İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İKİ-BOYUTLU KOMPLEKS İŞARETLERİN YÜKSEK ÇÖZÜNÜRLÜKLÜ SPEKTRUM KESTİRİMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Umut Erdem KILINÇ

Anabilim Dalı: ELEKTRONİK VE HABERLEŞME MÜHENDİSLİĞİ

Programı: TELEKOMÜNİKASYON MÜHENDİSLİĞİ

HAZİRAN 2009

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İKİ-BOYUTLU KOMPLEKS İŞARETLERİN YÜKSEK ÇÖZÜNÜRLÜKLÜ SPEKTRUM KESTİRİMİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. Umut Erdem KILINÇ
(504051338)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 24 Nisan 2009
Tezin Savunulduğu Tarih : 1 Haziran 2009

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ahmet Hamdi KAYRAN (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Serhat ŞEKER (İTÜ)
Doç. Dr. Işın ERER (İTÜ)

HAZİRAN 2009

ÖNSÖZ

Yaptığım çalışmanın her adımında benden yardımını, bilgisini ve tecrübesini esirgemeyen saygıdeğer hocam Prof. Dr. Ahmet Hamdi KAYRAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, çalışma süresince yönlendirmeleriyle çalışmamı tamamlamama yardımcı olan Araş. Gör. Yük. Müh. Ahmet Korhan Tanç'a ve iş arkadaşlarıma, bugüne kadar desteklerini hep arkamda hissettiğim çok değerli aileme ve en başından beri ilgisini ve desteğini hiç eksik etmeyen sevgili eşime çok teşekkür ederim.

Haziran 2009 Umut Erdem KILINÇ

İÇİNDEKİLER

Sayfa

KISALTMALAR

2-B	: İki-boyutlu
2-D	: Two-dimensional
SONAR	: Sound Navigation And Ranging
MR	: Magnetic Resonance
ÇD	: Çeyrek-Düzlem
QP	: Quarter-Plane
MUSIC	: Multiple Signal Classification
ESPRIT	: Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques
AR	: Autoregressive
MA	: Moving Average
ARMA	: Autoregressive Moving Average
DZD	: Doğrusal Zamanla Değişmeyen
ME	: Maximum Entropy
MV	: Minimum Variance
HMHV	: Harmonic Mean Horizontal and Vertical
IIR	: Infinite Impulse Response
SNR	: Signal-to-Noise Ratio
PHD	: Pisarenko Harmonic Decomposition
FFT	: Fast Fourier Transform
EV	: Eigenvector

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

SEMBOL LİSTESİ

$(.)^{*}$	:	Karmaşık sayı eşleniği
$(.)^{H}$	:	Hermit işleci
$(.)^{T}$	:	Evrik alma işleci
$\|\cdot\|^{2}$	:	Norm operatörü
$\delta(.)$	:	Dirac fonksiyonu
ρ_{w}	:	Gürültü işaretinin varyansı
$x(.)$	:	Gürültüsüz işaret
$y(.)$	:	Üzerine gürültü eklenmiş işaret
$w(.)$	:	2-B pencere fonksiyonu
H	:	Kestirim filtresi
P	:	Spektrum kestirim fonksiyonu
$\boldsymbol{R}$	:	Özilinti matrisi
$\hat{\boldsymbol{R}}$	:	Kestirimle bulunan özilinti matrisi
$\boldsymbol{S}$	:	Kompleks işaret vektörü
p_{k}	:	k. işaretin genliği
φ_{k}	:	k. işaretin fazı
$a(.)$	:	Tüm-kutup doğrusal kestirim filtresi katsayısı
$\eta(.)$	:	Gürültü işareti
f_{1k}	:	k. işaretin birinci normalize frekans bileşeni
f_{2k}	:	k. işaretin ikinci normalize frekans bileşeni
Ω	:	Destek bölgesi
$e(.)$	:	Doğrusal kestirim hatası
ρ_{DK}	:	Doğrusal kestirim hatasının varyansı
ε	:	Doğrusal kestirim hataları karesel toplamı
$E\{.\}$	:	Beklenti operatörü
$\boldsymbol{a}$	:	Doğrusal kestirim katsayı vektörü
$\boldsymbol{e}$	:	Doğrusal kestirim hata vektörü
$\boldsymbol{U}$	:	Özvektör matrisi
λ	:	İşaret özdeğeri
μ	:	Sürecin ortalaması
$\boldsymbol{\Lambda}$	:	Özdeğer matrisi
$\boldsymbol{\psi}$	:	Köşegenleri işaret genliklerinin karelerinden oluşan matris
$\boldsymbol{I}$	:	Birim matris
$\boldsymbol{Y}$	:	İşaret örnek değerlerinden oluşan matris
θ	:	Açı değeri

İKİ-BOYUTLU KOMPLEKS İŞARETLERİN YÜKSEK ÇÖZÜNÜRLÜKLÜ SPEKTRUM KESTİRİMİ

ÖZET

İki-boyutlu (2-B) rastlantı süreçleri için spektrum analizi, ses işleme, imge işleme, radar, deniz radarı (SONAR), sismik işaret işleme, jeofizik, nükleer manyetik rezonans (MR) görüntüleme ve radyo astronomisi gibi işaret işleme alanlarında işaret spektrum kestiriminin doğru ve yüksek çözünürlüklü kestiriminin öneminden dolayı oldukça ilgi çeken konulardan biri olmuştur. Alınan bir işaretin frekans bileşenlerini karakterize eden herhangi bir işaret işleme yöntemi spektrum kestirimi olarak tanımlanabilmektedir. Spektrum kestirim yöntemlerindeki gelişmeler sayesinde 2-B işaretlerin yüksek çözünürlüklü spektrum kestirimi için bugüne kadar literatürde birtakım yöntemler sunulmuştur. Bu yöntemler değişik işaret modelleri ve parametreleri için farklı çözünürlükte ve doğrulukta spektrum kestirimleri ortaya koymuştur.

Bu tezde, 2-B ve sınırlı veriye sahip kompleks işaretlerin yüksek çözünürlüklü spektrum kestirim analizi yapılmıştır. Bu amaçla, 2-B kompleks işaret yapay olarak üretilerek üzerine gürültü işareti eklenmiş ve daha sonra da farklı spektrum kestirim yöntemleri kullanılarak bu işarete ait frekans bileşenleri yüksek çözünürlük ve doğrulukla ortaya çıkarılmıştır.

2-B işaretin frekans bileşenlerinin bulunmasında iki çeyrek-düzlem (ÇD) destek bölgeleri, çoklu ÇD destek bölgeleri ve 2-B MUSIC algoritmaları uygulanarak elde edilen sonuçlar farklı işaret parametreleri için karşılaştırılmıştır. İki ÇD destek bölgeleri algoritmasında, 1. ve 2. ÇD destek bölgeleri için ayrı işaret spektrumları hesaplanmış ve bu spektrumların harmonik ortalamalarının alınmasıyla asıl spektrum kestirimi elde edilmiştir. Çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması, 2-B doğrusal kestirim yöntemini kullanmakla birlikte, standart ÇD destek bölgesinden türetilen yeni destek bölgelerinin kullanılması temeline dayanmaktadır. Her bir destek bölgesi için spektrum kestirimi farklı olup, bu kestirimlerin birleştirilmesiyle istenen sonuç spektrum kestirimi elde edilmiştir. 2-B MUSIC algoritması, işaretin özilinti matrisinin işaret ve gürültü alt uzaylarına ayrışımı ve özilinti matrisinin özvektörlerinden yararlanılması temeline dayanmaktadır. Bunlara ek olarak, bu yöntemlerin herbirinin spektrum kestirim performansları klasik spektrum kestirim yöntemi olan 2-B periodogram sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

Ayrıca, 2-B işaretin spektrum kestiriminde önemli rol oynayan özilinti matrisinin kestirim yöntemleri ve bu kestirimlerin işaretin spektrum çözünürlüğüne olan etkisi incelenmiştir. Farklı işaret örnek değerlerinde 2-B spektrum kestirimi için en uygun özilinti matrisi kestirim yöntemi önerilmiştir.

THE HIGH RESOLUTION SPECTRUM ESTIMATION OF TWO-DIMENSIONAL COMPLEX VALUED SIGNALS

SUMMARY

Spectrum analysis for two-dimensional (2-D) random processes has been receiving interest in signal processing since it is very important to make accurate and high resolution spectrum estimation in many applications such as speech processing, image processing, radar, sonar, seismic signal processing, geophysics, nuclear magnetic resonance (MR) imaging and radio astronomy. The spectrum estimation is defined as of any signal processing method that characterizes and gives information about the frequency contents of a measured signal. There has been several 2-D high-resolution spectrum estimation methods proposed in literature thanks to the development at spectrum estimation methods. These methods presented 2-D spectrum estimation results with different resolution and accuracy, which were implemented for different signal models and parameters.

In this thesis, the high-resolution spectrum estimation analysis of 2-D complex signals with few data points was performed. For this purpose, a synthetic 2-D complex signal model was created; the noise signal was added on it and so on various 2-D spectrum estimation methods were applied to obtain the frequency contents of the signal with high resolution and accuracy.

In order to extract the frequency contents of the 2-D signal, two quarter-plane (QP) regions of support, multiple QP regions of support and 2-D MUSIC algorithms were applied and the results belonging to each algorithm were compared. In two QP region of support algorithm, the spectrums for the first and second standard QP regions of support were obtained and after combining and taking the harmonic mean of these spectrums, the exact spectrum of 2-D signal was acquired. Multiple QP regions of support algorithm are based on 2-D linear prediction models with new regions of support extracted from standard quarter plane support region. Since each support region creates various signal spectrums, these separate spectrums are combined and the final spectrum estimation is obtained. 2-D MUSIC algorithm is based on the idea that the autocorrelation matrix of 2-D signal is eigendecomposed to signal and noise subspaces and the method is benefited from eigenvectors of the autocorrelation matrix. Besides, the spectrum estimation performance of the mentioned algorithms was compared with the results provided from 2-D periodogram which is a classical spectrum estimation method.

In addition, the estimation of autocorrelation matrix which plays a major role at 2-D spectrum estimation is investigated and the effects of estimation methods on 2-D spectrum resolution are shown. For different numbers of data points, the most appropriate autocorrelation matrix estimation method is proposed.

1 GİRİŞ

İstatistiksel işaret işlemede spektrum kestiriminin amacı, rastgele bir işaretin örnek değerlerinden işaretin spektral yoğunluğunun elde edilmesidir. Bir işaretin frekans bileşenlerini karakterize eden herhangi bir işaret işleme yöntemi spektrum kestirimi olarak tanımlanabilmektedir.

Bir-boyutlu (1-B) spektrum kestirim yöntemlerinin yüksek çözünürlüklü spektrum kestirimleri ortaya çıkarması ve birçok mühendislik problemine başarıyla uygulanması, birçok araştırmacıyı iki ve üstü boyutlardaki işaretlerin spektrum kestirimlerinde de benzer kalitede çözünürlüğü elde etmeye yöneltmiştir. 2-B spektrum analizi; Ses işleme, imge işleme, radar, deniz radarı (SONAR), sismik işaret işleme, jeofizik, nükleer manyetik rezonans (MR) görüntüleme ve radyo astronomisi gibi birçok uygulama alanlarında kullanılabilmektedir. Spektrum analiziyle, bu uygulama alanlarında işareti oluşturan parametreler ve iletim kanalının karakteristikleri belirlenebilmekte ve ayrıca işarete etki eden gürültü faktörü ortadan kaldırılabilmektedir [1,5]. Spektrum kestirim yöntemlerindeki gelişmeler sayesinde 2-B işaretlerin yüksek çözünürlüklü spektrum kestirimi için bugüne kadar literatürde birtakım yöntemler sunulmuştur.

1-B işaretlerin spektrum kestiriminde olduğu gibi 2-B işaretlerin de spektrum kestiriminde kullanılan teknikler genel olarak parametrik ve parametrik olmayan yöntemler olmak üzere iki ana gruba ayrılabilir. Parametrik yöntemlere örnek olarak; özbağlanımlı (AR) model, kayan ortalamalı (MA) model, özbağlanımlı kayan ortalamalı (ARMA) model ve harmonik (gürültü içindeki kompleks üstel fonksiyonların bulunduğu yapı) model, parametrik olmayan yöntemlere ise özilişki ve periodogram yöntemleri örnek olarak verilebilir [6], [7].

Parametrik olmayan yöntemler sürecin herhangi bir parametrik yapısı olmadığını varsayar. Periodogram yönteminde spektrum kestirimi eldeki verinin Fourier dönüşümünün karesinin alınması ile hesaplanmaktadır. Periodogram hesapsal kolaylık açısından avantajlı olmasına rağmen, sınırlı veri örnekleri için yüksek varyanslı ve çok düşük çözünürlüklü spektrum kestirimi sunan bir yöntemdir.

2-B periodogram yöntemi 1-B periodogram yönteminin doğrudan iki-boyutlu işaretler üzerinde uygulanması ile elde edilmiştir. 2-B periodogram spektrum kestirim fonksiyonu (1.1) eşitliği ile verilmektedir.

$$P_{PER} = \frac{1}{MN}\left|\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} w(m,n)x(m,n)\exp[-j2\pi(f_1 m + f_2 n)]\right|^2 \qquad (1.1)$$

Eşitlikte $w(m,n)$, 2-B veriyi kesmek için kullanılan uygun 2-B pencere fonksiyonunu, $x(m,n)$ 2-B işareti, M ve N değerleri ise sırasıyla yatay ve düşey düzlemdeki veri örnek aralıklarını göstermektedir. 1946'da Daniell [8] önerdiği yöntem ile komşu spektral frekanslar üzerinden alınan ortalama ile 1-B periodogram düzgünleştirmesi yapmıştır. 1948'de Barlett [9] orijinal veri dizisini daha düşük uzunluklu veri dizilerine bölerek bu parçaların her birinin periodogramını hesaplamış ve veri dizisi sayısı üzerinden periodogramların ortalamasını alarak periodogram düzgünleştirmesi yapmıştır. 1967'de Welch [10] Barlett'in yöntemini temel almış fakat her veri dizisi parçasını ağırlıklandırma pencereleri ile çarpmıştır. Kullanılan ağırlıklandırma pencereleri standart periodogram hesabında sonsuz veri dizisini kesmek için kullanılan dikdörtgen pencereden farklıdır [11]. [8], [9] ve [10] ile verilen yöntemler her zaman en iyi yöntemler olmamakla birlikte oldukça geniş işaret sınıflarında denenmiş ve kanıtlanmış olması bakımından önemlidir. Literatürde periodogram düzgünleştirmesi ile ilgili daha fazla yöntem sunulmakla birlikte bu yöntemler sadece sınırlı işaret sınıfları için uygun sonuçlar vermektedir. Marple [12] FFT temeline dayanan yöntem olarak 2-B periodogram analizleri yapmıştır [1]. Sandgren ve Stoica [13], standart 2-B periodogramdan farklı olarak önerilen düşük varyanslı periodogram kestiriminde, kritik ve karar verilmesi zor olan tasarım parametreleri için spektrum kestirimcisini ortaya koymuştur. Önerilen spektrum kestirimcisi sayesinde yüksek varyanslı standart 2-B periodogram yerine daha düşük varyanslı düzgünleştirilmiş 2-B periodogram elde edilmiştir.

Özilişki yöntemi, sürece ait özilinti dizilerinin kestirimini ve bu özilinti dizilerinin Fourier dönüşümünü alarak sürecin güç spektrum kestirimini bulmayı amaçlamaktadır [11]. Blackman ve Tukey [14] 1958'de 1-B ayrık-zaman özilişki yöntemini üzerine oldukça yoğun çalışmalar yapmış ve öneriler getirmişlerdir. 2-B özilişki yöntemi 1-B özilişki yönteminin doğrudan 2-B işaretler üzerinde uygulanması ile elde edilmiştir. 2-B özilişki yöntemi de 1-B özilişki yönteminde olduğu gibi veriyi sınırlamak ya da kesmek için pencere fonksiyonları kullanmaktadır. Fakat literatürde 2-B pencere fonksiyonu çok fazla yoktur. Dolayısıyla 2-B pencere fonksiyonları 1-B pencere fonksiyonlarının çarpımları sonucu elde edilirler. 1972 yılında Huang [15] 2-B dikdörtgensel pencere yerine dairesel pencere fonksiyonları üzerine çalışmıştır [1].

2-B klasik spektrum kestirim yöntemlerinde ayrık-zaman Fourier dönüşümleri kullanılmıştır. Aynı sonuçlara, 2-B işaretin önce satırlarının sonra da sütunlarının ayrık-zaman Fourier dönüşümleri alındığında da ulaşılmaktadır. 2-B işaretin satır veya sütun vektörlerinin aynı uzunlukta olmaması durumunda bu vektörlerden birinin ayrık-zaman Fourier dönüşümü yerine 1-B yüksek çözünürlüklü spektrum kestirim tekniklerinden biri uygulanarak yeni 2-B hibrit spektrum kestirim fonksiyonu geliştirilebilmektedir [1]. 1979'da Joyce [16] 1-B FFT ve 1-B kompleks Burg algoritmasına dayanan 2-B spektrum kestirim fonksiyonu tanımlamıştır. Bununla birlikte, 2-B klasik spektrum kestirim yöntemlerinin çözünürlüğünü artırmaya yönelik olarak bir diğer yaklaşım da orijinal 2-B veri dizisini doğrusal kestirim yöntemleri kullanarak genişletmektir. Çünkü klasik yöntemler sınırlı veri dizileri için düşük çözünürlüklü kestirimler ortaya çıkartmaktadır. Klasik yöntemler genişletilmiş diziye uygulanarak daha yüksek çözünürlükte spektrum kestirimi elde edilebilmiştir. 1979'da Pendrel [17], 1980'de Frost [18], 1981'de Ulrych ve Walker [19] ve 1982'de Frey [20] veri dizilerinin her iki boyutta da genişlemesini sağlayan 2-B çeyrek-düzlem (ÇD) doğrusal kestirim yöntemleri önermişlerdir [1].

1-B rastlantı süreçlerinde olduğu gibi 2-B rastlantı süreçlerinde kullanılan parametrik yöntemlerde de amaç klasik kestirim yöntemlerine göre daha iyi kestirim performanslarını yakalamaktır. Parametrik yöntemler, durağan rastlantı sürecinin temel olarak bir takım parametrelerle tanımlanabileceğini varsayar. Sürece uygun bir parametrenin spektrum kestirim yöntemine dahil edilmesi daha yüksek çözünürlükte ve doğrulukta spektrum kestirimi elde edilmesini sağlamaktadır. Bu yaklaşımda çoğunlukla AR, MA, ARMA ve harmonik modeller kullanılmaktadır. Parametrik yaklaşımda amaç, sürece uygun bir model belirlendikten sonra süreci tanımlayan parametrelerin eldeki veriden kestirilmesi ve bu parametrelerden spektrum kestirimine gidilmesidir [7], [21].

2-B doğrusal zamanla değişmeyen (DZD) bir filtrenin giriş süreci, özilinti dizisi $r_{ww}(k,l) = \rho_w \delta(k,l)$ olan beyaz Gauss gürültüsü olsun.

2-B doğrusal filtrenin transfer fonksiyonu;

$$H(f_1, f_2) = \frac{B(f_1, f_2)}{A(f_1, f_2)} \tag{1.2}$$

olmak üzere bu filtrenin çıkışı 2-B ARMA süreci olarak tanımlanmaktadır. $\delta(.)$ Dirac fonksiyonunu göstermektedir. Buradan, 2-B ARMA güç spektrum yoğunluk fonksiyonu

$$P_{ARMA}(f_1, f_2) = \rho_w \left|H(f_1, f_2)\right|^2 = \rho_w \left|\frac{B(f_1, f_2)}{A(f_1, f_2)}\right|^2 \tag{1.3}$$

olarak yazılabilmektedir. (1.3) ifadesinde yer alan $B(f_1, f_2)$ ve $A(f_1, f_2)$ parametre dizileri sırasıyla MA ve AR parametre dizileri olup (1.4a) ve (1.4b) ifadelerinde belirtilmişlerdir.

$$B(f_1, f_2) = \sum_m \sum_n b(m,n) \exp[-j2\pi(f_1 m + f_2 n)] \tag{1.4a}$$

$$A(f_1, f_2) = \sum_m \sum_n a(m,n) \exp[-j2\pi(f_1 m + f_2 n)] \tag{1.4b}$$

m ve n, AR parametre dizisi indisleri olup bu indislerin aralığı ilgilenilen destek bölgesine bağlıdır. $B(f_1, f_2) = 1$ olması durumunda süreç 2-B AR süreci ve $A(f_1, f_2) = 1$ olması durumunda da süreç 2-B MA süreci olarak ifade edilmektedir.

2-B AR modeli, 2-B ARMA ve 2-B MA modellerine göre pratikte daha çok kullanılmaktadır. 2-B AR modeli, işaretin (k,l) noktasındaki değeri ile daha önceki değerleri arasında doğrusal bir ilişki kurması bakımından önemlidir. 2-B AR $x(m,n)$ dizisi, 2-B DZD filtrenin girişinin 2-B beyaz Gauss gürültüsü ile sürülmesiyle üretilmektedir. İlişki (1.5) eşitliği ile gösterilmiştir.

$$x(i,j) = -\sum_m \sum_n a(m,n) x(i-m, j-n) + \eta(i,j) \tag{1.5}$$

(1.3) eşitliği kullanılarak, 2-B AR güç spektrum yoğunluk fonksiyonu;

$$P_{AR}(f_1, f_2) = \frac{\rho_w}{\left|1 + \sum_m \sum_n a(m,n) \exp[-j2\pi(f_1 m + f_2 n)]\right|^2} \tag{1.6}$$

ifadesi ile verilmektedir.

2-B AR modellemede destek bölgesinin seçimi önemli bir konudur. Destek bölgesi, modelde kullanılan kestirim filtresinin impuls cevabının tanımlı olduğu bölgedir. Filtrenin impuls cevabı destek bölgesi dışında sıfırdır. 2-B AR modellemede ÇD destek bölgelerinin yanı sıra yarı nedensel ve nedensel olmayan destek bölgeleri de kullanılmaktadır. Bu çalışmada nedensel destek bölgeleri ile ilgilenilmektedir. ÇD destek bölgelerinin yanı sıra simetrik olmayan yarı düzlem destek bölgeleri de tanımlanabilmektedir [1].

2-B $x(m,n)$ dizisinin doğrusal kestirim ifadesi

$$\hat{x}(i,j) = -\sum_{m}\sum_{n} a(m,n)x(i-m, j-n) \tag{1.7}$$

ile verilmektedir. Burada $a(m,n)$, 2-B doğrusal kestirim katsayıları olarak adlandırılır. Doğrusal kestirim katsayıları nedensel destek bölgesi için kestirim hatasının varyansını en aza indirmektedir.

$$\rho_{DK} = E\{|x(m,n) - \hat{x}(m,n)|^2\} \tag{1.8}$$

Pendrel [17] , Jain [22], Jain ve Ranganath [23] 2-B spektrum kestiriminde kullanılmak üzere yarı nedensel ve nedensel olmayan destek bölgeleri için 2-B doğrusal kestirim filtreleri üzerine çalışmalar yapmışlardır.

(1.5) eşitliği $x^*(m-k, n-l)$ ile çarpılıp beklenen değeri alınırsa 2-B Yule-Walker denklemleri elde edilmektedir.

$$\sum_{i}\sum_{j} a(i,j)r_{xx}(k-i, l-j) = \begin{cases} \rho_w & (k,l) = (0,0) \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \tag{1.9}$$

Yule-Walker denklemleri, 2-B AR parametreleri ile 2-B özilinti dizileri ($r_{xx}(k,l)$) arasındaki ilişkinin doğrusal denklem takımlarıyla ifade edilebileceğini göstermektedir. Yule-Walker denklemlerinin matrislerle gösterimi ve 2-B AR parametrelerinin hesaplanma yöntemi Bölüm 2'de verilmiştir.

Klasik spektrum kestirim yöntemleri uzunluğu sınırlandırılmış veri örnek dizilerinden özilinti dizisi kestirimi yapmaktadır. Bu nedenle örnek sınırları dışında özilinti değerleri sıfır olarak alınmaktadır. Birçok işaretin özilinti dizisinin veri örnek sınırları dışında sıfır olmaması böyle bir sınırlandırmanın düşük çözünürlüklü spektrum kestirimi ortaya koymasına neden olmaktadır. 2-B Maksimum Entropi

(ME) yöntemi, özilinti dizisini klasik yöntemlerin aksine belirli bir uzunlukta sınırlamayıp, sınır değerleri dışına genişletmektedir. Yöntem genişletme yaparken, sürecin güç spektrumunun taşıdığı entropinin maksimum olmasını temel almakta ve entropi tanımını kullanarak güç spektrumundan genişletilmiş özilinti dizisi elde etmektedir [21].

Jain ve Ranganath [23], özilinti dizilerinin bilinen değerlerinin tekdüze ÇD destek bölgesi üzerinde olması durumunda 2-B ME yönteminin nedensel olmayan 2-B doğrusal kestirim spektrum fonksiyonuyla aynı yapıda olacağını göstermiştir.

$$P_{ME}(f_1,f_2)=\frac{1}{\left|1+\sum_{k=-p_1}^{p_1}\sum_{l=-p_2}^{p_2}a(k,l)\exp[-j2\pi(f_1k+f_2l)]\right|^2} \qquad (1.10)$$

Malik ve Lim [2], [24], Wernecke [25], Lang ve McClellan [26], Lang ve Marzetta [27] ve Sharma ve Chellappa [28] 2-B ME yönteminde karşılaşılan yakınsama ve doğrusal olmayan optimizasyon problemleriyle ilgili çalışmalar yapmışlardır. Dickinson [29] 1-B ME yönteminin aksine 2-B ME yönteminde özilinti dizisinin her zaman pozitif tanımlı özilinti dizisine genişletilemeyeceğini göstermiştir [1].

Klasik yöntemlerin spektrum kestirim performansının veri dizisi uzunluğuna bağlı olmasından dolayı Capon [30] Minimum Varyans (MV) spektrum kestirim tekniğini sunmuştur. MV tekniğinde spektrum kestirimi, tüm sürecin darbant bant-geçiren filtre bankasıyla filtrelenmesiyle elde edilmektedir. 2-B parametrik yöntemlerden farklı olarak 2-B MV yöntemi tekdüze-örneklenmiş özilinti dizilerini kullanmak zorunda değildir [1], [21].

1. ÇD destek bölgesi içindeki özilinti noktaları bilinirse 2-B MV kestirimi

$$P_{MV}(f_1,f_2)=\frac{1}{\boldsymbol{S}^H(f_1,f_2)\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{S}(f_1,f_2)} \qquad (1.11)$$

ifadesi ile yazılabilmektedir. Burada $\boldsymbol{S}(f_1,f_2)$ vektörü 2-B kompleks işaret vektörü, $\boldsymbol{R}^{-1}$ ise sürece ait özilinti matrisinin tersidir [1]. Dowla ve Lim [31] 1. ÇD destek bölgesi için 2-B MV yöntemi ile 2-B AR yöntemleri arasındaki ilişkiyi ortaya koymuşlardır. Kestirim için uygun bir özilinti matrisinin elde edilebilmesinde yeterli verinin olmadığı durumlarda 2-B MV yönteminde meydana gelen problemler [32]'de belirtilmiştir.

Gürültü içindeki sinüzoidal işaretler harmonik model ile tanımlanmaktadır. Kompleks işaretlerin geniş uygulama alanları bulması ve bu konunun literatürde ilgi görmesi bu işaretlerin frekans kestirim analizlerinin yapılmasını sağlamıştır. Bu tez kapsamında ilgilenilen işaret modeli kompleks işaret modeli olup sınırlı veriye sahip 2-B kompleks işaretlerin frekans kestirimleri incelenmektedir.

Yüksek çözünürlüklü spektrum kestirim yöntemleri işaretin harmonik yapıda olduğunu göz önünde bulundurur. Yüksek çözünürlüklü spektrum kestirim yöntemleri gözlem uzayının işaret ve gürültü alt uzaylarından oluştukları ve bu iki alt uzayın da birbirlerine dik oldukları temeline dayanır. Alt uzay ayrışımı ya da özayrışım yaklaşımı spektrum kestiriminin daha doğru ve yüksek çözünürlükle yapılmasını sağlamıştır. Kumaresan ve Tufts [33] 1-B işaretlerin frekanslarının kestiriminde özilinti matrisinin özayrışımının klasik kestirim yöntemlerine göre daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir.

Özayrışım yöntemini ilk kullanan 1973 yılında Pisarenko [34] olmuştur. Daehoon ve Winser [35] orijinal Pisarenko yöntemine göre daha az işlemsel karmaşıklıkla daha hızlı yakınsayan ve yansız spektrum kestirimi sunan yöntemini sunmuştur. 2-B MUSIC, 2-B kök-MUSIC (root-MUSIC), 2-B Özvektör (EV) ve 2-B ESPRIT yöntemleri özayrışım yaklaşımını kullanan diğer yüksek çözünürlüklü spektrum kestirim yöntemleridir.

1-B MUSIC yöntemi 1979'da Schmidt [36] ve 1-B EV yöntemi 1982'de Johnson [37] tarafından önerilmişlerdir. Johnson ve DeGraaf [38] EV yönteminde ters özdeğer ağırlıklandırma kullanılmasının MUSIC yöntemine göre daha az sahte frekans tepecikleri oluşturduğunu göstermiştir. Bao ve Wang [39] işlemsel hesap yükünü azaltan yeni 2-B MUSIC yaklaşımını ortaya koymuşlardır.

1-B ESPRIT yöntemi ilk olarak 1986 da Roy [40] tarafından önerilmiştir. Yönteme daha sonra 1989'da Roy ve Kailath [41] katkılar yaparak daha çok tercih edilen yeni bir ESPRIT yaklaşımı ortaya çıkarmışlardır. Fei ve diğerleri [42], üzerine gürültü eklenmiş 2-B MA veri dizisinden frekansların kestirimi için 2-B ESPRIT tipi bir yaklaşım ortaya koymuşlardır.

Kompleks işaretlerin frekanslarının yüksek çözünürlük ve doğrulukla kestiriminde hem doğrusal kestirim hem de özilinti matrisinin özayrışımından yararlanan yeni bir yaklaşım Rouquette ve diğerleri [43] tarafından önerilmiştir. Rouquette, Alata [44] tarafından sunulan HMHV (Harmonic Mean Horizontal and Vertical) çoklu-kanal yöntemini geliştirerek 2-B sınırlı veriye sahip kompleks işaretlerin frekanslarının kestirimine uygulamıştır. Bu yaklaşımda, standart ÇD destek bölgelerinin değiştirilmiş biçimleriyle tanımlanan yeni destek bölgeleri kullanılmaktadır. Bu çoklu modeller çoklu-kanal yaklaşımıyla spektrum kestiriminin iyileştirilmesi amacıyla geliştirilmiştir. Alata HMHV yönteminde, 2-B düzlemde yatayda 2-B ileri çoklu-kanal 1. ÇD destek bölgesi taramalarıyla elde edilen spektrum kestirimini düşeyde 2-B ileri çoklu-kanal 2. ÇD destek bölgesi taramalarıyla elde edilen spektrum kestirimleriyle birleştirip harmonik ortalamalarını alarak yeni spektrum kestirimini ortaya çıkarmıştır. 1. ve 2. ÇD destek bölgeleri kullanılarak elde edilen spektrum kestirimleri asimetrik yapıda, yanlı (biased) ve çarpık biçimdedir. Bu problemden dolayı her iki ÇD destek bölgesi için bulunan spektrumların paralel toplamı alınarak simetrik ve dairesel ve yansız yapı elde edilmiştir [44]. Bu yapı Jackson ve Chien [45] ve Therrien ve El-Shaer [46] tarafından önerilmiştir.

Rouquette, Alata tarafından önerilen HMHV yöntemini özilinti matrisinin özayrışımından faydalanarak geliştirmiştir. Özilinti matrisi eldeki sınırlı veriden kestirildikten sonra özayrışım yöntemiyle işaret ve gürültü alt uzayları bulunmuştur. Doğrusal kestirim ve özayrışım yöntemleriyle, tanımlanan yeni çoklu ÇD destek bölgelerinin her biri için doğrusal kestirim katsayıları elde edilerek her bir destek bölgesi için spektrum kestirimleri yapılmıştır. Son olarak, yatay ve düşey düzlemdeki destek bölgeleri için bulunan spektrum kestirimleri birleştirilip harmonik ortalamaları alınarak istenen frekans kestirimi elde edilmiştir.

Bu tezin amacı, 2-B ve sınırlı veriye sahip kompleks işaretlerin yüksek çözünürlüklü spektrum kestirimlerini iki ÇD destek bölgeleri, çoklu ÇD destek bölgeleri ve 2-B MUSIC algoritmalarını kullanarak ortaya çıkarmak ve bu algoritmaların performanslarını etkileyen faktörleri belirleyerek en iyi kestirim için öneriler sunmaktır. Bu amaçla 2-B kompleks işaret yapay olarak üretilerek üzerine gürültü işareti eklenmiştir. Daha sonra bahsedilen spektrum kestirim algoritmaları ve farklı işaret parametreleri kullanılarak bu işarete ait frekans bileşenlerinin kestiriminde çözünürlük ve doğruluğa etki eden faktörler belirlenmiştir. 2-B MUSIC, çoklu ÇD destek bölgeleri ve iki ÇD destek bölgeleri algoritmaları kullanılarak elde edilen kestirim sonuçları karşılaştırılmıştır.

Bu tezde ayrıca, 2-B işaretin spektrum kestiriminde önemli rol oyanayan özilinti matrislerinin kestirim yöntemleri ve bu kestirimlerin işaret spektrumuna olan etkisi de incelenmektedir. Özilinti matrisi kestirim yöntemlerinin işaretin spektrum kestirimine olan etkileri, kullanılan işaret parametreleri değiştirilip uygulama çıktıları ile gösterilerek öneriler getirilmektedir.

Bu tez altı ana bölümden oluşmaktadır. İlk bölüm giriş bölümüdür. Bölüm 2'de harmonik işaret modeli ve iki ÇD destek bölgeleri algoritması anlatılmış ve algoritma kullanılarak 2-B spektrum kestirimi uygulama sonuçları sunulmuştur. Bölüm 3'de 2-B işaretin spektrum kestiriminde kullanılan çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması anlatılmıştır. Uygulama sonuçları farklı parametreler ve iki ÇD destek bölgeleri algoritması ile elde edilen 2-B spektrum kestirimleri ile karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir. Bölüm 4'de, kullanılan 2-B işaretin spektrum kestirim yöntemleri için önemli bir parametre olan özilinti matrisinin kestirim yöntemleri anlatılmış ve bu yöntemler uygulama sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Bölüm 5'de 2-B MUSIC spektrum kestirim algoritması anlatılmıştır. 2-B MUSIC ve çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmalarıyla elde edilen spektrum kestirimleri uygulama sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Bölüm 6 son bölüm olup elde edilen sonuçlar özetlenmiş ve gelecekte yapılabilecek geliştirmeler anlatılmıştır.

2 İKİ ÇEYREK DÜZLEM DESTEK BÖLGELERİ KULLANILARAK 2-B SPEKTRUM KESTİRİMİ

2.1 Giriş

2-B spektrum kestiriminde yüksek çözünürlüğün ve doğruluğun elde edilebilmesi daha çok işlemsel karmaşıklığı da beraberinde getirmektedir. Bu sebeple, ya eldeki kısıtlı veriden faydalanılmalı ya da çok düşük dereceli parametrik modellemenin uygulanması gerekmektedir. Spektrum kestirimi için yeterli miktarda veri olduğu durumda periodogram gibi Fourier dönüşümü temeline dayanan yöntemler kullanılabilirken pratikte yüksek çözünürlüklü spektrum kestirimi için var olan kısıtlı veriden faydalanma zorunluluğu doğmaktadır [47]. Bu bölümde, iki ÇD destek bölgeleri algoritması kullanılarak 2-B sınırlı veriye sahip kompleks işaretlerin spektrum kestiriminin nasıl elde edildiği anlatılmıştır.

2.2 Kompleks İşaret Modeli

Girişi beyaz Gauss gürültüsü olan bir DZD sistemin çıkışı olarak ifade edilebilen kutup-sıfır modellerinin yanı sıra, birçok önemli uygulamada kullanılan işaretler üzerine beyaz Gauss gürültüsü eklenmiş kompleks üstel yapıda olup bu işaretler için harmonik veya sinüzoidal model daha uygun olmaktadır [48]. Kompleks 2-B işaret modeli (2.1) ile verilmiştir.

$$y(m,n) = x(m,n) + \eta(m,n) \qquad \begin{array}{l} 0 \le m \le M-1 \\ 0 \le n \le N-1 \end{array} \tag{2.1}$$

Gürültüsüz 2-B işaret $x(m,n)$;

$$x(m,n) = \sum_{k=1}^{K} p_k \exp[j2\pi(f_{1k}m + f_{2k}n) + j\varphi_k] \tag{2.2}$$

eşitliği ile verilmektedir. $\eta(m,n)$, σ^2 varyanslı beyaz Gauss gürültüsünü ifade etmektedir. M ve N değerleri 2-B işaretin yatay ve düşey düzlemdeki örnek değeri aralıkları, m ve n ise Bölüm 1'de de bahsedildiği gibi bu aralıktaki değerleri gösteren aralık indisleridir.

Bu modelde, işaret genlik değerleri (p_k) kompleks yapıda olup

$$p_k = |p_k| e^{j\varphi_k} \tag{2.3}$$

ifadesi ile verilmektedir. Eşitliğin sağ tarafında faz değerini gösteren φ_k rastlantı değişkeni $[-\pi, \pi]$ aralığında düzgün dağılmış olup p_k ile ilintisizdir.

f_{1k} ve f_{2k} sırasıyla k. işaretin 1. ve 2. normalize frekans bileşenlerini göstermektedir. İşaretlerin genlik ve normalize frekans değerleri rastlantı değişkenleri olmayıp bunlar bilinmeyen değerlerdir. Bu durumda, 2-B $y(m,n)$ işaretinin güç spektrumu, (f_{1k}, f_{2k}) frekanslarındaki k tane impuls ve $\eta(m,n)$ gürültü işaretinin güç spektrumundan oluşmaktadır [21], [48].

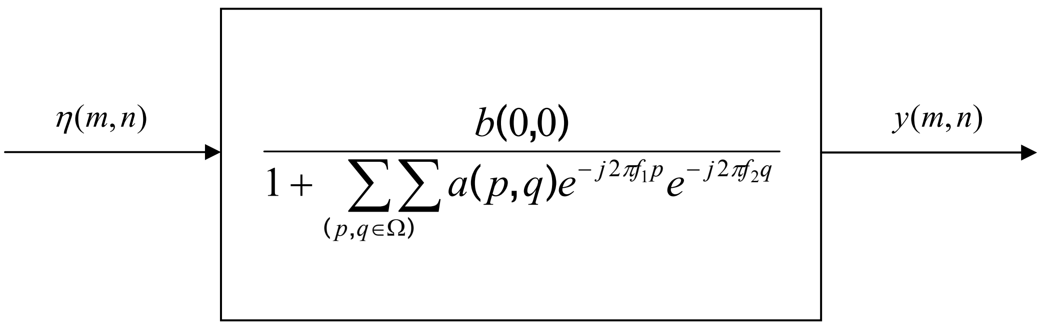
Kompleks üstel yapıdaki işaretler deniz radarı işaret işleme ve ses işleme gibi uygulamalarda kullanılmaktadır. [7]'de gösterildiği gibi işaretin kompleks yapıda seçilmesinin sebebi, alınan gerçek değerli işaretin kompleks değerli biçiminin işlenmesinin daha az frekans yanlılığı/yanıltıcılığı (bias) ve varyans açısından önemli avantajlar sağlamasıdır. Gürültüye gömülmüş kompleks üstel işaretlerde ilgilenilen parametre işaretlerin frekanslarıdır. Bu sebeple, işaretlerin spektrum kestiriminde amaç güç spektrumundan ziyade frekansların kestirilmesidir. Örneğin, deniz radarı işaretinde frekans bileşeni, konum açısı veya hız bilgisini taşıyabilirken, ses işlemede formant frekans (titreşen bir fiziksel sistemin temel öz titreşme frekansı) değerlerine karşılık düşebilir [21], [45], [48].

Bölüm 1'de anlatılan parametrik ve parametrik olmayan yöntemlerle kompleks işaretlerin frekanslarını işaret spektrumundaki tepeciklerden kestirmek mümkün olmakla birlikte, bu yaklaşım sürecin temelinde var olan gürültü içindeki kompleks işaret modelinden tam olarak faydalanamamaktadır. Bu sebeple, bu tezde bir sürecin bilinen parametrelerini hesaba katarak frekans kestirimi yapan yöntemler incelenmektedir. Bölüm 3 ve Bölüm 5'de bahsedilen yöntemler, özilinti matrisinin işaret ve gürültü alt uzaylarına ayrışımı temeline dayanmakta olup alt uzaylar belirlendikten sonra uygun frekans kestirim fonksiyonları kullanılarak frekans kestirimleri ortaya çıkarılmaktadır [21], [48].

2.3 2-B Doğrusal Kestirim Yöntemi

2-B doğrusal kestirim yöntemi, 1-B doğrusal kestirim yönteminden yola çıkılarak ortaya konulmuştur. Doğrusal kestirim yöntemi tüm-kutup işaret modellemeye eşittir. Tüm-kutup modelleri birçok farklı uygulama için farklı tipteki işaretlerin oldukça doğru bir biçimde temsil edilmesi bakımından önemli bir yere sahiptir. Ses işleme gibi bazı uygulamalarda, işaretin üretildiği fiziksel süreç tüm-kutup AR model ile sonuçlanmaktadır. Tüm-kutup modelinin önemini gösteren bir diğer nokta da, Prony tüm-kutup normal denklemlerinin özel yapısı ile tüm-kutup parametrelerinin hızlı ve etkin bir biçimde bulunmasını sağlamasıdır [21].

2-B tüm-kutup modelleme 1-B tüm-kutup modellemenin iki boyuta genişletilmesidir. 2-B tüm-kutup modeli bir rastlantı sürecini, girişi σ^2 varyanslı beyaz Gauss gürültüsü olan filtrenin çıkışı olarak ele alır [32]. Kullanılan filtre, algoritma basitliği sağlamasından dolayı özyineli (rekürsif) hesaplanabilir IIR filtre olarak düşünülmüştür [6]. Süreç, Şekil 2-1'de gösterilmektedir.



Şekil 2-1: 2-B özbağlanımlı rastlantı süreci

2-B tüm-kutup modellemede $(m,n)\in\Omega$ olmak üzere $a(m,n)$ katsayıları *doğrusal kestirim katsayıları* olup katsayılar $y(m,n)$ çıkış işaretinden kestirilebilmektedir. Ω, kestirim filtresinin impuls cevabının tanımlı olduğu destek bölgesidir.

DZD bir sistemin girişi $x(m,n)$ ve çıkışı $y(m,n)$ rastlantı süreçleri olmak üzere, sisteme ait giriş-çıkış güç spektrum ifadesi

$$P_Y(f_1,f_2) = P_X(f_1,f_2)\left|H(f_1,f_2)\right|^2 \tag{2.4}$$

olarak verilmektedir.

Şekil 2-1'le gösterilen süreçte, giriş rastlantı sürecinin σ^2 genlikli sabit güç spektrumuna sahip olması dolayısıyla 2-B sürecin güç spektrumu

$$P_{\Omega}(f_1, f_2) = \sigma^2 \frac{|b(0,0)|^2}{|H_{\Omega}(f_1, f_2)|^2} \tag{2.5}$$

olarak ifade edilebilmektedir. (2.5) eşitliğindeki sürece ait filtrenin frekans cevabı

$$H_{\Omega}(f_1, f_2) = 1 + \sum_{(m,n\in\Omega)}\sum a(m,n) e^{-j2\pi f_1 m} e^{-j2\pi f_2 n} \tag{2.6}$$

ile verilmektedir [6]. (2.5) ifadesi ile belirtilen kestirimin doğruluğu model parametrelerinin ne kadar doğru kestirildiğine ve işaretin üretildiği süreci ne derece doğru temsil ettiğine bağlıdır. Örneğin, (2.5) ifadesinin MA sürecine uygulanması durumunda düşük çözünürlükte kestirim elde edileceği açıktır.

$a(m,n)$ katsayılarının kestirimi için sistem, (2.7)'de verilen fark denklemleriyle ifade edilebilmektedir.

$$y(m,n) = -\sum_{(p,q)\in\Omega}\sum a(p,q) y(m-p, n-q) + \eta(m,n) \tag{2.7}$$

$(p,q) \neq (0,0)$ olmak üzere (2.7)'de verilen eşitliğin sağ tarafında bulunan;

$$\hat{y}(m,n) = -\sum_{(p,q)\in\Omega}\sum a(p,q) y(m-p, n-q) \tag{2.8}$$

eşitliği *doğrusal kestirim filtresi* olarak adlandırılır. $\hat{y}(m,n)$, kullanılan Ω ÇD destek bölgesi içindeki noktalardan kestirilen işaret değerleridir [5], [6], [43]. Gerçek işaret değeri $y(m,n)$ ile kestirilen işaret $\hat{y}(m,n)$ arasındaki fark doğrusal kestirim hatası olup

$$e(m,n) = y(m,n) - \hat{y}(m,n) \tag{2.9}$$

ile ifade edilir [44]. Tüm-kutup modelinde amaç $e(m,n)$ doğrusal kestirim hatalarının karesel toplamını minimum yapan tüm-kutup parametrelerin kestirilmesidir.

$$\varepsilon = \sum_{m=0}^{M}\sum_{n=0}^{N} |e(m,n)|^2 \tag{2.10}$$

(2.7) eşitliğinin özyineli hesaplanabilir olması şartıyla $y(m,n)$ işaret değerleri, uygun sınır değerleri için her zaman önceden hesaplanan değerlerden bulunabilir. (2.7) eşitliğinin her iki tarafı $y^*(m-k, n-l)$ ile çarpılır ve beklenen değeri alınırsa;

$$r_y(k,l) = -\sum_{(p,q)}\sum_{\in\Omega} a(p,q) r_y(k-p, l-q) + E(\eta(m,n) y^*(m-k, n-l)) \quad (2.11)$$

eşitliği elde edilir. $y^*(m-k, n-l)$ ifadesi, $y(m,n)$ noktalarına göre önceden hesaplanan değerleri göstermek üzere (k,l) noktaları seçilirse, $y^*(m-k, n-l)$ değeri $\eta(m,n)$ ile ilişkisiz olur. $\eta(m,n)$ gürültü işareti sıfır ortalamalı olmak üzere (2.11) eşitliği

$$r_y(k,l) = -\sum_{(p,q)}\sum_{\in\Omega} a(p,q) r_y(k-p, l-q) \quad (2.12)$$

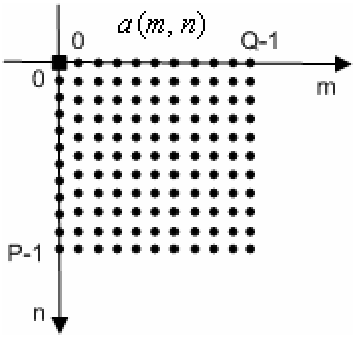
eşitliğine indirgenir. (2.12) eşitliği *tüm-kutup normal denklemleri* olarak adlandırılmaktadır [6], [21].

(2.12) eşitliği $a(m,n)$ doğrusal kestirim katsayıları için doğrusal denklem kümesidir. $a(m,n)$ katsayıları bulunarak $(k,l) = (0,0)$ için (2.11) eşitliğinden faydalanılarak σ^2 değeri hesaplanabilir. $E(\eta(m,n) y^*(m-k, n-l))$ değeri $(k,l) = (0,0)$ için σ^2 'dir. (2.13) ifadesi Yule-Walker denklemleri olarak adlandırılır [1], [6].

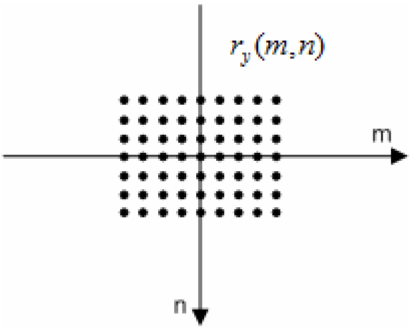
$$\sum_{(p,q)}\sum_{\in\Omega} a(p,q) r_y(k-p, l-q) = \begin{cases} \sigma^2 & (k,l) = (0,0) \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.13)$$

(2.12) ifadesi özyineli hesaplanabilirlik varsayımına dayanmaktadır ve ifade Ω destek bölgesinin şeklini de sınırlamaktadır. Özyinesiz hesaplanabilir sistemler için $a(m,n)$ kestirimi doğrusal olmayan yöntemlerle elde edilebilir. Bu sebeple, (2.11) ifadesi bazen herhangi bir şekle sahip Ω destek bölgesi için kullanılabilmektedir.

(2.12) denkleminin $a(m,n)$ katsayıları için doğrusal denklem kümesi olarak belirtilebilmesi için $r_y(k,l)$ ve $r_y(k-p, l-q)$ değerlerinin bilinmesi gerekmektedir. $a(m,n)$ katsayılarının kestirimi için (k,l) değerlerine bağlı olarak birbirinden farklı birçok $r_y(m,n)$ korelasyon noktası kümesi bulunmaktadır. (k,l) noktaları $(k,l) \in \Omega$ olacak şekilde seçilmektedir. Karakteristik destek bölgelerinden biri olan 1. ÇD destek bölgesi Ω_1 ile gösterilsin [6], [43]. Ω_1 destek bölgesi ve (m,n) noktaları için bilinmesi gereken $r_y(m,n)$ değerlerini kapsayan bölgeler sırasıyla Şekil 2-2 ve Şekil 2-3'de gösterilmiştir. P ve Q değerleri kullanılan doğrusal kestirim filtresinin boyutlarıdır. Şekil 2-2'de içi dolu dikdörtgen ile gösterilen $(0,0)$ noktası kestirimi yapılacak olan noktayı göstermektedir.



Şekil 2-2: 1. ÇD destek bölgesi



Şekil 2-3: Doğrusal kestirim katsayıları için korelasyon noktaları

(2.11) eşitliğinden faydalanılarak,

$$r_y(k,l) + \sum_{(p,q)\in\Omega}\sum a(p,q) r_y(k-p, l-q) = \sigma^2 \left|b(0,0)\right|^2 \delta(k,l) \tag{2.14}$$

ifadesi yazılabilir [21]. 1. ÇD destek bölgesi için bulunacak $\boldsymbol{a}_1$ katsayı vektörü (2.15) ile verilen normal denklemi için çözüm oluşturacaktır.

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{e}_1 \tag{2.15}$$

(2.15) ifadesinde verilen 2-B işaretin blok-Toeplitz yapıdaki özilinti matrisi ($\boldsymbol{R}$) (2.16)'da gösterilmiştir. $\boldsymbol{R}$ matrisi $PQ \times PQ$ boyutundadır.

$$
\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{(0)} & \boldsymbol{R}_{(-1)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(-P+1)} \\ \boldsymbol{R}_{(1)} & \boldsymbol{R}_{(0)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(-P+2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{R}_{(P-1)} & \boldsymbol{R}_{(P-2)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(0)} \end{bmatrix} \tag{2.16}
$$

$\boldsymbol{R}$ matrisi her bir elemanı Toeplitz matris olan $\boldsymbol{R}_{(i)}$ alt matrislerinden oluşmaktadır.

$$
\boldsymbol{R}_{(i)} = \begin{bmatrix} r(i,0) & r(i,-1) & \cdots & r(i,-Q+1) \\ r(i,1) & r(i,0) & \cdots & r(i,-Q+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(i,Q-1) & r(i,Q-2) & \cdots & r(i,0) \end{bmatrix} \tag{2.17}
$$

$\boldsymbol{R}_{(i)}$ matrisinin elemanları ($r(p,q)$), (2.18)'de tanımlanmıştır.

$$
\begin{aligned} r(p,q) &= r^{*}(-p,-q) \\ &= E\{y(m,n)y^{*}(m-p,n-q)\} \\ &= \sum_{k=1}^{K} p_k^2 \exp[j2\pi(f_{1k}p + f_{2k}q)] + \sigma^2\delta(p,q) \end{aligned} \tag{2.18}
$$

$\boldsymbol{a}_1$ ve $\boldsymbol{e}_1$ vektörlerinde ($_1$) indisi sırasıyla, doğrusal kestirim katsayılarının ve doğrusal kestirim hatasının 1. ÇD destek bölgesine ait olduğunu göstermektedir [43]. (2.14) ile verilen normal denklemleri (2.19)'da gösterilen biçimiyle de gösterilebilir.

$$
\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{(0)} & \boldsymbol{R}_{(-1)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(-P+1)} \\ \boldsymbol{R}_{(1)} & \boldsymbol{R}_{(0)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(-P+2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{R}_{(P-1)} & \boldsymbol{R}_{(P-2)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_1(0) \\ \boldsymbol{a}_1(1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_1(P-1) \end{bmatrix} = \sigma^2 |b(0,0)|^2 \begin{bmatrix} \boldsymbol{1} \\ \boldsymbol{0} \\ \vdots \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \tag{2.19}
$$

(2.19) eşitliğinin sağ tarafında bulunan P elemanlı $[\boldsymbol{1} \quad \boldsymbol{0} \quad \cdots \quad \boldsymbol{0}]^T$ matrisinin her bir elemanı Q elemanlı alt matrislerden oluşmaktadır. $[\boldsymbol{1} \quad \boldsymbol{0} \quad \cdots \quad \boldsymbol{0}]^T$ matrisinde $\boldsymbol{1} = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T$ olup matrisin birinci elemanı 1, geriye kalan $Q-1$ eleman sıfırdır.

$i = 0,1...,P-1$ olmak üzere $\boldsymbol{a}_1$ vektörü her bir elemanı $Q \times 1$'lik sütun vektörü olan P elemandan oluşmaktadır. $(.)^T$ operatörü matris ve vektörlerin evrik operatörüdür. $\boldsymbol{a}_1$ katsayı vektörü (2.20) ve (2.21)'de gösterilmiş olup tanımı gereği $\boldsymbol{a}_{0,0}^{(1)} = 1$ alınmaktadır [21], [43].

$$\boldsymbol{a}_1(i) = [a_1(i,0) \quad a_1(i,1) \quad \cdots \quad a_1(i,Q-1)]^T \tag{2.20}$$

$$\boldsymbol{a}_1 = [a_{0,0}^{(1)} \cdots a_{0,Q-1}^{(1)} \cdots a_{P-1,0}^{(1)} \cdots a_{P-1,Q-1}^{(1)}]^T \tag{2.21}$$

(2.19) eşitliğinden ve $r(k,l) = r^*(-k,-l)$ özelliğinden *minimum modelleme hatası* veya *doğrusal kestirim hatası* olarak adlandırılan σ_e^2 değeri

$$\sum_{i=0}^{P-1}\sum_{k=0}^{Q-1} a_1(i,k)r(i,k) = \sigma_e^2 \tag{2.22}$$

ile verilmektedir [21]. Bu eşitlik $(k,l) = (0,0)$ için (2.14)'de verilen eşitliğin sağ tarafındaki $\sigma^2 |b(0,0)|^2$ değerine eşittir.

$$\sigma_e^2 = \sigma^2 |b(0,0)|^2 \tag{2.23}$$

$\boldsymbol{e}_1$ vektörünün ilk elemanı kestirim hatasının varyansını göstermektedir. Vektör $PQ \times 1$ lik sütun vektörü olup ilk elemanı dışında geriye kalan $PQ-1$ elemanı sıfırdır. Vektör (2.24)'de gösterilmiştir.

$$\boldsymbol{e}_1 = [\sigma_e{}^2 0 \cdots 0]^T \tag{2.24}$$

Sonuç olarak, (2.15) ile verilen normal denklemleri

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{(0)} & \boldsymbol{R}_{(-1)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(-P+1)} \\ \boldsymbol{R}_{(1)} & \boldsymbol{R}_{(0)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(-P+2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{R}_{(P-1)} & \boldsymbol{R}_{(P-2)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_1(0) \\ \boldsymbol{a}_1(1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_1(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_e^2 \\ \boldsymbol{0} \\ \vdots \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

biçiminde gösterilebilir. (2.25) eşitliğinin sağ tarafında bulunan P elemanlı $[\boldsymbol{\sigma}_e^2 \quad \boldsymbol{0} \quad \cdots \quad \boldsymbol{0}]^T$ matrisinin her bir elemanı Q elemanlı alt matrislerden oluşmaktadır. $[\boldsymbol{\sigma}_e^2 \quad \boldsymbol{0} \quad \cdots \quad \boldsymbol{0}]^T$ matrisinde $\boldsymbol{\sigma}_e^2 = [\sigma_e^2 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]^T$ olup matrisin birinci elemanı σ_e^2, geriye kalan $Q-1$ elemanı sıfırdır.

2.3.1 Doğrusal Kestirim Katsayılarının Hesaplanması

2.3.1.1 1. ÇD Destek Bölgesi Doğrusal Kestirim Katsayıları

(2.15) denkleminden faydalanılarak $\boldsymbol{a}_1$ katsayı vektörü için çözüm,

$$\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{e}_1 \tag{2.26}$$

olarak yazılabilir. (2.26) eşitliğinde kullanılan özilinti matrisinin ($\boldsymbol{R}$) eldeki veriden kestirilebilmesi gerekmektedir. Kestirim yöntemleri Bölüm 4'de anlatılmaktadır. Bu yöntemlerden birinin uygulanması sonucunda özilinti matrisi elde edilebilmektedir. Kestirimi yapılan özilinti matrisi $\hat{\boldsymbol{R}}$ ile gösterilmiştir. Buradan $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinin tersi kolaylıkla elde edilebilir.

$\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinin tersi ($\hat{\boldsymbol{R}}^{-1}$), (2.27)'de gösterildiği gibi $\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}^{-1} = \boldsymbol{I}$ ifadesini sağlayacak şekilde $\boldsymbol{\Phi}_{xx}$ alt matrisleriyle ifade edilebilir.

$$\hat{\boldsymbol{R}}^{-1} \cong \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{00} & \boldsymbol{\Phi}_{01} & \cdots & \boldsymbol{\Phi}_{0,P-1} \\ \boldsymbol{\Phi}_{10} & \boldsymbol{\Phi}_{11} & \cdots & \boldsymbol{\Phi}_{1,P-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\Phi}_{P-1,0} & \boldsymbol{\Phi}_{P-1,1} & \cdots & \boldsymbol{\Phi}_{P-1,P-1} \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

$\boldsymbol{\Phi}$ alt matrisleri (2.28) ifadesinde gösterilmiştir.

$$\boldsymbol{\Phi}_{\alpha\beta} \cong \begin{bmatrix} \phi_{\alpha,\beta}(0,0) & \phi_{\alpha,\beta}(0,1) & \cdots & \phi_{\alpha,\beta}(0,Q-1) \\ \phi_{\alpha,\beta}(1,0) & \phi_{\alpha,\beta}(1,1) & \cdots & \phi_{\alpha,\beta}(1,Q-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{\alpha,\beta}(Q-1,0) & \phi_{\alpha,\beta}(Q-1,1) & \cdots & \phi_{\alpha,\beta}(Q-1,Q-1) \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

α ve β , $\boldsymbol{\Phi}$ matrisinin indisleridir. (2.26) eşitliği kullanılarak $\boldsymbol{a}_1$ katsayı vektörü,

$$\boldsymbol{a}_1 = [\sigma_e^2 \phi_{0,0}(0,0) \quad \sigma_e^2 \phi_{0,0}(1,0) \quad \cdots \quad \sigma_e^2 \phi_{P-1,0}(Q-1,0)]^T \tag{2.29}$$

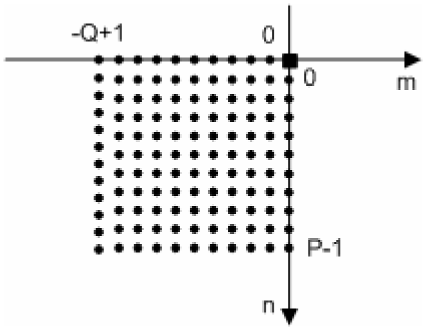
biçiminde yazılabilir. $\boldsymbol{a}_{0,0}^{(1)} = 1$ olduğu için,

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{\phi_{0,0}(0,0)} \tag{2.30}$$

eşitliği ile elde edilir [32]. σ_e^2 doğrusal kestirim hatası bulunduktan sonra $\boldsymbol{a}_1$ doğrusal kestirim katsayıları kolaylıkla elde edilmektedir.

2.3.1.2 2. ÇD Destek Bölgesi Doğrusal Kestirim Katsayıları

Spektrum kestiriminde 2. çeyrek düzlem, doğrusal kestirim katsayıları için destek bölgesi olarak kullanılırsa $\boldsymbol{a}_1$ katsayı vektöründen farklı olarak $\boldsymbol{a}_2$ katsayı vektörü elde edilmektedir. 2. ÇD destek bölgesi Ω_2 ile ifade edilerek Şekil 2-4'de gösterilmiştir. Şekil 2-4'de içi dolu dikdörtgen ile gösterilen $(0,0)$ noktası kestirimi yapılacak olan noktayı göstermektedir.



Şekil 2-4: 2. ÇD destek bölgesi

(2.15) eşitliği 2. ÇD destek bölgesi için de geçerlidir fakat katsayı vektörü artık $\boldsymbol{a}_2$ vektörüdür. $\boldsymbol{a}_2$ vektörünün Q. elemanı 1 olduğu için ($\boldsymbol{a}^{(1)}_{0,Q} = 1$) $\boldsymbol{e}_1$ vektörünün Q. elemanı σ_e^2 olacak şekilde yeniden düzenlenmelidir. Bu durumda $\boldsymbol{a}_2$ vektörü için çözüm

$$\boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{e}_2 \tag{2.31}$$

olarak ifade edilir. (2.31) eşitliği kullanılarak $\boldsymbol{a}_2$ katsayı vektörü

$$\boldsymbol{a}_2 = [\sigma_e^2\phi_{0,0}(0,Q-1) \quad \sigma_e^2\phi_{0,0}(1,Q-1) \quad \cdots \quad \sigma_e^2\phi_{P-1,0}(Q-1,Q-1)]^T \tag{2.32}$$

biçiminde yazılabilir. $\boldsymbol{a}^{(2)}_{0,0} = 1$ olduğu için σ_e^2 terimi,

$$\sigma_e^2 = \frac{1}{\phi_{0,0}(Q-1,Q-1)} \tag{2.33}$$

eşitliği ile elde edilir [32]. 2. ÇD destek bölgesi için σ_e^2 doğrusal kestirim hatası bulunduktan sonra $\boldsymbol{a}_2$ doğrusal kestirim katsayıları elde edilmektedir.

2.3.2 İki ÇD Destek Bölgeleri Algoritması ve 2-B Spektrum Fonksiyonu

(2.5) eşitliğinden faydalanılarak, Ω_1 ÇD destek bölgesi içindeki 2-B AR parametreleri için 2-B spektrum kestirimi,

$$P_{\Omega_1} = \frac{\sigma_e^2}{\left|H_{\Omega_1}(f_1, f_2)\right|^2} \tag{2.34}$$

ile ifade edilebilir. (2.34) eşitliğinde $H_{\Omega_1}(f_1, f_2) = 1 + \sum_{(m,n\in\Omega)}\sum a(m,n)e^{-j2\pi f_1 m}e^{-j2\pi f_2 n}$ olmak üzere, kompleks işaretin frekans kestirim fonksiyonu (2.35)'de gösterildiği gibi yazılabilir [43], [44].

$$P_{\Omega_1}(f_1, f_2) = \frac{\sigma_e^{\ 2}}{\boldsymbol{S}^H(f_1, f_2)\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_1^{\ H}\boldsymbol{S}(f_1, f_2)} \tag{2.35}$$

$\boldsymbol{S}(f_1, f_2)$ vektörü iki-boyutlu işaret vektörü olup (2.36) ve (2.37) ifadeleriyle gösterilmektedir [1].

$$\boldsymbol{S}(f_1, f_2) = [\boldsymbol{s}_0(f_1, f_2) \quad \boldsymbol{s}_1(f_1, f_2)\cdots\boldsymbol{s}_{P-1}(f_1, f_2)]^T \tag{2.36}$$

$$\boldsymbol{s}_k(f_1, f_2) = \exp(j2\pi f_1 k)[1 \quad \exp(j2\pi f_2)\cdots\exp(j2\pi f_2(Q-1))]^T \tag{2.37}$$

Her bir $\boldsymbol{s}_k(f_1, f_2)$ vektörü Q elemandan oluşmakta olup $\boldsymbol{S}$ vektörü (2.38)'de gösterilmiştir.

$$\boldsymbol{S} = [1\cdots e^{j2\pi f_2(Q-1)}\cdots e^{j2\pi f_1(P-1)}\cdots e^{j2\pi(f_1(P-1)+f_2(Q-1))}]^T \tag{2.38}$$

Benzer şekilde Ω_2 ÇD destek bölgesi için 2-B spektrum kestirimi,

$$P_{\Omega_2} = \frac{\sigma_e^2}{\left|H_{\Omega_2}(f_1, f_2)\right|^2} \tag{2.39}$$

olarak ifade edilebilir. Ω_1 destek bölgesi için (2.35) ile verilen spektrum kestirim fonksiyonu Ω_2 destek bölgesi için de aynıdır. Fakat fonksiyonda kullanılacak AR parametreleri Ω_2 ÇD destek bölgesi AR parametreleridir.

Tek ÇD destek bölgesi kullanılması sonucunda elde edilen spektrum kestiriminin oldukça düşük çözünürlüğe sahip olmasından dolayı, birden fazla ÇD destek bölgeleri ile elde edilen değişik spektrum kestirimlerinin birleştirilmesi sonucu daha yüksek çözünürlüklü ve simetrik yapıya ulaşılmıştır [45], [46]. İki ÇD destek bölgeleri kullanılarak elde edilen spektrum kestiriminde 1. ve 2. ÇD destek bölgeleri için bulunan ayrık spektrumlar hesaplanıp bunların harmonik ortalaması alınarak yüksek çözünürlüklü asıl spektrum elde edilmektedir [32], [43,45].

İki ÇD destek bölgeleri için bulunan spektrum kestirimlerinin harmonik ortalama fonksiyonu:

$$\frac{1}{P_{toplam}(f_1,f_2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{P_{\Omega_1}(f_1,f_2)}+\frac{1}{P_{\Omega_2}(f_1,f_2)}\right) \tag{2.40}$$

ile verilmektedir.

İki ÇD destek bölgeleri kullanmak spektrum kestirimi için yeterlidir çünkü 3. ve 4. ÇD destek bölgeleri için katsayı vektörleri $\boldsymbol{a}_3$ ve $\boldsymbol{a}_4$, sırasıyla $\boldsymbol{a}_1$ ve $\boldsymbol{a}_2$ vektörlerinin eşlenikleridir [32], [46].

$$\boldsymbol{a}_3=\boldsymbol{a}_1^* \tag{2.41a}$$

$$\boldsymbol{a}_4=\boldsymbol{a}_2^* \tag{2.41b}$$

2.4 Tek ÇD Destek Bölgesi Kullanılarak 2-B Spektrum Kestirimi Uygulama Sonuçları

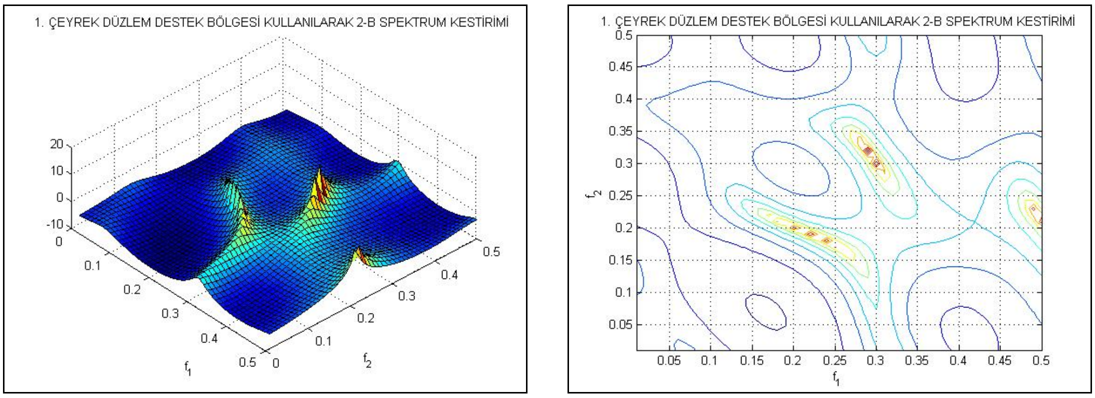
Tek ÇD destek bölgesi kullanılarak elde edilen 2-B spektrum kestirimi uygulama sonuçları 1. ve 2. ÇD destek bölgeleri için Şekil 2-5 ve Şekil 2-6'da gösterilmiştir. Uygulamadaki kompleks işaretlerin sayısı iki olup, frekans bileşenleri ve kullanılan işaretler için ilgili değerler Çizelge 2-1'de gösterilmiştir. Uygulamada kullanılan frekans değerleri normalize frekans değerleridir.

Çizelge 2-1 : Tek ÇD destek bölgesi kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi için uygulamada kullanılan işaret parametreleri

1. Frekans Değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans Değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre Boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 10dB		

2.4.1 1. ÇD Destek Bölgesi Kullanılarak 2-B Spektrum Kestirimi Uygulama Sonucu

2-B işaretin spektrum kestirimi için 1. ÇD destek bölgesi ve Çizelge 2-1 parametreleri kullanılmıştır. Doğrusal kestirim katsayıları 1. ÇD destek bölgesi kullanılarak bulunmuştur. Uygulama sonucu Şekil 2-5'de gösterilmektedir.

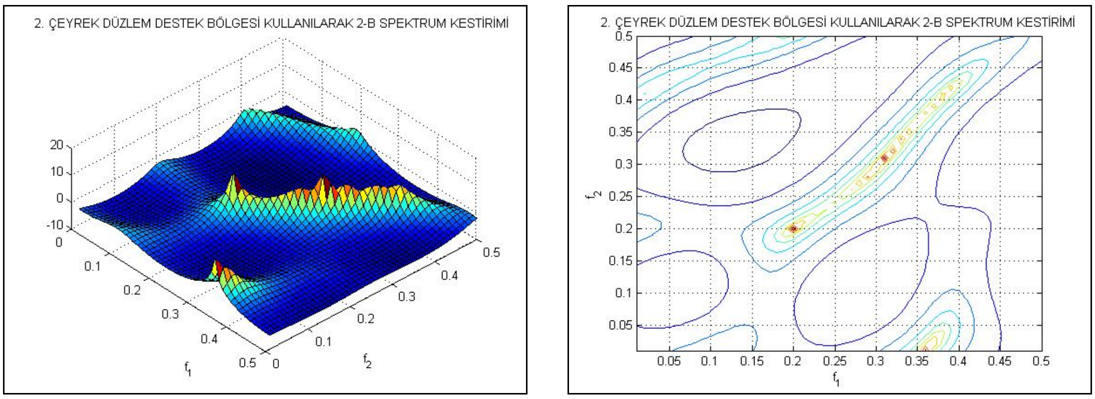


(a) (b)

Şekil 2-5 : Çizelge 2-1 parametreleri ile 1. ÇD destek bölgesi kullanılarak 2-B spektrum kestirimi uygulama sonucu (a) Genlik (b) Kontur diagramı

2.4.2 2. ÇD Destek Bölgesi Kullanılarak 2-B Spektrum Kestirimi Uygulama Sonucu

Çizelge 2-1'de verilen işaret parametreleri kullanılarak işaretin spektrum kestirimi için 2. ÇD destek bölgesi kullanılmıştır. Doğrusal kestirim katsayıları 2. ÇD destek bölgesi kullanılarak hesaplanmıştır. Uygulama sonucu Şekil 2-6'da gösterilmektedir.

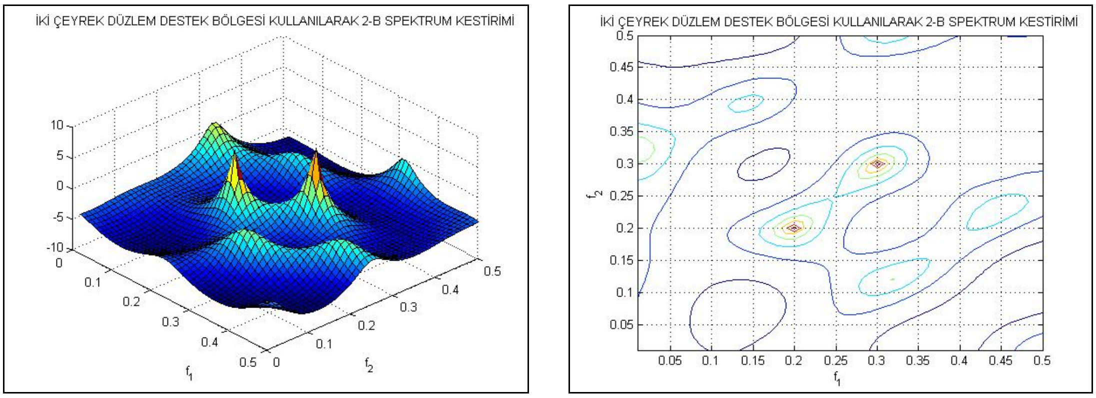


(a) (b)

Şekil 2-6 : Çizelge 2-1 parametreleri ile 2. ÇD destek bölgesi kullanılarak 2-B spektrum kestirimi uygulama sonucu (a) Genlik (b) Kontur diagramı

2.5 İki ÇD Destek Bölgeleri Kullanılarak 2-B Spektrum Kestirimi Uygulama Sonuçları

Çoklu ÇD destek bölgelerinin en temeli olan iki ÇD destek bölgesi kullanımının spektrum kestirimine etkisi ve uygulama sonucu Şekil 2-7'de gösterilmektedir. Kestirimdeki etkinin gözlenebilmesi amacıyla tek ÇD destek bölgesi spektrum kestirimi için verilen Çizelge 2-1 işaret parametreleri kullanılmıştır.



(a) (b)

Şekil 2-7 : Çizelge 2-1 parametreleri ile iki ÇD destek bölgeleri kullanılarak 2-B spektrum kestirimi uygulama sonucu (a) Genlik (b) Kontur diagramı

2.5.1 Gürültü Gücünün İki ÇD Destek Bölgeleri Kullanılarak Bulunan 2-B Spektrum Kestirimine Etkisi ve Uygulama Sonuçları

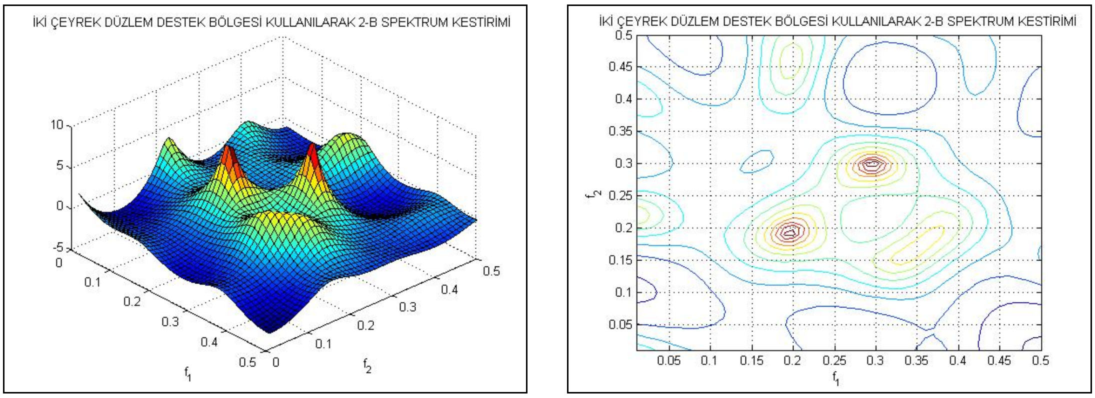
Bu alt bölümde, Çizelge 2-1'de verilen işaret parametreleri değiştirilerek bu parametrelerin 2-B spektrum kestirimine etkisi incelenmektedir. Kullanılan işaret parametreleri Çizelge 2-2'de verilmiştir. İşaret gücünün gürültü gücüne oranı (SNR)

$$SNR = \frac{\sum_{k=1}^{K} p_k^2}{\sigma^2} \tag{2.42}$$

ifadesi ile verilmiştir [32]. (2.42) eşitliğinde p_k^2, k. işaretin genliğinin karesini, σ^2 değeri ise gürültünün varyansını göstermektedir. SNR değerinin 10dB'den 0dB'e düşmesi durumunda gürültü bileşeninin spektrum kestirimine etkisinin olumsuz anlamda artacağı açıktır. SNR oranı 0dB olduğunda iki ÇD destek bölgeleri yardımıyla bulunan spektrumda bozulmalar meydana gelmekte ve çözünürlük azalmaktadır. Bu durum Şekil 2-8'de gösterilmiştir.

Çizelge 2-2. Uygulamada kullanılan işaret parametreleri – SNR değişimi

1. Frekans Değeri	f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans Değeri	f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri	p_k	1	1
Faz değerleri	φ_k	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(15,15)			
Filtre Boyutları (P,Q)=(6,6)			
SNR = 0dB			



(a) (b)

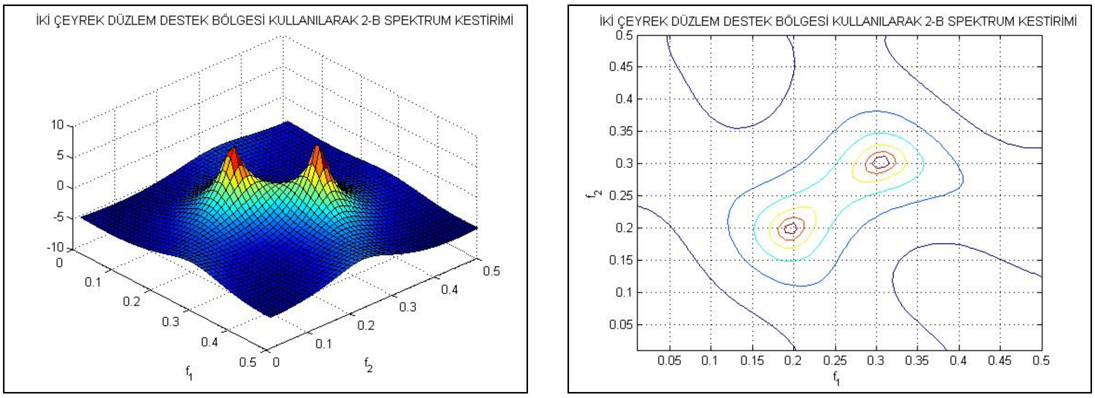
Şekil 2-8 : İşaret-gürültü oranının iki ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimine etkisi (a) Genlik (b) Kontur diagramı

2.5.2 Filtre Boyutlarının İki ÇD Destek Bölgeleri Kullanılarak Bulunan Spektrum Kestirimine Etkisi ve Uygulama Sonuçları

Kullanılan doğrusal kestirim filtresi boyutlarının (P,Q) değişmesi durumunda 2-B spektrum çözünürlüğünde meydana gelen değişiklikler Şekil 2-9'da gösterilmiştir. Filtre boyutlarının azalması, elde edilecek doğrusal kestirim katsayılarının azalması anlamına geleceğinden kısıtlı katsayılarla elde edilecek 2-B spektrum çözünürlüğünün de düşük olması beklenir.

Çizelge 2-3. Uygulamada kullanılan işaret parametreleri – P ve Q değişimi

1. Frekans Değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans Değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek Aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre Boyutları (P,Q)=(4,4)		
SNR = 10dB		

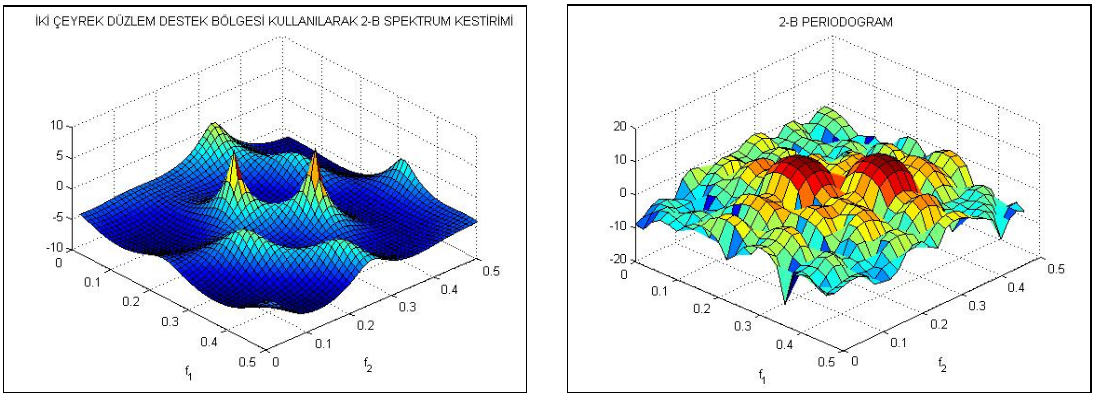


(a) (b)

Şekil 2-9 : Doğrusal kestirim filtresi boyutlarının iki ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimine etkisi (a) Genlik (b) Kontur diagramı

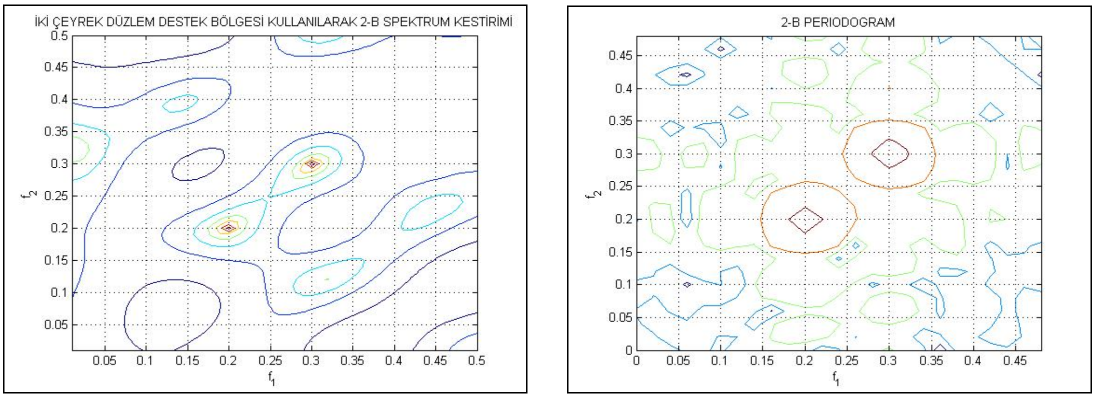
2.6 İki ÇD Destek Bölgeleri ve 2-B Periodogram Kullanılarak Bulunan 2-B Spektrum Kestirimlerinin Karşılaştırılması

2-B periodogram yöntemi, veri örnek sayısının fazla olması durumunda spektrum kestiriminde olumlu sonuçlar verirken, veri örnek sayısının kısıtlı olduğu durumlarda yüksek çözünürlük ve doğruluk açısından başarım performansı oldukça düşmektedir. İki ÇD destek bölgeleri ve 2-B periodogram kullanılarak bulunan spektrum kestirimleri için uygulama sonuçları Şekil 2-10 ve Şekil 2-11'de gösterilmektedir. İki ÇD destek bölgeleri algoritmasında Çizelge 2-1 parametreleri kullanılmıştır. 2-B periodogram yöntemi için gerekli olan veri örnek ve frekans değerleri de Çizelge 2-1'de verilen değerlerdir.



(a) (b)

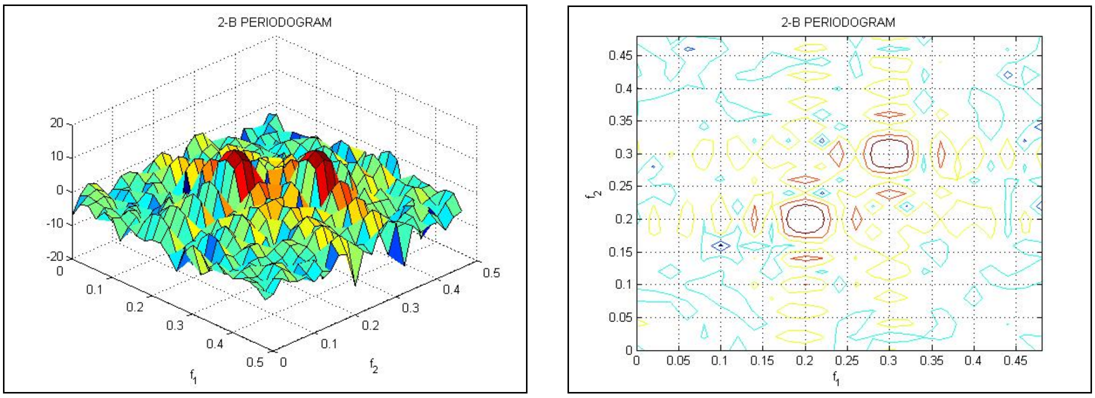
Şekil 2-10 : 2-B spektrum kestirimlerinin karşılaştırılması genlik diagramı (a) İki ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum (b) 2-B periodogram kullanılarak bulunan 2-B spektrum



(a) (b)

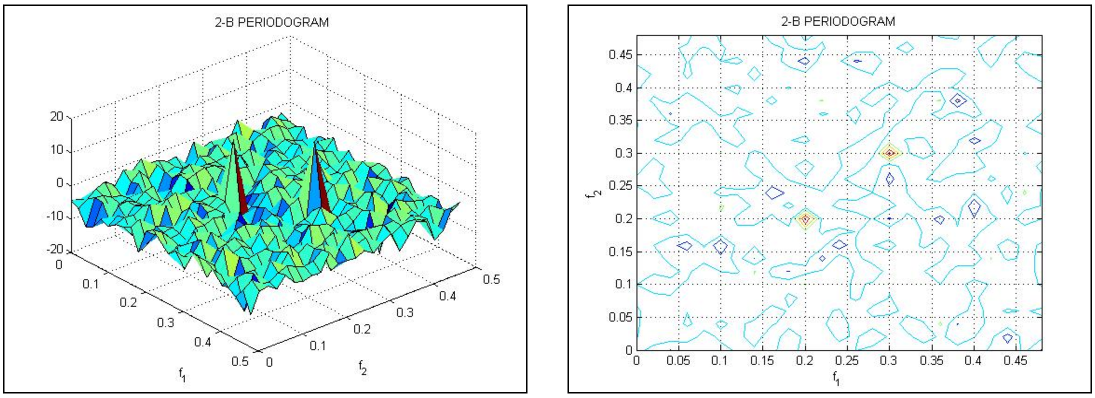
Şekil 2-11: 2-B spektrum kestirimlerinin karşılaştırılması kontur diagramı (a) İki ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum (b) 2-B periodogram kullanılarak bulunan 2-B spektrum

Uygulama sonuçlarından da görüleceği gibi veri örnek değerlerinin $(M,N)=(15,15)$ olduğu durumda, 2-B spektrum kestiriminde iki ÇD destek bölgeleri kullanılması 2-B periodogram ile elde edilen kestirime göre işaret frekanslarının çok daha yüksek çözünürlükte ve doğrulukta ortaya çıkmasını sağlamıştır. 2-B periodogram yöntemi veri örnek değerlerinin daha yüksek olduğu durumda işaret frekanslarının daha doğru ve yüksek çözünürlükte kestirimini yapmaktadır. 2-B işaret örnek değerlerinin $(M,N)=(25,25)$ ve $(M,N)=(50,50)$ olduğu durumlar için 2-B periodogram spektrum kestirimi uygulama sonuçları Şekil 2-12 ve Şekil 2-13'de sunulmuştur.



(a) (b)

Şekil 2-12 : Veri örnek değerleri (M,N)=(25,25) için 2-B periodogram spektrum kestirimi (a) Genlik (b) Kontur diagramı



(a) (b)

Şekil 2-13 : Veri örnek değerleri (M,N)=(50,50) için 2-B periodogram spektrum kestirimi (a) Genlik (b) Kontur diagramı

3 ÇOKLU ÇEYREK DÜZLEM DESTEK BÖLGELERİ KULLANILARAK 2-B SPEKTRUM KESTİRİMİ

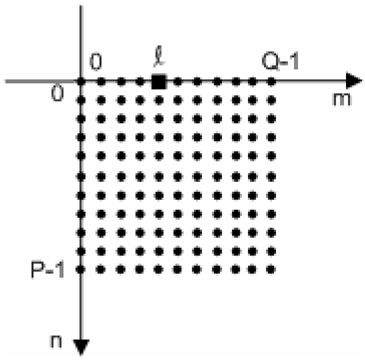
3.1 Giriş

2-B kompleks işaretlerin spektrum kestirimlerinde kullanılan iki ÇD destek bölgeleri algoritması kestirimin çözünürlüğü ve doğruluğunda önemli iyileştirmeler sağlamıştır. Fakat işaretin sınırlı sayıda veriye sahip olması durumda iki ÇD destek bölgeleri kullanılması da yüksek çözünürlüklü spektrum elde etmeyi zorlaştırmaktadır. Çünkü spektrum kestiriminde sınırlı verinin kullanıldığı durumda gerçek frekans tepelerinden başka sahte frekans tepelerinin de ortaya çıktığı 2.5 alt bölümünde verilen uygulama sonuçlarından da görülebilmektedir. Ayrıca, sınırlı veriye sahip işarete gürültünün etkisinin spektrum kestirimini nasıl etkilediği uygulama sonuçlarıyla gösterilmiştir. Bu problemden dolayı 2-B kompleks işaretlerin spektrum kestiriminde ikiden fazla çoklu ÇD destek bölgelerinden faydalanılmaktadır. Kullanılan algoritma 2-B doğrusal kestirim yöntemini kullanmakla birlikte, standart ÇD destek bölgesinden türetilen yeni ÇD destek bölgelerinin kullanılması temeline dayanmaktadır. Her bir destek bölgesi için spektrum kestirimi farklı olup, bu kestirimlerin birleştirilip harmonik ortalaması alınarak asıl spektrum elde edilmektedir.

3.2 Çoklu ÇD Destek Bölgeleri için Normal Denklemleri ve 2-B Spektrum Kestirim Algoritması

Çoklu-kanal yaklaşımında ileri çoklu-kanal vektörü yatay veya düşey yönde veri üzerinde taramalar yaparak ileri yöndeki verinin kestirimini yapmaktadır. Böylece, çoklu-kanal yaklaşımı 1. ve 2. ÇD destek bölgelerinden farklı olarak yeni filtreler ve yeni destek bölgeleri yaratmaktadır. Alata [44], HMHV yönteminde 2-B düzlemde tanımladığı 2-B ileri çoklu-kanal 1. ve 2. ÇD destek bölgelerini kullanarak sırasıyla yatayda ve düşeyde veri üzerinde taramalar yaparak her kanal için ayrık spektrum kestirimi elde etmiştir. Yatayda 2-B ileri çoklu-kanal 1.ÇD destek bölgesi taramalarıyla elde edilen spektrum kestirimini, düşeyde 2-B ileri çoklu-kanal 2. ÇD destek bölgesi taramalarıyla elde edilen spektrum kestirimleriyle birleştirip harmonik ortalamalarını alarak yeni spektrum kestirimini ortaya çıkarmıştır.

Yatay düzlem için çoklu ÇD destek bölgesi kümesi $\Omega_{H,l}$, $(l = 0,1,...,Q-1)$ olmak üzere (Q kanallı) Şekil 3-1'de gösterilmiştir. Şekil 3-1'de içi dolu dikdörtgen ile gösterilen $(0,l)$ noktası kestirimi yapılacak olan noktayı göstermektedir.



Şekil 3-1: $\Omega_{H,l}$ çoklu ÇD destek bölgesi

$\Omega_{H,l}$ çoklu ÇD destek bölgeleri için doğrusal kestirim normal denklemleri (3.1)'de verilmiştir.

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{a}_{Hl} = \boldsymbol{e}_{Hl} \tag{3.1}$$

(3.1) eşitliğinde $\boldsymbol{R}$ özilinti matrisini, $\boldsymbol{a}_{Hl}$ ve $\boldsymbol{e}_{Hl}$ vektörleri ise sırasıyla doğrusal kestirim katsayıları ve doğrusal kestirim hatası vektörlerini ifade etmektedir. Vektörler (3.2) ve (3.3)'de gösterilmişlerdir.

$$\boldsymbol{a}_{Hl} = [a_{0,0}^{(Hl)} \cdots a_{0,l}^{(Hl)} \cdots a_{P-1,0}^{(Hl)} \cdots a_{P-1,Q-1}^{(Hl)}]^T \tag{3.2}$$

$$\boldsymbol{e}_{Hl} = [0 \cdots \sigma_e^{\,2} \cdots 0]^T \tag{3.3}$$

$\Omega_{H,l}$ çoklu ÇD destek bölgesi için tanımı gereği

$$\boldsymbol{a}_{Hl}(l+1) = \boldsymbol{a}_{0,l}^{(Hl)} = 1 \tag{3.4}$$

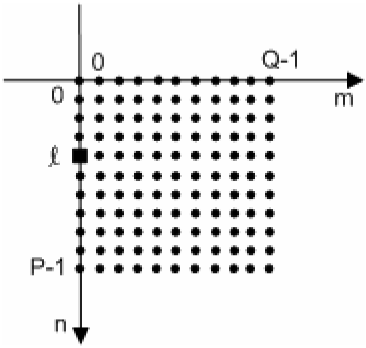
alınmaktadır ve $\boldsymbol{e}_{Hl}$ vektöründeki $\sigma_e^{\,2}$ terimi, $\boldsymbol{a}_{Hl}(l+1) = \boldsymbol{a}_{0,l}^{(Hl)} = 1$'e karşı düştüğü yerde, yani dizinin l. elemanında kendisini gösterir.

$\Omega_{H,l}$ ÇD destek bölgesi kestirim kümesi için spektrum kestirim fonksiyonu (2.34)'den yola çıkılarak

$$P_{H,l}(f_1,f_2)=\frac{\sigma_e^{\;2}}{\boldsymbol{S}^H(f_1,f_2)\boldsymbol{a}_{Hl}\boldsymbol{a}_{Hl}^H\boldsymbol{S}(f_1,f_2)} \tag{3.5}$$

biçiminde ifade edilmektedir [43].

$\Omega_{H,l}$ ÇD destek bölgelerine benzer olarak Şekil 3-2'de gösterilen düşey düzlem için $\Omega_{V,l}$ ÇD destek bölgeleri tanımlanabilir. Şekil 3-2'de içi dolu dikdörtgen ile gösterilen $(l,0)$ noktası kestirimi yapılacak olan noktayı göstermektedir.



Şekil 3-2: $\Omega_{V,l}$ çoklu ÇD destek bölgesi

$\Omega_{H,l}$ destek bölgesi için uygulanan doğrusal kestirim yöntemi aynı şekilde $\Omega_{V,l}$ destek bölgesine (P kanallı) de uygulanabilir. Bu durumda;

$$\boldsymbol{a}_{vl}(lQ+1)=\boldsymbol{a}_{l,0}^{(Vl)}=1 \tag{3.6}$$

olarak alınmaktadır. Buradan, $\Omega_{V,l}$ destek bölgesi için spektrum kestirim fonksiyonu;

$$P_{V,l}(f_1,f_2)=\frac{\sigma_e^{\;2}}{\boldsymbol{S}^H(f_1,f_2)\boldsymbol{a}_{Vl}\boldsymbol{a}_{Vl}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{S}(f_1,f_2)} \tag{3.7}$$

olarak ifade edilir. Sonuç olarak, $\Omega_{H,l}$ ve $\Omega_{V,l}$ destek bölgeleri için bulunan spektrum kestirim fonksiyonları birleştirilerek,

$$\frac{1}{P_{H,V}(f_1,f_2)}=\frac{1}{P+Q}\left(\sum_{l=0}^{Q-1}\frac{1}{P_{H,l}(f_1,f_2)}+\sum_{l=0}^{P-1}\frac{1}{P_{V,l}(f_1,f_2)}\right) \tag{3.8}$$

toplam spektrum kestirim fonksiyonu elde edilir [5], [43], [44].

3.3 Normal Denklemlerinin Özilinti Matrisinin Alt Uzay Ayrışımı Yöntemi ile Çözümü

3.3.1 Giriş

Düşük SNR değerlerinde, özbağlanımlı spektrum kestirimi veya Prony modeli, üzerine gürültü eklenmiş ve birbirine yakın frekans değerlerine sahip olan işaretlerin frekanslarının veya bu işaretlere ait darbant spektral bileşenlerinin kestiriminde başarılı sonuçlar ortaya koyamamaktadır. Bununla birlikte, özilinti matrisinin özayrışım yönteminden faydalanılarak bulunan spektrum kestirimi, bahsedilen yöntemlere göre çok daha yüksek çözünürlükte kestirim sonuçları verdiği için özayrışım analizi işaret işleme uygulamalarında önemli bir yere sahiptir. Özayrışım yönteminin temeli, özilinti matrisinin taşıdığı bilginin işaret ve gürültü alt uzaylarına ayrışımına dayanmaktadır [1].

İşaret veya gürültü alt uzaylarındaki vektör fonksiyonları kullanılarak frekans kestirimcileri bulunmakta ve bu kestirimciler, işaretlerin frekanslarının bulunduğu yerlerde keskin tepeler ortaya çıkarmaktadırlar. Özayrışım analizine dayanan spektrum kestirim yöntemleri Pisarenko Harmonic Decomposition (PHD), MUSIC, root-MUSIC, EV ve ESPRIT olarak sıralanabilir [48], [49].

3.3.2 Özilinti Matrisinin Özayrışımı

(2.1) ile verilen 2-B kompleks işaret modeli için özilinti matrisi, gözlem kümesinin ortalamasının alınmasıyla elde edilmektir [50]. Kestirim sonucu elde edilen özilinti matrisi $\hat{\boldsymbol{R}}$ olarak ifade edilmiş olup Bölüm 2'de Yule-Walker denklemleriyle verilen özilinti matrisinden farklıdır.

$$\hat{\boldsymbol{R}}=E\{\boldsymbol{y}(n)\boldsymbol{y}^{\boldsymbol{H}}(n)\} \tag{3.9}$$

(3.9) eşitliğinde ifade edilen $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisi, (3.10)'da gösterildiği gibi işaret ve gürültü alt uzaylarından oluşmakta olup bu iki alt uzayın toplamı şeklinde yazılabilir [48]. $(.)^H$ operatörü Hermit işleci olarak adlandırılmış olup matris ve vektörün eşleniğinin traspozisyonunu ifade etmektedir.

$$\hat{\boldsymbol{R}} = E\{\boldsymbol{y}(n)\boldsymbol{y}^H(n)\} = \boldsymbol{R}_S + \boldsymbol{R}_N \tag{3.10}$$

$\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinin elde edilme yöntemleri Bölüm 4'de anlatılmıştır. $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisi beyaz Gauss gürültüsü içindeki kompleks işaretler için (3.11a) ve (3.11b) 'de verilen yapıya sahiptir [1].

$$\hat{\boldsymbol{R}} = \sum_{k=1}^{K} |p_k|^2 \boldsymbol{s}_k \boldsymbol{s}_k^H + \sigma_N{}^2 \boldsymbol{I} \tag{3.11a}$$

$$= \boldsymbol{S}\psi\boldsymbol{S}^H + \sigma_N{}^2 \boldsymbol{I} \tag{3.11b}$$

(3.11a) eşitliğindeki işaret alt uzayının matrislerle ifade edilmiş biçimi (3.11b)'de verilmektedir. $\boldsymbol{R}_S = \boldsymbol{S}\psi\boldsymbol{S}^H$ ifadesi $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinin gürültüsüz işaret alt uzayını, $\boldsymbol{R}_N = \sigma_N{}^2 \boldsymbol{I}$ ise gürültü alt uzayını göstermektedir [48].

Filtre boyutları sırasıyla P ve Q olmak üzere, $\boldsymbol{S}(f_1, f_2)$ vektörü, $PQ \times 1$ elemanlı 2-B kompleks işaret vektörü olup Bölüm 2'de (2.36) ve (2.37) eşitlikleri ile ifade edilmiştir. $\boldsymbol{S}$ işaret matrisinin k. sütunu $\boldsymbol{s}(f_{1k}, f_{2k})$, $\boldsymbol{s}_k$ ile gösterilmekte olup $\boldsymbol{S}$ matrisi $\boldsymbol{s}_k$ sütun vektörlerinden oluşmaktadır.

(3.11a) eşitliğinde, $\boldsymbol{I}$ matrisi $PQ \times PQ$ boyutlu birim matris ve (3.11b) eşitliğindeki $\boldsymbol{\psi}$ matrisi, işaret genlikleri mutlak değerlerinin karelerinden oluşan köşegen matristir.

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} |p_1|^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & |p_2|^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & |p_K|^2 \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

K, 2-B kompleks işaret sayısını göstermek üzere, $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinin derecesi kompleks işaret sayısından fazlaysa ($P \geq K$ ve $Q \geq K$), $\boldsymbol{S}$ işaret matrisinin rankı K olmaktadır. Çünkü her $\boldsymbol{s}_k \boldsymbol{s}_k^H$ çarpımı rankı 1 olan matris üretmektedir. $P < K$ ve $Q < K$ olması durumunda işaret özilinti matrisi rank-yetersiz olmaktadır. Bu sebeple, kullanılan doğrusal kestirim filtresinin derecelerinin kompleks işaret sayısından büyük seçilmesi gerekmektedir.

$\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinin işaret ve gürültü alt uzaylarına ayrılabilmesi için tam-rank matris olması gerekmektedir [1], [11], [43]. $\boldsymbol{R}_N = {\sigma_N}^2 \boldsymbol{I}$ gürültü özilinti matrisi tam-rank matristir [48].

Özilinti matrisi (3.11) eşitlikleri ile verilen ifadeden başka olarak kendi özayrışımı biçiminde de yazılabilir. İfade (3.13)'de verilmiştir.

$$\hat{\boldsymbol{R}} = \sum_{m=1}^{PQ} \lambda_m \boldsymbol{u}_m \boldsymbol{u}_m^H = \boldsymbol{U\Lambda U}^H \tag{3.13}$$

(3.13) ifadesindeki λ_m değerleri özdeğerler olup azalan sırayla $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ...\lambda_{PQ}$ biçiminde yazılabilir. λ_m özdeğerleri;

$$\lambda_m = \begin{cases} \sigma^2 + l_m & m = 1,2,\ldots,K \\ \sigma^2 & m = K+1, K+2\ldots,PQ \end{cases} \tag{3.14}$$

ile verilmektedir [51].

$\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisi PQ tane özdeğere sahiptir. Bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler de PQ tane olup $\boldsymbol{u}_m$ ile gösterilmişlerdir. $\boldsymbol{\Lambda}$ matrisi, köşegenleri özdeğerlerden oluşan köşegen matris ve $\boldsymbol{U}$ matrisi, sütunları bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörlerden oluşan matristir. İşaret özilinti matrisinin özayrışımı (3.15)'de verildiği gibi gösterilebilir [48].

$$\boldsymbol{R}_S = \sum_{m=1}^{PQ} \lambda_m \boldsymbol{u}_m \boldsymbol{u}_m^H \tag{3.15}$$

Burada, $\boldsymbol{u}_m$ özvektörleri diknormaldir ($i \neq j$ için $\boldsymbol{u}_i^H \boldsymbol{u}_j = 0$ ve $i = j$ için $\boldsymbol{u}_i^H \boldsymbol{u}_j = 1$). [52]'de, M ranklı ve $p+1$ boyutlu bir matrisin rankı boyutundan küçükse ($M < p+1$) bu matrisin $p+1-M$ tane sıfır değerli özdeğeri olduğu gösterilmiştir. Bu özellikten faydalanılarak (3.15) eşitliği,

$$\boldsymbol{R}_S = \sum_{m=1}^{K} \lambda_m \boldsymbol{u}_m \boldsymbol{u}_m^H \tag{3.16}$$

biçiminde yazılabilir. Özvektörler de, işaret vektörleri gibi aynı işaret alt uzayına yayılmışlardır. Bu durum, herhangi bir özvektörün $1 \leq m \leq K$ olmak üzere, işaret vektörlerinin doğrusal birleşimi şeklinde ifade edilebilmesini gerektirir [1].

$$\boldsymbol{u}_m = \sum_{k=1}^{K} \beta_{mk} \boldsymbol{s}_k \tag{3.17}$$

Böylece bir vektörün $\boldsymbol{R}_S$ matrisinin özvektörü olabilmesi için

$$\boldsymbol{R}_S \boldsymbol{u}_m = \lambda_m \boldsymbol{u}_m \tag{3.18}$$

eşitliğinin sağlanması gerekmektedir. (3.18) eşitliği aynı zamanda

$$(\hat{\boldsymbol{R}} - \sigma_N^2 \boldsymbol{I})\boldsymbol{u}_m = 0 \qquad m = K+1, K+2, \ldots, PQ \tag{3.19}$$

eşitliğini gerektirir. Sonuç olarak (3.19) eşitliği de (3.11b) ifadesinden faydalanılarak

$$\boldsymbol{S}\psi\boldsymbol{S}^H \boldsymbol{u}_m = 0 \qquad m = K+1, K+2, \ldots, PQ \tag{3.20}$$

biçiminde yazılabilir. Kompleks yapıyı oluşturan tüm sinüzoidal işaretlerin ayrık frekansları olduğu farz edildiği için $\boldsymbol{S}$ matrisinin sütunları doğrusal bağımsızdır. Böylece, (3.20) ifadesi

$$\boldsymbol{S}^H \boldsymbol{u}_m = 0 \qquad m = K+1, K+2, \ldots, PQ \tag{3.21}$$

ifadesini gerektirmektedir [51]. (3.21) ifadesi, $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinin, $m = K+1, K+2, \ldots, PQ$ olmak üzere en küçük $PQ - K$ tane özdeğerine karşılık gelen $\boldsymbol{u}_m$ özvektörlerinin $\boldsymbol{S}$ matrisinin sütunlarına dik olduğunu göstermektedir [49].

Ek olarak, (3.16) ifadesinde de gösterildiği gibi $\boldsymbol{R}_S = \boldsymbol{S}\psi\boldsymbol{S}^H$ matrisini, $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinin en büyük K tane özdeğerine karşılık gelen $\boldsymbol{u}_m$ özvektörleri oluşturur. Geriye kalan özvektörler ise $\boldsymbol{R}_N$ gürültü matrisini oluşturur. Bu özellikten yararlanılarak $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisi işaret ve gürültü özvektörlerinden oluşan ikiye parçaya ayrılabilir.

$$\hat{\boldsymbol{R}} = \sum_{m=1}^{K} (\sigma^2 + l_m)\boldsymbol{u}_m \boldsymbol{u}_m^H + \sum_{m=K+1}^{PQ} \sigma^2 \boldsymbol{u}_m \boldsymbol{u}_m^H \tag{3.22a}$$

$$= \boldsymbol{U}_S \boldsymbol{\Lambda}_S \boldsymbol{U}_S^H + \sigma^2 \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \tag{3.22b}$$

$\boldsymbol{U}_S$ ve $\boldsymbol{U}_N$ matrisleri, sütunları sırasıyla işaret ve gürültü özvektörlerinden oluşan matrisler olup (3.23) ve (3.24)'de gösterilmişlerdir.

$$\boldsymbol{U}_S = [\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \ldots, \boldsymbol{u}_K] \tag{3.23}$$

$$\boldsymbol{U}_N = [\boldsymbol{u}_{K+1}, \boldsymbol{u}_{K+2}, \ldots, \boldsymbol{u}_{PQ}] \tag{3.24}$$

$\boldsymbol{\Lambda}_S$ matrisi, $K \times K$ boyutlu köşegen matris olup köşegenlerini (3.14) ifadesinde verilen en büyük K tane işaret özdeğeri oluşturmaktadır. Böylece, (2.1)'de verilen kompleks işaret modeli, işaret alt uzayı ve gürültü alt uzayı olarak iki alt uzaya ayrıştırılabilir. (3.21) ifadesine ek olarak, işaret alt uzayı özvektörleri ve gürültü alt uzayı özvektörleri birbirine diktir çünkü $\hat{\boldsymbol{R}}$ özilinti matrisi Hermityan simetriktir. Hermityan simetrik bir matrisin özvektörleri birbirine diktir [48].

3.3.3 Çoklu ÇD Destek Bölgeleri için Doğrusal Kestirim Katsayılarının Hesaplanması

(3.22b) eşitliği ile verilen $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinin tersi,

$$\hat{\boldsymbol{R}}^{-1} = \boldsymbol{U}_S \boldsymbol{\Lambda}_S^{-1} \boldsymbol{U}_S^H + \frac{1}{\sigma^2} \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \tag{3.25}$$

olarak verilmektedir [43]. $\Omega_{H,l}$ çoklu ÇD destek bölgeleri için, (3.1)'de verilen normal denklemi kullanılarak doğrusal kestirim katsayıları için (3.26) ifadesi yazılabilir. Buradan (3.26) ifadesinin her iki tarafı soldan $\boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H$ çarpılarak

$$\boldsymbol{a}_{Hl} = \left(\boldsymbol{U}_S \boldsymbol{\Lambda}_S^{-1} \boldsymbol{U}_S^H + \frac{1}{\sigma^2} \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \right) \boldsymbol{e}_{Hl} \tag{3.26}$$

$$\boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \boldsymbol{a}_{Hl} = \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \left(\boldsymbol{U}_S \boldsymbol{\Lambda}_S^{-1} \boldsymbol{U}_S^H + \frac{1}{\sigma^2} \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \right) \boldsymbol{e}_{Hl}$$

$$= \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \boldsymbol{U}_S \boldsymbol{\Lambda}_S^{-1} \boldsymbol{U}_S^H \boldsymbol{e}_{Hl} + \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \frac{1}{\sigma^2} \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \boldsymbol{e}_{Hl} \tag{3.27}$$

(3.27) ifadesi elde edilir. İşaret alt uzayı özvektörleri gürültü alt uzayı özvektörlerine dik olduğu için bu özvektörleri oluşturduğu matrisler de birbirlerine diktir. Böylece (3.27) ifadesinin sağındaki $\boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \boldsymbol{U}_S \boldsymbol{\Lambda}_S^{-1} \boldsymbol{U}_S^H \boldsymbol{e}_{Hl}$ ifadesi sıfır olur ve ifade (3.29)'a indirgenir.

$$\boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \boldsymbol{a}_{Hl} = \cancel{\boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \boldsymbol{U}_S \boldsymbol{\Lambda}_S^{-1}} \boldsymbol{U}_S^H \boldsymbol{e}_{Hl} + \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \frac{1}{\sigma^2} \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \boldsymbol{e}_{Hl} \tag{3.28}$$

$$\boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \boldsymbol{a}_{Hl} = \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \frac{1}{\sigma^2} \boldsymbol{U}_N \boldsymbol{U}_N^H \boldsymbol{e}_{Hl} \tag{3.29}$$

Açıktır ki (3.29) ifadesinden

$$\boldsymbol{a}_{Hl} = \frac{1}{\sigma^2}\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{U}_N^H\boldsymbol{e}_{Hl} \tag{3.30}$$

eşitliği yazılabilir. Buradan, $\boldsymbol{\tau}_{l+1}$ vektörü $\boldsymbol{U}_N^H$ vektörünün $(l+1)$. sütun vektörünü ifade etmek üzere,

$$\boldsymbol{a}_{Hl} = \frac{\sigma_e^2}{\sigma^2}\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{\tau}_{l+1} \tag{3.31}$$

yazılabilir. $\boldsymbol{U}_N^H\boldsymbol{e}_{Hl}$ çarpımı $\sigma_e^2\boldsymbol{\tau}_{l+1}$ biçiminde yazılabilir çünkü $\boldsymbol{e}_{Hl}$ vektöründe σ_e^2 elemanı $(l+1)$. eleman olup vektörün diğer elemanları sıfırdır. Böylece, (3.4) ve (3.31) ifadelerinden

$$\boldsymbol{a}_{Hl} = \frac{\boldsymbol{a}_{Hl}}{\boldsymbol{a}_{Hl}(l+1)} = \frac{\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{\tau}_{l+1}}{\left\|\boldsymbol{\tau}_{l+1}\right\|^2} \tag{3.32}$$

yazılabilir. Burada $\left\|\boldsymbol{\tau}_{l+1}\right\|^2 = \boldsymbol{\tau}_{l+1}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{\tau}_{l+1}$ eşitliği ile verilmektedir [43]. $\left\|\bullet\right\|^2$ norm operatörüdür.

$\boldsymbol{e}_{Hl}$ vektörünün gürültü alt uzayına izdüşümü $\boldsymbol{a}_{Hl}$ katsayı vektörünün çözümünü vermektedir. $\boldsymbol{a}_{Hl}$ vektörünün (3.31) tanımı gereği tüm işaret vektörlerine dik olmasından dolayı $P_{H,l}$ spektrum kestirim fonksiyonu işaret frekans değerlerinde tepelerin ortaya çıkmasını sağlamaktadır. Bununla birlikte, $P_{H,l}$ değerinin hesaplanabilmesi için kestirim hatasının varyansı olan $\sigma_e{}^2$ değerinin de bilinmesi gerekmektedir. $\Omega_{H,l}$ destek bölgesi için (3.1) eşitliğinden

$$\sigma_e{}^2 = \boldsymbol{a}_{Hl}^{\boldsymbol{H}}\hat{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{a}_{Hl} \tag{3.33}$$

ifadesi yazılabilir. Bu ifade (3.32) ile birleştirilecek olursa;

$$\sigma_e{}^2 = \frac{\boldsymbol{\tau}_{l+1}^H\boldsymbol{U}_N^H\hat{\boldsymbol{R}}\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{\tau}_{l+1}}{\left\|\boldsymbol{\tau}_{l+1}\right\|^4} \tag{3.34}$$

ifadesi elde edilir. Burada, özvektörlerin dik olması halinde

$$\sigma_e{}^2 = \frac{\sigma^2}{\left\|\boldsymbol{\tau}_{l+1}\right\|^2} \tag{3.35}$$

elde edilir. (3.35) ifadesi, kestirim hatasının varyansı ile gürültünün varyansı arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Yine bu ifade, gürültü alt uzayı vektörlerine karşılık gelen özdeğerlerin ortalaması alınarak da kestirilebilir [43].

$\boldsymbol{a}_{Vl}$ katsayı vektörü için bulunacak çözüm $\boldsymbol{a}_{Hl}$ çözümü için uygulanan yöntemle benzer şekilde hesaplanmaktadır. $\boldsymbol{a}_{Vl}$ ifadesi (3.36) ile verilmektedir.

$$\boldsymbol{a}_{Vl} = \frac{\boldsymbol{a}_{Vl}}{\boldsymbol{a}_{Vl}(lQ+1)} = \frac{\boldsymbol{U}_N \boldsymbol{\tau}_{lQ+1}}{\left\| \boldsymbol{\tau}_{lQ+1} \right\|^2} \tag{3.36}$$

$\Omega_{V,l}$ çoklu ÇD destek bölgesi için kestirim hatasının varyansı

$$\sigma_e^{\ 2} = \frac{\sigma^2}{\left\| \boldsymbol{\tau}_{lQ+1} \right\|^2} \tag{3.37}$$

olarak yazılır.

3.4 Çoklu ÇD Destek Bölgeleri Algoritması Kullanılarak Bulunan 2-B Spektrum Kestirimi Uygulama Sonuçları

Bu alt bölümde, çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması kullanılarak elde edilen 2-B spektrum kestiriminin uygulama sonuçları gösterilmektedir. Ayrıca çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması ile iki ÇD destek bölgeleri ve 2-B periodogram kullanılarak elde edilen 2-B spektrum kestirimleri karşılaştırılmaktadır. Karşılaştırmalar yapılırken Çizelge 3-1'de gösterilen işaret parametreleri değiştirilerek, kullanılan algoritmaların işaret spektrumunun çözünürlüğüne ve doğruluğuna etkileri ve performansları değerlendirilmektedir.

Çizelge 3-1. Uygulamada kullanılan işaret parametreleri

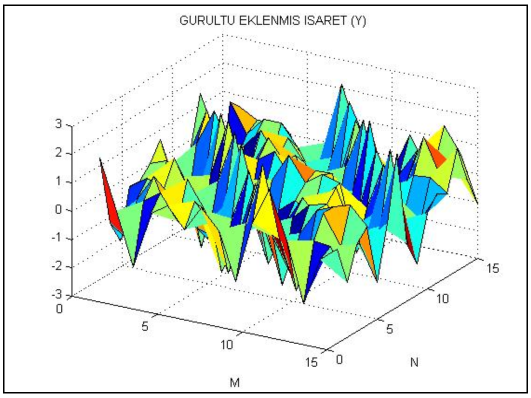
1. Frekans Değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans Değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek Aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre Boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 10dB		

Çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmasında öncelikle Bölüm 2'de verilen gürültüsüz 2-B $x(m,n)$ işareti (2.2) tanımı kullanılarak elde edilmiş ve üzerine beyaz Gauss gürültüsü eklenerek gürültülü 2-B $y(m,n)$ işareti yapay olarak üretilmiştir. Üzerine gürültü eklenmiş 2-B işaret Şekil 3-3'de gösterilmektedir. Sonra, Bölüm 4'de elde edilme yöntemi anlatılan $\boldsymbol{Y}$ işaret matrisi hesaplanmıştır. $\boldsymbol{Y}$ matrisi, algoritmada çok önemli yere sahip olan özilinti matrisinin kestiriminde ($\hat{\boldsymbol{R}}$) kullanılmıştır. Özilinti matrisinin kestirim yöntemleri Bölüm 4'de anlatılmaktadır.

$\hat{\boldsymbol{R}}$ özilinti matrisi elde edildikten sonra bu matrise ait olan özdeğer ve özvektörler bulunmuştur. Herbir özvektöre karşılık düşen özdeğerler sıralanmıştır. (3.23) ve (3.24) ifadelerinden de görüleceği gibi K tane en büyük özdeğere karşı gelen özvektörler işaret alt uzayını, geriye kalan özvektörler de gürültü alt uzayını oluşturacak şekilde matris tanımlamaları yapılmıştır. Daha sonra (3.32) eşitliği kullanılarak $\boldsymbol{a}_{Hl}$ doğrusal kestirim katsayıları ve bu katsayılardan faydalanılarak doğrusal kestirim hatasının varyansı hesaplanmıştır. Son olarak (3.5) eşitliği kullanılarak $\boldsymbol{P}_{Hl}$ spektrum kestirimi elde edilmiştir. Aynı adımlar izlenerek $\boldsymbol{a}_{Vl}$ doğrusal kestirim katsayıları ve doğrusal kestirim hatasının varyansı elde edilmiştir. Buradan (3.7) eşitliği kullanılarak $\boldsymbol{P}_{Vl}$ spektrum kestirimi bulunmuştur.

Algoritmada son olarak $\boldsymbol{P}_{Hl}$ ve $\boldsymbol{P}_{Vl}$ spektrum kestirimleri birleştirilerek (3.8) eşitliğinde de ifade edildiği gibi asıl istenen $\boldsymbol{P}_{\boldsymbol{H,V}}$ spektrum kestirimine ulaşılmıştır.

Uygulamada kullanılan frekans değerleri normalize frekans değerlerdir. Uygulama sonucu elde edilen çıktılar genlik ve kontur diagramlarıyla gösterilmektedir.



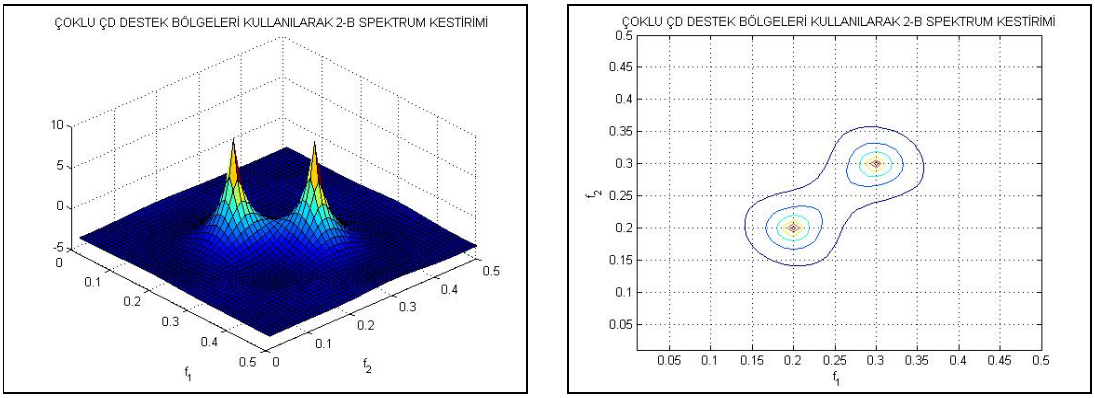
Şekil 3-3: Üzerine gürültü eklenmiş işaret

3.4.1 İşaret Örnek Sayısının 2-B Spektrum Kestirim Çözünürlüğüne Etkisi

Bu alt bölümde, işaret örnek değerlerinin 2-B spektrum kestirim çözünürlüğüne etkisi incelenmektedir. İşaret örnek değerlerinin artmasıyla spektrum çözünürlüğü artmaktadır. Diğer parametreler aynı kalmak koşuluyla Şekil 3-4 ve Şekil 3-5'de $(M,N)=(25,25)$ ve $(M,N)=(15,15)$ örnek değerleri için spektrum çözünürlükleri gösterilmektedir.

Çizelge 3-2. İşaret örnek değerlerinin değişimi-(M,N)=(15,15)

1. Frekans Değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans Değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek Aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre Boyutları(P,Q)=(6,6)		
SNR = 10dB		

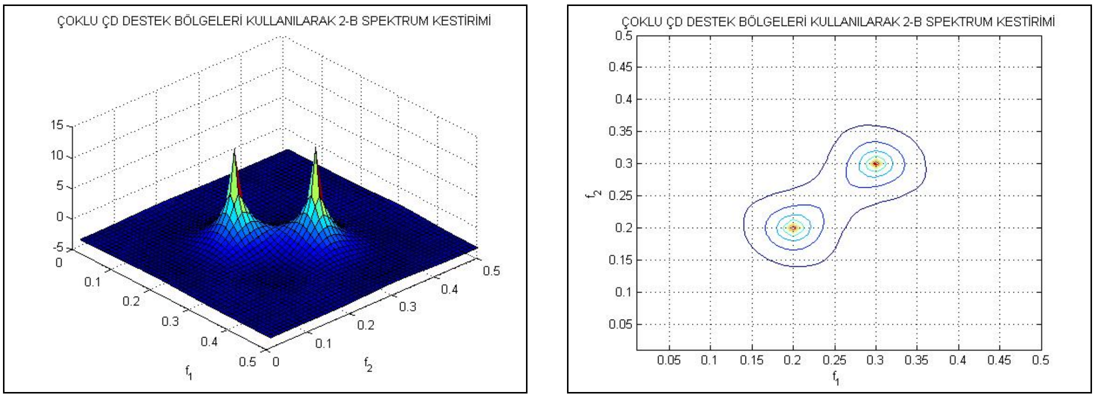


(a) (b)

Şekil 3-4 : Çizelge 3-2 parametreleri ile çoklu ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi (a) Genlik (b) Kontur diagramı

Çizelge 3-3. İşaret örnek değerlerinin değişimi-(M,N)=(25,25)

1. Frekans Değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans Değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek Aralıkları (M,N)=(25,25)		
Filtre Boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 10dB		



(a) (b)

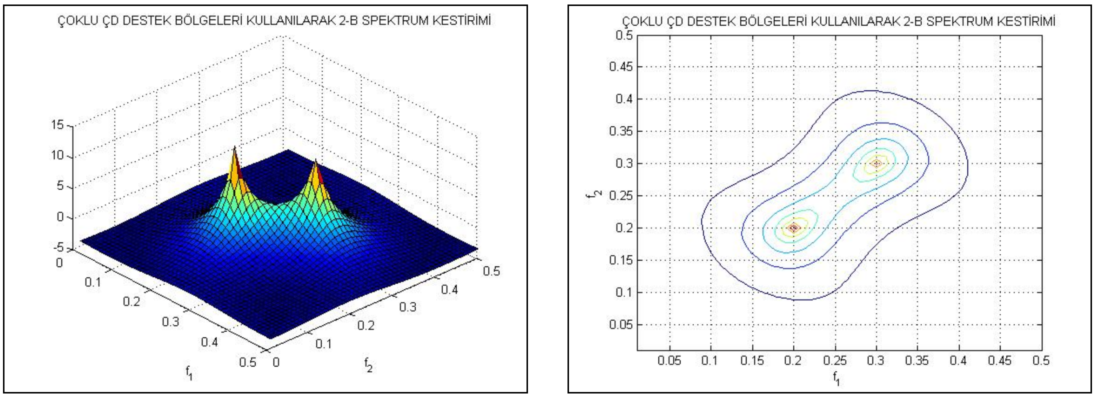
Şekil 3-5 : Çizelge 3-3 parametreleri ile çoklu ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi (a) Genlik (b) Kontur diagramı

3.4.2 Doğrusal Kestirim Filtresi Boyutlarının 2-B Spektrum Kestirim Çözünürlüğüne Etkisi

Bu alt bölümde doğrusal kestirim filtresi boyutlarının 2-B spektrum kestirim çözünürlüğüne etkisi incelenmektedir. Doğrusal kestirim filtresinin boyutları arttıkça kestirim için kullanılan katsayıların sayısı artmakta ve kestirimde yapılan hata miktarı azalmaktadır. Bu sebeple doğrusal kestirim filtresinin boyutlarının azalması spektral çözünürlüğün de azalmasına neden olmaktadır. Uygulama sonucu Şekil 3-6'da gösterilmektedir.

Çizelge 3-4. Doğrusal kestirim filtresi boyutlarının değişimi-(P,Q)=(4,4)

1. Frekans değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre boyutları (P,Q)=(4,4)		
SNR = 10dB		



(a) (b)

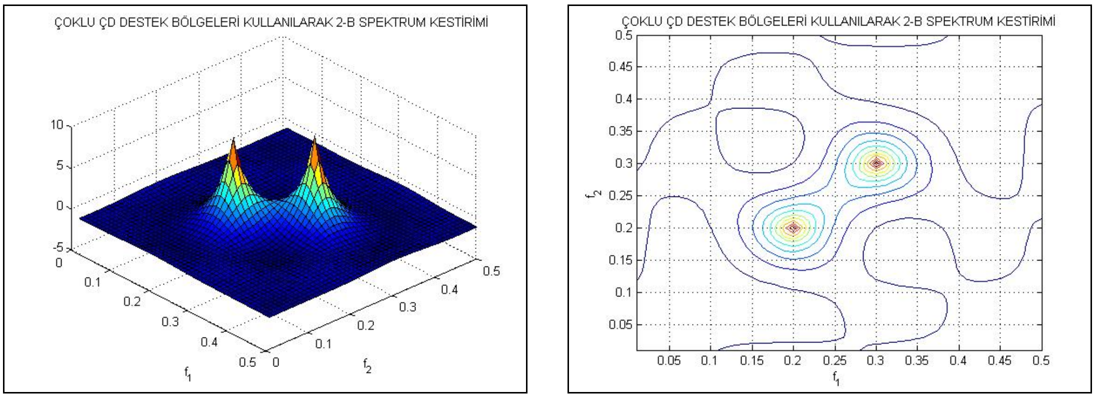
Şekil 3-6 : Çizelge 3-4 parametreleri ile çoklu ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi (a) Genlik (b) Kontur diagramı

3.4.3 Gürültü Gücünün 2-B Spektrum Kestirim Çözünürlüğüne Etkisi

Ortamdaki beyaz Gauss gürültüsünün varyansının artması işarete gelen bozucu etkinin de artmasına neden olmaktadır. Gürültünün varyansının artması 2-B spektrum kestirim çözünürlüğünü azaltmaktadır. Şekil 3-7'de SNR değerinin 10dB'den 5dB'ye düştüğü durum için 2-B spektrum çözünürlüğünde meydana gelen değişiklikler gösterilmektedir.

Çizelge 3-5. İşaret-gürültü oranının değişimi-SNR=5dB

1. Frekans değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 5dB		



(a) (b)

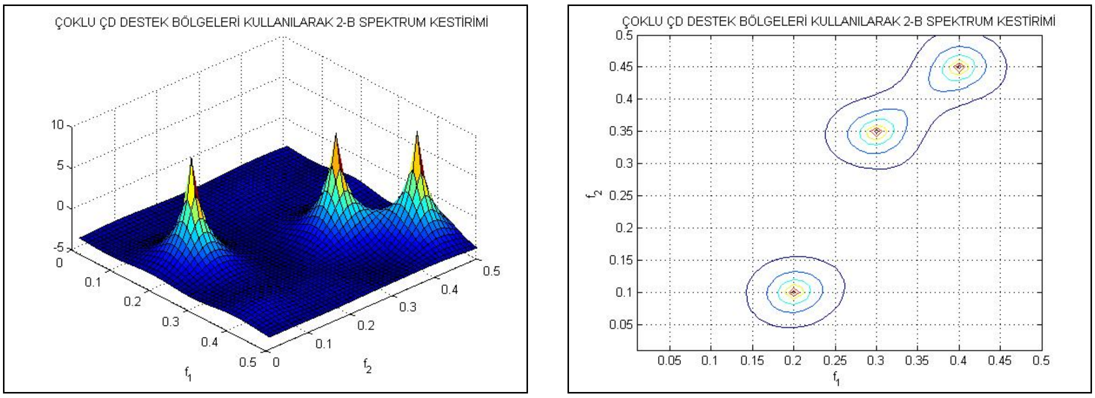
Şekil 3-7 : Çizelge 3-5 parametreleri ile çoklu ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi (a) Genlik (b) Kontur diagramı

3.4.4 Farklı İşaret Sayısı ve Frekans Değerleri için 2-B Spektrum Kestirimi

İşaret ve frekans değerlerinin değişmesi çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması ile bulunan 2-B spektrum kestiriminin çözünürlük ve doğruluk açısından performansını etkilememektedir. Şekil 3-8'den de görüleceği gibi 2-B üç adet işaretin farklı frekans değerleri için spektrum kestirimleri oldukça yüksek çözünürlük ve doğrulukla ortaya çıkarılmıştır.

Çizelge 3-6. Farklı işaret ve frekans değerleri ile işaret parametreleri

1. Frekans değeri f_{1k}	0.2	0.3	0.4
2. Frekans değeri f_{2k}	0.1	0.35	0.45
Genlik değerleri p_k	1	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(15,15)			
Filtre boyutları (P,Q)=(6,6)			
SNR = 10dB			



(a) (b)

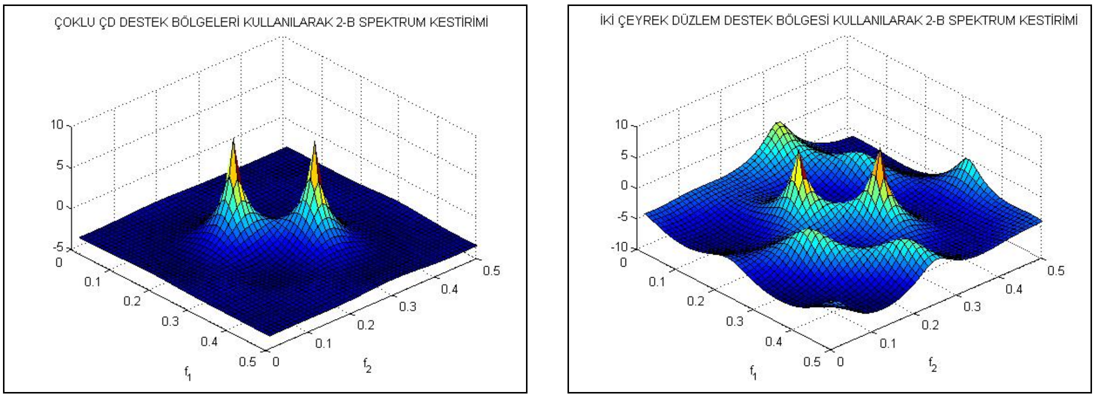
Şekil 3-8 : Farklı işaret ve frekans değerleri ile çoklu ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi (a) Genlik (b) Kontur diagramı

3.4.5 Çoklu ÇD Destek Bölgeleri ve İki ÇD Destek Bölgeleri Algoritmaları Kullanılarak Bulunan 2-B Spektrum Kestirimlerinin Karşılaştırması

Aynı işaret parametreleri için 2-B işaretin spektrum kestirim performansı bakımından çoklu ÇD destek bölgeleri ve iki ÇD destek bölgeleri algoritmaları karşılaştırılmaktadır. Uygulama sonuçlarından da görüleceği gibi çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması, iki ÇD destek bölgeleri algoritmasına göre çok daha doğru ve yüksek çözünürlüklü spektrum kestirimi ortaya çıkarmaktadır.

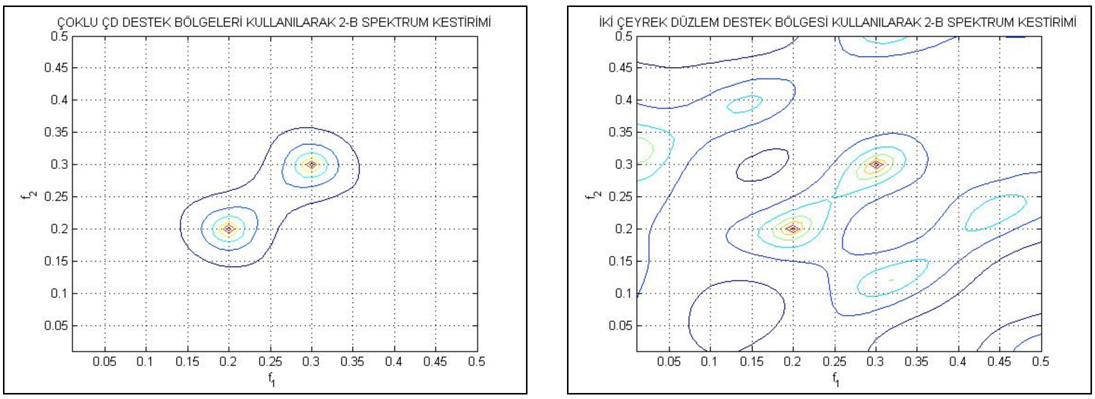
Çizelge 3-7. Çoklu ÇD destek bölgeleri ve iki ÇD destek bölgeleri algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimleri için işaret parametreleri

1. Frekans değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 10dB		



(a) (b)

Şekil 3-9 : 2-B spektrum kestirimlerinin karşılaştırılması genlik diagramı (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum (b) İki ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum

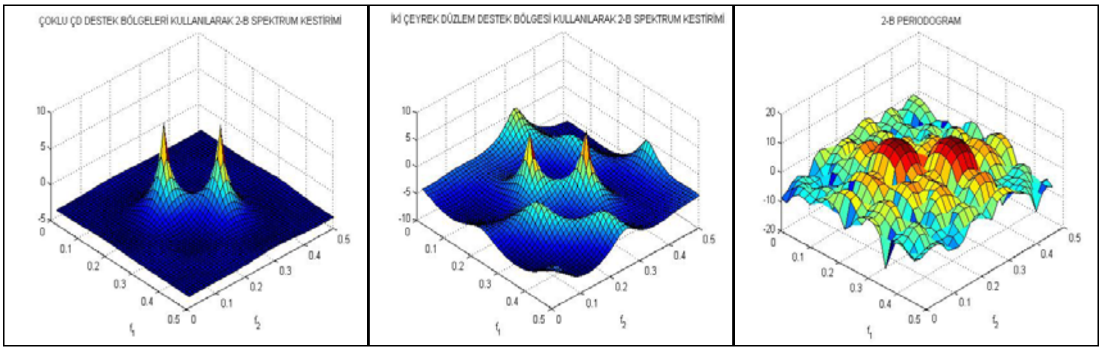


(a) (b)

Şekil 3-10 : 2-B spektrum kestirimlerinin karşılaştırılması kontur diagramı (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum (b) İki ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum

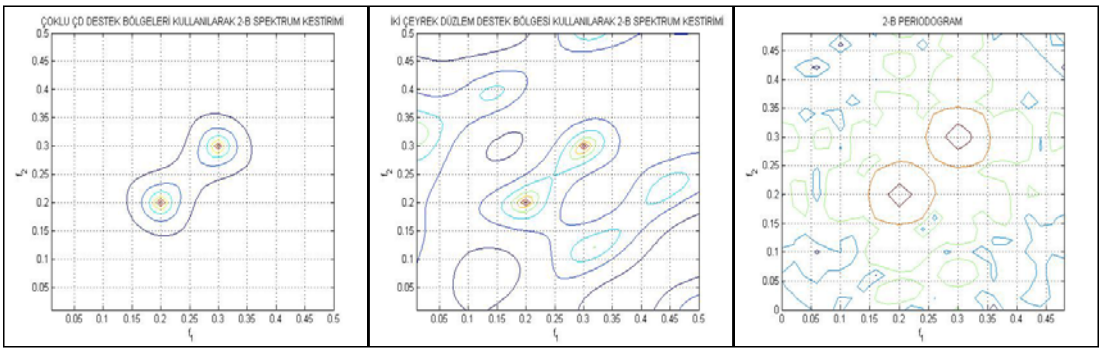
3.4.6 Çoklu ÇD Destek Bölgeleri, İki ÇD Destek Bölgeleri ve 2-B Periodogram Kullanılarak Bulunan 2-B Spektrum Kestirimlerinin Karşılaştırılması

Çoklu ÇD destek bölgeleri, iki ÇD destek bölgeleri ve 2-B periodogram kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimleri için uygulama sonuçları Şekil 3-11 ve Şekil 3-12'de gösterilmektedir. Çoklu ÇD destek bölgeleri ve iki ÇD destek bölgeleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi veri örnek sayısının sınırlı olduğu durumlarda 2-B periodogram yöntemine göre çok daha yüksek çözünürlük ve doğrulukta kestirim sunmaktadır. 2-B işarete ait frekans değerlerini gösteren tepecikler çoklu ÇD destek bölgeleri ve iki ÇD destek bölgeleri kullanılarak elde edilen spektrum kestirimlerinde çok daha net olarak ortaya çıkmaktadır. Spektrum kestirimi karşılaştırmalarında Çizelge 3-2 işaret parametreleri kullanılmıştır. 2-B periodogram yöntemi için gerekli olan veri örnek ve frekans değerleri de Çizelge 3-2'de verilen değerlerdir.



(a) (b) (c)

Şekil 3-11: Çizelge 3-2 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) İki ÇD destek bölgeleri (c) 2-B periodogram kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi - genlik diagramı



(a) (b) (c)

Şekil 3-12: Çizelge 3-2 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) İki ÇD destek bölgeleri (c) 2-B periodogram kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi - kontur diagramı

4 ÖZİLİNTİ MATRİSİ KESTİRİM YÖNTEMLERİ

4.1 Giriş

Bir rastlantı sürecini oluşturan değişkenler gerçel değişkenlerse bu sürece *gerçel rastlantı süreci*, eğer değişkenler kompleks ise sürece *kompleks rastlantı süreci* denir [6]. Bu tez kapsamında kullanılan ve işaret modelini oluşturan değişkenler kompleks değişkenler olduğu için ilgilenilen süreç de kompleks rastlantı süreci olmaktadır. Buna ek olarak, ilgilenilen kompleks rastlantı süreci aynı zamanda geniş anlamda durağan rastlantı sürecidir.

$x(k)$ rastlantı süreci geniş anlamda durağansa, sürecin ortalaması sabittir.

$$E\{x(k)\} = \mu_x \tag{4.1}$$

$E\{.\}$ beklenti operatörünü göstermektedir. Aynı zamanda ikinci derece momentler zamanda ötelemeden bağımsız oldukları için bunlar 1-B özilinti dizileri ile karakterize edilebilirler.

$$r_{xx}(n) = E\{x(k+n)x^*(k)\} \tag{4.2}$$

Özdeğişim ve özilinti dizileri, matris biçiminde ifade edilebilen ve ayrık-zaman rastlantı süreçlerinin önemli ikinci derece istatistiksel tanımlamalarıdır [1].

1-B $x(k)$ dizisi $\boldsymbol{x} = [x(0), x(1), \ldots, x(k)]^T$ olarak verilsin. $x(k)$ dizisinin dış çarpımı

$$\boldsymbol{xx}^H = \begin{bmatrix} x(0)x^*(0) & x(0)x^*(1) & \cdots & x(0)x^*(k) \\ x(1)x^*(0) & x(1)x^*(1) & \cdots & x(1)x^*(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(k)x^*(0) & x(k)x^*(1) & \cdots & x(k)x^*(k) \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

$(k+1)\times(k+1)$ boyutlu matris olur. $x(k)$ süreci geniş anlamda durağan süreç olmak üzere, $\boldsymbol{xx}^H$ çarpımının beklenen değeri alınıp özilinti dizisinin Hermityan simetri özelliğinden $(r_x(n) = r_x^*(-n))$ faydalanılırsa, $(k+1)\times(k+1)$ boyutlu özilinti değerlerinden oluşan *özilinti matrisi* elde edilir [21].

$$\boldsymbol{R}_x = E\{\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^H\} = \begin{bmatrix} r_x(0) & r_x^*(1) & \cdots & r_x^*(k) \\ r_x(1) & r_x(0) & \cdots & r_x^*(k-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(k) & r_x(k-1) & \cdots & r_x(0) \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

2-B özilinti kavramı, 1-B özilinti kavramının ikinci boyuta genişletilmesi olarak düşünülebilmektedir. 2-B özilinti dizileri bulunurken, 2-B rastlantı sürecini oluşturan 2-B $x(m,n)$ örneklerinin geniş anlamda durağan olması gerekir. Geniş anlamda durağan 2-B rastlantı süreci türdeş diziler oluşturmaktadır çünkü sürecin 2-B ortalaması 2-B düzlemdeki konumundan bağımsızdır. 2-B özilinti dizileri sadece 2-B düzlemdeki iki nokta arasındaki ötelemenin fonksiyonudur [1].

2-B $x(m,n)$ dizisi için ayrık 2-B ortalama ve 2-B özilinti ifadeleri (4.5) ve (4.6) eşitlikleriyle verilmiştir.

$$E\{x(m,n)\} = \mu_x \tag{4.5}$$

$$r_{xx}(k,l) = E\{x(m+k, n+l)x^*(m,n)\} \tag{4.6}$$

4.2 Özilinti Matrisi Hesaplama

Özilinti matris hesabı için $M \times N$ örnekten oluşan örnek kümesi ya da düzleminden $P \times Q$ birimlik alt düzlem alınsın. Amaç, çıkarılan $P \times Q$ birimlik verinin özilinti matrisinin hesaplanmasıdır. Bunun için, veri $\boldsymbol{Y}_{PQ}$ ile gösterilen $PQ \times 1$ boyutlu sütun vektörüne sıralanmaktadır. Veri vektörü

$$\boldsymbol{Y}_{PQ} = [\boldsymbol{y}_0 \boldsymbol{y}_1 \cdots \boldsymbol{y}_{P-1}]^T \tag{4.7}$$

olup $\boldsymbol{y}_i$ alt vektör elemanları

$$\boldsymbol{y}_i = [y_{0,i} y_{1,i} \cdots y_{Q-1,i}]^T \qquad i \in [0, P-1] \tag{4.8}$$

ile verilmektedir [50].

2-B diziler için özilinti matrisi 1-B dizilerde olduğu gibi dizi ve dizinin Hermityan dış çarpımlarının beklenen değerinin alınması ile elde edilmektedir. $\boldsymbol{Y}_{PQ}$ işaret vektöründen elde edilen özilinti kestirim matrisi

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{Y}} = E\{\boldsymbol{Y}_{PQ}\boldsymbol{Y}_{PQ}^H\} \tag{4.9}$$

ile verilmektedir. 2-B kompleks $y(m,n)$ işaretinin blok-Toeplitz yapıdaki özilinti matrisi (4.10)'da gösterilmiştir.

$$\boldsymbol{R}_Y = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{(0)} & \boldsymbol{R}_{(-1)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(-P+1)} \\ \boldsymbol{R}_{(1)} & \boldsymbol{R}_{(0)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(-P+2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{R}_{(P-1)} & \boldsymbol{R}_{(P-2)} & \cdots & \boldsymbol{R}_{(0)} \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

$\boldsymbol{R}_Y$ matrisi, her bir elemanı Toeplitz matris olan $\boldsymbol{R}_{(i)}$ alt matrislerinden oluşmaktadır.

$$\boldsymbol{R}_{(i)} = \begin{bmatrix} r(i,0) & r(i,-1) & \cdots & r(i,-Q+1) \\ r(i,1) & r(i,0) & \cdots & r(i,-Q+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(i,Q-1) & r(i,Q-2) & \cdots & r(i,0) \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

(2.1)'de verilen 2-B rastlantı sürecinde özilinti matrisi hesabı için kullanılan fonksiyon (4.12) denklem takımında tanımlanmıştır.

$$r(p,q) = r^*(-p,-q) \tag{4.12a}$$

$$= E\{y(m,n)y^*(m-p,n-q)\} \tag{4.12b}$$

$$= \sum_{k=1}^{K} p_k^2 \exp[j2\pi(f_{1k}p + f_{2k}q)] + \sigma^2\delta(p,q) \tag{4.12c}$$

Sonuç olarak, özilinti matrisi,

$$\boldsymbol{R}_Y = \boldsymbol{S\Psi S}^H + \sigma^2\boldsymbol{I} \tag{4.13}$$

ile ifade edilmektedir ve özilinti matrisinin özayrışımı yönteminde de belirtildiği gibi işaret ve gürültü özvektörleri işaretin özilinti matrisine yayılmaktadır [43], [50].

4.3 Özilinti Dizileri için Kestirim Modelleri

Bir süreç hakkında bilgi veren ortalama, özilinti, özdeğişim ve güç spektral yoğunluğu gibi istatistiksel özellikler örnek topluluklarının ortalamaları ile ifade edilmektir. Ancak, örnek toplulukları yerine bahsedilen istatistiksel özelliklerin sadece bir tek örnek dalga şeklinden örnek topluluğu ortalaması yerine zaman ortalaması kullanılarak kestirilmesi pratikte daha çok istenen bir durumdur. Bu özellik sürecin ergodik olmasını gerektirmektedir.

Bir sürecin tüm istatistiksel özellikleri tek bir örnek dalga şeklinden ifade edilebiliyorsa süreç *ergodik* süreçtir [1]. Ergodiklik varsayımı, verinin dördüncü momentlerine kadar durağan olmasını gerektirir. Durağanlık koşulu için sürecin istatistiksel özelliklerinin zamanla değişmemesi ve zaman ortalamalı bir büyüklüğün de istatistiksel olarak zamanla değişen bir büyüklüğe yakınsamaması gerekir. Örneğin (m_1, n_1) , (m_2, n_2) … gibi zaman noktalarında bir tek $x(m,n)$ dalga şekli ele alınıyorsa ortalamanın μ_x olması gerekir. Limitte tüm zaman noktaları için bakılıyorsa ortalamanın

$$\lim_{\substack{N\to\infty \\ M\to\infty}} \frac{1}{2M+1}\frac{1}{2N+1}\sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N} x(m,n) = E\{x(m,n)\} = \mu_x \tag{4.14}$$

olması beklenir ve böylece süreç ergodiktir denir. Benzer şekilde, $x(m_1+k, n_1+l)x(m_1,n_1)$, $x(m_2+k, n_2+l)x(m_2,n_2)$… gibi birbirinden k ve l ötelemeyle ayrılan iki zaman noktası arasındaki çarpım örneklerine bakılıyorsa ortalamanın $r_{xx}(k,l)$ olması gerekir. Limitte tüm çarpım noktaları için ortalamanın

$$\lim_{\substack{N\to\infty \\ M\to\infty}} \frac{1}{2M+1}\frac{1}{2N+1}\sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N} x(m+k,n+l)x^*(m,n) = E\{x(m+k,n+l)x^*(m,n)\}$$

$$= r_{xx}(k,l) \tag{4.15}$$

(4.15) ifadesinde gösterildiği gibi $r_{xx}(k,l)$ olması gerekir [1]. Ergodiklik varsayımı altında bir sürece ait özilinti dizisinin hesabı için değişik modeller vardır. Bu modeller 4.3.1 ve 4.3.2 alt bölümlerinde anlatılmıştır.

4.3.1 Yansız (Unbiased) Özilinti Matrisi Kestirimi

Pratikte, bir sürece ait özilinti dizisi çok seyrek bilinmektedir dolayısıyla özilinti dizisi eldeki sınırlı veriden kestirilmelidir. $M \times N$ örnekli veri kümesi için durağanlık ve ergodiklik varsayımları altında (4.10) ile gösterilen özilinti matrisine belli bir yaklaşıklıkla kestirim yapılabilmektedir. Kestirim için her bir elemanı işaret değerlerinden oluşan blok $\boldsymbol{Y}$ Hankel matrisi (4.16)'da verildiği gibi tanımlanmıştır [53].

$$
\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{(0)} & \boldsymbol{Y}_{(1)} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{(M-P)} \\ \boldsymbol{Y}_{(1)} & \boldsymbol{Y}_{(2)} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{(M-P+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{Y}_{(P-1)} & \boldsymbol{Y}_{(P)} & \cdots & \boldsymbol{Y}_{(M-1)} \end{bmatrix} \tag{4.16}
$$

$\boldsymbol{Y}$ matrisinin her bir elemanı $\boldsymbol{Y}_{(m)}$ alt matrislerinden oluşmaktadır.

$$
\boldsymbol{Y}_{(m)} = \begin{bmatrix} y(m,0) & y(m,1) & \cdots & y(m,N-Q) \\ y(m,1) & y(m,2) & \cdots & y(m,N-Q+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(m,Q-1) & y(m,Q) & \cdots & y(m,N-1) \end{bmatrix} \tag{4.17}
$$

Buradan, yansız özilinti matris kestirimi ($\hat{\boldsymbol{R}}_{YANSIZ}$);

$$
\hat{\boldsymbol{R}}_{YANSIZ} = \frac{1}{(M-P+1)(N-Q+1)} \boldsymbol{Y}\boldsymbol{Y}^{H} \tag{4.18}
$$

ifadesi ile verilmektedir [43]. Bu kestirim (4.15) eşitliğinde ($2M+1$) ile ($M-P+1$) teriminin, ($2N+1$) ile de ($N-Q+1$) teriminin yer değiştirilmesiyle elde edilmektedir. Yine (4.15) eşitliğindeki toplam aralığı indisi eldeki mümkün olan veriye uygun olarak değiştirilmiştir [1].

$|k| \le m$ ve $|l| \le n$ olmak üzere, (k,l) noktalarındaki 2-B yansız özilinti kestirimi (4.19) eşitlikleri ile ifade edilmektedir.

$$
\hat{r}_{xx}(k,l) = \frac{1}{(M-k)(N-l)} \sum_{m=0}^{M-1-k} \sum_{n=0}^{N-1-l} x(m+k,n+l)x^{*}(m,n) \qquad ;k \ge 0, l \ge 0 \tag{4.19a}
$$

$$
= \frac{1}{(M-k)(N-l)} \sum_{m=0}^{M-1-k} \sum_{n=-l}^{N-1} x(m+k,n+l)x^{*}(m,n) \qquad ;k \ge 0, l < 0 \tag{4.19b}
$$

$$
= \hat{r}_{xx}^{*}(k,l) \qquad ;k < 0, \forall l \tag{4.19c}
$$

Bölüm 2'de de belirtildiği gibi m ve n noktaları sırasıyla yatay ve düşey düzlemde işaret aralık indislerini göstermek üzere bu indislerin maksimum değerleri sırasıyla $M-1$ ve $N-1$ değerleriyle sınırlıdır. Ayrık $\hat{r}_{xx}(k,l)$ dizileri gerçek özilinti değerlerinin yansız kestirimlerini sunmaktadır. Kestirimin yansız olabilmesi için kestirimin ortalamasının kestirilen değere eşit olması gerekmektedir. (4.20) eşitliğinden kestirimin yansız olduğu görünmektedir.

$$E\{\hat{r}_{xx}(k,l)\} = \frac{1}{(M-k)(N-l)} \sum_{m=0}^{M-1-k} \sum_{n=0}^{N-1-l} E\{x(m+k,n+l)x^*(m,n)\} = r_{xx}(k,l) \quad (4.20)$$

$\hat{\boldsymbol{R}}_{YANSIZ}$ matrisinin işaret ve gürültü alt uzaylarına özayrışımı yaklaşık işaret ve gürültü alt uzaylarını vermektedir [1].

[54]'de, 1-B yansız özilinti dizileri kestiriminin varyansının, m indisinin artmasıyla orantılı bir şekilde artacağı gösterilmektedir. Varyansın artmasının sebebi yüksek m değerlerinde ortalaması alınan örnek sayısının azalmasıdır.

$$\mathrm{var}(\hat{r}_{xx}(m)) \approx \frac{T}{(T-m)^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (r_{xx}^2(k) + r_{xx}(k+m) r_{xx}(k-m)) \quad (4.21)$$

Varyansın artması özilinti kestiriminin istatistiksel karmaşıklığının artmasına neden olmaktadır. (4.21)'de verilen T örnek sayısının artması varyansın sıfıra gitmesini sağlar bu sebeple yansız özilinti kestirimi istatistiksel olarak tutarlı bir kestirim modelidir.

4.3.2 Yanlı (Biased) Özilinti Matrisi Kestirimi

Yansız özilinti kestirimine alternatif olarak yanlı özilinti kestirimi verilebilmektedir. Yanlı özilinti kestiriminin tanımı (4.22) denklem takımı ile gösterilmiştir.

$$\breve{r}_{xx}(k,l) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1-k} \sum_{n=0}^{N-1-l} x(m+k,n+l)x^*(m,n) \qquad ;k \geq 0, l \geq 0 \quad (4.22a)$$

$$= \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1-k} \sum_{n=-l}^{N-1} x(m+k,n+l)x^*(m,n) \qquad ;k \geq 0, l < 0 \quad (4.22b)$$

$$= \breve{r}_{xx}^{\,*}(k,l) \qquad ;k < 0, \forall l \quad (4.22c)$$

Yansız özilinti kestiriminden faydalanılarak benzer şekilde yanlı özilinti matris kestirimi ($\breve{\boldsymbol{R}}_{YANLI}$) (4.23) eşitliğinde verildiği gibi yazılabilir.

$$\breve{\boldsymbol{R}}_{YANLI} = \frac{1}{MN} \boldsymbol{Y}\boldsymbol{Y}^H \quad (4.23)$$

Yanlı özilinti kestirimi ile yansız özilinti kestirimi arasındaki ilişki;

$$\breve{r}_{xx}(k,l) = \frac{M-|k|}{M} \frac{N-|l|}{N} \hat{r}_{xx}(k,l) \quad (4.24)$$

ifadesi ile verilebilir. Sonlu M ve N örnek sayısı için kestirimin beklenen değeri

$$E\{\breve{r}_{xx}(k,l)\} = (1-\frac{|k|}{M})(1-\frac{|l|}{N})r_{xx}(k,l) \tag{4.25}$$

olup kestirim yanlıdır. Fakat, $M \to \infty$ ve $N \to \infty$ için asimptotik olarak yansızdır.

1-B yanlı kestirimin varyansı

$$\mathrm{var}(\breve{r}_{xx}(m)) = \frac{T-|m|}{T}\mathrm{var}(\hat{r}_{xx}(m)) \approx \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}(r_{xx}^2(k) + r_{xx}(k+m)r_{xx}(k-m)) \tag{4.26}$$

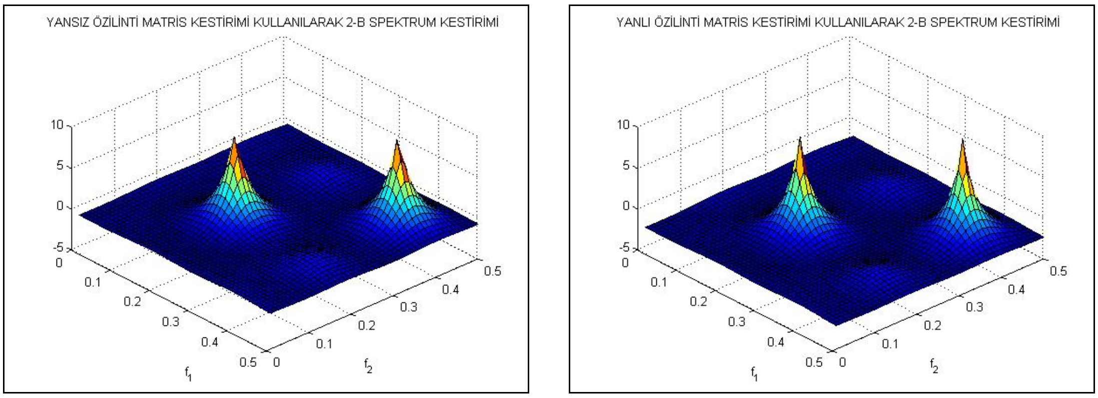
ifadesi ile verilir. Sabit m gecikme değeri için T örnek sayısının artmasıyla kestirimin varyansı asimptotik olarak sıfıra gider. Bazı uygulamalarda, m değerinin örnek sayısına yaklaştığı durumda ortalama karesel hata yansız kestirimde yanlı kestirime göre daha fazla olmaktadır [1].

4.4 Özilinti Matrisi Kestirim Modellerinin 2-B Spektrum Kestirim Çözünürlüğüne Etkisi ve Performans Karşılaştırması

Bu alt bölümde, özilinti matrisinin hesabında kullanılan yanlı ve yansız özilinti kestirim modellerinin işaretin spektral çözünürlüğüne etkisi incelenmektedir. Çizelge 4-1 ve Çizelge 4-2'de verilen işaret parametreleri kullanılarak elde edilen 2-B spektrum kestirimlerinin çözünürlük ve doğruluklarının karşılaştırılması Şekil 4-1, Şekil 4-2, Şekil 4-3 ve Şekil 4-4'de gösterilmektedir. Karşılaştırmalar yapılırken eldeki veri ve filtre boyutlarından 2-B $y(m,n)$ işaretinin tanımı kullanılarak (4.16) ve (4.17) matrisleri oluşturulmuştur. Elde edilen matrislerden (4.18) ve (4.23) eşitlikleri kullanılarak yanlı ve yansız özilinti matris kestirimleri yapılmıştır. Kestirilen matrisler algoritmada kullanılarak ilgili sonuçlar elde edilmiştir. Uygulamalarda kullanılan destek bölgeleri Bölüm 3'de verilen çoklu ÇD destek bölgeleridir.

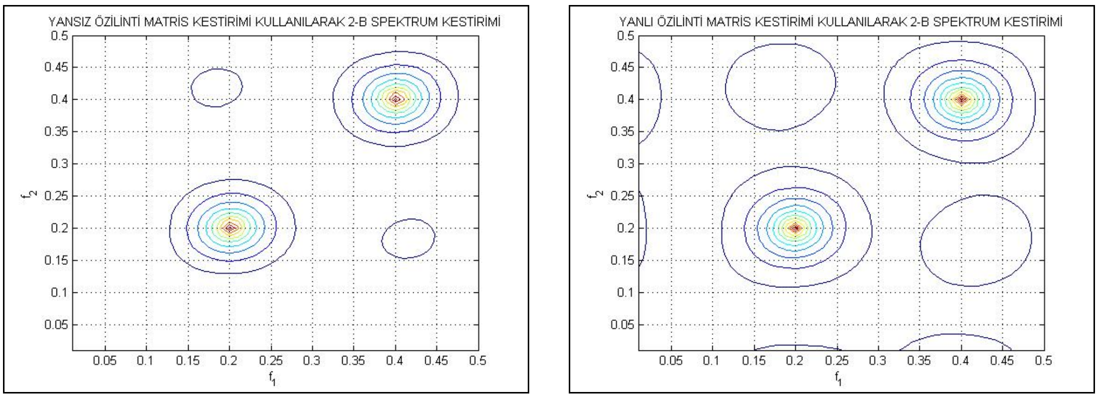
Çizelge 4-1 : Yansız ve yanlı özilinti matrisi kestirimleri kullanılarak 2-B spektrum kestirimi karşılaştırması için işaret parametreleri–1

1. Frekans değeri f_{1k}	0.2	0.4
2. Frekans değeri f_{2k}	0.2	0.4
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 4dB		



(a) (b)

Şekil 4-1 : Çizelge 4-1 parametreleri ile (a) Yansız (b) Yanlı özilinti matrisi kestirimi kullanılarak 2-B spektrum kestirimleri çözünürlük karşılaştırması - genlik diagramı



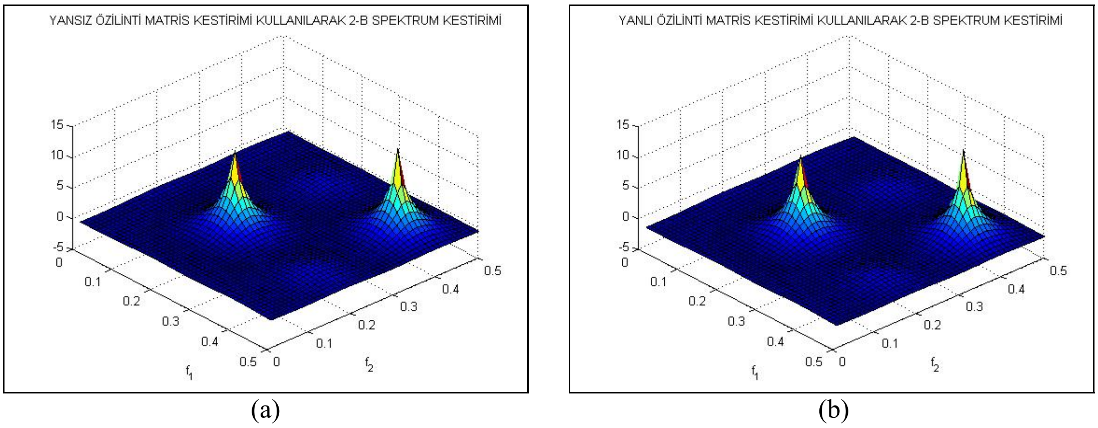
(a) (b)

Şekil 4-2 : Çizelge 4-1 parametreleri ile (a) Yansız (b) Yanlı özilinti matrisi kestirimi kullanılarak 2-B spektrum kestirimleri çözünürlük karşılaştırması - kontur diagramı

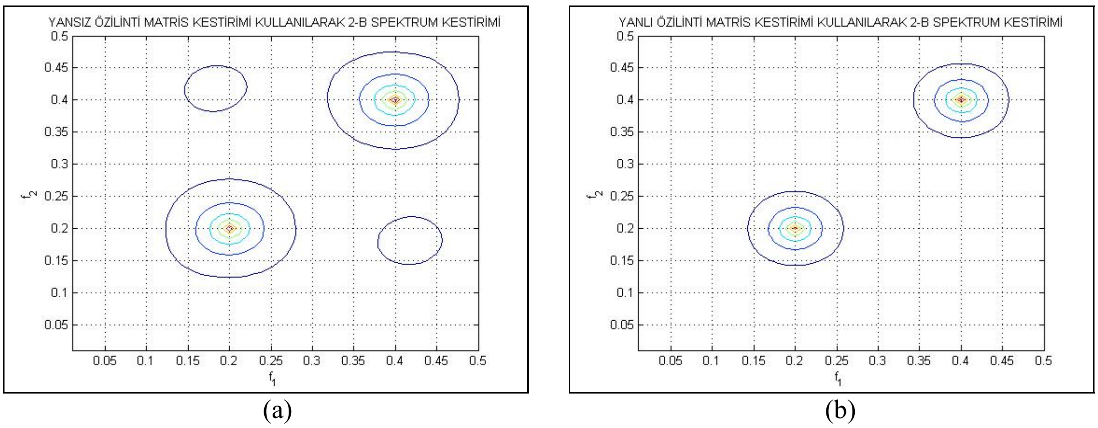
İşaret örnek sayısının artması durumunda 2-B spektrum kestirimi için yansız ve yanlı özilinti matrisi kestirimlerinin spektral çözünürlük performansları Şekil 4-3 ve Şekil 4-4'de uygulama sonuçlarıyla gösterilmiştir.

Çizelge 4-2. Yansız ve yanlı özilinti matrisi kestirimleri kullanılarak 2-B spektrum kestirimi karşılaştırması için işaret parametreleri–2

1. Frekans değeri f_{1k}	0.2	0.4
2. Frekans değeri f_{2k}	0.2	0.4
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek aralıları (M,N)=(25,25)		
Filtre boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 4dB		



Şekil 4-3 : Çizelge 4-2 parametreleri ile (a) Yansız (b) Yanlı özilinti matrisi kestirimi kullanılarak 2-B spektrum kestirim çözünürlük karşılaştırması - genlik diagramı



Şekil 4-4 : Çizelge 4-2 parametreleri ile (a) Yansız (b) Yanlı özilinti matrisi kestirimi kullanılarak 2-B spektrum kestirimleri çözünürlükleri karşılaştırması - kontur diagramı

Uygulama programında yapılan denemelerle işaret örnek sayısının $(M,N)=(21,21)$'den az olduğu durumda yansız özilinti kestiriminin, yanlı özilinti kestirimine göre spektral çözünürlük performansı açısından daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Örnek sayısının $(M,N)=(21,21)$'den büyük olduğu durumda ise yanlı özilinti kestirimi, yansız özilinti kestirimine göre spektral çözünürlük performansı açısından daha iyi sonuçlar vermektedir. SNR= 4dB alınmasının sebebi, yüksek gürültü varyans değerlerinde özilinti kestirim modellerinin sağladığı spektrum çözünürlük ve doğruluğunun daha net seçilebilmesinin amaçlanmasıdır.

5 2-B MUSIC ALGORİTMASI VE ÇOKLU ÇEYREK DÜZLEM DESTEK BÖLGELERİ KULLANILARAK BULUNAN SPEKTRUM KESTİRİMİ İLE KARŞILAŞTIRILMASI

5.1 Giriş

MUSIC (**MU**ltiple **SI**gnal **C**lassification) frekans kestirim algoritması 1979 yılında Schmidt [36] tarafından Pisarenko harmonik ayrışım yönteminin iyileştirilmesi ile ortaya çıkarılmıştır. Bao ve Wang [39] işlemsel hesap yükünü azaltan yeni 2-B MUSIC yaklaşımı ortaya koymuşlardır.

Pisarenko harmonik ayrışım yönteminde olduğu gibi, MUSIC algoritması da özilinti matrisinin işaret ve gürültü alt uzaylarına ayrışımı ve özilinti matrisinin özvektörlerinden yararlanma temeline dayanmaktadır. MUSIC algoritması yüksek çözünürlük ve doğrulukla işaretlerin frekanslarının kestiriminde başarılı bir uygulama olup geniş uygulama ve çalışma alanları bulmuştur.

5.2 2-B MUSIC Spektrum Kestirim Algoritması

1-B MUSIC spektrum kestirim algoritması 2-B MUSIC spektrum kestirim algoritmasına doğrudan uyarlanabilmektedir. 1-B MUSIC algoritmasında olduğu gibi 2-B MUSIC algoritmasında da birinci adım $\boldsymbol{R}$ özilinti matrisinin hesaplanmasıdır [55]. $\boldsymbol{R}$ özilinti matrisi gözlem kümesinin ortalamasının alınmasıyla elde edilmekte olup $\boldsymbol{R} = E\{\boldsymbol{YY}^H\}$ ile verilmektedir.

Özilinti matrisinin kestiriminden sonra ikinci adım özilinti matrisinin özayrışımının yapılmasıdır. $\boldsymbol{R}$ matrisi 3.2 alt bölümünde de anlatıldığı gibi işaret ve gürültü alt uzaylarının toplamı şeklinde de yazılabilir [49].

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{S\psi S}^H + \sigma^2 \boldsymbol{I} \tag{5.1}$$

$\boldsymbol{R}$ matrisinin özdeğerleri;

$$\lambda_i = \begin{cases} \sigma^2 + l_i & i = 1,2,\ldots,K \\ \sigma^2 & i = K+1, K+2\ldots,T \end{cases} \tag{5.2}$$

ile verilmektedir. 2-B MUSIC algoritması özdeğer ayrışımında, işaret sayısı K ve toplam özdeğer vektörü sayısı T olmak üzere, gürültü uzayını oluşturan $T-K$ tane özdeğere karşılık düşen özvektörler ele alınmaktadır [56]. Buradan, en küçük $T-K$ tane özdeğere karşılık gelen $\boldsymbol{u}_i$ özvektörleri (5.3)'de verilen eşitliği sağlamaktadır.

$$\boldsymbol{R}\boldsymbol{u}_i = \sigma^2 \boldsymbol{u}_i \qquad i = K+1, K+2,\ldots,T \tag{5.3}$$

(5.3) ifadesinde bütün terimler sol tarafta toplanırsa (5.4) ifadesiyle verilen eşitlik elde edilir. Buradan, (5.1) ifadesi kullanılarak (5.4) ifadesi (5.5) biçimiyle yazılabilir.

$$(\boldsymbol{R} - \sigma^2 \boldsymbol{I})\boldsymbol{u}_i = 0 \qquad i = K+1, K+2,\ldots,T \tag{5.4}$$

$$\boldsymbol{S}\psi\boldsymbol{S}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{u}_i = 0 \qquad i = K+1, K+2,\ldots,T \tag{5.5}$$

Kompleks yapıyı oluşturan tüm sinüzoidal işaretlerin ayrık frekansları olduğu farz edildiği için $\boldsymbol{S}$ matrisinin sütunları doğrusal bağımsızdır. Böylece, (5.5) ifadesi

$$\boldsymbol{S}^{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{u}_i = 0 \qquad i = K+1, K+2,\ldots,T \tag{5.6}$$

ifadesini gerektirmektedir. (5.6) ifadesi, $\boldsymbol{R}$ matrisinin $i = K+1, K+2,\ldots\ldots,T$ olmak üzere en küçük $T-K$ tane özdeğere karşılık gelen $\boldsymbol{u}_i$ özvektörlerinin $\boldsymbol{S}$ matrisinin sütunlarına dik olduğunu göstermektedir [49].

(5.1) ifadesi

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{S}\psi\boldsymbol{S}^{\boldsymbol{H}} + \sigma^2\boldsymbol{I} = \boldsymbol{U}_S\boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{S}}\boldsymbol{U}_S^H + \sigma^2\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{U}_N^H \tag{5.7}$$

olarak da yazılabilir. $\boldsymbol{U}_S = [\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2 \ldots \boldsymbol{u}_K]$ ve $\boldsymbol{U}_N = [\boldsymbol{u}_{K+1} \ldots \boldsymbol{u}_T]$ matrisleri sırasıyla işaret ve gürültü matrislerini göstermektedir. $\boldsymbol{U}_S$ ve $\boldsymbol{U}_N$ matrislerinin sütunları işaret ve gürültü özvektörlerinden oluşmaktadır. $\boldsymbol{\Lambda}_S$ matrisi, $K \times K$ boyutlu köşegen matris olup köşegenlerini (5.2) ifadesinde verilen en büyük K tane işaret özdeğeri oluşturmaktadır.

$\boldsymbol{s}_k$ vektörü, $\boldsymbol{S}$ matrisinin k. sütun vektörü olmak üzere,

$$\boldsymbol{s}_k = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\theta_k} \\ \vdots \\ e^{j(T-1)\theta_k} \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

vektörleri, işaret içindeki kompleks sinüzoidallere karşılık geldikleri için *işaret vektörleri* olarak adlandırılmaktadır. σ^2 özdeğerlerine karşılık gelen $\boldsymbol{u}_i$ vektörleri de *gürültü özvektörleri* olarak adlandırılmaktadır [49].

(5.9) ifadesi gürültü özvektörlerinin işaret vektörlerine ortogonal olduğunu göstermektedir. $\boldsymbol{R}$ matrisi Hermityan simetrik olduğu için özvektörleri birbirine diktir.

$$\boldsymbol{s}_k^H \boldsymbol{u}_i = 0 \qquad \begin{array}{l} k = 1,2,\ldots,K \\ i = K+1, K+2,\ldots\ldots,T \end{array} \tag{5.9}$$

$\boldsymbol{u}_{K+1}, \boldsymbol{u}_{K+2},\ldots,\boldsymbol{u}_T$ özvektörleri gürültü alt uzayına, geriye kalan $\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2,\ldots,\boldsymbol{u}_K$ özvektörleri ise işaret alt uzayına yayılmışlarıdır. (5.9) ifadesinden de görüleceği gibi $\boldsymbol{s}_k$ işaret vektörlerinin $\boldsymbol{U}_N$ matrisine ve ayrıca $\boldsymbol{U}_S$ ve $\boldsymbol{U}_N$ matrislerinin birbirine dik olacağı açıktır.

$$\boldsymbol{s}_k^H \boldsymbol{U}_N = 0 \tag{5.10}$$

$$\boldsymbol{U}_{\boldsymbol{N}}^{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{U}_S = 0 \tag{5.11}$$

(5.10) ve (5.11) özellikleri, işaretin frekanslarının çıkarımları için bir yöntem sunmaktadır. İşaret vektörü $\boldsymbol{s}(\theta)$,

$$\boldsymbol{s}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\theta} \\ \vdots \\ e^{j(T-1)\theta} \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

olarak tekrar tanımlansın. Teorik olarak hesaplanan $\boldsymbol{R}$ matrisi için $\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}$ işaret vektörlerinin $\boldsymbol{U}_N$ gürültü özvektörleri matrisine dik olduğu (5.10) ifadesiyle verilmişti. Spektrum kestiriminde kullanılan $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisi, sürecin gözlem kümesinin ortalamasının alınmasıyla elde edilmekte olduğu için $\hat{\boldsymbol{R}}$ matrisinden bulunan işaret vektörleri kestirilen gürültü özvektörleri matrisine *yaklaşık* diktir [49]. $\boldsymbol{s}^{\boldsymbol{H}}(\theta)\hat{\boldsymbol{U}}_N = 0$ çarpımı ele alınırsa, işaretin frekansları bilinmediği için θ değeri 0 ile 2π arasında tüm değerleri taramaktadır. Açıktır ki θ değeri işaretin frekans değerlerine yaklaştıkça $\boldsymbol{s}^{\boldsymbol{H}}(\theta)\hat{\boldsymbol{U}}_N = 0$ çarpımı sıfıra yaklaşacaktır.

$$\boldsymbol{s}^{\boldsymbol{H}}(\theta)\hat{\boldsymbol{U}}_N \approx 0 \tag{5.13}$$

Sonuç olarak, 2-B MUSIC spektrum kestirim fonksiyonu;

$$P_{2D-MUSIC} = \frac{1}{\boldsymbol{S}^H(f_1, f_2)\boldsymbol{U}_N\boldsymbol{U}_N^H\boldsymbol{S}(f_1, f_2)} \tag{5.14}$$

ile verilmektedir [57]. Böylece 2-B MUSIC spektrum kestirim fonksiyonu işaret frekanslarında tepeleri oluşturacaktır.

5.3 alt bölümünde 2-B MUSIC ve çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmaları kullanılarak elde edilen 2-B spektrum kestirimleri uygulama sonuçları ile karşılaştırılmıştır. 2-B MUSIC algoritması yüksek çözünürlükte işaret spektrumları ortaya çıkarmasına karşın çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmasının 2-B spektrum kestiriminde çözünürlük ve performans açısından daha etkin olduğu görülmektedir.

2-B MUSIC algoritmasında, çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmasında olduğu gibi öncelikle eldeki veriden özilinti matrisi kestirilmektedir. Daha sonra kestirilen özilinti matrisinin özvektörleri ve bu özvektörlere karşılık gelen özdeğerleri bulunmaktadır. 2-B işaret sayısı K olmak üzere (5.2) ifadesinde de verildiği gibi en büyük K tane özdeğere karşılık gelen özvektörler işaret alt uzayını, geriye kalan özdeğerlere karşılık gelen özvektörler de gürültü alt uzayını oluşturmaktadır. Son olarak gürültü alt uzayının elde edilmesiyle (5.14) spektrum kestirim fonksiyonu kullanılarak işaretlere ait frekanslar yüksek çözünürlük ve doğrulukla kestirilmektedir.

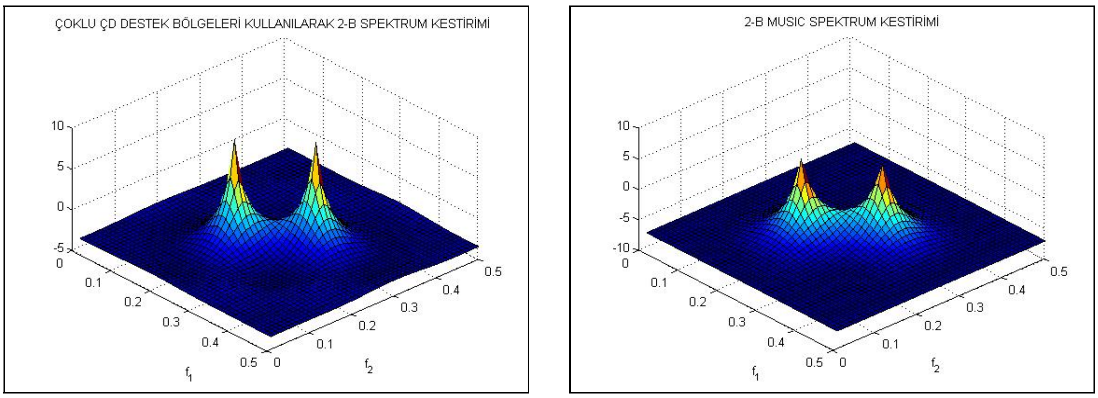
5.3 2-B MUSIC ve Çoklu ÇD Destek Bölgeleri Spektrum Kestirim Algoritmaları Uygulama Sonuçlarının Karşılaştırılması

Bu alt bölümde 2-B MUSIC spektrum kestirim algoritması ile çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması uygulama sonuçları karşılaştırılmaktadır. Karşılaştırmalarda işaret parametreleri değiştirilerek kullanılmaktadır. Gürültünün varyansının ve işaret örnek sayısının elde edilen spektrum kestirimlerine etkileri gösterilmektedir.

2-B MUSIC algoritması yüksek çözünürlükte spektrumlar ortaya çıkarmasına karşın çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması spektrum çözünürlüğü ve doğruluğu açısından daha iyi performans ortaya koymaktadır. Çizelge 5-1'de verilen işaret parametreleri için uygulama karşılaştırmaları Şekil 5-1 ve Şekil 5-2'de gösterilmektedir.

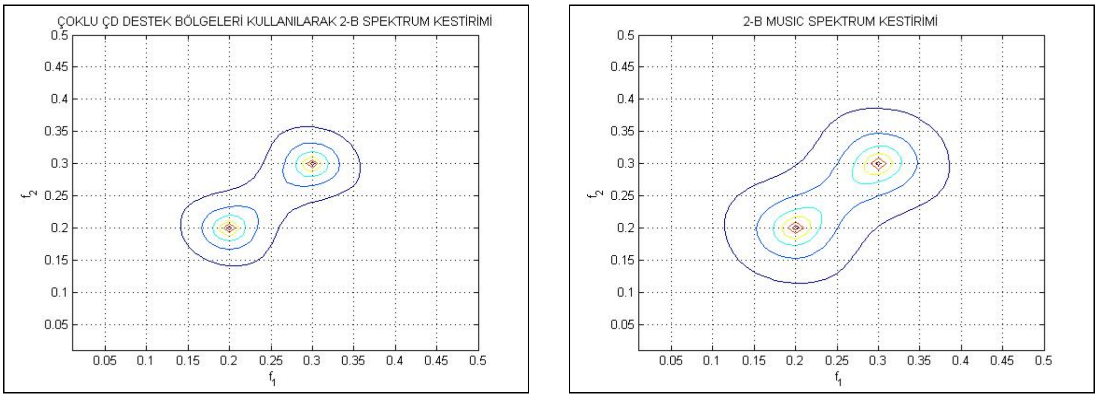
Çizelge 5-1 : 2-B MUSIC ve çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirim karşılaştırması için uygulamada kullanılan işaret parametreleri–1

1. Frekans değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 10dB		



(a) (b)

Şekil 5-1 : Çizelge 5-1 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) 2-B MUSIC algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi karşılaştırması - genlik diagramı



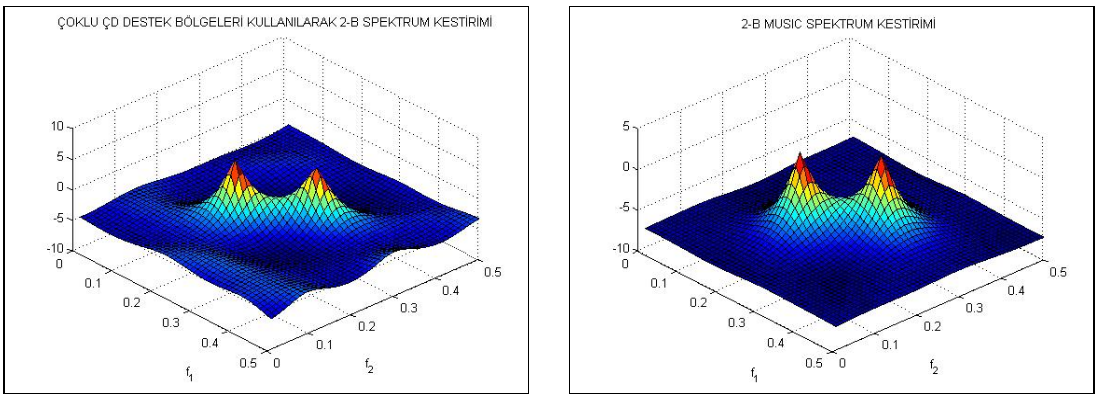
(a) (b)

Şekil 5-2 : Çizelge 5-1 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) 2-B MUSIC algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi karşılaştırması - kontur diagramı

Çizelge 5-2'de verilen işaret parametreleri için uygulama karşılaştırmaları Şekil 5-3 ve Şekil 5-4'de gösterilmektedir. Karşılaştırmalarda işaret örnek değerleri $(M,N)=(10,10)$ olarak alınmıştır.

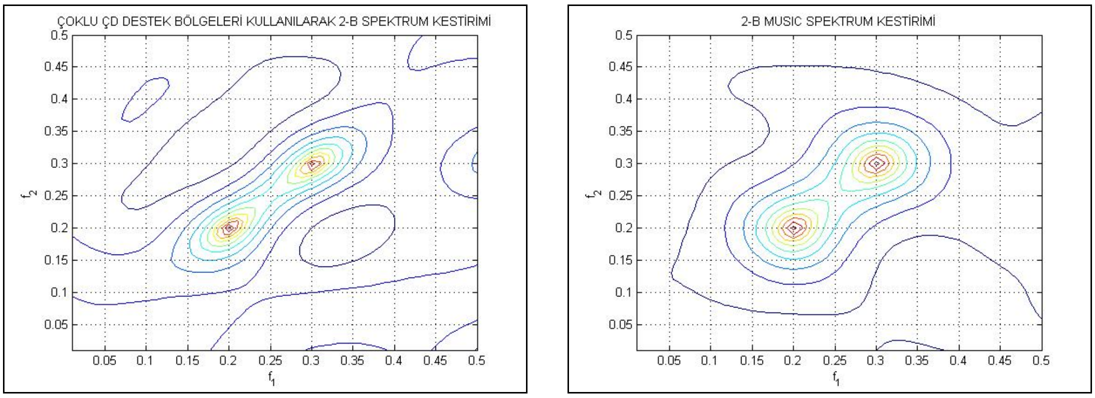
Çizelge 5-2 : 2-B MUSIC ve çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirim karşılaştırması için uygulamada kullanılan işaret parametreleri–2

1. Frekans değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(10,10)		
Filtre boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 10dB		



(a) (b)

Şekil 5-3 : Çizelge 5-2 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) 2-B MUSIC algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi karşılaştırması - genlik diagramı



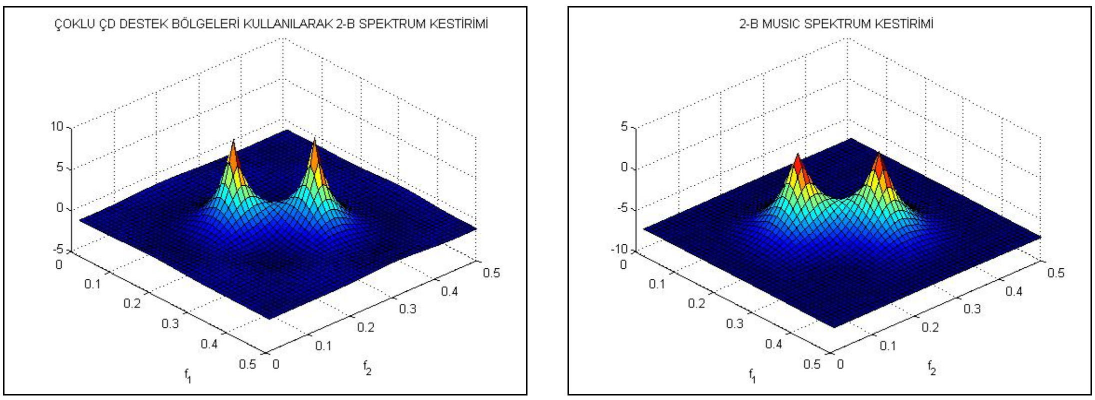
(a) (b)

Şekil 5-4 : Çizelge 5-2 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) 2-B MUSIC algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi karşılaştırması - kontur diagramı

Çizelge 5-3’de verilen işaret parametreleri için uygulama karşılaştırmaları Şekil 5-5 ve Şekil 5-6’da gösterilmektedir. Karşılaştırmalarda SNR = 5 dB olarak alınmıştır.

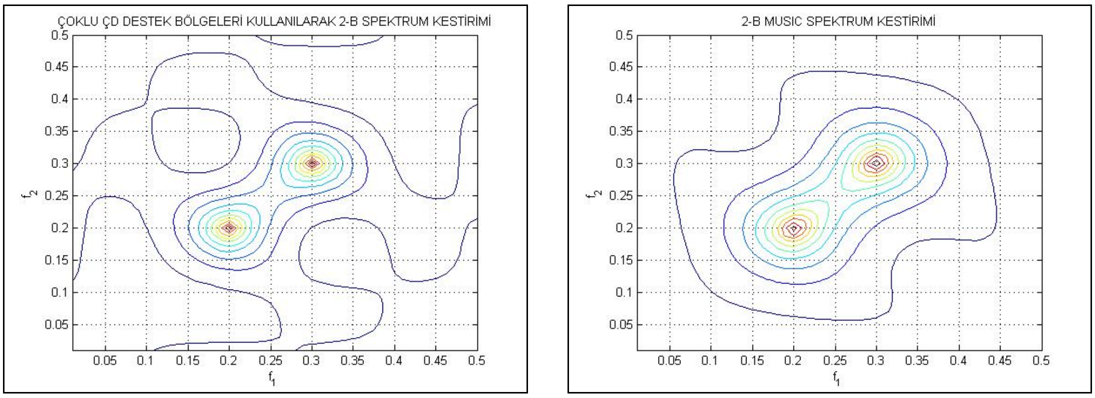
Çizelge 5-3 : 2-B MUSIC ve çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirim karşılaştırması için uygulamada kullanılan işaret parametreleri–3

1. Frekans Değeri f_{1k}	0.2	0.3
2. Frekans Değeri f_{2k}	0.2	0.3
Genlik değerleri p_k	1	1
Faz değerleri φ_k	0	0
Örnek aralıkları (M,N)=(15,15)		
Filtre boyutları (P,Q)=(6,6)		
SNR = 5 dB		



(a) (b)

Şekil 5-5 : Çizelge 5-3 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) 2-B MUSIC algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi karşılaştırması - genlik diagramı

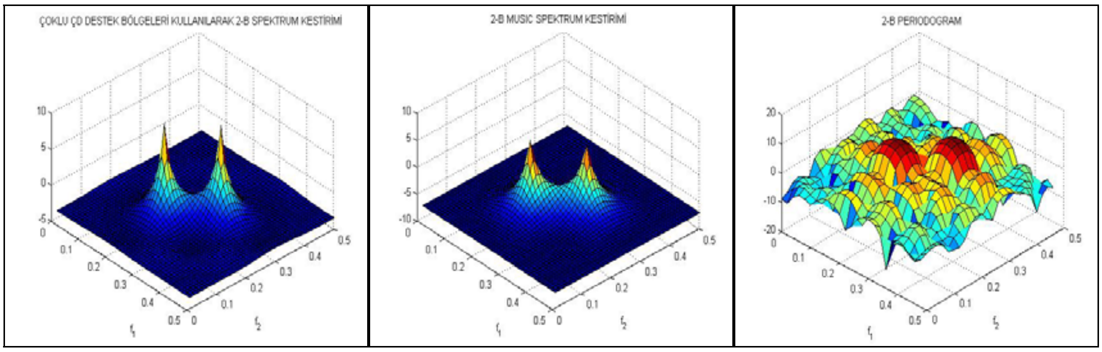


(a) (b)

Şekil 5-6 : Çizelge 5-3 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) 2-B MUSIC algoritmaları kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi karşılaştırması - kontur diagramı

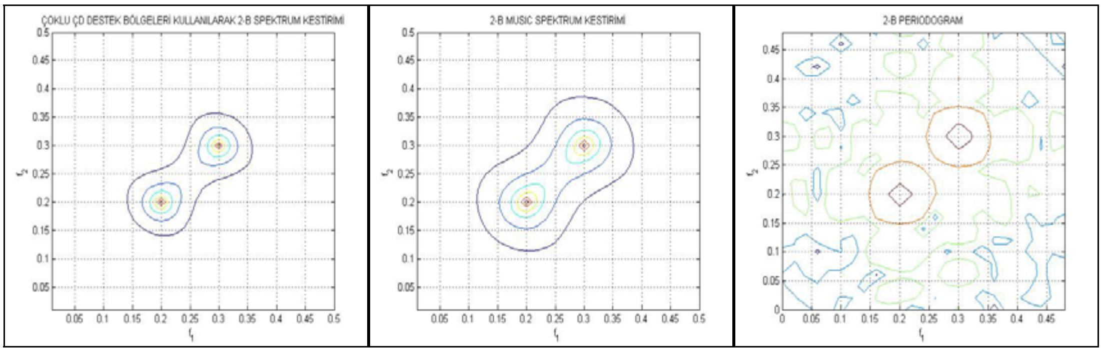
5.4 2-B MUSIC, Çoklu ÇD Destek Bölgeleri ve 2-B Periodogram Kullanılarak Bulunan 2-B Spektrum Kestirimlerinin Karşılaştırılması

Bu alt bölümde, 2-B MUSIC, çoklu ÇD destek bölgeleri ve 2-B periodogram yöntemleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimleri karşılaştırılmaktadır. 2-B spektrum kestirimleri için uygulama sonuçları Şekil 5-7 ve Şekil 5-8'de gösterilmektedir. Karşılaştırmalarda kullanılan parametreler Çizelge 5-1 parametreleri olup 2-B periodogram yönteminde kullanılan örnek ve frekans değerleri Çizelge 5-1'de verilen değerlerdir. Sınırlı veri örnek değerlerinde 2-B periodogram yöntemi düşük çözünürlükte ve doğrulukta spektrum kestirimi yapmaktadır. Dolayısıyla veri örnek değerlerinin kısıtlı olduğu durumda 2-B periodogram yerine çoklu ÇD destek bölgeleri ve 2-B MUSIC yöntemleri kullanılması daha uygun olmaktadır. Uygulama sonuçlarından da görüleceği gibi 2-B işarete ait frekans değerlerini gösteren tepecikler çoklu ÇD destek bölgeleri ve 2-B MUSIC algoritmaları kullanılarak elde edilen spektrum kestirimlerinde çok daha net olarak ortaya çıkmaktadır.



(a) (b) (c)

Şekil 5-7: Çizelge 5-1 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) 2-B MUSIC (c) 2-B periodogram yöntemleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi - genlik diagramı



(a) (b) (c)

Şekil 5-8: Çizelge 5-1 parametreleri ile (a) Çoklu ÇD destek bölgeleri (b) 2-B MUSIC (c) 2-B periodogram yöntemleri kullanılarak bulunan 2-B spektrum kestirimi - kontur diagramı

6 SONUÇ

Bu tezde, 2-B ve sınırlı veriye sahip kompleks işaretlerin yüksek çözünürlüklü spektrum kestirimleri iki ÇD destek bölgeleri, çoklu ÇD destek bölgeleri ve 2-B MUSIC spektrum kestirim algoritmaları kullanılarak ortaya çıkarılmıştır. 2-B spektrum kestirimine etki eden faktörler belirlenmiştir. Hazırlanan uygulama programı sayesinde iki ÇD destek bölgeleri, çoklu ÇD destek bölgeleri ve 2-B MUSIC spektrum kestirim algoritmaları, spektrum çözünürlüğü ve kestirim doğruluğu açısından karşılaştırılmıştır. Ayrıca uygulama sonuçlarıyla özilinti kestirim fonksiyonlarının spektrum kestirimi çözünürlüğüne ve doğruluğuna etkisi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

a) Çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması kullanılarak elde edilen spektrum kestirimi çözünürlük ve doğruluk açısından iki ÇD destek bölgeleri algoritması kullanılarak elde edilen kestirime göre çok daha yüksek çözünürlükte ve doğrulukta sonuçlar ortaya koymaktadır. İki ÇD destek bölgeleri spektrum kestiriminde, işaret frekanslarında oluşan tepeciklerle birlikte farklı frekans noktalarında sahte tepecikler de ortaya çıkmaktadır. Fakat çoklu ÇD destek bölgeleri spektrum kestiriminde bu sahte tepecikler tamamen ortadan kaybolmakta ve tepecikler sadece gerçek frekans değerlerinde ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte, iki ÇD destek bölgeleri algoritması farklı işaret parametreleri için çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmasına göre performans yönünden çok daha olumsuz etkilenmekte olup spektrum kestirimindeki çözünürlük ve doğruluk azalmaktadır.

b) 2-B spektrum kestiriminde önemli rol oynayan özilinti matrislerinin kestirim yöntemleri ve bu kestirimlerin işaret spektrumuna olan etkisi incelenmiştir. Özilinti matrisleri yansız ve yanlı özilinti kestirim yöntemleri kullanılarak hesaplanmıştır. İşaret örnek sayısının değişiminin yansız ve yanlı özilinti matris kestirimleri kullanılarak ortaya çıkarılan 2-B spektrum kestirimine olan etkisi incelenmiştir. Yapılan denemelerden, 2-B işaret örnek sayılarının belli bir değerden aşağı olduğu durumda yansız özilinti kestiriminin, yukarı olduğu durumda ise yanlı özilinti kestiriminin daha iyi çözünürlükte sonuçlar ortaya koyduğu gözlenmiştir.

c) 2-B MUSIC spektrum kestirim algoritması da çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmasında olduğu gibi oldukça yüksek çözünürlükte spektrum kestirimi ortaya çıkarmıştır. Her iki yöntemin karşılaştırılması işaret parametreleri değiştirilerek yapılmıştır. Elde edilen sonuçlardan da görülebileceği gibi çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmasıyla yapılan kestirim 2-B MUSIC algoritması kullanılarak elde edilen spektrum kestirimine göre daha yüksek çözünürlükte kestirim ortaya çıkarmıştır.

Sonuç olarak, bu çalışma ile çoklu ÇD destek bölgeleri, iki ÇD destek bölgeleri ve 2-B MUSIC algoritmaları kullanılarak 2-B spektrum kestirimleri elde edilmiştir. Uygulama sonuçlarından, çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması ile elde edilen kestirimin karşılaştırılan diğer 2-B spektrum kestirim yöntemlerine göre daha iyi sonuçlar ortaya koyduğu gösterilmiştir. Bununla birlikte, farklı örnek değerleri için çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmasında kullanılan özilinti matrisi kestiriminde hangi yöntemin kullanılmasının daha uygun olacağı da önerilmiştir.

Çoklu ÇD destek bölgeleri algoritması, iki ÇD destek bölgeleri ve 2-B MUSIC algoritmalarına göre daha iyi performans ortaya koymasına rağmen, çoklu ÇD destek bölgeleri algoritmasında da 2-B işaretin frekans değerlerinin birbirine çok yakın olduğu durumlarda işaretlerin birbiri içine girdiği ve çözünürlüğün azaldığı gözlemlenmiştir. Algoritma, 2-B işaretin frekans değerlerinin birbirine çok yakın olduğu durumda da yüksek çözünürlüklü spektrum kestirimi ortaya koyacak biçimde geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

[1] **Marple, S. L. Jr,** 1987. Digital Spectral Analysis with Applications, *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey*

[2] **Lim J. S., and Malik N. A.,** 1981. A New Algorithm for Two-Dimensional Maximum Entropy Power Spectrum Estimation, *IEEE Transactions on Signal Processing.*

[3] **Sourice A., Plantier, G., and Saumet, J. L.,** 2003. Two-Dimensional Frequency Estimation Using Autocorrelation Phase Fitting, *Acoustics, Speech, and Signal Processing, Proceedings (ICASSP '03)*

[4] **So, H. C., and Chan, F. K. W.,** 2006. Approximate Maximum-Likelihood Algorithms for Two-Dimensional Frequency Estimation of a Complex Sinusoid, *IEEE Transactions on Signal Processing 1053-587X*

[5] **Alata, O., Cariou, C., Ramananjarasoa, and C., Najim, M.,** 1998. Classification of rotated and scaled textures wing HMHV spectrum estimation and the Fourier-Mellin Transform, *Image Processing", ICIP 98, Proceeding.*

[6] **Lim, J. S.,** 1990. Two Dimensional Signal and Image Processing, *Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey*

[7] **Porat, B.,** 1994. Digital Processing of Random Signals: Theory & Methods, *Prentice Hall*

[8] **Daniell, P.J.,** 1946. Discussion of On the Theoretical Specification and Sampling Properties of Autocorrelated Time-Series, *J.R. Stat. Soc., ser.B,* **vol. 8**, pp.88-90,

[9] **Barlett, M. S.,** 1948. Smoothing Periodograms from Time Series with Continuous Spectra, *Nature, London,* **vol. 161**, pp. 686-687

[10] **Welch, P. D.,** 1967. The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging over Short Modified Periodograms, *IEEE Trans. Audio Electroacoust.,* **vol. AU-15**, pp. 70-73

[11] **Quinquis, A.,** 2008. Digital Signal Processing Using MATLAB, *John Wiley, River Street, Hoboken*

[12] **Marple, S. L. Jr,** 1989. A Tutorial Overview of Modern Spectral Estimation, *ARC0 Power Technologies, Inc., 1250 Twenty-Fourth Street, Washington. D.C. 20037,*

[13] **Sandgren, N. and Stoica, P.,** 2006. On Nonparametric Estimation of 2-D Smooth Spectra, *IEEE Signal Processing Letters,* **v. 13**, No. 10,

[14] **Blackman, R. B., and Tukey, J. W.,** 1958. The Measurement of Power Spectra from the Point of View of Communication Engineering, *Dover Publications, Inc., New York*

[15] **Huang, T. S.,** 1972. Two-Dimensional Windows, *IEEE Trans. Audio Electroacoust.,* **vol. AU-20***,* pp. 88-90.

[16] **Joyce, L. S.,** 1979. A Separable 2-D Autoregressive Spectral Estimation Algorithm, *Proceedings of the 1979 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Washington, D.C.*, pp 667-680.

[17] **Pendrel, J. V.,** 1979. The Maximum Entropy Principle in Two Dimensional Spectral Analysis, *Ph. D. dissertation, York Univesity, Ontario, Canada, November*

[18] **Frost, O. L. III**, 1980. High Resolution 2-D Spectral Analysis at Low SNR, *Proceedings of the 1980 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Denver, Colo.,* pp. 580-583.

[19] **Ulrych, T. J., and Walker, C. J.,** 1981. High Resolution Two-Dimensional Power Spectral Estimation, *in Applied time Series II, D. F. Findley, ed., Academic Press, Inc., New York,* pp. 71-99.

[20] **Frey, E. J.,** 1982. Two Dimensional Spectral Estimation: Comparison of Current Techniques, *M. S. Thesis, University of Colorado, Boulder, Colo.*

[21] **Hayes, M. H.,** 1996. Statistical Digital Signal Processing and Modeling, *John Wiley &Sons, Hoboken.*

[22] **Jain, A. K.,** 1981. Advances in Mathematical Models for Image Processing, *Proc. IEEE,* **vol.69***,* pp. 502-528.

[23] **Jain, A. K., and Ranganath, S.,** 1981. High Resolution Spectrum Estimation in Two Dimensions, *Proceedings of the First ASSP Workshop on Spectrum Estimation, Hamilton, Ontario, Canada,* pp. 3.4.1-3.4.5

[24] **Malik, N. A., and Lim, J. S.,** 1982. Properties of Two-Dimensional Maximum Entropy Power Spectrum Estimates, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.,* **vol. ASSP-30***,* pp.788-797.

[25] **Wernecke, S. J.,** 1977. Two-Dimensional Maximum Entropy Reconstruction of Radio Brightness, *Radio Sci.,* **vol 12***,* pp. 831-844.

[26] **Lang, S. W., and McClellan, J. H.,** 1983. Spectral Estimation for Sensor Arrays, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.,* **vol. ASSP-31***,* pp. 349-358.

[27] **Lang, S. W., and Marzetta, T. L.,** 1984. Image Spectral Estimation, *Chapter 4 in Digital Image Processing Techniques, M. P. Ekstrom, ed., Academic Press, Inc., Orlando, Fla.*

[28] **Sharma, G., and Chellappa, R.,** 1985. A Model-Based Approach for Estimation of Two-Dimensional Maximum Entropy Power Spectra, *IEEE Trans. Inform. Theory,* **vol. IT-31***,* pp. 90-99.

[29] **Dickinson, B. W.,** 1980. Two-Dimensional Markov Spectrum Estimates Need Not Exist, *IEEE Trans. Inf. Theory,* **vol. IT-26**, pp. 120-121.

[30] **Capon, J.,** High Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis, *Proc. IEEE,* **vol. 57**, pp. 1408-1418.

[31] **Dowla, F. U., ve Lim J. S.,** 1984. Relationship between Maximum Likelihood Method and Autoregressive Modeling in Multidimensional Power Spectrum Estimation, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.,* **vol. ASSP-32***,* pp. 1083-1987.

[32] **Dudgeon D., and Mersereau R. M.,** 1984. Multidimensional Digital Signal Processing, *Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey*

[33] **Kumaresan R. and D. Tufts W.,** 1983. Estimating the angles of arrival f multiple plane waves, IEEE Trans. on Aerospace and lectronic Systems, vol. 15, no. 1, pp. 134-139.

[34] **Pisarenko, V. F.,** 1973. The Retrieval of Harmonics from a Covariance Function, *Geophys. J. R. Astron. Soc.,* **vol. 33***,* pp. 347-366,

[35] **Daehoon, K., and Winser, E. A.,** 1988. Pipeline Implementation of Pisarenko's Method for High Resolution 2-D Spectrum Estimation, *ICSAS*.

[36] **Schmidt, R.,** 1979. Multiple emitter location and signal parameter estimation, *Proc. RADC Spectrum Estimation Workshop,* pp. 243-258,

[37] **Johnson, D. H.,** 1982. The Application of Spectral Estimation Methods to Bearing Estimation Problems, *Proc. IEEE,* **vol. 70**, pp. 1018-1028.

[38] **Johnson, D. H., and DeGraaf, S. R**., 1982. Improving the Resolution of Bearing in Passive Sonar Arrays by Eigenvalue Analysis, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.,* **vol. ASSP-30***,* pp. 628-647.

[39] **Bao, Z., and Wang, Y.** 2006. A New Approach for 2-D Spectrum Estimation, *Radar, CIE '06.*

[40] **Roy, R. and Kailath, T.,** 1989. Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.,* **37(7)***,*984-995.

[41] **Roy, R. Pulraj, A. and Kailath, T.,** 1986. ESPRIT- A Subspace Rotation Approach to Estimation of Parameters of Cisoids in Noise, *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.,* **34(4)***,*1340-1342.

[42] **Fei, W., Shuxun, W., Huijing, D.,** 2003. Estimating Two-Dimensional Firequency Pairs By Extended ESPRIT-Type Method, *ICCT, Proc*.

[43] **Rouquette, S., Alata, O., Najim, M., and Therrien, C.W.,** 1999. 2-D High Resolution Spectral Estimation Based on Multiple Regions of Support, *Proc. IEEE, 0-7803-5041*.

[44] **Alata, O., Baylou, P. and Najim, M.,** 1997. A New 2-D Spectrum Estimate using Multichannel AR Approach of 2-D Fast RLS Algorithms, *Proc. of ICIP,* pp. 442–445.

[45] **Jackson, L.B. and Chien, H. C.,** 1979. Frequency and Bearing Estimation by Two-Dimensional Linear Prediction, *Proc. of ICASSP,* pp. 665–668.

[46] **Therrien, C. W., and El-Shaer, H. T.,** 1989. Multichannel 2-D AR Spectrum Estimation, *IEEE Trans. on Acoustics. Speech Signal Processing.,* **vol. 37***, no. 11,* pp. 1798-1800.

[47] **Shimamura T., Miao W., and J. Suzuki**, 1995. Two-Dimensional Spectral Estimation Method with Data Extension and Its Improvement, *Electronics and Communications in Japan, Part 3,* **Vol. 78**, *No.4*.

[48]**Manolakis, D.G., Ingle, V. K., and Kogon, S. M.,** 2005. Statistical and Adaptive Signal Processing, *Artech House INC.Canton Street, Norwood.*

[49] **Zelniker, G., and Taylor, F. J.,** 1994. Advanced Digital Signal Processing Theory and Applications, *Marcel Dekker, Inc. Madison Avenue, Newyork.*

[50] **Aksasse, B., Ansari, M., Berthoumieu, Y., and Najim, M.,** 2002. High Resolution 3D Spectral Method Estimation, *in Proc. EUSIPCO 2002,* **vol. II**, pp. 391-394.

[51] **Dobre, O. A., and Radoi, E.,** 2001. Advances in Subspace Eigenanalysis Based Algorithms: from 1D toward 3D Superresolution Techniques, *IEEE, TELSIKS.*

[52] **Noble, B., and Daniel, J.W.,** 1997. Applied Linear Algebra 2nd ed, *Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J.*

[53] **Fei, W., Shuxun, W., and Yonggui, W.,** 2005. Estimating Frequencies of Two Dimensional Harmonics With Extended Quaternion Matrix Pencil, *IEEE, 0-7803-9128-4/05.*

[54] **Jenkins, G. M., and Watts, D. G.,** 1968. Spectral Analysis and Its Applications, *Holden-Day, Inc., San Francisco*.

[55] **Shilong, W., Jingqing, L., and Youjun, L.,** 2005. A Method for Recognition of Spectrum Peaks in 2-D MUSIC Algorithm, *IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications Proceedings*.

[56] **Kusuma, J.,** 1991. Parametric Frequency Estimation: ESPRIT and MUSIC, *Mathenatics Subject Classification, Signal Processing.*

[57] **Totir, F., Radoi, E., and Quinquis, A.,** 2005. Multidimensional Superresolution ISAR Reconstruction Techniques in Sea-Cluttered Environment, *IEEE Oceans Europe.*

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad:	**Umut Erdem KILINÇ**
Doğum Yeri ve Tarihi:	**NİĞDE/05.03.1982**
Adres:	**Şehit Osman Avcı Mah. 47. Cad. İçtaş Blok. Maviçam Apt. No:6 Eryaman 2. Etap Etimesgut/ANKARA**
Lisans Üniversite:	**İstanbul Teknik Üniversitesi**