazlı analizde, her zaman adımında hem malzeme bozulmaları hem de kayma deformasyonları takip edilmiştir. Özellikle çelikte sünme etkisi göz önünde bulundurulmamış, ancak sıcaklıkla elastisite ve akma sınırındaki azalma entegre edilmiştir. Analiz sonunda sehim, maksimum gerilme dağılımı ve görelî kayma davranışları elde edilmiştir.

Analiz esnasında sıcaklık farklarının yol açtığı gerilme ve deformasyonlar, homojen olmayan sıcaklık dağılımı nedeniyle kiriş kesiti boyunca sıcaklık uniform olarak değişmediğinde (yangın etkisiyle gradyan oluştuğunda), bu sıcaklık dağılımının çelik ve betonun farklı termal genişmeleri nedeniyle uyumsuzluk ve ilave gerilmeler oluşturduğu gözlemlenmiştir. Kayma saplamaları üzerindeki etki ise, yüksek sıcaklıklar, kayma saplamaları üzerinde ek gerilmeler yaratmakta; dayanımları ve rijitlikleri azalmakta, bu da kompozit elemanın taşıma kapasitesini düşürmektedir.

## ANALİZ SONUÇLARI

Bu çalışmada, kompozit kirişlerin sıcaklık etkisi altındaki davranışlarının incelenmesinde kullanılan sayısal modelleme yaklaşımı ve teorik temelleri detaylandırmaktadır. ANSYS yazılımı ile gerçekleştirilen analiz sonucunda elde edilen veriler, kompozit kirişin sıcaklık altında yapısal performansını ortaya koymaktadır. Özellikle çelik profilin yüksek sıcaklığa maruz kaldığı bölgelerde plastikleşme ve beton plağın alt yüzeyinde çatlamlar gözlenmiştir. Kayma saplamalarında belirgin rölatif kaymalar meydana gelmiş ve birleşim rijitliğinin azaldığı gözlemlenmiştir. Bu çalışma kapsamında kirişte oluşan sıcaklık dağılımları, deformasyon davranışları, gerilme ve şekil değiştirme dağılımları, kayma saplaması davranışları ve hasar gelişimi konularının incelenmesine bağlı sonuçlar verilmesi amaçlanmıştır.

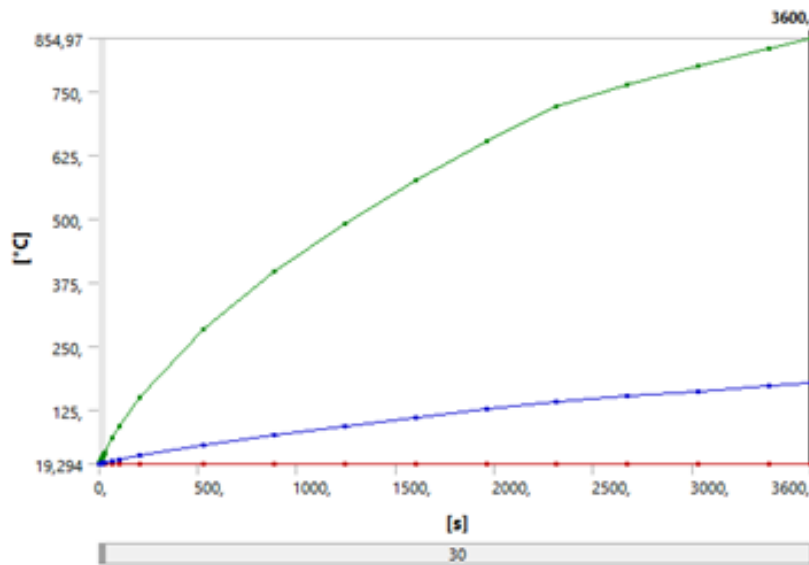
İlk olarak, kompozit kiriş modeline zamanla değişen sıcaklık yükü uygulanarak, sıcaklık dağılımının zamana bağlı olarak yapının farklı noktalarında nasıl değiştiği incelenmiştir. Analiz, yangın senaryosuna göre yapılmış olup ISO 834 standardına uygun sıcaklık-zaman eğrisi temel alınmıştır ve “Transient Thermal” modülünde ‘sıcaklık’ analizi sonucu elde edilmiştir. ISO 834’e göre 2400 sn ve 738 C ye karşılık gelen termal analiz sonucu oluşan sıcaklık dağılımı Şekil 5’te görülmektedir. Ayrıca Şekil 6’da termal analiz sonucunda elde edilen sıcaklık dağılımının maksimum, ortalama ve minimum değerleri verilmiştir.



(a) beton plaka ve çelik profil

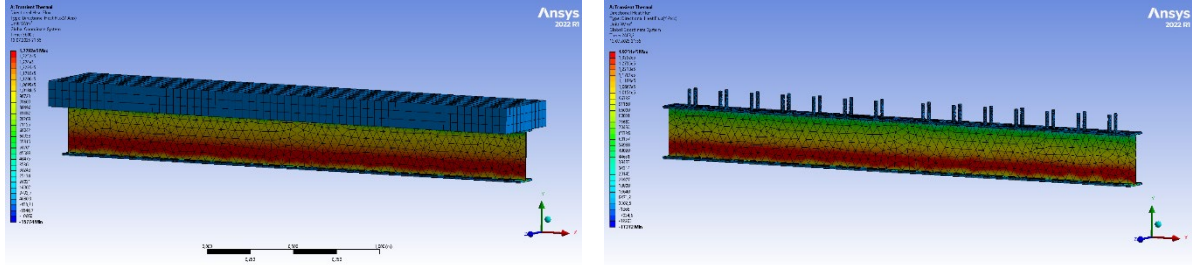
(b) çelik profil ve kayma saplamaları

Şekil 5. Termal analiz sonucu sıcaklık dağılımı.



Şekil 6. Sıcaklık dağılımının maksimum, ortalama ve minimum değer grafiği.

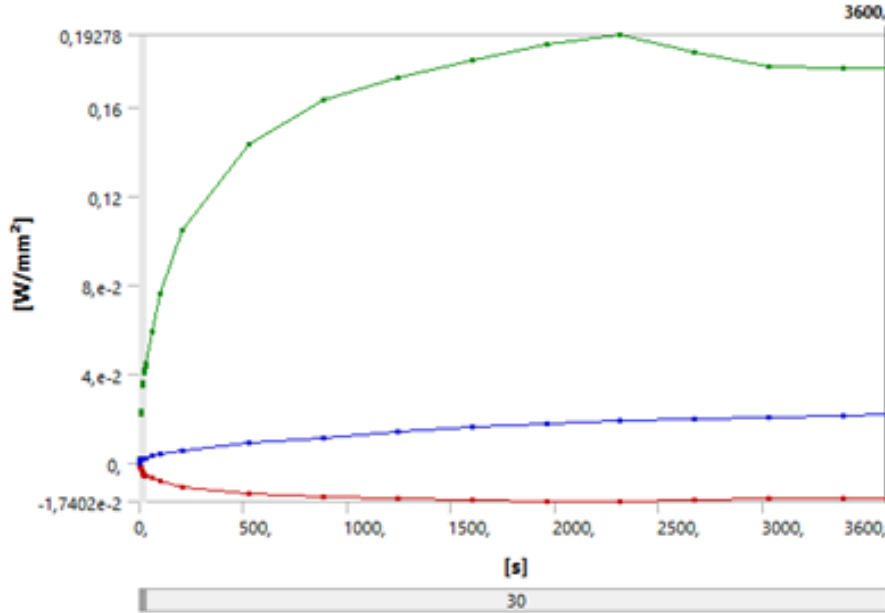
İkinci olarak ‘Yönlü Isı Akısı’ analizi, yapı elemanları içerisindeki ısı akısının yönsel bileşenlerin anlamak amacıyla incelenmiştir. Özellikle çelik profil ve beton plak arasında ısı iletiminin hangi yönlerde daha etkin olduğu belirlenmiştir. Bu bilgi, sıcaklığın zamanla nasıl yayıldığını ve hangi bölgelerde ısı birikiminin yoğun olduğunu değerlendirmek için önemlidir. Yönlü ısı akısı sonuçları görsel olarak Şekil 7’de verilmiştir. Şekil 8’de yönlü ısı akısı analiz sonucunun maksimum, ortalama ve minimum değerleri grafik olarak verilmiştir.



(a) beton plaka ve çelik profil

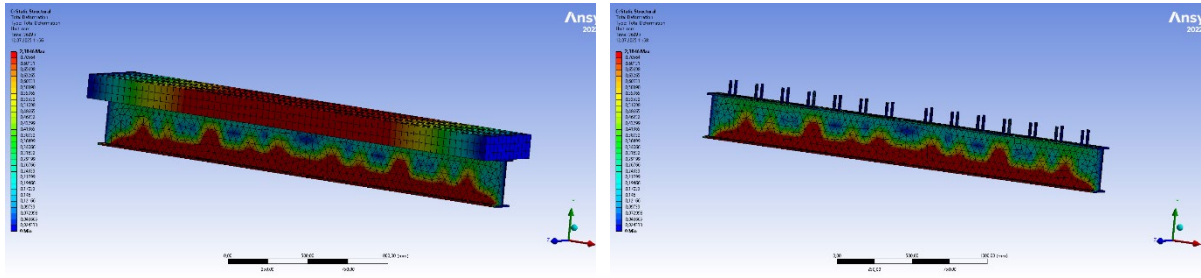
(b) çelik profil ve kayma saplamaları

Şekil 7. Yönlü ısı akısı analiz.



Şekil 8. Yönlü ısı akısı analiz sonucunun maksimum, ortalama ve minimum değer grafiği.

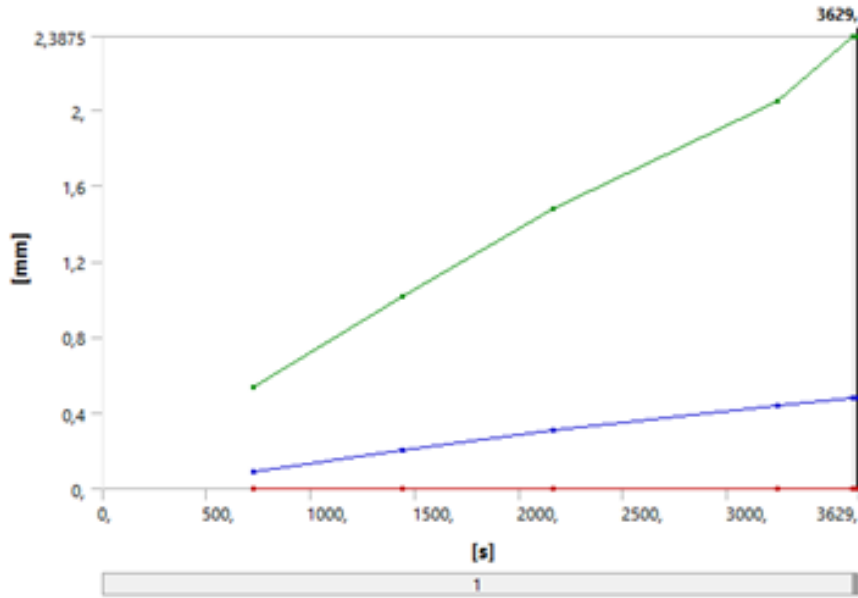
Termal ve yönlü ısı akısı analizlerinden elde edilen sıcaklık dağılımları Static Structural modülü içerisinde bulunan ‘Imported Body Load’ bölümüne entegre edilmiştir. Static Structural modülünde, sıcaklık dağılımı ile birlikte ölü yük etkisi altında kompozit kirişin maruz kaldığı deformasyonlar incelenmiştir. Kompozit kirişte oluşan deformasyonlar Şekil 9’da gösterilmiştir. Oluşan maksimum, minimum ve ortalama deformasyon grafiği Şekil 10’da verilmiştir.



(a) beton plaka ve çelik profil

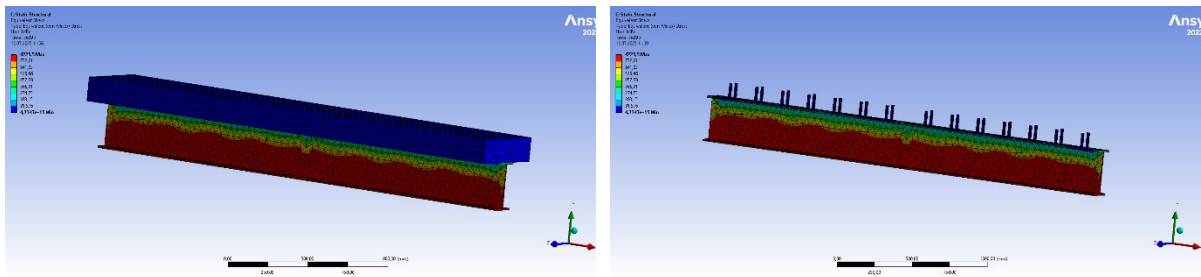
(b) çelik profil ve kayma saplamaları

Şekil 9. Kompozit kirişte oluşan deformasyonlar.



Şekil 10. Deformasyon analiz sonucunun maksimum, ortalama ve minimum değer grafiği.

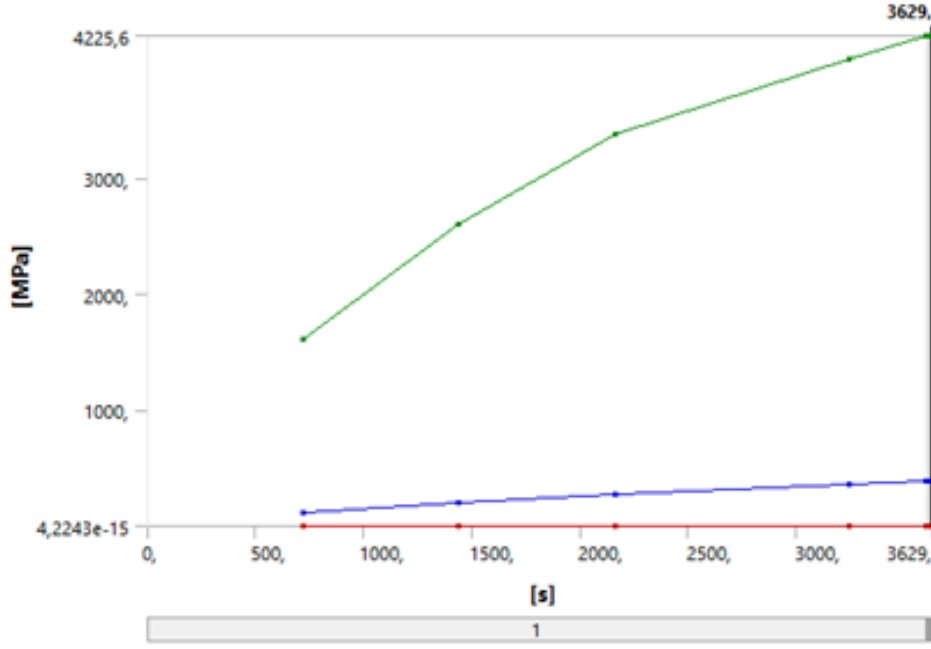
Son olarak eşdeğer gerilme (Von Mises Gerilmesi) analizinde, kompozit kirişe uygulanan sıcaklık yükü ve kendi ağırlığı etkisiyle oluşan gerilmeler incelenmiştir. Bu analizde, özellikle çelik profil ve kayma saplamaları çevresinde oluşan maksimum gerilmeler belirlenmiştir. Bu analiz yapılırken, oluşan gerilmelerin malzemenin akma dayanımını aşıp aşmadığı kontrol edilmesi ve yapının güvenli çalışma sınırları içinde kalıp kalmadığını görmek amaçlanmıştır. Kompozit kirişte meydana gelen von-Mises gerilme dağılımı Şekil 11'de gösterilmiştir. Maksimum, ortalama ve minimum von Mises gerilmesi dağılımı değerleri grafik olarak Şekil 12'de verilmiştir.



(a) beton plaka ve çelik profil

(b) çelik profil ve kayma saplamaları

Şekil 11. Gerilme analiz sonuçları.



Şekil 12. Von Mises gerilmesi dağılımı, maksimum, ortalama ve minimum değer grafiği.

### SONUÇ

Bu çalışmada, kompozit bir kirişin sıcaklık etkisi ve kendi ağırlığı altındaki yapısal davranışı ANSYS yazılımı kullanılarak incelenmiştir. İlk olarak “transient thermal” analiz ile zamanla değişen sıcaklık dağılımı elde edilmiş, ardından bu veriler “static structural” modülünde analizde yükleme olarak kullanılmıştır.

Analiz sonucunda, ısı yüklemesinin çelik profilin alt yüzeyinden başlayarak yukarıya doğru yayıldığı, sıcaklığın özellikle kayma saplamaları bağlantıları üzerinden beton plaklara aktarıldığı gözlemlenmiştir. Deformasyon analizi ile yapının en fazla orta açıklıkta yer değiştirdiği tespit edilmiş; bu deformasyonun hem termal genişleme hem de mekanik yük etkisiyle oluştuğu anlaşılmıştır.

Von Mises gerilme analizi ise, yapıda oluşan karma gerilme durumlarını değerlendirerek özellikle çelik profil ve kayma saplamaları çevresinde maksimum gerilme değerlerinin meydana geldiğini göstermiştir. Elde edilen gerilme değerleri, malzeme dayanımı ile karşılaştırıldığında yapının elastik sınırlar içerisinde kaldığı ve güvenli çalışma koşullarını sağladığı görülmüştür.

Bu sonuçlar, sıcaklık etkisinin kompozit kiriş davranışı üzerindeki önemini açıkça ortaya koymakta; özellikle yangın senaryolarında yapı elemanlarının termomekanik dayanımının mutlaka göz önünde bulundurulması gerektiğini göstermektedir.

### KAYNAKLAR

- [1] Lawson, R. M., Burgess, I. W., & Davison, J. B. (2001). *Design of composite floors for fire* (SCI Publication No. 129). Ascot, UK: Steel Construction Institute.
- [2] Wang, Y. C., Davies, J. M., & Burgess, I. W. (2006). Finite element analysis of the fire performance of composite slabs with profiled steel decking. *Journal of Constructional Steel Research*, 62(1-2), 59–70. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2005.04.010>

- [3] Bratina, S., Planinc, I., Saje, M., & Turk, G. (2003). Non-linear fire-resistance analysis of reinforced concrete beams. *Structural Engineering and Mechanics*, 16(6), 695–712. <https://doi.org/10.12989/sem.2003.16.6.695>
- [4] Zou, Z., Xia, Y., Shen, X., & Wang, Y. (2016). The influence of interface strength on failure modes of steel–concrete–steel composite beams under fire conditions. *Engineering Structures*, 127, 676–687. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.09.004>
- [5] Ma, R., Bailey, C. G., Allwood, D. C., & Lennon, T. (2024). Full-scale fire testing and numerical simulation of composite floors: Tensile membrane action and structural robustness. *Fire Safety Journal*, 144, 103985. <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2024.103985>
- [6] International Organization for Standardization. (1999). *ISO 834-1: Fire-resistance tests — Elements of building construction — Part 1: General requirements*. Geneva, Switzerland: ISO.
- [7] CEN. (2004). Eurocode 2: *Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings* (EN 1992-1-1). Brussels: European Committee for Standardization.
- [8] CEN. (2005). Eurocode 3: *Design of steel structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design* (EN 1993-1-2). Brussels: European Committee for Standardization.
- [9] ANSYS Inc. (2021). *ANSYS Mechanical APDL Theory Reference* (Release 21.1). Canonsburg, PA: ANSYS Inc.



## BETONDA PET İKAMESİNİN VE FRP SARGININ MEKANİK ÖZELLİKLERE ETKİSİ

Ömer Fatih Sancak<sup>1</sup>, Muhammet Zeki Özyurt<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Doğuş Üniversitesi, İstanbul

<sup>2</sup>Sakarya Üniversitesi, Sakarya

### ABSTRACT

This study investigates the effects of using recycled polyethylene terephthalate (PET) as a partial replacement for fine aggregate (sand) in concrete production, with the aim of promoting environmental sustainability and enhancing plastic waste recycling in the construction sector. Due to its thermoplastic nature and widespread usage, PET is considered a promising alternative for sustainable construction materials. In the scope of the research, concrete mixtures were prepared by replacing sand with PET at volumetric rates of 10%, 20%, and 30%, and tested in the laboratory for key properties such as slump, density, compressive strength, splitting tensile strength, and flexural strength. The results revealed that increasing PET content generally led to significant reductions in all mechanical properties. To compensate for these performance losses, PET-replaced concrete specimens were externally confined using carbon fiber reinforced polymer (CFRP) and glass fiber reinforced polymer (GFRP) systems and then re-tested. After strengthening, notable improvements were observed in both strength and ultimate strain values, with some results even surpassing those of the reference concrete. It was concluded that the use of recycled PET in concrete, when combined with appropriate FRP confinement systems, offers a viable and effective solution in terms of both environmental sustainability and structural performance.

Keywords: PET; recycling; concrete.

### ÖZET

Bu çalışma, çevresel sürdürülebilirliği desteklemek ve yapı sektöründe plastik atık geri dönüşümünü teşvik etmek amacıyla, beton üretiminde ince agrega (kum) yerine geri dönüştürülmüş polietilen tereftalat (PET) kullanımının taze ve sertleşmiş beton üzerindeki etkilerini incelemektedir. Termoplastik yapısı ve yaygın kullanımı nedeniyle PET, sürdürülebilir yapı malzemeleri açısından potansiyel bir alternatif olarak değerlendirilmektedir. Araştırma kapsamında, kumun hacimsel olarak %10, %20 ve %30 oranlarında PET ile ikame edildiği beton karışımları hazırlanmış ve bu karışımların çökme, yoğunluk, basınç dayanımı, yarmada çekme dayanımı ve eğilme dayanımı gibi temel özellikleri laboratuvar ortamında test edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, artan PET oranının genel olarak tüm mekanik özelliklerde belirgin düşüşe neden olduğunu göstermektedir. Bu performans kayıplarını gidermek amacıyla, PET katkılı numuneler karbon fiber takviyeli polimer (CFRP) ve cam fiber takviyeli polimer (GFRP) sistemleri ile sarılarak güçlendirilmiş

ve yeniden test edilmiştir. Güçlendirme sonrasında, dayanım ve birim şekil değiştirme değerlerinin büyük oranda iyileştiği ve bazı durumlarda referans betonu aştığı gözlemlenmiştir. Betonda geri dönüştürülmüş PET ikamesinin uygun FRP sargılama sistemleriyle birlikte kullanımının hem çevresel sürdürülebilirlik hem de yapısal performans açısından uygulanabilir ve etkili bir çözüm olduğu sonucuna varılmıştır.

Anahtar kelimeler: PET; geri dönüşüm; beton.

## GİRİŞ

Polietilen tereftalat (PET), yaygın kullanımı ve geri dönüştürülebilir yapısı sayesinde dünya genelinde büyük önem taşıyan bir plastik türüdür. Termoplastik karakteri sayesinde yeniden işlenebilir olması, onu sürdürülebilirlik açısından değerli bir malzeme haline getirmektedir [1]. Özellikle içecek ambalajı üretiminde PET şeffaflık, hafiflik, darbe dayanıklılığı, UV direnci ve sıvı/gaz geçirmezliği gibi özelliklerinden dolayı yoğun biçimde tercih edilmektedir [2]. Tüketimdeki bu artışa bağlı olarak, çevresel etkileri azaltmak adına PET'in geri dönüştürülmesine yönelik birçok çözüm geliştirilmiştir. Bu bağlamda, PET günümüzde en yüksek geri dönüşüm oranına sahip plastik türlerinden biri olarak değerlendirilmektedir [3-7]. PET yalnızca plastik endüstrisinde değil, aynı zamanda yapı malzemelerinde de yeniden kullanılabilir niteliktedir. Yapı sektöründe, PET'in agrega yerine kullanılmasıyla hem atık miktarının azaltılması hem de doğal kaynakların korunması hedeflenmektedir [8, 9].

Beton içinde ince agrega yerine PET kullanımı üzerine yapılan araştırmalar, bu tür malzeme değişimlerinin betonun mekanik performansını çeşitli şekillerde etkileyebileceğini ortaya koymuştur. Birçok çalışmada, PET katkılı betonun basınç dayanımı, elastisite modülü gibi özelliklerinde azalma gözlemlenmiştir. Bu olumsuz etkileri telafi edebilmek için PET katkılı betonların farklı malzemelerle güçlendirilmesi önerilmektedir. Özellikle karbon fiber takviyeli polimer (CFRP) kullanılarak yapılan sargı uygulamalarının, betonun dayanım özelliklerini artırabileceği belirtilmiştir [10].

Fiber takviyeli polimer (FRP) sistemleri, betonarme yapıların güçlendirilmesinde etkin ve yaygın olarak kullanılan yöntemlerden biridir. Bu sistemler, betonun yanal çevrelemesi yoluyla mukavemetini ve sünekliğini önemli ölçüde artırabilir [11]. FRP malzemeleri yüksek çekme dayanımlarının yanı sıra düşük yoğunlukları, korozyona karşı dirençli yapıları ve uzun ömürlü performansları sayesinde hem yeni yapılarda hem de eski yapıların onarımında tercih edilmektedir [12, 13]. Mevcut literatürde yapılan uygulamaların çoğunluğu karbon (CFRP) ve cam (GFRP) fiberli sistemlere odaklanmaktadır [14]. Bu çalışmada doğal kaynak kullanımını azaltmak amacıyla beton karışımındaki ince agreganın bir kısmı PET ile değiştirilmiş, ardından CFRP ve GFRP sargı sistemleriyle bu betonların mekanik davranışları değerlendirilmiştir. Elde edilen deneysel bulgular, önceki çalışmalarla karşılaştırılarak yorumlanmıştır.

## NUMUNELERİN HAZIRLANMASI VE DENEYLER

Beton üretiminde bağlayıcı malzeme olarak Marmara Çimento firmasına ait CEM I 42,5 R tipi yüksek erken dayanımlı Portland çimentosu kullanılmıştır. Kaba agrega (çakıl) ve ince agrega (kum) örneklerine ayrı ayrı elek analizi uygulanmış, elde edilen dane dağılımı eğrileri üzerinden yapılan değerlendirme sonucunda, her iki agreganın da granülometri aralıklarının alt ve üst limitler içerisinde yer aldığı belirlenmiştir. Beton numunelerinin dıştan sarılarak takviye edilmesinde kullanılmak üzere CFRP ve GFRP malzemeleri temin edilmiştir. Ayrıca deneysel çalışmalarda kullanılan PET esaslı granüller, Türkiye'de faaliyet gösteren bir plastik geri dönüşüm tesisinden temin edilmiş olup, ortalama tane çapı 2 mm olan bu granüllere ait görüntü Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1. Kullanılan granül haldeki PET

Bu çalışmada beton karışımları, laboratuvar ortamında beton mikseri yardımıyla hazırlanmıştır. Tüm karışımlarda su, çimento ve iri agregâ (çakıl) miktarları sabit tutulmuş olup, su/çimento oranı 0.50 olarak belirlenmiştir. PET granülleri, ince agregâ (kum) hacminin %10, %20 ve %30'u oranında yer değiştirerek karışıma dahil edilmiştir.

Taze betonun kıvamı, slump konisi yöntemi ile ölçülerek belirlenmiştir. Üretilen tüm numuneler, 28 gün boyunca kür havuzunda bekletilmiştir. Kür işleminin ardından numuneler kurutulmuş, ağırlıkları ölçülmüş ve bu veriler doğrultusunda yoğunlukları hesaplanmıştır.

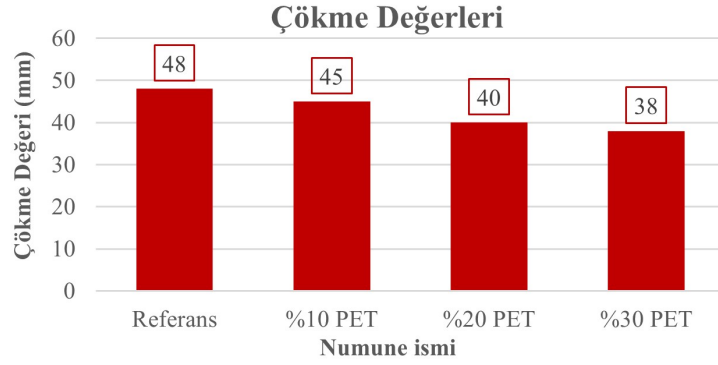
Fiber takviyesi uygulanan numunelerde, 28 günlük kür süreci tamamlandıktan ve yoğunluk ölçümleri yapıldıktan sonra beton yüzeylere epoksi esaslı yapıştırıcı uygulanmış ve ardından CFRP ve GFRP sarım işlemi gerçekleştirilmiştir.

Basınç ve yarmada çekme dayanımı testleri için 100 mm çapında ve 200 mm yüksekliğinde silindirik numuneler, eğilme dayanımı testleri için ise 100×100 mm kesitinde ve 400 mm uzunluğunda prizmatik örnekler üretilmiştir. Referans karışımlarda hedeflenen karakteristik basınç dayanımı 25 MPa olarak belirlenmiştir.

Basınç dayanımı testlerinde, silindirik numuneler hem aksenal hem de yanal deformasyonları ölçülebilen potansiyometrelerle donatılmış bir kompressometre cihazına yerleştirilmiştir. Gerinim ölçümleri, numunelere yapıştırılan aksenal ve yanal yönlü gerinim ölçerler ve potansiyometreler aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Deplasman verileri, potansiyometre ve gerinim ölçerlerden elde edilen ölçümlerin ortalaması alınarak değerlendirilmiştir. Yarmada çekme testinde, silindirik örnekler özel bir aparat kullanılarak yatay doğrultuda çekme kuvvetine maruz bırakılmıştır. Eğilme dayanımı testleri ise üç noktalı eğilme düzeneği ile gerçekleştirilmiş ve yükleme hızı 5 mm/dk olarak sabitlenmiştir [15].

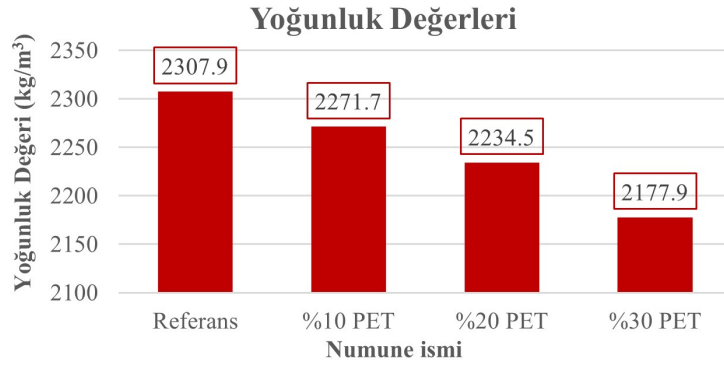
## DENEY SONUÇLARI

Beton mikseriyle elde edilen taze beton numuneleri üzerinde gerçekleştirilen çökme deneyleri sonucunda, PET oranındaki artışa bağlı olarak çökme değerlerinde aşamalı bir azalma gözlemlenmiştir. %10 PET ikamesinde çökme miktarı %6.25 oranında azalmış, %20 ikamesinde bu azalma %16.67'ye, %30 ikamesinde ise %20.83'e ulaşmıştır. Numunelerin çökme değerleri Şekil 2'de gösterilmiştir.



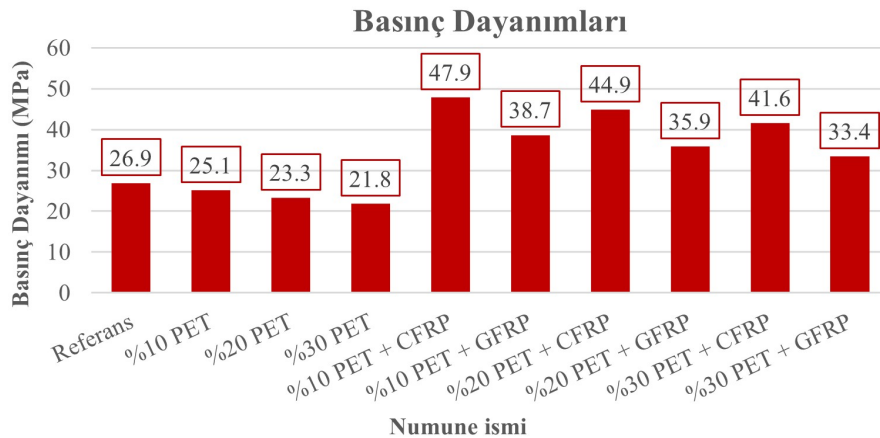
Şekil 2. Oluşturulan betonların çökme değerleri

Beton numuneler üzerinde yapılan yoğunluk deneylerinde çökme deneylerindeki duruma benzer şekilde PET ikame oranı arttıkça yoğunluk değerinde kademeli olarak düşüşler gözlenmiştir. Yoğunluk değeri %10 PET ikamesi durumunda %1.57, %20 PET ikamesi durumunda %3.18, %30 PET ikamesi durumunda %5.63 düşmüştür. Şekil 3'te beton numuneler üzerinde yapılan yoğunluk deneylerinin sonuçları gösterilmiştir.



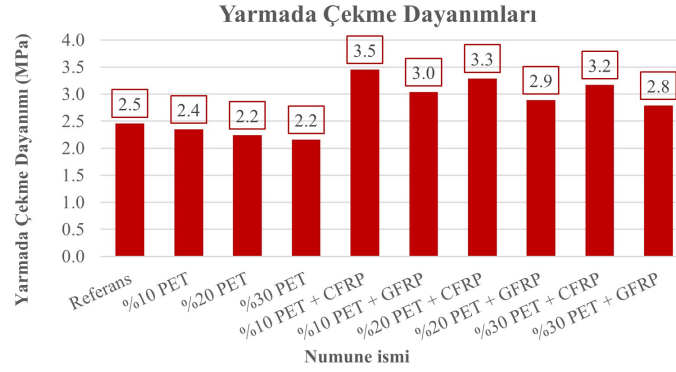
Şekil 3. Oluşturulan betonların yoğunluk değerleri

Beton numuneler üzerinde yapılan basınç dayanımı deneylerinde PET ikame oranı arttıkça basınç dayanımı değerinde düşüşler gözlenmiştir. Bu düşüşler numunelerin etrafına karbon lifli polimer kumaş (CFRP) ve cam lifli polimer kumaş (GFRP) sarılarak telafi edilmiştir. Şekil 4'te beton numuneler üzerinde yapılan basınç dayanımı deneylerinin sonuçları gösterilmiştir.

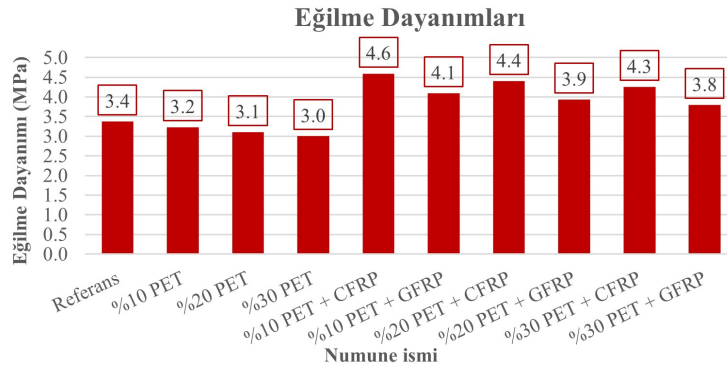


Şekil 4. Numunelerin basınç dayanımları

Beton numuneler üzerinde yapılan yarmada çekme dayanımı ve eğilme dayanımı deneylerinde, basınç dayanımı deneylerindeki duruma benzer şekilde PET ikamesi dayanım değerlerinde düşüşlere neden olmuş fakat CFRP ve GFRP kullanılarak bu düşüşler telafi edilmiştir. Şekil 5'te yarmada çekme dayanımı deneylerinin, Şekil 6'da eğilme dayanımı deneylerinin sonuçları gösterilmiştir.



Şekil 5. Numunelerin yarmada çekme dayanımları



Şekil 6. Numunelerin eğilme dayanımları

Yapılan deneyler sonucunda elde edilen veriler ve yüzdesel artışlar Çizelge 1'de verilmiştir. Çizelge 1'de BD basınç dayanımını, YÇD yarmada çekme dayanımını, ED eğilme dayanımını, YA yüzdesel artışı ifade etmektedir.

Çizelge 1. Deneysel sonuçlar ve yüzdesel artışlar

PET (%)	FRP	BD (MPa)	YA (%)	YÇD (MPa)	YA (%)	ED (MPa)	YA (%)
-	-	26.91	-	2.46	-	3.37	-
10	-	25.11	-6.69	2.35	-4.47	3.23	-4.15
20	-	23.31	-13.38	2.24	-8.94	3.10	-8.01
30	-	21.80	-18.99	2.16	-12.20	3.00	-10.98
10	CFRP	47.86	77.85	3.45	40.24	4.59	36.20
10	GFRP	38.66	43.66	3.04	23.58	4.09	21.37
20	CFRP	44.89	66.83	3.29	33.75	4.4	30.67
20	GFRP	35.87	33.31	2.89	17.5	3.93	16.58
30	CFRP	41.58	54.51	3.17	28.92	4.25	26.22
30	GFRP	33.43	24.23	2.79	13.3	3.79	12.5

## SONUÇ

Bu çalışmada, beton karışımında ince agrega (kum) yerine belirli oranlarda PET malzemenin granül halde kullanılmasının betonun çeşitli özelliklerine etkileri araştırılmıştır. Ayrıca, PET ikamesi yapılmış betonlarda CFRP ve GFRP takviyelerinin performansa olan katkıları değerlendirilmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen başlıca bulgular aşağıda özetlenmiştir:

- PET oranındaki artış, betonun çökme değerinde azalmaya neden olmuştur. Özellikle %30 PET ikamesinde, çökme değeri yaklaşık %20 oranında düşüş göstermiştir. Bu durum, daha yüksek ikame oranlarının taze betonun işlenebilirliğini olumsuz etkileyebileceğini göstermektedir.
- Artan PET oranı betonun yoğunluğunu düşürmüştür. Bu özelliğin, yapısal beton uygulamalarında daha hafif yapı elemanları üretmek veya hafif beton tasarımları geliştirmek için faydalı olabileceği tespit edilmiştir.
- Tek başına PET ikamesi, betonun basınç, yarmada çekme ve eğilme dayanımı gibi mekanik özelliklerinde azalmaya yol açmıştır. Bu nedenle, yüksek dayanım gerektiren durumlarda yüksek oranlarda PET içeren betonun herhangi bir güçlendirme olmadan kullanılmasının olumsuz sonuçlar yaratabileceği tespit edilmiştir.
- PET kullanımının neden olduğu mekanik zayıflıklar, numunenin etrafına FRP (CFRP ve GFRP) sarılması sonucunda telafi edilmenin ötesine geçmiş ve referans betonun dayanım değerinin üzerine çıkmıştır. %30 PET ikamesi içeren betonun basınç dayanımı referans betona göre %19 düşük çıkmıştır. Ancak %30 PET ikamesi gerçekleştirilen numunenin etrafı CFRP ile sarıldığında basınç dayanımı referans betona göre %55 artmış, GFRP ile sarıldığında ise %24 artmıştır.

Sonuç olarak, beton içerisinde PET kullanımı, FRP sargının eşlik etmesi halinde hem düşük ağırlıklı hem de yüksek performanslı beton üretiminde uygulanabilir ve verimli bir çözüm olarak değerlendirilebilir.

## KAYNAKLAR

- [1] Raheem, A. B., Noor, Z. Z., Hassan, A., Abd Hamid, M. K., Samsudin, S. A., & Sabeen, A. H. (2019). Current developments in chemical recycling of post-consumer polyethylene terephthalate wastes for new materials production: A review. *Journal of cleaner production*, 225, 1052-1064. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.04.019>
- [2] Benyathiar, P., Kumar, P., Carpenter, G., Brace, J., & Mishra, D. K. (2022). Polyethylene terephthalate (PET) bottle-to-bottle recycling for the beverage industry: A Review. *Polymers*, 14(12), 2366. <https://doi.org/10.3390/polym14122366>
- [3] Kawecki, D., Wu, Q., Gonçalves, J. S., & Nowack, B. (2021). Polymer-specific dynamic probabilistic material flow analysis of seven polymers in Europe from 1950 to 2016. *Resources, Conservation and Recycling*, 173, 105733. <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2021.105733>
- [4] Merrington, A. (2017). Recycling of plastics. In *Applied plastics engineering handbook* (pp. 167-189). William Andrew Publishing. <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-39040-8.00009-2>
- [5] Burrows, S. D., Ribeiro, F., O'brien, S., Okoffo, E., Toapanta, T., Charlton, N., ... & Thomas, K. V. (2022). The message on the bottle: Rethinking plastic labelling to better encourage sustainable use. *Environmental Science & Policy*, 132, 109-118. <https://doi.org/10.1016/j.envsci.2022.02.015>

- [6] Rahimi, A., & García, J. M. (2017). Chemical recycling of waste plastics for new materials production. *Nature Reviews Chemistry*, 1(6), 0046. <https://doi.org/10.1038/s41570-017-0046>
- [7] Gandhi, N., Farfaras, N., Wang, N. H. L., & Chen, W. T. (2021). Life cycle assessment of recycling high-density polyethylene plastic waste. *Journal of Renewable Materials*, 9(8), 1463-1483. <https://doi.org/10.32604/jrm.2021.015529>
- [8] Belmokaddem, M., Mahi, A., Senhadji, Y., & Pekmezci, B. Y. (2020). Mechanical and physical properties and morphology of concrete containing plastic waste as aggregate. *Construction and Building Materials*, 257, 119559. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119559>
- [9] Basha, S. I., Ali, M. R., Al-Dulaijan, S. U., & Maslehuddin, M. (2020). Mechanical and thermal properties of lightweight recycled plastic aggregate concrete. *Journal of Building Engineering*, 32, 101710. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2020.101710>
- [10] Qaidi, S., Al-Kamaki, Y. S., Al-Mahaidi, R., Mohammed, A. S., Ahmed, H. U., Zaid, O., ... & Bennetts, I. (2022). Investigation of the effectiveness of CFRP strengthening of concrete made with recycled waste PET fine plastic aggregate. *PloS one*, 17(7), e0269664. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0269664>
- [11] Ozbakkaloglu, T., Lim, J. C., & Vincent, T. (2013). FRP-confined concrete in circular sections: Review and assessment of stress-strain models. *Engineering Structures*, 49, 1068-1088. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.06.010>
- [12] del Rey Castillo, E., Griffith, M., & Ingham, J. (2018). Seismic behavior of RC columns flexurally strengthened with FRP sheets and FRP anchors. *Composite Structures*, 203, 382-395. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.07.029>
- [13] Yuan, F., Chen, M., & Pan, J. (2019). Experimental study on seismic behaviours of hybrid FRP-steel-reinforced ECC-concrete composite columns. *Composites Part B: Engineering*, 176, 107272. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.107272>
- [14] Valasaki, M. K., & Papakonstantinou, C. G. (2023). Fiber reinforced polymer (FRP) confined circular concrete columns: An experimental overview. *Buildings*, 13(5), 1248. <https://doi.org/10.3390/buildings13051248>
- [15] Sancak, O. F., & Ozyurt, M. Z. (2024). PET Granule Replacement for Fine Aggregate in Concrete and FRP-Wrapping Effect: Overview of Experimental Data and Model Development. *Buildings*, 14(12), 4009. <https://doi.org/10.3390/buildings14124009>



## DEPREM YER HAREKETİ SÜRESİNİN TABAN YALITIMLI BETONARME BİNALARIN SİSMİK DAVRANIŞINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Fezayil Sunca<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon

### ABSTRACT

Many seismic design codes neglect the influence of ground motion duration on structural responses and damage. However, the 2010 Maule, and 2011 Tohoku earthquakes have demonstrated the critical impact of long ground motion durations. Structures with fundamental vibration periods of 1.0 seconds or longer, such as base-isolated buildings, are significantly affected by long-duration earthquakes. This study investigates the effect of earthquake ground motion duration on the seismic behavior of base-isolated reinforced concrete buildings. For this purpose, three sets of ground motion records, including near-fault, far-fault, and long-duration earthquakes, were compiled, comprising a total of 21 acceleration records. The structural responses were comparatively examined, revealing the influence of ground motion duration on the seismic performance of base-isolated buildings.

Keywords: base-isolation; ground motion duration; earthquake; near and far fault.

### ÖZET

Yapıların tasarımında kullanılan pek çok yönetmelik depremlerin kuvvetli yer hareketi süresinin yapısal tepkiler ve hasarlar üzerindeki etkisini ihmal etmektedir. Ancak, kuvvetli yer hareketi süresi oldukça uzun olan 2010 Maule ve 2011 Tohoku gibi depremler, yer hareketlerinin sürelerinin ne denli kritik etkiler doğurabileceğini göstermiştir. Bunun yanı sıra uzun süreli yer hareketleri, uzun açıklıklı köprüler ve taban yalıtımlı binalar gibi hakim titreşim periyodu 1.0sn veya daha uzun olan yapılarda önemli yapısal tepkilere neden olabilmektedir. Bu çalışmada depremlerin kuvvetli yer hareketi süresinin taban yalıtımlı betonarme binaların sismik davranışına etkisi araştırılmıştır. Bu kapsamda yakın fay, uzak fay ve uzun süreli deprem etkilerini içeren toplam 21 ivme kaydından oluşan üç ivme kaydı seti oluşturulmuştur. Gerçekleştirilen analizler neticesinde taban yalıtımlı binada elde edilen yapısal tepkiler karşılaştırmalı olarak irdelenmiş ve deprem yer hareketi sürelerinin taban yalıtımlı binaların sismik davranışı üzerine olan etkileri ortaya konmuştur.

Anahtar kelimeler: taban yalıtımı; yer hareketi süresi; deprem; yakın ve uzak fay.

### GİRİŞ

Yapıların tasarımı sırasında kullanılan deprem yer hareketleri çeşitli parametrelere göre gruplandırılabilir. Ancak deprem mühendisliği açısından bu parametreler içerisinde, deprem kaydının maksimum genliği, frekans içeriği ve süresi diğer parametrelere kıyasla daha kritik etkilere sahiptir [1]. Ancak yer hareketi seçilmesi sürecinde, diğer parametrelere kıyasla

deprem kaydının kuvvetli yer hareketi süresi çoğu zaman göz ardı edilmektedir [2,3]. Ancak, 2008 Wenchuan ( $M_w$  8.0), 2010 Maule ( $M_w$  8.8) ve 2011 Tohoku ( $M_w$  9.0) gibi geçmiş depremler, yer hareketinin süre karakteristiğinin kritik etkisini ortaya koymuştur [4,5]. Bu depremler büyüklüklerinin yanı sıra kuvvetli yer hareketi süreleri de oldukça uzundur.

Kuvvetli yer hareketi süresi uzun olan deprem kayıtları uzun açıklıklı köprüler ve taban yalıtımlı binalar gibi hakim titreşim periyodu 1.0sn veya daha uzun olan yapılarda önemli yapısal tepkilere neden olabilmektedir [6,7]. Bu nedenle, bu tip yapılarda deprem hareketlerinin kuvvetli yer hareketi sürelerinin yapısal davranış üzerindeki etkilerini dikkate almak oldukça önemlidir. Literatürde, kuvvetli yer hareketi süresi uzun deprem kayıtları altında izolasyon bileşenlerinin ve taban yalıtımlı yapıların sismik davranışını ele alan çeşitli çalışmalar yürütülmüştür. Hassan ve Billah [7], kuvvetli yer hareketi süresinin taban yalıtımlı köprülerin sismik tepkileri üzerindeki etkisini doğrusal olmayan analizler ile ele almıştır ve anlamlı süresi büyük olan yer hareketlerinde köprülerde oluşan kalıcı yer değiştirmelerin kısa süreli kırıya daha büyük olduğunu ortaya koymuşlardır. Li vd. [8] gerçekleştirdikleri çalışmada yüksek sönümlü kauçuk mesnetler ile yalıtılmış betonarme çerçevelerde ve izolatör bileşenlerinde yer hareketi süresinin sismik tepkiler üzerindeki etkisini incelemişlerdir. Doğrusal olmayan analizler sonucunda, deprem kayıtlarının kuvvetli yer hareketi sürelerinin sismik tepkiler üzerinde önemli bir etki yarattığını göstermişlerdir. Kitayama ve Constantinou [9], sismik izolasyon sistemlerinde, deprem yer hareketi süresinin maksimum yer değiştirme ve toplam sönümlenen kümülatif enerji üzerindeki etkilerini incelemiştir. Akehashi ve Takewaki [10] gerçekleştirdikleri analizler neticesinde kuvvetli yer hareketi süresinin esnek zemin üzerine oturan taban yalıtımlı binaların yapısal tepkilerinde önemli bir rol oynadığını ortaya koymuştur. Altunışık vd. [11] köprü ayakları ile tabliye arasında izolatör bulunan dengeli konsol tipi betonarme bir köprünün analizini kısa süreli yakın fay ve uzak fay deprem kayıtları ile kuvvetli yer hareketi süresi uzun olan deprem kayıtları kullanarak gerçekleştirmiştir. Analizler neticesinde yer hareketi kayıtlarının süresi ve özelliklerinin yapısal davranışı önemli ölçüde etkilediğini ortaya koymuşlardır. Gerçekleştirilen literatür taramasından da görüleceği üzere kuvvetli yer hareketi süresi uzun olan deprem kayıtları altında taban yalıtımlı binaların sismik davranışı yeterince incelenmemiştir. Bu çalışmada deprem yer hareketi süresinin taban yalıtımlı betonarme binaların sismik davranışına etkisi araştırılmıştır. Bu kapsamda yakın fay, uzak fay ve uzun süreli depremler etkilerini içeren toplam 21 ivme kaydından oluşan üç ivme kaydı seti oluşturulmuştur. Gerçekleştirilen analizler neticesinde taban yalıtımlı binada elde edilen yapısal tepkiler karşılaştırmalı olarak irdelenmiş ve deprem yer hareketi sürelerinin taban yalıtımlı binaların sismik davranışı üzerine olan etkileri ortaya konmuştur.

## DEPREM YER HAREKETİ SETLERİNİN OLUŞTURULMASI

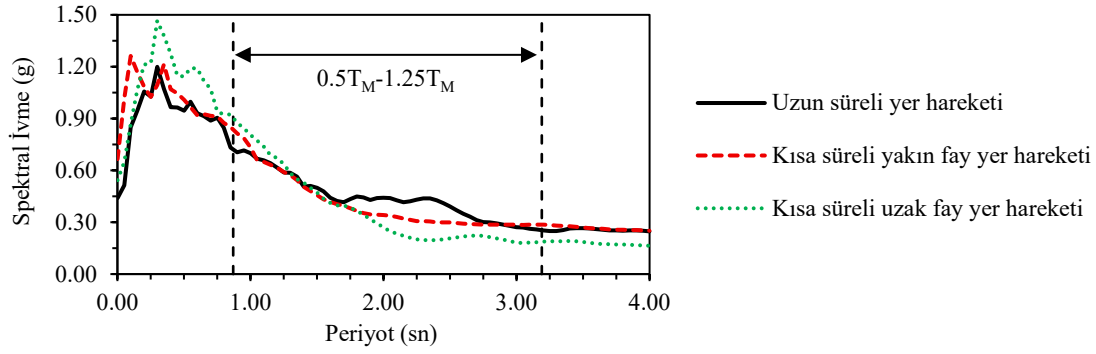
Seçilen taban yalıtımlı betonarme binanın yapısal tepkileri üzerinde kuvvetli yer hareketi süresinin etkisini değerlendirmek amacıyla toplamda 21 ivme kaydından oluşan üç veri seti oluşturulmuştur. Deprem kayıtlarının sürelerinin belirlenebilmesi amacıyla araştırmacılar tarafından pek çok indeks önerilmiştir. Bunlar arasında Arias yoğunluğu, anlamlı süre ve zarf süre yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada deprem kayıtlarının kuvvetli yer hareketi kısmının süresi, anlamlı süre ( $D_{s5-75}$ ) ile hesaplanmıştır [12]. Anlamlı sürenin hesabında Arias yoğunluğu ve bu yoğunluğun zamanla değişimini gösteren Husid Plot eğrisi kullanılır.  $D_{s5-75}$  ise söz konusu eğri üzerinden Arias Yoğunluğunun %5 ve %75 oluşumu arasında geçen süre olarak tanımlanır.

Deprem yer hareketi seçimi sırasında ilk olarak kuvvetli yer hareketi süresi uzun olan deprem kayıtları seçilmiştir. Bu ivme kayıtları PEER kuvvetli yer hareketi veri tabanından elde

edilmiştir [13]. Anlamli süresi  $D_{s5-75} > 25sn$  olan kayıtlar uzun süreli kayıtlar olarak dikkate alınmıştır [15]. Uzun süreli kayıtlar için  $D_{s5-75}$  anlamli süresi 25.33sn ile 31.55sn arasında olan toplam 7 adet ivme kaydı seçilmiştir. Ayrıca araştırmacılar, doğru bir karşılaştırma yapabilmek amacıyla dikkate alınan yer hareketlerinin en büyük ivme değerlerinin benzer olması gerektiğini vurgulamışlardır [14]. Bu nedenle, seçilen uzun süreli kayıtlar aynı en büyük yer ivmesi değerine sahip olacak şekilde ölçeklenmiştir. Seçilen binanın tasarımında dikkate alınan lokasyon için 50 yılda aşılma olasılığı %10 olan standart tasarım deprem yer hareketi düzeyi için beklenen en büyük yer ivmesi değeri 0.38g'dir. Sonuçlar üzerinde doğru karşılaştırmalar yapmak ve binanın bulunduğu bölgenin sismik potansiyeline uygun ivme kayıtlarını kullanmak için, uzun süreli yer hareketleri en büyük yer ivmesi değerleri 0.40g olacak şekilde ölçeklendirilmiştir. Kısa süreli yer hareketlerinin seçiminde ve ölçeklendirilmesinde, spektral şekil benzerliği esas alarak yer hareketi süresinin yapısal tepkiler üzerindeki etkisinin incelenmesine olanak sağlayan bir yöntem kullanılmıştır [15]. Bu kapsamda, uzun süreli yer hareketleri ile spektral olarak eşdeğer kısa süreli kayıtların yapısal etkileri karşılaştırılmıştır. Bu şekilde ivme kayıtlarında spektral şeklin etkileri ortadan kaldırılmış ve süre etkileri ortaya çıkarılabilmektedir. Bu çalışmada anlamli süresi  $D_{s5-75} < 25sn$  olan kayıtlar kısa süreli kayıtlar olarak dikkate alınmıştır. Her kısa süreli yer hareketi ile uzun süreli karşılığı arasında, %5 sönüm oranına sahip elastik tepki spektrumları arasındaki karesel hataların toplamını minimize etmek amacıyla bir ölçeklendirme süreci uygulanmıştır. Ölçekleme katsayıları, taban yalıtımlı binanın etkin titreşim periyodunun ( $T_M$ ) 0.5 ile 1.25 katı aralığında hesaplanmıştır [16]. Böylece, uzun süreli yer hareketleri ile spektral olarak eşdeğer kısa süreli yer hareketleri seti oluşturulmuştur (Tablo 1). Şekil 1'de seçilen yer hareketlerine ait ortalama elastik ivme tepki spektrumlarının karşılaştırılması sunulmuştur.

Tablo 1. Seçilen yer hareketleri

No	Deprem	Yıl	İstasyon ve Kod	$M_w$	$D_{s5-75}$	$R_{jb}$	S.F.
<b><i>Uzun süreli yer hareketleri</i></b>							
1	Landers	1992	North Palm Springs -FHS090	7.28	25.33	26.84	-
2	Landers	1992	Indio - Jackson Road - INJ180	7.28	25.77	48.84	-
3	Landers	1992	Thousand Palms Post Office - TPP135	7.28	25.49	36.93	-
4	Chi-Chi	1999	CHY002 - N	7.62	31.55	24.96	-
5	Chi-Chi	1999	CHY008 - N	7.62	27.76	40.43	-
6	El Mayor-Cucapah	2010	Chihuahua - CHI090	7.20	26.83	18.21	-
7	El Mayor-Cucapah	2010	Tamaulipas - TAM090	7.20	28.28	25.32	-
<b><i>Kısa süreli yakın fay yer hareketleri</i></b>							
1	Landers	1992	Lucerne - LCN345	7.28	8.41	2.19	2.28
2	Kocaeli	1999	Gebze - GBZ000	7.51	5.83	7.57	3.09
3	Imperial Valley-06	1979	El Centro Array #7 - H-E07230	6.53	1.37	0.56	0.99
4	Chi-Chi	1999	CHY006 - N	7.62	4.70	9.76	1.19
5	Chi-Chi	1999	TCU102 - E	7.62	13.36	1.49	1.16
6	El Mayor-Cucapah	2010	Westside Elem. School - CIWESHNE	7.20	8.58	10.31	1.42
7	El Mayor-Cucapah	2010	El Centro Array #12 -E12090	7.20	12.24	9.98	0.98
<b><i>Kısa süreli uzak fay yer hareketleri</i></b>							
1	Landers	1992	Morongo Valley Hall - MVP000	7.28	20.46	40.67	2.65
2	Landers	1992	Barstow - BRS090	7.28	12.34	34.86	4.80
3	Landers	1992	Forest Falls Post Office - FFP210	7.28	17.31	45.34	5.00
4	Chi-Chi	1999	HWA033 - E	7.62	9.43	49.31	3.09
5	Chi-Chi	1999	HWA050 - W	7.62	7.08	49.37	4.98
6	El Mayor-Cucapah	2010	El Centro - M. Geo - 01794270	7.20	12.75	28.53	3.15
7	El Mayor-Cucapah,	2010	El Centro Array 11 - E11090	7.20	8.55	15.36	0.72



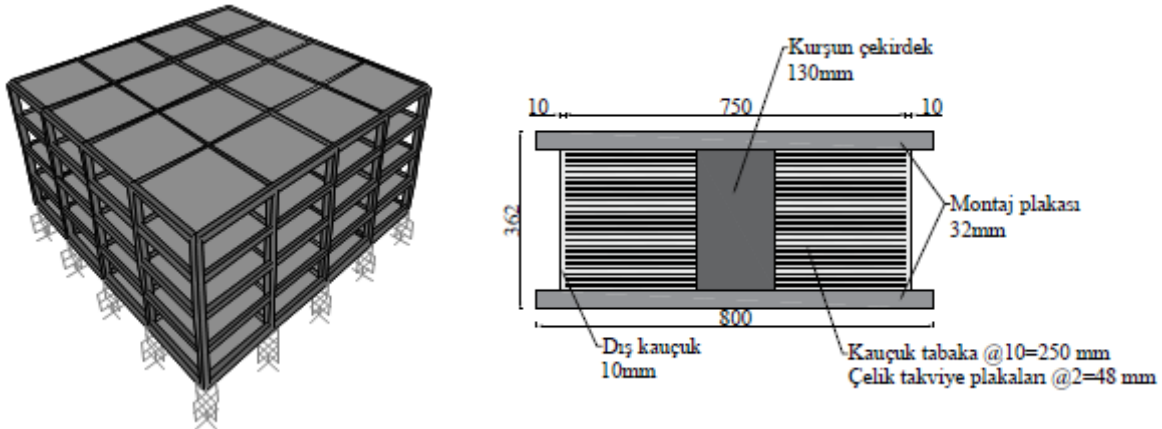
Şekil 1. Seçilen yer hareketlerine ait ortalama elastik ivme tepki spektrumları

### SONLU ELEMAN MODELİ

Deprem yer hareketi sürelerinin taban yalıtımlı binaların sismik davranışı üzerine olan etkilerini incelemek amacıyla dört katlı ve dört açıklıklı betonarme bir yapının sonlu eleman modeli SAP2000 programında oluşturulmuştur. Her bir açıklık, her iki doğrultuda da 6.0m olup, kat yüksekliği her katta 3.2m olarak seçilmiştir. Binanın 41.0413° Enlem ve 28.8371° Boylamda bulunduğu kabul edilmiştir. Taban yalıtımlı binada kolon ve kiriş kesitleri sırasıyla 50×50cm ve 30×60cm olarak dikkate alınmıştır. Döşeme kalınlığı 15cm olarak dikkate alınmış ancak diyafram etkisini sağlamak amacıyla yalıtım düzleminde döşeme kalınlığı 25cm'ye çıkarılmıştır. Taban yalıtımlı binaya ait üç boyutlu sonlu eleman modeline ait görsel Şekil 2a'da sunulmuştur.

Beton sınıfı C30 ( $f_{ck} = 30\text{MPa}$ ), donatı sınıfı ise B420C ( $f_{yk} = 420\text{MPa}$ ) olarak seçilmiştir. Betonun elastisite modülü 31000MPa, Poisson oranı 0.2 ve birim hacim ağırlığı 25kN/m<sup>3</sup> olarak kabul edilmiştir. Taşıyıcı sistem elemanlarında sargılı ve sargısız betonun doğrusal olmayan davranışı Mander modeli [17] ile tanımlanmıştır. Üst yapı taşıyıcı sistem elemanlarındaki doğrusal olmayan davranışı temsil etmek amacıyla taşıyıcı sistem elemanlarının her iki ucuna yığılı plastik mafsallar tanımlanmıştır.

Üst yapının sismik yalıtımı için kurşun çekirdekli kauçuk mesnetler tercih edilmiştir. Şekil 2b, Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği'ne [16] uygun olarak binanın tasarımında kullanılan kurşun çekirdekli kauçuk mesnete ait geometrik özellikleri göstermektedir. Tablo 2, hem 50 yılda aşılma olasılığı %10 olan standart tasarım deprem yer hareketi düzeyi (DD-2) için hem de 50 yılda aşılma olasılığı %2 olan en büyük deprem yer hareketi düzeyi (DD-1) için mesnetlerin nominal, alt ve üst sınır özelliklerini özetlemektedir.



a. Üç boyutlu sonlu eleman modeli

b. Kurşun çekirdekli kauçuk mesnete ait geometrik boyutlar

Şekil 2. Taban yalıtımlı binaya ait sonlu eleman modeli ve mesnet detayları

Tablo 2. Kurşun çekirdekli kauçuk mesnet için belirlenen nominal, alt ve üst sınır özellikleri

Parametre	Alt Sınır		Nominal		Üst Sınır	
	DD-2	DD-1	DD-2	DD-1	DD-2	DD-1
$k_v$			975790.54			
$k_2$	655.63		857.03		1569.54	
$k_1$	6556.25		8570.26		15695.37	
$F_Q$	78.98		132.73		213.32	
$D_y$	13.38		17.21		15.10	
$F_y$	87.75		147.48		237.02	
$\beta_e$	25.69	13.96	32.77	21.69	34.72	25.47
$K_{eff}$	1074.39	821.20	1839.47	1263.99	3848.02	2556.11
$D_{max}$	16.76	42.40	12.01	28.99	8.32	19.22
$D_{T,max}$	18.44	46.64	13.21	31.89	9.15	21.41
$\eta$	0.571	0.726	0.535	0.612	0.535	0.573
$T$	2.328	2.663	1.779	2.146	1.230	1.509

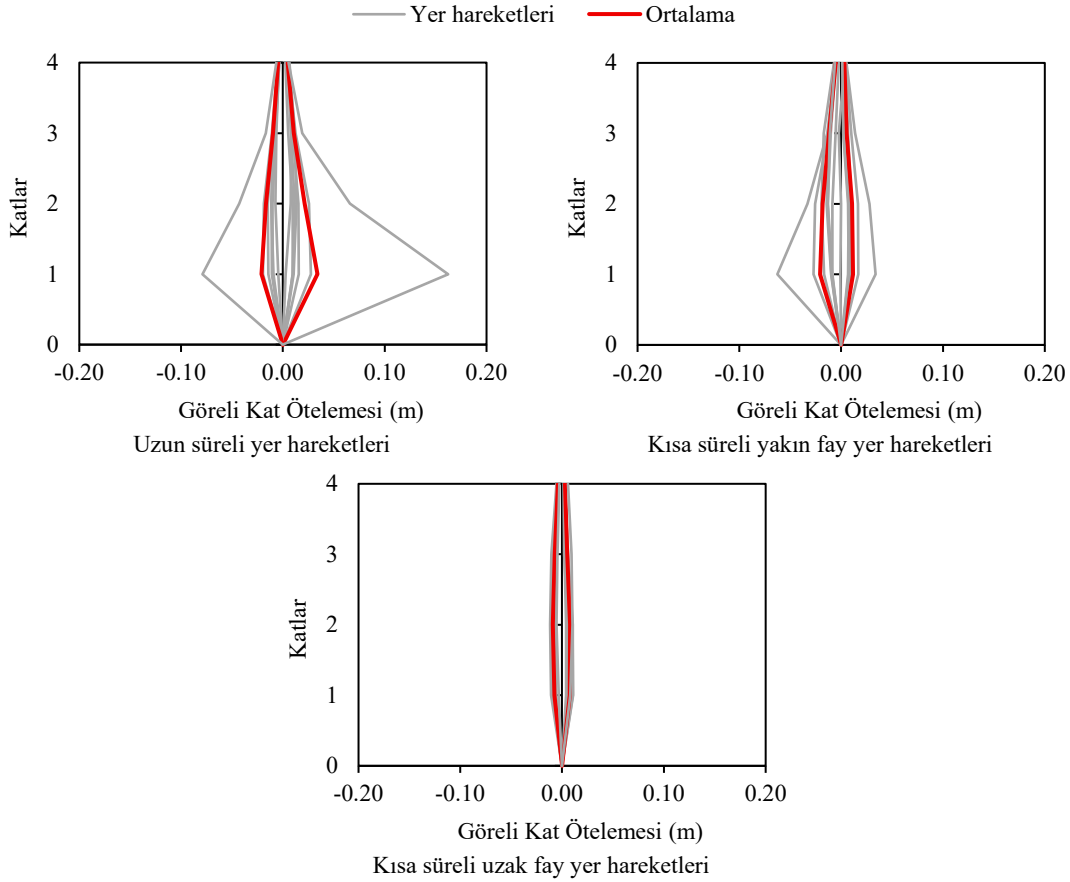
### BULGULAR VE İRDELEMELER

Seçilen taban yalıtımlı betonarme binanın yapısal tepkileri üzerinde kuvvetli yer hareketi süresinin etkisini değerlendirmek amacıyla toplamda 21 ivme kaydından oluşan üç veri seti oluşturulmuş ve doğrusal olmayan dinamik analizler gerçekleştirilmiştir. Analizlerde, anlamlı süresi ( $D_{S5-75}$ ) 25sn'den büyük olan uzun süreli kayıtların yanı sıra anlamlı süresi 25sn'den kısa olan yakın fay ve uzak fay yer hareketleri de dikkate alınmıştır. Gerçekleştirilen analizler neticesinde üst yapının görelî kat ötelemeleri ve kat ivmelerinin değişimi incelenmiştir. Ayrıca taban kesme kuvveti ve kurşun çekirdekli kauçuk mesnetlerin kuvvet-yerdeğiştirme ilişkileri de karşılaştırmalı olarak ele alınmıştır.

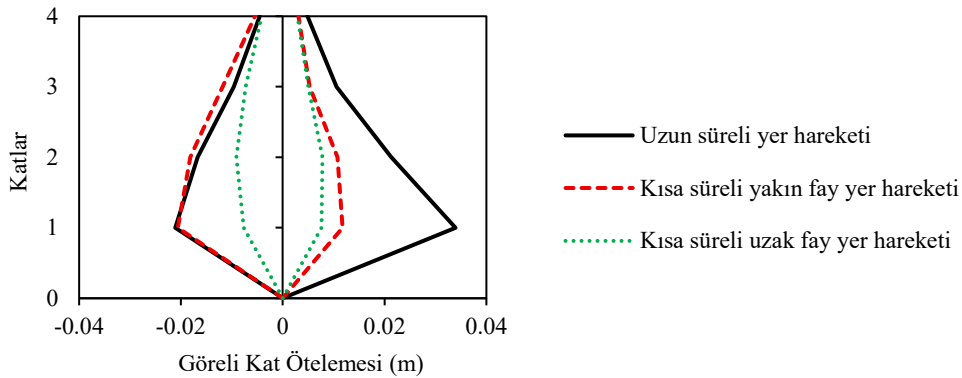
Gerçekleştirilen analizler neticesinde her bir deprem kaydı veri seti için elde edilen en büyük görelî kat ötelemeleri Şekil 3'te karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Uzun süreli deprem kayıtları ve bunların spektral eşleniği olan kısa süreli yakın fay ve uzak fay deprem kayıtlarından elde edilen görelî kat ötelemelerinin ortalamaları incelendiğinde, uzun süreli deprem kayıtlarının, yakın fay ve uzak fay yer hareketlerine kıyasla çok daha büyük görelî ötelemelere neden olduğu görülmektedir (Şekil 4). Uzun süreli deprem kayıtlarında elde edilen en büyük ortalama görelî kat ötelemesi değeri, yakın fay yer hareketlerine kıyasla %39.36, uzak fay yer hareketlerine kıyasla %73.14 daha büyük olarak elde edilmiştir. Kuvvetli yer hareketi süresi uzun olan deprem kayıtları, yüksek enerji içeriği ve etkime süresi nedeniyle yapılarda daha fazla kümülatif hasar neden olabilmektedir. Gerçekleştirilen analizlerde de üst yapıda plastik dönmelerin uzun süreli kayıtlarda önemli düzeyde arttığı gözlemlenmiştir. Öte yandan, yakın fay ve uzak fay yer hareketleri altında gerçekleştirilen analizlerde elde edilen ortalama görelî kat ötelemesi değerleri kıyaslandığında, yakın fay yer hareketlerinin görelî ötelemelerini uzak fay yer hareketlerine kıyasla önemli ölçüde artırdığı görülmektedir. Yakın fay yer hareketlerinin uzak fay karşılığına kıyasla en büyük ortalama görelî kat ötelemesi değerini %55.69 artırdığı tespit edilmiştir.

Her bir deprem kaydı veri seti için elde edilen en büyük kat ivmesi değerleri ve bunların ortalaması Şekil 5 ve Şekil 6'da karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Ortalama kat ivmesi değerleri karşılaştırıldığında seçilen tüm deprem kaydı setleri için benzer dağılımların meydana geldiği görülmektedir. Ancak yakın fay yer hareketleri etkisi altında, yapının tüm katlarında ortalama ivme değerlerinin, uzun süreli ve uzak fay yer hareketlerine kıyasla nispeten daha yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Yakın fay yer hareketleri, uzun süreli kayıtlara kıyasla birinci kattan dördüncü kata doğru sırasıyla %13.08, %15.41, %4.40, %15.01 ve

%10.43 daha büyük kat ivmeleri oluşturmuştur. Benzer şekilde, uzak fay yer hareketi ile kıyaslandığında bu oranlar sırasıyla %3.40, %10.15, %4.61, %13.16 ve %6.24 şeklinde gerçekleşmiştir. Ancak her bir deprem kaydı için elde edilen ivme verileri ayrı ayrı incelendiğinde hem uzun süreli kayıtların hem de kısa süreli uzak fay yer hareketlerinin de kat ivmeleri açısından kritik sonuçlar ortaya çıkarabileceği açık bir şekilde görülmektedir. Bu durumun özellikle ivmeye hassas cihazların bulunacağı yapıların tasarımında göz ardı edilmemesi gerekmektedir.

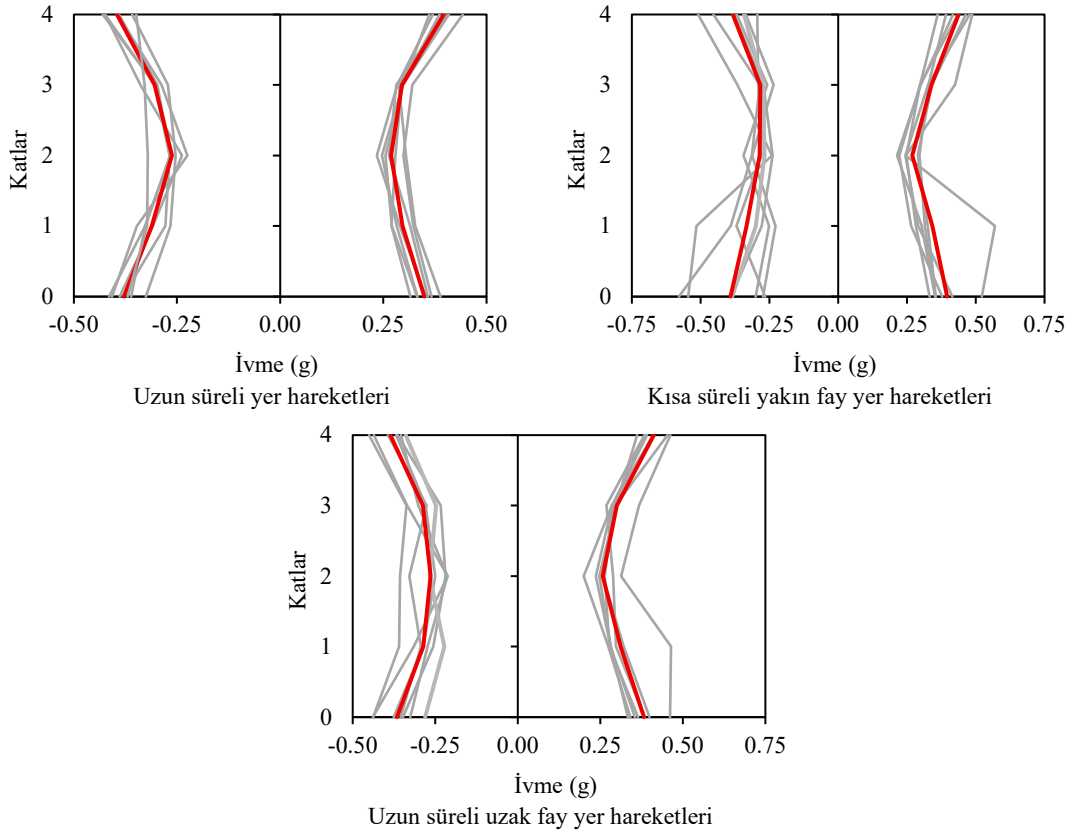


Şekil 3. Taban yalıtımlı binada elde edilen görel kat ötelemeleri

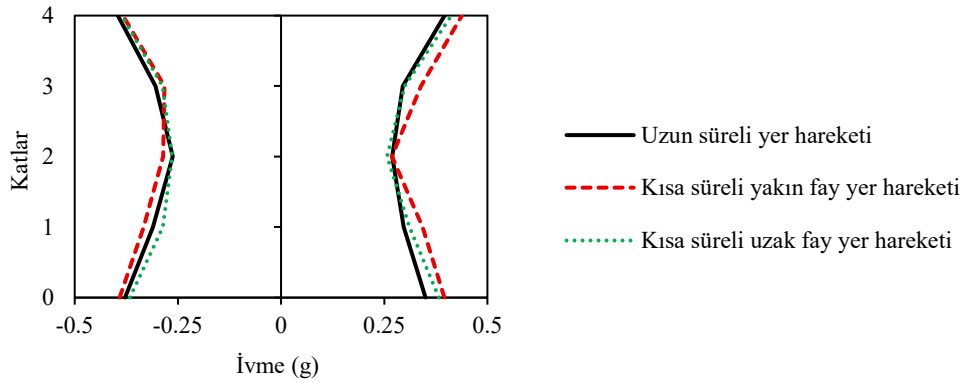


Şekil 4. Görel kat ötelemesi ortalamalarının kıyaslanması

— Yer hareketleri — Ortalama

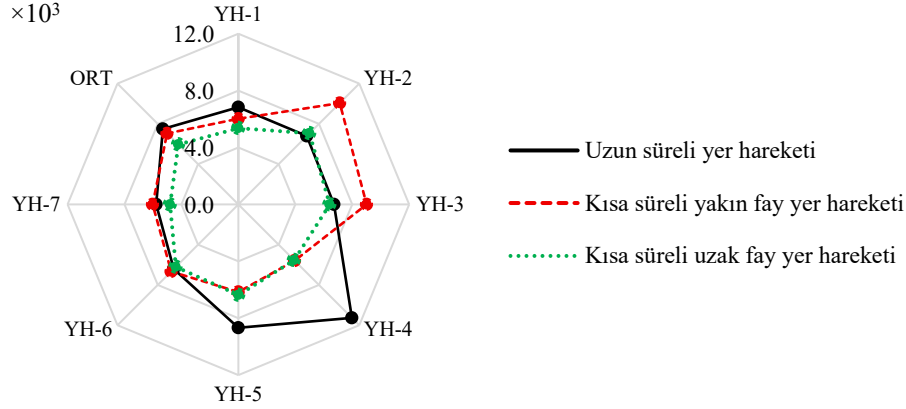


Şekil 5. Taban yalıtımlı binada elde edilen kat ivmeleri



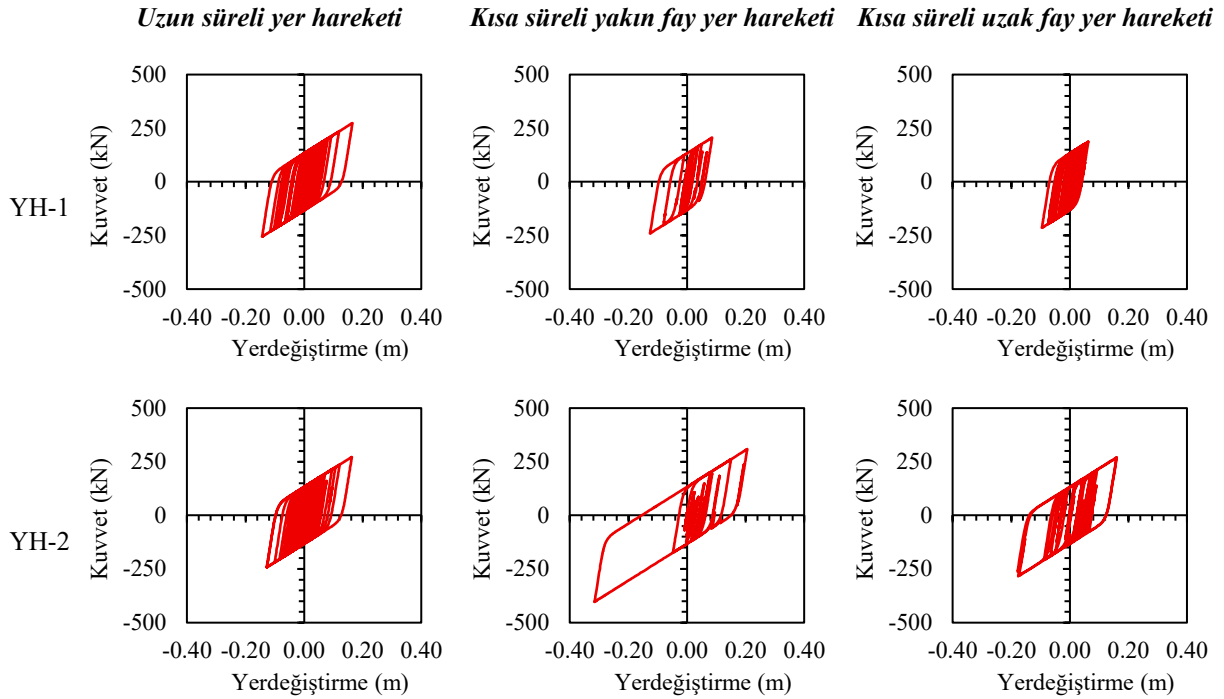
Şekil 6. Kat ivmesi ortalamalarının kıyaslanması

Gerçekleştirilen analizler neticesinde her bir yer hareketi için elde edilen taban kesme kuvvetleri ve bunların ortalamaları Şekil 7'de sunulmuştur. Uzun süreli yer hareketlerinde ortalama taban kesme kuvveti 7499.3kN olarak elde edilirken, yakın fay ve uzak fay yer hareketi için bu değer sırasıyla 7071.8kN ve 5964kN olarak elde edilmiştir. Şekil 7'den de görüleceği üzere genel dağılımda uzun süreli deprem kayıtları daha yüksek taban kesme kuvvetleri oluştursa da her bir yer hareketinde elde edilen taban kesme kuvveti değerleri ayrı ayrı incelendiğinde yakın fay yer hareketlerinin de taban kesme kuvvetleri açısından kritik sonuçlar doğurabileceği görülmektedir.

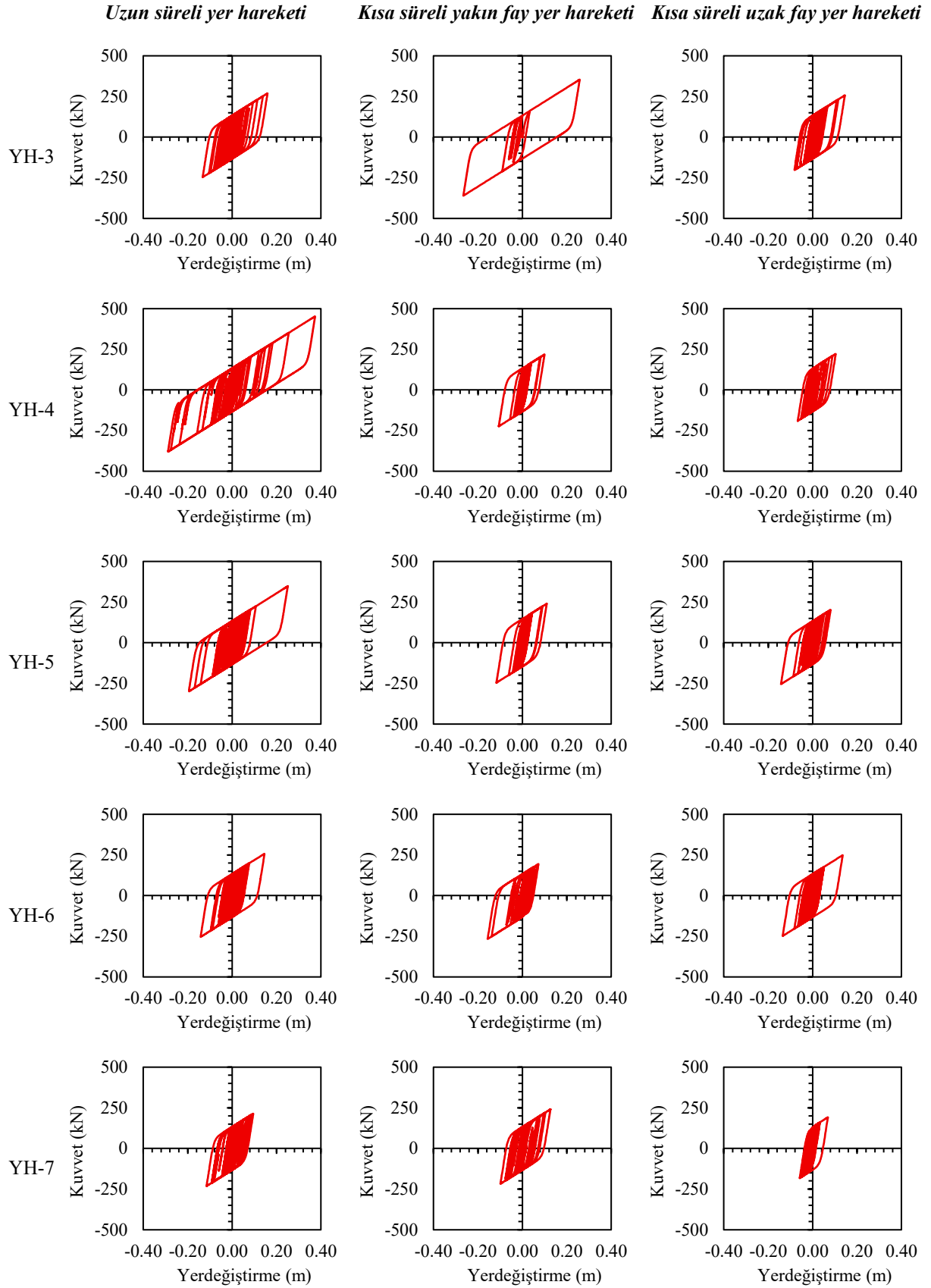


Şekil 7. Taban kesme kuvveti ortalamalarının kıyaslanması

Şekil 8’te izolatör kuvvet–yer değiştirme ilişkilerini sunulmaktadır. Şekil 8 karşılaştırmalı olarak incelendiğinde uzun süreli yer hareketlerinin daha fazla çevrim sayısı ve daha dolu eğriler oluşturduğu, dolayısıyla bu tür depremler altında izolatörlerin daha fazla enerji sönmülmesi gerektiği ortaya koymaktadır. Ancak bu çalışmada, izolatör içerisinde yer alan kurşun çekirdeğin ısınmasının neden olabileceği olumsuz etkiler göz önünde bulundurulmamıştır. Uzun süreli yer hareketleri altında oluşan yüksek çevrim sayısı, kurşun çekirdeğin kısa süreli deprem kayıtlarına kıyasla daha fazla ısınmasına neden olabilir. Bu durum, izolatörün enerji sönmülme kapasitesinde ve performansında belirgin düşümlere yol açabilmekte, dolayısıyla izolasyon sisteminin etkinliğini azaltabilmektedir.



Şekil 8. Seçilen yer hareketi altında izolatöre ait kuvvet-yerdeğiştirme ilişkileri



Şekil 8 devamı.

## SONUÇLAR

Geçmiş depremler, kuvvetli yer hareketi süresi uzun olan deprem kayıtlarının uzun açıklıklı köprüler ve taban yalıtımlı binalar gibi hakim titreşim periyodu 1.0sn veya daha uzun olan yapılarda önemli yapısal tepkilere neden olabileceğini ortaya koymuştur. Ancak mevcut tasarım yönetmelikleri ve geçmiş çalışmalar, ivme kayıtlarının süre özelliklerini çoğu zaman göz ardı etmektedir. Bu çalışmada deprem yer hareketi süresinin taban yalıtımlı betonarme binaların sismik davranışına etkisi araştırılmıştır. Bu kapsamda yakın fay, uzak fay ve uzun süreli deprem etkilerini içeren toplam 21 ivme kaydından oluşan üç ivme kaydı seti oluşturulmuştur. Gerçekleştirilen analizler neticesinde taban yalıtımlı binada uzun süreli deprem kayıtlarının, yakın fay ve uzak fay yer hareketlerine kıyasla çok daha büyük görelî kat ötelemelerine ve taban kesme kuvvetlerine neden olduğu görülmüştür. Kat ivmesi değerlerinin ise tüm deprem kaydı setleri için benzer bir dağılım sergilediği görülmüştür. Gerçekleştirilen analizler sonucunda, izolatör kuvvet-yerdeğiştirme ilişkilerinin de seçilen yer hareketinin süresel özelliklerinden önemli ölçüde etkilendiği ortaya konmuştur.

## KAYNAKLAR

- [1] Y. Shoji, K. Tanii, M. Kamiyama, The duration and amplitude characteristics of earthquake ground motions with emphasis on local site effects: *Thirteenth World Conference Earthquake Engineering*. Vancouver, Canada, 2004: No. 436.
- [2] B.A. Bradley, Correlation of significant duration with amplitude and cumulative intensity measures and its use in ground motion selection, *Journal of Earthquake Engineering*. 15, 809-832, 2011. doi:10.1080/13632469.2011.557140.
- [3] Y. Shi, J. Li, H. Qin, Z. Zhong, J. Wang, F. Zhang, Correlation analysis of ground motion duration indexes and nonlinear seismic responses of a long-span continuous rigid-frame bridge with high-rise piers, *Journal of Earthquake Engineering*. 26, 7011-7031, 2022. doi:10.1080/13632469.2021.1961927.
- [4] M.S. Mohammed, D.H. Sanders, I.G. Buckle, Reinforced concrete bridge columns tested under long and short duration ground motions: *Sixteenth World Conference on Earthquake Engineering*. Santiago, Chile, 2017: No. 2831.
- [5] M. Fairhurs, A. Bebamzadeh, C.E. Ventura, Effect of ground motion duration on reinforced concrete shear wall buildings, *Earthquake Spectra*. 35, 311-331, 2019. doi:10.1193/101117EQS201M.
- [6] N.A. Marafi, M.O. Eberhard, J.W. Berman, E.A. Wirth, A.D. Frankel, Impacts of simulated M9 Cascadia subduction zone motions on idealized systems, *Earthquake Spectra*. 35, 1261-1287, 2019. doi:10.1193/052418EQS123M.
- [7] A.L. Hassan, A.M. Billah, Influence of ground motion duration and isolation bearings on the seismic response of base-isolated bridges, *Engineering Structures*. 222, 111129, 2020. doi:10.1016/j.engstruct.2020.111129.
- [8] T. Li, Y. Yang, K. Dai, Q. Ge, J. Wang, Influence of ground motion duration on seismic performance of RC frame isolated by high damping rubber bearings, *Engineering Structures*. 262, 114398, 2022. doi:10.1016/j.engstruct.2022.114398.
- [9] S. Kitayama, M.C. Constantinou, Implications of strong earthquake ground motion duration on the response and testing of seismic isolation systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 50, 290-308, 2020. doi:10.1002/eqe.3330.
- [10] H. Akehashi, I. Takewaki, Critical analysis of nonlinear base-isolated building considering soil-structure interaction under impulsive and long-duration ground motions, *Geotechnics*. 1, 76-94, 2020. doi:10.3390/geotechnics1010005.

- [11] A.C. Altunışık, F. Sunca, B. Sevim, Ambient vibration-based seismic evaluation of long-span prestressed concrete box-girder bridges under long-duration, near-fault and far-fault ground motions, *Journal of Earthquake and Tsunami*. 18, 2450019, 2024. doi:10.1142/S1793431124500192.
- [12] M.D. Trifunac, A.G. Brady, A study on the duration of strong earthquake ground motion, *Bulletin of the Seismological Society of America*. 65, 581-626, 1975.
- [13] Pacific Earthquake Engineering Research Center, PEER Strong Ground Motion Database, University of California, Berkeley, USA.
- [14] H. Güllü, F. Özel, Microtremor measurements and 3D dynamic soil–structure interaction analysis for a historical masonry arch bridge under the effects of near-and far-fault earthquakes, *Environmental Earth Sciences*. 79, 1-29, 2020. doi:10.1007/s12665-020-09086-0.
- [15] R. Chandramohan, J.W. Baker, G.G. Deierlein, Quantifying the influence of ground motion duration on structural collapse capacity using spectrally equivalent records, *Earthquake Spectra*. 32, 927-950, 2016. doi:10.1193/122813eqs298mr2.
- [16] Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği, *Afet ve Acil Durum Yönetimi Başkanlığı*. 2018.
- [17] J.B. Mander, M.J. Priestley, R. Park, Theoretical stress-strain model for confined concrete, *Journal of Structural Engineering*. 114, 1804-1826, 1988. doi:10.1061/(ASCE)0733-9445(1988)114:8(1804).



## EKSENEL HAREKETLİ KİRİŞTE BİRLEŞİK PARAMETRİK TİTREŞİMLER

Bozkurt Burak Özhan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Manisa

### ABSTRACT

In this study, the phenomenon referred to as *combined parametric vibrations* -a term coined to describe vibrations of continuous media under multiple parametric excitations [29]- is investigated for an axially moving beam modeled using the Euler-Bernoulli theory. The vibration model exhibits a third-order (cubic) nonlinear form. The beam is modeled as an undamped system under the influence of axial velocity and axial force. The sources of parametric vibrations are the axially varying velocity and force, which change harmoniously around mean values. The derived nonlinear equation of motion, in the form of a partial differential equation, is solved using the Method of Multiple Scales (a Perturbation Method). The variation of the beam's natural frequencies with respect to the influencing parameters is obtained. Combined parametric resonance conditions and stability are discussed based on numerical results.

Keywords: axially moving beam; combined parametric vibration; nonlinear vibration; resonance; stability.

### ÖZET

Bu çalışmada Euler-Bernoulli teorisine göre modellenmiş eksenel hareketli kirişin –çoklu parametrik tahrik altındaki sürekli ortam titreşimleri için ortaya konulan [29] adlandırmayla *birleşik parametrik titreşimleri* incelenmiştir. Titreşim modeli üçüncü derece doğrusal olmayan (kübik nonlineer) bir yapıdadır. Kiriş, eksenel hız ve eksenel kuvvet etkisi altındaki sönümsüz bir sistem olarak modellenmiştir. Parametrik titreşimlere sebep olan unsurlar belirli bir ortalama değer etrafında harmonik olarak değişen eksenel hız ve eksenel kuvvettir. Ortaya konulan, kısmi diferansiyel denklem yapısındaki nonlineer hareket denklemi bir Perturbasyon Yöntemi olan Çok Zaman Ölçekli Yöntem ile çözülmüştür. Kiriş doğal frekanslarının etki eden parametrelere göre değişimi, birleşik parametrik rezonans koşulları ve kararlılığı sayısal sonuçlar üzerinden tartışılmıştır.

Anahtar kelimeler: eksenel hareketli kiriş; birleşik parametrik titreşim; doğrusal olmayan titreşim; rezonans; kararlılık.

### GİRİŞ

Manyetik bantlar, bant sistemleri, şerit testereler ve hızar sistemleri, kayışlar, iletim zincirleri ve akışkan taşıyan borular gibi teknolojik kullanım alanlarının çeşitliliği sebebiyle eksenel

hareketli sistemler üzerine çok çalışma yapılmaktadır. Bu sistemlerin dinamiğini anlamak uygun kullanım koşullarını oluşturma ve tehlikelerden koruma açısından çok önemlidir.

Konuyla ilgili önemli derleme çalışmaları mevcuttur [1-3]. Eksenel hareketli sicim ve kirişlerin sistemlerin enine titreşimleri [4] ele alınmıştır. Şerit testerelerin titreşim ve kararlılığı analiz edilmiştir ve eksenel hıza ve çekme kuvvetine bağlı doğal frekans değişimi tartışılmıştır [5]. İlk defa eksenel hareket hızının değişken olduğu durumun [6] ve harmonik zorlama altındaki sistem titreşimlerinin [7] ele alındığı çalışma mevcuttur. Sicim problemi için hareket denklemi Hamilton prensibiyle elde edilmiş ve Floquet teorisi ile kararlılık analizi yapılmıştır [8]. Sabit eksenel hız ve değişken eksenel kuvvet durumu ele alınmıştır [9]. Değişken hız durumu, şerit modeline [10] ve Euler Bernoulli kiriş modeline [11] uygulanmıştır. Kirişler için farklı rezonans durumlarını ve kararlılık analizlerini detaylı olarak ele alan çalışmalar yapılmıştır [12,13]. Eksenel hareketli sürekli ortam olarak akışkan taşıyan boru titreşim analizleri yapılmıştır [14-17]. Eksenel hareketli ortamların titreşimlerini modelleyen ve analiz eden genel çözüm yaklaşımları da mevcuttur [18-20]. Eksenel hareketli viskoelastik sicim ve kirişlerle ilgili çalışmalar yapılmıştır [21-25]. Eksenel hız ve yüklemenin bir arada olduğu bir model sondaj sistemlerinde kullanılan eksenel delici uygulaması için ele alınmıştır [26]. Ayrık sistemlere ait çoklu frekans tahrikli ve parametre tahrikli doğrusal olmayan titreşimlerin analizleri yapılmıştır [27,28]. Ayrık sistemler için “birleşik parametrik salınım” olarak adlandırılan [28] titreşim modeli sürekli ortam sistemleri için “birleşik parametrik titreşimler” olarak adlandırılıp literatürde bu isimle kullanılmıştır [29]. Birleşik parametrik titreşim analizi eksenel hareketli doğrusal kiriş modeline uygulanmış, birleşik parametrik rezonansı da içeren farklı rezonans koşulları ortaya konulmuş ve kararlılık analizleri yapılmıştır [29]. Konuyla ilgili güncel çalışmalar mevcuttur [30-33]

Bu çalışmada hem eksenel kuvvet hem de eksenel hız etkisi altındaki basit mesnetli Euler Bernoulli kirişi için doğrusal olmayan (kübik nonlinear) bir titreşim modeli ortaya konulmuştur. Hareket denkleminin yaklaşık çözümü bir perturbasyon yöntemi olan çok zaman ölçekli yöntem [34] ile elde edilmiştir. Hem hız hem de kuvvetin belirli bir ortalama değer etrafında değişkenlik gösterdiği kabul edilmiş ve bu koşullar altında birleşik parametrik titreşimler için rezonans ve kararlılık analizleri ortaya konulmuştur. Sistem parametrelerinin frekanslar üzerindeki etkileri gösterilmiştir. Frekans tepki grafikleri ortaya konulmuştur. Basit ve basit olmayan çözümlerin kararlılığı analiz edilmiştir.

## HAREKET DENKLEMİ VE SINIR KOŞULLARI

Eksenel hareketli Euler Bernoulli kirişinin Hamilton yöntemiyle [18,34] elde edilmiş doğrusal olmayan (nonlinear) hareket denklemi aşağıdaki gibidir:

$$\ddot{w} + 2v\dot{w}' + \dot{v}w' + v_f^2 w'' + (v^2 - P)w'' = \frac{1}{2} \varepsilon v_f^2 w'' \int_0^1 w'^2 dx \quad (1)$$

Sınır koşulları ise

$$w(0,t) = w(1,t) = w''(0,t) = w''(1,t) = 0 \quad (2)$$

Şeklinde basit basit mesnetli olarak ifade edilir. Burada  $w = w(x,t)$  enine deplasman fonksiyonudur.  $v_f$  eğilme direngenliği (rijitliği)  $v_f$  ise boyuna direngenliktir.  $v$  eksenel hız,

$P$  ise eksenel yüküdür.  $(\dot{\quad})$  gösterimi zamana göre  $(\prime)$  ise mekana bağlı türevi temsil etmektedir. Kiriş için değişken hız ve eksenel kuvvet aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$v = v_0 + \varepsilon v_1 \sin \Omega_1 t \quad (3)$$

$$P = P_0 + \varepsilon P_1 \sin \Omega_2 t \quad (4)$$

Denklem (3) ve (4)'te  $v_0$  ortalama hız,  $P_0$  ise ortalama eksenel kuvvettir.  $\Omega_1$  ve  $\Omega_2$  hız ve eksenel kuvvetin ortalama değerler etrafında çalkalanma frekanslarıdır.  $\varepsilon$  ise ortalamalar etrafında küçük çalkalanmaları temsil eden bir perturbasyon parametresidir.

### PERTURBASYON YÖNTEMİ

Bu bölümde, denklem (1) ile verilen hareket denkleminin yaklaşık çözümünü bulmak için denklem ve sınır koşullarına bir perturbasyon yöntemi olan çok zaman ölçekli yöntem doğrudan uygulanacaktır [34]. Bu yöntemde denklemin çözümünün şu yapıda olduğu kabul edilir:

$$w(x, T_0, T_1; \varepsilon) = w_0(x, T_0, T_1) + \varepsilon w_1(x, T_0, T_1) + \dots \quad (5)$$

Denklem (5)'te  $w_0$  ve  $w_1$  yerdeğiştirme fonksiyonlarıdır. Hızlı ve yavaş zaman ölçekleri  $T_0 = t$  ve  $T_1 = \varepsilon t$  şeklinde tanımlanır. Türev operatörleri

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots, \quad \frac{d^2}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots \quad (6)$$

ile tanımlanır. Burada  $D_k = \frac{\partial}{\partial T_k}$  tanımı verilmiştir. Hareket denkleminin ve sınır koşullarının ölçeklendirilirse (mertebelendirilirse) her bir mertebede ortaya çıkan denklem ve sınır koşulları aşağıdaki gibi tanımlanır:

$\varepsilon^0$  mertebesi

$$D_0^2 w_0 + 2v_0 D_0 w_0' + v_f^2 w_0'' + (v_0^2 - P_0) w_0'' = 0 \quad (7)$$

$$w_0(0, t) = w_0(1, t) = w_0''(0, t) = w_0''(1, t) = 0 \quad (8)$$

$\varepsilon^1$  mertebesi

$$\begin{aligned} D_0^2 w_1 + 2v_0 D_0 w_1' + v_f^2 w_1'' + (v_0^2 - P_0) w_1'' = & -2D_0 D_1 w_0 - 2v_0 D_1 w_0' \\ & - 2v_1 \sin(\Omega_1 T_0) D_0 w_0' - v_1 \Omega_1 \cos(\Omega_1 T_0) w_0' \\ & - 2v_0 v_1 \sin(\Omega_1 T_0) w_0'' + P_1 \sin(\Omega_2 T_0) w_0'' \\ & + \frac{1}{2} v_f^2 w_0'' \int_0^1 w_0'^2 dx \end{aligned} \quad (9)$$

$$w_1(0, t) = w_1(1, t) = w_1''(0, t) = w_1''(1, t) = 0 \quad (10)$$

İlk mertebedeki çözüm

$$w_0(x, T_0, T_1) = A_n(T_1)e^{i\omega_n T_0} Y_n(x) + \bar{A}_n(T_1)e^{-i\omega_n T_0} \bar{Y}_n(x)$$

şeklinde önerilir. Burada  $A_n(T_1)$  ve  $\bar{A}_n(T_1)$  karmaşık (kompleks) genlik ve eşleniğidir.  $Y_n(x)$  fonksiyonu aşağıdaki eşitliği ve koşulları sağlar:

$$v_f^2 Y_n^{IV} + (v_0^2 - P_0)Y_n'' + 2iv_0\omega_n Y_n' - \omega_n^2 Y_n = 0 \quad (11)$$

$$Y_n(0) = Y_n(1) = Y_n''(0) = Y_n''(1) = 0 \quad (12)$$

Elde edilen ifadelerde  $\omega_n$  doğal frekansları  $Y_n(x)$  ise mod şekillerini temsil eder. Denklemin çözüm fonksiyonu [11,13].

$$Y_n(x) = C_{1n} e^{i\beta_{1n}x} + C_{2n} e^{i\beta_{2n}x} + C_{3n} e^{i\beta_{3n}x} + C_{4n} e^{i\beta_{4n}x} \quad (13)$$

ile verilir.  $\beta_{in}$  değerleri aşağıdaki “saçılma denklemi” olarak adlandırılan cebirsel denklemi sağlar.

$$v_f^2 \beta_{in}^4 + (P_0 - v_0^2)\beta_{in}^2 - 2v_0\omega_n\beta_{in} - \omega_n^2 = 0 \quad i = 1,2,3,4, \quad n = 1,2,\dots \quad (14)$$

Denklem (13) ile verilen çözüm fonksiyonu denklem (11)’de yerine konulursa elde edilen cebirsel sistemin basit olmayan çözümü aşağıdaki destek şartlarını sağlar [29]

$$\begin{aligned} & (e^{i(\beta_{1n}+\beta_{2n})} + e^{i(\beta_{3n}+\beta_{4n})})(\beta_{1n}^2 - \beta_{2n}^2)(\beta_{3n}^2 - \beta_{4n}^2) + (e^{i(\beta_{1n}+\beta_{3n})} + e^{i(\beta_{2n}+\beta_{4n})}) \\ & X(\beta_{2n}^2 - \beta_{4n}^2)(\beta_{3n}^2 - \beta_{1n}^2) + (e^{i(\beta_{2n}+\beta_{3n})} + e^{i(\beta_{1n}+\beta_{4n})})(\beta_{1n}^2 - \beta_{4n}^2)(\beta_{2n}^2 - \beta_{3n}^2) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$\omega_n$  ve  $\beta_{in}$  değerleri saçılma denklemi ve destek şartlarının çözümüyle elde edilir. Mod yapısını veren ifade aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} Y_n(x) = c_1 \left\{ e^{i\beta_{1n}x} - \frac{(\beta_{4n}^2 - \beta_{1n}^2)(e^{i\beta_{3n}} - e^{i\beta_{1n}})}{(\beta_{4n}^2 - \beta_{2n}^2)(e^{i\beta_{3n}} - e^{i\beta_{2n}})} e^{i\beta_{2n}x} - \frac{(\beta_{4n}^2 - \beta_{1n}^2)(e^{i\beta_{2n}} - e^{i\beta_{1n}})}{(\beta_{4n}^2 - \beta_{3n}^2)(e^{i\beta_{2n}} - e^{i\beta_{3n}})} e^{i\beta_{3n}x} \right. \\ \left. + \left[ -1 + \frac{(\beta_{4n}^2 - \beta_{1n}^2)(e^{i\beta_{3n}} - e^{i\beta_{1n}})}{(\beta_{4n}^2 - \beta_{2n}^2)(e^{i\beta_{3n}} - e^{i\beta_{2n}})} + \frac{(\beta_{4n}^2 - \beta_{1n}^2)(e^{i\beta_{2n}} - e^{i\beta_{1n}})}{(\beta_{4n}^2 - \beta_{3n}^2)(e^{i\beta_{2n}} - e^{i\beta_{3n}})} \right] e^{i\beta_{4n}x} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

İlk mertebe için bulunan çözüm ikinci mertebedeki eşitlikte yerine konular

$$\begin{aligned} D_0^2 w_1 + 2v_0 D_0 w_1' + v_f^2 w_1^{IV} + (v_0^2 - P_0)w_1'' = & -2(i\omega_n Y_n + v_0 Y_n') D_1 A_n e^{i\omega_n T_0} \\ & - \{v_1 \omega_n A_n Y_n' - iv_0 v_1 A_n Y_n''\} (e^{i(\omega_n + \Omega_1)T_0} - e^{i(\omega_n - \Omega_1)T_0}) \\ & - \left( \frac{1}{2} v_1 \Omega_1 A_n Y_n' \right) (e^{i(\omega_n + \Omega_1)T_0} + e^{i(\omega_n - \Omega_1)T_0}) \\ & - \left( \frac{1}{2} iP_1 A_n Y_n'' \right) (e^{i(\omega_n + \Omega_2)T_0} - e^{i(\omega_n - \Omega_2)T_0}) \\ & + v_l^2 A_n^2 \bar{A}_n \left( Y_n'' \int_0^1 Y_n' \bar{Y}_n' + \frac{1}{2} \bar{Y}_n'' \int_0^1 Y_n'^2 \right) e^{i\omega_n T_0} \\ & + k.e. + S.O.T \end{aligned} \quad (17)$$

*k.e.* kısaltması kompleks eşlenikleri, *S.O.T.* ise seküler olmayan terimleri temsil eder.

## BİRLEŞİK PARAMETRİK REZONANS VE KARARLILIK

### Rezonans Koşulu:

Birden fazla fiziksel tahrik altındaki ayırık (discrete) dinamik sistemlere için Abdelhafez [28] “birleşik parametrik salınımlar” (combined parametric oscillation) tanımını vermiştir. Özhan [29] ise bu yaklaşımı sürekli ortamlar için ele almış ve sürekli sistemlerde kullanmak üzere “birleşik parametrik titreşimler” (combined parametric vibration) adını vermiştir. Bahsi geçen birden fazla parametrik tahrik altındaki titreşim sistemine dair birleşik parametrik rezonans koşulu

$$\Omega_1 = 2\omega_n + \varepsilon\sigma_1 \quad (18)$$

$$\Omega_2 = 2\omega_n + \varepsilon\sigma_2 \quad (19)$$

ifadeleriyle tanımlanır. Burada  $\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  ayar parametreleridir. Bu rezonans koşulları denklem (17) de yerine konursa

$$\begin{aligned} D_0^2 w_1 + 2v_0 D_0 w_1' + v_f^2 w_1'' + (v_0^2 - P_0) w_1'' = & \left\{ -2(i\omega_n Y_n + v_0 Y_n') D_1 A_n \right. \\ & + \left\{ \left( v_1 \omega_n - \frac{1}{2} v_1 \Omega_1 \right) \bar{Y}_n' + i v_0 v_1 \bar{Y}_n'' \right\} \bar{A}_n e^{i\sigma_1 T_1} \\ & - \frac{1}{2} i P_1 \bar{Y}_n'' \bar{A}_n e^{i\sigma_2 T_1} \\ & + v_l^2 A_n^2 \bar{A}_n \left( Y_n'' \int_0^1 Y_n' \bar{Y}_n' + \frac{1}{2} \bar{Y}_n'' \int_0^1 Y_n'^2 \right) \left. \right\} e^{i\omega_n T_0} \\ & + k.e. + S.O.T. \end{aligned} \quad (20)$$

ve  $A_n = \frac{1}{2} a_n e^{i\beta_n}$  olmak üzere aşağıda verilen çözülebilirlik şartı elde edilir.

$$D_1 A_n + \left[ k_2 e^{i\sigma_1 T_1} + k_3 e^{i\sigma_2 T_1} \right] \bar{A}_n + k_1 A_n^2 \bar{A}_n = 0 \quad (21)$$

Katsayılar şöyle tanımlanır:

$$\begin{aligned} k_1 = & \frac{-v_l^2 \left\{ \int_0^1 Y_n'' \bar{Y}_n dx \int_0^1 Y_n' \bar{Y}_n' dx + \frac{1}{2} \int_0^1 \bar{Y}_n'' \bar{Y}_n dx \int_0^1 Y_n'^2 dx \right\}}{2 \left\{ i\omega_n \int_0^1 Y_n \bar{Y}_n dx + v_0 \int_0^1 Y_n' \bar{Y}_n dx \right\}} \\ k_2 = & \frac{-\omega_n v_1 \int_0^1 \bar{Y}_n' \bar{Y}_n dx + \frac{1}{2} v_1 \Omega_1 \int_0^1 \bar{Y}_n' \bar{Y}_n dx - i v_0 v_1 \int_0^1 \bar{Y}_n'' \bar{Y}_n dx}{2 \left\{ i\omega_n \int_0^1 Y_n \bar{Y}_n dx + v_0 \int_0^1 Y_n' \bar{Y}_n dx \right\}} \end{aligned}$$

$$k_3 = \frac{\frac{1}{2} i P_1 \int_0^1 \bar{Y}_n'' \bar{Y}_n dx}{2 \left\{ i \omega_n \int_0^1 Y_n \bar{Y}_n dx + v_0 \int_0^1 Y_n' \bar{Y}_n dx \right\}}$$

### Kararlılık Analizi:

Denklem (21)'e kompleks genlik ve eşleniği yerleştirilirse genlik ve faz modülasyon denklemleri elde edilir.

$$D_1 A_n + [k_2 e^{i\sigma_1 T_1} + k_3 e^{i\sigma_2 T_1}] \bar{A}_n + k_1 A_n^2 \bar{A}_n = 0$$

$$\alpha'_n = a_n (-k_{2R} \cos \gamma_1 + k_{2I} \sin \gamma_1 + k_{3R} \cos \gamma_2 + k_{3I} \sin \gamma_2) \quad (22)$$

$$\beta'_n = -k_{2R} \sin \gamma_1 - k_{2I} \cos \gamma_1 - k_{3R} \sin \gamma_2 - a_n k_{3I} \cos \gamma_2 - \frac{1}{4} a_n^2 k_{1I} \quad (23)$$

Burada  $\gamma_1 = \sigma_1 T_1 - 2\beta_n$   $\gamma_2 = \sigma_2 T_1 - 2\beta_n$  tanımlamaları yapılabilir.  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$  kabulü ile çözülebilirlik şartı yeni haliyle elde edilir:

$$D_1 A_n + k \bar{A}_n e^{i\sigma T_1} + k_1 A_n^2 \bar{A}_n = 0 \quad (24)$$

$$k = \frac{\left( -v_1 \omega_n + \frac{1}{2} v_1 \Omega_1 \right) \int_0^1 \bar{Y}_n' \bar{Y}_n dx + i \left( -v_0 v_1 + \frac{1}{2} P_1 \right) \int_0^1 \bar{Y}_n'' \bar{Y}_n dx}{2 \left\{ i \omega_n \int_0^1 Y_n \bar{Y}_n dx + v_0 \int_0^1 Y_n' \bar{Y}_n dx \right\}}$$

Modülasyon denklemlerinin yeni hali

$$\alpha'_n = -a_n (k_R \cos \gamma - k_I \sin \gamma) \quad (25)$$

$$\gamma'_n = \sigma + 2k_R \sin \gamma + 2k_I \cos \gamma + \frac{1}{2} a_n^2 k_{2I} \quad (26)$$

$$\gamma_n = \sigma T_1 - 2\beta_n$$

şeklinde yazılır. Denklemlerin ortak çözümünden

$$\sigma = -\frac{1}{2} a_n^2 k_{2I} \pm 2\sqrt{k_R^2 + k_I^2} \quad (27)$$

elde edilir. Kararlılık sınırları ise

$$-\frac{1}{2} a_n^2 k_{2I} - 2\sqrt{k_R^2 + k_I^2} < \sigma < 2\sqrt{k_R^2 + k_I^2} - \frac{1}{2} a_n^2 k_{2I} \quad (28)$$

şeklinde ifade edilir. Basit çözümün kararlılığı için karmaşık genlikte bir dönüşüm yapılır.

$$A_n = \frac{1}{2} (p_n + i q_n) e^{i \frac{\sigma_n T_1}{2}}$$

Bu dönüşüme göre elde edilen yeni genlik faz modülasyon parametreleri kullanılarak Jakobiyen matris elde edilir

$$J_n = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial p_n} & \frac{\partial F_1}{\partial q_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial p_n} & \frac{\partial F_2}{\partial q_n} \end{bmatrix}_{p_n=q_n=0}$$

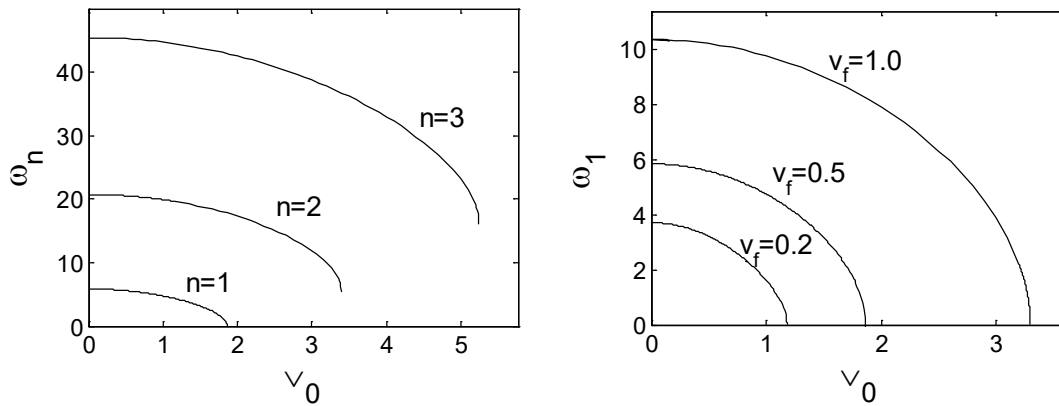
Yine genlik faz modülasyon denklemlerinin ortak çözümünden basit çözüm kararlılık sınırları elde edilir.

$$\lambda_{1,2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{4(k_R^2 + k_I^2) - (\sigma_n)^2} \quad (29)$$

$$-2\sqrt{k_R^2 + k_I^2} < \sigma_n < 2\sqrt{k_R^2 + k_I^2} \quad (30)$$

### SAYISAL SONUÇLAR

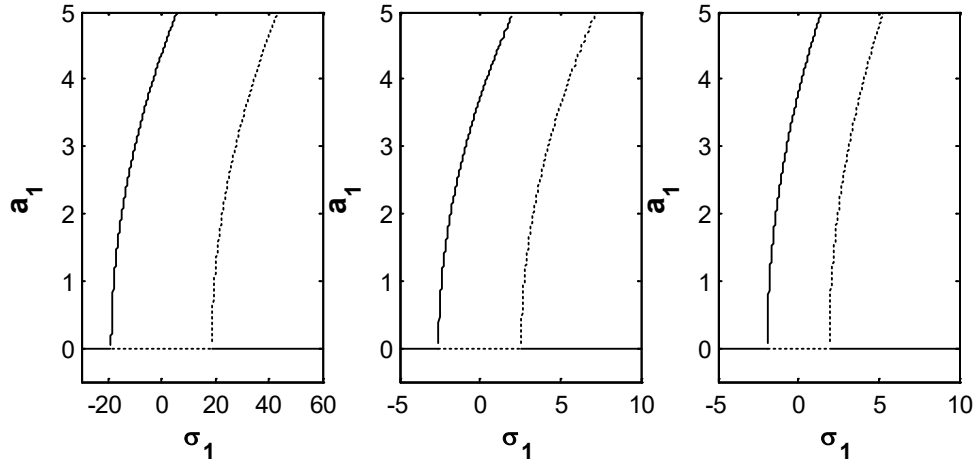
Elde edilen sayısal sonuçlar bu bölümde ortaya konulacaktır. Şekil 1’de ilk üç mod için doğal frekansların aksenal hıza bağlı değişimi ve birinci mod için kiriş eğilme rijitliğine (direngenliğine) bağlı olarak doğal frekans hız ilişkisi gösterilmiştir. Burada aksenal hareketli ortamların genel karakteristiği olan hıza bağlı olarak doğal frekans değerlerinin düşüşü görülmektedir. Ayrıca eğilme rijitliği arttıkça frekans değerleri artmaktadır.



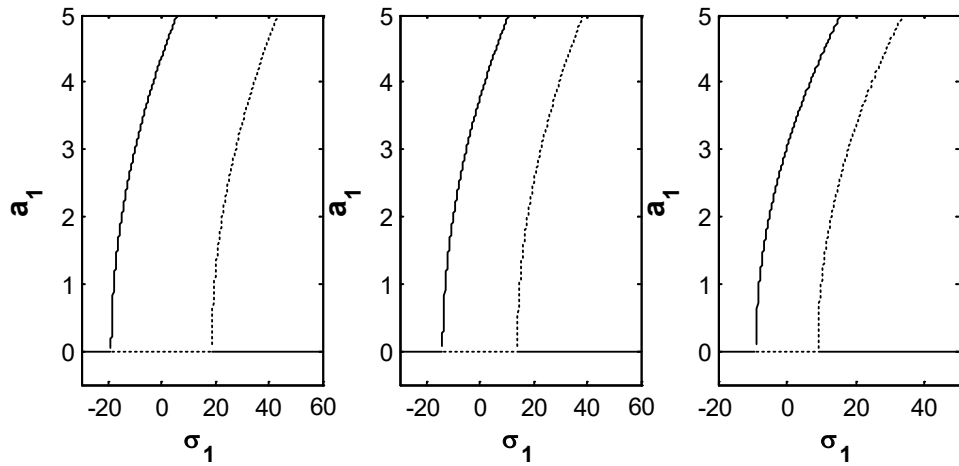
Şekil 1. İlk üç mod ve kiriş direngenliğine bağlı doğal frekans aksenal hız ilişkisi

Şekil 2’de ortalama aksenal kuvvet ( $P_0$ ) değerinin değişimine bağlı frekans tepki grafiği verilmiştir. Burada aksenal kuvvetin frekans tepki grafiğini daralttığı basit çözüm kararsızlık sınırını azalttığı görülmektedir. Doğrusal olmayan modelin sertleştirici davranışı grafiklerden gözlenmektedir.

Şelik 3 yine frekans tepki grafiğidir. Burada frekans tepki ilişkisi, ortalama kuvvet etrafında çalkalanmayı temsil eden kuvvet genişliğinin ( $P_1$ ) değişimine bağlı olarak incelenmiştir. Ortalama aksenal kuvvet te olduğu gibi burada da kuvvet artışı frekans tepki grafiklerinde daralma meydana getirmektedir. Yine sertleştirici davranış vardır.



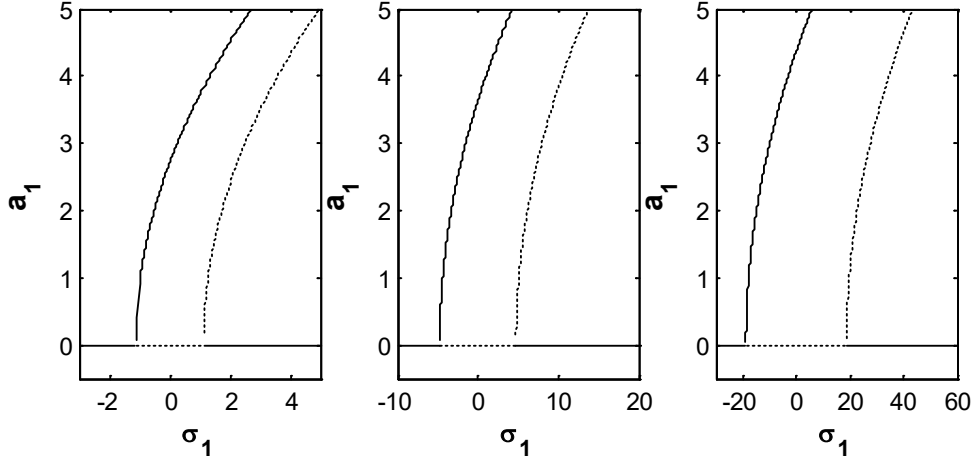
Şekil 2. Frekans tepki grafikleri  
( $v_0=2.69$ ,  $v_1=0.9$ ,  $P_1=1$ ,  $P_0=1-5-8$ ,  $\omega=0.78862-5.702897-7.58071$ )



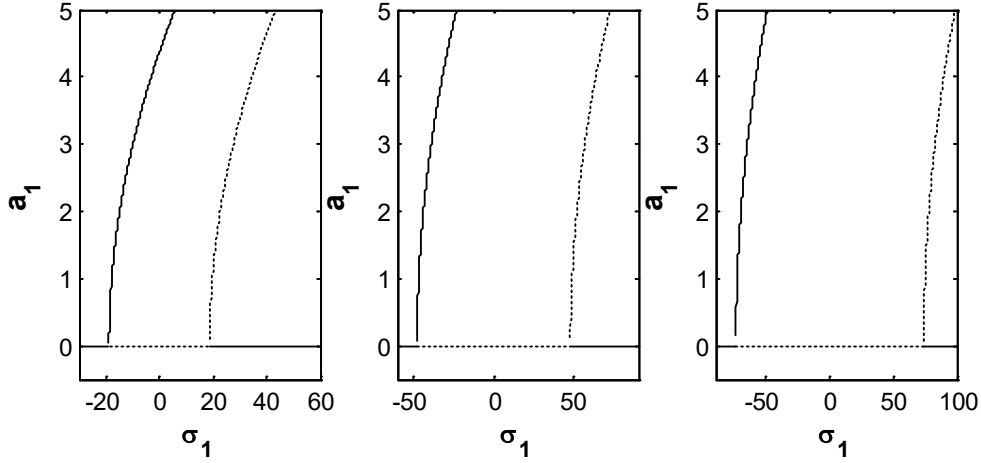
Şekil 3. Frekans tepki grafikleri  
( $v_0=2.69$ ,  $v_1=0.9$ ,  $P_0=1$ ,  $P_1=1-2-3$ )

Şekil 4, ortalama hızın ( $v_0$ ) değişimine göre frekans tepki ilişkisini ortaya koymaktadır. Burada görülen frekans tepki grafiğinin genişlediğidir. Hız değeri arttıkça grafik genişlemekte ve basit çözüm kararsızlık bölgesi artmaktadır. Doğrusal olmayan sertleştirici etki görülmektedir.

Şekil 5, ortalama hız etrafında çalkalanmayı temsil eden hız genliğinin ( $v_1$ ) değişimine bağlı olarak frekans tepki davranışını ortaya koymaktadır. Ortalama hızda olduğu gibi burada da hız genliğinin artışı frekans tepki grafiklerinde açılmaya sebep olmaktadır. Sertleştirici davranış mevcuttur.



Şekil 4. Frekans tepki grafikleri  
( $P_0=1$ ,  $P_1=1$ ,  $v_1=0.9$ ,  $v_0=1.5-2.5-2.69$  )



Şekil 5. Frekans tepki grafikleri  
( $v_0=2.69$ ,  $P_0=1$ ,  $P_1=1$ ,  $v_1=0.9-2-3$ )

## SONUÇLAR

Bu çalışmada eksenel hareketli kiriş titreşimlerinin doğrusal olmayan modeli ele alınmıştır. Kirişin bir ortalama değer etrafında değişkenlik gösteren eksenel hız ve eksenel kuvvet etkisi altında olduğu kabul edilmiştir. Modelin analizi için bir peerturbasyon yöntemi olan çok zaman ölçekli yöntem kullanılmıştır. Birleşik parametrik titreşim analizi yapılmıştır. Birleşik parametrik rezonans koşulu matematiksel olarak ifade edilmiştir. Rezonans ve kararlılık analizleri yapılmıştır. Kararlılık sınırları ayar parametresi üzerinden belirlenmiştir. Genlik ve ayar parametresi ile temsil edilen frekans-tepki grafikleri hem hız hem de kuvvet etkilerinin değişimine göre ifade edilmiştir. Hem ortalama hem de ortalama etrafında değişimi ifade eden kuvvet genliklerinin artışının frekans tepki grafiğinde daralmaya sebep olduğu, yine ortalama ve ortalama etrafında değişimi ifade eden hız genliklerinin artışının frekans tepki grafiklerinde genişlemeye sebep olduğu ortaya konulmuştur. Grafiklerdeki daralma basit çözümün kararsızlık bölge sınırlarını azaltmış, genişleme ise kararlılık sınırlarını artırmıştır.

**KAYNAKLAR**

- [1] Ulsoy, A.G., Mote JR., C.D., and Syzmani, R., "Principal developments in band saw vibration and stability research", *Holz als Roh- und Werkstoff* 36, 1978, 273-280.
- [2] Wickert, J.A., and Mote Jr., C.D., "Current research on the vibration and stability of axially moving materials", *Shock and Vibration Digest* 20(5), 1988, 3-13.
- [3] Li-Qun Chen (2010). *Nonlinear Vibrations of Axially Moving Beams*, Nonlinear Dynamics, Todd Evans (Ed.), ISBN: 978-953-7619-61-9, InTech,
- [4] Wickert, J.A., Mote Jr., C.D., "Response and discretization methods for axially moving materials", *Applied Mechanics Reviews* 44 (11), 1991, 279-284.
- [5] Ulsoy, A.G., Mote Jr., C.D., "Analysis of bandsaw vibration", *Wood Science* 13 (1), 1980, 1-10.
- [6] Miranker, W.L., "The wave equation in a medium motion", *IBM Journal of Research and Development* 4, 1960, 36-42.
- [7] Mote Jr., C.D., "Stability of systems transporting accelerating axially moving materials", *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control* 97, 1975, 96-98.
- [8] Pakdemirli, M., Ulsoy, A.G., and Ceranoğlu, A., "Transverse vibration of an axially accelerating string", *Journal of Sound and Vibration* 169, 1994, 179-196.
- [9] Mockenstrum, E.M., Perkins, N.C., and Ulsoy, A.G., "Stability and limit cycles of parametrically excited, axially moving strings", *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 118, 1994, 346-350.
- [10] Pakdemirli, M., and Batan, H., "Dynamic stability of a constantly accelerating strip", *Journal of Sound and Vibration* 168(2), 1993, 371-378.
- [11] Öz, H.R., Pakdemirli, M., "Vibrations of an axially moving beam with time dependent velocity", *Journal of Sound and Vibration* 227(2), 1999, 239-257.
- [12] Pakdemirli, M., and Öz, H.R., "Infinite mode analysis and truncation to resonant modes of axially accelerated beam vibrations", *Journal of Sound and Vibration* 311, 2008, 1052-1074.
- [13] Öz, H.R., "On the vibrations of an axially travelling beam on fixed supports with variable velocity", *Journal of Sound and Vibration* 239(3), 2001, 556-564.
- [14] Païdoussis, M. P., Li, G. X., "Pipes Conveying Fluid: A Model Dynamical Problem", *Journal of Fluids and Structures*, 7 (2), 1993, 137-204.
- [15] Öz, H.R., Boyacı, H., "Transverse Vibrations Of Tensioned Pipes Conveying Fluid With Time-Dependent Velocity", *Journal of Sound and Vibration*, 236(2), 2000, 259-276.
- [16] Öz, H.R., "Nonlinear vibrations and stability analysis of tensioned pipes conveying fluid with variable velocity", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Volume 36, Issue 7, October 2001, Pages 1031-1039.
- [17] Panda, L.N., Kar, R.C., "Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with combination, principal parametric and internal resonances", *Journal of Sound and Vibration* 309, 2008, 375-406.
- [18] Özhan, B. B., Pakdemirli, M., "A general solution procedure for the forced vibrations of a continuous system with cubic nonlinearities: Primary resonance case", *Journal of Sound and Vibration* 325, 2009, 894-906.

- [19] Özhan, B. B., Pakdemirli, M., “A general solution procedure for the forced vibrations of a system with cubic nonlinearities: Three-to-one internal resonances with external excitation”, *Journal of Sound and Vibration* 329, 2010, 2603-2615.
- [20] Özhan, B. B., Pakdemirli, M., “Principal parametric resonances of a general continuous system with cubic nonlinearities”, *Applied Mathematics and Computation* 219, 2012, 2412-2423.
- [21] Chen, L.Q., Chen, H., Lim, C.W., “Asymptotic analysis of axially accelerating viscoelastic strings”, *International Journal of Engineering Science* 46 (10), 2008, 976-985.
- [22] Lee, U., Oh, H., “Dynamics of an axially moving viscoelastic beam subject to axial tension”, *International Journal of Solids and Structures* 42 , 2005, 2381-2398.
- [23] Chen, L.Q., Yang, X..D., “Stability in parametric resonance of axially moving viscoelastic beams with time-dependent speed”, *Journal of Sound and Vibration* 284, 2005, 879–891.
- [24] Chen, L.Q., Yang, X..D., Cheng, C.J., “Dynamic stability of an axially accelerating viscoelastic beam”, *European Journal of Mechanics A/Solids* 23, 2004, 659-666.
- [25] Gayesh, M.H., “Nonlinear transversal vibration and stability of an axially moving viscoelastic string supported by a partial viscoelastic guide”, *Journal of Sound and Vibration* 314, 2008, 757-774.
- [26] Sahebkar, S.M., Ghazavi, M.R., Khadem, S.E., Ghayesh, M.H., “Nonlinear vibration analysis of an axially moving drillstring system with time dependent axial load and axial velocity in inclined well” *Mechanism and Machine Theory* 46, 2011,743-760.
- [27] Nayfeh, A.H., “The response of non-linear single-degree-of-freedom systems multifrequency excitations” *Journal of Sound and Vibration* 102(3), 1985, 403-414.
- [28] Abdelhafez, H. M., “Resonance of a nonlinear forced system with two-frequency parametric and self-excitations” *Mathematics and Computers in Simulation* 66, 2004, 69–83.
- [29] Özhan, B. B., *Vibration and Stability Analysis of Axially Moving Beams with Variable Speed and Axial Force*, *International Journal of Structural Stability and Dynamics* 14(6), 2014, (DOI: 10.1142/S0219455414500151)
- [30] Bo Zhu, Youheng Dong, Yinghui Li, Nonlinear dynamics of a viscoelastic sandwich beam with parametric excitations and internal resonance, *Nonlinear Dyn* (2018) 94:2575–2612 <https://doi.org/10.1007/s11071-018-4511-8>
- [31] Yi Sun, Wen-Bin Shangguan, Jinhua Jiang, Subhash Rakheja, Modeling of serpentine belt accessory drive system coupled vibrations and utilizing nonlinear tensioner to enhance performances, *Mechanical Systems and Signal Processing* 178 (2022) 109308
- [32] A. M. Romanenkov, On Solutions of the Equation of Small Transverse Oscillations of a Moving Web *Mathematics*, 2022, Vol. 55, No. 2, pp. 235–242. © Pleiades Publishing, Ltd., 2022.
- [33] Sanjay Kumar Raj, Bamadev Sahoo, Alok Ranjan Nayak, L.N. Panda, Parametrically excited axially accelerating viscoelastic beam subjected to time-varying axial speed, longitudinally varying axial tension and internal resonance, *International Journal of Non-Linear Mechanics* 147 (2022) 104213
- [34] A.H. Nayfeh, *Introduction to Perturbation Techniques*, Wiley, New York, 1981.



## PET ATIKLARININ SÜRDÜRÜLEBİLİRLİK AÇISINDAN ALTERNATİF KULLANIMININ ARAŞTIRILMASI

Müyesser Zülal Karabacak<sup>1</sup>, Mehmet Tolga Göğüş<sup>2</sup> ve Abdülkadir Güleç<sup>3</sup>

<sup>1,2</sup>İnşaat Mühendisliği Bölümü-Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep

<sup>3</sup>Teknik Bilimler MYO- Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Kahramanmaraş

### ABSTRACT

Polyethylene terephthalate (PET) is the most widely used type of plastic in the world. This widespread usage leads to the generation of large amounts of waste. Approximately 0.5% of PET waste ends up in the oceans, is incinerated improperly, or is left to undergo decomposition processes in nature, which take an extremely long time [1]. This contributes to environmental pollution and increases carbon emissions. For these reasons, PET recycling is of great importance in terms of sustainability. However, current recycling processes are often insufficient and lead to various environmental problems such as energy loss, increased carbon footprint, and degradation of the product. Therefore, countries have begun to move away from the take-use-dispose model and have started initiatives under the principle of reuse–repair–recycle to extend the life cycle of products. This study aims to contribute to the circular economy action plan by reusing PET waste without subjecting it to conventional recycling processes. The circular economy action plan aims to reduce waste generation and promote the more efficient use of materials. In this research, PET will continue its life cycle without degradation, contributing to sustainability and energy savings. For this purpose, the usability of melted PET waste as a binding material in mortar will be investigated. In this way, sustainable construction materials will also be supported.

Keywords: Polietilen Tereftalat (PET); compression strength; recycle; sustainability.

### ÖZET

Dünyada en çok kullanılan plastik türü polietilen tereftalattır (PET). Bu yaygın kullanım, beraberinde yüksek miktarda atık oluşumunu da getirmektedir. PET atıklarının yaklaşık %0,5'i okyanuslara karışmakta, bilinçsizce yakılmakta veya doğada çözünmesi oldukça uzun zaman alan süreçlere bırakılmaktadır [1]. Bu da çevre kirliliğini ve karbon salınımını artırmaktadır. Bu nedenlerle, PET geri dönüşümü sürdürülebilirlik açısından büyük önem taşımaktadır. Ancak mevcut geri dönüşüm süreçleri çoğu zaman yetersiz kalmakta ve enerji kaybı, karbon ayak izi, ürünün bozulması gibi çeşitli çevresel sorunlara yol açmaktadır. Bu sebeplerle, ülkeler artık al-kullan-at modeli yerine, ürünlerin yaşam döngüsünü devam ettirmek için yeniden kullan–tamir et–geri dönüştür ilkesi altında çalışmalar başlatmıştır. Bu çalışmada, PET atıklarının geri dönüşüm sürecine tabi tutulmadan yeniden kullanılması ve dögüsel ekonomi eylem planına katkı sağlaması amaçlanmaktadır. Dögüsel ekonomi eylem planı, atık üretimini azaltmayı ve malzemelerin daha verimli kullanılmalarını

hedeflemektedir. Bu araştırmada, PET yaşam döngüsünü bozulmadan devam ettirecek, sürdürülebilirliğe ve enerji tasarrufuna katkı sağlayacaktır. Bunun için, eritilen PET atıklarının harç içinde bağlayıcı bir malzeme olarak kullanılabilirliği araştırılacaktır. Bu sayede, sürdürülebilir yapı malzemeleri de desteklenecektir.

Anahtar kelimeler: Polietilen Tereftalat (PET); basınç dayanımı; geri dönüşüm; sürdürülebilirlik.

## GİRİŞ

Günümüz dünyası; iklim değişiklikleri, su ve gıda krizleri, biyoçeşitlilik kaybı ve doğal kaynakların tükenmesi gibi pek çok tehditle karşı karşıyadır. Bu tehditlere karşılık olarak ülkeler çeşitli önlemler almaya başlamış, bu kapsamda geri dönüşüm ve sürdürülebilirlik kavramları büyük ölçüde önem kazanmıştır. Kullanımı en yaygın plastik türlerinden biri olan Polietilen Tereftalat (PET), doğada çözünmesi oldukça zor bir malzemedir. Geri dönüşüm yoluyla PET'in çevreye olan olumsuz etkisi azaltılabilir; böylece çevre kirliliği önlenirken doğal kaynakların da korunması sağlanabilir. Türkiye'de de bu doğrultuda; geri dönüşüm kutularının yaygınlaştırılması, depozito sistemlerinin planlanması gibi çeşitli projelerle sürdürülebilirliğe yönelik adımlar atılmaktadır. Ancak kullanılan plastik miktarına kıyasla geri dönüşüm oranları halen oldukça düşüktür. 2021 yılında dünya genelinde yıllık PET üretimi 55 milyon tonun üzerindedir ve bunun yanında 2030 yılına kadar 42 milyon metrik tonluk bir talebe ulaşması beklenmektedir [2,3]. Buna rağmen, dünya genelinde plastik atıkların yalnızca %9'u geri dönüştürülebilmektedir [4]. Ayrıca geri dönüşüm çevre dostu bir yöntem olarak görülse de tamamen temiz bir süreç değildir. PET, geri dönüşüm sürecinde kalitesini kaybeder ve yalnızca belirli alanlarda yeniden kullanılabilir hale gelir. Plastik türlerinin ayrıştırılması hem maliyetli hem de zaman alıcıdır. En dikkat çekici sorun ise, 1 kilogram geri dönüştürülmüş PET için yaklaşık 3,48 litre su kullanılmakta olmasıdır [5]. Tüm bu olumsuzluklar göz önüne alındığında, PET'in yeniden kullan-tamir et- geri dönüştür ilkesiyle tekrar tekrar kullanılması hedeflenmektedir. Örneğin, bazı çalışmalarda plastik atıklar beton içinde iri agrega olarak kullanılmış; başka bir çalışmada ise reçine hâline getirilerek çimento yerine değerlendirilmiştir [6,7]. Bu araştırmalar sonucunda kullanılabilir alternatif malzemeler elde edilmiştir. Bu çalışmada ise PET parçaları eritilerek farklı oranlarda kum ile birleştirilecektir. Araştırmanın temel amacı, plastik atıkların geri dönüşüm sürecine ihtiyaç duyulmadan döngüsüne devam edebilmesini sağlamaktır. Böylece hem enerji tasarrufu sağlanması hem de su ayak izinin azaltılması hedeflenmektedir. Ayrıca kullanılan PET'in malzemeye basınç mukavemeti, kimyasal dayanım ve süneklik kazandırması beklenmektedir. Bununla birlikte, çimento kullanımının ortadan kalkmasıyla üretim tesislerinden salınan sera gazlarının azalacağı ve bu sayede iklim değişikliğiyle mücadeleye katkı sağlanacağı öngörülmektedir. Çalışma sonunda elde edilen malzemenin basınç dayanımı değerlendirilecek; malzemenin kent mobilyaları, kaldırım taşları, saksılar, korkuluk direkleri ve okul sıraları gibi alanlarda kullanılabilirliği araştırılacaktır.

## MATERYAL VE YÖNTEM

### Kullanılan Malzemeler

**Polietilen Tereftalat (PET) atıkları:** Hafif, şeffaf ve geri dönüştürülebilir bir termoplastiktir. Mekanik olarak yüksek çekme dayanımına sahiptir. Sert yüzeyi ve darbe direnci sayesinde ambalaj, tekstil ve yapı sektörlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. 250–260°C aralığında eriyen PET, ısıya ve kimyasallara karşı belirli bir direnç gösterir. Zayıf asit ve bazlara dayanıklıdır; yağlar ve alkollerden etkilenmez. Geri dönüşüm kodu "1" olan PET,

sürdürülebilirlik açısından avantaj olduğundan yapı malzemelerinde alternatif bağlayıcı veya dolgu elemanı olarak değerlendirilebilir. Deneylerde kullanılan PET atıkları Şekil 1’de görülmektedir. Ayrıca, TS-EN-ISO 9002’ye göre tek kullanımlık PET malzemelerde olması gereken özellikler Çizelge 1’de verilmiştir.



Şekil 1. Deneyde kullanılan PET atıkları

Çizelge 1. TS-EN-ISO 9002’ye göre tek kullanımlık PET malzemelerin özellikleri

Kimyasal yapı	%100 Polietilen
Özgül ağırlık	0.91 g/cm <sup>3</sup>
Emilim	Nadiren
Erime noktası	160°C
Tutuşma sıcaklığı	250°C
Isıl iletkenlik	Düşük
Elektriksel iletkenlik	Düşük
Çekme dayanımı	300–400 N/mm <sup>2</sup>
Elastik modül	4000 N/mm <sup>2</sup>

**Doğal Kum:** Maksimum tane boyutu 2 mm ve 1 mm olan kum kullanılmıştır. İnce agrega olarak karışımlarda yer almıştır.

#### Numune Hazırlama

Çalışmada dört farklı kütle oranında PET-kum karışımı hazırlanmıştır:

- %100 PET
- %75 PET – %25 kum
- %50 PET – %50 kum
- %25 PET – %75 kum

Isıl işlem uygulanmış PET parçaları, çimento yerine kısmi bağlayıcı görevi görmesi sağlanmıştır. Belirlenen oranlarda hazırlanan PET ve kum karışımı, PET’in erimesini sağlamak amacıyla elektrikli ocakta ısıtılmıştır. PET tamamen sıvı hale geldikten sonra, önceden tartılmış ince kum karışımına ilave edilmiş ve homojen bir yapı elde edilene kadar karıştırma işlemine devam edilmiştir. Elde edilen karışım, 50×50×50 mm boyutlarındaki

prizmatik kalıplara dökülmüştür. Karışımın kalıplara düzgün ve boşluksuz bir şekilde yerleşmesini sağlamak amacıyla, tahta bir çubuk yardımıyla şişleme işlemi uygulanmıştır. Numuneler kalıplarda yaklaşık 2–3 saat bekletildikten sonra çıkarılmış ve ortam sıcaklığında (22–25 °C) tamamen soğumaya bırakılmıştır.

İlk aşamada, kullanılan kumun maksimum tane çapı 2 mm olarak belirlenmiştir. Ancak soğuma süreci sırasında kum tanelerinin dibine çökerek homojenliğin bozulduğu gözlemlenmiştir. Bu durum üzerine, karışımın stabilitesini artırmak amacıyla maksimum agrega çapı 1 mm'ye düşürülmüş ve farklı tane boyutlarının numune içindeki dağılım üzerindeki etkisi karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Bu değişikliklerle birlikte, karışımın daha homojen bir yapıda olduğu ve agreganın dağılımının daha dengeli gerçekleştiği tespit edilmiştir. Hazırlanan 2mm kum ile hazırlanan numune örnekleri Şekil 2'de görülmektedir.



Şekil 2. Hazırlanan numune örnekleri

### BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, farklı oranlarda PET atıkları ve doğal agrega kullanılarak hazırlanan numunelerin basınç dayanım özellikleri incelenmiştir. Basınç dayanımının belirlenmesi için TS EN 12390-3 standardına uygun olarak üretilen numuneler test edilmiştir. Testlerde kullanılan deney düzeneği Şekil 3'te görülmektedir.



Şekil 3. Basınç testi deney düzeneği

Numunelerin soğuma aşamasında yüzeylerinde çatlamlar oluştuğu tespit edilmiştir. Bu çatlamlar, eriyen PET'in hızlı soğuma sırasında ani büzülmesinden kaynaklanmaktadır. Bu sorunun çözümü için, sonrasında üretilen numunelerin daha yavaş ve kontrollü bir şekilde

soğutulması için hazırlandıktan sonra etüvde kademeli olarak soğuması sağlanmıştır. Bu şekilde, iç gerilmelerin ve çatlak oluşumunun azaltıldığı görülmüştür.

%100 PET içeren numunelerde, malzemenin gevrekliği belirgin şekilde gözlemlenmiştir. Bu numuneler oldukça gevrek bir yapıya sahip olmuş ve ani kırılma göstermiştir. Bu durum, yalnızca PET kullanılarak üretilen bir beton benzeri malzemenin yapısal uygulamalarda kullanılamayacağı görülmüştür.

Farklı maksimum dane çapına sahip kumlarla (2mm ve 1mm) hazırlanan numuneler karşılaştırıldığında, kütlece hazırlanan karışımlarda agrega oranının artmasıyla birlikte dayanımın da arttığı gözlemlenmiştir. Özellikle %25 PET – %75 kum oranlarıyla hazırlanan numunelerin, hem 2 mm hem de 1 mm kumlarla daha dengeli ve dayanıklı sonuçlar verdiği görülmüştür. Buna karşılık, %75 PET – %25 kum ve %50 PET – %50 kum oranına sahip numunelerde, özellikle 2 mm altı kum ile yapılan karışımda daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Bu durumun, belli bir orandan sonra PET' in ince malzemeyi daha iyi sarabilmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Basınç dayanımı sonuçları Çizelge 2 'de verilmiştir. Genel olarak, PET'in tek başına kullanılmasının yetersiz olduğu, ancak uygun oranlarda ve doğru agrega seçimiyle birlikte kullanıldığında dayanıklı ve potansiyel olarak sürdürülebilir yapı malzemeleri elde edilebileceği sonucuna varılmıştır.

Çizelge 2. Basınç dayanımı sonuçları

Kütlece karışım oranları	$D_{\text{mak}}=2\text{mm}$ (MPa)	$D_{\text{mak}}=1\text{mm}$ (MPa)
%75 PET %25 kum	2.49	1.06
%50 PET %50 kum	10.06	6.81
%25 PET %75 kum	11.7	14.71

## SONUÇLAR

Bu çalışma kapsamında, Polietilen Tereftalat (PET) atıklarının geleneksel geri dönüşüm süreçlerine girmeden doğrudan yeniden kullanımı esas alınarak, çimento içermeyen, çevre dostu bir yapı malzemesi geliştirilmeye çalışılmıştır. Isıl işlemle hazırlanan PET atıkları, kum ile farklı oranlarda karıştırılarak bağlayıcı özellik göstermesi hedeflenmiş ve bu doğrultuda basınç testleri uygulanmıştır. Yapılan deneyler sonucunda;

- Özellikle %25 PET – %75 kum oranında üretilen numunelerde elde edilen 14.71 MPa basınç dayanımı, bu yeni malzemenin saksı, kaldırım taşı ve kent mobilyası gibi yapısal olmayan uygulamalarda kullanılabileceğini göstermiştir.
- PET ve kumun uygun oranda ve yöntemle karıştırıldığında bağlayıcılık sağlayabildiği ve böylece çimentoya alternatif çevreci bir çözüm oluşturduğu düşünülmektedir.
- PET atıklarının ısıl işlem sayesinde yeniden kullanım performansı artırılabilir hale gelmiştir.

Bu bulgular, “Tekrar Kullan–Tamir Et–Geri Dönüştür” modelinin, yalnızca bireysel tüketim alışkanlıklarında değil, inşaat ve yapı sektöründe de uygulanabilir olduğunu göstermektedir. Proje, Türkiye'nin benimsediği Döngüsel Ekonomi Eylem Planı ile doğrudan örtüşmekte; doğal kaynakların verimli kullanımı, atık üretiminin azaltılması ve sürdürülebilir üretim hedeflerine somut katkı sunmaktadır. Bu yaklaşım sayesinde; enerji tüketimi ve karbon salımı azalmakta, plastik atıklara yüksek katma değerli bir kullanım alanı sağlanmakta, sürdürülebilir ve yerel üretime dayalı bir malzeme modeli oluşturulmaktadır.

Sonuç olarak, bu çalışma; plastik atıkların sorun değil, fırsat olarak değerlendirilebileceğini ortaya koymakta ve yapı sektöründe düşük maliyetli, çevre dostu, sürdürülebilir alternatif malzemelerin üretimi için örnek bir uygulama sunmaktadır.

#### KAYNAKLAR

- [1] Hannah Ritchie, Veronika Samborska, and Max Roser (2023) - "Plastic Pollution" (ulaşım Nisan 27 2025)
- [2] Polyethylene Terephthalate (PET) Market Size, Share Global Analysis Report, 2022-2030, Facts Factors, (2025). <https://www.fnfresearch.com/polyethylene-terephthalate-pet-market> (ulaşım Nisan 27 2025)
- [3] Demand for polyethylene terephthalate worldwide from 2010 to 2020, with a forecast for 2021 to 2030, Statista. (2025). <https://www.statista.com/statistics/1128658/polyethylene-terephthalate-demand-worldwide> (ulaşım Nisan 27 2025)
- [4] Global Plastic Recycling Rate 'Stagnant' at 9%: Study, EcoWatch. (2025). <https://www.ecowatch.com/global-plastic-recycling-rate.html> (ulaşım Nisan 27 2025)
- [5] Jabłońska, Beata. "Water Consumption Management in Polyethylene Terephthalate (PET) Bottles Washing Process via Wastewater Pretreatment and Reuse." *Journal of Environmental Management* 224, 215-224, 2018.
- [6] ISLAM, Md Jahidul; MEHERIER, Md Salamah; ISLAM, AKM Rakinul. Effects of Waste PET as Coarse Aggregate on the Fresh and Harden Properties of Concrete. *Construction and Building materials*, 125, 946-951, 2016.
- [7] REBEIZ, K. S. Precast Use of Polymer Concrete Using Unsaturated Polyester Resin Based on Recycled PET Waste. *Construction and Building Materials*, 10.3, 215-220, 1996.
- [8] Binici, Hanifi, Remzi Gemci, and Hasan Kaplan. "Physical and Mechanical Properties of Mortars Without Cement." *Construction and Building Materials* 28.1, 357-361, 2012.
- [9] Binici, Hanifi. "Effect of aggregate type on mortars without cement." *European Journal of Engineering and Technology* 1.1, 1-6, 2013.
- [10] NORHANA, A. R.; KARTINI, K.; HAMIDAH, M. S. Rubberized-PET and Rubberized-Coconut Shell as Fine Aggregate in Concrete. In: *InCIEC 2015: Proceedings of the International Civil and Infrastructure Engineering Conference*. Springer Singapore, 2016. p. 221-231.
- [11] JASSIM, Ahmad K. Recycling of Polyethylene Waste to Produce Plastic Cement. *Procedia Manufacturing*, 8, 635-642, 2017.



## **TÜRKİYE ADRESLİ 2015-2025 YILLARI ARALIĞINDAKİ SCI İNDEKSLİ MEKANİK ALANINDAKİ YAYINLAR VE BU YAYINLARIN DÜNYADAKİ DURUMU**

Metin Aydogdu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Trakya Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Edirne

### **ABSTRACT**

In this study, the number of indexed publications of Türkiye between 2015-2025 and the world rankings of these publications are given by taking into account the titles within the scope of the congress specified on the web page of the 24th National Mechanics Congress. The examined topics are Continuum Mechanics, Solid Mechanics, Fluid Mechanics, Structure and Material Mechanics, Machine Learning in Computational Mechanics and Non-Local and Meshless Methods.

Keywords: mechanics publications; citations; scientific ranking.

### **ÖZET**

Bu çalışmada 24. Ulusal Mekanik Kongresi web sayfasında belirtilen kongre konu başlıkları dikkate alınarak Türkiye'nin 2015-2025 yılı aralığındaki indeksli yayın sayıları, bu yayınların dünyadaki yeri incelenmiştir. İncelenen konu başlıkları Sürekli Ortamlar Mekaniği, Katı Cisimler Mekaniği, Akışkanlar Mekaniği, Yapı ve Malzeme Mekaniği, Hesaplamalı Mekanikte Makine Öğrenmesi, Yerel Olmayan ve Ağsız Yöntemler olarak seçilmiştir. Bu veriler ülkemizde mekanik alanında yapılan çalışmaların nitelik ve nicelik olarak değerlendirilmesinde kullanılabilir.

Anahtar kelimeler: mekanik yayınları, atıf; bilimsel sıralama.

### **GİRİŞ**

Günümüz üniversiteleri, eski üniversitelerden farklı olarak bilim üretmek ve bu bilimi endüstriye aktarmak durumundadır. Pek çok alanda olduğu gibi üniversite sıralamaları ve yayın analizleri de yapılmakta ve bu incelemeler ülkelerin bilim politikalarını belirlemek amacıyla kullanılmaktadır [1]. Farklı bilimsel alanlarda ülkelerin çalışma performanslarının bibliyometrik olarak incelendiği çalışmalar bulunmaktadır [2-3]. Yayınlar yapılan atıf sayılarının, bilim insanlarının ve basılmış yayınların performans göstergelerinden birisi olduğu değerlendirilmektedir [2-3].

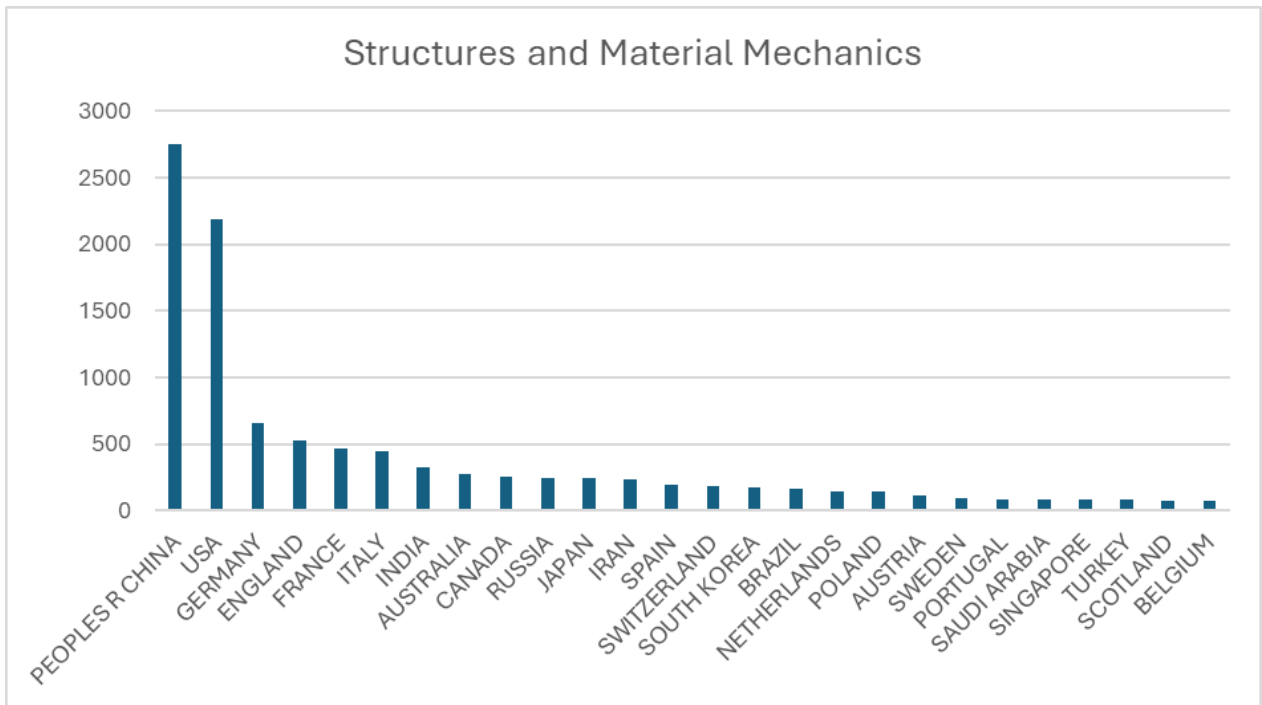
Bu çalışmada Ulusal Mekanik Kongresinde verilen bazı çalışma alanlarında, ülkemiz ve dünyada 2015-2025 yılları arasında üretilen yayın ve atıf sayıları incelenerek, kıyaslamalı bazı çıkarımlar yapılacaktır. Bu amaç ile belirlenen anahtar kelimeler için Türkiye'nin dünyadaki toplam yayın ve atıf sayısı içindeki sıralaması değerlendirilmeye çalışılacaktır.

## YÖNTEM

Bu çalışmada ulusal mekanik kongresi sitesinde verilen çalışma alanlarından seçilen konular için, web of science veri tabanı kullanılarak ülkemizdeki ve dünyadaki 2015-2025 yılları arasındaki yayın ve atıf sayıları belirlenmiş ve bu değerler ile ilgili yorumlar yapılmıştır. Temel araştırma sorusu seçilen anahtar kelimeler için Türkiye'nin yayın ve atıf sayısı sıralamalarında konumunun belirlenmesi ve yorumlanmasıdır. Bu çalışmada, 24. Ulusal Mekanik Kongresi web sayfasında belirtilen kongre konu başlıkları (Anahtar kelimeleri) dikkate alınarak ülkemize ait 2015-2025 yılı aralığındaki yayın sayıları (tam metin) ve atıf sayıları, bu yayın ve atıf sayılarının dünyadaki yeri incelenmiştir. İncelenen konu başlıkları Sürekli Ortamlar Mekaniği, Katı Cisimler Mekaniği, Akışkanlar Mekaniği, Yapı ve Malzeme Mekaniği, Hesaplamalı Mekanikte Makine Öğrenmesi ve Yerel Olmayan ve Ağsız Yöntemler olarak seçilmiştir. İncelemede bu alanların İngilizce karşılıkları kullanılmış ve aşağıda bu karşılıklar parantez içinde sunulmuştur. İncelenen verilerdeki yayın sayısı 10 bin üzerinde ise yıl alt sınır olan 2015 yükseltilecek en fazla 10 bin yayın sayısı bulunmuştur. Bunun nedeni ilgili veri tabanının 10 bin yayın üzerinde analiz yapabilmeye izin vermemesidir. Bu değışiklik yerel olmayan yöntemler ve akışkanlar mekaniği anahtar kelimeleri için yapılmıştır. İnceleme 1 Temmuz 2025 verileriyle yapılmıştır.

## BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada Ulusal Mekanik Kongresi web sayfasında bulunan konular başlığı altındaki konulardan seçilen altı anahtar çalışma alanı için web of science verileri çıkarılmıştır. Aşağıda her bir anahtar kelime için incelemeler sunulmuştur.



Şekil 1. Yapı ve Malzeme Mekaniği konusunda dünyada yapılan çalışmalar

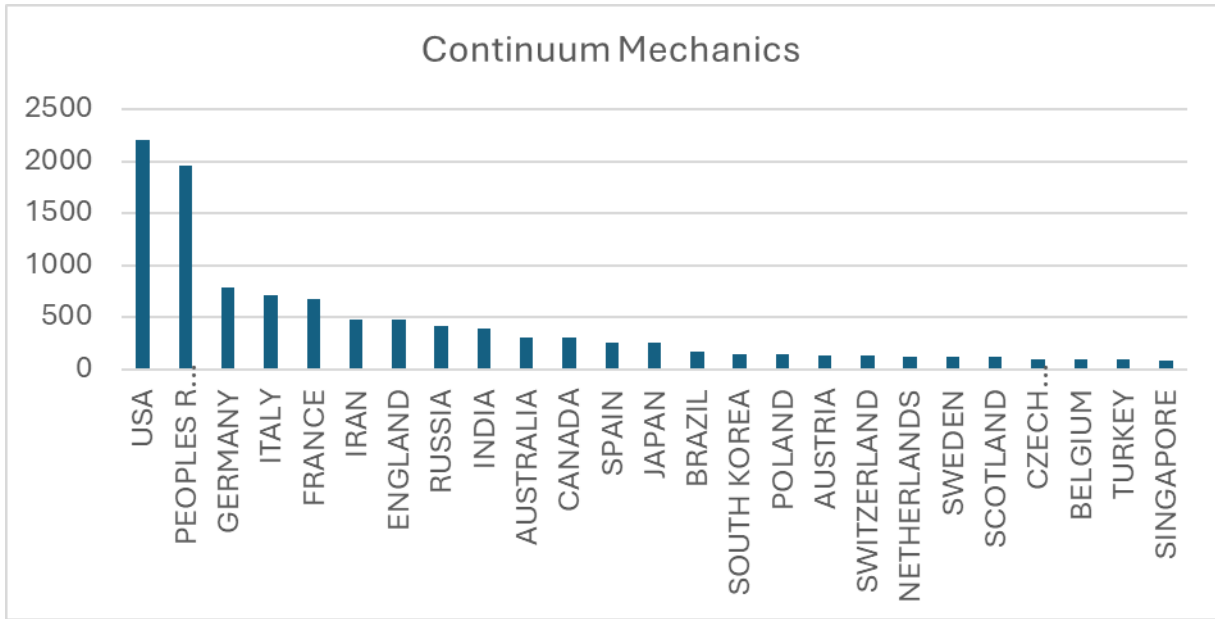
### Yapı ve Malzeme Mekaniği Anahtar Kelimesi (Structure and Material Mechanics)

Yapı ve malzeme mekaniği alanında dünyada toplam yayın sayısı 8.590, toplam atıf sayısı 162,340, olup ortalama atıf sayısı 18.9 dur. Bu alanda Türkiye 83 makale ile 24. sırada yer

almıştır. Türkiye'nin ilgili yayınlara aldığı atıf sayısı 1350 iken ortalama 16.27'dir. Ülkemiz dünyadaki yayın sayısı toplamın %0,96'sını oluşturmaktadır. Bu konu başlığında ortalama atıf sayımız dünya ortalamasının altındadır. Bu alanda en yüksek katkı sağlayan üç ülke sırasıyla Çin (%32), ABD (%25) ve Almanya (%7.66) dır (Şekil 1).

### Sürekli Ortamlar Mekaniği Anahtar Kelimesi (Continuum Mechanics)

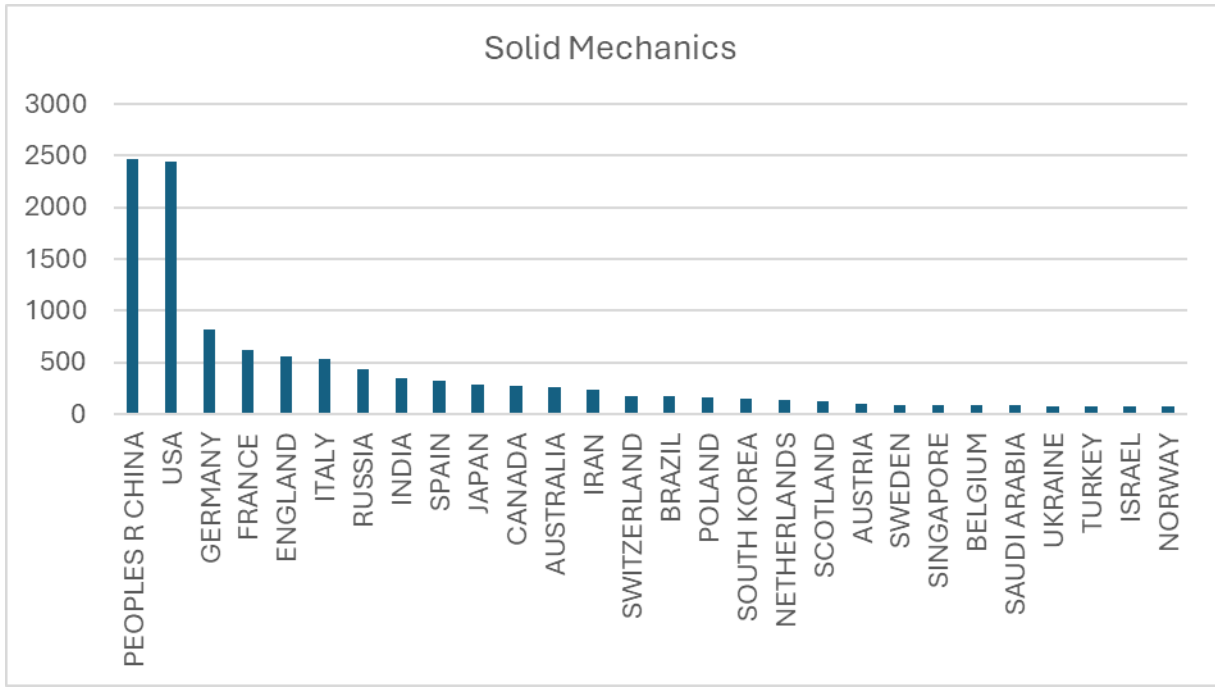
Sürekli ortamlar mekaniği alanında dünyada toplam makale sayısı 8.714 tür. Bu makalelere gelen toplam atıf sayısı 144.600 iken ortalama atıf sayısı 16.59'dur. Türkiye bu alanda 88 yayın ile dünyada 24. sırada yer almaktadır. Yayınlarımıza yapılan atıf sayısı toplamı 2.368 ve ortalama atıf sayısı 26,91'dir. Bu alandaki atıf sayısı ortalamamız dünya ortalamasının üzerindedir. Bu alanda en yüksek katkı sağlayan üç ülke sırasıyla ABD (%25), Çin (%22), ve Almanya (%9) dır (Şekil 2).



Şekil 2. Sürekli Ortamlar Mekaniği konusunda dünyada yapılan çalışmalar

### Katı Mekaniği Anahtar Kelimesi (Solid Mechanics)

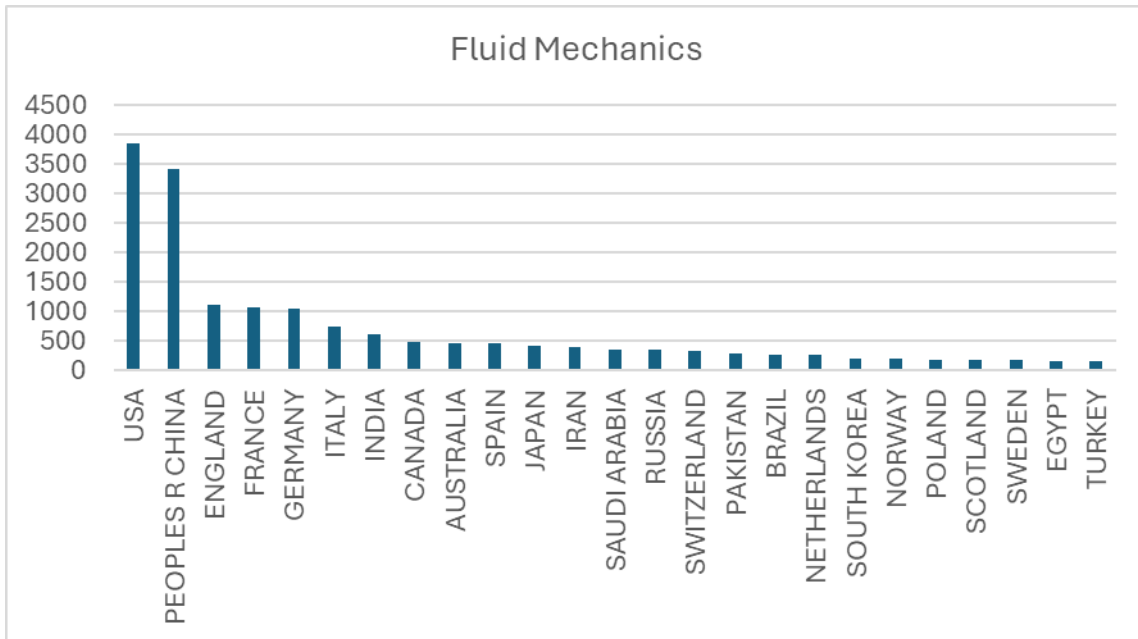
Katı cisim mekaniği alanında dünyada yayın sayısı toplamı 9.089 dur. Bu yayınlara yapılan toplam atıf sayısı 156.594'tür. Ortalama atıf sayısı 17.23' tür. Bu alanda Türkiye adresli yayın sayısı 35 adet makale ile dünyada 26. sıradadır. Türkiye adresli bu yayınlara verilen toplam atıf sayısı 94 olup ortalama atıf sayısı 2,69'a karşı gelmektedir. Bu alanda en yüksek katkı sağlayan üç ülke sırasıyla Çin (%27), ABD (%26), ve Almanya (%9) dır (Şekil 3).



Şekil 3. Katı Cisimler Mekanîği konusunda dünyada yapılan çalışmalar

#### Akışkanlar Mekanîği Anahtar Kelimesi (Fluid Mechanics)

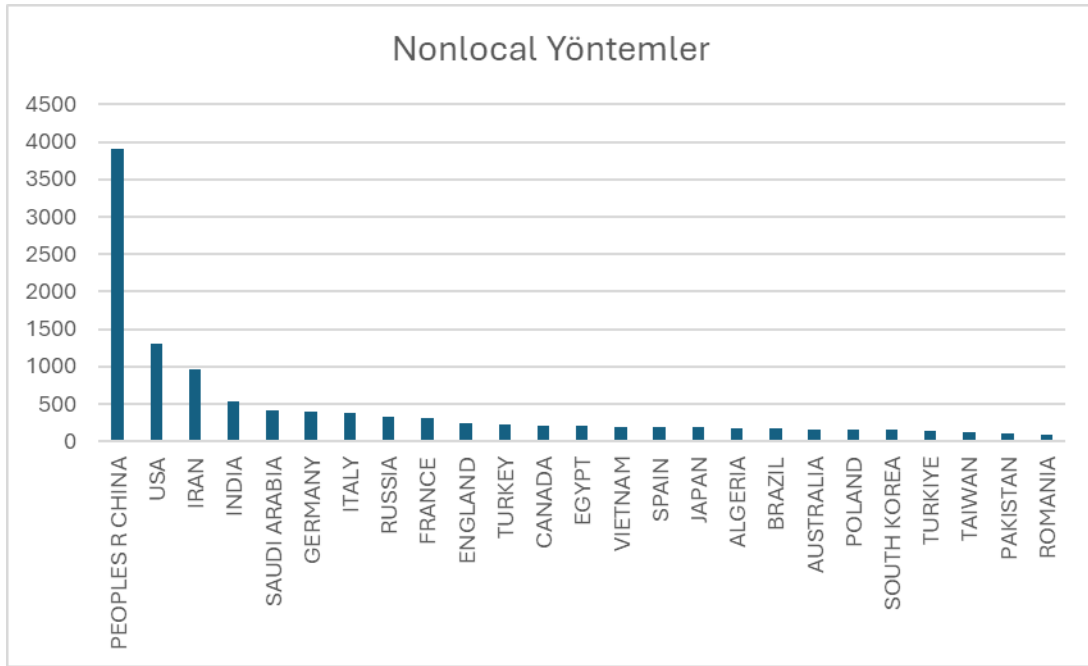
Akışkanlar mekanîği alanında dünyada yayınlanan toplam 13.891 yayına, toplamda 106.626 atıf verilmiş ve ortalama atıf sayısı 11,2'dir. Bu alanda Türkiye 154 makale ile 25. sıradadır. Bu yayınlara verilen toplam atıf sayısı 2.043 ortalama atıf sayısı 17,92' dir. Bu anahtar kelime için 114 yayım dikkate alınmıştır. Bu alanda en yüksek katkı sağlayan üç ülke sırasıyla ABD (%27), Çin (%24) ve İngiltere (%8) dir (Şekil 4).



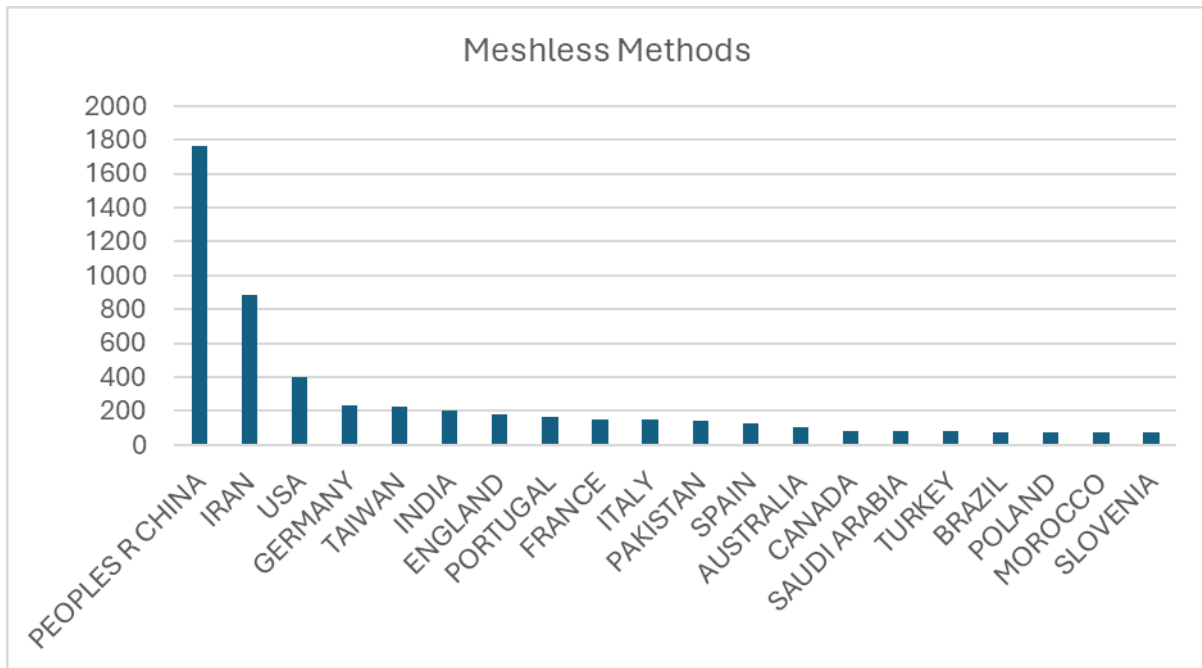
Şekil 4. Akışkanlar Mekanîği konusunda dünyada yapılan çalışmalar

### Yerel Olmayan Yöntemler (Nonlocal Methods 2018-2025)

Bu anahtar kelime için 2015-2025 yılları arası yayın sayısı 10 bin üzerinde olduğu için analiz 2018-2025 yılları arasında yapılmıştır. Yerel olmayan elastisite konusunda dünyada yapılan toplam yayın sayısı 9.246, toplam atıf sayısı 124.372 ortalama atıf sayısı 13,45'tir. Bu alanda Türkiye 370 makale ile 11. sırada yer almıştır. Türkiye'nin toplam atıf sayısı 7.354 ortalama atıf sayısı ise 19,88'dir. Bu alanda en yüksek katkı sağlayan üç ülke sırasıyla Çin (%46), ABD (%14) ve İran (%10) dır (Şekil 5).



Şekil 5. Yerel Olmayan Yöntemler konusunda dünyada yapılan çalışmalar



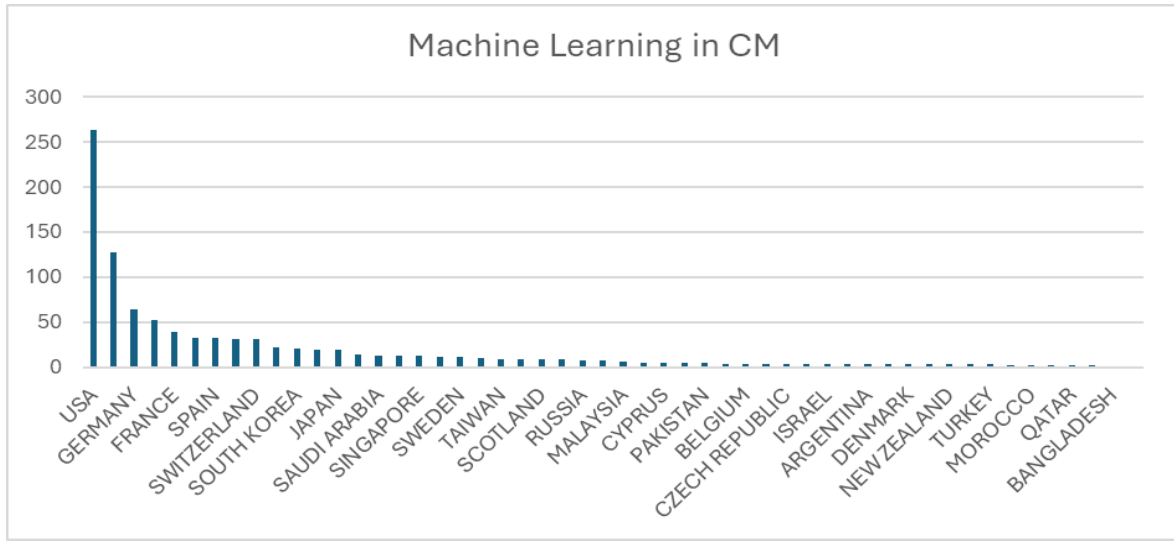
Şekil 6. Ağsız Yöntemler konusunda dünyada yapılan çalışmalar

### Ağsız Yöntemler Anahtar Kelimesi (Meshless methods)

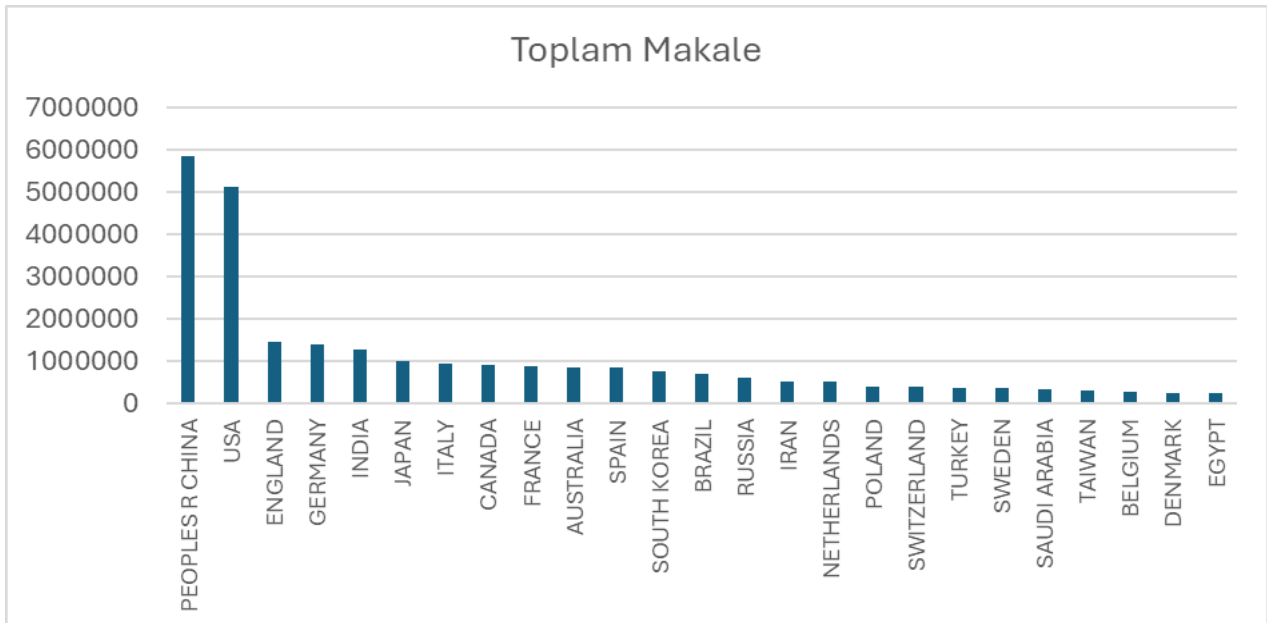
Ağsız yöntemler konusunda dünyada yapılan toplam yayın sayısı 4.606, toplam atıf sayısı 64.264, ortalama atıf sayısı 13,95 tir. Bu alanda Türkiye 84 makale ile 16.sırada yer almıştır. Türkiye toplam atıf sayısı 1.557, ortalama atıf sayısı 18,32 dir. Bu alanda en yüksek katkı sağlayan üç ülke sırasıyla Çin (% 38), İran (%10) ve ABD (%9) dır (Şekil 6).

### Hesaplamalı Mekanikte Makine Öğrenmesi (Machine learning in computational mechanics )

Hesaplamalı mekanikte makine öğrenmesi konusunda dünyada yapılan toplam yayın sayısı 633, toplam atıf sayısı 15.434 ve ortalama atıf sayısı 24,38 tir. Bu alanda Türkiye 3 makale ile 46. sırada yer almıştır. Türkiye'nin toplam atıf sayısı 151, ortalama atıf ise 50,33' dir. Bu alanda en yüksek katkı sağlayan üç ülke sırasıyla ABD (%41), Çin (%20), ve Almanya (%10) dır (Şekil 7).



Şekil 7. Makine Öğrenmesi konusunda dünyada yapılan çalışmalar



Şekil 8. Son 10 yılda dünyadaki toplam makale sayısı

## Toplam makale

Son 10 yılda dünyada yapılan toplam makale sayısı Şekil 8 de verilmiştir. Dünyada toplam yayın sayısı 24.113.658'dir. Türkiye 370538 yayın ile 19.sıradadır (Şekil 8).

## Değerlendirme

Bu çalışmada yedi anahtar kelime dikkate alınmıştır. Yapı ve Malzeme Mekaniki, Sürekli Ortamlar Mekaniki, Katı Cisimler Mekaniki, Akışkanlar Mekaniki, Yerel Olmayan Yöntemler alanlarında yayın sayıları 8.500-13.000 aralığında değişmektedir. Ağsız yöntemler 4600 ve makine öğrenmesi 650 civarındadır. Yine ilk grupta toplam atıf sayısı 106 bin ile 160 bin arasında değişmektedir. En yüksek atıf sayısı makine  ğrenmesindedir. Bu alanlarda Türkiye'nin yayın sayısında genel sıralaması 24-25 civarında iken yerel olmayan yöntemler konusunda 11. sıradadır. Türkiye'nin atıf sayısı ortalaması katı cisimler mekaniği alanı dışında dünya ortalamasının üstündedir. Türkiye'nin incelenen alanlarda dünyada yayın sayısı olarak ilk 10'a girebilmesi için yayın sayısının 4-5 kat arttırılması gerekmektedir. Seçilen alanlarda dünya sıralamasında 4 alanda ABD birinci sırada iken 3 alanda Çin birinci sırada yer almıştır. 4 alanda Almanya 3. sırada iken bir alanda İngiltere 3. sıradadır. İran bir alanda ikinci bir alanda üçüncü sırada yer alarak dikkat çekmektedir. Seçilen anahtar kelimelerde dünyada yapılan yayınların yarıya yakını ABD ve Çin tarafından üretilmektedir.

## SONUÇLAR

Bu alıŐmada Türkiye'nin seçilen mekanik alt başlıkları için 2015-2025 yılları arasındaki yayın ve atıf sayıları değerlendirilmiştir. Tüm alanlarda olabileceği gibi mekanik alanındaki yayınlar için bir politika oluşturulması ve çalışma konularının mümkün olduğunca bu öncelikler doğrultusunda yapılması ülkemiz açısından faydalı olacaktır.

## KAYNAKLAR

- [1] T.Van Leeuwen, T, Descriptive versus evaluative bibliometrics: Monitoring and assessing of national R&D systems, *Handbook of Quantitative Science and Technology Research: the Use of Publication and Patent Statistics in Studies of S&T Systems* içinde (ss. 373-388). Ed. H.F. Moed, W. Gl nzl ve U.Schmoch. Springer, Dordrecht, 2004.
- [2] U.AI, Türkiye'nin Mühendislikteki Bilimsel Yayın Performansı, *Elektrik Elektronik Bilgisayar Biyomedikal Mühendislikleri Eğitimi 4. Ulusal Sempozyumu. 22-23-24 Ekim 2009.*
- [3] U.AI, *Türkiye'nin Bilimsel Yayın Politikası: Atıf Dizinlerine Dayalı Bibliyometrik Bir Yaklaşım*, Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, 2008.



## EKSENEL DERECELENDİRİLMİŞ NANO ÇUBUKLARIN DİNAMİK ANALİZİNDE KULLANILAN YAKLAŞIK ÇÖZÜM YÖNTEMLERİNİN PERFORMANS ANALİZİ

Mustafa Arda<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Makine Mühendisliği Bölümü, Trakya Üniversitesi, Edirne

### ABSTRACT

Axially graded structure's material properties varies in length direction. With this advantage, axially graded materials can be used as an engineering material in several industrial applications. Fluid conveying pipes, structural steel, fibers in composite materials are one of the potential application areas of axially graded materials. Moreover, axially graded materials can be used in design and production of nano scale structures. In the near future, these type of materials will be indispensable for nanoscale applications in fiber optics and sensor technologies.

In the present work, free vibration analysis of axially graded nanorods will be carried out with using approximate Ritz and Haar Wavelet methods. Then, Nonlocal Elasticity Theory will be included to the axially graded rod model to investigate the free vibration of axially graded carbon nanotubes. Performance analysis of the solution techniques, which are called weak and strong formulations, will be made using literature and analytical results. The computational time for each solution method, convergence rates and approximate errors will be compared.

Present results could be useful in modeling and analysis of axially graded nano structures.

**Keywords:** axially graded; nanorod; Ritz; Haar Wavelet.

### ÖZET

Eksenel derecelendirilmiş yapılar uzunluk doğrultusunda değişen malzeme özelliklerine sahiptir. Bu avantajı sayesinde çeşitli endüstriyel uygulamalarda yeni bir mühendislik malzemesi olarak kullanılabilir. Akışkan taşıyan borular, inşaatlarda kullanılan yapı demirleri, kompozit malzemelerde kullanılan fiberler eksenel derecelendirilmiş malzemeye ihtiyaç duyulabilecek potansiyel kullanım alanlarındandır. Ayrıca, nano ölçekteki yapıların tasarımı ve üretiminde de eksenel derecelendirilmiş yapıların kullanılması düşünülmektedir. Fiber optik ve sensör teknolojilerinde bu tür malzemelerden üretilen yapıların oldukça faydalı olacağı öngörülmektedir.

Bu çalışmada eksenel derecelendirilmiş nano çubuk yapılarının serbest titreşim analizi farklı sınır şartları için yaklaşık çözüm yöntemlerinden olan Ritz ve Haar Wavelet yöntemlerini kullanarak gerçekleştirilecektir. Sonrasında eksenel derecelendirilmiş çubuk modeli Yerel Olmayan Elastisite Teorisi kullanılarak nano ölçekteki yapıların serbest eksenel titreşim analizi için kullanılacaktır. Zayıf ve güçlü olarak bu yöntemlerin performans analizi literatür

sonuçları ve analitik sonuçlarla karşılaştırılarak gerçekleştirilecektir. Çözümde ulaşma süreleri, yakınsama oranları ve yaklaşık hata değerleri karşılaştırılacaktır.

Bu çalışmanın sonuçları eksenel derecelendirilmiş nano yapıların modellenmesinde ve analizinin yapılmasında faydalı olacağı düşünülmektedir.

**Anahtar kelimeler:** eksenel derecelendirilmiş; nano çubuk; Ritz; Haar Wavelet.

## GİRİŞ

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler günümüzün önemli mühendislik uygulamalarında kullanılan popüler malzemelerden biridir. İlk olarak 1990'lı yılların başlarında çok büyük ısıl etkilere maruz kalan uzay mekiklerinin direncini artırmak amacıyla üretilmiştir [1]. İki veya daha çok sayıda malzemenin bir araya getirilerek her birinin üstün fiziksel özelliklerinin tek malzemede birleşmesi amacıyla fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler tasarlanmıştır. Özellikle havacılık ve uzay endüstrisinde yüksek dayanımlı ve hafif malzemelere olan ihtiyaç fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelere olan ilgiyi artırmıştır.

Tasarlanabilir olarak ifade edilebilen diğer bir malzeme türü ise nano malzemelerdir. Teorik olarak varlığı ve üretilebilirliği ünlü bilim insanı Feynman tarafından 1950'li yılların sonunda bahsedilmiştir. Teorik çalışmalar 1960'lı yıllarda büyük hız kazanmış olmasına rağmen nano malzemelerin üretimi 1980'lerde gerçekleştirilebilmiştir. Günümüzde oldukça popüler olan karbon nanotüpler, 1991 yılında Japon bilim insanı Iijima tarafından ilk defa üretilmiştir [2].

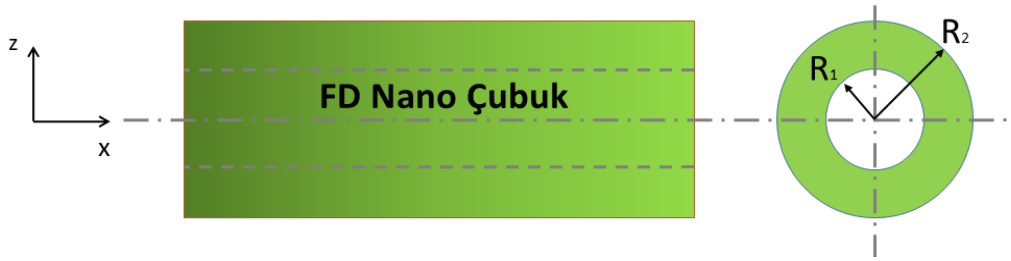
Nano boyuttaki yapıların fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerden oluşacak şekilde tasarlanması ve üretilmesi günümüz bilim insanlarının uğraştığı problemlerden biridir. Bir boyutlu nano yapılar olarak adlandırılacak olan karbon nanotüplerin fonksiyonel derecelendirilmiş yapılarda [3] ve karbon nanotüp takviyeli kompozitlerde kullanılmasıyla [4] ilgili literatürde yapılmış çalışmalar bulunmaktadır. Kalınlık doğrultusunda fonksiyonel olarak değişen malzeme özelliklerinin ele alındığı çalışmalar çoğunluğu teşkil etmektedir [5–9]. Eksenel doğrultuda değişen malzeme özelliklerinin dikkate alındığı çalışmalar oldukça yeni ve sayısı azdır. Narendar [10] malzeme özelliklerinin eksenel doğrultuda üstel olarak değişen manyetik ve elektrik alan etkisindeki nano çubuklarda dalga yayılımı davranışını analitik yöntemleri kullanarak incelemiştir. Kesit alanının fonksiyonel olarak değiştiği karbon nanotüplerdeki dalga yayılımı ise mikro-polar elastisite ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak araştırılmıştır [11]. Arda ve diğ. [12–15] yapmış oldukları çalışmalarda karbon nanotüp yapıları eksenel olarak derecelendirmiş kabul ederken yerel olmayan parametrenin de eksenel derecelendirildiği takdirde nasıl bir etki göstereceğini incelemiştirlerdir.

Bu çalışmada eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş karbon nanotüplerin farklı sınır şartlarındaki serbest titreşimleri iki farklı çözüm yöntemi kullanılarak incelenecektir: Zayıf yöntem olarak adlandırılan Ritz yöntemi ve güçlü yöntem olarak adlandırılan Haar Wavelet yöntemi. Malzeme özelliklerinin değişimi kuvvet fonksiyonu olarak ele alınacaktır. Yerel olmayan elastisite teorisi, minimum potansiyel enerji prensibi ve varyasyonel analiz kullanılarak eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş nano çubuğun enerji fonksiyoneli ve hareket denklemi elde edilecektir. Literatürdeki çalışmalardan farklı olarak, malzeme özelliklerine ek olarak yerel olmayan parametrenin de eksenel fonksiyonel olarak değiştiği kabul edilecektir. Bu çalışmanın eksenel derecelendirilmiş karbon nanotüplerin kullanım alanlarından biri olması düşünülen karbon tabanlı fiber optik teknolojisinin [16] gelişimine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Eksenel derecelendirilmiş malzeme özelliklerine sahip karbon nanotüp yapısı, Şekil 1'de görülmekte olan içi boş çubuk şeklinde modellenmiştir. Kartezyen koordinat sistemi dikkate alınarak eksenel doğrultuda gerçekleşen yer değiştirme fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$u = u(x, t)$$



Şekil 1. Eksenel derecelendirilmiş nano çubuk

Burada t parametresi zamanı ifade etmektedir. Eksenel doğrultudaki gerilme-genleme ilişkisi ise aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}$$

$$\sigma_{xx} = E(x)\varepsilon_{xx}$$

Burada E(x) eksenel derecelendirilmiş çubuğun elastisite modülünü ifade etmektedir. Eksenel derecelendirilmiş çubuk için potansiyel ve kinetik enerji fonksiyonları ifade edilirse:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L E(x)A \left( \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right)^2 dx$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho(x)A \left( \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx$$

Burada  $\rho(x)$  eksenel derecelendirilmiş çubuk yoğunluğunu, A çubuk kesit alanını, U genleme potansiyel enerjisini ve T ise kinetik enerjisini ifade etmektedir. Yukarıda belirtilen gerilme-genleme ilişkisi ve enerji fonksiyonları ölçek etkisi nedeniyle nano boyutta geçerliliğini yitirmektedir. Bu amaçla, nano boyuttaki yapıların mekanik modellemesinde boyuta bağlı yerel olmayan teoriler kullanılmaktadır.

### Yerel Olmayan Elastisite Teorisi

Elastik sürekli ortamın modellenmesine boyut etkisini dahil etmek için yerel olmayan temel bağıntıyı ifade etmek gerekirse:

$$(1 - \mu \nabla^2) \tau_{kl} = \lambda \varepsilon_{rr} \delta_{kl} + 2G \varepsilon_{kl}$$

burada  $\tau_{kl}$  ve  $\varepsilon_{kl}$  yerel olmayan gerilme ve gerinme tensörlerini,  $\lambda$  ve  $G$  malzeme sabitlerini,  $\mu$  yerel olmayan parametreyi ifade etmektedir [17,18]. Eksenel yer değiştirme için bir boyutlu yerel olmayan gerilme-genleme eşitliği aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\left( 1 - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \sigma_{xx} = E(x) \varepsilon_{xx}$$

Yerel olmayan elastisite teorisi gerilme gradyanı temelli bir model olduğundan etkisini atalet terimleri tarafında gösterir. Yukarıdaki eşitlikte belirtilen eksenel doğrultudaki yerel olmayan

gerilme kinetik enerji fonksiyonunda kullanılırsa aşağıdaki yerel olmayan kinetik enerji fonksiyonu elde edilir:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \left[ \rho(x)A \left( \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right)^2 + \left( \mu(x) \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho(x)A \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right) \right) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \right] dx$$

Minimum potansiyel enerji prensibi kullanılırsa, eksenel derecelendirilmiş nano çubuk için enerji fonksiyoneli aşağıdaki gibi yazılır:

$$\pi = T - U = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left[ \rho(x)A \left( \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right)^2 + \left( \mu(x) \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho(x)A \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right) \right) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \right] - E(x)A \left( \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right\} dx$$

Yukarıda belirtilen enerji fonksiyoneline Hamilton prensibi ve varyasyonel analiz uygulanırsa eksenel derecelendirilmiş nano çubuk için hareket denklemi ve sınır şartları aşağıda belirtildiği şekliyle elde edilir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( E(x)A \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left( \rho(x)A \frac{\partial u}{\partial t} \right) - A \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left( \mu(x) \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right) \right)$$

$$\left[ \left( E(x)A \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left( A\mu(x) \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho(x) \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \right) \right) \right] \delta u = 0$$

Varyasyonel analizin detaylarına bu çalışmada yer verilmemiştir. Konuyla ilgilenen araştırmacılar daha önce yayımlanmış çalışmalarda [19–22] işlem adımlarını detaylı olarak görebilirler.

Nano çubuk için eksenel yer değiştirmenin zamanla harmonik olarak değiştiği varsayılırsa:

$$u(x,t) = U(x)e^{-j\omega t}$$

burada  $U(x)$  eksenel yer değiştirme fonksiyonu,  $j = \sqrt{-1}$  ve  $\omega$  eksenel yer değiştirme hareketi titreşim frekansıdır. Boyutsuz nano çubuk uzunluğu  $\left( \bar{x} = \frac{x}{L} \right)$  ve boyutsuz frekans parametresi  $\left( \Omega^2 = \frac{\rho_0 \omega^2 L^2}{E_0} \right)$  kabulleri yapılırsa, eksenel derecelendirilmiş nano çubuk enerji fonksiyoneli aşağıdaki formu:

$$\pi = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left[ -2\Omega^2 \rho(\bar{x}) [U(\bar{x}) \delta U(\bar{x})] - \Omega^2 \left( \mu(\bar{x}) \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\rho(\bar{x}) U(\bar{x})) \right) \frac{\partial \delta U(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \right] - 2E(x) \left[ \frac{\partial U(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \frac{\partial \delta U(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \right] \right\} d\bar{x}$$

ve hareketin yönetici denklemi aşağıdaki formu alır:

$$\left( \left[ \frac{\partial E(\bar{x})}{\partial \bar{x}} A \frac{\partial U(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \right] + \left[ E(\bar{x}) A \frac{\partial^2 U(\bar{x})}{\partial \bar{x}^2} \right] \right)$$

$$= -\Omega^2 (\rho(\bar{x}) U(\bar{x})) + \Omega^2 \left[ \frac{\partial \mu(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\rho(\bar{x}) U(\bar{x})) + \mu(\bar{x}) \frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} (\rho(\bar{x}) U(\bar{x})) \right]$$

Yukarıda yer alan boyutsuz enerji formülasyonu Ritz yönteminin uygulanmasında, boyutsuz hareket denklemi ise Haar Wavelet yönteminin uygulanmasında kullanılacaktır.

### Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme

Bu çalışmada malzeme özelliklerinin ve yerel olmayan parametrenin aksel doğrultuda fonksiyonel olarak değiştiği kabul edilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme özelliklerinin aşağıda belirtilen üstel veya kuvvet fonksiyonuyla formunda değiştiği göz önüne alınırsa [23]:

$$\begin{bmatrix} E(\bar{x}) \\ \rho(\bar{x}) \\ \mu(\bar{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_0 \\ \rho_0 \\ \eta_0 \end{bmatrix} e^{\lambda \bar{x}}$$

$$\begin{bmatrix} E(\bar{x}) \\ \rho(\bar{x}) \\ \mu(\bar{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - E_0 \\ \rho_1 - \rho_0 \\ \mu_1 - \mu_0 \end{bmatrix} \bar{x}^y + \begin{bmatrix} E_0 \\ \rho_0 \\ \mu_0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} E_1 \\ \rho_1 \\ \mu_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ \rho_0 \\ \mu_0 \end{bmatrix} s$$

Burada  $E_0$ ,  $\rho_0$  ve  $\mu_0$  çubuk sol ucundaki malzeme özelliklerini ve  $E_1$ ,  $\rho_1$  ve  $\mu_1$  ise çubuk sağ ucundaki malzeme özelliklerini tanımlamaktadır.  $\lambda$  parametresi üstel fonksiyon malzeme değişim katsayısını,  $y$  parametresi kuvvet fonksiyonu malzeme değişim parametresini,  $s$  ise iki uç arasındaki malzeme özellikleri arasındaki oranı tanımlamaktadır.

### Ritz Yöntemi

Eksenel derecelendirilmiş yapılarda hareket denkleminin analitik çözümü belirli şartlarda mümkün olduğu için problemin çözümünde öncelikli olarak yaklaşık Ritz yöntemi kullanılacaktır. Ritz yöntemi [24] mekanik alanında en çok kullanılan direk sayısal yöntemlerinden biridir. Sınır değer problemlerinde özdeğere yaklaşımı sayısal hesaplama gücünü kullanarak gerçekleştirir.

Eksenel yer değiştirme fonksiyonları ankastre-ankastre(A-A) ve ankastre-serbest(A-S) sınır şartları için aşağıdaki gibi kabul edilmiştir.

$$U(\bar{x}) = \sum_{m=m_0}^J [C_m(x^{m+1} - x^m)] \rightarrow A - A$$

$$U(\bar{x}) = \sum_{m=m_0}^J [C_m(x^m)] \rightarrow A - S$$

Burada  $C_m$  varsayılan polinomun katsayılarını ve  $m$  ise terim numarasını belirtmektedir. Ritz yöntemine göre toplam enerji fonksiyonelinin varsayılan yer değiştirme fonksiyonunun seriyeye açılan terimlerinin katsayılarına göre kısmi türevi sıfır olur [21].

$$\frac{\partial \pi}{\partial C_m} = 0$$

### Haar Wavelet Yöntemi

Haar waveletleri içeren fonksiyonlar ilk olarak Macar matematikçi Alfred Haar tarafından 1910 yılında ifade edilmiştir. Haar waveletleri parçalı sabit fonksiyonlardan oluşur ve wavelet aileleri içinde en basiti olarak bilinir. Haar waveletlerin en önemli özelliği belirli sınır aralığında integralinin alınabilir olmasıdır [25].

$\bar{x}$  konum vektörünü, bilinen A-B sınırları aralığında kabul edelim ( $\bar{x} \in [A, B]$ ). J, maksimum çözünürlük olarak tanımlanmaktadır ve iki katı M'ye eşittir ( $M=2J$ ). [A,B] aralığı eşit uzunlukta 2M adet parçaya bölünür ise her bir parçanın uzunluğu  $\Delta x = (B - A)/(2M)$  olur. Ayrıca bu noktada  $j(j = 0, 1, \dots, J)$  ve  $k(k = 0, 1, \dots, m - 1)$  parametrelerini wavelet numarasını tanımlamak için ifade etmek gerekir ( $m = 2j$ ). i'nci Haar wavelet aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$h_i(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } \bar{x} \in [\xi_1(i), \xi_2(i)] \\ -1 & \text{eğer } \bar{x} \in [\xi_2(i), \xi_3(i)] \\ 0 & \text{diğer aralıklarda} \end{cases}$$

burada

$$\begin{aligned} \xi_1(i) &= A + 2k\mu\Delta\bar{x} \\ \xi_2(i) &= A + (2k + 1)\mu\Delta\bar{x} \quad \text{ve} \quad \mu = M/m \\ \xi_3(i) &= A + 2(k + 1)\mu\Delta\bar{x} \end{aligned}$$

Bu eşitlikler i'nin 2'den büyük olduğu değerler için geçerlidir ( $i > 2$ ). i'nin 1 olduğu durumda ise  $\bar{x}$ 'in [A,B] aralığında olduğu her değer için  $h_1(\bar{x}) = 1$  olur ve bu aralığın dışında sıfır değerini alır. i'nin 2 olduğu durumda ise:

$$\begin{aligned} \xi_1(2) &= A \\ \xi_2(2) &= 0.5(2A + B) \\ \xi_3(2) &= B \end{aligned}$$

i'nci waveletin genliği ise aşağıdaki gibi bulunur:

$$\xi_2(i) - \xi_1(i) = 2\mu\Delta\bar{x} = (B - A)m^{-1} = (B - A)2^{-j}$$

Buradan görüleceği üzere j artırıldığında wavelet genliği azalmakta ve waveletler birbirine yaklaşmaktadır. Bu nedenle j genleşme parametresi olarak adlandırılmaktadır. k ise waveletin x doğrultusundaki başlangıç noktasını belirlediği için kaydırma parametresi olarak adlandırılır. Maksimum çözünürlük ele alındığında Haar waveletlerin birbirlerine göre ortogonal olduğu görülmektedir.

Haar waveletlerin integrali ise yukarıda belirtilen bağıntılar yardımıyla bulunur.

$$P_{v,i}(\bar{x}) = \begin{cases} 0 & \text{eğer } \bar{x} < \xi_1(i) \\ \frac{1}{\alpha!} [\bar{x} - \xi_1(i)]^\alpha & \text{eğer } \bar{x} \in [\xi_1(i), \xi_2(i)] \\ \frac{1}{\alpha!} \{ [\bar{x} - \xi_1(i)]^\alpha - 2[\bar{x} - \xi_2(i)]^\alpha \} & \text{eğer } \bar{x} \in [\xi_2(i), \xi_3(i)] \\ \frac{1}{\alpha!} \{ [\bar{x} - \xi_1(i)]^\alpha - 2[\bar{x} - \xi_2(i)]^\alpha + [\bar{x} - \xi_3(i)]^\alpha \} & \text{eğer } \bar{x} > \xi_3(i) \end{cases}$$

Yukarıdaki integral denklemleri i'nin 1'den büyük olduğu değerler için kullanılır. i'nin 1'e eşit olduğu durumda ise;  $\xi_1(1) = A$  ve  $\xi_2(1) = \xi_3(1) = B$  olduğundan dolayı aşağıdaki denklem ile bulunur.

$$P_{\alpha,1}(\bar{x}) = \frac{1}{\alpha!} [\bar{x} - A]^\alpha$$

[A,B] aralığında karesi integre edilebilir ve sonlu bir  $\varphi(\bar{x})$  fonksiyonu ele alalım.  $\varphi(\bar{x})$  fonksiyonu Haar wavelet serisine aşağıdaki şekilde açılır.

$$\varphi(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{2M} a_i h_i(\bar{x})$$

burada  $a_i$  Haar wavelet katsayısını ifade eder. Fonksiyonların türevleri de yukarıda görüldüğü şekliyle Haar wavelet serisine açılabilir. Haar wavelet yönteminin mevcut probleme uygulanması da hareketin yönetici denklemindeki yer değiştirme fonksiyonunda yer alan en yüksek mertebeden türevin seriye açılmasıyla gerçekleştirilir.

$$\frac{d^2 U(\bar{x})}{d\bar{x}^2} = \sum_{i=1}^{2M} a_i h_i(\bar{x})$$

Yukarıdaki ifade matris formuna dönüştürülürse aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{d^2 U(\bar{x})}{d\bar{x}^2} = a^T H(i, x)$$

Burada  $a^T$  birinci çubuk için eksenel yer değiştirme vektörünü ifade eder.  $H$  ise Haar matrisi olarak adlandırılır. Bu ifadenin iki kere integrali alınırsa eksenel yer değiştirme fonksiyonu elde edilir.

$$\frac{dU(\bar{x})}{d\bar{x}} = a^T P_1(i, \bar{x}) + C_1$$

$$U(\bar{x}) = a^T P_2(i, \bar{x}) + C_1 \bar{x} + C_2$$

Burada  $P_1$  ve  $P_2$  matrisi birinci ve ikinci mertebeden integral matrislerini ifade etmektedir.  $C_1$  ve  $C_2$  ise integrasyon sabitleridir ve sınır şartları kullanılarak belirlenir. Ankastre ve serbest sınır şartları uygulandığında integrasyon sabitleri aşağıda Çizelge 1'deki gibi belirlenir.

Çizelge 1. Haar Wavelet yönteminde kullanılan sınır şartları

	Ankastre – Ankastre	Ankastre - Serbest
$\bar{x} = 0$	$U(0) = 0$	$U(0) = 0$
$\bar{x} = 1$	$U(1) = 0$	$\frac{dU(1)}{d\bar{x}} = 0$
	$C_1 = -P_2(i, 1), C_2 = 0$	$C_1 = -P_1(i, 1), C_2 = 0$

## SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde eksenel derecelendirilmiş nano çubuğun serbest titreşim analizi Ritz ve Haar Wavelet yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilecektir. Öncelikle bahsi geçen yöntemlerin geçerli sonuçlar verdiği malzeme özelliklerinin üstel fonksiyonla değiştiği durum için karşılaştırılacaktır. Üstel fonksiyonla değişen malzeme özelliklerinin ele alındığı durum için analitik çözüm elde edilebilmektedir. Daha sonrasında kuvvet fonksiyonuyla değişen malzeme özelliklerinin olduğu durum için Ritz ve Haar Wavelet yöntemlerinin sonuçları karşılaştırılacak ve performans analizi yapılacaktır.

Kuvvet fonksiyonuyla değişen malzeme özellikleri için literatürde kullanılan [26] ve aşağıda belirtilen metal-seramik malzeme ikilisinin özellikleri kabul edilmiştir.

Çizelge 2. Metal (SUS304) seramikten( $Al_2O_3$ ) oluşan FDM özellikleri [26].

Malzeme	SUS304	$Al_2O_3$
Elastisite Modülü	207.8	288.59
Poisson oranı	0.30	0.30
Yoğunluk ( $kg/m^3$ )	8166	3800

Çizelge 2'deki verilere göre malzeme özellikleri boyutsuz hale getirilirse elastisite modülü ve yoğunluk için aşağıdaki s oranları kabul edilebilir. Yerel olmayan parametre için ise s parametresi 2 olarak kabul edilmiştir.

$$s_1 = \frac{E_1}{E_0} = \frac{288.59}{207.8} = 1.389, \quad s_2 = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{3800}{8166} = 0.465$$

Çizelge 3'de üstel fonksiyonla değişen malzeme özellikleri durumu için farklı çözüm yöntemleriyle elde edilmiş birinci mod frekans değerleri görülmektedir. Malzeme özelliklerinin değiştiği ve değişmediği, yerel olmayan etkinin olduğu ve olmadığı durumlarda yapılan hesaplamalarda analitik çözüm ve Haar Wavelet yöntemi oldukça yakın sonuçlar vermişlerdir. Ritz yöntemi, yerel olmayan etkiyle diğer iki yöntemden ayrışmakta ve daha yüksek frekans değerleri vermektedir.

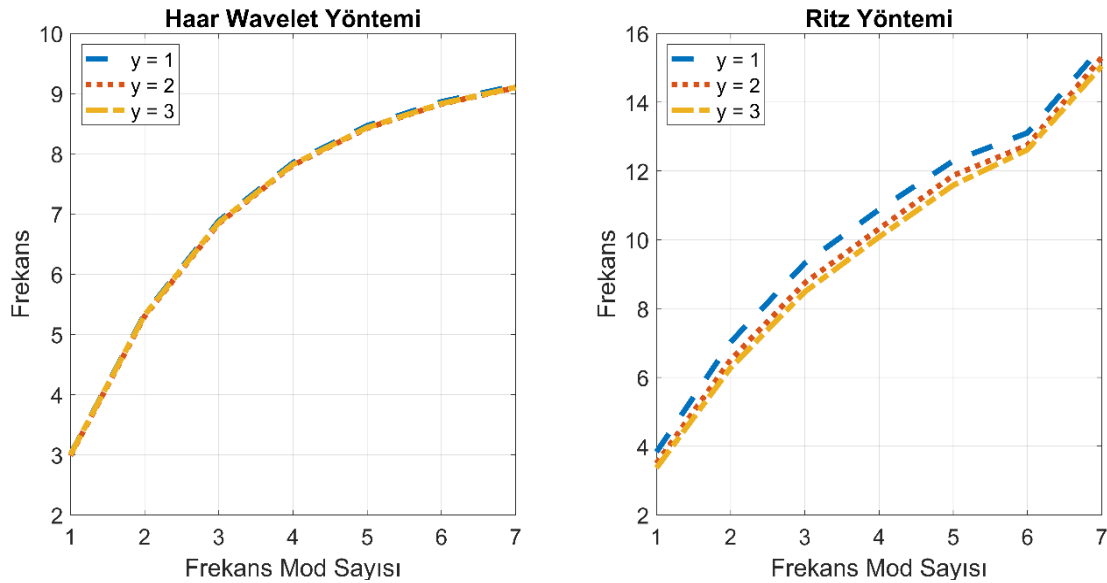
Çizelge 3. Farklı çözüm yöntemleriyle bulunan temel frekansların karşılaştırılması ( $N=J=7$ )

	Analitik Çözüm		Haar Wavelet Yöntemi		Ritz Yöntemi	
	C-C	C-F	C-C	C-F	C-C	C-F
$(\lambda=0, \mu=0.00)$	3.1416	1.5708	3.1416	1.5708	3.1416	1.5708
$(\lambda=0, \mu_0=0.01)$	2.9972	1.5518	2.9972	1.5518	3.0668	1.5612
$(\lambda=1, \mu=0.00)$	3.1811	1.2683	3.1811	1.2683	3.1811	1.2683
$(\lambda=1, \mu_0=0.01)$	3.0467	1.2802	3.0461	1.2802	3.0538	1.2577

Çizelge 4'te kuvvet fonksiyonuyla değişen malzeme özellikleri durumu için eksenel derecelendirilmiş nano çubuğun ilk 5 mod frekansı Haar Wavelet ve Ritz yöntemleriyle hesaplanmıştır. Malzeme özelliklerinin fonksiyonel değişiminin ve yerel olmayan etkinin frekanslar üzerindeki etkisi burada görülmektedir. İzotropik yerel durum için ilk üç mod frekansı oldukça yakın bulunmasına rağmen artan mod sayısı ile frekanslar arasındaki fark da artmaktadır. Malzeme özelliklerinin kuvvet fonksiyonuyla değişimi ve yerel olmayan etki iki yöntem arasındaki farkı daha belirgin ortaya koymaktadır. Yerel olmayan etkinin sonuçlar üzerindeki etkisi malzeme özellikleri değişimine göre daha azdır.

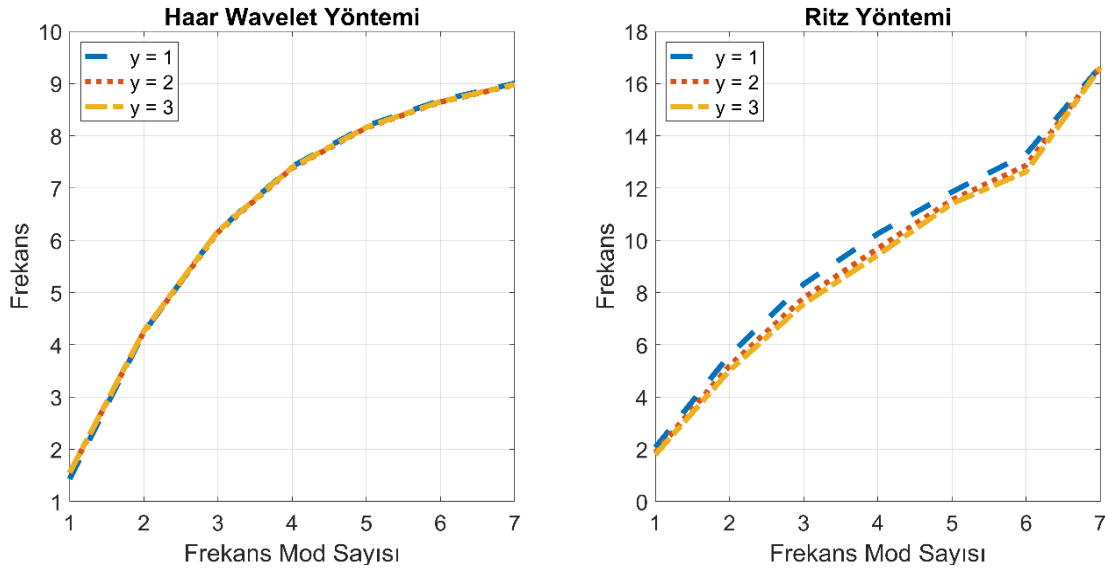
Çizelge 4. Kuvvet fonksiyonuyla değişen malzeme özelliklerinin ilk 5 mod frekansına etkisi

	Haar Wavelet Yöntemi		Ritz Yöntemi	
	A - A	A - S	A - A	A - S
(y=0 , $\mu=0.00$ )	5.42996	2.71488	5.4297	2.71484
	10.86155	8.14544	10.8625	8.14585
	16.29640	13.57846	16.3209	13.72114
	21.73613	19.01555	24.4726	21.04050
	27.18235	24.45833	32.3781	40.37594
(y=0 , $\mu_0=0.01$ )	4.96220	2.65027	5.1801	2.68196
	8.11856	6.77792	9.1969	7.36845
	9.77722	9.08370	11.8662	10.74632
	10.65275	10.28090	14.1175	13.35521
	11.14635	10.93231	15.2470	15.88874
(y=2 , $\mu=0.00$ )	3.14409	1.56758	3.6127	1.8922
	6.30128	4.71973	7.3012	5.5581
	9.48251	7.89108	11.1665	9.5524
	12.67404	11.08050	16.3434	13.8886
	15.92787	14.31577	24.7157	34.9255
(y=2 , $\mu_0=0.01$ )	2.98473	1.54053	3.5002	1.87934
	5.31083	4.24903	6.5125	5.20064
	6.86108	6.17384	8.8703	8.02411
	7.83509	7.40293	10.8164	10.11707
	8.45573	8.18435	13.4343	15.41898

Şekil 2. A-A sınır şartı ilk yedi mod frekansının kuvvet parametresi ile değişimi ( $\mu_0=0.01$ )

Şekil 2 ve 3'de ankastre-ankastre(A-A) ve ankastre-serbest(A-S) serbest sınır şartlarında kuvvet fonksiyonu malzeme değişimi parametresinin ilk 7 mod frekansına olan etkisi görülmektedir. Kuvvet parametresi, Ritz yöntemi sonuçlarında daha belirgin etki göstermekteyken Haar Wavelet yöntemi sonuçlarında belirgin bir etkisi yoktur. Ancak düşeydeki eksenle belirtilen frekans değerleri incelenirse iki yöntem arasında artan mod

sayısıyla birlikte farklar oluşmaktadır. Dolayısıyla Ritz yöntemiyle bulunan sonuçların gerçek değere ne kadar yakın olduğunun bu noktada sorgulanması gerekir.



Şekil 3. A-S sınır şartı ilk yedi mod frekansının kuvvet parametresi ile değişimi ( $\mu_0=0.01$ )

Çizelge 5’de ise Şekil 2 ve 3’de belirtilen grafiklerde yer alan verilerin Haar Wavelet ve Ritz yöntemleriyle hesaplanması sırasında geçen süre görülmektedir. Bu çalışmadaki tüm hesaplamalar 11. nesil Intel(R) Core(TM) i5-1135G7 @ 2.42GHz işlemciye ve 16GB bellek kapasitesine sahip bilgisayar ile yapılmıştır. Tablo-4’de bariz olarak gözüktüğü üzere Haar Wavelet yöntemi daha doğru sonuca oldukça kısa sürede ulaşmaktadır. Zaman performansı arasındaki fark yaklaşık 10-30 kat aralığında değişmektedir.

Çizelge 5. Farklı yöntemlerin hesaplama zamanı (saniye) performansları

	Haar Wavelet Yöntemi		Ritz Yöntemi	
	A-A	A-S	A-A	A-S
y = 1	0.1928	0.3110	6.6850	4.3480
y = 2	0.1988	0.2472	6.7157	4.4854
y = 3	0.1972	0.2739	6.8482	4.7336

Haar Wavelet yöntemi aksenel yer değiştirme fonksiyonunun ikinci mertebeden türev dikkate alınarak seriye açılım yapıldığı için yaklaşım oranında 2 değerine yaklaşması beklenir. A-A sınır şartı için bu değere yaklaşım gösterirken A-S sınır şartında bu değer oldukça uzağındadır. Burada malzeme özelliklerinin ve yerel olmayan parametrenin fonksiyonel değişiminin etkisi vardır. Ritz yöntemi ise küçük yaklaşık hata değerleri ve büyük salınımlar yapan yüksek yaklaşım oranı değerleri vermektedir. Normalde bu değerlerin yüksek olmasının çözüm yönteminin gücünü ve performansını göstermesi beklenirken, frekans değerlerine bakıldığında Haar Wavelet yöntemi sonuçlarıyla aralarında büyük fark olduğu görülmektedir. Ritz yöntemi gerçek değerlerin uzağındaki değerlere yüksek yaklaşım oranı göstermektedir.

Çizelge 6 ve 7’de Haar Wavelet ve Ritz yöntemlerinin yaklaşık hata ve yaklaşım oranı verileri görülmektedir. Yaklaşık hata ve yaklaşım oranı değerleri aşağıdaki eşitliklere göre hesaplanmıştır.

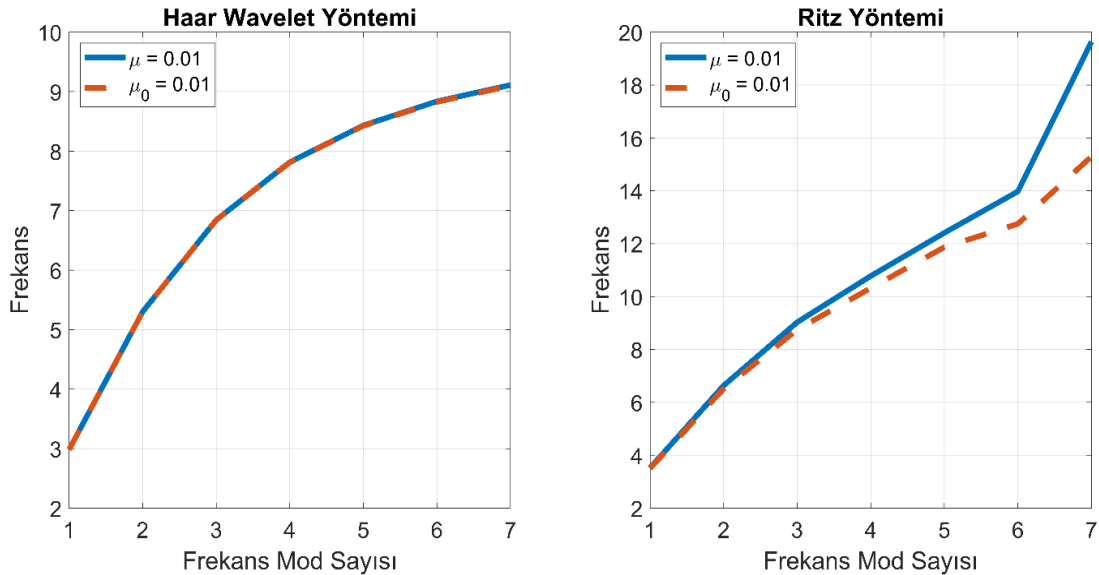
$$Yaklaşık Hata = |\omega_J - \omega_{J-1}|, \text{ Yaklaşım Oranı} = \frac{|\omega_{J-1} - \omega_J|}{|\omega_J - \omega_{J+1}| \log 2}$$

Çizelge 6. A-A sınır şartı için frekans, yaklaşık hata ve yaklaşım oranı değerlerinin karşılaştırılması ( $s=2, \mu_0=0.01$ )

Haar Wavelet Yöntemi			Ritz Yöntemi			
J=N	Frekans	Yaklaşık Hata	Yaklaşım Oranı	Frekans	Yaklaşık Hata	Yaklaşım Oranı
2	3.04123	3.04e+00	7.79019	3.52898	3.53e+00	8.39717
3	3.00359	3.76e-02	1.41350	3.50269	2.63e-02	3.39550
4	2.98945	1.41e-02	1.58168	3.50020	2.50e-03	5.73822
5	2.98473	4.72e-03	1.68722	3.50015	4.68e-05	1.66927
6	2.98327	1.47e-03	1.76908	3.50014	1.47e-05	13.68493

Çizelge 7. A-S sınır şartı için frekans, yaklaşık hata ve yaklaşım oranı değerlerinin karşılaştırılması ( $s=2, \mu_0=0.01$ )

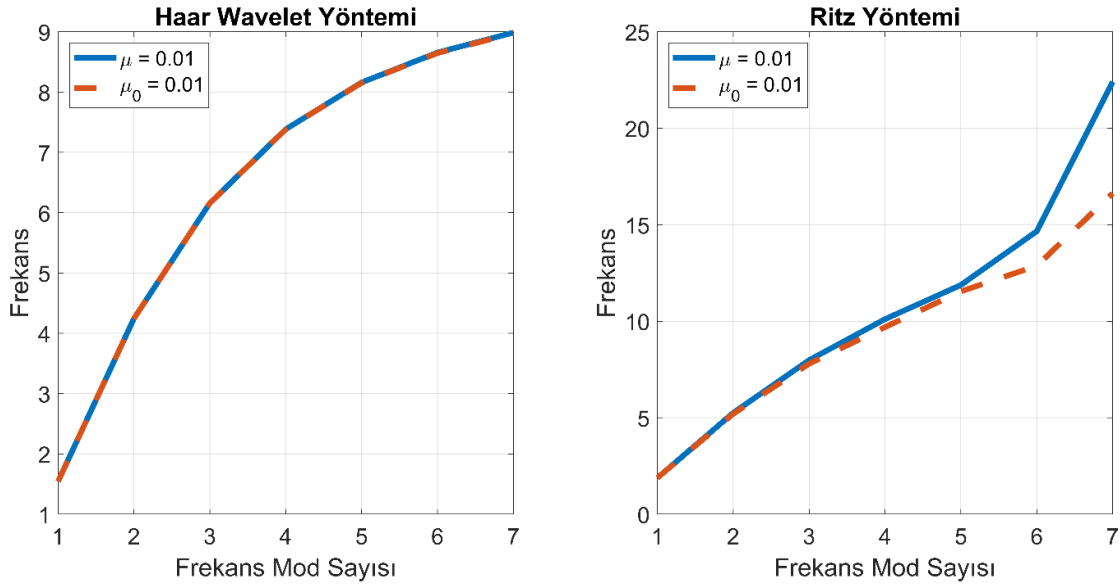
Haar Wavelet Yöntemi			Ritz Yöntemi			
J=N	Frekans	Yaklaşık Hata	Yaklaşım Oranı	Frekans	Yaklaşık Hata	Yaklaşım Oranı
2	1.52943	1.53e+00	8.44530	1.88191	1.88e+00	12.59448
3	1.53382	4.39e-03	0.11238	1.88137	5.46e-04	1.88931
4	1.53788	4.06e-03	0.61375	1.87935	2.02e-03	7.76760
5	1.54053	2.65e-03	0.80386	1.87934	9.28e-06	1.93547
6	1.54205	1.52e-03	0.89527	1.87933	2.43e-06	5.27455



Şekil 4. A-A sınır şartı için yerel olmayan parametrenin fonksiyonel derecelendirilmiş varsayımı etkisi ( $s=2$ )

Şekil 4 ve 5'te ise yerel olmayan parametrenin fonksiyonel derecelendirilmiş olarak varsayılmasının etkisi görülmektedir. Haar Wavelet yöntemine sonuçlarına göre yerel olmayan

parametrenin fonksiyonel derecelendirilmiş olarak kabul edilmesi frekans değerlerinde herhangi bir etki göstermemiştir. Riz yöntemi sonuçlarında ise yerel olmayan etkinin aksel derecelendirme etkisiyle her iki sınır şartında da arttığı gözükmemektedir. İki yöntem arasında böyle bir farkın oluşma sebebi ise çözümde kullanılan fonksiyonlarla ilgilidir. Ritz yönteminde kullanılan enerji fonksiyoneli Haar Wavelet yönteminde kullanılan hareketin yönetici denkleminde göre daha az terim içermektedir. Hareketin yönetici denklemindeki aksel değişen yerel olmayan parametre, yoğunluk ve aksel yer değiştirme terimlerine bakıldığında her birinin elastisite üzerinde sertleştirici veya yumuşatıcı etkisi vardır. Bu etkilerin bir araya gelmesiyle birbirlerini dengeleyerek aksel değişen yerel olmayan parametre etkisini yok etmeleri mümkündür.



Şekil 5. A-S sınır şartı için yerel olmayan parametrenin fonksiyonel derecelendirilmiş varsayımı etkisi ( $s=2$ )

## SONUÇLAR

Bu çalışmada aksel fonksiyonel derecelendirilmiş nano çubukların serbest titreşimleri ankastre-ankastre ve ankastre-serbest sınır şartlarında incelenmiştir. Problemin modellenmesinde aksel derecelendirilmiş çubuğun potansiyel ve kinetik enerjisinden oluşan enerji fonksiyoneli, yerel olmayan elastisite teorisi, minimum enerji potansiyeli prensibi, varyasyonel analiz ve Hamilton prensibi kullanılmıştır. Çözüm için zayıf yöntem olarak adlandırılan Ritz yöntemi ve güçlü yöntem olarak adlandırılan Haar Wavelet yöntemi kullanılmıştır. Bahsedilen yöntemlerin doğruluğu üstel fonksiyonla derecelendirilmiş malzeme özellikleri durumu için analitik çözüm sonuçları ile karşılaştırılarak sağlanmıştır. Parametrik analiz çalışmasında ise kuvvet fonksiyonu ile değişen malzeme özellikleri ele alınmıştır. Bu çalışmada literatürdeki çalışmalardan farklı olarak yerel olmayan parametrenin de diğer malzeme özellikleri gibi aksel derecelendirilmiş fonksiyonla değiştiği kabul edilmiştir. Modellemede kullanılan ayrıklaştırma terim sayısı, kuvvet fonksiyonu parametresi ve yerel olmayan parametrenin aksel derecelendirilmiş nano çubuğun serbest titreşim frekansına olan etkisi incelenmiştir. Haar Wavelet ve Ritz yöntemlerinin sonuca ulaşma performansları karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre Haar Wavelet yönteminin Ritz yöntemine göre sonuca daha yakın ve daha çabuk ulaştığı görülmüştür. Çözüm yönteminde hareketin yönetici denklemini kullanmasının bunda büyük etkisi vardır. Bu çalışmanın

sonuçlarının karbon tabanlı fiber optik teknolojisinin gelişmesinde faydası olacağı düşünülmektedir.

#### KAYNAKLAR

- [1] Ichiro. Shiota, Yoshinari. Miyamoto, Mitō Kagaku Gijutsu Kyōkai., Functionally graded materials 1996: proceedings of the 4th International Symposium on Functionally Graded Materials, AIST Tsukuba Research Center, Tsukuba, Japan, October 21-24, 1996, (1997) 784.
- [2] S. Iijima, Helical microtubules of graphitic carbon, *Nature* 1991 354:6348 354 (1991) 56–58. <https://doi.org/10.1038/354056a0>.
- [3] L. Hadji, M. Avcar, Ö. Civalek, An analytical solution for the free vibration of FG nanoplates, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 43 (2021) 418. <https://doi.org/10.1007/s40430-021-03134-x>.
- [4] Ö. Civalek, M. Avcar, Free vibration and buckling analyses of CNT reinforced laminated non-rectangular plates by discrete singular convolution method, *Eng Comput* 38 (2022) 489–521. <https://doi.org/10.1007/s00366-020-01168-8>.
- [5] R. Barretta, L. Feo, R. Luciano, F. Marotti de Sciarra, A gradient Eringen model for functionally graded nanorods, *Compos Struct* 131 (2015) 1124–1131. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.06.077>.
- [6] K. Kiani, Free dynamic analysis of functionally graded tapered nanorods via a newly developed nonlocal surface energy-based integro-differential model, *Compos Struct* 139 (2016) 151–166. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.11.059>.
- [7] M.Ö. Yaylı, Free longitudinal vibration of a nanorod with elastic spring boundary conditions made of functionally graded material, *Micro Nano Lett* 13 (2018) 1031–1035. <https://doi.org/10.1049/mnl.2018.0181>.
- [8] Ö. Civalek, B. Uzun, M.Ö. Yaylı, Ö. Civalek, B. Uzun, M.Ö. Yaylı, A Fourier sine series solution of static and dynamic response of nano/micro-scaled FG rod under torsional effect, *Adv Nano Res* 12 (2022) 467. <https://doi.org/10.12989/ANR.2022.12.5.467>.
- [9] B. Uzun, M.Ö. Yaylı, A Solution Method for Longitudinal Vibrations of Functionally Graded Nanorods, *International Journal of Engineering and Applied Sciences* 12 (2020) 78–87. <https://doi.org/10.24107/ijeas.782419>.
- [10] S. Narendar, Wave dispersion in functionally graded magneto-electro-elastic nonlocal rod, *Aerosp Sci Technol* 51 (2016) 42–51. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.01.012>.
- [11] M. Mirzajani, N. Khaji, M. Hori, Stress Wave Propagation Analysis in One-Dimensional Micropolar Rods with Variable Cross-Section Using Micropolar Wave Finite Element Method, *Int J Appl Mech* 10 (2018) 1–28. <https://doi.org/10.1142/S1758825118500394>.
- [12] M. Arda, M. Aydogdu, Vibration analysis of carbon nanotube mass sensors considering both inertia and stiffness of the detected mass, *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 50 (2022) 841–857. <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1728548>.

- [13] M. Arda, M. Aydogdu, Torsional Dynamics of Axially Graded Viscoelastic Carbon Nanotubes, *Materials Science Forum* 1104 (2023) 89–96. <https://doi.org/10.4028/p-6mafus>.
- [14] M. Arda, M. Mehrparvar, K. Karjust, Dynamics of axially graded nanobeams with follower force effect, in: *AIP Conf Proc*, American Institute of Physics, 2024: p. 230005. <https://doi.org/10.1063/5.0210131>.
- [15] M. Arda, M.N. Balci, Vibration analysis of axially graded Timoshenko–Ehrenfest nanobeam under partial thermal load, *Archive of Applied Mechanics* 95 (2025). <https://doi.org/10.1007/s00419-025-02838-z>.
- [16] L. Dai, Z. Huang, Q. Huang, C. Zhao, A. Rozhin, S. Sergeyev, M. Al Aarimi, C. Mou, Carbon nanotube mode-locked fiber lasers: recent progress and perspectives, *Nanophotonics* 10 (2020) 749–775. <https://doi.org/10.1515/nanoph-2020-0446>.
- [17] A.C. Eringen, On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, *J Appl Phys* 54 (1983) 4703–4710. <https://doi.org/10.1063/1.332803>.
- [18] A.C. Eringen, *Nonlocal Continuum Field Theories*, Springer New York, 2007.
- [19] M. Arda, K. Karjust, M. Mehrparvar, Wave Propagation in Axially Graded Carbon Nanotubes, in: *AIP Conf Proc*, American Institute of Physics Inc., 2023. <https://doi.org/10.1063/5.0162668>.
- [20] M. Arda, J. Majak, M. Mehrparvar, Longitudinal Wave Propagation in Axially Graded Rayleigh–Bishop Nanorods, *Mechanics of Composite Materials* 59 (2024) 1109–1128. <https://doi.org/10.1007/S11029-023-10160-4/FIGURES/8>.
- [21] M. Arda, Axial dynamics of functionally graded Rayleigh-Bishop nanorods, *Microsystem Technologies* 27 (2021) 269–282. <https://doi.org/10.1007/s00542-020-04950-2>.
- [22] M. Arda, Evaluation of optimum length scale parameters in longitudinal wave propagation on nonlocal strain gradient carbon nanotubes by lattice dynamics, *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 50 (2022) 4363–4386. <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1835488>.
- [23] M. Arda, M. Aydogdu, A Ritz Formulation for Vibration Analysis of Axially Functionally Graded Timoshenko-Ehrenfest Beams, *Journal of Computational Applied Mechanics* 53 (2022) 102–114. <https://doi.org/10.22059/jcamech.2022.334062.667>.
- [24] E.M. Wright, L. V. Kantorovich, V.I. Krylov, C.D. Benster, Approximate Methods of Higher Analysis, *The Mathematical Gazette* 44 (1960) 145. <https://doi.org/10.2307/3612589>.
- [25] Ü. Lepik, H. Hein, Haar wavelets, Springer International Publishing, Cham, 2014. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-04295-4\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-04295-4_2).
- [26] S.S. Mirjavadi, S. Rabby, N. Shafiei, B.M. Afshari, M. Kazemi, On size-dependent free vibration and thermal buckling of axially functionally graded nanobeams in thermal environment, *Appl Phys A Mater Sci Process* 123 (2017) 1–10. <https://doi.org/10.1007/S00339-017-0918-1>.



## EKSENEL BASINÇ YÜKÜNE MARUZ VE DÖNEL YAYLAR İLE MESNETLENMİŞ PERFORE KİRİŞLERİN TİTREŞİMİ

Murat Akpınar<sup>1</sup>, Büşra Uzun<sup>2</sup> ve Mustafa Özgür Yaylı<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 16059,  
Bursa/TÜRKİYE

### ABSTRACT

Structural elements made of perforated materials have many applications due to their various advantages, such as lighting, acoustics, ventilation, and weight reduction. In this study, an analytical method is developed for the transverse vibrations of perforated beams, modeled at both ends by simply-support and rotational springs and subjected to axial compressive loading. The perforated beam is considered to be a slender structure and is therefore considered with the Euler–Bernoulli beam theory. First, the equations found in the literature that give the bending stiffness and mass density per unit length of beams made of perforated materials are introduced. Then, the transverse vibration equation of the Euler–Bernoulli beam under axial compressive loading is given with perforated structure properties. To obtain the analytical general solution, the buckling function of the beam is considered a Fourier sine series. Since deformable rotational springs are used in the supports, Stokes' transformation is applied to provide freedom in boundary conditions. In the last step, a  $2 \times 2$  eigenvalue problem is derived to calculate the transverse vibration frequencies of perforated beams under axial compressive loading. This eigenvalue problem includes rotational spring stiffnesses and allows for the investigation of deformable boundary conditions.

Keywords: perforated beam; axial compressive load; transverse vibration; rotational spring.

### ÖZET

Perfore malzemelerden oluşturulmuş yapısal elemanlar, aydınlatma, akustik, havalandırma ve ağırlık azaltma gibi sağladıkları çeşitli avantajları sayesinde birçok uygulamaya sahiptir. Bu çalışmada, her iki ucunda basit mesnet ve dönel yaylar ile modellenmiş, bununla beraber eksenel basınç yükü etkisindeki perfore kirişlerin enine titreşimleri için bir analitik yöntem geliştirilmiştir. Perfore kiriş narin bir yapıda düşünülmüş ve bu yüzden Euler–Bernoulli kiriş teorisi ile ele alınmıştır. İlk olarak, perfore malzemeden oluşturulmuş kirişlerin eğilme rijitliği ve birim uzunluğa düşen kütle yoğunluklarını veren ve literatürde bulunan eşitlikler tanıtılmıştır. Ardından, Euler–Bernoulli kirişinin eksenel basınç yükü etkisindeki enine titreşim denklemi perfore yapı özellikleri ile verilmiştir. Analitik genel çözümü elde etmek için kirişin çökme fonksiyonu Fourier sinüs serisi olarak düşünülmüştür. Mesnetlerde deforme olabilir dönel yaylar kullanıldığı için sınır koşullarında serbestlik sağlaması amacıyla Stoke dönüşümü uygulanmıştır. Son adımda eksenel basınç yükü etkisindeki perfore kirişlerin

enine titreşim frekanslarını hesaplayabilen 2x2 boyutunda bir özdeğer problemi türetilmiştir. Bu özdeğer problemi dönel yay rijitliklerini içermektedir ve deforme olabilir sınır koşullarının incelenmesine imkân veren özelliktedir.

Anahtar kelimeler: perfore kiriş; eksenel basınç yükü; enine titreşim; dönel yay.

## GİRİŞ

Perfore (delikli) malzemeler, sahip oldukları hafiflik, akustik ve aydınlatma gibi avantajları sayesinde mühendislik uygulamalarında geniş bir kullanım alanına sahiptir. Bu tür malzemelerden yapılmış yapısal elemanlar, özellikle taşıma kapasitesi ve dinamik özelliklerinin optimize edilmesi gereken durumlarda önemli bir rol oynamaktadır. Kiriş ve levhalarda bulunan perforasyonlar, genellikle üretim aşamasında elde edilirler ve yapının davranışı üzerinde etkilidir; ancak, bu etkiler, yalnızca belirli durumlar ve uygulamalar için kapsamlı bir şekilde incelenmiştir [1]. Örneğin, Abdelrahman vd. [2], delikli ince ve kalın kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşim tepkilerini, Euler–Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri çerçevesinde incelemiştir. Assie vd. [3], kalın Timoshenko delikli kirişlerin hareketli yük altındaki titreşim tepkilerini, Ritz yöntemini kullanarak sunmuşlardır. Koç vd. [4], üzerinde yüksek hızlı tren bulunan delikli Timoshenko ve Euler–Bernoulli kirişlerinin dinamik analizini inceleyerek, tren-köprü etkileşimi için farklı bir bakış açısı sunmuşlardır. Kafkas [5], deforme olabilen ve rijit sınır koşullarına sahip delikli Rayleigh kirişlerinin serbest titreşim davranışını analiz etmek için, Stoke dönüşümü ve Fourier serilerini kullanan bir özdeğer çözümü önermiştir. Garai ve Chakraverty [6], homojen olmayan delikli kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşim analizlerini, Euler–Bernoulli kiriş teorisini kullanarak araştırmışlardır. Düzenli dairesel hem de kare delikli fonksiyonel derecelendirilmiş döner kirişlerin dinamik davranışları, sonlu elemanlar yöntemi ile sayısal olarak Abdelrahman vd. [7] tarafından analiz edilmiştir.

Bu çalışmalara ek olarak, yapıya etki eden dış yükler de dinamik analizlerde önemli bir rol oynamaktadır. Bu bağlamda, Alazwari vd. [8], kompozit lamine kirişlerin değişken eksenel yük altındaki titreşim analizlerini, üçüncü mertebe kayma deformasyon kiriş teorisine dayalı olarak gerçekleştirmiştir. Patil vd. [9], eksenel olarak fonksiyonel derecelendirilmiş grafen takviyeli kompozit kirişlerin burkulma ve titreşim davranışlarını, değişken eksenel yükler altında Timoshenko kiriş teorisini kullanarak incelemiştir. Vo vd. [10], katmanlara sahip kompozit kirişlerin serbest titreşim analizini, gelişmiş kayma deformasyon teorisini kullanarak ve eksenel yük etkisi altında incelemiştir. De Borbón ve Ambrosini [11], eksenel yük altındaki ince cidarlı kirişlerin doğal frekanslarını hem deneysel hem sayısal olarak Vlasov'un teorisini temelinde incelemiştir. Kim vd. [12], Winkler tipi elastik zemin üzerine oturan bir Euler–Bernoulli kirişin titreşim ve stabilitesini, eksenel kuvvet ve hareketli yük altında incelemiştir. Shaker [13], eksenel yüklü kirişlerin ve uç noktasında konsantre kütle bulunan ankastre kirişlerin titreşim analizlerini Euler–Bernoulli teorisini temelinde gerçekleştirmiştir. Nguyen vd. [14], eksenel yük altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin statik ve serbest titreşim analizlerini birinci mertebe kayma deformasyon kiriş teorisini kullanarak incelemiştir. Viola vd. [15], eksenel yük altındaki çatlak Timoshenko kirişin titreşim analizini sunmuştur.

Bu çalışmada, deforme olabilir dönel yay sınır koşullarına sahip delikli kirişlerin enine titreşimlerinin analizine yönelik bir yaklaşım geliştirilmiştir. Dönel yay eklentili perfore kiriş, Euler–Bernoulli kiriş teorisini ile modellenmiş ve eksenel basınç yükü altındaki titreşimi incelenmiştir. Çalışmanın amacı, perfore kirişlerin eğilme rijitliği ve kütle yoğunluğu gibi özelliklerinin yanı sıra, eksenel yük altındaki enine titreşim frekanslarının hesaplanmasına

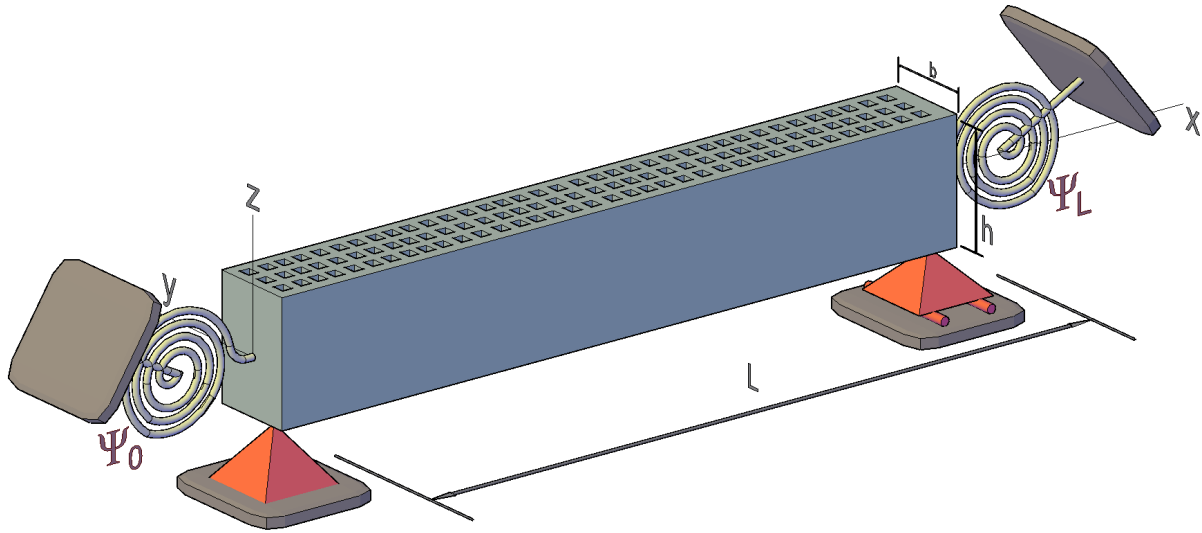
olanak tanıyan bir analitik yöntem sunmaktır. Bu kapsamda, Fourier sinüs serisi kullanılarak kirişin çökme fonksiyonu tanıtılmış ve sınır koşullarındaki deformasyonları incelemek için Stoke dönüşümü uygulanmıştır. Bu çalışmada elde edilen özdeğer problemi ile dönel yayların etkisini (deforme olabilen sınır koşullarını) dikkate alarak perfore kirişlerin aksel basınç yükü etkisindeki dinamik davranışının anlaşılması amaçlanmaktadır.

## ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

### Kirişlerde Perforasyona Bağlı Özellikler

Bu çalışmada, eni  $b$ , boyu  $h$  ve uzunluğu  $L$  olan delikli kirişlerin titreşim analizleri aksel yüklerin etkisi altında incelenmiştir. Şekil 1'de görüldüğü üzere, kiriş üzerine kullanıcı taleplerine bağlı olarak delikler açılabilir. Bu delikler, kirişte boşlukların oluşmasına yol açar ve bu boşluklar, kirişin doluluk oranı ( $\beta$ ) ile ilişkilidir. Doluluk oranı, 0 ile 1 arasında değişen bir değeri ifade etmekte olup, aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır [1]:

$$\beta = \frac{l_p}{l_y} \quad (1)$$



Şekil 1. Dönel yaylar ile sabitlenen perfore kiriş modeli

Burada,  $l_p$  perforasyonsuz (dolu) kısmın uzunluğunu,  $l_y$  ise perforasyon periyodunu (dolu ve delikli kısmın toplam uzunluğu) temsil etmektedir. Perfore kirişin eşdeğer eğilme rijitliği  $[EI]_{eq}$  şu şekilde elde edilir [1]:

$$[EI]_{eq} = EI \frac{\beta(N+1)(N^2+2N+\beta^2)}{(1-\beta^2+\beta^3)N^3+3\beta N^2+(3\beta^2+2\beta^3-3\beta^4+\beta^5)N+\beta^3} \quad (2)$$

Burada,  $E$  kirişi oluşturan malzemenin elastik modülünü temsil etmekte,  $N$  ise kesit boyunca bulunan delik sayısını göstermektedir. Perfore kirişin eşdeğer kütle yoğunluğu  $[\rho A]_{eq}$  ise aşağıdaki gibi yazılır [1]:

$$[\rho A]_{eq} = \rho A \frac{\beta[1 - N(\beta - 2)]}{\beta + N} \quad (3)$$

Burada,  $\rho$  kirişi oluşturan malzemenin kütle yoğunluğunu temsil etmektedir.

### Eksenel Yüklü Perfore Kiriş Özdeğer Problemi Çözümü

Bu çalışmada, her iki uçta dönel yaylarla kısıtlanmış ve basit destekler üzerinde duran, eksenel basınç yükü  $P$ 'ye tabi tutulan delikli kirişlerin titreşimleri incelenmiştir. Perforasyon özelliklerini ve eksenel yükleri dikkate alan kirişin yönetici denklemi, Euler–Bernoulli kiriş teorisi kullanılarak şu şekilde elde edilir [13]:

$$[EI]_{eq} \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + [\rho A]_{eq} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

Özdeğer çözümü deforme olabilen sınır koşulları, Fourier sonsuz serisi ve Stoke dönüşümleri uygulanarak elde edilmiştir. Önerilen çözüm yönteminde, enine yerdeğiştirme  $w(x,t)$ , zaman değişkeni  $t$ 'den ayrıklaştırılmak için aşağıdaki gibi formüle edilir [16]:

$$w(x,t) = \varphi(x)e^{i\omega t} \quad (5)$$

Denklem (5)'te  $\varphi(x)$  deplasman fonksiyonudur. Bu ayrıklaştırma ile yönetici denklem doğal frekansları ( $\omega$ ) içerecek şekilde, aşağıda gösterildiği gibi yeniden yazılabilir:

$$[EI]_{eq} \varphi(x)^{(4)} + P\varphi(x)'' - [\rho A]_{eq} \omega^2 \varphi(x) = 0 \quad (6)$$

Deplasman fonksiyonu, kirişin sınır noktaları ( $x = 0$  ve  $x = L$ ) ile bunların ara bölgesindeki ( $0 < x < L$ ) davranışını gösterecek biçimde aşağıdaki gibi ifade edilir [16]:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \varphi_0, & x = 0, \\ \varphi_L, & x = L, \\ \sum_{j=1}^{\infty} b_j \sin(\beta_j x), & 0 < x < L \end{cases} \quad (7)$$

Burada,  $\beta_j = j\pi/L$  ilişkisi bulunmaktadır. Ayrıca, yukarıdaki denklemlerde bulunan  $b_j$  ifadesi Fourier katsayısını temsil etmekte olup, aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$b_j = \frac{2}{L} \int_0^L \varphi(x) \sin(\beta_j x) dx \quad (8)$$

Stoke dönüşümleri uygulandığında, deplasman fonksiyonunun türevleri Fourier serisi cinsinden elde edilir. Bu bağlamda, Denklem (7)'nin ilk türevi aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\varphi'(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j b_j \cos(\beta_j x) \quad (9)$$

Denklem (9) aşağıdaki gibi yeniden ifade edilebilir:

$$\varphi'(x) = \frac{c_0}{L} + \sum_{j=1}^{\infty} c_j \cos(\beta_j x) \quad (10)$$

Yukarıdaki denklemden türetilen Fourier serisi katsayıları  $c_0$  ve  $c_j$ , aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$c_0 = \frac{2}{L} \int_0^L \varphi'(x) dx = \frac{2}{L} (\varphi_L - \varphi_0) \quad (11)$$

$$c_j = \frac{2}{L} \int_0^L \varphi'(x) \cos(\beta_j x) dx, \quad (j = 1, 2, \dots) \quad (12)$$

$c_j$  katsayısı, kısmi integrasyon ile aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$c_j = \frac{2}{L} [\varphi(x) \cos(\beta_j x)]_0^L + \frac{2}{L} \left[ \beta_j \int_0^L \varphi(x) \sin(\beta_j x) dx \right] \quad (13)$$

$$c_j = \frac{2(-1)^j (\varphi_L - \varphi_0)}{L} + \beta_j b_j \quad (14)$$

Stoke dönüşümleri uygulanarak,  $\varphi(x)$  fonksiyonunun ilk dört türevi aşağıdaki gibi hesaplanır [16]:

$$\varphi'(x) = \frac{(\varphi_L - \varphi_0)}{L} + \sum_{j=1}^{\infty} \cos(\beta_j x) \left( \frac{2[(-1)^j \varphi_L - \varphi_0]}{L} + \beta_j b_j \right) \quad (15)$$

$$\varphi''(x) = - \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j \sin(\beta_j x) \left( \frac{2[(-1)^j \varphi_L - \varphi_0]}{L} + \beta_j b_j \right) \quad (16)$$

$$\varphi'''(x) = \frac{\varphi_L'' - \varphi_0''}{L} + \sum_{j=1}^{\infty} \cos(\beta_j x) \left[ \frac{2[\varphi_L'' (-1)^j - \varphi_0'']}{L} - \beta_j^2 \left( \frac{2[(-1)^j \varphi_L - \varphi_0]}{L} + \beta_j b_j \right) \right] \quad (17)$$

$$\varphi^{(4)}(x) = - \sum_{j=1}^{\infty} \beta_j \sin(\beta_j x) \left[ \frac{2[\varphi_L'' (-1)^j - \varphi_0'']}{L} - \beta_j^2 \left( \frac{2[(-1)^j \varphi_L - \varphi_0]}{L} + \beta_j b_j \right) \right] \quad (18)$$

Denklemler (7), (16) ve (18), Denklem (6)'de yerine konulduğunda,  $b_j$  katsayısı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$b_j = \frac{2\beta_j[-[EI]_{sq}(\varphi_0'' - \varphi_L''(-1)^j)]}{L([\rho A]_{sq}\omega^2 + P\beta_j^2 - [EI]_{sq}\beta_j^4)} \quad (19)$$

Denklem (19) elde edilirken  $\varphi_L$  ve  $\varphi_0$  ifadeleri sıfır kabul edilmiştir. Stoke dönüşümleri ve Fourier serileri kullanılarak geliştirilen bu yaklaşım, çözümlerin yeniden türetilmesine gerek kalmadan farklı sınır koşullarına (basit destekli sınır koşulları, deforme olabilen sınır koşulları, ankastre sınır koşulları) geçişi mümkün kılar. Özdeğer problemini elde etmek için kuvvet sınır koşulları kullanılır ve kuvvet sınır koşulları moment ifadesine dayanarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$-P \frac{\partial w}{\partial x} - [EI]_{sq} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \Big|_{x=0} = Y_0 \varphi_0' \quad (20)$$

$$-P \frac{\partial w}{\partial x} - [EI]_{sq} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \Big|_{x=L} = -Y_L \varphi_L' \quad (21)$$

Burada  $Y_0$  ve  $Y_L$  delikli kirişin uçlarındaki dönel yay rijitliklerini temsil etmektedir. Bu sabitlere yeterince büyük değerler verildiğinde sınırlar ankastre mesnet davranışı gösterirken, çok küçük değerler verilmesi ile sınırlar basit mesnet davranışı sergiler. Denklemler (15), (17) ve (19)'un Denklemler (20) ve (21)'de yerine konulması ile özdeğer problemi aşağıdaki şekilde türetilir:

$$\left( [EI]_{sq} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2L[EI]_{sq}j^2\pi^2\gamma_0}{[EI]_{sq}j^4\pi^4 - L^2(j^2\pi^2P + [\rho A]_{sq}L^2\omega^2)} \right) \varphi_0'' + \left( -\sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j L[EI]_{sq}j^2\pi^2\gamma_L}{[EI]_{sq}j^4\pi^4 - L^2(j^2\pi^2P + [\rho A]_{sq}L^2\omega^2)} \right) \varphi_L'' = 0 \quad (22)$$

$$\left( -\sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^j L[EI]_{sq}j^2\pi^2\gamma_0}{[EI]_{sq}j^4\pi^4 - L^2(j^2\pi^2P + [\rho A]_{sq}L^2\omega^2)} \right) \varphi_0'' + \left( [EI]_{sq} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2L[EI]_{sq}j^2\pi^2\gamma_L}{[EI]_{sq}j^4\pi^4 - L^2(j^2\pi^2P + [\rho A]_{sq}L^2\omega^2)} \right) \varphi_L'' = 0 \quad (23)$$

Denklem (22) ve (23) kullanılarak bir özdeğer problemi oluşturulabilir ve dönel yay rijitliklerini, aksenal yükleri ve perfore malzeme özelliklerini içeren bu özdeğer problemindeki katsayılar matrisinin determinantının Denklem (24)'deki gibi sıfıra eşitlenmesi titreşim frekanslarını verir.

$$\det \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix} = 0 \quad (24)$$

burada,

$$\Omega_{11} = [EI]_{\text{eq}} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2L[EI]_{\text{eq}}j^2\pi^2\gamma_0}{[EI]_{\text{eq}}j^4\pi^4 - L^2(j^2\pi^2P + [\rho A]_{\text{eq}}L^2\omega^2)} \quad (25)$$

$$\Omega_{12} = - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^jL[EI]_{\text{eq}}j^2\pi^2\gamma_0}{[EI]_{\text{eq}}j^4\pi^4 - L^2(j^2\pi^2P + [\rho A]_{\text{eq}}L^2\omega^2)} \quad (26)$$

$$\Omega_{21} = - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2(-1)^jL[EI]_{\text{eq}}j^2\pi^2\gamma_L}{[EI]_{\text{eq}}j^4\pi^4 - L^2(j^2\pi^2P + [\rho A]_{\text{eq}}L^2\omega^2)} \quad (27)$$

$$\Omega_{22} = [EI]_{\text{eq}} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2L[EI]_{\text{eq}}j^2\pi^2\gamma_L}{[EI]_{\text{eq}}j^4\pi^4 - L^2(j^2\pi^2P + [\rho A]_{\text{eq}}L^2\omega^2)} \quad (28)$$

### SAYISAL SONUÇLAR

Çalışmanın bu bölümünde, delikli kirişlerin aksel basınç yükü altındaki titreşim analizleri gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda, analizlerde kullanılan malzeme özellikleri aksi belirtilmedikçe çalışma boyunca şu şekilde kabul edilmiştir:  $L=4$  m,  $\beta=0.8$ ,  $N=8$ . Ayrıca, çözümlerde kullanılan terim sayısı 20 ( $j=20$ ) olarak belirlenmiştir. Kirişe etki eden aksel yük ve yay katsayıları boyutsuz formda ele alınmıştır. Boyutsuz aksel yük ( $\bar{P}$ ) ve boyutsuz yay katsayıları ( $\psi_0, \psi_L$ ) ise sırasıyla aşağıdaki ifadelerle elde edilmektedir:

$$\bar{P} = \frac{PL^2}{EI} \quad (29)$$

$$\psi_0 = \frac{\gamma_0 L}{EI} \quad (30)$$

$$\psi_L = \frac{\gamma_L L}{EI} \quad (31)$$

Benzer şekilde, boyutsuz aksel yük aksi belirtilmedikçe çalışma boyunca 1 (basınç) olarak kabul edilirken, boyutsuz yay katsayıları ise  $10^{-14}$  olarak tercih edilmiştir ( $\psi_0 = \psi_L = 10^{-14}$ ). Ayrıca, önerilen çözüm yöntemiyle elde edilen sonuçlar; basit mesnetli ve ankastre mesnetli sınır koşulları için elde edilen kapalı form çözüm sonuçlarıyla Çizelge 1 ve Çizelge 2'de kıyaslanmıştır. Basit mesnetli ve ankastre sınır koşulları altında kapalı form çözümlerle elde edilen frekanslar sırasıyla aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$\omega_{ss} = \sqrt{\frac{[EI]_{eq} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 - P \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2}{[\rho A]_{eq}}} \quad (32)$$

$$\omega_{cc} = \sqrt{\frac{[EI]_{eq} \left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}\right)^4 - P \left(\frac{(2n+1)\pi}{2L}\right)^2}{[\rho A]_{eq}}} \quad (33)$$

Burada,  $\omega_{ss}$  ve  $\omega_{cc}$  sırasıyla basit mesnetli ve ankastre sınır koşulları için titreşim frekansları iken,  $n$  mod sayısıdır. Ayrıca, çalışmada analizler sonucunda elde edilen frekanslar boyutsuz formda değerlendirilmiş olup, boyutsuz frekanslar ( $\bar{\omega}$ ) aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\bar{\omega} = \omega L^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}} \quad (34)$$

Çizelge 1. Farklı doluluk oranları ve eksenel yüklemelere sahip basit mesnetli kirişlerin boyutsuz frekanslarının farklı çözüm yöntemleriyle karşılaştırılması

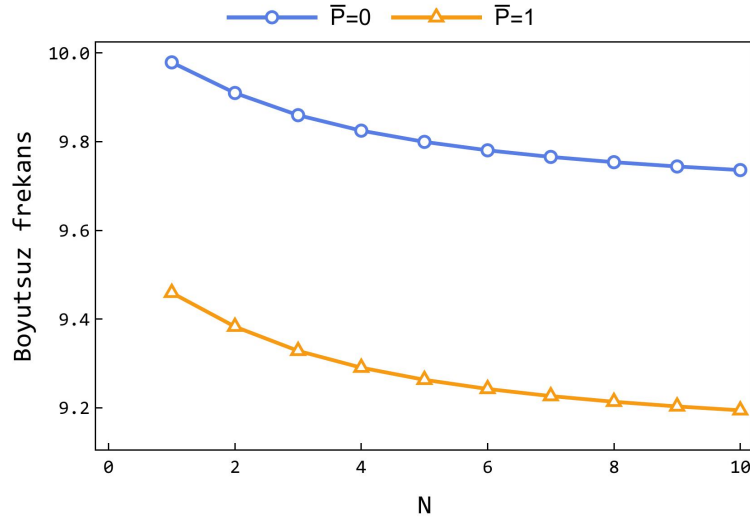
$\bar{P}$	Mod Numarası	$\beta=0.1$		$\beta=0.8$	
		Özdeğer Çözümü	Kapalı Çözüm	Özdeğer Çözümü	Kapalı Çözüm
0	1	8.15898	8.15898	9.75373	9.75373
	2	32.6359	32.6359	39.0149	39.0149
1.0	1	4.14982	4.14982	9.21375	9.21375
	2	29.4569	29.4569	38.4863	38.4863

Çizelge 2. Ankastre kirişlerin frekanslarının doluluk oranı ve eksenel yükleme durumlarına göre farklı yöntemlerle kıyaslanması

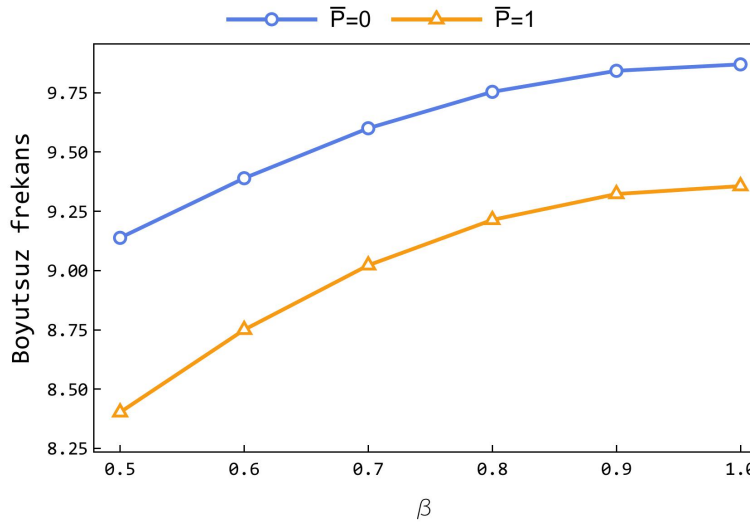
$\bar{P}$	Mod Numarası	$\beta=0.1$		$\beta=0.8$	
		Özdeğer çözümü	Kapalı Çözüm	Özdeğer çözümü	Kapalı Çözüm
0	1	18.5965	18.3577	22.2313	21.9459
	2	51.2613	50.9936	61.2807	60.9608
1.0	1	16.8431	15.0324	21.9405	21.4144
	2	48.9472	47.8741	60.8873	60.4335

Daha önce de belirtildiği gibi, Çizelge 1 ve Çizelge 2, önerilen çözüm yönteminin doğruluğunu göstermek amacıyla eklenmiştir. Çizelge 1'de, basit mesnetli sınır koşullarına sahip kirişlerin kapalı form çözümleri ile 20 eleman kullanılarak elde edilen özdeğer problemine ait sayısal sonuçlar karşılaştırılmış ve sonuçlar arasında mükemmel bir uyum gözlemlenmiştir. Bu sınır koşuluna önerilen çözüm yöntemi ile ulaşmak için, boyutsuz yay

katsayısına  $10^{-14}$  gibi çok küçük bir değer verilmiştir ( $\psi_0 = \psi_L = 10^{-14}$ ). Çizelge 2’de ise, eleman sayısı 150’ye çıkarılarak, ankastre sınır koşulları altında kapalı form çözümlerden elde edilen boyutsuz frekanslarla karşılaştırma yapılmıştır. Bu karşılaştırma sonucunda, önerilen yöntemin oldukça düşük hata payı ile kapalı form çözümlere yakınsadığı görülmüştür. Ankastre sınır koşullarına ulaşmak için ise önerilen yöntemde her iki boyutsuz yay katsayısına  $10^{14}$  değeri verilmiştir. Ayrıca, çözümde kullanılan terim sayısının artırılmasıyla elde edilen sonuçların kapalı çözümle uyumu artmakta, yöntemler arası fark azalmaktadır.



Şekil 2. Farklı delik sayıları ve eksenel yük altında boyutsuz frekansların değişimi

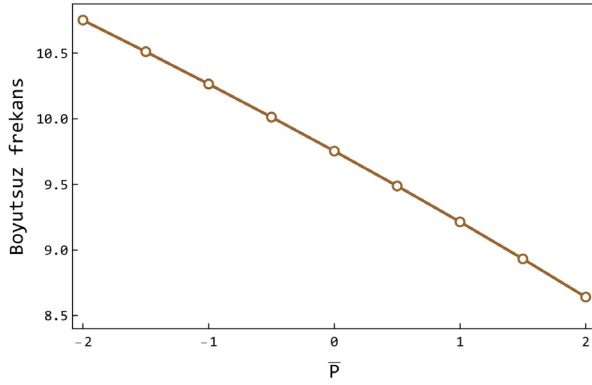


Şekil 3. Kirişin doluluk oranı ve eksenel yük değişiminin boyutsuz frekanslara etkisi

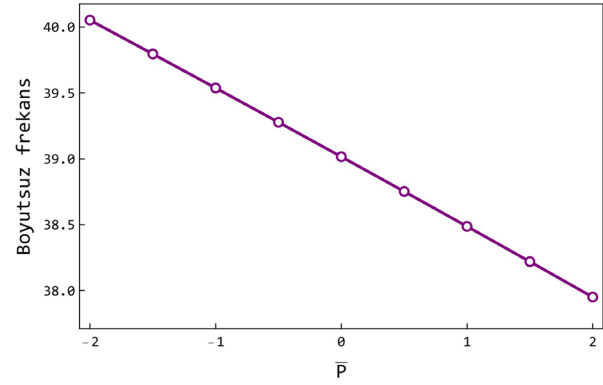
Şekiller 2 ve 3’te farklı eksenel yüklere sahip kirişlerin delik sayısı ve doluluk oranlarının değişimi ile gerçekleşen boyutsuz frekanslarındaki değişimler incelenmiştir. Şekil 2’de görüldüğü üzere, kirişe etkiyen eksenel yük ile delik sayısı, boyutsuz frekanslar üzerinde belirgin bir etki göstermektedir. Eksenel yük açısından bakıldığında,  $\bar{P}$  değeri 0’dan 1’e

(basınç) doğru arttıkça boyutsuz frekans değerlerinde sürekli bir azalma gözlemlenmektedir; bu durum, basma yükünün rijitliği düşürerek burkulma eğilimini artırmasıyla açıklanabilir. Öte yandan  $\beta=0.8$  doluluk oranına sahip bir kiriş için, delik sayısı arttıkça frekans değerleri her iki yük durumu ( $\bar{P}=0, 1$ ) için de azalmaktadır; çünkü delikler kirişin kesit rijitliğini zayıflatmakta ve titreşim davranışını olumsuz etkilemektedir. En yüksek frekans değeri  $N=1$ ,  $\bar{P}=0$  durumunda elde edilirken, en düşük frekans değeri  $N=10$ ,  $\bar{P}=1$  durumunda görülmüştür.

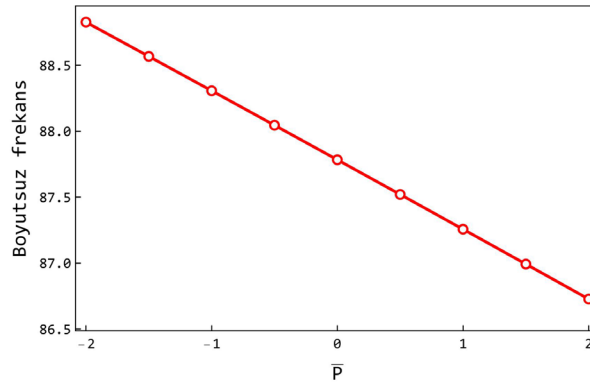
Şekil 3'te, kirişin doluluk oranının ve uygulanan aksel yükün boyutsuz frekanslar üzerindeki etkileri tartışılmıştır. Sabit aksel yükler altında,  $\beta$  arttıkça yani kirişin kesiti daha dolu hale geldikçe frekans değerlerinde belirgin bir artış gözlemlenmektedir; bu durum fiziksel olarak yapının rijitliğinin artmasına ve titreşim frekanslarının yükselmesine bağlanabilir. Örneğin,  $\bar{P}=0$  durumunda doluluk oranı %50'den %100'e çıktığında frekans 9.14'ten 9.87'ye yükselmiştir. Ayrıca, tıpkı bir önceki şekildeki gibi  $\bar{P}$  değeri 0'dan 1'e doğru arttıkça frekanslar sistematik olarak azalmaktadır. Özellikle düşük doluluk oranlarında basınç yükünün etkisi daha belirgindir; bu durum Şekil 3'teki eğim farklılıklarında da açıkça görülmektedir.



a) Birinci mod frekanslarının değişimi



b) İkinci mod frekanslarının değişimi

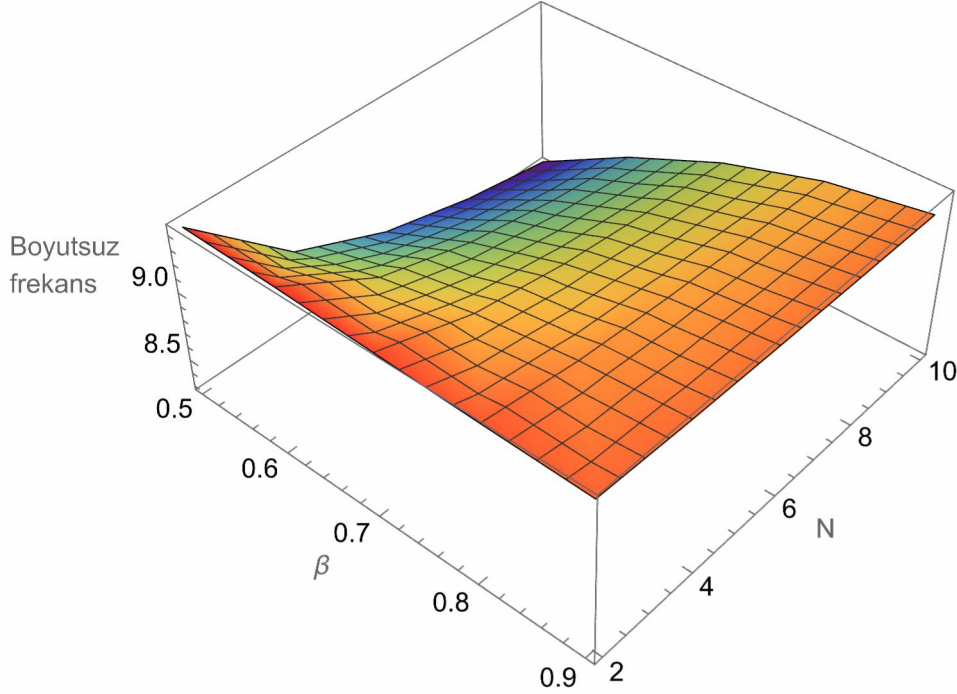


c) Üçüncü mod frekanslarının değişimi

Şekil 4. Kirişin ilk üç modundaki boyutsuz frekansların aksel yüke bağlı değişimi

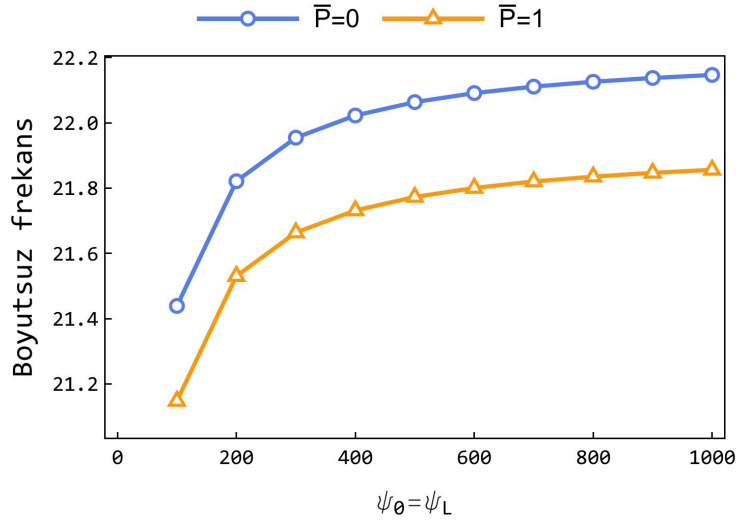
Şekil 4a, 4b ve 4c'de görüldüğü üzere, kirişe etkiyen aksel yük arttıkça, ilk üç moda ait boyutsuz frekanslar düzenli bir şekilde azalmaktadır. Birinci moda ait frekanslar (Şekil 4a), bu değişimden en belirgin şekilde etkilenirken; ikinci (Şekil 4b) ve üçüncü modlar (Şekil 4c) da benzer bir düşüş eğilimi göstermektedir, ancak azalma oranı daha sınırlıdır. Örneğin,  $\bar{P} = -$

2’de (çekme) birinci mod frekansı 10.75 iken,  $\bar{P}=2$ ’de (basınç) 8.64’e düşmektedir; üçüncü mod için bu değerler 88.83’ten 86.72’ye gerilemektedir. Özellikle birinci modda gözlenen daha büyük düşüş, düşük modlardaki frekansların aksel yük değişimine karşı daha belirgin bir tepki verdiğini göstermektedir.

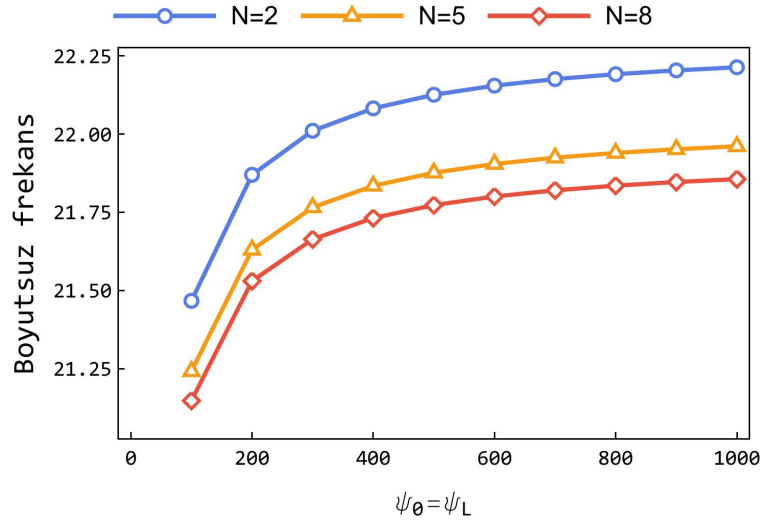


Şekil 5. Delik sayısı ve doluluk oranına bağlı olarak boyutsuz frekansların değişimi

Şekil 5’teki 3 boyutlu görselleştirmede, kirişteki delik sayısı ile doluluk oranının farklı değerlerinde dinamik tepkilerin belirgin şekilde değiştiği gözlemlenmektedir. Genel olarak, sabit doluluk oranı altında delik sayısı arttıkça frekans değerlerinde bir azalma eğilimi gözlenmekle birlikte, bu azalma  $\beta$ ’nin artmasıyla kısmen dengelenmektedir. Örneğin, düşük doluluk oranlarında ( $\beta=0.5$ ) delik sayısının frekansı belirgin şekilde düşürdüğü görülürken, yüksek doluluk oranlarında ( $\beta=0.9$ ) frekanslar daha stabil kalmaktadır. Ayrıca, düşük delik sayılarında (örneğin  $N=2$ ) doluluk oranının artışı frekanslarda azalmaya neden olurken, delik sayısı arttıkça ( $N=4, 6, 8, 10$ ) frekanslarda artış yaşanmaktadır. Yani, çok sayıda deliğe sahip kirişlerde doluluk oranının artırılması, frekansın artmasına neden olan yapının rijitliğini önemli ölçüde iyileştirmektedir. Fiziksel olarak, delik sayısının artması kirişin kesit rijitliğini zayıflatırken, doluluk oranının artması yapının genel rijitliğini artırarak titreşim frekanslarını yükseltir. Bu etkiler, Şekil 5’te frekansların hem  $N$  hem de  $\beta$  ekseninde nasıl değiştiğini açık biçimde ortaya koymakta; dolayısıyla kirişin dinamik performansının, bu iki parametrenin etkileşimine bağlı olduğu net bir şekilde görülmektedir.



Şekil 6. Yay katsayılarının ve eksenel yükün boyutsuz frekanslara etkisi



Şekil 7. Yay katsayılarının ve delik sayısının boyutsuz frekanslar üzerindeki etkisi

Şekil 6 ve Şekil 7’de görüldüğü üzere, sınırlarda bulunan dönele yay rijitliklerinin artmasıyla birlikte boyutsuz frekanslar belirgin şekilde yükselmektedir. Bu durum, sınır koşullarının daha rijit hale gelerek ankastre mesnet davranışına yaklaşmasına neden olmakta ve dolayısıyla kirişin doğal frekanslarını artırmaktadır. Şekil 6’da da görülebilir ki sabit yay katsayısı altında eksenel yük arttıkça frekanslar düşmektedir. Öte yandan Şekil 6’da, sabit yay katsayıları için de delik sayısı arttıkça frekansların azaldığı gözlemlenmektedir; çünkü daha önce de bahsedildiği üzere delik sayısındaki artış kirişin kesit rijitliğini zayıflatmaktadır. Literatürde sıklıkla ele alınan tam ankastre veya tam serbest gibi idealize sınır koşullarının aksine, bu çalışmada kirişin uçlarındaki elastik destekler — yani deforme olabilen yaylar — dikkate alınmış ve bu yarı-rijit sınır koşullarının dinamik davranış üzerindeki etkileri incelenmiştir. Özellikle pratik uygulamalarda bu tür elastik sınır koşulları oldukça yaygındır ve ihmal edilmesi dinamik analizlerde hatalı veya yetersiz sonuçlara yol açabilir. Dolayısıyla, yapının uçlarındaki bağlanma biçimi —örneğin rijit bir bağlantıya mı, yoksa esnek bir taşıyıcıya mı

sabitlendiği— hem aksel yüklerin hem de kesit zayıflıklarının (delikler gibi) sistem üzerindeki etkisini değiştirebilmektedir. Bu yönüyle, Şekil 6 ve 7’de incelenen yaylı sınır koşulları, literatürde az temsil edilen ancak mühendislik gerçekliği açısından kritik bir konuyu ele almakta ve yapıların titreşim davranışının daha gerçekçi biçimde modellenmesi açısından önemli bir katkı sunmaktadır.

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, perfore malzemenen yapılmış ve her iki ucunda elastik dönel yay eklentili kirişlerin aksel basınç yükü altındaki enine titreşim davranışlarını incelemek amacıyla, deforme olabilen sınır koşullarını da içeren etkili bir analitik yöntem geliştirilmiştir. Kirişler, Euler–Bernoulli teorisi çerçevesinde narin elemanlar olarak modellenmiş ve eğilme rijitliği ile kütle yoğunluğu gibi özellikleri perfore yapı parametreleri dikkate alınarak literatürdeki eşitlikler yardımıyla tanımlanmıştır. Kirişin çökme fonksiyonu Fourier sinüs serisi ile ifade edilerek genel çözüm elde edilmiş; sınır koşullarındaki elastik desteklerin etkisini yansıtmak için Stoke dönüşümü uygulanmıştır. Böylece, dönel yay rijitliklerini içeren ve deforme olabilen sınır koşullarını dikkate alan 2x2 boyutunda bir özdeğer problemi türetilmiş, bu sayede perfore kirişlerin dinamik performansı detaylı şekilde analiz edilebilmiştir. Geliştirilen yöntem, idealize sınır koşullarının ötesinde gerçekçi elastik desteklerin kirişin titreşim özellikleri üzerindeki etkisini ortaya koyarak, yapısal elemanların tasarımında önemli bir katkı sağlamaktadır. Analiz sonuçlarına göre, delik sayısının artması kesit rijitliğini azaltarak frekansların düşmesine neden olurken, doluluk oranının frekanslar üzerindeki etkisi delik sayısına bağlı olarak değişkenlik göstermektedir. Aksel yük arttıkça frekanslarda belirgin bir azalma gözlenirken, sınır koşullarını temsil eden yay katsayılarının artışı sınır rijitliğini artırarak doğal frekanslarda önemli bir yükselişe yol açmaktadır.

## KAYNAKLAR

- [1] L. Luschi, F. Pieri, An analytical model for the determination of resonance frequencies of perforated beams, *Journal of Micromechanics and Microengineering*. 24, 055004, 2014. doi:10.1088/0960-1317/24/5/055004.
- [2] A.A. Abdelrahman, M.A. Eltaher, A.M. Kabeel, A.M. Abdraboh, A.A. Hendi, Free and forced analysis of perforated beams, *Steel and Composite Structures*. 31, 489–502, 2019. doi:10.12989/scs.2019.31.5.489.
- [3] A. Assie, Ş.D. Akbaş, A.H. Bashiri, A.A. Abdelrahman, M.A. Eltaher, Vibration response of perforated thick beam under moving load, *The European Physical Journal Plus*. 136, 283, 2021. doi:10.1140/epjp/s13360-021-01224-2.
- [4] M.A. Koç, M. Eroğlu, İ. Esen, Dynamic analysis of high-speed train moving on perforated Timoshenko and Euler–Bernoulli beams, *International Journal of Mechanics and Materials in Design*. 18, 893–917, 2022. doi:10.1007/S10999-022-09610-Z/TABLES/4.
- [5] U. Kafkas, On the free vibration of a perforated Rayleigh beam with deformable ends, *Engineering Science and Technology, an International Journal*. 56, 101787, 2024. doi:10.1016/j.jestch.2024.101787.
- [6] R. Garai, S. Chakraverty, Dynamic characteristics of non-homogeneous perforated beams with different boundary scenarios, *Mechanics Based Design of Structures and*

- Machines*. 2025. doi:10.1080/15397734.2025.2488027.
- [7] A.A. Abdelrahman, H.E. Abd-El-Mottaleb, M.G. Elblassy, E.A. Elshamy, A.A. Abdelrahman, H.E. Abd-El-Mottaleb, M.G. Elblassy, E.A. Elshamy, Vibrations and stress analysis of perforated functionally graded rotating beams, *Steel and Composite Structures*. 49, 667, 2023. doi:10.12989/SCS.2023.49.6.667.
- [8] M.A. Alazwari, S.A. Mohamed, M.A. Eltaher, Vibration analysis of laminated composite higher order beams under varying axial loads, *Ocean Engineering*. 252, 111203, 2022. doi:10.1016/j.oceaneng.2022.111203.
- [9] H.H. Patil, J. Pitchaimani, M.A. Eltaher, Buckling and vibration of beams using Ritz method: Effects of axial grading of GPL and axially varying load, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 31, 3861–3874, 2024. doi:10.1080/15376494.2023.2185711.
- [10] T.P. Vo, H.T. Thai, Free vibration of axially loaded rectangular composite beams using refined shear deformation theory, *Composite Structures*. 94, 3379–3387, 2012. doi:10.1016/j.compstruct.2012.05.012.
- [11] F. De Borbón, D. Ambrosini, On free vibration analysis of thin-walled beams axially loaded, *Thin-Walled Structures*. 48, 915–920, 2010. doi:10.1016/j.tws.2010.06.002.
- [12] S.M. Kim, Vibration and stability of axial loaded beams on elastic foundation under moving harmonic loads, *Engineering Structures*. 26, 95–105, 2004. doi:10.1016/j.engstruct.2003.09.001.
- [13] F.J. Shaker, Effect of axial load on mode shapes and frequencies of beams, *NASA Technical Note*. NASA-TN-D-8109, E-8433, 1975. <https://ntrs.nasa.gov/citations/19760006440> (accessed July 11, 2025).
- [14] T.K. Nguyen, T.P. Vo, H.T. Thai, Static and free vibration of axially loaded functionally graded beams based on the first-order shear deformation theory, *Composites Part B: Engineering*. 55, 147–157, 2013. doi:10.1016/j.compositesb.2013.06.011.
- [15] E. Viola, P. Ricci, M.H. Aliabadi, Free vibration analysis of axially loaded cracked Timoshenko beam structures using the dynamic stiffness method, *Journal of Sound and Vibration*. 304, 124–153, 2007. doi:10.1016/J.JSV.2007.02.013.
- [16] M.Ö. Yaylı, M. Aras, S. Aksoy, An efficient analytical method for vibration analysis of a beam on elastic foundation with elastically restrained ends, *Shock and Vibration*. 2014, 159213, 2014. doi:10.1155/2014/159213.



## KÖPRÜLERDE MAKRO MODELLEME YÖNTEMİ İLE DİNAMİK PARAMETRELERİN BELİRLENMESİ

Büşra Oğuz, M. Sami Döndüren, Mohammed Gamal Omar Al Hagra, Abdulhamit Nakipoğlu

<sup>1,2,4</sup>Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi-Konya Teknik Üniversitesi, Konya

<sup>3</sup>Mühendislik Fakültesi-İstanbul Aydın Üniversitesi, İstanbul

### ABSTRACT

An earthquake is a natural event that occurs when vibrations resulting from sudden fractures in the earth's crust shake the earth in waves. Earthquakes affect historical bridges as well as other engineering structures. The historic bridges damaged in the February 6 Kahramanmaraş Earthquakes are evidence of the earthquake's effects. Bridges, like other engineering structures, must maintain their resistance to earthquakes. However, historical bridges were not built to withstand seismic events as much as they are today. Therefore, precautions should be taken to protect the structural integrity of historical buildings against earthquakes and to minimize structural damage. In the study, the historical Meram Bridge was modeled using the macro modeling method in the finite element program ABAQUS, and both modal analysis and earthquake analysis were performed. The behavior of the bridge under earthquake effects was tested and the frequency and mode shape, which are the dynamic characteristics of the historical bridge, were determined. As a result, it was observed that the maximum displacements occurred in the arches and supports.

Keywords: Abaqus; dynamic parameter; earthquake; historic bridge; theoretical analysis;

### ÖZET

Deprem, yer kabuğunda ani kırılmalar sonucu oluşan titreşimlerin dalgalar halinde yeryüzünü sarsması sonucu oluşan doğa olayıdır. Deprem diğer mühendislik yapılarının yanı sıra tarihi köprüleri de etkilemektedir. 6 Şubat Kahramanmaraş Depremlerinde hasar gören tarihi köprüler deprem etkisinin kanıtı niteliğindedir. Köprülerde diğer mühendislik yapıları gibi depreme karşı dayanıklılıklarını korumak zorundadırlar. Ancak tarihi köprüler günümüzdeki kadar sismik olaylara dayanıklı olarak inşa edilmemişlerdir. Bu nedenle tarihi yapıların depreme karşı yapısal bütünlüğünü korumak ve yapısal hasarlarını en aza indirmek için önlemler alınmalıdır. Çalışmada, tarihi Meram Köprüsü, sonlu elemanlar programı olan ABAQUS 'te makro modelleme yöntemi kullanılarak modellenmiş, hem modal analiz hem de deprem analizi yapılmıştır. Köprünün deprem etkisi altındaki davranışı test edilmiş ve tarihi köprünün dinamik karakteristiği olan frekans ve mod şekli belirlenmiştir. Sonuç olarak, maksimum yer değiştirmelerin kemerlerde ve desteklerde meydana geldiği görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Abaqus; dinamik parametre; deprem; tarihi köprü; teorik analiz;

## 1. GİRİŞ

Geçmişten günümüze kadar deprem, sel, toprak kayması, taşıt yükü, rüzgar yükü, vs. birçok dış etken altında kalan tarihi köprülerde; kullanılan malzemelerin zamanla dayanımının azalması, zeminin oturması, zamana bağlı deformasyonların oluşması, köprünün tasarım ve inşaa aşamasında dikkat edilmeyen düzensiz yükleme durumlarından kaynaklı oluşan olumsuzluklar hizmet ömürlerini azaltmıştır. Ancak günümüzde varlıklarını devam ettiren tarihi köprüler bulunmaktadır.

Hala varlıklarını devam ettirebilen tarihi köprüler ise coğrafi konumumuzdan kaynaklı olarak deprem gibi bir doğal olgudur tehdidi altındadırlar. 6 Şubat Kahramanmaraş depremleri sonrasında tarihi köprüler üzerine yapılan incelemelerde bölgedeki köprülerin çoğunlukla taş malzemeler ile inşa edildiği gözlemlenmiştir. Kahramanmaraş ve Hatay'da illerinde bulunan iki tarihi taş kemer köprünün yapısal elemanlarında (tempın duvarlarda ve köprü tabliyesinde) hasarlar gözlenmiştir. Bu hasarlara ait bazı görseller Şekil 1.1 ve 1.2' de verilmiştir (Ahmet Can Altunışık ve ark., 2023).



Şekil 1.1. Kahramanmaraş ilinde bulunan tarihi Ceyhan Köprüsüne ait hasarlar(Ahmet Can Altunışık ve ark., 2023)



Şekil 1.2. Hatay ilinde bulunan tarihi bir köprüye ait hasarlar (Ahmet Can Altunışık ve ark., 2023)

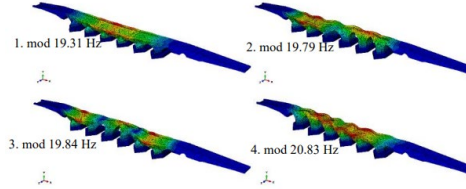
Adıyaman'ın Tut Çamiçi köyü ile Gölbaşı Yaylacık köyü arasından geçen Göksu Çayı üzerine kurulan Vicina Köprüsü, Kahramanmaraş merkezli depremlerde yıkıldı (Şekil 1.3).



Şekil 1.3. Vicina Köprüsü / Adıyaman

## 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

(Nemutlu ve ark., 2023), çalışmada tarihi Karaz Köprüsü' nün deprem karşısındaki davranışı Abaqus programı kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmada Van, Elazığ, Bingöl, Gölcük ve Erzincan illerinin deprem kayıtları kullanılmıştır. Bu beş adet ivme kaydı ile yapılan doğrusal olmayan dinamik analizde köprülerin maksimum yer değiştirmeleri ve çatlak dağılımları incelenmiştir. Sonuç olarak oluşan en kritik çekme çatlakları hem topuk bölgesinde hem de kemerlerin orta kısımlarında meydana gelmiştir (Şekil 2.1).



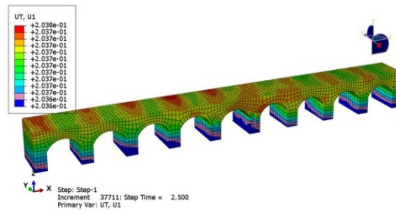
Şekil 2.1. Karaz köprüsünün titreşim modları ve frekans değerleri

(Azar ve ark., 2024), çalışmada 7 açıklık Halilviran Köprüsü' nün dinamik özelliklerini araştırmak için Abaqus programında analizi yapılmıştır. Çalışmada iki yönlü deprem kuvveti etki ettirilmiştir. Köprü'nün yığma birimlerin için beton hasar plastisitesi (CDP) malzeme modeli, dolgusu içinse Mohr-Coulomb (M-C) malzeme modeli kullanılmıştır. Sonuç olarak köprüde hasarın ilk olarak parapet duvarda ve kemerlerde meydana geldiği gözlemlenmiştir (Şekil 2.2).



Şekil 2.2. Köprüdeki maksimum basınç gerilmesi dağılımı

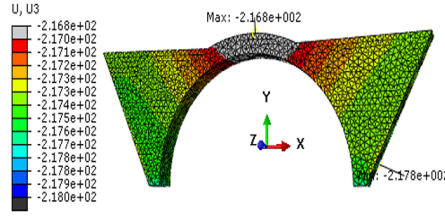
(MollaJafari ve ark., 2022), çalışmada Namroud Köprüsü referans alınarak hem köprü'nün zayıf bölgelerinin belirlenmesi hem de güçlendirme yapılarak davranışının incelenmesi için Abaqus programında deprem hareketlerine maruz bırakılarak analizi yapılmıştır. Yığma köprü'nün zayıf bölgeleri belirlenerek FRP ile güçlendirilmiştir. Sonuç olarak düşey yöndeki deprem hareketinin önemli bir etkisi olduğu, güçlendirmenin köprü tabliyesi için etkili olduğu ancak spandrel duvarlar için aynı etkiyi göstermediği, küçük açıklıklı köprüler için FRP ile güçlendirmenin istenilen performansı sağlamadığı gözlemlenmiştir (Şekil 2.3).



Şekil 2.3. Güçlendirilmemiş köprü'nün deprem etkisi altındaki maksimum yer değiştirmesi

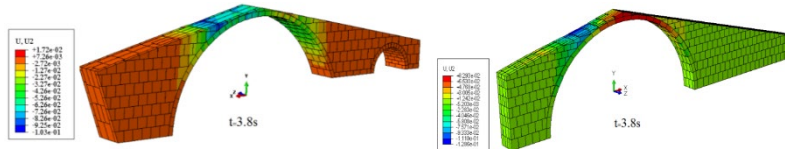
(Şeker ve Şahin, 2022), çalışmada Uşak Clandras Köprüsü' nün sismik davranışı doğrusal ve doğrusal olmayan analizler ile Abaqus programı kullanılarak test edilmiştir. Dinamik analizlerde 1999 Kocaeli Depremi' nin ivme kayıtları kullanılmıştır. Köprü'nün uzunluğu 21,70 m, yüksekliği 17 m, genişliği ise 1,96 m' dir. Köprü'nün kemeri kasnak şeklindedir ve tek açıklıklı bir köprüdür (Şekil 2.4). Beton Hasar Plastisitesi (CDP) modeli ile doğrusal olmayan zaman analizi yapılmıştır. Sonuç olarak basınç ve çekme gerilmelerinin kemer çıkıntılarının

kayalar ile desteklendiği noktalarda yoğunlaştığı, basınç gerilmesinin çekme gerilmesinden 6 kat daha büyük olduğu ve gerilmelerin maksimum olduğu yerlerde malzeme dayanımı aşılsa öncelikle bu bölgelerde hasar meydana geleceği belirtilmiştir.



Şekil 2.4. Clandras Köprüsü'nün 3 boyutlu görünüşü

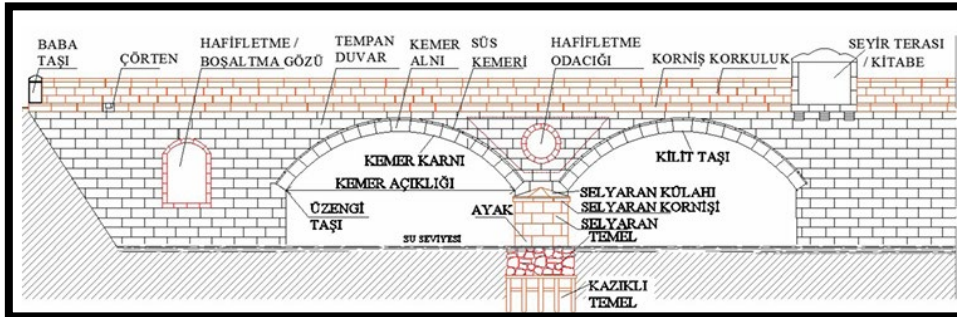
(Naderi ve Zekavati, 2018), çalışmada 25,2 m ve 6 m uzunluğunda iki açıklığa sahip olan Osmanlı Köprüsü ile 52,4 m uzunluğunda Şenyuva Köprüsü referans alınmıştır. Bu iki taş köprü'nün sismik davranışı Abaqus programı kullanılarak analiz edilmiştir. Çalışmada 1992 Erzincan deprem kaydının doğu-batı ivme kaydı kullanılmıştır. Sonuç olarak Osmanlı köprüsünün 5,7 saniye sonra yan duvarlarında çatlaklar oluşmaya başlamıştır ve kemerlerde 1 cm'lik çatlaklar meydana gelmiştir. Şenyuva Köprüsünde ise sol yan duvar hasar görmüş ancak yıkılmamıştır ve kemerdeki maksimum çatlak 4,5 cm' dir. Bu sonuçlar doğrultusunda iki köprü'nün de güçlendirilmesi önerilmektedir (Şekil 2.5).



Şekil 2.5. (a) Osmanlı köprüsü hasar analizi, (b) Şenyuva köprüsü hasar analizi

### 3. TARİHİ YIĞMA KÖPRÜLER

Romalılar zamanında çoğunlukla taşlar, harçlar ve pişmiş malzemeler köprülerin ve yolların yapımında kullanılan malzemelerdir. Bu dönemde köprü yapımı için kullanılan taş bloklar 7 ile 8 ton arası ağırlığa sahiptirler. Ancak kornişler, sütun aksları ve lentolar gibi daha büyük taş blokların kullanılması gerektiği durumlarda ocaklardan taş bloklar bütün halde çıkarılarak işlenmişlerdir. Selçuklu zamanında inşa edilen köprüler incelendiğinde kullanılan büyük taş blokların antik dönemde kullanılanlara göre daha da küçüldüğü, kritik noktalarda harca ilave olarak demirin kullanıldığı gözlemlenmiştir. Selçuklu döneminde sivri ve yuvarlak kemerler kullanılarak köprüler inşa edilmiştir. Ancak tempan duvar ile korkuluğu ayıran kornişler bu dönemde Osmanlı dönemine kıyasla belirgin değildir. Osmanlılar zamanına gelindiğinde basit strüktürlü demiryolu köprüleri ve ahşap köprüler inşa edilmeye başlanırken kagir köprülerde kemer kullanımı görülmeye başlanmıştır (Cevahir ve Bağbancı, 2019). Şekil 3.1'de yığma köprüyü oluşturan elemanlar gösterilmiştir.



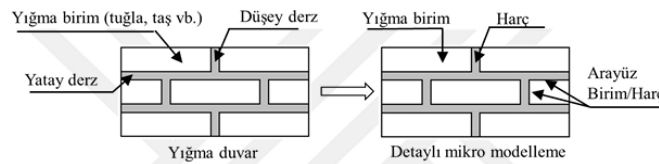
Şekil 3.1. Yığma köprüleri oluşturan elemanlar

### 3.1. Yığma Köprülerde Kullanılan Modelleme Yöntemleri

Yığma yapılarda kullanılan malzemelerin kompozit olmasından dolayı malzemelerin fiziksel ve kimyasal özelliklerinin tam olarak belirlenememesine sebep olmaktadır. Bu durum yığma yapıların analizini zorlaştırmaktadır. Yığma yapıların sonlu eleman modellerindeki kabullünde her eleman ayrı ayrı değerlendirilerek doğru bir modelleme oluşturulabilmektedir. Yığma yapıların analiz çalışmaları yapılırken yapı sisteminin büyüklüğü dikkate alınarak detaylı mikro modelleme, basitleştirilmiş mikro modelleme ve makro modelleme olmak üzere 3 farklı modelleme tekniği bulunmaktadır (Akdeniz, 2011).

#### ▪ Detaylı Mikro Modelleme

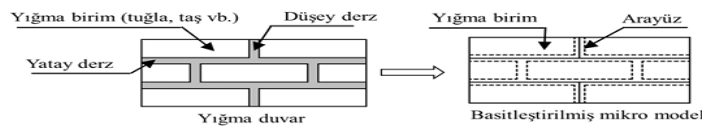
Yığma yapılarda taş ya da tuğlalar arasında bulunan yatay ve düşey derzler rijitliğin azaldığı yerlerdir. Detaylı bir model oluşturulmak istendiğinde taş ya da tuğla birimleriyle birlikte derzleri oluşturan harcında ayrı ayrı modellenmesinden dolayı oluşan davranıştaki farklılıklar dikkate alınmaktadır. Harç, yığma birimlere oranla daha düşük mukavemetli olduğundan derzlere yoğunlaşan bir yaklaşıma sahip olan bu mikro modelleme büyük boyutlara sahip olmayan yapılarda, tüm yapının bir kısmında veya detaylı bir çözümlemede tercih edilen modelleme türüdür. Ancak bu modelleme yöntemi tercih edileceği durumda harcın özelliklerinin iyi bilinmesi gerekmektedir aksi halde ayrıntılı bir şekilde malzemenin mekanik özelliklerinin araştırılması yapılmadan bu modelleme yöntemini kullanmak doğru değildir (Akın, 2020). Şekil 3.2’ de detaylı mikro modelleme gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Detaylı mikro modelleme

#### ▪ Basitleştirilmiş Mikro Modelleme

Bu modelleme yapılırken taşıyıcı olan malzemenin boyutu, harç tabakasının kalınlığının iki katı olacak şekilde artırılarak arada bulunan bağlayıcı tabakanın olmadığı kabul edilir. Bu taşıyıcı birimler birbirlerinden ara yüzey çizgileriyle ayrılırlar. Harç varlığı yok sayılsa bile ara yüzeylerin temsili bir rijitliğe sahip olması gerekmektedir. Basitleştirilmiş mikro modellemede tüm göçme mekanizmaları dikkate alınmadığından yapıda oluşan çekme ve kayma gerilmelerinin bu ara yüzeylerde meydana geleceği, yapıda meydana gelecek olan deformasyonun ise taşıyıcı malzemenin ağırlık merkezine dik bir şekilde etkiyeceği kabul edilmektedir (Üstün, 2020). Şekil 3.3’ te basitleştirilmiş mikro modelleme gösterilmiştir.

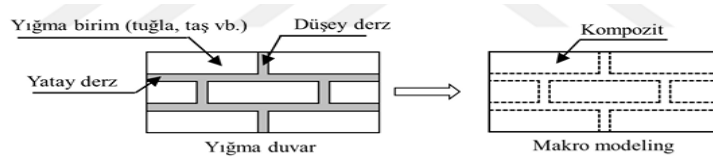


Şekil 3.3. Birleştirilmiş makro modelleme

#### ▪ Makro Modelleme

Bu modelleme yönteminde harcın ve yığma birimlerin özellikleri homojenleştirilerek yığma yapının kompozit bir malzeme olduğu kabul edilmektedir. Makro modellemede mekanik özellikler homojenleştirme işlemlerinin sonucunda elde edilmektedir. Büyük boyutlu yapıların analizlerinin yapılması istendiğinde tüm yapı sistemi modellenirken, yığma birimler ile harç arasındaki ilişkinin olmadığı varsayılmaktadır. Bunun nedeni büyük boyutlu yapıların mikro modelleme ile oluşturulmasından kaynaklı oluşan güçlüklerdir. Dolayısıyla büyük boyutlu

sistemler için makro modelleme yönteminin kullanılması uygundur (Kayırga, 2017). Şekil 3.4.'te makro modelleme gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Makro modelleme

### 3.2. Yığma Köprülerde Kullanılan Analiz Yöntemleri

#### ▪ Doğrusal (linear) Analiz

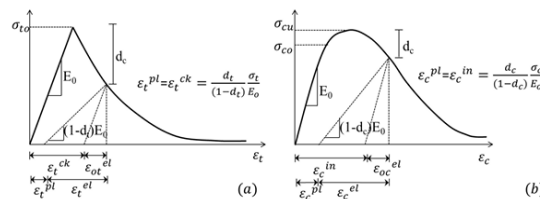
Bu analiz yönteminde, yapı malzemesinin lineer-elastik davranışını esas alan temele dayanarak yapıdaki sınır durum lineer davranışının analizi yapılır. Bu analiz ile hasar bölgeleri tespit edilebilmektedir (Akın, 2020).

#### ▪ Doğrusal Olmayan (non-linear) Analiz

Doğrusal olmayan (non-linear) analiz; gerilme-şekil değiştirme eğrisinde akmadan sonra meydana gelen pekleşme bölgesi dikkate alınmaktadır. Yapıda meydana gelen, üniform olmayan gerilmeler daha gerçekçi hesaplanabilmektedir. Yığma birimlerde, beton gibi basınca karşı daha dirençli oldukları için beton için kullanılan analiz yöntemleri yığma yapılar içinde kullanılır. Literatür incelendiğinde malzemelerin doğrusal olmayan davranışını tanımlamak amacı ile Drucker Prager, Mohr-Coulomb Plasticity ve Concrete Damage Plasticity (CDP) malzeme modelleme yaklaşımları kullanılmaktadır. Bu çalışma kapsamında beton hasar plastisite malzeme modeli (CDP) kullanılmıştır (Üstün, 2020).

#### □ Beton Hasar Plastisite Malzeme Modeli (CDP)

CDP malzeme modeli, beton ve yığma birimler gibi gevrek malzemelerin basınç ve çekme kuvveti altında elastik olmayan davranışını modellemede kullanılan bir malzeme modelleme yöntemidir. Esas olarak iki göçme mekanizması bulunmaktadır. Bunlar göçme mekanizmaları; basınç kuvveti altında ezilme, çekme kuvveti altında ise çatlamadır. Dolayısıyla beton hasar plastisite malzeme modeli, basınç ve çekme kuvvetleri altında malzemede oluşan birim şekil değiştirmelerin doğrusal davranış sınırını aşılıp, plastik şekil değiştirmelerin başladığını kabul eder. Bu modelleme, tek eksenli basınç ve çekme kuvvetleri altında oluşan gerilme-şekil değiştirme eğrilerinden yararlanarak malzemenin doğrusal olmayan davranışını tanımlamaktadır. Şekil 3.5' de çekme (a) ve basınç (b) davranışının eğrileri verilmiştir (Üstün, 2020). Bu modelde, basınç ve çekme kuvveti etkisi altında maksimum gerilmeye ulaşana kadar doğrusal davrandığı, maksimum gerilmenin aşılması durumunda ise malzeme de çatlamaların ve ezilmelerin meydana geleceği kabul edilir.



Şekil 3.5. Beton hasar plastisite malzeme modeli gerilme-şekil değiştirme eğrileri

#### 4. MATERYAL METHOD

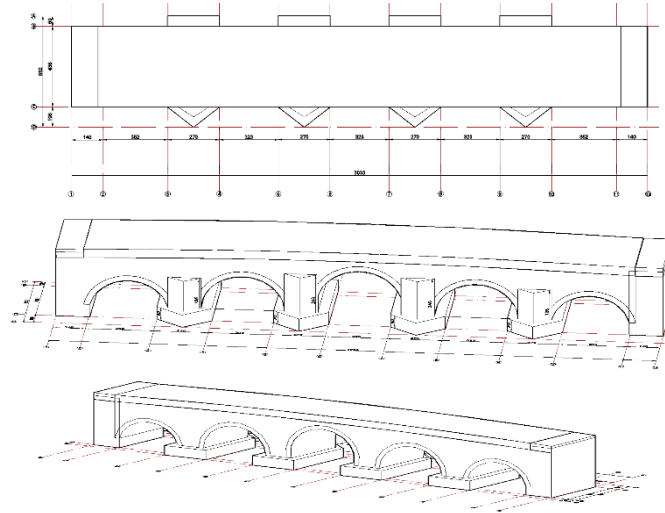
Çalışmada tarihi Meram Köprüsü'nün (Şekil 4.1) 1/1 ölçekli modeli oluşturulmuş olup sonlu eleman programı olan ABAQUS' de analiz edilerek dinamik parametreleri belirlenmiş (frekans ve mod şekli) ve deprem etkisi altındaki davranışı incelenmiştir.



Şekil 4.1. Tarihi Meram Köprüsü

##### 4.1. Tarihi Meram Köprüsü

Meram Köprüsü Selçuklu-Karamanoğlu dönemine ait olup toplam 30,33 m uzunluğunda 4,36 m genişliğinde ve 4,6 m yüksekliğinde beş açıklıklı bir köprüdür. Ortadaki kemer gözü diğer kemer gözlerinden daha yüksektir. En dıştaki iki kemer açıklığı 4,02 m'dir. Diğer üç kemerin açıklığı ise 4,23 m'dir. Köprü'nün memba kısmındaki ayaklarında, köprü gözlerinin kemer kilit taşı seviyesine kadar yükselen üçgen şekilli dört adet selyaranlar bulunmaktadır. En dış kemerin kilit taşı hizasındaki selyaranların yüksekliği 1,95 m, yanındaki kemerin kilit taşı seviyesindeki selyaranların yüksekliği ise 2,40 m'dir. Dört adet 0,8 m yüksekliğinde beton ayağı bulunmaktadır. Köprüde kullanılan malzeme kesme taştır (Şekil 4.2).



Şekil 4.2. Tarihi Meram Köprüsü'nün 3D görüntüsü (a) plan görünüşü (b) ön görünüşü (c) arka görünüşü

##### 4.2. ABAQUS Sonlu Elemanlar Yazılımı

Sonlu eleman analizi yapan güçlü bir yazılımdır. Yapısal analiz, termal analiz, dinamik analiz, akışkanlar ve elektromanyetik alanlar gibi çok çeşitli mühendislik problemlerini çözmek için kullanılır. Güçlü özellikleri; doğrusal olmayan analizleri yüksek doğrulukta yapmaktadır, gelişmiş malzeme modeli yelpazesine sahiptir, karmaşık geometrilerde çalışabilir, hem dinamik hem de statik analizleri etkili şekilde çözer.

Başlıca Yükleme türleri:

- **Abaqus/Implicit(standart):**

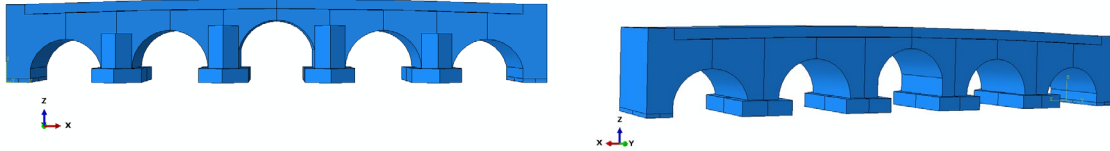
En eski analiz yöntemlerinden biridir. Yüksek doğrulukta analiz yapar, yavaş çözüm sunar. Büyük deformasyonlar ve statik analizler için uygundur. Deprem gibi büyük deformasyonlar ve dinamik etkilerin olduğu durumlar için uygundur.

- **Abaqus/Explicit:**

Dinamik olaylar, darbe analizi gibi yüksek hızlarda ve ani kuvvetlerin etkileşimde olduğu analizler için idealdir. Darbe, sarsıntı, titreşim, çarpışma gibi problemler için uygundur. Hızlı çözüm sunar.

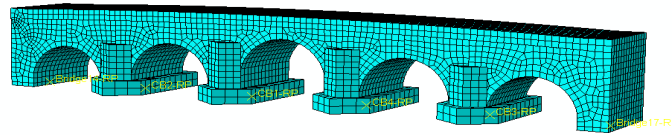
### 4.3. Tarihi Meram Köprüsü'nün Sayısal Modellemesi

Çalışmada ABAQUS/Implicit yazılım programı kullanılmıştır. Tüm köprü parçaları 3D Solid parçalardan oluşturularak (Şekil 4.3) birbirlerine bağ özelliği kullanılarak bağlanmıştır.



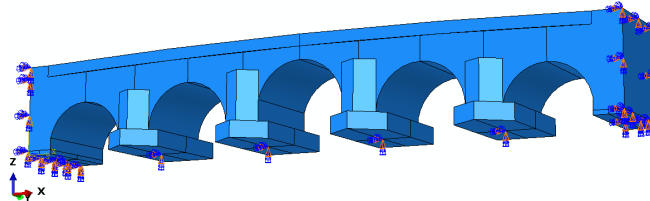
Şekil 4.3. Tarihi Meram Köprüsü' nün 3d Solid görüntüsü

Bu katı elemanlar kum saati kontrollü C3D8R elemanları kullanılarak meshlenmiştir. C3D8R elemanı bir integrasyon noktası ve sekiz düğüm noktasından oluşan lineer üç boyutlu hekzahedral sonlu eleman ağ modeli olarak tanımlanmaktadır (Selman, 2021). 300 mm uzunluğundaki köprü meshlenmiştir ve meshlemeden sonra toplam 24727 adet düğüm sayısı ve toplam 17832 adet eleman sayısı oluşmuştur (Şekil 4.4).



Şekil 4.4. Tarihi Meram Köprüsü' nün meshlenmiş görüntüsü

Köprüün beton ayakları rijit kabul edilerek modellenmiştir. Beton ayaklar, köprüün alt yüzeyleri ve köprüün sol ve sağ yüzeyleri ankastre olarak mesnetlenmiştir. (Şekil 4.5).



Şekil 4.5. Tarihi Meram Köprüsü' nün mesnetlenmiş görüntüsü

Bu çalışmada dört analiz adımı oluşturulmuştur. İlk adım; varsayılan ilk adımdır. İkinci adımda tüm modele  $9810 \text{ [mm/s]}^2$  lik bir yerçekimi ivmesi uygulanmıştır. Üçüncü adımda köprüün dinamik özelliklerini bulmak amacıyla modal analiz yapılmıştır. Bu adımda, ilk 10 mod için frekanslar ve modal şekilleri elde edilmiştir. Son adım da ise implicit çözücü kullanılarak deprem analizi gerçekleştirilmiştir. Çalışmada kullanılan Kahramanmaraş/Pazarcık depreminin ivme kayıtları tarihi köprüye y- eksenine yönünde etki ettirilerek köprüün deprem etkisi altındaki davranışı incelenmiştir.

### 4.4. Malzeme Özellikleri

Büyük boyutlu yapı sistemlerinin mikro modellemeleri gerek bilgisayar analizlerinin uzun sürmesinden gerekse verilerin çok olmasından dolayı oldukça zordur. Bundan dolayı büyük yapı sistemlerinin analizlerinde, yığma birimi ve harcı homojenleştirerek temsil edildiği makro modellemenin kullanılması uygundur. Dolayısıyla bu çalışmada Tarihi Meram Köprüsü makro

model kullanılarak modellenmiştir. Makro model de hem taşın hem de harcın davranışını temsil eden homojenleştirilmiş bir duvarın özellikleri kullanılmıştır. Bu homojenize duvar, harç ve taşın özelliklerine bağlı olarak üretilmiştir.

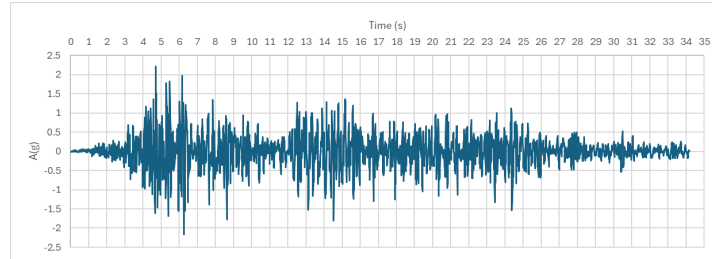
Köprünün beton ayakları, beton özellikler kullanılarak modellenmiştir. Beton hasarlı plastisite (CDP) modeli, beton gibi gevrek davranışa sahip olup basınç gerilmesine, çekme gerilmesine oranla daha fazla çalışan malzemeleri modellemek için kullanılmaktadır. Dolayısıyla yığma birimlerden olan tuğla ve taşlarda basınca çalıştıklarından bu malzemeler içinde CDP modeli kullanılabilir. Bu çalışmada, homojenize duvarın modellenmesi için beton hasarlı plastisite modeli kullanılmıştır. CDP modeli kullanılarak yoğunluk, elastisite modülü, poisson oranı, basınç ve çekme kuvveti altındaki davranışına ek olarak bazı plastisite faktörleri belirlenmektedir. Homojenize duvarın kullanılan özellikleri Tablo 4.1’ de gösterilmiştir.

Tablo 4.1. Homojenize edilmiş duvarın özellikleri

Basınç Dayanımı (MPa)	14.16	Çekme dayanımı (Mpa)	0.385
Nihai Elastisite Modülü (MPa)	1293.54	Poisson oranı	0.11
Yoğunluk ( $t/m^3$ )	2.38E-09		

#### 4.5. Hesaplarda Kullanılan Deprem Kaydı

Bu çalışmada Kahramanmaraş/Pazarcık depreminin kuzey-güney yönlü olan ivme kaydı kullanılmıştır. Bunun nedeni kuzey-güney yönlü olan ivmelerin en yüksek ivme genliğine sahip olmasıdır. Analiz için depremin ilk 34.2 saniyesi seçilmiştir çünkü bu saniye deprem ivmesinin ana kısmını içermektedir. Bu deprem köprüye y-ekseni doğrultusunda (uzun doğrultu) etki ettirilerek köprünün deprem etkisi altındaki davranışı incelenmiştir (Şekil 4.6).



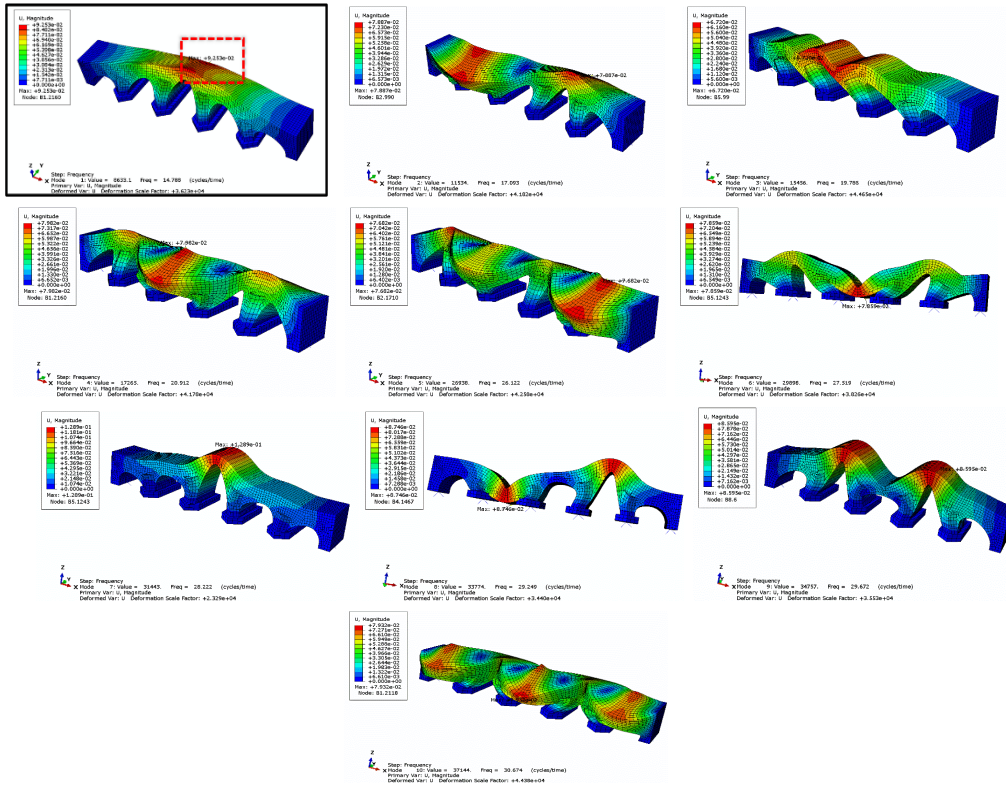
Şekil 4.6. Kahramanmaraş/Pazarcık depreminin ivme kaydı

#### 5. ARAŞTIRMA SONUÇLARI

Tarihi Meram Köprüsü'nün dinamik özelliklerini (frekans, mod şekli) ve titreşim davranışını anlamak için modal analiz yapılmıştır. Şekil 5.1’ de köprünün ilk 10 modu için frekanslar, mod şekilleri ve yer değiştirmeler verilmiştir.

Modal analiz sonuçlarına göre yer değiştirmeler, köprü kemerlerinin orta bölgesinden başlayarak tempan duvarlara doğru ilerlemiştir. Yan duvarlarda ve ayaklarda, kemer bölgesindeki kadar büyük yer değiştirmeler görülmemiştir. Bu analiz sonucuna göre en büyük yer değiştirme, frekansın 14,788 Hz olduğu birinci modda 0,093 mm olarak gözlemlenmiştir. Bu yer değiştirme köprünün orta açıklığında bulunan kemerin orta bölgesinde meydana gelmiştir.

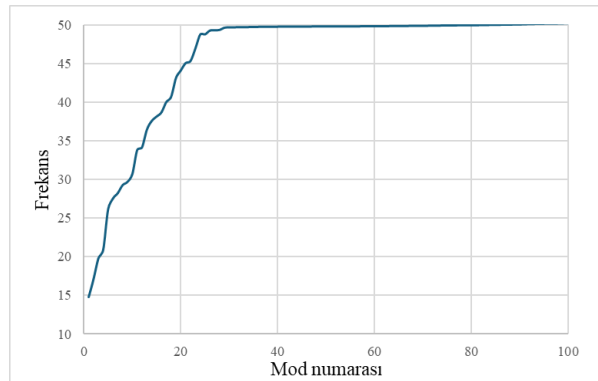
## 5.1. Mod Şekli



Şekil 5.1. Tarihi Meram Köprüsü' nün ilk 10 modu

## 5.2. Doğal Frekans

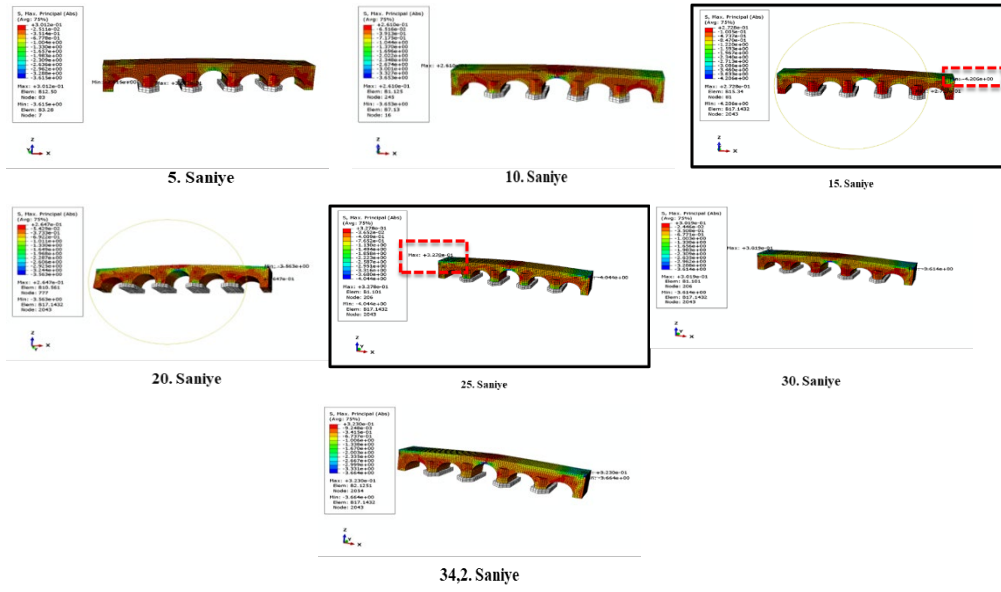
Şekil 5.2' de dışarıdan bir kuvvet uygulamadan köprü'nün kendi özelliklerine bağlı olarak ilk 100 modu için elde edilen doğal frekans değerlerinden oluşan frekans-mod numarası grafiği verilmiştir. Yapılan modal analiz sonuçlarına göre ilk 100 mod için elde edilen maksimum frekans değeri 50,17 Hz' dir.



Şekil 5.2. Köprü'nün ilk 100 modu için doğal frekanslar

## 5.3. Asal Gerilmeler

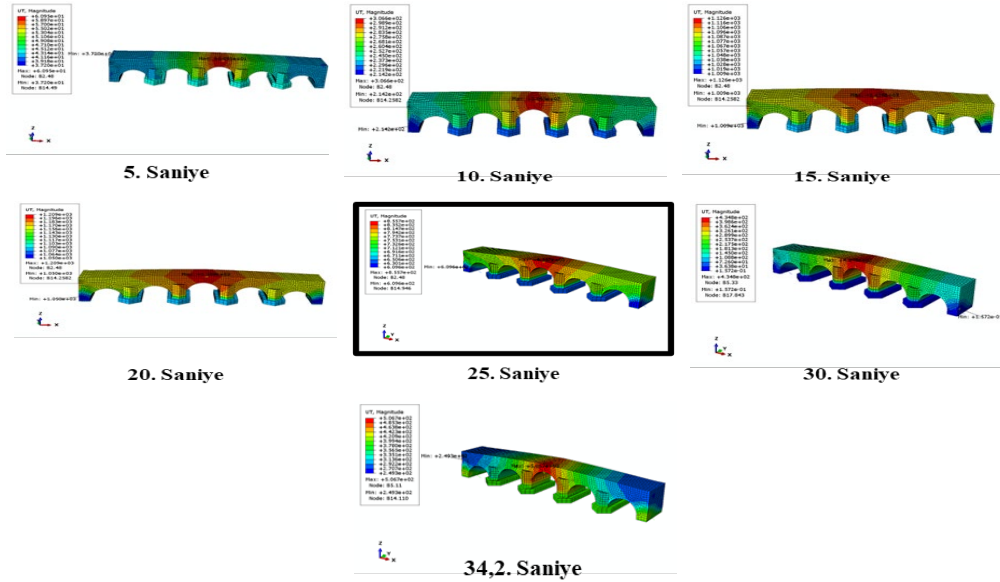
Şekil 5.3' te depremin ilk 34.2 saniyesi içinde yer alan her 5 saniyede köprüde oluşan asal gerilmeler görülmektedir. Asal gerilmeler selyaralarda ve tempan duvarlarda meydana gelmiştir. Deprem analizi sonucuna göre 15. Saniye içerisinde asal basınç gerilmesi köprü'nün tempan duvarının köşe noktasında meydana gelmiş olup değeri 4,21 MPa' dır. 25. saniye içerisinde ise asal çekme gerilmesi köprü'nün üst bölgesinde meydana gelmiş olup değeri 0,33 MPa' dır.



Şekil 5.3. Köprüde oluşan asal gerilmeler

#### 5.4. Yer Değiştirme

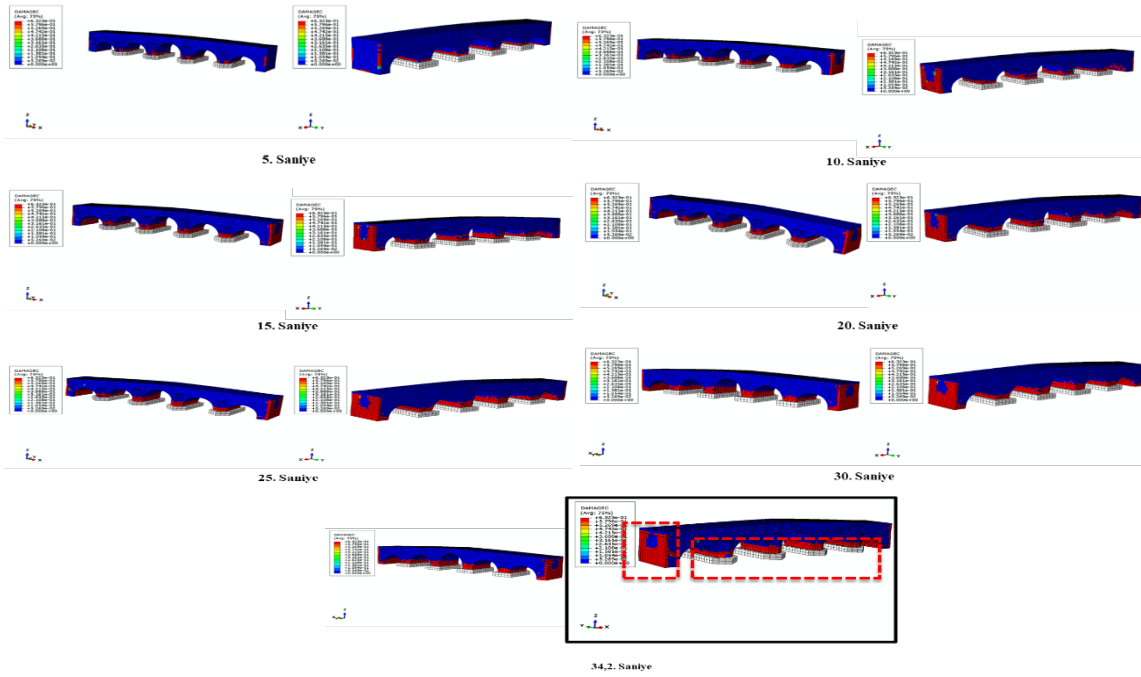
Şekil 5.4' de depremin ilk 34.2 saniyesi içinde yer alan her 5 saniyede köprüde oluşan yer değiştirmeler görülmektedir. Yer değiştirme kemerin orta noktasından başlayarak tempan duvarlara doğru ilerlemiştir. Köprü ayağında meydana gelen yer değiştirmeler kemer hizasındaki yer değiştirme değerlerinden daha küçüktür. Analiz sonucunda 25. saniye içerisinde köprü'nün orta kemerinde meydana gelen yer değiştirme 855,7 mm' dir.



Şekil 5.4. Köprü de oluşan yer değiştirme

#### 5.5. Hasar Oluşumu- Basınç Kuvveti

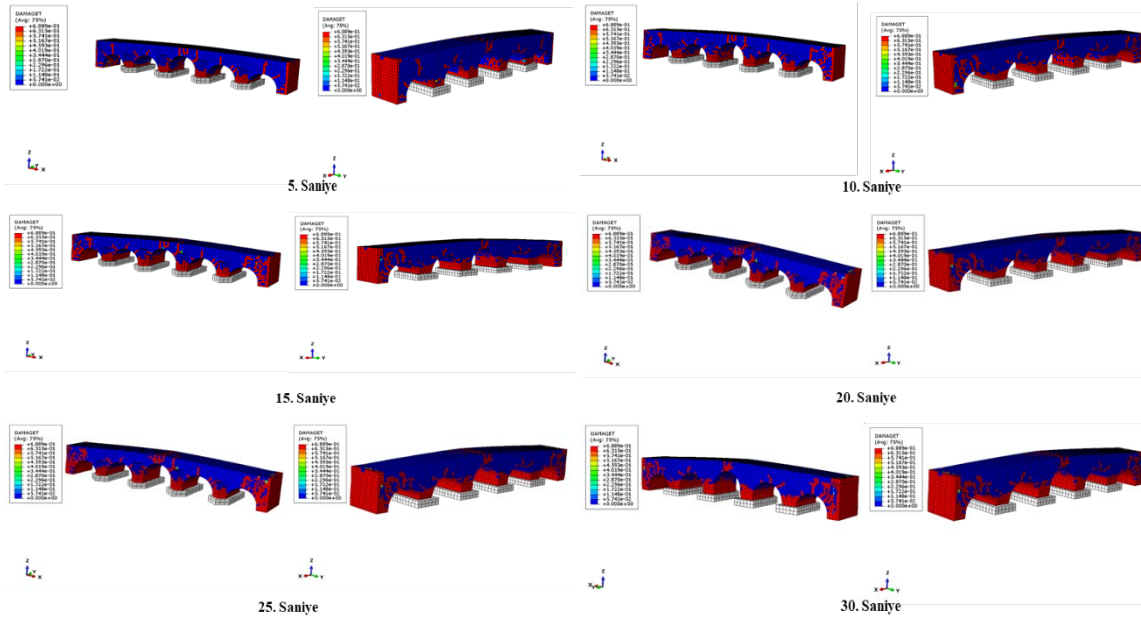
Şekil 5.5' de depremin ilk 34.2 saniyesi içinde yer alan her 5 saniyede köprüde basınç etkisi altında köprüde oluşan hasarlar görülmektedir. Köprü'nün memba ve mansap kısımları incelendiğinde basınç etkisi ile oluşan hasarların; kemerler ile ayakların bağlantı noktalarında ve köprü'nün yan duvarlarında meydana geldiği görülmektedir.

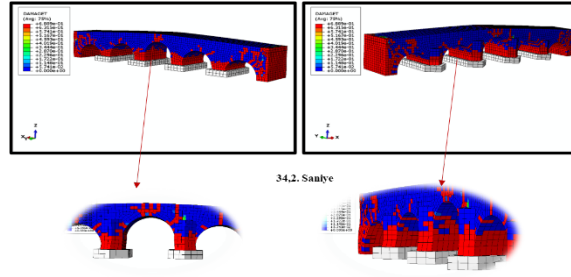


Şekil 5.5. Köprüde basınç etkisi altında köprüde oluşan hasarlar

### 5.6. Hasar Oluşumu- Çekme Kuvveti

Şekil 5.6' da depremin ilk 34.2 saniyesi içinde yer alan her 5 saniyede köprüde çekme etkisi altında köprüde oluşan hasarlar görülmektedir. Köprünün memba ve mansap kısımları incelendiğinde çekme etkisi ile oluşan hasarların; kemerler ile ayakların bağlantı noktalarında, köprünün yan duvarlarında ve kemerlerde meydana geldiği görülmektedir.

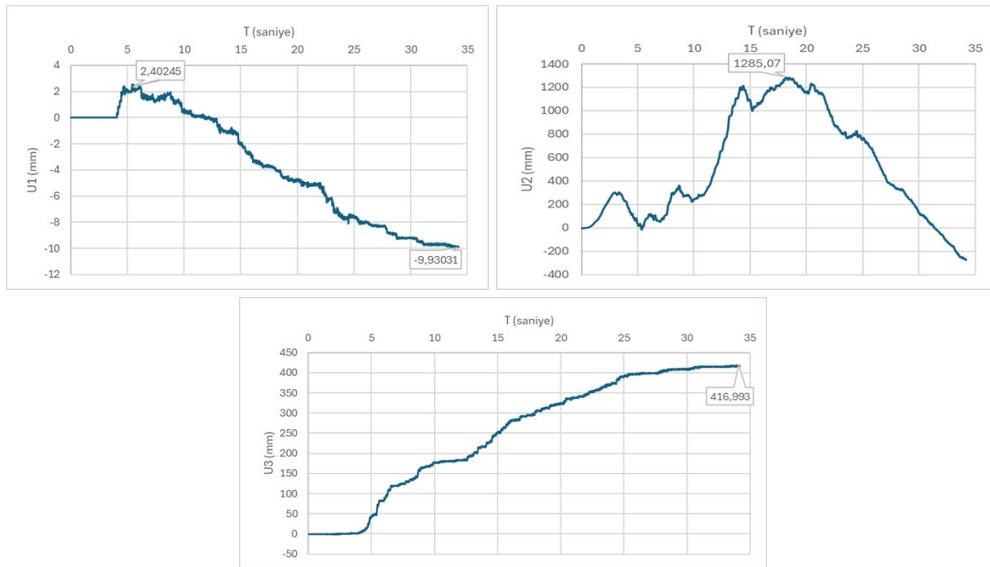




Şekil 5.6. Köprüde çekme etkisi altında köprüde oluşan hasarlar

### 5.7. Yerdeğiştirme-Üst Plak Merkezi

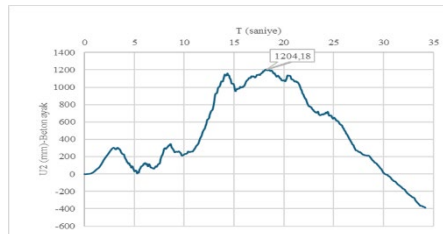
Şekil 5.7’ de köprünün en yüksek noktasında (üst plakanın merkezinde) maksimum yer değiştirme değerleri gösterilmiştir. Grafikler incelendiğinde x yönünde 9,93 mm’lik, y yönünde 1285,07 mm’lik ve z yönünde 416,99 mm’lik maksimum yer değiştirmeler gözlenmiştir. Dolayısıyla deprem kuvveti altında köprünün en yüksek noktasındaki maksimum yer değiştirme y eksenini doğrultusunda gerçekleşmiştir.



Şekil 5.7. Köprünün en yüksek noktasında (üst plakanın merkezinde) maksimum yer değiştirme değerleri

### 5.8. Yerdeğiştirme -Beton Ayak

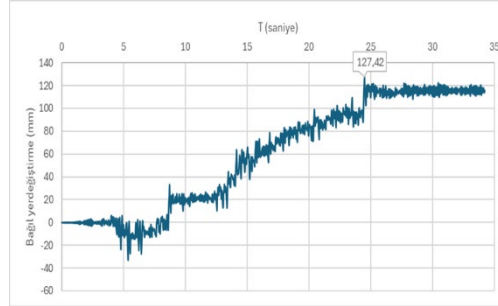
Şekil 5.8’ de köprünün beton ayağında y yönü doğrultusunda meydana gelen maksimum yer değiştirme gösterilmiştir. Grafik incelendiğinde beton ayakta y yönünde meydana gelen yer değiştirme 1204 mm’ dir.



Şekil 5.8. Beton ayakta y yönünde meydana gelen maksimum yer değiştirme

### 5.9. Bağlı Yerdeğiştirme

Şekil 5.9’ da köprünün en yüksek noktası ile köprünün tabanı arasındaki y yönündeki bağlı yer değiştirme verilmiştir. Elde edilen grafik incelendiğinde maksimum bağlı yer değiştirmenin 127,42 mm olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 5.9. Köprünün en yüksek noktası ile köprünün tabanı arasındaki y yönündeki bağlı yer değiştirme

## 6. SONUÇLAR

- Bu çalışma kapsamında ülkemizde meydana gelen depremlerin tarihi yığma köprülerimiz üzerindeki etkileri araştırılarak, gerek kültürel gerekse maddi ve manevi kayıplarımızı önlemek ve bir öngöründe bulunmayı hedeflemek amacıyla tarihi bir köprü üzerinde sayısal çalışma yapılmıştır.
- Çalışmada beş açıklıklı Tarihi Meram Köprüsü referans alınmış ve Abaqus sonlu eleman programı kullanılarak analizi gerçekleştirilmiştir.
- Bu çalışma kapsamında hem modal analiz hem de deprem ivme kayıtları kullanılarak deprem analizi yapılmıştır. Meram köprüsü büyük boyutlu yapısal sisteme sahip olduğu için yığma birimi ve harcı kompozit olarak homojenize edilmiştir. Ayrıca yığma birimlerin, beton gibi gevrek bir davranışa sahip olmasının yanı sıra basınç dayanımının çekme dayanımından daha fazla olması nedeniyle beton için kullanılan beton hasar plastisite (CDP) malzeme modeli, yığma köprünün doğrusal olmayan davranışını incelemek için kullanılmıştır.
- Yapının sismik etki altında nasıl bir davranış sergilediğini gözlemleyebilmek için çalışmada modal analiz yapılmıştır. Bu modal analiz sonucuna göre yer değiştirmeler, köprü kemerlerinin orta bölgesinden başlayarak tempan duvarlara doğru ilerlemiştir. Yan duvarlarda ve ayaklarda, kemer bölgesindeki kadar büyük yer değiştirmeler görülmemiştir. Bu analiz sonucuna göre en büyük yer değiştirme, frekansın 14,788 Hz olduğu birinci modda 0,093 mm olarak gözlemlenmiştir. Bu yer değiştirme köprünün orta açıklığında bulunan kemerin orta bölgesinde meydana gelmiştir.
- Yapılan modal analiz sonuçlarına göre ilk 100 mod için elde edilen maksimum frekans değeri 50,17 Hz’ dir.
- Deprem analizinde; seçilmiş olan deprem ivme kaydının ilk 34,2 saniyesi kullanılarak her 5 saniye de bir köprünün deprem etkisi altında gösterdikleri davranışlar incelenmiştir.
- Asal gerilmeler selyaranlarda ve tempan duvarlarda meydana gelmiştir. Deprem analizi sonucuna göre 15. saniye içerisinde asal basınç gerilmesi köprünün tempan duvarının köşe noktasında meydana gelmiş olup değeri 4,21 MPa’ dır. 25. saniye içerisinde ise asal çekme gerilmesi köprünün üst bölgesinde meydana gelmiş olup değeri 0,33 MPa’dır.
- Yer değiştirme kemerin orta noktasından başlayarak tempan duvarlara doğru ilerlemiştir. Köprü ayağında meydana gelen yer değiştirmeler kemer hizasındaki yer değiştirme

değerlerinden daha küçüktür. Analiz sonucunda 25. saniye içerisinde köprünün orta kemerinde meydana gelen yer değiştirme 855,7 mm' dir.

- Deprem analizi sonucunda, köprünün memba ve mansap kısımları incelendiğinde basınç etkisi ile oluşan hasarların; kemerler ile ayakların bağlantı noktalarında ve köprünün yan duvarlarında meydana geldiği görülmektedir.
- Deprem analizi sonucunda, köprünün memba ve mansap kısımları incelendiğinde çekme etkisi ile oluşan hasarların; kemerler ile ayakların bağlantı noktalarında, köprünün yan duvarlarında ve kemerlerde meydana geldiği görülmektedir. Kemerler basınca çalıştığı için çekme kuvveti altında gerilmeler gözlemlenmiştir.
- Deprem analizi sonucunda oluşturulan yer değiştirme grafikleri incelendiğinde x yönünde 2,4 mm'lik, y yönünde 1285,07 mm'lik ve z yönünde 416,99 mm'lik maksimum yer değiştirmeler gözlenmiştir. Dolayısıyla deprem kuvveti altında köprünün en yüksek noktasındaki maksimum yer değiştirme y eksenine doğrultusunda gerçekleşmiştir.
- Deprem analizi sonucunda beton ayakta y yönünde meydana gelen yer değiştirme 1204 mm' dir.
- Deprem analizi sonucunda maksimum bağıl yer değiştirmenin 127, 42 mm olduğu gözlemlenmiştir.
- Sonuç olarak yapılan modal ve deprem analizlerinde maksimum yer değiştirmelerin kemerlerde yoğunlaştığı, gerilmelerin ise kemerler ile ayak bağlantı noktalarında (mesnetlerde) meydana geldiği gözlemlenmiştir. Bağıl yer değiştirme değerinin büyük olması, basınç ve çekme gerilmeleri altında mesnet bölgelerinde yoğunlaşan gerilmeler olası deprem durumunda tarihi köprünün hasar görebileceğini desteklemektedir.
- Bu sonuçlara göre ülkemizde özellikle büyük depremlerin meydana gelebileceği yerlerde var olan ve çalışmamızda referans aldığımız Meram Köprüsü'ne benzer malzeme özellikleri yığma köprülerimizin kemerleri ve mesnet bölgeleri kontrol edilerek, gerekli analizler gerçekleştirilmelidir. Gerekli durumlarda FRP, çelik takviyeler, beton takviyeleri, harç ve taş yenileme gibi güçlendirme çalışmalarının yapılması hem bu tür köprülerin yıkılmaması için hem de kültürel mirasımızı korumak için gereklidir.

#### KAYNAKÇA

- [1] Altunışık, A. C., Arslan, M. E., Özocak, A., İpek, M., Sunca, F. and Şen, F., 2023, *Kahramanmaraş depremleri ve artçılarının, saha gözlemlerini, yapısal hasarları ve ileriye yönelik önerileri içeren değerlendirme raporu, KTÜ, Türkiye*, 104-105
- [2] Akdeniz, Ö. 2011, Tarihi yapıların lineer olmayan dinamik analizi, Yüksek Lisans Tezi, *Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Elazığ, 23.
- [3] Akın, K. 2020, Tarihi yığma köprülerin farklı sönüm oranları altında sismik tepkisinin değerlendirilmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Elazığ, 23-28.
- [4] Azar, A. B. and Sarı, A., 2024, Structural failure of masonry arch bridges subjected to seismic action, *Civil Engineering Infrastructures Journal*, 57(1), 2093-2322.
- [5] Cevahir, Ç. M. and Bağbancı, M. B., 2019, The investigation of construction techniques and material usage of historical stone Bridges in Anatolia and balkans, *International Refereed Journal of Architecture and Desing*, 17, 40-41.
- [6] Kayırğa, O. M. 2017, Yığma yapıların deprem davranışının analitik ve deneysel olarak belirlenmesi, Doktora Tezi, *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kayseri, 69.

- [7] MollaJafari, M., Emami, F. and Hosseini, M. H., 2022, Seismic performance assessment of a masonry arch bridge using finite element method and retrofitting by FRP, *Aut Journal of Civil Engineering*, 6(1), 63-82.
- [8] Naderi, M. and Zekavati, M., 2018, Assessment of seismic behavior stone bridge using a finite element method and discrete element method, *Earthquakes and Structures*, 14(4), 297-303.
- [9] Nemutlu, Ö., Güzel, İ., Balun, B., Öztürk, M. and Sarı, A., 2023, Nonlinear seismic assessment of historical masonry karaz bridge under different ground motion records, *Bitlis Eren Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 12(1), 247-260.
- [10] Selman, E., 2021, Betonarme sonlu eleman analizinde alternatif bir kohezif çatlak modeli, *Konya Journal of Engineering Sciences*, 9(2), 327-342.
- [11] Şeker, S. and Şahin, H., 2022, Evaluation of the seismic behavior of the historic clandras bridge, *Uşak University Journal of Engineering Sciences*, 5(1), 1–12.
- [12] Üstün, B. N. 2020, Tarihi kemer köprünün düzlem içi ve düzlem dışı deprem davranışının incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, *Bartın Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü*, Bartın, 16-57.



## DONATILI BİR YIĞMA YAPIDA OLUŞAN DİNAMİK PARAMETRELERİN DENEYSEL OLARAK BELİRLENMESİ

Nisar Ahmad Mominzai<sup>1</sup>, M. Sami Döndüren<sup>2</sup>, Abdulhamit Nakipoğlu<sup>3</sup>, Mohammed Gamal Al-Hagri<sup>4</sup>, Büşra Oğuz<sup>5</sup>

<sup>1,2,3,5</sup> Konya Teknik Üniversitesi Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü, Konya, Türkiye

<sup>4</sup>İstanbul Aydın Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye

### ABSTRACT

A large part of our country's building stock is located in areas with high earthquake risk. Considering the possibility of a devastating earthquake, determining the earthquake safety of existing buildings is one of the most important issues that should be emphasized. It is important to determine the earthquake safety of masonry buildings, which constitute a significant part of the existing building stock, especially in small settlements. Therefore, these issues are explained in detail in the Turkish Building Earthquake Regulation that entered into force in 2019. Especially in regulation, alternative masonry building types have been determined for new masonry buildings. In this study, the dynamic behavior of reinforced masonry building in the 11th section of the Turkish Building Earthquake Code was investigated experimentally. For this purpose, a reinforced masonry structure was produced in a laboratory and tested on a shaking table. Thus, the natural frequency, natural period, damping ratio and stiffness of the specimen were evaluated. The ground motion was applied to the specimen in a way that it remained in the elastic region and no visible cracks or damage occurred in the specimen. According to the results obtained from the experiments, the frequency value of the reinforced masonry structure was determined as 11.485 Hz, the natural period value as 0.087 s and the damping ratio as 2.101%. According to the experimental modal analysis results, the stiffness of the specimen was observed as 494645 N/m.

Keywords: Masonry structure; earthquake; TBEC-2018; shaking table; experimental modal analysis

### ÖZET

Ülkemizin yapı stoğunun büyük bir kısmı deprem riskinin yüksek olduğu bölgelerde konumlanmıştır. Yıkıcı bir deprem olma ihtimali düşünüldüğünde, mevcut binaların deprem güvenliğinin tespiti önemle üzerinde durulması gereken konuların başında gelmektedir. Özellikle küçük yerleşim yerlerinde mevcut yapı stoğunun önemli bir bölümünü oluşturan yığma yapıların deprem güvenliğinin belirlenmesi önemlidir. Bundan dolayı 2019'de yürürlüğe giren Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği'nde bu konular detaylı olarak açıklanmıştır. Özellikle yönetmelikte yeni yapılacak yığma yapılar için alternatif yığma yapı türleri belirlenmiştir. Bu çalışmada Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği'nin 11. bölümünde yer alan Donatılı yığma binanın dinamik davranışları deneysel olarak incelenmiştir. Bunun için donatılı yığma yapı

numunesi laboratuvar ortamında üretilmiş ve sarsma tablası üzerinde deneye tabi tutulmuştur. Böylece numunenin doğal titreşim frekansı, doğal periyodu, doğal sönüm oranı ve rijitliği değerlendirilmiştir. Numuneye elastik bölgede kalacak şekilde yer hareketi uygulanmış ve numunede herhangi bir çatlak veya hasar oluşmamıştır. Yapılan deneylerden elde edilen sonuçlarında donatılı yığma yapı numunesinin frekans değerinin 11,485 Hz, doğal titreşim periyodu değerinin 0,087 sn ve doğal sönüm oranının %2,101 olduğu saptanmıştır. Deneysel modal analiz sonuçlarına göre numunenin rijitlik oranı ise 494645 N/m olarak bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Yığma yapılar, deprem, TBDY-2018, sarsma tablası, Deneysel model analiz

## GİRİŞ

Depremler, en yıkıcı doğal afetlerden biridir ve genellikle uyarı vermeden meydana gelir. Bu durum, ciddi can ve mal kaybına yol açmaktadır. Türkiye, dünyanın en aktif ve tehlikeli deprem bölgelerinden biri olan Alp-Himalaya Deprem Kuşağı üzerinde yer almaktadır. Sonuç olarak, ülke tarih boyunca önemli can ve mal kayıplarına neden olan büyük depremler yaşamıştır.

Türkiye topraklarının büyük bir bölümünün aktif deprem kuşakları içerisinde yer alması ve nüfusun %90'ının bu bölgelerde yaşaması, deprem riskini çok daha büyük bir sorun haline getirmektedir. Geçmişte yaşanan büyük depremler, özellikle hatalı tasarım ve uygulama sonucu oluşan bina çökmeleri nedeniyle önemli maddi ve manevi kayıplara yol açmıştır. Bu durum ülke ekonomisini de derinden etkilemiştir. Bu kayıpları önlemek veya en aza indirmek için çeşitli tedbirler alınmış, deprem yönetmelikleri geliştirilmiştir.

Türkiye'deki yapıların önemli bir kısmı yığma yapılardan oluşmaktadır. Tarih boyunca, malzemelerin bulunabilirliği, inşaat kolaylığı ve ekonomik nedenlerden dolayı kırsal alanlarda çok sayıda yığma yapı inşa edilmiştir. Taş, tuğla, briket, kerpiç ve ahşap gibi malzemelerin harç kullanılarak üst üste konulmasıyla inşa edilen yığma yapılar, dikey ve yatay yükleri destekleyen duvarlardan oluşmaktadır. Dünya genelindeki birçok tarihi yapı yığma bu şekilde yapılmıştır. [1-3]

Bu çalışmada, 1/2 ölçekli, tek katlı, tek açıklıklı, 3 boyutlu donatılı yığma bir yapısı üretilmiştir. Ve numuneye sarsma tablasında titreşim testleri uygulanmıştır. Dinamik testler sırasında ivmeölçerler kullanılarak elde edilen ivme-zaman verileri kullanılarak sistemin deneysel modal analizi yapılmıştır. Bu analiz, numunenin dinamik özellikleri ve yanal öteleme rijitliğine dayalı olarak yapısal davranışın analiz edilmesine olanak sağlamıştır.

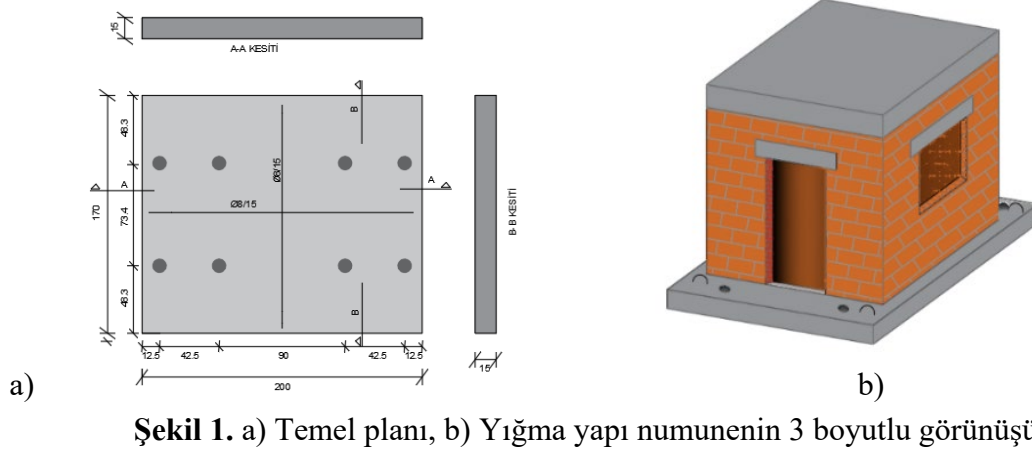
Konu ile ilgili bazı benzer deneysel ve nümerik çalışmalar yapılmıştır. Çalışma [4]'te 1/1 ölçekli, tek katlı, birbirine bağlı oluklu (harçsız) blok duvar sistemi sarsma tablası üzerinde test edilmiştir. Çalışma [5] üç boyutlu, dört katlı panel sistemli ölçekli bir binanın sarsma tablası üzerinde dinamik testlerini gerçekleştirmiştir. Çalışma [6], sarsma tablası üzerinde farklı dinamik yüklere maruz kalan, donatısız bir yığma binanın hasarını ve göçme durumunu araştırmıştır. Çalışma [7]'de, sarsma masası üzerinde dolgu duvarlı ve dolgu duvarsız betonarme numunelerin dinamik davranışındaki değişimler araştırılmıştır.

Başka bir çalışmada [8], sarsma tablası vasıtasıyla 1/3 ölçekli betonarme numunelerin hasarsız, hasarlı, onarılmış ve güçlendirilmiş durumlarında dinamik davranıştaki değişimleri incelemiştir.

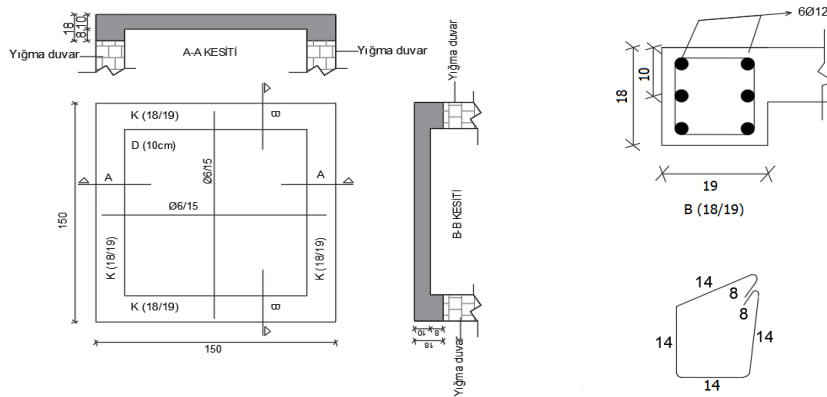
## MATERYAL VE YÖNTEM

Donatılı yığma yapı numunesi TBDY-2018 standardına uygun olarak hazırlanmıştır. Numunenin temeli 200x170x15 cm boyutlarında betonarme radye temel olarak tasarlanmıştır. Temelde hem üstte hem de altta boyuna ve enine 8 mm ( $\phi 8$ ) çapında ve 15 cm aralıklarla donatı yerleştirilmiştir. Numunenin plan boyutları 150 x 150 cm olup temel üstünden 150 cm yüksekliğe sahip olacak şekilde tasarlanmıştır. Yığma duvarların yapımında 19 x 29 x 13,5 cm

boyutlarında yığma tuğlalar kullanılmıştır. Duvar kalınlığı 19 cm'dir. Numunenin 3 boyutlu görünüşü Şekil 1.'de gösterilmiştir. Standart basınç dayanımı testleri sonucunda temel betonu ortalama 29,98 MPa, yığma tuğlaları 5,12 MPa ve harç 11,20 MPa basınç dayanımına sahiptir. Numunede kullanılan tüm donatılar 420 MPa akma dayanımına sahip nervürlü çelik donatılar kullanılmıştır.

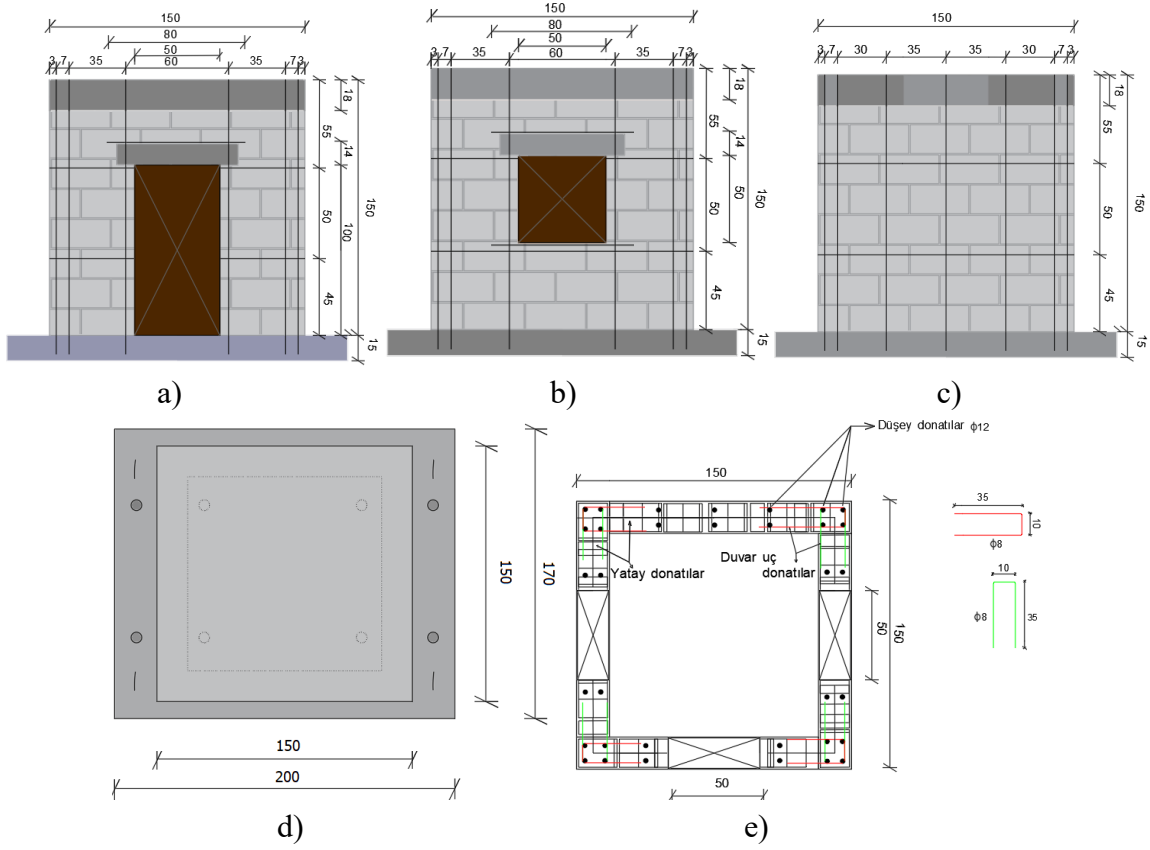


Numunede rijit diyafram etkisini elde etmek için betonarme kirişli döşeme imalatı yapılmıştır. Döşeme kalınlığı 10 cm olup altta ve üstte  $\phi 6/15$  cm hasır donatı kullanılmıştır. Döşemeler, 18 cm kesit yüksekliğine ve boyuna  $6\phi 12$ , enine  $6\phi 8/15$  cm donatılara sahip kirişlere mesnetlenmiştir. Döşeme ve kirişlerde kullanılan betonun ortalama basınç dayanımı yapılan testler sonucunda 24,95 MPa olarak bulunmuştur. Döşeme ve kirişlerin detayları Şekil 2'de gösterilmektedir.



Şekil 2. Döşeme ve kiriş detayları

Numunede bir adet 100 cm yüksekliğinde ve 50 cm genişliğinde bir kapı boşluğu, 50 cm yüksekliğinde ve genişliğinde iki adet pencere boşluğu bulunmaktadır. Kapı ve pencere boşluklarının üstünde betonarme lentolar yer almaktadır. Donatılı yığma üretiminde duvarlar içerisine TBDY-2018 yönetmeliğine uygun olarak hem yatay hem de düşey donatılar yerleştirilmiştir. Duvarların köşelerinde  $4\phi 12$  donatı ve her 40~60 cm'de bir  $2\phi 12$  düşey donatı duvar yüksekliği boyunca tuğlaların deliklerinden geçirilerek yerleştirilmiştir. Kapı ve pencere boşluklarının üstüne ve altına ilave  $2\phi 12$  yatay donatı yerleştirilmiştir. Şekil 3, Donatılı yığma numunesinin geometrik detaylarını ve görünümünü göstermektedir.



**Şekil 3.** Donatılı olarak tasarlanan yığma yapı numunesinin geometrik şekli ve donatı detayları; a) Önden görünüş, b) Sağ ve Sol taraftan görünüş, c) Arkadan görünüş, d) Üstten görünüş, e) Duvar donatı detayları

### DONATILI YIĞMA YAPI NUMUNESİNİN ÜRETİLMESİ

Üretim sürecinin başlangıcında, numunenin betonarme temeli inşa edilmiş, ardından donatılı duvar imalatı tamamlanmıştır. Duvar imalatının ardından döşeme ve kiriş imatları da yapıldıktan sonra numunenin üretim aşaması tamamlanmıştır. Üretim sürecine ait fotoğraflar Şekil 4'te sunulmuştur.



**Şekil 4.** Donatılı yığma yapı numunesinin üretim aşamaları

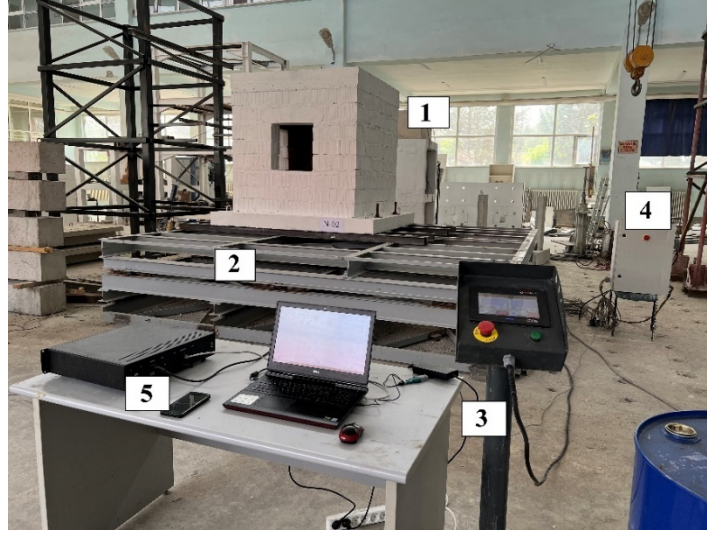
Donatılı yığma yapı numunesi, çift yönlü hareketli bir sarsma masası kullanılarak sarsılarak test edilmiştir. Test sırasında, sarsma tablası yalnızca y yönünde çalıştırılmış ve numune bu yönde sarsılmıştır.



**Şekil 5.** Sarsma tablası

Donatılı yığma yapı numunesi, Şekil 5'te gösterilen sarsma tablası kullanılarak dinamik testlere tabi tutulmuş ve bu süreçte zamana bağlı ivme verileri kaydedilmiştir. İvme ölçümlerini elde etmek için ivmeölçerler yığma yapı numunesine ve sarsma tablasına sabitlenmiştir. Yığma yapı numunesinin üst kısmına (kiriş) monte edilen ivmeölçerden tepki ivme verileri, tablaya yerleştirilen ivmeölçerden etki ivme verileri elde edilmiştir. Kaydedilen etki ve tepki ivme

verileri analiz ve hesaplarda kullanılmıştır. İvmeölçerler 16 kanallı 24-bit dinamik veri toplama ünitesine bağlanmış ve veriler buradan bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Elde edilen etki ve tepki ivme verileri analiz ve hesaplamalarda değerlendirilmiştir. Şekil 6’da dinamik testlerin deneysel kurulumu gösterilmiştir.



Şekil 6. Deneysel kurulum; 1) Yığma yapı numunesi, 2) Sarsma tablası, 3) Kontrol paneli, 4) PLC sistemi, 5) TDG Testbox 2010 veri toplama ünitesi.

### TİTREŞİM DENEYLERİ

Deneysel çalışmalar esnasında yapının elastik bölgede kalması istenmiştir. Bu sayede tekrarlı deneyler yapılabilmiş ve rijitlikle direkt olarak bağlantılı olan dinamik karakteristikler daha doğru bir şekilde hesaplanabilmektedir. Bu durum ve sarsma tablasının motor kapasiteleri göz önünde bulundurularak numuneye sinüs dalgası şeklinde dinamik yer hareketi uygulanmıştır. Hazırlanan yer hareketi numuneye beş kez uygulanmıştır.

Beklendiği gibi, testler sırasında yapıda herhangi bir hasar oluşmamış olup, numunenin elastik sınırdaki davranışları gözlemlenmiştir. Donatılı yığma yapı numunesinin dinamik davranışı, tepki ve etki verilerinin analiz edilmesiyle belirlenmiştir. Donatılı yığma yapı numunesinin dinamik testlerine ait fotoğraflar Şekil 7’de verilmiştir.

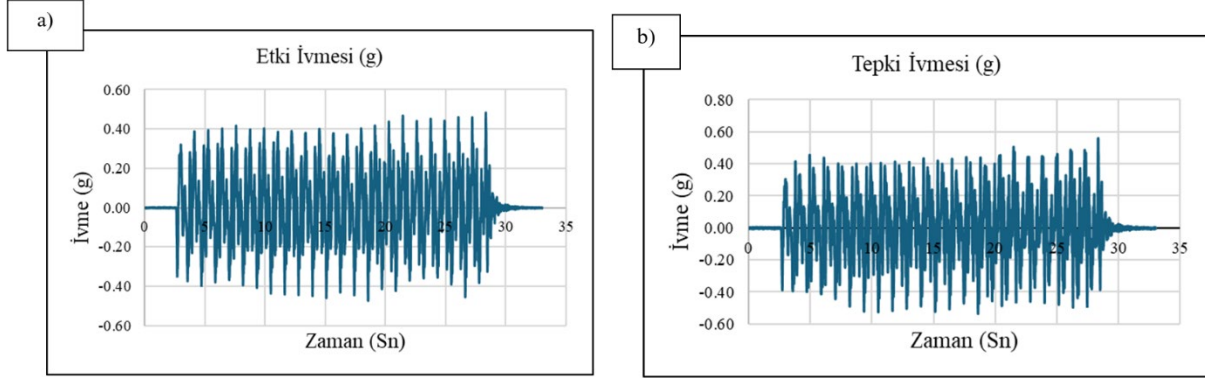


Şekil 7. Donatılı yığma yapı numunesinin deneysel kurulumu

## ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

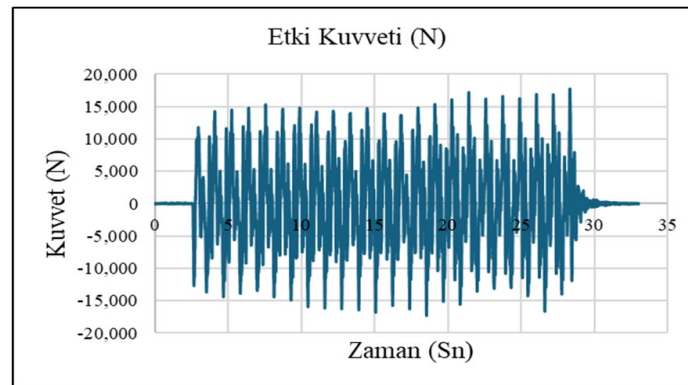
Bu başlık altında, donatılı yığma yapıdan elde edilen dinamik test verilerine ilişkin sinyal işleme prosedürü ve yapının doğal frekansının, doğal periyodunun, sönüm oranının ve rijitliğinin belirlenmesine yönelik yöntemler açıklanmaktadır. Deneyler sırasında ivmeölçerler kullanılarak etki-tepki-ivme verileri zaman tanım alanında kaydedilmiştir.

Zorlanmış titreşim sırasında numune ve tabladan elde edilen etki ivme-zaman ve tepki ivme-zaman grafikleri Şekil 8’de gösterilmiştir. Uygulanmış olan yer hareketinde de en büyük yer ivmesi (PGA) 0,483 g olarak ölçülmüştür.



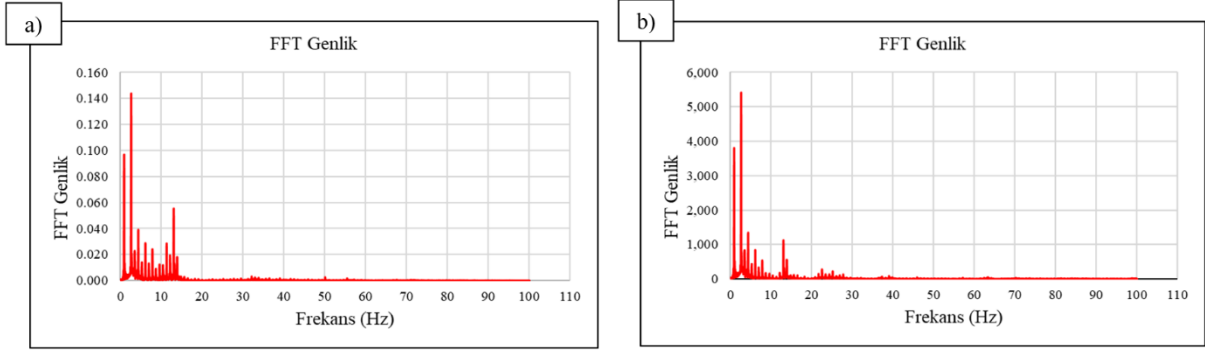
**Şekil 8.** Donatılı deney numunesine ait etki ve tepki ivme-zaman grafikleri; a) Tabla etki ivme-zaman grafiği, b) Yapı tepki ivme-zaman grafiği

Etki ve tepki verileri uygun şekilde kalibre edilmiştir. Belirtilen örnekleme aralığından önce ve sonra gereksiz veriler önce silinmiş olup daha sonra etki ivme verileri zamana bağlı kuvvet değerlerine dönüştürülmüştür. Dönüşüm işlemi sırasında öncelikle etki ivmeleri g-biriminden  $m/s^2$ -birimine,  $9,81 m/s^2$ 'lik yerçekimi ivmesi ile çarpılarak dönüştürülmüştür. Ardından bu veriler numunenin kütlesi ile çarpılarak Newton (N) cinsinden kuvvete dönüştürülmüştür. Deney numunesinin etki kuvveti-zaman grafiği Şekil 9’da verilmiştir.



**Şekil 9.** Donatılı yığma yapı numunesinin etki kuvvet-zaman grafiği

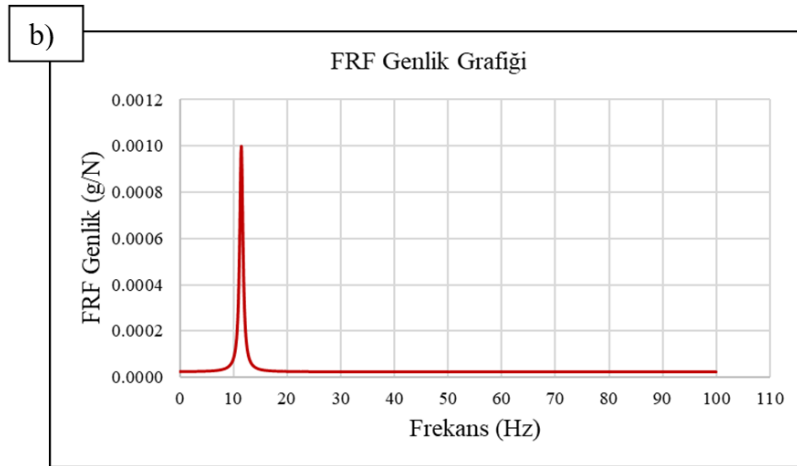
Daha sonra zaman tanım alanında kuvvet etkisi ve yine zaman tanım alanında ivme tepkisi, hızlı Fourier dönüşümü (FFT) ile kuvvet-frekans ve ivme-frekans şeklinde frekans tanım alanına geçirilmiştir. FFT dönüşümü esnasında oluşacak sızıntı hatasını azaltmak için uygun pencereleme fonksiyonu tanıtılmıştır. Burada Blackman ve Rectangle pencere fonksiyonları kullanılmıştır. Yapının doğal titreşim frekansını bulabilmek için FFT dönüşümü sonucunda elde edilen verilerden genlik FFT’si kullanılmıştır. FFT genlik grafiği Şekil 10’da gösterilmiştir.



Şekil 10. Donatılı yığma yapı deney numunesine ait FFT genlik grafikleri; a) Yapı FFT grafiği, b) Tabla FFT grafiği

FFT sonrasında sistem frekans seviyesinde genlik FRF'si (transfer fonksiyonu) tepki/etki göre elde edilmiştir. FRF fonksiyonu üzerinde Voigt modeli kullanılarak eğri uydurma işlemi gerçekleştirilmiştir.

Eğri uydurulmuş grafikte tepe tutma metoduna göre birinci mod için tepe noktası belirlenmiş ve buna denk gelen frekans değeri işaretlenmiştir. Böylece tek katlı yığma yapının doğal titreşim frekansı belirlenmiştir. Şekil 11'de numunenin eğriye uydurulmuş FRF grafiği gösterilmektedir.



Şekil 11. Donatılı yığma yapı deney numunesine ait FRF eğri uydurulmuş genlik grafiği

Numunenin sönüm oranı, FRF genlik eğriyi kullanılarak yarım güç bant genişliği yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Frekans değeri ters çevrilerek doğal periyot belirlenmiştir. Numunenin yanal ötelenme rijitliğinin bulabilmesi için doğal titreşim frekansı kullanılmıştır. Frekans değerinin karesi alınıp kütle ile çarpılarak rijitlik değeri elde edilmiştir. Numune hasar almadığı için yani elastik kaldığı için bulunan rijitlik değeri başlangıç rijitliği olarak adlandırılabilir.

Numunenin doğal frekansı, doğal sönüm oranı, doğal periyodu ve rijitlik değeri Tablo 1'de verilmiştir.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

**Tablo 1.** Deney sonucundan elde edilen dinamik parametreleri

Numune	Frekans (Hz)	Periyot (Sn)	Sönüm Oranı (%)	Rijitlik (N/m)
Donatılı yığma yapı	11,485	0,087	2,101	494645

### SONUÇLAR VE ÖNERİLER

- Bu çalışmada, donatılı yığma yapı numunesine, sarsma tablasında uygulanmış olan sinüs dalgası şeklinde dinamik yer hareketi neticesinde, yerleştirilmiş olan ivmeölçerler vasıtasıyla zaman tanım alanında kaydedilen ivme verileri deneysel modal analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Ve böylece dinamik parametreler ve rijitlik değeri bulunarak sonuçlar değerlendirilmiştir.
- Sarsma tabasındaki motor kapasitesi dikkate alınarak deneyler esnasında donatılı yığma yapı numunesinde herhangi bir hasar ya da çatlak oluşması istenmemiştir. Uygulanan yer hareketi neticesinde hasar ve çatlak oluşmadığı için numune elastik bölgede kalmıştır.
- Elastik bölgede kalması nedeniyle numunenin dinamik parametreleri uygun bir şekilde belirlenmiştir.
- Deneysel modal analiz kapsamında, Donatılı yığma yapının birinci moda ait doğal frekans değeri 11,485 Hz, yapının doğal periyot değeri ise 0,087 sn olarak belirlenmiştir.
- Numunenin 1. moda karşılık gelen doğal sönümleme oranı %2,101 olarak belirlenmiş ve yanıl ötelenme rijitliği 494645 N/m olarak hesaplanmıştır.
- Literatürde yapılmış çalışmalar değerlendirildiğinde donatılı yığma yapının, donatısız yığma yapıya göre rijitliğinin ve frekans değerinin oldukça fazla olduğu görülmüştür.
- Donatılı yığma yapı numunelerinin imalat sürecinde, işçilik açısından önemli düzeyde zorluklar yaşanmıştır. Uygulamada tuğlaların içlerinden geçirilen çelik donatılar ile harç kullanılarak örülmesi, yalnızca dikkatli ve özenli bir işçilik değil, aynı zamanda yüksek koordinasyon gerektiren bir işlem olarak öne çıkmıştır. Donatıların, tuğlaların mevcut deliklerine tam olarak hizalanarak yerleştirilmesi sırasında önemli düzeyde uyum zorluğu yaşanmış; bu nedenle imalat süreci birden fazla deneyimli işçinin ve destekleyici iskele sistemlerinin eşzamanlı çalışmasını gerektirmiştir. Donatılı yığma yapının gerçek bir yapıda uygulanabilirliği, işçiliği çok zor olduğu görülmüştür.
- Motor kapasitesi artırılarak numunenin plastik bölgeye ulaşmasının sağlanması durumunda, donatılı yığma yapının yapısal davranışa olumlu katkısının çok daha fazla olacağı düşünülmektedir.

### KAYNAKÇA

- [1] TBEC-2018, Türkiye Building Earthquake Code-2018, *Disaster and Emergency Management Presidency*, Ankara, Türkiye, 2018.
- [2] İ.K. Karataş, *Determination of earthquake response of existing masonry buildings in the case of an education building*, M.Sc. thesis, Istanbul University Cerrahpasa Institute of Graduate Studies, 2020.

- [3] İ.O. Demirel, *A nonlinear equivalent frame model for displacement based analysis of unreinforced brick masonry buildings*, M.Sc. thesis, Middle East Technical University Graduate School of Science, 2010.
- [4] A. Goyal, P. Agarwal, Earthquake-resistant interlinked block masonry system with energy dissipator viscoelastic links, *Practice Periodical on Structural Design and Construction*. 22(3), 04017001, 2017. doi: 10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000319.
- [5] M.Z. Kabir, O. Rezaifar, Shaking table examination on dynamic characteristics of a scaled down 4-story building constructed with 3D-panel system, *Structures*. 20, 411-424, 2019. doi: 10.1016/j.istruc.2019.05.006.
- [6] R.A. Bello, *Collapse simulation of half-scaled unreinforced masonry building and validation of shaking table tests*, M.Sc. thesis, Karadeniz Technical University Graduate School of Natural and Applied Sciences, 2022.
- [7] A. Nakipoğlu, M.S. Döndüren, Experimental and numerical investigation on the effect of infill walls on dynamic behavior in rc structures: shake table tests, *Konya Journal of Engineering Sciences*, 13(1), 277-293, 2025, doi: 10.36306/konjes.1599894.
- [8] A. Nakipoglu, M.S. Shake table experiments and numerical simulation on the effects of damage and strengthening on dynamic behavior of RC frames, *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2025, doi: 10.1007/s10518-025-02214-w.
- [9] A.K. Chopra, *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering*, Prentice Hall, 2008.