



FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ PLAKLARIN KARIŞIK SEM İLE ANALİZİ

Cenk AKSOYLAR*

Fatih Sultan Mehmet Vakıf Üniversitesi, İstanbul

Mehmet H. OMURTAG†

İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli ince plakların doğrusal olmayan dinamik davranışı karışık sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Doğrusal olmayan davranış von Kármán teorisi kapsamında ele alınmış ve artımsal formülasyon kullanılarak doğrusallaştırılmıştır. Dinamik analizler Newmark yöntemi ile gerçekleştirilmiş ve iterasyonlarda Newton-Raphson yöntemi kullanılmıştır. Geliştirilen karışık sonlu eleman formülasyonunun doğrulanması için, öncelikle literatürde bulunan problemler çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ardından farklı anlık basınç yükleri altında dinamik analizler yapılmış ve fonksiyonel derecelendirilmiş plakların davranışları incelenmiştir. Sonuç olarak geliştirilen karışık sonlu elemanın, fonksiyonel derecelendirilmiş plakların doğrusal olmayan dinamik davranışının incelenmesinde yeterli yakınsaklıkla kullanılabileceği görülmüştür.

GİRİŞ

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme kavramı, “functionally gradient material” (FGM) adı altında, yüksek ısıya dayanıklı malzeme üretiminde kullanılmak üzere 1980’li yıllarda ortaya atılmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin (FGM) mikro yapısı, makro ölçekte, her ekseninde değişken olarak karakterize edilir. Isı bariyeri yapılarında, fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme seramik ve metalin karışımından oluşturulur. Plagın ısı etkilerine maruz kalan yüzeyinde seramik bazlı malzeme yoğun olarak bulunurken, diğer yüze doğru seramik yoğunluğu azalır ve metal yoğunluğu artar. Bu bileşim yapının enkesiti boyunca sürekli ve düzgün olarak geçiş yapar.

Son yıllarda uçaklarda, uzay araçlarında, nükleer enerji sistemlerinde, uzay araçlarının panellerinde kullanılmak üzere fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme konusunda ciddi araştırmalar yapılmaktadır. [9] çalışmasında bu malzemelerin özellikleri, kullanım alanları ve potansiyel avantajları konusunda detaylı bilgiler mevcuttur. [7, 8] çalışmalarında fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden üretilmiş plakların doğrusal olmayan dinamik davranışları incelenmiştir. Devam eden yıllarda fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerle ilgili çalışmalar hızlanarak artmıştır [2, 3, 5, 6].

Bu çalışmada, dinamik basınç yükü etkisindeki FGM malzemeli ince plakların davranışları, karışık sonlu elemanlar metoduyla geometrik olarak doğrusal olmayan etkiler de dikkate alınarak incelenmiştir. Kullanılan karışık sonlu elemanlar yazılımında doğrusal olmayan etkiler von Kármán plak kuramı kapsamında ele alınmıştır. Doğrusal olmayan karışık sonlu eleman fonksiyoneli Hellinger-Reissner prensibi ile türetilmiş ve devamında bu fonksiyonel artımsal formülasyonla doğrusallaştırılmıştır. Dinamik analizler Newmark metodu kullanılarak gerçekleştirilmiş ve iterasyonlarda Newton-Raphson metodu kullanılmıştır. Sonlu eleman matrisleri ve vektörleri izoparametrik dörtgen elemanlar kullanılarak C0 süreklilik şartına sahip şekil fonksiyonları ile elde edilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin plak kalınlığı boyunca dağılımı ise eşdeğer homojen tabakalı modelleme ile yansıtılmıştır. Kullanılan bu yaklaşımda, plak kalınlığı belirli

* Yrd. Doç. Dr., İnşaat Müh. Böl., E-posta: caksoylar@fsm.edu.tr

† Prof. Dr., İnşaat Müh. Böl., E-posta: omurtagm@itu.edu.tr

sayıda tabakaya bölünmüş ve her bir tabakanın malzeme özelliklerinin kendi içinde homojen olduğu kabul edilmiştir.

Analizler üç aşamalı olarak gerçekleştirilmiştir. İlk aşamada literatürde bulunan bir FGM plak problemi statik yükler altında incelenmiş ve geliştirilen karışık sonlu elemanlar yazılımı doğrulanmıştır. İkinci aşamada ise, Alüminyum ve Zirconia malzemelerinden oluşan FGM plağa ait yakınsama çalışmaları yapılmıştır. Bu çalışmalar kapsamında; ağ sıklığı, zaman adım aralığı, eşdeğer tabaka sayısı gibi parametrelerin sonuçlara etkisi incelenmiştir. Son aşamada ise FGM plak, farklı basınç yükleri altında çözülmüş ve dağılım parametresi ile basınç yükü tipinin sonuçlar üzerindeki etkisi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar ışığında, geliştirilen karışık sonlu elemanlar yazılımının FGM plaklarda yeterli hassasiyette sonuçlar verdiği görülmüştür.

FONKSİYONEL VE SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU

Kirchhoff plak teorisine ait yer değiştirme alanları ve von Kármán teorisinde kullanılan şekil değiştirme bağıntıları literatürde sıkça açıklanmıştır. Plak orta düzleminde, x, y, z yönlerinde oluşan yer değiştirmeler u, v, w şeklinde tanımlanırsa, von Kármán şekil değiştirmeli Kirchhoff plak teorisi için kinematik bağıntılar;

$$\varepsilon_x = u_{,x} + \frac{1}{2}(w_{,x})^2 - zw_{,xx} \quad \varepsilon_y = v_{,y} + \frac{1}{2}(w_{,y})^2 - zw_{,yy} \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}(u_{,y} + v_{,x} + w_{,x}w_{,y} - 2zw_{,xy}) \quad (1)$$

ve $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zz} = 0$ şeklinde elde edilir. Ortotrop malzemeli tabakalı kompozit plaklarda her bir tabaka için bünye bağıntısı, $\sigma_k = \mathbf{Q}_k (\boldsymbol{\varepsilon}^0 + z\boldsymbol{\kappa}^0)$ $k = 1, 2, \dots, L$ olarak ifade edilir. Burada L toplam tabaka sayısını, k indisi ele alınan tabakanın numarasını, σ_k gerilmeleri, $\boldsymbol{\varepsilon}^0$ plak düzleminde oluşan şekil değiştirmeleri, $\boldsymbol{\kappa}^0$ eğrilikleri ve $\mathbf{Q}_k$ ise rijitlik matrisini ifade eder. Tabakalı plaklarda membran kuvvetleri ve eğilme momentleri sırasıyla;

$$\mathbf{N} = \int_{-h/2}^{h/2} \boldsymbol{\sigma} dz = \mathbf{A}\boldsymbol{\varepsilon}^0 + \mathbf{B}\boldsymbol{\kappa}^0 \quad \mathbf{M} = \int_{-h/2}^{h/2} z\boldsymbol{\sigma} dz = \mathbf{B}\boldsymbol{\varepsilon}^0 + \mathbf{D}\boldsymbol{\kappa}^0 \quad (2)$$

şeklinde tanımlanır. Burada, membran kuvvetleri, $\mathbf{N} = \{N_x \quad N_y \quad N_{xy}\}^T$ ve eğilme momentleri

$\mathbf{M} = \{M_x \quad M_y \quad M_{xy}\}^T$ olarak tariflenmiştir. Karışık sonlu eleman formülasyonunun Hellinger-Reissner fonksiyoneli ile elde edilmesi sırasında, düzlem içi şekil değiştirmelerin ve eğriliklerin, iç kuvvetler cinsinden ifade edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla (2) ifadesinin tersi alınır, sonuç $\boldsymbol{\varepsilon}'' = \boldsymbol{\varepsilon}^\sigma$ yapısında;

$$\begin{Bmatrix} u_{,x} + \frac{1}{2}(w_{,x})^2 \\ v_{,y} + \frac{1}{2}(w_{,y})^2 \\ u_{,y} + v_{,x} + w_{,x}w_{,y} \\ -w_{,xx} \\ -w_{,yy} \\ -2w_{,xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A'_{11}N_{xx} + A'_{12}N_{yy} + A'_{13}N_{xy} + B'_{11}M_{xx} + B'_{12}M_{yy} + B'_{13}M_{xy} \\ A'_{21}N_{xx} + A'_{22}N_{yy} + A'_{23}N_{xy} + B'_{21}M_{xx} + B'_{22}M_{yy} + B'_{23}M_{xy} \\ A'_{31}N_{xx} + A'_{32}N_{yy} + A'_{33}N_{xy} + B'_{31}M_{xx} + B'_{32}M_{yy} + B'_{33}M_{xy} \\ H'_{11}N_{xx} + H'_{12}N_{yy} + H'_{13}N_{xy} + D'_{11}M_{xx} + D'_{12}M_{yy} + D'_{13}M_{xy} \\ H'_{21}N_{xx} + H'_{22}N_{yy} + H'_{23}N_{xy} + D'_{21}M_{xx} + D'_{22}M_{yy} + D'_{23}M_{xy} \\ H'_{31}N_{xx} + H'_{32}N_{yy} + H'_{33}N_{xy} + D'_{31}M_{xx} + D'_{32}M_{yy} + D'_{33}M_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

elde edilir. Komplians matrisinin alt matrisleri, $\mathbf{D}' = (\mathbf{D} - \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1}$, $\mathbf{B}' = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{D}' = \mathbf{H}'$, $\mathbf{A}' = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{B}'\mathbf{A}^{-1}$ şeklinde tanımlanır. Hellinger-Reissner (HR) fonksiyoneli, karışık sonlu eleman formülasyonunu elde etmek için, HR fonksiyonelinin ilk varyasyonunun sıfıra eşitlenmesi gerekir. Karışık sonlu eleman formülasyonunun doğrusal olmayan denklemleri [1]'de verilmiştir. Doğrusal olmayan denklemler artımsal formülasyon kullanılarak doğrusallaştırılırsa,

$$\mathbf{K}_L^{++} \bar{\mathbf{X}} + {}^p\mathbf{K}_{NL}^{++} \bar{\mathbf{X}} = {}^{p+\Delta p}\mathbf{Q} - {}^p\mathbf{F}, \quad \text{ve} \quad {}^{p+\Delta p}\bar{\mathbf{X}} = {}^p\mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} \quad (4)$$

yapısına gelir. Burada $\mathbf{K}_L^{++}$ sistem matrisinin doğrusal terimlerini, ${}^p\mathbf{K}_{NL}$ sistem matrisinin başlangıç değerlerine göre elde edilen doğrusal olmayan terimlerini, ${}^p\mathbf{F}$ başlangıç değerlerine göre elde edilen düzeltme vektörünü, ${}^{p+dp}\mathbf{Q}$ ise son durumda sisteme etkiyen yükleri ifade eder. Karışık sonlu eleman formülasyonunda kullanılan bilinmeyen vektörü,

$$\mathbf{X} = \{N_x \quad N_y \quad N_{xy} \quad M_x \quad M_y \quad M_{xy} \quad u \quad v \quad w\}^T \quad (5)$$

şeklinde tanımlanır. Sistem matrisleri, düzeltme vektörü ve yük vektörü;

$$\mathbf{K}_L^{++} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{NN} & \mathbf{K}_{NM} & \mathbf{K}_{NU} \\ \mathbf{K}_{MN} & \mathbf{K}_{MM} & \mathbf{K}_{MU} \\ \mathbf{K}_{UN} & \mathbf{K}_{UM} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad {}^p\mathbf{K}_{NL} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{NL}^{nl} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{UN}^{nl} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{UL}^{nl} \end{bmatrix}, \quad {}^p\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N \\ \mathbf{F}_M \\ \mathbf{F}_U \end{bmatrix} \quad (6)$$

yapısında oluşur. Artımsal formülasyonda sonuçların yakınsaklığını arttırmak ve ard arda yapılan adımlar sonucunda hataların artmasını engellemek için, Newton-Raphson ardışık yaklaşım yöntemi, hızlı yakınsaması ve basitliği nedeniyle kullanılmıştır. Von Karman plak teorisine ait hareket denklemleri, dönme eylemsizlikleri ihmal edilerek,

$$\begin{aligned} q_x + N_{x,x} + N_{xy,y} - \rho h \ddot{u} &= 0 \\ q_y + N_{xy,x} + N_{y,y} - \rho h \ddot{v} &= 0 \\ q_z + M_{x,xx} + M_{y,yy} + 2M_{xy,xy} + (N_x w_{,x} + N_{xy} w_{,y})_{,x} + (N_{xy} w_{,x} + N_y w_{,y})_{,y} - \rho h \ddot{w} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

şeklinde ifade edilir. Burada ρ malzeme yoğunluğunu, $\ddot{u}$, $\ddot{v}$, $\ddot{w}$ ise plak ortalama yüzeyindeki ivmeleri göstermektedir. Artımsal hareket denklemi matris yapısında,

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}} + \left(\mathbf{K}_L^{++} + {}^p\mathbf{K}_{NL}^{++} \right) \mathbf{X} = \Delta \mathbf{Q} \quad (8)$$

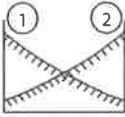
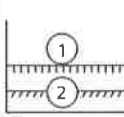
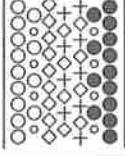
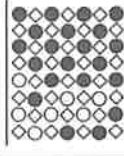
şeklinde ifade edilir. Burada $\mathbf{C}$ sönüm matrisini, $\mathbf{M}$ kütle matrisini ve $\Delta \mathbf{Q}$ ise artımsal yükü ifade eder. Yer değiştirme tipi SE yönteminde kullanılan Rayleigh sönümü karışık sonlu elemanlar yöntemine uyarlanarak kullanılmıştır. Ancak sönüm matrisi hesaplanırken sistem matrisinin doğrusal olmayan kısımları dikkate alınmamıştır. (8)'de verilen artımsal hareket denkleminin çözümünde Newmark metodu kullanılmıştır. Buna göre dinamik analiz,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{K}} \hat{\mathbf{X}} &= \Delta \hat{\mathbf{Q}} \\ \hat{\mathbf{K}} &= \mathbf{K}_L^{++} + {}^p\mathbf{K}_{NL}^{++} + [\gamma/\beta(\Delta t)]\mathbf{C} + [1/\beta(\Delta t)^2]\mathbf{M} \\ \Delta \hat{\mathbf{Q}} &= \Delta \mathbf{Q} + \left[\frac{1}{\beta(\Delta t)}\mathbf{M} + \frac{\gamma}{\beta}\mathbf{C} \right] \dot{\mathbf{X}} + \left[\frac{1}{2\beta}\mathbf{M} + \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) (\Delta t)\mathbf{C} \right] \ddot{\mathbf{X}} \end{aligned} \quad (9)$$

denklemleri üzerinden gerçekleştirilmiştir.

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ MALZEME

Tabakalı kompozit yapılarda, malzeme özelliklerinin uygunsuzluğundan, tabakalar arasında ayrışmalar ve mekanik özellikleri zayıf tabakadan dolayı tabakalar arasında çatlak oluşumları gözlenebilir. Malzemelerin farklı ısı genleşme katsayılarından dolayı oluşan, ısıl artık gerilmeler, tabakalı malzemelerin bir diğer dezavantajıdır [7]. Tabakalı malzemeler için yukarıda sözü edilen sorunlar, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerde, mikro yapının, tabakalı malzemelerdeki ani geçişin aksine düzgün ve sürekli yapılmasıyla büyük ölçüde giderilmektedir (Şekil 1). Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler, bu güçlü avantajları sayesinde, uçaklarda, uzay araçlarında, nükleer enerji sistemlerinde geniş uygulama alanları bulmuştur.

Fonksiyon Özellik	① Mekanik Mukavemet ② Isıl İletkenlik		
Malzeme Yapısı / Malzeme Dağılımı	İçerik Elementleri: Seramik (○) Metal (●) Fiber (◇+) Boşluk (○)		
Malzeme	Örnek	Homojen Olm. Malzeme	Homojen Malzeme

Şekil 1. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme

Homojen olmayan malzemelerden yapılmış plaklarda, malzeme özelliklerinin plak kalınlığı boyunca değişimi;

$$P(z) = [P_t - P_b] \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n + P_b \quad (10)$$

şeklinde tariflenebilir. Burada $P(z)$ plak kalınlığı boyunca değişimi incelenen özelliği (elastisite modülü, kayma modülü v.b.) ifade eder. P_t, P_b incelenen özelliğin plak üst yüzeyindeki ve alt yüzeyindeki değerleridir. h plak kalınlığı, z ise kalınlık boyunca olan eksendir. n ise malzeme özelliklerinin dağılımını belirleyen bir parametredir. Bu çalışmada FGM malzemenin kalınlık boyunca dağılımı eşdeğer homojen tabakalı modelleme ile yansıtılmıştır. Bu yaklaşımda, plak kalınlığı belirli sayıda tabakaya bölünmüş ve her bir tabakanın malzeme özelliklerinin kendi içinde homojen olduğu kabul edilmiştir. Buna göre her bir tabakanın homojen malzeme özelliği ise,

$$P_{eq}^k = \int_{z_{b_k}}^{z_{t_k}} \frac{P(z)}{h_k} dz, \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (11)$$

ile hesaplanmıştır. Burada L toplam tabaka sayısını, $P_{eq}^k, z_{t_k}, z_{b_k}, h_k$ sırasıyla k tabakasına ait eşdeğer malzeme özelliğini, üst ve alt koordinatları ve toplam kalınlığı belirtmektedir. Yapılan tüm analizlerde, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin metal ve seramik kombinasyonu, literatürdeki kullanım sıklıkları nedeniyle alüminyum ve zirconia olarak seçilmiştir. Elastisite modülü, Poisson oranı ve yoğunluğu alüminyum için 70GPa, 0.3, 2707kg/m³ ve zirconia için 151GPa, 0.3, 3000kg/m³ olarak alınmıştır. Plakların üst yüzeyi seramik alt yüzeyi ise metal yoğun olarak kabul edilmiş ve yükler üst yüzeyden etkilmiştir.

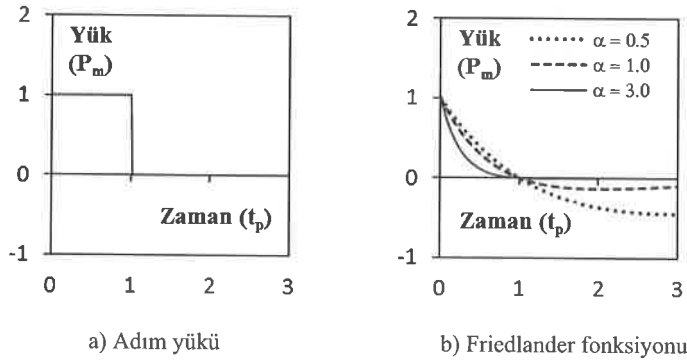
ANLIK BASINÇ YÜKLERİ

Yapıların yakınlarında oluşan patlamalar, türbülanslar, sonik patlamalar ve şok dalgaları bu yapılar üzerinde anlık basınç kuvvetleri oluştururlar. Anlık basınç yükünün zaman içinde değişimini tarif etmek için literatürde sıklıkla kullanılan fonksiyonlar arasında; i) Adım yükü ve ii) Friedlander fonksiyonu gelir. Bu fonksiyonlar;

$$\text{Adım Yükü:} \quad P(t) = \begin{cases} P_m & 0 \leq t \leq t_p \\ 0 & t_p < t \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{Friedlander Fonksiyonu:} \quad P(t) = P_m \left(1 - t/t_p \right) e^{-at/t_p} \quad (13)$$

şeklinde tanımlanır. Burada P_m maksimum basınç değerini, t_p basıncın pozitif kısımdaki etki süresini ifade eder. Friedlander fonksiyonundaki α ise basınç dalgasının formunu belirleyen parametredir. Adım yükü ve Friedlander fonksiyonu ile tariflenen anlık basınç yüklerinin zamanla değişimi Şekil 2’de verilmiştir.



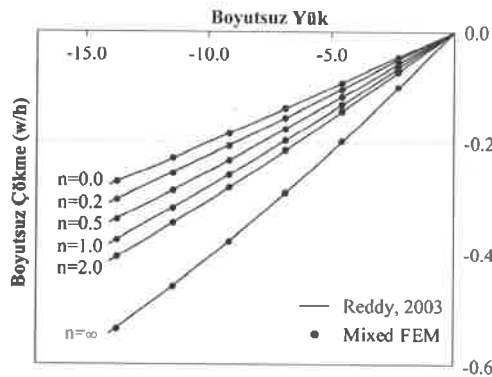
Şekil 2. Anlık basınç yüklerinin zamanla değişimi.

SAYISAL ANALİZLER

Geliştirilen karışık sonlu elemanlar metodu öncelikle literatürde bulunan fonksiyonel derecelendirilmiş plak problemleriyle doğrulanmıştır. Ardından incelenen plaklara ait parametrik analizler farklı ağ sıklıkları, tabaka sayıları ve zaman adım aralıkları kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Son olarak, farklı anlık basınç yükleri etkisindeki plakların dinamik davranışları incelenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Doğrulama Analizleri

Geliştirilen karışık SEM yazılımının FGM plaklarda doğrulamasını yapmak için [4]’teki örnek düzgün yayılı statik yükler altında çözülmüştür. $200\text{mm} \times 200\text{mm}$ boyutlarındaki alüminyum ve zirconia malzemelerinden oluşan basit mesnetli kare plak 10mm kalınlığındadır. Analizlerde altı farklı dağılım parametresi ($n = 0.0, 0.2, 0.5, 1.0, 2.0, \infty$) göz önüne alınmıştır. Basit mesnet koşulları; $x = 0, a$ kenarlarında $v = w = N_{xx} = M_{xx} = 0$ ve $y = 0, b$ kenarlarında $u = w = N_{yy} = M_{yy} = 0$ olarak kabul edilmiştir. Analizlerde 16×16 ’lık ağ sıklığı kullanılmıştır. Elde edilen boyutsuz yük ($qa^4/E_m h^4$), boyutsuz çökme (w/h) değerleri [4] sonuçları ile karşılaştırmalı olarak Şekil 3’de verilmiştir. Şekilden de görülebildiği üzere çok yakın sonuçlar elde edilmiştir.



Şekil 3. Plak orta noktası boyutsuz çökme değerleri

Parametrik Analizler

Anlık basınç yükü etkisinin incelendiği analizlerde ve parametrik analizlerde 300x300mm boyutlarında 3mm kalınlığında ankastre plak kullanılmıştır. Ankastre mesnet koşulları tüm kenarlarda yer değiştirme serbestliklerinin $u = v = w = 0$ tutulmasıyla yansıtılmıştır. Parametrik analizlerde ele alınan plak 4 farklı zaman adımı ($\Delta t = 0.5, 0.2, 0.1, 0.05$ ms), 4 farklı ağ sıklığı ($4 \times 4, 8 \times 8, 12 \times 12, 16 \times 16$) ve 4 farklı eşdeğer tabaka sayısı (6, 10, 20, 30) kullanılarak incelenmiştir. Tüm parametrik analizlerde $n = 2$ dağılım parametrelili FGM plak kullanılmış ve $t_p = 10$ ms, $P_m = 50$ kPa'lık Friedlander ($\alpha = 0$) yükü plak üzerinde sinüzoidal yayılı olarak etkiltilmiştir. Yapılan analizler sonucunda plak orta noktasında elde edilen maksimum çökmeler ve birbirleriyle karşılaştırmaları Tablo 1,2 ve 3'de verilmiştir.

Çizelge 1. Farklı zaman adımlarında maksimum plak orta noktası çökmeleri

Zaman Adımı (ms)	Çökme (mm)	Fark (%)
0.5	-2.281	-7.06%
0.2	-2.428	-1.08%
0.1	-2.442	-0.50%
0.05	-2.455	

Çizelge 2. Farklı ağ sıklıklarında maksimum plak orta noktası çökmeleri

Ağ Sıklığı	Çökme (mm)	Fark (%)
4x4	-2.572	5.83%
8x8	-2.474	1.81%
12x12	-2.442	0.50%
16x16	-2.430	

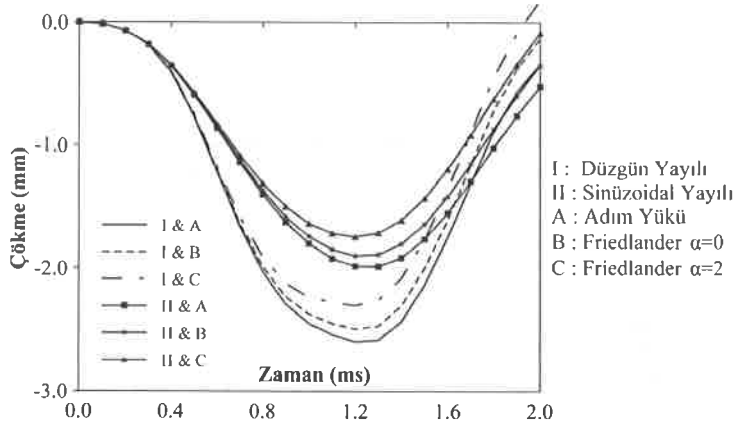
Çizelge 3. Farklı eşdeğer tabaka sayılarında maksimum plak orta noktası çökmeleri

Eşdeğer Tabaka Sayısı	Çökme (mm)	Fark (%)
6	-2.448	0.16%
10	-2.444	0.07%
20	-2.442	0.01%
30	-2.442	

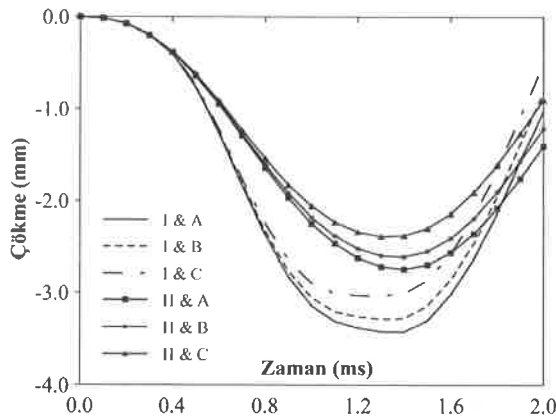
Yapılan parametrik analizler sonucunda, anlık basınç yükü etkisinin incelendiği analizlerde 0.1 ms'lik zaman adım aralığının, 12x12'lik ağ sıklığının ve 20 eşdeğer tabaka sayısının kullanılmasına karar verilmiştir.

Anlık Basınç Yükü Etkisi

Farklı anlık basınç yüklerinin etkisi $n = 0.2, 5.0$ dağılım parametrelili FGM plaklar üzerinde incelenmiştir. Anlık basınç yükleri plak üzerinde sinüzoidal ve düzgün yayılı olarak yüklenmiştir. Zaman içinde dağılım ise i) adım yükü ve ii) $\alpha = 0, 2$ Friedlander fonksiyonu kullanılarak tariflenmiştir. Anlık basınç yükünün etkime süresi, $t_p = 10$ ms ve maksimum değeri, $P_m = 50$ kPa olarak tariflenmiştir. Yapılan analizler sonucu elde edilen plak orta noktası çökmeleri Şekil 4 ve Şekil 5'de verilmiş ve karşılaştırılmıştır.



Şekil 4. Anlık basınç yükünün $n = 0.2$ dağılım parametrelili plak üzerindeki etkisi



Şekil 5. Anlık basınç yükünün $n = 5.0$ dağılım parametrelili plak üzerindeki etkisi

Yapılan analizler neticesinde en büyük çökmelerin düzgün yayılı adım yükü altında olduğu görülmüştür. Ayrıca anlık basınç yükünün plak yüzeyindeki dağılımı, plak davranışında yükün zaman içindeki değişiminden daha etkili olmuştur.

SONUÇLAR

Anlık basınç yükü etkisindeki FGM malzemeli ince plakların davranışları, karışık sonlu elemanlar metoduyla geometrik olarak doğrusal olmayan etkiler de dikkate alınarak incelenmiştir. Kullanılan karışık sonlu elemanlar yazılımında doğrusal olmayan etkiler von Kármán plak kuramı kapsamında ele alınmıştır. Doğrusal olmayan karışık sonlu eleman fonksiyoneli Hellinger-Reissner prensibi ile türetilmiş ve devamında bu fonksiyonel artımsal formülasyonla doğrusallaştırılmıştır. Dinamik analizlerde, iç kuvvetlere ait büyüklüklerde kondensasyon (kuvvet türü büyüklüklerin yer değiştirme tipi büyüklükler üzerine indirgenmesi) yapılmamış ve bu değerlerin zamana göre birinci ve ikinci türevleri de hesaplara dahil edilmiştir. Yapılan analizlerle geliştirilen karışık SEM yazılımı literatürdeki örneklerle doğrulanmıştır. Ardından anlık basınç yükü tipinin FGM plak davranışına etkisi incelenmiştir. Sonuç olarak incelenen FGM plaklarda en büyük çökmelerin düzgün yayılı anlık basınç yükü altında gerçekleştiği görülmüştür.

Teşekkür

Bu bildiri TÜBİTAK tarafından desteklenen 106M450 nolu “Anlık Basınç Yükü Etkisindeki Homojen Olmayan Plakların Doğrusal Olmayan Dinamik Davranışının Sonlu Elemanlarla Çözümü” projesi kapsamında gerçekleştirilen çalışmalardan hazırlanmıştır.

Kaynaklar

- [1] Aksoylar, C. 2010. *Anlık basınç yükü etkisindeki kompozit plakların doğrusal olmayan dinamik davranışının sonlu elemanlarla çözümü*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, İstanbul, 2010.
- [2] Huang, X.L., Shen, H.S. *Nonlinear vibration and dynamic response of functionally graded plates in thermal environments*, Int. J. Solids and Structures, 41, 2403-2427, 2004.
- [3] Yang, J., Kitipornchai, S., Lew, K.M. *Non-linear analysis of the thermo-electro-mechanical behaviour of shear deformable FGM plates with piezoelectric actuators*, Int. J. Numer. Meth. Engng., 59, 1605-1632, 2004.
- [4] Reddy J.N. *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analyses*, CRC Press, p.617-618, 2003.
- [5] Shen, H.S. *Postbuckling analysis of axially loaded functionally graded cylindrical panels in thermal environments*, Int. J. Solids and Structures, 39, 5991-6010, 2002.
- [6] Woo, J., Meguid, S.A. *Nonlinear analysis of functionally graded plates and shallow shells*, Int. J. Solids and Structures, 38, 7409-7421, 2001
- [7] Reddy, J.N. *Analysis of functionally graded plates*, Int. J. Numer. Meth. Engng., 47, 663-684, 2000.
- [8] Praveen, G.N., Reddy, J.N. *Nonlinear transient thermoelastic analysis of functionally graded ceramic-metal plates*, Int. J. Solids Structures, 35, 33, 4457-4476, 1998.
- [9] Koizumi, M. *FGM activities in Japan*, Composites Part B, 28B, 1-7, 1997