

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İKİ PARAMETRELİ ZEMİNLERE OTURAN
SÜREKLİ KİRİŞLERİN DİNAMİK HESABI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Kemal ÖZKİRŞEHİRLİ
501001160

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 13 Mayıs 2002

Tezin Savunulduğu Tarih : 31 Mayıs 2002

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Ahmet Işın SAYGUN

Diğer Jüri Üyeleri Y.Doç.Dr. Mecit ÇELİK

Doç.Dr. Necdet TORUNBALCI

MAYIS 2002

ÖNSÖZ

İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Mühendisliği Programında gerçekleştirilen bu yüksek lisans çalışmasında iki parametrelili zemine oturan sürekli kirişlerin dinamik hesabı yapılmıştır.

Bu çalışmanın yapılması sürecinde bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım sayın hocam Prof. Dr. Ahmet Işın SAYGUN önde gelmek üzere, sayın hocam Y.Doç. Dr. Mecit ÇELİK' e, Yapı Statiği Çalışma Grubunun diğer değerli öğretim üyelerine ve sevgili dostum Kadir Koray GÖREN' e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Mayıs 2002

Kemal ÖZKIRŞEHİRLİ

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	v
SEMBOL LİSTESİ	vi
ÖZET	vii
SUMMARY	viii
1. GİRİŞ	1
1.1. Konunun tanıtımı	1
1.2. Çözüm Yönteminin Tanıtımı	8
1.3. Çalışmanın Amacı Ve Kapsamı	9
2. İKİ PARAMETRELİ ZEMİNE OTURAN KİRİŞLERİN DİNAMİK HESABI	11
2.1. İki Parametrelili Vlasov Tipi Zeminlerin Dinamik Durumdaki Özelliklerinin Tanıtımı Ve Hesabı	11
2.1.1. Zemin Çökme Yüzeyi Fonksiyonunun Belirlenmesi	15
2.2. İki Parametrelili Zemin Tepkilerinin Kiriş Sonlu Elemanlarda Hesaba Katılması	23
2.3. Kiriş Dışındaki İki Parametrelili Zemin Ortamının Sonlu Elemanlarla İdealize Edilmesi	27
2.3.1. İki Serbestlik Dereceli Çubuk Zemin Sonlu Eleman	29
2.4. Hesapta İzlenen Yol	30
2.4.1. Serbest Titreşim Hesabı	30
2.4.2. Zorlanmış Titreşim Hesabı	31
2.4.3. Zemin Yüzey Parametresi γ 'nın Hesabı	32
3. SAYISAL ÖRNEKLER	36
3.1. İki Parametrelili Zemine Oturan Çıkmalı Kiriş	36
3.1.1. Serbest Titreşim Hesabı	37
3.1.2. Zorlanmış Titreşim Hesabı	41
3.1.2.1. Statik Dış Yükler Durumu	42
3.1.2.2. Dinamik Dış Yükler Durumu	44
4. SONUÇLAR	47
KAYNAKLAR	49
ÖZGEÇMİŞ	50

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 2.1 : α , β ve Δ parametrelerinin alabileceği değerler	24
Tablo 2.2 : 4 serbestlik dereceli kiriş eleman için rijitlik matrisi	25
Tablo 2.3 : Kiriş sonlu elemanın rijitlik matrisini oluşturan matrisler ve kütle matrisi	27
Tablo 2.4 : Zemin sonlu elemanın rijitlik matrisini oluşturan matrisler ve kütle matrisi	28
Tablo 3.1 : Birinci serbest titreşim modu ardışık yaklaşımı	38
Tablo 3.1a : H=6m durumu	38
Tablo 3.1b : H=4m durumu	38
Tablo 3.1c : H=12m durumu	38
Tablo 3.2 : İkinci serbest titreşim modu ardışık yaklaşımı	39
Tablo 3.2a : H=6m durumu	39
Tablo 3.2b : H=4m durumu	39
Tablo 3.2c : H=12m durumu	39
Tablo 3.3 : H=6m için mod şekilleri	40
Tablo 3.3a : Birinci mod (simetrik)	40
Tablo 3.3b : İkinci mod (antimetrik)	40
Tablo 3.4 : Statik dış yükler için ardışık yaklaşım	42
Tablo 3.5 : Statik dış yüklerden oluşan deplasmanlar	43
Tablo 3.6 : Dinamik dış yükler için ardışık yaklaşım	44
Tablo 3.6a : Simetrik durum	44
Tablo 3.6b : Antimetrik durum	45
Tablo 3.7 : Dinamik dış yüklerden oluşan deplasmanlar	45
Tablo 3.7a : Simetrik durum	45
Tablo 3.7b : Antimetrik durum	45

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 1.1 :Winkler Zemin Modeli	2
Şekil 1.2 :Filonenko - Brodich zemin modeli	3
Şekil 1.3 :Hetenyi zemin modeli	4
Şekil 1.4 :Pasternak zemin modeli	5
Şekil 1.5 :Vlasov zemin modeli	6
Şekil 2.1 :Elastik zemine oturan kiriş	11
Şekil 2.2 :Zemine etkiyen dış kuvvetler	12
Şekil 2.3 : $\phi(z)$ fonksiyonunun farklı H değerlerine göre değişimi	15
Şekil 2.3a : $\phi(z)$ 'in Lineer Değişimi	15
Şekil 2.3b : $\phi(z)$ 'in Non-Lineer Değişimi	15
Şekil 2.4 :dz Kalınlığındaki Zemin Tabakasına Etkiyen Yükler	17
Şekil 2.5 : $\phi(z)$ fonksiyonunun hiperbolik seçilmesi durumu	20
Şekil 2.5' : $\phi(z)$ fonksiyonunun trigonometrik seçilmesi durumu	20
Şekil 2.6 :4 serbestlik dereceli kiriş sonlu eleman	24
Şekil 2.7 :Kiriş sonlu eleman için birim uç deplasmanları ve karşı gelen çökme fonksiyonları	26
Şekil 2.8 :Birbirine yakın temel kirişlerinin karşılıklı etkileşimi	28
Şekil 2.9 :İki serbestlik dereceli çubuk zemin sonlu eleman	29
Şekil 3.1 :İki parametrelili zemine oturan çıkmalı kirişin görünümü ve kesiti	36
Şekil 3.2 :Sistem sonlu eleman ağı ve düğüm noktası numaraları	37
Şekil 3.3 :H=6m için mod şekilleri	41
Şekil 3.3a :Birinci mod (simetrik)	41
Şekil 3.3b :İkinci mod (antimetrik)	41
Şekil 3.4 :Statik yükler	42
Şekil 3.5 :Statik dış yükler için şekil değiştirmiş durum	43
Şekil 3.6 :Dinamik dış yükler	44
Şekil 3.6a :Simetrik durum	44
Şekil 3.6b :Antimetrik durum	44
Şekil 3.7 :Dinamik yükler için şekil değiştirmiş durum	46
Şekil 3.7a :Simetrik durum	46
Şekil 3.7b :Antimetrik durum	46

SEMBOL LİSTESİ

x, y, z	: Kartezyen koordinatlar
u, v, w	: Kartezyen koordinatlar doğrultusundaki yer değiştirmeler
ϵ_x, ϵ_y	: x, y eksenleri etrafındaki deformasyonlar
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	: Kayma deformasyonları
M_x, M_y	: Eğilme momentleri
T_x, T_y	: Kesme kuvvetleri
E, ν, G	: Elastisite modülü, Poisson oranı, Kayma modülü
I	: Kuvvetli eksen etrafında atalet momenti
$[]$	: Matris gösterimi
$\phi(z)$	: Zemin çökme yüzeyinin fonksiyonu
τ_{zx}, τ_{zy}	: Zemindeki kayma gerilmeleri
C	: Zemine ait elastik yataklanma katsayısı
C_T	: Zemine ait kayma parametresi
q_z	: Zemin reaksiyonları
γ	: Zemin yüzey parametresi
E_s, ν_s	: Zeminin elastisite modülü ve Poisson oranı
K_C	: Zemin elastik yataklanma matrisi,
K_{CT}	: İki parametrelili zeminde kayma parametresi matrisi
H	: Sıkışabilen zemin tabakası kalınlığı
ω_i	: Sisteme i . Moduna ait özel açısal frekans
m	: Sistem birim boy kütlesi
μ_s	: Zemin birim boy kütlesi
Ω	: Harmonik yük açısal frekansı

ÖZET

Bu çalışmada iki parametrelili elastik zemine oturan kirişlerin dinamik hesabı yapılmıştır. Çözümde zemin yüzey parametresi, bu parametreye bağlı olarak zemine ait yataklanma, kayma parametresi ve sistemin birim boy kütlesi bir ardışık yaklaşım yöntemiyle hesaplanmıştır.

Çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Giriş birinci bölümde konunun önemi, problemin ifade edilmesi ve hesabın genel aşamaları tanıtılmıştır. Konu hakkında daha önce yapılan çalışmalar doğrultusunda ortaya konulan matematik modeller kısaca anlatılmıştır. Sistemin çözümü için kullanılan çözüm yöntemi ve yöntemin uygulanma prosedürü hakkında ön bilgi verilmiştir. Ayrıca bu bölümde çalışmanın kapsamı ve amacı da belirtilmiştir.

İkinci bölümde iki parametrelili Vlasov tipi zeminde zemin karakteristikleri tanımlanarak iki parametrelili zemine oturan kirişlerin altındaki ve dışındaki zemin bölümlerinde sistemin hareket denkleminin bulunabilmesi için gerekli, zemin yüzeyindeki çökmelerin derinliğe bağlı değişimini veren diferansiyel bağıntı elde edilerek bunun yardımıyla zemin yüzey parametresinin ifadesi elde edilmiştir. Her iki diferansiyel ifadeyi sağlayan çözümün bir ardışık yaklaşımla elde edilmesi söz konusudur. Hesaba γ zemin yüzey parametresinin herhangi bir değeri için zemin parametreleri ve sisteme ait diğer parametreler hesaplanarak başlanacak; bu değerler kullanılarak sistem çözülecek ve çözümden faydalanarak zemin yüzey parametresinin yeni değeri hesaplanacaktır. Hesap adımının başındaki γ değeriyle hesabın sonunda hesaplanan γ değeri arasındaki fark belli bir değerin altına düşünce hesaba son verilecektir. Bu bölümde dört serbestlik dereceli kiriş ve iki serbestlik dereceli zemin elemanların elastik yataklanma ve kayma parametreleri matrisleriyle, kütle matrisleri verilerek hesaplarda kullanılacak sonlu elemanlar metodu tanıtılmıştır.

Üçüncü bölümde bu çalışmadan elde edilen algoritma seçilen bir çıkmalı temel kirişi örneği üzerinde uygulanarak sistemin serbest titreşimi incelenmiştir. Daha sonra harmonik değişen dış yüklere göre zorlanmış titreşim hesabı yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar tablo ve şekillerle ifade edilmiştir.

Dördüncü ve son bölümdeyse çalışmadan elde edilen sonuçlar toplu olarak verilmiştir.

DYNAMIC ANALYSIS OF CONTINUOUS BEAMS RESTING ON TWO PARAMETER FOUNDATION

SUMMARY

In this study the dynamic analysis of continuous beams resting on two-parameter foundation is presented. In the analysis, the value of subgrade reaction, shear parameter of the soil and the mass per unit length will be determined according to a γ parameter, which controls the decay of stress distribution within the foundation and which is calculated by an iterative process.

The study consists of four chapters. The first chapter deals with the importance of the subject, statement of the problem and the general stages of the analysis. The previous mathematical models regarding the subject are shortly described. Also preliminary information is given about the analysis method and the procedure. This chapter also contains the scope and objective of the study.

In the second chapter the foundation characteristics are described for two-parameter Vlasov foundation. In order to calculate the γ parameter, which is needed to obtain governing differential equation both at the bottom and outside regions of the beam, the differential equation that controls the deformations along the foundation depth is derived. An iterative process can evaluate the unique solution that satisfies both of the differential equations. This iterative process will start by election of γ parameter randomly; the parameters required in the analysis will be calculated according to this parameter. Then the analysis will be run. By using the results a new γ parameter will be calculated and the analysis will be run again. When the γ parameter converges to a certain value, the analysis process will stop. Besides, this chapter contains the stiffness matrices for beam element with four degrees of freedom and soil element with two degrees of freedom.

The third chapter consists of application of the algorithm on a cantilevered beam example. First of all the free vibration analysis is made for different soil stratum heights. After that the forced vibration analysis are made due to harmonically changing loads. The results are tabulated into tables and figures to help the reader.

In the last chapter the results of this study are gathered together to have an overview of the study.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

1.1 KONUNUN TANITIMI

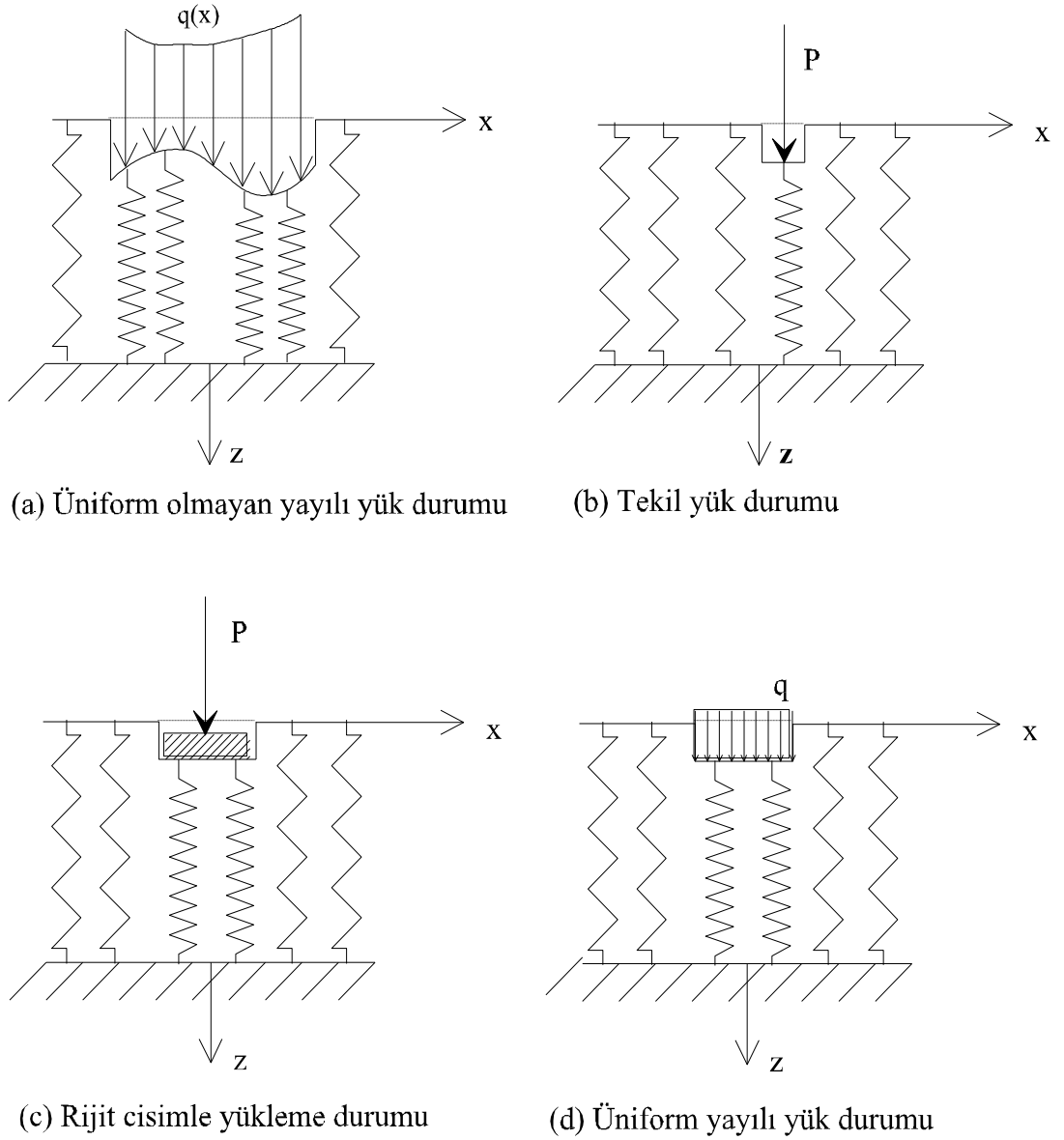
Yapıların mesnetlerini oluşturan temellerde, üst yapıdan gelen yüklere bağlı olarak, zeminde çökme ve oturmalar meydana gelmektedir; bu da yer değiştirme ve dönmelere neden olarak üst yapının davranışını etkilemektedir.

Bu sebeple elastik zemine oturan yapı elemanlarının analizi bilim adamlarından yeterli ilgiyi görmüş ve bu konu hakkında pek çok çalışma yapılmıştır. Zemine oturan yapı elemanının davranışı ve zeminin kendi davranışı birbiriyle karşılıklı etkileşim halinde olduğu için problemin hayli ilginç bir hal aldığı bu çalışmalar sonucunda ortaya çıkmıştır.

Elastik zemine oturan kirişlerin analizinin genel olarak üç aşamadan oluştuğu kabul edilebilir. Bu aşamalardan ilki ,belki de en önemlisi, yapının ve zeminin karşılıklı etkileşimlerini en iyi şekilde temsil edecek kabuller yapılarak uygun zemin modelinin seçilmesidir. İkinci aşama zemine ait büyüklüklerin , temel boyutlarının ve malzemesinin seçilmesidir. Üçüncü aşamaysa daha önceki aşamalardan elde edilen veriler kullanılarak, seçilen bir matematik model yardımıyla problemin çözülmesi ve sonuçların yorumlanmasıdır. Son aşamada ortaya çıkan yorumlara göre bu sürecin tekrarlanması da mümkün olabilir

Elastik zemine oturan kirişler ve plaklar problemi ilk defa Winkler (1867) tarafından modellenmiş ve teorisinin esasları belirlenmiştir. Bu modelde bir noktadaki zemin tepkilerinin o noktada oluşan çökmelerle doğru orantılı olduğu kabulü yapılmıştır.

$$q(x, y) = kw(x, y) \quad (1.1)$$



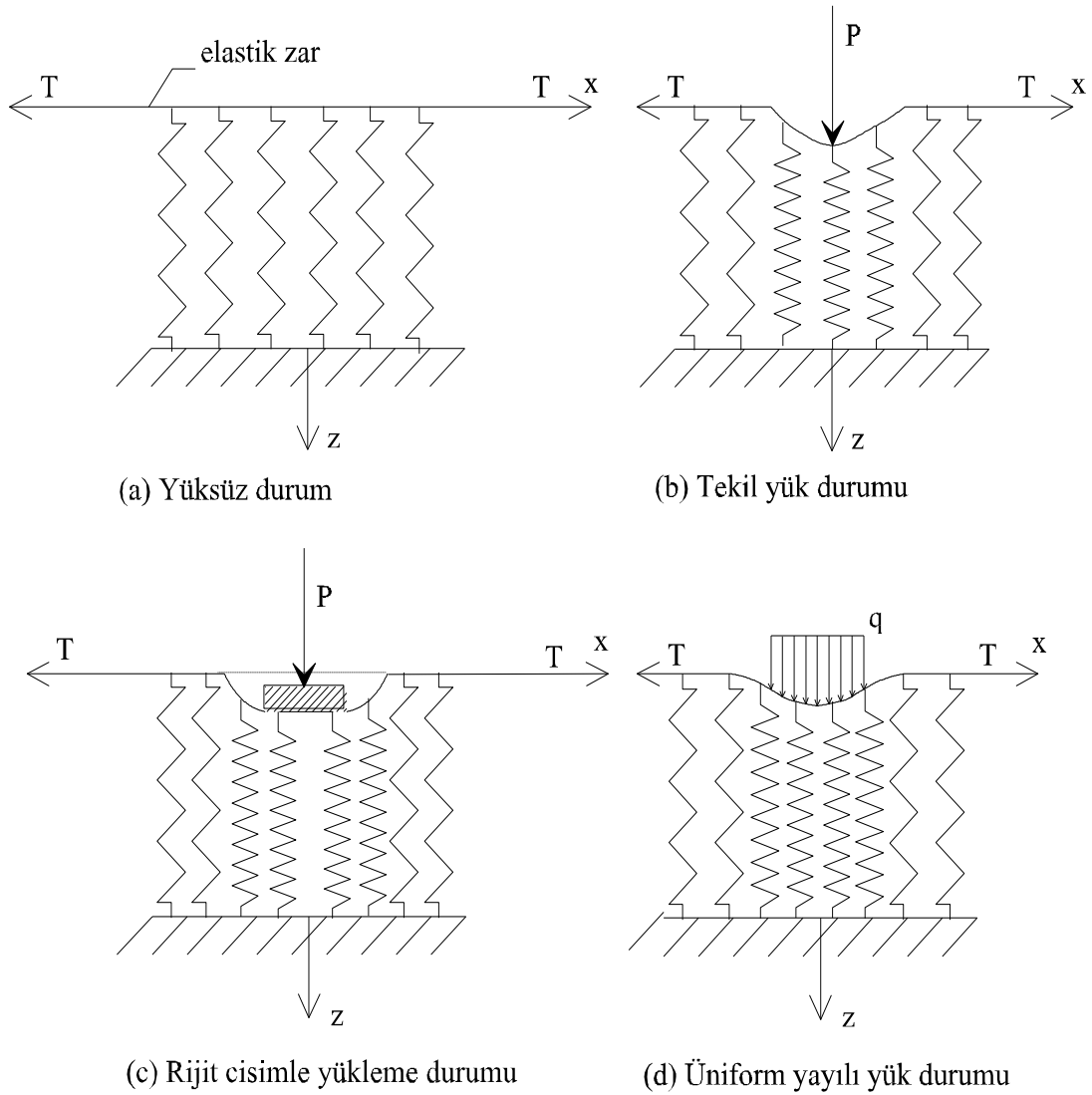
Şekil 1.1 Winkler Zemin Modeli

Winkler modelinde zeminin, (1.1) ifadesinin bir sonucu olarak, birbirinden bağımsız, sadece düşey doğrultuda çalışan, lineer elastik yaylardan oluşan bir sistem olduğu kabul edilmiştir. Bunun sonucunda yükün isabet ettiği yaylarda çökmeler gözlenir ve diğer yaylarda bu yaylar yüklü yaylara sonsuz yakınlıkta olsa dahi hiçbir çökme oluşmaz. Şekil 1.1’de Winkler zemin modelinin kabul edildiği bir sistemde değişik yüklere ait deplasman durumları gösterilmiştir.

Winkler modelinde zemin sürekli ortamının özelliklerini karakterize eden sadece bir parametre vardır. Zemin yatak katsayısı adı verilen bu katsayı genellikle arazide yapılan deneylerle elde edilmektedir.

Winkler zemin modelinin, yayılı yükte olduğu gibi, bazı durumlarda yetersiz kalması üzerine; araştırmacılar hem bu modelin zayıf yönlerini güçlendirmek hem de zemin sürekli ortamını daha iyi idealize edebilmek için yeni zemin modelleri geliştirmişlerdir.

Filonenko ve Brodich tarafından 1940'lı yılların ilk yarısında geliştirilen modelde Winkler modelindeki yayların üst uçlarının birbirlerine elastik bir zarla bağlı olduğu kabul edilmiştir. (Bkz. Şekil 1.2)



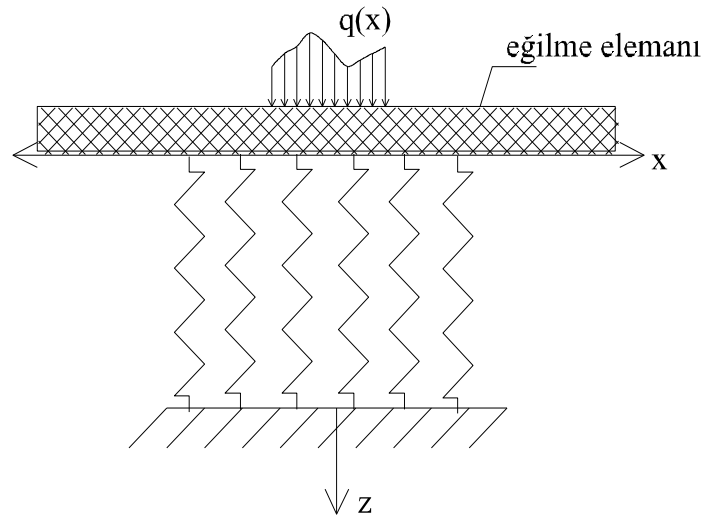
Şekil 1.2 Filonenko - Brodich zemin modeli

Bu modelde sisteme yükleme yapıldığında yüzeydeki zarda gerilme meydana gelir. Zar ve yay sisteminin dengesinden zeminin reaksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$q(x) = kw - T \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (1.2)$$

Filonenko - Brodich modelinde, (1.1) ifadesinde de görüldüğü gibi, k Winkler modelindeki zemin yatak katsayısı, T değeri ise yayları birbirine bağlayan zarda olduğu kabul edilen sabit çekme kuvveti olmak üzere; zemine ait iki parametre bulunmaktadır.

Hetenyi'nin 1946 yılında geliştirdiği benzer bir zemin modelindeyse Filonenko – Brodich modelindeki elastik zarın yerini bir elastik eğilme elemanı almaktadır. İncelenen probleme göre bu eleman ince bir plak ya da bir kiriş olabilmektedir. (Bkz. Şekil 1.3)



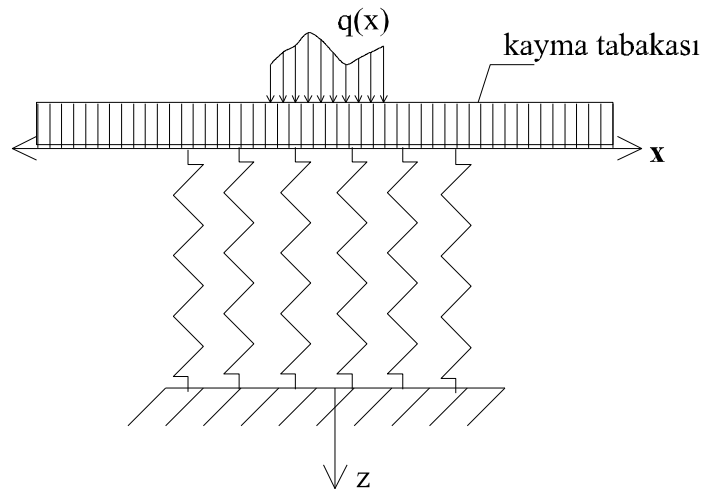
Şekil 1.3 Hetenyi zemin modeli

Modeldeki problemin tek eğrilikli olduğu düşünülürse Şekil 1.3' teki eğilme elemanı bir kiriş olur. Bu durumda zemin reaksiyonu (1.3) ifadesiyle belirtilebilir.

$$q(x) = kw - EI \frac{d^4 w}{dx^4} \quad (1.3)$$

(1.3) ifadesinde birinci zemin parametresi k Winkler zemin yatak katsayısını, ikinci zemin parametresi ise kirişin eğilme rijitliği EI olarak karşımıza çıkmaktadır.

1954 yılında ortaya atılan Pasternak modelindeyse Winkler modelindeki yayların üst kısmında sadece kayma gerilmelerini aktaran ve düşey ekseninde rijit olan bir kayma tabakası ön görülmüştür. (Bkz. Şekil 1.4) Böylece Winkler zemin modelindeki yayların arasında bir kayma etkileşimi oluşacağı düşünülmüştür.



Şekil 1.4 Pasternak zemin modeli

Kayma tabakasının (x,y) düzleminde izotropik olduğu kabul edilmiştir, dolayısıyla kayma tabakasının kayma modülleri arasında (1.4) bağıntısı geçerlidir.

$$G_x = G_y = G_p \quad (1.4)$$

(1.4) ifadesindeki G_p ikinci zemin parametresi olmak üzere zemin reaksiyonu

$$q(x, y) = kw - G_p \nabla^2 w \quad (1.5)$$

olarak ifade edilebilir.

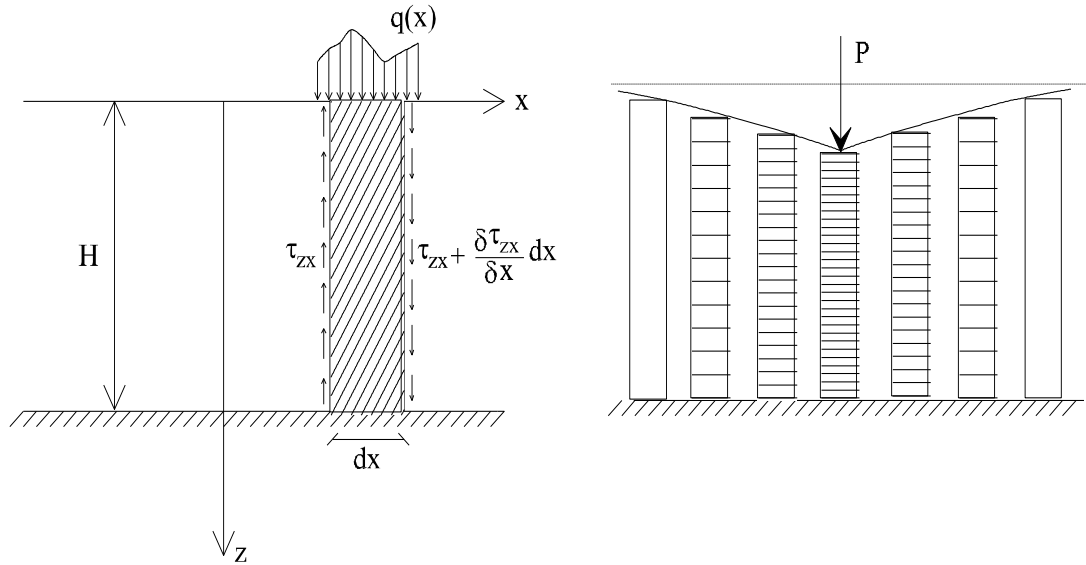
(1.5) ifadesindeki ∇^2 Laplaci en operatörü olup açılımı (1.6) ifadesinde verilmiştir.

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (1.6)$$

Vlasov ve Leont'ev (1966) tarafından geliştirilen modeldeyse yukarıda bahsi geçen zemin modellerinden farklı olarak zemine ait parametrelerin elde edilmesinde farklı bir yöntem izlenmiştir. Şekil 1.5'te görüldüğü gibi x-z düzleminde ele alınan zemin kolonu için yer değiştirmeler (1.7) ifadesindeki şekilleriyle kabul edilmişlerdir.

$$u(x,z) = 0 \quad w(x,z) = w(x) \phi(z) \quad (1.7)$$

(1.7) ifadesinde $u(x,y)$ x-z düzleminde yatay deplasman, $w(x,z)$ aynı düzlemde zemin üst yüzeyindeki düşey deplasman ve $\phi(z)$ fonksiyonu ise $w(x)$ yer değiştirmelerinin derinlik boyunca (z eksenı boyunca) değişimini veren yaklaşım fonksiyonudur.



Şekil 1.5 Vlasov zemin modeli

Vlasov zemin modelinin temel hareket noktası zemin sürekli ortamında daha önceki modellerde ihmal edilen kayma şekil değiştirmelerinin hesaba katılmasıdır. Vlasov tipi zemine oturan ince plakların diferansiyel denklemi (1.8) ifadesinde verilmiştir.

$$D\nabla^4 w - 2C_T \nabla^2 w + kw = q \quad (1.8)$$

(1.8) ifadesinde C_T zemin kayma parametresi diğer terimler ise daha önceden tanımlandıkları gibidir.

Zemine ait parametreleri hesaplamak için Vlasov ve Leont'ev hesaba yeni bir γ parametresi katmışlardır. Bu parametre zemin sürekli ortamındaki düşey yer değiştirmelerin değişimini karakterize etmekte ve zemin yüzey parametresi olarak adlandırılmaktadır. Bu yaklaşımın avantajı zemin yatak katsayısının ve zemin kayma parametresinin sadece ampirik yöntemlerle belirlenmemesi; bunun yerine zemine ait E_s , ν_s ve H değerleriyle hesaplanabilmesidir. Burada E_s , ν_s ve H sırasıyla zeminin elastisite modülü, Poisson oranı ve sıkışabilir zemin tabakasının kalınlığıdır. Vlasov ve Leont'ev çalışmalarında rasgele bir γ değeri seçerek zeminin yer değiştirme şeklini varsaymışlar ve zemin parametrelerini buna göre hesaplamışlarsa da γ parametresinin belirlenmesi hakkında bir açıklamada bulunmamışlardır.

Yang (1972), Vlasov ve Leont'ev' in iki parametrelili modelini kullanarak elastik zemine oturan dikdörtgen plakların hesabını yapmıştır. Hesabında plak için sonlu elemanlar metodunu ve zemin özelliklerinden elde edilen sınır koşulları için de sonlu farklar metodunu birleştirmiştir. Fakat bu çalışmada da γ değerinin belirlenmesi için bir metot verilmemiş, Vlasov ve Leont'ev' in önerdiği yol kullanılmıştır.

1977' de Jones ve Xenophontos varvasyoneel hesap ilkelerini kullanarak γ parametresinin hesabı için bir yol önermişlerdir. Bu çalışmada da değer tam olarak hesaplanmamış ama, γ parametresiyle elastik zemine oturan kirişin deforme olmuş hali arasında bir ilişki kurulabilmiştir. Vallabhan ve Das (1987) Jones ve Xenophontos' un çalışmasını izleyerek iki parametrelili elastik zemine oturan kirişlerin hesabında γ parametresinin belirlenmesi için ardışık yaklaşıma dayanan bir metot geliştirmişlerdir. Bu çalışmada C ve C_T zemin parametrelerini etkileyen bütün faktörleri ortaya çıkarmışlardır. γ parametresinin değerinin, düzgün yayılı yük durumunda, aynı zamanda kirişin boyuyla sıkışabilir zemin tabakasının kalınlığı

arasındaki orana bağılı olduğu da bu çalışmayla belirlenmiştir. Vallabhan ve Das geliştirdikleri bu modele değiştirilmiş Vlasov modelini adını vermişlerdir.

Elastik zemine oturan kiriş durumunda (1.8) ifadesi aşağıdaki hali almaktadır.

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} - 2C_T \frac{d^2 w}{dx^2} + kw = q \quad (1.9)$$

Vallabhan ve Das çalışmalarında elastik zemine oturan kiriş problemini sonlu zemin tabakaları yaklaşımını kullanarak çözmüşlerdir. Problem üç farklı yükleme durumu için sonlu farklar metodu kullanılarak çözülmüş ve çok daha gelişmiş sonlu eleman çözümleriyle uyum sağlanmıştır.

1.2 ÇÖZÜM YÖNTEMİNİN TANITIMI

Mühendislik problemlerinin giderek karmaşıklaşması; bunun sonucunda diferansiyel denklem çözümüne dayanan klasik çözüm metotlarının uygulanmasının zorlaşması hatta bu yollarla çözümün imkansızlaşması, ayrıca bilgisayarların ortaya çıkması ve çok gelişmesiyle nümerik çözümler büyük popülerlik kazanmıştır. Bu metotlar, mühendislik problemleri ne kadar karmaşık olursa olsun, çözümü sonlu sayıda bilinmeyenli lineer denklem takımının çözümüne dönüştürdüğünden hızla gelişmiş ve yayılmışlardır.

İnşaat mühendisliğinde bu yöntemlerden sonlu elemanlar metodu büyük kullanım alanı bulmaktadır. Bu yöntemin temelinde yatan fikir analiz edilecek yapının, cismin ya da bölgenin çok sayıda sonlu elemana bölünmesidir. Düğüm noktalarında birleştiği kabul edilen bu elemanlar bir, iki ya da üç boyutlu olabilmektedir. Elemanların şekil değiştirmeleri ise düğüm noktalarının sonlu sayıdaki deplasman bileşenleri ve bunların koordinat değişkenlerine göre bazı türevlerinden oluşan uç deplasmanlarına bağlı fonksiyonlarının lineer kombinasyonu olarak belirlenebilir. Elemanlardaki uç kuvvetleri ve uç deplasmanları arasındaki matris bağıntıları, birim deplasman durumlarını belirleyen deplasman fonksiyonlarından veya birim yükleme durumlarından hareketle enerji teoremleri kullanılarak elde edilebilirler. Sisteme gelen yüklerin de düğüm noktalarına etkidiği kabul edilerek yayılı etkiler de düğüm

noktalarına etkiyen tekil kuvvetlere ve momentlere dönüştürülebilir. Sonuç olarak sistemin çözümü düğüm noktalarında uç deplasmanları doğrultusunda denge denklemleri anlamında bir lineer denklem takımının çözümüne indirgenmektedir.

Yukarıda anlatılan sebeplerden dolayı sonlu elemanlar metodu sisteme ait bilgileri, mesnet şartlarını, dış etkilerin sürekli veya ani değişimlerini ve sistem sınırlarının düzgün olmaması halini kolaylıkla göz önüne alma imkanı sağlamaktadır.

İnşaat mühendisliği problemlerinde sonlu elemanlar yöntemi uygulanırken denklemlerin sistemin bütünüyle çalışılarak ve enerji teoremleriyle çıkarılması problemin fizik anlamına, başlangıçta yapılan kabullere ve yükleme terimlerine açıklık getirdiğinden daha uygun olmaktadır.

Bu çalışmada da sonlu elemanlar yöntemi kullanılacaktır. Çözümde kullanılması gereken kiriş sonlu elemanlara ait rijitlik ve kütle matrisleri [1]' den alınacak, zemin elemanlara ait matrislerse bu çalışmada elde edileceklerdir.

1.3 ÇALIŞMANIN AMACI VE KAPSAMI

Bu çalışmada iki parametrelili Vlasov tipi zeminlere oturan kirişlerin dinamik yüklere göre hesabı yapılacaktır. Bütün hesaplarda zeminin homojen olduğu dolayısıyla zeminin mekanik özelliklerinin sabit olduğu kabul edilecektir.

Hesaplar sonlu elemanlar metodunun ilkelerine göre yapılacaktır. Hesaplar yapılırken sadece temelin altında bulunan zemin bölgesi değil temelin iki yanındaki zemin bölgesi de sıkışabilir zemin tabakasının yüksekliğiyle ilişkili olarak dikkate alınacaktır. Bu bölgelerde daha basit sonlu elemanlar kullanılacaktır. Bir önceki bölümde belirtildiği gibi kullanılacak kiriş sonlu elemanlara ait rijitlik ve kütle matrislerin belirlenmesinde [6]' dan yararlanılacak, zemin elemanlar için gereken matrisler ise çalışma kapsamında yeniden elde edileceklerdir.

Titreşim hesaplarında sadece temelin değil aynı zamanda γ parametresine bağlı olarak zeminin bir kısmının da temelle birlikte titreştiği kabul edilecektir. Titreşim hesaplarının tamamında yayılı kütle yaklaşımı kullanılacaktır. Böylece dinamik

hesabın daha gerçekçi olacağı düşünülmektedir. Titreşim problemlerinin matematiksel çözümünde ise özel değer problemi yaklaşımı kullanılıp, bu özel değer belirlenmesinde determinant kriteri yöntemi uygulanacaktır.

Hesapta Vallabhan ve Das(1987) tarafından geliştirilen değiştirilmiş Vlasov zemin modeli kullanılacak ve dolayısıyla ardışık yaklaşım uygulanacaktır. γ değeri ve dolayısıyla iki zemin parametresiyle birim boy kütleinde yakınsama sağlanana kadar hesaplar tekrar edilecektir. Bu çalışmada yakınsaklık ölçütü olarak n son yaklaşımın numarasını göstermek üzere (1.10) ifadesi seçilmiştir.

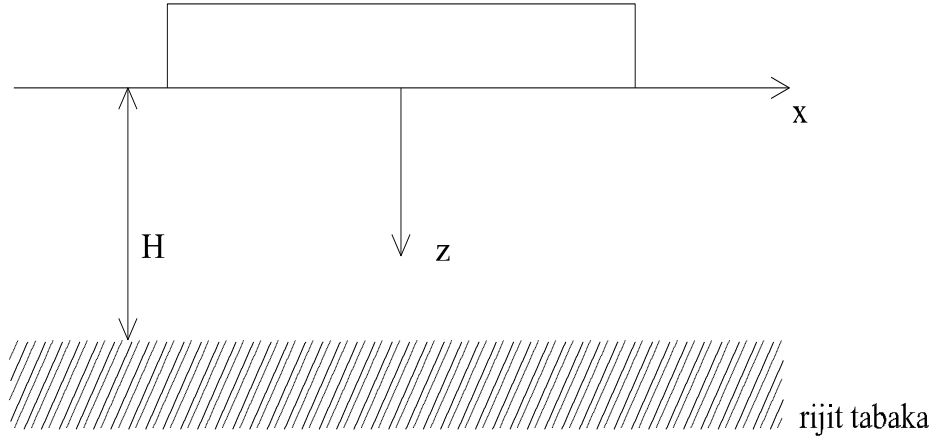
$$|\gamma_n - \lambda_{n-1}| \leq 0,001 \quad (1.10)$$

Yukarıda anlatılanların ışığında önce serbest titreşim hesabı yapılacaktır. Serbest titreşim hesabında ilk iki serbest titreşim modlarına ait özel açısal frekanslar ve karşılık gelen mod şekilleri bulunacaktır. Bu hesaplar farklı sıkışabilir zemin tabakası yüksekliklerine göre yapılarak tabaka yüksekliğinin titreşime etkisi gözlenmeye çalışılacaktır.

Daha sonra simetrik ve antimetrik yük durumları için zamana göre harmonik değişen dış etkiler altında zorlanmış titreşim hesapları yapılacak ve deplasmanlar bulunacaktır. Zorlanmış titreşim hesapları yapılırken sistemde, temelin zeminden ayrılmasını önleyecek ölçüde statik yüklerin de bulunduğu öngörülecek ve başlangıçta yapılan kabullerin geçersiz olması önleneyecektir.

BÖLÜM 2. İKİ PARAMETRELİ ZEMİNE OTURAN KİRİŞLERİN DİNAMİK HESABI

2.1 İKİ PARAMETRELİ VLASOV TİPİ ZEMİNLERİN DİNAMİK DURUMDAKİ ÖZELLİKLERİNİN TANIMI VE HESABI



Şekil 2.1 Elastik zemine oturan kiriş

Zamanla $\cos \omega t$ harmonik fonksiyonuyla değişen dış etkiler altında olan, Şekil 2.1’ de görülen ve $Z=0$ kotunda zemine oturan kirişte çökme eğrisi $w(x)\cos \omega t$ ise bunun altındaki H kalınlığında sıkışabilir zemin tabakasında herhangi bir noktadaki çökme dinamik durumda aşağıdaki gibi ifade edilebilir

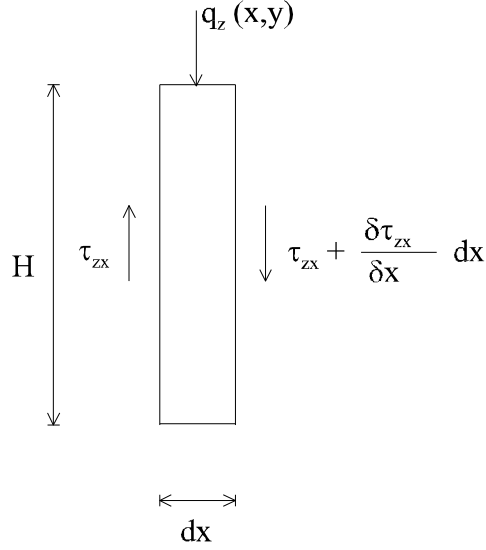
$$w_z = w(x) \phi(z) \cos \omega t \quad (2.1)$$

$\phi(z)$ fonksiyonu için sınır koşulları:

$$z=0 \Rightarrow \phi(0) = 1 \quad (2.1a)$$

$$z=H \Rightarrow \phi(H) = 0 \quad (2.1b)$$

Kirişin altındaki zemin tabakasından dx genişlikli, H yükseklikli bir kolon ele aldığımızda bu kolona etkiyen dış kuvvetler Şekil 2.2' deki gibi gösterilebilir.



Şekil 2.2 Zemine etkiyen dış kuvvetler

Kayma modülü G_s olan zeminin derinlik boyunca homojen olduğunu kabul edip yukarıdaki tesirleri çökme fonksiyonu cinsinden ifade edersek;

$$\tau_{zx} = G_s \frac{\partial w_x}{\partial x} \phi(z) \cos \omega t \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = G_s \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \phi(z) \cos \omega t \quad (2.3)$$

olacaktır. Bu kolonda temelden zemine aktarılan q_z yükü ve yanal kayma gerilmeleri sonucu z eksenı yönünde oluşan normal gerilme E_s ve ν_s sırasıyla zeminin elastisite modülü ve Poisson oranı olmak üzere aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\sigma_z = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \frac{\partial w_z}{\partial z} \quad (2.4)$$

(2.4) ifadesinde (2.1) ifadesi yerine yazılırsa

$$\sigma_z = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} w_x \frac{\partial \phi(z)}{\partial z} \cos \omega t \quad (2.5)$$

Virtüel iş teoremini uygulamak için (2.5) ifadesindeki durum yükleme durumu olarak düşünülecektir. Virtüel şekil değiştirme durumu olarak da zemin kolonunun üst yüzeyinin birim çökmesi alınacaktır. Bu durumda herhangi bir noktanın çökmesi

$$\overline{w_z} = 1 \cdot \phi(z) \quad (2.6)$$

boy değiştirme deformasyonu ise

$$\overline{\varepsilon_z} = \frac{\partial \overline{\phi(z)}}{\partial z} \quad (2.7)$$

olur. Yukarıda virtüel deplasman durumunu ve yükleme durumunu belirttiğimiz sistem için atalet kuvvetlerini dış kuvvet olarak düşünerek virtüel iş teoremini uygularsak, μ_s zeminin birim hacim kütlesi olmak üzere dış kuvvetlerin işi

$$q_z dx + \int_{z=0}^H \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} dx \phi(z) dz - \int_{z=0}^H \mu_s \frac{\partial^2 (w_x \phi(z))}{\partial t^2} \phi(z) dx dz \quad (2.8)$$

(2.8) ifadesinde (2.3) ifadesi yerine yazılırsa

$$q_z dx + \int_{z=0}^H G_s \frac{d^2 w_x}{dx^2} \phi(z)^2 \cos \omega t dx dz - \int_{z=0}^H \mu_s \frac{\partial^2 (w_x \phi(z))}{\partial t^2} \phi(z) dz \quad (2.9)$$

iç kuvvetlerin işiyse

$$\int_{z=0}^H \sigma_z \overline{\varepsilon_z} dx dz = \left\{ \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} w_x \cos \omega t \int_{z=0}^H \left(\frac{\partial \phi(z)}{\partial z} \right)^2 dz \right\} dx \quad (2.10)$$

$$C = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \int_{z=0}^H \left(\frac{\partial \phi(z)}{\partial z} \right)^2 dz \quad (2.11)$$

$$2C_t = G_s \int_{z=0}^H \phi^2(z) dz \quad (2.12)$$

$$m = \mu_s \int_{z=0}^H \phi^2(z) dz \quad (2.13)$$

$$m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -m\omega^2 w \quad (2.14)$$

Virtüel iş teoremine göre (2.9) ve (2.10) ifadeleri birbirine eşitlenir ve (2.11 - (2.14) kısaltmaları yapılırsa dinamik durumda Vlasov tipi zeminin tepkisini veren diferansiyel denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$q_z = (C - \omega^2 m)w - 2C_T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.15)$$

(2.15) ifadesi kiriş denkleminde dış yük gibi düşünülürse iki parametrelili Vlasov tipi zemine oturan kirişin denklemi elde edilir.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = q - q_z \quad (2.16)$$

(2.16) ifadesinde (2.15) yerine yazılırsa sistemin dinamik durumdaki diferansiyel denklemi elde edilir.

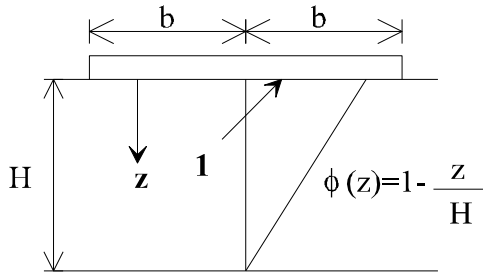
$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2C_T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (C - \omega^2 m')w = q \quad (2.17)$$

(2.17) ifadesindeki m' teriminin (2.13)'teki m teriminden farklı olduğu unutulmamalıdır. (2.13)' de sadece zeminin titreşimi söz konusu olduğu için (2.17)'de bu terime kirişin de birim boy kütlesi de eklenmelidir.

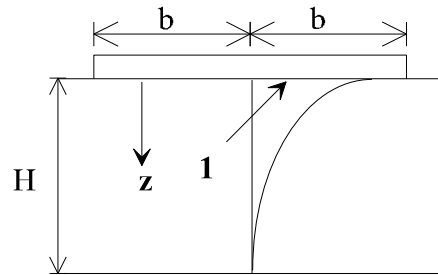
Çıkarılan bütün ifadelerde C Winkler tipi zemindeki bilinen zemin yatak katsayısını, $2C_T$ ise zeminde oluşabilen kayma gerilmelerinin göz önüne alınmasıyla ortaya çıkan zemin kayma parametresini göstermektedir. (2.12) ve (2.13) deki ifadelerden bu değerlerin zeminin mekanik özelliklerine, sıkışabilir zemin tabakasının kalınlığı H' ya ve yalnız $z = 0$, $z = H$ daki sınır değerleri tam olarak bilinen $\phi(z)$ zemin çökme yüzeyi fonksiyonuna bağlı olduğu görülmektedir.

2.1.1 Zemin Çökme Yüzeyi Fonksiyonunun Belirlenmesi

Rijit bir temelin boyutlarına oranla küçük H sıkışabilir zemin tabaka kalınlığı için $\phi(z)$ fonksiyonunun şekil (2.3a) daki gibi lineere yakın olabileceği gibi, büyük bir H değeri için ise şekil (2.3b) deki gibi derine doğru hızla sönümleneceği beklenebilir.



Şekil 2.3a $\phi(z)$ 'in Lineer Değişimi



Şekil 2.3b $\phi(z)$ 'in Non-Linear Değişimi

Şekil 2.3 $\phi(z)$ fonksiyonunun farklı H değerlerine göre değişimi

Konu hakkında yapılan daha önceki çalışmalarda $\phi(z)$ fonksiyonunun değişik şekillerde seçilmesi sonucu, bu fonksiyonlara bağlı olarak farklı C ve C_T ifadeleri bulunmuştur. Vlasov ve Leont'ev b Şekil 2.3' de görüldüğü gibi dikdörtgen plağa ait kısa kenarın yarı genişliği olmak üzere aşağıdaki gibi seçmişlerdir.

$$\phi(z) = \frac{\text{Sh} \gamma \frac{H-z}{b}}{\text{Sh} \frac{\gamma H}{b}} \quad (2.18)$$

(2.18) ile belirlenen $\phi(z)$ fonksiyonunu (2.11) ve (2.12)' de yerlerine yazarsak C ve C_T ifadeleri aşağıdaki halleri alırlar.

$$C = \frac{E_o \gamma}{2b(1-v_o^2)} \frac{\text{Sh} \frac{\gamma H}{b} \text{Ch} \frac{\gamma H}{b} + \frac{\gamma H}{b}}{\text{Sh}^2 \frac{\gamma H}{b}} \quad (2.19)$$

$$C_T = \frac{E_o b}{8\gamma(1+v_o)} \frac{\text{Sh} \frac{\gamma H}{b} \text{Ch} \frac{\gamma H}{b} - \frac{\gamma H}{b}}{\text{Sh}^2 \frac{\gamma H}{b}} \quad (2.20)$$

Yukarıdaki ifadelerdeki E_o ve v_o değerlerinin açılımı (2.21)' de verilmiştir.

$$E_o = \frac{E_s}{1-v_s^2} \quad v_o = \frac{v_s}{1-v_s} \quad (2.21)$$

Bölüm 1'de de belirtildiği gibi Vlasov ve Leont'ev yukarıdaki formülasyonu geliştirmelerine rağmen çalışmalarında γ değerinin nasıl hesaplanacağı hakkında bir açıklamada bulunmamışlardır.

$\phi(z)$ fonksiyonunun belirlenmesi için en uygun yaklaşım [6]'daki Wallabhan, Straughan ve Das tarafından verilenidir. Bu çalışmada minimum potansiyel enerji prensibi kullanılıp varyasyonel hesabın ilkelerine göre hareket edilmiştir. Plak ve zemin ortamının toplam potansiyel enerjisi zeminde $u = v = 0$, $w_z = w(x,y)$ $\phi(z)$ olmak üzere (2.22a) da verildiği gibidir.

$$H = U_{\text{plak}} + U_{\text{ze min}} + V_{\text{yük}} \quad (2.22a)$$

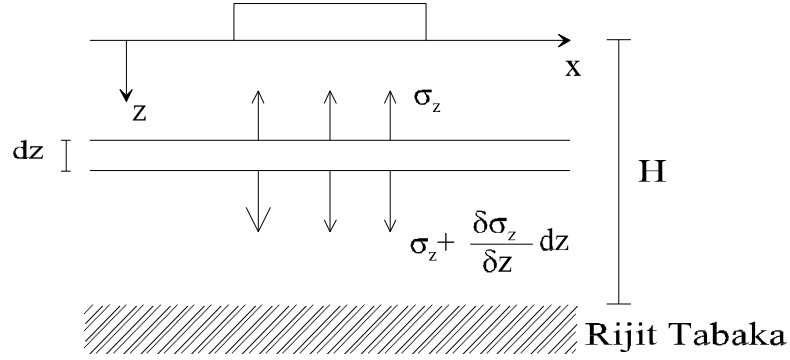
$$U_{\text{plak}} = \frac{D}{2} \iint_{\Omega} \left\{ (\nabla^2 w)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (2.22b)$$

$$U_{\text{ze min}} = \int_0^H \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \{ \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz} \} dx dy dz \quad (2.22c)$$

$$V_{\text{yük}} = - \iint_{\Omega} q w dx dy \quad (2.22d)$$

(2.22a) ifadesi varyasyonel hesapla $w(x,y)$ ' ye göre minimize edilerek plaklar için [2]' de Çelik tarafından virtüel iş teoremiyle çıkarılan diferansiyel denge denklemi elde edilmiş, $\phi(z)$ ' e göre minimize edilmesiyle ise temel boyutlarını ve yükleme şeklinin etkisini de içerecek şekilde $\phi(z)$ ' in değişimini veren sınır şartı diferansiyel denklemi elde edilmiştir.

[2]' de aynı diferansiyel denklem z derinliğinde , dz kalınlığında kayma plağı gibi çalışan bir zemin tabakasının üst ve alt yüzeyine gelen zemin gerilmelerini dış etki, x ve y ekseninin farklı noktalarında bu zemin gerilmelerinin farklı olmasına bağlı olarak zemin tabakasında oluşacak τ_{zx} ve τ_{zy} kayma kuvvetlerini iç kuvvetler olarak düşünüp; bu hali yükleme durumu alarak virtüel iş teoreminin uygulanmasıyla elde edilmiştir. (Bkz. Şekil 2.4)



Şekil 2.4 dz Kalınlığındaki Zemin Tabakasına Etkiyen Yükler

Şekil 2.4' de görülen z derinliğinde ve dz kalınlığındaki zemin tabakasına etkiyen dış yükler aşağıda verilmiştir.

$$\sigma_z = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} w(x) \frac{\partial \phi(z)}{\partial z} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} w(x) \frac{\partial^2 \phi(z)}{\partial z^2} \quad (2.24)$$

Aynı durumda zemin tabakasında oluşan iç kuvvetler ise aşağıdaki bağıntılarla bulunabilir.

$$\tau_{zx} = G_s \frac{\partial w(x)}{\partial x} \phi(z) \quad (2.25)$$

Yukarıdaki ifadeleri virtüel iş teoreminde kullanırken virtüel şekil değiştirme durumu olarak temel yüzeyi altında sıfırdan farklı, temelden uzaklaştıkça sönümlenerek sıfıra gitmesi şeklindeki sınır şartlarını sağlayan herhangi bir çökme yüzeyi seçilebilir. Bizim göz önüne aldığımız problemde çökmeler özel olarak bu şartı sağladığından $w(x)$ çökme yüzeyi tabakanın virtüel şekil değiştirme durumu alınır:

$$\text{Dış kuvvetlerin işi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} w(x) dx \quad (2.26)$$

$$\text{İç kuvvetlerin işi} = \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{zx} \frac{\partial w(x)}{\partial x} dx \quad (2.27)$$

$$m = \frac{E_s(1-\nu_s)}{(1+\nu_s)(1-2\nu_s)} \int_{-\infty}^{\infty} w^2(x) dx \quad (2.28)$$

$$n = G_s \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial w(x)}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2.29)$$

Virtüel iş teoremine göre (2.26) ve (2.27) ifadelerinin eşitliğinden ve (2.28) ile (2.29) kısaltmalarından hareketle $\phi(z)$ fonksiyonunun sağlaması gereken diferansiyel denklem (2.30) ifadesindeki şekliyle elde edilir.

$$-m \frac{\partial^2 \phi(z)}{\partial z^2} + n \phi(z) = 0 \quad (2.30)$$

$\phi(z)$ fonksiyonunun (2.1a-b)'de belirtilen sınır şartlarını ve (2.31) diferansiyel denklemini sağlayan çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\phi(z) = \frac{\text{Sh} \gamma \left(1 - \frac{z}{H}\right)}{\text{Sh} \gamma} \quad (2.31)$$

(2.30) diferansiyel denkleminin çözümünden elde edilen ve zemin yüzey parametresi olarak adlandırılan γ değeri ise (2.32) ifadesinde verilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta γ parametresinin Vlasov ve Leont'ev tarafından önerildiği gibi uzunluk⁻¹ boyutunda değil boyutsuz olmasıdır.

$$\left(\frac{\gamma}{H}\right)^2 = \frac{n}{m} = \frac{G_s(1+v_s)(1-2v_s)}{E_s(1-v_s)} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial w(x)}{\partial x}\right)^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} w^2 dx} \quad (2.32a)$$

veya

$$\left(\frac{\gamma}{H}\right)^2 = \frac{H^2(1-2v_s)}{2(1-v_s)} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial w(x)}{\partial x}\right)^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} w^2 dx} \quad (2.33b)$$

Bu çalışmada kirişin dinamik hesabı yapılacak olmasına rağmen $\phi(z)$ fonksiyonunun elde edilisinde zemine etkiyen atalet kuvvetlerinin (2.30) diferansiyel denklemine etkisi ihmal edilmiştir. Bunun sebebi atalet kuvvetlerinin hesaba katılması durumunda (2.30) denklemi k parametresi (2.30'a)'daki gibi olmak şartıyla (2.30') ifadesinde verilen hali almaktadır.

$$-m \frac{\partial^2 \phi(z)}{\partial z^2} + n\phi(z) - k\omega^2 = 0 \quad (2.30')$$

$$k = \mu_s \int_{-\infty}^{\infty} w(x)^2 dx \quad (2.30'a)$$

(2.30') diferansiyel denkleminin çözümü γ zemin yüzey parametresi (2.32')'deki gibi olmak üzere (2.31') ifadesinde görüldüğü gibi trigonometrik çıkmaktadır.

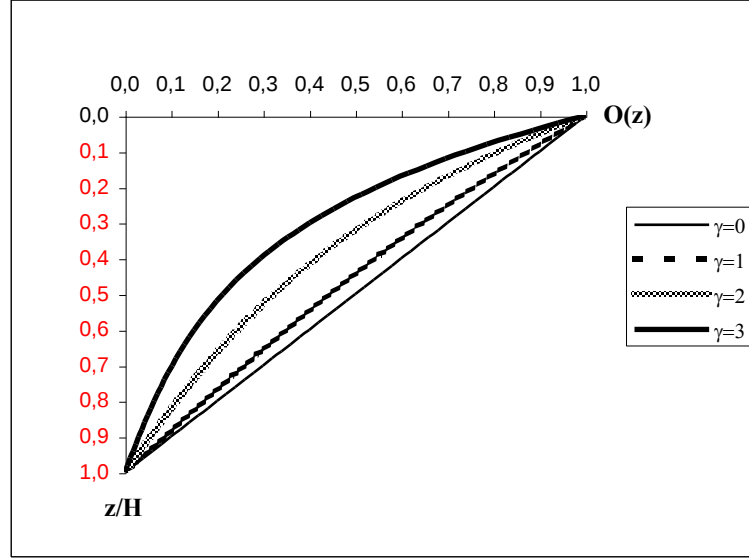
$$\phi(z) = \frac{\sin \gamma \left(1 - \frac{z}{H}\right)}{\sin \gamma} \quad (2.31')$$

$$\left(\frac{\gamma}{H}\right)^2 = \frac{n}{m} - \frac{k}{m} \omega^2 \quad (2.32')$$

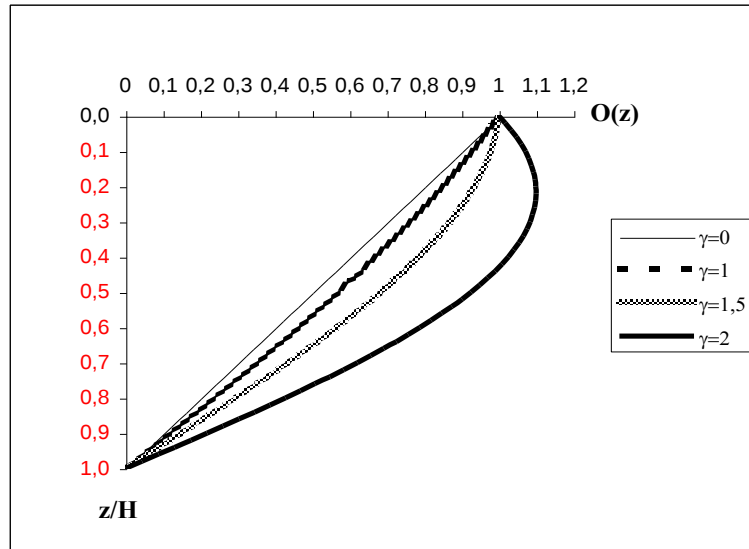
$\phi(z)$ fonksiyonunun trigonometrik seçilmesi durumunda, hesabın ilerleyen bölümlerinde, çözüm sonunda bir sonraki adımda kullanılmak üzere hesaplanan yeni γ değeri ω değerinin büyük değerleri için negatif olabilmektedir. γ değeri negatif çıkmasa bile trigonometrik $\phi(z)$ fonksiyonu H yüksekliği boyunca hiperbolik durumda olduğu gibi (Bkz. Şekil 2.5a) düzgün bir şekilde sönümlenmeyip zemin tabakasının orta bölümlerinde büyük değerler almaya başlamaktadır. (Bkz. Şekil 2.5b)

$\phi(z)$ fonksiyonunun büyük değerler almaya başlamasıyla C_T zemin parametresi ve onunla doğru orantılı olan birim boy kütlesi çok büyük, C zemin parametresiye çok küçük değerler almaktadır. Hesaba devam edildiğinde birim boy kütlesinin değeri (2.34) ifadesinde verilen fiziksel olarak mümkün olan maksimum birim boy kütlesini aşmakta ve hesapta yakınsaklık sağlanamamaktadır.

$$M_{kr} = M_{kiriş} + H * \mu_s \quad (2.34)$$



Şekil 2.5 $\phi(z)$ fonksiyonunun hiperbolik seçilmesi durumu



Şekil 2.5' $\phi(z)$ fonksiyonunun trigonometrik seçilmesi durumu

C ve $2C_T$ zemin parametrelerinin (2.11) ve (2.12) ifadelerinde $\phi(z)$ fonksiyonunun (2.31)' deki değeri yerine yazılır ve integraller hesaplanırsa zemin parametrelerinin ifadeleri (2.35)' deki gibi elde edilir.

$$C = \frac{E_s(1-v_s)}{(1+v_s)(1-2v_s)} \frac{\gamma}{H} \frac{[Sh 2\gamma + 2\gamma]}{4Sh^2\gamma} \quad (2.35)$$

$$2C_T = G_s \frac{H}{\gamma} \frac{[Sh 2\gamma - 2\gamma]}{4Sh^2\gamma} \quad (2.36)$$

(2.35) ve (2.36) ifadelerinden görüldüğü gibi zemin yatak ve kayma katsayıları temel altı zeminin elastik özellikleri ve sıkışabilen tabaka kalınlığı yanında γ katsayısına bağlıdır. γ katsayısı bu değerlerin yanında temel boyutları, temel rijitliği, yükleme şekline bağlı olarak temel altında ve temel çevresindeki zemin bölgesinde diferansiyel denge denklemlerini sağlayan $w(x)$ çökme yüzeyi fonksiyonunun belirlenip, (2.32a) ifadesinde pay ve paydadaki integrallerin temel altı ve çevresi için alınmasıyla bulunabilir. Buradan çözüme bir ardışık yaklaşımla ulaşılabileceği anlaşılmaktadır.

Önce γ ya bir değer verilip C ve C_T bulunacak, bu değerler için temel hesabı yapıp çökme yüzeyi $w(x,y)$ belirlenecektir. (2.33b) ifadesinden yeni γ zemin yüzey parametresi hesaplanıp, bulunan yeni γ değeri için hesaplar tekrarlanacaktır. Bir hesap adımı sonucu bulunan γ , adımın başındaki γ değerine yeter derecede yakın olduğu zaman (Bkz. (1.10) ifadesi) ardışık yaklaşım kesilebilir. Bu ardışık yaklaşımın oldukça hızlı olduğu, başlangıçta çok uygun olmayan bir γ değeri seçilmiş olsa bile çözülen örneklerde ikinci ardışık adımdan sonra γ ve ona bağlı değerlerin istikrarlı bir şekilde belli değerlere yakınsamaya başladığı görülmüştür.

Bağıntıların çıkarılmasında ve açıklanan hesap modelinde esas kabul temel altındaki zemin yüzeyinin her noktasında çökmelerin derinliğe bağlı olarak aynı şekilde değiştiği yani ϕ fonksiyonunun x' den bağımsız olmasıdır. Bunu dışında zemin tabakasının homojen olma zorunluluğu yoktur. Örneğin temel altı sıkışabilir zemin tabakası boyunca E_s ve v_s elastik özelliklerin sürekli veya tabaka tabaka atlamalı olarak değişmesi hali için, biraz daha karışık olmakla birlikte elde edilen ifadelerin benzerleri çıkarılabilir.

Hesapta ardışık yaklaşım yapılmayacaksa ya da bu işlem çok zor bir hal alıyorsa zemin parametrelerinin oranlarından yararlanarak yaklaşık bir çözüm yapmak da mümkündür. Zemin kayma parametresinin yatak katsayısına oranı (2.35) ve (2.36) ifadelerinden hareketle aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{2C_T}{C} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{H^2(1-v_s)}{2(1-v_s)} \frac{[Sh 2\gamma - 2\gamma]}{[Sh 2\gamma + 2\gamma]} \quad (2.37)$$

$2C_T$ ve C ' nin bu oran için sabit kalacak şekilde değişmesi halinde, (2.33b) ifadesindeki pay ve paydadaki integral değerlerinin oranı belirli bir temel için çok

fazla değişmeyeceği göz önüne alınırsa $\frac{H^2(1-2v_s)}{2(1-2v_s)}$ sabit kalarak H ve v_s nin

değişmesi halinde (2.33b) den aynı γ değerinin bulunacağı ve bununda (2.37)' den aynı $2C_T/C$ oranını vereceği görülebilir.

Sonuç olarak $2C_T/C$ oranı ile γ değerinin yaklaşık hesap için büyük ölçüde

$$H_f^2 = \frac{H^2(1-2v_s)}{2(1-v_s)} \quad (2.38)$$

şeklinde tanımlanan bir H_f fiktif yüksekliğine bağlı olduğu söylenebilir. Bu durumda zemin parametrelerinin ifadeleri aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$C = G_s \sqrt{\frac{2(1-v_s)}{(1-2v_s)}} \frac{\gamma}{H_f} \left[\frac{Sh\gamma + 2\gamma}{4Sh^2\gamma} \right] \quad (2.39)$$

$$2C_T = G_s \sqrt{\frac{(1-2v_s)}{2(1-v_s)}} \frac{H_f}{\gamma} \left[\frac{Sh 2\gamma - 2\gamma}{4Sh^2\gamma} \right] \quad (2.40)$$

2.2 İKİ PARAMETRELİ ZEMİN TEPKİLERİNİN KİRİŞ SONLU ELEMANLARDA HESABA KATILMASI

İki parametrelili Vlasov tipi zemine oturan kirişin davranışını belirleyen diferansiyel denkleminin ifadesi bir önceki bölümde çıkarılmıştır.

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2C_T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (C - \omega^2 m)w = 0 \quad (2.41)$$

Bu ifadede EI kirişin eğilme rijitliği, C ve C_T zeminin parametrelerini, m sistemin birim boy kütlesini, ω ise serbest titreşim durumunda sistemin özel açısal frekansını, zorlanmış titreşimdeyse uygulanan harmonik yükün frekansını belirtmektedir. Bu bölümde sonlu elemanlar metodu için rijitlik matrisleri çıkarılacağından (2.41) ifadesinde dış yük sıfır alınacaktır. Rijitlik matrislerinin çıkarılmasında [1]'de kullanılan yol izlenecektir.

(2.41) diferansiyel denkleminin çözümünün genel hali aşağıdaki şekilde verilebilir.

$$w(x) = Ae^{\lambda_i x} \quad (2.42)$$

(2.42) ifadesinde λ_i (i=1,.....4) sayıları (2.43) ifadesiyle verilen (2.41) denkleminin karakteristik denkleminin kökleridir.

$$EI\lambda^4 - C_T\lambda^2 + (C - m\omega^2) = 0 \quad (2.43)$$

(2.43) denkleminin λ köklerinin ve dolayısıyla (2.41) denkleminin köklerinin değerleri (2.44a-c) ifadelerinde belirlenen α, β ve Δ parametrelerine bağlıdır. Bu parametrelerin alabileceği farklı değerlere göre (2.41) denkleminin çözümünü belirleyen altı değişik durum oluşmaktadır. (Bkz. Tablo 2.1)

$$2\alpha = \frac{-C_T}{EI} \quad (2.44a)$$

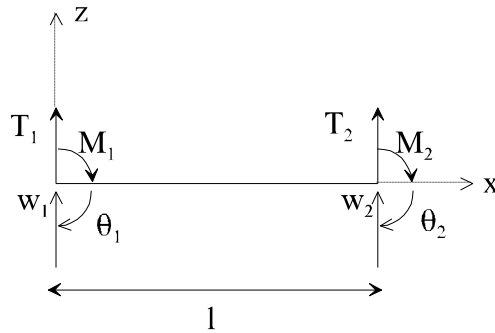
$$\beta = \frac{(C - m\omega^2)}{EI} \quad (2.44b)$$

$$\Delta = \alpha^2 - \beta \quad (2.44c)$$

Tablo 2.1 α , β ve Δ parametrelerinin alabileceği değerler

Çözüm Durumu	$2\alpha = \frac{-C_T}{EI}$	$\beta = \frac{(C - M\omega^2)}{EI}$	$\Delta = \alpha^2 - \beta$
1	=0	=0	rasgele
2	rasgele	>0	<0
3	rasgele	<0	rasgele
4	<0	rasgele	=0
5	<0	>0	>0
6	<0	=0	rasgele

Problemin çözümünde Şekil 2.6' da uç deplasmanları ve kuvvetleri görülen dört serbestlik dereceli kiriş sonlu eleman kullanılacaktır. Bu elemanın l boyunun yeter derecede küçük olması halinde birim uç deplasmanlarına karşı gelen çökme fonksiyonları olarak (2.41) diferansiyel denkleminin kesin çözümleri yerine, sabit kesitli doğru eksenli çubuklarda uç yüklemeleri altındaki standart 3. derece polinom ifadeleri alınabilir.



Şekil 2.6 4 serbestlik dereceli kiriş sonlu eleman

(2.42) çözüm ifadesine aşağıda verilen sınır koşulları uygulanırsa Şekil 2.6' da görülen kiriş eleman için rijitlik matrisi Tablo 2.2'deki gibi elde edilebilir.

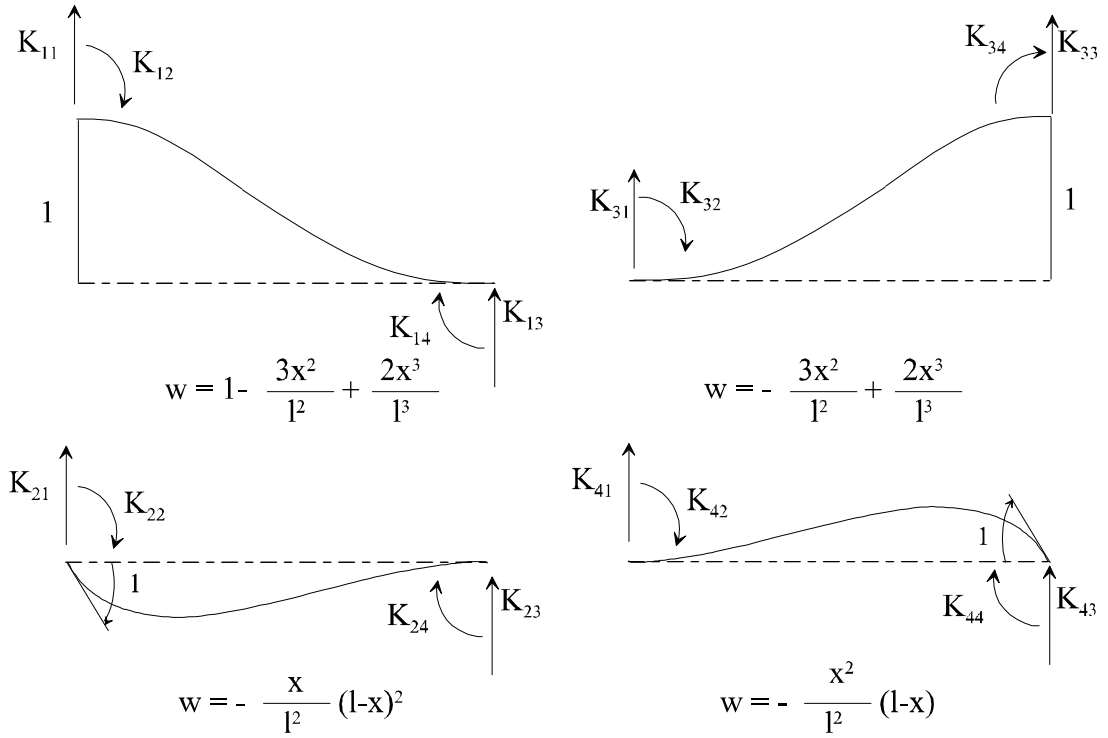
$$\begin{aligned}
 w(x=0) &= w_1 & w(x=l) &= w_2 \\
 -\frac{dw}{dx}\bigg|_{x=0} &= \theta_1 & -\frac{dw}{dx}\bigg|_{x=l} &= \theta_2
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

$$\begin{aligned}
 EI \frac{d^2 w}{dx^2}\bigg|_{x=0} &= M_1 & -EI \frac{d^2 w}{dx^2}\bigg|_{x=l} &= M_2 \\
 EI \frac{d^3 w}{dx^3}\bigg|_{x=0} - C_T \frac{dw}{dx}\bigg|_{x=0} &= T_1 & -EI \frac{d^3 w}{dx^3}\bigg|_{x=l} + C_T \frac{dw}{dx}\bigg|_{x=l} &= T_2
 \end{aligned}$$

Tablo 2.2 4 serbestlik dereceli kiriş eleman için rijitlik matrisi

K_{11}	K_{12}	K_{13}	K_{14}	w_1	T_1
K_{12}	K_{22}	K_{23}	K_{24}	θ_1	M_1
K_{13}	K_{23}	K_{33}	K_{34}	w_2	T_2
K_{14}	K_{24}	K_{34}	K_{44}	θ_2	M_2

Tablo 2.2' deki rijitlik matrisine ait $K_{i,j}$ ($i,j=1,...,4$) terimlerinin fiziksel anlamları Şekil 2.7' de gösterilmiştir.



Şekil 2.7 Kiriş sonlu eleman için birim uç deplasmanları ve karşı gelen çökme fonksiyonları

Buna göre (2.41) denkleminde göz önüne alınan kirişin boyunun kısa olması durumunda Tablo 2.1' de ortaya çıkan altı farklı çözümün tamamı için aynı rijitlik matrislerinden yararlanmak mümkündür. Bu durumda elemanın rijitlik matrisi aşağıdaki gibi matrislerin toplamı şeklinde düşünülebilir.

$$K = K_e + K_C + K_{CT} \quad (2.46)$$

(2.46) ifadesinde K_e kirişin elastik rijitlik matrisini, K_C zemin elastik yataklanma matrisini, K_{CT} ise iki parametrelili zeminde kayma parametresi matrisini göstermektedir. Bu matrislerdeki terimler kirişin eğilme rijitliği, elastik yataklanma, kayma parametresi ve atalet kuvvetlerini fiktif dış yükler gibi düşünerek aşağıdaki gibi hesaplanabilirler.

$$\begin{aligned} [K_e]_{ij} &= EI \int_0^l \left(\frac{d^2 w_i}{dx^2} \right) \left(\frac{d^2 w_j}{dx^2} \right) dx & [K_C]_{ij} &= C \int_0^l w_i w_j dx \\ [K_{CT}]_{ij} &= \int_0^l \frac{dw_i}{dx} \frac{dw_j}{dx} dx & [M]_{ij} &= m \int_0^l w_i w_j dx \end{aligned} \quad (2.47)$$

Tablo 2.3 Kiriş sonlu elemanın rijitlik matrisini oluşturan matrisler ve kütle matrisi

$$K_e = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6l & -12 & -6l \\ -6l & 4l^2 & 6l & 2l^2 \\ -12 & 6l & 12 & 6l \\ -6l & 2l^2 & 6l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$K_C = \frac{Cl}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22l & 54 & 13l \\ -22l & 4l^2 & -13l & -3l^2 \\ 54 & -13l & 156 & 22l \\ 13l & -3l^2 & 22l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$K_{C_T} = \frac{2C_T}{30l} \begin{bmatrix} 36 & -3l & -36 & -3l \\ -3l & 4l^2 & 3l & -l^2 \\ -36 & 3l & 36 & 3l \\ -3l & -l^2 & 3l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

$$M = \frac{ml}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22l & 54 & 13l \\ -22l & 4l^2 & -13l & -3l^2 \\ 54 & -13l & 156 & 22l \\ 13l & -3l^2 & 22l & 4l^2 \end{bmatrix}$$

Tablo (2.3)' de M kütle matrisini, m ise sistemin birim boy kütlelerini, göstermektedir. Diğer parametreler daha önce tanımlandıkları gibidir. Matrislerin kiriş boyunun çok büyük olmayan değerleri için geçerli; yani yaklaşık oldukları düşünüldüğünde bir problemi yeterli doğrulukta çözümlemek için göreceli olarak çok eleman seçilmesi gerektiği unutulmamalıdır.

Ancak kütleleri ve elastik zemin etkilerinin düğüm noktalarında tekil kütleler ve noktasal yaylarla idealize edildiği pek çok analiz programına oranla daha büyük elemanlar kullanılabileceği açıktır.

2.3 KİRİŞ DIŞINDAKİ İKİ PARAMETRELİ ZEMİN ORTAMININ SONLU ELEMANLARLA İDEALİZE EDİLMESİ

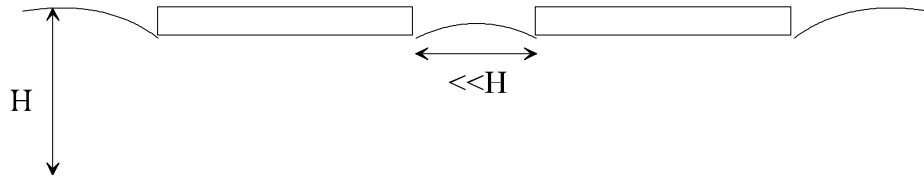
İki parametrelili zemine oturan kirişlerin hesabı ile ilgili yapılmış çalışmalarda kiriş dışında kalan zemin ortamının kirişin kenarlarına etkittiği tesirlerin bulunması bazı basitleştirici kabuller yapılarak, yaklaşık olarak, mümkün olabilmektedir. Bu sebeple hesaplar yapılırken kiriş altının dışındaki kirişe ait etkilerin yayılabildiği ve zemin çökme yüzeyinin sıfırdan farklı olduğu çevre ortamı aynı kirişte olduğu gibi zemin çubuk sonlu elemanlara bölünecektir.

$$(C - \omega^2 m)w - 2C_T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.48)$$

Yüzeysel dış etkilerin olmadığı, sadece kirişin kenarlarından gelen tesirlere bağlı olarak (2.48) denklemini sağlayacak şekilde çevre zemin ortamındaki çökmelerin değişimi sonlu eleman idealizasyonu ile belirlenebilir.

Sonlu eleman ağına bölünecek kiriş çevresinin uzunluğu sıkışabilir zemin tabakasının H yüksekliği kadar ya da çökme yüzeyinin yeterince sönümlendiği ve sıfıra yakın olduğu uzaklık kadar alınabilir.

Bu şekilde kiriş dışı ortamın zemin sonlu elemanlarla idealizasyonu Şekil 2.8’deki gibi birbirine yakın temel kirişleri olması halinde bu kirişlerin karşılıklı etkileşiminin de hesaba katılmasını sağlamaktadır.



Şekil 2.8 Birbirine yakın temel kirişlerinin karşılıklı etkileşimi

(2.48) diferansiyel denkleminde çevre zemin ortamının davranışının elastik yatak katsayısı C olan ve kayma rijitliği $GF_1' = 2C_T$ olan kayma kirişi davranışına karşılık geldiği anlaşılmaktadır.

Kayma kirişinin davranışına benzer bir davranış gösteren çevre zemin ortamında da kayma kirişindeki yer değiştirme kabulleri yapılırsa; çökmelerin eleman boyunca lineer olarak yayıldığı kabul edilebilir. Bunun sonucunda zemin sonlu elemanda deplasman yüzeyi sadece uç noktalarının çökmelerine bağlı olarak ifade edilebilir.

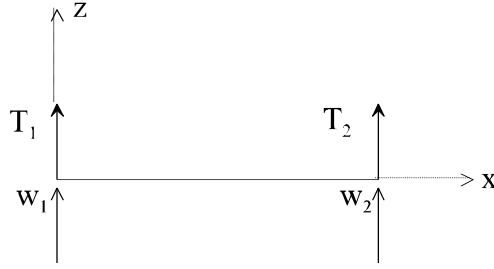
Kirişin dışında kalan bölgelerin idealizasyonunda her düğüm noktasında bir bilinmeyen olması bilinmeyen sayısının aşırı artışını önleyeceğinden hesaplarda kolaylık da sağlayacaktır. Bu durumda zemin sonlu elemanın rijitlik matrisi aşağıdaki gibi oluşturulacaktır.

$$K = K_C + K_{CT} \quad (2.49)$$

Yukarıdaki ifadede K_C ve K_{CT} matrisleri daha önceden de tanımlandığı gibi zemin elastik yataklanma ve iki parametrelili zeminde kayma parametresi matrisleridir. Aslında (2.49) eşitliği (2.46) eşitliğinde $K_e = 0$ alınması durumu olarak da yorumlanabilir.

2.3.1 İki Serbestlik Dereceli Zemin Sonlu Eleman

Şekil 2.9’ da gösterilen çubuk iki parametrelili zemin elemanda deformasyon yüzeyi (2.49)’ daki gibi ifade edilirse zemin elastik yataklanma , kayma parametresi ve kütle matrislerinin terimleri (2.50) ifadelerinden yararlanılarak elde edilebilirler.



Şekil 2.9 İki serbestlik dereceli zemin sonlu eleman

$$w_1 = \left(1 - \frac{x}{l}\right), \quad w_2 = \frac{x}{l} \quad (2.50)$$

$$C_{ij} = C \int_0^l w_i w_j dx \quad (2.51a)$$

$$C_{T_{ij}} = 2C_T \int_0^l \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial w_j}{\partial x} dx \quad (2.51b)$$

$$m_{ij} = m \int_0^l w_i w_j dx \quad (2.51c)$$

Yukarıdaki bilgiler yardımıyla (2.51) ifadelerinden eleman için hesaplanan zemin elastik yataklanma, kayma parametresi ve kütle matrisleri Tablo 2.4’ de verilmiştir.

Tablo 2.4 Zemin sonlu elemanın rijitlik matrisini oluşturan matrisler ve kütle matrisi

$$K_C = \frac{Cl}{3} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_{C_T} = \frac{2C_T}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \frac{ml}{3} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

2.4 HESAPTA İZLENEN YOL

Dış etkilerin sonlu bir hızla değişmesi halinde, sistemdeki kütle de az değilse atalet kuvvetlerinin hesaba katılması gerekmektedir. Örneğin patlamalardan meydana gelen kuvvetler, makinelerin yarattığı hızlı değişen kuvvetler, depremde üst yapıdan temellere aktarılan kuvvetler, bir köprünün üzerinden hızla geçen bir katarın uyguladığı etkiler bu sınıftandır.

$$[M][d]'' = [q] - [K][d] \quad (2.52)$$

Dinamik durumda kullanılacak hareket denklemi (2.52) ifadesinde verilmiştir. Bu ifadede $[M]$ kütle matrisini, $[d]$ matrisi deplasmanlardan oluşan kolon matrisi, $[d]''$ deplasman bileşenlerinin zamana göre ikinci türevlerinden oluşan kolon matrisi, $[q]$ sisteme etkiyen tekil dış kuvvetlerden oluşan kolon matrisi, $[K]$ rijitlik matrisini belirtmektedir. (2.52) ifadesinde sistemin mukavemetine hızın etkisi yani sönümlenme etkisi ihmal edilmiştir.

2.4.1 Serbest Titreşim Hesabı

Serbest titreşim durumunda dış yükler olmadığı için (2.52) denklemi aşağıdaki hali almaktadır.

$$[M][d]'' = -[K][d] \quad (2.53)$$

(2.53) ifadesinde de sönümlenme etkisi ihmal edilmiştir. $[M]$ ve $[K]$ matrisleri sabit olduğundan $[d]$ matrisi ω açısal frekansı, t zamanı göstermek üzere aşağıdaki şekilde ifade edilebilmektedir.

$$[d] = [D] \sin \omega t \quad (2.54)$$

Burada $[D]$ bir kolon matrisi ω ise skaler sayıları göstermektedir. (2.54) ifadesi (2.53)'de yerine yazılırsa (2.55)'e ulaşılır.

$$[M][D]\omega^2 = [K][D] \quad (2.55)$$

(2.55) ifadesi düzenlenirse

$$([K] - \omega^2[M])[D] = 0 \quad (2.56)$$

elde edilir. Bu homojen denklem takımının sıfırdan farklı çözümlerinin olması için katsayılar matrisinin determinantının sıfır olması gerekmektedir.

$$\text{Det}([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad (2.57)$$

(2.57) denkleminin çözümünden elde edilen ω köklerine özel değerler denmektedir. Sistem büyüdükçe (2.57) ifadesinin polinom olarak açılımının bulunması zorlaştığından ω değerleri deneme-yanılma ile bulunmaktadır. Değişik ω değerleri (2.57) ifadesinde yerine yazılmakta determinantın işaretinin değişimi gözlenmekte ve determinantın sıfır olduğu nokta lineer interpolasyonla yaklaşık olarak hesaplanmaktadır. Hesaplanmak istenen mod sayısı kadar ω değerleri bulunduktan sonra bu değerlere karşı gelen mod şekilleri deplasmanlardan bir tanesi bire eşitlenerek bulunmaktadır.

Yukarıda genel durumda anlattığımız serbest titreşim hesabı iki parametrelili zeminlere oturan kirişlerde de geçerlidir. Burada tek hesapta ardışık yaklaşım uygulanması ve her adımda zemin parametrelerinin ve sistem birim boy kütlelerinin γ parametresine bağlı olarak değişmesidir. Bu değerlerin değişmesi sonucu eleman rijitlik ve kütle matrisleri; dolayısıyla da sistem rijitlik ve kütle matrisi değişmektedir. Bu sebeple her adımda sistem rijitlik ve kütle matrislerinin tekrar kurulması gerekmektedir.

Hesaba başlarken γ parametresi için bir değer tahmin edilecek, bu değere karşılık gelen C , $2C_T$ ve m değerleri hesaplanacaktır. Bu değerler kullanılarak elemanların rijitlik ve kütle matrisleri oluşturulacaktır. Bu matrisler kullanılarak da sistem için rijitlik ve kütle matrisi kurulup $[K] - \omega^2[M]$ matrisi oluşturulacaktır. (2.58) ifadesiyle verilen determinant kriteri kullanılarak da 1. mod için ω_1 değerine ulaşılabılır. ω_1 bulunduktan sonra bu değere karşılık gelen mod şekli hesaplanacaktır.

Mod şekli hesaplanıp bütün elemanlar için uç deplasman değerlerine ulaşıldıktan sonra 2.4.3 başlığı altında anlatıldığı şekilde γ değeri hesaplanacak ve bu γ değerine

göre hesap tekrarlanacaktır. Hesaplara ardışık iki adımda bulunan γ değerleri (2.58)' de belirtilen kriteri sağlayıncaya kadar devam edilerek birinci moda ait ω_1 değeri ve bu değere karşılık gelen C , C_T ve m değerleri belirlenecektir.

$$|\gamma_n - \lambda_{n-1}| \leq 0,001 \quad (2.58)$$

Birinci mod için hesaplar tamamlandıktan sonra ikinci modun hesabına geçilecektir. Birinci modun belirlendiği son adımda tekrar determinant kriteri uygulanarak $[K] - \omega^2[M]$ matrisinin determinantının ikinci defa sıfır olduğu nokta bulunacak ve bu noktada γ değeri hesaplanacaktır. Bulunan γ değeri ikinci mod için yapılacak ardışık yaklaşımda başlangıç değeri olacaktır. Bu aşamadan sonra birinci modda uygulanan metodun aynısı uygulanarak ω_2 ve ona karşılık gelen mod şekli belirlenecektir.

Bu çalışmada ilk iki modun bulunmasının yeterli olacağı düşünülmüştür. İstendiği takdirde yukarıdaki algoritma aynen kullanılarak daha ileri modlara ait ω ve onlara karşılık gelen mod şekilleri bulunabilir. Fakat, çözülen örneklerde de görüleceği gibi, ileri modlara gidildikçe, sıkışabilir zemin tabakasının kalınlığı da bir diğer faktör olmak üzere, ardışık yaklaşımda gereken adım sayısının artabileceği unutulmamalıdır.

2.4.2 Zorlanmış Titreşim Hesabı

Zorlanmış titreşim hesabı yapılırken etkiyen dinamik dış yüklerin harmonik oldukları ve (2.59)' de belirtilen formda oldukları kabul edilecektir.

$$[q(t)] = [Q] \sin \Omega t \quad (2.59)$$

(2.59)' da $[Q]$ bir kolon matrisi, Ω da yükün açısal frekansını belirtmektedir. Titreşim incelendiğinde, zaman ilerledikçe serbest titreşimin etkilerinin sönümlendiği ve sistemin Ω açısal frekansıyla titreşim yapmaya başladığı görülmüştür.

Sistemin Ω açısal frekansıyla titreşim yapması durumunda deplasmanlar da aşağıdaki hali almaktadırlar.

$$[d] = [D] \sin \Omega t \quad (2.60)$$

(2.59) ve (2.60) ifadeleri (2.52)' de verilen hareket denkleminde yerlerine yazılırsa

$$-\Omega^2 [M][D] \sin \Omega t = [Q] \sin \Omega t - [K][D] \sin \Omega t \quad (2.61)$$

sadeleştirmeler yapılırsa

$$([K] - \Omega^2 [M])[D] = [Q] \quad (2.62)$$

elde edilir. (2.62) ifadesi çözülerek $[D]$ matrisi bulunur. Bu matrise bağlı olarak deplasmanların zamana bağlı değişimleri (2.60) ifadesinden bulunabilir.

İki parametrelili zemine oturan kiriş durumundaysa bu algoritma aynı serbest titreşim hesabında olduğu gibi ardışık yaklaşımın her adımında tekrar edilecektir. Hesap yapılırken yine γ değeri için bir başlangıç değeri seçilecek ve karşılık gelen C , C_T ve m değerleri belirlenecektir. Daha sonra sistem çözülüp deplasmanlar belirlenecek ve hesap yeni γ parametresiyle (2.58) kriteri sağlanıncaya kadar tekrarlanacaktır.

Zorlanmış titreşim hesabında, verilen dış yüklere bağlı olarak, serbest titreşimde olmayan kirişin zeminden ayrılma riski söz konusudur. Bu durum oluştuğunda yapılan kabuller ve önerilen hesap modeli geçerliliğini yitirmektedir. Bu durumu önlemek için örnekler çözülürken gerçek durumda rastlanması kuvvetle muhtemel olan bir durum göz önüne alınarak, sistemin dinamik yüklerle birlikte statik yüklerle de yüklü olduğu düşünülecektir. Hesapta statik ve harmonik yüklerle yüklü dinamik durumun süperpozisyonu düşünülerek dinamik durumda yukarı doğru oluşacak maksimum deplasmanın statik yüklerce karşılanması gözlenecektir. Böylelikle kirişin zeminden ayrılmasının önüne geçilecektir.

2.4.3 Zemin Yüzey Parametresi γ 'nın Hesabı

Zeminin yataklanma katsayısıyla kayma parametresinin ve sistemin birim boy kütlelerinin hesaplanmasında gerekli olan γ zemin yüzey parametresinin ardışık yaklaşım yöntemiyle belirlenmesi esnasında bir adımdan bir sonraki adıma geçerken zeminin hesaplanmış bir deformasyon yüzeyine karşılık gelen yeni γ değerinin (2.33) ifadeleriyle hesaplanması gerekmektedir. Bu ifadelerde pay ve paydadaki integraller hem kirişte hem de kiriş dışında kalan zemin bölgesinin idealizasyonunda ortaya çıkan sonlu elemanlarda ayrı ayrı hesaplanıp hepsinin katkıları hesaplanarak hesaplanabilir.

Bir eleman yüzeyinde çökmenin ve çökmenin türevinin değişiminin aşağıdaki şekilde olduğu bilinmektedir.

$$w = \sum_{i=1}^n w_i d_i \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial w_i}{\partial x} d_i \quad (2.64)$$

(2.33) ifadelerindeki integraller (2.63) ve (2.64) kullanılarak yeniden yazılırsa aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} w^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{i=1}^n w_i d_i \right) \left(\sum_{j=1}^n w_j d_j \right) dx = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\int_{-\infty}^{\infty} w_i w_j \right) d_i d_j \quad (2.65)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial w_i}{\partial x} d_i \right) \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial w_j}{\partial x} \right) \right] dx \quad (2.66)$$

bu ifadelerdeki düğüm noktaları serbestliklerinin birim değerlerine karşılık gelen çökme ve türevleri fonksiyonlarının karşılıklı çarpımlarının eleman boyunca integralleri K_C ve K_{CT} matrisleri terimlerinin (2.51) ifadelerindeki ifadelerinin C ve $2C_T$ sabitleriyle çarpılmamış hallerine karşılık gelmektedir.

Buna göre bir eleman için söz konusu integraller elemanın hesaplanmış K_C ve K_{CT} matrisleri kullanılarak

$$\int_{-\infty}^{\infty} w^2 dx = \frac{1}{C} [d]^T [K_C] [d] \quad (2.67)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx = \frac{1}{2C_T} [d]^T [K_{CT}] [d] \quad (2.68)$$

şeklinde bulunabilir. Bir eleman için bulunan bu sonuçlar tüm sistem için cebrik olarak toplanırsa integrallerin değerleri sistem için bulunmuş olur.

$$\int_{-\infty}^{\infty} w^2 dx = \sum_{el} \frac{1}{C} [d]^T [K_C] [d] \quad (2.69)$$

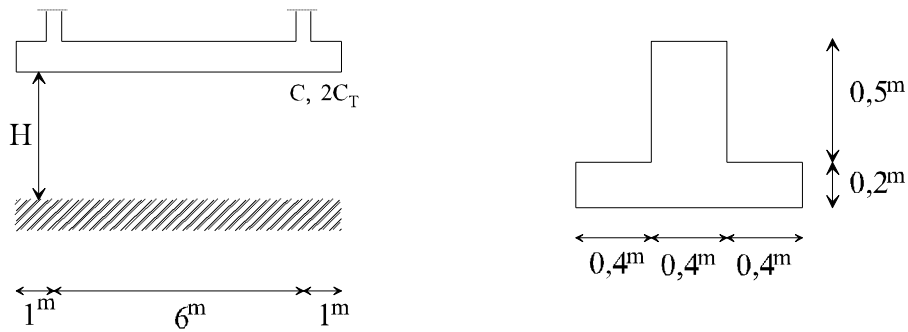
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx = \sum_{el} \frac{1}{2C_T} [d]^T [K_{CT}] [d] \quad (2.70)$$

Sonuçta bu bağıntıları kullanarak zemin yüzey parametresini mevcut eleman matrisleri yardımıyla ek bir algoritma kullanmadan hesaplamak mümkün olmaktadır.

BÖLÜM 3 SAYISAL ÖRNEKLER

3.1 İKİ PARAMETRELİ ZEMİNE OTURAN ÇIKMALI KİRİŞ

Bu bölümde Şekil 3.1’ de görünüşü ve kesiti verilen çıkmalı temel kirişinin serbest ve zorlanmış titreşim hesabı yapılacaktır. Hesap yapılırken sıkışabilir zemin tabakası kalınlığının farklı değerleri göz önüne alınıp tabaka kalınlığının zemin karakteristiklerine ve dinamik parametrelere etkisi gözlemlenmeye çalışılmıştır.

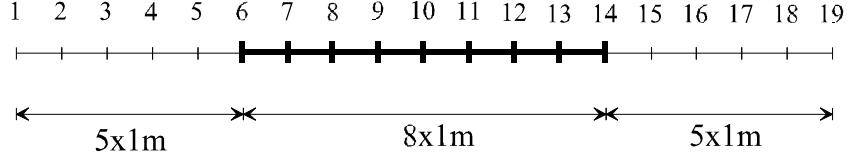


Şekil 3.1 İki parametrelili zemine oturan çıkmalı kirişin görünümü ve kesiti

Problemde göz önüne alınan sistemde zeminin elastisite modülü 70000 kN/m^2 , Poisson oranı $0,25$ ’ dir. Betonarme temel kirişinin elastisite modülü 28000000 kN/m^2 , boyutları ise Şekil 3.1’de görüldüğü gibidir.

Sonlu elemanlar yönteminin uygulanacağı çözümde sistem Şekil 3.2’de görülen sonlu eleman ağına bölünmüştür. Bu duruma göre sistemde her birinin boyu birer metre olan 8 adet kiriş eleman, 10 tane de zemin eleman bulunmaktadır. Sistem, serbest titreşim hesabında, sıkışabilir zemin tabakası kalınlığı 12m durumu için çözülürken zemin elemanların boyutları iki katına çıkarılarak kirişin dış bölümünde idealize edilen zemin ortamının boyunun tabaka kalınlığına yakın olması sağlanmıştır.

Sistemde bu haliyle 19 düğüm noktası bulunmaktadır. Kiriş sonlu elemanların birleştiği noktalarda genel olarak iki, zemin sonlu elemanların birleştiği noktalarda da bir bilinmeyen olduğu düşünüldüğünde sistemin toplam 28 bilinmeyeni olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 3.2 Sistem sonlu eleman ağı ve düğüm noktası numaraları

3.1.1 Serbest Titreşim Hesabı

Serbest titreşim hesabında 2.4.1 başlığı altında anlatılan prosedür aynen uygulanmıştır. Zemin yüzey parametresinin başlangıç değeri olarak 1.00 alınmış, ardışık yaklaşıma bu değerden hareketle başlanmış ve (2.57)' de ifade edilen kriter sağlanana kadar hesaba devam edilmiştir.

Ardışık yaklaşımın sonucunda birinci serbest titreşim modu için özel açısal frekans değeri bulunmuştur. Daha sonra 2 düğüm noktasının düşey deplasmanı -1.00 kabul edilerek mod şekli bulunmuştur. Birinci mod için özel açısal frekans değeri bulunduktan sonra bu değerden hareketle ikinci moda karşılık gelen özel açısal frekans değeri ve mod şekli hesaplanmıştır.

Hesap yapılırken sıkışabilir zemin tabakasının kalınlığının 4, 6 ve 12m olduğu durumlar incelenmiş ve bu durumlar için ilk iki serbest titreşim modları hesaplanmıştır.

H=6m durumu için sistem ayrıca tek parametrelili Winkler zemin modeline göre de çözülmüş ve iki parametrelili zemin modelinin özel açısal frekansa etkisi gözlemlenmiştir. Winkler modeline göre çözüm yapılırken zemin içindeki çökmelerin derinlikle lineer değiştiği kabulünü yapmak gerekir, yani $\phi(z)$ fonksiyonunun $\gamma=0$ limit durumuna karşı gelen lineer değişim söz konusudur. Zeminin titreşime katılan birim boyunun kütlesi ve zemin yatak katsayısı için bu limit duruma karşı gelen değerler alınacaktır.

Sistemin hesabında yapılan ardışık yaklaşımlar ve sonuçları birinci serbest titreşim modu için Tablo 3.1’ de, ikinci serbest titreşim modu için Tablo 3.2’ de gösterilmiştir. Tablolarda çift çizgili kutular çözüme ulaşılan adımları belirtmektedir.

Tablo 3.1 Birinci serbest titreşim modu ardışık yaklaşımı

Tablo 3.1a H=6m durumu

Adım No	γ	$ \gamma_n - \lambda_{n-1} $	C (kN/m ³)	2C _T (kN/m)	m (kNs ² /m)	ω (1/s)
1	1,000000	0	14259,7	46473,8	4,2360	65,57981
2	0,664552	0,335448	14055,9	52899,0	4,4566	63,91746
3	0,661533	0,003019	14054,9	52925,4	4,4583	63,89952
4	0,661527	2,6x10 ⁻⁵	14054,9	52925,4	4,4583	63,89952
Winkler Modeli	-	-	14000,0	-	4,6550	55,95966

Tablo 3.1b H=4m durumu

Adım No	γ	$ \gamma_n - \lambda_{n-1} $	C (kN/m ³)	2C _T (kN/m)	m (kNs ² /m)	ω (1/s)
1	1,000000	0	21389,5	32982,5	3,1763	88,25775
2	0,475881	0,524119	21022,9	36241,5	3,3858	85,29933
3	0,473138	0,002743	21022,4	36253,6	3,3866	85,29012
4	0,473131	7x10 ⁻⁶	21022,4	36253,6	3,3866	85,29012

Tablo 3.1c H=12m durumu

Adım No	γ	$ \gamma_n - \lambda_{n-1} $	C (kN/m ³)	2C _T (kN/m)	m (kNs ² /m)	ω (1/s)
1	1,000000	0	7129,8	98947,6	7,4169	39,75946
2	1,383802	0,383802	7409,7	89620,8	6,8173	41,54775
3	1,404619	0,020817	7431,0	89095,3	6,7836	41,66636
4	1,406027	0,001408	7432,5	89059,8	6,7813	41,67460
5	1,406123	9,6x10 ⁻⁵	7432,6	89057,3	6,7811	41,67425

Tablo 3.2 İkinci serbest titreşim modu ardışık yaklaşımı

Tablo 3.2a H=6m durumu

Adım No	γ	$ \gamma_n - \lambda_{n-1} $	C (kN/m ³)	2C _T (kN/m)	m (kNs ² /m)	ω (1/s)
1	1,335868	0	14726,5	45413,6	3,9754	87,71674
2	1,339521	0,003653	14733,3	45367,7	3,9725	87,73811
3	1,339562	4.1x10 ⁻⁵	14733,4	45367,2	3,9725	87,73811

Tablo 3.2b H=4m durumu

Adım No	γ	$ \gamma_n - \lambda_{n-1} $	C (kN/m ³)	2C _T (kN/m)	m (kNs ² /m)	ω (1/s)
1	0,926766	0	21294,4	33528,4	3,2114	103,71429
2	0,925413	0,001353	21292,9	33538,2	3,2120	103,70819
3	0,925414	1x10 ⁻⁶	21292,9	33538,2	3,2120	103,70819

Tablo 3.2c H=12m durumu

Adım No	γ	$ \gamma_n - \lambda_{n-1} $	C (kN/m ³)	2C _T (kN/m)	m (kNs ² /m)	ω (1/s)
1	2,599293	0	9727,0	61597,3	5,0158	72,19943
2	2,686416	0,087123	9963,4	59972,1	4,9114	72,90091
3	2,696665	0,010249	9991,7	59784,9	4,8993	72,98520
4	2,697891	0,001226	9995,1	59762,5	4,8979	72,99513
5	2,698046	1,55x10 ⁻⁴	9995,5	59759,7	4,8977	72,99518

Sistemin ilk iki moduna ait özel açısıl frekans değerleri bulunduğundan sonra bu değerler kullanılarak homojen denklem takımı çözülmüş ve mod şekilleri bulunmuştur. H=6m durumu için mod şekilleri sayısal olarak Tablo 3.3’ de grafik olarak Şekil 3.3’ de verilmiştir. Bu şekillerden görüldüğü gibi birinci mod sistemin simetrik, ikinci mod antimetrik şekil değiştirmesine karşı gelmektedir.

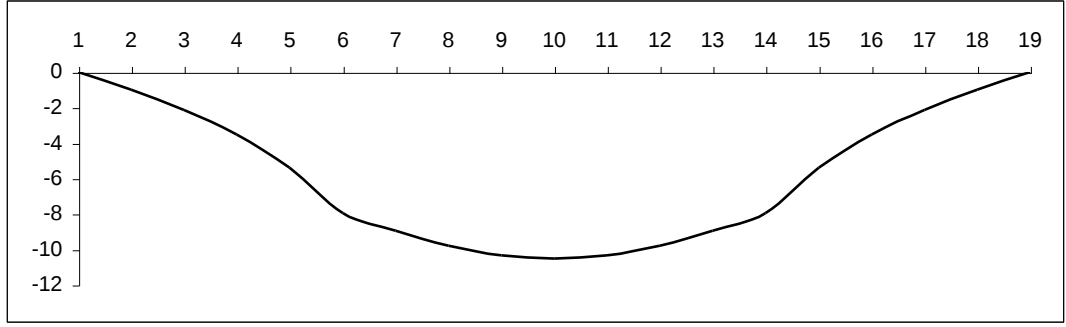
Tablo 3.3 H=6m için mod şekilleri

Tablo 3.3a Birinci mod (simetrik)

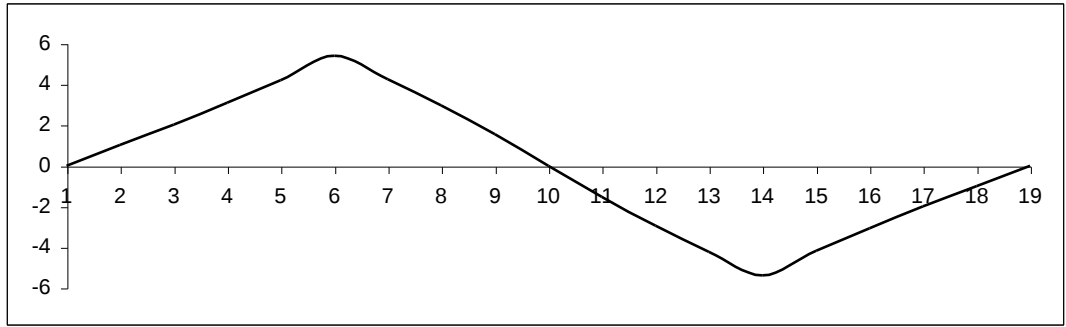
$d_{1z}=d_{19z}$	0
$d_{2z}=d_{18z}$	-1,000000000
$d_{3z}=d_{17z}$	-2,129425012
$d_{4z}=d_{16z}$	-3,534450883
$d_{5z}=d_{15z}$	-5,396923104
$d_{6z}=d_{14z}$	-7,957892164
$d_{6\theta} = - d_{14\theta}$	-1,03107007
$d_{7z}=d_{13z}$	-8,957813038
$d_{7\theta} = - d_{13\theta}$	-0,939778082
$d_{8z}=d_{12z}$	-9,789504079
$d_{8\theta} = - d_{12\theta}$	-0,703771957
$d_{9z}=d_{11z}$	-10,33453642
$d_{9\theta} = - d_{11\theta}$	-0,374696868
d_{10z}	-10,52379259
$d_{10\theta}$	0

Tablo 3.3b İkinci mod (antimetrik)

$d_{1z} = - d_{19z}$	0
$d_{2z} = - d_{18z}$	1,000000000
$d_{3z} = - d_{17z}$	2,01939219
$d_{4z} = - d_{16z}$	3,077944816
$d_{5z}=d_{15z}$	4,196185532
$d_{6z} = - d_{14z}$	5,395799475
$d_{6\theta}=d_{14\theta}$	1,125430971
$d_{7z} = - d_{13z}$	4,24121934
$d_{7\theta}=d_{13\theta}$	1,206118986
$d_{8z} = - d_{12z}$	2,958775538
$d_{8\theta}=d_{12\theta}$	1,361260349
$d_{9z} = - d_{11z}$	1,526467406
$d_{9\theta}=d_{11\theta}$	1,492880895
d_{10z}	0
$d_{10\theta}$	1,543147618



Şekil 3.3a Birinci mod (simetrik)



Şekil 3.3b İkinci mod (antimetrik)

Şekil 3.3 H=6m için mod şekilleri

3.1.2 Zorlanmış Titreşim Hesabı

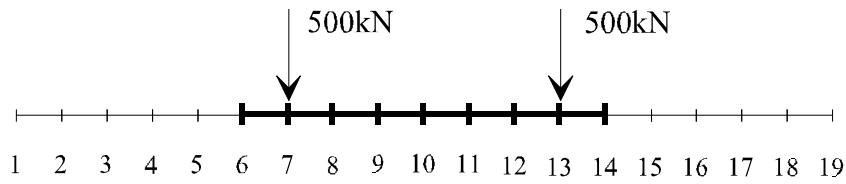
Zorlanmış titreşim hesabında sistem harmonik dış yüklerle yüklenmiş ve iki parametrelili zemin modeli kabulüne göre deplasmanlar bulunmuştur. Çözümde 2.4.2 başlığı altında anlatılan hesap adımları aynen uygulanmıştır. Zemin yüzey parametresinin başlangıç değeri olarak 1.00 alınmış, ardışık yaklaşıma bu değerden hareketle başlanmış ve (2.57)' de ifade edilen kriter sağlanana kadar hesaba devam edilmiştir. Hesap yapılırken sıkışabilir zemin tabakasının kalınlığının 6m olduğu durum incelenmiştir.

Sistem harmonik yüklere göre çözülürken dış yüklere bağlı olarak, kirişin zeminden ayrılma riski söz konusudur. Bu durum oluştuğunda yapılan kabuller ve önerilen hesap modeli geçerliliğini yitirebilmektedir. Bu durumu önlemek için örnekler çözülürken gerçek durumda rastlanması kuvvetle muhtemel olan bir durum göz

önüne alınarak, sistemin dinamik yüklerle birlikte statik yüklerle de yüklü olduğu düşünülecektir. Hesapta statik ve harmonik yükle yüklü dinamik durumun süperpozisyonu düşünülerek dinamik durumda yukarı doğru oluşacak maksimum deplasmanın statik yüklerce karşılanması gözlenecektir.

3.1.2.1 Statik Dış Yükler Durumu

Bir önceki başlık altında anlatılan riskten dolayı sistem Şekil 3.4’ de görüldüğü gibi statik yüklerle simetrik biçimde yüklenmiştir. Gösterge deplasmanı olarak 10 numaralı düğüm noktasının düşey deplasmanı seçilerek algoritma aynen uygulanmış ve yapılan ardışık yaklaşımla deplasmanlara ulaşılmıştır.(Bkz. Tablo 3.4-3.5 ve Şekil 3.5)



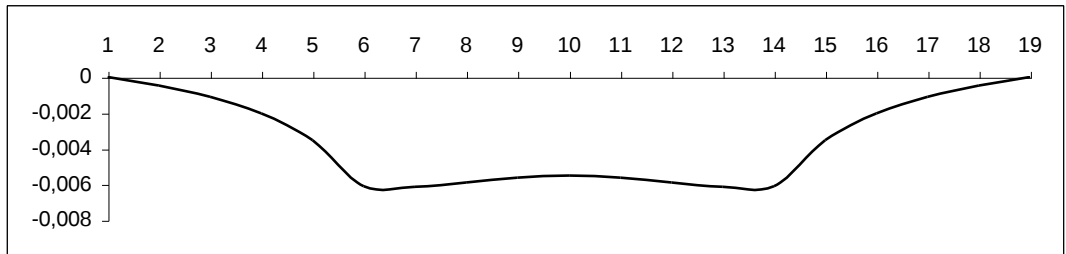
Şekil 3.4 Statik yükler

Tablo 3.4 Statik dış yükler için ardışık yaklaşım

Adım No	γ	$ \gamma_n - \lambda_{n-1} $	C (kN/m ³)	2C _T (kN/m)	d _{9z} (m)
1	1,000000	0	14259,7	49473,8	-0,005501913
2	0,860359	0,139641	14148,9	51004,8	-0,005526279
3	0,850964	0,009395	14142,9	51103,0	-0,005527440
4	0,850397	5,67x10 ⁻⁴	14142,5	51108,9	-0,005527524

Tablo 3.5 Statik dış yüklerden oluşan deplasmanlar (birimler m'dir)

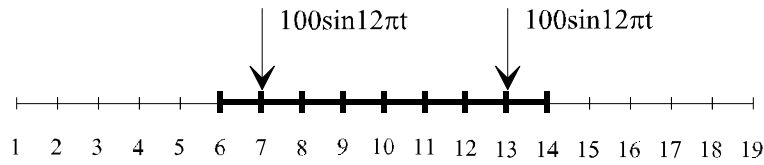
$d_{1z}=d_{19z}$	0
$d_{2z}=d_{18z}$	-0,000477578
$d_{3z}=d_{17z}$	-0,001093698
$d_{4z}=d_{16z}$	-0,00202709
$d_{5z}=d_{15z}$	-0,003548524
$d_{6z}=d_{14z}$	-0,006099356
$d_{6\theta} = - d_{14\theta}$	9,77211E-05
$d_{7z}=d_{13z}$	-0,006136914
$d_{7\theta} = - d_{13\theta}$	-9,04349E-05
$d_{8z}=d_{12z}$	-0,005912738
$d_{8\theta} = - d_{12\theta}$	-0,000295811
$d_{9z}=d_{11z}$	-0,005640352
$d_{9\theta} = - d_{11\theta}$	-0,000214798
d_{10z}	-0,005527524
$d_{10\theta}$	0



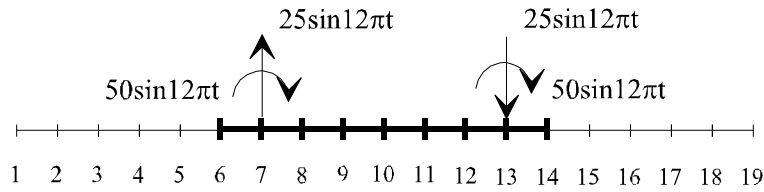
Şekil 3.5 Statik dış yükler için şekil değiştirmiş durum

3.1.2.2 Dinamik Dış Yükler Durumu

Sistem Şekil 3.6’ da görüldüğü gibi dinamik yüklerle simetrik ve antimetrik biçimde yüklenmiştir. Şekil 3.6a’daki ilk yüklemede düşey yüklerin harmonik değişmesi incelenmiştir. Bu durumda simetrik yükleme söz konusudur. Şekil 3.6b’de ise belirli bir yükseklikten etkiyen 50 kN genlikli harmonik bir yatay yük söz konusudur. Bu yükleme sonucu kolonlardan temele kuvvet çifti şeklinde normal kuvvetler ve eğilme momentleri aktarılacaktır. Gösterge deplasmanı olarak simetrik halde 10 numaralı düğüm noktasının düşey deplasmanı, antimetrik halde aynı noktanın dönmesi seçilerek algoritma aynen uygulanmış ve yapılan ardışık yaklaşımlarla deplasmanlara ulaşılmıştır.(Bkz. Tablo 3.6-3.7 ve Şekil 3.7)



Şekil 3.6a Simetrik durum



Şekil 3.6b Antimetrik durum

Şekil 3.6 Dinamik dış yükler (Birimler kN ve Knm’ dir)

Tablo 3.6 Dinamik dış yükler için ardışık yaklaşım

Tablo 3.6a Simetrik durum

Adım No	γ	$ \gamma_n - \lambda_{n-1} $	C (kN/m ³)	2C _T (kN/m)	m (kNs ² /m)	d _{9z} (m)
1	1,000000	0	14259,7	46473,8	4,2360	-0,001723309
2	0,784165	0,215835	14105,0	51781,3	4,3848	-0,001767724
3	0,771572	0,012593	14098,8	51905,1	4,3928	-0,001769799
4	0,770961	6,11x10 ⁻⁴	14098,5	5191,10	4,3931	-0,001769881

Tablo 3.6b Antimetrik durum

Adım No	γ	$ \gamma_n - \lambda_{n-1} $	C (kN/m ³)	2C _T (kN/m)	m (kNs ² /m)	d ₉₀ (rad)
1	1,000000	0	14259,7	46473,8	4,2360	1,3463438x10 ⁻⁴
2	1,676610	0,676610	15542,6	41114,8	3,6991	1,3365260x10 ⁻⁴
3	1,769166	0,092556	15827,2	39964,3	3,6251	1,3274887x10 ⁻⁴
4	1,787113	0,017947	15885,5	39743,1	0,36109	1,3255178x10 ⁻⁴
5	1,790740	0,003627	15897,4	39698,5	3,6080	1,3251084x10 ⁻⁴
6	1,791479	7,39x10 ⁻⁴	15899,8	39689,4	3,6075	1,3250338x10 ⁻⁴

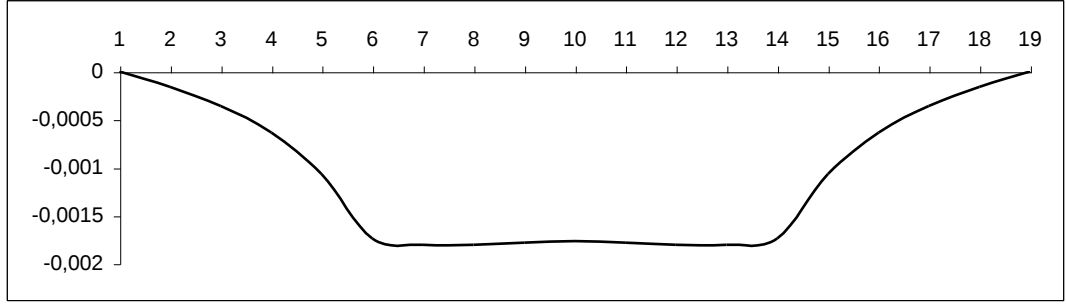
Tablo 3.7 Dinamik dış yüklerden oluşan deplasmanlar(birimler m'dir)

Tablo 3.7a Simetrik durum

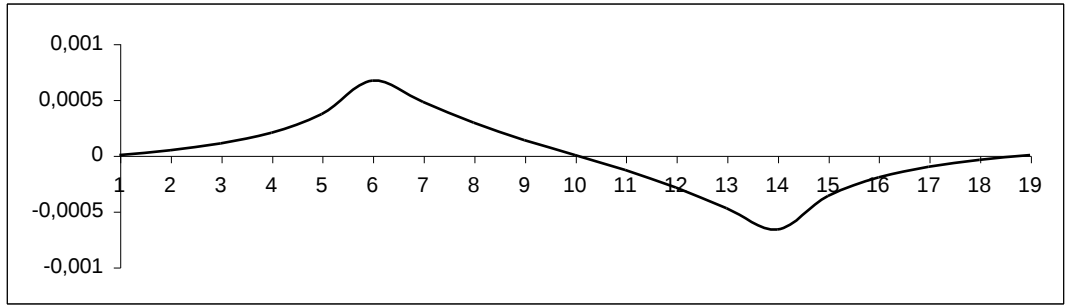
d _{1z} =d _{19z}	0
d _{2z} =d _{18z}	-0,000160731
d _{3z} =d _{17z}	-0,000358569
d _{4z} =d _{16z}	-0,000639187
d _{5z} =d _{15z}	-0,00106737
d _{6z} =d _{14z}	-0,00174197
d ₆₀ = - d ₁₄₀	7,82004E-05
d _{7z} =d _{13z}	-0,001806073
d ₇₀ = - d ₁₃₀	3,46208E-05
d _{8z} =d _{12z}	-0,001807328
d ₈₀ = - d ₁₂₀	-2,06751E-05
d _{9z} =d _{11z}	-0,001782351
d ₉₀ = - d ₁₁₀	-2,2891E-05
d _{10z}	-0,001769881
d ₁₀₀	0

Tablo 3.7b Antimetrik durum

d _{1z} = - d _{19z}	0
d _{2z} = - d _{18z}	4,3852004E-05
d _{3z} = - d _{17z}	1,0331974E-04
d _{4z} = - d _{16z}	1,9957970E-04
d _{5z} =d _{15z}	3,6691015E-04
d _{6z} = - d _{14z}	6,6489756E-04
d ₆₀ =d ₁₄₀	1,8251343E-04
d _{7z} = - d _{13z}	4,7435651E-04
d ₇₀ =d ₁₃₀	2,0715949E-04
d _{8z} = - d _{12z}	2,8829858E-04
d ₈₀ =d ₁₂₀	1,6702855E-04
d _{9z} = - d _{11z}	1,3545453E-04
d ₉₀ =d ₁₁₀	1,4132024E-04
d _{10z}	0
d ₁₀₀	1,3250338E-04



Şekil 3.7a Simetrik durum



Şekil 3.7b Antimetrik durum

Şekil 3.7 Dinamik yükler için şekil değiştirmiş durum

Şekil 3.6a' daki harmonik yüklemenin genliği Şekil 3.4' deki statik yüklerin beşte biridir. Buna karşılık ortaya çıkan deplasmanlar statik halde bulunan deplasmanların beşte birinin 1,60 katıdır. Buradan dinamik etkiler nedeniyle büyütme faktörünün 1.60 olduğu ortaya çıkmaktadır.

Zorlanmış titreşim hesabındaki açısal frekans değeri $\Omega=12\pi \text{ s}^{-1}$, serbest titreşim hesabındaki simetrik moda ait özel açısal frekansın $\omega_1= 63,9 \text{ s}^{-1}$ değerleri aşağıda lineer sistemler için verilen büyütme faktörü ifadesinde yerlerine yazıldığında bu değer 1.534 olarak bulunmuştur. Bu durum sistemin tam lineer davranmaması ve aynı tip yükler için dinamik ve statik hallerde birbirinden farklı γ , C ve $2C_T$ değerlerinin ortaya çıkmasıyla açıklanabilir.

$$\text{Dinamik BüyütmeFaktörü} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \quad (3.1)$$

BÖLÜM 4 SONUÇLAR

İki parametrelili Vlasov tipi zemine oturan kirişlerin sonlu elemanlar yöntemiyle dinamik hesabının yapıldığı bu çalışmada kirişin altında bulunmayan çevre zemini de çubuk tipi zemin sonlu elemanlarla idealize edilmiş; zemin yüzey parametresi, ona bağlı olarak zemine ait parametreler ve sistemin birim boy kütlesi ardışık yaklaşımla hesaplanmıştır. Sayısal örneklerin de verildiği çalışma sonucunda ulaşılan sonuçlar aşağıda sıralanmıştır.

1) Sonlu elemanlar metodu kullanılarak zemin yüzey parametresi ve zemine ait karakteristik büyüklükler ile sistemin tümüne ait birim boy kütlesi, bir ardışık yaklaşım yöntemiyle, hiçbir ampirik ifade kullanmadan; zeminin mekanik özelliklerine, sıkışabilir tabaka kalınlığına, zeminin ve temel kirişinin birim hacim kütlesine bağlı olarak elde edilebilmektedir. Önerilen ardışık yaklaşımın ikinci adımdan sonra hızla yakınsamaya başladığı , pratik amaçlar için üç – dört adımın yeterli olabileceği çözülen sayısal örneklerde görülmüştür. Zemin sonlu elemanlar kullanılması sayesinde çevre zemininin tepkisinin hesaba katılması mümkün olmaktadır. Ardışık yaklaşım uygulanmasında bir adımdan , bir sonrakine geçilmesinde; γ zemin yüzey parametresi ek bir algoritmaya ihtiyaç duyulmadan zemin elastik yataklanma ve zemin kayma parametresi matrislerinin tanımlarından hesaplanabilmektedir.

2) Zemin yüzey parametresi dolayısıyla zemine ait karakteristik büyüklükler ve sistem birim boy kütlesi; yükleme şekli, sıkışabilir tabak kalınlığı ve zeminin malzeme özelliklerine bağlıdır. Zeminin sıkışabilir tabakasının yüksekliği arttıkça zemin yatak katsayısının azaldığı, zemin kayma parametresinin büyüdüğü gözlemlenmiştir. Sistemin birim boyuna etkiyen atalet kuvvetleri temelin birim boy kütlesi yanında zeminin de düşey titreşim yapması nedeniyle zeminin birim hacim kütlesine bağlı atalet kuvvetlerini de içermektedir. Zemin kütlesinin katkısı zemin

yüzey parametresine yani zemin yüzeyindeki çökmelerin derinlikle değişimine bağlıdır.

3) Hesapların sonucunda serbest titreşim özel açısal frekansının yükseklik arttıkça azaldığı gözlemlenmiştir. Bu durum sıkışabilir zemin kalınlığı arttıkça sistemin düşey rijitliğinin azaldığı şeklinde yorumlanabilir.

4) İki parametrelili zemin modeli uygulanmasıyla zeminde hesaba katılan kayma gerilmelerinin etkisiyle zemindeki deplasmanların daha sürekli hale geldiği görülmüştür.

5) Bilindiği gibi iki parametrelili elastik zemine oturan kirişin diferansiyel denkleminde zemin kayma parametresi etkisiyle ikinci mertebe etkileri, çökmenin aynı mertebeden türeviyle ilişkilidir. Kiriş sonlu elemanlarda zemin kayma parametresi matrisiyle, eksenel ve sabit çekme kuvvetiyle yüklü elemanda oluşacak ikinci mertebe etkileri matrisi benzer ve aynı işaretli olmaktadır. Eksenel kuvvetin basınç olması durumunda ikinci mertebe etkileri matrisi benzer ve ters işaretli olmaktadır. Bunun sonucunda zemin kayma parametresi matrisinden yararlanılarak kirişlerin ikinci mertebe etkilerine göre hesabı da mümkün olmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] **Kimençe B.**, 1989. İki Parametrelili Elastik Zemine Oturan Dairesel Plak ve Basık Küresel Kabuk Tabanlı Silindirik Tank, Y.Lisans Tezi, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul
- [2] **Çelik, M.**, 1995. Plak Sonlu Elemanlarda Kayma Şekil Değişirmelerinin Gözönüne Alınarak İki Parametrelili Zemine Oturan Plakların Hesabı, Doktora Tezi, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul
- [3] **Vallabhan, C.V.G.**, Straughan, W.T., Das.Y.C., 1991. Refined Model for Analysis of Plates on Elastic Foundations, Journal of Engineering Mechanics, Vol.117, No 12, pp.2830-2844
- [4] **Daloğlu, A.**, 1992. A Consistent Vlasov Model for Analysis of Plates on Elastic Foundations Using Finite Element Method. Doctor Philosophy, Texas Tech. University
- [5] **Dindar, A.A.**, 2002. İki Parametrelili Vlasov Zemine Oturan Homojen İzotrop Plakların Karışık Sonlu Elemanlar Metodu İle Analizi, Y.Lisans Tezi, İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul
- [6] **Karamanlidis D. , Prakash V. ,** 1988. Buckling and Vibration Analysis of Flexible Beams Resting on an Elastic Half-Space, Earthquake Engineering And Structural Dynamics Vol 16, 1103-1114
- [7] **Razaqpour A.G., Shah K.R.**,1991. Exact Analysis of Beams on Two-Parameter Foundations, Solid Structures Vol.27 No.4 pp435-454

ÖZGEÇMİŞ

1978 yılında Kayseri’ de doğan Kemal ÖZKİRŞEHİRLİ ilk, orta ve lise öğrenimini Kayseri’de tamamlamıştır. 1996 yılında Kayseri Nuh Mehmet Küçükçalık Anadolu Lisesi’nden mezun olduktan sonra aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü’ne girmiştir.

İ.T.Ü İnşaat Fakültesi’nden 2000 yılında mezun olan Kemal ÖZKİRŞEHİRLİ, aynı yıl İ.T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı’nda yüksek lisans çalışmalarına başlamıştır.