

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DOĞRUSAL OLMAYAN
ŞEKİLDEĞİŞTİRMELERİN SÜREKLİ OLARAK
YAYILDIĞI SİSTEMLERİN İKİNCİ MERTEBE
TEORİSİNE GÖRE HESABI İÇİN
BİR YAKLAŞIM**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Volkan DURUKAN

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : DEPREM MÜHENDİSLİĞİ

MAYIS 2005

**DOĞRUSAL OLMAYAN
ŞEKİLDEĞİŞTİRMELERİN SÜREKLİ OLARAK
YAYILDIĞI SİSTEMLERİN İKİNCİ MERTEBE
TEORİSİNE GÖRE HESABI İÇİN
BİR YAKLAŞIM**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Volkan DURUKAN
(501021165)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 9 Mayıs 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 1 Haziran 2005**

**Tez Danışmanı : Prof.Dr. Erkan ÖZER
Diğer Jüri Üyeleri Yrd.Doç.Dr. Meltem ŞAHİN (M.S.Ü.)
Yrd.Doç.Dr. Mecit ÇELİK (İ.T.Ü.)**

MAYIS 2005

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	x
ÖZET	xi
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Konu	1
1.2 Konu ile İlgili Yapılan Çalışmalar	2
1.2 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı	2
2. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERİN HESABI	4
2.1 Giriş	4
2.2 Doğrusal Olmayan Sistemler	7
2.3 Doğrusal Olmayan Yapı Sistemlerinin Dış Yükler Altındaki Davranışı	8
2.4 Doğrusal Olmayan Sistemlerin Sayısal Hesap Yöntemleri	11
2.4.1 Ardışık Yaklaşım Yöntemleri	12
2.4.2 Yük Artımı Yöntemi	13
2.4.3 Taşıma Kapasitesinin Bulunması	14
2.4.4 Yapısal Analiz Türleri ve Özellikleri	15
3. MALZEME BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLER	16
3.1 Gerilme – Şekil Değiştirme Bağlılıları	16
3.1.1 Malzemelerin Şekildeğiştirme Özellikleri	16
3.1.1.1 İdeal Malzemeler	17
3.1.1.2 Beton ve Çelikte Gerilme – Şekildeğiştirme Bağlılıları	18
3.2 Düzlem Çubuk Elemanlarda İç Kuvvet – Şekildeğiştirme Bağlılıları ve Akma (Kırılma) Koşulları	21
3.2.1 İdeal Elastoplastik Malzemeden Yapılmış Çubuklar	24
3.2.2 Betonarme Çubuklar	25
3.2.2.1 Varsayımlar ve Esaslar	25
3.2.2.2 Eğilme Momenti ve Normal Kuvvet Etkisindeki Çubuklar	26
3.2.2.3 Betonarme Kesitlerde Eğilme Momenti –Eğrilik Bağlılılarının ve Karşılıklı Etki Diyagramlarının İdealleştirilmesi	30
3.3 Malzeme Bakımından Doğrusal Olmayan Sistemlerin Hesap Yöntemleri	33
3.3.1 Doğrusal Olmayan Şekil Değiştirmelerin Sistem Üzerinde Yayılı	

Olması Durumu	33
3.3.1.1 Ardışık Yaklaşım Yöntemleri	33
3.3.1.2 Lineerleştirme Teknikleri	34
3.3.1.3 Hesapta İzlenen Yol	35
3.3.2 Doğrusal Olmayan Şekil Değişikliklerinin Belirli Kesitlerde Toplandığının Varsayılması Durumu	37
3.3.2.1 Plastik Mafsal Hipotezi	37
3.3.2.2 Yük Artımı Yöntemi	37
3.3.2.3 Limit Yükün Doğrudan Doğruya Hesabı	38
4. GEOMETRİ DEĞİŞİMLERİ BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLER	39
4.1 Tanımlar ve Esaslar	39
4.2 Ardışık Yaklaşım Yöntemi	40
4.2.1 İkinci Mertebe Teorisine Göre Hesap	40
4.2.2 Burkulma Yükünün Bulunması	42
4.3 Açık (Yerdeğiştirme) Yöntemi İle İkinci Mertebe Teorisine Göre Hesap	44
4.3.1 Varsayımlar	44
4.3.2 Yardımcı Bilgiler	44
4.3.2.1 Çubuk Diferansiyel Denklemi	44
4.3.2.2 Çubuk Uç Kuvvetleri ve Uç Yerdeğiştirmeleri	46
4.3.2.3 Birim Yerdeğiştirme (Birim Deplasman) Sabitleri	46
4.3.2.4 Yükleme Sabitleri	48
4.3.2.5 Birim Yerdeğiştirme Sabitleri İçin Yaklaşık Formüller	49
4.3.2.6 Uç Kuvvetleri İle Uç Yerdeğiştirmeleri Arasındaki Bağlılıklar	50
4.3.3 İkinci Mertebe Teorisine Göre Hesap	50
4.3.3.1 Normal Kuvvetleri Başlangıçta Bilinen Sistemler	50
4.3.3.2 Normal Kuvvetleri Başlangıçta Belirli Olmayan Sistemler	52
5. DOĞRUSAL OLMAYAN ŞEKİLDEĞİŞTİRMELERİN SÜREKLİ OLARAK YAYILDĞI SİSTEMLERİN İKİNCİ MERTEBE TEORİSİNE GÖRE HESABI İÇİN BİR YAKLAŞIM	54
5.1 Giriş	54
5.2 Varsayımlar	54
5.3 Yöntemin Esasları	55
5.4 Atalet Momenti Değişken Çubuklarda Birim Yerdeğiştirme ve Yükleme Sabitleri	57
5.4.1 Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişken Çubuklar	57
5.4.1.1 Birim Yerdeğiştirme Sabitlerinin Elde Edilmesi	57
5.4.1.2 Yükleme Sabitlerinin Elde Edilmesi	62
5.4.2 Atalet Momenti İki Kesitinde Değişken Çubuklar	65
5.4.2.1 Birim Yerdeğiştirme Sabitlerinin Elde Edilmesi	65
5.4.2.2 Yükleme Sabitlerinin Elde Edilmesi	71
5.5 Hesapta İzlenen Yol	73
6. ATALET MOMENTİ DEĞİŞKEN ÇUBUKLARDA İKİNCİ MERTEBE BİRİM YERDEĞİŞTİRME SABİTLERİNİN HESABI İÇİN EXCEL PROGRAMLARI	75

6.1 Programın Amacı ve Kapsamı	75
6.2 Excel Programının Çalışma Düzeni	75
6.2.1 Giriş ve Çıkış Bilgileri	78
7. SAYISAL ÖRNEK	79
7.1 Örnek – Tek Katlı Tek Açıklıklı Çerçeve	79
7.1.1 Hesap Adımları	81
7.2 Sayısal Sonuçların Değerlendirilmesi	87
8. SONUÇLAR	88
KAYNAKLAR	90
EK A.	92
ÖZGEÇMİŞ	103

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1. : Yapı Sistemlerinin Davranışları.....	7
Tablo 7.1. : 1. Adıma Ait Birim Yerdeğiştirme Sabitleri ve Bilinmeyenler.....	82
Tablo 7.2. : 1. Adım Sonucunda Oluşan Kesit Zorları.....	82
Tablo 7.3. : 2. Adıma Ait Birim Yerdeğiştirme Sabitleri ve Bilinmeyenler.....	84
Tablo 7.4. : 2. Adım Sonucunda Oluşan Kesit Zorları.....	85
Tablo 7.5. : Diğer Adımlara Ait Eğilme Momenti Değerleri.....	85
Tablo A.1. : $\alpha L=0$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	94
Tablo A.2. : $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	95
Tablo A.3. : $\alpha L=1$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	96
Tablo A.4. : $\alpha L=0$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	97
Tablo A.5. : $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	98
Tablo A.6. : $\alpha L=1$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	99
Tablo A.7. : $\alpha L=0$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	100
Tablo A.8. : $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	101
Tablo A.9. : $\alpha L=1$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	102

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1. : İdeal Malzemeler ve Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlıntıları.....	6
Şekil 2.2. : Çeşitli Teorilere Ait Yük Parametresi-Yerdeğiştirme Bağlıntıları...	9
Şekil 2.3. : Teğet Yöntemi.....	12
Şekil 2.4. : Doğrusallaştırılmış Bünye Denklemi.....	13
Şekil 2.5. : Yük Artımı Yöntemi.....	14
Şekil 3.1. : Dış Yükler Etkisi Altındaki Katı Cisim.....	16
Şekil 3.2. : Şematik Yük Parametresi-Şekildeğiştirme Diyagramı.....	17
Şekil 3.3. : İdeal Malzemeler	18
Şekil 3.4. : Yapı ve Beton Çeliklerinde σ - ϵ Diyagramı.....	19
Şekil 3.5. : Yapı ve Beton Çeliklerinde σ - ϵ Diyagramlarının İdealleştirilmesi	20
Şekil 3.6. : Betonarme Çubuğun Eğilmesinde Dış Basınç Lifindeki σ - ϵ Diyagramı.....	20
Şekil 3.7. : Düzlem Çubuk Elemanlarda İç Kuvvetler ve Şekildeğiştirmeler...	21
Şekil 3.8. : Bünye Denklemlerinin Eğri Grupları Halinde Gösterimi.....	23
Şekil 3.9. : Akma Eğrisi (Karşılıklı Etki Diyagramı).....	23
Şekil 3.10. : Basit Eğilme Halinde Eğilme Momenti-Eğrilik Diyagramı.....	24
Şekil 3.11. : İdeal Elastoplastik Malzeme σ - ϵ Diyagramı.....	25
Şekil 3.12. : Betonarme Kesitlerde $(M - \chi)$ Diyagramı.....	27
Şekil 3.13. : Betonarme Kesitlerde Karşılıklı Etki Diyagramı (akma eğrisi)....	28
Şekil 3.14. : Simetrik Donatılı Sistemlerde Dikdörtgen Kesitte Karşılıklı Etki Diyagramları.....	29
Şekil 3.15. : Simetrik Donatılı Betonarme Dikdörtgen Kesitte $\chi = F_1(M, N)$ Diyagramları.....	29
Şekil 3.16. : Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı (Tip:1)....	30
Şekil 3.17. : Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı (Tip:2)....	31
Şekil 3.18. : Betonarme Kesitlerde Karşılıklı Etki Diyagramının İdealleştirilmesi.....	32
Şekil 3.19. : Fiktif Bünye Denklemi.....	34
Şekil 3.20. : Fiktif Bünye Denklemine Seçilmesi.....	34
Şekil 3.21. : Teğet Tekniği.....	35
Şekil 3.22. : Teğet Tekniğinin Uygulanması.....	36
Şekil 4.1. : Birinci ve İkinci Mertebe Teorilerinin Karşılaştırılması.....	39
Şekil 4.2. : İkinci Mertebe Teorisine Göre Boyutlandırma.....	40
Şekil 4.3. : Ardışık Yaklaşım Yönteminin Birinci Adımı.....	40
Şekil 4.4. : Ardışık Yaklaşım Yönteminin İkinci Adımı.....	41

Şekil 4.5.	: Fiktif Yükler.....	42
Şekil 4.6.	: İkinci Mertebe Teorisi ve Burkulma Yükü.....	43
Şekil 4.7.	: Burkulma Yükünün Bulunması.....	43
Şekil 4.8.	: Çubukların İdealleştirilmesi.....	44
Şekil 4.9.	: Çubuk Diferansiyel Denkleminin Elde Edilmesi.....	45
Şekil 4.10.	: Çubuk Uç Kuvvetleri ve Uç Yerdeğiştirmeleri.....	46
Şekil 4.11.	: (A) Durumu.....	46
Şekil 4.12.	: (B) Durumu.....	47
Şekil 4.13.	: (C) Durumu.....	48
Şekil 4.14.	: Yükleme Sabitleri.....	49
Şekil 4.15.	: Normal Kuvvetleri Başlangıçta Bilinen Sistemler.....	51
Şekil 4.16.	: Çubuk Denge Denklemleri.....	51
Şekil 4.17.	: Uç Kuvvetleri Etkisindeki Çubukta Eğilme Momenti.....	52
Şekil 4.18.	: Normal Kuvvetleri Belirli Olmayan Sistemler.....	53
Şekil 5.1.	: İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı.....	55
Şekil 5.2.	: Atalet Momenti Değişken Çubukların Oluşumu.....	56
Şekil 5.3.	: Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubukta $\Theta_i=1$ Durumu....	58
Şekil 5.4.	: Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubukta $\Theta_j=1$ Durumu....	60
Şekil 5.5.	: Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubukta $\delta_{ij}=1$ Durumu....	62
Şekil 5.6.	: Dış Yükler için Hesap.....	63
Şekil 5.7.	: $d\phi_p / ds$ Şekildeğiştirmeleri için Hesap.....	64
Şekil 5.8.	: Atalet Momenti Değişiminin Özel Hali için $d\phi_p / ds$ Şekildeğiştirmeleri.....	64
Şekil 5.9.	: Atalet Momenti İki Kesitinde Değişen Çubukta $\Theta_i=1$ Durumu....	65
Şekil 5.10.	: Atalet Momenti İki Kesitinde Değişen Çubukta $\Theta_m=1$ Durumu....	68
Şekil 5.11.	: Atalet Momenti İki Kesitinde Değişen Çubukta $\delta_{im}=1$ Durumu....	71
Şekil 5.12.	: Dış Yükler İçin Hesap.....	72
Şekil 5.13.	: $d\phi_p / ds$ Şekildeğiştirmeleri için Hesap.....	73
Şekil 5.14.	: Atalet Momenti Değişiminin Özel Hali için $d\phi_p / ds$ Şekildeğiştirmeleri.....	73
Şekil 6.1.	: Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubuklarda Excel Programının Akış Diyagramı.....	76
Şekil 6.2.	: Atalet Momenti İki Kesitinde Değişen Çubuklarda Excel Programının Akış Diyagramı.....	77
Şekil 7.1.	: Sistem Geometrisi, En Kesit Karakteristikleri ve İşletme Yükleri..	79
Şekil 7.2.	: Çubuklarda Eğilme Momenti – Eğrilik ($M - \chi$) Diyagramı.....	80
Şekil 7.3.	: 1. Adım Sonunda Oluşan Eğilme Momenti Diyagramı.....	82
Şekil 7.4.	: Kiriş için Atalet Momenti Değişiminin Gösterimi.....	83
Şekil 7.5.	: (3-4) Kolonu için Atalet Momenti Değişiminin Gösterimi	84
Şekil 7.6.	: 2. Adım Sonunda Oluşan Eğilme Momenti Diyagramı.....	85
Şekil 7.7.	: Kolon için Atalet Momenti Değişiminin Gösterimi.....	86
Şekil 7.8.	: 3. Adım Sonunda Oluşan Eğilme Momenti Diyagramı.....	86
Şekil A.1.	: Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubuklar.....	93
Şekil A.2.	: $\alpha L=0$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	94

Şekil A.3.	: $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	95
Şekil A.4.	: $\alpha L=1$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	96
Şekil A.5.	: $\alpha L=0$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	97
Şekil A.6.	: $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	98
Şekil A.7.	: $\alpha L=1$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	99
Şekil A.8.	: $\alpha L=0$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	100
Şekil A.9.	: $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	101
Şekil A.10.	: $\alpha L=1$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri.....	102

SEMBOL LİSTESİ

b	: En kesit genişliği
d	: En kesit yüksekliği
[d]	: Düğüm noktalarının yerdeğiştirme matrisi
dφ/ds	: Birim dönme, eğrilik
du/ds	: Birim boy değişmesi
dv/ds	: Birim kayma açısı
e₂	: Burkulma güvenlik katsayısı
E	: Elastisite modülü
EI	: Eğilme rijitliği
EI_f	: Fiktif eğilme rijitliği
f_{ck}	: Beton karakteristik basınç dayanımı
f_{yk}	: Donatı karakteristik akma gerilmesi
M	: Eğilme momenti
M_e, M_{L1}	: Elastik sınır momenti
M_p, M_{L2}	: Kesitin taşıyabileceği en büyük eğilme momenti
N	: Normal kuvvet
[p]	: Yükleme Matrisi
P_G	: Göçme yükü
P_L	: Limit yük
[S]	: Rijitlik matrisi
T	: Kesme kuvveti
I	: Atalet momenti
Δt	: Farklı sıcaklık değişmesi
α_t	: Sıcaklık genleşme katsayısı
Θ	: Birim dönme
δ	: Yatay yerdeğiştirme
δ_{ip}	: Plastik şekildeğiştirmelerden oluşan yerdeğiştirme
Δl	: Çubuğun boy değişimi
σ	: Emniyet gerilmesi
ε	: Birim boy değişmesi
φ	: Kesitin dönmesi
χ	: Eğrilik
χ_{L1}	: Elastik sınır eğriliği
χ_{L2}	: Plastik sınır eğriliği
u	: Çubuk eksenı doğrultusundaki yerdeğiştirme
v	: Çubuk eksenine dik doğrultudaki yerdeğiştirme
α_L	: İkinci mertebe katsayısı
λ	: Plastik bölge uzunluğu oranı
n	: Atalet momentleri oranı

DOĞRUSAL OLMAYAN ŞEKİLDEĞİŞTİRMELERİN SÜREKLİ OLARAK YAYILDIĞI SİSTEMLERİN İKİNCİ MERTEBE TEORİSİNE GÖRE HESABI İÇİN BİR YAKLAŞIM

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi olarak sunulan bu çalışmada, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sürekli olarak yayıldığı sistemlerin ikinci mertebe teorisine göre hesabı için bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirilmiştir. Yöntemin pratik uygulamalarında kullanılmak üzere, atalet momenti değişken çubuklarda birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri elde edilmiş ve bu amaçla bir bilgisayar programı hazırlanmıştır.

Sekiz bölüm halinde sunulan çalışmanın birinci bölümünde araştırma konusu tanıtılmış, konu ile ilgili çalışmalar hakkında bilgi verilmiş, çalışmanın amacı ve kapsamı açıklanmıştır.

İkinci bölüm doğrusal olmayan sistemlere ayrılmıştır. Bu bölümde, yapı sistemlerinin dış yükler altındaki doğrusal olmayan davranışına yönelik bilgi verilmiştir. Ayrıca doğrusal olmayan sistemlerin sayısal çözüm yöntemleri açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde, malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemlerde iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntıları ve akma koşulları verilmiş, betonarme kesitlerde bu bağıntı ve koşulların nasıl idealleştirilebileceği açıklanmıştır. Ayrıca, malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemlerin hesap yöntemleri ve lineerleştirme teknikleri hakkında bilgi verilmiştir.

Dördüncü bölüm geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemlere ayrılmıştır. Bu bölümde, genel ardışık yaklaşım yöntemi ve Açı yöntemi ile ikinci mertebe teorisine göre hesabın esasları açıklanmıştır. Ayrıca, düzlem çubuk elemanların birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerinin formülasyonu verilmiştir.

Beşinci bölümde, iç kuvvet – şekildeğiştirme bağıntılarının iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebileceği ve doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sürekli olarak yayıldığı, malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemlerin ikinci mertebe teorisine göre hesabı için geliştirilen bir yaklaşımın dayandığı esaslar ve uygulamaları açıklanmıştır. Bu bölümde, önerilen ardışık yaklaşım yönteminin pratik uygulamalarında kullanılmak üzere, atalet momenti değişken çubukların birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri elde edilmiştir.

Altıncı bölümde, atalet momenti değişken çubuklarda ikinci merteye birim yerdeğiştirme sabitlerinin hesabı amacıyla geliştirilen bir EXCEL bilgisayar programının amacı, kapsamı, çalışma düzeni ve giriş, çıkış bilgileri hakkında bilgi verilmiştir.

Yedinci bölüm sayısal örneğe ayrılmıştır. Sayısal örnek, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayılı olduğu tek katlı, tek açıklıklı bir betonarme düzlem çerçeve sistem üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bölüm sonunda, elde edilen sayısal sonuçlar değerlendirilmiştir.

Sekizinci bölümde, bu çalışmada elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Çalışma kapsamında geliştirilen yaklaşımın başlıca özellikleri ve olası genişleme alanları bu bölümde sunulmuştur.

AN APPROACH FOR THE SECOND ORDER ANALYSIS OF GEOMETRICALLY AND MATERIALLY NONLINEAR STRUCTURES CONSIDERING SPREAD OF YIELDING

SUMMARY

In this study, which is presented as a Master of Science Thesis, an approach is presented for the second order analysis of materially nonlinear structures under the assumption of spread of yielding. For the practical applications of the method, stability coefficients (second-order stiffness coefficients) of structures with variable moment of inertia are formulated and a computer program is developed.

The thesis consists of eight chapters. The first chapter covers the description of the subject, the related works and the aim and scope of the study.

The second chapter is devoted to the nonlinear structures. In this section, the behavior of materially and geometrically nonlinear structural systems under external loads is presented. Furthermore, numerical solution methods of nonlinear systems are explained.

In the third chapter, internal force – deformation relationships and yield conditions for reinforced concrete sections are defined. Also the idealization of these relationships and conditions are explained. Additionally, analysis methods of materially nonlinear structures and the use of linearization techniques are presented.

The fourth chapter is devoted to the geometrically nonlinear systems. In this section, a general method of successive approximations and the displacement method (slope-deflection method) for the second order analysis are introduced. Besides, the formulation of second order stiffness coefficients and loading constants of plane structures are explained.

In the fifth chapter, an approach, developed for the second-order elastic-plastic analysis of reinforced concrete structures, is described under the assumption of spread of yielding and bi-linearization of internal force-deformation relationships. Then, for the practical applications of recommended approach, the second order stiffness coefficients and loading constants for members with variable moment of inertia are formulated.

In the sixth chapter, the aim and contents, the flowchart diagrams and the input and output data of EXCEL computer program, developed in this study for the calculation of second order stiffness coefficients and loading constants of plane structures, are explained.

The seventh chapter is devoted to a numerical example. A single story, single span plane frame is selected for numerical applications. The materially and geometrically nonlinear analysis of the system is performed by the approach developed in this study. In the last section of this chapter, the numerical results are evaluated.

The eighth chapter covers the conclusions reached in this study. Main features of the study and recommendations for future research areas are included in this chapter.

1. GİRİŞ

1.1 Konu

İnşaat mühendisliğinin önemli bir dalı olan yapı mühendisliğinde, günümüzde daha gerçekçi çözümlerin elde edilmesi, daha rasyonel ve ekonomik tasarımların yapılması giderek kolaylaşmaktadır. İnşaat teknolojilerinin ve malzeme biliminin gelişmesine paralel olarak, yapı malzemelerinin özellikle doğrusal-elastik sınırdan sonraki davranışlarının yakından izlenebilmesi, yapı sistemlerinin doğrusal olmayan teoriye göre hesabına ve bu teoriye dayanan tasarım ve değerlendirme yöntemlerinin gelişmesine katkıda bulunmaktadır. Yapı sistemlerinin, malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan teoriye göre hesabını öngören yöntemlerden yararlanarak, statik ve dinamik dış etkiler altında zorlanan yapıların kapasitelerinin en etkin bir biçimde kullanılabilmesi, yapıların gerçek davranışlarının yakından izlenebilmesi ve göçme güvenliklerinin belirlenmesi mümkün olmaktadır, [1].

Bir yapı sisteminin dış etkiler altındaki davranışının doğrusal olmaması başlıca iki nedenden kaynaklanmaktadır.

- a. malzemenin doğrusal-elastik olmaması nedeniyle iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının (bünye denklemlerinin) doğrusal olmaması,
- b. geometri değişimlerinin etkisi nedeniyle denge denklemlerinin doğrusal olmaması.

Malzemenin orantı sınırından sonraki davranışı göz önüne alınarak yapılan hesapta iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntıları doğrusal – elastik kabul edilememektedir. Diğer taraftan, geometri değişimlerinin yeter derecede küçük olmaması halinde, denge denklemleri de doğrusal değildir. Her iki koşulun da doğrusal olmadığı bu sistemlere, iki bakımdan lineer olmayan sistemler denilmektedir.

Yüksek dayanımlı yapı malzemelerinin kullanılmasına paralel olarak narinleşen yapı sistemlerinde, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkileri terk edilemeyecek oranda büyük değerler almakta ve bu etkileri de göz önüne alan ikinci

mertebe elastoplastik teoriye göre hesap yapılması daha gerçekçi sonuçlar vermektedir.

Aktif bir deprem kuşağı üzerinde yer alan ülkemizde, mevcut yapı sistemlerinin deprem performanslarının belirlenmesi ve performansa dayalı tasarımı her geçen gün önem kazanmakta, yapı sistemlerinin dayanım ve yerdeğiştirme performanslarının belirlenmesi ise, genel olarak, her iki bakımdan lineer olmayan sistem analizini gerektirmektedir

1.2 Konu İle İlgili Yapılan Çalışmalar

Malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemlerin hesap yöntemlerinde, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı göz önünde tutulmakta veya plastik mafsalsal adı verilen belirli kesitlerde toplandığı varsayılmaktadır. Plastik mafsalsal teorisini esas alan hesap yöntemleri [2], [3] genellikle çelik yapı sistemlerine ve süneklik düzeyi yüksek betonarme yapılara uygulanabilmektedir. Buna karşılık, özellikle betonarme yapı sistemlerinde, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığını esas alan hesap yöntemleri ile [4], [5] yapı sistemlerinin doğrusal olmayan davranışları daha yakından izlenebilmekte, gerçekçi tasarım ve değerlendirmeler yapılabilmektedir.

Düzlem çubuk sistemlerin ikinci mertebe elastoplastik teoriye göre hesabı amacıyla geliştirilen bir çalışmada [6], doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı göz önünde tutulmakta ve yerdeğiştirme kontrollü analiz yöntemi uygulanarak ikinci mertebe burkulma yükü hesaplanmaktadır.

Eğilme momenti ve eksenel kuvvet etkisindeki betonarme kesitlerde eğilme momenti-eğrilik diyagramlarının iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebilmesi [7] , [8], her iki bakımdan doğrusal olmayan sistemlerin hesabı için, yerdeğiştirme yöntemine dayanan pratik bir analiz yaklaşımının geliştirilmesine olanak sağlamaktadır.

1.3 Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmanın amacı, lineer olmayan şekil değiştirmelerin sürekli olarak yayıldığı malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin, iç kuvvet – şekil değiştirme bağıntılarının iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebileceği varsayımı

altında, ikinci mertebe teorisine göre hesabı amacıyla pratik bir yaklaşımın geliştirilmesi ve bu yaklaşımın uygulanmasına yönelik yardımcı bilgilerin elde edilmesidir.

Önerilen yaklaşım ile, ikinci mertebe teorisine göre sistem hesabının, iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının değiştiği noktalarda yeni düğüm noktaları seçilmeksizin, az sayıda bilinmeyen ile gerçekleştirilebilmesi mümkün olmaktadır.

Geliştirilen yaklaşımın pratik uygulamalarına olanak sağlamak amacıyla, eğilme rijitlikleri bir ve iki noktasında değişen doğru eksenli çubukların ikinci mertebe birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerinin hesabı için bir formülasyon oluşturulmuş ve bilgisayar programları hazırlanmıştır.

Çalışmada izlenen yol şu adımlardan meydana gelmektedir:

1. Malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin incelenmesi.
2. Geometri değişimleri bakımından lineer olmayan sistemlerin incelenmesi.
3. Malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabı amacıyla, her adımda teğet tekniğinin uygulandığı bir yaklaşımın geliştirilmesi.
4. Atalet momenti değişken çubuklarda ikinci mertebe birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerinin hesabı amacıyla bir formülasyonun oluşturulması ve bilgisayar programlarının hazırlanması.
5. Düzlem çerçeve sistemler üzerinde sayısal uygulama.
6. Bu çalışmada elde edilen sonuçların değerlendirilmesi.

2. DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLERİN HESABI

2.1 Giriş

Bazı özel durumların dışında, yapı sistemleri işletme yükleri altında genellikle doğrusal davranış gösterirler. Narin yapılar, elastik zemine oturan sistemler, bölgesel zayıflıklar ve stabilite yetersizlikleri içeren yapılar bu varsayımın dışında kalmaktadır.

Doğrusal sistem davranışını esas alan analiz yöntemlerinde, malzemenin gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları doğrusal-elastik olarak alınmakta ve yerdeğiştirmelerin çok küçük olduğu varsayılmaktadır.

Buna karşılık, dış etkiler işletme yükü sınırını aşarak yapının taşıma kapasitesine yaklaştıkça, gerilmeler doğrusal-elastik sınırı aşmakta ve yerdeğiştirmeler çok küçük varsayılacak değerler almaktadır.

Günümüzde, doğrusal sistem analizine dayanan tasarım yaklaşımlarında (güvenlik gerilmeleri esasına göre tasarım ve taşıma gücü yöntemine göre tasarım), yapı sisteminin doğrusal olmayan davranışı çeşitli şekillerde göz önüne alınmaya çalışılmaktadır. Örneğin, ikinci mertebe etkilerini hesaba katmak ve burkulmaya karşı güvenlik sağlamak amacıyla, *moment büyütme yönteminden* ve *burkulma katsayılarından* (ω katsayıları) yararlanılmakta, doğrusal olmayan şekildeğiştirmeler nedeniyle iç kuvvet dağılımının değişmesi *yeniden dağılım ilkesi* yardımı ile göz önüne alınmaya çalışılmaktadır. Diğer taraftan, deprem etkilerine göre hesapta malzemenin doğrusal-elastik sınır ötesindeki davranışını hesaba katmak üzere, taşıyıcı sistem davranış katsayısı tanımlanmakta ve deprem yükleri bu katsayıya bağlı olan bir *deprem yükü azaltma katsayısı* ile bölünerek küçültülmektedir.

Yapı malzemelerinin doğrusal-elastik sınır ötesindeki taşıma kapasitesini göz önüne almak ve çok küçük olmayan yerdeğiştirmelerin özellikle denge denklemlerine etkisini hesaba katmak suretiyle, yapı sistemlerinin dış etkiler altındaki davranışlarını daha yakından izlemek ve bunun sonucunda daha gerçekçi ve ekonomik çözümler elde etmek mümkün olabilmektedir.

Doğrusal olmayan sistem davranışını esas alan hesap yöntemlerinin geliştirilmesinde ve uygulanmasında genel olarak iki durum ortaya çıkmaktadır. Bunlardan birincisi, yapı sisteminin doğrusal olmamasına neden olan etkenlerin belirlenerek bu etkenleri göz önüne alan ve sistem davranışını gerçeğe yakın bir biçimde temsil eden hesap modelinin oluşturulması, ikincisi ise bu hesap modelinin analizi ile elde edilen doğrusal olmayan denklem sisteminin etkin bir şekilde çözülmesidir.

Dış etkiler altında zorlanan yapı sistemlerinde oluşan iç kuvvetlerin ve yerdeğiştirmelerin aşağıda sıralanan üç koşulu sağlamaları gerekmektedir, [9]. Bu koşullar,

1. bünye denklemleri (gerilme – şekildeğiştirme bağıntıları)

2. denge denklemleri

a – düğüm noktalarının denge denklemleri

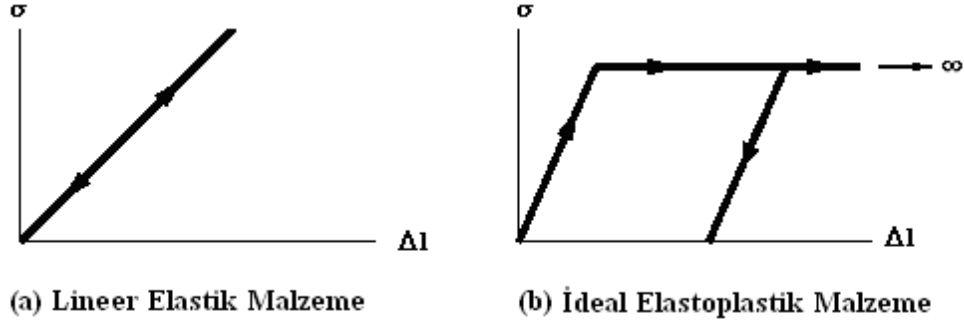
b – çubukların denge denklemleri

3. geometrik uygunluk koşullarıdır.

Çözümün sağlanması gereken bu koşullardan ilki, sistemi oluşturan elemanların malzeme özelliklerine ait bünye denklemleridir. Malzemelerin dış kuvvetler altındaki davranışlarını belirlemek için yapılan deneylerden yararlanarak, malzemelerin gerilme-şekildeğiştirme bağıntıları elde edilebilmektedir.

İdeal malzemeler arasında yer alan doğrusal-elastik malzemede, gerilme – şekildeğiştirme bağıntısının doğrusal olarak değiştiği, yükleme ve boşaltma eğrilerinin aynı doğru üzerinde olduğu varsayılmaktadır, Şekil 2.1a. Doğrusal-elastik malzemeden oluşturulan sistemlere malzeme bakımından doğrusal sistemler denir. Yapı sistemlerinin dış etkiler altında doğrusal-elastik sınırlar içinde kalacak şekilde tasarlanmalarındaki temel ilke, yapısal hasarların önlenmesidir.

Diğer taraftan, ideal malzemeler içinde yer alan ideal elastoplastik malzemede gerilme-şekildeğiştirme bağıntısı doğrusal değildir ve yükleme eğrisinin iki doğru parçasından meydana geldiği varsayılmaktadır, Şekil 2.1b. Bu tür ideal malzeme varsayımı ile oluşturulan sistemler, malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemlere örnek teşkil etmektedir. Yapı sistemlerinin dış etkiler altındaki doğrusal olmayan davranışlarının incelenmesindeki temel amaç, sistemin artan dış yükler altındaki gerçek davranışının ve yük taşıma kapasitesinin belirlenmesidir.



Şekil 2.1 İdeal Malzemeler ve Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılıları

Çözümün sağlaması gereken ikinci koşul denge denklemleridir. Denge denklemleri, sistemi oluşturan elemanlarda ve bu elemanların birleştiği düğüm noktalarında, dış yüklerin ve bu yüklerden meydana gelen iç kuvvetlerin dengede olduğunu ifade eden denklemlerdir. Yerdeğiştirmelerin çok küçük olduğu sistemlerde, denge denklemlerinin şekildeğiştirmemiş eksen üzerinde yazılması yeterlidir. Ancak, özellikle narin sistemlerde, yerdeğiştirmeler ihmal edilebilecek kadar küçük olmadıkları için denge denklemleri şekildeğiştirmiş eksen üzerinde yazılır. Bu tür sistemlere, geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemler denir ve bu sistemlerde *ikinci mertebe teorisi* geçerlidir.

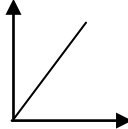
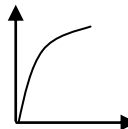
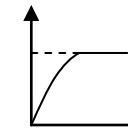
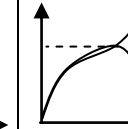
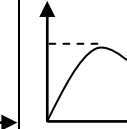
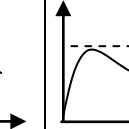
Çözümün sağlaması gereken son koşul, geometrik süreklilik denklemleridir. Geometrik süreklilik denklemleri

- her rijit düğüm noktasında birleşen çubukların bu noktadaki dönmelerinin birbirine eşit olduğunu
- sistemdeki çerçevelerin kapalı olduğunu veya bir ucunun diğerine göre belirli bir öteleme (mesnet çökmesi) yaptığını ifade etmektedir.

Bazı özel hallerde, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin yanında, geometrik süreklilik denklemlerine etkisi de önemli olabilir. Bu tür sistemlerde *sonlu deplasman teorisi* uygulanır.

Yapı sistemlerinin doğrusal ve doğrusal olmayan davranışlarını esas alan teorilere ilişkin bilgiler Tablo 2.1 de topluca özetlenmiştir. Tablonun en alt satırında her teoriye ait şematik (P- δ) bağıntıları gösterilmiştir.

Tablo 2.1 Yapı Sistemlerinin Davranışları

Çözümün Sağlanması Gereken Koşullar	Doğrusal Sistemler	Doğrusal Olmayan Sistemler				
		Malzeme Bakımından (1)	Geometri Değişimleri Bakımından (2)		Her İki Bakımdan (1+2)	
			İkinci Mertebe Teorisi	Sonlu Deplasman Teorisi	İkinci Mertebe Teorisi	Sonlu Deplasman Teorisi
Bünye Denklemleri (Gerilme-Şekil Değiştirme Bağlılıkları)	Doğrusal Elastik	Doğrusal Elastik Değil	Doğrusal Elastik	Doğrusal Elastik	Doğrusal Elastik Değil	Doğrusal Elastik Değil
Denge Denklemlerinde Yer Değiştirmeler	Küçük	Küçük	Küçük Değil	Küçük Değil	Küçük Değil	Küçük Değil
Geometrik Uygunluk Koşullarında Yer Değiştirmeler	Küçük	Küçük	Küçük	Küçük Değil	Küçük	Küçük Değil
P-δ Bağlılıkları						

2.2 Doğrusal Olmayan Sistemler

Doğrusal olmayan davranış gösteren sistemler genel olarak üç gruba ayrılırlar. Bunlar aşağıda sıralanmıştır.

- Malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemler.
- Geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemler.
- Malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemler.

a) Malzeme Bakımından Doğrusal Olmayan Sistemler

Malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemler, malzemeye ait bünye denklemlerinin doğrusal olmadığı sistemlerdir. Bu tür sistemlerde, bünye denklemlerinin doğrusal olmaması nedeniyle, eleman rijitliklerinin sistemin şekildeğiştirmelerine bağlı olarak ifade edilmesi gerekmektedir.

Bir yapı sisteminde, artan dış yükler ile birlikte elemanlardaki iç kuvvetlerde de artış meydana gelir. Doğrusal olmayan malzemeden yapılan sistemlerde, artan iç

kuvvetler altında, sistemin bazı kesitlerinde ve bu kesitler dolaylarında elastik ötesi şekildeğiştirmeler oluşur. Elastik ötesi şekildeğiştirmeler genel olarak sistem üzerinde yayılıdır. Ancak, sistemin belirli bölgelerinde yoğunlaşmış olan iç kuvvetlere paralel olarak, elastik ötesi eğilme şekildeğiştirmelerinin de belirli bölgelerde yığıldığı ve bu bölgelerde plastik mafsallar oluştuğı varsayılabilir. Bu varsayıma dayanan hipoteze *plastik mafsal hipotezi* adı verilir.

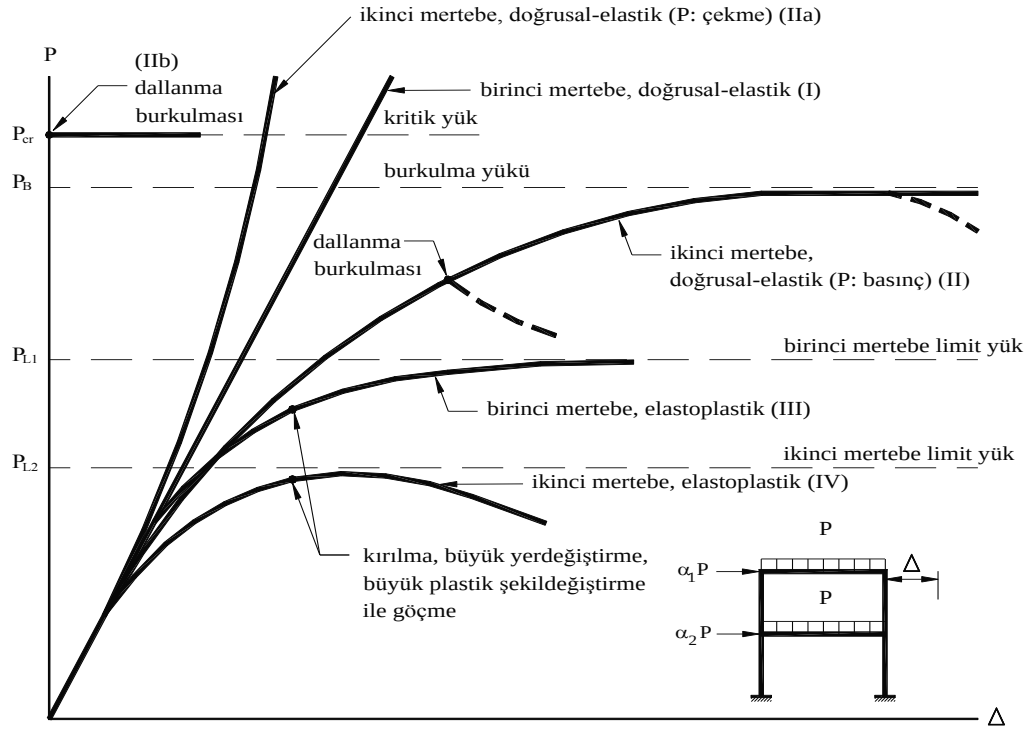
b) Geometri Değişimleri Bakımından Doğrusal Olmayan Sistemler

Yerdeğiştirmelerin yeter derecede küçük olmadığı sistemlere geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemler denilmektedir. Bu tür sistemlerin hesabına yönelik olarak iki farklı teori bulunmaktadır.

1. İkinci Mertebe Teorisi: Geometri değişimlerinin yeter derecede küçük olmadığı sistemlerde, denge denklemlerinin şekildeğiştirmiş eksen üzerinde yazılması gerekmektedir. Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin göz önüne alındığı bu teoriye *ikinci mertebe teorisi* adı verilir. İkinci mertebe teorisinde yerdeğiştirmelerin geometrik süreklilik denklemlerine etkisi terk edilmektedir.
2. Sonlu Deplasman Teorisi: Geometri değişimlerinin çok büyük değerler aldığı durumlarda, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi yanında, geometrik süreklilik denklemlerine etkisi de göz önünde tutulmalıdır. Bu etkinin dikkate alındığı teoriye *sonlu deplasman teorisi* denir.

2.3 Doğrusal Olmayan Yapı Sistemlerinin Dış Yükler Altındaki Davranışı

Düşey ve yatay yükler etkisindeki bir yapı sisteminin doğrusal ve doğrusal olmayan teorilere göre hesabı ile elde edilen yük parametresi – yerdeğiştirme ($P-\Delta$) bağıntıları Şekil 2.2 de şematik olarak gösterilmişlerdir, [8].



Şekil 2.2 Çeşitli Teorilere Ait Yük Parametresi-Yerdeğiştirme Bağıntıları

Malzemenin sınırsız olarak doğrusal-elastik varsayıldığı bir yapı sisteminin artan dış yükler altında, doğrusal teoriye göre elde edilen davranışı (I) doğrusu ile gösterilmektedir. Geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin, diğer bir deyişle, ikinci mertebe etkilerinin hesaba katıldığı ikinci mertebe teorisinde ise, eksenel kuvvetin basınç veya çekme olmasına göre farklı sistem davranışları ile karşılaşılabilir. Örneğin eksenel kuvvetin basınç olması halinde, (II) eğrisinden de görüldüğü gibi, artan dış yüklere daha hızlı artan yerdeğiştirmeler karşı gelmektedir. Dış yüklerin şiddetini ifade eden yük parametresi artarak *doğrusal-elastik burkulma yükü* adı verilen bir P_B değerine eşit olduğu zaman yerdeğiştirmeler artarak sonsuza erişir ve sistem burkularak göçer. Bazı özel durumlarda, burkulmadan sonra artan yerdeğiştirmelere azalan yük parametresi de karşı gelebilir. Asma sistemler gibi eksenel kuvvetin çekme olduğu durumlarda ise, şekilde (IIa) ile gösterilen $P-\Delta$ diyagramı pekleşen özellik gösterir. Yanal yük etkisi altında olmayan ve bu sebeple burkulmadan önce şekil değiştirmeyen sistemlerde, yük parametresinin bir P_{CR} değerinde dallanma burkulması oluşur ve şekildeki (IIb) diyagramından görüldüğü gibi, yerdeğiştirmeler birden artarak sonsuza erişir. Dallanma burkulmasına neden olan bu yüke *kritik yük* denilmektedir. Kritik yük genellikle

burkulma yükünden biraz daha büyük veya ona eşittir. Dallanma burkulması, bazı hallerde burkulmadan önce şekildeğiştiren sistemlerde de oluşabilir, (II eğrisi).

Doğrusal olmayan malzemeden yapılmış sistemlerde, artan dış yüklerle birlikte iç kuvvetler de artarak bazı kesitlerde doğrusal-elastik sınırı aşmakta ve bu kesitler dolayında doğrusal olmayan (plastik) şekildeğiştirmeler meydana gelmektedir. Doğrusal olmayan şekildeğiştirmeler genel olarak sistem üzerinde sürekli olarak yayılmaktadır. Buna karşılık, kopma sınırındaki toplam şekildeğiştirmelerin doğrusal şekildeğiştirmelere oranının büyük olduğu sünek malzemeden yapılmış sistemlerde, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin plastik mafsallık (plastik kesit) adı verilen belirli kesitlerde yığıldığı, bunun dışında kalan bölgelerde ise sistemin doğrusal-elastik davrandığı varsayılabilir. Bu varsayım *plastik mafsallık hipotezi* olarak adlandırılmaktadır. Plastik mafsallık hipotezinin esas alındığı bir yapı sisteminin birinci mertebe teorisine göre hesabında (III eğrisi), oluşan plastik mafsallar nedeniyle sistemin tümünün veya bir bölümünün mekanizma durumuna gelmesi taşıma gücünün sona erdiğini gösterir. Bu yüke *birinci mertebe limit yük* denir.

Doğrusal davranışı bozan her iki etkinin beraber göz önünde tutulması halinde, diğer bir deyişle yapı sisteminin ikinci mertebe elastoplastik teoriye göre hesabı ile elde edilen $P-\Delta$ diyagramı şekilde (IV) eğrisi ile gösterilmiştir. Bu diyagram ilk kritik kesitte doğrusal-elastik sınırın aşılmasına kadar (II) eğrisini izlemekte, daha sonra, oluşan plastik mafsallar nedeniyle yerdeğiştirmeler daha hızlı olarak artmaktadır. Plastik mafsallık hipotezinin esas alındığı yapı sistemlerinde, dış yükler artarak bir P_{L2} sınır değerine eşit olunca, meydana gelen plastik mafsallar nedeniyle rijitliği azalan sistemin burkulma yükü dış yük parametresinin altına düşer, diğer bir deyişle, $P-\Delta$ diyagramında artan yerdeğiştirmelere azalan yükler karşı gelir. Sistemin stabilite yetersizliği nedeniyle taşıma gücünü yitirmesine sebep olan bu yük parametresine *ikinci mertebe limit yük* denilmektedir.

Bazı hallerde, dış yükler limit yüke erişmeden önce, meydana gelen büyük yerdeğiştirmeler ve büyük plastik şekildeğiştirmeler ile betonarme sistemlerde oluşan çatlaklar ve gevrek kırılma yapının göçmesine neden olabilmektedir.

2.4 Doğrusal Olmayan Sistemlerin Sayısal Hesap Yöntemleri

Bir problemin çözümünü veren denklem takımının katsayıları ve/veya sabitleri problemin sonucuna, yani problemin bilinmeyenlerine bağlı ise bu tür problemlere doğrusal olmayan problemler denir.

Bir yapı sisteminin hesabında elemanların uç yerdeğiştirmelerinin bilinmeyenler olarak seçilmesi halinde, bilinmeyenlerin matris formundaki genel ifadesi

$$[S][d] = [p] \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$[S]$ = denklem sisteminin katsayılar matrisini (rijitlik matrisi),

$[d]$ = bilinmeyenler matrisini (yerdeğiştirme matrisi),

$[p]$ = denklem sisteminin sabitler matrisini (yükleme matrisi)

göstermektedir.

Doğrusal olmayan yapı mekaniği problemlerinde, problemin türüne ve çözümde uygulanan yönteme bağlı olarak, $[S]$ katsayılar matrisi ve/veya $[p]$ sabitler matrisi bilinmeyen yerdeğiştirmeler ve şekildeğiştirmeler cinsinden yazılabilir.

Örneğin, geometri değişimlerinin büyük olduğu sistemlerde, denge denklemlerinin şekildeğiştirmiş eksen üzerinde yazılması gerekir. Bu tür sistemler geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemlerdir ve sistemin $[S]$ katsayılar matrisi, sistemin yerdeğiştirmelerine bağlı olarak ifade edilir. Bazı durumlarda, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi fiktif dış yüklerle temsil edilmektedir. Bu durumda, denklem takımının sabitler matrisi $[p]$, yerdeğiştirmeler cinsinden ifade edilmiş olur.

Malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemlerde, bünye denklemlerinin doğrusal olmaması nedeniyle, eleman rijitliklerinin ve/veya bazı hallerde eleman yüklerinin sistemi oluşturan bu elemanların şekildeğiştirmelerine bağlı olarak ifade edilmesi gerekir. Bu durumda, malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemlerin denklem takımı katsayılar matrisi ve/veya sabitleri problemin çözümüne bağlı olur.

Görüldüğü gibi, bilinmeyen sayısının çok fazla olduğu yapı sistemlerinin doğrusal olmayan teoriye göre hesabında, denklem takımının oluşturulması ve çözümü çok

uzun hesapları gerektirebilmektedir. Bu nedenle, söz konusu sistemlerin en etkili şekilde çözülebilmesi için, her adımda problemin doğrusal çözümünü esas alan sayısal hesap yöntemleri geliştirilmiştir. Sayısal hesap yöntemleri iki ana başlık altında toplanabilir.

1. Ardışık yaklaşım yöntemleri

a). Başlangıç kirişi yöntemi

b). Başlangıç teğeti yöntemi

c). Teğet yöntemi

d). Kiriş yöntemi

2. Yük artımı yöntemleri

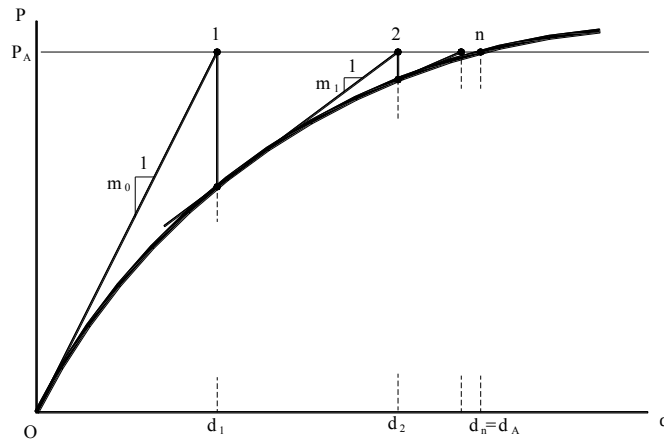
a). Basit yük artımı yöntemi

b). Düzeltilmiş yük artımı yöntemi

2.4.1 Ardışık Yaklaşım Yöntemleri

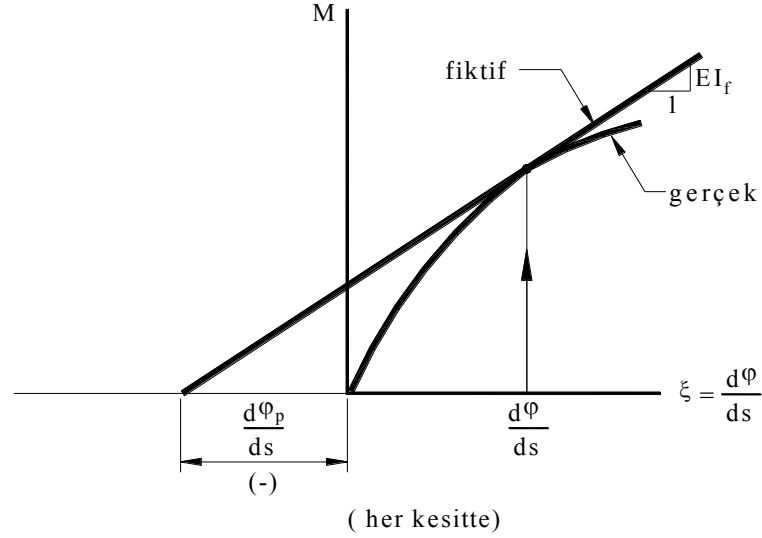
Ardışık yaklaşım yöntemleri, bir önceki adımda elde edilen çözüme ait yerdeğiştirme ve şekildeğiştirme durumu dolayında, sistem davranışının doğrusallaştırılması esasına dayanmaktadırlar. Bu yöntemler, doğrusallaştırmada uygulanan tekniğe bağlı olarak farklılık gösterirler.

Örneğin teğet tekniğinin uygulanması halinde, ardışık yaklaşımın her adımında, doğrusallaştırılmış sistemin P-d bağıntısı için bir önceki adımda bulunan çözüme ait teğet denklemi esas alınır, Şekil 2.3.



Şekil 2.3 Teğet Yöntemi

Malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemlerde, bir önceki adımda bulunan şekildeğiştirme durumu için, bünye denkleminin teğet denklemi kullanılarak teğet tekniği uygulanır, Şekil 2.4.



Şekil 2.4 Doğrusallaştırılmış Bünye Denklemi

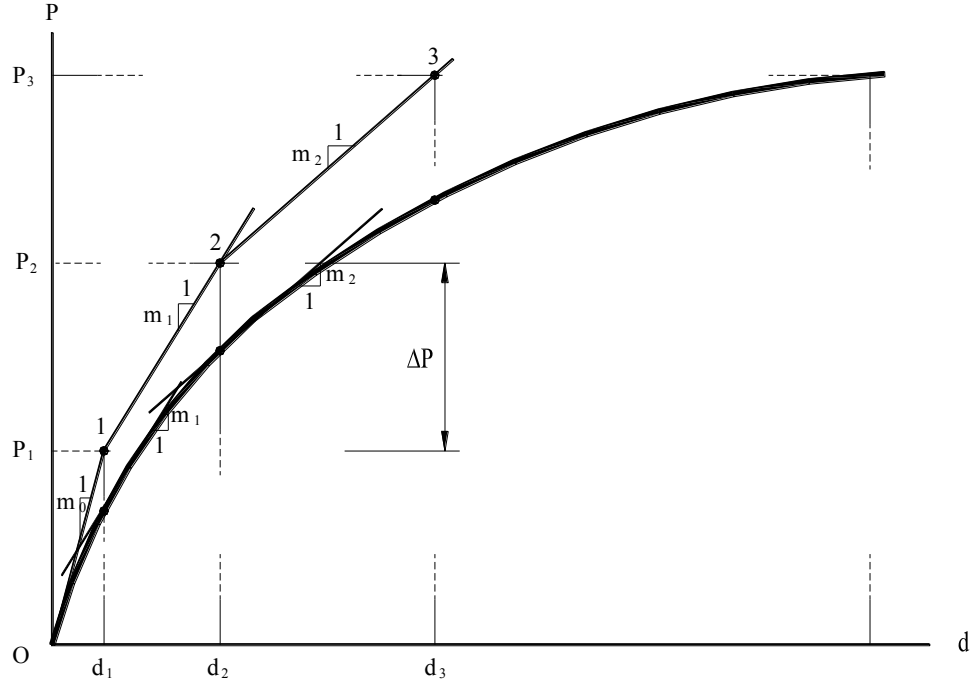
Bu yöntemde denklem takımının katsayılar ve sabitler matrislerinin her adımda yeniden hesaplanması gerekir. Ayrıca, P-d bağıntısının teğetinin belirlenmesinde pratik bakımdan bazı güçlükler olabilir.

Teğet yönteminin yakınsaklık hızı çok yüksektir.

2.4.2 Yük Artımı Yöntemi

Doğrusal olmayan yapı sistemlerinin belirli bir P_A yük parametresi için hesabı yerine, yük parametresinin çeşitli değerleri için hesabı yapılarak P-d bağıntısının belirlenmesi istenirse, yük artımı yönteminden yararlanılabilir.

Bu yöntemde yük parametresine küçük artımlar verilerek hesap yapılır. Her yük artımında, bir önceki çözüme ait başlangıç teğeti, başlangıç kirişi, teğet veya kiriş rijitliği esas alınarak sistem davranışı doğrusallaştırılır. Her yük artımında teğet tekniğinin uygulandığı basit yük artımı yöntemi Şekil 2.5 de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.5 Yük Artımı Yöntemi

Bu yöntemin en önemli sakıncası, biriken hatalar nedeniyle, elde edilen çözümün her yük artımında gerçek çözümden biraz daha uzaklaşmasıdır. Toplam hata miktarı seçilen yük artımının büyüklüğüne ve her yük artımında uygulanan doğrusallaştırma tekniğine bağlı olarak değiştiğinden, uygun doğrusallaştırma tekniği ve yeter derecede küçük yük artımları seçilerek, elde edilen çözümün gerçek çözüme yeterince yakın olması sağlanabilir.

2.4.3 Taşıma Kapasitesinin Bulunması

Doğrusal olmayan sistemler taşıma kapasitesine genel olarak iki şekilde ulaşırlar.

- 1). Yerdeğiştirmelerin sonsuza erişmesi (P - d bağıntısının bir asimptota ulaşması).
- 2). Yük parametresi – yerdeğiştirme eğrisinin bir maksimumdan geçmesi.

Bu tanımlara uygun olarak, yapı sistemlerinin taşıma kapasiteleri iki farklı şekilde hesaplanabilir.

- 1). Pratikte, doğrusal- elastik burkulma yükünün veya malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemlerin taşıma gücünü ifade eden birinci mertbe limit yükün hesabı sonucunda elde edilen yük parametresi - yerdeğiştirme bağıntısı genel olarak

$$P = P_{Limit} \quad \text{için} \quad d \rightarrow \infty \quad (P/d = 0)$$

şeklinde. Asimptotik olan (P-d) diyagramlarına karşı gelen P-P/d bağıntısı genellikle doğrusal olduğundan, ekstrapolasyon ile limit yük kolayca hesaplanabilir.

2). Yük parametresi - yerdeğiştirme diyagramının bir maksimumdan geçmesi halinde, limit yük iki şekilde belirlenebilir.

i. (P-d) diyagramının pozitif ve negatif bölgeleri üzerinde noktalar elde edilebilmesi halinde, bu noktalardan en az üçü arasında interpolasyon yapılarak diyagramın maksimum ordinatı belirlenir ve bu değer sistemin limit yükü olarak alınır. İleride açıklanacak olan kuvvet kontrollü analizde, yük parametresinin seçilen değerleri için diyagramın negatif bölgesi üzerinde değer elde edilemediğinden bu yolun uygulanması mümkün değildir.

ii. (P-d) diyagramının bir maksimumdan geçmesi halinde, limit yükün bulunabilmesi için uygulanan yöntemlerden biri de yük artım yöntemidir. Bu yöntemde, herhangi bir yük artımı sonunda artan yük parametresi için azalan yerdeğiştirmelerin elde edilmesi, (P-d) diyagramının bir maksimumdan geçtiğini göstermektedir. Böylece, sisteme ait taşıma gücü değeri, yani limit yük bulunmuş olur.

2.4.4 Yapısal Analiz Türleri ve Özellikleri

Malzeme ve/veya geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemlerin (P-d) diyagramlarının belirlenmesi ve taşıma gücünün hesabı için iki tür analiz yönteminden yararlanılabilir. Bunlar, kuvvet kontrollü analiz ve yerdeğiştirme kontrollü analiz yöntemleridir.

1) *Kuvvet Kontrollü Analiz*: Hesabın başlangıcında yük parametresinin değeri seçilir ve ardışık yaklaşımın her adımında bu yük parametresi esas alınarak hesaba devam edilir. Bu durumda elde edilecek olan çözüm, seçilen yük parametresi için yapı sisteminin çözümüdür.

2) *Yerdeğiştirme Kontrollü Analiz*: Hesabın başlangıcında, sisteme ait bir büyüklük seçilir. Bu büyüklük yerdeğiştirme (örneğin hedeflenen yerdeğiştirme değeri), şekildeğiştirme (örneğin bir elemana ait sınır şekildeğiştirme) veya bir elemandaki iç kuvvet (örneğin plastikleşme dayanımı) olabilir. Ardışık yaklaşımın her adımında, seçilen bu değere karşı gelen yük parametresi hesaplanır. Böylece, seçilen büyüklüğü oluşturan yük parametresi elde edilmiş olur.

3 MALZEME BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLER

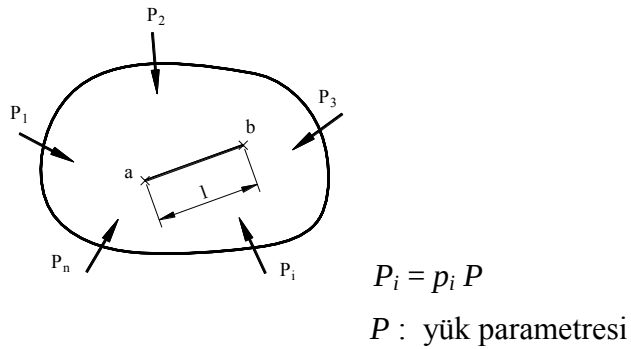
Bu bölümde, ilk olarak malzeme bakımından doğrusal olmayan yapı sistemlerinde iç kuvvet – şekildeğiştirme bağıntıları ve akma (kırılma) koşulları incelenecek, daha sonra bu tür yapı sistemlerinin hesabı için uygulanmakta olan başlıca hesap yöntemleri açıklanacaktır. Bu yöntemler, sistem üzerinde sürekli olarak yayılan doğrusal olmayan şekildeğiştirmeleri esas alan hesap yöntemlerini ve doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin belirli noktalarda toplandığı varsayımının yapıldığı plastik mafsalları (plastik kesit) hipotezine dayanan yöntemleri kapsamaktadır.

3.1 Gerilme – Şekildeğiştirme Bağıntıları

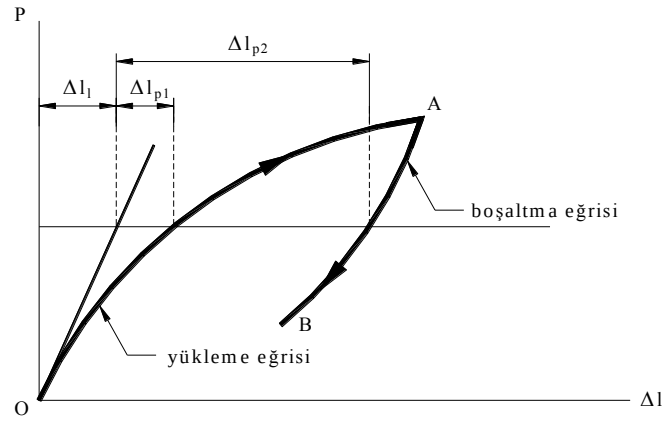
Aşağıda, malzemelerin şekildeğiştirme özellikleri, ideal malzemeler ve çeşitli yapı malzemelerinde gerilme – şekildeğiştirme bağıntıları incelenecektir.

3.1.1 Malzemelerin Şekildeğiştirme Özellikleri

Şekil 3.1 de verilen katı cisim, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde artan P_i dış kuvvetlerinin etkisi altındadır. Bu dış kuvvetlerin büyüklüğünü tanımlayan P yük parametresi ordinata, bu kuvvetlerden dolayı katı cismin a ve b noktaları arasındaki l uzunluğunun Δl değişimi absise taşınarak çizilen $P-\Delta l$ diyagramı Şekil 3.2 de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Dış Yükler Etkisi Altındaki Katı Cisim

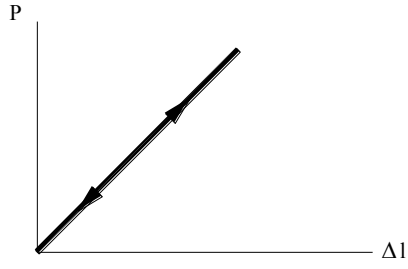


Şekil 3.2 Şematik Yük Parametresi – Şekildeğiştirme Diyagramı

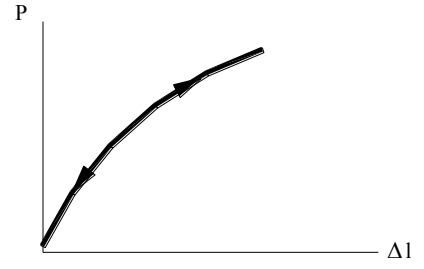
Bu diyagramın, artan yük parametresi için elde edilen OA bölümüne yükleme eğrisi, AB bölümüne de boşaltma eğrisi denir. Eğrinin başlangıç teğeti ile ordinat eksenini arasındaki Δl_1 şekildeğiştirmeleri doğrusal şekildeğiştirmeler, başlangıç teğeti ile yüklemeye ve boşaltma eğrileri arasında kalan Δl_{p1} ve Δl_{p2} şekildeğiştirmeleri ise doğrusal olmayan şekildeğiştirmeler olarak tanımlanır.

3.1.1.1 İdeal Malzemeler

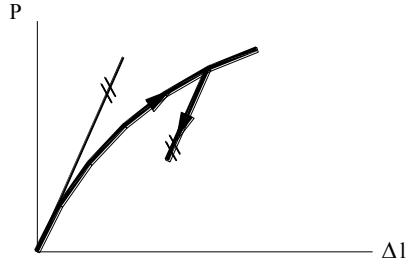
Yapı sistemlerinde kullanılan gerçek malzemelerin şekildeğiştirme özellikleri üzerinde bazı idealleştirmeler yaparak tanımlanan ideal malzemelerin başlıcaları Şekil 3.3 de gösterilmiştir.



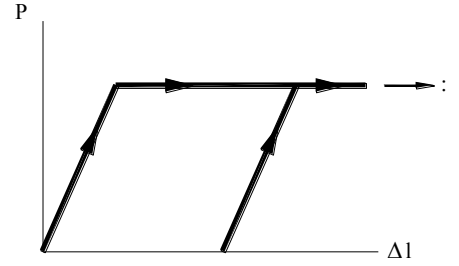
(a) Lineer- elastik malzeme



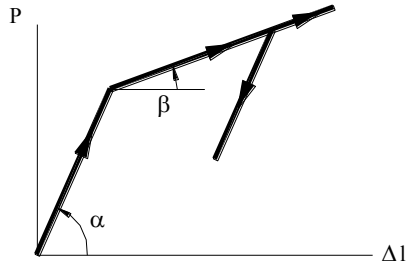
(b) Lineer olmayan elastik malzeme



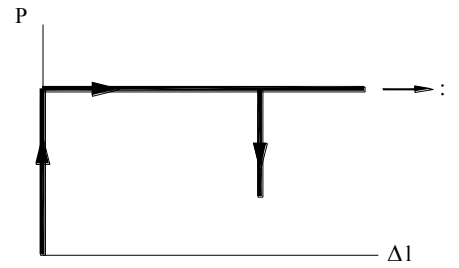
(c) Elastoplastik malzeme



(d) İdeal elastoplastik malzeme



(e) Pekleşen ideal elastoplastik malzeme



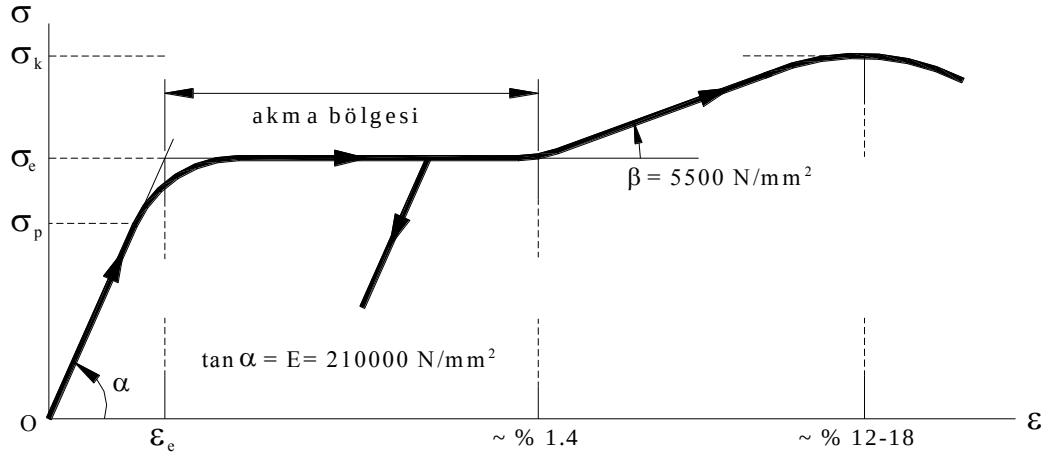
(f) Rijit plastik malzeme

Şekil 3.3 İdeal Malzemeler

3.1.1.2 Beton ve Çelikte Gerilme-Şekildeğiştirme Bağlılıları

Yapı sistemlerini oluşturan başlıca yapı malzemeleri olan yapı çeliği, beton çeliği ve betonarme betonunun gerilme-şekildeğiştirme (σ - ϵ) diyagramları ve bu diyagramları tanımlayan bazı sayısal büyüklükler aşağıda verilmiştir.

a). Yapı ve beton çelikleri (Şekil 3.4)



Şekil 3.4 Yapı ve Beton Çeliklerinde σ - ϵ Diyagramı

Bu diyagramı tanımlayan σ_k kopma gerilmesi σ_e akma gerilmesi, ϵ_e akma şekildeğiştirmesi ve σ_p orantı sınırının çelik sınıfına bağlı olarak aldığı değerler:

Fe 37 yapı çeliği : $\sigma_k = 360-490 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_e = 235 \text{ N/mm}^2$ ($\epsilon_e \cong 0,0011$)

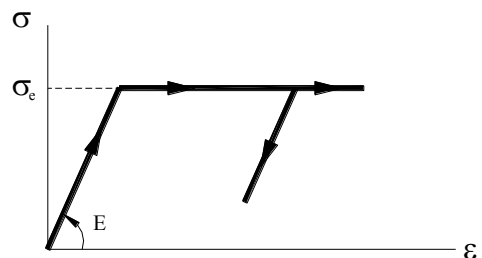
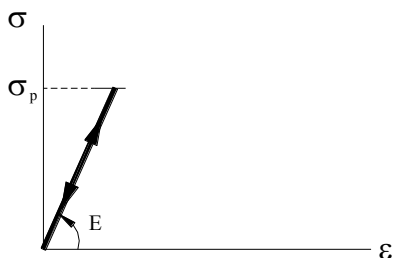
$$\sigma_p = 0,8\sigma_e = 188 \text{ N/mm}^2$$

Fe 52 yapı çeliği : $\sigma_k = 510-610 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_e = 353 \text{ N/mm}^2$ ($\epsilon_e \cong 0,0017$)

$$\sigma_p = 0,8\sigma_e = 280 \text{ N/mm}^2$$

S420 beton çeliği : $\sigma_k = 500 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_e = 420 \text{ N/mm}^2$ ($\epsilon_e \cong 0,002$)

Yapı ve beton çeliklerinin σ - ϵ diyagramlarının bir bölümü veya tümü aşağıdaki şekilde idealleştirilebilir, Şekil 3.5.



(a) Lineer- elastik malzeme

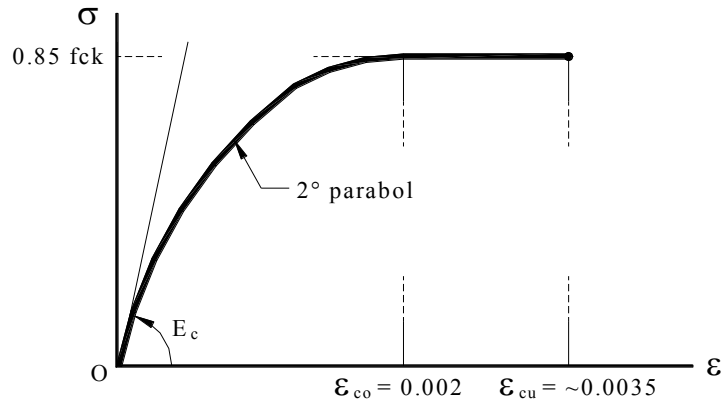
(b) İdeal elastoplastik malzeme

(c) Rijit plastik malzeme

(d) Pekleşen ideal elastoplastik malzeme

Şekil 3.5 Yapı ve Beton Çeliklerinin σ - ϵ Diyagramlarının İdealleştirilmesi

b). Betonarme çubuğun eğilmesinde dış basınç lifindeki σ - ϵ bağıntısı (Şekil 3.6)



Şekil 3.6 Betonarme Çubuğun Eğilmesinde Dış Basınç Lifindeki σ - ϵ Diyagramı

Şekil 3.6 da f_{ck} karakteristik basınç dayanımını, E_c ise

$$E_c = 14000 + 3250\sqrt{f_{ck}} \quad (N / mm^2) \quad (3.1)$$

formülü ile hesaplanan beton elastisite modülünü göstermektedir.

Kısa süreli yükler altında, betonun ezilerek kırılmasına neden olan ϵ_{cu} birim kısalması sargısız betonda yaklaşık olarak 0.003-0.0035 iken, sargılı betonda sargı donatısı (etriye) miktarına bağlı olarak artmaktadır.

3.2 Düzlem Çubuk Elemanlarda İç Kuvvet – Şekildeğiştirme Bağıntıları ve Akma (Kırılma) Koşulları

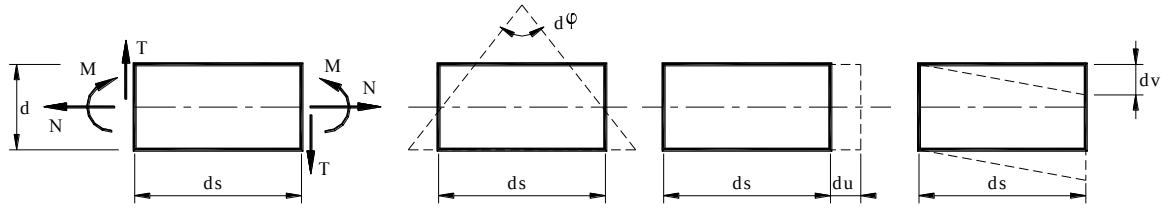
Düzlemi içindeki kuvvetlerin etkisi altında bulunan düzlem çubuk elemanlarda oluşan iç kuvvetler (kesit zorları), M eğilme momenti, N normal kuvveti ve T kesme kuvvetidir. ds boyundaki bir çubuk elemanın bir yüzünün diğer yüzüne göre göreceli (rölatif) yerdeğiştirmelerinin kesit zorları doğrultularındaki bileşenleri ise ds elemanın şekildeğiştirmeleri olarak tanımlanır. Bunlar φ kesitin dönmesini, u ve v kesitin çubuk eksenine ve ona dik doğrultudaki yerdeğiştirmelerini göstermek üzere

$$\chi = d\varphi / ds \quad : \quad \text{birim dönme (eğrilik)}$$

$$\varepsilon = du / ds \quad : \quad \text{birim boy değişmesi}$$

$$\gamma = dv / ds \quad : \quad \text{birim kayma}$$

adını alırlar, Şekil 3.7.



Şekil 3.7 Düzlem Çubuk Elemanda İç Kuvvetler ve Şekildeğiştirmeler

Düzlem çubuk sistemlerde iç kuvvetler ile şekildeğiştirmeler arasındaki bağıntılar (bünye denklemleri), genel olarak

$$\chi = \frac{d\varphi}{ds} = F_1(M, N, T) + \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{d} \quad (3.2)$$

$$\varepsilon = \frac{du}{ds} = F_2(M, N, T) + \alpha_t \cdot t \quad (3.3)$$

$$\gamma = \frac{dv}{ds} = F_3(M, N, T) \quad (3.4)$$

şeklinde. Burada F_1 , F_2 , F_3 malzeme karakteristiklerine ve en kesit özelliklerine bağlı olarak belirlenen doğrusal olmayan fonksiyonları, t ve Δt kesite etkiyen düzgün ve farklı sıcaklık değişimlerini, α_t sıcaklık genleşme katsayısını göstermektedir.

İç kuvvetlerin artarak belirli bir sınır duruma erişmesi halinde kırılma, akma ve büyük şekildeğiştirmeler nedeniyle kesitin taşıma gücü sona erer. Kesitin daha büyük kesit zorlarını taşıyamayacağını ifade eden bu durum kısaca *akma* veya *kırılma* olarak tanımlanır. Bu duruma karşı gelen iç kuvvet durumuna da *kesitin taşıma gücü* adı verilir. Akma (kırılma) durumunu kesit zorlarına veya şekildeğiştirmelere bağlı olarak ifade eden

$$K_1(M, N, T) = 0 \quad (3.5)$$

veya

$$K_2(\chi, \varepsilon, \gamma) = 0 \quad (3.6)$$

bağıntılarına *akma (kırılma)* koşulları denilmektedir.

Uygulamada genellikle olduğu gibi, kayma şekildeğiştirmeleri eğilme ve uzama şekildeğiştirmelerinin yanında terk edilir ve kesme kuvvetinin birim dönme ve birim boy değişmesine etkisi ihmal edilirse, iç kuvvet şekildeğiştirme bağıntıları (bünye denklemleri)

$$\chi = \frac{d\varphi}{ds} = F_1(M, N) + \frac{\alpha_t \cdot \Delta t}{d} \quad (3.2a)$$

$$\varepsilon = \frac{du}{ds} = F_2(M, N) + \alpha_t \cdot t \quad (3.3a)$$

ve akma (kırılma) koşulu da

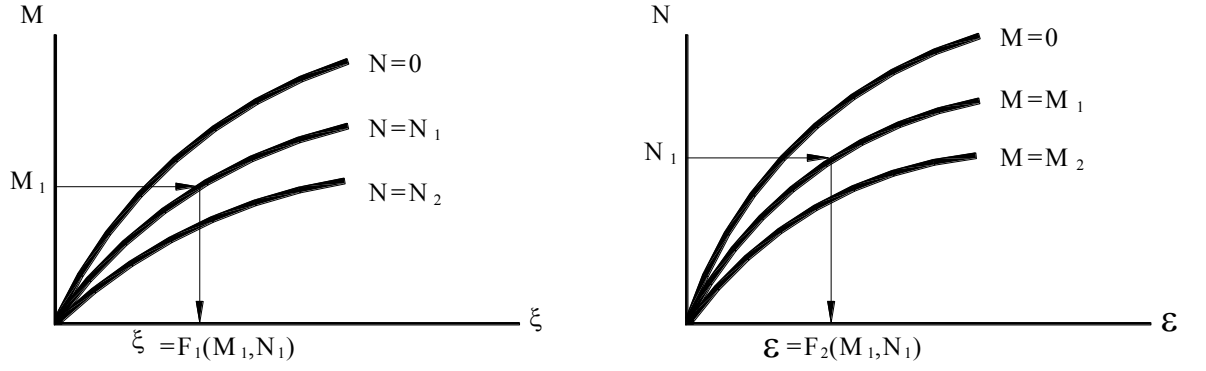
$$K_1(M, N) = 0 \quad (3.5a)$$

veya

$$K_2(\chi, \varepsilon) = 0 \quad (3.6a)$$

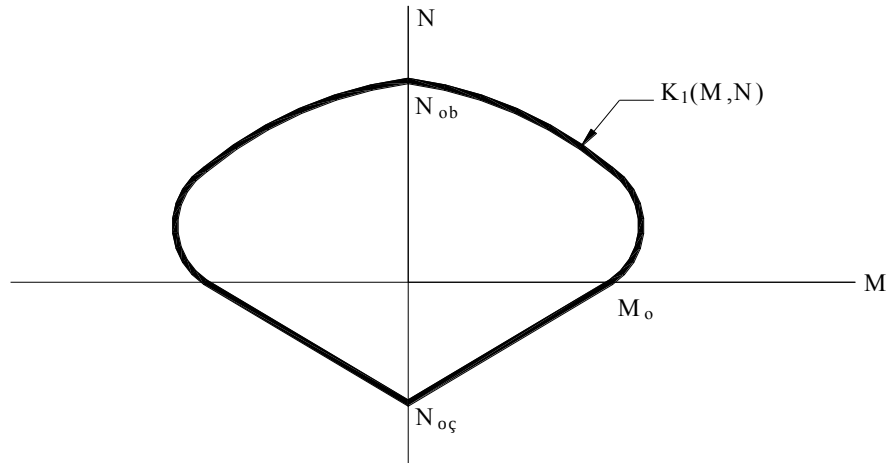
şeklinde idealleştirilebilir.

Bünye bağıntılarının belirlediği yüzeyler, pratikte genellikle eğri grupları halinde gösterilirler, Şekil 3.8.



Şekil 3.8 Bünye Denklemlerinin Eğri Grupları Halinde Gösterilimi

Akma koşulunu kesit zorları cinsinden ifade eden $K_1(M, N) = 0$ denkleminin belirlediği kapalı eğri *akma (kırılma)* eğrisi veya karşılıklı etki diyagramı adını almaktadır, Şekil 3.9.



Şekil 3.9 Akma Eğrisi (Karşılıklı Etki Diyagramı)

Özel Hal : $N=0$ hali

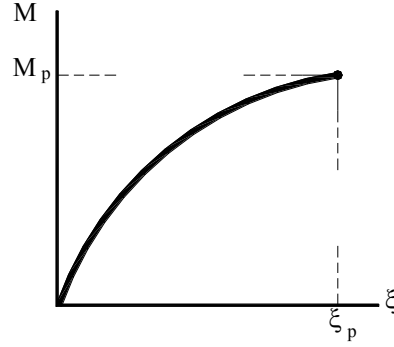
Normal kuvvetin sıfır veya terk edilebilecek kadar küçük olması ve kesite sıcaklık değişmesi etkimemesi halinde, iç kuvvet – şekildeğiştirme bağıntısı

$$\chi = \frac{d\varphi}{ds} = F_1(M) \quad (3.7)$$

şeklinde yazılabilir. Akma koşulu ise

$$M - M_p = 0 \quad (3.8)$$

bağıntısı ile ifade edilir. Burada M_p kesitin eğilme momenti taşıma gücünü göstermektedir, Şekil 3.10.



Şekil 3.10 Basit Eğilme Halinde Eğilme Momenti – Eğrilik Diyagramı

3.2.1 İdeal Elastoplastik Malzemedен Yapılmış Çubuklar

Pratikte, yapı çeliği genellikle ideal elastoplastik malzeme olarak idealleştirilebilmektedir.

İdeal elastoplastik malzemenin tanımını uyarınca, σ - ε diyagramının

$$0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_e \quad \text{için} \quad \sigma = E \varepsilon \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_e \leq \varepsilon \leq \infty \quad \text{için} \quad \sigma = \sigma_e \quad (3.10)$$

şeklinde iki doğru parçasından oluştuğu, çekme ve basınç yüklemeleri altında malzemenin aynı özellikleri gösterdiği göz önünde tutulacaktır, Şekil 3.11. Burada E çeliğin elastisite modülünü, σ_e ise akma gerilmesini göstermektedir.

iv- Betonun σ - ε diyagramı için Şekil 3.6 da verilen parabol + dikdörtgen modeli esas alınmaktadır.

v- Beton çeliğinin σ - ε diyagramı için ideal elastoplastik malzeme varsayımı yapılmaktadır, (Şekil 3.11).

3.2.2.2 Eğilme Momenti ve Normal Kuvvet Etkisindeki Betonarme Çubuklar

a) Eğilme momenti – birim dönme ($M - \chi$) bağıntısı

Sabit normal kuvvet ($N=N_0$) altında, artan eğilme momenti ile zorlanan betonarme bir kesitte M eğilme momenti ile χ birim dönmesi arasındaki bağıntı üç bölgeden oluşmaktadır, Şekil 3.12. Bu bölgeleri sınırlayan L_0 , L_1 ve L_2 noktalarına karşı gelen durumlar aşağıda açıklanmıştır.

L_0 : Beton kesitin dış çekme lifinde çatlakların başladığı durumdur. Dış çekme lifindeki normal gerilme, eğilmedeki betonun çekme dayanımına eşit olunca betonda çatlakların meydana geldiği kabul edilmektedir. Eğilmedeki betonun çekme dayanımı ise

$$f_{ctk}' = 0,70\sqrt{f_{ck}} \quad (\text{N/mm}^2) \quad (3.11)$$

bağıntısı ile hesaplanılabilir.

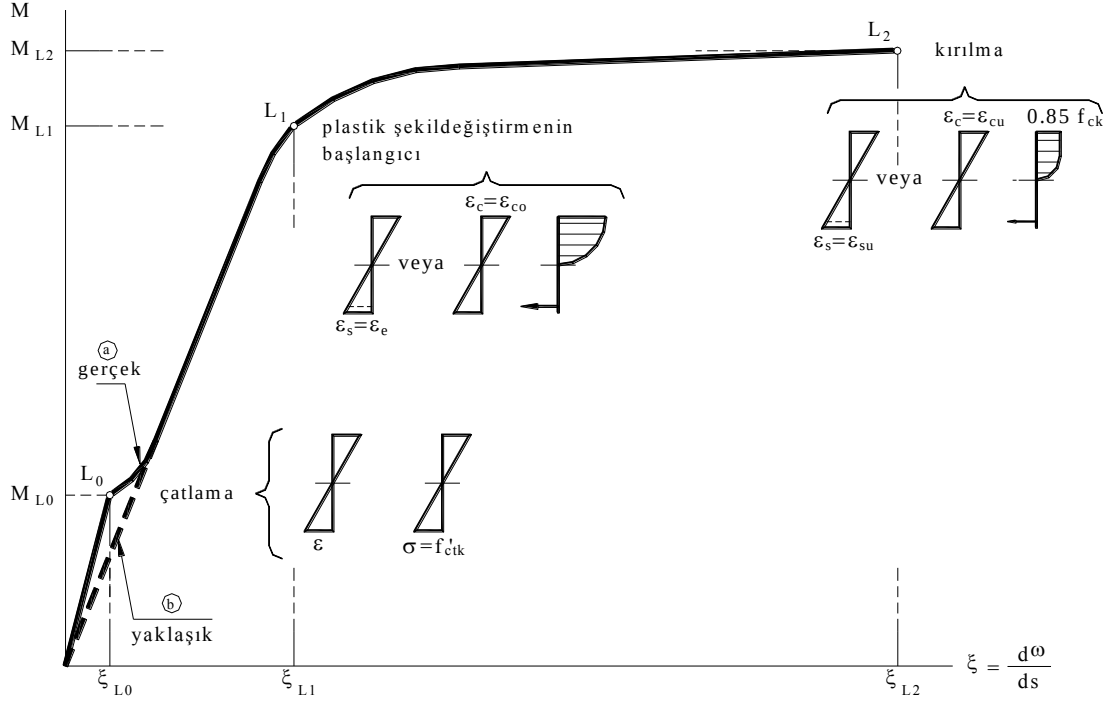
L_0 çatlama noktasına karşı gelen M_{L_0} momentinin hesabında beton kesitin homojen olduğu varsayılmakta ve betonun σ - ε bağıntısı doğrusal-elastik olarak alınmaktadır.

L_1 : Betonun dış basınç lifinde veya çekme noktasında plastik şekildeğiştirmelerin başlamasına karşı gelen durumdur. Plastik şekildeğiştirmelerin betonda $\varepsilon_{co} = 0,002$ birim kısalmasında, çelikte ise ε_e akma sınırında başladığı göz önünde tutulmaktadır. M_{L_1} eğilme momentinin hesabında betonun çekme dayanımı göz önüne alınmaz.

L_2 : Eğilme momenti artarak kesitin taşıma gücü adı verilen $M_{L_2} = M_p$ değerine eşit olunca basınç bölgesindeki beton ezilerek kırılır veya çekme donatısı kopar. Basınç bölgesindeki betonun ezilerek kırılması birim kısalmanın ε_{cu} sınır değerine erişmesi suretiyle meydana gelir. Sargısız betonda kısa süreli yükler

için $\varepsilon_{cu} = 0,003 - 0,0035$ olan bu sınır değeri sargı donatısına bağlı olarak artmaktadır.

Betonarme kesitlerin boyutlandırılmasında, çekme donatısının kopması yerine, genellikle çelikteki birim uzamanın $\varepsilon_{su} = 0,01$ değeri ile sınırlandırılması esas alınır.



Şekil 3.12 Betonarme Kesitlerde $(M - \chi)$ Diyagramı

Betonunun çekme dayanımının terk edildiği durumlarda, $M - \chi$ bağıntısının çatlamadan önceki bölümü yaklaşık olarak (b) eğrisi ile temsil edilmektedir.

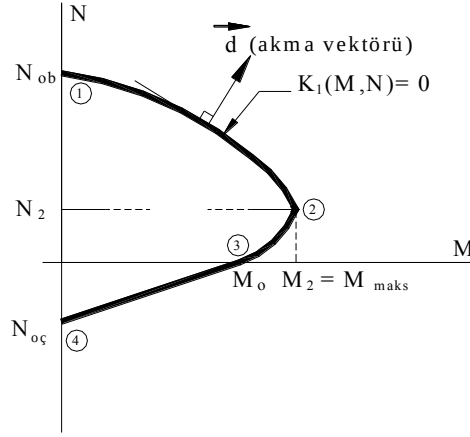
Betonarme kesitlerin taşıma gücüne göre boyutlandırılmasında, betonarme betonu ve beton çeliğinin karakteristik dayanımları malzeme güvenlik katsayılarına bölünerek küçültülür. Buna karşılık, betonarme sistemlerin dış yükler altındaki davranışlarının incelenmesinde malzeme güvenlik katsayılarının kullanılmasına ve çelikteki birim uzamanın $\varepsilon_{su} = 0,01$ değeri ile sınırlandırılmasına gerek olmamaktadır.

b) Akma koşulu (karşılıklı etki diyagramı)

Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki betonarme bir kesitte taşıma gücünü ifade eden karşılıklı etki diyagramı (akma eğrisi) Şekil 3.13 te şematik olarak gösterilmiştir.

$$K_1(M, N) = 0 \quad (3.5a)$$

bağıntısı ile tanımlanan akma eğrisi N normal kuvvetinin çeşitli değerleri için hesaplanan $M_{L2} = M_p$ eğilme momentleri yardımı ile elde edilebilir.

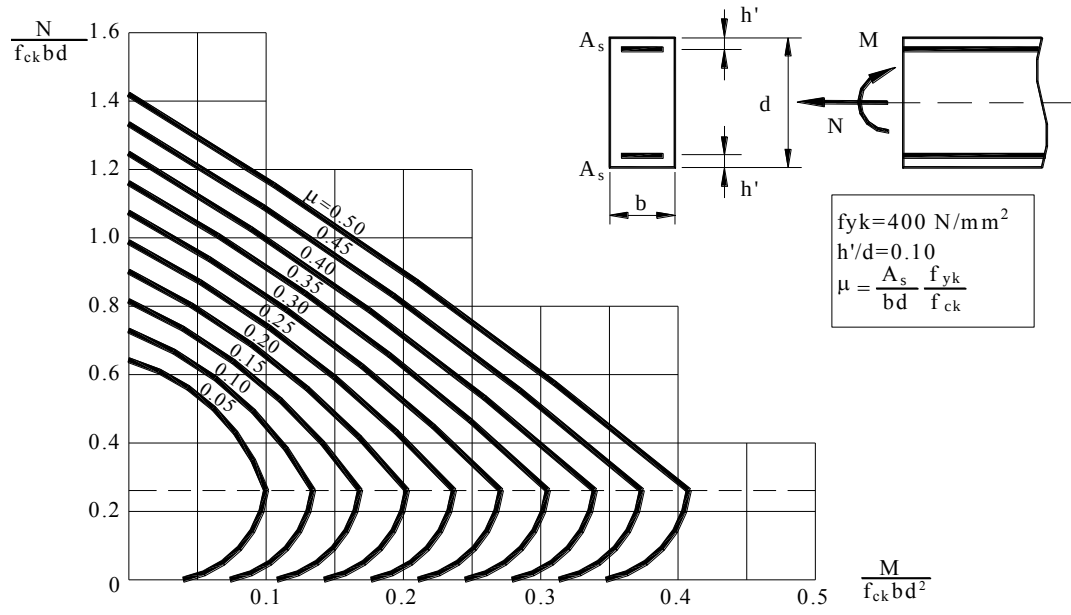


Şekil 3.13 Betonarme Kesitlerde Karşılıklı Etki Diyagramı (akma eğrisi)

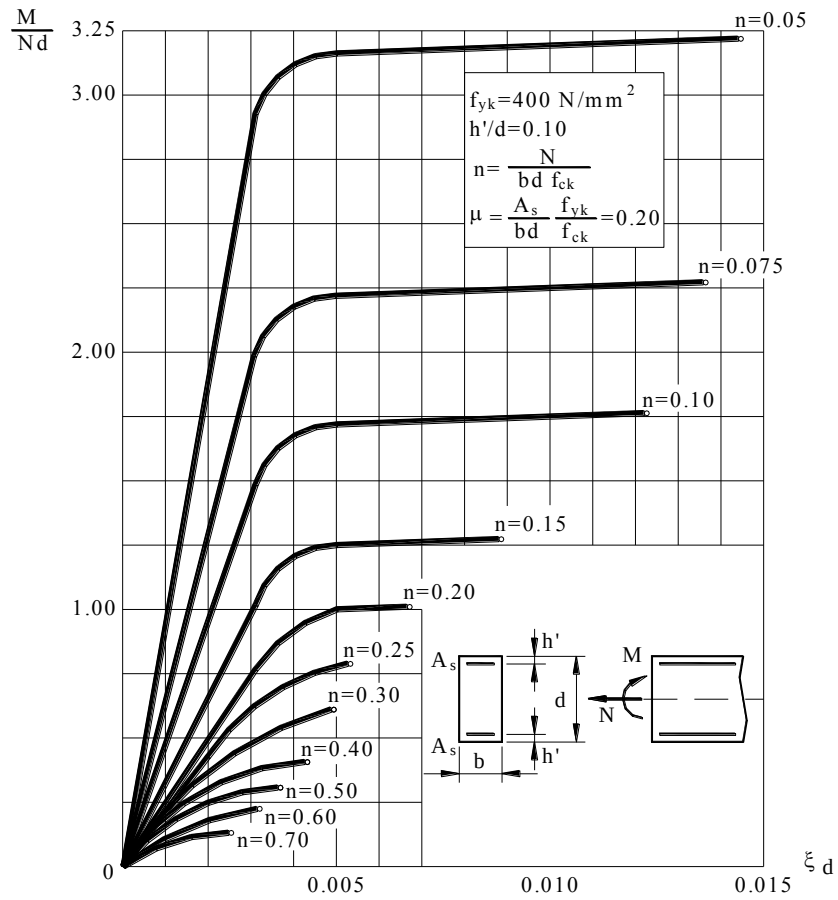
Akma eğrisi dört karakteristik noktası ile tanımlanmaktadır. Akma eğrisinin idealleştirilmesinde yararlanılabilecek olan bu noktalar aksenal basınç, basit eğilme ve aksenal çekme hallerine karşı gelen (1), (3) ve (4) noktaları ile kesitin en büyük eğilme momenti taşıma gücüne sahip olduğu dengeli duruma karşı gelen (2) noktasıdır.

Bileşik eğilme etkisindeki betonarme kesitlerde, plastik şekildeğiştirme bileşenlerini içeren akma vektörünün bazı koşullar altında ve yaklaşık olarak akma eğrisine dik olduğu görülmektedir, [11].

Simetrik donatılı bir betonarme dikdörtgen kesit için, Kaynak [10] dan alınan $K_1(M, N) = 0$ karşılıklı etki diyagramları ve $\chi = F_1(M, N)$ bünye bağıntıları Şekil 3.14 ve Şekil 3.15 te örnek olarak verilmişlerdir.



Şekil 3.14 Simetrik Donatılı Betonarme Dikdörtgen Kesitte Karşılıklı Etki
Diyagramları



Şekil 3.15 Simetrik Donatılı Betonarme Dikdörtgen Kesitte $\chi = F_1(M, N)$
Diyagramları

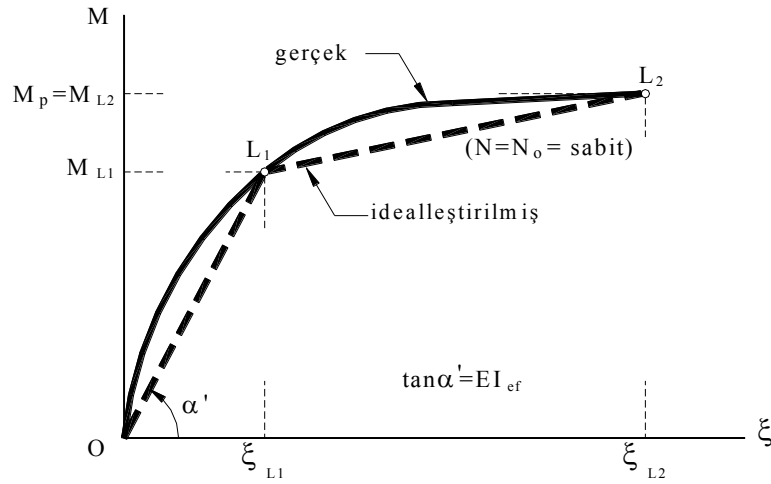
3.2.2.3 Betonarme Kesitlerde Eğilme Momenti – Eğrilik Bağntılarının ve Karşılıklı Etki Diyagramlarının İdealleştirilmesi

a) Eğilme Momenti – Eğrilik ($M - \chi$) Bağntısı

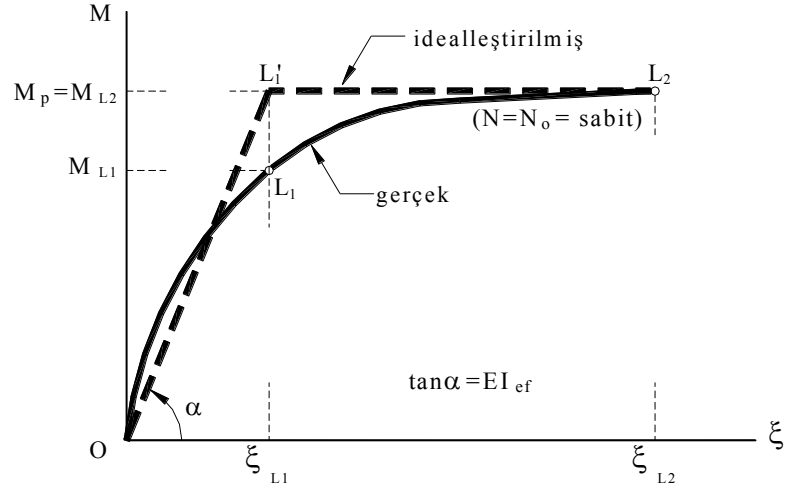
Betonarme kesitlerde eğilme momenti – eğrilik bağntısının idealleştirilmesi için önerilen iki model aşağıda açıklanmıştır, [7],[8].

Şekil 3.16 da gösterilen birinci tür idealleştirmede, $M - \chi$ bağntısının O- L_1 - L_2 noktalarını birleştiren iki doğru parçasından oluştuğu varsayımı yapılmaktadır. Doğrusal olmayan şekildeğişirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı göz önüne alındığı hesap yöntemlerinde genellikle bu idealleştirmeden yararlanılmaktadır.

İkinci tür idealleştirmede, O başlangıç noktası ile, koordinatları χ_{L1} , M_{L2} olan L_1 noktasını ve L_2 noktasını birleştiren iki doğru parçası yaklaşık $M - \chi$ bağntısını oluşturmaktadır, Şekil 3.17. Bu idealleştirme, doğrusal olmayan şekildeğişirmelerin plastik kesit (plastik mafsal) adı verilen belirli noktalarda toplandığı varsayımına dayanan hesap yöntemlerinde esas alınmaktadır.



Şekil 3.16 Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı (Tip:1)



Şekil 3.17 Betonarme Kesitlerde İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı (Tip:2)

Bu çalışmada, Şekil 3.16 da verilen idealleştirilmiş $M - \chi$ diyagramı esas alınmaktadır. Buna göre, idealleştirilmiş $M - \chi$ bağıntısının

$$\begin{aligned}
 O - L_1 : 0 \leq \chi \leq \chi_{L1} \quad & \text{için} \quad M = EI \cdot \chi \\
 L_1 - L_2 : \chi_{L1} \leq \chi \leq \chi_{L2} \quad & \text{için} \quad M = nEI \cdot \chi
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

şeklinde tanımlanan iki doğru parçasından oluştuğu varsayılmaktadır. Burada M_p , kesitin $N = N_o$ eksenel kuvveti altındaki eğilme momenti taşıma gücünü, χ_{L1} ve χ_{L2} ise sırasıyla kesitte plastik şekildeğiştirmelerin başladığı duruma ve kesitin kırılmasına karşı gelen eğrilikleri göstermektedir.

Betonarme kesitin başlangıç eğilme rijitliği olarak tanımlanan EI büyüklüğü

- enkesit geometrisine,
- eksenel kuvvetin değerine,
- enkesitteki donatı yerleşim düzenine,
- geometrisi ve donatı yerleşim düzeni bakımından simetrik olmayan kesitlerde eğilme momentinin yönüne bağlı olarak değişmektedir.

Bu çalışmada, Şekil 3.16 üzerinde gösterilen idealleştirme uyarınca, iki doğrulu bünye bağıntısının eğilme rijitlikleri

$$EI = \frac{M_{L1}}{\chi_{L1}} \quad (3.13)$$

$$nEI = \frac{M_{L2} - M_{L1}}{\chi_{L2} - \chi_{L1}} \quad (3.14)$$

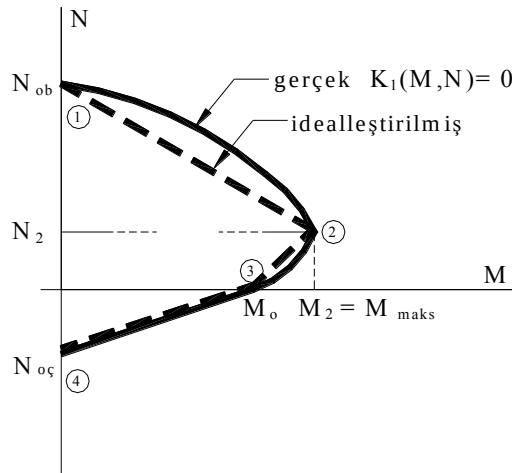
şeklinde belirlenmektedir. Görüldüğü gibi (3.13) ve (3.14) bağıntıları ile hesaplanan eğilme rijitlikleri, brüt beton kesitin eğilme rijitliğinden farklıdır ve yeterli bir yaklaşımla, betonarme kesitin gerçek davranışını temsil etmektedir.

(3.12) ifadesi ile tanımlanan idealleştirilmiş eğilme momenti – eğrilik ($M - \chi$) bağıntısının O-L₁ bölümünde şekildeğiştirmeler doğrusal – elastiktir. Buna karşılık, iç kuvvet durumunun L₁-L₂ doğru parçası üzerinde bulunduğu kesitlerde doğrusal olmayan şekildeğiştirmeler meydana gelir. Sınırlı düzeyde süneklik gösteren betonarme yapı elemanlarına uygulanabilen bu idealleştirmeye göre doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı varsayılmaktadır.

b) Karşılıklı Etki Diyagramı (akma eğrisi)

Eğilme momenti ve normal kuvvet etkisindeki bir betonarme kesitte, kesitin taşıma gücünü ifade eden karşılıklı etki diyagramının nasıl idealleştirilebileceği Şekil 3.18 üzerinde açıklanmıştır.

Buna göre, pozitif eğilme momenti bölgesindeki idealleştirilmiş akma eğrisinin (1), (2), (3) ve (4) noktalarını birleştiren üç doğru parçasından meydana geldiği varsayılmaktadır.



Şekil 3.18 Betonarme Kesitlerde Karşılıklı Etki Diyagramının İdealleştirilmesi

Simetrik donatılı simetrik kesitlerde, gerçek ve idealleştirilmiş akma eğrileri N eksenine göre simetriktir.

Gerçek ve idealleştirilmiş akma eğrileri karşılaştırıldığında, önerilen idealleştirmenin güvenli yönde olduğu, diğer bir deyişle gerçek akma koşulu için bir alt sınır oluşturduğu görülmektedir.

3.3 Malzeme Bakımından Doğrusal Olmayan Sistemlerin Hesap Yöntemleri

Malzeme bakımından doğrusal olmayan sistemlerin hesap yöntemleri, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olduğunun göz önüne alınması veya belirli kesitlerde toplandığı varsayımının yapılması halleri olmak üzere iki başlık altında incelenebilir.

3.3.1 Doğrusal Olmayan Şekildeğiştirmelerin Sistem Üzerinde Yayılı Olması Durumu

Bu yöntemlerde, doğrusal olmayan (elastik ötesi) şekildeğiştirmelerin sistemin üzerinde yayılı olduğu göz önünde tutulur. Yapı sistemleri için yapılan bu varsayım, genel olarak, doğrusal olmayan bünye denklemlerinin yapı elemanının tüm uzunluğu boyunca geçerli olduğu anlamına gelir. Bu nedenle, ardışık yaklaşım yöntemleri veya yük artımı yöntemlerinden biri kullanılarak sistemin hesaplanması gerekebilir. Bu çalışmada, malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan ve doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde yayılı olduğu göz önünde tutulan yapı sistemlerinde, bu iki etkiyi de hesaba katan bir yaklaşım önerilmektedir.

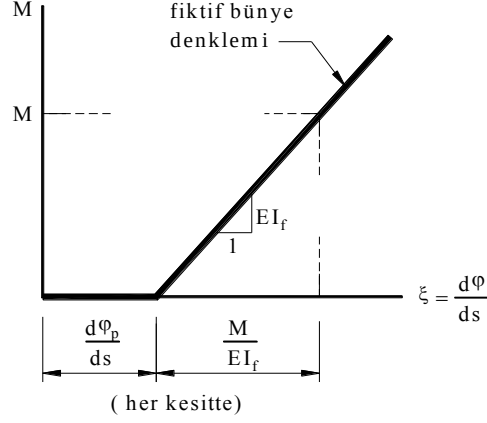
3.3.1.1 Ardışık Yaklaşım Yöntemleri

Malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabında, özellikle bilinmeyen sayısının fazla olması halinde, bir ardışık yaklaşım yönteminin uygulanmasına gerek olmaktadır. Çünkü bu tür sistemlerde, lineer olmayan denklem takımının kurulması ve çözülmesi genellikle uzun hesapları gerektirmektedir. Ardışık yaklaşım yöntemleri, ardışık yaklaşımın bir önceki adımında elde edilen şekildeğiştirme durumu ve normal kuvvet yayılımı için bünye bağıntılarının ve denge denklemlerinin lineerleştirilmesi esasına dayanmaktadır.

Bünye bağıntılarının lineerleştirilmesi için aşağıda açıklanacak olan lineerleştirme tekniklerinden biri uygulanabilmektedir.

3.3.1.2 Lineerleştirme teknikleri

Fiktif bünve denklemi: Lineer olmayan bünve bağıntılarının lineerleştirilmesi için, Şekil 3.19 da tanımlanan fiktif bünve denkleminde yararlanılabilir.

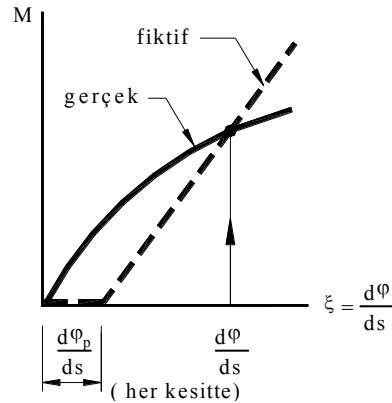


Şekil 3.19 Fiktif Bünve Denklemi

Fiktif bünve denkleminde, kesitte eğilme şekildeğişimleri

$$\chi = \frac{d\phi}{ds} = \frac{M}{EI_f} + \frac{d\phi_p}{ds} \quad (3.22)$$

şeklinde lineer ve lineer olmayan iki parçadan oluşacak şekilde idealleştirilebilmektedir. Bundan yararlanarak, sistemin her kesiti için, ardışık yaklaşımın bir önceki adımında bulunan şekildeğişirme durumuna karşı gelen nokta civarında gerçek bünve denkleminde yakın olan bir fiktif bünve denklemi seçilerek hesap yapılabilir, Şekil 3.20.



Şekil 3.20 Fiktif Bünve Denkleminin Seçilmesi

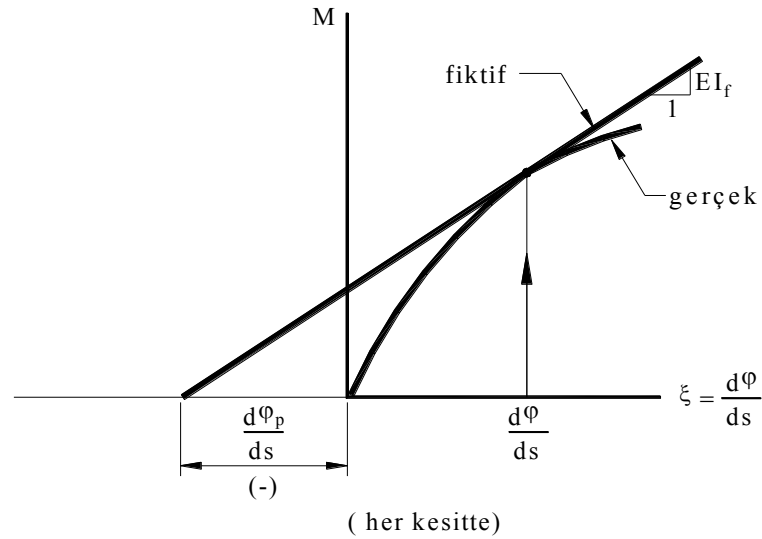
Fiktif bünye denklemleri dört farklı şekilde seçilebilir, bunlar:

- 1) başlangıç teğeti tekniği
- 2) başlangıç kirişi tekniği
- 3) teğet tekniği
- 4) kiriş tekniğidir

Bu yöntemlerden teğet tekniği üzerinde durulacaktır.

Teğet tekniği:

Teğet tekniğinde, fiktif bünye denklemi gerçek bünye denkleminin teğeti olarak seçilir, Şekil 3.21. Ardışık yaklaşımın her adımında denklem takımının katsayılar matrisinin ve sabitlerinin hesaplanması gerekir. Buna karşılık yakınsaklık hızı çok yüksektir.

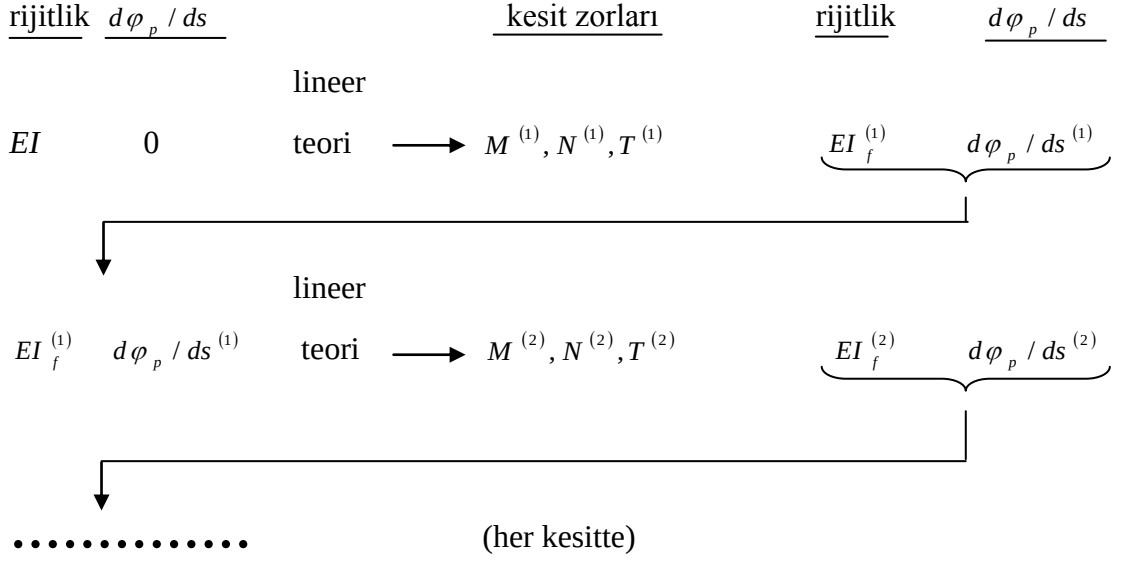


Şekil 3.21 Teğet Tekniği

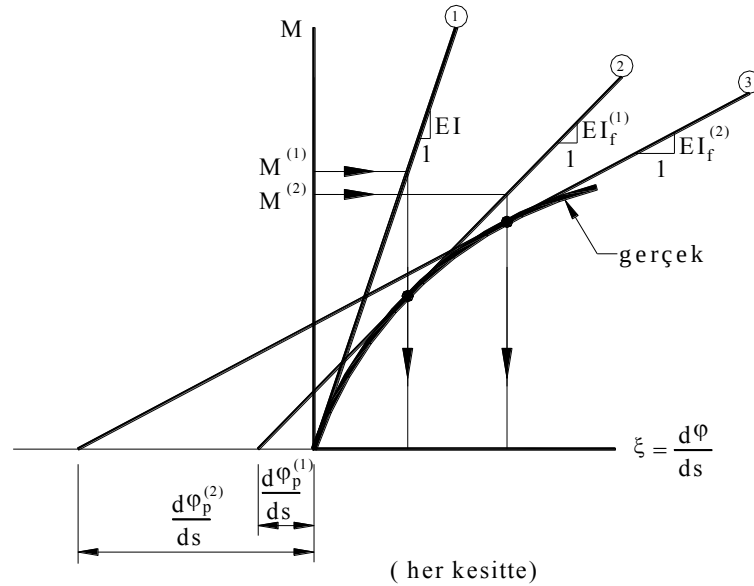
3.3.1.3 Hesapta İzlenen Yol

Malzeme bakımından doğrusal olmayan ve doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı yapı sistemlerinin hesabı için bir ardışık yaklaşım yöntemi uygulanabilir. Bunun için, ardışık yaklaşımın her adımında sistem doğrusal teoriye göre hesaplanır. Ancak her adımda, bir önceki adımda elde edilen şekildeğiştirme durumu dolaylarında bünye bağıntıları lineerleştirilir.

Bunun için, lineerleştirme tekniklerinden biri ile bir sonraki adıma ait EI_f rijitlikleri ile $d\varphi_p / ds$ lineer olmayan şekildeğiştirmeleri her kesitte ayrı ayrı hesaplanır. Örneğin teğet tekniğinin uygulanması halinde (Şekil 3.22), hesapta izlenen yol aşağıda şematik olarak gösterilmiştir.



Ardışık iki adımda bulunan sonuçlar birbirine yeter derecede yakın olunca hesaba son verilir.



Şekil 3.22 Teğet Tekniğinin Uygulanması

Betonarme sistemlerin yukarıda esasları verilen ardışık yaklaşım yöntemi ile ve teğet tekniği kullanılarak yerdeğiştirme yöntemleri ile hesabı, gerekli hazırlık bilgilerinin oluşturulması halinde, pratik bakımdan uygun olmaktadır. Tez çalışması kapsamı içinde gerçekleştirilen ve ikinci mertebe etkilerini de içeren, bu doğrultudaki bir çalışmanın esasları ve ayrıntıları Bölüm 5 te açıklanacaktır.

3.3.2 Doğrusal Olmayan Şekildeğiştirmelerin Belirli Kesitlerde Toplandığının Varsayılması Durumu

Malzeme bakımından doğrusal olmayan sünek yapı sistemlerinde, elastik ötesi şekildeğiştirmelerin plastik mafsalsal (plastik kesit) adı verilen belirli kesitlerde toplandığı varsayılır. Böylece, doğrusal olmayan bünye denklemlerinin tüm sistem için kullanılması zorunluluğu ortadan kaldırılmış ve çözümün elde edilmesi daha pratik ve hızlı bir biçimde sağlanmış olur.

3.3.2.1 Plastik Mafsalsal Hipotezi

Yeterli düzeyde sünek davranış gösteren çelik veya betonarme sistemlerde , plastik mafsalsal varsayımı yapılarak sistem hesapları önemli ölçüde kısaltılabilir. Toplam şekildeğiştirmelerin doğrusal şekildeğiştirmelere oranı olarak bilinen süneklik oranının büyük olduğu ve elastik ötesi şekildeğiştirmelerin küçük bir bölgeye yayıldığı sistemlerde, doğrusal olmayan eğilme şekildeğiştirmelerinin plastik mafsalsal adı verilen kesitlerde toplandığı, bunun dışında kalan bölgelerin ise doğrusal-elastik davrandığı kabul edilebilir. Bu varsayıma, *Plastik Mafsalsal Varsayımı* adı verilir.

3.3.2.2 Yük Artımı Yöntemi

Plastik mafsalsal hipotezinin geçerli olduğu bir yapı sisteminin artan dış yükler altındaki davranışı aşağıda açıklanmıştır.

Artan yükler altında, her plastik mafsalsalın oluşumundan sonra, o noktaya bir adi mafsalsal koymak ve M_p plastik momentini dış yük olarak etkitmek suretiyle elde edilen sistem lineer – elastik teoriye göre hesaplanır. Sistemin lineer – elastik teoriye göre hesabı için Kuvvet veya Yerdeğiştirme yöntemlerinden her hangi biri uygulanabilir.

Belirli sayıda plastik mafsalsalın oluşumundan sonra, sistem kısmen veya tamamen mekanizma durumuna ulaşır; yani stabilitesini yitirerek yük taşıyamaz hale

gelir. Bu duruma karşı gelen P_L yük parametresi *limit yük (birinci mertebe limit yük)* olarak tanımlanır. Bu tanıma göre, limit yük sistemin tümünü veya bir bölümünü mekanizma durumuna getiren yüküdür, [2],[3].

İkinci mertebe etkilerinin göz önüne alınması halinde, bu etki nedeniyle ardışık iki plastik mafsallın oluşumu arasında sistemin davranışı lineer değildir. Bu durumda, her plastik mafsallın meydana geldiği yük parametresinin bulunması için araştırma yapılması gerekebilir.

Sistemde belirli sayıda plastik mafsall meydana geldikten sonra, bu plastik mafsalların oluşumu ile rijitliği azalan sistemin burkulma yükü dış yük parametresinin altına düşer, diğer bir deyişle, $P-\delta$ diyagramında artan yerdeğiştirmelere azalan yük parametresi karşı gelir. Sistemin stabilite yetersizliği nedeniyle taşıma gücünü yitirdiği bu durum burkulma, burkulmaya neden olan P_{L2} yük parametresi ise *ikinci mertebe limit yük* olarak tanımlanır, [12].

3.3.2.3 Limit Yükün Doğrudan Doğruya Hesabı

Büyük yerdeğiştirmelere ve plastik şekildeğiştirmelere izin verilen süneklik düzeyi yüksek sistemler (örneğin yumuşak çelikten yapılan sistemler ile beton basınç bölgesi derinliğinin enkesit yüksekliğine oranı $a/d \leq 0.25$ koşulunu sağlayan betonarme sistemler), kendilerine etkiyen dış yükleri limit yüke kadar göçmeden taşıyabilirler; yani bu sistemlerde $P_G = P_L$ olur. Bu nedenle, söz konusu sistemler doğrudan doğruya limit yüke göre boyutlandırılabilirler.

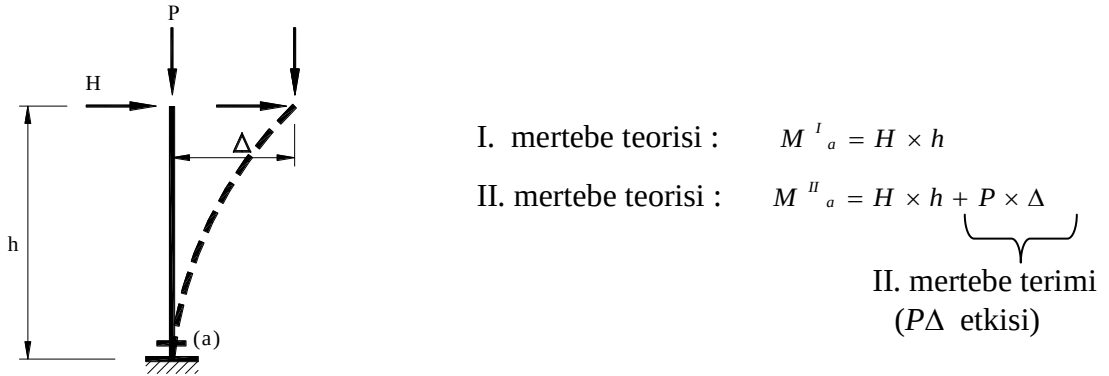
Limit yükün doğrudan doğruya hesabı için uygulanmakta olan yöntemlerin başlıcaları, plastik teoreminin alt sınır teoremine dayanan statik yöntem ve üst sınır teoreminin uygulandığı sinematik yöntemdir, [2].

4. GEOMETRİ DEĞİŞİMLERİ BAKIMINDAN DOĞRUSAL OLMAYAN SİSTEMLER

Bu bölümde, geometri değişimleri bakımından lineer olmayan teorisin (ikinci mertebe teorisi) esasları açıklanacak ve ikinci mertebe teorisine göre sistem hesabını öngören iki temel yöntem verilecektir. Bu yöntemlerden *Ardışık Yaklaşım Yöntemi* kısaca özetlenecek ve bu çalışmada esas alınan *Açı (Yerdeğiştirme) Yöntemi* ayrıntılı olarak incelenecektir.

4.1 Tanımlar ve Esaslar

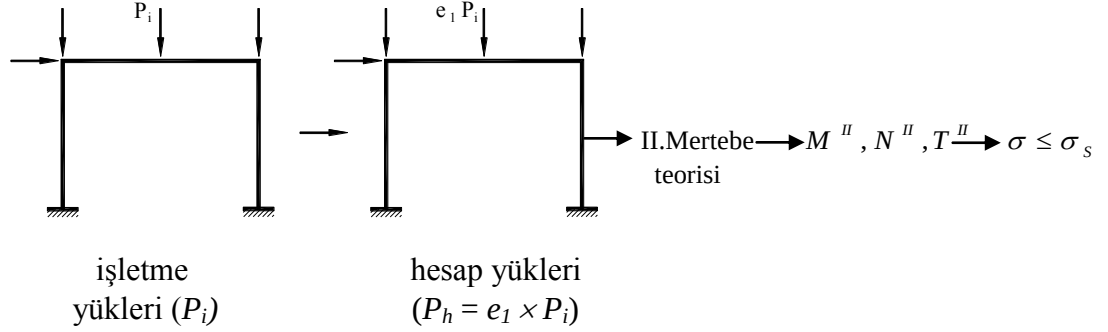
Yerdeğiştirmelerin yeter derecede küçük olmadığı yapı sistemlerinde denge denklemlerinin şekildeğiştirmiş eksen üzerinde yazılması gerekmektedir. Geometri değişimlerinin (yerdeğiştirmelerin) denge denklemlerine etkisinin göz önüne alındığı bu teoriye *ikinci mertebe teorisi* denir, Şekil 4.1.



Şekil 4.1 Birinci ve İkinci Mertebe Teorilerinin Karşılaştırılması

İkinci mertebe teorisinde yerdeğiştirmelerin geometrik süreklilik denklemlerine etkisi terk edilmektedir. Bu etkinin de göz önüne alındığı teoriye *sonlu deplasman teorisi* adı verilir. İnşaat mühendisliği kapsamındaki yapı sistemlerinde yerdeğiştirmelerin belirli sınır değerleri aşmasına izin verilmediğinden, yerdeğiştirmelerin geometrik süreklilik denklemlerine etkisi çok kere terk edilebilecek düzeyde kalmaktadır.

İkinci mertebe teorisi doğrusal olmadığından *superpozisyon prensibi* geçerli değildir. Bu nedenle, güvenlik gerilmeleri esasına göre hesap yapılamaz. Bunun yerine, işletme (servis) yüklerinin belirli bir güvenlik katsayısı ile çarpımından oluşan hesap yükleri (tasarım yükleri) altında, sistem ikinci mertebe teorisine göre hesaplanarak kesit zorları bulunur. Bu kesit zorlarından oluşan gerilmeler malzemenin sınır gerilmelerini aşmayacak şekilde, sistem boyutlandırılır, Şekil 4.2.



Şekil 4.2 İkinci Mertebe Teorisine Göre Boyutlandırma

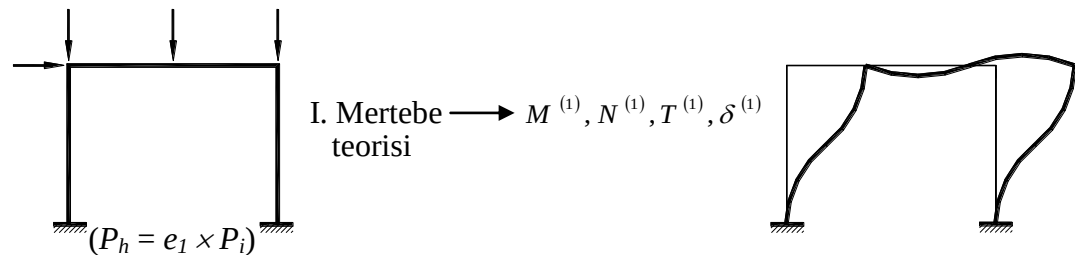
4.2 Ardışık Yaklaşım Yöntemi

4.2.1 İkinci Mertebe Teorisine Göre Hesap

Ardışık yaklaşım yönteminin en belirgin özelliği, sistem özelliklerinden bağımsız olarak her türlü yapı sistemine uygulanabilmesidir,[8]. Bu yöntemin uygulanmasında Kuvvet veya Yerdeğiştirme (Deplasman) yöntemlerinden herhangi biri kullanılabilir.

Dış yükler etkisindeki bir yapı sisteminin şekildeğiştirilmiş eksenı bilirse denge denklemleri bu eksen üzerinde yazılarak ikinci mertebe teorisine göre hesap yapılabilir. Ancak çözüme bağlı olan şekildeğiştirilmiş eksen başlangıçta bilinmediğinden bir ardışık yaklaşım yolunun uygulanması gerekmektedir.

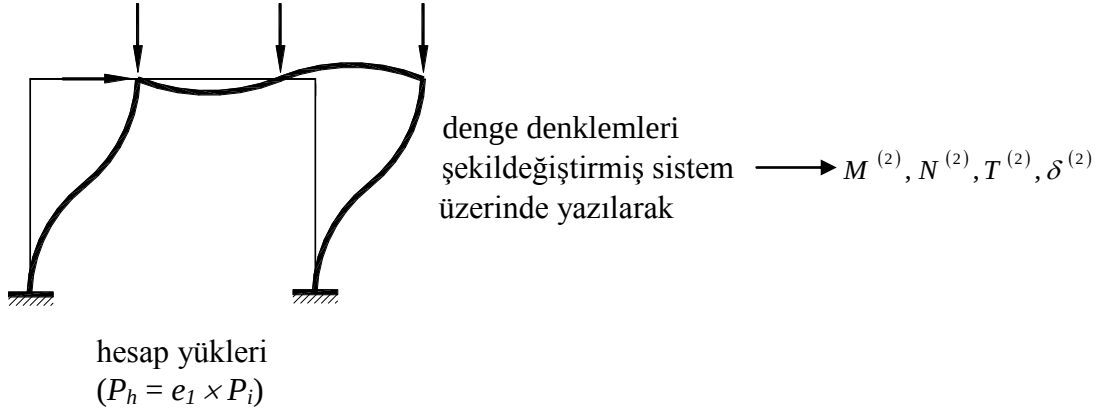
Ardışık yaklaşımın birinci adımında sistem birinci mertebe teorisine göre hesaplanarak $M^{(1)}$, $N^{(1)}$, $T^{(1)}$ kesit zorları ve $\delta^{(1)}$ yerdeğiştirmeleri bulunur, Şekil 4.3.



Şekil 4.3 Ardışık Yaklaşım Yönteminin Birinci Adımı

İkinci adımda şekildeğiştirmiş eksen sistem eksenini olarak alınır. Denge denklemleri bu eksen üzerinde yazılarak sistem yeniden hesaplanır ve bu adıma ait $M^{(2)}$, $N^{(2)}$, $T^{(2)}$, $\delta^{(2)}$ büyüklükleri bulunur, Şekil 4.4.

Örneğin Kuvvet yönteminden yararlanarak hesap yapılması halinde, dış yüklerden ve birim yüklemelemelerden oluşan dış yük ve birim yükleme diyagramları çizilirken eksen eğrisi olarak şekildeğiştirmiş eksen esas alınır.



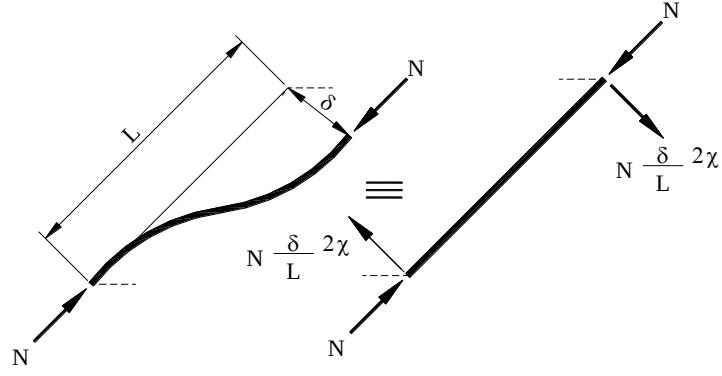
Şekil 4.4 Ardışık Yaklaşım Yönteminin İkinci Adımı

İstenirse, denge denklemlerini şekildeğiştirmiş sistem üzerinde yazmak yerine, yüksüz eksen (şekildeğiştirmemiş eksen) esas alınır. Buna karşılık her adımda dış yüklerle beraber

$$N \frac{\delta}{L} 2\chi \quad (4.1)$$

fiktif kuvvetleri de hesaba katılır, Şekil 4.5. Buradaki 2χ katsayısı, eksen eğrisinin doğrusal olmamasından doğan ek fiktif kuvvetlerinin katsısını ifade etmektedir. Bu katsayı genellikle $1.00 \leq 2\chi \leq 1.20$ arasındadır. Göz önüne alınan eleman boylarının yeter derecede küçük olması halinde $2\chi \cong 1.00$ olarak alınabilir.

Her adımda, bir önceki adım sonunda bulunan şekildeğiştirmiş eksenini sistem eksenini olarak almak ve denge denklemlerini bu eksen üzerinde yazmak suretiyle hesaba devam edilir. Herhangi bir adımda esas alınan eksen eğrisi ile hesap sonucunda bulunan şekildeğiştirmiş eksen birbirine yeter derecede yakın olunca ardışık yaklaşıma son verilir.



Şekil 4.5 Fiktif Yükler

Ardışık yaklaşımın belirli bir sonuca yakınsamaması, yani ıraksak olması halinde sistemin bu yükleri taşıyamadığı, diğer bir deyişle, burkulduğu anlaşılır. Yükler belirli bir sınır değerinin altında ise ardışık yaklaşım yakınsaktır. Ancak yükler arttıkça ardışık yaklaşımın yakınsaklık hızı azalır.

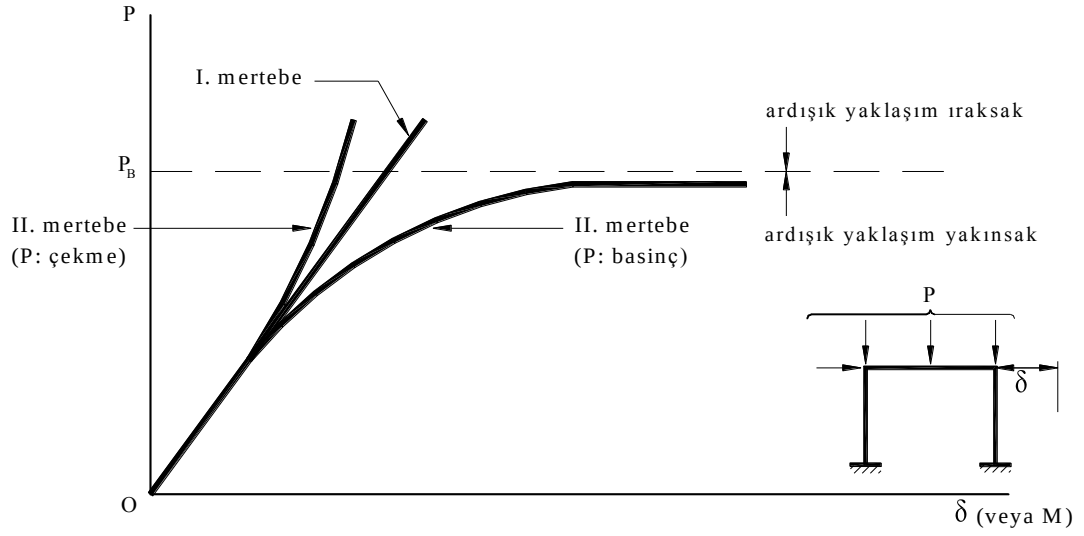
4.2.2 Burkulma Yükünün Bulunması

Sisteme etkiyen dış yükler, aralarındaki oran sabit kalacak şekilde artırılarak her yük parametresi için ikinci mertebe teorisine göre hesap yapılır ve P yük parametresi ile δ yerdeğiştirmesi (veya P yük parametresi ile kritik bir kesitteki M eğilme momenti) arasındaki bağıntı çizilirse, yüklerin bir P_B sınır değerinden daha büyük olmadığı görülür, Şekil 4.6. Sınırlama genellikle yatay bir asimptot ile olur. Dayanım ile ilişkisi bulunmayan ve stabilite yetersizliği nedeniyle sistemin göçmesine neden olan bu yüke *burkulma yükü* denir. Burkulma yükü altında sistemin yerdeğiştirmeleri ve kesit zorları sonsuza gitmektedir.

Uygulamada, işletme yüklerinin burkulma yükünden bir e_2 güvenlik katsayısı kadar uzakta olması istenir.

$$P_i \leq \frac{P_B}{e_2} \quad (e_2 : \text{burkulma güvenlik katsayısı}) \quad (4.2)$$

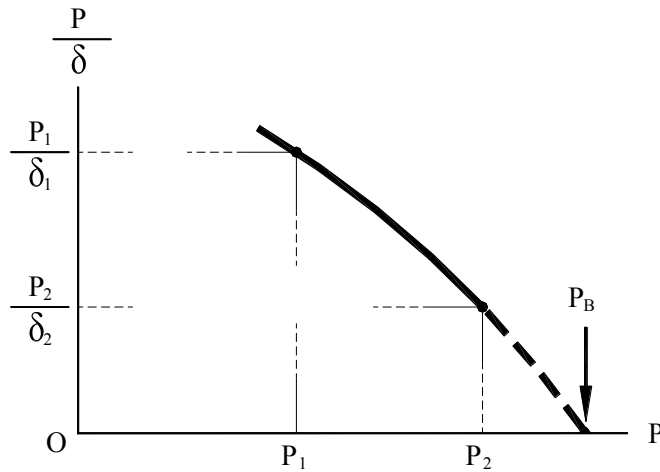
Bu bağıntıdaki burkulma güvenlik katsayısı için pratikte genellikle $e_2 = 2.50$ değeri kullanılmaktadır.



Şekil 4.6 İkinci Mertebe Teorisi ve Burkulma Yüğü

Burkulma yükünün bulunması için, sistem artan yükler altında ikinci mertebe teorisine göre hesaplanarak yük parametresi – yerdeğiştirme ($P - \delta$) eğrisi çizilir. Bu eğrinin yatay asimptotunun ordinatı P_B burkulma yükünü vermektedir. Asimptotun bulunması genellikle zahmetli olduğundan, uygulamada daha pratik olan şu yol uygulanır.

Yük parametresinin çeşitli değerleri için hesap yapılarak P ile P/δ arasındaki bağıntı çizilir, Şekil 4.7. Yük parametresinin P_B burkulma yüküne eşit olması halinde $P/\delta = 0$ olacağından, $P - P/\delta$ diyagramının P eksenini kestiği noktanın apsisi ekstrapolasyon ile bulunarak burkulma yükü hesaplanır.



Şekil 4.7 Burkulma Yükünün Bulunması

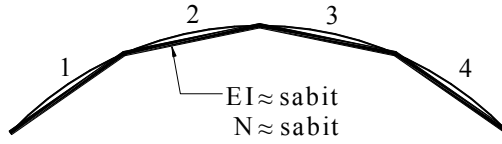
4.3 Açı (Yerdeğiştirme) Yöntemi İle İkinci Mertebe Teorisine Göre Hesap

4.3.1 Varsayımlar

Bu bölümde, düzlem yapı sistemlerinin geleneksel Açı (Yerdeğiştirme) yöntemi ile ikinci mertebe teorisine göre hesabı incelenecektir,[13]. Yöntemin geliştirilmesinde ve uygulanmasında şu temel varsayımlar yapılmaktadır.

- i) Çubuklar doğru eksenlidir.
- ii) Çubuk enkesiti çubuk boyunca sabittir.
- iii) Normal kuvvet çubuk boyunca sabittir.

Bu koşulların sağlanmadığı hallerde, çubuklar doğru eksenli, sabit enkesitli ve normal kuvveti sabit varsayılabilen küçük parçalara bölünerek idealleştirilirler, Şekil 4.8.



Şekil 4.8 Çubukların İdealleştirilmesi

4.3.2 Yardımcı Bilgiler

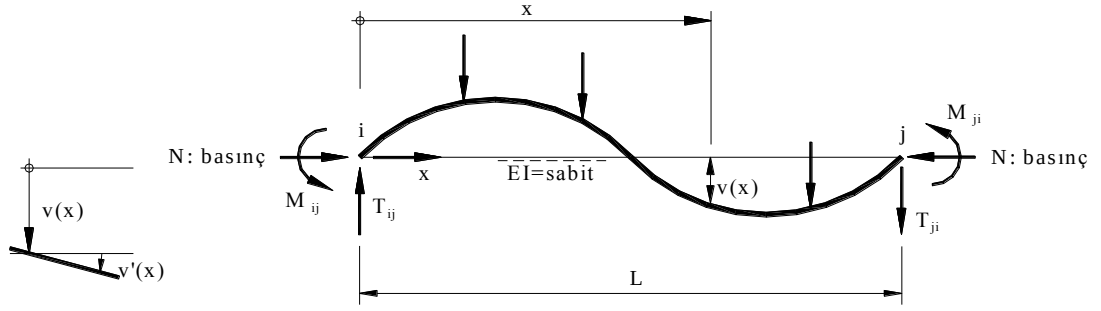
4.3.2.1 Çubuk Diferansiyel Denklemi

Dış yükler, uç kuvvetleri ve sabit eksenel basınç kuvveti etkisindeki bir doğru eksenli prizmatik (sabit eksenli) çubuğun ikinci mertebe teorisine ait diferansiyel denklemi elde edilecektir.

İkinci mertebe teorisinde, şekildeğiştirmiş eksen üzerinde yazılan denge denklemi

$$M(x) = M^1(x) + N.v(x) \quad (4.3)$$

şeklindedir.



Şekil 4.9 Çubuk Diferansiyel Denkleminin Elde Edilmesi

Bu denklemdeki $M^1(x)$ birinci mertebe eğilme momenti, çubuk uç kuvvetlerine ve çubuk üzerindeki yüklere bağlı olarak, $M_o(x)$ çubuk üzerindeki yüklerden oluşan basit kiriş eğilme momentini göstermek üzere,

$$M^1(x) = -M_{ij} + \frac{M_{ij} + M_{ji}}{L}x + M_o(x) \quad (4.4)$$

şeklinde yazılabilir. Elastik çubuğa ait

$$\frac{d^2 v(x)}{dx^2} = -\frac{M(x)}{EI} \quad (4.5)$$

şekildeğiştirme denkleminde $M(x)$ eğilme momentinin (4.3) denklemindeki ifadesi yerine konursa

$$\frac{d^2 v(x)}{dx^2} + \alpha^2 v(x) + \frac{M^1(x)}{EI} = 0 \quad (4.6)$$

$$\left(\alpha^2 = \frac{N}{EI} \right) : sabit \quad (4.7)$$

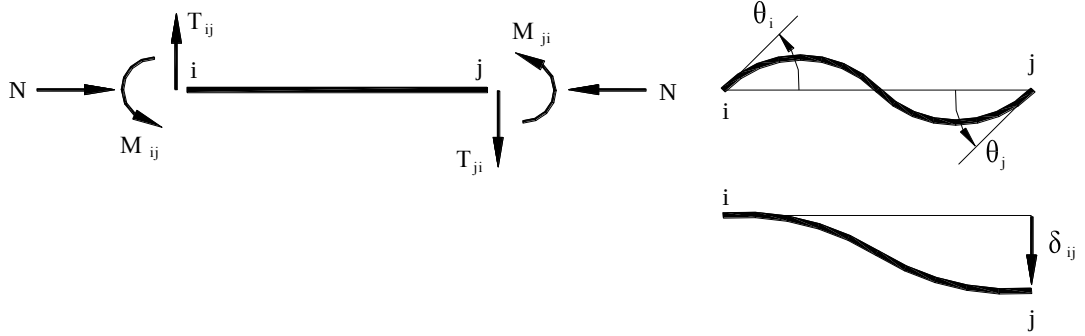
çubuk diferansiyel denklemi elde edilir. İkinci mertebeden sabit katsayılı olan bu diferansiyel denklemin genel çözümü, $F(x)$ özel çözümü göstermek üzere,

$$v(x) = A \sin(\alpha x) + B \cos(\alpha x) + F(x) \quad (4.8)$$

şeklindedir.

4.3.2.2 Çubuk Uç Kuvvetleri ve Uç Yerdeğiştirmeleri

İkinci mertebe teorisine göre hesapta, doğru eksenli çubukların uç kuvvetlerinin ve uç yerdeğiştirmelerin tanımı birinci mertebe teorisindeki tanımlarla aynıdır, Şekil 4.10.

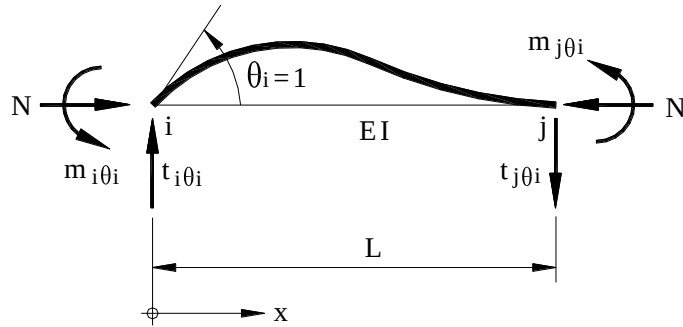


Şekil 4.10 Çubuk Uç Kuvvetleri ve Uç Yerdeğiştirmeleri

4.3.2.3 Birim Yerdeğiştirme (Birim Deplasman) Sabitleri

Birim yerdeğiştirme sabitleri, uç yerdeğiştirmelerinin birim değerlerinden oluşan uç kuvvetleri olarak tanımlanmaktadır. Doğru eksenli düzlem çubuklarda, ikinci mertebe teorisine ait birim yerdeğiştirme sabitlerini belirlemek için üç farklı yerdeğiştirme durumu göz önüne alınır.

(A) Durumu : $\theta_i=1, \theta_j=0, \delta_{ij}=0$, dış yükler=0, Şekil 4.11.



Şekil 4.11 (A) Durumu

Bu duruma ait sınır koşulları :

$$x=0 \quad \text{için} \quad v(0) = 0 \quad \frac{dv}{dx}(0) = -1$$

$$x=L \quad \text{için} \quad v(L) = 0 \quad \frac{dv}{dx}(L) = 0$$

Sınır koşulları yardımıyla, diferansiyel denklemin çözümüne ait A ve B katsayıları ile $m_{i\theta i} = M_{ij}$, $m_{j\theta i} = M_{ji}$ birim deplasman sabitleri hesaplanır.

$$m_{i\theta i} = \left[\frac{EI}{L} \right] \left[\frac{\alpha L \sin(\alpha L) - (\alpha L)^2 \cos(\alpha L)}{[2(1 - \cos(\alpha L)) - \alpha L \sin(\alpha L)]} \right] \quad (4.9)$$

$$\alpha L = L \sqrt{\frac{N}{EI}} \quad (N: \text{basınç}) \quad (4.10)$$

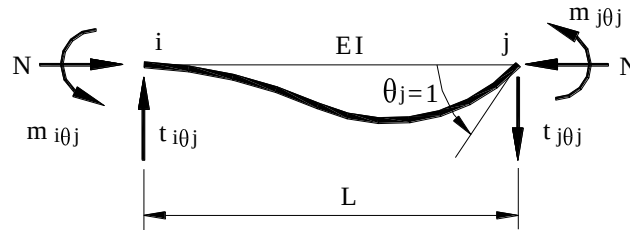
$$m_{j\theta i} = \left[\frac{EI}{L} \right] \left[\frac{(\alpha L)^2 - \alpha L \sin(\alpha L)}{[2(1 - \cos(\alpha L)) - \alpha L \sin(\alpha L)]} \right] \quad (4.11)$$

Çubuğun denge denklemlerinden

$$t_{i\theta i} = t_{j\theta i} = \frac{m_{i\theta i} + m_{j\theta i}}{L} \quad (4.12)$$

bulunur.

(B) Durumu : $\theta_i=0$, $\theta_j=1$, $\delta_{ij}=0$, dış yükler=0, Şekil 4.12.



Şekil 4.12 (B) Durumu

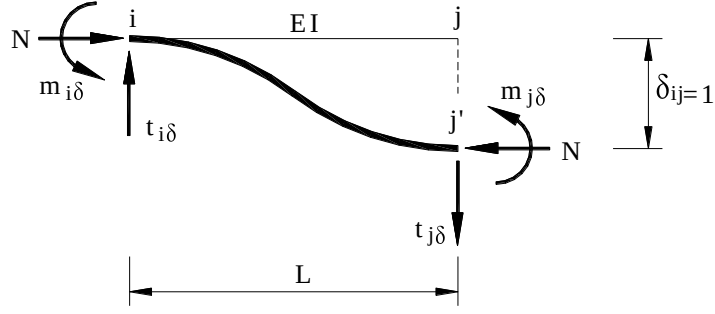
Betti karşılıklı teoreminden : $m_{i\theta j} = m_{j\theta i}$ (A ve B durumları arasında)

simetri özelliğinden : $m_{j\theta j} = m_{i\theta i}$

çubuğun denge denklemlerinden : $t_{i\theta j} = t_{j\theta j} = \frac{m_{i\theta j} + m_{j\theta j}}{L}$

ifadeleri elde edilir.

(C) Durumu : $\theta_i=0$, $\theta_j=0$, $\delta_{ij}=1$, dış yükler=0, Şekil 4.13.



Şekil 4.13 (C) Durumu

Betti karşılıklı teoreminden : $m_{i\delta} = t_{j\theta i}$ (A ve C durumları arasında)

simetri özelliğinden : $m_{j\delta} = t_{j\theta j}$ (B ve C durumları arasında)

simetri özelliğinden : $m_{i\delta} = m_{j\delta}$

$$\text{çubuğun denge denklemlerinden} : t_{i\delta} = t_{j\delta} = \frac{m_{i\delta} + m_{j\delta}}{L} - \frac{N}{L} \quad (4.13)$$

ifadeleri elde edilir.

4.3.2.4 Yükleme Sabitleri

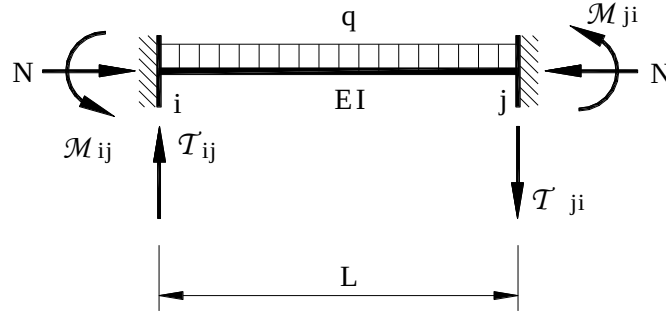
Yükleme sabitleri, uç yerdeğiştirmeleri sıfır iken, yalnız dış yüklerden oluşan uç kuvvetleri olarak tanımlanmaktadır.

Uygulamada genellikle karşılaşılan düzgün yayılı yükten oluşan yükleme sabitleri, (4.6) diferansiyel denkleminin çözümünden

$$\mathcal{M}_{ij} = -\mathcal{M}_{ji} = \left[\frac{ql^2}{(\alpha L)^2} \frac{\tan \frac{\alpha L}{2} - \frac{\alpha L}{2}}{\tan \frac{\alpha L}{2}} \right] \quad (4.14)$$

$$\mathcal{T}_{ij} = -\mathcal{T}_{ji} = \frac{qL}{2} \quad (4.14a)$$

olarak bulunur, Şekil 4.14.



Şekil 4.14 Yükleme Sabitleri

4.3.2.5 Birim Yerdeğiştirme Sabitleri İçin Yaklaşık Formüller

Doğru eksenli prizmatik çubuklarda ikinci mertebe teorisine ait birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerini veren yukarıdaki ifadelerde, trigonometrik fonksiyonların seri açılımları yazılarak ilk iki terimi göz önüne alınır ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa, birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri için aşağıdaki basit yaklaşık formüller elde edilebilir.

a) *Birim Yerdeğiştirme Sabitleri* : $(\alpha L)^2 = \frac{NL^2}{EI}$ olmak üzere,

$$m_{i\theta i} = \frac{4EI}{L} \left[1 - \frac{(\alpha L)^2}{30} \right] = \frac{4EI}{L} - \frac{2NL}{15} \quad (4.15)$$

$$m_{i\theta j} = \frac{2EI}{L} \left[1 + \frac{(\alpha L)^2}{60} \right] = \frac{2EI}{L} + \frac{NL}{30} \quad (4.16)$$

$$m_{i\delta} = t_{i\theta i} = t_{j\theta i} = \frac{6EI}{L^2} \left[1 - \frac{(\alpha L)^2}{60} \right] = \frac{6EI}{L^2} - \frac{N}{10} \quad (4.17)$$

$$t_{i\delta} = \frac{12EI}{L^3} \left[1 - \frac{(\alpha L)^2}{10} \right] = \frac{12EI}{L^3} - \frac{6N}{5L} \quad (4.18)$$

b) *Yükleme Sabitleri*: Düzgün yayılı yük için ankastrelik momentleri

$$\mathcal{M}_{ij} = -\mathcal{M}_{ji} = \left[1 + \frac{(\alpha L)^2}{60} \right] \quad (4.19)$$

$\mathcal{T}$ ankastrelik uç kuvvetleri çubuğun denge denklemleri ile bulunabilir.

4.3.2.6 Uç Kuvvetleri İle Uç Yerdeğiştirmeleri Arasındaki Bağıntılar

Uç kuvvetleri ile uç yerdeğiştirmeleri arasındaki bağıntılar birinci merteye teorisindeki bağıntılar ile aynıdır. Birinci merteye teorisinde olduğu gibi, ikinci merteye teorisinde de doğru eksenli çubukların eksenel doğrultudaki Δ_{ij} uç yerdeğiştirmeleri terk edilmektedir.

$$M_{ij} = \mathcal{M}_{ij} + \theta_i m_{i\theta i} + \theta_j m_{i\theta j} + \delta_{ij} m_{i\delta} \quad (4.20)$$

$$M_{ji} = \mathcal{M}_{ji} + \theta_i m_{j\theta i} + \theta_j m_{j\theta j} + \delta_{ij} m_{j\delta} \quad (4.20a)$$

$$T_{ij} = \mathcal{T}_{ij} + \theta_i t_{i\theta i} + \theta_j t_{i\theta j} + \delta_{ij} t_{i\delta} \quad (4.20b)$$

$$T_{ji} = \mathcal{T}_{ji} + \theta_i t_{j\theta i} + \theta_j t_{j\theta j} + \delta_{ij} t_{j\delta} \quad (4.20c)$$

Bu bağıntılardaki birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri, çubukların αL parametrelerine bağılı olarak hesaplanırlar.

4.3.3 İkinci Merteye Teorisine Göre Hesap

Açı Yöntemi ile ikinci merteye teorisine göre hesap birinci merteye teorisine göre hesabın aynıdır. Ancak bu hesapta, birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerinin çubuklardaki normal kuvvetlere bağılı olan değerleri göz önünde tutulur. Görüldüğü gibi, bu yöntem ile ikinci merteye teorisine göre hesap yapılabilmesi için çubuklardaki normal kuvvetlerin bilinmesi veya tahmin edilmesi gerekmektedir.

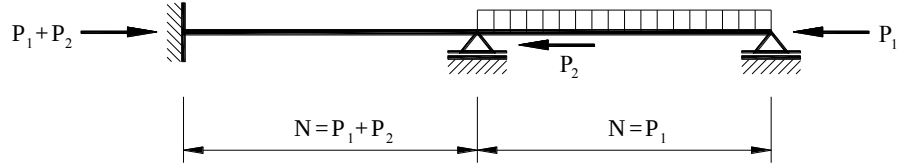
4.3.3.1 Normal Kuvvetleri Başlangıçta Bilinen Sistemler

Bazı yapı sistemlerinde, çubuklardaki normal kuvvetler hesabın başlangıcında bilinmektedir, Şekil 4.15.

Bu tür sistemlerin Açı yöntemi ile ikinci merteye teorisine göre hesabında izlenen yolun adımları aşağıda sıralanmıştır.

1. Bilinmeyenler ve denklemler belirlenir. Bilinmeyenler düğüm noktalarının θ_i dönmeleri ile sistemin δ_k bağımsız uç yerdeğiştirmeleridir. Bu bilinmeyenlerin

hesabı için kullanılan denklemler ise, düğüm noktalarının $\sum M_i = 0$ moment denge denklemleri ile bağımsız uç yerdeğiştirmeleri doğrultularındaki iz düşüm denge denklemleridir.

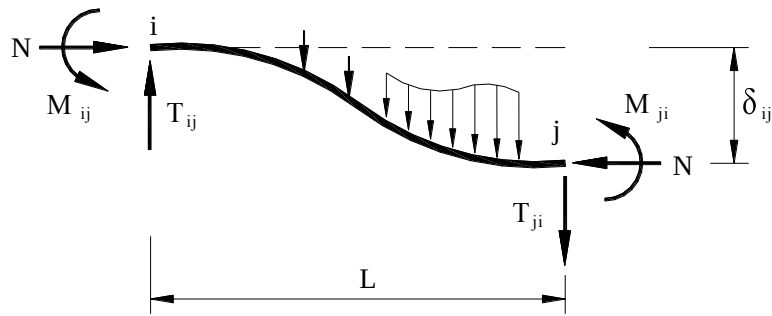


Şekil 4.15 Normal Kuvvetleri Başlangıçta Bilinen Sistemler

2. Çerçeve süreklilik denklemleri ile çubukların δ uç yerdeğiştirmeleri bağımsız uç yerdeğiştirmelerine bağılı olarak ifade edilir.
3. Denge denklemleri yazılır. Bu denklemler birinci mertbe teorisindeki denklemlerle aynıdır. Ancak bu denklemlerde ikinci mertbe teorisine ait birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri kullanılır. Denklemler çözülerek bilinmeyenler bulunur. Daha sonra diğerk uç yerdeğiştirmeleri hesaplanır.
4. Uç kuvvetleri hesaplanır.

a) uç momentleri : uç kuvvetleri ile uç deplasmanları arasındaki bağıntılar ile

b) T_{ij} , T_{ji} uç kuvvetleri : uç kuvvetleri ile uç deplasmanları arasındaki bağıntılar veya çubukların denge denklemleri ile (Şekil 4.16)



Şekil 4.16 Çubuk Denge Denklemleri

$$T_{ij} = \mathcal{T}_{oij} + \frac{M_{ij} + M_{ji}}{L} - \frac{N \delta_{ij}}{L} \quad (4.21)$$

$$T_{ji} = T_{oji} + \frac{M_{ij} + M_{ji}}{L} - \frac{N \delta_{ij}}{L} \quad (4.21a)$$

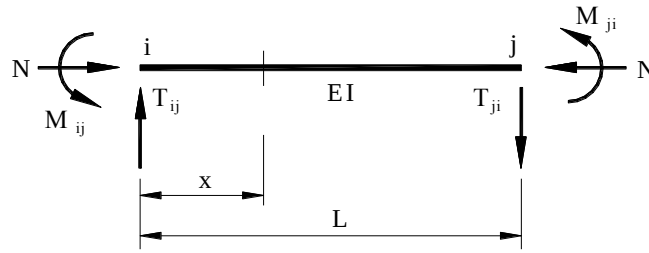
(T_{ij}, T_{ji} : basit kiriş kesme kuvvetleri)

c) normal kuvvetler : düğüm noktalarının izdüşüm denge denklemleri ile bulunur

5. Kesit zorları diyagramları çizilir. İkinci mertebe etkileri nedeniyle çubuklardaki eğilme momenti diyagramları doğrusal değildir. M diyagramının çizimi için çubuk diferansiyel denkleminde yararlanılır. Örneğin M_{ij} ve M_{ji} uç kuvvetleri etkisindeki bir çubuğun herhangi kesitindeki eğilme momenti (Şekil 4.17)

$$M(x) = \frac{M_{ji} \sin \alpha x - M_{ij} \sin (\alpha L - \alpha x)}{\sin \alpha L} \quad \alpha L = L \sqrt{\frac{N}{EI}}, \quad \alpha x = \frac{x}{L} (\alpha L) \quad (4.22)$$

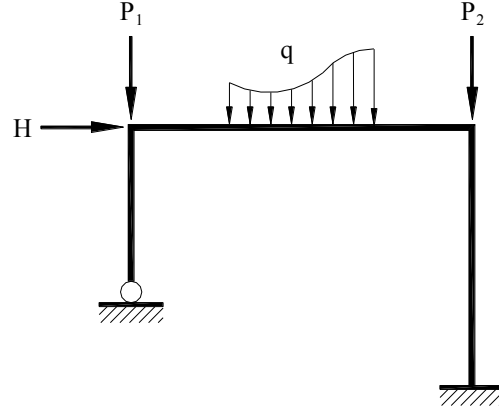
denklemini ile hesaplanır.



Şekil 4.17 Uç Kuvvetleri Etkisindeki Çubukta Eğilme Momenti

4.3.3.2 Normal Kuvvetleri Başlangıçta Belirli Olmayan Sistemler

Bu tür sistemlerde (Şekil 4.18) normal kuvvetler başlangıçta belirli olmadığından bir ardışık yaklaşım yolu uygulanır. Ardışık yaklaşımın ilk adımında sistem birinci mertebe teorisine göre hesaplanarak veya denge denklemlerinden yararlanılarak çubuklardaki normal kuvvetler tahmin edilir. Bu normal kuvvetler esas alınarak, yukarıda açıklandığı şekilde, ikinci mertebe teorisine göre hesap yapılır.



Şekil 4.18 Normal Kuvvetleri Belirli Olmayan Sistemler

Bu şekilde ardışık yaklaşıma devam edilir. Herhangi bir adım sonunda bulunan normal kuvvetler hesaba esas alınan değerlere yeter derecede yakın olunca ardışık yaklaşıma son verilir.

Pratikte çok kere hesabın birinci adımıyla yetinilebilir. Çünkü, denge denklemleri nedeniyle büyük ölçüde dış yüklere bağlı olan normal kuvvetler sistemin şekildeğiştirmesi ile az değişirler.

5 DOĞRUSAL OLMAYAN ŞEKİLDEĞİŞTİRMELERİN SÜREKLİ OLARAK YAYILDIĞI SİSTEMLERİN İKİNCİ MERTEBE TEORİSİNE GÖRE HESABI İÇİN BİR YAKLAŞIM

5.1 Giriş

Bu bölümde, iç kuvvet – şekildeğiştirme bağıntılarının iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebileceği ve doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sürekli olarak yayıldığı sistemlerin ikinci mertebe teorisine göre hesabı için geliştirilen bir yaklaşımın dayandığı esaslar ve uygulamaları açıklanacaktır.

5.2 Varsayımlar

Geliştirilen yöntemin dayandığı varsayımlar aşağıda sıralanmıştır.

1. Eğilme momenti – eğrilik bağıntısının iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebileceği varsayılmaktadır. Bilindiği gibi, Bölüm 3.3 te açıklandığı şekilde, betonarme kesitlerin eğilme momenti – eğrilik diyagramları bu varsayıma uygun olarak idealleştirilebilmektedir.
2. İkinci mertebe teorisi uygulanmaktadır. Bu teoride, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisi hesaba katılmakta; geometrik uygunluk koşullarına etkisi terk edilmektedir.
3. Sistem düzlem çubuk sistemdir.
4. Sistemin doğru eksenli prizmatik çubuklardan oluştuğu ve normal kuvvetin çubuk boyunca sabit kaldığı varsayılmaktadır. Bu koşulları sağlamayan çubuklar doğru eksenli, sabit enkesitli olan ve normal kuvveti sabit varsayılabilen küçük parçalara bölünerek yöntemin kapsamı içine alınabilirler.

5.3 Yöntemin Esasları

Geliştirilen yöntemin dayandığı esaslar aşağıda açıklanmıştır.

- Malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabı için bir ardışık yaklaşım yöntemi uygulanmaktadır. Ardışık yaklaşımın her adımında, bir önceki adım sonucunda elde edilen iç kuvvet durumu dolaylarında eğilme momenti – eğrilik bağıntısı ($M-\chi$ diyagramı) doğrusallaştırılmakta ve ikinci mertebe teorisine göre hesap yapılmaktadır.
- Eğilme momenti – eğrilik bağıntısının doğrusallaştırılmasında teğet tekniği kullanılmaktadır, Şekil 5.1. Buna göre, kesitteki iç kuvvet durumuna bağlı olarak, etkin rijitlik ve doğrusal olmayan şekildeğişirmeler

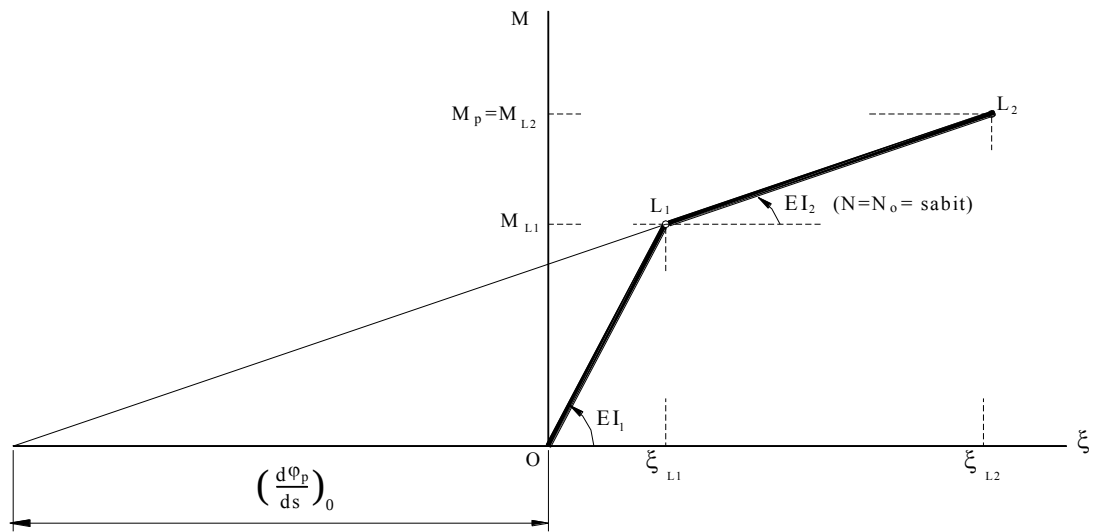
OL_1 bölgesinde : $EI_f = EI_1$

$$\frac{d\varphi_p}{ds} = 0$$

L_1L_2 bölgesinde : $EI_f = EI_2$

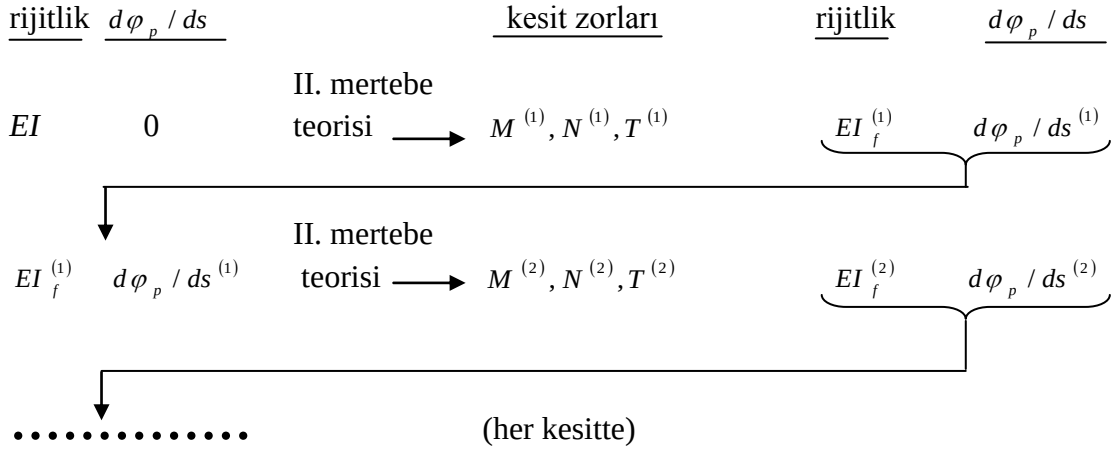
$$\frac{d\varphi_p}{ds} = \left(\frac{d\varphi_p}{ds} \right)_0$$

değerlerini almaktadır.



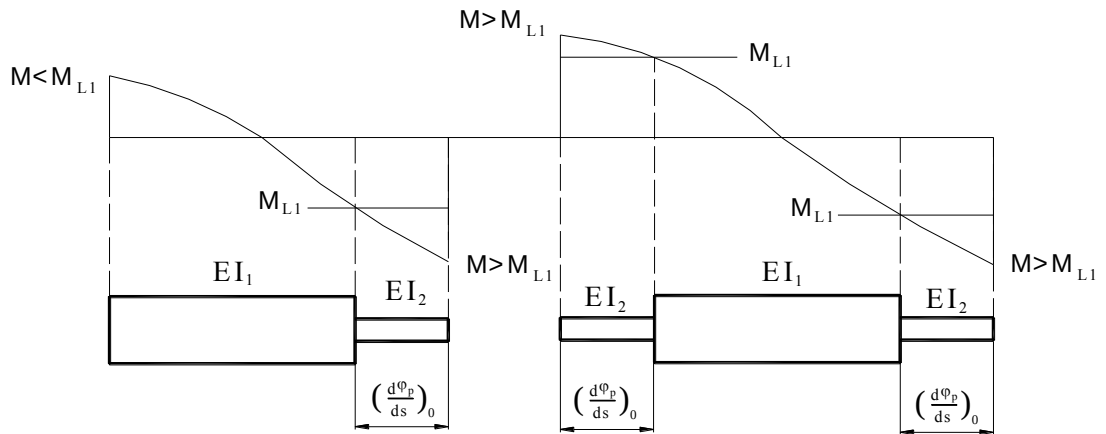
Şekil 5.1 İdealleştirilmiş $M - \chi$ Diyagramı

c. Hesapta izlenen yolun başlıca adımları aşağıda şematik olarak gösterilmiştir.



Ardışık iki adımda bulunan sonuçlar birbirine yeter derecede yakın olunca ardışık yaklaşıma son verilir.

d. Ardışık yaklaşımın herhangi bir adımı sonunda elde edilen eğilme momenti diyagramının şekline bağlı olarak, sistemin çubukları aşağıda belirtilen şekilde tanımlanan atalet momenti değişken çubuklara dönüştürülmektedir, Şekil 5.2



Şekil 5.2 Atalet Momenti Değişken Çubukların Oluşumu

e. Uygulanan ardışık yaklaşım yönteminin her adımında, bir önceki adım sonunda elde edilen iç kuvvet durumuna bağlı olarak tanımlanan atalet momenti değişken sistemin, dış yükler ve yukarıda açıklandığı şekilde

belirlenen lineer olmayan şekildeğiştirmeler altında ikinci mertebe teorisine göre hesabı yapılmaktadır. Atalet momenti değişken sistemin hesabı için Yerdeğiştirme (Açı) yönteminden yararlanılacaktır. Açı yönteminde bilinmeyenler düğüm noktalarının θ_i dönmeleri ile δ_{ij} bağımsız uç yerdeğiştirmeleridir. Bu bilinmeyenlerin hesabı için kullanılan denklemler ise, düğüm noktalarının moment denge denklemleri ile bağımsız uç yerdeğiştirmeleri doğrultularındaki izdüşüm denge denklemleridir.

- f. Yukarıda tanımlanan sistemin, atalet momentinin değiştiği noktalarda yeni düğüm noktaları ve yeni bilinmeyenler tanımlanmaksızın, az sayıda bilinmeyen yardımı ile pratik olarak hesaplanabilmesi için, Şekil 5.2 de verilen atalet momenti değişken çubukların ikinci mertebe birim yerdeğiştirme sabitleri ile dış yüklerden ve plastik şekildeğiştirmelerden oluşan yükleme sabitlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Aşağıdaki bölümde, bir veya iki kesitinde atalet momenti değişen çubuklar incelenecek ve bu çubuklar için ikinci mertebe birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri elde edilecektir.

5.4 Atalet Momenti Değişken Çubuklarda Birim Yerdeğiştirme ve Yükleme Sabitleri

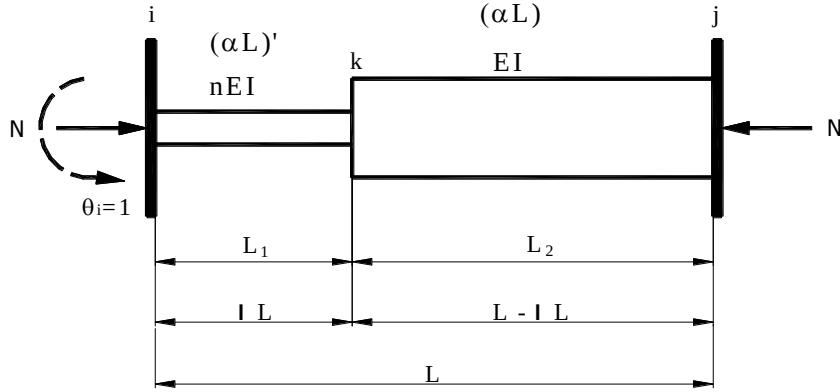
Bu bölümde, atalet momenti bir kesitinde ve iki kesitinde ani olarak değişen prizmatik çubukların birim yerdeğişirme ve yükleme sabitleri elde edilecektir.

5.4.1 Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubuklar

5.4.1.1 Birim Yerdeğiştirme Sabitlerinin Elde Edilmesi

Birim yerdeğiştirme sabitleri, uç yerdeğiştirmelerinin birim değerlerinden oluşan uç kuvvetleri olarak tanımlanmaktadır. Doğru eksenli düzlem çubuklarda, ikinci mertebe teorisine ait birim yerdeğiştirme sabitlerini belirlemek için Bölüm 4 te açıklanan üç farklı yerdeğiştirme durumu incelenecektir.

a) $\Theta_i=1$ Durumu



Şekil 5.3 Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubukta $\Theta_i=1$ Durumu

İkinci mertebe etkilerini hesaba katan αL katsayısı, çubuğun (kj) ve (ik) bölümlerinde ayrı ayrı yazılırsa, sırasıyla

$$(\alpha L) = (L - \lambda L) \sqrt{\frac{N}{EI}} = L \sqrt{\frac{N}{EI}} (1 - \lambda) \quad (5.1)$$

$$(\alpha L)' = (\lambda L) \sqrt{\frac{N}{nEI}} = L \sqrt{\frac{N}{EI}} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{n}} \right) \quad (5.2)$$

denklemleri elde edilir.

$(\alpha L)'$ değeri, (αL) cinsinden elde edilmek istenirse

$$(\alpha L)' = (\alpha L) \left[\frac{\lambda}{1 - \lambda} \right] \left[\frac{1}{\sqrt{n}} \right] \quad (5.3)$$

bağıntısı yazılabilir.

Çubuğun sol ucundaki normal kuvvetin ifadesi $(\alpha L)'$, sağ ucundaki normal kuvvetin ifadesi ise (αL) değerine bağlı olarak

$$N_1 = [(\alpha L)]^2 \left(\frac{n}{(\lambda)^2} \right) \left[\frac{EI}{L^2} \right]$$

$$N_2 = [(\alpha L)]^2 \left(\frac{1}{(1-\lambda)^2} \right) \left[\frac{EI}{L^2} \right] \quad (5.4)$$

$$N_1 = N_2$$

şeklinde yazılabilir.

Atalet momenti bir kesitinde ani olarak değişen çubukta birim yerdeğiştirme sabitlerini elde etmek için, Şekil 5.3 te verilen sistem Açılı yöntemi ile hesaplanacaktır. Bu yöntemde bilinmeyenler

- (k) noktasının δ_k düşey yerdeğiştirmesi ve
- (k) noktasının θ_k dönmesidir.

Bu bilinmeyenleri hesaplamak için, (k) noktasında moment ve düşey izdüşüm denge denklemleri yazılacaktır. Bu şekilde

$$M_{ki} + M_{kj} = 0 \quad (\theta_i = 1)$$

$$M_{ki} = \theta_k * m_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * m_{k\delta}^{ik} + \theta_i * m_{k\theta i}^{ik} \quad (\delta_k^{ik} = + \delta_k)$$

$$M_{kj} = \theta_k * m_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{k\delta}^{kj} \quad (\delta_k^{kj} = - \delta_k)$$

$$[\theta_k * m_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * m_{k\delta}^{ik} + m_{k\theta i}^{ik}] + [\theta_k * m_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{k\delta}^{kj}] = 0 \quad (5.5)$$

moment denge denklemi ve

$$T_{ki} - T_{kj} = 0$$

$$T_{ki} = \theta_i * t_{k\theta i}^{ik} + \theta_k * t_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * t_{k\delta}^{ik} \quad (\theta_i = 1)$$

$$T_{kj} = \theta_k * t_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{k\delta}^{kj}$$

$$[t_{k\theta i}^{ik} + \theta_k * t_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * t_{k\delta}^{ik}] - [\theta_k * t_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{k\delta}^{kj}] = 0 \quad (5.6)$$

düşey izdüşüm denge denklemi elde edilir.

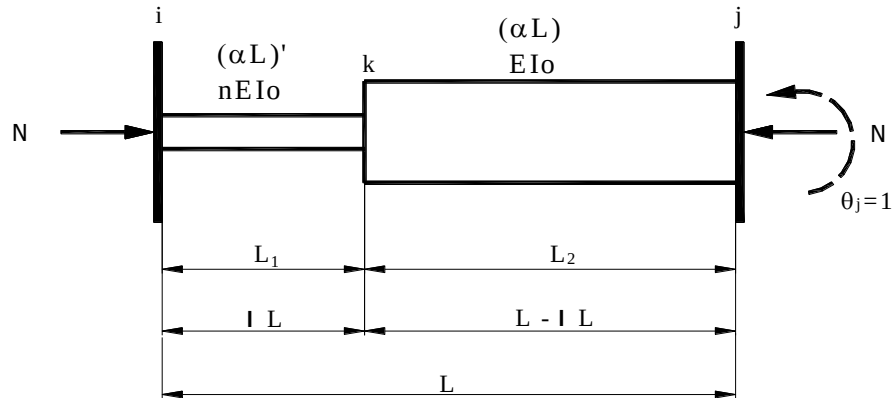
(5.5) ve (5.6) denklemleri birlikte çözülerek düğüm noktasının θ_k dönmesi ve δ_k bağımsız uç yerdeğiştirmesi bulunur. Daha sonra

$$m_{i\theta i}^{ij} = m_{i\theta i}^{ik} * \theta_i + m_{i\theta k}^{ik} * \theta_k + m_{i\delta}^{ik} * \delta_k \quad (\theta_i = 1) \quad (5.7)$$

$$m_{j\theta i}^{ij} = m_{j\theta k}^{kj} * \theta_k - m_{j\delta}^{kj} * \delta_k \quad (5.8)$$

birim yerdeğiştirme sabitleri elde edilir. Burada, $m_{i\theta i}^{ik}, m_{i\theta k}^{ik}, m_{i\delta}^{ik}, m_{j\theta k}^{kj}, m_{j\delta}^{kj}, \dots$ (ij) çubuğunu oluşturan sabit atalet momentli çubuk parçalarının ikinci merteye birim yerdeğiştirme sabitleridir ve Bölüm 4.3' te açıklandığı şekilde hesaplanırlar.

b) $\theta_j=1$ Durumu



Şekil 5.4 Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubukta $\theta_j=1$ Durumu

Şekil 5.4 te görülen iki ucu ankastre sistemin, $\theta_j=1$ birim uç yerdeğiştirmesi için Açı (Yerdeğiştirme) yöntemi ile hesabı yapılacaktır. Bilinmeyenler

- k noktasının δ_k düşey yerdeğiştirmesi ve
- k noktasının θ_k dönmesidir.

Bu bilinmeyenlerin hesabı için, (k) noktasında moment ve izdüşüm denge denklemleri yazılırsa

$$M_{ki} + M_{kj} = 0 \quad (\theta_j = 1)$$

$$M_{ki} = \theta_k * m_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * m_{k\delta}^{ik} \quad (\delta_k^{ik} = + \delta_k)$$

$$M_{kj} = \theta_k * m_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{k\delta}^{kj} + \theta_j * m_{k\theta j}^{kj} \quad (\delta_k^{kj} = - \delta_k)$$

$$[\theta_k * m_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * m_{k\delta}^{ik}] + [\theta_k * m_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{k\delta}^{kj} + \theta_j * m_{k\theta j}^{kj}] = 0 \quad (5.9)$$

moment denge denklemi ve

$$T_{ki} - T_{kj} = 0$$

$$T_{ki} = \theta_k * t_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * t_{k\delta}^{ik}$$

$$T_{kj} = \theta_k * t_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{k\delta}^{kj} + \theta_j * t_{k\theta j}^{kj}$$

$$[\theta_k * t_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * t_{k\delta}^{ik}] - [\theta_k * t_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{k\delta}^{kj} + \theta_j * t_{k\theta j}^{kj}] = 0 \quad (5.10)$$

düşey izdüşüm denge denklemi elde edilir.

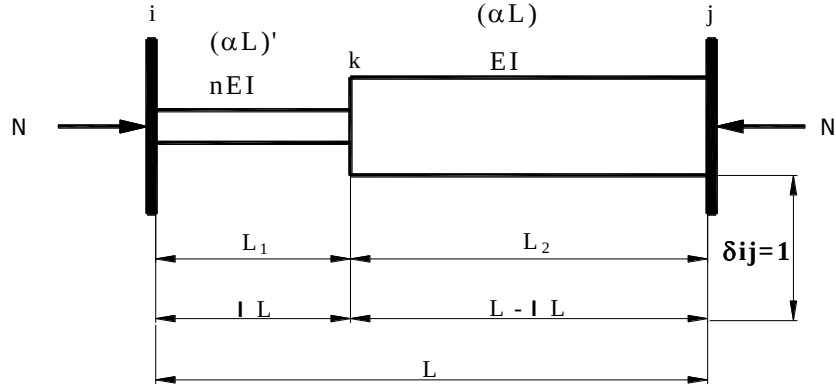
(5.9) ve (5.10) denklemleri ortak olarak çözülerek düğüm noktasının θ_k dönmesi ve δ_k bağımsız uç yerdeğiştirmesi bulunur. Daha sonra, süperpozisyonla

$$m_{j\theta j}^{ij} = m_{j\theta j}^{kj} * \theta_j + m_{j\theta k}^{kj} * \theta_k + m_{j\delta}^{kj} * \delta_k \quad (5.11)$$

$$m_{i\theta j}^{ij} = m_{i\theta k}^{ik} * \theta_k + m_{i\delta}^{ik} * \delta_k \quad (5.12)$$

birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanır.

c) $\delta_{ij}=1$ Durumu



Şekil 5.5 Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubukta $\delta_{ij}=1$ Durumu

Betti karşılıklı teoreminden $\therefore m_{i\delta} = t_{j\theta i}$ (a ve c durumları arasında)

$\therefore m_{j\delta} = t_{j\theta j}$ (b ve c durumları arasında)

simetri özelliğinden $\therefore m_{i\delta} = m_{j\delta}$

$$\text{çubuğun denge denklemlerinden} \therefore t_{i\delta} = t_{j\delta} = \frac{m_{i\delta} + m_{j\delta}}{L} - \frac{N}{L} \quad (5.13)$$

ifadeleri elde edilir.

Bu bağıntılardan ve Bölüm 4 te prizmatik çubuklar için verilen birim yerdeğiştirme sabitleri formüllerinden yararlanarak, Bölüm 6' da açıklanan Excel programı yardımı ile elde edilen bir bölüm birim yerdeğiştirme sabitleri tabloları ve diyagramları Ek A da verilmişlerdir.

5.4.1.2 Yükleme Sabitlerinin Elde Edilmesi

Atalet momenti bir kesitinde değişen çubuklarda, dış yüklerden ve lineer olmayan şekildeğiştirmelerden oluşan iki farklı durum için yükleme sabitleri elde edilecektir.

a) Dış Yüklerden Oluşan Yükleme Sabitleri

Dış yüklerden meydana gelen yükleme sabitleri, (Şekil 5.6)

$$\delta_{io} = \int_{s=0}^L M_i(s) M_o(s) \frac{ds}{EI_f(s)} \cong \sum \left(1 - \frac{s}{L} \right)^2 M_o(s) \frac{\Delta s}{EI_f(s)} \quad (5.14)$$

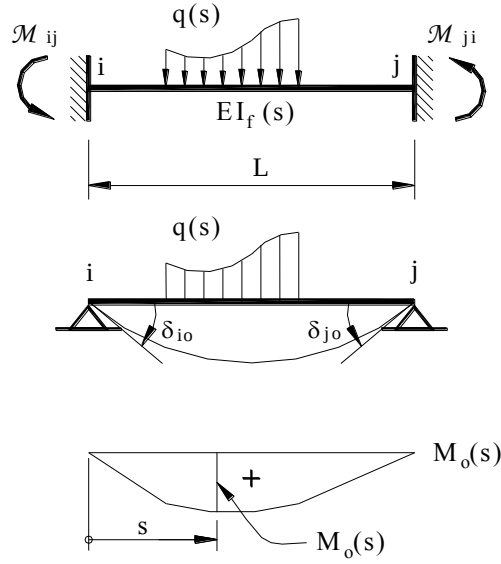
$$\delta_{jo} = \int_{s=0}^L M_j(s) M_o(s) \frac{ds}{EI_f(s)} \cong \sum \left(\frac{s}{L} \right)^2 M_o(s) \frac{\Delta s}{EI_f(s)} \quad (5.15)$$

bağıntıları ile hesaplanan basit kiriş uç dönmeleri değerleri

$$\mathcal{M}_{ij} = -X_i = \delta_{io} m_{i\theta i} - \delta_{jo} m_{i\theta j} \quad (5.16)$$

$$\mathcal{M}_{ji} = X_j = \delta_{io} m_{j\theta i} - \delta_{jo} m_{j\theta j} \quad (5.17)$$

formüllerinde yerlerine konularak elde edilir.



Şekil 5.6 Dış Yükler için Hesap

b) $\frac{d\varphi_p}{ds}$ plastik şekildeğiştirmelerinden oluşan yükleme sabitleri (Şekil 5.7), benzer şekilde

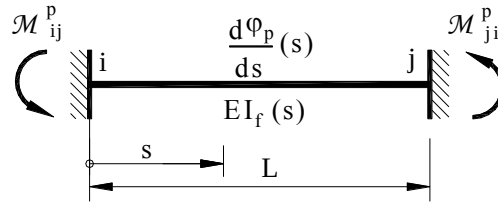
$$\delta_{ip} = \int_{s=0}^L M_i(s) \frac{d\varphi_p}{ds}(s) ds \cong \sum \left(1 - \frac{s}{L} \right) \frac{d\varphi_p}{ds}(s) \Delta s \quad (5.18)$$

$$\delta_{jp} = \int_{s=0}^L M_j(s) \frac{d\varphi_p}{ds}(s) ds \cong \sum \frac{s}{L} \frac{d\varphi_p}{ds}(s) \Delta s \quad (5.19)$$

$$\mathcal{M}_{ij}^P = \delta_{ip} m_{i\theta i} - \delta_{jp} m_{i\theta j} \quad (5.20)$$

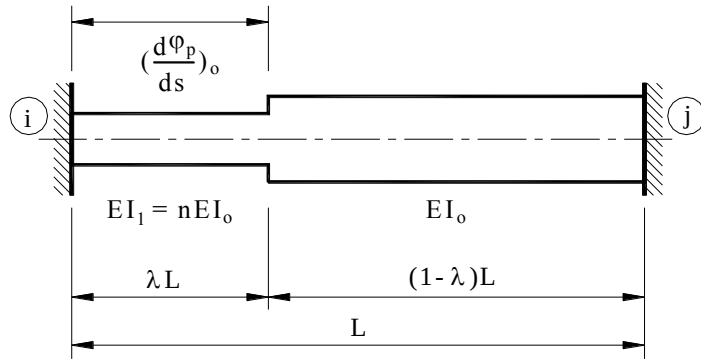
$$\mathcal{M}_{ji}^P = \delta_{ip} m_{j\theta i} - \delta_{jp} m_{j\theta j} \quad (5.21)$$

bağıntıları ile hesaplanır.



Şekil 5.7 $\frac{d\phi_p}{ds}$ Şekildeğiştirmeleri için Hesap

Doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin çubuğun bir bölümüne etkimesi özel halinde (Şekil 5.8)



Şekil 5.8 Atalet Momenti Değişiminin Özel Hali İçin $\frac{d\phi_p}{ds}$ Şekildeğiştirmeleri

Denk. (5.18) ve (5.19) ile verilen uç dönmeleri

$$\delta_{ip} = \left(\frac{d\phi_p}{ds} \right)_o \lambda L \left(1 - \frac{\lambda}{2} \right) \quad (5.22)$$

$$\delta_{jp} = \left(\frac{d\phi_p}{ds} \right)_o \lambda L \left(\frac{\lambda}{2} \right) \quad (5.23)$$

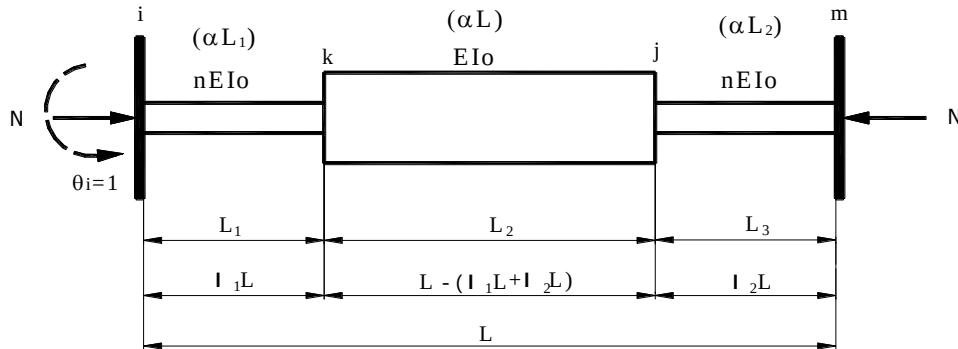
şeklini almaktadır. Bu terimler (5.20) ve (5.21) bağıntılarında yerlerine yazılarak plastik şekil değiştirmelerden oluşan yükleme sabitleri bulunur.

5.4.2 Atalet Momenti İki Kesitinde Değişen Çubuklar

5.4.2.1 Birim Yerdeğiştirme Sabitlerinin Elde Edilmesi

Bu bölümde de, doğru eksenli düzlem çubuklarda ikinci merteye teorisine ait birim yerdeğiştirme sabitlerini belirlemek için, Bölüm 4 te açıklanan üç farklı yerdeğiştirme durumu incelencektir, Şekil 5.9.

a) $\Theta_i=1$ Durumu



Şekil 5.9 Atalet Momenti İki Kesitinde Değişen Çubukta $\Theta_i=1$ Durumu

İkinci merteye etkilerini hesaba katan αL katsayısı, çubuğun (kj), (ik) ve (jm) bölümlerinde ayrı ayrı yazılırsa, sırasıyla

$$(\alpha L) = [L - (\lambda_1 L + \lambda_2 L)] \sqrt{\frac{N}{EI}} = L \sqrt{\frac{N}{EI}} [1 - (\lambda_1 + \lambda_2)] \quad (5.24)$$

$$(\alpha L_1) = (\lambda_1 L) \sqrt{\frac{N}{nEI}} = L \sqrt{\frac{N}{EI}} \left[\frac{\lambda_1}{\sqrt{n}} \right] \quad (5.25)$$

$$(\alpha L_2) = (\lambda_2 L) \sqrt{\frac{N}{nEI}} = L \sqrt{\frac{N}{EI}} \left[\frac{\lambda_2}{\sqrt{n}} \right] \quad (5.26)$$

denklemleri elde edilir.

(αL_1) ve (αL_2) değerleri, (αL) cinsinden elde edilmek istenirse

$$(\alpha L_1) = (\alpha L) \left[\frac{\lambda_1}{[1 - (\lambda_1 + \lambda_2)]} \right] \left[\frac{1}{\sqrt{n}} \right] \quad (5.27)$$

$$(\alpha L_2) = (\alpha L) \left[\frac{\lambda_2}{[1 - (\lambda_1 + \lambda_2)]} \right] \left[\frac{1}{\sqrt{n}} \right] \quad (5.28)$$

bağıntıları yazılabilir.

Çubuğun (ik), (kj) ve (jm) bölgelerindeki normal kuvvetlerin ifadeleri sırasıyla (αL_1) , (αL) ve (αL_2) değerlerine bağlı olarak

$$\begin{aligned} N_1 &= [(\alpha L_1)]^2 \frac{n}{(\lambda_1)^2} \left[\frac{EI}{L^2} \right] \\ N_2 &= [(\alpha L)]^2 \frac{1}{[1 - (\lambda_1 + \lambda_2)]^2} \left[\frac{EI}{L^2} \right] \\ N_3 &= [(\alpha L_2)]^2 \frac{n}{(\lambda_2)^2} \left[\frac{EI}{L^2} \right] \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$N_1 = N_2 = N_3$$

şeklinde yazılabilir.

Atalet momenti iki kesitinde ani olarak değişen çubukta birim yerdeğiştirme sabitlerini elde etmek için, Şekil 5.9 da verilen sistem Açık yöntemi ile hesaplanacaktır. Bu yöntemde bilinmeyenler

- (k) noktasının δ_k düşey yerdeğiştirmesi,
- (k) noktasının θ_k dönmesi,
- (j) noktasının δ_j düşey yerdeğiştirmesi ve
- (j) noktasının θ_j dönmesidir.

Bu bilinmeyenleri hesaplamak için, (k) ve (j) noktalarında moment ve düşey izdüşüm denge denklemleri yazılacaktır. Bu şekilde, (k) noktasında

$$M_{ki} + M_{kj} = 0$$

$$M_{ki} = \theta_k^* m_{k\theta k}^{ik} + \delta_k^* m_{k\delta}^{ik} + \theta_i^* m_{k\theta i}^{ik} \quad (\theta_i=1)$$

$$\begin{aligned}
M_{kj} &= \theta_k * m_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{k\delta}^{kj} + \theta_j * m_{k\theta j}^{kj} + \delta_j * m_{k\delta}^{kj} \\
&[\theta_k * m_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * m_{k\delta}^{ik} + \theta_i * m_{k\theta i}^{ik}] + [\theta_k * m_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{k\delta}^{kj} + \dots \\
&\dots + \theta_j * m_{k\theta j}^{kj} + \delta_j * m_{k\delta}^{kj}] = 0
\end{aligned} \tag{5.30}$$

moment denge denklemi ve

$$\begin{aligned}
T_{ki} - T_{kj} &= 0 \\
T_{ki} &= \theta_k * t_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * t_{k\delta}^{ik} + \theta_j * t_{k\theta i}^{ik} \\
T_{kj} &= \theta_k * t_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{k\delta}^{kj} + \theta_j * t_{k\theta j}^{kj} + \delta_j * t_{k\delta}^{kj} \\
&[\theta_k * t_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * t_{k\delta}^{ik} + \theta_j * t_{k\theta i}^{ik}] - [\theta_k * t_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{k\delta}^{kj} + \theta_j * t_{k\theta j}^{kj} + \dots \\
&\dots + \delta_j * t_{k\delta}^{kj}] = 0
\end{aligned} \tag{5.31}$$

düşey izdüşüm denge denklemi elde edilir.

(j) noktasında moment ve düşey izdüşüm denge denklemleri yazılırsa

$$\begin{aligned}
M_{jk} + M_{jm} &= 0 \\
M_{jk} &= \theta_k * m_{j\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{j\delta}^{kj} + \theta_j * m_{j\theta j}^{kj} + \delta_j * m_{j\delta}^{kj} \\
M_{jm} &= \theta_j * m_{j\theta j}^{jm} - \delta_j * m_{j\delta}^{jm} \\
&[\theta_k * m_{j\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{j\delta}^{kj} + \theta_j * m_{j\theta j}^{kj} + \delta_j * m_{j\delta}^{kj}] + [\theta_j * m_{j\theta j}^{jm} - \delta_j * m_{j\delta}^{jm}] = 0
\end{aligned} \tag{5.32}$$

moment denge denklemi ve

$$\begin{aligned}
T_{jk} - T_{jm} &= 0 \\
T_{jk} &= \theta_k * t_{j\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{j\delta}^{kj} + \theta_j * t_{j\theta j}^{kj} + \delta_j * t_{j\delta}^{kj}
\end{aligned}$$

$$T_{jm} = \theta_j * t_{j\theta j}^{jm} - \delta_j * t_{j\delta}^{jm}$$

$$[\theta_k * t_{j\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{j\delta}^{kj} + \theta_j * t_{j\theta j}^{kj} + \delta_j * t_{j\delta}^{kj}] - [\theta_j * t_{j\theta j}^{jm} - \delta_j * t_{j\delta}^{jm}] = 0 \quad (5.33)$$

düsey izdüşüm denge denklemi elde edilir.

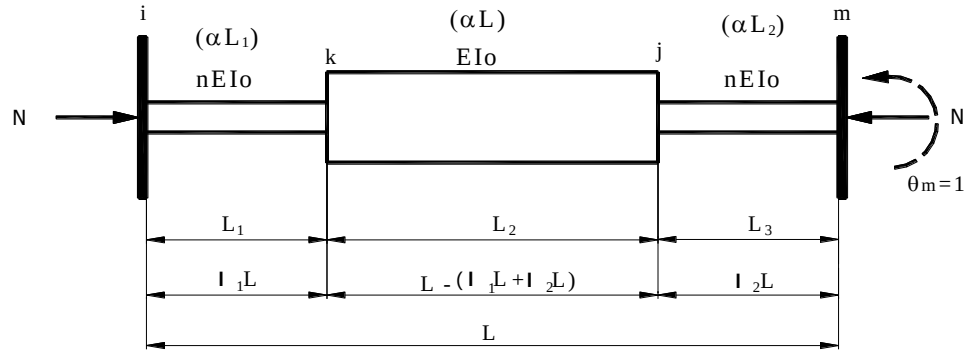
(5.30), (5.31), (5.32), (5.33) denklemleri birlikte çözülerek θ_k ve θ_j dönmeleri ile, δ_k ve δ_j bağımsız uç yerdeğiştirmeleri bulunur. Daha sonra

$$m_{i\theta i}^{im} = m_{i\theta i}^{ik} * \theta_i + m_{i\theta k}^{ik} * \theta_k + m_{i\delta}^{ik} * \delta_k \quad (\theta_i=1) \quad (5.34)$$

$$m_{m\theta i}^{im} = m_{m\theta j}^{jm} * \theta_j - m_{m\delta}^{jm} * \delta_j \quad (5.35)$$

bağıntıları ile, birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanır.

b) $\Theta_m=1$ Durumu



Şekil 5.10 Atalet Momenti İki Kesitinde Değişen Çubukta $\Theta_m=1$ Durumu

Şekil 5.10 da görülen iki ucu ankastre sistemin, $\theta_m = 1$ birim uç yerdeğiştirmesi için Açı (Yerdeğiştirme) yöntemi ile hesabı yapılacaktır. Bilinmeyenler

- (k) noktasının δ_k düşey yerdeğiştirmesi,

- b. (k) noktasının θ_k dönmesi,
- c. (j) noktasının δ_j düşey yerdeğiştirmesi ve
- d. (j) noktasının θ_j dönmesidir.

Bu bilinmeyenlerin hesabı için (k) ve (j) noktalarında moment ve izdüşüm denge denklemleri yazılacaktır.

(k) noktası için

$$M_{ki} + M_{kj} = 0$$

$$M_{ki} = \theta_k * m_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * m_{k\delta}^{ik}$$

$$M_{kj} = \theta_k * m_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{k\delta}^{kj} + \theta_j * m_{k\theta j}^{kj} + \delta_j * m_{k\delta}^{kj}$$

$$[\theta_k * m_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * m_{k\delta}^{ik} + [\theta_k * m_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{k\delta}^{kj} - \theta_j * m_{k\theta j}^{kj} + \delta_j * m_{k\delta}^{kj}]] = 0 \quad (5.36)$$

moment denge denklemi ve

$$T_{ki} - T_{kj} = 0$$

$$T_{ki} = \theta_k * t_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * t_{k\delta}^{ik}$$

$$T_{kj} = \theta_k * t_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{k\delta}^{kj} + \theta_j * t_{k\theta j}^{kj} + \delta_j * t_{k\delta}^{kj}$$

$$[\theta_k * t_{k\theta k}^{ik} + \delta_k * t_{k\delta}^{ik}] - [\theta_k * t_{k\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{k\delta}^{kj} + \theta_j * t_{k\theta j}^{kj} + \delta_j * t_{k\delta}^{kj}] = 0 \quad (5.37)$$

düşey izdüşüm denge denklemi elde edilir.

(j) noktası için

$$M_{jk} + M_{jm} = 0$$

$$M_{jk} = \theta_k * m_{j\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{j\delta}^{kj} + \theta_j * m_{j\theta j}^{kj} + \delta_j * m_{j\delta}^{kj}$$

$$\begin{aligned}
M_{jm} &= \theta_j * m_{j\theta j}^{jm} - \delta_j * m_{j\delta}^{jm} + \theta_m * m_{j\theta m}^{jm} \quad (\theta_m=1) \\
&[\theta_k * m_{j\theta k}^{kj} - \delta_k * m_{j\delta}^{kj} + \theta_j * m_{j\theta j}^{kj} + \delta_j * m_{j\delta}^{kj}] + [\theta_j * m_{j\theta j}^{jm} - \delta_j * m_{j\delta}^{jm} + \dots \\
&\dots + \theta_m * m_{j\theta m}^{jm}] = 0
\end{aligned} \tag{5.38}$$

moment denge denklemi ve

$$\begin{aligned}
T_{kj} - T_{jm} &= 0 \\
T_{kj} &= \theta_k * t_{j\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{j\delta}^{kj} + \theta_j * t_{j\theta j}^{kj} + \delta_j * t_{j\delta}^{kj} \\
T_{jm} &= \theta_m * t_{j\theta m}^{jm} - \delta_j * t_{j\delta}^{jm} + \theta_j * t_{j\theta j}^{jm} \\
&[\theta_k * t_{j\theta k}^{kj} - \delta_k * t_{j\delta}^{kj} + \theta_j * t_{j\theta j}^{kj} + \delta_j * t_{j\delta}^{kj}] - [\theta_m * t_{j\theta m}^{jm} - \delta_j * t_{j\delta}^{jm} + \\
&\theta_j * t_{j\theta j}^{jm}] = 0
\end{aligned} \tag{5.39}$$

düşey izdüşüm denge denklemi elde edilir

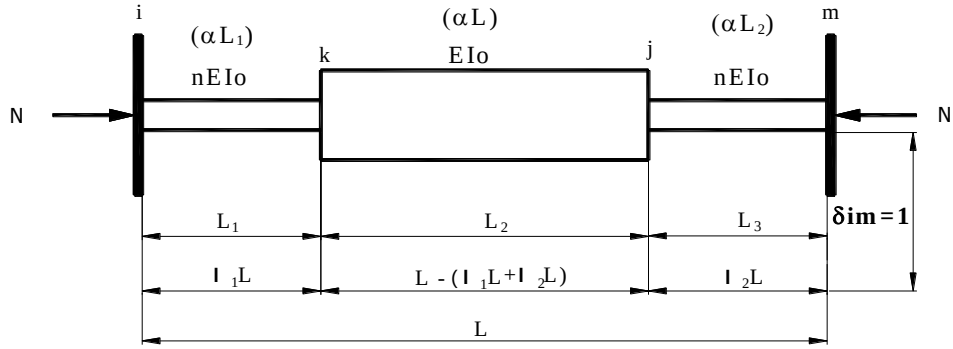
(5.36), (5.37), (5.38) ve (5.39) denklemleri birlikte çözülerek θ_k ve θ_j dönmeleri ile, δ_k ve δ_j bağımsız uç yerdeğiştirmeleri bulunur. Daha sonra, süperpozisyonla

$$m_{m\theta m}^{im} = m_{m\theta m}^{jm} * \theta_m + m_{m\theta j}^{jm} * \theta_j - m_{m\delta}^{jm} * \delta_j \quad (\theta_m=1) \tag{5.40}$$

$$m_{i\theta m}^{im} = m_{i\theta k}^{ik} * \theta_k + m_{i\delta}^{ik} * \delta_k \tag{5.41}$$

birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanır.

c) $\delta_{im}=1$ Durumu



Şekil 5.11 Atalet Momenti İki Kesitinde Değişen Çubukta $\delta_{im}=1$ Durumu

Betti karşılık teoreminden : $m_{i\delta} = t_{m\theta i}$ (a ve c durumları arasında)

: $m_{m\delta} = t_{m\theta m}$ (b ve c durumları arasında)

simetri özelliğinden : $m_{i\delta} = m_{m\delta}$

$$\text{çubuğun denge denklemlerinden : } t_{i\delta} = t_{m\delta} = \frac{m_{i\delta} + m_{m\delta}}{L} - \frac{N}{L} \quad (5.42)$$

ifadeleri elde edilir.

5.4.2.2 Yükleme Sabitlerinin Elde Edilmesi

Atalet momenti iki kesitinde değişen çubuklarda, dış yüklerden ve lineer olmayan şekildeğiştirmelerden oluşan iki farklı durum için yükleme sabitleri elde edilecektir.

a) Dış Yüklerden Oluşan Yükleme Sabitleri

Dış yüklerden dolayı meydana gelen yükleme sabitleri (Şekil 5.12)

$$\delta_{io} = \int_{s=0}^L M_i(s) M_o(s) \frac{ds}{EI_f(s)} \cong \sum \left(1 - \frac{s}{L} \right)^2 M_o(s) \frac{\Delta s}{EI_f(s)} \quad (5.43)$$

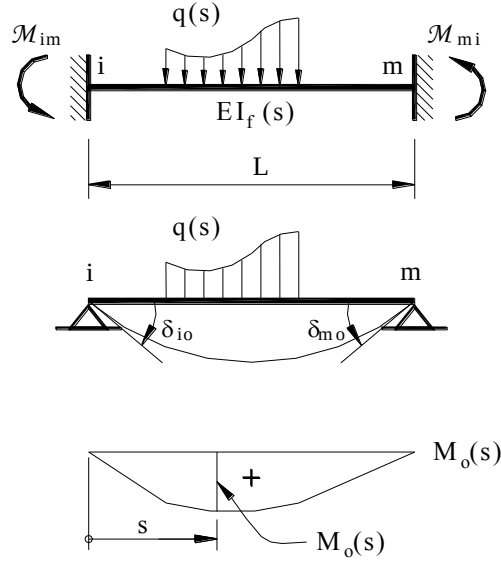
$$\delta_{mo} = \int_{s=0}^L M_m(s) M_o(s) \frac{ds}{EI_f(s)} \cong \sum \left(\frac{s}{L} \right)^2 M_o(s) \frac{\Delta s}{EI_f(s)} \quad (5.44)$$

bağıntıları ile hesaplanan basit kiriş uç dönmeleri değerleri

$$\mathcal{M}_{im} = -X_i = \delta_{io} m_{i\theta i} - \delta_{mo} m_{i\theta m} \quad (5.45)$$

$$\mathcal{M}_{mi} = X_m = \delta_{io} m_{m\theta i} - \delta_{mo} m_{m\theta m} \quad (5.46)$$

formüllerinde yerlerine konularak elde edilir.



Şekil 5.12 Dış Yükler için Hesap

b) $\frac{d\varphi_p}{ds}$ plastik şekildeğiştirmelerinden oluşan yükleme sabitleri (Şekil 5.13), benzer şekilde

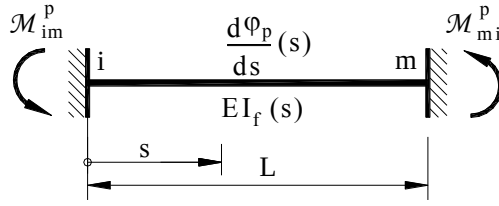
$$\delta_{ip} = \int_{s=0}^L M_i(s) \frac{d\varphi_p}{ds}(s) ds \cong \sum \left(1 - \frac{s}{L}\right) \frac{d\varphi_p}{ds}(s) \Delta s \quad (5.47)$$

$$\delta_{mp} = \int_{s=0}^L M_m(s) \frac{d\varphi_p}{ds}(s) ds \cong \sum \frac{s}{L} \frac{d\varphi_p}{ds}(s) \Delta s \quad (5.48)$$

$$\mathcal{M}_{im}^p = \delta_{ip} m_{i\theta i} - \delta_{mp} m_{i\theta m} \quad (5.49)$$

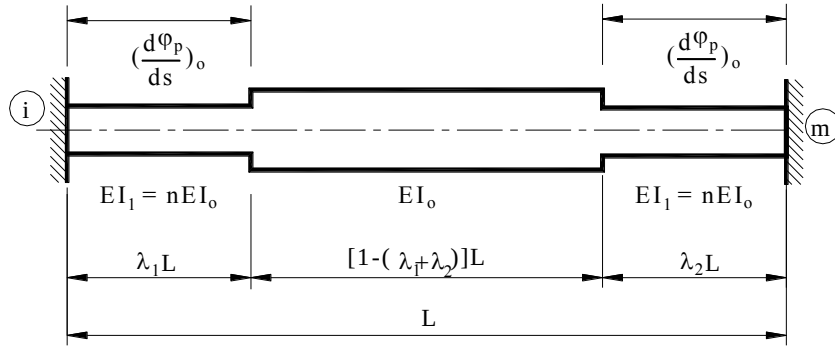
$$\mathcal{M}_{mi}^p = \delta_{ip} m_{m\theta i} - \delta_{mp} m_{m\theta m} \quad (5.50)$$

bağıntıları ile hesaplanır.



Şekil 5.13 $\frac{d\varphi_p}{ds}$ Şekildeğiştirmeleri için Hesap

Lineer olmayan şekildeğiştirmelerin çubuğun sadece iki uç bölgesine etkimesi halinde (Şekil 5.14)



Şekil 5.14 Atalet Momenti Değişiminin Özel Hali için $\frac{d\varphi_p}{ds}$ Şekildeğiştirmeleri

Denk. (5.47) ve (5.48) ile verilen uç dönmeleri

$$\delta_{ip} = \left(\frac{d\varphi_p}{ds} \right)_o \left[\lambda_1 L \left(1 - \frac{\lambda_1}{2} \right) + \lambda_2 L \left(\frac{\lambda_2}{2} \right) \right] \quad (5.51)$$

$$\delta_{mp} = \left(\frac{d\varphi_p}{ds} \right)_o \left[\lambda_2 L \left(1 - \frac{\lambda_2}{2} \right) + \lambda_1 L \left(\frac{\lambda_1}{2} \right) \right] \quad (5.52)$$

şeklini almaktadır. Bu terimler (5.49) ve (5.50) bağıntılarında yerlerine yazılarak plastik şekildeğiştirmelerden oluşan yükleme sabitleri bulunur.

5.5 Hesapta İzlenen Yol

Aşağıda, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sürekli olarak yayıldığı sistemlerin ikinci mertebe teorisine göre hesabı için, lineerleştirme tekniklerinden teğet

tekniğinin uygulandığı, her adımda lineer bir sistemin hesabına dönüştürülen bir yaklaşımının adımları açıklanacaktır.

- a. Gerçek eğilme momenti – eğrilik ($M - \chi$) bağıntısı iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilir ve sistem hesabında bu bağıntı esas alınır.
- b. Sistemin belirli bir yük parametresi için hesabında:
 - b.1. Sistem, önce doğrusal - elastik olarak, ikinci mertebe teorisine göre hesaplanır.
 - b.2. Kesit zorları doğrusal-elastik sınıra karşı gelen değerlerle karşılaştırılır. Doğrusal-elastik sınırın aşıldığı bölgelerde eğilme rijitlikleri değiştirilir ve eşdeğer doğrusal olmayan şekildeğiştirmeler belirlenir.
 - b.3. Yeni eğilme rijitlikleri ve doğrusal olmayan şekildeğiştirmeler esas alınarak hesap tekrarlanır.
 - b.4. Bu işlemler ardışık iki adımda bulunan iç kuvvetler birbirlerine yeter derecede yakın oluncaya kadar tekrarlanır.

6 ATALET MOMENTİ DEĞİŞKEN ÇUBUKLARDA İKİNCİ MERTEBE BİRİM YERDEĞİŞTİRME SABİTLERİNİN HESABI İÇİN EXCEL PROGRAMLARI

6.1 Programın Amacı ve Kapsamı

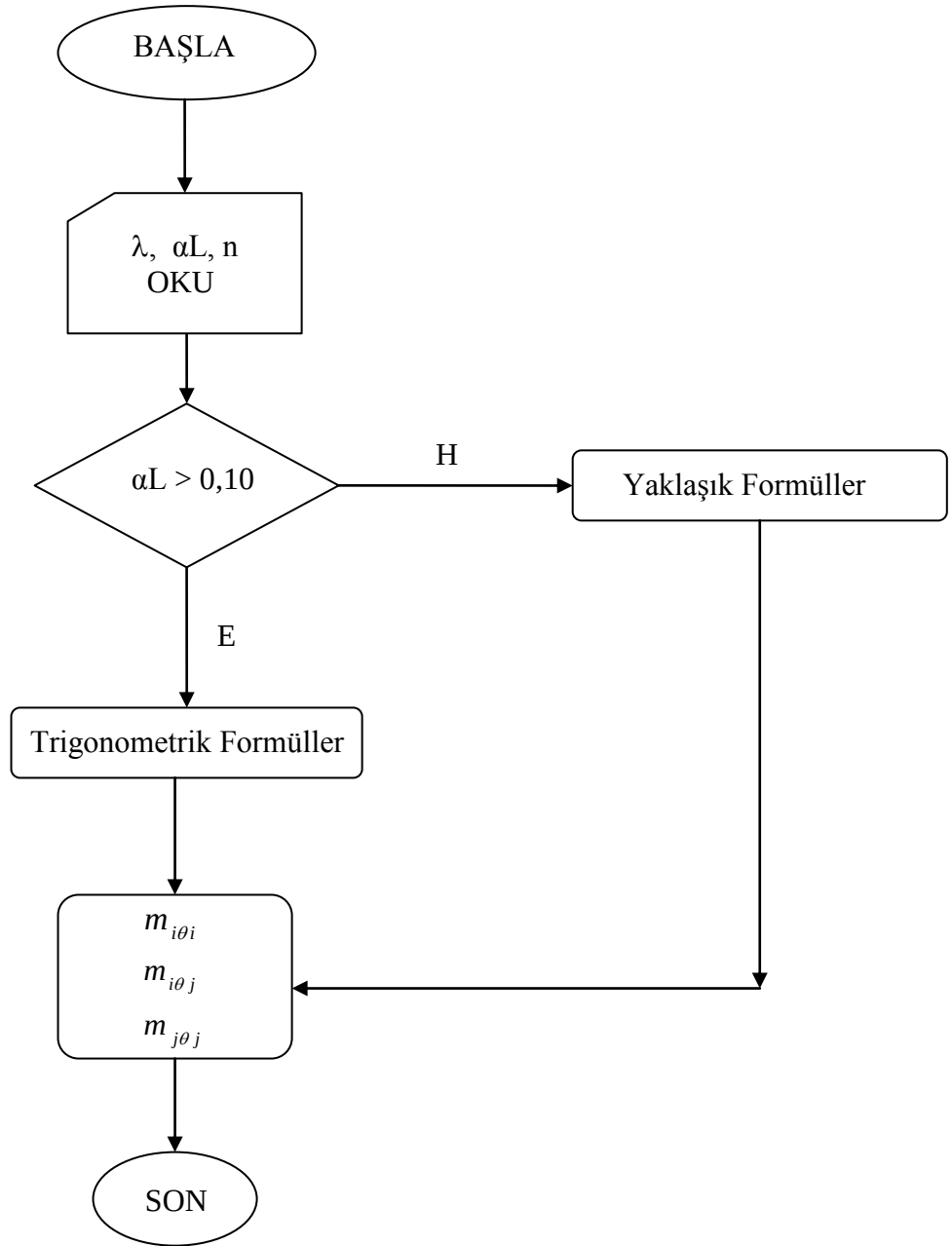
Bu çalışmanın amacı, lineer olmayan şekildeğiştirmelerin sürekli olarak yayıldığı malzeme bakımından lineer olmayan sistemlerin, iç kuvvet – şekildeğiştirme bağıntılarının iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebileceği varsayımı altında, ikinci mertebe teorisine göre hesabı amacıyla pratik bir yaklaşım geliştirilmesi ve bu yaklaşımın uygulanmasına yönelik yardımcı bilgilerin elde edilmesidir.

Geliştirilen bu yaklaşımda, lineerleştirme tekniklerinden teğet tekniği esas alınmaktadır. Böylece, önerilen yaklaşımın her adımı, atalet momenti değişken çubuklardan oluşan bir yapı sisteminin ikinci mertebe teorisine göre hesabına dönüştürülmektedir.

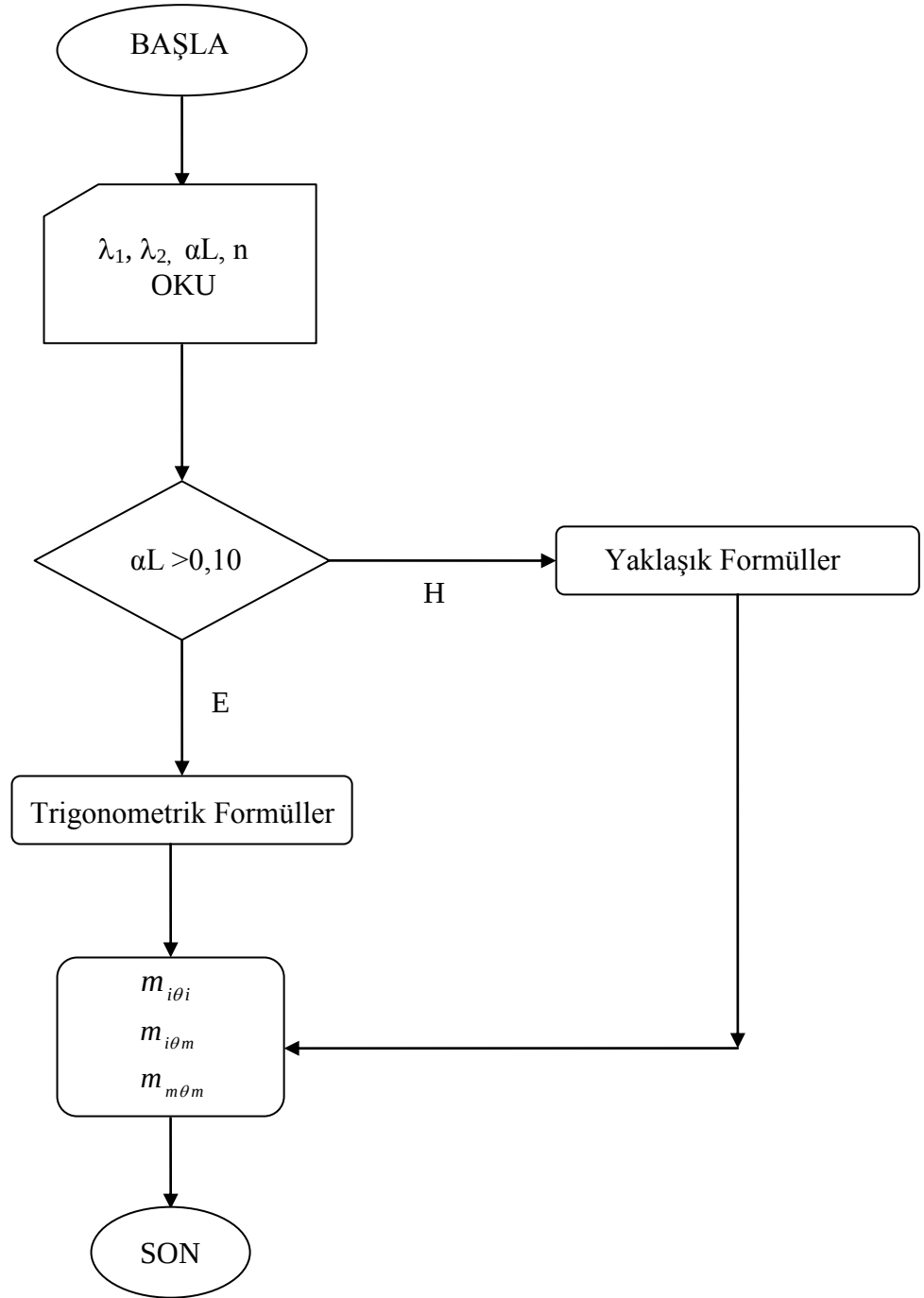
Geliştirilen hesap yönteminin pratik uygulamalarına olanak sağlamak amacıyla EXCEL bilgisayar programları hazırlanmıştır. Programlarda Açık Yönteminden yararlanılmakta ve atalet momenti değişken çubuklarda ikinci mertebe teorisine ait birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanmaktadır. Böylece, ikinci mertebe elastoplastik teoriye göre sistem hesabının, iç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarının değiştiği noktalarda yeni düğüm noktaları seçilmeksizin, az sayıda bilinmeyen ile gerçekleştirilebilmesi mümkün olmaktadır.

6.2 Excel Programının Çalışma Düzeni

Üzerindeki bir ve iki kesitinde atalet momenti değişken çubuklar için oluşturulan Excel Programlarının genel akış diyagramları sırasıyla Şekil 6.1 ve Şekil 6.2 de verilmiştir.



Şekil 6.1 Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubuklarda Excel Programının Akış Diyagramı



Şekil 6.2 Atalet Momenti İki Kesitinde Değişen Çubuklarda Excel Programının Akış Diyagramı

6.2.1 Giriş ve Çıkış Bilgileri

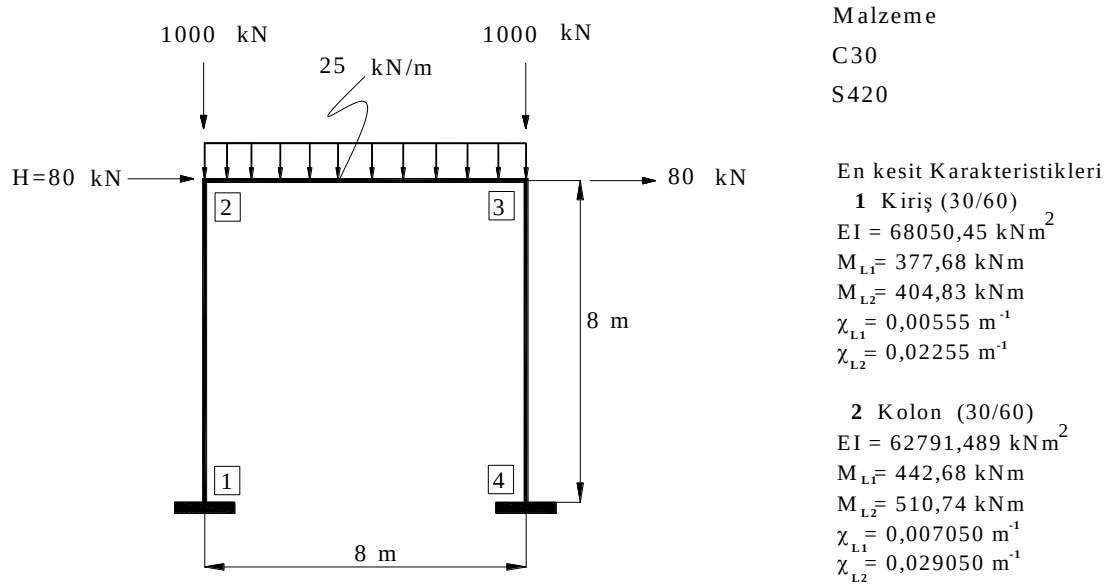
- a. Atalet momenti bir kesitinde değişen çubuklarda, ikinci mertebe teorisine ait birim yerdeğiştirme sabitlerinin hesabında, programa giriş bilgileri olarak αL , n ve λ parametreleri verilmektedir. Bu parametrelere bağlı olarak $m_{i\theta i}$, $m_{i\theta j}$, $m_{j\theta j}$ birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanmaktadır.
- b. Atalet momenti iki kesitinde değişen çubukların hesabında ise, programın giriş bilgileri αL , n , λ_1 ve λ_2 parametrelerinden oluşmaktadır. Bu parametrelere bağlı olarak $m_{i\theta i}$, $m_{i\theta m}$, $m_{m\theta m}$ birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanmaktadır.

7 SAYISAL ÖRNEK

Bu bölümde, malzeme ve geometri değişimleri bakımından lineer olmayan sistemlerin hesabına yönelik olarak geliştirilen ve esasları Bölüm 5 te verilen yaklaşımın sayısal uygulamalarına yer verilmiştir. Bu kapsamda, tek katlı ve tek açıklıklı bir düzlem çerçeve sistemin malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan teoriye göre hesabı yapılacaktır. Hesaplarda, Bölüm 5 ve Bölüm 6 da açıklanan ikinci mertebe birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri kullanılacaktır.

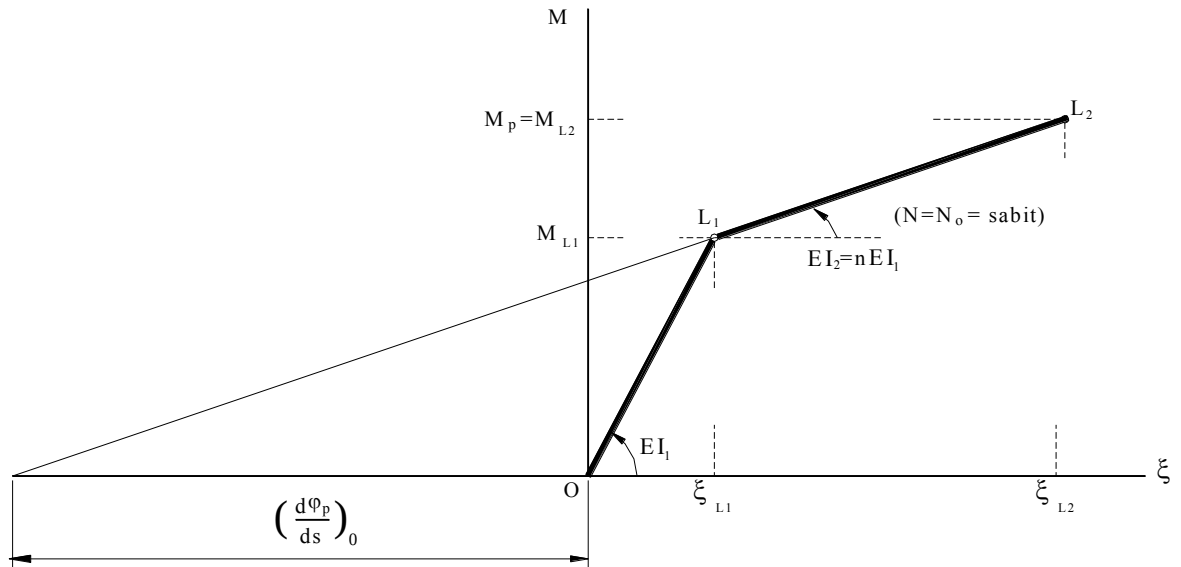
7.1 ÖRNEK – Tek Katlı Tek Açıklıklı Çerçeve

Geometrisi ve işletme yükleri ile en kesit karakteristikleri Şekil 7.1 de verilen, doğrusal olmayan malzemeden yapılmış düzlem çerçevenin, doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sistem üzerinde yayılı olduğu göz önünde tutularak, ikinci mertebe teorisine göre hesabı yapılacaktır.



Şekil 7.1 Sistem Geometrisi, En Kesit Karakteristikleri ve İşletme Yükleri

Sistem elemanlarının, iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilen eğilme momenti-eğrilik ($M - \chi$) diyagramı Şekil 7.2 de şematik olarak gösterilmiştir.



Sistem elemanlarında $(M - \chi)$ bağıntılarını tanımlayan karakteristik değerler aşağıda verilmiştir. Bu sayısal değerler, ayrıca Şekil 1 üzerinde de görülmektedir.

Kiriş en kesiti için esas alınan karakteristik değerler aşağıdaki gibidir.

$$M_{L_1} = 377,68 \text{ kNm} \quad \chi_{L_1} = 0,00555 \text{ m}^{-1} \quad M_{L_2} = 404,83 \text{ kNm} \quad \chi_{L_2} = 0,02255 \text{ m}^{-1}$$

Kolonlarda düşey yüklerden oluşan normal kuvvetlere bağlı olarak elde edilen en kesit karakteristikleri aşağıda gösterilmiştir.

$$M_{L_1} = 442,68 \text{ kNm} \quad \chi_{L_1} = 0,00705 \text{ m}^{-1} \quad M_{L_2} = 510,74 \text{ kNm} \quad \chi_{L_2} = 0,02905 \text{ m}^{-1}$$

7.1.1 Hesap Adımları

Geliştirilen hesap yönteminin adımlarını ve bu yöntemde atalet momenti değişken çubukların birim yerdeğiştirme sabitlerinin nasıl hesaplandığını açıklamak amacıyla, hesap adımlarına ilişkin bilgiler aşağıda ayrıntılı olarak verilmiştir. Ardışık yaklaşımın herhangi bir adımı sonunda elde edilen eğilme momenti diyagramının şekline bağlı olarak, sistemin çubukları Bölüm 5 te tanımlandığı gibi atalet momenti değişken çubuklara dönüştürülüp yeni birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanmaktadır. Ardışık iki adımda elde edilen sonuçlar birbirlerine yeter derecede yakın olunca ardışık yaklaşıma son verilecektir.

1. Adım (İkinci Mertebe Lineer Elastik Hesap)

Ardışık yaklaşımın birinci adımında, Şekil 7.1 de görülen tek katlı, tek açıklıklı çerçeve sistem, Açı yöntemi ile ikinci mertebe lineer elastik teoriye göre hesaplanacaktır. Bu yöntemde bilinmeyenler, düğüm noktalarının θ_2 , θ_3 dönmeleri ve δ_{12} bağımsız uç yerdeğiştirmesidir. Bu bilinmeyenleri hesaplamak için, moment ve düşey izdüşüm denge denklemleri yazılırsa

$$\begin{bmatrix} (m_{2\theta 2}^{12} + m_{2\theta 2}^{23}) & (m_{2\theta C}^{23}) & (m_{3\delta}^{12}) \\ (m_{3\theta 2}^{23}) & (m_{3\theta 3}^{23} + m_{3\theta 3}^{34}) & (m_{3\delta}^{34}) \\ (t_{2\theta 2}^{12}) & (t_{3\theta 3}^{34}) & (t_{2\delta}^{12} + t_{3\delta}^{34}) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \delta_{12} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{M}_{23} \\ \mathcal{M}_{32} \\ -2H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

bağıntısı elde edilir.

Bu denklemlerde malzeme bakımından doğrusal sistemin çubuklarının ikinci mertebe birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri yerlerine konur ve denklem takımı çözülmüşse, düğüm noktalarının θ_2 ve θ_3 dönmeleri ile δ_{12} bağımsız uç yerdeğiştirmesi bulunur. Daha sonra, bu bilinmeyenlerden oluşan çubuk uç kuvvetleri hesaplanır.

Kirişteki normal kuvvet çok küçük değer aldığı için ikinci mertebe etkileri sadece kolonlarda göz önüne alınacaktır. Bu nedenle, ardışık yaklaşımın bu adımında, 2-3 kirişinin birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerinin birinci mertebe lineer elastik teoriye, 1-2 ve 3-4 kolonlarının ise ikinci mertebe lineer elastik teoriye göre hesaplandığı görülmektedir. Bu esaslara göre elde edilen birim yerdeğiştirme

sabitleri ve sistemin çözümünden elde edilen bilinmeyenlerin değerleri aşağıda bir tablo üzerinde gösterilmiştir, Tablo 7.1.

Tablo 7.1 1. Adıma Ait Birim Yerdeğiştirme Sabitleri ve Bilinmeyenler

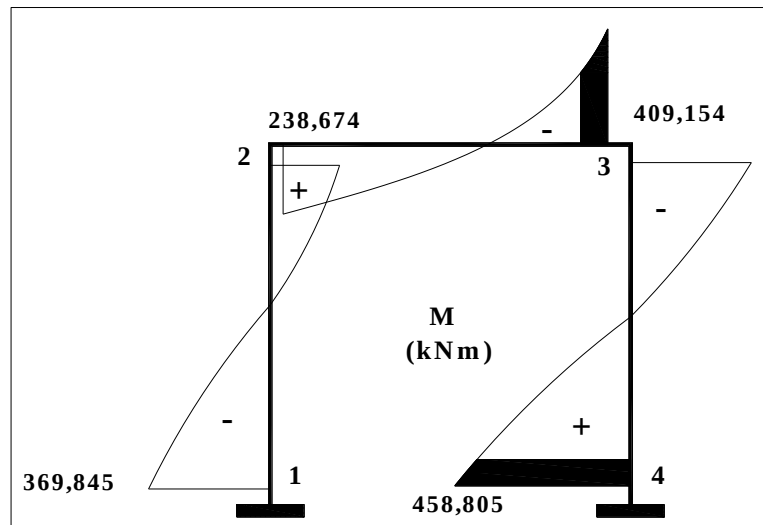
	1-2	2-3	3-4	<table><tr><td>θ_2</td><td>-0,009173</td></tr><tr><td>θ_3</td><td>-0,00352</td></tr><tr><td>δ_{12}</td><td>0,0893078</td></tr></table>	θ_2	-0,009173	θ_3	-0,00352	δ_{12}	0,0893078
θ_2	-0,009173									
θ_3	-0,00352									
δ_{12}	0,0893078									
αL	1,024939	0	1,091715							
$m_i \theta_i / (EI/L)$	3,857963	4	3,838543							
$m_j \theta_j / (EI/L)$	2,036190	2	2,041245							
$m_i \theta_j / (EI/L)$	3,857963	4	3,838543							
$m_i \delta_i / (EI/L^2)$	5,894152	6	5,879787							
$t_i \theta_i / (EI/L^2)$	5,894152	6	5,879787							
$t_i \theta_j / (EI/L^2)$	5,894152	6	5,879787							
$t_i \delta_i / (EI/L^3)$	10,73781	12	10,56773							

Birinci adım sonunda hesaplanan kesit zorları Tablo 7.2 de topluca verilmiştir.

Tablo 7.2 1. Adım Sonucunda Oluşan Kesit Zorları

M₁₂	-369,845		T₁₂	64,558	<table><tr><td>N₁₂</td><td>-1019,022</td></tr><tr><td>N₂₃</td><td>-12,441</td></tr><tr><td>N₃₄</td><td>-1180,978</td></tr></table>	N₁₂	-1019,022	N₂₃	-12,441	N₃₄	-1180,978
N₁₂	-1019,022										
N₂₃	-12,441										
N₃₄	-1180,978										
M₂₁	238,674		T₂₁	64,558							
M₂₃	238,674		T₂₃	19,021							
M₃₂	-409,154	T₃₂	-180,978								
M₃₄	-409,154	T₃₄	95,441								
M₄₃	458,805		T₄₃	95,441							

Bu değerler yardımı ile çizilen eğilme momenti diyagramı aşağıda gösterilmiştir, Şekil 7.3.

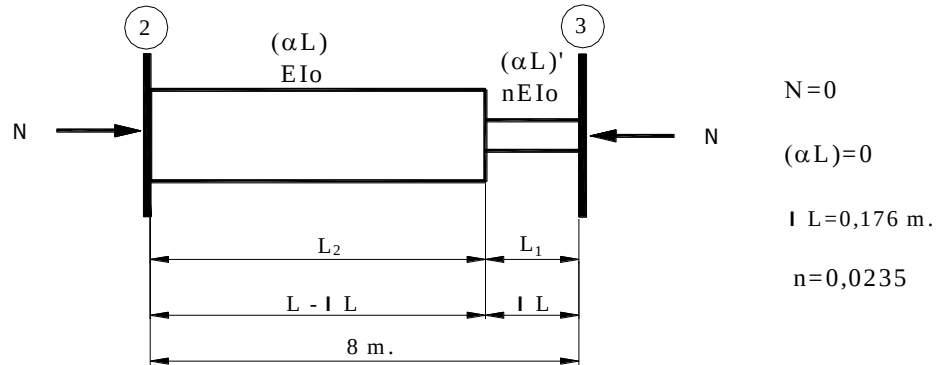


Şekil 7.3 1. Adım Sonunda Oluşan Eğilme Momenti Diyagramı

Eğilme momenti diyagramından görüldüğü gibi, bu aşamada 2-3 kirişinin sağ ucunda ve 3-4 kolonunun alt ucunda elastik moment kapasiteleri (M_{L1}) aşılmakta, dolayısı ile bu bölgelerde plastikleşme meydana gelmektedir. Ardışık yaklaşımın bir sonraki adımında, eğilme momentleri değerlerinin M_{L1} den daha büyük olduğu plastikleşme bölgelerinde, çubuk en kesitlerinin atalet momentleri uygun şekilde değiştirilerek hesap tekrarlanacaktır. Bu ardışık yaklaşım işlemi, plastikleşme bölgelerinin yerleri ve uzunlukları belirleninceye kadar devam ettirilecektir.

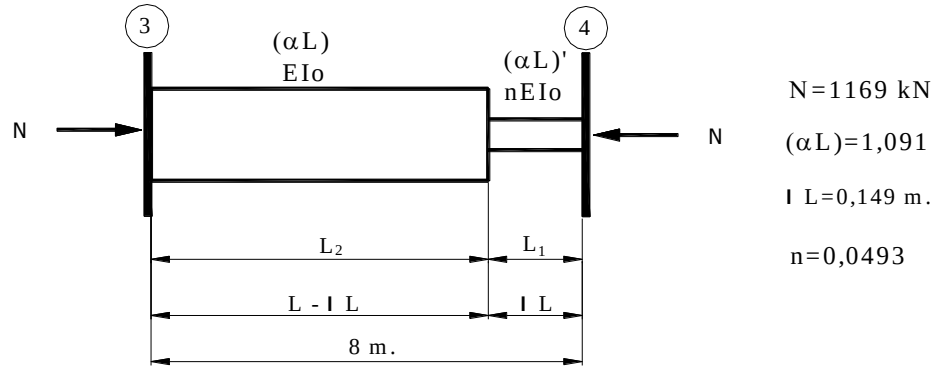
2. Adım (İki Bakımdan Lineer Olmayan Teoriye Göre Hesap)

Hesabın bu adımında, 1. adım sonucunda elde edilen eğilme momenti diyagramına göre, yeni birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerinin hesabında kullanılmak üzere, eğilme rijitliklerinin değiştiği kesitler belirlenmiştir. Buna göre, 1. adım sonunda elde edilen eğilme momenti diyagramına bağlı olarak belirlenen, eşdeğer kiriş en kesit değişimi Şekil 7.4 te gösterilmiştir.



Şekil 7.4 Kiriş için Atalet Momenti Değişiminin Gösterimi

(3-4) kolonunda oluşan plastikleşme bölgesine göre elde edilen, eşdeğer kolon en kesit değişimi ise aşağıdaki gibidir, Şekil 7.5.



Şekil 7.5 (3-4) Kolonu için Atalet Momenti Değişiminin Gösterimi

Atalet momenti değişken çubuklar ve bu çubuklardaki eşdeğer eğilme rijitliği değişimleri belirlendikten sonra, tanımlanan atalet momenti değişken sistem yatay ve düşey yükler altında hesaplanır. Bunun için, önce çubukların ikinci mertebe birim yerdeğiştirme sabitleri ve doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerden oluşan yükleme sabitleri bulunur. Daha sonra bu katsayı ve sabitler için (7.1) denklem takımı çözülerek bilinmeyenler elde edilir, Tablo 7.3.

Tablo 7.3 2. Adıma Ait Birim Yerdeğiştirme Sabitleri ve Bilinmeyenler

	i-j	j-i	j-i	
	1-2	3-2	4-3	
αL	1,019134	0	1,076754	
$m_i \theta_i l (EI/L)$	3,859589	0,880671	1,634233	
$m_i \theta_j l (EI/L)$	2,035768	0,466358	0,887829	
$m_j \theta_i l (EI/L)$	3,859589	3,245629	3,232363	
$m_j \delta l (EI/L^2)$	5,895357	1,347029	2,522062	
$t_i \theta_i l (EI/L^2)$	5,895357	1,347029	2,522062	
$t_j \theta_i l (EI/L^2)$	5,895357	1,347029	2,522062	
$t_j \delta l (EI/L^3)$	10,75208	2,694058	3,884726	

θ_2	-0,009993
θ_3	0,0001958
δ_{12}	0,0938719

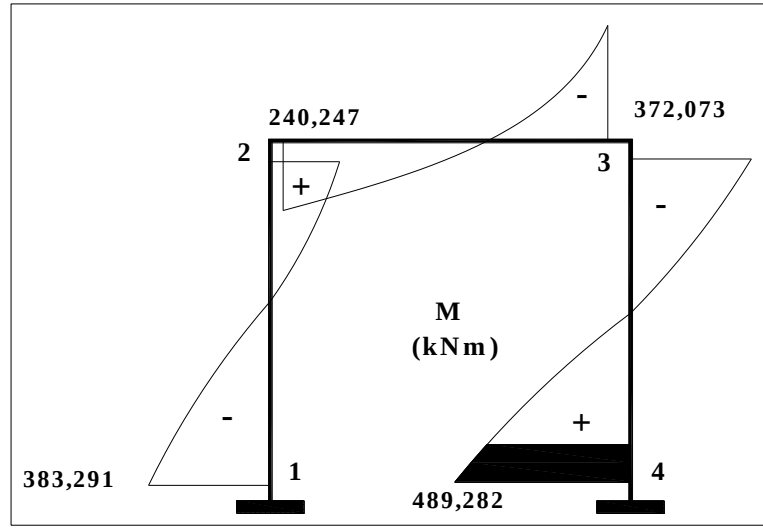
Atalet momenti değişken sistemin uç kuvvetleri süperpozisyon denklemleri ile hesaplanır ve kesit zorları bulunur, Tablo 7.4.

Tablo 7.4 2. Adım Sonucunda Oluşan Kesit Zorları

M_{12}	-383,291		T_{12}	68,985	
M_{21}	240,247		T_{21}	68,985	
M_{23}	240,247		T_{23}	48,587	
M_{32}	-372,073		T_{32}	-151,482	
M_{34}	-372,073		T_{34}	94,015	
M_{43}	489,282		T_{43}	94,015	

N_{12}	-1048,587
N_{23}	-14,015
N_{34}	-1151,412

Bu değerler yardımı ile çizilen eğilme momenti diyagramı Şekil 7.6 da gösterilmiştir.

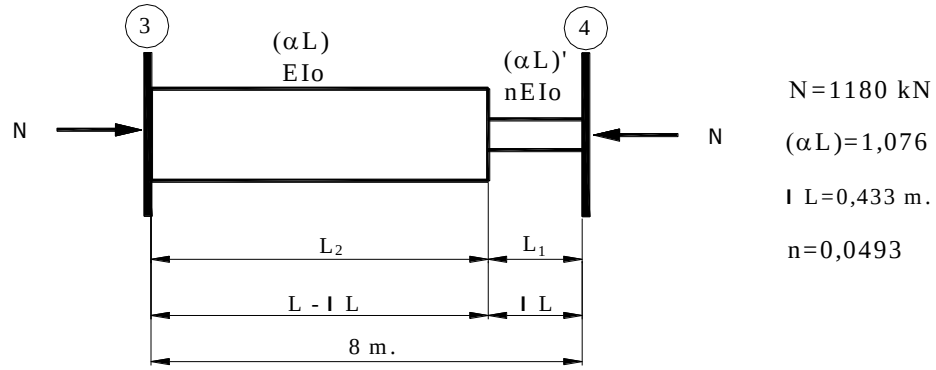


Şekil 7.6 2. Adım Sonunda Oluşan Eğilme Momenti Diyagramı

İkinci adımın sonunda sadece 3-4 kolonunun alt ucunda elastik moment kapasitesinin (M_{L1}) aşıldığı, dolayısı ile bu bölgede plastikleşme meydana geldiği görülmektedir. Ardışık yaklaşımın bir sonraki adımında, eğilme momenti değerinin M_{L1} den büyük olduğu plastikleşme bölgesinde 3-4 çubuğu atalet momenti uygun şekilde değiştirilerek hesap tekrarlanacaktır.

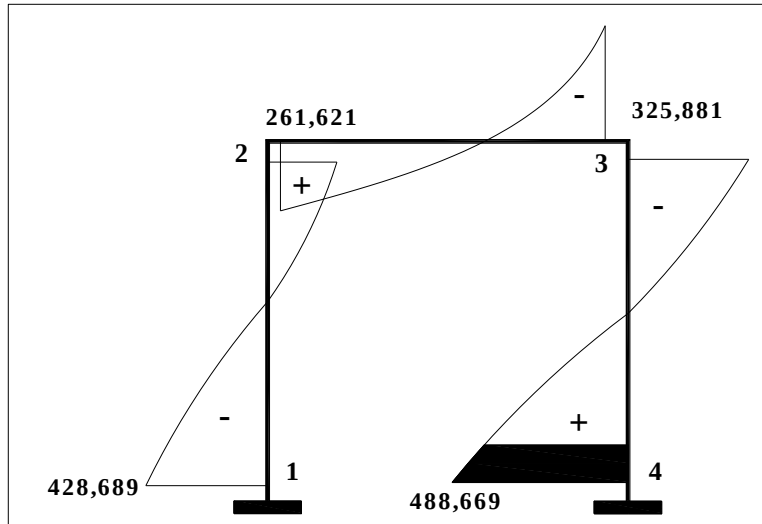
3. Adım (İki Bakımdan Lineer Olmayan Teoriye Göre Hesap)

Hesabın bu adımında, 2. adım sonucunda elde edilen eğilme momenti diyagramına göre, yeni birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitlerinin hesabında kullanılmak üzere, eğilme rijitliklerinin değiştiği kesitler belirlenmiştir. Buna göre, 2. adım sonucunda elde edilen eğilme momenti diyagramına bağlı olarak belirlenen, (3-4) kolonu eşdeğer en kesit değişimi Şekil 7.7 te gösterilmiştir.



Şekil 7.7 Kolon için Atalet Momenti Değişiminin Gösterimi

Atalet momenti değişken 3-4 çubuğu ve bu çubuk üzerindeki eşdeğer eğilme rijitliği değişimi belirlendikten sonra, tanımlanan atalet momenti değişken sistem düşey ve yatay yükler altında yeniden hesaplanır. Bunun için, yeni eşdeğer en kesit değişimi için, çubukların ikinci mertebe birim yerdeğiştirme sabitleri ve doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerden oluşan yükleme sabitleri elde edilir. Daha sonra bu katsayı ve sabitler için (7.1) denklem takımı çözülerek bilinmeyenler bulunur ve eğilme momenti diyagramı çizilir, Şekil 7.8.



Şekil 7.8 3. Adım Sonunda Oluşan Eğilme Momenti Diyagramı

Ardışık yaklaşıma benzer şekilde devam edilerek elde edilen eğilme momenti değerleri Tablo 7.5 te toplu olarak verilmiştir.

Tablo 7.5 Diğer Adımlara Ait Eğilme Momenti Değerleri

3. ADIM		4. ADIM		5. ADIM		6. ADIM	
M_{12}	-428,689	M_{12}	-430,051	M_{12}	-429,592	M_{12}	-429,678
M_{21}	261,621	M_{21}	262,145	M_{21}	261,895	M_{21}	261,941
M_{23}	261,621	M_{23}	262,145	M_{23}	261,895	M_{23}	261,941
M_{32}	-325,881	M_{32}	-325,215	M_{32}	-325,458	M_{32}	-325,412
M_{34}	-325,881	M_{34}	-325,215	M_{34}	-325,458	M_{34}	-325,412
M_{43}	488,669	M_{43}	487,891	M_{43}	488,041	M_{43}	488,013

Tablodan görüldüğü gibi, gölgeli olarak belirtilen kesitlerde $M > M_{L1}$ olmaktadır.

Ardışık yaklaşımın 5. ve 6. adımları arasındaki göreceli fark yeterince küçük olduğundan 6. adım sonunda hesaba son verilmiştir.

7.2 Sayısal Sonuçların Değerlendirilmesi

Tek katlı tek açıklıklı düzlem çerçeve sistem için elde edilen sayısal sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Sistemin lineer elastik sınırı geçen plastik şekil değiştirme bölgeleri saptandıktan sonra, sistem hesabı Bölüm 5 te açıklandığı şekilde yapılmış ve her adıma ait eğilme momenti diyagramları elde edilmiştir.

Ardışık yaklaşımın ikinci adımında 2-3 kirişinin sağ ucunda ve 3-4 kolonunun alt ucunda plastikleşme meydana gelmektedir.

Ardışık yaklaşımın üçüncü ve diğer adımlarında ise plastikleşme bölgesinin sadece 3-4 kolonunun alt ucunda meydana geldiği görülmektedir.

8. SONUÇLAR

Bu çalışmada elde edilen başlıca sonuçlar aşağıda açıklanmıştır.

1. Bu çalışmada, iç kuvvet – şekildeğiştirme bağıntılarının iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealleştirilebileceği ve doğrusal olmayan şekildeğiştirmelerin sürekli olarak yayıldığı sistemlerin malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan teoriye göre hesabı amacıyla, etkin bir yaklaşım geliştirilmiştir.
2. Her adımda, iki doğru parçasından oluşan iç kuvvet – şekildeğiştirme bağıntısının doğrusallaştırılması esasına dayanan bu yaklaşımda doğrusallaştırma tekniklerinden teğet tekniği uygulanmakta, böylece ardışık yaklaşımın her adımı, atalet momenti değişken çubuklardan oluşan bir yapı sisteminin hesabına dönüştürülmektedir. Geliştirilen yöntemin formülasyonu için Açı Yönteminden yararlanılmıştır.
3. Önerilen yaklaşımda kullanılmak üzere, atalet momenti bir ve iki noktasında değişen çubuklarda ikinci mertebe birim yerdeğiştirme ve yükleme sabitleri elde edilmiştir. Böylece, doğrusal olmayan sistemin bilinmeyen sayısını arttırmaksızın yerdeğiştirme yöntemi ile ikinci mertebe teorisine göre hesap yapılabilmektedir.
4. Geliştirilen hesap yönteminin pratik uygulamalara olanak sağlamak amacıyla, bir EXCEL programı geliştirilmiş, bu program yardımı ile atalet momenti değişken çubukların ikinci mertebe birim yerdeğiştirme sabitleri hesaplanmıştır. Elde edilen bir bölüm sonuçlar tablo ve grafikler şeklinde sunulmuştur.
5. Çalışmanın sayısal uygulamaları tek katlı ve tek açıklıklı bir betonarme çerçeve sistemi üzerinde gerçekleştirilmiştir.

6. Bu çalışmada geliştirilen ve doğrusal olmayan şekildeğişirmelerin sistem üzerinde sürekli olarak yayıldığı yapı sistemlerinin ikinci mertebe teorisine göre kesin hesabını öngören yöntemden, doğrusal olmayan yapı sistemlerinin dış etkiler altındaki gerçek davranışlarının izlenmesinde ve plastik mafsallara varsayımına dayanan yaklaşık yöntemlerin sonuçlarının irdelenmesinde yararlanılabilir.
7. Bu çalışmada geliştirilen hesap yöntemi, malzeme ve geometri değişimleri bakımından doğrusal olmayan sistemlerin hesabını yapan yapı analizi bilgisayar programlarına aktarılabilecek şekilde geliştirilmeye açıktır.

KAYNAKLAR

- [1] **Özer, E., Orakdöğen, E.**, 1995. Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabı Üzerine, *Turgan Sabis Sempozyumu*, s. 165-183, İstanbul.
- [2] **Moy, S. J.**, 1981. Plastic Methods For Steel And Concrete Structures, Macmillan Pres Ltd., London.
- [3] **Neal, B.G.**, 1963. Plastic Analysis of Structures, Chapman and Hall, London.
- [4] **Çavuş K.**, 2000. Malzeme ve Geometri Değişimleri Bakımından Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabına Yönelik Bir Yaklaşım ve Sayısal Uygulamaları, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [5] **Özer, G.**, 2003. Malzeme Bakımından Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabı İçin Bir Ardışık Yaklaşım Yöntemi ve Bilgisayar Programı, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [6] **Özer, E.**, 1969. Lineer Olmayan Sistemlerin Hesabı için Bir Metot, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- [7] **Girgin, K.**, 1996. Betonarme Yapı Sistemlerinde İkinci Mertebe Limit Yükün ve Göçme Güvenliğinin Belirlenmesi için Bir Yük Artımı Yöntemi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [8] **Özer, E.**, 2004. Yapı Sistemlerinin Lineer Olmayan Analizi Ders Notları, www.ins.itu.edu.tr/eozer, İstanbul.
- [9] **Çakıroğlu, A., Özden, E., Özmen, G.**, 1992. Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Mak. Programları, Cilt I, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- [10] **Çakıroğlu, A., Özer, E.**, 1980. Malzeme ve Geometri Değişimleri Bakımından Lineer Olmayan Sistemler, Cilt I, İ.T.Ü. Kütüphanesi, İstanbul.
- [11] **Çakıroğlu, A., Özer, E., Girgin, K.**, 1999. Yield Conditions and Yield Vector for Combined Biaxial Bending of Rectangular Reinforced Concrete Sections, *Uğur Ersoy Symposium in Structural Engineering*, 121-135, Ankara.

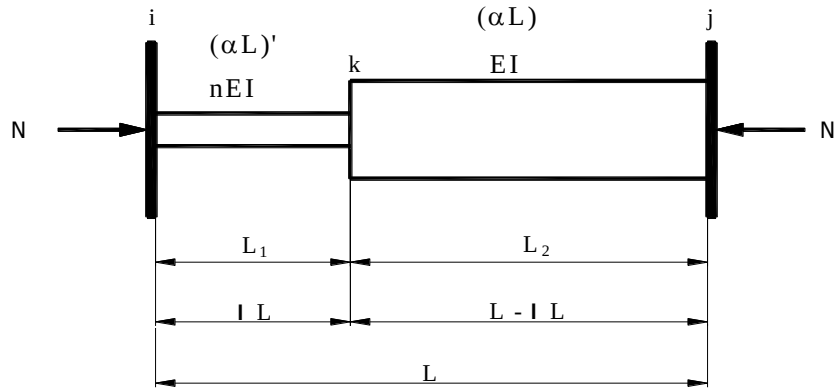
- [12] **Özer, E.**, 1987. Determination of Second Order Limit Load by a Method of Load Increments, *Bulletin of the Technical University of Istanbul*, 40, 4, 815-836, İstanbul.
- [13] **Çakıroğlu, A.**, 1974. Hiperstatik Sistemlerin Hesap Metodları, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul.
- [14] **TS 500** , 2000. Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları, *Türk Standartları Enstitüsü*, Ankara.
- [15] **TS 498** , 1987. Yapı Elemanlarının Boyutlandırılmasında Alınacak Yüklerin Hesap Değerleri, *Türk Standartları Enstitüsü*, Ankara.
- [16] **SAP 2000**, 2000. Structural Analysis Program User's Manual, Computers & Structures Inc., *University of California Berkeley*, California.

EK – A

**ATALET MOMENTİ DEĞİŞKEN ÇUBUKLARDA
İKİNCİ MERTEBE BİRİM YERDEĞİŞTİRME SABİTLERİ
İÇİN EXCEL TABLOLARI VE GRAFİKLERİ**

**ATALET MOMENTİ DEĞİŞKEN ÇUBUKLARDA İKİNCİ MERTEBE
BİRİM YERDEĞİŞTİRME SABİTLERİ İÇİN
EXCEL TABLOLARI VE GRAFİKLERİ**

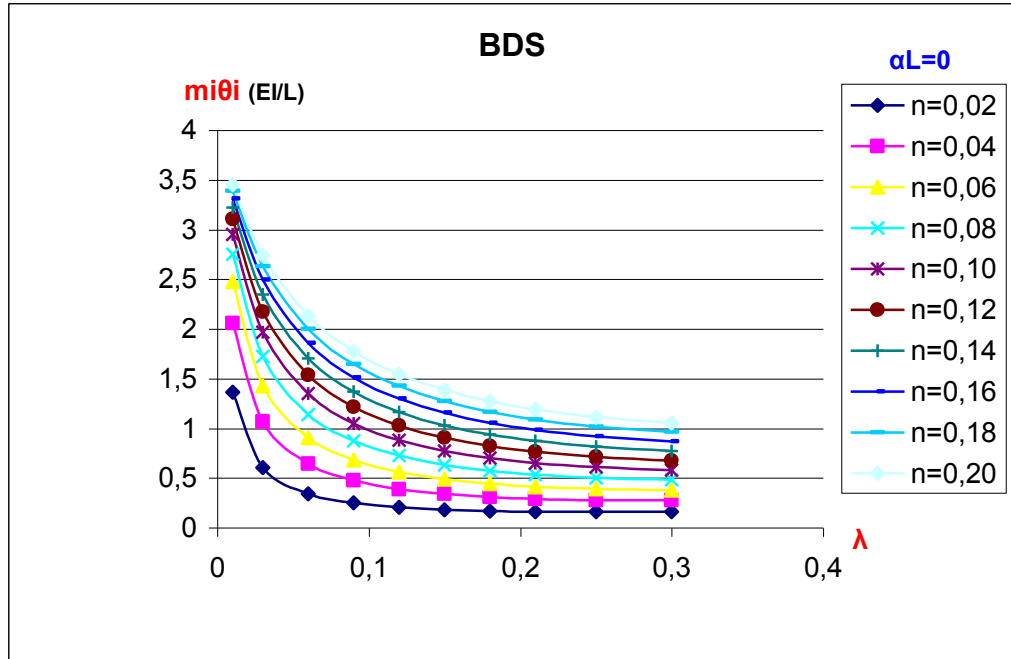
Bu bölümde, atalet momenti bir kesitinde değişen çubukların ikinci mertebe birim yerdeğiştirme sabitleri için pratik amaçlara yönelik Excel tabloları ve grafikleri verilmiştir. Bu tablolar ve grafikler αL parametresinin sabit değerleri, buna karşılık λ ve n parametrelerinin farklı değerleri için hazırlanmışlardır. Böylece, üç boyutlu bir grafik düzlem bir grafiğe dönüştürülebilmektedir. Grafiklerde, eğriler n parametrelerini, yatay eksen λ parametrelerini, düşey eksen ise birim yerdeğiştirme sabitlerinin değerlerini göstermektedir. Tablo ve grafiklerde kullanılan parametreler aşağıdaki şekil üzerinde gösterilmiştir, Şekil A.1.



Şekil A.1 Atalet Momenti Bir Kesitinde Değişen Çubuklar

Tablo A.1 $\alpha L=0$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

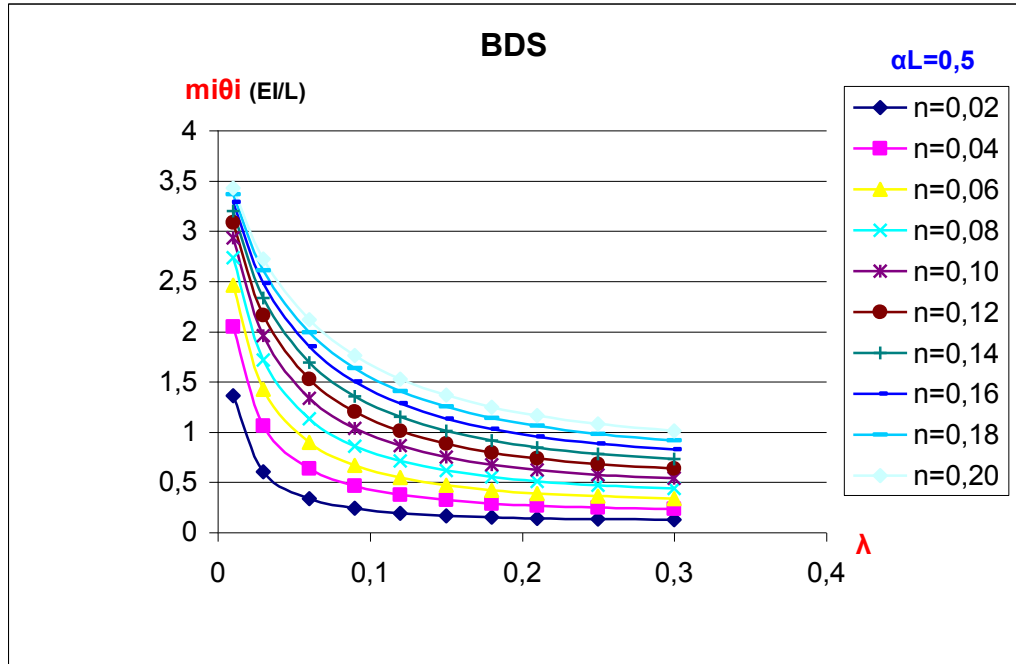
		n=0,02	n=0,06	n=0,10	n=0,14	n=0,18	n=0,20
$\alpha L=0$	λ	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$
$m_i\theta_i$	0,01	1,364873	2,473248	2,9528476	3,220493	3,391262	3,455391
$m_i\theta_i$	0,03	0,604788	1,43056	1,9685583	2,346891	2,627451	2,742191
$m_i\theta_i$	0,06	0,343297	0,904292	1,3474117	1,706276	2,002831	2,132602
$m_i\theta_i$	0,09	0,250189	0,681047	1,0500985	1,369771	1,649354	1,776398
$m_i\theta_i$	0,12	0,205402	0,560814	0,8789986	1,165608	1,425129	1,545905
$m_i\theta_i$	0,15	0,18165	0,48853	0,7707331	1,031444	1,273062	1,387358
$m_i\theta_i$	0,18	0,16908	0,442857	0,6987029	0,939183	1,165741	1,274179
$m_i\theta_i$	0,21	0,162984	0,413677	0,6497308	0,874267	1,088339	1,191699
$m_i\theta_i$	0,25	0,160269	0,391149	0,6080167	0,81628	1,017021	1,114754
$m_i\theta_i$	0,3	0,159986	0,378959	0,580292	0,774223	0,962551	1,054836



Şekil A.2 $\alpha L=0$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

Tablo A.2 $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

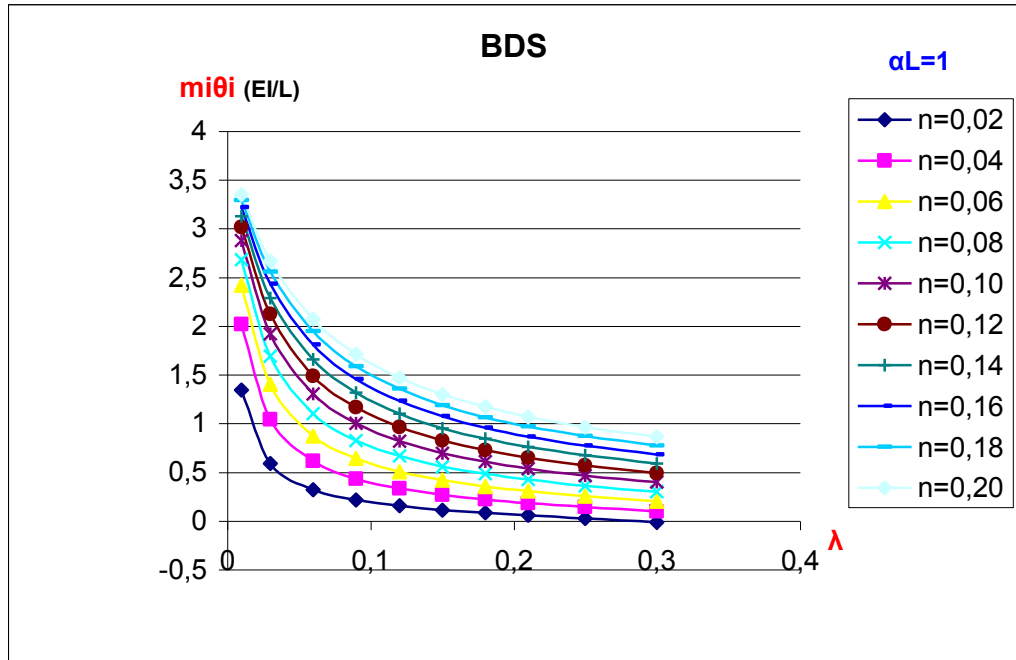
		n=0,02	n=0,06	n=0,10	n=0,14	n=0,18	n=0,20
$\alpha L=0,5$	λ	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$
$m_i\theta_i$	0,01	1,359999	2,459502	2,9337148	3,197949	3,366391	3,429615
$m_i\theta_i$	0,03	0,601174	1,423301	1,9574937	2,332476	2,610192	2,723682
$m_i\theta_i$	0,06	0,337237	0,896493	1,337432	1,694009	1,988321	2,117011
$m_i\theta_i$	0,09	0,241028	0,670659	1,0381892	1,356177	1,634007	1,760168
$m_i\theta_i$	0,12	0,19286	0,547137	0,8640946	1,149346	1,407424	1,527458
$m_i\theta_i$	0,15	0,165606	0,471137	0,7522206	1,011748	1,252113	1,365762
$m_i\theta_i$	0,18	0,149576	0,421431	0,6761241	0,915491	1,140902	1,248754
$m_i\theta_i$	0,21	0,140215	0,387989	0,6227056	0,846105	1,059069	1,161872
$m_i\theta_i$	0,25	0,133574	0,359554	0,5745651	0,781504	0,981079	1,078252
$m_i\theta_i$	0,3	0,128739	0,339815	0,538143	0,730213	0,917098	1,00874



Şekil A.3 $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

Tablo A.3 $\alpha L=1$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

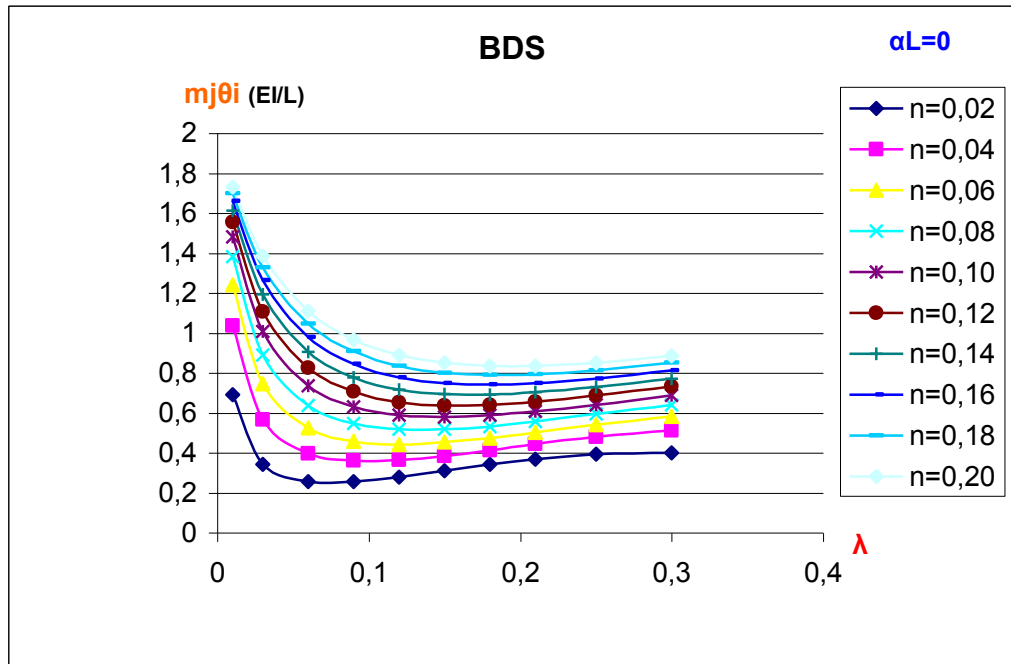
		n=0,02	n=0,06	n=0,10	n=0,14	n=0,18	n=0,20
$\alpha L=1$	λ	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$	$m_i\theta_i$
$m_i\theta_i$	0,01	1,344942	2,417227	2,8750679	3,128983	3,290401	3,3509
$m_i\theta_i$	0,03	0,590185	1,401029	1,9235064	2,288227	2,557269	2,666952
$m_i\theta_i$	0,06	0,318741	0,872742	1,3069544	1,656482	1,943901	2,069274
$m_i\theta_i$	0,09	0,212556	0,638954	1,0018744	1,314693	1,587131	1,710577
$m_i\theta_i$	0,12	0,15275	0,50505	0,8184967	1,099664	1,353341	1,471104
$m_i\theta_i$	0,15	0,112239	0,416929	0,695191	0,951321	1,187953	1,299649
$m_i\theta_i$	0,18	0,081371	0,353516	0,605874	0,842313	1,064462	1,170592
$m_i\theta_i$	0,21	0,055706	0,304818	0,5375363	0,758334	0,968374	1,069628
$m_i\theta_i$	0,25	0,025241	0,253655	0,4668449	0,671419	0,868358	0,964139
$m_i\theta_i$	0,3	-0,01379	0,201589	0,3977269	0,587353	0,771689	0,862021



Şekil A.4 $\alpha L=1$ Değeri için $m_i\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

Tablo A.4 $\alpha L=0$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

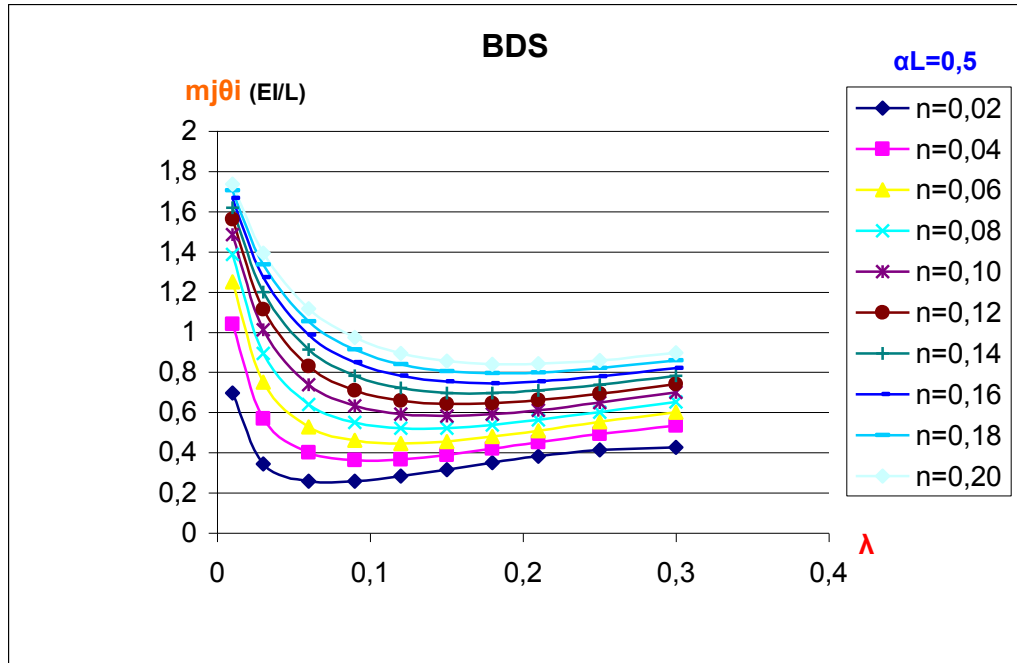
		n=0,02	n=0,06	n=0,10	n=0,14	n=0,18	n=0,20
$\alpha L=0$	λ	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$
$m_j\theta_i$	0,01	0,692367	1,242378	1,4803702	1,613184	1,697925	1,729748
$m_j\theta_i$	0,03	0,341149	0,744616	1,007474	1,192321	1,329397	1,385458
$m_j\theta_i$	0,06	0,25614	0,523817	0,7351416	0,906271	1,047683	1,109564
$m_j\theta_i$	0,09	0,255964	0,457161	0,6288619	0,777503	0,907478	0,966534
$m_j\theta_i$	0,12	0,279076	0,443011	0,5875686	0,717475	0,835005	0,889684
$m_j\theta_i$	0,15	0,309933	0,452803	0,5784939	0,693794	0,800385	0,850758
$m_j\theta_i$	0,18	0,341329	0,474777	0,5874561	0,691557	0,789031	0,835574
$m_j\theta_i$	0,21	0,368568	0,50261	0,6069403	0,702681	0,792778	0,836057
$m_j\theta_i$	0,25	0,392873	0,541716	0,6413326	0,729831	0,812628	0,852459
$m_j\theta_i$	0,3	0,398897	0,583751	0,6872002	0,77261	0,850267	0,887281



Şekil A.5 $\alpha L=0$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

Tablo A.5 $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

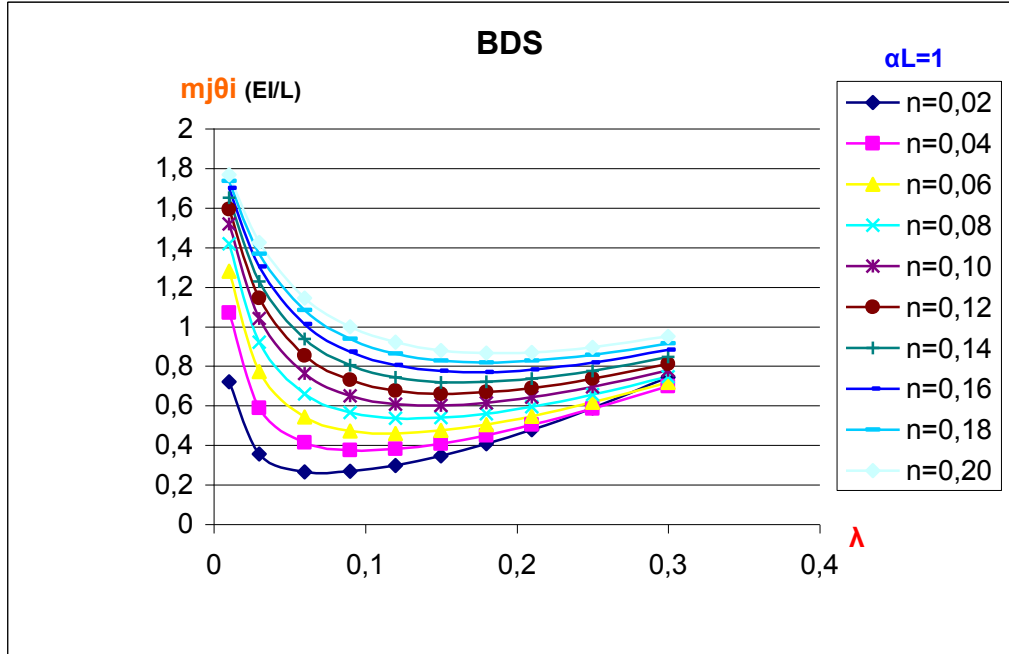
		n=0,02	n=0,06	n=0,10	n=0,14	n=0,18	n=0,20
$\alpha L=0,5$	λ	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$
$m_j\theta_i$	0,01	0,698951	1,251521	1,4898431	1,622638	1,707291	1,739065
$m_j\theta_i$	0,03	0,344434	0,751295	1,015669	1,20125	1,338695	1,394862
$m_j\theta_i$	0,06	0,258285	0,528406	0,7414269	0,913698	1,055889	1,118064
$m_j\theta_i$	0,09	0,258567	0,460972	0,6340959	0,783879	0,914746	0,974172
$m_j\theta_i$	0,12	0,283575	0,446937	0,592461	0,723343	0,841729	0,896786
$m_j\theta_i$	0,15	0,318019	0,45771	0,5837089	0,699694	0,807003	0,85772
$m_j\theta_i$	0,18	0,354851	0,481638	0,5937062	0,698067	0,796028	0,842841
$m_j\theta_i$	0,21	0,389184	0,512528	0,6150331	0,710452	0,800704	0,844138
$m_j\theta_i$	0,25	0,424318	0,557569	0,6533196	0,740456	0,822786	0,862549
$m_j\theta_i$	0,3	0,442305	0,609786	0,7065882	0,78898	0,865105	0,901654



Şekil A.6 $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

Tablo A.6 $\alpha L=1$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

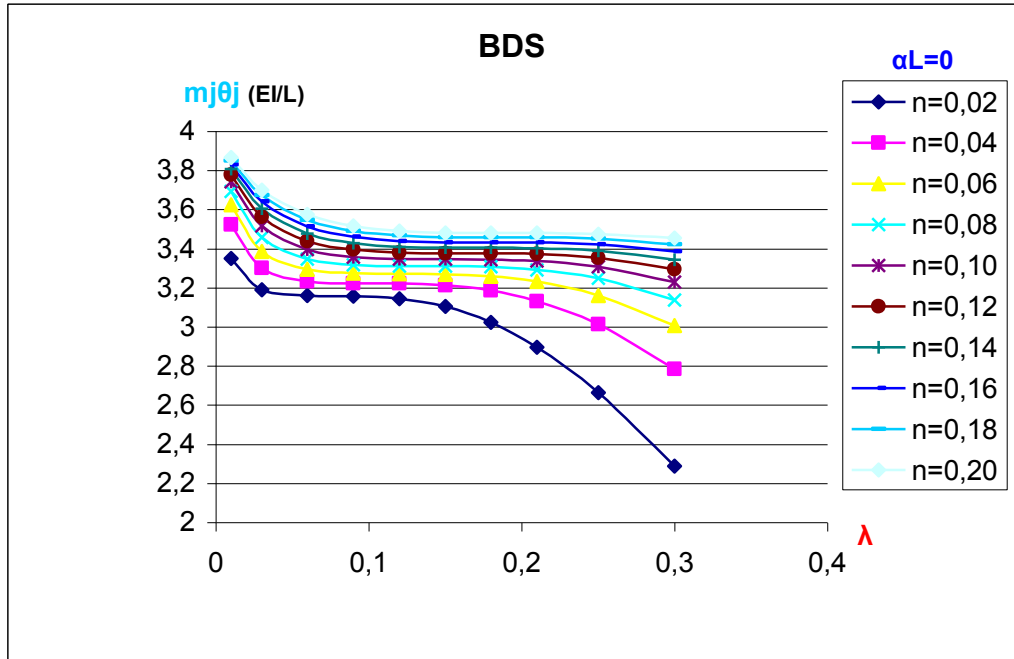
		n=0,02	n=0,06	n=0,10	n=0,14	n=0,18	n=0,20
$\alpha L=1$ sbt	λ	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$	$m_j\theta_i$
$m_j\theta_i$	0,01	0,719604	1,279997	1,5192734	1,651974	1,736334	1,767952
$m_j\theta_i$	0,03	0,354839	0,772284	1,0413247	1,229138	1,367684	1,424166
$m_j\theta_i$	0,06	0,265157	0,542956	0,7612633	0,937067	1,081654	1,144727
$m_j\theta_i$	0,09	0,267063	0,47315	0,6507285	0,804071	0,937707	0,998274
$m_j\theta_i$	0,12	0,298845	0,459602	0,6081162	0,74204	0,86309	0,919324
$m_j\theta_i$	0,15	0,347215	0,473786	0,6005405	0,718622	0,828157	0,87994
$m_j\theta_i$	0,18	0,407937	0,504668	0,6141365	0,719136	0,818555	0,866191
$m_j\theta_i$	0,21	0,479221	0,546978	0,6419856	0,735918	0,82646	0,870324
$m_j\theta_i$	0,25	0,588513	0,61608	0,6946836	0,776126	0,856399	0,895778
$m_j\theta_i$	0,3	0,743332	0,71614	0,7777876	0,846418	0,915894	0,950438



Şekil A.7 $\alpha L=1$ Değeri için $m_j\theta_i$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

Tablo A.7 $\alpha L=0$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

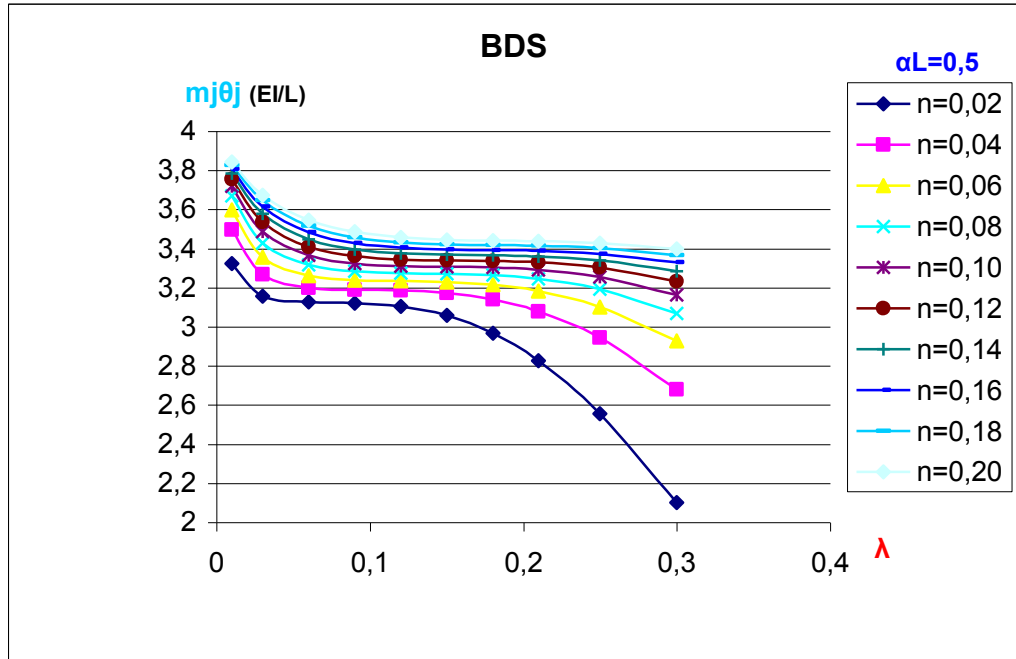
		n=0,02	n=0,06	n=0,10	n=0,14	n=0,18	n=0,20
$\alpha L=0$	λ	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$
$m_j\theta_j$	0,01	3,351074	3,624032	3,7421366	3,808045	3,850098	3,865889
$m_j\theta_j$	0,03	3,188472	3,386309	3,5148789	3,605252	3,672259	3,699661
$m_j\theta_j$	0,06	3,159692	3,293306	3,3952691	3,477382	3,545095	3,574701
$m_j\theta_j$	0,09	3,158406	3,272999	3,3570454	3,427949	3,489366	3,517166
$m_j\theta_j$	0,12	3,14499	3,270878	3,34682	3,410122	3,465811	3,491428
$m_j\theta_j$	0,15	3,103089	3,269029	3,3457651	3,405743	3,457782	3,481743
$m_j\theta_j$	0,18	3,022291	3,257842	3,3443108	3,405461	3,456414	3,479559
$m_j\theta_j$	0,21	2,897044	3,230545	3,3361587	3,40329	3,456039	3,479388
$m_j\theta_j$	0,25	2,662175	3,160285	3,3066111	3,389808	3,449961	3,47541
$m_j\theta_j$	0,3	2,286015	3,007437	3,2273199	3,344215	3,422498	3,453922



Şekil A.8 $\alpha L=0$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

Tablo A.8 $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

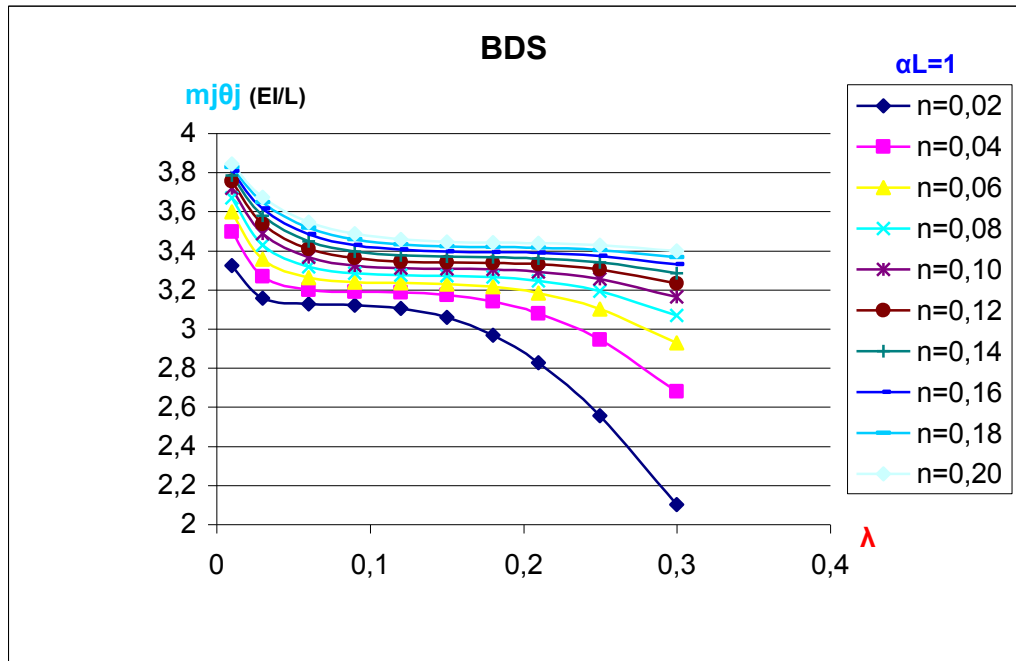
		n=0,02	n=0,06	n=0,10	n=0,14	n=0,18	n=0,20
$\alpha L=0,5$	λ	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$
$m_j\theta_j$	0,01	3,307669	3,585397	3,7051748	3,771915	3,81446	3,830429
$m_j\theta_j$	0,03	3,13959	3,341685	3,4726737	3,564583	3,632641	3,660451
$m_j\theta_j$	0,06	3,106906	3,243631	3,3477916	3,431555	3,500549	3,530692
$m_j\theta_j$	0,09	3,101986	3,219482	3,3054542	3,377902	3,440598	3,468957
$m_j\theta_j$	0,12	3,083506	3,213597	3,2913962	3,356159	3,413084	3,439254
$m_j\theta_j$	0,15	3,032957	3,207434	3,2863267	3,347797	3,401064	3,425575
$m_j\theta_j$	0,18	2,936632	3,190694	3,2802716	3,343162	3,39543	3,419149
$m_j\theta_j$	0,21	2,784638	3,155667	3,2664495	3,335935	3,390258	3,414254
$m_j\theta_j$	0,25	2,488886	3,069436	3,2265368	3,313876	3,376398	3,402737
$m_j\theta_j$	0,3	1,987721	2,881678	3,1266469	3,252568	3,335493	3,368515



Şekil A.9 $\alpha L=0,5$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

Tablo A.9 $\alpha L=1$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

		n=0,02	n=0,06	n=0,10	n=0,14	n=0,18	n=0,20
$\alpha L=1$	λ	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$	$m_j\theta_j$
$m_j\theta_j$	0,01	3,174546	3,467448	3,5925039	3,661858	3,705948	3,722473
$m_j\theta_j$	0,03	2,988994	3,204781	3,3434941	3,440284	3,51167	3,540771
$m_j\theta_j$	0,06	2,943904	3,090701	3,201938	3,290995	3,36408	3,395934
$m_j\theta_j$	0,09	2,927376	3,054374	3,1465814	3,224013	3,290816	3,320971
$m_j\theta_j$	0,12	2,892191	3,036527	3,1203811	3,189881	3,250798	3,278753
$m_j\theta_j$	0,15	2,81108	3,01651	3,1025424	3,168889	3,226152	3,252446
$m_j\theta_j$	0,18	2,653868	2,981548	3,0817221	3,150378	3,206967	3,232559
$m_j\theta_j$	0,21	2,381636	2,92022	3,0494033	3,126884	3,186451	3,212589
$m_j\theta_j$	0,25	1,749504	2,776067	2,9745831	3,076688	3,147379	3,176736
$m_j\theta_j$	0,3	0,290567	2,446678	2,8008204	2,961706	3,06166	3,10039



Şekil A.10 $\alpha L=1$ Değeri için $m_j\theta_j$ Birim Yerdeğiştirme Sabitleri

ÖZGEÇMİŞ

1978 yılında Ankara’da doğan Volkan Durukan ilk öğrenimini Gaziantep Akyol İlk Okulunda, orta öğrenimini Gaziantep Anadolu Lisesinde tamamladı. 1997 yılında İ.T.Ü İnşaat Fakültesine girdi. 2002 yılında lisans eğitimini iyi derece ile tamamladıktan sonra, 2002 kış yarıyılında İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Deprem Mühendisliği Programına girmeye hak kazandı. 2004 - 2005 bahar yarıyılı sonunda Yüksek Lisans eğitimini tamamladı.

Volkan Durukan, 2004 yılında başladığı proje mühendisliği ve koordinasyonu görevini halen özel bir firmada sürdürmektedir.