İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ÜÇ BOYUTLU ELEKTRİK ALAN ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Kaan KUTUCU

Anabilim Dalı : Elektrik Mühendisliği

Programı : Elektrik Mühendisliği

HAZİRAN 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ÜÇ BOYUTLU ELEKTRİK ALAN ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Kaan KUTUCU
(504061014)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 4 Mayıs 2009
Tezin Savunulduğu Tarih : 4 Haziran 2009

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Özcan KALENDERLİ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Ali YAPAR (İTÜ)
Y. Doç. Dr. Levent OVACIK (İTÜ)

HAZİRAN 2009

ÖNSÖZ

Lisans ve yüksek lisans eğitimim boyunca çok değerli zamanını harcayan, desteğini ve bilgisini benden esirgemeyen saygıdeğer hocam Doç. Dr. Özcan Kalenderli'ye sonsuz şükran ve minnetlerimi sunarım. Benim bu noktaya gelmemin en büyük sebebi olan, hayat kaynağım sevgili annem Tülay KUTUCU ve babam Mehmet KUTUCU'ya teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca yüksek lisans eğitimim sırasında verdiği maddi destekten dolayı TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

Haziran 2009

Kaan KUTUCU

Elektrik Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ ..... **iii**
İÇİNDEKİLER ..... **v**
KISALTMALAR ..... **vii**
ÇİZELGE LİSTESİ ..... **ix**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **xi**
ÖZET ..... **xv**
SUMMARY ..... **xvii**
1. GİRİŞ **1**
2. STATİK ELEKTRİK ALANI **5**
2.1 Boşlukta Statik Elektrik Alanlar 5
2.2 Statik Elektrik Alan ve Alan Çizgileri 6
2.3 Akı ve Gauss Yasası 7
2.4 Elektrik Alanın Rotasyoneli 9
2.5 Elektrostatik Potansiyel 10
2.6 Statik Elektrikte İş ve Enerji 12
2.7 Laplace ve Poisson Denklemleri 14
2.8 Sınır Koşulları 15
2.9 İletkenler 17
3. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ **19**
3.1 SEY'in Kısa Tarihçesi 19
3.2 SEY'in İlkesi 20
3.3 SEY'in Elektrik Alan Analizine Uygulanması 22
3.3.1 Sınır koşullarının belirlenmesi 23
3.3.2 Sonlu elemanının belirlemesi 23
3.3.3 Eleman içindeki temel denklemin yazılması 24
3.3.3.1 Üç boyutlu yaklaşıklık işlevinin katsayılarının bulunması 26
Dörtyüzlü sonlu elemana ilişkin katsayılar 26
3.3.3.2 Elektrik problemleri için sonlu eleman içindeki temel denklemin yazılması 30
3.3.4 Sonlu elemanların birleştirilmesi 33
4. ÜÇ BOYUTLU ELEKTRİK ALAN BENZETİMLERİ **37**
4.1 Çubuk-Düzlem Elektrot Sisteminde Pürüzün Elektrik Alan Dağılımına Etkisinin İncelenmesi 39
4.1.1 Modelin oluşturulması 39
4.1.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları 41
4.1.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması 43
4.1.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları 44
4.1.3 Sonuçlar ve değerlendirme 48
4.2 Küresel Elektrotlarda Atlama Gerilimlerinde Maksimum Elektrik Alan Değerinin Elde Edilmesi 64
4.2.1 Modelin oluşturulması 64

4.2.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları 66
4.2.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması..... 69
4.2.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları 71
4.2.3 Sonuçlar ve değerlendirme 74
4.3 10 kV'luk Mesnet İzolatöründe Su Damlasının Elektrik Alan Dağılımına Etkisinin İncelenmesi..... 76
4.3.1 Modelin oluşturulması..... 76
4.3.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları 77
4.3.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması..... 81
4.3.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları 83
4.3.3 Sonuçlar ve değerlendirme 89
4.4 Yalıtkan Yağların Delinme Deneyinde Yağ Seviyesinin ve Yağ İçindeki Yabancı Maddelerin Elektrik Alan Dağılımına Etkisinin İncelenmesi 90
4.4.1 Modelin oluşturulması..... 91
4.4.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları 92
4.4.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması..... 94
4.4.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları 96
4.4.3 Sonuçlar ve değerlendirme 108
4.5 Yüksek Gerilim Hava Hatlı İletim Sistemlerinde Kullanılan Örgülü Alüminyum İletken Çevresinde Elektrik Alan Dağılımının Elde Edilmesi..... 109
4.5.1 Modelin oluşturulması..... 110
4.5.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları 111
4.5.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması..... 113
4.5.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları 115
4.5.3 Sonuçlar ve değerlendirme 1189
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER..... 121
KAYNAKLAR..... 125

KISALTMALAR

SEY **:** Sonlu Elemanlar Yöntemi
IEC **:** International Electrotechnical Commission

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 4.1 : Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler.....44
Çizelge 4.2 : Küre ve taşıyıcı çubuğa ait Dirichlet sınır koşulu 69
Çizelge 4.3 : Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler.....70
Çizelge 4.4 : Küre yüzeyine ilişkin ağ yapısını belirleyen özellikler.....70
Çizelge 4.5 : Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler.....82
Çizelge 4.6 : Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler.....95
Çizelge 4.7 : Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler.....113

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Noktasal yükün konumu ve integralin alınacağı yol 9
Şekil 2.2 : İntegralin alınacağı kapalı yol 10
Şekil 2.3 : Q deneme yükünün hareket ettirileceği yol ve durgun elektrik yükleri ...12
Şekil 2.4 : Elektrik alan çizgilerinin farklı bir ortama geçerken durumu 15
Şekil 2.5 : Sonsuz küçük ΔS dikdörtgeni ve deplasman alan bileşenleri.....16
Şekil 2.6 : E_0 elektrik alanı içerisindeki iletken.....17
Şekil 3.1 : SEY'in uygulanacağı alan.....20
Şekil 3.2 : Çözüm alanında tanımlanan üçgen sonlu eleman 21
Şekil 3.3 : Çözüm alanının bir kısmının üçgen sonlu elemana bölünmüş hali 22
Şekil 3.4 : İki boyutlu sonlu eleman örnekleri.....24
Şekil 3.5 : Üç boyutlu sonlu eleman örnekleri.....24
Şekil 3.6 : Pascal üçgeni 25
Şekil 3.7 : Pascal piramidi 25
Şekil 3.8 : Kartezyen koordinatlarda tanımlı dörtyüzlü sonlu eleman.....26
Şekil 3.9 : Ayırık dörtyüzlü sonlu iki eleman.....33
Şekil 3.10 : Birleştirilmiş iki sonlu eleman.....34
Şekil 4.1 : Çubuk-düzlem elektrot sistemi.....40
Şekil 4.2 : Çubuk-düzlem elektrot sistemi (yakın gösterim) 40
Şekil 4.3 : Çubuk-düzlem elektrot sistemi (ölçüler milimetre cinsindendir).....41
Şekil 4.4 : Çubuk-düzlem elektrot sisteminin üç boyutlu çizimi (pürüzün eksenden 18 mm kaçık olduğu ve elektrot açıklığının 0,5 mm olduğu durum).....42
Şekil 4.5 : Çubuk-düzlem elektrot sistemi SEY ağ yapısı (pürüzün eksenden 10 mm uzakta ve elektrot açıklığının 1 mm olduğu durum) 44
Şekil 4.6 : Pürüz merkezine dik yüzeydeki elektrik alan dağılımı (pürüzün 6 mm çubuk elektrodun 5 mm açıklıkta olduğu durum) 45
Şekil 4.7 : Pürüz çevresindeki elektrik alan dağılımı (pürüzün 2 mm, çubuk elektrodun 6 mm açıklıkta olduğu durum).....46
Şekil 4.8 : Pürüz yüzeyinin xz düzlemindeki elektrik alan dağılımı (pürüzün 6 mm, çubuk elektrodun 8 mm açıklıkta olduğu durum) 47
Şekil 4.9 : Çubuk elektrodun düzlem elektroda en yakın dairesel yüzeyinin xz düzlemindeki elektrik alan dağılımı (pürüzün 26 mm, çubuk elektrodun 11 mm açıklıkta olduğu durum) 48
Şekil 4.10 : Pürüzün merkezde olduğu durum.....49
Şekil 4.11 : Pürüzün merkezden 2 mm uzakta olduğu durum 49
Şekil 4.12 : Pürüzün merkezden 6 mm uzakta olduğu durum 50
Şekil 4.13 : Pürüzün merkezden 10 mm uzakta olduğu durum 50
Şekil 4.14 : Pürüzün merkezden 14 mm uzakta olduğu durum 51
Şekil 4.15 : Pürüzün merkezden 18 mm uzakta olduğu durum 51
Şekil 4.16 : Pürüzün merkezden 18 mm uzakta olduğu durum 52
Şekil 4.17 : Pürüzün merkezden 22 mm uzakta olduğu durum 52
Şekil 4.18 : Pürüzün merkezden 26 mm uzakta olduğu durum 53

Şekil 4.19 : Pürüzün merkezden 30 mm uzakta olduğu durum.....53
Şekil 4.20 : Pürüzün merkezden 34 mm uzakta olduğu durum.....54
Şekil 4.21 : Pürüzün olmadığı durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği.....54
Şekil 4.22 : Pürüzün merkezde olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği 55
Şekil 4.23 : Pürüzün merkezden 2 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği.....56
Şekil 4.24 : Pürüzün merkezden 6 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği.....57
Şekil 4.25 : Pürüzün merkezden 10 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği 57
Şekil 4.26 : Pürüzün merkezden 14 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği 58
Şekil 4.27 : Pürüzün merkezden 18 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği 59
Şekil 4.28 : Pürüzün merkezden 22 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği 59
Şekil 4.29 : Pürüzün merkezden 26 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği 60
Şekil 4.30 : Pürüzün merkezden 30 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği 60
Şekil 4.31 : Pürüzün merkezden 34 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği 61
Şekil 4.32 : Pürüzün merkezden 34 mm kaçık olduğu ve çubuk elektrodun pürüzden 8 mm yukarıda olduğu durum.....62
Şekil 4.33 : Pürüzün tüm konumlarını içeren en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği.....62
Şekil 4.34 : Küresel elektrot sisteminin önden fotoğrafı.....65
Şekil 4.35 : Küresel elektrot sisteminin yandan fotoğrafı.....66
Şekil 4.36 : Küresel elektrot sisteminin yandan ve üstten görünüşü (ölçüler santimetre cinsindendir). 67
Şekil 4.37 : Küresel elektrot sistemi modeli (küreler arası açıklık: 1 cm).....68
Şekil 4.38 : Küresel elektrot sistemi için SEY ağ yapısı (küreler arası açıklık 4 cm) 70
Şekil 4.39 : Küresel elektrot sistemi için elde edilen elektrik alan dağılımı (küreler arası açıklık 1,5 cm) 72
Şekil 4.40 : Küresel elektrot sistemi için elektrik alan dağılımı (küreler arası açıklık 3 cm).....73
Şekil 4.41 : Küresel elektrot sistemi için elektrik alan dağılımı (küreler arası açıklık 1,2 cm).....74
Şekil 4.42 : Gerilim uygulanmış kürenin en büyük elektrik alan değerinin küreler arası açıklık değerine göre grafiği.....75
Şekil 4.43 : 10kV'luk mesnet izolatör, pim ve iletkene ait fotoğraf.....77
Şekil 4.44 : VHD-10 tipi mesnet izolatörün boyutları (ölçüler milimetre cinsindendir) 78
Şekil 4.45 : Pimin (saplamanın) şekli ve boyutları (ölçüler milimetre cinsindendir) 78
Şekil 4.46 : İzolatör ve iletken modeline ait üç boyutlu çizim.....79
Şekil 4.47 : İzolatör ve iletken modeline ait üç boyutlu çizim (yakın görünüm).....80

Şekil 4.48 : İzolatör üzerindeki su damlasının görüntüsü (su damlası iletkene dik konumda) 81
Şekil 4.49 : İzolatör – iletken modelinin ağa bölünmüş görüntüsü....82
Şekil 4.50 : İzolatör – iletken modelinin ağa bölünmüş görüntüsü (yakın görünüm)83
Şekil 4.51 : İzolatörün en üst eteğindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının olmadığı durum) 84
Şekil 4.52 : İzolatörün en üst eteğindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının iletkene dik olduğu durum) 85
Şekil 4.53 : Su damlası yüzeyindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının iletkene dik olduğu durum) 86
Şekil 4.54 : İzolatörün en üst eteğindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının 75 derece açı ile yerleştirildiği durum)....86
Şekil 4.55 : Su damlası üzerindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının 75 derece açı ile yerleştirildiği durum)....87
Şekil 4.56 : İki su damlası olduğu durumda izolatör en üst eteğindeki elektrik alan dağılımı 88
Şekil 4.57 : İki su damlası olduğu durumda su damlaları yüzeyindeki elektrik alan dağılımları 88
Şekil 4.58 : Su damlası yüzeyindeki en büyük elektrik alan değerinin, damla konumuna göre grafiği....89
Şekil 4.59 : Yağ deney aygıtı....91
Şekil 4.60 : Yağ deney aygıtı elektrot düzeni....92
Şekil 4.61 : Yağ deney kabının önden görünüşü (boyutlar milimetre cinsindendir) .92
Şekil 4.62 : Yağ deney kabının yandan görünüşü (boyutlar milimetre cinsindendir)93
Şekil 4.63 : Yağın tam dolu ve parçacığın olmadığı durumdaki üç boyutlu çizim....94
Şekil 4.64 : Yağın tam dolu ve yabancı parçacığın olmadığı durumdaki ağ görüntüsü 95
Şekil 4.65 : Yabancı parçacığın olduğu durumda elektrotların çevresindeki ağ görüntüsü....96
Şekil 4.66 : Yağın tam dolu olduğu durumda elektrik alan dağılımı 97
Şekil 4.67 : Yağın elektrotlardan 1 mm yukarıda olduğu durumda gerilim altındaki elektrot yüzeyi elektrik alan dağılımı 97
Şekil 4.68 : Hava kabarcığının olduğu durumda elektrot çevresindeki elektrik alan dağılımı 98
Şekil 4.69 : Hava kabarcığının olduğu durumda gerilim altındaki elektrot yüzeyindeki elektrik alan dağılımı 99
Şekil 4.70 : Hava kabarcığı yüzeyindeki elektrik alan dağılımı 99
Şekil 4.71 : Hava kabarcığı ve elektrotlar arasındaki xy düzleminde gerilim dağılımı 100
Şekil 4.72 : Hava kabarcığı üzerindeki gerilim dağılımı (xy düzleminde)....101
Şekil 4.73 : Katı yabancı parçacık olduğu durumda elektrotlar çevresindeki elektrik alan dağılımı....102
Şekil 4.74 : Katı parçacık olduğu durumda gerilim altındaki elektrot yüzeyindeki elektrik alan dağılımı 102
Şekil 4.75 : Katı parçacık yüzeyindeki elektrik alan dağılımı 103
Şekil 4.76 : Hava kabarcığı ve elektrotlar arasındaki gerilim dağılımı....104
Şekil 4.77 : Su damlacığı olduğu durumda elektrotlar arasındaki elektrik alan dağılımı 105
Şekil 4.78 : Su damlacığı olduğu durumda gerilim altındaki elektrot yüzeyindeki elektrik alan dağılımı 106

Şekil 4.79 : Su damlacığı üzerindeki elektrik alan dağılımı..... 107
Şekil 4.80 : Su damlacığı ve elektrotlar arasındaki gerilim dağılımı..... 107
Şekil 4.81 : Bir çelik özlü alüminyum iletkenin enine kesit görünüşü 109
Şekil 4.82 : Bir çelik özlü alüminyum iletkenin yandan görünüşü..... 110
Şekil 4.83 : Üç iletkenin olduğu durum için kesit görünüş (ölçüler desimetre cinsindendir.) 111
Şekil 4.84 : Tek iletkenin olduğu durum için modelin üç boyutlu görüntüsü..... 112
Şekil 4.85 : İki iletkenin olduğu durum için modelin ağ görüntüsü 114
Şekil 4.86 : İletkene ilişkin ağ görüntüsü..... 114
Şekil 4.87 : Tek iletken ile oluşturulan modelde iletken çevresindeki elektrik alan dağılımı..... 115
Şekil 4.88 : Alüminyum iletkenin dış yüzeyindeki elektrik alan dağılımı..... 116
Şekil 4.89 : İki iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan dağılımı..... 117
Şekil 4.90 : Üç iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan dağılımı..... 117
Şekil 4.91 : Üç iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan çizgileri..... 118
Şekil 4.92 : Tek düz iletken ile oluşturulan modelde iletken çevresindeki elektrik alan dağılımı 118
Şekil 4.93 : İki düz iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan dağılımı 119
Şekil 4.94 : Üç düz iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan dağılımı 119

SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ÜÇ BOYUTLU ELEKTRİK ALAN ANALİZİ

ÖZET

Sayısal yöntemlerden biri olan sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak üç boyutlu elektrik alan analizi yapılması bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır. Yüksek gerilim sistem ve laboratuarlarında kullanılan işletme ve deney amaçlı düzeneklere örnek beş farklı sistem bilgisayar ortamında sonlu elemanlar yöntemini araç olarak kullanan bir programda modellenerek elektrik alan dağılımlarına ilişkin sonuçlar elde edilmiştir.

Bu çalışmada sırası ile elektrik alan analizlerinin anlaşılması amacıyla statik elektrik alan kavramı kısaca anlatılmış, sonlu elemanlar yöntemi temel olarak açıklanmış ve son olarak yapılan benzetimler sonlu elemanlar yönteminde belirtilen çözüm sırası ile açıklanarak, elde edilen sonuçlar ile ilgili yorumlar yapılmıştır.

Yapılan benzetimlerde kullanılan modeller sonuçların gerçek duruma yakın değer vermesi amacı ile üç boyutlu olarak tasarlanmıştır. Çizimlerde gerçek veya gerçeğe yakın ölçülere göre modeller oluşturulmuştur. İlk olarak deneysel amaçlı kullanılan düzlem - çubuk elektrot sisteminde elektrik alan dağılımına pürüzün etkisi incelenmiştir. Pürüzün farklı konumlarda bulunması durumları için elde edilen alan dağılımları karşılaştırılmıştır. İkinci olarak küresel elektrotlar arasındaki belirli açıklıklardaki atlama geriliminde oluşan en büyük elektrik alan değerleri elde edilmiştir. Bu değerler ile bir eğri uydurularak açıklık ile en büyük alan değeri arasında matematiksel ifade bulunmuştur. Sonraki benzetimde, üzerinde hat iletkeni de bağlı 10 kV'luk mesnet izolatöründe su damlasının elektrik alan dağılımına etkisi incelenmiştir. Bir diğer modellemede, yağ deney düzeneğinin deney kabındaki yağ seviyesi ve elektrotlar arasında yağ içerisinde su, hava, katı parçacık gibi yabancı parçacık olması durumunda elektrik alan dağılımındaki değişim, son olarak da örgülü iletken çevresindeki elektrik alan dağılımı incelenmiştir.

Pürüzün ve çubuk elektrodun farklı konumlarının incelendiği benzetimde, pürüz çubuk elektroda ne kadar yakınsa maksimum elektrik alan değerinin o kadar yüksek olduğu görülmüştür. Pürüzün belirli bir açıklıktan sonra ise elektrik alan dağılımına etkisi ihmal edilebilecek kadar az olduğu sonucu elde edilmiştir. Maksimum elektrik alan şiddetinin küresel elektrotlar arasındaki açıklık arttıkça azaldığı ve bu azalmanın üstel şekilde olduğu sonucu küresel elektrotlar arasındaki belirli açıklıklardaki atlama geriliminde oluşan en büyük elektrik alan değerinin bulunduğu benzetimde elde edilmiştir. Mesnet izolatör üzerindeki su damlasının incelendiği modellemede, su damlasının oluşturduğu elektrik alan dağılımındaki değişim izolatör üzerinde yüzeysel boşalma olasılığını arttırdığı ve buna ek olarak iki damlanın olduğu durumda ise tek damlaya göre elektrik alan değeri daha büyük olduğu görülmüştür. Diğer bir benzetim olan yağ deney düzeneğinde yağ seviyesinin elektrik alan dağılımına etkisi ihmal edilebilecek kadar az olduğu elde edilmiştir. Yine aynı benzetimde yağ içerisinde bulunan yabancı parçacığın bağıl dielektrik sabiti ne kadar büyük ise alan dağılımına etkisinin o kadar fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Son

olarak çelik özlü örgülü iletkenin incelendiği çalışmada örgülü iletkenin oluşturduğu elektrik alanın düz örgüsüz iletkene göre farklı olduğu görülmüştür. İletken sayısı ve konumunun elektrik alana etkisinin olduğu da gözlenmiştir.

THREE DIMENSIONAL ELECTRIC FIELD ANALYSIS USING FINITE ELEMENT METHOD

SUMMARY

Three dimensional electric field analysis using finite element method which is one of the numerical methods is the aim of this study. Five different systems which are examples of operational and test equipments used in high voltage systems and laboratories are modeled in a computer based program which uses the finite element method for analysis, to obtain the electric field distribution.

In this study, for understanding the electric field analysis the electrostatic field formulation was mentioned basically, finite element method was explained briefly, the simulations were described in the order of finite element method analysis and the results were discussed respectively.

The models used in the simulation are created in three dimensional spaces for acquiring similar results with the real conditions. The drawings were created with real or approximately real dimensions. First of all, the effect of the protrusion in the rod - plane electrode system which is used for experiments in electric field distribution was analyzed. Protrusion was put in different positions in the system and electric field distributions were compared. Secondly, the maximum electric field values in the defined distance with sparkover voltage on the spherical electrode system were obtained. Using the obtained values a curve was fitted and the mathematical formulation was created between the sphere electrodes space and the maximum electric field value. In the other simulation, the effect of the water droplet on the pin type insulator with 10 kV rating in electric field distribution was examined. In another modeling, the electric field changes in the oil test equipment in different oil level and when there is a particle in the oil were simulated. In the last simulation, the electric field distribution on the bare stranded wire is discussed.

In the simulation which protrusion and the rod electrode were examined, it was observed that how protrusion close to the rod electrode is, the electric field value increases. It is concluded that after a stated distance between the protrusion and the rod electrode the effect of the protrusion to the electric field distribution is negligible. As a result of the simulation which is done for obtaining the maximum electric field values in the defined distance with sparkover voltage on the spherical electrode system, the electric field value decreases while the distance between spherical electrodes increases and the decreasing is in exponential form. In the simulation which the effect of the water droplet on the pin type insulator was examined, it was concluded that the droplet increases the probability of the surface discharge and additional to this result in the condition where there are two water droplets, the electric field value is greater that in the condition where there is only one water droplet. As a result of the simulation where the oil test equipment is modeled, it was acquired that the effect of the level of the oil in the oil test equipment to the electric field distribution is negligible. Moreover in the same simulation, it was obtained that how the relative dielectric constant of the particle in the oil greater is the effect of the

field distribution is greater. In the last simulation which bare stranded wire is examined, it was seen that the electric field on the stranded wire is different than the wire which is not stranded. Moreover the number of wire and their positions affects the electric field distribution.

1. GİRİŞ

Teknolojik gelişmeler ve insan nüfusundaki artış elektrik enerjisine olan ihtiyacı giderek arttırmaktadır. Bu ihtiyacı karşılamak amacı daha fazla kaynak kullanımı gerekmektedir. Dünya üzerindeki kaynakların sınırlı olması ve ihtiyacın giderek büyümesi daha verimli elektrik enerjisi üretimi, iletimi ve dağıtımını zorunlu kılmıştır.

Elektrik enerjisinde kayıpların azaltılması amacı ile üretim ve iletim sistemlerinde gerilim seviyesi yükseltilmektedir. Gerilimin yükseltilmesi akım ve buna bağlı kayıpların azaltılmasını sağlarken, belirli sorunları da beraberinde getirmektedir. Bu sorunlara örnek olarak yüksek gerilim tekniğinin başlıca inceleme alanlarından olan yalıtım koordinasyonu ve yalıtım düzeyinin tayini gösterilebilir.

Yüksek gerilim güç sistemlerinde kullanılan anahtarlama elemanları, izolatörler, iletkenler gibi cihazlar, manevra, koruma ve işletme amacı ile kullanılan ve elektrik enerjisi verimliliğine etki eden cihazlardır. Bu tip cihazların yalıtım düzeyinin bilinmesi ve geliştirilmesi sistemlerin güvenilirliğini ve verimliliğini arttırmaktadır.

Yalıtım düzeyinin elde edilmesi için sistemin içerisinde bulunduğu koşulların, sisteme uygulanan gerilim seviyesinin bilinmesi gerekmektedir. Bu değerler bilindiği takdirde analitik, deneysel ve sayısal yöntemler kullanılarak yalıtım seviyesi tayin edilebilir. Deneysel yöntemler en kesin ve gerçekçi sonuçları verir ve belirli standartlar ile sabitlenmiş yöntem, koşul ve şekil ile gerçekleştirilirler. Analitik yöntemler ise genellikle deneysel sonuçların matematiksel olarak ifade edilmiş biçimi olup belirli sınırlamaları ve sonuca erişme konusunda zorlukları mevcuttur.

Sayısal yöntemler ise gelişen hesaplama teknikleri ve bilgisayar teknolojisine bağlı olarak sıklıkla başvurulan yöntem olmuştur. Belirli bir hataya bağlı kalmak koşulu ile sonuca erişim mümkündür.

Deneysel olarak yalıtım seviyesinin elde edilmesi uzun, pahalı bir yöntem olmasından dolayı denenecek sistem veya cihaz ilk önce analitik ve/veya sayısal yöntemlerle incelenerek sistem davranışı elde edilmeye çalışılır. Bu iki yöntem

kullanılırken belirli öngörüler ve ihmaller yapılmaktadır. Bu elde edilen sonucun belirli bir hataya sahip olmasına neden olmaktadır. Gerilim seviyesi yükseldikçe ve verimin arttırılması amaçlandığından bu ihmaller ve öngörüler, sistem davranışı üzerinde önem kazanmaya başlamaktadır. Deney yapılacak en ideal düzenin, biçimin elde edilmesi amacı ile gerçeğe en yakın biçimin incelenmesi gerekmektedir. Analitik inceleme ile bunun yapılması çok zordur. Bu nedenle sayısal yöntemler ön plana çıkmaktadır.

Sistem veya malzeme üzerindeki gerilim ve elektrik alan dağılımı yalıtım konusunda üstünlük veya zayıflıklarını ortaya çıkarır. Bu sebepten ötürü yalıtım seviyesi olarak incelenecek sistemin elektrik alan dağılımının elde edilmesi şarttır [1, 2]. Analitik olarak bu dağılımın bulunması sistem karmaşıklığı ile doğru orantılı olarak zorlaşmaktadır.

Elektrik alan dağılımının analitik olarak elde edilmesinin zor olduğu durumlarda, sonlu farklar yöntemi, sınır elemanları yöntemi, yük benzetim yöntemi, Monte-Carlo yöntemi, moment yöntemi ve sonlu elemanlar yöntemi gibi sayısal yöntemler kullanılarak çözüme yaklaşık olarak ulaşılabilir [3, 2]. Sonlu elemanlar yöntemi yakın zamanda elektriksel analizler için kullanılmaya başlanan bir yöntem olmasına rağmen günümüzde sıklıkla kullanılan bir yöntemdir [4].

Yapılan literatür taramasında üç boyutlu elektrik alan analizi ile ilgili kaynakların kısıtlı olduğu görülmüştür. İncelenen makalelerin konusu genellikle izolatörlerdir [5, 1, 6, 7]. Bu konu üzerine yapılan en kapsamlı ve gerçek duruma en yakın çalışma, gerçek ölçülerine göre modellenmiş yüksek gerilim direği, iletken ve izolatörden oluşmuş sisteme ilişkin alan dağılımının elde edildiği benzetimdir [6]. Diğer araştırmalar izolatör üzerinde bulunan tekil su damlasının alan dağılımına etkisini, farklı izolatör yapılarının farklı gerilimlerde davranışlarını içermektedir [5, 7]. İnceleme alanı genellikle izolatörler olmasına karşın yükse gerilim ile ilişkili birçok sisteme ilişkin modelleme ve alan analizi bulunmaktadır [8, 9, 10, 11, 12]. Yüksek gerilim iletim hatlarında kullanılan çıplak çelik özlü örgülü iletkene ait alan analizi bunlardan biridir. Bu çalışma gerçek ölçü ve burulma derecesi ile çizilmiş iletken etrafında oluşan elektrik alanının elde edilmesini ve düz örgülü olmayan iletken ile karşılaştırılmasını içermektedir [8]. Diğer bir makalede ise orta gerilim ölçü transformatörlerinin alan analizi ve dayanıklılığına ilişkin çalışmayı içermektedir [12]. Yaklaşık olarak silindir ve küre ile modellenmiş insan ve silindir ile

modellenmiş ağacı içeren çalışma bir diğer örnek olarak verilebilir. Bu modelleme ve analizin amacı yıldırımın insan üzerine düşme olasılığının ağaca ile insan modeli arasındaki uzaklık ile değişimini incelemektedir [9]. Yüksek gerilim laboratuvarlarında kullanılan test düzeneklerine ilişkin modelleme ve benzetim çalışmalarına yapılan literatür incelemelerinde çok sıklıkla karşılaşılmamıştır. Genellikle deney düzenekleri yalıtım amaçlı kullanılan gaz, sıvı ve katı malzemelerin davranışlarının incelenmesinde araç olarak kullanılmıştır [11].

Bu çalışmanın amacı, yüksek gerilim sistemlerinde işletmede kullanılan cihaz veya malzemeleri ve bunları denemek amacı ile kullanılan düzenekleri, gerçeğe en yakın biçimde üç boyutlu olarak modelleyerek elektrik alan dağılımlarının elde edilmesidir. Yapılan çalışma beş farklı genel modeli içermektedir. Bunlar sırası ile deney amaçlı kullanılan pürüzsüz ve pürüzlü düzlem-çubuk elektrot sistemi ve tutturma kolları ve tabanı ile birlikte küresel elektrot sistemi ile; genel inceleme yapılan, üzerinde iletkeni bağlı ve su damlası bulunan mesnet izolatörü, elektrotları arasında yabancı madde bulunan yağ deney düzeneği ve bir hava hattı örgülü iletkenidir.

Çubuk elektrot sisteminde, yapılan çalışmalara ek olarak pürüz ve çubuk elektrot konumu değiştirilerek alan analizi yapılmış ve elde edilen sonuçlar her farklı konum için karşılaştırılmıştır. Küresel elektrotların bulunduğu modellemede gerçeğe yakın sonuçların elde edilmesi amacı ile tutturma kolları ve taşıyıcı düzenek benzetime eklenerek alan dağılımı elde edilmiştir. Çelik özlü örgülü iletkenin incelendiği benzetimde bugüne kadar yapılan çalışmalardan farklı olarak iki ve üç iletkenin olduğu durum incelenmiştir. İletkeni bağlı izolatör üzerinde farklı konumlarda bulunan bir ve birden fazla su damlasının oluşturduğu elektrik alanın incelenmesi yapılan çalışmalara ek olarak gösterilebilir. Ayrıca elektrotları arasında yabancı madde bulunan yağ deney düzeneği benzetimi farklı bir çalışma olarak gösterilebilir.

2. STATİK ELEKTRİK ALANI

Bu bölümde, bu tez çalışması kapsamında yapılan benzetimlerde kullanılan elektrostatik alan denklemleri kısaca açıklanmıştır. Bu denklem takımının anlaşılabilmesi amacı ile elektrostatik alan ve buna ilişkin kuvvet denklemleri ile elektrik alanın özelliklerini tanımlayan Laplace ve Poisson denklemleri verilmiştir. Bunlara ek olarak, çözümlemelerin koşullarını belirten sınır koşulları ile ilgili eşitlikler ele alınmıştır.

2.1 Boşlukta Statik Elektrik Alanlar

Statik elektrik alanların açıklanabilmesi için, Charles de Coulomb tarafından yapılan deneylerle ortaya çıkan, itme ve çekme kuvveti özelliği bir varsayım olarak kabul edilmiştir.

Varsayım: Elektrik yükleri q_1 ve q_2 olan ve boşlukta duran iki noktasal yük arasındaki uzaklık r' olsun. Bunlar birbirine Newton kuvvetine ek olarak $q_1 q_2 / r'^2$ ile orantılı bir itme kuvveti oluştururlar. İkiden fazla yükün varlığı halinde kuvvetin hesabı için toplama (süperpozisyon) ilkesi geçerlidir [13].

Yukarıda verilen varsayım uyarınca, ε_0, kullanılan birim sistemine bağlı olan bir sabit olmak üzere vektörel olarak uygulanan kuvvet

$$\overrightarrow{F_{12}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} . \frac{q_1 q_2}{r'^2} . \overrightarrow{e_{12}} \qquad \textbf{(2.1)}$$

şeklinde yazılır. Kuvvet Newton, uzunluk metre olarak alınırsa elektrik yük birimi kulon (Coulomb) olur. Tarihsel gelişmeler sonucu ε_0 değeri

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \qquad \textbf{(2.2)}$$

olarak saptanmıştır ve boşluğun dielektrik sabiti veya permitivitesi olarak adlandırılmaktadır.

Süperpozisyon ilkesi uyarınca ikiden fazla yükün olması durumunda kuvvet formülü

$$F = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i}{r_i'^2}\vec{e_i} \qquad \textbf{(2.3)}$$

olur.

Elektrik yüklerinin uzay içerisinde belirli bir yoğunluk (ρ) ile dağıldığı varsayılırsa kuvvete ilişkin denklem

$$F = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_v \frac{\rho\vec{r}'}{r'^3}dv \quad (\vec{r}' = r'\vec{e}) \qquad \textbf{(2.4)}$$

olarak yazılır.

2.2 Statik Elektrik Alan ve Alan Çizgileri

(2.1), **(2.2)** ve **(2.3)** denklemleri uyarınca herhangi bir q yüküne etki eden kuvvetin

$$\vec{F}(x,y,z) = q\vec{E}(x,y,z) \qquad \textbf{(2.5)}$$

şeklinde olduğu görülür. **(2.5)**'inci denklemde, kuvvet ifadesi yerine, **(2.4)** denklemi yazılırsa ifade

$$\vec{E}(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int \rho(\xi,\eta,\zeta)\frac{\vec{r}'}{r'^3}d\xi d\eta d\zeta \qquad \textbf{(2.6)}$$

halini alır. Elektriksel yük q = 1 C olduğu durumda, $\vec{E}(x,y,z)$ birim yüke etkiyen kuvvettir. Bu formül, uzayın her bir noktasında bir $\vec{E}$ büyüklüğü tanımlar. Bu özelliği ifade etmek için, $\vec{E}$ bütün uzayda tanımlı bir vektörel alan olarak adlandırılır. Hareketsiz elektrik yükleri tarafından yaratılan bu alana statik elektrik (elektrostatik) alan adı verilir [13].

Bir $\vec{E}(x,y,z)$ elektrostatik alanına karşılık öyle bir eğri ailesi bulunabilir ki; bu aileye ilişkin eğrilerin teğetleri değme noktalarında elektrostatik alan vektörlerine paraleldir. Bu eğri ailesine elektrostatik alan çizgileri veya kuvvet çizgileri adı verilir [13]. En basit durumda referans üzerinde (başlangıç noktasında) bulunan noktasal q yükü

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{r}' \qquad \textbf{(2.7)}$$

elektrik alanına sahiptir. Alanların $1/r^2$ ile orantılı olarak azalmasından dolayı, başlangıç noktasından uzaklaşıldıkça vektörler daha kısa hale gelirler. Bu vektörlerin yönleri ise daima yarıçapsal olarak dışa doğrudur. Bu vektörlerin birleştirilmesi ile alan çizgileri oluşturulur [14]. Alan şiddeti bilgisi ise bu çizgilerin sıklığı ile belirlenir. Yüke yakın olan noktalarda alan çizgileri sık, uzak olan noktalarda ise seyrektir. Buna ek olarak, elektrik alan çizgileri pozitif yüklerden başlar ve negatif yükler üzerinde son bulurlar. Uzayda tek bir yükün olduğu varsayıldığı durumda, yükün oluşturduğu elektrik alan çizgileri sonsuza kadar uzanır. Elektrik alan çizgilerinin bir başka özelliği ise hiçbir zaman birbirlerini kesmemeleridir.

2.3 Akı ve Gauss Yasası

Elektrik alana dik bir düzlemde bulunan kapalı bir S yüzeyinden geçen elektrik alan çizgileri sayısı, akıyı tanımlar.

$$\phi_E = \int_S E.da \tag{2.8}$$

Aslında, kapalı alan içerisinde çizilebilecek elektrik alan çizgisi sayısı sonsuzdur. Akıyı tanımlarken kullanılan alan çizgisi sayısı ifadesi, birim alandaki elektrik alan çizgisi sayısı, alan şiddeti ile orantılı olduğundan doğru kabul edilebilir. **(2.8)** denkleminde de görüldüğü üzere; *da* kadar sonsuz küçük alandan geçen elektrik alan çizgisi, alan yoğunluğu ile doğru orantılıdır. Örneğin, referans alınan noktada bulunan bir noktasal yükün oluşturduğu elektrik alanının *r* yarıçaplı küreden geçen akısı

$$\oint E.da = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r^2}\vec{r}\right)(r^2 \sin\theta d\theta d\phi \vec{r}) \tag{2.9}$$

$$\oint E.da = \frac{1}{\varepsilon_0}\theta \tag{2.10}$$

dır. Denklem **(2.9)**'da görüleceği üzere, akı değeri, küre yarıçapından bağımsızdır. Genellemek gerekirse, alınan kapalı yüzeyin küre olması gerekmez, herhangi bir kapalı yüzey içerisinden de aynı sayıda elektrik alan çizgisi geçer. Bu çıkarım, yükü kapsayan her yüzeyden geçen akının q/ε_0 olduğunu gösterir. Birden fazla yükün olması durumunda süperpozisyon ilkesi uygulanırsa, alan ifadesi

$$E = \sum_{i=l}^{n} E_i \qquad \textbf{(2.11)}$$

halini alır. Akı denklemi ise

$$\oint E.da = \sum_{i=l}^{n} \left(\oint E_i.da \right) \qquad \textbf{(2.12)}$$

$$\phi = \sum_{i=l}^{n} \left(\frac{1}{\varepsilon_0} q_i \right) \qquad \textbf{(2.13)}$$

$$\phi = \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{iç} \qquad \textbf{(2.14)}$$

olur. Burada $Q_{iç}$ kapalı yüzey içerisinde bulunan toplam yükü ifade etmektedir. **(2.14)** ifadesi, Gauss yasasının nicel halidir ve integral denklemidir [14]. Diverjans teoremi uygulandığı takdirde, Gauss yasası diferansiyel denklem haline dönüşür.

$$\oint_S E.da = \int_V (\nabla.E).d\tau \qquad \textbf{(2.15)}$$

Kapalı yüzey içerisinde bulunan yükler, yük yoğunluğu cinsinden yazılırsa

$$Q_{iç} = \int_V \rho d\tau \qquad \textbf{(2.16)}$$

olur. Böylece Gauss yasası

$$\int_V (\nabla.E).d\tau = \int_V \left(\frac{\rho}{\varepsilon_0} \right) d\tau \qquad \textbf{(2.17)}$$

haline gelir. Bu denklem her hacim için geçerli olduğundan, integrallerin içlerindeki ifadeler eşit olduğundan

$$\nabla.E = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \qquad \textbf{(2.18)}$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda Gauss yasasının diferansiyel şekli elde edilmiş olur. **(2.18)** ifadesi D deplasman vektörü olmak üzere şu şekilde yazılabilir;

$$\nabla.E.\varepsilon_0 = \rho \qquad \textbf{(2.19)}$$

$$E.\varepsilon_0 = D \qquad \textbf{(2.20)}$$

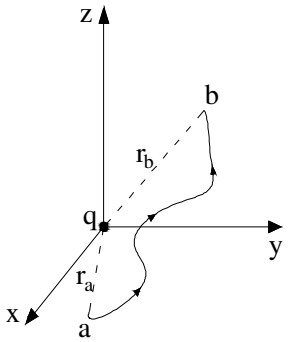
olmak üzere

$$div\vec{D} = \rho \qquad \textbf{(2.21)}$$

Silindirsel, küresel ve düzlemsel simetrilerin olduğu durumlarda Gauss denklemi elektrik alan değerinin bulunması için hızlı bir çözüm yöntemidir. Ayrıca, bütün yük düzlemi simetriye sahip olmasa bile, sistem simetriye sahip parçalara ayrılabildiği takdirde de uygulanabilir.

2.4 Elektrik Alanın Rotasyoneli

Küresel koordinatlarda, referans alınan noktada bulunan bir noktasal yükün oluşturduğu elektrik alanının, a ve b gibi iki nokta ile sınırlandırılmış çizgi üzerinde integralinin alınması ile alanın rotasyoneli açıklanacaktır.



Şekil 2.1: Noktasal yükün konumu ve integralin alınacağı yol

Şekil 2.1'de gösterilen a-b yolu üzerinde **(2.7)** denkleminin çizgisel integrali

$$\int_a^b E.dl \qquad \textbf{(2.22)}$$

olur. Küresel koordinatlarda,

$$dl = dr.\vec{r} + rd\theta.\vec{\theta} + r\sin\theta d\phi.\vec{\phi} \qquad \textbf{(2.23)}$$

olmak üzere alan ifadesi;

$$\int_a^b E.dl = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{q}{r^2}.dr \qquad \textbf{(2.24)}$$

$$\int_a^b E.dl = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_a} - \frac{q}{r_b}\right) \qquad \textbf{(2.25)}$$

olur. Küresel koordinatlarda $r_a = r_b$ olacağından, kapalı bir yol boyunca integralin sonucu sıfır olacaktır.

$$\oint E.dl = 0 \qquad \textbf{(2.26)}$$

Denklem **(2.26)**'ya Stokes teoremi uygulandığında

$$\nabla \times E = 0 \qquad \textbf{(2.27)}$$

olur. Bir başka ifade ile

$$rot\vec{E} = 0 \qquad \textbf{(2.28)}$$

Birden fazla yük bulunması durumunda toplanabilirlik özelliği kullanılır.

$$E = E_1 + E_2 + ... \qquad \textbf{(2.29)}$$

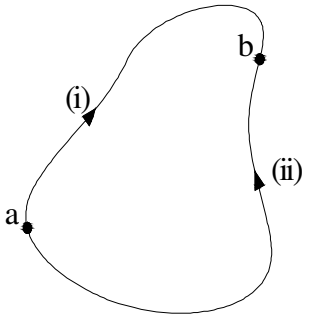
$$\nabla \times E = \nabla \times (E_1 + E_2 + ...) \qquad \textbf{(2.30)}$$

$$\nabla \times E = (\nabla \times E_1) + (\nabla \times E_2) + ... \qquad \textbf{(2.31)}$$

(2.26) ve **(2.27)** denklemleri durağan yük durumları için geçerlidir [14].

2.5 Elektrostatik Potansiyel

Elektrik alanı, rotasyoneli daima sıfır olan özel bir vektör fonksiyonudur. Alanın bu özelliğini kullanarak, elektrik alan hesaplamalarını basitleştirecek skaler bir fonksiyon elde edilecektir. Bu skaler fonksiyon elektrik potansiyeli (V) olarak adlandırılır.



Şekil 2.2 : İntegralin alınacağı kapalı yol

Bir F vektör alanının rotasyoneli sıfıra eşit ise, F bir skaler potansiyelin (V) gradyanı olarak yazılabilir [14]. Şekil 2.2'deki a ve b noktaları arasında denklem **(2.26)**

uygulandığında sonucun sıfır olacağı açıktır. Alınan bu çizgi integral yoldan bağımsız olduğundan

$$V(r) = -\int_{\varphi}^{r} E.dl \qquad \textbf{(2.32)}$$

gibi bir fonksiyon tanımlanabilir. φ burada referans noktasıdır; bu durumda *V* yalnızca *r* noktasına bağlıdır. Bu durumda, a ve b noktaları arasındaki potansiyel farkı

$$V(b) - V(a) = -\int_{\varphi}^{b} E.dl + \int_{\varphi}^{a} E.dl \qquad \textbf{(2.33)}$$

$$V(b) - V(a) = -\int_{\varphi}^{b} E.dl - \int_{a}^{\varphi} E.dl \qquad \textbf{(2.34)}$$

$$V(b) - V(a) = -\int_{a}^{b} E.dl \qquad \textbf{(2.35)}$$

ifadesine eşit olur. Elektrik alanın gradyanı ile ilgili teorem **(2.35)** denkleminde uygulanır ise,

$$V(b) - V(a) = -\int_{a}^{b} (\nabla V).dl \qquad \textbf{(2.36)}$$

olur. Her a ve b noktaları için **(2.36)** denklemi doğru olduğundan;

$$E = -\nabla V \qquad \textbf{(2.37)}$$

ifadesi elde edilir.

Potansiyel, referans noktasına bağlı bir fonksiyondur. Bu noktanın değişmesi halinde potansiyel ifadesine bir K sabitinin eklenmesi gerekmektedir. Yükün eski ve yeni referans noktaları arasında oluşturduğu potansiyel farkı, ifadeye eklenmelidir. φ eski, φ' yeni referans noktaları olmak üzere potansiyel ifadesi,

$$V'(r) = -\int_{\varphi'}^{r} E.dl \qquad \textbf{(2.38)}$$

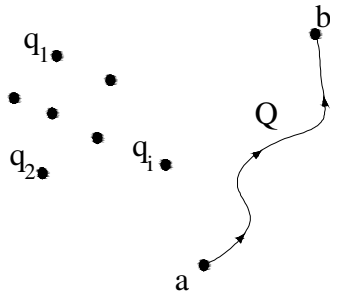
$$V'(r) = -\int_{\varphi'}^{\varphi} E.dl - \int_{\varphi}^{r} E.dl \qquad \textbf{(2.39)}$$

$$V'(r) = K + V(r) \qquad \textbf{(2.40)}$$

halini alır. Yükün veya yüklerin potansiyeline referans değişiminde, K sabitinin eklenmesi, potansiyel farklarını etkilemeyecektir. Bunun nedeni ise aynı referans noktasına göre hesaplanan potansiyellerin farklarının alınmasıdır.

2.6 Statik Elektrikte İş ve Enerji

Kaynak yüklerinin durağan olduğu bir uzayda Şekil 2.3'de belirtilen Q deneme yükünü a noktasından b noktasına taşımak için yapılması gereken iş W durgun elektrikte iş olarak tanımlanır.



Şekil 2.3 : Q deneme yükünün hareket ettirileceği yol ve durgun elektrik yükleri

Yol üzerindeki herhangi bir noktada Q yüküne etkiyen kuvvet, denklem **(2.5)** uyarınca;

$$F = QE \qquad \textbf{(2.41)}$$

dir. Yükler tarafından uygulanan bu kuvvete karşı konulabilmesi amacı ile uygulanması gereken kuvvet

$$F = -QE \qquad \textbf{(2.42)}$$

dir. Bu durumda yapılan iş

$$W = \int_a^b F.dl \qquad \textbf{(2.43)}$$

olur. Denklem **(2.42)**, denklem **(2.43)**'de yerine konulduğunda eşitliğin denklem **(2.35)** ile deneme yükünün çarpımına eşit olduğu görülür; bunun sonucunda yapılan iş

$$W = Q[V(b) - V(a)] \qquad \textbf{(2.44)}$$

olur. Denklem **(2.44)**'de görüldüğü üzere yapılan iş potansiyel farkına ve yükün değerine bağlıdır. Herhangi bir Q deneme yükünü sonsuzdan bir r noktasına taşımak için yapılması gerek iş ise

$$W = Q[V(r)] \tag{2.45}$$

ifadesi ile elde edilir.

Denklem **(2.44)** ve **(2.45)** tek bir yükün hareketi sonucunda yapılması gerek iş miktarını bulmak için kullanılmaktadır. Birden fazla noktasal yükü bir araya getirmek için yapılması gereken iş

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^{n}\frac{q_i q_j}{\tau_{ij}} \tag{2.46}$$

formülü ile bulunur. Denklem **(2.46)**'da belirtildiği üzere yapılan iş, yük çiftlerinin birbirlerine uyguladıkları kuvvetlerin toplanması sonucu oluşan kuvvetin yaptığı işe eşittir. **(2.46)** eşitliğini

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} qi\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_j}{\tau_{ij}}\right) \tag{2.47}$$

şeklinde de ifade edilebilir. Parantez içindeki terim, r_i noktasında (q_i'nin konumunda) tüm diğer yüklerden, şimdiki durumda geri kalan yüklerin hepsi, yalnızca bir araya getirme işleminin bir adımında var olan değil, kaynaklanan potansiyeldir [14]. Bu durumda noktasal yüklerin bir araya getirilmesi için yapılması gerek iş

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i V(r_i) \tag{2.48}$$

olur.

Bir hacimde ρ yoğunluklu yük bulunması durumunda denklem **(2.48)**

$$W = \frac{1}{2}\int \rho V d\tau \tag{2.49}$$

halini alır. Eşitlik **(2.49)** elektrik alan ve potansiyel cinsinden yazılmak istenirse Gauss Yasası kullanılarak ifade

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\int_{\nu} E^2 d\tau + \oint_{S} VEda \right) \qquad \textbf{(2.50)}$$

olur. Denklem **(2.50)**'de görüldüğü üzere, E^2'nin integrali yalnızca artabilir. Toplam işin sabit kalabilmesi için yüzey integralinin azalması gerekmektedir. Gerçekte yükten çok uzaklarda E, $1/r^2$ olarak ve V'de $1/r$ olarak değişir, yüzey alanı ise r^2 şeklinde artar. Bu durumda, yüzey integrali kabaca $1/r$ şeklinde azalır. Enerji ifadesine ait **(2.50)** ifadesi tüm uzay için uygulandığında, yüzey integrali açıklandığı üzere sıfıra yaklaşacağından formül

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2} \int_{\substack{tüm \\ uzay}} E^2 d\tau \qquad \textbf{(2.51)}$$

şeklini alır.

2.7 Laplace ve Poisson Denklemleri

Statik elektriğin asıl amacı, verilen bir durgun yük dağılımının elektrik alanının bulunmasıdır [14]. **(2.6)** denklemi ile istenilen sonuca ulaşılabilir. Ancak sistemin karmaşıklaşması durumunda **(2.6)** eşitliğinde bulunan integralin alınması zor olabilir. Bu nedenle, ifade skaler bir büyüklük olan potansiyel ifadesine bağlı şekilde yazılmaya çalışılarak çözümün kolaylaşması sağlanmaktadır. **(2.19)** ifadesi, **(2.37)** denklemi yardımı ile V potansiyeli cinsinden yazılır ise

$$\nabla . E = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \textbf{(2.52)}$$

$$\nabla . (-\nabla V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \textbf{(2.53)}$$

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \textbf{(2.54)}$$

şeklini alır. **(2.54)** eşitliği Poisson denklemidir. Ortamda yükün olmaması durumunda ise denklem

$$\nabla^2 V = 0 \qquad \textbf{(2.55)}$$

olur. Bu ifade ise Laplace denklemdir. **(2.55)**'in bir diğer gösterimi Δ Laplace operatörü olmak üzere

$$\Delta V = 0 \qquad \textbf{(2.56)}$$

dir. Herhangi bir koordinat sisteminde sırası ile bir, iki, üç boyutlu Laplace denklemleri

$$\frac{d^2V}{d\xi} = 0 \qquad \textbf{(2.57)}$$

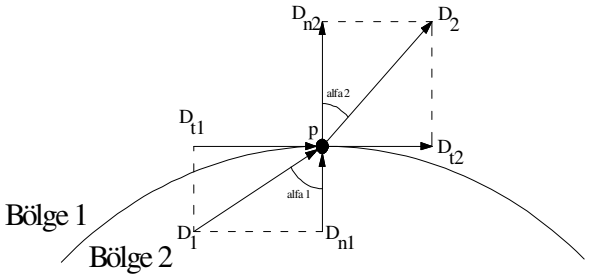
$$\frac{d^2V}{d\xi} + \frac{d^2V}{d\psi} = 0 \qquad \textbf{(2.58)}$$

$$\frac{d^2V}{d\xi} + \frac{d^2V}{d\psi} + \frac{d^2V}{d\zeta} = 0 \qquad \textbf{(2.59)}$$

şeklini alır.

2.8 Sınır Koşulları

Dielektrik katsayıları farklı olan izotrop, homojen iki yalıtkan ortamı ayıran sınır yüzeyde $\vec{E}$ ve $\vec{D}$ alan çizgileri kırılırlar. Kırılma olayı, kırılma açıları ile dielektrik katsayıları arasındaki bağıntı ile tanımlanır [15].



Şekil 2.4 : Elektrik alan çizgilerinin farklı bir ortama geçerken durumu

Şekil 2.4'de görülen P noktası bağıl dielektrik sabiti ε_1 olan Bölge 1 ve bağıl dieletrik sabiti ε_2 olan Bölge 2'nin sınırı üzerinde bulunmaktadır. P noktasındaki elektrik alana ilişkin eşitliğin elde edilmesi için, Şekil 2.5'de gösterildiği üzere sonsuz küçük, boyutları dl ve dh olan kapalı dikdörtgen üzerinde denklem **(2.26)** uygulanırsa

$$E_{t2}\Delta l - E_{n2}\frac{dh}{2} - E_{n1}\frac{dh}{2} - E_{t1}\Delta l + E_{n1}\frac{dh}{2} + E_{n2}\frac{dh}{2} = 0 \qquad \textbf{(2.60)}$$

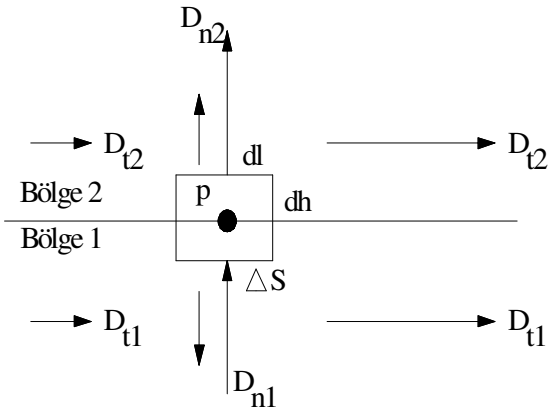
olur. Sadeleştirme yapıldığında

$$E_{t1} = E_{t2} \tag{2.61}$$

olduğu görülür. Eşitlik **(2.20)** uyarınca **(2.61)**,

$$\frac{D_{t1}}{D_{t2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \tag{2.62}$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil 2.5: Sonsuz küçük ΔS dikdörtgeni ve deplasman alan bileşenleri

Sınır yüzeyinde serbest yüklerin bulunmadı göz önüne alınırsa,

$$D_{n1} = D_{n2} \tag{2.63}$$

ve

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \tag{2.64}$$

bağıntıları elde edilir [15].

Laplace denklem takımının V potansiyel değerini belirleyebilmesi için, uygun bir takım sınır koşullarının verilmesi gerekmektedir [14]. Bir boyutlu Laplace denklemi göz önüne alındığında bu diferansiyel denklemin genel çözümü, örneğin kartezyen koordinatlarda

$$V = mx + b \tag{2.65}$$

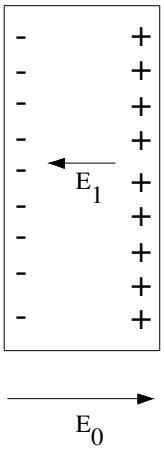
şeklinde olacaktır. Genel çözüm, m ve b gibi iki keyfi sabit içermektedir ve bu nedenle iki sınır koşuluna ihtiyaç duyar. Sınır koşulu olarak verilen değerlerin çözüm için yeterli olup olmadığının ispatı genellikle bir tek çözüm teoremi şeklinde sunulur. Durgun elektrikte sıklıkla kullanılan tek çözüm teoremi; sınır yüzeyi S üzerinde, V

verilirse Laplace denkleminin bir *v* hacmi içindeki çözümü tek olarak belirlenir [14]. Bu teorem, Laplace denklemi ile çözüme ulaşılabilmesi için hesaplamaya alınacak bölgenin her noktasındaki yük yoğunluğunu ve tüm sınırlar üzerindeki potansiyelin belirli olması gerektiğini açıklamaktadır.

2.9 İletkenler

Elektrik alan analizinde, elektrik akımını taşıyan iletken malzemelerin bulunduğu sistemler incelendiğinde, bu malzemelerin elektrostatik özelliklerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu kısımda iletkenlere ait statik elektrik özellikleri maddeler halinde açıklanacaktır.

i. Bir iletken içerisinde elektrik alan değeri sıfıra eşittir. Bu durumun açıklanması için iletkeni Şekil 2.6'daki gibi E_0 elektrik alanı içerisine koyduğumuzda artı yükler sağ tarafa eksi yükler malzeme sınırında toplanacaktır. İndüklenmiş bu yükler E_0 alanına zıt yönde E_1 elektrik alanını oluşturur. E_0 elektrik alanı, iletken içerisinde yok oluncaya kadar yük akışı sürer. Bu nedenden ötürü iletken içerinde elektrik alan sıfırdır.



Şekil 2.6 : E_0 elektrik alanı içerisindeki iletken

ii. Bir iletken içerisinde yük sıfırdır. **(2.52)** eşitliği uyarınca $E = 0$ olduğundan yük sıfıra eşittir.

iii. Herhangi bir net yük yüzeyde bulunur.

iv. Bir iletken eş potansiyeldir. İletken yüzeyinde veya içerinde bulunan iki noktadaki potansiyel fark denklem **(2.35)**'e göre, $E = 0$ olduğundan eşit potansiyele sahiptir.

v. Bir iletkenin hemen dışında *E* yüzeye diktir.

3. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Bu bölümde elektrik alan analizinde kullanılan kuvvetli bir analiz yöntemi olan sonlu elemanlar yöntemi (SEY), tezin amacına uygun içerikte tanıtılacaktır. İleride söz edileceği üzere bu tez kapsamında yapılan bilgisayar analizlerinde sayısal çözüm yöntemi olarak kullanılmıştır. Sırası ile SEY'in kısa tarihçesi, temel prensipleri, çözüm şekli, bir, iki ve üç boyutlu problemler için çözüm adımları açıklanarak, yapılacak çözümlemeler için temel oluşturulmaya çalışılacaktır.

3.1 SEY'in Kısa Tarihçesi

SEY'in matematiksel olarak kökeni yaklaşık 50 yıl önceye dayanmaktadır. SEY'e temel oluşturacak deneme fonksiyonlarının kullanılması ile diferansiyel denklemlerin yaklaşıklık yöntemi ile çözülmesi ise daha eskiye dayanmaktadır. Lord Rayleigh ve Ritz deneme fonksiyonlarını diferansiyel denklemlerin yaklaşık çözümlerinin elde edilmesi için kullanmıştır. Buna ek olarak Galerkin aynı çözüm yöntemini sonuca erişmek amacı ile kullanmıştır. Bu eski yaklaşımların, modern SEY ile karşılaştırıldığında, en önemli sakıncası ve eksiği deneme fonksiyonlarının çözülmek istenilen problemin tüm alanına uygulanmak zorunda olmasıdır. 1940'larda Courant, alt alanlarda parçalı sürekli fonksiyon kavramını ortaya koymasına kadar, Galerkin yöntemi SEY için güçlü bir temel oluşturmaktaydı. Courant'ın ortaya attığı bu kavram SEY'in gerçek başlangıcı olarak kabul edilebilir. Sonlu eleman terimi ise ilk olarak 1960 yılında uçak zorlanma analizi içerisinde Clough tarafından kullanılmıştır [16].

1960 ve 70'lerde SEY levha kabuk bükülme, basınç kapları ve genel üç boyutlu elastik yapıların analizinde kullanılmaya başlanmıştır. Ayrıca, akışkanlar ve ısı taşınımı problemlerinin çözümünde uygulama alanı bulmuştur. Bu zaman dilimi içerisinde dinamik analiz için kullanıldığı bilinmektedir [16].

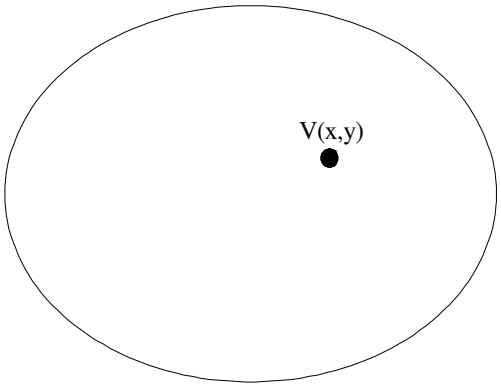
Sonlu elemanlar yönteminin elektrik mühendisliği alanında ilk kullanımı yine 1960'ların sonlarına denk düşmektedir. Bu alanda milat kabul edilebilecek ilk uygulama, üçgen sonlu farklar adı altında ivmelendirme mıknatısları üzerine A.

Winslow tarafından yapılmıştır. Helmholz denkleminin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü Alta Frequenza Konferansı'nda P. Silvester tarafından sunulmuştur. Elektrik makinaları için iki boyutlu doğrusal olmayan magnetostatik teknikler ilk olarak 1970'lerde ortaya konulmuştur. Bu açılımların peşinden, doğrusal olmayan Eddy akımları yöntemleri, Eddy akımları kayıplarının bulunması için kullanılmıştır [4].

Günümüzde ise elektromagnetik ve elektrostatik problemlerin çözümünde SEY etkin bir şekilde kullanılmaktadır. Uygulama alanı ve güvenilirliği o kadar artmıştır ki, Elektrik Kabloları – Akım Değerlerinin Hesaplanması – Sonlu Elemanlar Yöntemi adı altında IEC tarafından TR 62095 numaralı standart yayınlanmıştır [17].

3.2 SEY'in İlkesi

Sonlu elemanlar yöntemi terminolojisi, iki boyutlu alan içerisinde bulunan Şekil 3.1, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3 yardımı ile anlatılmaya çalışılacaktır. Şekil 3.1, fiziksel özellikleri tanımlı malzeme veya malzemelerden oluşan kapalı bir alandır. Tanımlı alanın sınırları, çözümün yapılacağı bölgeyi tanımlar. Bu kapalı alan, içinde ve sınırlarında bulunan her noktada tanımlı, alan değişkeni olarak adlandırılan, fonksiyon ile ifade edilir. Alan değişkeni, çözüm alanı içerisinde bilinmeyen ve değeri bulunmaya çalışılan fonksiyondur. Alan değişkeni ise, yaklaşıklık değişkeni ile tanımlanır. Yaklaşıklık işlevi, alan değişkeni fonksiyonunu bağımsız değişkenlerden oluşan kapalı cebirsel bir denklem takımına dönüştürür.



Şekil 3.1: SEY'in uygulanacağı alan

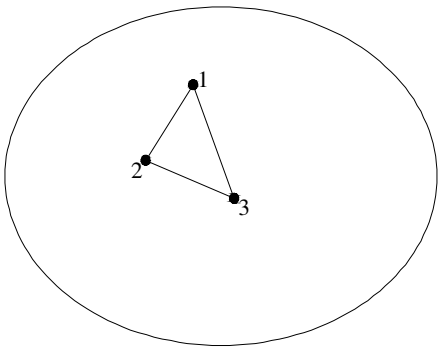
Buraya kadar belirtilenlerin ışığında, SEY'in kullanılabilmesi için;

- Çözüm yapılacak sistemin kapalı bir alan veya hacimden oluşması,

- Sistemde bulunan tüm malzemelerin fiziksel özelliklerinin tanımlı olması ve
- Değerinin bulunmaya çalışıldığı fonksiyonun sistem içerisindeki her noktada tanımlı olması

gerekmektedir.

Tanımlanan sistemde çözümün yapılabilmesi için sistem sonlu elemanlara bölünür. Örnek olarak alınan bu sistemde 3 düğüm noktasına sahip üçgen sonlu eleman kullanılmıştır (Şekil 3.2). Bu eleman kapalıdır ve *dx* x *dy*'den oluşan diferansiyel bir eleman değildir.



Şekil 3.2: Çözüm alanında tanımlanan üçgen sonlu eleman

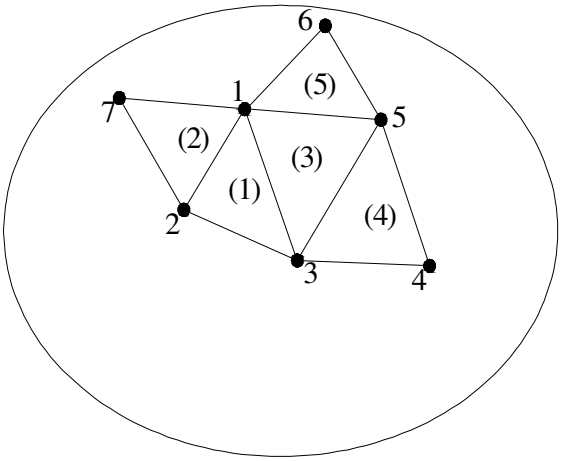
Bu sonlu eleman üzerinde ve içerisinde bulunan yaklaşıklık değişkeninin hesaplandığı her nokta, düğüm olarak adlandırılmaktadır. Elemanın üzerinde bulunmayan düğümler iç düğüm olarak adlandırılır ve diğer sonlu elemanlar ile bağlanamazlar. Düğüm noktası olmayan noktaların alan değişkenleri, düğüm noktalarının değerlerinin interpolasyonu yardımı ile bulunur. Şekil 3.2'de görüldüğü üzere üçgen elemanın sadece üzerinde ve köşelerinde 1, 2, 3 ile adlandırılmış düğüm noktaları mevcuttur. Bu durumda yaklaşıklık ifadesi

$$\varphi(x,y) = N_1(x,y)\varphi_1 + N_2(x,y)\varphi_2 + N_3(x,y)\varphi_3 \qquad \textbf{(3.1)}$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada φ_1, φ_2, φ_3 alan değişkenleri ve N_1, N_2, N_3 interpolasyon fonksiyonları olarak tanımlanır. N_1, N_2, N_3 fonksiyonlarının bir diğer adı da biçim fonksiyonlarıdır.

SEY yaklaşımında; düğüm noktaları denklemleri değeri bilinmeyen sabitler olarak tanımlanırlar. İnterpolasyon fonksiyonları ise genellikle bağımsız değişkenlerden oluşan, polinom biçiminde, düğüm noktalarının değerini tanımlayan denklemlerdir.

Gerçek koşullarda çözüm yapılacak sistemde, gerçeğe yakın sonuçların elde edilmesi için birden fazla sonlu eleman kullanılarak işlem yapılmaktadır. Çözümün sürekli olması ve sistem içerisinde tanımsız alanın bulunmaması için sonlu elemanlar birbirleri ile birleştirilirler. Birleştirme işlemi birbirine yakın olan elemanların üzerinde bulunan düğüm noktalarının birleştirilmesi ile oluşturulur. Şekil 3.3'de görüldüğü üzere 2 düğümü, hem 1 hem de 2 numaralı elemanın sınır düğümü olur.



Şekil 3.3: Çözüm alanının bir kısmının üçgen sonlu elemana bölünmüş hali

Her iki elemana ait ortak düğümün alan değişkenleri ve yaklaşıklık değişkenleri eşit olduğundan farklı elemanların matematiksel eşitlikleri kurulmuş olur. İlgili denklem takımları çözülerek istenilen noktada çözüm elde edilebilir [16].

3.3 SEY'in Elektrik Alan Analizine Uygulanması

Kısım 3.2'de temel olarak anlatılan SEY bu bölümde elektrik alan analizine uyarlanarak ayrıntılı şekilde adımları ile anlatılacaktır.

SEY malzeme geometrisine bağlı olduğundan bir, iki, üç boyutlu analiz yapılmaktadır. Elektrik alan analizleri genellikle iki ve üç boyutlu geometriler üzerinde incelenmektedir. Eksenel simetrinin mevcut olduğu durumlar için iki boyutlu analiz, geometrinin karmaşık olduğu ve simetrik olmadığı durumlarda üç boyutlu analiz kullanılmaktadır.

SEY'de çözümleme yapılırken şu işlem sırasına uyulması gerekmektedir.

1. Problemin geometrisi oluşturulması,

2. Problemde kullanılan elemanların malzemeleri tanımlanması (elektrik alan analizi için dielektrik sabitleri),
3. Sınır koşullarının belirlenmesi (fiziksel sınırlamaların belirlenmesi),
4. Problem çözümünde kullanılacak sonlu eleman türünün belirlenmesi,
5. Çözüm bölgesinin belirlenen sonlu elemanlara bölünmesi (ayrıklaştırılması),
6. Her bir eleman içerinde temel denklemin yazılması,
7. Çözüm bölgesindeki elemanların birleştirilmesi ve
8. Elde edilen lineer denklem takımının çözümüdür.

3.3.1 Sınır koşullarının belirlenmesi

Fiziksel olarak üç sınır koşulu bulunmaktadır.

- Dirichlet Türü (Birinci Tür)

Bir sınırda, sınır üzerindeki potansiyel değeri belirlidir.

- Neumann Türü (İkinci Tür)

Bir sınırda, sınır üzerindeki potansiyelin türevi belirlidir.

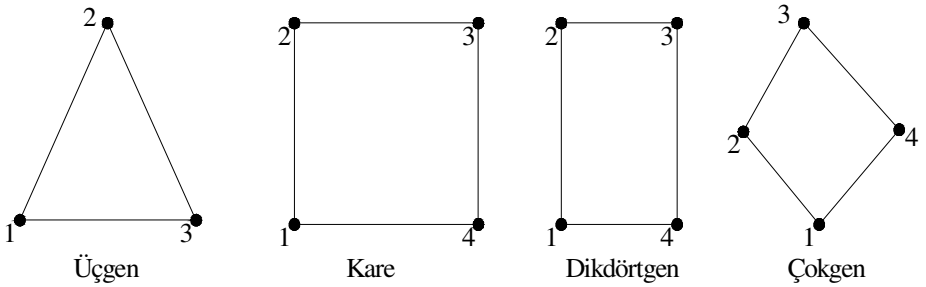
- Robbins Türü (Karma)

Bir sınırda, sınır üzerindeki potansiyel ve türevi belirlidir.

3.3.2 Sonlu elemanının belirlemesi

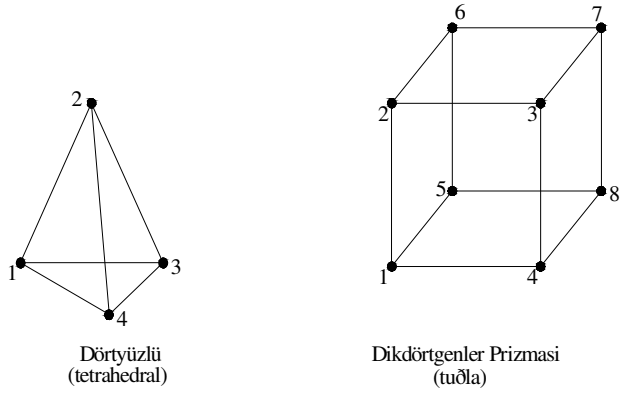
Temel seçim kuralı problemin geometrisine bağlıdır. Geometrinin oluşturulduğu boyuta göre sonlu eleman belirlenir. Örneğin geometri bir boyutlu ise bir boyutlu sonlu eleman kullanılması zorunludur. Bu nedenle sonlu elemanlar bir, iki ve üç boyutlu elemanlar olarak gruplandırılır.

Bir boyutlu eleman, iki düğüm noktasından oluşan bir çizgiden oluşmaktadır. İki boyutlu sonlu elemanlar ise geometrinin elvereceği şekilde seçilebilir, bir boyutlu eleman gibi herhangi bir kısıtlama yoktur. Üçgen, kare, çokgen veya herhangi bir geometri tanımına uymayan kapalı bir yüzey sonlu eleman olarak tanımlanabilir. Bazı sık kullanılan iki boyutlu sonlu eleman örnekleri Şekil 3.4'de verilmiştir.



Şekil 3.4: İki boyutlu sonlu eleman örnekleri

Üç boyutlu elemanlar için de, iki boyutlu elemanlar gibi, aynı durum söz konusudur. Eleman oluşturmada herhangi bir kısıtlama mevcut değildir. Sık kullanılan bazı üç boyutlu sonlu elemanlar Şekil 3.5'de gösterilmiştir.



Şekil 3.5 : Üç boyutlu sonlu eleman örnekleri

3.3.3 Eleman içindeki temel denklemin yazılması

Kısım 3.1'de belirtildiği üzere temel denklemin yazılabilmesi için yaklaşıklık fonksiyonlarının tanımlanması gerekmektedir. (u, v, w) genel koordinat sisteminde tanımlanan yaklaşıklık değişkenleri

$$\varphi_M(u,v,w) = \sum_{k=0}^{N_t^{(2)}} a_k u^i v^j w^s \qquad i+j+s \le M \tag{3.2}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada M polinom derecesi olarak ifade edilir. $N_t^{(2)}$ toplam terim sayısı

$$N_t^{(2)} = [(M+1)(M+2)]/2 \tag{3.3}$$

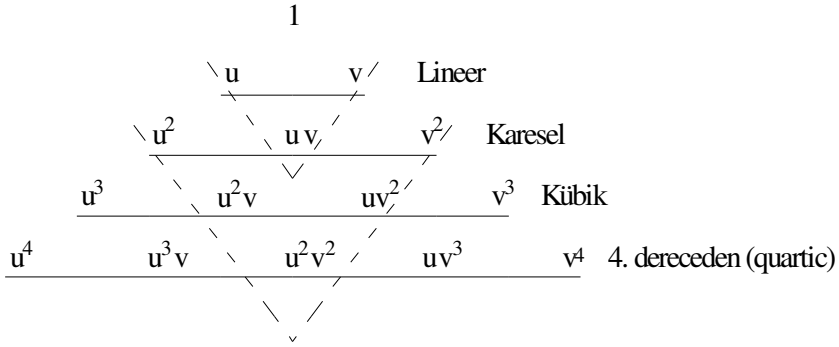
denklemi ile bulunur. M = 1 olduğu birinci dereceden yaklaşıklık işlevi bir, iki, üç boyut için sırası ile;

$$\varphi(u) = a_1 + a_2 u \tag{3.4}$$

$$\varphi(u,v) = a_1 + a_2 u + a_3 v \tag{3.5}$$

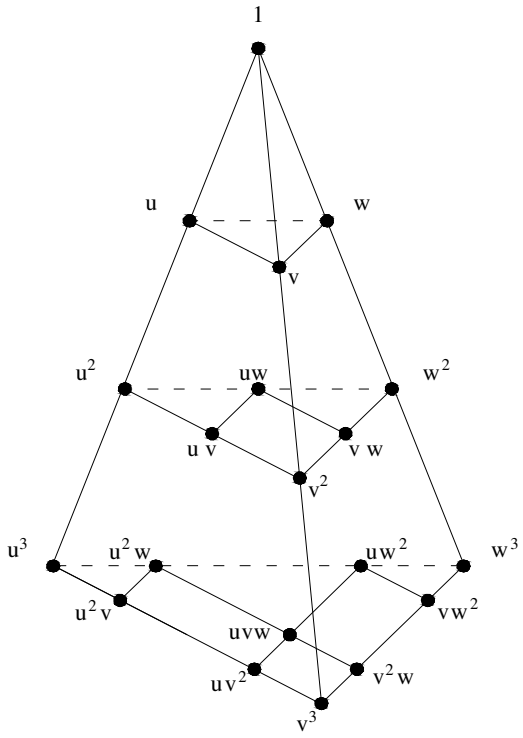
$$\varphi(u,v,w) = a_1 + a_2 u + a_3 v + a_4 w \tag{3.6}$$

dir. İki boyutlu yaklaşıklık ifadesi koordinatlara bağlı terimlerinin bulunması için yardımcı olacak Pascal üçgeni Şekil 3.6'da gösterilmiştir.



Şekil 3.6 : Pascal üçgeni

Üç boyutlu yaklaşıklık ifadesi koordinatlara bağlı terimlerinin bulunması için ise Pascal piramidi Şekil 3.7'de gösterilmiştir.



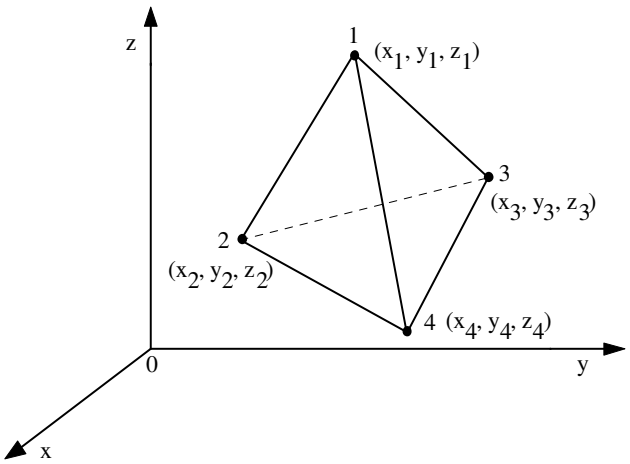
Şekil 3.7 : Pascal piramidi

3.3.3.1 Üç boyutlu yaklaşıklık işlevinin katsayılarının bulunması

Bu alt bölümde üç boyutlu sonlu eleman olarak sıklıkla kullanılan dörtyüzlü ve dikdörtgenler prizmasının yaklaşıklık işlevi katsayıları bulunacaktır.

Dörtyüzlü sonlu elemana ilişkin katsayılar

Şekil 3.8'deki dörtyüzlü eleman kartezyen koordinatlarda dört düğümden oluşan bir yapıya sahiptir.



Şekil 3.8: Kartezyen koordinatlarda tanımlı dörtyüzlü sonlu eleman

Elemanın bağımlı değişkeninin V potansiyel değeri olduğu varsayılırsa, her noktadaki potansiyel değeri lineer yaklaşıklık işlevi kullanılarak

$$V(x, y, z) = a + bx + cy + dz \tag{3.7}$$

genel denklemi ile yazılabilir. Bu durumda her düğümdeki potansiyel ifadesi

$$V_1 = a + bx_1 + cy_1 + dz_1 \tag{3.8}$$

$$V_2 = a + bx_2 + cy_2 + dz_2 \tag{3.9}$$

$$V_3 = a + bx_3 + cy_3 + dz_3 \tag{3.10}$$

$$V_4 = a + bx_4 + cy_4 + dz_4 \tag{3.11}$$

olur. Bu lineer denklem takımı çözülerek a, b, c, d katsayıları

$$a = \frac{1}{6V}(a_1V_1 + a_2V_2 + a_3V_3 + a_4V_4) \tag{3.12}$$

$$b = \frac{1}{6V}(b_1V_1 + b_2V_2 + b_3V_3 + b_4V_4) \tag{3.13}$$

$$c = \frac{1}{6V}(c_1V_1 + c_2V_2 + c_3V_3 + c_4V_4) \tag{3.14}$$

$$d = \frac{1}{6V}(d_1V_1 + d_2V_2 + d_3V_3 + d_4V_4) \tag{3.15}$$

eşitlikleri ile elde edilir. *V*, dörtyüzlünün hacmine eşittir ve değeri

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} \tag{3.16}$$

ile bulunur. *a*, *b*, *c*, *d* içerisindeki katsayıların karşılıkları

$$a_1 = \begin{vmatrix} x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} = (x_2y_3z_4 + x_4y_2z_3 + x_3y_4z_2) - (x_4y_3z_2 + x_2y_4z_3 + x_3y_2z_4) \tag{3.17}$$

$$a_2 = -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} = (x_4y_3z_1 + x_3y_1z_4 + x_1y_4z_3) - (x_1y_3z_4 + x_4y_1z_3 + x_3y_4z_1) \tag{3.18}$$

$$a_3 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} = (x_1y_2z_4 + x_4y_1z_2 + x_2y_4z_1) - (x_4y_2z_1 + x_2y_1z_4 + x_1y_4z_2) \tag{3.19}$$

$$a_4 = -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = (x_3y_2z_1 + x_2y_1z_3 + x_1y_3z_2) - (x_1y_2z_3 + x_2y_3z_1 + x_3y_1z_2) \tag{3.20}$$

$$b_1 = -\begin{vmatrix} 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} = (y_3z_2 + y_2z_4 + y_4z_3) - (y_3z_4 + y_2z_3 + y_4z_2) \tag{3.21}$$

$$b_2 = \begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_3 & z_3 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} = (y_3z_4 + y_1z_3 + y_4z_1) - (y_3z_1 + y_4z_3 + y_1z_4) \tag{3.22}$$

$$b_3 = -\begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} = (y_2z_1 + y_4z_2 + y_1z_4) - (y_2z_4 + y_1z_2 + y_4z_1) \tag{3.23}$$

$$b_4 = \begin{vmatrix} 1 & y_1 & z_1 \\ 1 & y_2 & z_2 \\ 1 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = (y_2 z_3 + y_1 z_2 + y_3 z_1) - (y_2 z_1 + y_3 z_2 + y_1 z_3) \quad \textbf{(3.24)}$$

$$c_1 = -\begin{vmatrix} x_2 & 1 & z_2 \\ x_3 & 1 & z_3 \\ x_4 & 1 & z_4 \end{vmatrix} = (x_4 z_2 + x_3 z_4 + x_2 z_3) - (x_2 z_4 + x_3 z_2 + x_4 z_3) \quad \textbf{(3.25)}$$

$$c_2 = \begin{vmatrix} x_1 & 1 & z_1 \\ x_3 & 1 & z_3 \\ x_4 & 1 & z_4 \end{vmatrix} = (x_1 z_4 + x_3 z_1 + x_4 z_3) - (x_4 z_1 + x_3 z_4 + x_1 z_3) \quad \textbf{(3.26)}$$

$$c_3 = -\begin{vmatrix} x_1 & 1 & z_1 \\ x_2 & 1 & z_2 \\ x_4 & 1 & z_4 \end{vmatrix} = (x_4 z_1 + x_2 z_4 + x_1 z_2) - (x_1 z_4 + x_2 z_1 + x_4 z_2) \quad \textbf{(3.27)}$$

$$c_4 = \begin{vmatrix} x_1 & 1 & z_1 \\ x_2 & 1 & z_2 \\ x_3 & 1 & z_3 \end{vmatrix} = (x_1 z_3 + x_2 z_1 + x_3 z_2) - (x_3 z_1 + x_2 z_3 + x_1 z_2) \quad \textbf{(3.28)}$$

$$d_1 = -\begin{vmatrix} x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \end{vmatrix} = (x_4 y_3 + x_3 y_2 + x_2 y_4) - (x_2 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_2) \quad \textbf{(3.29)}$$

$$d_2 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \end{vmatrix} = (x_1 y_3 + x_3 y_4 + x_4 y_1) - (x_4 y_3 + x_3 y_1 + x_1 y_4) \quad \textbf{(3.30)}$$

$$d_3 = -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \end{vmatrix} = (x_4 y_2 + x_2 y_1 + x_1 y_4) - (x_1 y_2 + x_2 y_4 + x_4 y_1) \quad \textbf{(3.31)}$$

$$d_4 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = (x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (x_3 y_2 + x_2 y_1 + x_1 y_3) \quad \textbf{(3.32)}$$

olarak ifade edilir. Bulunan bu katsayılar denklem **(3.7)**'de yerine konulduğunda eşitlik matrisel ifade ile;

$$V(x,y,z)=\begin{bmatrix}1 x y z\end{bmatrix}\frac{1}{6V}\begin{bmatrix}a_1 & a_2 & a_3 & a_4\\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4\\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4\\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}V_1\\ V_2\\ V_3\\ V_4\end{bmatrix} \quad \textbf{(3.33)}$$

olur. **(3.33)** ifadesi kapalı biçimde yazılırsa

$$V(x,y,z)=\alpha_1V_1+\alpha_2V_2+\alpha_3V_3+\alpha_4V_4=\sum_{i=1}^{4}\alpha_iV_i \quad \textbf{(3.34)}$$

şeklini alır. α_1, α_2, α_3, α_4 fonksiyonları biçim işlevi veya şekil fonksiyonları olarak adlandırılır. Biçim fonksiyonlarına ait eşitlikler

$$\alpha_1(x,y,z)=\frac{1}{6V}(a_1+b_1x+c_1y+d_1z) \quad \textbf{(3.35)}$$

$$\alpha_2(x,y,z)=\frac{1}{6V}(a_2+b_2x+c_2y+d_2z) \quad \textbf{(3.36)}$$

$$\alpha_3(x,y,z)=\frac{1}{6V}(a_3+b_3x+c_3y+d_3z) \quad \textbf{(3.37)}$$

$$\alpha_4(x,y,z)=\frac{1}{6V}(a_4+b_4x+c_4y+d_4z) \quad \textbf{(3.38)}$$

olarak tanımlanır. α biçim işlevleri, dört köşe arasında doğrusal interpolasyon işlevleridir. i'inci köşe üzerinde, sadece o köşenin indisine sahip olan α_i bire, diğerleri ise sıfıra eşittir. Biçim işlevlerinin bu özelliği

$$\alpha_i(x_j,y_j,z_j)=\begin{cases}1 & i=j\\ 0 & i\neq j\end{cases} \quad \textbf{(3.39)}$$

ve

$$\sum_{i=1}^{4}\alpha_i(x,y)=1 \quad \textbf{(3.40)}$$

şeklinde yazılabilir.

Sık kullanılan silindirsel ve küresel koordinatlarda biçim işlevlerinin elde edilmesi için yaklaşıklık işlevlerine ilişkin denklem **(3.7)** silindirsel ve küresel koordinatlar için sırasıyla

$$V(r,\theta,z)=a+br+c\theta+dz \quad \textbf{(3.41)}$$

$$V(r,\theta,\phi) = a + br + c\theta + d\phi \quad \textbf{(3.42)}$$

yazılarak çözülür. Biçim işlevi bulurken polinomlardan oluşan denklem takımları ile işlem yapıldığından kartezyen koordinatlarda yapılan tüm işlemlerde (x, y, z) yerine silindirsel koordinatlarda (r, θ, z), küresel koordinatlarda (r, θ, ϕ) yazılarak sonuca ulaşılabilir.

3.3.3.2 Elektrik problemleri için sonlu eleman içindeki temel denklemin yazılması

Sonlu eleman içindeki elektrik potansiyeli ifadesi polinomsal olarak elde edildikten sonra, elektrik alan değeri denklem (1.37)'ye göre sabit bir değere eşittir. Bu durumda eleman içerisinde elektrik alan değerinin sabit ve aynı olduğu söylenebilir. Sonlu eleman içindeki elektrostatik potansiyel enerji ifadesi denklem (1.49) uyarınca

$$W^{(e)} = \frac{1}{2}\iiint_V \varepsilon |E|^2 \, dV = \frac{1}{2}\iiint_V \varepsilon \left|\nabla V^{(e)}\right|^2 dV \quad \textbf{(3.43)}$$

şeklinde yazılır. Burada üç boyutlu çözüm bölgesi içinde serbest yüklerin bulunmadığı (ρ = 0) kabul edilir. Eleman içindeki potansiyelin değişim bağıntısı

$$V(x,y,z) = V^{(e)} = \sum_{i=1}^{4} \alpha_i V_i \quad \textbf{(3.44)}$$

ve V_i sabit, $\alpha_i = \alpha_i(x,y,z)$ olduğundan eleman içindeki potansiyelin gradyanı

$$\nabla V^{(e)} = \sum_{i=1}^{4} V_i \cdot \nabla \alpha_i \quad \textbf{(3.45)}$$

olur. Bunu $W^{(e)}$ bağıntısında kullanmak için $\left|\nabla V^{(e)}\right|^2$ terimi çarpımların toplamı şeklinde yazılırsa

$$\left|\nabla V^{(e)}\right|^2 = \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} V_i \cdot V_j \cdot \nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j \quad \textbf{(3.46)}$$

bulunur. Bu da enerji bağıntısında yerine konursa

$$W^{(e)} = \frac{1}{2}\varepsilon \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} V_i \cdot \left| \iiint \nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j \cdot dV \right| \cdot V_j \quad \textbf{(3.47)}$$

bağıntısı elde edilir. Burada

$$\iiint \nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j \cdot dV = k_{ij}^{(e)} \tag{3.48}$$

olarak belirtilirse $W^{(e)}$ bağıntısı ikinci dereceden bir matris biçiminde

$$W^{(e)} = \frac{1}{2}\varepsilon \left[V^{(e)}\right]^T \cdot \left[K^{(e)}\right] \cdot \left[V^{(e)}\right] \tag{3.49}$$

olur. Burada $\left[V^{(e)}\right]$ sütun matris, $\left[V^{(e)}\right]^T$ ise bu matrisin transpozesi (devriği) dir.

$$\left[V^{(e)}\right] = \begin{bmatrix} V_1^{(e)} \\ V_2^{(e)} \\ V_3^{(e)} \\ V_4^{(e)} \end{bmatrix} \tag{3.50}$$

$$\left[K^{(e)}\right] = \begin{bmatrix} k_{11}^{(e)} & k_{12}^{(e)} & k_{13}^{(e)} & k_{14}^{(e)} \\ k_{21}^{(e)} & k_{22}^{(e)} & k_{23}^{(e)} & k_{24}^{(e)} \\ k_{31}^{(e)} & k_{32}^{(e)} & k_{33}^{(e)} & k_{34}^{(e)} \\ k_{41}^{(e)} & k_{42}^{(e)} & k_{43}^{(e)} & k_{44}^{(e)} \end{bmatrix} \tag{3.51}$$

Bu matris, bir elemana ilişkin katsayılar matrisi olarak adlandırılır. Simetrik ve kare matris olan katsayılar matrisinin $k_{ij}^{(e)}$ terimleri, i ve j düğümleri arasındaki ilişkiyi gösteren terimlerdir. Katsayılar matrisinin terimleri

$$k_{ij}^{(e)} = \iiint \nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j \cdot dV \tag{3.52}$$

bağıntısında α(x, y, z) biçim işlevlerinin gradyanları kullanılarak hesaplanabilir. Skaler çarpımda $\vec{i} \cdot i = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$, $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$ olduğu göz önüne alınarak

$$k_{11}^{(e)} = \iiint \nabla \alpha_1 \cdot \nabla \alpha_1 \cdot dV \tag{3.53}$$

$$k_{11}^{(e)} = \iiint \left[\frac{1}{6V} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial z}\vec{k} \right) \right] \left[\frac{1}{6V} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial z}\vec{k} \right) \right] \cdot dV \tag{3.54}$$

$$k_{11}^{(e)} = \frac{1}{36V^2} (b_1\vec{i} + c_1\vec{j} + d_1\vec{k})(b_1\vec{i} + c_1\vec{j} + d_1\vec{k}) \iiint dV \tag{3.55}$$

$$k_{11}^{(e)} = \frac{1}{36V} (b_1^2 + c_1^2 + d_1^2) \tag{3.56}$$

$$k_{12}^{(e)} = \iiint \nabla \alpha_1 \cdot \nabla \alpha_2 \cdot dV \tag{3.57}$$

$$k_{12}^{(e)} = \iiint \left[\frac{1}{6V} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial z} \vec{k} \right) \right] \left[\frac{1}{6V} \left(\frac{\partial \alpha_2}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial z} \vec{k} \right) \right] \cdot dV \qquad \textbf{(3.58)}$$

$$k_{12}^{(e)} = \frac{1}{36V^2} (b_1 \vec{i} + c_1 \vec{j} + d_1 \vec{k}) (b_2 \vec{i} + c_2 \vec{j} + d_2 \vec{k}) \iiint dV \qquad \textbf{(3.60)}$$

$$k_{12}^{(e)} = \frac{1}{36V} (b_1^2 b_2^2 + c_1^2 c_2^2 + d_1^2 d_2^2) \qquad \textbf{(3.61)}$$

$$k_{13}^{(e)} = \iiint \nabla \alpha_1 \cdot \nabla \alpha_3 \cdot dV \qquad \textbf{(3.62)}$$

$$k_{13}^{(e)} = \iiint \left[\frac{1}{6V} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial z} \vec{k} \right) \right] \left[\frac{1}{6V} \left(\frac{\partial \alpha_3}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \alpha_3}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \alpha_3}{\partial z} \vec{k} \right) \right] \cdot dV \qquad \textbf{(3.63)}$$

$$k_{13}^{(e)} = \frac{1}{36V^2} (b_1 \vec{i} + c_1 \vec{j} + d_1 \vec{k}) (b_3 \vec{i} + c_3 \vec{j} + d_3 \vec{k}) \iiint dV \qquad \textbf{(3.64)}$$

$$k_{13}^{(e)} = \frac{1}{36V} (b_1^2 b_3^2 + c_1^2 c_3^2 + d_1^2 d_3^2) \qquad \textbf{(3.65)}$$

$$k_{14}^{(e)} = \iiint \nabla \alpha_1 \cdot \nabla \alpha_4 \cdot dV \qquad \textbf{(3.66)}$$

$$k_{14}^{(e)} = \iiint \left[\frac{1}{6V} \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial z} \vec{k} \right) \right] \left[\frac{1}{6V} \left(\frac{\partial \alpha_4}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \alpha_4}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \alpha_4}{\partial z} \vec{k} \right) \right] \cdot dV \qquad \textbf{(3.67)}$$

$$k_{14}^{(e)} = \frac{1}{36V^2} (b_1 \vec{i} + c_1 \vec{j} + d_1 \vec{k}) (b_4 \vec{i} + c_4 \vec{j} + d_4 \vec{k}) \iiint dV \qquad \textbf{(3.68)}$$

$$k_{14}^{(e)} = \frac{1}{36V} (b_1^2 b_4^2 + c_1^2 c_4^2 + d_1^2 d_4^2) \qquad \textbf{(3.69)}$$

Benzer şekilde

$$k_{21}^{(e)} = k_{12}^{(e)} \qquad \textbf{(3.70)}$$

$$k_{22}^{(e)} = \frac{1}{36V} (b_2^2 + c_2^2 + d_2^2) \qquad \textbf{(3.71)}$$

$$k_{23}^{(e)} = \frac{1}{36V} (b_2^2 b_3^2 + c_2^2 c_3^2 + d_2^2 d_3^2) \qquad \textbf{(3.72)}$$

$$k_{24}^{(e)} = \frac{1}{36V} (b_2^2 b_4^2 + c_2^2 c_4^2 + d_2^2 d_4^2) \qquad \textbf{(3.73)}$$

$$k_{31}^{(e)} = k_{13}^{(e)} \tag{3.74}$$

$$k_{32}^{(e)} = k_{23}^{(e)} \tag{3.75}$$

$$k_{33}^{(e)} = \frac{1}{36V}(b_3^2 + c_3^2 + d_3^2) \tag{3.76}$$

$$k_{34}^{(e)} = \frac{1}{36V}(b_3^2 b_4^2 + c_3^2 c_4^2 + d_3^2 d_4^2) \tag{3.77}$$

$$k_{41}^{(e)} = k_{14}^{(e)} \tag{3.78}$$

$$k_{42}^{(e)} = k_{24}^{(e)} \tag{3.79}$$

$$k_{43}^{(e)} = k_{34}^{(e)} \tag{3.80}$$

$$k_{44}^{(e)} = \frac{1}{36V}(b_4^2 + c_4^2 + d_4^2) \tag{3.81}$$

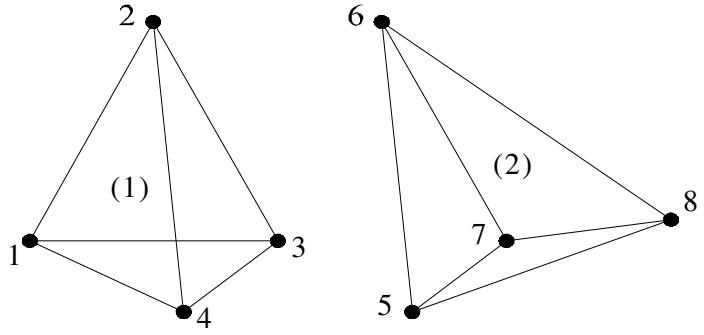
veya genel olarak i = 1, 2, 3, 4 ve j = 1, 2, 3, 4 olmak üzere eleman katsayılar matrisinin terimleri

$$k_{ij}^{(e)} = \frac{1}{36V}(b_i^2 b_j^2 + c_i^2 c_j^2 + d_i^2 d_j^2) \tag{3.82}$$

eşitliğinden bulunabilir [3].

3.3.4 Sonlu elemanların birleştirilmesi

Çözümlemenin yapılacağı sistemde sürekliliğin sağlanması için yapılan sonlu elemanların birleştirme işlemi Şekil 3.9'da görülen 2 dörtyüzlü eleman üzerinden açıklanacaktır. Şekil 3.9'da görülen (1) ve (2) numaralı ayrık eleman dörder adet düğüm noktasından oluşmaktadır.



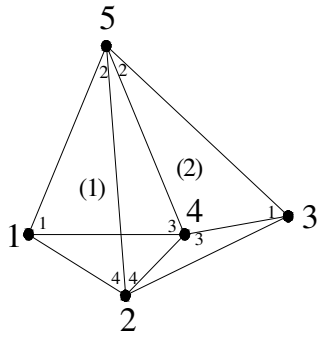
Şekil 3.9: Ayırık dörtyüzlü sonlu iki eleman

(1) ve (2) numaralı ayrık eleman ait katsayılar matrisi sırası ile

$$\left[K^{(1)}\right]=\begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & k_{13}^{(1)} & k_{14}^{(1)} \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} & k_{23}^{(1)} & k_{24}^{(1)} \\ k_{31}^{(1)} & k_{32}^{(1)} & k_{33}^{(1)} & k_{34}^{(1)} \\ k_{41}^{(1)} & k_{42}^{(1)} & k_{43}^{(1)} & k_{44}^{(1)} \end{bmatrix} \tag{3.83}$$

$$\left[K^{(2)}\right]=\begin{bmatrix} k_{11}^{(2)} & k_{12}^{(2)} & k_{13}^{(2)} & k_{14}^{(2)} \\ k_{21}^{(2)} & k_{22}^{(2)} & k_{23}^{(2)} & k_{24}^{(2)} \\ k_{31}^{(2)} & k_{32}^{(2)} & k_{33}^{(2)} & k_{34}^{(2)} \\ k_{41}^{(2)} & k_{42}^{(2)} & k_{43}^{(2)} & k_{44}^{(2)} \end{bmatrix} \tag{3.84}$$

olarak ifade edilir.



Şekil 3.10: Birleştirilmiş iki sonlu eleman

Şekil 3.10'da görüldüğü şekilde Şekil 3.9'daki elemanlar birleştirilir ise 1, 2, 3, 4, 5 genel düğümlerine sahip bir sonlu eleman oluşur. Bu birleşik elemanın katsayılar matrisi ise

$$\left[K^{(b)}\right]=\begin{bmatrix} k_{11}^{(b)} & k_{12}^{(b)} & k_{13}^{(b)} & k_{14}^{(b)} & k_{15}^{(b)} \\ k_{21}^{(b)} & k_{22}^{(b)} & k_{23}^{(b)} & k_{24}^{(b)} & k_{25}^{(b)} \\ k_{31}^{(b)} & k_{32}^{(b)} & k_{33}^{(b)} & k_{34}^{(b)} & k_{35}^{(b)} \\ k_{41}^{(b)} & k_{42}^{(b)} & k_{43}^{(b)} & k_{44}^{(b)} & k_{45}^{(b)} \\ k_{51}^{(b)} & k_{52}^{(b)} & k_{53}^{(b)} & k_{54}^{(b)} & k_{55}^{(b)} \end{bmatrix} \tag{3.85}$$

olur. Bu katsayı matrisinin oluşturulurken, matrisin elemanları genel düğümler arasında belirlenir. Eğer genel düğümler, iki sonlu elemanın düğümlerini (yerel düğüm) içeriyorsa birleşik katsayılar matrisi elemanı, ayrık durumdaki katsayıların toplamına eşit olur. Buna göre birleşik katsayılar matrisi

$$\left[K^{(b)}\right]=\begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{14}^{(1)} & 0 & k_{13}^{(1)} & k_{12}^{(1)} \\ k_{41}^{(1)} & k_{44}^{(1)}+k_{44}^{(2)} & k_{41}^{(2)} & k_{43}^{(1)}+k_{43}^{(2)} & k_{42}^{(1)}+k_{42}^{(2)} \\ 0 & k_{14}^{(2)} & k_{11}^{(2)} & k_{13}^{(2)} & k_{12}^{(2)} \\ k_{31}^{(1)} & k_{34}^{(1)}+k_{34}^{(2)} & k_{31}^{(2)} & k_{33}^{(1)}+k_{33}^{(2)} & k_{32}^{(1)}+k_{32}^{(2)} \\ k_{21}^{(1)} & k_{24}^{(1)}+k_{24}^{(2)} & k_{21}^{(2)} & k_{23}^{(1)}+k_{23}^{(2)} & k_{22}^{(1)}+k_{22}^{(2)} \end{bmatrix} \quad \textbf{(3.86)}$$

olur. Birden fazla sonlu elemanın olması durumunda bu işlemler tüm çözüm uzayında uygulanır.

Katsayıların da elde edilmesinden sonra denklem **(3.86)** uygun iteratif yöntem ile çözülerek sonuç elde edilir.

4. ÜÇ BOYUTLU ELEKTRİK ALAN BENZETİMLERİ

Bu bölümde sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ile üç boyutlu elektrik alan analizi yapan bir programla yapılan benzetimler, ikinci bölümde açıklanan işlem sırası ile anlatılacaktır. Önce benzetim sırasında, benzetim yapılan programda kullanılan terimler kısaca açıklanacaktır. İncelenecek modelin ve sınır koşullarının oluşturulmasında kullanılan terimler aşağıda açıklanmıştır.

- Electric Potential: Sınır koşulu olarak potansiyeli bilinen sınırlardaki elektriksel potansiyel değerinin yazıldığı bölümdür. Potansiyel değeri atanacak sınır yüzey veya nokta seçilir ve potansiyel değeri volt cinsinden girilir.
- Ground: Toprak potansiyelini belirtir. $V = 0$ potansiyel değerine eşittir.
- Zero Charge/Symmetry: $n.D = 0$ olduğu bölgelerin tanımlanması için kullanılır. Bilindiği üzere, sonlu elemanlar yönteminin uygulanabilmesi için kapalı bir bölgeye gereksinim vardır. Deplasman vektörünün normalinin sıfıra eşit olduğu yüzey, bu yüzeye dik elektrik alan bileşeni değerinin sıfır olduğu yüzey anlamına gelir. Bu özellik, yapılacak analiz için oluşturulan modelin kapalı bir bölge içerisine alınması için kullanılır.
- Continuity: $n.(D_1 - D_2) = 0$ olduğu bölgelerin tanımlanması için kullanılır. Elektrik alanın sürekli olduğunu ifade eder. İzolatör gibi yalıtkan malzemelerin bulunduğu modellerde, yalıtkanın sınır koşulunu belirlemek için kullanılır.

Ağın oluşturulmasında kullanılan ve çözümün doğruluğuna etki eden terimler;

- Maximum Element Size: oluşturulacak ağdaki elemanların en büyüğünün boyutunu belirler. Programın kullandığı varsayılan değer modelde bulunan en uzak mesafenin onda biri kadardır.
- Maximum Element Size Scaling Factor: "Maximum Element Size" bölümüne değer girilmediği takdirde önem kazanır. Bu kısma girilen değer ile en büyük eleman boyutu çarpılarak ağ oluşturulur. Bu kısımdaki programın varsaydığı

değer birdir ve sıfırdan büyük bir değer girilmelidir. Bu katsayı ne kadar küçükse oluşturulan ağ o kadar sık olur.

- Element Growth Rate: ağı oluşturan elemanların bir bölgeden diğerine geçerken boyutlarının büyüme oranını veren katsayıdır. Bu katsayı bir ve birden büyük değerler alabilir. Örneğin bu değer 1,5 olarak belirlenmiş ise bir bölgeden diğerine geçerken eleman boyutu en fazla %50 büyüyebilir.
- Mesh Curvature Factor: sınır bölgesinde bulunan ağı oluşturan elemanların boyutunun, geometri sınırındaki eğriliklerinin oranı ile karşılaştırarak oluşturulmasını sağlar. Eğrilik yarıçapı bu katsayı ile çarpılarak sınırdaki ağ elemanının en büyük boyutunu belirler ve değeri pozitif olmalıdır. Değerin küçük seçilmesi ile ağ sıklaşarak sınırda daha kesin sonuçların elde edilmesini sağlar. Ayrıca keskin veya eğrilik çapı küçük olan sınırlar için bu katsayı küçük olarak seçilmelidir.
- Mesh Curvature Cutoff: geometri üzerinde eğrilik çapı çok küçük olan bölgelerde çok sayıda eleman kullanarak ağın oluşturulmasını engeller. Program ağı oluştururken, eğer geometri içerisindeki en büyük uzaklıkla bu katsayının çarpımı, geometrinin eğrilik yarıçapından büyükse geometri eğrilik yapı çapını dikkate alır.
- Resolution of Narrow Regions; dar bölgelerde ağı oluşturacak eleman tabakalarının sayısını belirler. Bu değer pozitif skaler olmalıdır.

Ağ oluşturulduktan sonra ağ istatistikleri olarak adlandırılan bölümde kullanılan terimler;

- Number of Degrees of Freedom; serbestlik derecesi sayısını belirtir.
- Number of Mesh Points; ağdaki düğüm sayısını belirtir.
- Number of Elements; ağı oluşturan eleman sayısını belirtir.
- Minimum Element Quality; benzetimlerde ağı oluşturmak için kullanılan dörtyüzlü eleman için en küçük eleman kalitesi

$$q = \frac{72\sqrt{3}V}{(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + h_4^2 + h_5^2 + h_6^2)^{3/2}} \qquad \textbf{(4.1)}$$

denklemi ile elde edilir. Burada V eleman hacmini, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6 değerleri ise dörtyüzlü elemanın kenar uzunluklarını göstermektedir. İdeal durumda q değeri bire eşittir. Oluşturulan ağın eleman kalitesi bire ne kadar yakın ise oluşturulan ağ o kadar doğru olacaktır. Kullanılan programda q değeri 0,1'den büyük ise eleman kalitesi çözümün doğruluğuna etkisi bulunmamaktadır.

4.1 Çubuk-Düzlem Elektrot Sisteminde Pürüzün Elektrik Alan Dağılımına Etkisinin İncelenmesi

Yüksek gerilim uygulamalarında ve elektriksel yalıtkanların atlama-delinme gerilimi değerlerinin belirlenmesinde çok çeşitli geometriye sahip elektrot sistemleri kullanılmaktadır. Bu elektrot sistemlerinin elektrik alan analizleri genellikle analitik yöntemlerle çözümlenmesi zor olan durumları içermektedir. Analitik olarak çözülmesi çok güç olan problemlerin başında dönel ve eksenel simetriye sahip olmayan sistemler gelmektedir. Uygulamada kullanılan sistemler de genellikle simetrik olmayan geometrilerden oluşmaktadır. Çubuk-düzlem elektrot sistemi de bu amaç için sıklıkla kullanılan düzeneklerden biridir [18]. Çubuk-düzlem elektrot sistemi yalıtkan sıvı, gaz, katı veya karışımlarını içeren maddelerin elektrotlar arası davranışlarını incelemek amacıyla kullanılır. Ayrıca yalıtkan maddelerde kısmi boşalma ve delinme deneyleri bu düzenekle yapılmaktadır [18]. İdeal durumda elektrotlar üzerinde ve arasında herhangi bir yabancı cismin bulunamaması istenir, pratikte ise bu mümkün değildir. Elektrotların yapımı sırasında yüzeyinde kalan pürüzler veya ortamdaki toz parçacıkları sisteme dahil olarak deney sonuçlarını etkilemektedir. Bu nedenle pürüzlü sistemlerde inceleme yapılarak istenilen sonuca etkisi araştırılmaktadır. Bu tezde benzetimi yapılan çubuk-düzlem elektrot sistemi modelinde bu durum incelenmiştir. Yarı küre şeklindeki iletken pürüz, düzlem elektrot üzerine yerleştirilmiş, pürüzün ve çubuk elektrodun konumları değiştirilerek farklı gerilim seviyesinde gerilim ve elektrik alan dağılımları incelenmiştir. Benzetim kullanılan düzeneğin, pürüzün merkezde olduğu durum dışında, geometrinin simetrik olmamasından dolayı üç boyutlu olarak yapılmıştır.

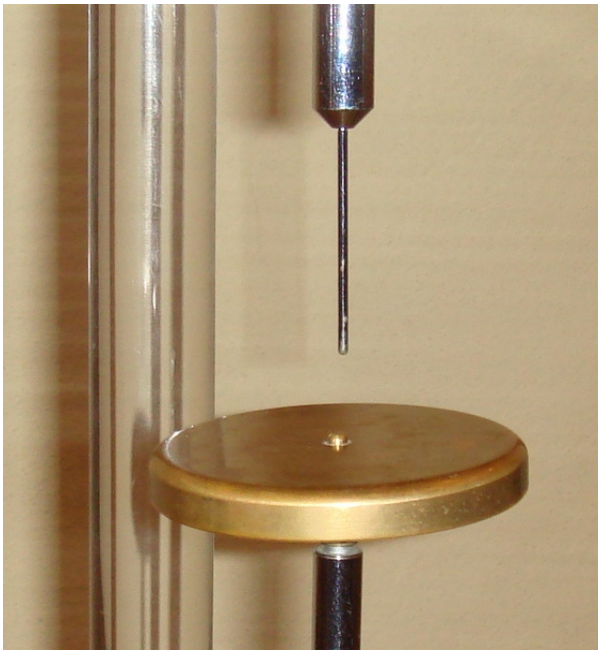
4.1.1 Modelin oluşturulması

Benzetimi yapılacak sistem, çubuk elektrot, düzlemsel elektrot, düzlemsel elektrodun üzerine yerleştirilmiş yarım küre şeklindeki pürüz ve bu üç parçayı içerisine alan

silindir şeklinde bir kaptan oluşmaktadır. İTÜ Yüksek Gerilim Laboratuvarı'ndaki çubuk-düzlem elektrot sistemine ait fotoğraf Şekil 4.1'de, düzlemsel elektrot üzerindeki pürüzün daha net gözüktüğü fotoğraf ise Şekil 4.2'de verilmiştir. Model, Şekil 4.1'deki düzeneğin ölçülerine uygun olarak, üç boyutlu olarak kullanılan benzetim programında çizilmiş, malzemeleri ve sınır koşulları belirtilmiştir.



Şekil 4.1: Çubuk-düzlem elektrot sistemi

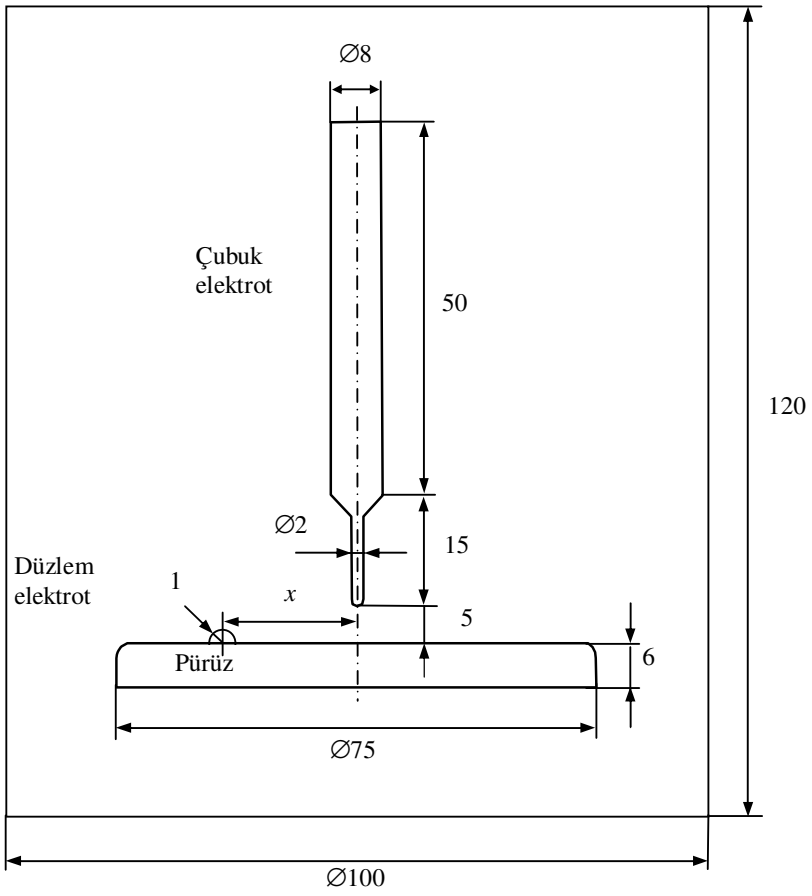


Şekil 4.2: Çubuk-pürüzlü düzlem elektrot sistemi (yakın görünüş)

Daha sonra oluşturulan model sonlu elemanlar ağına programca otomatik olarak bölünmüş ve statik elektrik alan analizi için SEY kullanılarak çözülmüştür.

4.1.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları

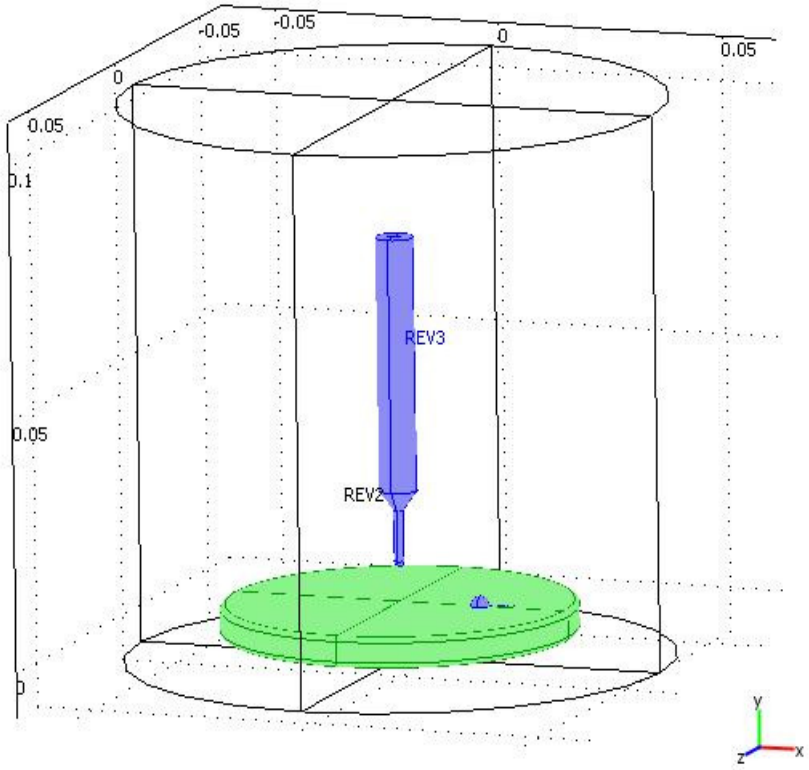
Şekil 4.3'den görüleceği üzere düzlem elektrot, 75 mm çapında, 6 mm yüksekliğinde, disk şeklinde bir elektrottur. Pürüz, yarıçapı 1 mm olan kürenin yarısı olarak tanımlanmıştır. Uzunluğu ise 65 mm olan çubuk elektrodun geometrisi ve diğer boyutları, Şekil 4.3'de gösterilmiştir.



Şekil 4.3: Çubuk-düzlem elektrot sistemi (ölçüler milimetre cinsindendir)

Pürüz, metrik sistemde kartezyen koordinatlarda (0, 0,006, 0) noktası yarım kürenin dairesel yüzeyinin merkezine gelecek şekilde ve x ekseninde 2 mm, 6 mm, 10 mm, 14 mm, 18 mm, 22 mm, 26 mm, 30 mm ve 34 mm uzaklıklara yerleştirilmiştir. Çubuk elektrot ise yz düzleminde pürüzün uç noktası ile çubuk elektrot arasındaki açıklık 0,1 mm'den başlayarak 0,1 mm artış ile 15 mm açıklık olacak şekilde

konumlandırılmıştır. Her bir çubuk elektrot konumu için pürüz belirtilen uzaklıklara getirilmiştir. Bu durumların tümünün modellenmesi için 150 farklı çizim oluşturulmuştur. Örneğin Şekil 4.4'de pürüzün (0, 0,006, 0) noktasına 18 mm uzaklıkta olduğu ve çubuk elektrodun en alt noktasının (0, 0,013, 0) konumundaki (0,5 mm açıklık) üç boyutlu çizimi görülmektedir. En dıştaki çizgiler ile gösterilen ise elektrotların içerisine konulduğu silindir şeklindeki kapalı kabı temsil etmektedir.



Şekil 4.4: Çubuk-düzlem elektrot sisteminin üç boyutlu çizimi (pürüzün eksenden 18 mm kaçık olduğu ve elektrot açıklığının 0,5 mm olduğu durum)

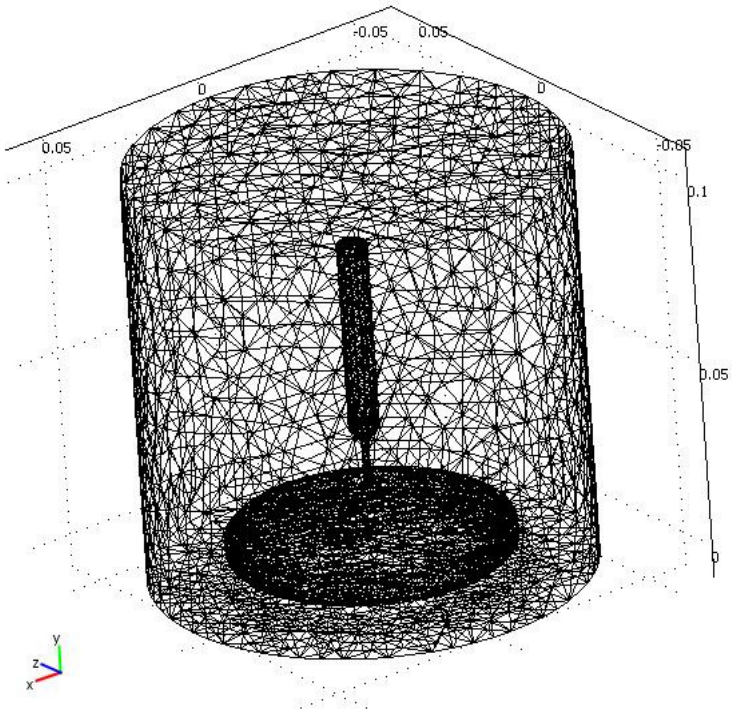
İkinci işlem olarak modelde yer alan malzemeler tanımlanmıştır. Elektrotların ve pürüzün bakırdan, deney kabının pleksiglastan yapılmış olduğu ve aradaki ortamın 1 atmosfer basıncında hava olduğu kabul edilmiştir. Bakır için bağıl dielektrik sabiti 1, bağıl manyetik geçirgenlik 1 ve elektriksel iletkenlik 5,998 x 10^7 S/m alınmıştır. Bilindiği üzere sonlu elemanlar yöntemi ile çözümleme yaparken, oluşturulan modelin sonlu bir geometriye sahip olması gerekmektedir. Benzetimde kullanılan en dıştaki silindirsel kabın işlevi budur. Kap, elektrotların bulunduğu hacmi sınırlayarak SEY'in kullanılmasına olanak vermektedir. Kabın malzemesinin çözümlemede önemi yoktur.

4.1.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması

Modelin geometrisi programda çizildikten ve malzeme tipleri belirlendikten sonra SEY ile benzetim yapılabilmesi için sınır koşullarının model üzerinde tanımlanması ve en uygun ağın oluşturulması gerekmektedir. Statik elektrik alan analizi yapılırken sisteme sınır koşulu olarak tanıtılması gereken büyüklükler, bilinen elektrik potansiyel değerleridir. Çubuk elektrot yüzeyine Dirichlet sınır koşulu olarak 10000V (= 10 kV) değeri girilmiş, düzlem elektrot ve pürüz için ise sıfır (toprak) potansiyeli girilmiştir. Silindirsel kap yüzeyine ise Neumann sınır koşulu uygulanmıştır. Kısım 3.1.1.1'de de belirtildiği üzere, program silindirsel kabın dielektrik sabitinin değerini çözümleme yaparken dikkate almamaktadır. Bunun birinci nedeni program terimi ile yüzeyin zero charge/ symmetry seçilmesi yani deplasman vektörünün normal bileşeninin sıfıra eşit olmasıdır. Yüzeyin bu şekilde tanımlanması benzetim süresinin azalmasını sağlamaktadır.

Kısım 2.9'da açıklandığı üzere iletken içinde elektrik alan değeri sıfıra eşittir. Bu nedenle iletkenin yüzeyi dışındaki kısımlarının benzetime katılmaması gerekmektedir. Bunu sağlamak amacıyla iletken malzemeler (yüzeyi hariç) geometriden çıkartılır.

Sınır koşulları belirlendikten sonra programa girilen parametreler ile sonlu elemanlar ağı en uygun şekilde oluşturulur. İletken kısımlar sistemden çıkartıldığından bu bölgelerde ağ oluşturulmaz. Şekil 4.5'de pürüzün (0, 0,006, 0) noktasına 10 mm uzaklıkta olduğu ve çubuk elektrodun en alt noktasının (0, 0,023, 0) konumundaki (1,0 mm açıklık) ağ yapısı görülmektedir.



Şekil 4.5: Çubuk-düzlem elektrot sistemi SEY ağ yapısı (pürüzün eksenden 10 mm uzakta ve elektrot açıklığının 1 mm olduğu durum)

Ağ, her yüzü üçgen olan dörtyüzlü (tetrahedral) elemanlardan oluşmuştur. Şekil 4.5'deki örnek için 180066 eleman, 34774 düğüm noktası kullanılarak ağ oluşturulmuştur. Sınırlarda ise 10282 adet üçgen eleman kullanılmıştır. Program ağı oluştururken varsayılan özellik olarak Çizelge 4.1'deki karakteristik değerleri kullanmıştır.

Çizelge 4.1: Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler

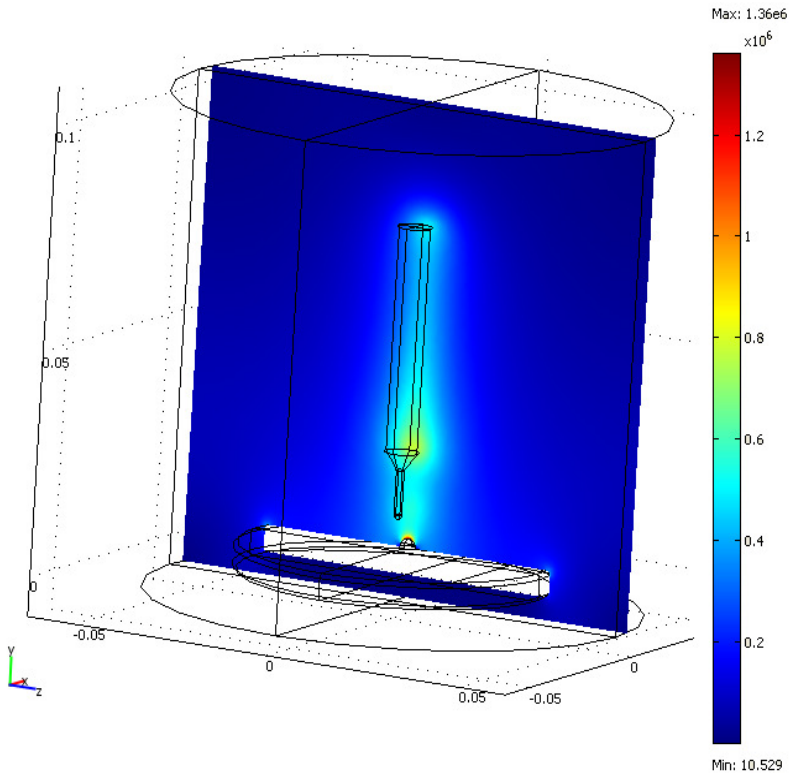
Maximum Element Size Scaling Factor	1
Element Growth Rate	1.5
Mesh Curvature Factor	0.6
Mesh Curvature Cutoff	0.03
Resolution of Narrow Regions	0.5

4.1.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları

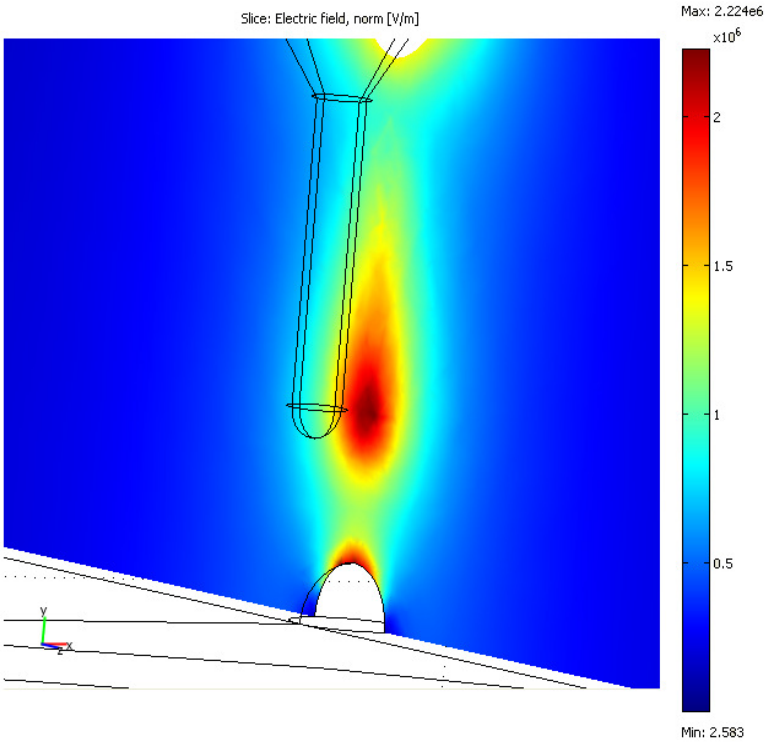
Ortamda yük bulunmadığı varsayılmıştır. Bu nedenle sistemin elektrik alan ve potansiyel dağılımının elde edilmesi için üç boyutlu kartezyen koordinatlarda Denklem **(2.56)**'da ifade edilen Laplace denklemi SEY ile çözülmüştür. 150 farklı durum için çözümleme yapılmıştır.

Şekil 4.6'de pürüzün üç boyutlu kartezyen koordinatlarda (0, 0,006, 0) noktasına 6 mm uzaklıkta olduğu ve çubuk elektrodun en alt noktasının (0, 0,023, 0) konumundaki (5,0 mm açıklık) elektrik alan dağılımına ilişkin düzlemsel grafik görülmektedir. Pürüzün merkezine dik olan bu düzlemdeki elektrik alanının en büyük değeri 1,36 x 10^6 V/m ve en küçük değeri ise 10529 V/m'dir.

Şekil 4.7'de ise pürüzün 2 mm, çubuk elektrodun 6 mm açıklıkta olduğu konumdaki çözümlemenin sonucu görülmektedir. Pürüzün elektrik alana etkisi yakınlaştırılmış bu şekilde daha net görülmektedir. Bu durumda elektrik alanın en büyük değeri değeri 2,24 x 10^6 V/m ve en küçük değeri ise 2583 V/m'dir.

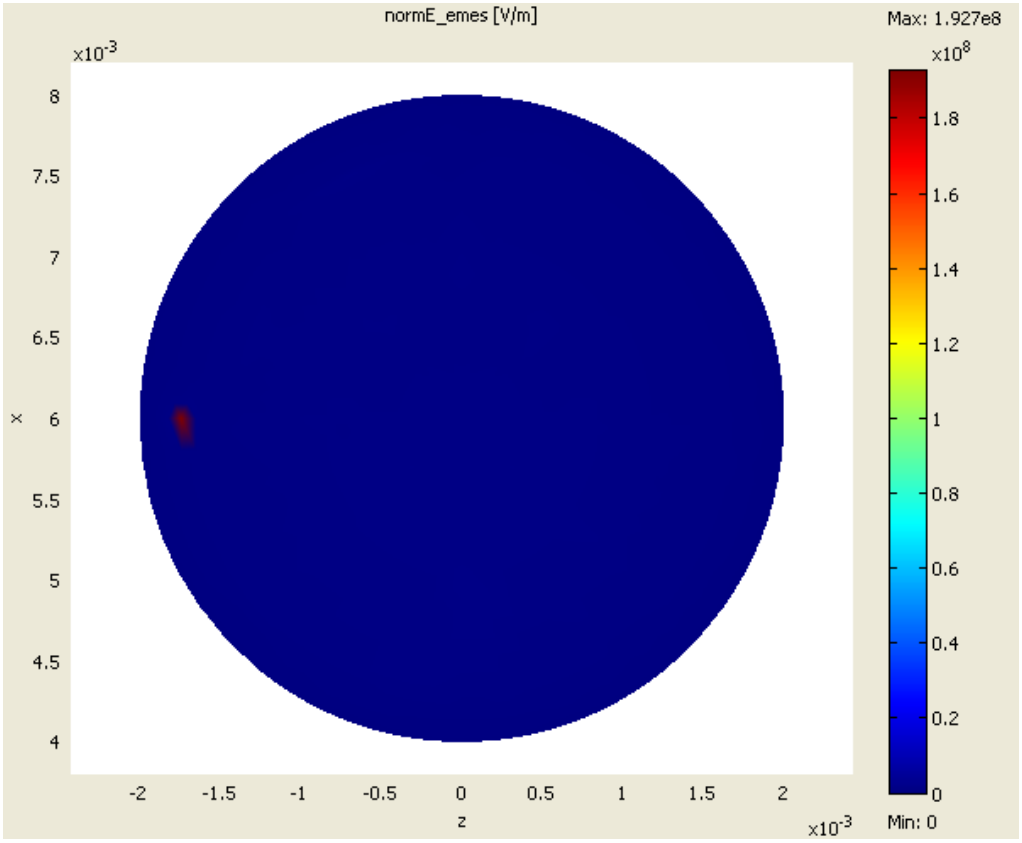


Şekil 4.6: Pürüz merkezine dik yüzeydeki elektrik alan dağılımı (pürüzün 6 mm çubuk elektrodun 5 mm açıklıkta olduğu durum)



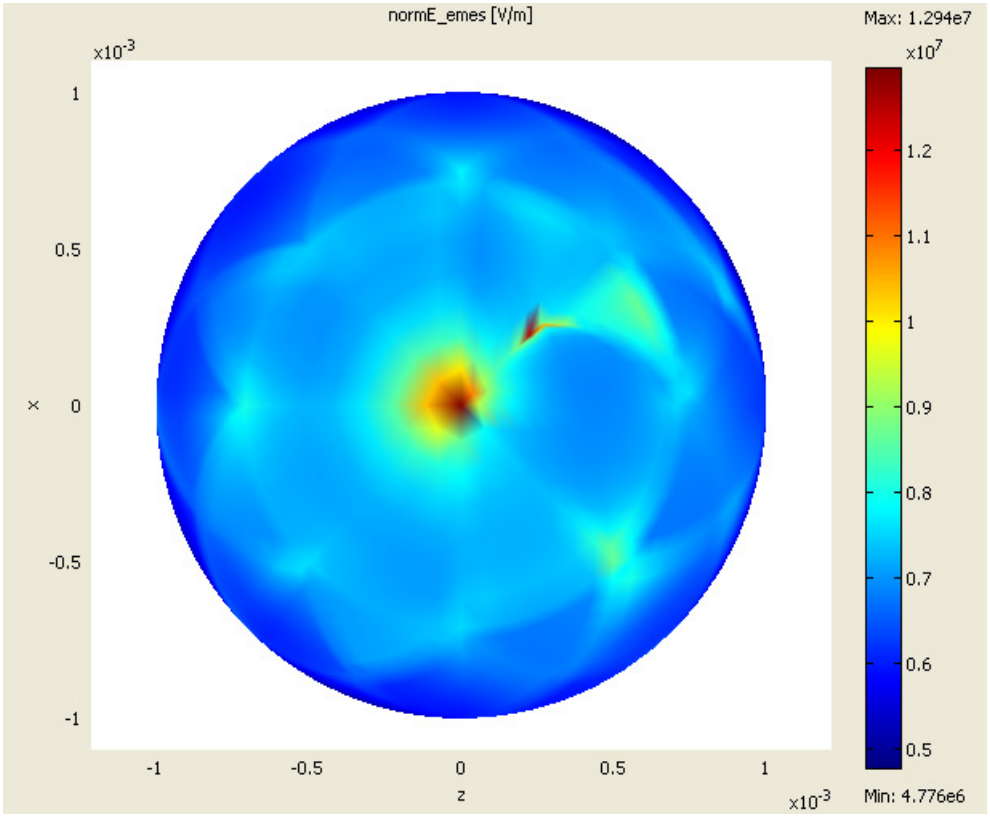
Şekil 4.7: Pürüz çevresindeki elektrik alan dağılımı (pürüzün 2 mm, çubuk elektrodun 6 mm açıklıkta olduğu durum)

Yapılan benzetimlerin amacı pürüzün sistemdeki elektrik alana etkisini incelemektir. Bu nedenle elektrik alan kaynağı olan çubuk elektrot ve elektrik alan dağılımını bozan pürüzün yüzeyindeki elektrik alan değerlerinin elde edilmesi ve pürüzün olmadığı duruma göre karşılaştırılması gerekmektedir. Şekil 4.8'de pürüz yüzeyinin xy düzlemindeki elektrik alan dağılımı görülmektedir. Burada pürüz 6 mm, çubuk elektrot 8 mm açıklıktadır. Şekilden anlaşılacağı üzere (kırmızı bölge) çubuk elektroda yakın olan bölgede elektrik alanın değerinin en büyük olduğu görülmektedir. Bu atlama ve delinme olasılığının en yüksek olduğu noktadır. Bu şekilde elektrik alanın en büyük değeri 1,927 x 10^6 V/m ve en küçük değeri ise 0 V/m'dir.



Şekil 4.8: Pürüz yüzeyinin xz düzlemindeki elektrik alan dağılımı (pürüzün 6 mm, çubuk elektrodun 8 mm açıklıkta olduğu durum)

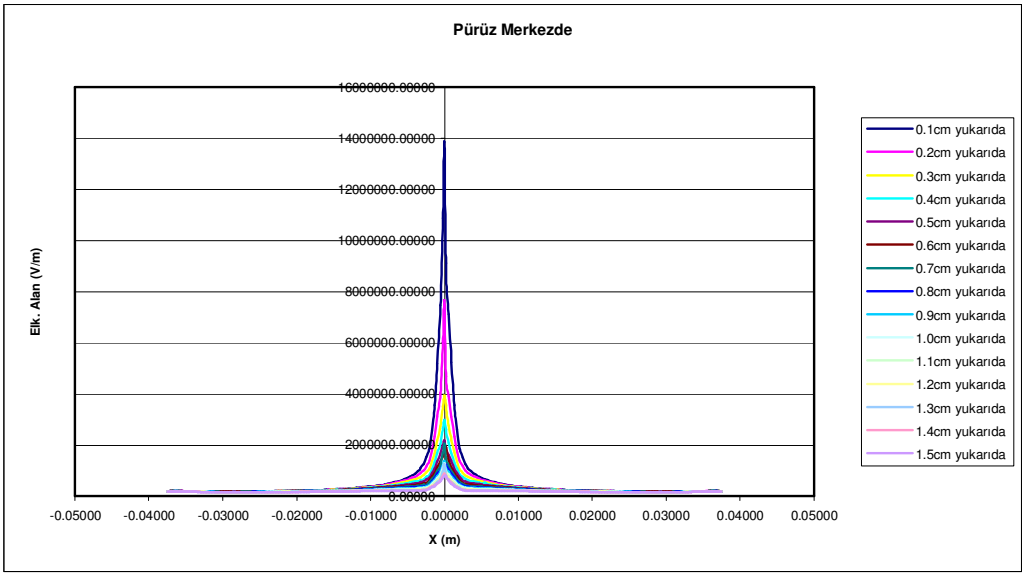
Şekil 4.9'de ise çubuk elektrodun düzlemsel elektroda en yakın olan dairesel yüzeyin xy düzlemindeki elektrik alan dağılımı görülmektedir. Atlama ve delinmenin olabileceği bölge çubuk elektrodun en uç noktası veya pürüze yakın olan noktasıdır (kırmızı renkli bölge). Bu durumda elektrik alan değeri 1,294 x 10^7 V/m ile 4,776 x 10^6 V/m arasında değişmektedir.



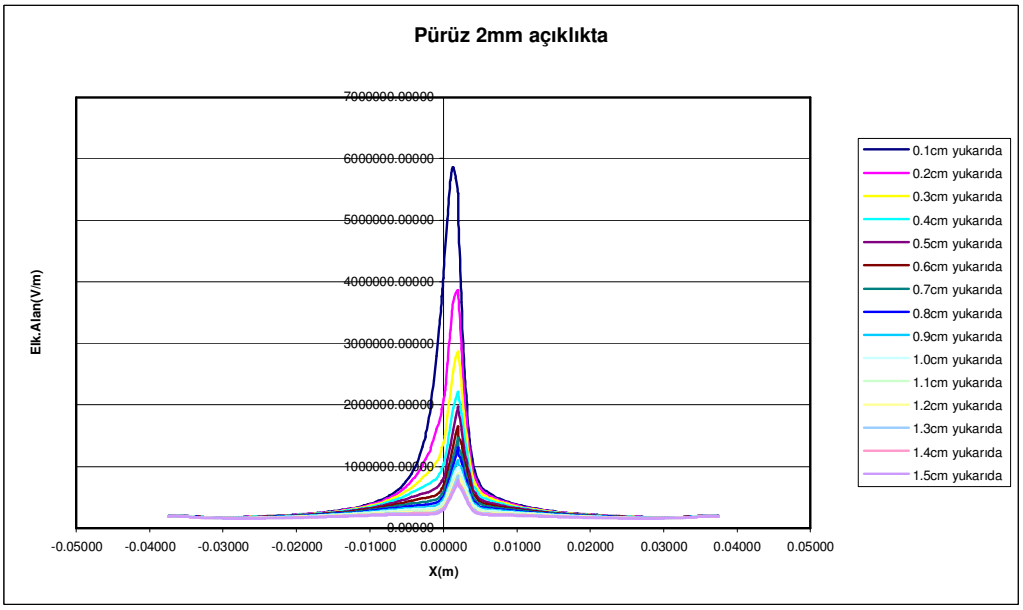
Şekil 4.9: Çubuk elektrodun düzlem elektroda en yakın dairesel yüzeyinin xz düzlemindeki elektrik alan dağılımı (pürüzün 26 mm, çubuk elektrodun 11 mm açıklıkta olduğu durum)

4.1.3 Sonuçlar ve değerlendirme

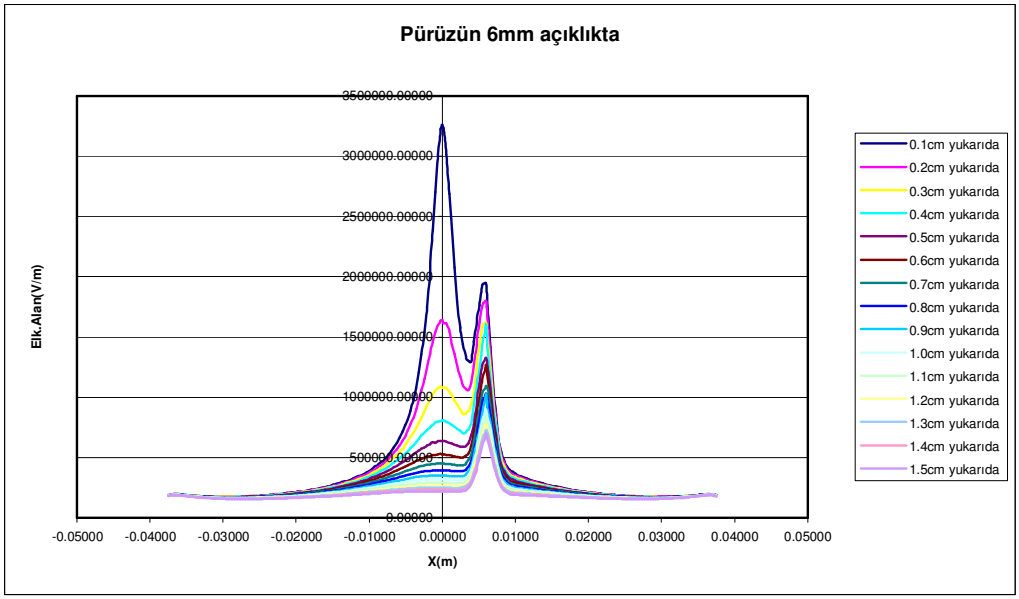
Yapılan bu benzetimin amacı pürüzün olduğu farklı konumlar ile pürüzün olmadığı durumlarda elektrik alan değerinin elde edilmesidir. Bir önceki bölümde açıklandığı üzere pürüz, atlama ve delinme olasılığını arttırmaktadır. Bu nedenle pürüzün yüzeyindeki ve pürüzün tepe noktasındaki elektrik alan değerleri ile konum arasındaki ilişki kurulması benzetim sonuçlarının yorumlanmasını kolaylaştırır. Şekil 4.10'den Şekil 4.20'ye kadar, sırası ile pürüzün merkezde, 2 mm, 6 mm, 10 mm, 14 mm, 18 mm, 22 mm, 26 mm, 30 mm ve 34 mm uzakta olduğu durumda çubuk elektrodun pürüzden 1 mm, 2 mm, 3 mm, 4 mm, 5 mm, 6 mm, 7 mm, 8 mm, 9 mm, 10 mm, 11 mm, 12 mm, 13 mm, 14 mm ve 15 mm açıklıktaki elektrik alana ilişkin grafiği göstermektedir.



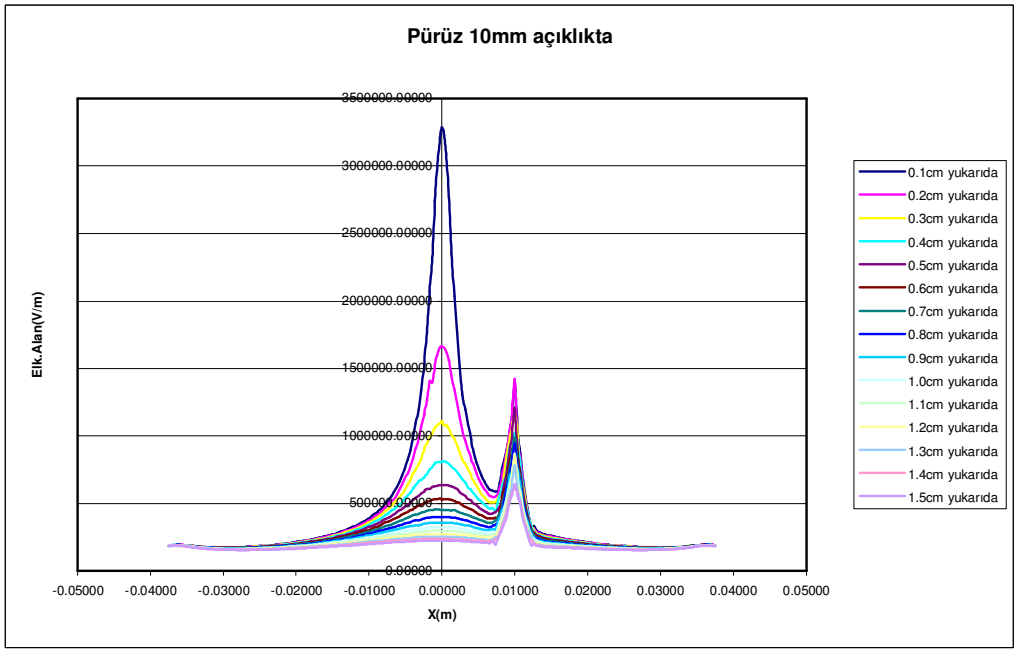
Şekil 4.10: Pürüzün merkezde olduğu durum



Şekil 4.11: Pürüzün merkezden 2 mm uzakta olduğu durum

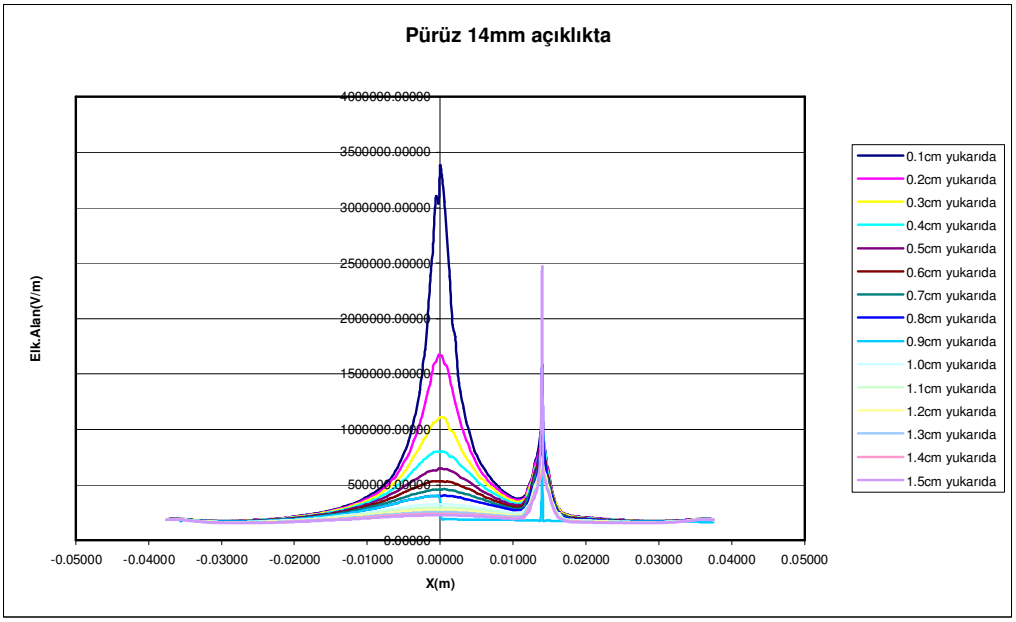


Şekil 4.12: Pürüzün merkezden 6 mm uzakta olduğu durum

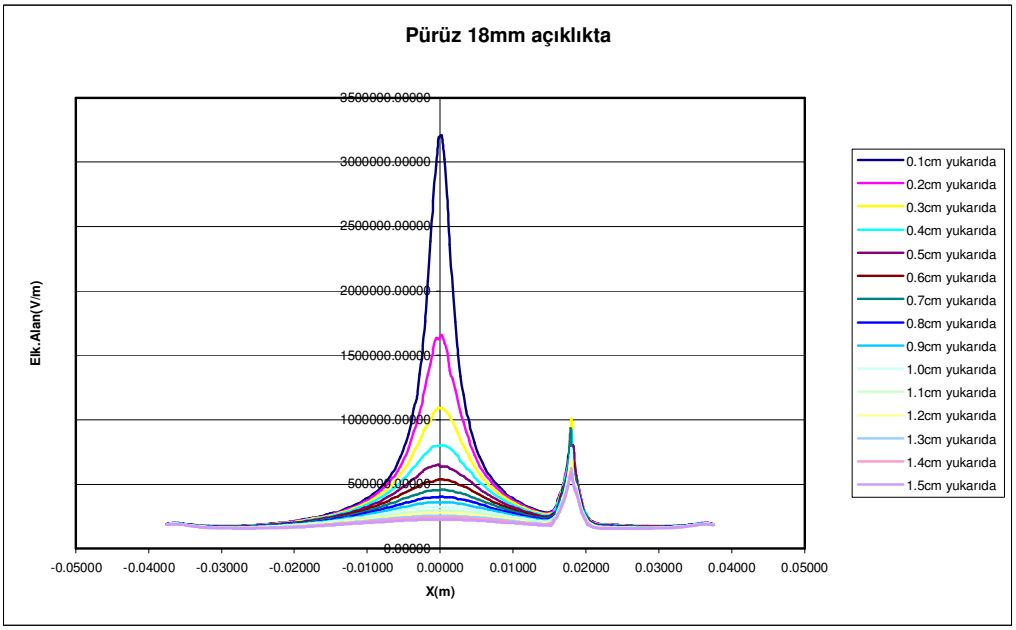


Şekil 4.13: Pürüzün merkezden 10 mm uzakta olduğu durum

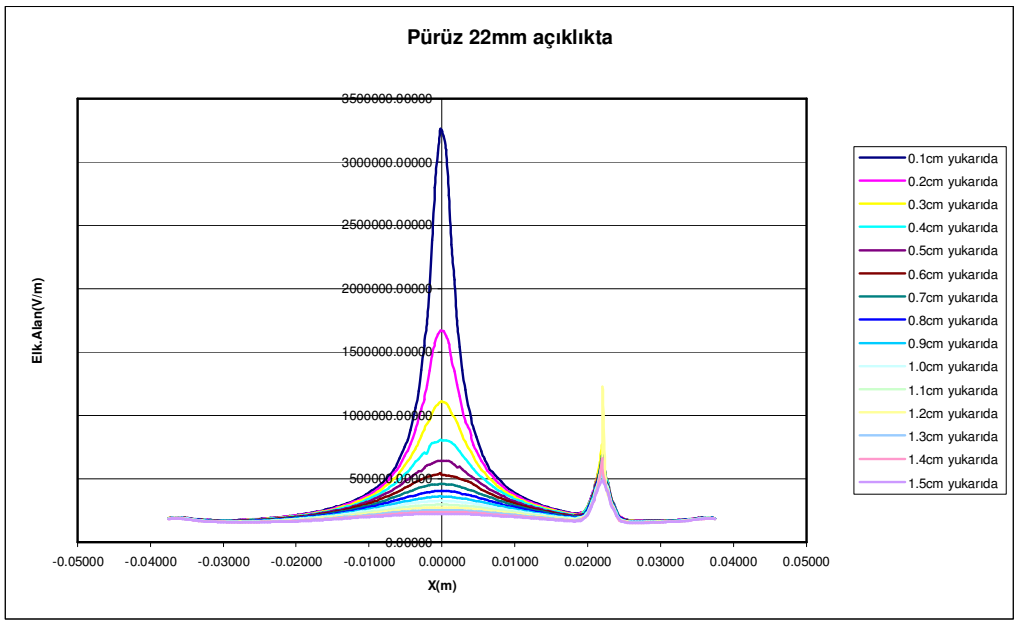
Bu grafiklerde, kartezyen koordinatlarda metrik sistemde (- 0,0375, 0,008, 0) noktası ile (0,0375, 0,008, 0) noktası arasındaki doğru üzerindeki elektrik alan değerleri alınmıştır.



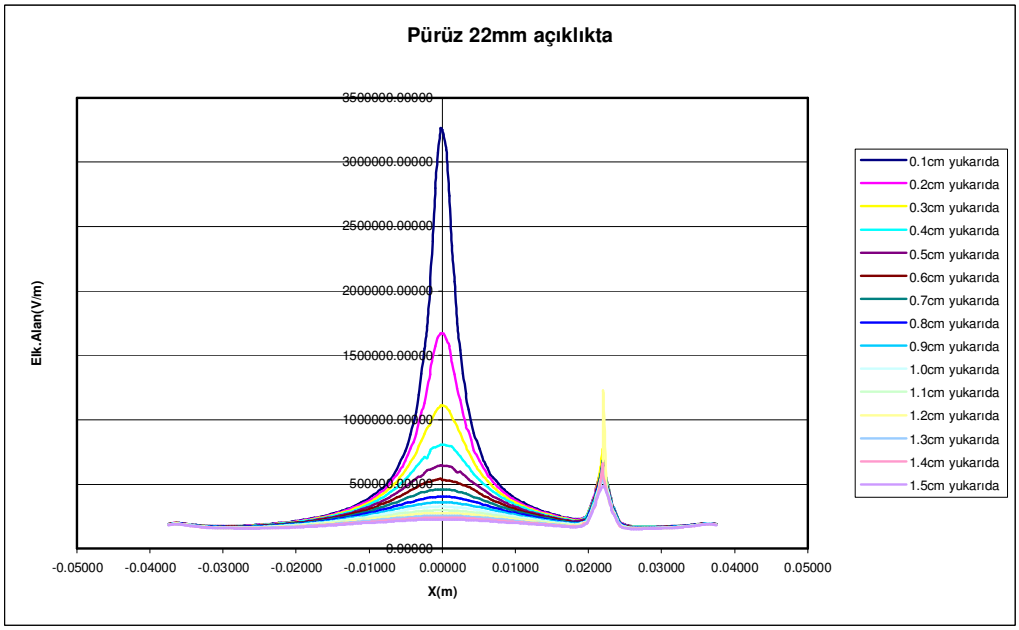
Şekil 4.14: Pürüzün merkezden 14 mm uzakta olduğu durum



Şekil 4.15: Pürüzün merkezden 18 mm uzakta olduğu durum

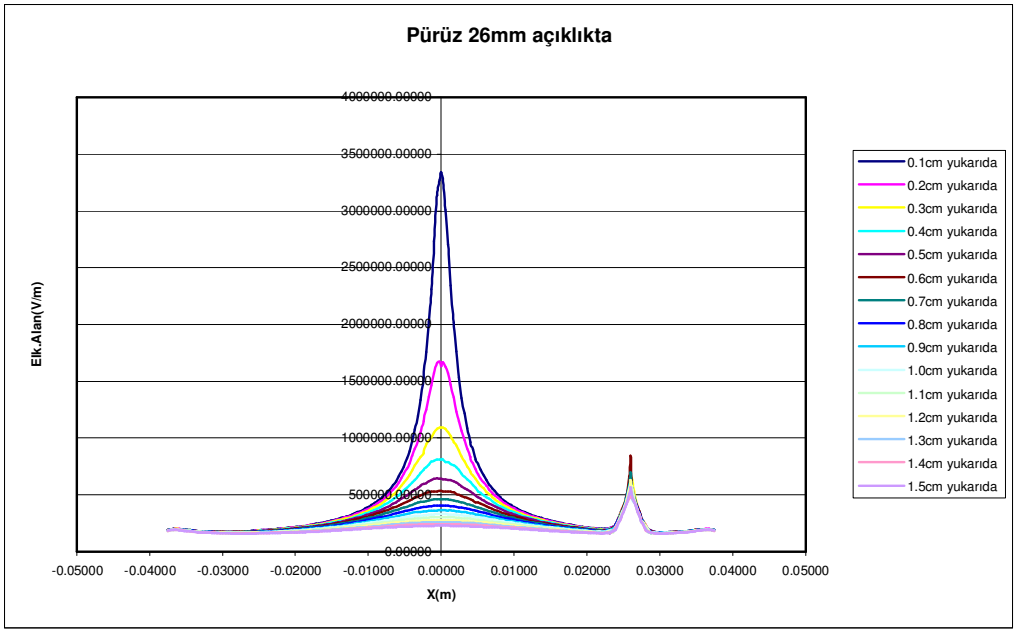


Şekil 4.16: Pürüzün merkezden 18 mm uzakta olduğu durum

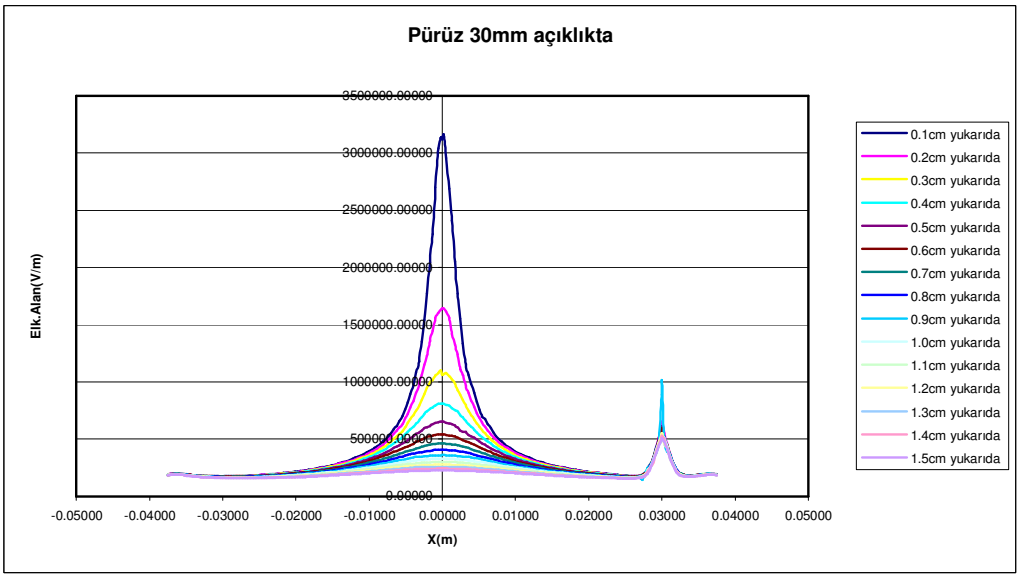


Şekil 4.17: Pürüzün merkezden 22 mm uzakta olduğu durum

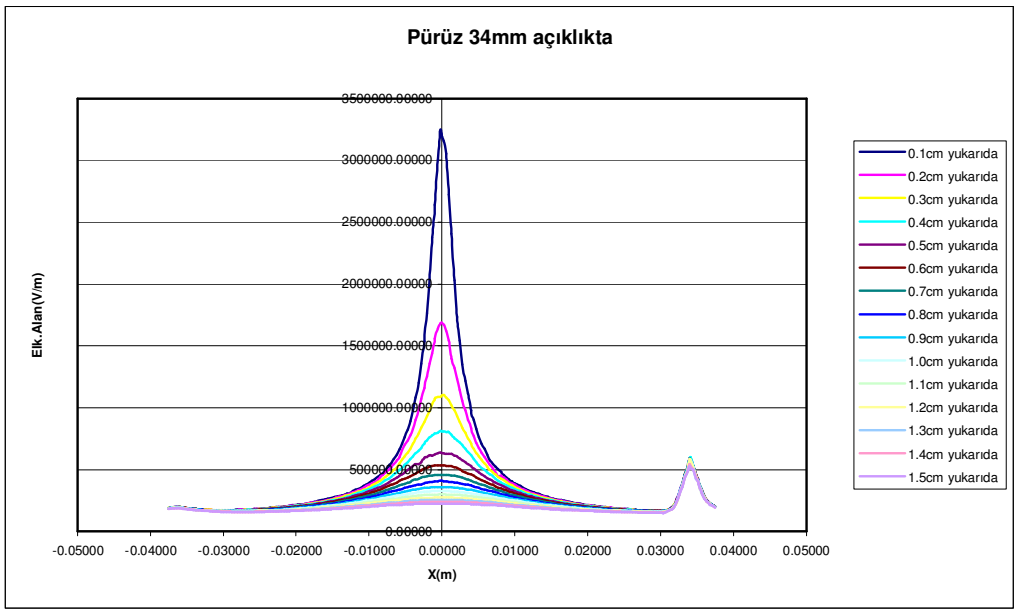
Bu sanal doğru boyunca elektrik alan değerlerinin dikkate alınmasının nedeni pürüzün tepe noktasının ve çubuk elektrodun bu düzlemdeki elektrik alan değerinin elde edilmesidir.



Şekil 4.18: Pürüzün merkezden 26 mm uzakta olduğu durum

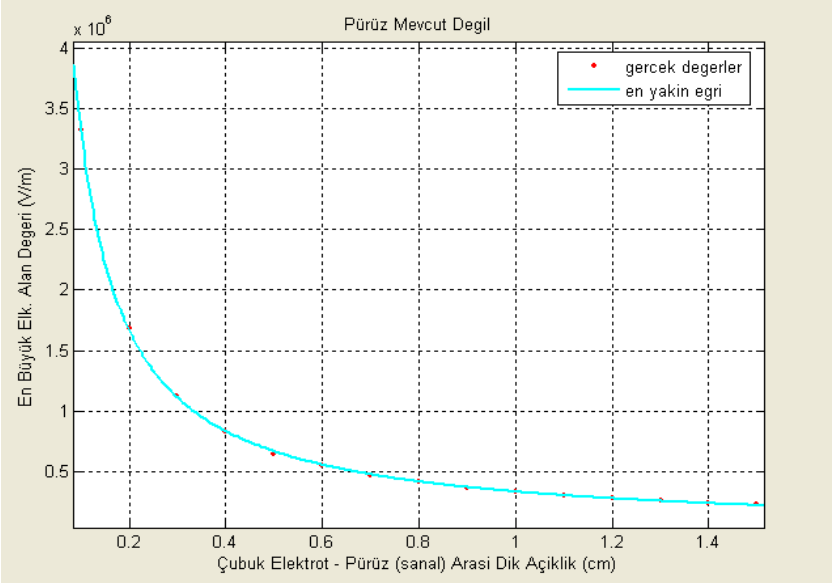


Şekil 4.19: Pürüzün merkezden 30 mm uzakta olduğu durum



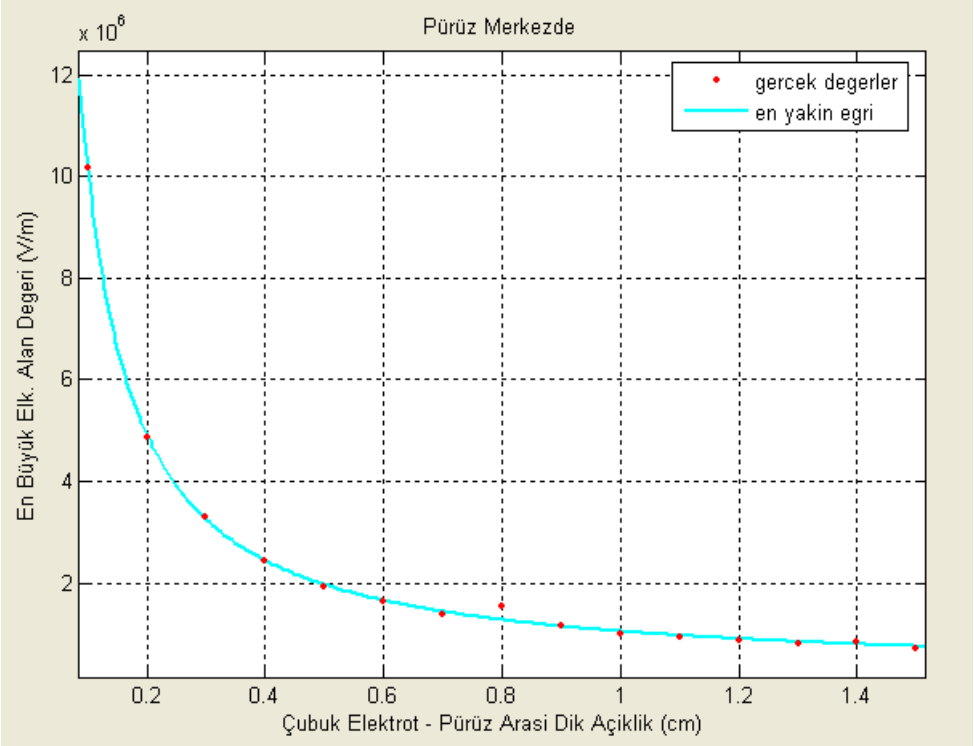
Şekil 4.20: Pürüzün merkezden 34 mm uzakta olduğu durum

Şekil 4.10'den Şekil 4.20'e kadar olan şekillerden görüleceği üzere pürüz merkezden uzaklaştıkça merkezde oluşan elektrik alan değerindeki değişmenin azalmakta olduğu görülmektedir. Bu pürüzün merkezden uzaklaştıkça elektrik alan dağılımına etkisinin azaldığını göstermektedir. Ayrıca 6 mm açıklıktan sonra pürüze denk gelen bölümdeki elektrik alan değerinin çubuk elektrodun konumunun değiştirilmesine rağmen çok değişmediği görülmektedir. 22 mm açıklıktan sonra ise pürüzün tepe noktasındaki elektrik alan değeri yaklaşık olarak sabit kalmaktadır.



Şekil 4.21: Pürüzün olmadığı durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği

Pürüzün olmadığı durumda kartezyen koordinatlarda metrik sistemde (0, 0,008, 0) noktasındaki en büyük elektrik alan değerleri Şekil 4.21'da gösterilmiştir. Çubuk elektrodun bu noktadan 0,1 cm'den başlamak üzere bir milimetrelik artışlar ile 1,5 cm'ye kadar olan değerleri içerir. Kırmızı nokta ile gösterilen değerler benzetim sonucu bulunan değerler, çizgi ile gösterilen eğri ise gerçek değerleri kullanarak $A.x^B + C$ biçiminde uydurulmuş eğridir. (0,0375, 0,008, 0) noktasındaki en büyük elektrik alan değerinin grafikte kullanılmasının nedeni, pürüzün mevcut olduğu durumlar ile karşılaştırma yapılabilmesidir. Grafikte görüleceği üzere çubuk elektrot ile düzlemsel elektrot arasındaki uzaklık arttığında elektrik alan değerinin üstel olarak azaldığı görülmektedir.

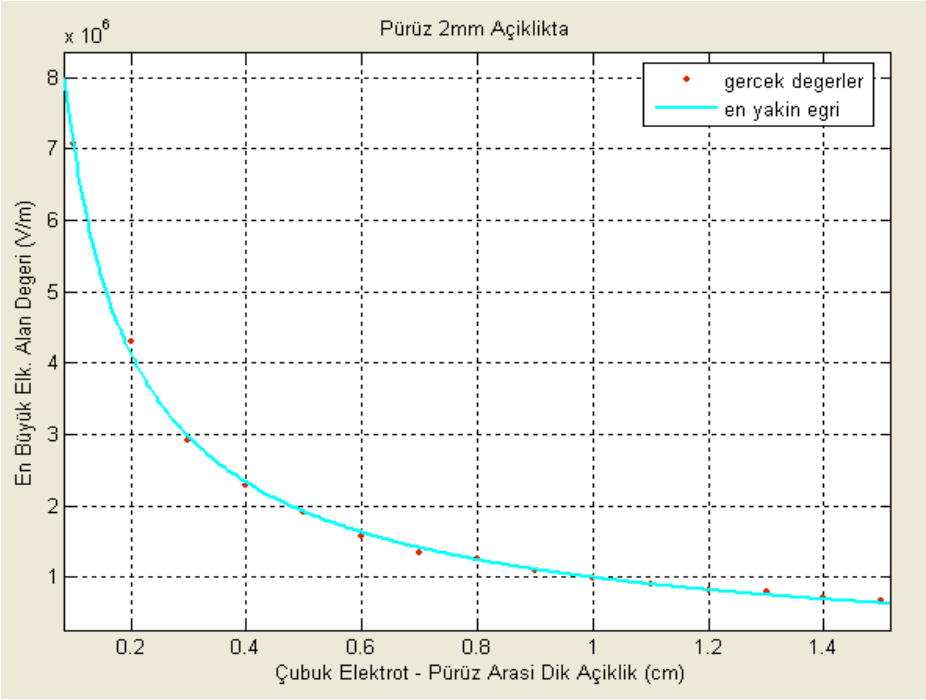


Şekil 4.22: Pürüzün merkezde olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği

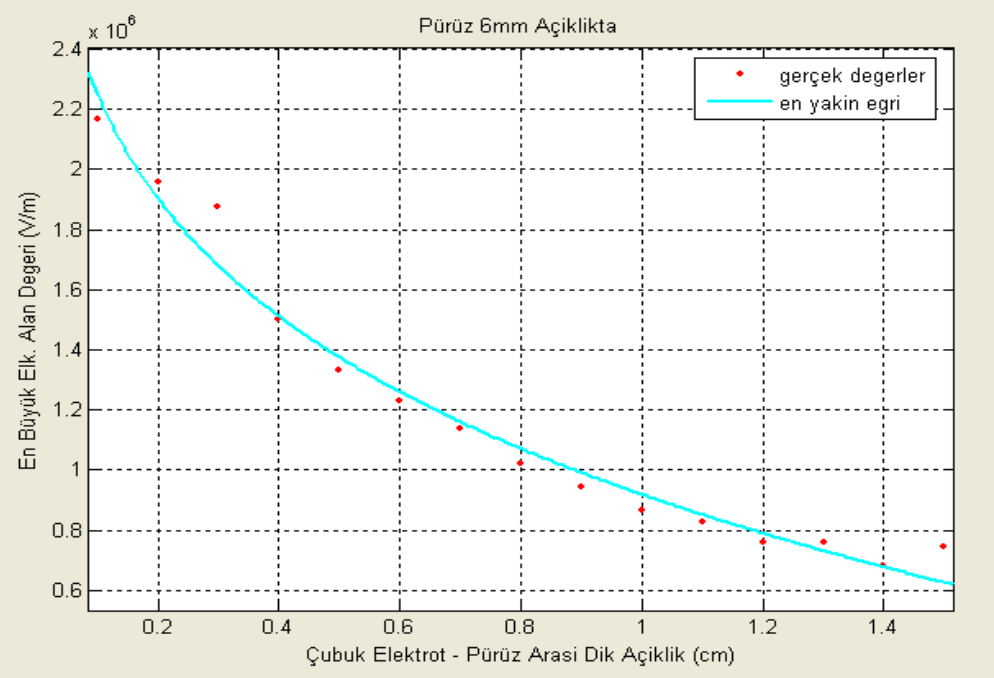
Şekil 4.22'den Şekil 4.31'e kadar olan dokuz grafik, pürüzün olduğu ve konumunun sırasıyla merkezde, 2 mm, 6 mm, 10 mm, 14 mm, 18 mm, 22 mm, 26 mm, 30 mm ve 34 mm merkezden kaçık olduğu durumda pürüz yüzeyindeki en büyük alan değerine ilişkin grafikleri göstermektedir. Grafikler çubuk elektrot ile düzlemsel elektrot arasındaki santimetre cinsinden dik uzaklık ve o açıklıktaki en büyük elektrik alan değeri kullanılarak çizilmiştir. Nokta ile gösterilenler benzetim sonucunda alınmış

değerlerdir. Çizgi ile gösterilen eğri ise gerçek değerler kullanılarak elde edilen $A.x^B + C$ biçimindeki en yakın eğridir.

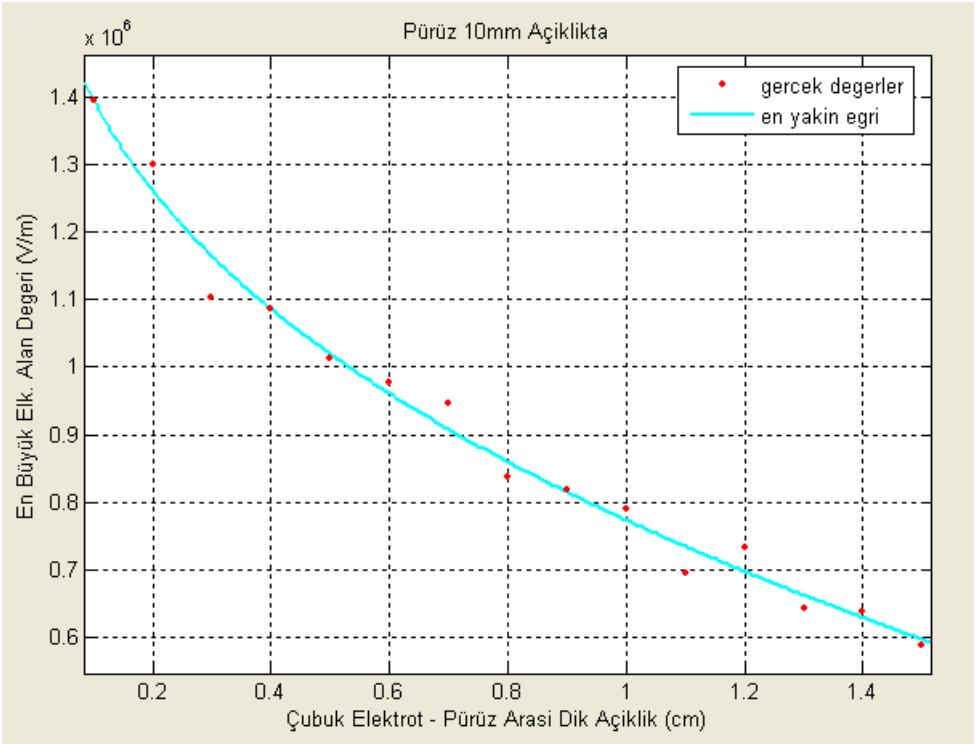
Grafiklerden anlaşılacağı üzere, merkezden uzaklaştıkça elde edilen eğrilerin denklemlerindeki B katsayısı değeri küçülmüş ve grafikler 6 mm açıklıktan sonra lineerleşmeye başlamıştır. Ayrıca 6 mm açıklıktan sonra pürüz yüzeyindeki en büyük elektrik alan değerleri aralığı azalmaktadır.



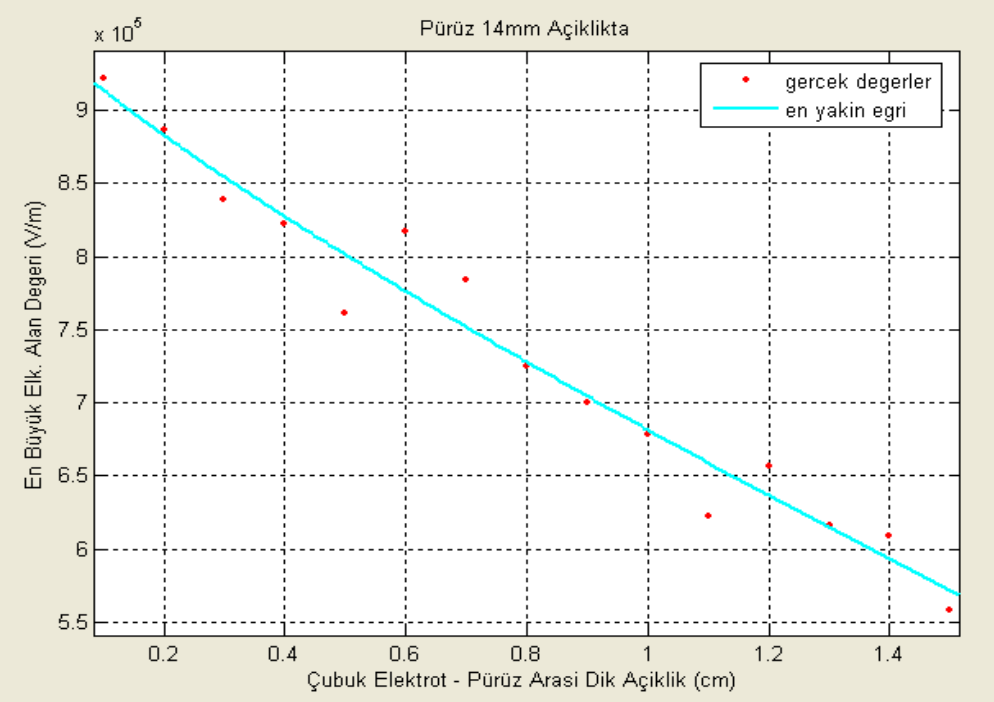
Şekil 4.23 : Pürüzün merkezden 2 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği



Şekil 4.24 : Pürüzün merkezden 6 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği

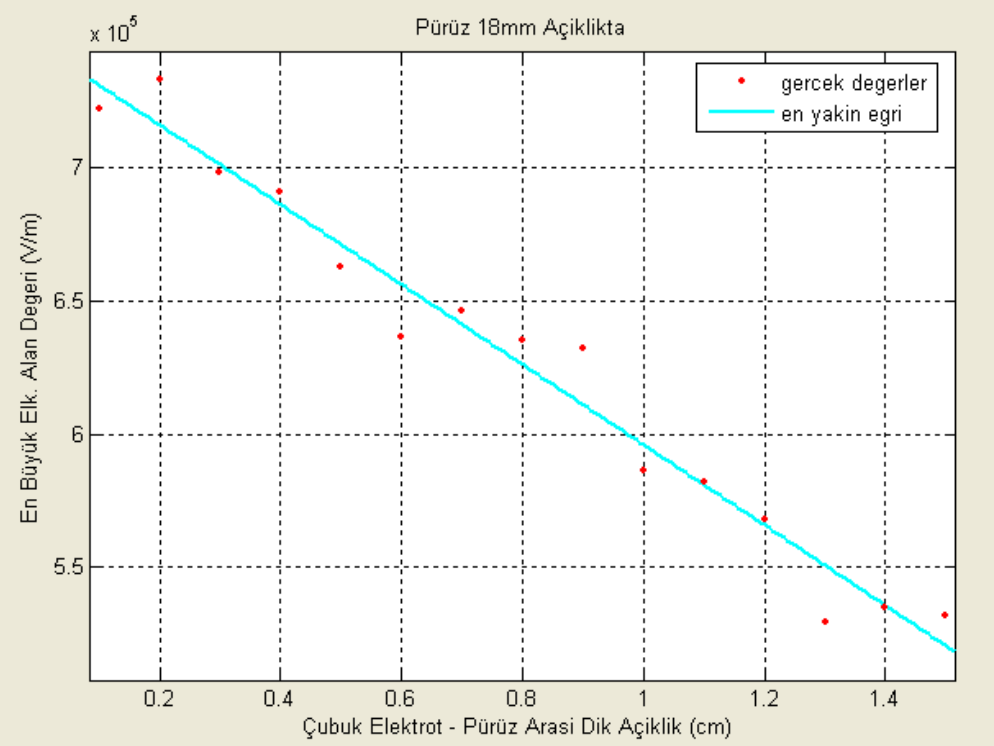


Şekil 4.25 : Pürüzün merkezden 10 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği

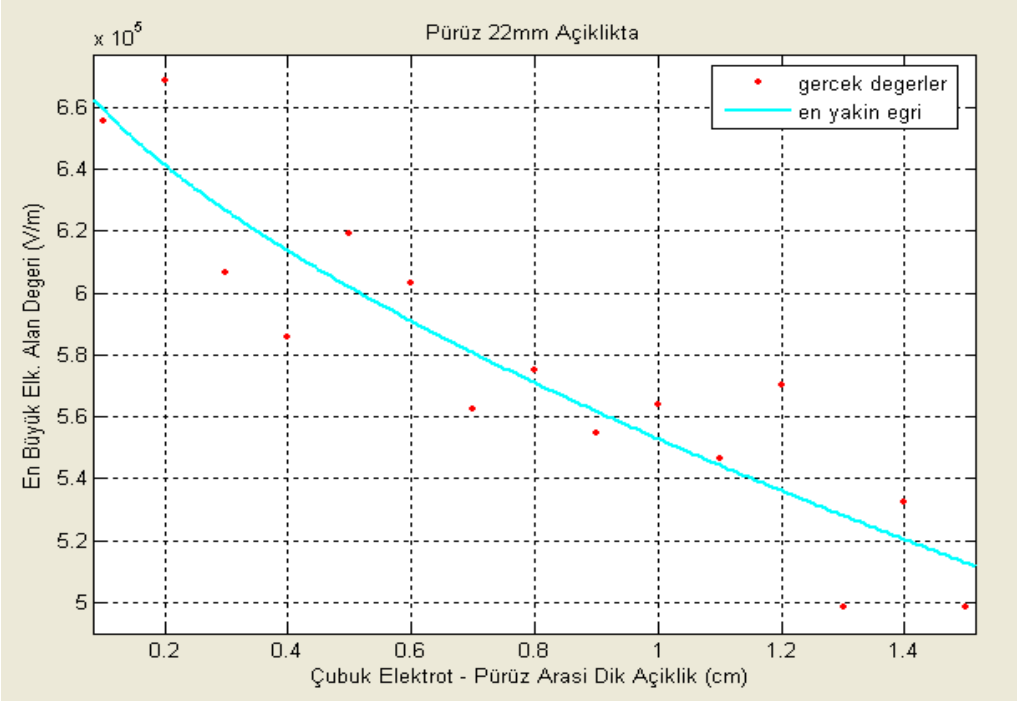


Şekil 4.26 : Pürüzün merkezden 14 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği

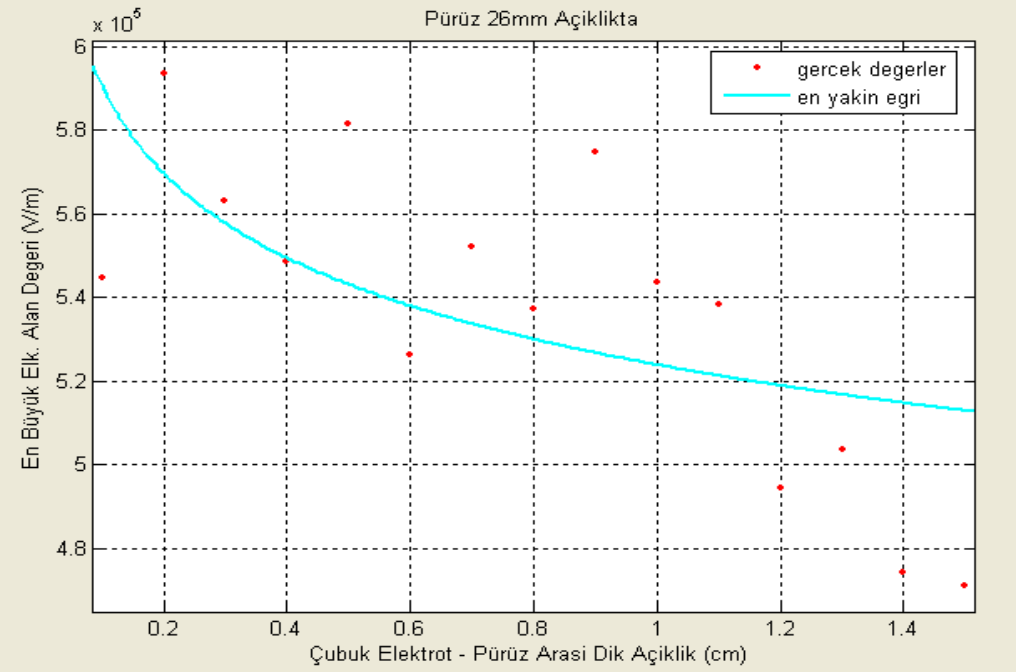
Bu durum, pürüzün merkezden uzaklaştıkça sistemdeki elektrik alan dağılımına etkisinin azaldığını gösterir. 22 mm açıklıktan sonra ise en büyük elektrik alan değerleri aralığı yaklaşık olarak sabit kalmaktadır. Bunun nedeni pürüz, düzlemsel elektrot sınırına yaklaştıkça elektrik alan dağılımına etkisinin en aza inmesidir.



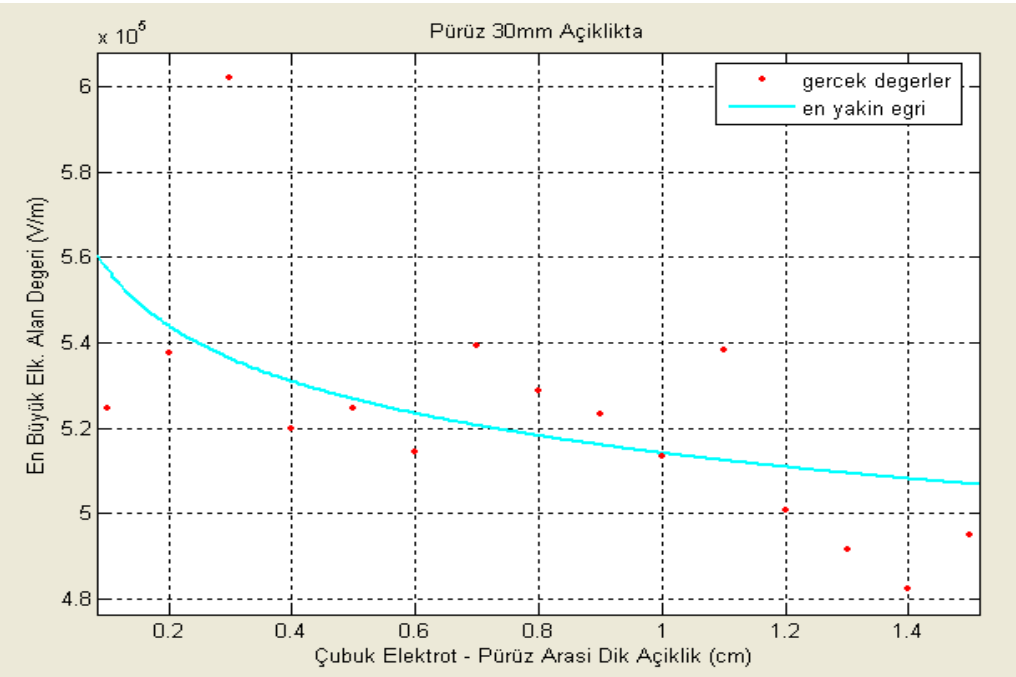
Şekil 4.27 : Pürüzün merkezden 18 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği



Şekil 4.28 : Pürüzün merkezden 22 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği



Şekil 4.29 : Pürüzün merkezden 26 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği

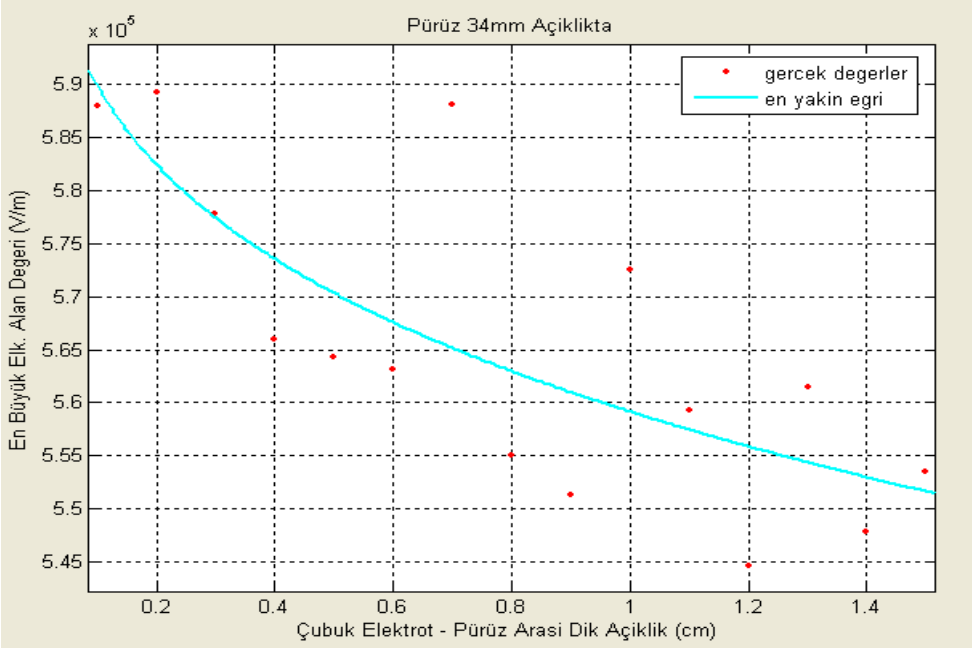


Şekil 4.30 : Pürüzün merkezden 30 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği

Şekil 4.21 ile bu dokuz grafik karşılaştırıldığında 6 mm açıklıktan sonra pürüzün (0, 0,008, 0) noktasındaki elektrik alan değerine olan etkisinin azaldığı ve bu açıklıktan sonra çubuk elektrot konumunun alan dağılımı üzerine etkisinin daha fazla olduğu

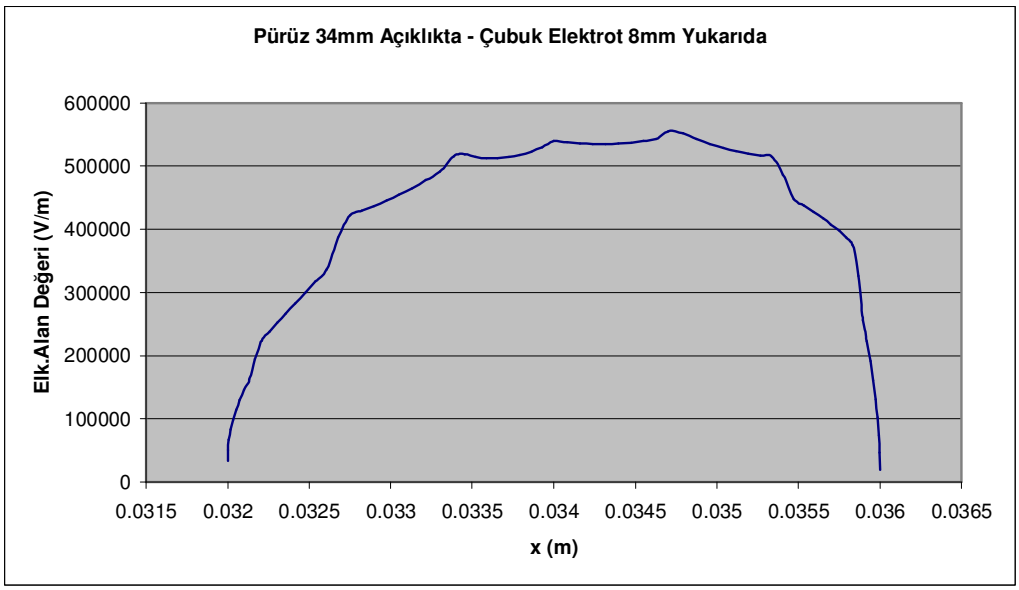
görülmektedir. 6 mm açıklığa kadar ise çubuk elektrodun 0,5 cm açıklığa kadar olan konumlarında pürüzün elektrik alana etkisi çubuk elektrottan daha azdır. 0,5 cm açıklıktan sonra ise pürüz dağılıma etkisi daha fazla olup atlama veya delinme olasılığını arttıran en büyük etkendir.

Şekil 4.31'deki eğriye bakıldığında merkezden 26 mm ve 30 mm kaçık olduğu durumdan elektrik alan değeri olarak daha yukarıda olduğu görülmektedir. Bunun sebebi, pürüzün düzlem elektrodun sınırına yakın olması ve kenar etkisinin elektrik alan değerini yükseltmesidir. Bu durum Şekil 4.32'de daha net anlaşılmaktadır.

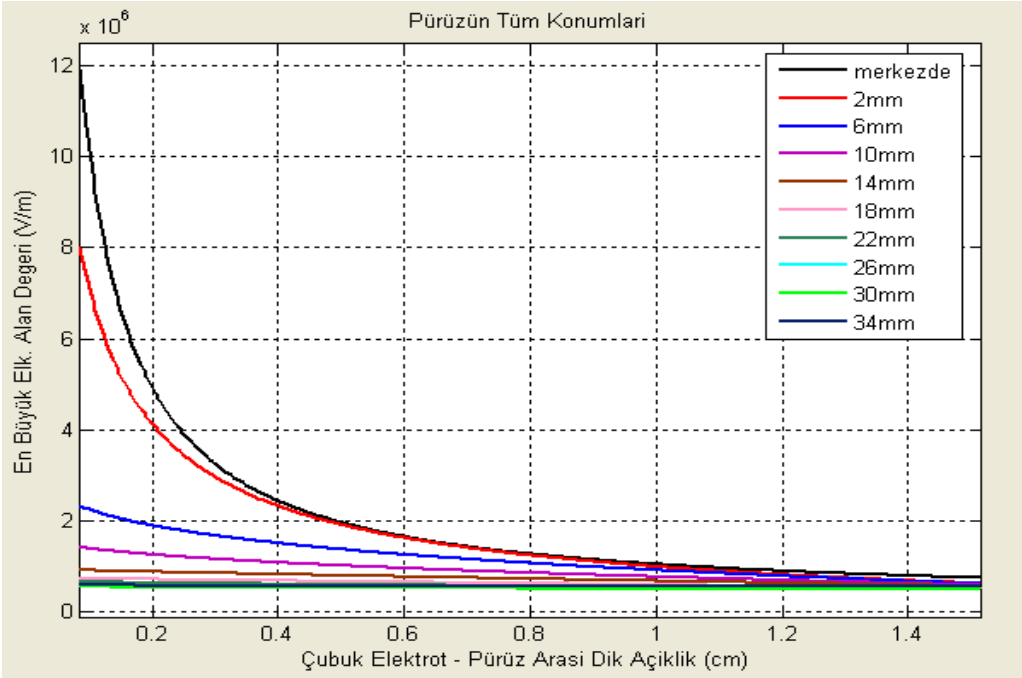


Şekil 4.31 : Pürüzün merkezden 34 mm kaçık olduğu durumda en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği

34 mm açıklıktaki pürüzün x ekseni doğrultusundaki elektrik alan değerlerini göstermektedir. Çubuk elektrot ise pürüzden y ekseni doğrultusunda 8 mm yukarıdadır. Grafiğe bakıldığında elektrik alan değerinin düzlemsel elektrot sınırına doğru arttığı görülmektedir. Pürüzün çubuk elektrot tarafındaki kısmındaki elektrik alan değerlerinin sınıra yakın kısmındaki değerlerden daha azdır.



Şekil 4.32 : Pürüzün merkezden 34 mm kaçık olduğu ve çubuk elektrodun pürüzden 8 mm yukarıda olduğu durum



Şekil 4.33 : Pürüzün tüm konumlarını içeren en büyük elektrik alan değerinin çubuk elektrot konumuna göre grafiği

Pürüzün tüm konumlarını içeren grafik Şekil 4.33'de verilmiştir. Pürüzün elektrik alan dağılımına etkisi bu grafikte daha ne görülmektedir. Çubuk elektrodun konumunun etkisi de daha net bu şekilden anlaşılmaktadır. Çubuk elektrot pürüzden y ekseni doğrultusunda 0,6 cm yukarıda olduğu konumdan sonra pürüzün etkisi

azalmaktadır. Pürüzün 22 mm açıklıktan sonra ise alan dağılımı etkisinin çok az olduğu görülmektedir.

Özetle, çubuk düzlem elektrot sisteminde pürüz olduğu durumda elektrik alan dağılımı pürüzün olmadığı duruma göre değişmektedir. Pürüz çubuk elektroda ne kadar yakın ise elektrik alan değeri o kadar yüksek olmakta ve buna bağlı olarak atlama veya delinme olasılığı artmaktadır. Pürüzün konumu kadar gerilim altında olan çubuk elektrodun konumu da elektrik alan değerini değiştirmektedir. Çubuk elektrot topraklı düzlemsel elektroda ve pürüze mesafesi azaldıkça elektrik alan değeri yükselmektedir. Yapılan benzetimler sonucunda, 22 mm açıklıktan sonra pürüzün varlığı, elektrik alan dağılımını göz ardı edilecek kadar değiştirmektedir. Ayrıca pürüzün merkezden 6 mm ve daha uzakta olduğu durumda pürüzün etkisi, pürüzün olmadığı durumdakine göre daha azdır. Bu karşılaştırma pürüzün olmadığı durumda (0, 0,008, 0) noktasındaki en büyük elektrik alan değerleri ve pürüzün olduğu durumda pürüz yüzeyindeki en büyük elektrik alan değeri karşılaştırılarak yapılmıştır.

Gerçekleştirilen bu çalışma, kesici ve gaz yalıtımlı sistemler için yüzey pürüz analizinde kullanılabilir [18]. Ayrıca, deneysel olarak yapılan atlama ve delinme gerimi belirleme deneylerinde öngörü elde edilmesine yardımcı olabilir.

Yapılan benzetimlerin, hata oranlarının elde edilmesi için her bir durumun deneysel olarak gerçekleştirilmesi, bu çalışmanın daha gerçekçi ve anlamlı olmasını sağlar. Bilindiği üzere SEY'in gerçeğe yakın değerler verebilmesi oluşturulan ağın sıklığına tamamen bağlıdır. Bu çalışmada kullanılan bilgisayar veri işleme gücü sınırlı olduğundan elde edilen değerlerin doğruluğundan çok, sistemin davranışının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

Sunulan çalışmada yapılanlara ek olarak, sabit pürüz konumunda çubuk elektrotla düzlemsel elektrot arasındaki açıklık ve gerilim değiştirilerek alan dağılımları elde edilebilir. Farklı elektrot sistemleri ve farklı geometrili pürüz türleri için ve iletken veya yalıtkan malzemeden yapılmış farklı boyutlardaki pürüzler için incelemeler yapılabilir [18].

4.2 Küresel Elektrotlarda Atlama Gerilimlerinde Maksimum Elektrik Alan Değerinin Elde Edilmesi

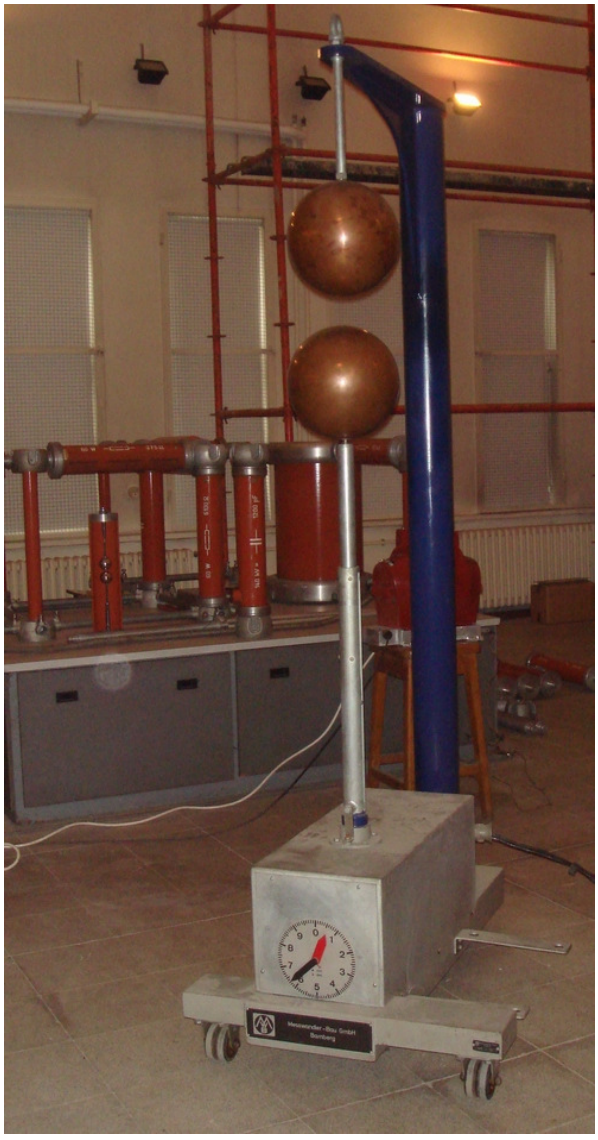
Bu kısımda yüksek gerilim laboratuarlarında, yüksek gerilimlerin tepe değerlerinin ölçülmesinde kullanılan bir küresel elektrot sistemi modellenmiştir. Çalışmanın amacı deneysel olarak belirlenmiş atlama gerilimleri ve açıklıklarında gerilim altında bulunan küredeki en büyük elektrik alan değerinin bulunmasıdır. Elde edilen bu değerler kullanılarak bir denklem takımının oluşturulması ve atlamanın olduğu elektrik alan değeri ile elektrot açıklığı arasında ilişki kurulması amaçlanmıştır.

Benzetim, bir önceki analizde olduğu gibi SEY'i çözüm aracı olarak kullanan bir programla yapılmıştır. Küresel elektrotları taşıyan ayak ve çubuklar eksenel simetriyi bozmaktadır. Eksenel simetriyi sağlamak amacıyla benzetim sadece iki kürenin bulunduğu bir modelle gerçekleştirilmesi durumunda, elde edilecek maksimum elektrik alan değeri gerçeğe yakın olmayacaktır. Bunun nedeni, taşıyıcı düzenin elektrik alana etkisinin ihmal edilemeyecek kadar büyük olmasıdır. Bu sebeple modelleme üç boyutlu olarak tasarlanmıştır.

Benzetim modeli düşey konumda yerleştirilmiş karşılıklı iki küreden ve bunları taşıyan düzenekten oluşmaktadır. Üst küre gerilim altında iken alttaki küre topraklanmıştır. Benzetim 19 farklı küreler arası açıklık ve gerilim değeri için tekrarlanmıştır. Her durumda, gerilim altındaki küre üzerindeki en büyük elektrik alan değeri hesaplanmıştır.

4.2.1 Modelin oluşturulması

Benzetim yapılacak sistem biri gerilim altında diğeri topraklı iki küreden, topraklı küreyi taşıyan silindir ayak, gerilim altındaki küreyi taşıyan silindir ayak ve bu ayağa bağlı dikdörtgen biçimindeki koldan oluşmaktadır. Ayrıca sistemin monte edildiği ve içinde motor ve dişlilerden oluşan hareket düzeninin olduğu dikdörtgen biçimdeki bir kutu mevcuttur.



Şekil 4.34: Küresel elektrot sisteminin önden fotoğrafı

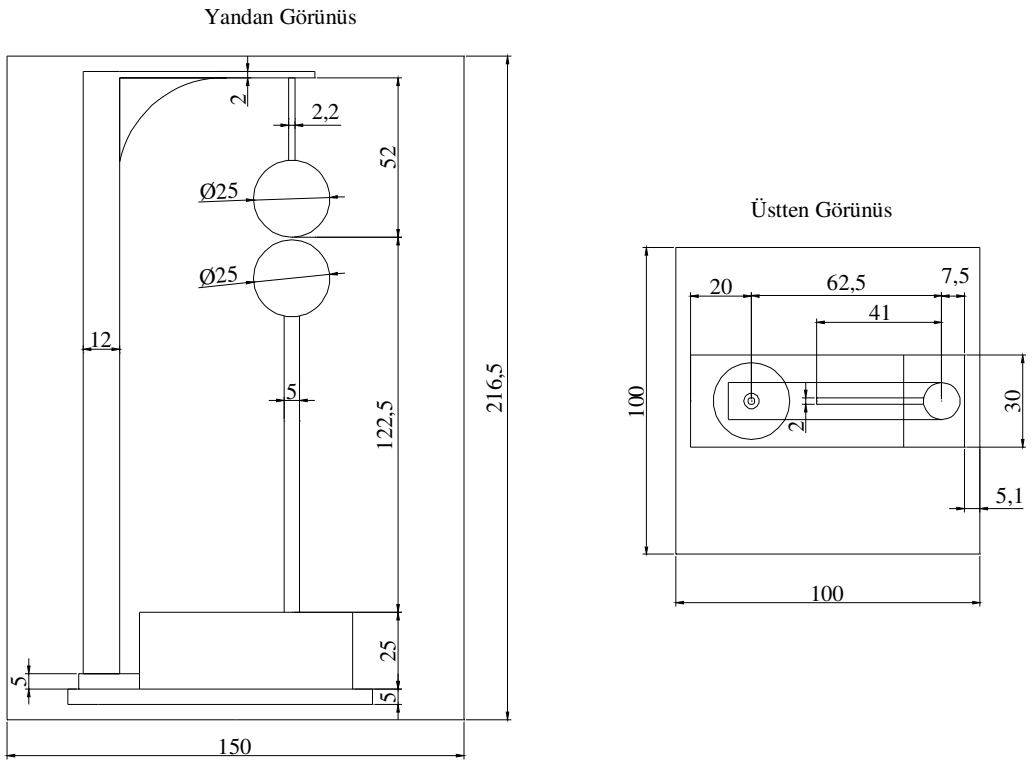
İTÜ Yüksek Gerilim Laboratuvarı'ndaki düzenekten faydalanılarak modellemeye yapılmıştır. Model, gerçek ölçüleri Şekil 4.34 ve 4.35'de fotoğrafı görülen düzenekten alınarak, üç boyutlu olarak kullanılan benzetim programında çizilmiş, malzemeleri tanıtılmış, sınır koşulları belirlenmiştir. Daha sonra oluşturulan model ağa bölünerek, statik alan analizi için SEY kullanılarak çözülerek incelenmiştir.



Şekil 4.35: Küresel elektrot sisteminin yandan fotoğrafı

4.2.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları

İstanbul Teknik Üniversitesi Maslak Yerleşkesi Yüksek Gerilim Laboratuarı'nda bulunan 25 cm çaplı küresel elektrot sisteminin yaklaşık boyutları alınarak modelleme yapılmıştır. Şekil 4.36'da sistemin yandan, üstten görünüşünü ve boyutları görülmektedir. Şekil 4.32'daki boyutlar santimetre cinsindendir.



Şekil 4.36 : Küresel elektrot sisteminin yandan ve üstten görünüşü (ölçüler santimetre cinsindendir).

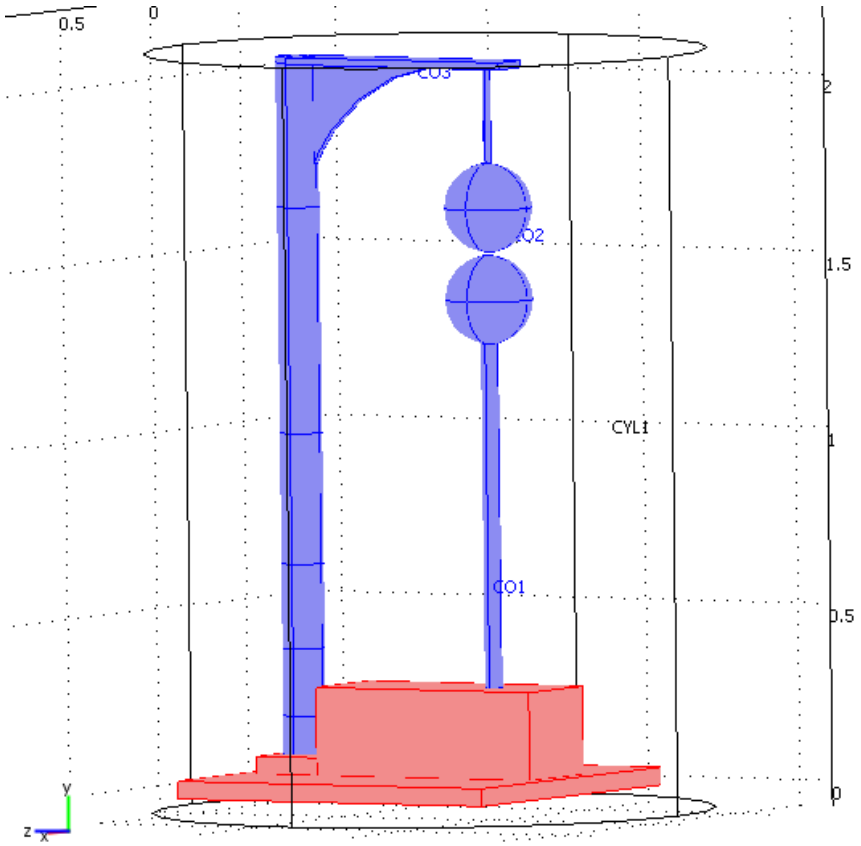
Ölçülerin gösteriminde karışıklık yaratmamak için üstten görünüşe en dıştaki kabın şekli çizilmemiştir. Bölüm 4.1.1.1'de açıklandığı üzere 216,5 cm ve 150 cm boyutlarındaki kabın modelde bulunmasının amacı sonlu, kapalı bir hacim elde etmektir. Küresel elektrot sistemi 2 adet bakırdan yapılmış 25 cm çaplı küreden ve bunları taşıyan ayak ve kol düzeneğinden oluşmuştur. Üstteki küre sabitlenmiş ve gerilim altındadır. Alttaki küre ise düşey eksen boyunca hareketli ve topraklanmıştır. Üstteki küreyi taşıyan 2,2 cm çapındaki çubuk ve alttaki kürenin bağlandığı 5 cm çaplı çubuk sacdan imal edilmiştir. Bu parçalar iletken olduklarından modelde bağıl dielektrik sabitleri 1 alınmıştır.

Küresel elektrot sistemindeki topraklı kürenin hareketini sağlayan elektromekanik mekanizma 25 cm yüksekliğe, 30 cm genişliğe ve 70 cm uzunluğa sahip sacla kapatılmış kutunun içerisinde bulunmaktadır. Ayrıca üst kürenin havada asılı kalmasını sağlayan 12 cm çaplı pleksiglastan yapılmış silindir çubuğun monte edildiği 5 cm kalınlığında 30 cm genişliğinde ve 20 cm uzunluğundaki sac kutu ise elektromekanik mekanizmanın bulunduğu kutuya sabitlenmiştir. Bu iki dikdörtgenler prizması şeklindeki cisimler topraklanmış ve bağıl dielektrik sabitleri 1 alınmıştır.

Şekil 4.36'da yandan görünüşte görülen 5 cm kalınlığındaki 100 cm uzunluğunda ve genişliğindeki cisim ise sistemin konulduğu yeri temsil etmektedir. Bunun yapılmasının amacı elektrik alan dağılımının mümkün olduğunca gerçeğe yakın olmasını sağlamaktır. Laboratuar ortamında bu sistem beton zemine yerleştirilmiştir. Benzetimde zemini gerçek boyutları ile tanımlamak, çözümün elde edilmesini zorlaştıracağından şekilde görülen boyutlar kullanılmıştır. Ayrıca bu parçanın dielektrik sabiti 1 olarak alınmıştır.

25 cm çaplı kürenin bağlandığı 2 cm kalınlığındaki kol ve bu kolun bağlı olduğu 12 cm çaplı silindir yalıtkan malzeme olan fiberglastan yapılmıştır. Fiberglasın dielektrik sabiti 5 alınmıştır.

Şekil 4.36'da görülen model, küreler arası açıklığın 1 cm olduğu durumdur. Üstteki küre sabit kalmak koşulu ile alttaki küre düşey eksende 1, 1,2, 1,4, 1,5, 1,6, 1,8, 2, 2,2, 2,4, 2,6, 2,8, 3, 3,5, 4, 4,5, 5, 5,5, 6 cm kaydırılarak model tekrar oluşturulmuştur. Küreler arası açıklık 1 cm olduğu durumda oluşturulan model Şekil 4.37'de gösterilmiştir.



Şekil 4.37: Küresel elektrot sistemi modeli (küreler arası açıklık: 1 cm)

4.2.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması

Benzetimin bir sonraki aşaması olan modelin sınır koşullarının tanımlama işlemi yapılmıştır. Atlama anındaki maksimum elektrik alan değerlerin elde edilmesi amaçlandığından her küreler arası açıklıkta gerilim altındaki küre ve 2,2 cm çaplı taşıyıcı çubuğun yüzeyine uygulanan Dirichlet sınır koşulu Çizelge 4.2 doğrultusunda verilmiştir. Çizelgede verilen atlama gerilimleri 20 ^{o}C sıcaklığa ve 1013 milibar (0 ^{o}C'de 760 mmHg) basınca sahip hava ile dolu ortam ve 25 cm çaplı küre için geçerlidir.

Şekil 4.37'de kırmızı ile işaretlenmiş kısma ise toprak potansiyeli uygulanmıştır. Ayrıca silindir kap yüzeyine ise Neumann sınır koşulu tanımlanmıştır.

Kısım 2.9'da açıklandığı üzere iletken içinde elektrik alan değeri sıfıra eşittir. Bu nedenle iletkenin yüzeyi dışındaki kısımlarının benzetime katılmaması gerekmektedir. Bunu sağlamak amacıyla iletken malzemeler (yüzeyi hariç) geometriden çıkartılır.

Çizelge 4.2 : Küre ve taşıyıcı çubuğa ait Dirichlet sınır koşulu

Küreler arası açıklık (cm)	Atlama Gerilimi (kV)
1,0	31,7
1,2	37,4
1,4	42,9
1,5	45,5
1,6	48,1
1,8	53,5
2,0	59,0
2,2	64,5
2,4	70,0
2,6	75,5
2,8	81,0
3,0	85,5
3,5	99,0
4,0	112
4,5	125
5,0	137
5,5	149
6,0	164
6,5	173

Kısım 3.1.1.1'de de belirtildiği üzere, program silindirsel kabın dielektrik sabitinin değerini çözümleme yaparken dikkate almamaktadır. Bunun birinci nedeni program terimi ile yüzeyin zero charge/ symmetry seçilmesi yani deplasman vektörünün normal bileşeninin sıfıra eşit olmasıdır. Silindirsel kap, modeli sınırlayarak, bir başka deyişle kap yüzeyinin dışında elektrik alan ve elektrik potansiyel değerinin hesabının yapılmayacağını belirtmektedir. Yüzeyin bu şekilde tanımlanması benzetim süresinin azalmasını sağlar.

12 cm çapındaki yalıtkan malzemeden yapılmış silindir taşıyıcı için Continuity özelliği tanımlanmıştır. Bu, süreklik olarak da ifade edilen ve iki ortam arasında, her bir ortamın deplasman vektörünün normalinin farkının sıfıra eşit olduğu durumu gösterir. Taşıyıcı ayak üzerinde oluşan elektrik alan dağılımının sürekli olması gerektiğinden süreklilik özelliği programda bu cisim için tanımlanmıştır.

Sınır koşulları belirlendikten sonra programa girilen parametrelerle sonlu elemanlar ağı en uygun şekilde oluşturulur. Ağ oluşturulurken hacim içerisinde düzgün dörtyüzlü elemanlar, sınırlarda ise üçgen elemanlar kullanılır. Benzetimin yapıldığı programda ağın yapısını belirleyen değerler Çizelge 4.3'de verilmiştir.

Çizelge 4.3 : Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler

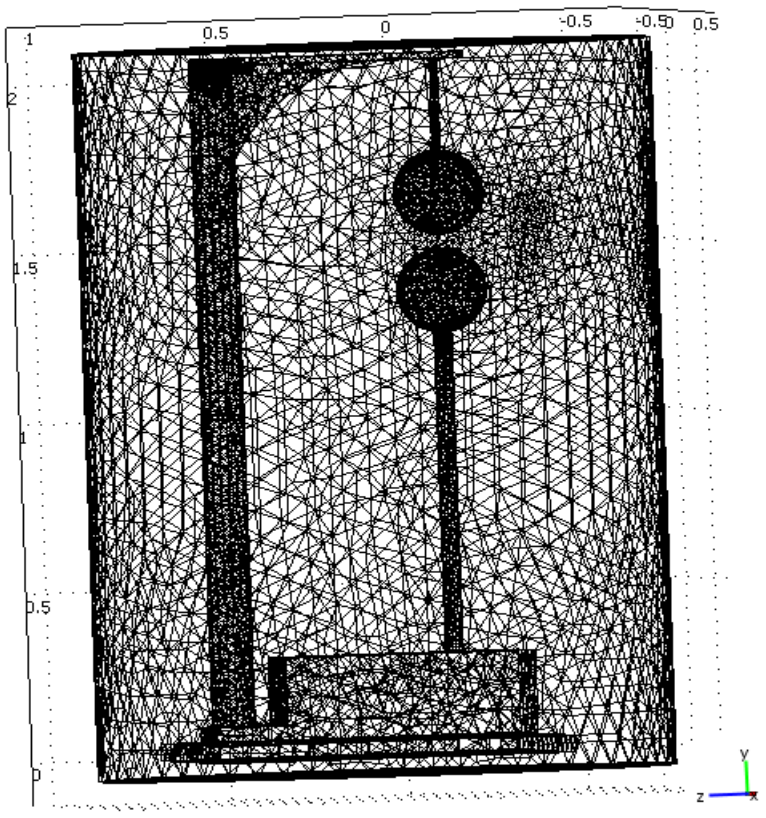
Maximum Element Size Scaling Factor	0.4
Element Growth Rate	1.45
Mesh Curvature Factor	0.5
Mesh Curvature Cutoff	0.02
Resolution of Narrow Regions	0.6

Ayrıca benzetim sonuçlarının gerçeğe yakın değerler vermesi amacıyla küreler yüzeyindeki ağ yapısı özellikleri Çizelge 4.4'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.4 : Küre yüzeyine ilişkin ağ yapısını belirleyen özellikler

Element Growth Rate	1.2
Mesh Curvature Factor	0.3
Mesh Curvature Cutoff	0.005

Kürelerin yüzeyindeki ağ yapısının genel modelden farklılaştırılması ağın bu yüzeyde daha sık olmasını sağlamıştır. Şekil 4.38'de küreler arası açıklığın 4 cm olduğu durumdaki ağ yapısı verilmiştir.

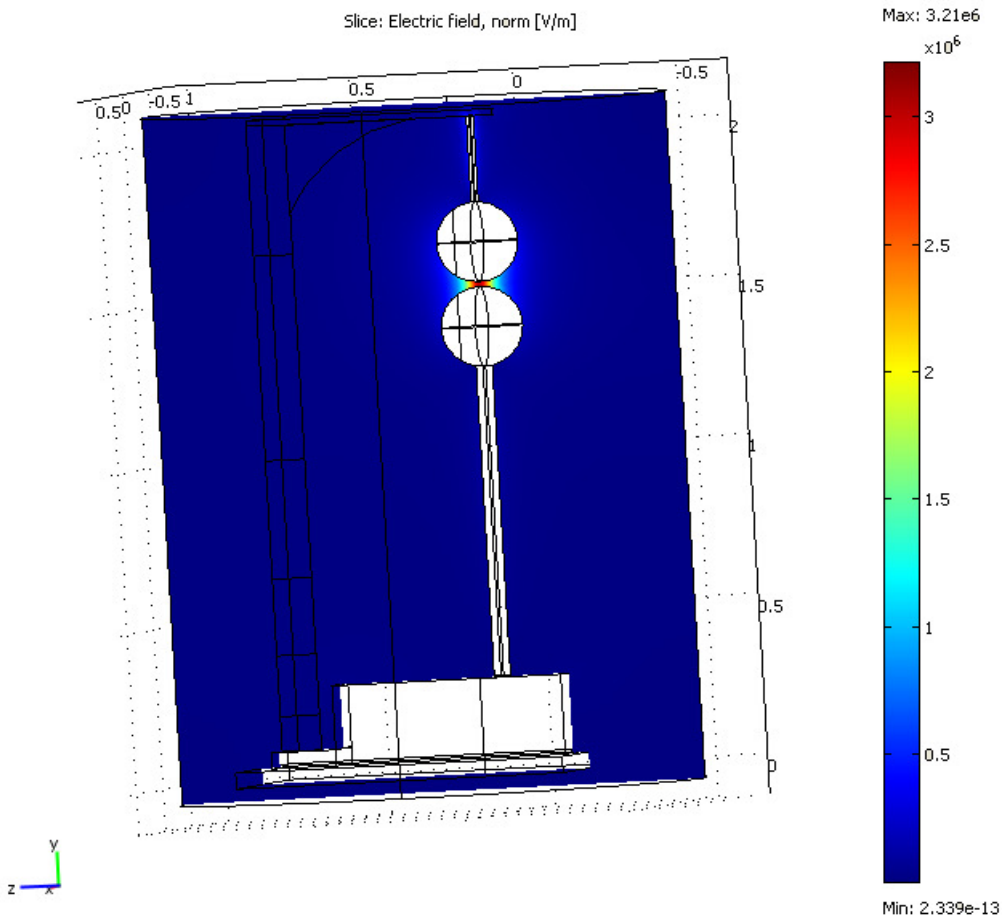


Şekil 4.38 : Küresel elektrot sistemi için SEY ağ yapısı
(küreler arası açıklık 4 cm)

Ağ her yüzü üçgen olan dörtyüzlü elemanlardan (tetrahedral) oluşmuştur. Şekil 4.38'deki örnek için 329595 eleman, 59051 düğüm noktası kullanılarak ağ oluşturulmuştur. Sınırlarda ise 21054 adet üçgen eleman kullanılmıştır.

4.2.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları

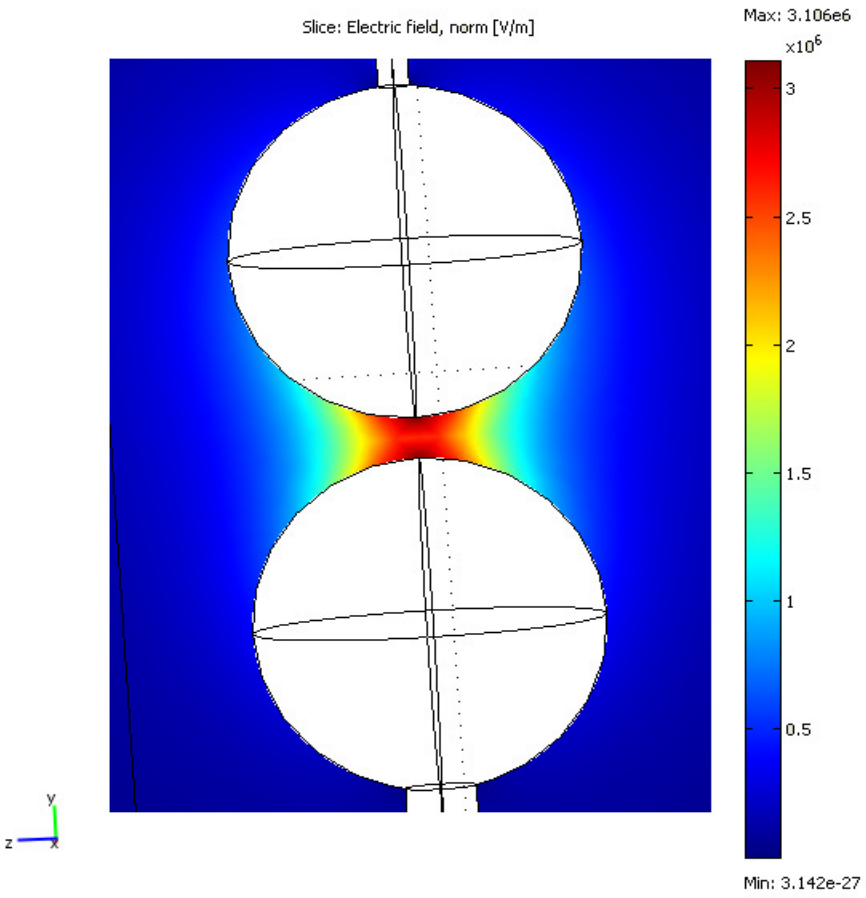
Ortamda yük bulunmadığı varsayılmıştır. Bu nedenle sistemin elektrik alan ve potansiyel dağılımının elde edilmesi için üç boyutlu Kartezyen koordinatlarda Denklem **(2.56)**'da ifade edilen Laplace denklemini SEY ile çözülmüştür. Çizelge 4.2'deki verilen açıklık değerlerine göre 19 durum için çözümleme yapılmıştır.



Şekil 4.39: Küresel elektrot sistemi için elde edilen elektrik alan dağılımı (küreler arası açıklık 1,5 cm)

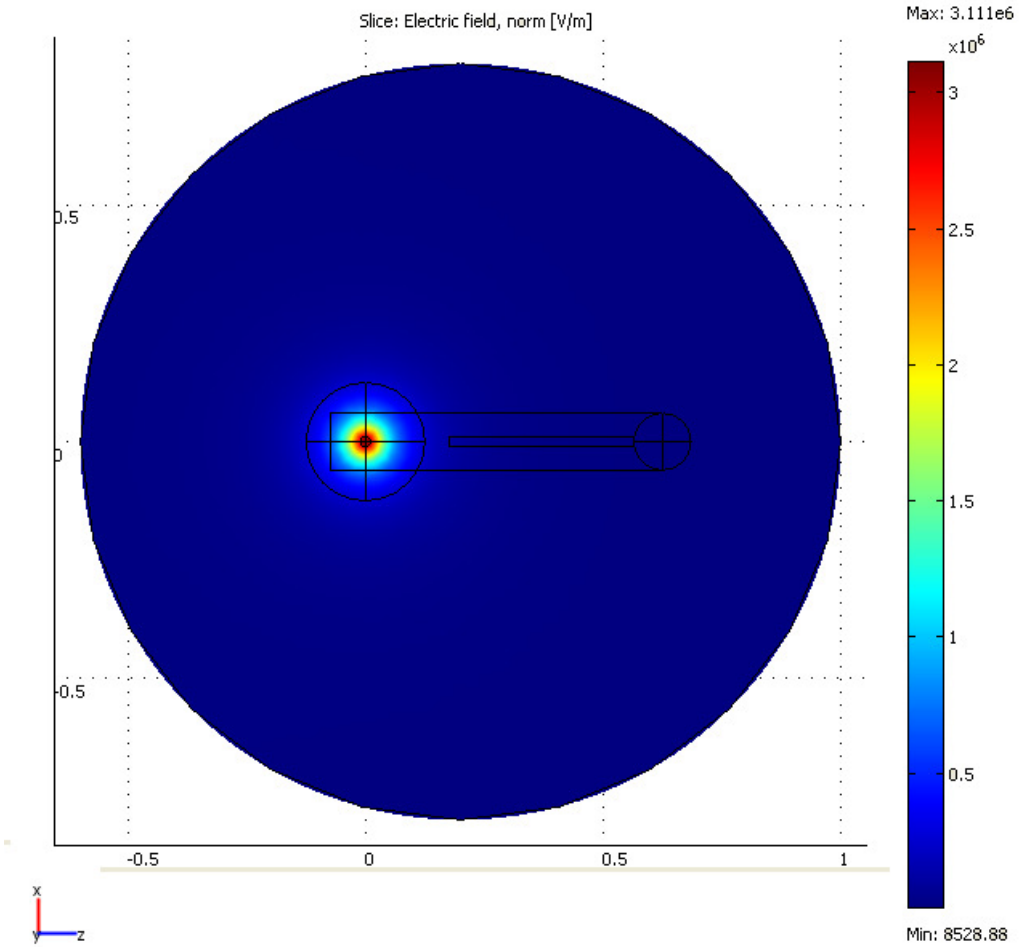
Elektrik alan dağılımına ilişkin grafik Şekil 4.39'da görülmektedir. Elektrik alan, gerilim altındaki küre ile topraklanmış kürelerin birbirine en yakın olduğu bölgede en büyük değerlere ulaşmıştır. Atlama veya havanın delinme olasılığı en fazla bu bölgede olacağı açıktır. Şekilde gösterilen yüzeyde elektrik alanın en büyük değeri değeri 3,21 x 10^{6} V/m ve en küçük değeri ise 2,339 x 10^{-13} V/m'dir.

Şekil 4.40'da küreler arası açıklığın 3 cm olduğu durumdaki elektrik alan dağılımı verilmiştir. En büyük elektrik alan değeri gerilim altındaki kürenin alt noktasında olacağından alan dağılımının daha net görülebilmesi amacıyla şekil yaklaştırılmıştır. Kürelerin birbirine bakan en yakın noktalarında alanın en büyük değere ulaştığı ve aradaki uzaklık arttıkça alan değerinin küçüldüğü bu şekilde daha açık görülebilmektedir. Bu durumda elektrik alan değeri 3,106 x 10^{6} V/m ile 3,142 x 10^{-27} V/m arasında değişmektedir.



Şekil 4.40: Küresel elektrot sistemi için elektrik alan dağılımı (küreler arası açıklık 3 cm)

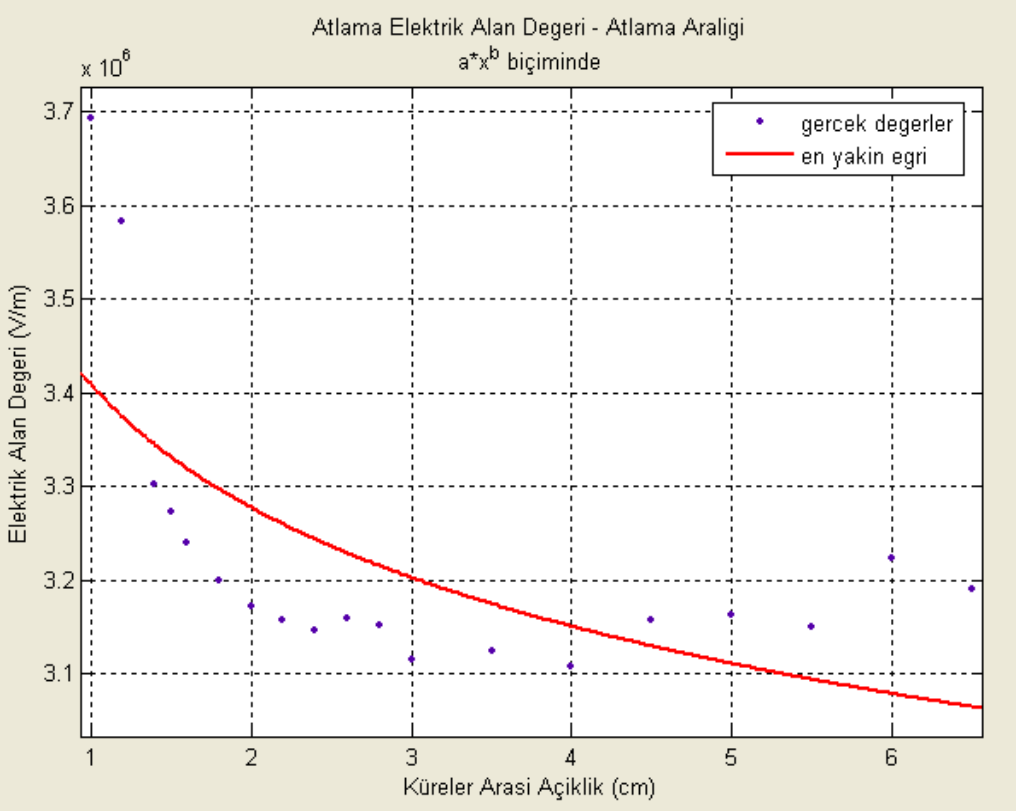
Şekil 4.41'de ise açıklığın 1,2 cm olduğu durum ele alınmıştır. Taşıyıcı yalıtkan silindirin elektrik alan değerine etkisini göstermek amacıyla yatay düzlemde elektrik alan dağılımı çizdirilmiştir. Yüzey kartezyen koordinatlarda xz düzleminde ve y = 1,53 m yüksekliğinde bulunmaktadır. Bu yüzey iki küre arasının tam orta noktasını içermektedir. Yalıtkan taşıyıcı üzerinde de bir elektrik alanın oluştuğu görülmektedir. Modelin üç boyutlu yapılmasının en önemli amacı da budur. Eğer taşıyıcı, modelde ihmal edilmiş olsaydı, elde edilen elektrik alan değeri gerçeği yansıtmayacaktı. Bu durumda ise elektrik alanın en büyük değeri 3,111 x 10^6 V/m ve en küçük değeri 8528,88 V/m'dir.



Şekil 4.41 : Küresel elektrot sistemi için elektrik alan dağılımı (küreler arası açıklık 1,2cm)

4.2.3 Sonuçlar ve değerlendirme

Bu tezin, bu kısmının amacı yüksek gerilim laboratuarlarında kullanılan küresel elektrot sistemine ilişkin en büyük elektrik alan değerlerinin elde edilmesidir. Bu değerlerin bulunması amacıyla deneysel olarak kanıtlanmış belirli küre açıklıklarındaki atlama gerilimleri kullanılmıştır. Teoriden bilindiği üzere elektrik alan değerinin en büyük olduğu yer, gerilim uygulanmış kürenin topraklanmış küreye en yakın olduğu noktadır. Bu durum benzetimde de elde edilmiştir. Şekil 4.42'de gerilim altındaki kürenin en büyük elektrik alan değerlerine ilişkin grafik görülmektedir. Topraklı küre ile gerilim uygulanmış küre arasındaki santimetre cinsinden açıklıktaki, gerilim altındaki kürenin en büyük elektrik alan değeri grafikte görülmektedir. Mavi nokta ile belirtilmiş değerler benzetim sonucunda alınan değerleri, kırmızı ile gösterilen eğri ise bu noktalar kullanılarak elde edilen en yakın grafiği göstermektedir.



Şekil 4.42 : Gerilim uygulanmış kürenin en büyük elektrik alan değerinin küreler arası açıklık değerine göre grafiği

En yakın eğri $A.x^B$ biçimindedir. Denklemin tam ifadesi

$$3409.10^3 x^{-0.05694} \qquad \textbf{(4.2)}$$

dir. Grafikten görüleceği üzere elektrik alan değeri açıklık arttıkça azalmakta ve bu azalma üstel şekilde olmaktadır. Denklemi elde edilen bu eğri, deneyle belirlenmemiş açıklıklar için en büyük elektrik alan değerini bulmak amacıyla kullanılabilir. Bu çalışma farklı elektrot düzenekleri için tekrarlanarak yeni eğri takımları elde edilmesi bir sonraki adım olarak öngörülebilir. Bunun yanında ortamın koşullarını veya ortamda bulunan yalıtkan gazın değiştirilmesi yapılan çalışmanın daha ileriye götürülmesini sağlar.

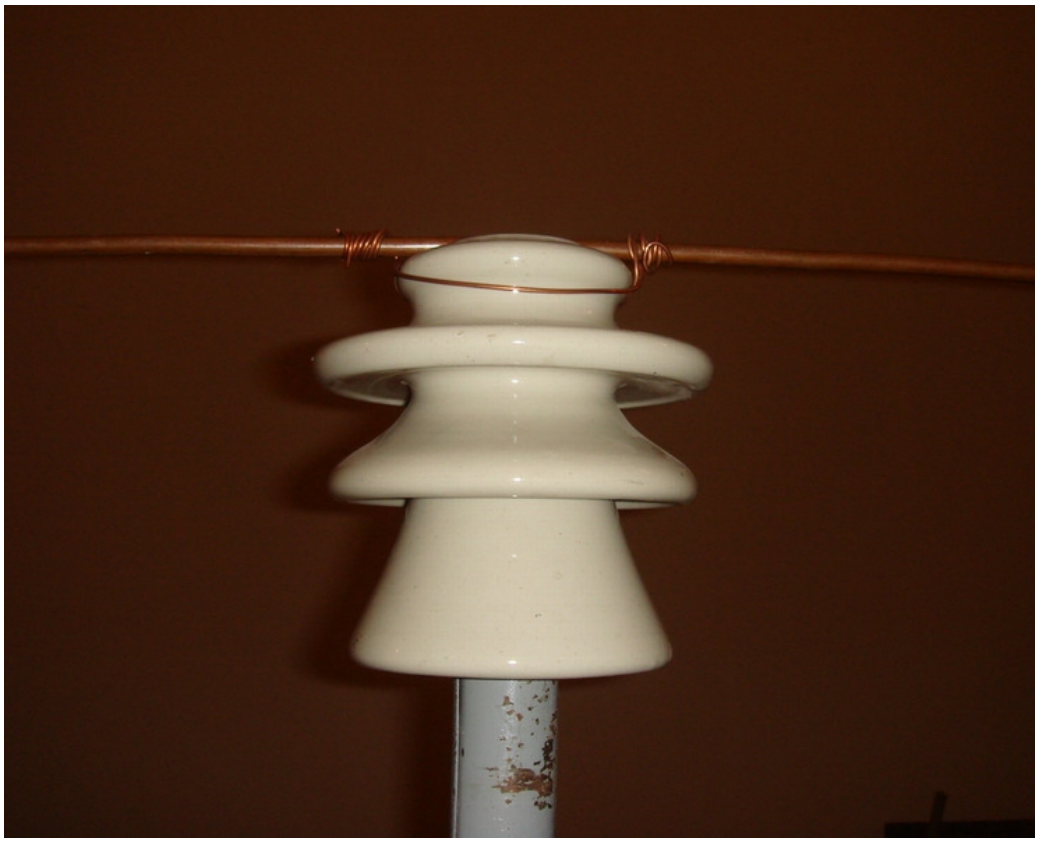
4.3 10 kV'luk Mesnet İzolatöründe Su Damlasının Elektrik Alan Dağılımına Etkisinin İncelenmesi

Hava hattı izolatörleri, enerjinin çıplak iletken vasıtasıyla direkler üzerinde taşındığı sistemlerde kullanılan yalıtım ve taşıma amaçlı kullanılan malzemelerdir. Hava hattı izolatörleri direk ile iletkeni elektriksel olarak yalıtır ayrıca iletkeni sabitlemek amacı ile kullanılır. Genellikle porselen malzemeden imal edilirler. Bu izolatörler açık havada direklerin üzerinde bulunduklarından, yağmur, kar ve toz gibi hava koşullarına maruz kalırlar. Bu koşullar izolatörün yalıtım seviyesini olumsuz yönde değiştirerek daha düşük gerilim seviyelerinde atlamanın oluşmasına neden olabilir. Ayrıca bu koşullar elektrik alan dağılımını olumsuz yönde etkileyecektir, bu da yüksek gerilim izolatörlerinde işletme ömrünün azalmasına neden olacaktır [6]. Yapılan bu benzetimin amacı olumsuz hava koşullarından biri olan yağmur etkisini modellemektir [5].

Benzetimde Çanakkale Seramik firması tarafından üretilen VDH-10 tipi mesnet izolatörü model olarak kullanılmıştır. Bu izolatörün anma işletme gerilimi 10 kV'tur. Modelleme yapılırken üretici firma katalogundan alınan boyutlar kullanılarak çizim yapılmış, iletken ve izolatörü direğe sabitlemek için kullanılan pim modele katılmıştır. Yağmur, izolatör üzerinde bulunan tek bir su damlası olarak göz önüne alınmış ve çizilmiştir. Su damlasının konumu değiştirilerek SEY yardımı ile elektrik alan dağılımı elde edilmiş. Ayrıca iki su damlasının olduğu durumda da benzetim yapılmıştır. Model üç boyutlu olarak tasarlanmıştır. Bunun nedeni su damlasının ve iletkenin eksenel simetriyi bozmasıdır.

4.3.1 Modelin oluşturulması

Model, 10 kV'luk porselen mesnet izolatörü, bakırdan yapılmış izolatör pimi ve alüminyum iletkenden oluşmuştur. Şekil 4.43 örnek bir porselen izolatör fotoğrafını içermektedir. Şekilde görülen bakır iletken izolatöre uygulamada olduğu gibi bağlanmıştır. Modelin daha kolay oluşturulması ve çözümlemenin kolaylaşması amacı ile iletkeni izolatöre bağlayan tel modele eklenmemiştir.

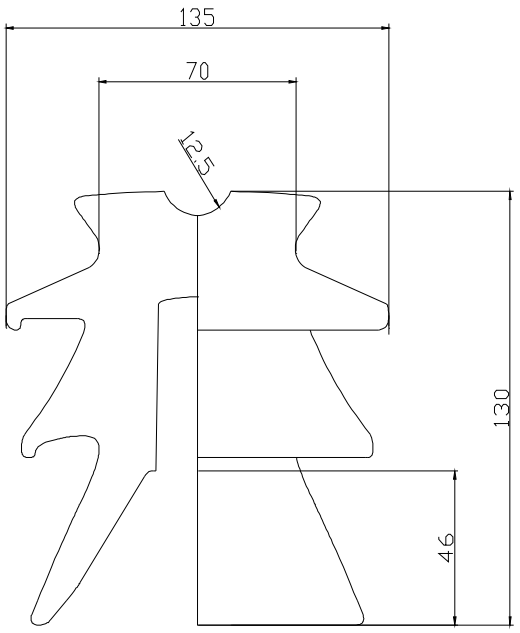


Şekil 4.43: 10 kV'luk mesnet izolatörü, pim ve iletkene ait fotoğraf

İzolatör üzerine belirli açılarla yarı küre biçimde su damlası yerleştirilmiştir. Son benzetim için izolatör üzerine iki su damlası yerleştirilerek model oluşturulmuştur. Model gerçek ölçüleri ile üç boyutlu olarak kullanılan benzetim programında çizilmiş, malzemeleri tanıtılmış, sınır koşulları belirlenmiştir. Daha sonra oluşturulan model ağa bölünerek, statik alan analizi için SEY kullanılarak çözülerek incelenmiştir.

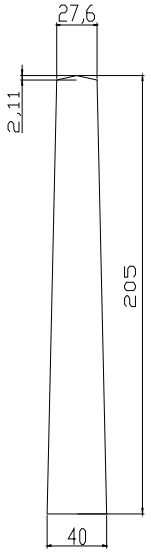
4.3.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları

Şekil 4.44, VHD-10 tipi mesnet izolatörün çizimini göstermektedir [19]. İzolatörün en dış çapı 135 mm olup yüksekliği ise 130 mm'dir. Şekilde iç detayı göstermek amacıyla çizim düşey eksende ikiye bölünerek yapılmıştır. Sağ kısım izolatörün dıştan görünüşünü, sol kısım ise iç detayı göstermektedir. Gerçekte izolatörü direğe sabitleyen pim üzerinde ve izolatörün pim yuvasında yivler bulunmaktadır. Modellemenin zorlaşmaması amacıyla bu yivler ihmal edilmiştir. Bu izolatör için programda malzeme tanımlanırken bağıl dielektrik sabiti 4,4 alınmıştır.



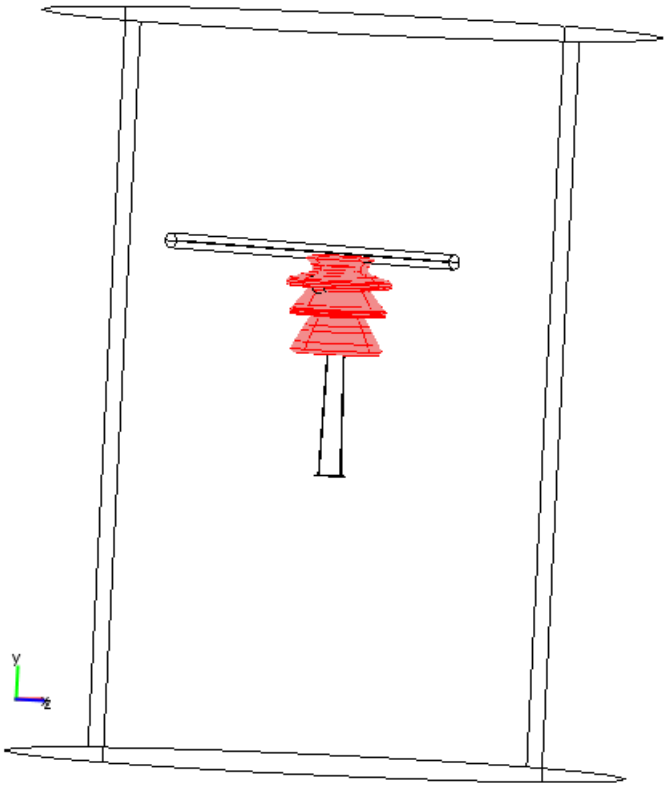
Şekil 4.44 : VHD-10 tipi mesnet izolatörün boyutları(ölçüler milimetre cinsindendir)

Pimin (saplama) boyutlarını gösteren çizim, Şekil 4.45'de verilmiştir. Çizimde ölçüler milimetre cinsindendir. Pimin boyu 20,5 cm ve en alt genişliği 4 cm'dir. Modellemede direk öngörülmediğinden pimin boyu mümkün olduğunca uzun tutulmuştur. Böylece direk nedeniyle oluşacak elektrik alan dağılımı değişimleri en aza indirilmeye çalışılmıştır. Pimin demirden yapıldığı öngörülmüş ve bağıl dielektrik sabiti 1 alınmıştır.



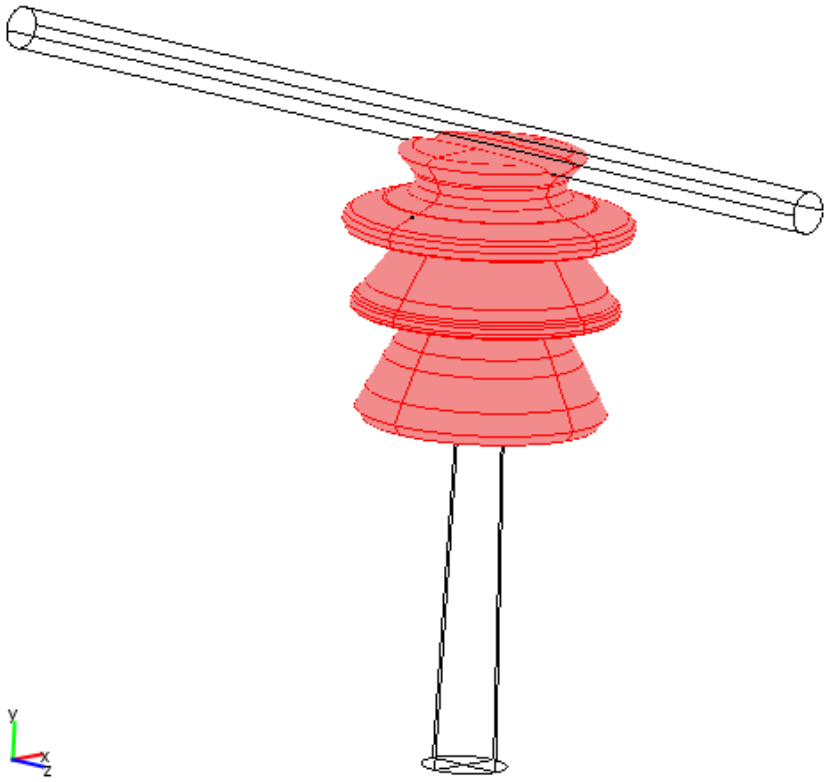
Şekil 4.45: Pimin (saplamanın) şekli ve boyutları (ölçüler milimetre cinsindendir)

Benzetimde iletkeni 2 cm çapında ve 50 cm uzunluğunda silindir temsil etmektedir. İletkende oluşan sehim modelde göz ardı edilmiştir. Kanada standardı anma adı Canna, anma çapı 18,36 mm olan iletkene yakın bir çap değeri alınmıştır. İletkenin tek bir damardan oluştuğu ve çelik özün bulunmadığı varsayılmıştır. İletken malzemesi olarak alüminyum seçilmiş ve programa bağıl dielektrik sabiti 1 olarak tanıtılmıştır. Şekil 4.46'da modelin üç boyutlu görüntüsü bulunmaktadır.



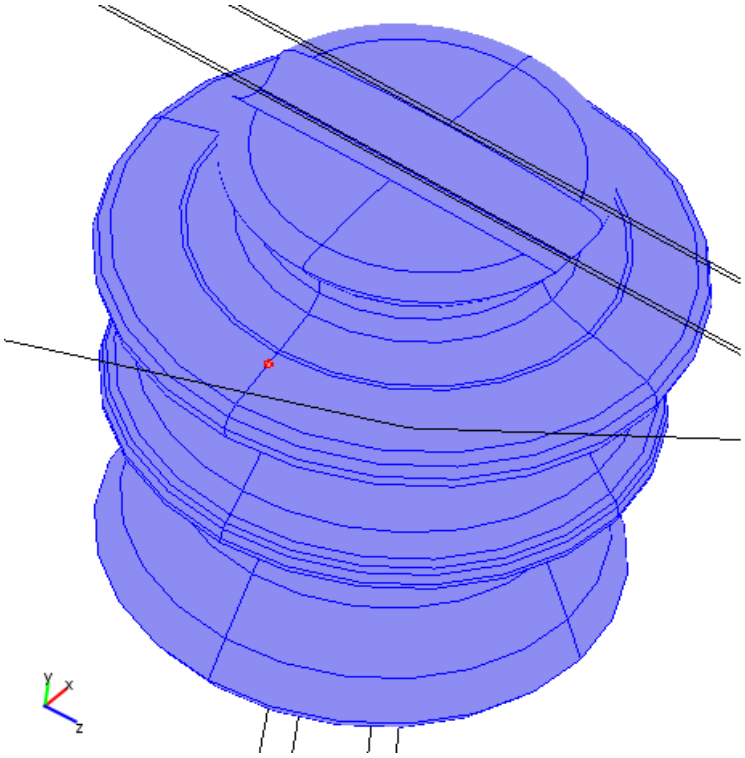
Şekil 4.46: İzolatör ve iletken modeline ait üç boyutlu çizim

Şekil 4.46'dan görüleceği üzere sonlu bir hacim elde etmek amacıyla 100 cm yüksekliğinde ve 80 cm çapında bir silindir, izolatör, iletken ve saplamayı içine alacak şekilde çizilmiştir. Şekil 4.47'de ise modelin üç boyutlu çizimine ait daha yakından görüntüsü bulunmaktadır.



Şekil 4.47: İzolatör ve iletken modeline ait üç boyutlu çizim (yakın görünüm)

Su damlası yaklaşık olarak yarım küre şeklindedir. Çizim yapılırken bir milimetre çapındaki küre izolatörün üzerine yerleştirilmiş ve izolatör yüzeyi ile kesişen kısım silinmiştir. Su damlasının yaklaşık yarım küre olarak ifade edilmesinin nedeni, su damlasının tabanının izolatörün eğimli yüzeyine oturmasıdır. Su damlası en üst eteğe xz düzleminde iletkene 90 derece açı yapacak şekilde yerleştirilmiştir. Aynı düzlemde izolatörün merkezinden geçen sanal eksen çevresinde 15'er derecelik açılarla döndürülmüştür. Su damlası sıfır (iletkende dik), 15, 30, 45, 60, 75, 90 (iletkene paralel) derecelik konumlarda iken modellenmiştir. Ayrıca iki adet su damlasının bulunduğu durumda da çizim yapılmıştır. Bu durumda ise su damlaları 45 ve 60 derece açı yapacak şekilde konumlandırılmıştır. Suyun bağıl dielektrik sabiti 80 olarak programa tanıtılmıştır.



Şekil 4.48: İzolatör üzerindeki su damlasının görüntüsü (su damlası iletkene dik konumda)

Su damlasının xz düzleminde iletkene dik olduğu konum Şekil 4.48'de verilmiştir. Şekilde kırmızı renkli yarı küre su damlasını temsil etmektedir.

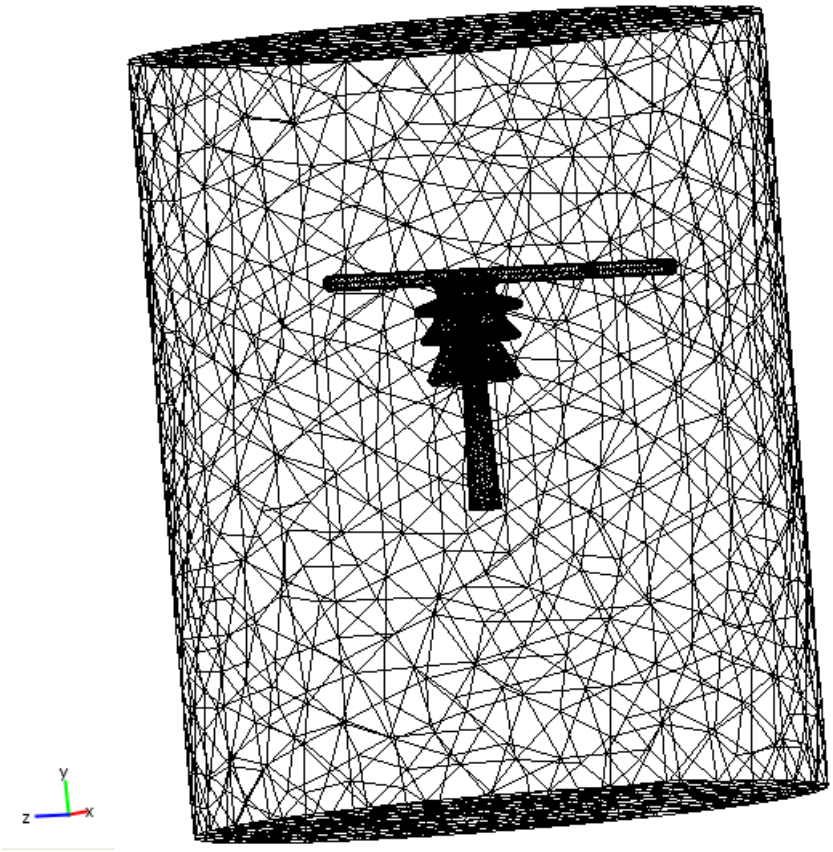
4.3.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması

SEY ile çözüm yapılabilmesi amacıyla oluşturulan model malzeme tanıtımından sonra sınır koşulları belirlenerek en uygun ağa bölünmüştür. İletken anma işletme gerilimi olan 10 kV potansiyel değerine sahiptir ve tanımlanan bu sınır koşulu Dirichlet sınır koşuludur. Ayrıca izolatör saplamasına yine Dirichlet sınır koşulu olarak toprak potansiyeli tanımlanmıştır. En dışta bulunan silindir kaba ise Neumann sınır koşulu uygulanmıştır.

İzolatör ve su damlası üzerindeki elektrik alan dağılımı sürekli olması gerektiğinden, bu cisimlere Continuity (süreklilik) özelliği programda atanmıştır. Böylece izolatör veya su damlasından diğer ortama geçerken, bu iki ortamın deplasman vektörlerinin normalleri farkı sıfıra eşit olacaktır.

İletken malzemelerin iç kısımlarında elektrik alan değeri sıfıra eşit olduğundan, hava hattı iletkeni ve pimin yüzeyi haricindeki kısımlarında ağın oluşturulmaması

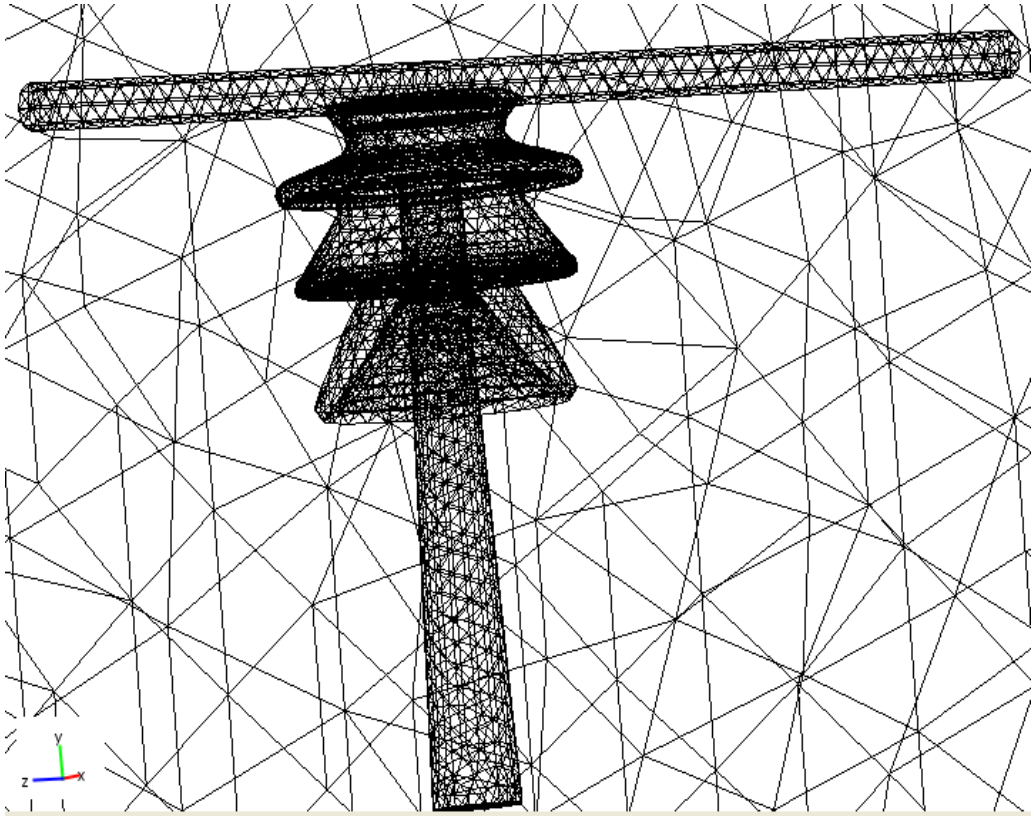
gerekmektedir. Bu nedenle kullanılan programda, iletken kısımlar geometriden çıkartılır. Böylece iletkenlerin sadece yüzeylerinde ağ oluşturulur. Şekil 4.49'de tüm modelin, Şekil 4.50'de ise izolatörün ve iletken yüzeylerin ağ yapısı görülmektedir.



Şekil 4.49: İzolatör – iletken modelinin ağa bölünmüş görüntüsü

Çizelge 4.5: Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler

Maximum Element Size Scaling Factor	0.8
Element Growth Rate	1.45
Mesh Curvature Factor	0.5
Mesh Curvature Cutoff	0.02
Resolution of Narrow Regions	0.6



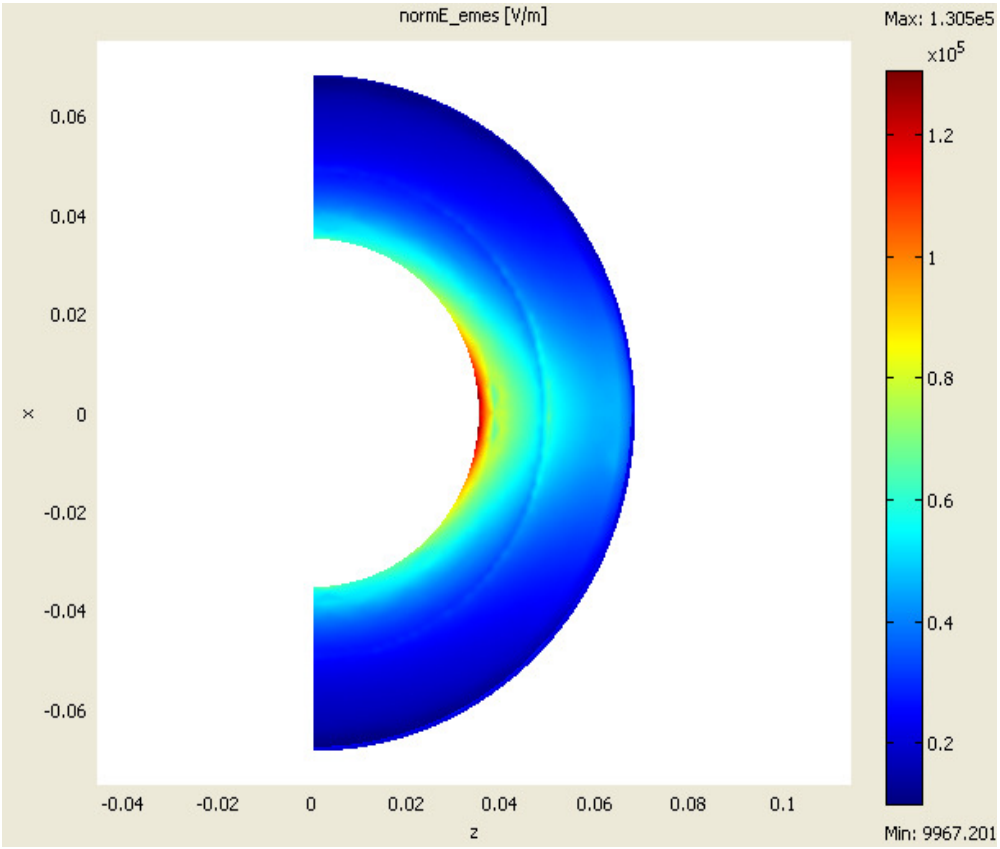
Şekil 4.50: İzolatör – iletken modelinin ağa bölünmüş görüntüsü (yakın görünüm)

Ağ, hacim içerisinde düzgün dörtyüzlü elemanlardan, sınırlarda ise üçgen elemanlardan oluşmuştur. Benzetimin yapıldığı programda ağın yapısını belirleyen değerler Çizelge 4.5'de verilmiştir.

4.3.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları

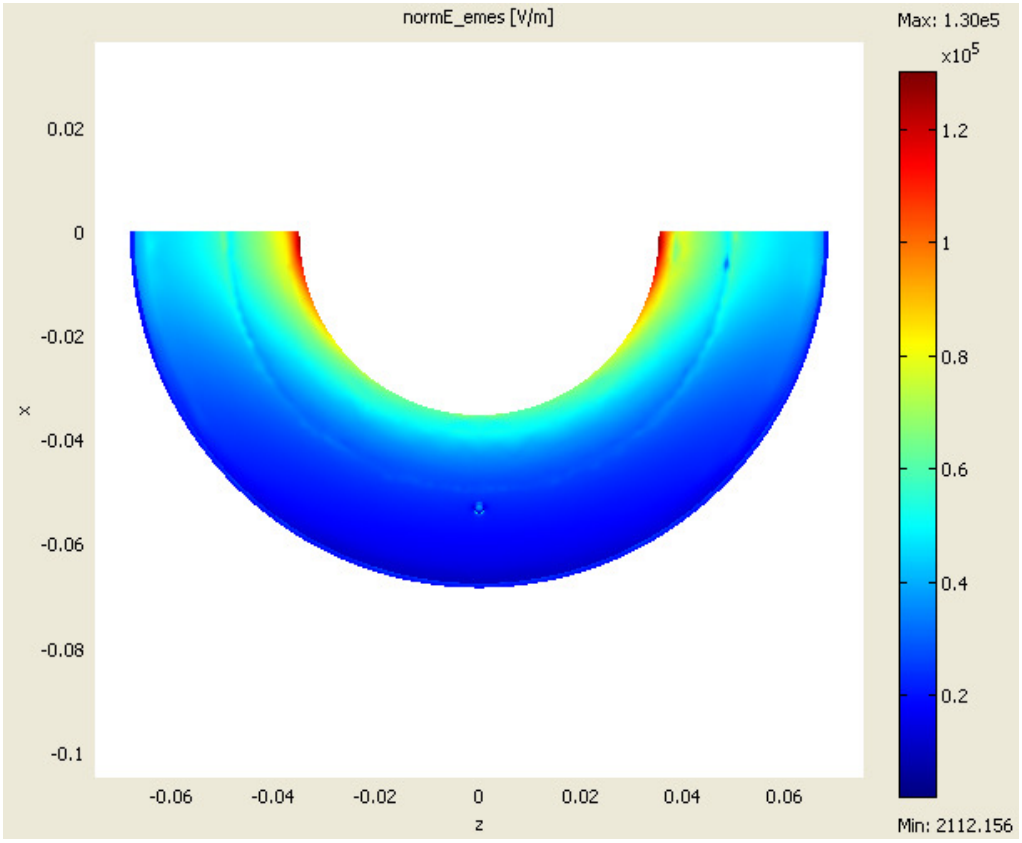
Ortamda yük bulunmadığı varsayılarak Laplace denklemi SEY yardımıyla çözülmüş ve elektrik alan dağılımı elde edilmiştir. Su damlasının olmadığı ve su damlasının sekiz farklı konumda olduğu model için çözümleme yapılmıştır.

Şekil 4.51'de su damlasının olmadığı durumda izolatörün en üst eteği üzerindeki elektrik alan dağılımı görülmektedir. Şekilden görüleceği üzere iletkene yakın bölgelerde elektrik alan değeri büyümüştür.



Şekil 4.51: İzolatörün en üst eteğindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının olmadığı durum)

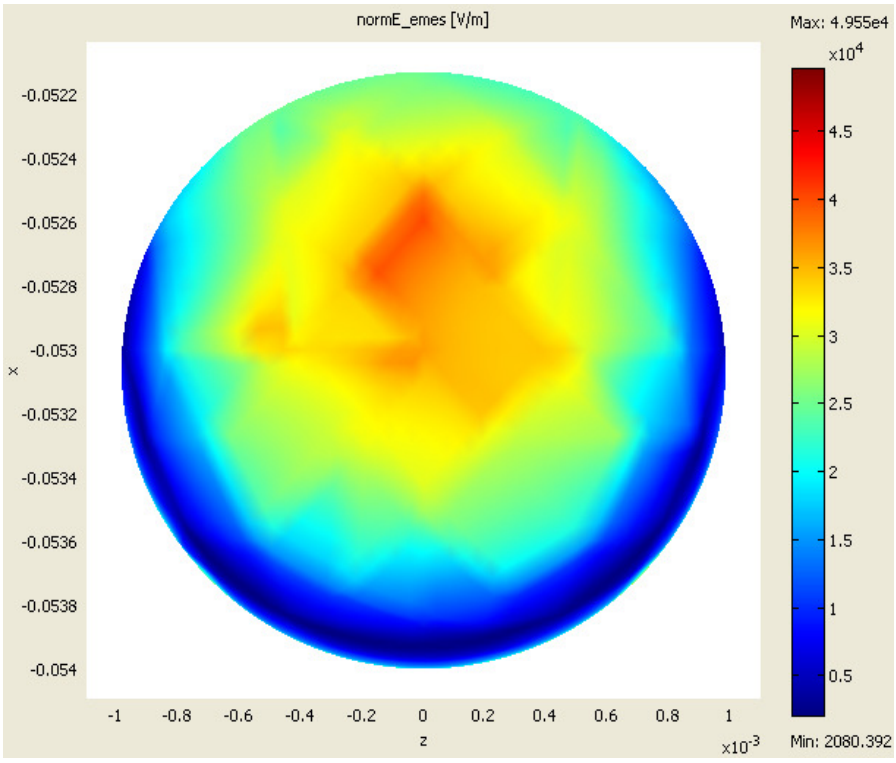
Bu durumda elektrik alan değeri 1,305 x 10^5 V/m ile 9967,201 V/m arasında değişmektedir. Su damlasının xz düzleminde iletkene dik olduğu durumda en üst etekteki elektrik alan dağılımı Şekil 4.52'de görülmektedir. En büyük elektrik alan değeri 1,30 x 10^5 V/m iken en küçük elektrik alan değeri 2112,156 V/m'dir.



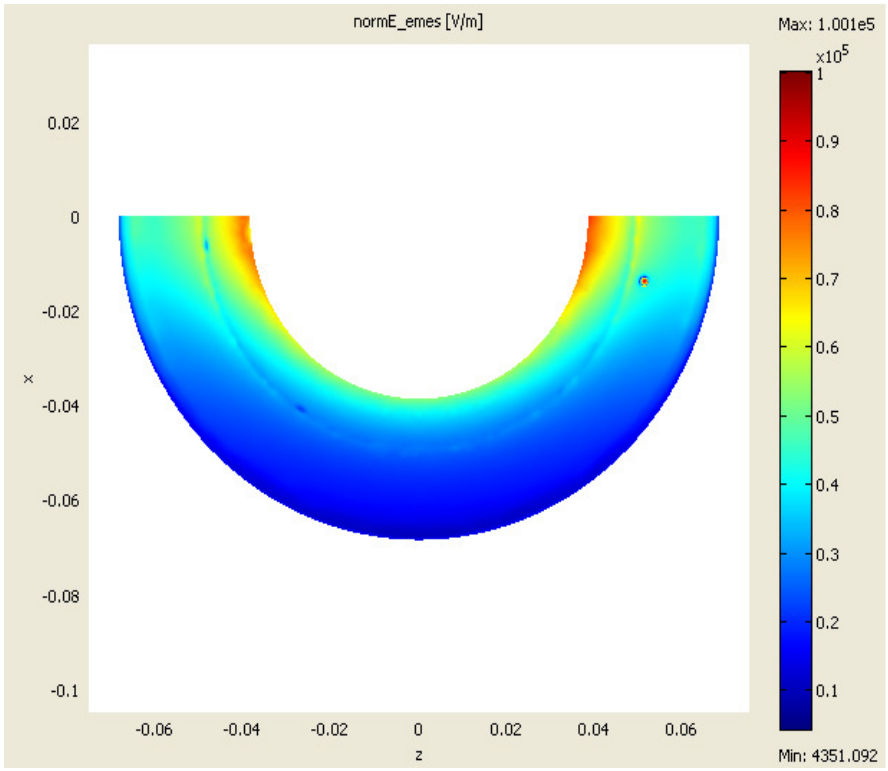
Şekil 4.52: İzolatörün en üst eteğindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının iletkene dik olduğu durum)

Su damlasının olduğu yerde elektrik alan dağılımının değiştiği ve alan değerinin büyüdüğü görülmektedir. Bu koşullar altında su damlasının yüzeyinde oluşan elektrik alan dağılımı ise Şekil 4.53'de verilmiştir. İletkene yakın yüzey parçasında elektrik alan değerinin diğer kısımlara göre daha büyük değerler aldığı görülmektedir. Bu kısımlarda atlamanın ve yüzeysel boşalmanın başlama olasılığı izolatörün diğer kısımlarına göre daha büyüktür.

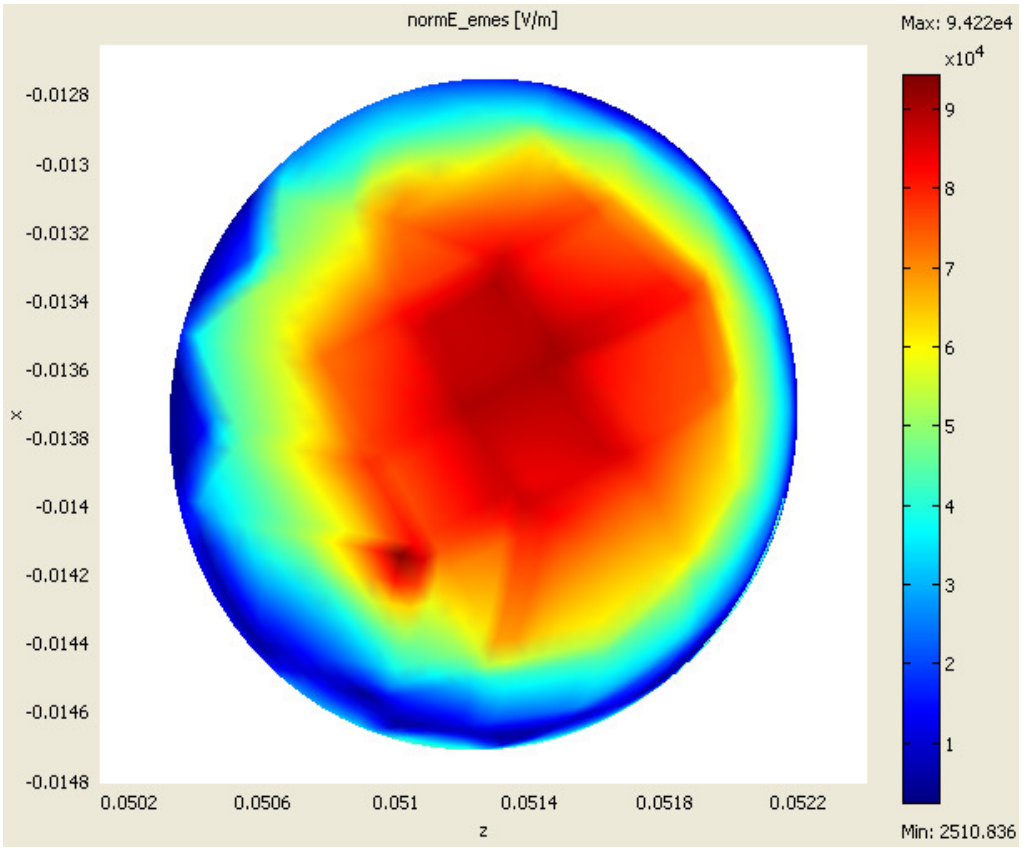
Şekil 4.54'de ise su damlasının iletkene daha yakın olduğu durum görülmektedir. En büyük elektrik alan değerine yakın bir değer, su damlası üzerinde oluşmuştur. Bu durumda su damlası yüzeyindeki elektrik alan dağılımı ise Şekil 4.55'de verilmiştir.



Şekil 4.53: Su damlası yüzeyindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının iletkene dik olduğu durum)



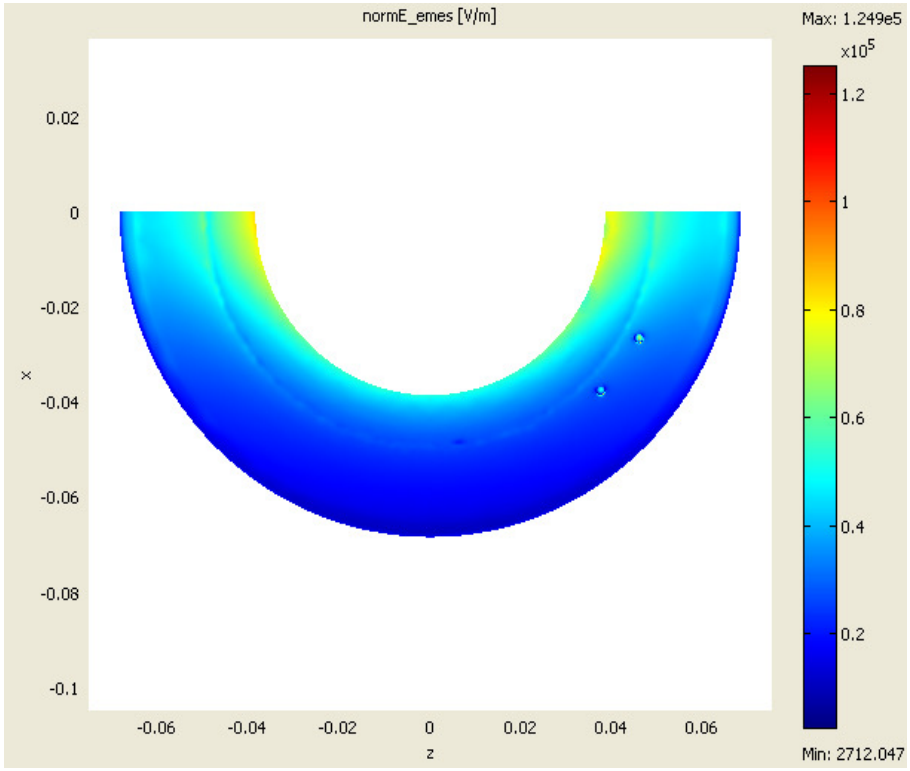
Şekil 4.54 : İzolatörün en üst eteğindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının 75 derece açı ile yerleştirildiği durum)



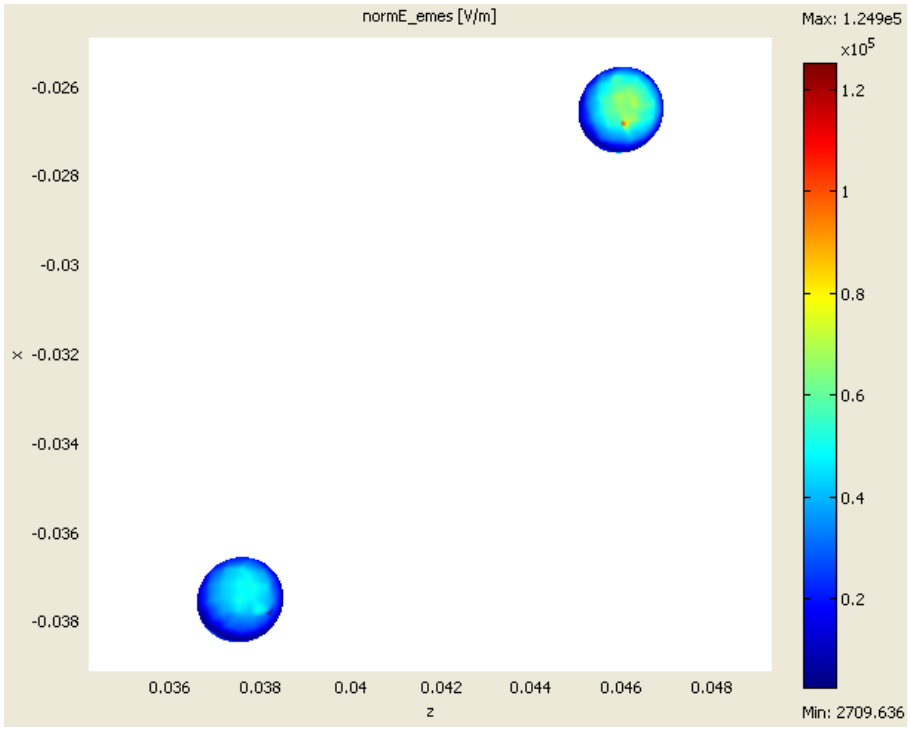
Şekil 4.55 : Su damlası üzerindeki elektrik alan dağılımı (su damlasının 75 derece açı ile yerleştirildiği durum)

Şekil 4.55'den görüleceği üzere su damlası yüzeyinde elektrik alan değeri suyun iletkenden daha uzakta olduğu duruma göre yükselmiştir. Su damlası yüzeyinde ise iletkene yakın olan kısımda elektrik alan değeri daha büyüktür.

İki su damlasının modellendiği durumdaki izolatör eteğine ve su damlaları yüzeyine ilişkin elektrik alan dağılımı grafikleri sırasıyla Şekil 4.56 ve 4.57'de verilmiştir. Birden fazla su damlası olduğu durumda su damlaları yüzeyindeki en büyük elektrik alan değerinin arttığı görülmektedir.



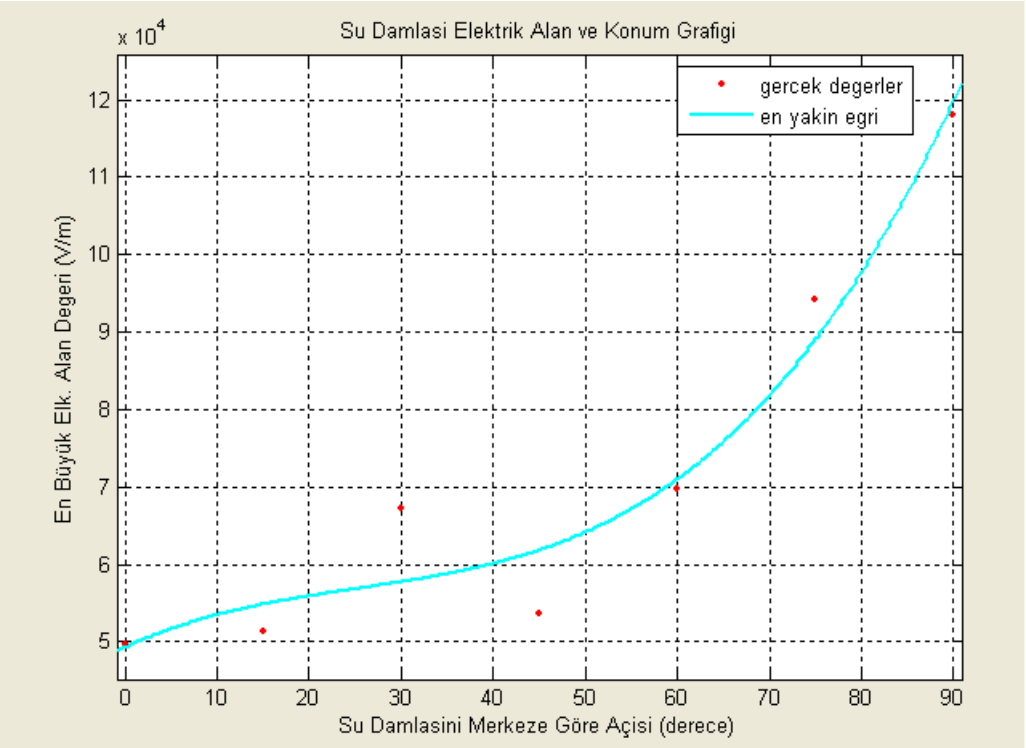
Şekil 4.56 : İki su damlası olduğu durumda izolatör en üst eteğindeki elektrik alan dağılımı



Şekil 4.57 : İki su damlası olduğu durumda su damlaları yüzeyindeki elektrik alan dağılımları

4.3.3 Sonuçlar ve değerlendirme

Bu çalışmanın amacı hava hattı mesnet izolatörlerinde yağmurun elektrik alan dağılımına etkisini incelemektir. Yağmuru modellerken tek bir yarı küre biçimde su damlası kullanılmıştır. Su damlası konumu değiştirilerek damla üzerindeki en büyük elektrik alan değerleri bir grafiğe aktarılarak damlanın konumu ile elektrik alan arasındaki ilişki elde edilmiştir. Çalışma iki adet su damlası olduğu durum için tekrarlanmış ve ikinci su damlasının alan dağılımına etkisi gözlenmiştir. Şekil 4.58'de su damlası üzerindeki en büyük elektrik alan değerlerinin su damlasının merkez ile yaptığı açıya göre değişim grafiği görülmektedir.



Şekil 4.58 : Su damlası yüzeyindeki en büyük elektrik alan değerinin, damla konumuna göre grafiği

Şekil 4.58'den görüleceği üzere su damlası iletkene yaklaştıkça elektrik alan değeri büyümektedir. Değerdeki bu yükseliş üstel bir biçimde olmaktadır. Su damlasının oluşturduğu elektrik alan dağılımındaki değişim izolatör üzerinde yüzeysel boşalma olasılığını arttırmaktadır [5]. İki damlanın olduğu durumda ise tek damlaya göre elektrik alan değeri daha büyük olduğu görülmüştür.

Yapılan çalışma tam olarak doğal hava koşullarını yansıtmamaktadır. Sadece yağmurlu durum analizi için bir başlangıç çalışması olarak düşünülebilir, çünkü

yağmur damlaları havada olduğu durumda da elektrik alan dağılımını etkiler ve normal koşullarda birden fazla damlanın modellenmesi gerekmektedir.

Bu modellemeye ek olarak, kar, toz ve kirlenmenin olduğu durumlar inceleme konusu olabilir. Ayrıca gerçeğe daha yakın bir benzetiminin yapılabilmesi amacıyla havada ve izolatör üzerinde birden fazla su damlasının olduğu durum modellenmelidir.

4.4 Yalıtkan Yağların Delinme Deneyinde Yağ Seviyesinin ve Yağ İçindeki Yabancı Maddelerin Elektrik Alan Dağılımına Etkisinin İncelenmesi

Yüksek gerilim sistemlerinde kullanılan aygıtlarda yalıtımın sağlanması amacı ile katı, sıvı ve gazdan oluşan malzemeler kullanılmaktadır. Katı haldeki yalıtım malzemesine, yüksek gerilim kablolarında kullanılan PVC veya izolatörlerde kullanılan cam, porselen ve seramik örnek olarak gösterilebilir. Kesiciler, yük altında ayırıcılarda ve birçok cihazda SF6 veya hava yalıtım sağlamak amacı kullanılan gazlara örnektir. Yüksek güçlü transformatörlerde, transformatör yük altında kademe değiştiricilerinde ve bazı kesicilerde yalıtım yağ ile sağlanmaktadır.

Sıvı yalıtım malzemesi olan yağın elektriksel olarak kullanılan sisteme uygunluğunu ve kalitesini belirleyen en önemli özelliklerden biri de delinme dayanımıdır. Delinme geriliminin ölçülmesi amacı ile yağ deney aygıtına konulan numune yağa, delinene kadar gerilim uygulanarak delinme gerilimi elde edilir. Delinme gerilimi seviyesi yağın özelliğine bağlı olduğu kadar çevre koşullarından da etkilenmektedir. Ortam sıcaklığı, ortamda bulunan nem, deney kabının temizliği, yağın içinde bulunan yabancı cisimler, deney aygıtında kullanılan elektrotların yüzeylerinin pürüzsüzlüğü bunlara örnek olarak gösterilebilir.

Yapılan bu çalışmada yağ deney kabına konulan yağın içerisinde yabancı cismin bulunduğu durumda elektrik alan dağılımındaki değişimin elde edilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca deney kabına konulan yağın yüksekliğinin elektrik alana dolayısıyla delinme gerilimine etkisi araştırılmıştır. Çalışmada, İstanbul Teknik Üniversitesi Maslak Yerleşkesindeki Yüksek Gerilim Laboratuarında bulunan yağ deney kabının boyutları kullanılmıştır.

Elektrik alan dağılımı SEY ile elde edilmiştir. Modelleme yapılırken kullanılan kabın eksenel simetriyi bozmasından dolayı üç boyutlu tasarım yapılmıştır.

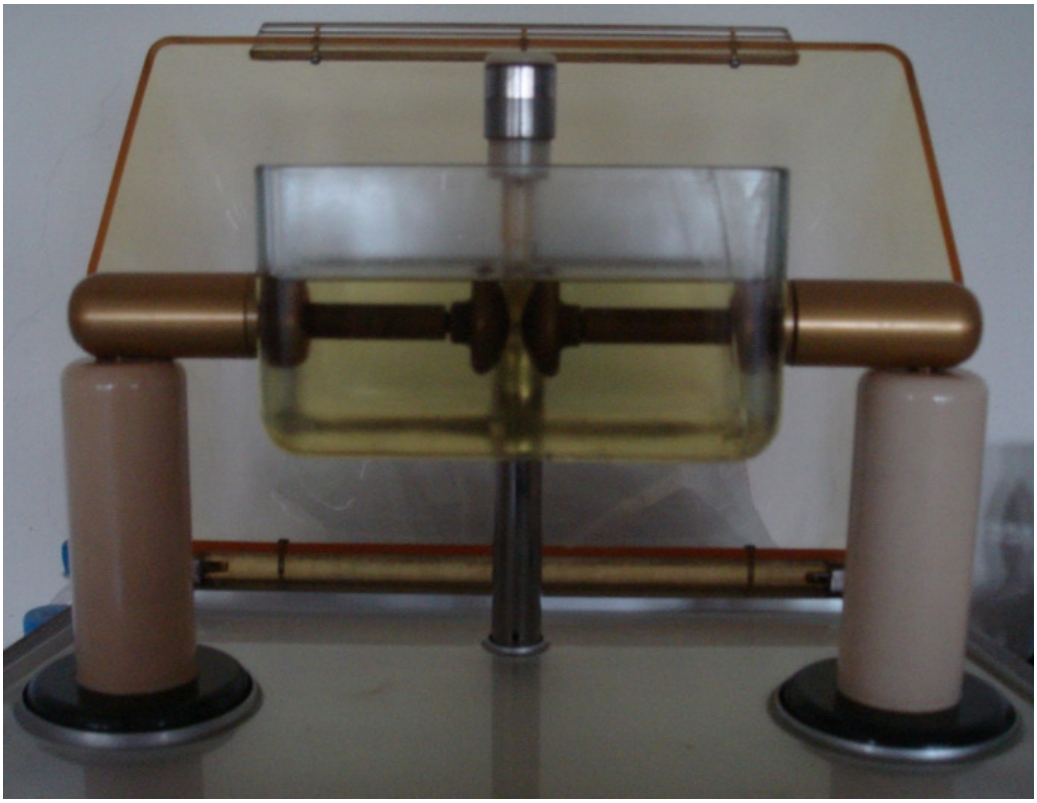
4.4.1 Modelin oluşturulması

Model oluşturulurken referans alınan yağ deney düzeni, iki adet bakır elektrot, yağın konulduğu cam kap, gerilimi elektrotlara ileten ve yağın konulduğu kabı ve elektrotları taşıyan koldan oluşmaktadır. Yağ deney aygıtının fotoğrafı Şekil 4.59'da elektrotların daha net görüldüğü fotoğraf ise Şekil 4.60'da verilmiştir. Taşıyıcı kollar, elektrotlar arasındaki elektrik alan dağılımına etkisinin ihmal edilebilecek kadar az olacağı düşünülerek modele katılmamıştır. Ayrıca benzetimin kolay yapılabilmesi amacı ile yağın karıştırılmasını sağlayan pervane modelden çıkartılmıştır.



Şekil 4.59: Yağ deney aygıtı

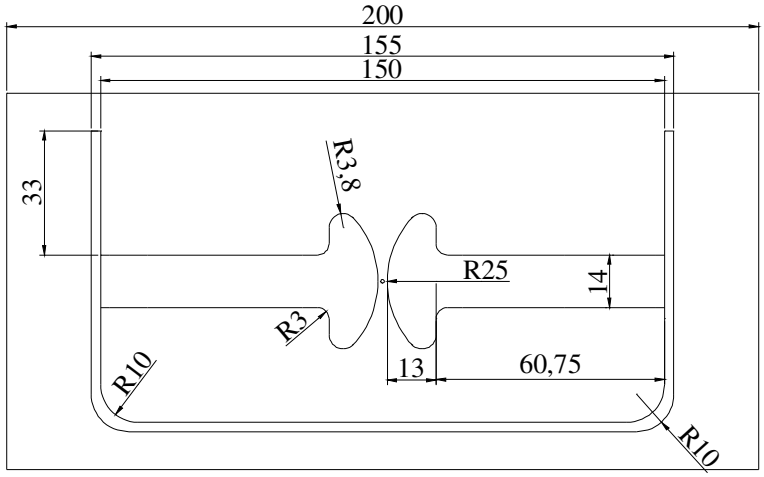
Çıkarılan elemanlardan sonra model, yağın konulduğu cam kap, yağ, iki adet bakır elektrot ve küre biçimindeki yabancı cisimden oluşmuştur. Yabancı cismin kürelerin tam orta noktasında olduğu varsayılmıştır. Bunun nedeni yabancı parçacığın elektrik alana dolayısı ile delinme gerilimine etkisinin en fazla olduğu yer elektrotların en uç noktalarına yakın olduğu yerdir. Model, gerçek yağ deney kabı boyutları kullanılarak çizilmiştir. Model gerçek ölçüleriyle, üç boyutlu olarak, kullanılan benzetim programında çizilmiş, modeldeki malzemeler tanıtılmış, sınır koşulları belirtilmiştir. Daha sonra oluşturulan model sonlu elemanlar ağına bölünerek, statik alan analizi için SEY kullanılarak çözülmüş ve incelenmiştir.



Şekil 4.60: Yağ deney aygıtının elektrot düzeni

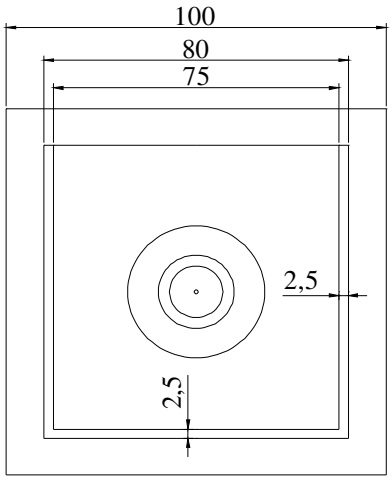
4.4.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları

Şekil 4.61, yağ deney kabının önden görünüşünü göstermektedir. Yağın konulduğu kabın yedi kapalı yüzü vardır. Üst yüzü ise yağın konulabilmesi amacı ile açık bırakılmıştır. Cam kabın et kalınlığı 2,5 mm'dir. Elektrotlar 25 mm yarıçaplı içi dolu bakırdan, 13 mm genişliğinde kesilmiş bir parçadır.



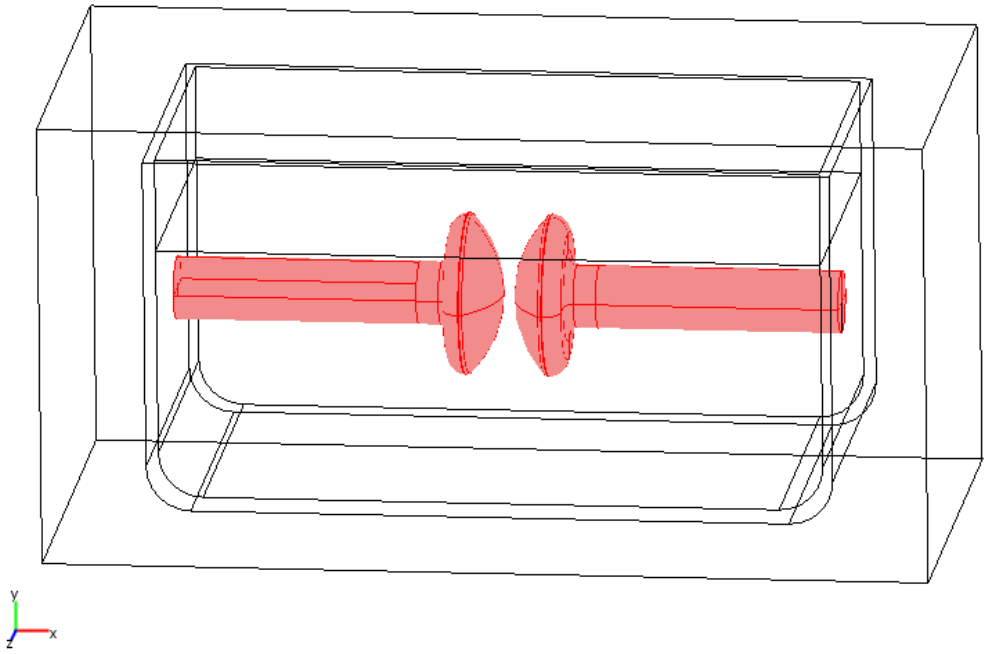
Şekil 4.61 : Yağ deney kabının önden görünüşü (boyutlar milimetre cinsindendir)

Elektrotların ekseni, Şekil 4.62'de bulunan yandan görünüşte görüldüğü üzere kabın tam orta noktasında bulunmaktadır. Ön ve yan görünüşte nokta şeklinde gözüken 0,5 mm yarıçaplı yağ içerisinde bulunan yabancı parçacığı temsil etmektedir. En dışta bulunan yüksekliği ve genişliği 100 mm, uzunluğu 200 mm olan dikdörtgenler prizması ise sonlu bir hacmin elde edilmesi için modele eklenmiştir.



Şekil 4.62: Yağ deney kabının yandan görünüşü (boyutlar milimetre cinsindendir)

Yapılan bu çalışmada 7 farklı model kullanılmıştır. İlk model 0,5 mm yarıçaplı parçacığın bulunmadığı durumda kabın tamamının yağ ile dolu olduğu durumdur (yağ yüksekliği kabın iç yüzeyi referans alındığında 80 mm yüksekliğindedir). İkinci model, parçacığın olmadığı yağın elektrotların 1 mm üstüne kadar doldurulduğu durumdur. Kabın iç yüzeyi referans alındığında yağ yüksekliği bu durumda 56,5 mm olmaktadır. Parçacığın olmadığı, yağ seviyesinin kabın iç yüzeyine göre 59,5 mm ve 61,5 mm olduğu durumlar sırası ile üçüncü ve dördüncü durumu oluşturmaktadır. Beş, altı ve yedinci modellerde ise parçacığın olduğu durum incelenmiştir. Yağ seviyesi bu üç model içinde 56,5 mm'dir. Modellerde bulunan yağ içerisindeki yabancı cismi temsil eden kürenin bağıl dielektrik sabiti sırasıyla 1, 5 ve 81 olarak alınmıştır. Bağıl dielektrik sabitinin 1 olduğu durum yağ içerisindeki hava kabarcığını, 5 olduğu durum katı parçacığı ve 81 olduğu durum su damlacığını temsil etmektedir. Tüm modellerde kap, bağıl dielektrik sabiti 4 olan cam, elektrotlar bakır ve ortam 1 atm basıncındaki hava olarak tanımlanmıştır. Bakır ve hava için dielektrik sabiti 1 olarak alınmıştır.



Şekil 4.63: Yağın tam dolu ve yabancı parçacığın olmadığı durumdaki üç boyutlu çizim

Modelin üç boyutlu görüntüsü Şekil 4.63'de verilmiştir. Şekil yağın tam dolu olduğu ve yabancı parçacığın olmadığı duruma ait çizimi içermektedir.

4.4.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması

Model çizildikten sonra benzetimin bir sonraki adımı sınır koşullarının belirlenmesidir. Oluşturulan yedi model içinde elektrotlara Dirichlet sınır koşulu uygulanmıştır. Elektrotlardan birine 50 kV gerilim uygulanmış olup, diğeri ise topraklanmıştır.

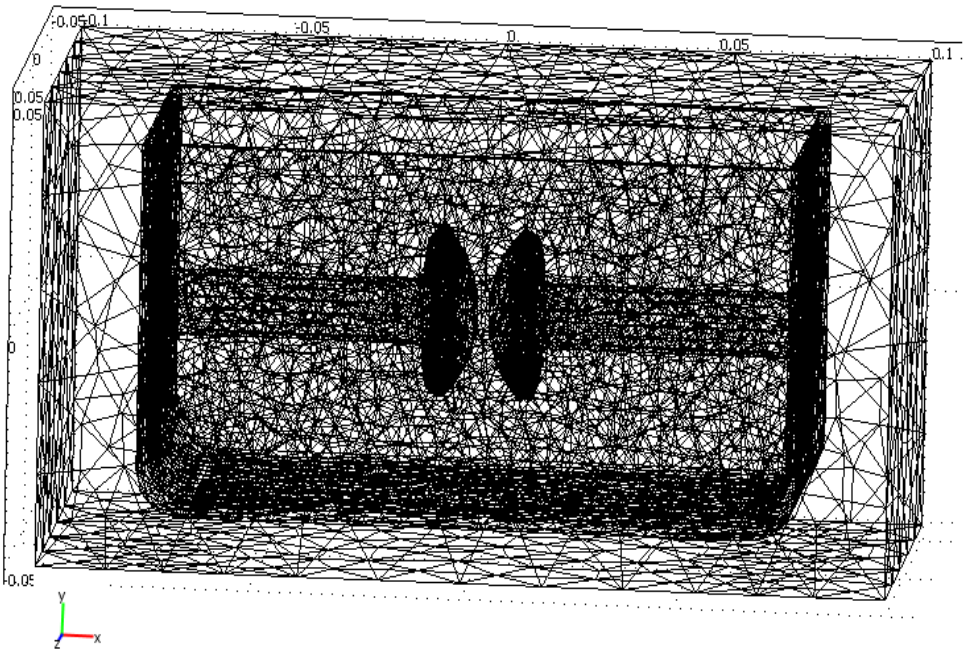
En dışta bulunan ve amacı hacmi sınırlandırmak olan dikdörtgenler prizması şeklindeki cisme, Neuman sınır koşulu uygulanmıştır. Böylece kabın yüzeyi dışındaki bölgede ağ oluşturulmayacak dolayısıyla çözümleme yapılmayacaktır.

Yağ, yağın konulduğu kap ve yabancı parçacık elektrik alan ve eş potansiyel çizgileri sürekli olacak şekilde programa tanıtılmıştır. İletken olan bakır elektrotların yüzey haricindeki bölümünde elektrik alan değeri sıfır olduğundan modelden çıkartılmıştır. Ağ model üç boyutlu olarak tasarlandığından dörtyüzlü elemanlar kullanılarak elde edilmiştir. Programda ağın yapısını belirleyen özellikler Çizelge 4.6'da verilmiştir.

Çizelge 4.6 : Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler

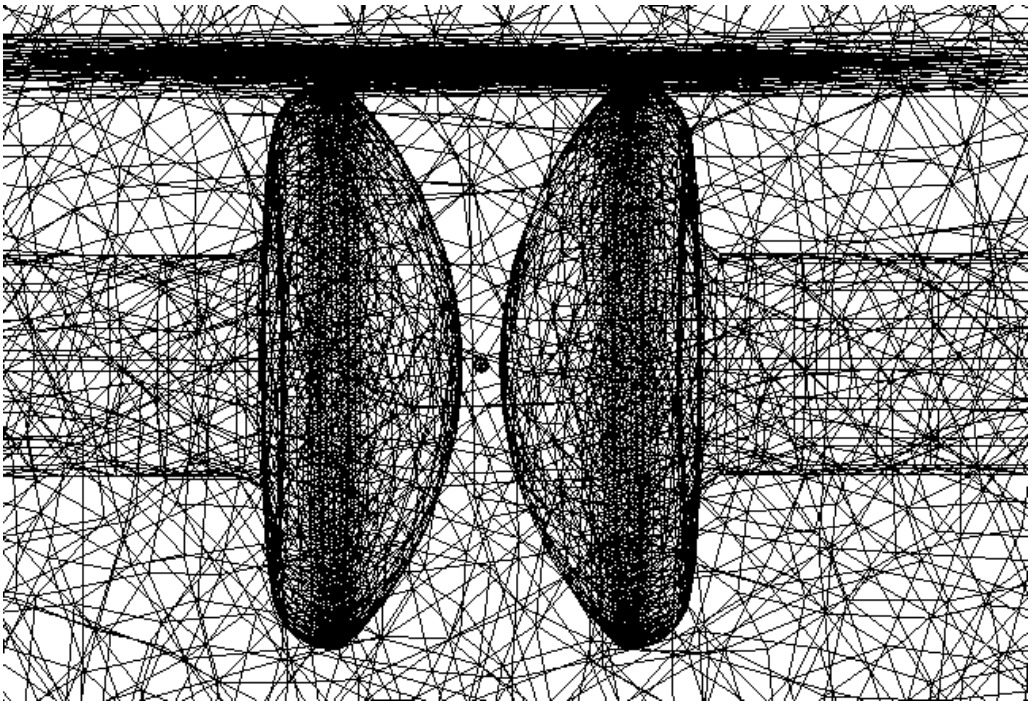
Maximum Element Size Scaling Factor	1
Element Growth Rate	1.5
Mesh Curvature Factor	0.6
Mesh Curvature Cutoff	0.03
Resolution of Narrow Regions	0.5

Şekil 4.64'de modelin ağa bölünmüş şekli gösterilmiştir. Bu model için kullanılan dörtyüzlü sayısı 119411'dir. Ağ, yabancı parçacığın olmadığı ve yağın kabın tamamını doldurduğu durum için geçerlidir.



Şekil 4.64: Yağın tam dolu ve yabancı parçacığın olmadığı durumdaki ağ görüntüsü

Yabancı parçacığın mevcut olduğu durumdaki elektrot çevresindeki ağ görüntüsü ise Şekil 4.65'de verilmiştir.



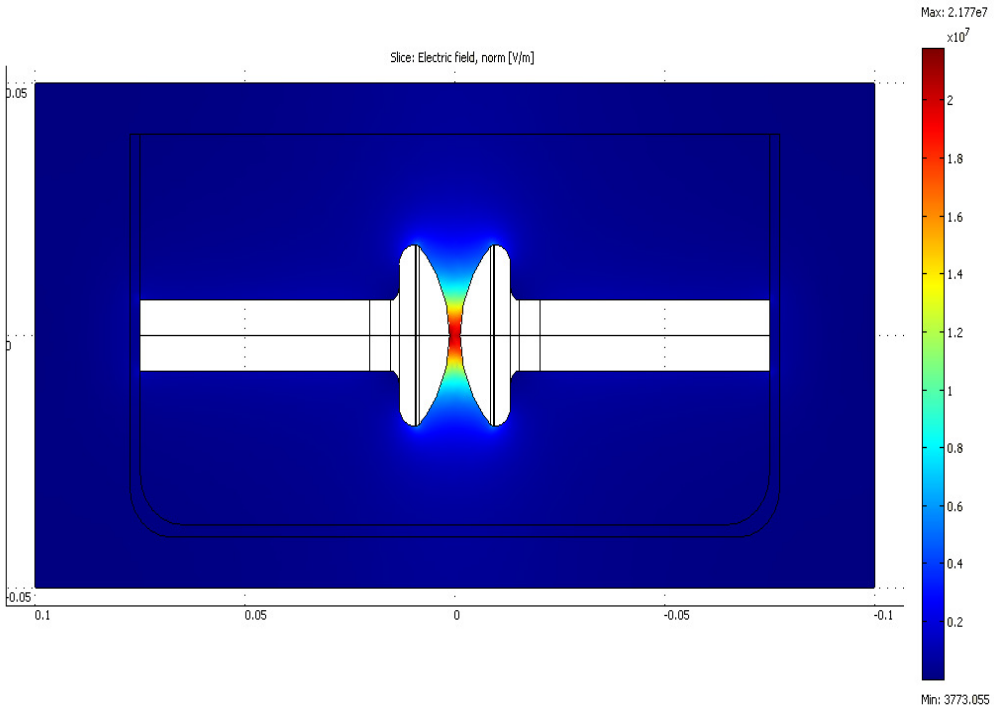
Şekil 4.65: Yabancı parçacığın olduğu durumda elektrotların çevresindeki ağ görüntüsü

4.4.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları

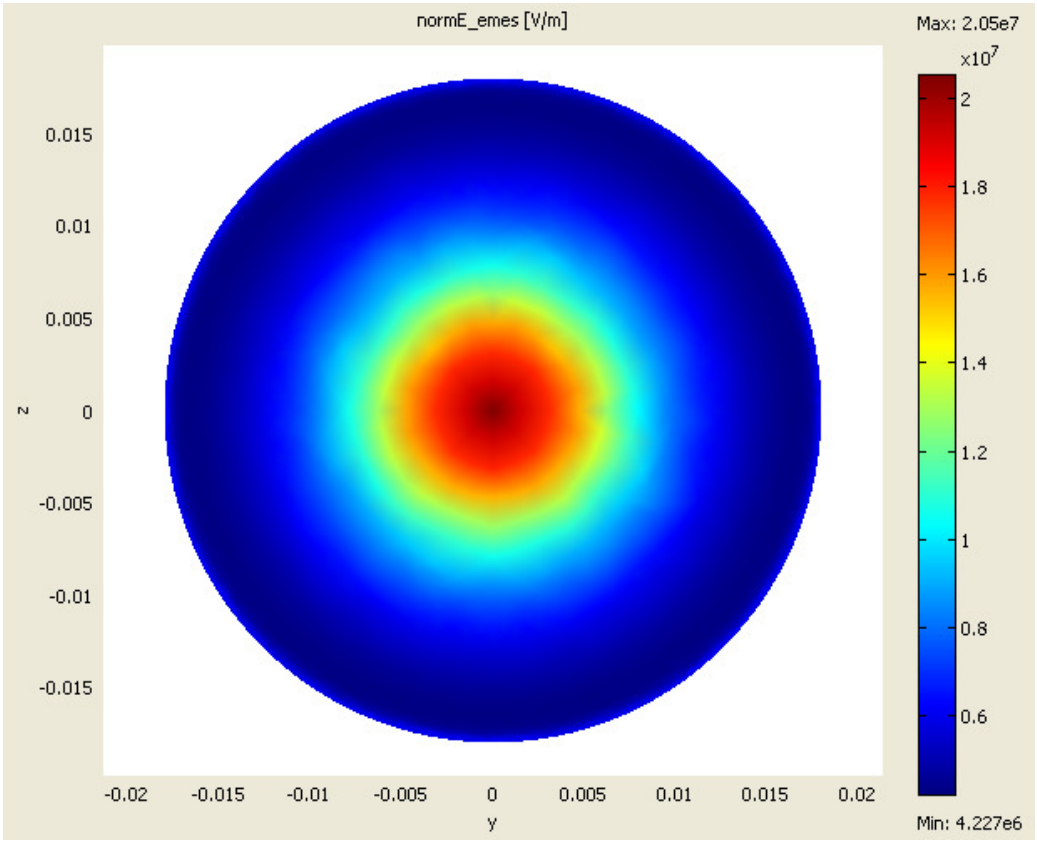
Oluşturulan model SEY ile çözülürken başlangıç koşulu olarak ortamda yükün olmadığı varsayılmıştır. Elektrik alanın dağılımının elde edilmesi için yüksüz durumda alan değerini veren Laplace denklemi SEY yardımı ile çözülmüştür. Oluşturulan her model için çözümleme tekrarlanmıştır.

Teorik bilgilere uygun olarak elektrik alan iki elektrot arasında büyük değerler almıştır. Bu delinmenin olma olasılığının en fazla olduğu bölgeyi belirtmektedir. Çözümlenen tüm modellerde bu sonuç gözlenmiştir. Elektrik alanın elektrotların ekseninden geçen düzlem üzerindeki dağılımına ilişkin grafik Şekil 4.66'da verilmiştir. Şekil yağın tam dolu olduğu durum için geçerli olup elektrik alan değeri 2,177 x 10^6 ile 3773,055 V/m arasında değişmektedir.

Benzetimin yapılmasının bir amacı yağ seviyesinin elektrik alan dağılımına etkisini incelemek olduğundan dört farklı yağ seviyesi için elektrik alanın en büyük olduğu gerilim altındaki elektrot yüzeyindeki en büyük alan değerinin aynı olduğu görülmüştür. Şekil 4.67'de yağın elektrotlardan 1 mm yukarıda olduğu durum için gerilim altındaki elektrodun yüzey elektrik alan dağılımı verilmiştir.



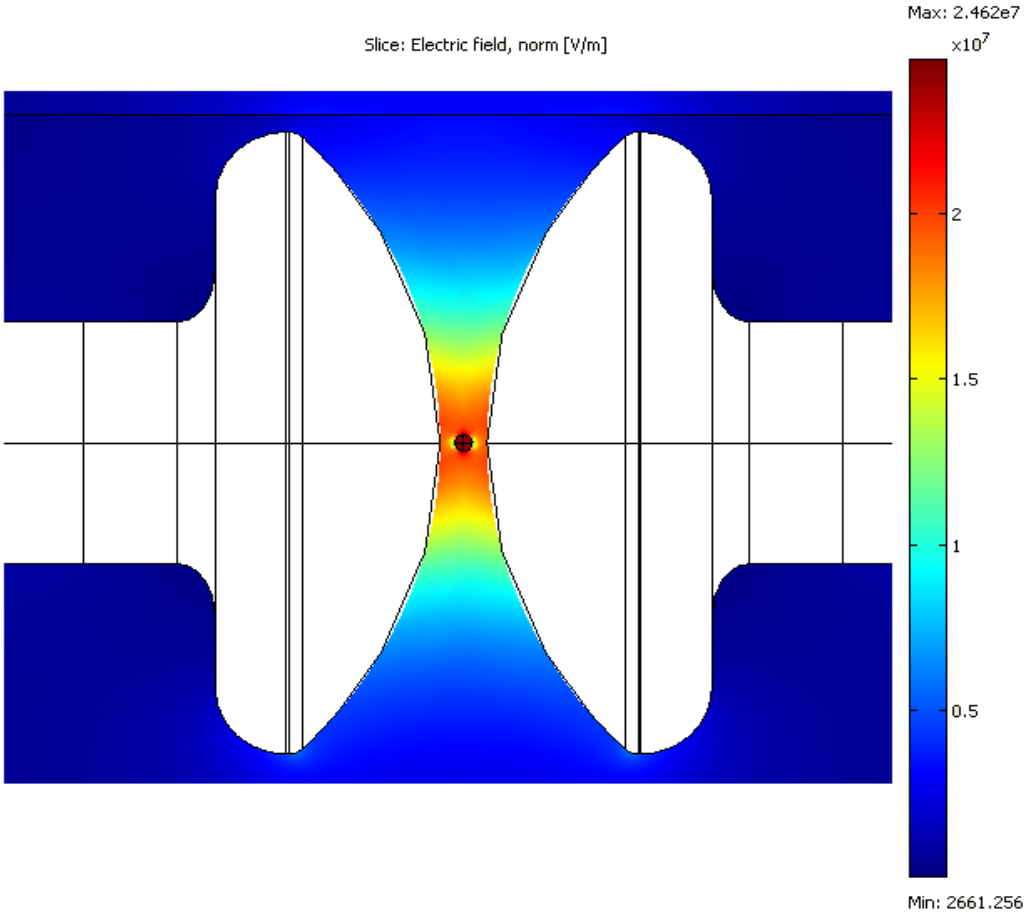
Şekil 4.66: Yağın tam dolu olduğu durumda elektrik alan dağılımı



Şekil 4.67: Yağın elektrotlardan 1 mm yukarıda olduğu durumda gerilim altındaki elektrot yüzeyi elektrik alan dağılımı

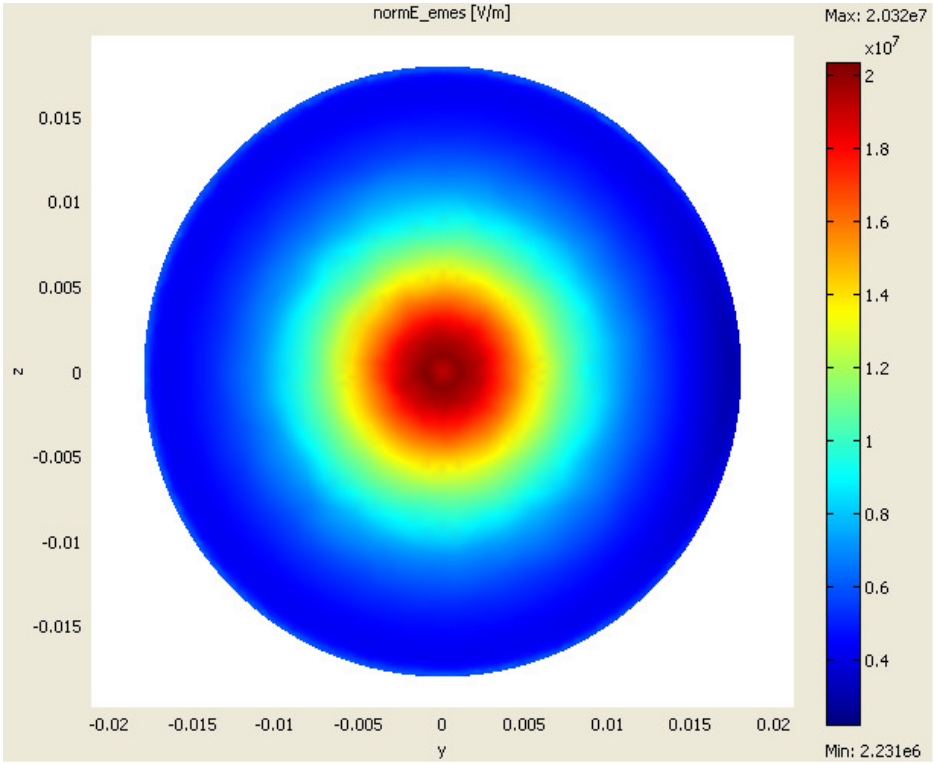
Şekilden görüleceği üzere yz düzlemindeki yüzey elektrik alan değerini vermektedir. Elektrik alanın en büyük değerinin 2,05 x 10^6 V/m olduğu görülmektedir.

Hava kabarcığının modellendiği bağıl dielektrik sabitinin yabancı parçacık için 1 alındığı durumda elektrot çevresindeki elektrik alan dağılımı Şekil 4.68'de verilmiştir. Şekilden görüleceği üzere elektrik alan en büyük değerine elektrotlar arasına yerleştirilen parçacık üzerinde erişmiştir. Şekil 4.69'da ise gerilim altındaki elektroda ilişkin elektrik alan dağılımı verilmiştir.

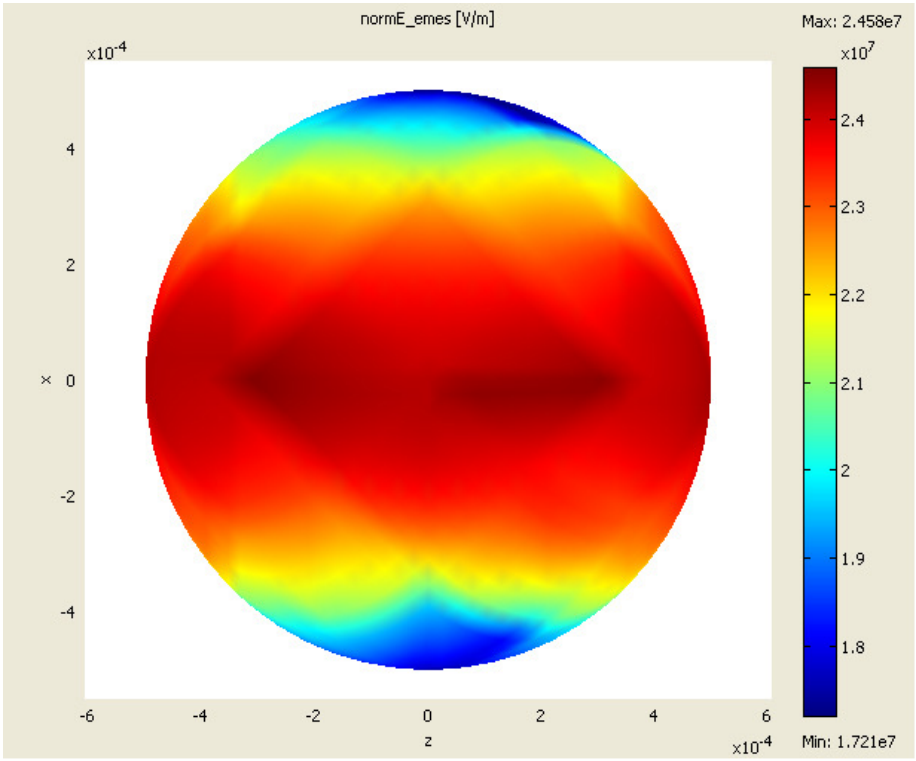


Şekil 4.68: Hava kabarcığının olduğu durumda elektrot çevresindeki elektrik alan dağılımı

Benzetim sonuçlarına göre parçacığın olması durumunda yüzey üzerindeki elektrik alanın en büyük değeri, olmadığı duruma göre yükselmiştir. Bu durum, delinmenin daha kolay olacağının bir göstergesidir. Elektrot yüzeyi elektrik alan dağılımına ait grafik Şekil 4.69'da verilmiştir.

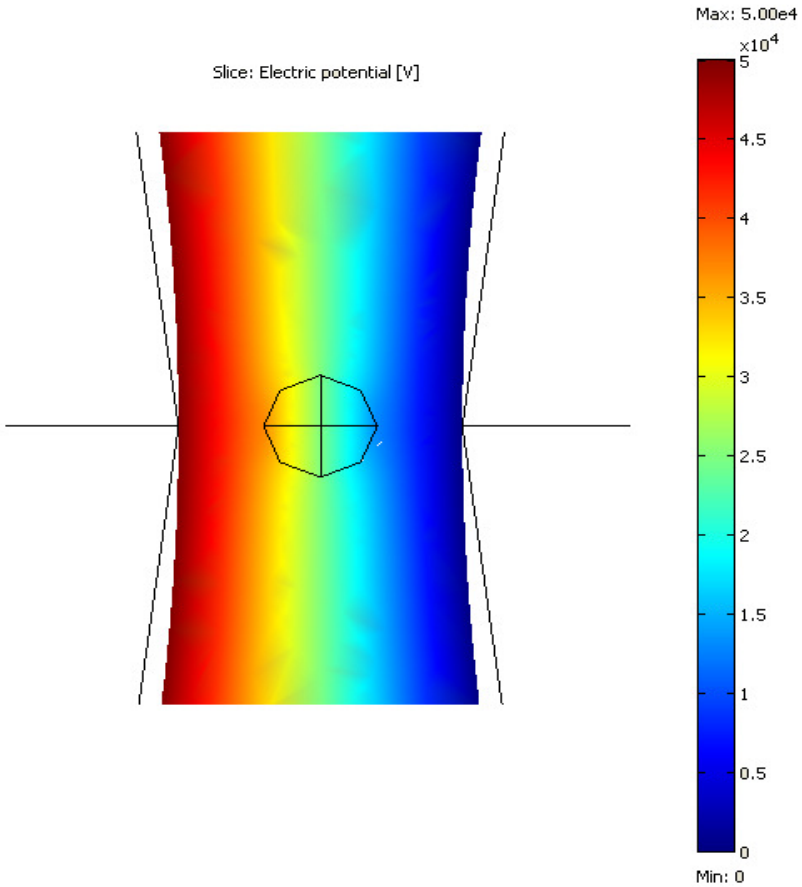


Şekil 4.69: Hava kabarcığının olduğu durumda gerilim altındaki elektrot yüzeyindeki elektrik alan dağılımı



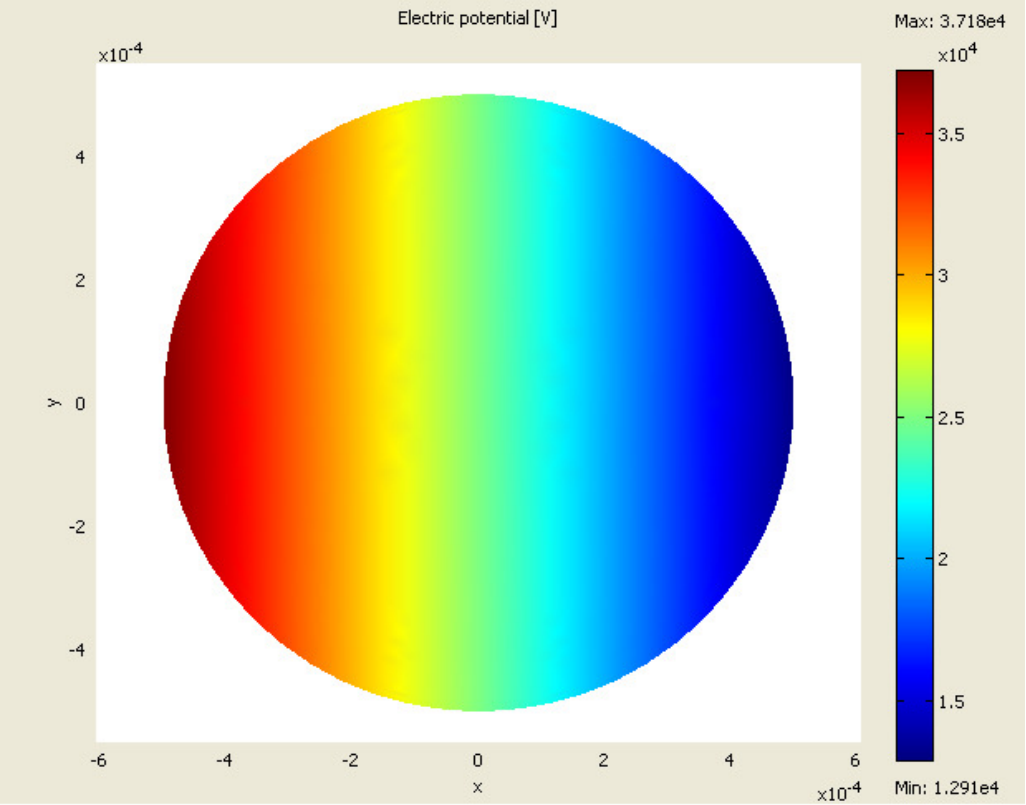
Şekil 4.70: Hava kabarcığı yüzeyindeki elektrik alan dağılımı

Şekil 4.70 hava kabarcığı yüzeyindeki elektrik alan dağılımını göstermektedir. Şekil, hava kabarcığı yüzeyinin xz düzlemindeki görüntüsünü içermektedir. Kırmızı olan bölgeler delinme olasılığının en fazla oluğu bölgelerdir. Elektrik alan dağılımının kabarcığın tam ortada olmasına rağmen tüm sınır boyunca neden eşit şekilde dağılmadığı eş potansiyel çizgileri aracılığı ile daha net açıklanabilir. Şekil 4.71, bu model için elektrot ekseninden geçen yüzeydeki gerilim dağılımını vermektedir. Elektrik alan çizgileri eşpotansiyel çizgilerine diktir ve değeri gerilim değerine bağlıdır. Şekil 4.71'de görüleceği üzere elektrotlara yakın olan sınırlarda gerilim seviyesi yüksek olmakla beraber, eşpotansiyel çizgileri xy düzleminde kabarcığa paralel olarak ilerlemektedir. Ayrıca y doğrultusunda kabarcık sınırına yaklaştıkça gerilim değerindeki değişim x doğrultusuna göre azalmaktadır. Eşpotansiyel çizgileri dik olan alan çizgileri xz düzleminde x doğrultusunda yoğunlaşmakta bu nedenle z doğrultusunda diğer bir deyişle elektrotlara yakın olmayan sınırlarda elektrik alan değeri ve çizgi yoğunluğu azalmaktadır.



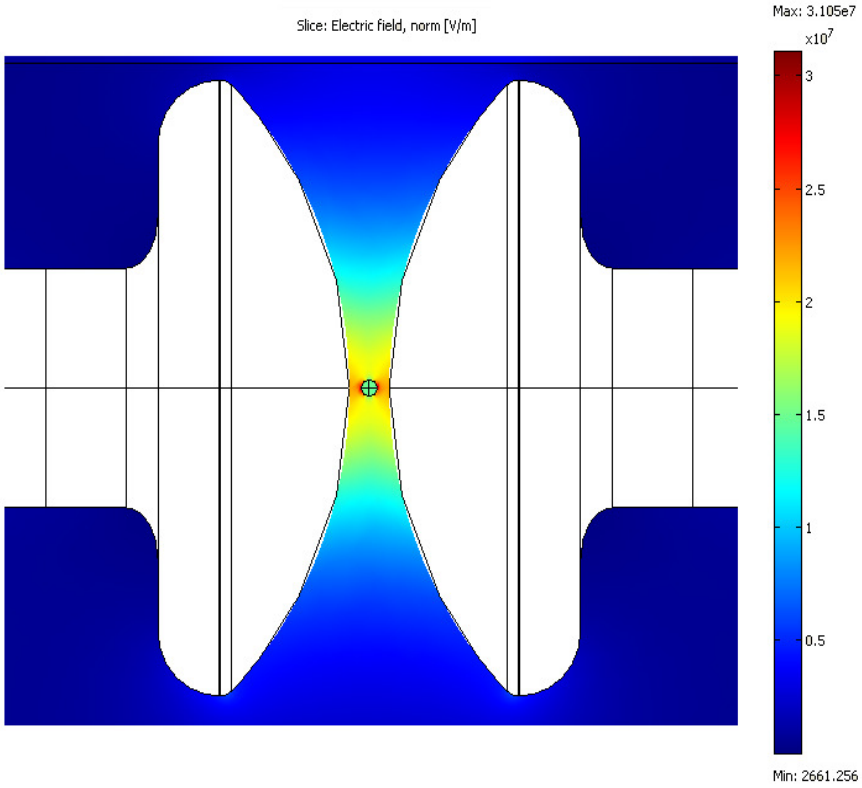
Şekil 4.71: Hava kabarcığı ve elektrotlar arasındaki xy düzleminde gerilim dağılımı

Kabarcık üzerindeki dağılım Şekil 4.72'de görülmektedir. Şekil alan dağılımının neden her yönde eşit olmadığını daha net göstermektedir.

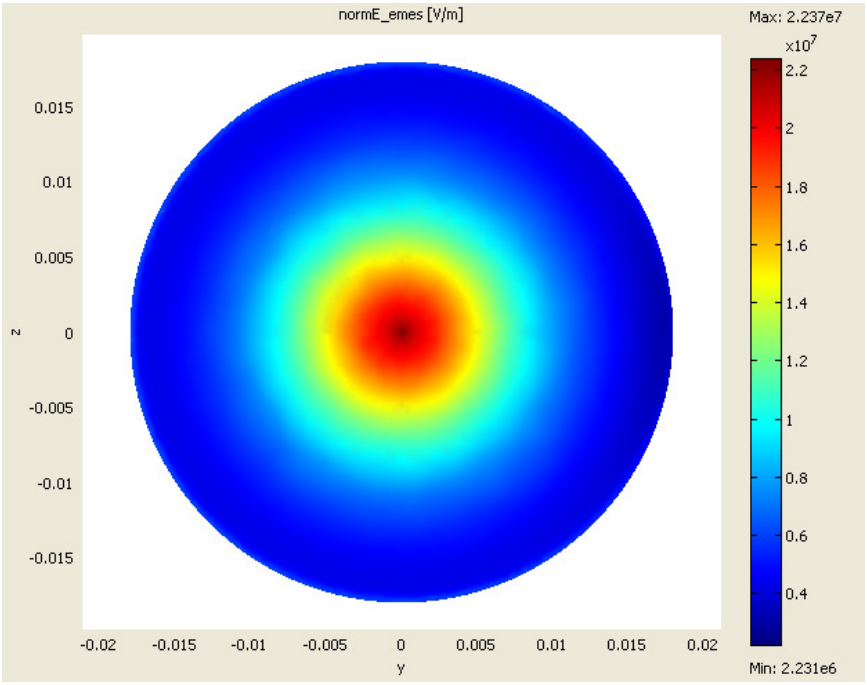


Şekil 4.72: Hava kabarcığı üzerindeki gerilim dağılımı (xy düzleminde)

Bir sonraki modelde hava kabarcığı yerine bağıl dielektrik sabiti 5 olan küre şeklindeki katı parçacık almıştır. Şekil 4.73 bu durumda elektrotlara yakın bölgedeki elektrik alan dağılımını göstermektedir. Parçacık üzerinde oluşan elektrik alan dağılımı yüzey boyunca yaklaşık olarak eşit dağıldığı görülmektedir. Ancak gerilim altındaki elektrota yakın sınırda elektrik alan değerinin en büyük değerine ulaştığı gözlemlenebilir. Şekilde görülen alan dağılımı elektrotların ekseninden geçen düzlem boyunca alınmıştır. Bu düzlemde oluşan en büyük elektrik alan değeri, hava kabarcığı olduğu duruma göre daha büyüktür. Gerilim altındaki elektrot yüzeyi alan dağılımı ise Şekil 4.74'de verilmiştir.

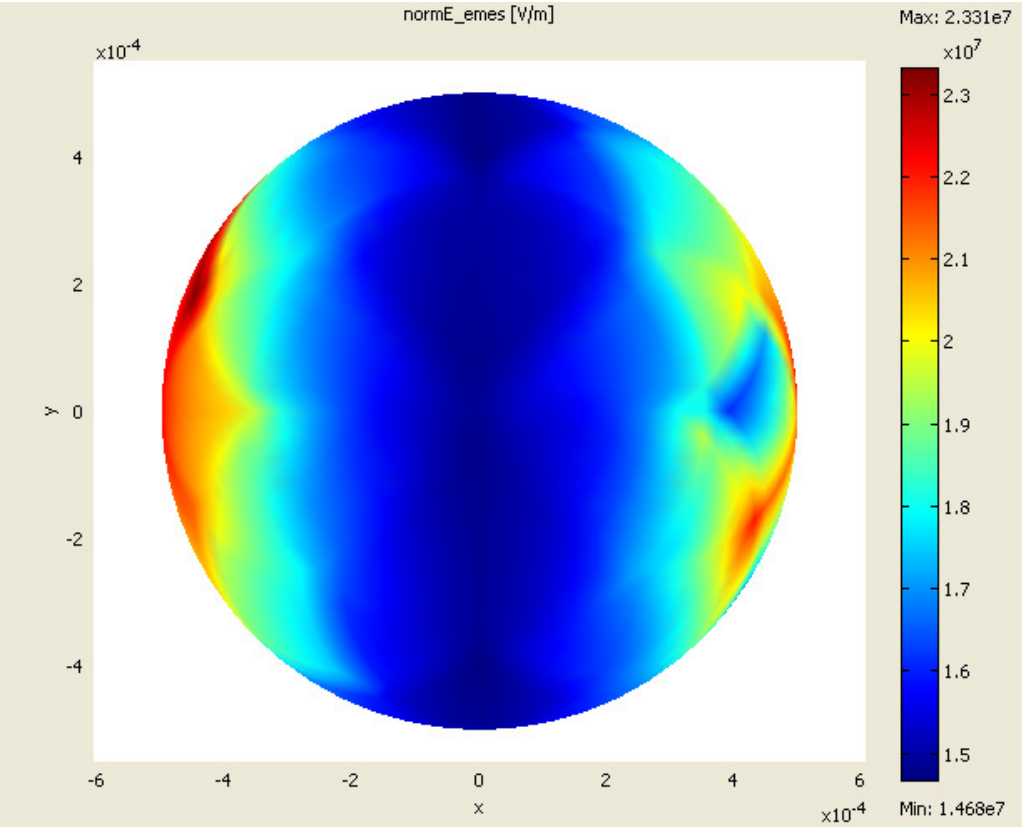


Şekil 4.73: Katı yabancı parçacık olduğu durumda elektrotlar çevresindeki elektrik alan dağılımı



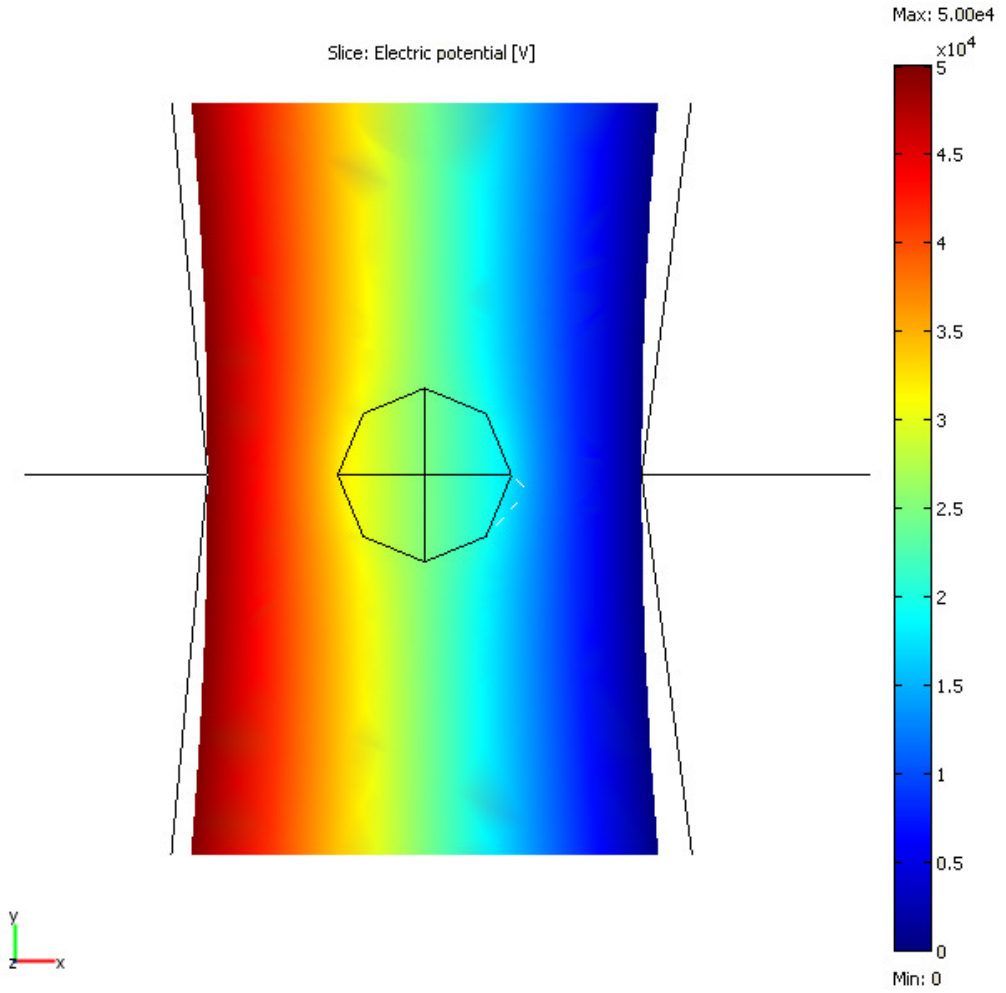
Şekil 4.74: Katı parçacık olduğu durumda gerilim altındaki elektrot yüzeyindeki elektrik alan dağılımı

Şekilden görüleceği üzere yüzey üzerindeki en büyük elektrik alan değeri hava kabarcığı olduğu durumdan daha yüksektir.



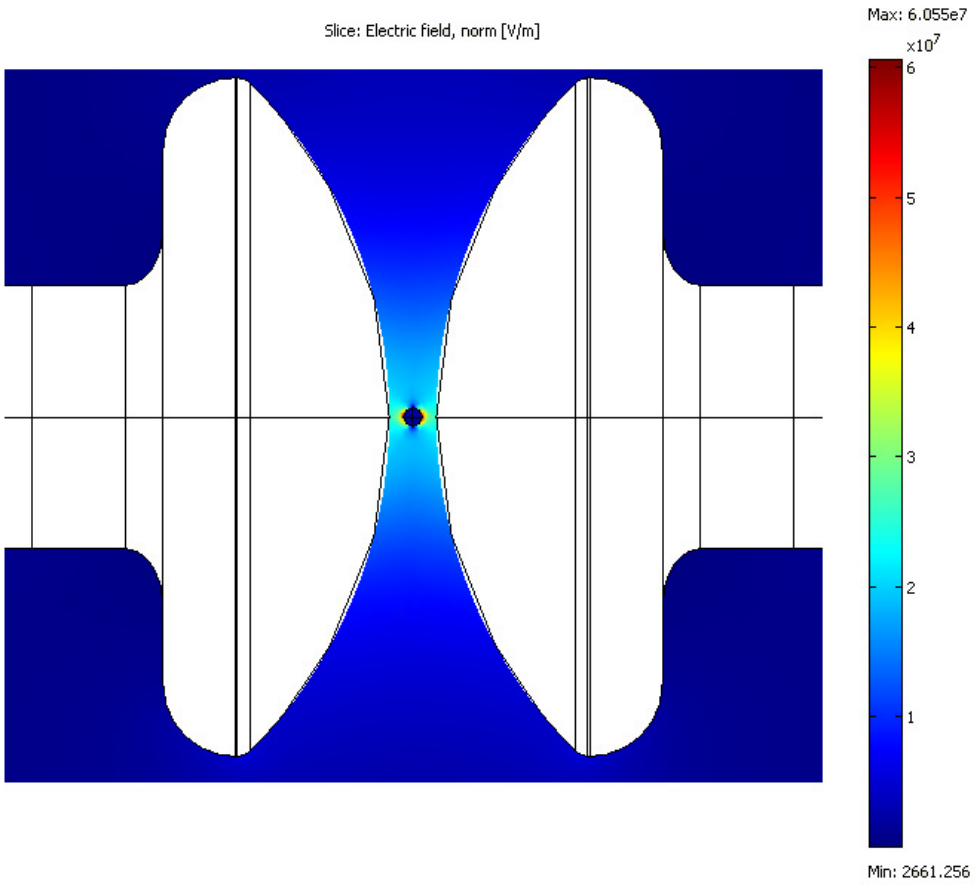
Şekil 4.75: Katı parçacık yüzeyindeki elektrik alan dağılımı

Şekil 4.75 katı yabancı parçacığı temsil eden 0,5 mm çaplı kürenin yüzeyindeki elektrik alan dağılımı görülmektedir. Elektrik alan dağılımı xy düzlemi üzerinde gösterilmiştir. Alan dağılımından görüleceği üzere elektrik alanın en büyük değeri, hava kabarcığında olduğu gibi, elektrotlara en yakın kısımlarda olmaktadır. Ancak cisim x doğrultusu boyunca alan değerinin neredeyse sabit olduğu görülmektedir. Bunun nedeni daha öncede belirtildiği üzere gerilim dağılımından kaynaklanmaktadır. Elektrik alan ve potansiyel değeri ortamın bağıl dielektrik sabite bağlıdır. Eş potansiyel çizgileri katı yabancı parçacığın içerisinde seyrekleşmiştir. Bu durum Şekil 4.76'da daha net görülmektedir.



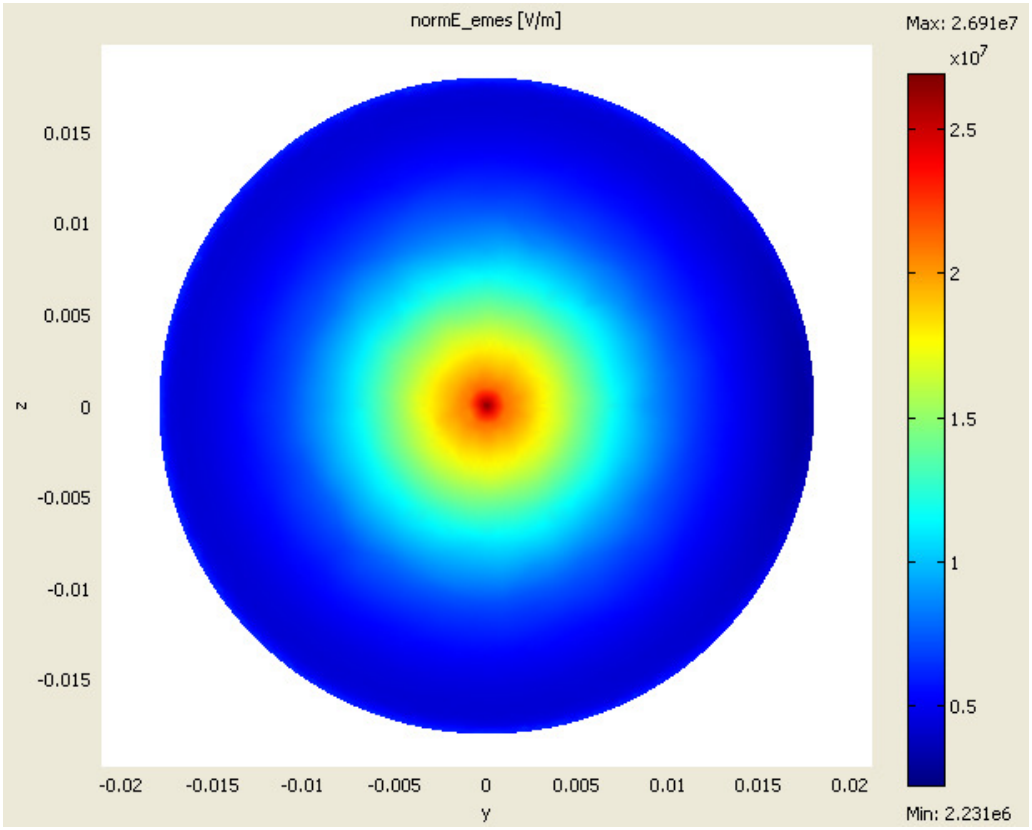
Şekil 4.76: Hava kabarcığı ve elektrotlar arasındaki gerilim dağılımı

Parçacık üzerindeki gerilim değişimi hava kabarcığına göre çok az olduğu görülmektedir. Potansiyel dağılımının bu şekilde olmasından dolayı yabancı parçacık sınırı üzerindeki alan değeri değişimi çok az olmakta ve y doğrultusunda en uç köşelerde en büyük değerini almaktadır.



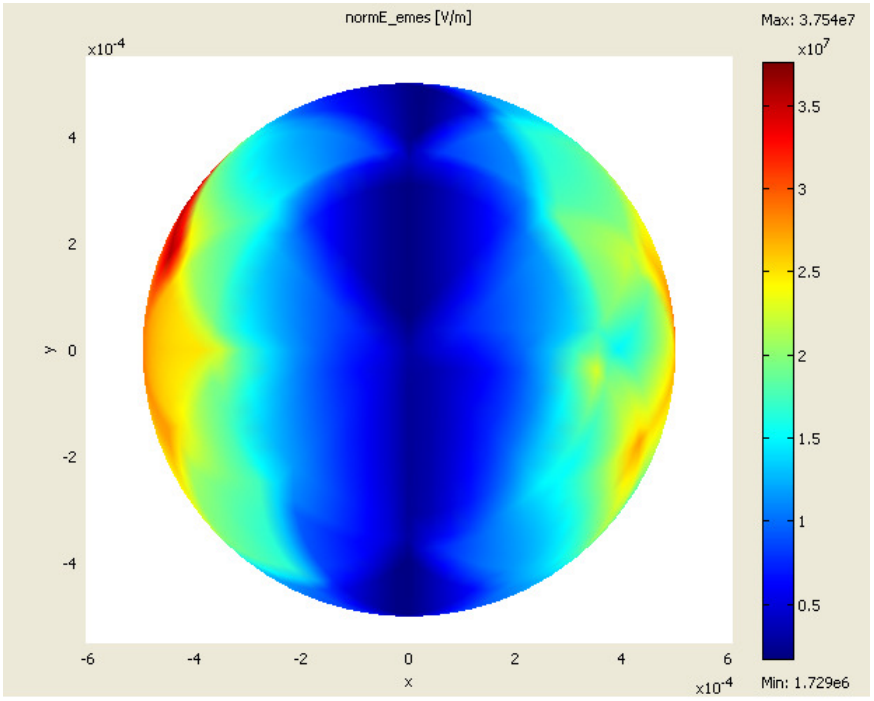
Şekil 4.77: Su damlacığı olduğu durumda elektrotlar arasındaki elektrik alan dağılımı

En son model için, su damlacığı olduğu durumda, elektrotlar arasındaki elektrik alan dağılımı Şekil 4.77'de gösterilmiştir. Su damlası üzerindeki alanın neredeyse en küçük değere yakın olduğu fakat damlacığın yakınındaki bölgede alan değerinin en büyük değere ulaştığı görülmektedir. Elektrot yüzeyi üzerindeki alan dağılımı ise Şekil 4.78'de verilmiştir. En büyük elektrik alan değerinin hava ve katı parçacığa göre daha büyük olduğu görülmektedir.

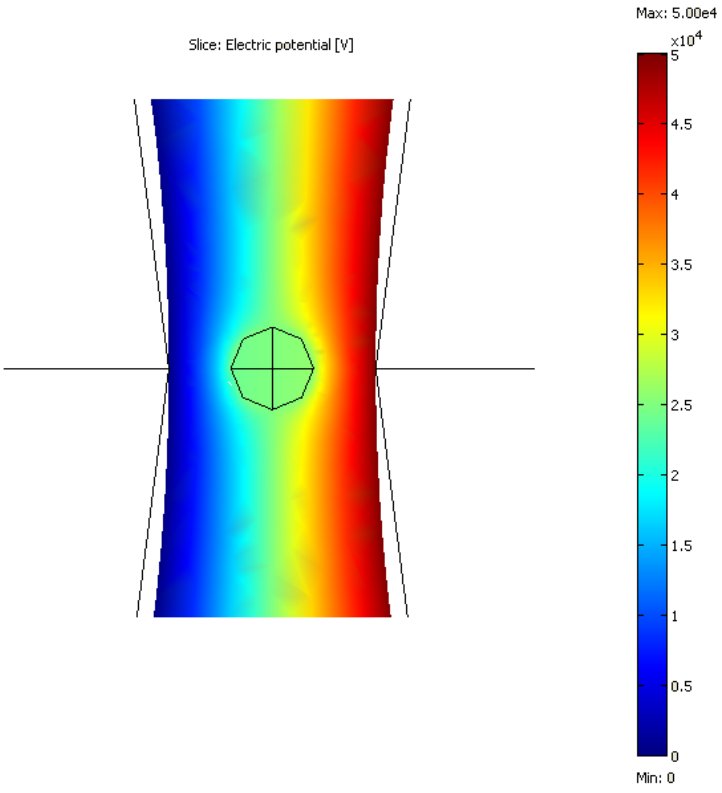


Şekil 4.78 : Su damlacığı olduğu durumda gerilim altındaki elektrot yüzeyindeki elektrik alan dağılımı

Su damlacığı üzerindeki elektrik alan dağılımı Şekil 4.79'da verilmiştir. Damlacığın üzerindeki dağılımın diğer durumlara göre y doğrultusunda en büyük değerine daha dar bir bölgede eriştiği görülmektedir. Bunun nedeni, eşpotansiyel çizgilerin seyrelmesine ve su damlacığının yüksek bağıl dielektrik sabitidir. Şekil 4.80'de verilen elektrotlar çevresindeki gerilim dağılımı eşpotansiyel çizgilerine dik olan elektrik alan çizgilerinin su damlacığı üzerindeki etkisini açıklamaktadır. Potansiyelin, dielektrik sabitine bağlı olarak damlacık üzerinde çok seyrekleştiği görülmektedir.



Şekil 4.79: Su damlacığı üzerindeki elektrik alan dağılımı



Şekil 4.80: Su damlacığı ve elektrotlar arasındaki gerilim dağılımı

4.4.3 Sonuçlar ve değerlendirme

Yedi farklı modelden oluşan bu çalışma, iki farklı durumu incelemek amacıyla yapılmıştır. İncelenmek istenen ilk durum yağ seviyesinin delinme gerilimine etkisi ve ikinci durum ise yağ içerisinde bulunan hava kabarcığı, katı parçacık ve su damlacığı olduğu durumda elektrik alan dağılımının bulunmasıdır.

Yağ seviyesinin delinme gerilimine etkisini incelemek amacıyla üç farklı yağ seviyesi için elektrik alan dağılımı elde edilmiştir. Elektrik alan değerinin en büyük olduğu durumda delinmenin olma olasılığının en fazla olacağından elektrot üzerindeki alan dağılımları elde edilmiştir. Sonuçlara göre yağ seviyesinin üç farklı durumunda, en büyük elektrik alan değerinin değişmediği görülmüştür. Bunun nedeni alan değerinin yüksek olduğu kısmın topraklı ve gerilim altındaki elektrodun en yakın olduğu yerdir. Alan değeri bu bölgeden uzaklaştıkça azalmakta ve yaklaşık olarak sabit kalmaktadır. Sonuç olarak yağ seviyesinin elektrik alan dağılımına dolayısı ile delinme gerilimine etkisi ihmal edilebilecek kadar azdır.

Yağ içerisinde bulunan yabancı parçacıkların delinme gerilimine etkisinin incelenmesi amacı ile uygulamada en çok karşılaşılabilecek durum olan hava kabarcığı, su damlası ve katı yabancı parçacık, elektrotların en uç noktasına ve ortalarına yerleştirilmiştir. Bu şekilde tek bir yabancı cisim ile yaklaşık delinme olasılığının en fazla olduğu durum elde edilmiştir. Gerilim dağılımı diğer bir deyişle eşpotansiyel çizgilerin model üzerindeki izlediği yol ortamdaki malzemelerin dielektrik sabitlerine bağlıdır. Yapılan benzetimlerde bağıl dielektrik sabitinin büyümesi ile yabancı parçacık üzerinde oluşan eşpotansiyel çizgilerin seyrekleştiği ve en büyük alan değeri olarak ise dielektrik sabiti ile doğru orantılı olduğu görülmüştür. Delinme riskinin en fazla olduğu durum su damlacığı yani bağıl dielektrik sabitinin en büyük olduğu durumdur.

Bu çalışma, pratikte elde edilen sonuçları SEY ile tekrar elde edilmesini içermektedir. Yapılanlara ek olarak deneysel olarak elde edilen delinme gerilimi değerlerinin SEY ile elde edilenlerle karşılaştırılması, bu çalışmayı daha anlamlı kılacaktır. Elde edilecek karşılaştırmalı sonuçlar ışığında yağın yalıtım malzemesi olarak kullanıldığı aygıtlarda davranışının incelenmesi bir sonraki adım olabilir.

4.5 Yüksek Gerilim Hava Hatlı İletim Sistemlerinde Kullanılan Örgülü Alüminyum İletken Çevresinde Elektrik Alan Dağılımının Elde Edilmesi

Elektrik enerjisi iletiminde kayıpların azaltılması amacı ile yüksek gerilimden yararlanılmaktadır. Uygulamada yüksek gerilim ile enerji iletiminde konumuna göre, zorunlu veya ekonomik olmasından dolayı hava hatları büyük pay sahibidir. Direkler üzerine yerleştirilen ve izolatörlerle toprağa karşı yalıtılan iletkenler vasıtasıyla güç iletimi sağlanmaktadır.

Hava hatlarında iletken olarak genellikle örgülü alüminyum iletkenler kullanılmaktadır. Örgülü alüminyum iletkenler Şekil 4.81'de görüleceği üzere küçük çaplı alüminyum iletkenlerin örülerek-burularak birleştirilmesinden oluşmaktadır. Direkler arası açıklığın büyük olduğu hatlarda, alüminyumun mekanik dayanımının sınırlı olmasından dolayı iletken merkezine çelikten yapılmış bir iletken eklenerek çelik özlü alüminyum iletkenler kullanılır. Çelik iletken mekanik dayanımı arttırmanın yanında deri etkisinden dolayı elektriksel iletkenliğe olan olumsuz etkisi çok azdır. Hat üzerinde oluşacak endüktif ve kapasitif kayıpların azaltılması ve mekanik dayanımın arttırılması amacı ile ayrıca iletken örgülü hale getirilmektedir. Bu özelliklerinden olayı som, tek damarlı iletkenlere göre örgülü iletkenler, hava hatlarında kullanım kolaylığı sağlamaktadır [8]. Şekil 4.82'de bir örgülü iletkenin fotoğrafı görülmektedir.



Şekil 4.81: Bir çelik özlü alüminyum iletkenin enine kesit görünüşü



Şekil 4.82: Bir çelik özlü alüminyum iletkenin yandan görünüşü

İletkenden toprağa direk veya izolatör üzerinden atlama riskinin incelenmesi amacı ile iletkenin elektrik alan dağılımının ve şiddetinin bilinmesi gerekmektedir. Örgülü iletkenin şekli, alan bakımından kolay incelenebilir bir yapıda değildir. Bundan dolayı analitik olarak hesap yapılması çok zordur [8]. Bu yüzden sayısal yöntemler, alan hesabı için öne çıkmaktadır.

Yapılan bu çalışma ile örgülü iletkenin çevresinde oluşan elektrik alanın elde edilmesi amaçlanmıştır. Kullanılan bilgisayar kaynaklarının kısıtlı olmasından ötürü gerçek iletken ölçüleri ile çalışılamamıştır. İletken şekli büyütülmüş ölçülerle modellenerek alan dağılımı hakkında bir fikir elde edilmiştir.

Üç fazlı iletken yapısı yüksek gerilim sistemlerinde sıkça kullanılmaktadır. Bu nedenle benzetim tek, iki ve üç iletkenin yan yana olduğu durum için tekrarlanmıştır. Böylece yan yana iletkenli bir sisteminin mevcut olduğu durumda alan dağılımı elde edilmiştir.

Analitik hesaplamanın zor olmasından dolayı SEY yöntemi ile alan dağılımı hesabı yapılmıştır. Örgülü iletken SEY ise üç boyutlu olarak tasarlanmıştır. Bunun nedeni ise eksenel simetrinin geometri üzerinde mevcut olmamasıdır.

4.5.1 Modelin oluşturulması

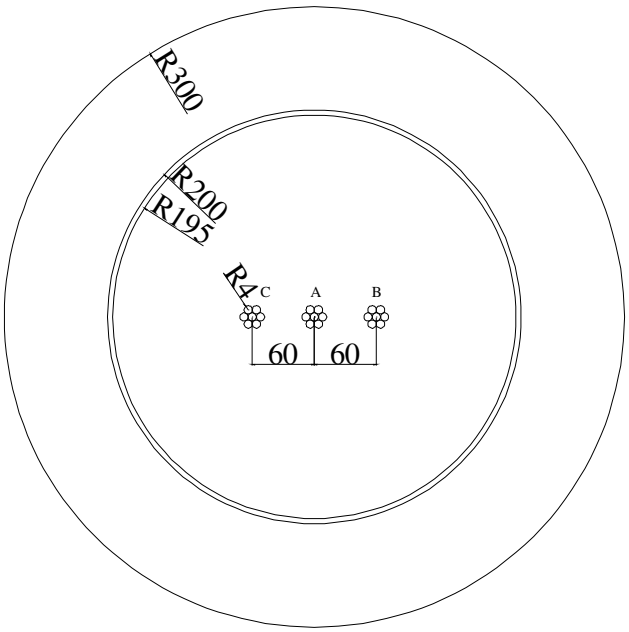
SEY ile analiz amacı ile kullanılan program, geometriyi ve ağı oluştururken bilgisayar belleğini yoğun biçimde kullanmaktadır. Gerçek boyutlarında herhangi bir çelik özlü örgülü iletkenin modellenmesinde, kullanılan bilgisayar belleği ve işlem kapasitesi yetersiz kalmış ve model oluşturulamamıştır. Bu nedenle gerçek ölçülerle orantılı olarak büyütülmüş şekillerle model hazırlanmıştır.

Model oluşturulurken 6 alüminyum ve 1 çelik telden oluşan Phlox iletkeni göz önüne alınmıştır. Bu iletkeni oluşturan her bir telin çapı 3,93 mm ve iletkenin anma çapı 11,8 mm'dir. Modelde ise iletken, 0,4 m yarıçaplı 7 tel kullanılarak oluşturulmuştur. Böylece gerçek Phlox tipi iletken ölçüleri için yaklaşık 200 kat büyülterek

modelleme yapılmıştır. Modelleme tek iletkenin merkezde, iki iletkenin ve üç iletkenin olduğu durum için oluşturularak SEY ile elektrik alan dağılımları elde edilmiştir.

4.5.1.1 Modelin boyutları ve malzeme tanımlamaları

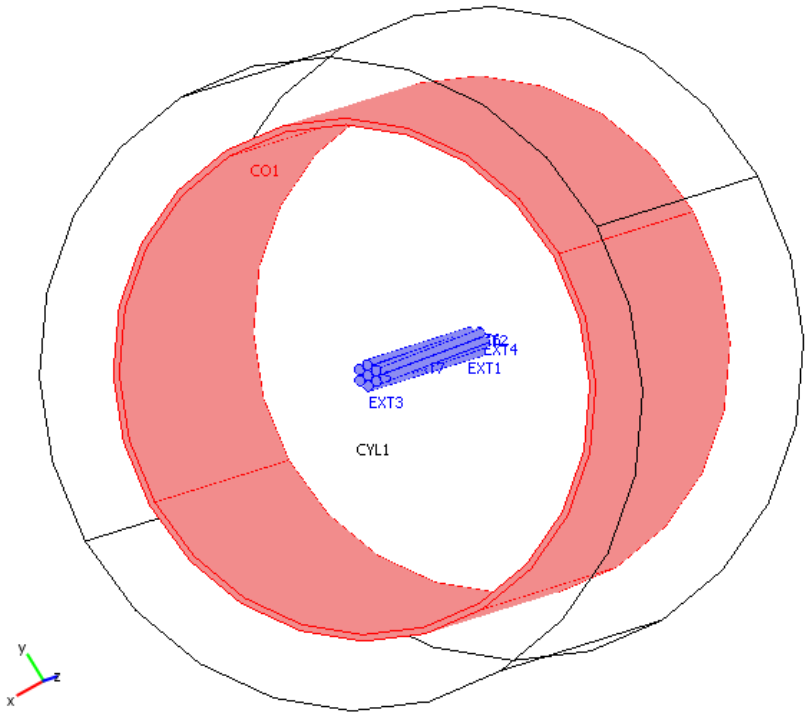
Üç iletkenin modellendiği duruma ilişkin kesit görüntüsü Şekil 4.83'de verilmiştir. Modelde örgülü iletkeni oluşturan her bir tel 0,4 m yarıçapındadır. İletkenlerin eksenleri arasındaki uzaklık ise 6 metredir. Toprak potansiyeli, kalınlığı 0,5 m, dış yarıçapı 20 m ve yüksekliği 25 m olan silindir ile sağlanmıştır. Kapalı, sonlu bir hacim elde edilmesi amacıyla 30 m yarıçaplı ve 30 m yüksekliğe sahip bir silindir kullanılmıştır. İletken uzunluğu ise 20 metre alınmıştır. İletkene örgülü şekli vermek amacıyla merkezde bulunan tel dışındaki teller, iletken uzunluğu boyunca 30 derece döndürülmüştür. Tek iletkenin olduğu duruma ilişkin üç boyutlu görüntü, Şekil 4.84'de verilmiştir.



Şekil 4.83 : Üç iletkenin olduğu durum için kesit görünüş (ölçüler desimetre cinsindendir.)

Tek iletkenin olduğu durumda şekilde görülen A iletkeni modelde kullanılmıştır. İki iletkenin olduğu modelde B ve C iletkenleri A iletkeninin merkezine 3 m

yaklaştırılarak geometri elde edilmiştir. Bu modelde A iletkeni sistemden çıkartılmıştır.



Şekil 4.84 : Tek iletkenin olduğu durum için modelin üç boyutlu görüntüsü

Gerçek durumda toprak potansiyeli, taşıyıcı direk ve yeryüzünde bulunmaktadır. Ancak bu durum modellenemediğinden iletkenin tüm sınırlarına eşit uzaklıkta toprak potansiyeli olduğu varsayılmıştır. Bu durumuyla model, eş eksenli silindirsel elektrot sistemi gibi veya gaz yalıtımlı kablo gibi göz önüne alınabilir. İletkenin alan bakımından davranışı inceleneceğinden modellemenin bu şekilde yapılması benzetimin yapılma amacından sapmaya neden olmayacaktır.

İletkenler arası uzaklık, standart iletkenler arasındaki uzaklıkla orantılı değildir. Programın izin verdiği aralık kullanılarak geometri oluşturulmuştur.

Toprak potansiyelini oluşturan cismin ve iletkenlerin bağıl dielektrik sabitleri 1 olarak alınmıştır. Toprak potansiyelini oluşturan cisim ve iletkenlerin merkezinde bulunan tel dışındaki teller alüminyum, merkezdeki tel ise çelik olarak programa tanıtılmıştır.

4.5.1.2 Modelin sınır koşullarının belirlenmesi ve ağın oluşturulması

Model çizildikten sonra benzetimin bir sonraki adımı sınır koşullarının belirlenmesidir. Oluşturulan üç model için de iletkene ve toprak potansiyelini sağlayan cisme Dirichlet sınır koşulu uygulanmıştır. Tek iletkenin olduğu modelde iletkene 21 kV, iki ve üç iletken ile oluşturulan sistemde iletkenlere 36 kV gerilim uygulanmıştır. Kalınlığı 0,5 m olan cisme ise toprak potansiyeli programda tanıtılmıştır.

En dışta bulunan ve amacı problemin inceleneceği bölgeyi kuşatarak sınırlandırmak olan silindir şeklindeki cisme Neuman sınır koşulu uygulanmıştır. Böylece kabın yüzeyi dışındaki bölgede ağ oluşturulmayacak dolayısıyla bölge dışında çözümleme yapılmayacaktır. İletkenler ve toprak potansiyelini sağlayan cisimler ağın oluşturulmaması amacı ile modelden çıkarılmıştır.

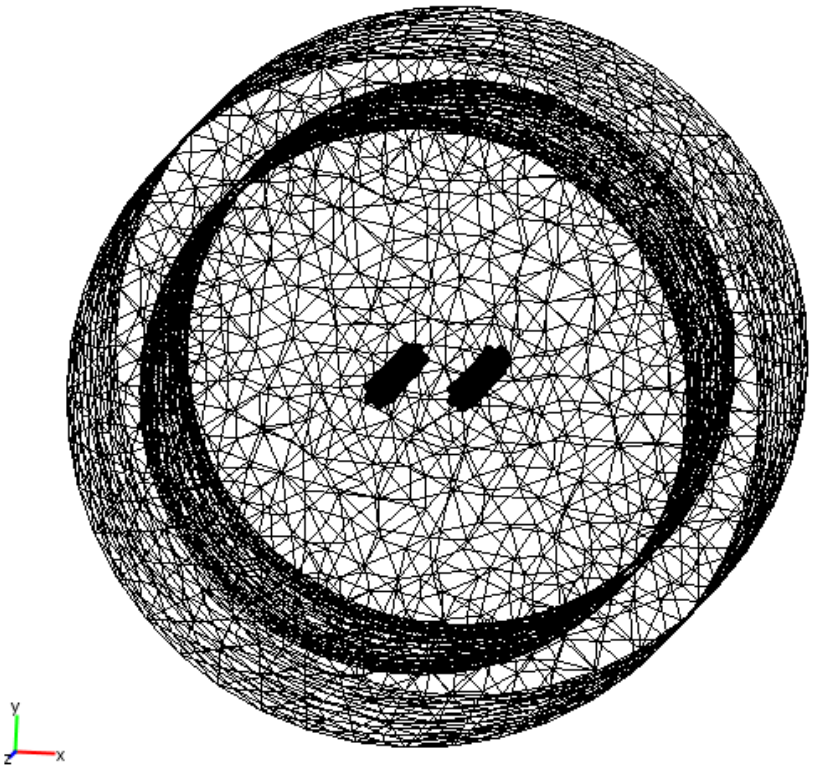
SEY ağı, model üç boyutlu olarak tasarlandığından dörtyüzlü elemanlar kullanılarak elde edilmiştir. Programda ağın yapısını belirleyen özellikler Çizelge 4.7'de verilmiştir.

Çizelge 4.7: Modelde kullanılan ağ yapısını belirleyen özellikler

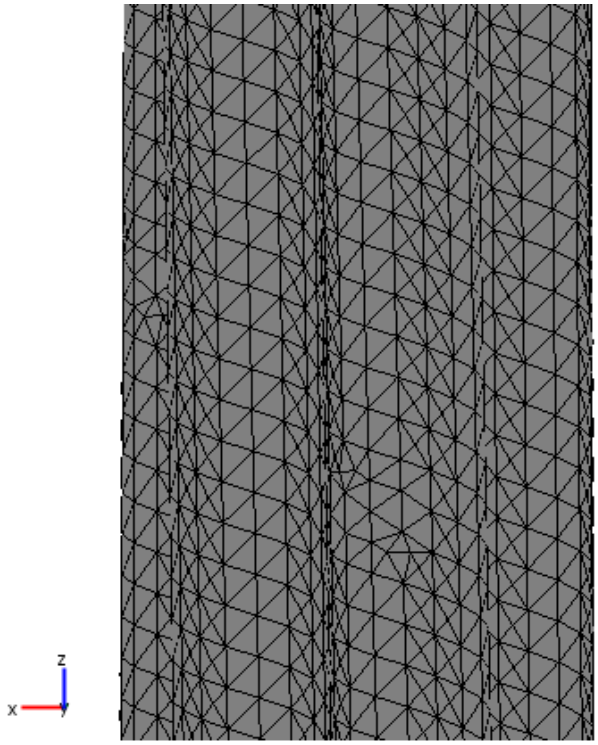
Maximum Element Size Scaling Factor	0.8
Element Growth Rate	1.45
Mesh Curvature Factor	0.5
Mesh Curvature Cutoff	0.02
Resolution of Narrow Regions	0.6

İki iletkenden oluşan modelin genel ağ görüntüsü Şekil 4.85'de verilmiştir. Bu model için 117115 adet dörtyüzlü eleman ve 25138 adet düğüm noktası ile ağ oluşturulmuştur. Ayrıca sınırlarda 23854 adet üçgen eleman kullanılmıştır.

İletkenlerin üzerindeki ağ yapısı göstermek amacıyla sadece bir iletken üzerinde ağ oluşturulmuştur (Şekil 4.86). Bu durumda iletken üzerindeki burgulu (örgülü) yapı daha net gözükmektedir.



Şekil 4.85 : İki iletkenin olduğu durum için modelin ağ görüntüsü



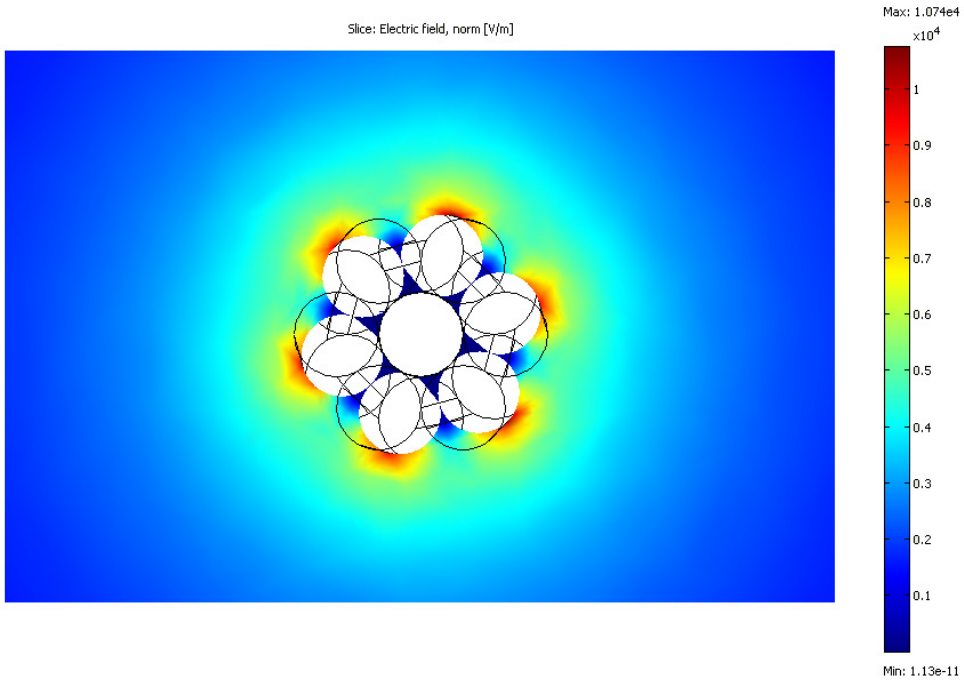
Şekil 4.86: İletkene ilişkin ağ görüntüsü

4.5.2 Problemin çözülmesi ve benzetim sonuçları

Oluşturulan model SEY ile çözülürken başlangıç koşulu olarak ortamda yükün olmadığı varsayılmıştır. Elektrik alan dağılımının elde edilmesi için yüksüz durumda alan değerini veren Laplace denklemi SEY yardımı ile çözülmüştür. Oluşturulan üç model için çözümleme tekrarlanmıştır.

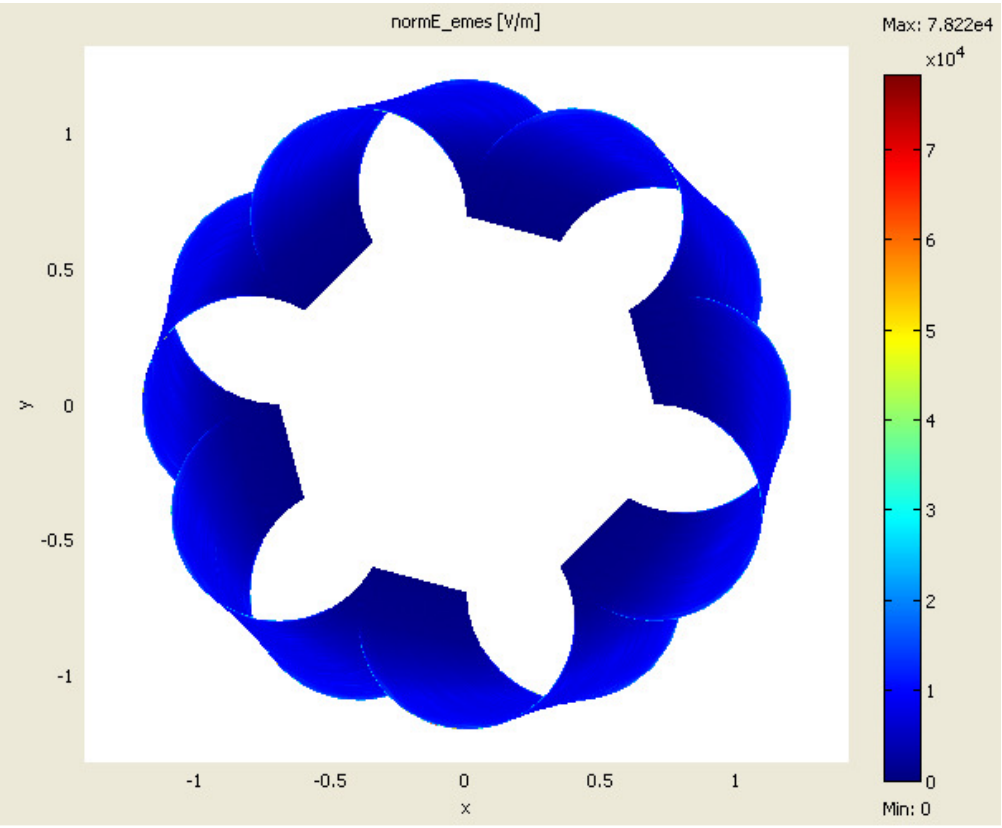
Çözümleme sonucunda elde edilen tüm grafiklerin yanında elektrik alan değerlerini içeren bir gösterge bulunmaktadır. Yapılan benzetimlerde gerçek ölçüler ve açıklıklar kullanılmadığından burada elde edilen değerlerin bir anlamı yoktur. Grafiklere yerleştirilmesindeki amaç birden fazla iletken ile tek iletken olduğu durumlarda en büyük elektrik alan değerlerin karşılaştırılmasıdır.

Şekil 4.87 tek iletken ile hazırlanmış modelde iletken çevresindeki elektrik alan dağılımını göstermektedir. Çelik özlü iletken etrafında alan değerinin çok küçük olduğu görülmektedir. Bunun nedeni alüminyum damarların oluşturduğu elektrik alanların, çelik damarın oluşturduğu alanı yok etmesidir. Şekil 4.87'den görüleceği üzere dıştaki tellerin dışa bakan yüzlerinde elektrik alan şiddetinin yükseldiği görülmektedir. Eğer iletken tek bir telden veya düz bir silindirden oluşturulsaydı alan dağılımı silindirin her yüzünde eşit olacaktı.



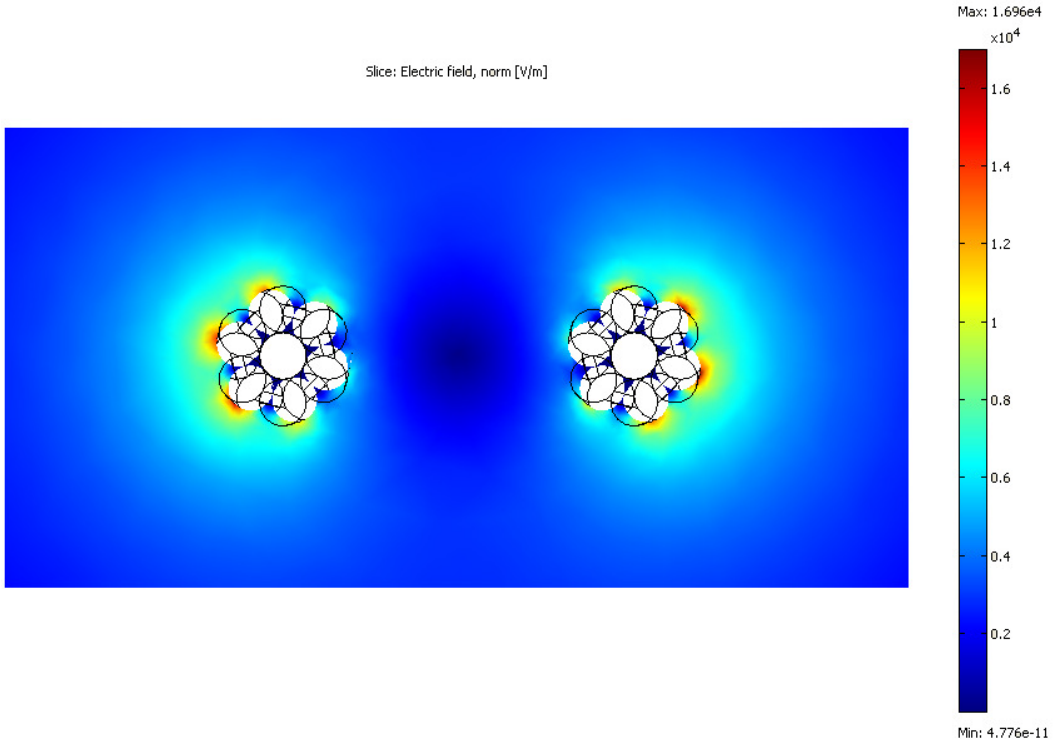
Şekil 4.87 : Tek iletken ile oluşturulan modelde iletken çevresindeki elektrik alan dağılımı

Alüminyum iletkenin toprağa yakın yüzeyleri üzerindeki elektrik alan dağılımına ilişkin xy düzlemindeki grafik Şekil 4.88'de gösterilmiştir. Şekilde gözükmeyen kırmızı ile belirtilen alan değerleri iletkenin uç kısımlarına aittir. Sonlu uzunlukta iletken modellendiğinden kenar etkisinden dolayı alan iletken uçlarında en büyük değeri almaktadır. Bu kısımlar dikkate alınmadığında topraklı cisme en yakın olan yüzeylerde alan değerinin daha büyük olduğu görülmektedir.

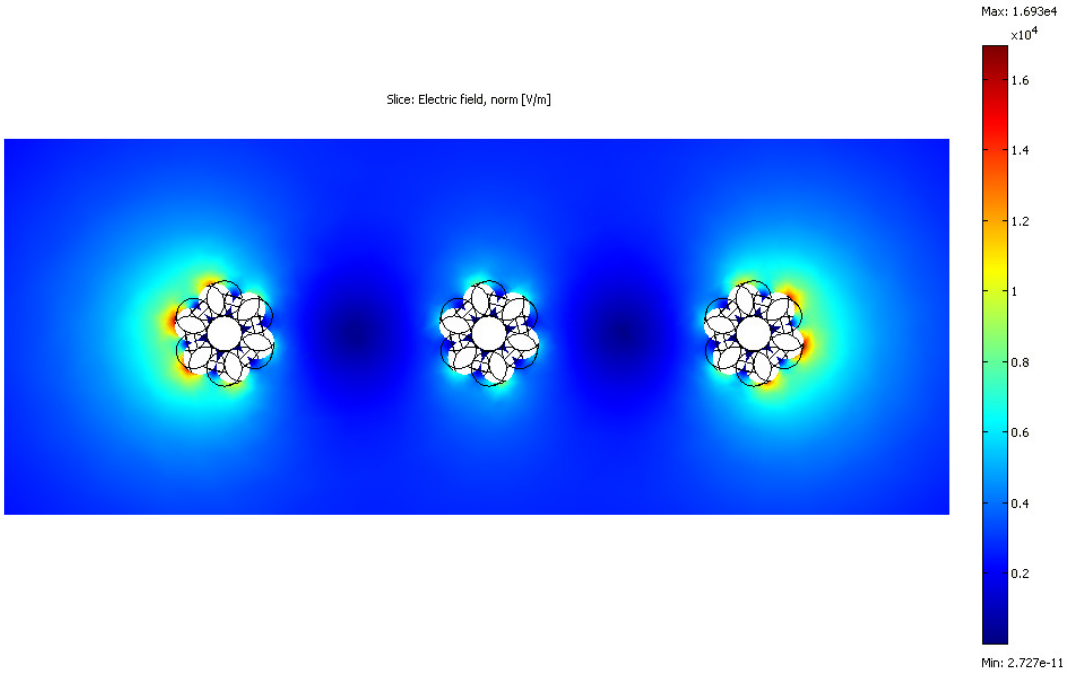


Şekil 4.88: Alüminyum iletkenin dış yüzeyindeki elektrik alan dağılımı

Şekil 4.89 ve 4.90 sırası ile iki ve üç iletkenin olduğu durumda elektrik alan dağılımı grafiğini vermektedir. İletkenlerin birbirlerine bakan yüzlerinde alan değerlerinin bakmayan yüzlere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Bunun nedeni iletken yüzeyinden çıkan alan çizgilerinin yönlerinin zıt olması ve birbirlerini yok etmesidir. İletken sayısı arttıkça alan şiddetinin en dıştaki iletkenler için arttığı görülmektedir. Toprak potansiyelini temsil eden cismin boyutları iletken sayısı ile arttırılmadığından dış kısımda kalan iletkenlerde alan şiddeti artmıştır. Ayrıca iletken sayısı da alan şiddetine etkilemektedir.

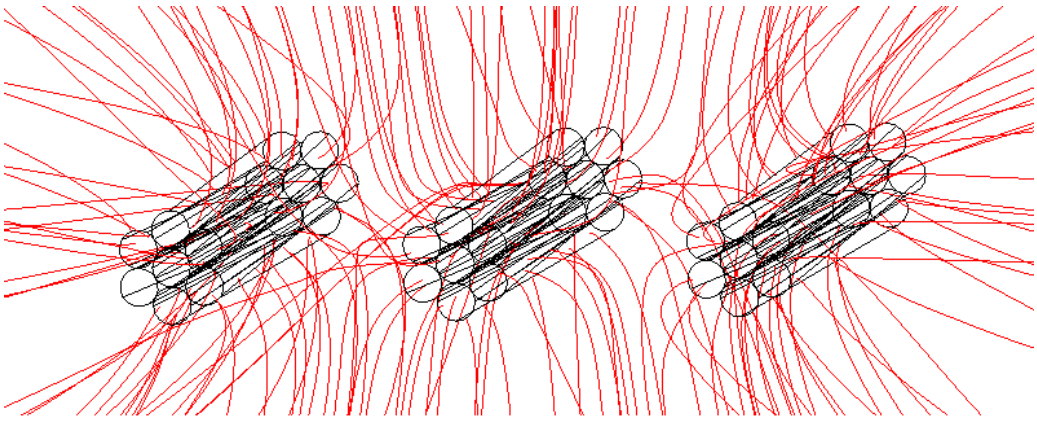


Şekil 4.89: İki iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan dağılımı



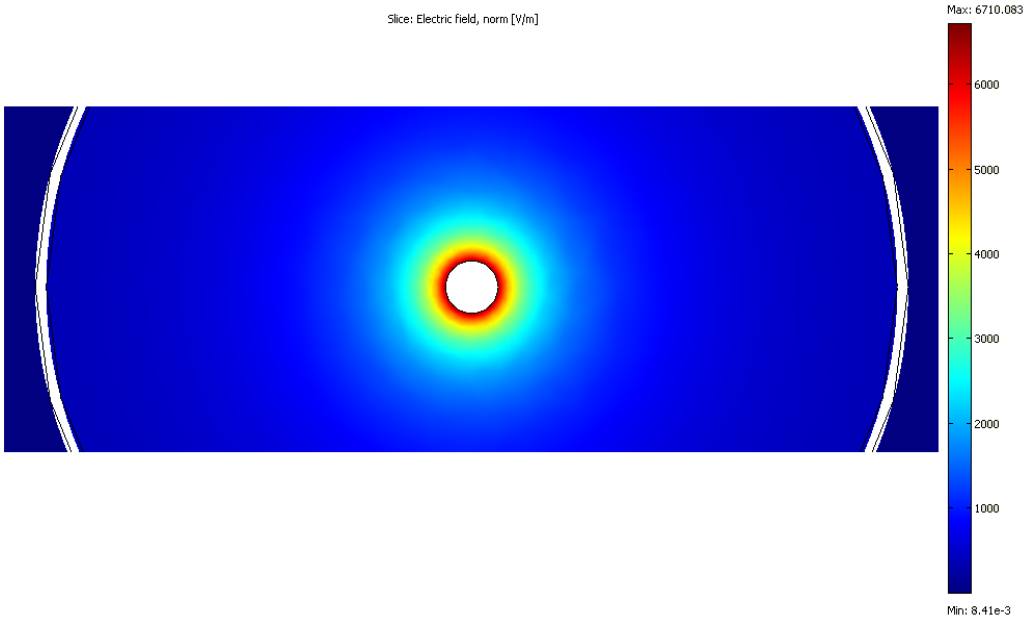
Şekil 4.90: Üç iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan dağılımı

İletkenlerin birbirlerine bakan sınırlarında alan değerinin neden azaldığı Şekil 4.91'de bulunan alan çizgileri görüntüsünden daha açık anlaşılabilir.

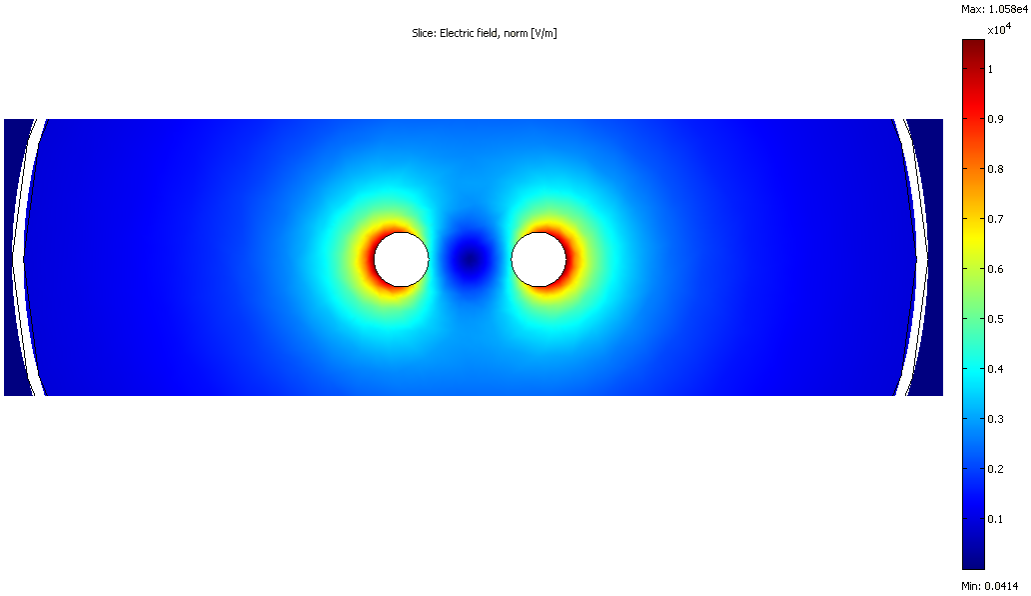


Şekil 4.91: Üç iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan çizgileri

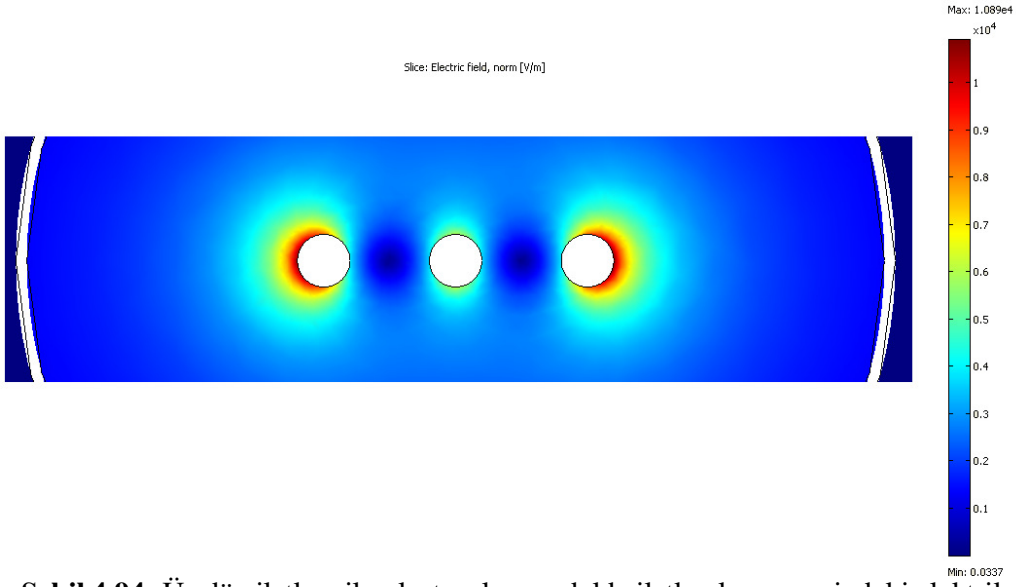
Şekil 4.92, 4.93 ve 4.94 sırası ile iletkenin düz örgülü olmadığı duruma ilişkin elektrik alan dağılımlarını vermektedir. Şekillerden görüleceği üzere örgülü iletkenin üzerinde oluşan elektrik alan düz iletkene göre daha fazladır. Düz iletkene ilişkin veriler kullanılan programa girilirken örgülü iletken ile aynı değerler kullanılmıştır.



Şekil 4.92: Tek düz iletken ile oluşturulan modelde iletken çevresindeki elektrik alan dağılımı



Şekil 4.93: İki düz iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan dağılımı



Şekil 4.94: Üç düz iletken ile oluşturulan modelde iletkenler çevresindeki elektrik alan dağılımı

4.5.3 Sonuçlar ve değerlendirme

Hava hattı iletim sistemlerinde kullanılan çelik özlü örgülü alüminyum iletkenin elektrik alan dağılımı incelenmiştir. Uygulamada kullanılan üç fazlı iletken yapısı da şekilsel olarak modellenmiştir. Modelleme bir, iki ve üç iletken ve toprak potansiyelini oluşturan cisimden oluşmuştur.

Yapılan çözümlemelerin sonucunda düz örgüsüz iletkene göre örgülü iletkenin elektrik alan dağılımının farklı olduğu görülmüştür. İletken sayısı ve konumunun

alan dağılımına etkisinin olduğu gözlenmiştir. Öyle ki bir doğru üzerine yerleştirilmiş üç iletkenden ortadaki iletkenin alan şiddetinin kenarlardaki iletkenlere göre daha az olduğu görülmüştür.

Benzetimin yürütüldüğü bilgisayarın bellek ve işlemci kapasitesi sınırlı olduğundan geometriler gerçek ölçülerde oluşturulamamıştır. Bu nedenden ötürü elde edilen alan değerleri gerçek durumlarla ilişkilendirilemez. Elde edilen sonuçlar alan dağılım davranışı bakımından incelenmesi gerekmektedir. Ayrıca modelde toprak tüm iletkenin yüzeyine eşit mesafede olduğu varsayılmıştır. Uygulamada bu durum mümkün değildir. İletken etrafındaki alan dağılımı davranışı elde edilmeye çalışıldığından bu durum sonuçları etkilememektedir.

Bu çalışmanın bir sonraki aşaması gerçek boyutlar ve açıklıklar ile çözümlemenin gerçekleştirilmesidir. Ayrıca toprak potansiyelinin gerçeğe uygun şekilde sistemde konumlandırılması alan şiddeti değerlerinin incelenebilecek doğruluğa erişmesini sağlar. En son olarak benzetimde kullanılan bu iletken yüksek gerilim direği ve izolatörün bulunduğu sistem içerisine konularak uygulamaya en yakın biçimde alan dağılımı sonuçları elde edilebilir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yapılan çalışma, beş farklı model ile oluşturulan benzetimlerden oluşmuştur. Benzetimler tezde bulunduğu sıra ile, yarı küre şeklindeki pürüz, düzlem elektrot üzerine yerleştirilmiş, pürüzün ve çubuk elektrodun konumları değiştirilerek farklı gerilim seviyesinde gerilim ve elektrik alan dağılımlarının bulunmasını, küresel elektrot sisteminde deneysel olarak belirlenmiş atlama gerilimleri ve açıklıklarında gerilim altında bulunan küredeki en büyük elektrik alan değerinin elde edilmesini, iletkeni bağlı mesnet izolatörün üzerinde bulunan farklı konum ve sayıdaki su damlalarının elektrik alana etkisinin incelenmesini, yağ deney kabına konulan yağın içerisinde yabancı cismin bulunduğu durumda elektrik alan dağılımındaki değişimin elde edilmesi ve aynı benzetimde deney kabına konulan yağın yüksekliğinin elektrik alana dolayısıyla delinme gerilimine etkisinin incelenmesini ve son olarak örgülü iletkenin çevresinde oluşan elektrik alanın elde edilmesini içermektedir.

İlk benzetim olan düzlem, çubuk elektrot ve pürüzden oluşan sistemde çubuk elektrodun ve pürüzün belirli bir konuma kadar sistemin elektrik alan dağılımına etkisi olduğu gözlemlenmiştir. Pürüz ile çubuk elektrot arasındaki açıklık ile alan değeri arasında ters orantı olduğu, yani çubuk elektrot pürüze ne kadar yakınsa elektrik alan değerinin o kadar yüksek olduğu benzetimlerden elde edilmiştir. Ayrıca pürüzün belirli bir açıklıktan sonra elektrik alana etkisinin ihmal edilebilecek kadar az olduğu bulunmuştur. Yapılan çalışmaya ek olarak, sabit pürüz konumunda çubuk elektrotla düzlemsel elektrot arasındaki açıklık ve gerilim değiştirilerek alan dağılımları elde edilebilir. Farklı elektrot sistemleri ve farklı geometrili pürüz türleri için ve iletken veya yalıtkan malzemeden yapılmış farklı boyutlardaki pürüzler için incelemeler yapılabilir.

Deneysel olarak elde edilen belirli açıklıklardaki atlama gerilimlerinde oluşan en büyük alan değerinin incelendiği modelde alan değerlerinin değişiminin üstsel olduğu bulunmuştur. Elde edilen en büyük alan değerleri ile oluşturulan eğri $A.x^B$ biçimindedir. Grafikten elde edilen davranışa göre küresel elektrotlar arasındaki açıklık arttıkça elektrik alan değerinin azaldığı görülmektedir. Denklemi elde edilen

bu eğri, deneyle belirlenmemiş açıklıklar için en büyük elektrik alan değerini bulmak amacıyla kullanılabilir. Bu çalışma farklı elektrot düzenekleri için tekrarlanarak yeni eğri takımları elde edilmesi bir sonraki adım olarak öngörülebilir. Bunun yanında ortamın koşullarını veya ortamda bulunan yalıtkan gazın değiştirilmesi yapılan çalışmanın daha ileriye götürülmesini sağlar.

Diğer benzetimde, su damlasının elektrik alan değerini değiştirdiği görülmüştür. Su damlasının mesnet izolatör üzerindeki iletkene yaklaştıkça elektrik alan değerinin yükseldiği ve yükselişin üstsel bir formda olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca iki su damlası olduğu durumda elektrik alan değerinin tek su damlasının olduğu duruma göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Bu modellemeye ek olarak, kar, toz ve kirlenmenin olduğu durumlar inceleme konusu olabilir.

Yağ deney düzeneğinde denenen yağın kap içerisindeki seviyesinin elektrik alan dağılımına etkisinin ihmal edilebilecek kadar az olduğu sonucu elde edilmiştir. Yağ içerisindeki yabancı parçacığın bağıl dielektrik sabitinin büyümesi ile yabancı parçacık üzerinde oluşan eşpotansiyel çizgilerin seyrekleştiği ve sistemdeki en büyük alan değeri olarak ise dielektrik sabiti ile doğru orantılı olduğu görülmüştür. Yapılanlara ek olarak deneysel olarak elde edilen delinme gerilimi değerlerinin SEY ile elde edilenlerle karşılaştırılması, bu çalışmayı daha anlamlı kılacaktır. Elde edilecek karşılaştırmalı sonuçlar ışığında yağın yalıtım malzemesi olarak kullanıldığı aygıtlarda davranışının incelenmesi bir sonraki adım olabilir.

Son benzetimde, yapılan çözümlemelerin sonucunda düz örgüsüz iletkene göre örgülü iletkenin elektrik alan dağılımının farklı olduğu görülmüştür. İletken sayısı ve konumunun alan dağılımına etkisinin olduğu gözlenmiştir. Bu çalışmanın bir sonraki aşaması gerçek boyutlar ve açıklıklar ile çözümlemenin gerçekleştirilmesidir. Ayrıca toprak potansiyelinin gerçeğe uygun şekilde sistemde konumlandırılması alan şiddeti değerlerinin incelenebilecek doğruluğa erişmesini sağlar. En son olarak benzetimde kullanılan bu iletken yüksek gerilim direği ve izolatörün bulunduğu sistem içerisine konularak uygulamaya en yakın biçimde alan dağılımı sonuçları elde edilebilir.

Bilindiği üzere SEY, incelenecek sistemin geometrisinin oluşturulması, malzeme, sınır koşullarının tanıtılması ve ağ yapısının oluşturulması sonucunda çözümün elde edilmesini sağlamaktadır. Sonucun doğruluğu ise oluşturulan ağın sıklığına bağlıdır. Ayrıca kullanılan çözüm yöntemi sonuca ulaşmada büyük rol oynamaktadır. Yapılan

benzetimlerde geometri ne kadar küçük dörtyüzlü elemanlar ile ağa bölünür ise elde edilen sonuç o kadar gerçekçi olmakta ve teorik bilgilerle örtüşmektedir. Ağın sıklaştırılması düğüm sayısının ve çözülmesi gereken denklem takımının artması anlamına gelmektedir. Bu noktada SEY'i çözüm aracı olarak kullanılan programın yapısı önem kazanmaktadır. Programın bilgisayar belleğini ve işlemcisini kullanma yüzdesi kullanılan bilgisayar kaynağına göre modelin SEY ile çözülememesine hatta ağın oluşturulamamasına neden olmaktadır. Geometride bulunan dar açılar ve sivri köşeler çözümü zorlaştırmakta ve aynı zamanda elde edilen sonucu olumsuz yönde etkilemektedir. Sonuca ulaşabilmede bir başka önemli nokta ise oluşturulan modelin boyutu ile ilgilidir. Tez kapsamında üç boyutlu benzetimler yapıldığından bellek ve işlemci kapasitesi ile ilgili sorunlarla sıkça karşılaşılmıştır. Bunun sonucu olarak SEY ile çözümleme yapıldığında geometriye ve model boyutuna bağlı olarak kullanılan bilgisayar kaynaklarının işlemci ve bellek yönünden gelişmiş olması gerekmektedir.

Yapılan benzetimler sonucunda belirli koşullar ile elektrik alana ilişkin sonuçlar elde edilmiştir. Sonuçların doğruluğunun kanıtlanması amacı ile yapılan çalışmalara ilişkin deneysel değerlerin elde edilmesi büyük önem kazanmaktadır. Yapılan literatür taraması sonucunda konu ile ilgili çeşitli sayısal yöntemler ile yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlar ile tez kapsamında yapılan benzetimler sonucu elde edilen değerler örtüşmektedir. Bu SEY'in güvenilir bir sayısal yöntem olduğunu göstermektedir. Bunun en büyük kanıtı ise IEC tarafından yayınlanan TR 62095-Electric cables-Calculations of current ratings-Finite element method isimli raporudur [17].

KAYNAKLAR

[1] **Lakdawala, V., Noel, M. M., Basappa, P., Jambula, A.,** 2008: Optimization of Complex Electrode for Use in Electrical Measurements. IEEE International Symposium on Electrical Insulation, Vancouver, Canada.

[2] **Knutson, R. S., Abdalla, D. M., Pixton, M. R.,** 1991: PC Based Electrostatic Field Calculation Techniques. 12th Annual Ideas in Science and Electronics Exposition/Symposium.

[3] **Kalenderli, Ö.,** 1995, "Elektrik Mühendisliğinde Sonlu Elemanlar Yöntemi", Ders Notları, İTÜ, İstanbul.

[4] **Chari, K. V. M., Bedrosian, G., D'Angelo, J., Konrad, A.,** 1993: Finite Element Applications. *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 29, No. 2, pp. 1306-1314.

[5] **Ijumba, M. N., Britten, C. A., Swartz, J.,** 2003: Effect of Water Droplet Corona on Silicone Rubber Insulators under HVDC Potential. XIIIth International Symposium on High Voltage Engineering, Rotterdam, Netherlands.

[6] **Peng, Y., Zongren, P., Li, C., Peng, L., PuXuan, Z.,** 2005: Finite Element Calculation on Electric Field of Composite Insulator Used in 330kV Compacted Transmission Line. XIVth International Symposium on High Voltage Engineering, Beijing, China.

[7] **Leśniewska, E.,** 2001: Application of 3D Analysis for Modelling the Electric Filed Distribution in Ceramic Insulator of HV Combined Instrument Transformer. *Journal of Electrostatics*, Vol. 51-52, pp. 610-617.

[8] **Hamada, S., Yamamato, O.,** 2003: Numerical Electric Field Calculation around a Bare Stranded Wire. XIIIth International Symposium on High Voltage Engineering, Rotterdam, Netherlands.

[9] **Kojima, S., Shida, N., Nishikori, Y., Kouno, T., Takuma, T.,** 2003: Analysis of Electric Field in the Area Surrounding a Man under a Lightning Struck Tree. XIIIth International Symposium on High Voltage Engineering, Rotterdam, Netherlands.

[10] **Hinterholzer, T., Boeck, W.,** 2003: Breakdown Behaviour in SF_6 Influenced by Space-Charge-Stabilization. XIIIth International Symposium on High Voltage Engineering, Rotterdam, Netherlands.

[11] **İsmailoğlu, H., Kalenderli, Ö., Özkaya, M., Gönenç, I.,** 1997: Breakdown in compressed N2 under impulse voltages, Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (The 1997 CEIDP), Minneapolis, USA, Vol. 2, pp. 604-607.

[12] **Leśniewska, E.,** 2003: Improvement of the Electric Strength of an Insulation System of a Medium Voltage Instrument Transformer Using Field Analysis. 11th International Symposium Electromagnetic Fields in Electrical Engineering, Maribor, Slovenia.

[13] **İdemen, M.,** 1996, "Elektromagnetik Alan Teorisi", İstanbul Teknik Üniversitesi, Literatür Yayıncılık, İstanbul, pp. 5-60

[14] **Griffiths, J. D.,** 2003, "Elektromagnetik Teori", Gazi Kitapevi, Ankara, pp. 58-124

[15] **Özkaya, M.,** 1996, "Yüksek Gerilim Tekniği, Cilt-1", İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Birsen Yayınevi, İstanbul, pp. 1-136

[16] **Hutton, V. D.,** 2004, "Fundamentals of Finite Element Analysis", Mc Graw Hill, Boston, pp. 45-114

[17] **IEC Technical Report Electric Cables – Calculations for Current Ratings-Finite Element Method,** IEC TR 62095-2003

[18] **Kutucu, K., Kalenderli, Ö.,** 2007: Bir Elektrot Sisteminin Elektrik Alan Dağılımına Pürüz Etkisinin SEY ile Üç Boyutlu Analizi. TÜBİTAK UME Yüksek Gerilim Ulusal Çalıştayı, Kocaeli, Türkiye.

[19] **Url-1** < http://www.yiltes.com.tr/yiltes.asp?Bolum=Satis&Adim1=Goster&Adim2=Goster&Adim2Ic=Goster&GrupID=33&UrunID=3302&UrunID2=330202&title=2 >, alındığı tarih 21.03.2009

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad:	Kaan KUTUCU
Doğum Yeri ve Tarihi:	Zonguldak, 28.09.1983
Adres:	İstinye Mah. İ. Galip Arcan Sok. Demircioğlu Apt. No. 9 Daire 9, Sarıyer/İSTANBUL
Lisans Üniversite:	İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik Mühendisliği