

151328

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KATSAYI DİYAGRAM YÖNTEMİNİN (KDY)
KURAMSAL ALTYAPISI VE DEĞİŞİK SİSTEMLERE
UYGULANMASI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Ömür ÖCAL
(504011136)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 26 Nisan 2004
Tezin Savunulduğu Tarih : 24 Mayıs 2004**

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Atilla BİR (İ.T.Ü.)
Diğer Jüri Üyeleri Yrd. Doç. Dr. M. Turan SÖYLEMEZ (İ.T.Ü.)
Doç. Dr. Külmez ÇEVİK (İ.T.Ü.)

151328

Mayıs 2004

ÖNSÖZ

Çalışmalarım süresince gösterdiği ilgi ve desteğini benden esirgemeyen, üstün bilgi ve tecrübesiyle beni yönlendirip, aydınlatan kıymetli hocam Prof. Dr. Atilla BİR' e, araştırmalarım için gerekli kaynakları sağlamakta yardımcı olan sayın hocam Dr. Serdar Ethem HAMAMCI' ya, bu çalışmada emeği geçen diğer tüm hocalarıma ve son olarak beni bugünlere getiren, desteklerini ve güvenlerini benden esirgemeyen sevgili aileme çok teşekkür ederim.

MAYIS 2004

Ömür ÖCAL



İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	viii
ÖZET	ix
SUMMARY	x
1. GİRİŞ	1
1.1 Giriş	1
2. KATSAYI DİYAGRAM YÖNTEMİ	4
2.1 KDY Kontrol Sistem Yapısı	4
2.2 Performans Parametreleri Ve Karakteristik Polinom	6
2.3 Katsayı Diyagramı	8
2.4 Tasarım Parametreleri	15
2.4.1 Kararlılık İndeksi Ve Kararlılık	15
2.4.2 Eşdeğer Zaman Sabiti ve Cevap Hızı	17
2.5 Standart Manabe Biçimi	18
2.6 KDY ile Kontrol Tasarım Prosedürü	22
2.6.1 Tasarım Öncesi Belirlenmesi Gereken Bilgiler	22
2.6.2 $A(s)$, $B(s)$ ve $P(s)$ Polinom Katsayılarının Belirlenmesi	24
2.6.3 Tasarım Sonrasındaki Yapılacak İşlemler	25
2.7 KDY Yöntemi Kullanarak Yapılan Tasarım Uygulamaları	26
2.7.1 Uygulama 1	26
2.7.2 Uygulama 2	29
2.7.3 Uygulama 3	31
2.7.4 Uygulama 4	33
3. DİĞER TASARIM YÖNTEMLERİYLE KARŞILAŞTIRMA	36
3.1 Giriş	36
3.2 Sistem 1	36
3.3 Sistem 2	38
3.4 Sistem 3	40
3.5 Sistem 4	42
4. UYGULAMALARDA ELDE EDİLEN KONTROL SİSTEMLERİNİN DAYANIKLILIK TESTLERİ	45
4.1 Giriş	45
4.2 Uygulama 1 için Dayanıklılık Testi	45
4.3 Uygulama 4 için Dayanıklılık Testi	49

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	54
KAYNAKLAR	56
EKLER	58
ÖZGEÇMİŞ	68



KISALTMALAR

KDY	: Katsayı Diyagram Yöntemi
PID	: Proportional Integral Derivative (Oransal İntegral Türevsel)
LQR	: Linear Quadratic Regulator (Doğrusal Karesel Regülatör)
KD	: Katsayı Diyagramı
YSSB	: Yerleşme Süresi Standart Biçimi



TABLO LİSTESİ

<u>No</u>		<u>Sayfa</u>
Tablo 2.1.	Bazı standart biçimlere ilişkin kararlılık indeksleri	19
Tablo 2.2.	Standart Manabe Biçimi' ne ilişkin prototip karakteristik polinomlar	19
Tablo 2.3.	Farklı türde etkiyen bozucular için seçilmesi gereken A(s) ve B(s) polinomlarının mertebeleri.....	23



ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 : KDY kontrol sistemine ilişkin temel blok diyagramı.....	4
Şekil 2.2 : 1-Tipi sistemin yaklaşık olarak frekans genlik cevabı.....	10
Şekil 2.3 : Katsayı diyagramı	12
Şekil 2.4 : Farklı γ_i ' ler için sistem kararlılığındaki değişimin etkisi.....	13
Şekil 2.5 : τ ' nun değişik değerleri için (a) katsayı eğrisine (b) $y(t)$ ' ye etkisi.....	14
Şekil 2.6 : 2 ~ 5 mertebeden $P(s)$ karakteristik polinomunun köklerinin bulunması amaçlanan bölge.....	20
Şekil 2.7 : Uygulama 1' e ait $y(t)$ çıkış işareti, $u(t)$ kontrol işareti ve KD grafiği.....	29
Şekil 2.8 : Uygulama 2' ye ait $y(t)$ çıkış işareti, $u(t)$ kontrol işareti ve KD grafiği	31
Şekil 2.9 : Uygulama 3' e ait $y(t)$ çıkış işareti, $u(t)$ kontrol işareti ve KD grafiği	33
Şekil 2.10 : Uygulama 4' e ait $y(t)$ çıkış işareti, $u(t)$ kontrol işareti ve KD grafiği	34
Şekil 3.1 : Sistem 1' e ait $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işareti.....	38
Şekil 3.2 : Sistem 2' ye ait $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işareti.....	40
Şekil 3.3 : Sistem 3' e ait $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işareti.....	42
Şekil 3.4 : Sistem 4' e ait $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işareti.....	44
Şekil 4.1 : Sistem (4.2)' ye ait $y(t)$ çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti.....	46
Şekil 4.2 : Sistem (4.3)' e ait $y(t)$ çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti.....	47
Şekil 4.3 : Uygulama 1 için Kapalı çevrim karakteristik polinom köklerinin yerleri.....	48
Şekil 4.4 : Sistem 4.1' e ait sistem parametreleri değişimine göre kök eğrisi	49
Şekil 4.5 : Sistem (4.5)' e ait $y(t)$ çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti.....	50
Şekil 4.6 : Sistem (4.5)' e ait $y(t)$ çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti.....	51
Şekil 4.7 : Uygulama 2 için Kapalı çevrim karakteristik polinom köklerinin yerleri.....	52
Şekil 4.8 : Sistem (4.4)' e ait değişik parametre değerlerine göre kök eğrisi.	52
Şekil A.1 : (A27)' ye göre λ_1 , λ_2 ve ρ arasındaki ilişki.....	63

SEMBOL LİSTESİ

τ	: Eşdeğer zaman sabiti
γ_i	: Kararlılık indeksi
γ_i^*	: Kararlılık sınır indeksi
a_i	: $P(s)$ karakteristik polinomunun katsayıları
k_i	: $B(s)$ kontrolör polinomunun katsayıları
l_i	: $A(s)$ kontrolör polinomunun katsayıları
w_i	: Kırılma noktaları
C_{in}	: Lipatov – Sokolov sabiti
s_i	: Denklem polinomunun kökleri
ω	: Salınım frekansı
t_s	: Yerleşme zamanı
p	: $A(s)$ polinomunun mertebesi
q	: $B(s)$ polinomunun mertebesi
n	: $N(s)$ polinomunun mertebesi
K_p	: Oransal kazanç
K_d	: Türevsel kazanç
K_i	: İntegral kazanç
δ_i	: Kontrolörün pay polinomunun katsayıları
Π_i	: Kontrolörün payda polinomunun katsayıları
ζ	: Sönüm oranı
λ_i	: Lipatov – Sokolov kriteri parametresi

KATSAYI DİYAGRAM YÖNTEMİNİN (KDY) KURAMSAL ALT YAPISI ve DEĞİŞİK SİSTEMLERE UYGULANMASI

ÖZET

Bu çalışmanın amacı doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemler için geliştirilmiş yeni bir tasarım yöntemi olan Katsayı Diyagram Yöntemini (KDY) tanıtmaktır. Bu yöntem cebirsel bir yaklaşımdır. Bu yöntemde, kontrolör polinomlarının katsayıları, eşdeğer zaman sabiti, kararlılık indeksi, ve kararlılık sınır indeksi gibi KDY parametreleri değerlerinin uygun seçilmesi sonucunda elde edilen hedef karakteristik polinom katsayıları ile sistemin kapalı çevrim karakteristik polinomunun katsayılarıyla karşılaştırılmasıyla elde edilir. KDY yöntemiyle bir sistemin kapalı çevrim çıkış yanıtı aşısız, dayanıklı ve yerleşme zamanının düşük olduğu görülür. Ayrıca sistem bozucu etkileri hızlı bir şekilde giderilir. Bunun yanında tasarım prosedürü çok kolay ve sistematiktir. Ek olarak bu sistemin en iyi özelliklerinden birisi de her türlü sistem için iyi sonuç vermesidir. Günümüzde gittikçe daha çok kendinden ayarlamalı kontrolörler kullanılmaktadır. Bu kontrolörlerin amacı tasarımı insan faktöründen bağımsız olarak en iyi şekilde tasarlamaktır. KDY yöntemi bu görevi en iyi şekilde yerine getirebilecek bir tasarım yöntemi olarak kullanılabilir.

THE THEORETICAL BACKGROUND OF COEFFICIENT DIAGRAM METHOD (CDM) AND ITS APPLICATIONS FOR DIFFERENT SYSTEMS

ABSTRACT

The objective of this thesis is to introduce the Coefficient Diagram Method (CDM) that is a new control design method for linear time-invariant control systems. This method is an algebraic approach. In this method, the coefficients of the controller polynomials are obtained by comparing the coefficients of the characteristic polynomial of the closed loop transfer function with the coefficients of the target characteristic polynomial obtained by using the convenient chosen CDM parameters such as equivalent time constant, stability index, and stability limit index. The unit response of the closed loop system that has been controlled by CDM is robust and it possesses small settling time without overshoot. The disturbance effects on the system can also be rapidly eliminated. Besides, the design procedure is very easy and systematic. As an addition, the one of the best properties of this method is to obtain good results for all types of systems. Nowadays, the use of self-tuning controllers increases day to day. The aim of these controllers is to make the best design independent of human factor. CDM can be used effectively for this duty.



1. GİRİŞ

1.1 Giriş

Katsayı Diyagram Yöntemi (KDY) kontrol sistemlerinde kontrolör tasarlamak için geliştirilmiş olan bir tasarım yöntemidir. KDY yeni bir yöntem olmasına rağmen, bazı temel prensipleri uzun yıllardan beri kontrol yazımında yer alır [14, 20, 21]. Yöntem endüstrinin değişik alanlarında yıllardır uygulama alanı bulmuştur. Halen endüstride uygulanmakta olan uygulamaların bazıları şunlardır; servo kontrol [15], çelik-mil motor hız kontrolü [14], gaz türbin kontrolü [16], ve uyduların durum kontrolü [9]. Yöntem ilk olarak 1991 yılında Shunji Manabe tarafından doğrusal ve zamanla değişmeyen tek-girişli tek-çıkışlı sistemlerin kontrolü için geliştirilmiştir. Manabe KDY yöntemini geliştirirken mevcut diğer kontrol yöntemlerden de yararlanmayı amaçlamıştır. Böylece mevcut diğer kontrol yöntemlerin iyi üstünlüklerini alıp, temel prensiplerin daha uygun bir şekilde uygulanmasını sağlamıştır. Bunun sonucunda KDY kontrol tasarım yöntemi daha etkili, verimli ve diğer yöntemlerden daha kolay uygulanabilir hale gelmiştir.

Günümüzde kullanılan sistemler belirsiz yapılı, çok değişkenli, doğrusal, doğrusal olmayan vb. farklı özelliklere sahiptir. Ayrıca bu farklı özellikteki sistemler, sisteme eklenen kontrolörlere göre farklı davranışlar sergiler. Başka bir ifadeyle eklenen kontrolün özellikleri sistemin davranışını etkiler. Kontrol edilecek bir sisteme bir kontrolör tasarlanırken hangi kontrol tasarım yönteminin kullanılacağı önem taşır. Kontrol yöntemleri genellikle belirli özelliklere sahip uygun sistemler için kullanılır (doğrusal ve doğrusal olmayan bir sistem, çok değişkenli vb gibi). Genellikle söz konusu özelliklere sahip olmayan başka sistemler için bu yöntemler yetersiz kalır. PID (P-Oransal, I-İntegral, D-Türevsel), LQR (L-Doğrusal Q-Karesel R-Regülatör) vb. gibi yöntemler, zaman içinde ortaya çıkan ihtiyaçlar doğrultusunda sürekli yenilenerek, değişik özellikli sistemlerin tasarımında başarıyla kullanılmıştır. Ancak genellikle kontrol tasarım yöntemlerinin açık ve kolay bir şekilde uygulanabildikleri söylenemez. Bu kontrolçuları kontrol tasarımı için yeni araştırmalara itmiş ve bunun sonucunda katsayı diyagram yöntemi olarak adlandırılan ve burada tartışılacak olan

kontrol yöntemi ortaya çıkmıştır. KDY polinomsal gösterime sahip, tasarım prosedürü basit ve kolay bir tasarım yöntemidir.

Kontrol sistemleri tasarlanırken, tasarlanan kontrolörün mümkün olduğunca düşük mertebeden, minimum fazlı ve kararlı olmasına özen gösterilir. Bunun yanında kontrolör yeterli band genişliği ve gerekli güç sınırlamasına sahip olmalıdır. Tasarlanan bir kontrolörde bu özellikler dikkate alınmazsa, bir sistemde amaçlanan kararlılık ve uygun zaman yanıtı sağlansa bile, sistemin parametre değişikliklerine karşı dayanıklılığı yetersiz kalır. Bu sorunlar göz önünde bulundurularak KDY ile tasarlanan bir kontrolörün düşük mertebeden olduğu görülür. Ayrıca sistem uygun bir band genişliğine sahiptir ve pek çok uygulamada tercih edildiği gibi kapalı çevrim yanıtı aşırıdır. Tüm bu özelliklerin bir sonucu olarak elde edilen kontrol sistemi çok dayanıklı olur ve bozucu etkilerini hızlı bir şekilde giderebilir.

Ayrıca, LQR, kutup-yerleştirme, vb modern kontrol yöntemleri ile özellikle sanal eksene yakın kutuplu sistemlerde dayanıklı kontrolörlerin tasarımı oldukça zor ve deneyimli olmayı gerektiren bir iştir (Mills ve Bryson, 1992). Tercihen bu durumlarda KDY tekniğini kullanılarak, sistemin dayanıklılığı daha kolay sağlanır, sistem parametreleri daha kolay belirlenir ve hesaplanır.

KDY için en önemli çalışma Shunji Manabe' nin 1998 yılında yayınladığı "Coefficient Diagram Method" adlı yayınıdır. Referans niteliğindeki bu yayın, yöntemin uygulanışını ve temellerini ayrıntılı bir şekilde ele alır. Bu yayından sonra KDY kullanılarak yapılan çalışmalarda bir artış görülür. KDY yöntemi kullanılarak gerçekleştirilen bazı tasarım uygulamaları şunlardır [1]

1. LQR için KDY yardımı ile ağırlık fonksiyonunun analitik yöntemle seçimi (Manabe, 1998b)[13],
2. Sürekli zamanlı sistemlerin KDY ile kontrolü (Hamamcı ve Uçar, 1999),
3. Sıvı seviye ölçüm işlemlerinde KDY' in kullanılması (Kumpanya ve diğ., 2000),
4. KDY ile dayanıklı kontrol için bazı karşılaştırmalı çalışmaların yapılması (Kim ve diğ., 2000a),
5. Bir robot kolunun KDY ile kontrolü (Uçar ve Hamamcı, 2000),
6. Üç ataletli esnek bir sistem için moment kontrolü (Nakayama ve diğ., 2000),

7. Çok değişkenli sistemlerin Bölünmüş Kanal Tasarımı (ICD) metodu ve KDY ile kontrolü için bir uygulama: Sıcak hadde sisteminin kontrolü (Kim ve diğ., 2000b),
8. Bir armatür kontrollü dc motorun KDY ile dayanıklı konum kontrolü (Hamamcı ve Köksal, 2001),
9. Belirsiz yapılı sistemlerin model tabanlı dayanıklı kontrolü (Hamamcı ve Ucar, 2002).

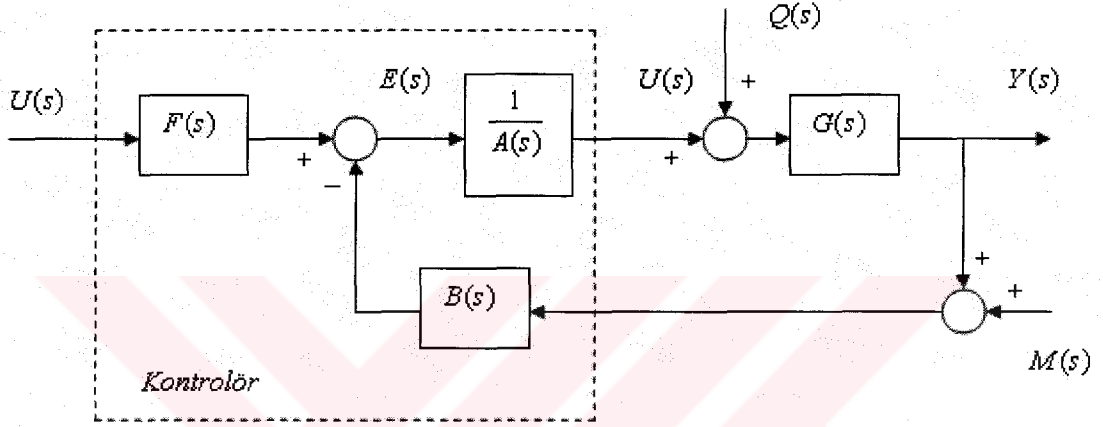
Sonuç olarak, tüm bu çalışmalardan da anlaşılabilceği gibi, KDY oldukça yeni olmasına rağmen hızla yaygınlaşan bir tasarım yöntemidir ve uygulama alanı oldukça geniştir. Takip eden bölümlerde KDY ile ilgili ayrıntılar ele alınacak ve diğer yöntemlere göre üstünlükleri örnekler üzerinde gösterilecektir.



2. KATSAYI DİYAGRAM YÖNTEMİ

2.1 KDY Kontrol Sistem Yapısı

Tek-giriş tek-çıkışlı bir sistem için katsayı diyagram yöntemi standart blok diyagramı Şekil 2.1' de gösterilmiştir.



Şekil 2.1. KDY kontrol sistemine ilişkin temel blok diyagramı

Burada $r(t)$ kontrol sisteminin referans girişini, $y(t)$ çıkışını, $u(t)$ kontrol işaretini, $q(t)$ sisteme etkiyen bozucu işaretini, $e(t)$ hata işaretini ve son olarak $m(t)$ ise ölçme gürültüsünü ifade eder. Benzer şekilde $A(s)$ kontrolör transfer fonksiyonunun paydasını, $F(s)$ referans pay ve $B(s)$ ise geri besleme pay polinomunu ifade eder. $G(s)$ kontrol edilmesi istenen sistem transfer fonksiyonudur ve

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.1)$$

şeklinde iki polinom oranı ile ifade edilebilir. $N(s)$ sistemin transfer fonksiyonunun pay polinomu, $D(s)$ ise payda polinomudur. Fiziksel sistemlerde polinomların mertebeleri arasındaki ilişki $\deg\{D(s)\} \geq \deg\{N(s)\}$ koşulunu sağlamalıdır. Benzer şekilde uygunluk açısından $A(s)$ polinomunun mertebesi, $F(s)$ ve $B(s)$ polinomlarının mertebesinden daha büyük olmalıdır.

Temel blok diyagramından (Şekil 2.1) görüldüğü gibi,

$$U(s) = \frac{F(s)R(s) - B(s)[Y(s) + M(s)]}{A(s)} \quad (2.2)$$

ve

$$Y(s) = [Q(s) + U(s)] \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.3)$$

ifadeleri yazılabilir. Eğer denklem (2.2)' i denklem (2.3)' de yerine konursa;

$$Y(s) = \left\{ Q(s) + \left[\frac{F(s)R(s) - B(s)[Y(s) + M(s)]}{A(s)} \right] \right\} \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.4)$$

ilişkisi elde edilir. Bu denklem düzenlenirse, kapalı çevrimli sistemin çıkış değişkeni

$$Y(s) = \frac{A(s)N(s)}{A(s)D(s) + B(s)N(s)} Q(s) + \frac{F(s)N(s)}{A(s)D(s) + B(s)N(s)} R(s) - \frac{B(s)N(s)}{A(s)D(s) + B(s)N(s)} M(s) \quad (2.5)$$

olarak hesaplanır. Bu ifade

$$Y(s) = \frac{A(s)N(s)}{P(s)} Q(s) + \frac{F(s)N(s)}{P(s)} R(s) - \frac{B(s)N(s)}{P(s)} M(s) \quad (2.6)$$

şeklinde de yazılabilir. Burada $P(s)$ kontrol sisteminin karakteristik denklemdir ve

$$P(s) = A(s)D(s) + B(s)N(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i \quad (2.7)$$

şeklinde ifade edilebilir. Ayrıca $U(s)$ kontrol işareti için denklem (2.1)' den,

$$U(s) = \frac{F(s)}{A(s)} R(s) - \frac{B(s)}{A(s)} [Y(s) + M(s)] \quad (2.8)$$

yazılabilir. Denklem (2.6)' daki $Y(s)$ ifadesine uygulanırsa bu ilişki,

$$U(s) = \frac{F(s)}{A(s)} R(s) - \frac{B(s)}{A(s)} \left[\frac{A(s)N(s)}{P(s)} Q(s) + \frac{F(s)N(s)}{P(s)} R(s) - \frac{B(s)N(s)}{P(s)} M(s) + M(s) \right] \quad (2.9)$$

şeklinde yazılabilir. Sonuncu denklem üzerinde gerekli matematiksel işlemler yapılır ve tekrar düzenlenirse kontrol işareti için

$$U(s) = \frac{F(s)D(s)}{P(s)} R(s) - \frac{B(s)N(s)}{P(s)} Q(s) - \frac{B(s)D(s)}{P(s)} M(s) \quad (2.10)$$

elde edilir. $E(t)$ hata değişkeni ise Şekil 2.1' den görüldüğü gibi

$$E(s) = A(s)U(s) \quad (2.11)$$

ilişkisi kullanılarak,

$$E(s) = \frac{A(s)F(s)D(s)}{P(s)} R(s) - \frac{A(s)B(s)N(s)}{P(s)} Q(s) - \frac{A(s)B(s)D(s)}{P(s)} M(s) \quad (2.12)$$

olarak elde edilir.

2.2 Performans Parametreleri Ve Karakteristik Polinom

KDY tasarım yönteminde, sistem karakteristik polinomunun katsayıları cinsinden bazı tasarım parametrelerine ihtiyaç duyulur. Bunlar; eşdeğer zaman sabiti τ , kararlılık indeksi γ_i ve kararlılık sınır indeksi γ_i^* ' dir.

Bu parametreler

$$\gamma_i = \frac{a_i^2}{a_{i+1}a_{i-1}} \quad i = 1 - (n-1), \quad \gamma_0 = \gamma_n = \infty \quad (2.13a)$$

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} \quad (2.13b)$$

$$\gamma_i^* = \frac{1}{\gamma_{i-1}} + \frac{1}{\gamma_{i+1}} \quad (2.13c)$$

şeklinde tanımlanır.

Bu katsayılar $P(s)$ karakteristik polinomu τs ' in bir polinomu şeklinde ifade edebilmek ve sistemi istenilen amaca uygun bir şekilde tasarlayabilmek için tanımlanmıştır. Daha sonra tartışılacağı gibi eşdeğer zaman sabiti τ , karakteristik polinomunun katsayılarının değerini etkilediğinden kontrol sisteminin yanıt hızını belirler, kararlılık indeksi ve kararlılık sınır indeksi ise ilerki kısımlarda görüleceği gibi zaman cevabının şeklini, kontrol sisteminin kararlılık ve dayanıklılığını belirler (Manabe, 1994a).

Manabe öncelikle karakteristik polinomunun katsayılarını denklem (2.13a-c)' yi kullanarak τ ve γ_i parametreleri cinsinden ifade eder. Bunu nasıl gerçekleştirdiği ve elde ettiği sonuçlar aşağıda verilmiştir.

Bu amaca yönelik olarak, (2.13a) tanımı kullanılarak, öncelikle a_n ve a_{n-1} karakteristik denklem katsayıları arasında oransal bir ifade elde edilir; açıkça görüldüğü gibi

$$\gamma_1 = \frac{a_1^2}{a_0 a_2} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1}{a_0} \frac{1}{\gamma_1} \quad (2.14)$$

ilişkisi yazılabilir. Diğer i indisleri içinde katsayılar benzer şekilde yazılır ve genelleştirilirse γ_{n-1} kararlılık indeksi için,

$$\gamma_{n-1} = \frac{a_{n-1}^2}{a_{n-2} a_n} \Rightarrow \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \frac{1}{\gamma_{n-1}} \quad (2.15)$$

elde edilebilir.

Bulunan bu a_i , $i = 2, 3, 4 \dots n$, değerleri ve denklem (2.13b)' deki eşdeğer zaman sabiti denklemi bir arada kullanılırsa,

$$a_2 = a_1 \frac{a_1}{a_0} \frac{1}{\gamma_1} = a_1 \frac{\tau}{\gamma_1} = \frac{a_1}{a_0} \frac{\tau a_0}{\gamma_1} = \frac{\tau^2 a_0}{\gamma_1} \quad (2.16)$$

yazılabilir. Bu sonuçlar $i = 1, 2, 3 \dots n$ değerleri için genelleştirilirse, a_i katsayılarının

$$a_i = \frac{\tau^i a_0}{\gamma_{i-1} \gamma_{i-2} \dots \gamma_1} = \frac{\tau^i}{\prod_{j=1}^{i-1} \gamma_j} a_0, \quad (2.17)$$

şeklinde yazılabileceği görülür. Böylece karakteristik polinomunun katsayıları Manabe tarafından kararlılık indeksi ve eşdeğer zaman sabiti cinsinden ifade edilmiş olur.

$P(s)$ sistem karakteristik polinomunu a_i ' ler cinsinden yazılır ve a_0 parantezine alınır

$$P(s) = a_0 \left[\left(\frac{a_n}{a_0} \right) s^n + \left(\frac{a_{n-1}}{a_0} \right) s^{n-1} + \dots + \left(\frac{a_2}{a_0} \right) s^2 + \left(\frac{a_1}{a_0} \right) s + 1 \right] \quad (2.18)$$

ilişkisi elde edilir. Eğer a_1/a_0 yerine eşdeğer zaman sabitini τ yazılırsa

$$P(s) = a_0 \left[\left(\frac{a_n}{a_0} \right) s^n + \left(\frac{a_{n-1}}{a_0} \right) s^{n-1} + \dots + \left(\frac{a_2}{a_0} \right) s^2 + \tau s + 1 \right] \quad (2.19)$$

elde edilir. Aynı şekilde (2.17) ilişkisinden yararlanılarak parametre katsayılarında diğer ifadeler de τs cinsinden ve kararlılık indeksi γ_i cinsinden ifade edilirse,

$$P(s) = a_0 \left[\left\{ \sum_{i=2}^n \left(\prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{\gamma_{i-j}^j} \right) (\tau s)^i \right\} + \tau s + 1 \right] \quad (2.20)$$

elde edilir.

Tasarıma başlarken belirlenen tasarım parametrelerini göz önünde bulundurarak hesaplanan (2.20) denklemdaki $P(s)$ karakteristik polinomu, $P_{hedef}(s)$ hedef transfer fonksiyonu olarak kullanılır. Böylece, denklem (2.20)' de elde edilen $P_{hedef}(s)$ ' in katsayılarında yer alan τ eşdeğer zaman sabitinden dolayı sistem yerleşme zamanı belirlenebilir ve ayrıca γ_i kararlılık indeksleri ile kapalı çevrimli sisteme istenilen sistem dinamiği davranışı (kararlılık özelliği) verilebilir.

2.3 Katsayı Diyagramı

Katsayı diyagramı (KD), frekans cevap yönteminden yararlanarak oluşturulan, katsayı diyagram yönteminde ve kontrol tasarımında kullanılan katsayıların gösterildiği Bode diyagramı benzeri (Manabe ve Kim, 2000) bir grafikdir.

Katsayı diyagramının oluşması 1950 yıllarına dayanır. Frekans cevabı yöntemi ve bu yöntemde kullanılan Bode diyagramlarının kontrol tasarımı için kazanç payı ve faz payı gibi kriterlerinin yetersizliği ve açık çevrim transfer fonksiyonunun frekans karakteristiklerinin yeterince geniş bir frekans bölgesi için uygun biçimde olmaması sonucu elde edildi (Tustin ve diğ. 1958) [1]. Chesnut' un 1951 yılında açık çevrim transfer fonksiyonuna ilişkin Bode genlik diyagramı için önerdiği asimptotik-çizgi yaklaşımı sistem tasarımını daha basitleştirdi. Böylece kırılma noktalarının yerleri ve buralardaki eğri eğiminin değişimine ilişkin uygulamaya yönelik bilgiler tasarımda kolayca değerlendirilmiş oldu. Basit bir kontrol sistemi için kırılma noktaları arasındaki fark yaklaşık olarak γ_i ' dir. Chesnut'un önerdiği bu pratik gösterim daha sonraları daha karmaşık sistemlerle uğraşıldığından, daha uygun bir hale getirme

çabası sonrasında tasarımcılar kırılma noktaları yerine karalılık indeksi ve Bode eğrisi yerine de katsayı diyagramını kullanma düşüncesine itmiştir (Manabe, 1998a) [1].

KD ve Bode diyagramı arasındaki ilişkiyi daha açık anlayabilmek için bir sistem ele alalım. Sistemimiz uygulamada sıkça karşılaşılan 1-Tipi türünden bir sistem olsun. 1-Tipi sistemleri basamak girişine karşı sıfır kararlı hal hatası ve de rampa türü girişe karşı ise sabit bir kararlı hal hatası gösterir. Bu sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(s) = \frac{a_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{a_0}{P(s)} \quad (2.21)$$

şeklinde verilmiş olsun. burada $P(s)$, sistemin karakteristik polinomudur ve

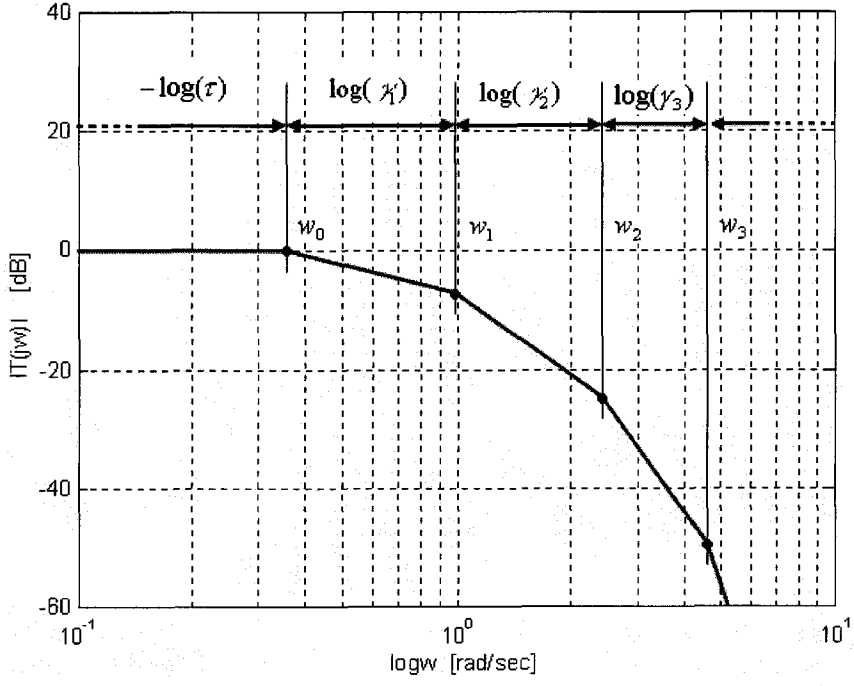
$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (2.22)$$

şeklindedir.

Bilindiği gibi sıfır tipi sistemler basamak girişine karşı sıfır kararlı hal hatasına sahiptirler ve sistemin kararlı olabilmesi için karakteristik polinomunun kararlı olması gerekmektedir. Denklem (2.21)' den de görüldüğü gibi sistemin kazancı $s = 0$ için 1' dir. Bu sistem için Chesnut' un geliştirdiği asimptotik-çizgi yaklaşımını kullanarak gerçekleştirilen bir Bode genlik modül eğrisi Şekil 2.2' de verilmiştir.

Geleneksel Bode diyagramının elde edilmesindeki kullanılan yöntemden farklı olarak, buradaki w_i kırılma noktaları, Denklem (2.23)' de görüldüğü gibi, karakteristik polinom katsayılarının oranı şeklinde ifade edilir:

$$w_i = \frac{a_i}{a_{i+1}} = \frac{1}{\tau_i} \quad i = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \quad (2.23)$$



Şekil 2.2. 1-Tipi sistemin yaklaşık olarak frekans genlik cevabı

Denklem (2.23)' e göre kapalı çevrimli sistemin kırılma frekansları;

$$\log w_0 = \log \frac{1}{\tau} = \log \frac{a_0}{a_1} \quad (2.24)$$

$$\log w_1 = \log \frac{1}{\tau_1} = \log \frac{a_1}{a_2} \quad (2.25)$$

şeklinde yazılabilir. Eğer bu denklemleri birbirinden çıkarılırsa;

$$\log w_1 - \log w_0 = \log \frac{w_1}{w_0} = \log \frac{a_1/a_2}{a_0/a_1} = \log \frac{a_1^2}{a_0 a_2} = \log \gamma_1 \quad (2.26)$$

yazılabilir. Diğer değerler için;

$$\log \gamma_i = \log w_i - \log w_{i-1} \quad (2.27)$$

şeklinde genel bir ifade elde edilebilir. Şekil 2.2' de görüldüğü gibi γ_i ' ler, w_i kırılma frekansları arasındaki uzaklıklara eşdeğerdir. Denklem (2.27) logaritmik ifadeden kurtarılsa,

$$\gamma_i = \frac{w_i}{w_{i-1}} \quad i = 1, 2, \dots, (n-1) \quad (2.28)$$

şeklinde kırılma frekansları arasındaki orana eşdeğer olduğu açıkça görülür. Ayrıca Chesnut'un yaklaşık asimptotik Bode eğrisi çizme kuralına göre kutup çarpımına ilişkin asimptotun eğimi her bir kırılma noktasında 20 dB/dek artmalıdır [2].

Görüldüğü gibi Bode diyagramı bu şekilde kullanıldığı zaman KD tasarımında çok elverişli bir şekilde kullanılabilir ve yararlanılabilir. Amaç sistem katsayılarını kapalı çevrim frekans yanıtına uygun bir şekilde seçmeye karşı düşer.

Katsayı Diyagramı bize, Bode diyagramından ve Nyquist eğrileri gibi kararlılık ve zaman cevabına ilişkin bilgiler vermek dışında farklı özellikler de de yardımcı olmaktadır. Katsayı diyagramından ilerki kısımlarda anlatılacak olan sistemin dayanıklılığı hakkında da bilgi edinilebilir. Ayrıca KD üzerinde, bu sayılan üç özellik aynı anda eş zamanlı olarak gözlenebilir. Bunlara ek olarak katsayı diyagramının oluşturulması ve sistem ile ilgili temel bilgilerin diyagram üzerinde değerlendirilmesi çok kolaydır.

Sonuç olarak, KD' nin yukarıda anlatılan üstünlükleri nedeniyle tasarıma dahil edilmiş ve ilave yorumlarla KDY' nin verimliliği, gücü ve etkisi böylece daha da arttırılmıştır.

Dikey eksen logaritmik katsayı diyagramında alışılmışın dışında diyagramın 3 kenarında kullanılır. Yatay eksen tam sayılardan oluşan i indeksi yer alır. Diyagramın sol tarafında, karakteristik polinom katsayısı (a_i), sağ tarafında ise kararlılık indeksi (γ_i), kararlılık sınır indeksi (γ_i^*) ve eşdeğer zaman sabiti (τ) değerlendirilir. Sağ dikey eksenin ölçeği daha küçük seçilebilir. Böylece diyagramdan tümü daha rahat okunabilir. İlerki kısımlarda anlatılacak olan k_i ve l_i ' lerin KD üzerindeki konumu ise sağ taraftaki eksene göre belirlenir.

Katsayı diyagramını daha iyi anlamak için,

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{1}{s^3 + 0.6s^2 + s + 0.7} \quad (2.29)$$

şeklinde modellenen bir sistemi ele alalım. Burada ileride anlatılacağı gibi $\tau = 2$ ve $\gamma_i = [2.5, 2, 2, 2]$ olarak kabul edelim. Bu verilen bilgiler doğrultusunda, daha sonraki kısımda anlatılacak olan tasarım prosedürü vasıtasıyla ($0.7l_0 + k_0 = 4$ olarak kabul edildi)

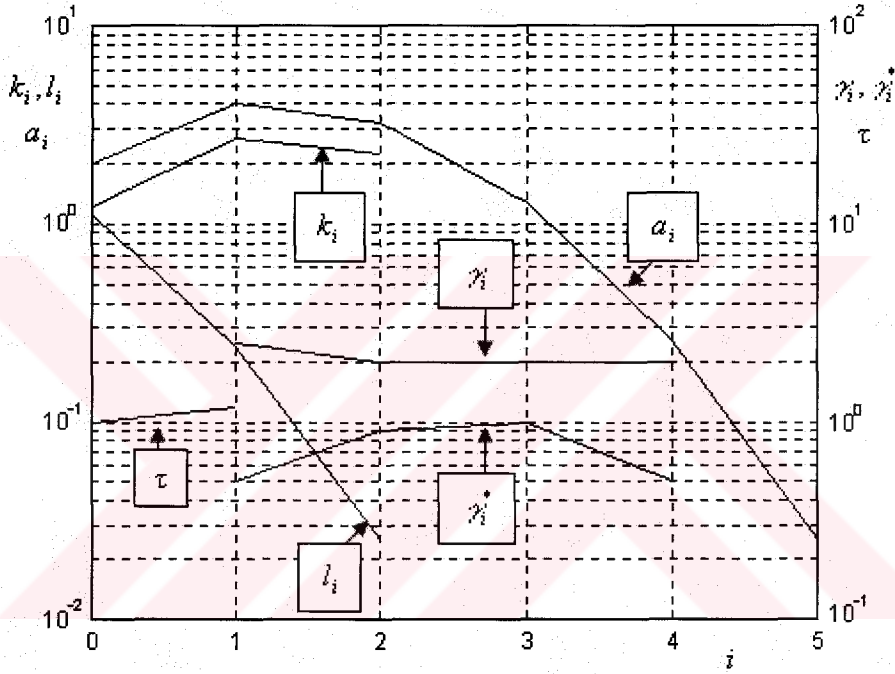
$$A(s) = 0.0256s^2 + 0.24064s + 1.110016 \quad (2.30a)$$

$$B(s) = 2.27543s^2 + 2.72154s + 1.223 \quad (2.30b)$$

ve

$$P(s) = 0.0256s^5 + 0.256s^4 + 1.28s^3 + 3.2s^2 + 4s + 2 \quad (2.30c)$$

şeklinde $A(s)$ kontrolör transfer fonksiyonunun paydasına, $B(s)$ ise geri besleme pay polinomuna sahip kontrolör ve $P(s)$ karakteristik polinomu elde edilir. Şekil 2.3' te tasarlanan kontrol sistemine ait katsayı diyagramı görülmektedir.

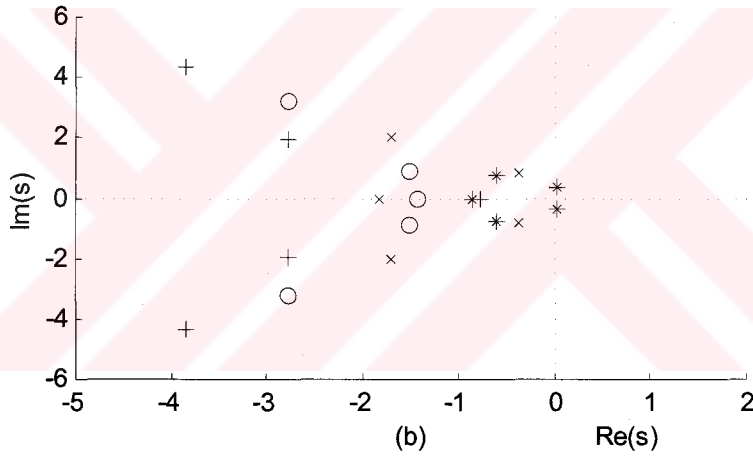
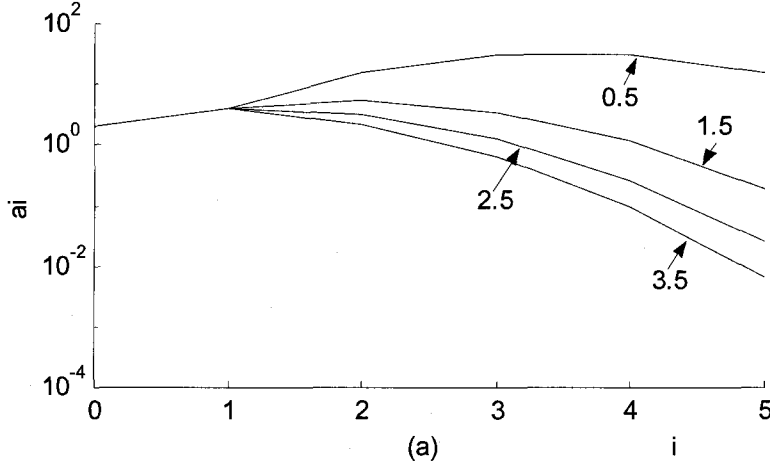


Şekil 2.3. Katsayı diyagramı.

Şekil 2.3' te görülen a_i karakteristik polinomun katsayılarından oluşan katsayı eğrisini, τ eşdeğer zaman sabitini, γ_i kararlılık indeksinin oluşturduğu kararlılık eğrisini, γ_i^* kararlılık sınır indeksinin oluşturduğu kararlılık sınır eğrisini, k_i ve l_i ise kısmi katsayı eğrilerini göstermektedir. Bu eğriler aslında birbirlerine doğrularla birleştirilen noktalardan oluşur.

Denklem (2.13a-c)' den anlaşıldığı gibi katsayı eğrisiyle kararlılık eğrisi ve kararlılık sınır eğrisi arasında bir ilişki vardır. Bu nedenle katsayı eğrisinin dışbükeylik derecesi kararlılık için iyi bir ölçüdür. Katsayı eğrisinin dışbükeyliği arttıkça kontrol sisteminin kararlılığı artmakta, diğer taraftan dışbükeyliği azaldıkça kararlılık

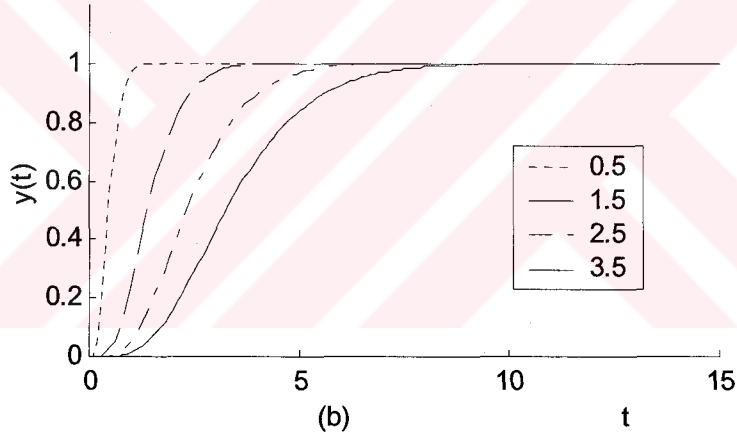
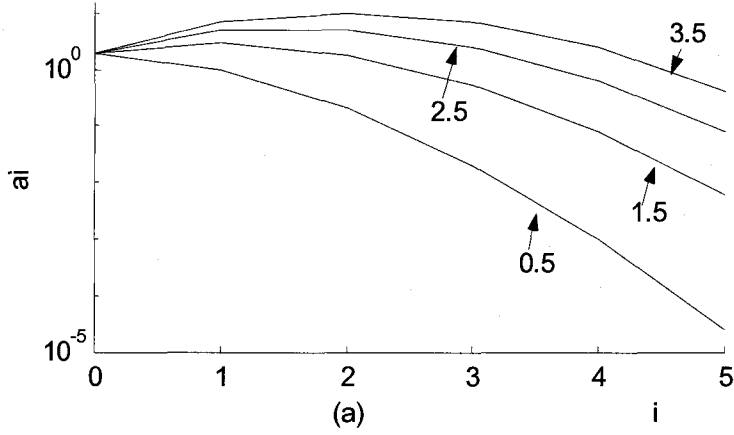
özelliği azalmaktadır. Hatta kararsız hala bile gelmektedir. Denklem (2.26)' deki kontrol sistemi için değişik γ_i değerleri alındığında, kararlılık değişimi Şekil 2.4' te gösterilmiştir.



Şekil 2.4. Farklı γ_i ' ler için sistem kararlılığındaki değişimin etkisi (a) katsayı diyagram yöntemi üzerinde, (b) sistemin kutupları üzerinde: ($\gamma_1 = 0.5 (*)$, $\gamma_1 = 1.5 (x)$, $\gamma_1 = 2.5 (o)$ ve $\gamma_1 = 3.5 (+)$)

Katsayı eğrisinin başlangıç a_0 ve bitiş a_n noktasına göre durumu cevap hızı için bir ölçüdür. Bitiş noktası, başlangıç noktasından daha aşağıdaysa yani eşdeğer zaman sabit τ daha küçük ise sistemin cevap hızı daha hızlı olacaktır. Benzer şekilde bitiş noktası, başlangıç noktasından daha yukarıdaysa yani eşdeğer zaman sabit τ daha büyükse ise sistemin cevap hızı daha yavaş olacaktır. Bu durum eşdeğer zaman sabiti τ ' nun değişimi band genişliğini değiştirmesinden ileri gelmektedir.

Şekil 2.5' te Denklem (2.30)' da verilen kontrol sisteminin τ ' nun değişik değerleri için katsayı eğrisindeki değişim ve bununla birlikte sistemin çıkışı $y(t)$ ' deki sistem basamak yanıtları görülmektedir. Sonuç olarak, eşdeğer zaman sabiti τ sistemin cevap hızını etkilemektedir.



Şekil 2.5. τ ' nun değişik değerleri için (a) katsayı eğrisine (b) $y(t)$ ' ye etkisi

Şekil 2.3' teki KD' nda görülen katsayı eğrisine karşı, $B(s)$ ' in katsayılarından oluşmuş olan k_i kısmi katsayı eğrisine göre değişiminden kontrol sisteminin dayanaklılığı yorumlanabilir. Bunun için denklem 2.31' de gösterilen ve duyarlılık faktörü olarak adlandırılan denklem göz önüne alınır (Manabe 1998a).

$$\frac{\Delta a_i / a_i}{\Delta k_i / k_i} = \frac{k_i}{a_i} \leq 1 \quad (2.31)$$

Bu denklem k_i katsayılarının değişiminin, a_i katsayı değişimine oranını ifade etmektedir. a_i ve k_i lineerdir. Aynı oranda değişirler. Buna bağlı olarak a_i ve k_i 'lerin oranı 1' den küçük olursa duyarlılığı artırır ve böylece dayanıklılık artmış olur. Denklem (2.30)' da ele alınan kontrol sistemi için denklem (2.31)' yi kullanırsak;

$$\frac{\Delta a_0/a_0}{\Delta k_0/k_0} = \frac{k_0}{a_0} = \frac{1.223}{2} = 0.6115 \leq 1 \quad (2.32a)$$

$$\frac{\Delta a_1/a_1}{\Delta k_1/k_1} = \frac{k_1}{a_1} = \frac{2.72154}{4} = 0.68038 \leq 1 \quad (2.32b)$$

$$\frac{\Delta a_2/a_2}{\Delta k_2/k_2} = \frac{k_2}{a_2} = \frac{2.27543}{3.2} = 0.71107 \leq 1 \quad (2.32c)$$

şeklinde sonuçlar elde ederiz. Buradaki tüm değerler 1' den küçük olduğu için sistem parametrelerindeki herhangi bir değişikliğe karşı kontrol sistemin dayanıklı olduğu görülür. Dayanıklılık derecesi ise bu elde edilen parametrelerdeki değişimlere göre belirlenir. Yalnız her değer için böyle hesap yapmak yerine KD' yi kullanarak doğrudan sistemin dayanıklı olup olmadığı görsel olarak kolaylıkla test edilebilir. Çünkü denklem (2.31)' deki ifade aslında katsayı eğrisinin, kısmi katsayı eğrisinin üstünde veya üst üste olması gerektiğini belirtmektedir. Dayanıklılık derecesi ise katsayı eğrisinin ve kısmi katsayı eğrisinin KD' deki konumundan görülebilir. Kısmi katsayı eğrisi katsayı eğrisinden ne kadar küçükse sistem o kadar dayanıklıdır.

Sonuç olarak, KD, kontrol sisteminin dayanıklılığının, kararlılığının ve cevap hızının tek bir diyagram üzerinde gözlemlenilebildiği bir grafikdir. Bu özelliklerinden dolayı da KDY' ye dahil edilmiştir.

2.4 Tasarım Parametreleri

2.4.1 Kararlılık İndeksi Ve Kararlılık

Kontrolörlü bir sistemin, kapalı çevrimli karakteristik polinomu Hurwitz kararlılığına sahip olmalıdır. Yani kararlılık için karakteristik polinomunun köklerinin yerleri s-düzlemi üzerinde sol tarafta bulunmalıdır. Routh kriteri, bir sistemin kararlı olaması için gerekli olan Hurwitz kararlılık koşullarını ifade etmektedir. Böylece Routh kriteriyle tam olarak elde edilen bir sistemin kararlı olup olmadığı saptanabilir. Fakat kararlılık derecesi hakkında bir bilgi elde edilemez. Ayrıca sistemin mertebesi

arttıkça, Routh kriteri kullanarak sistemin kararlılığını test etmek zorlaşır. Bunların yanında kontrol tasarımı için genellikle sistemin matematiksel modeli kullanıldığından dolayı, uygulamada bazı hatalar ortaya çıkar. Bu yüzden kesin eşitlik içermeyen bir kararlılık kriterine ihtiyaç vardır [1]. Tüm bu sebeplerden dolayı Routh kriteri tasarım için yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle KDY' nin yapısına Routh-Hurwitz kriterine ek olarak Lipatov-Sokolov kriteri de dahil edilmiştir (Manabe, 1994c). Lipatov-Sokolov kriteri Hurwitz kararlılık veya kararsızlık için yeterlilik koşullarını verir ve Routh kriteri gibi kesin eşitlik içermez. Fakat bu kriterdeki koşullar kararlılık veya kararsızlık derecesini göstermek açısından daha kolaydır. Ayrıca KDY' deki kullanılan parametreler kolaylıkla bu kriterdeki koşullar cinsinden ifade edilebilmektedir. Bu nedenle KDY' de bu kriteri kullanmak büyük üstünlük sağlar.

Lipatov-Sokolov kriterine göre kararlılık ve kararsızlık için gerekli koşullar aşağıda gösterilmiştir [17, 19].

1. Kararsızlık için zorunluluk koşulları:

Koşul a: Performans parametreleri cinsinden ifade edilirse;

$$\gamma_{i-1}\gamma_i \leq 1 \quad \exists i \text{ için } i = 2,3\dots n-1 \quad (2.33a)$$

olarak tanımlanır. Bu koşul, 3. mertebeden kısmi polinomlar cinsinden

$$a_{i-1}a_i \leq a_{i-2}a_{i+1} \quad \exists i \text{ için } i = 2,3\dots n-1 \quad (2.33b)$$

şeklinde de ifade edilebilir.

Koşul b: Performans parametreleri cinsinden

$$\gamma_{i-1}\gamma_i^2\gamma_{i+1} \leq C_{in} \quad \exists i \text{ için } i = 2,3\dots n-2 \quad (2.34a)$$

şeklindedir ve bu ifade 5.mertebeden kısmi polinomlar cinsinden de

$$a_i^2 \leq C_{in}a_{i-2}a_{i+2} \quad \exists i \text{ için } i = 2,3\dots n-2 \quad (2.34b)$$

$$C_{in} = \left(n-i + \frac{(-1)^{n+i} + 3}{2} \right) \left(i + \frac{(-1)^i + 3}{2} \right) \left(n-i + \frac{(-1)^{n+i} - 1}{2} \right)^{-1} \left(i + \frac{(-1)^i - 1}{2} \right)^{-1} \quad (2.34c)$$

Bu koşullar aynı zamanda kararlılık için de zorunlu koşullar olduğundan dolayı büyük önem taşır. Kararsızlık için her iki koşulunda sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilmelidir [8].

2. Kararlılık için zorunluluk koşulları:

Koşul a: Kararlılık sınır koşulu diye ifade edilir. Performans parametreleri cinsinden

$$\gamma_i \gamma_{i-1} > 2.1505 \quad \forall i \text{ için, } i = 2, 3 \dots n-1 \quad (2.35a)$$

şeklinde tanımlanır ve 3. mertebeden kısmi polinomlar cinsinden

$$a_i a_{i-1} > 2.1505 a_{i+1} a_{i-2} \quad \forall i \text{ için, } i = 2, 3 \dots n-1 \quad (2.35b)$$

elde edilir.

Koşul b: Performans parametreleri cinsinden

$$\gamma_i > 1.1236 \gamma_i^* \quad \forall i \text{ için, } i = 2, 3 \dots n-2 \quad (2.36a)$$

şeklinde ifade edilir. 4.mertebeden kısmi polinomlar cinsinden ise

$$a_i > 1.1236 \left(a_{i+2} \frac{a_{i-1}}{a_{i+1}} + a_{i-2} \frac{a_{i+1}}{a_{i-1}} \right) \quad \forall i \text{ için, } i = 2, 3 \dots n-1 \quad (2.36b)$$

İstenen karakteristik polinomu elde etmek için, kararlılık koşullarından ilki sınır koşulu olarak değerlendirilebilir. Buna göre eğer γ_i ' ler koşulda belirtildiği gibi 2.1505' ten büyük seçilirse sistem kararlılığı garantiye alınmış olur. Fakat kararlılık için 2.koşul da kontrol edilmelidir [1, 17, 19]. Bu değerlerin nasıl elde edildiği ve Lipatov-Sokolov kriteri **EK-1**' de verilmiştir.

2.4.2 Eşdeğer Zaman Sabiti ve Cevap Hızı

Denklem (2.7)' de verilen karakteristik polinom kökleri cinsinden

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = a_n (s - s_1) \dots (s - s_n) = a_n \prod_{i=1}^n (s - s_i) \quad (2.37)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu denklemdeki s_i ' ler denklemin kökleridir, $i = 1, 2 \dots n$.

(2.37) denkleminde

$s = 0$ için,

$$\frac{a_0}{a_n} = (-1)^n \prod_{i=1}^n s_i \quad (2.38a)$$

ilişkisi elde edilir.

Eğer (2.37) denkleminin sağ tarafındaki çarpanlar açılır ve s^i kuvvetlerine göre düzenlenirse

$$\frac{a_{n-1}}{a_n} = -\sum_{i=1}^n s_i \quad (2.38b)$$

$$\frac{a_{n-2}}{a_n} = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j \\ i \neq j}}^n s_i s_j \quad (2.38c)$$

$$\frac{a_1}{a_n} = (-1)^{n-1} \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^n \frac{s_j}{s_i} \quad (2.38d)$$

Burada denklem (2.38a) ve denklem (2.38d) birbirlerine bölünürse, denklem (2.13b)' de verilen eşdeğer zaman sabiti kökler cinsinden

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} = \frac{(-1)^{n-1} \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^n \frac{s_j}{s_i}}{(-1)^n \prod_{i=1}^n s_i} = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{s_i} \quad (2.39)$$

Bu ifade de matematiksel olarak kısım 2.3' te anlatılan eşdeğer zaman sabiti ve cevap hızı arasındaki ilişkiyi doğrular. Bu ifadeye göre τ ' nun azalması demek aslında köklerin s-düzleminde sola doğru kayması demek ki buda cevap hızını arttırır. Ters olarak kökler s-düzleminde sağa doğru kayarsa, τ büyüyeceğinden sistemin zaman cevap hızı azalacaktır.

2.5 Standart Manabe Biçimi

Kısım 2.4' te görüldüğü gibi karakteristik polinom kökleriyle polinom katsayıları arasında belirli ilişkiler vardır. Bu ilişkiler göz önünde bulundurularak, kontrol sistemin geçici hal davranışı arasında bir ilişki kurmak için çalışılmış ve elde edilen en iyi sonuçlara göre belli standart biçimler belirlenmiştir [1]. Zaman içerisinde yapılan çalışmalara göre Binomial, Bessel, ITAE (Integral of Time multiplied by Absolute value of Error), Kessler,...vb gibi bir çok standart biçim ortaya atılmıştır [3]. 1991 yılında Shunji Manabe de kararlılık indeksi ilk değerini 2.5 olarak kabul etmiş ve Kessler' in standart biçimini yeniden düzenlemiştir. Böylece 1-Tipi türünde amaçlanan kontrol sistemi için aşmasız bir zaman cevabına sahip olan 'Standart

Manabe biçimi' önerilmiştir (Manabe, 1998a) [1]. Tablo 2.1' de kullanılan bazı standart biçimler görülmektedir. Ayrıca hala yeni standart biçimler üretilmektedir.

Tablo 2.1. Bazı standart biçimlere ilişkin kararlılık indeksleri.

Form	N	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	Form	n	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4
Binomial	3	3	3			ITAE	3	2.641	1.424		
	5	2.5	2	2	2.5		5	2.102	1.78	1.624	1.568
Bessel	3	2.5	2.4			Kessler	3	2	2		
	5	2.25	1.778	1.75	2.14		5	2	2	2	2
YSSB*	3	2.845	1.144			Manabe (KDY)	3	2.5	2		
	5	2.232	1.372	2.54	0.613		5	2.5	2	2	2

* YSSB: Yerleşme Süresi Standart Biçimi (D'azzo ve Houpis, 1981)

Manabe formunun elde edilmesi tamamen deneysel yaklaşımlara bağlıdır (Manabe, 1998a) [1]. KDY yöntemi için önerilen ve ilerde açıklanacak olan standart biçimde

$$\gamma_{n-1} \sim \gamma_2 = 2, \quad \gamma_1 = 2.5 \quad (2.40)$$

olarak seçilir. Buna göre, Tablo 2.2' de Standart Manabe Formu kullanılarak yapılan, τ ' ya bağlı 1-Tipi sistem göz önünde bulundurularak $a_0 = 2$ için bazı protatip karakteristik denklem polinomları verilmiştir.

Tablo 2.2. Standart Manabe biçimine ilişkin prototip karakteristik polinomlar

Mertebe	$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$ ($a_0 = 2$ alınmıştır)
1	$2\tau s + 2$
2	$0.8\tau^2 s^2 + 2\tau s + 2$
3	$0.16\tau^3 s^3 + 0.8\tau^2 s^2 + 2\tau s + 2$
4	$0.016\tau^4 s^4 + 0.16\tau^3 s^3 + 0.8\tau^2 s^2 + 2\tau s + 2$
5	$0.0008\tau^5 s^5 + 0.016\tau^4 s^4 + 0.16\tau^3 s^3 + 0.8\tau^2 s^2 + 2\tau s + 2$
6	$0.00002\tau^6 s^6 + 0.0008\tau^5 s^5 + 0.016\tau^4 s^4 + 0.16\tau^3 s^3 + 0.8\tau^2 s^2 + 2\tau s + 2$

Bu prototip karakteristik polinomlarıyla istenilen her hangi bir eşdeğer zaman sabiti değeri için karakteristik polinomun katsayıları kolaylıkla hesaplanabilir.

Burada $\tau = 1$ seçildiği zaman, 2 ~ 5. mertebeden P(s) karakteristik polinomları

$$P(s) = 0.8s^2 + 2s + 2 \quad (2.41a)$$

$$P(s) = 0.16s^3 + 0.8s^2 + 2s + 2 \quad (2.41b)$$

$$P(s) = 0.016s^4 + 0.16s^3 + 0.8s^2 + 2s + 2 \quad (2.41c)$$

$$P(s) = 0.0008s^5 + 0.016s^4 + 0.16s^3 + 0.8s^2 + 2s + 2 \quad (2.41d)$$

şeklinde elde edilir. (2.41)' den yararlanarak 2 ~ 5. mertebeden $P(s)$ karakteristik polinomunun kökleri

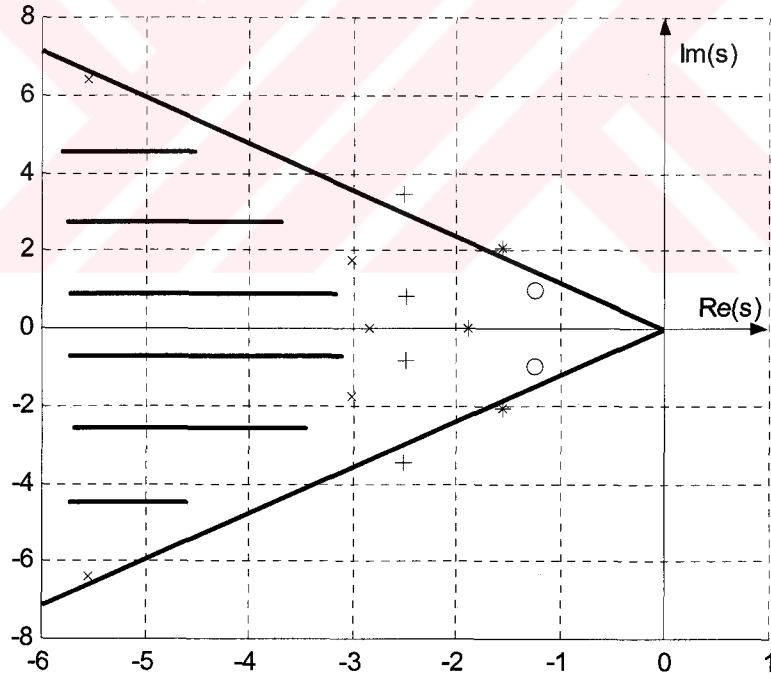
2.mertebeden kökler $-1.25 \pm 0.96825j$

3.mertebeden kökler $-1.5568 \pm 2.0501j, -1.8863$

4.mertebeden kökler $-2.5 \pm 3.441j, -2.5 \pm 0.8123j$

5.mertebeden kökler $-5.5569 \pm 6.3983j, -3.0209 \pm 1.7642j, -2.8444$

şeklinde elde edilir ve bu köklerin s-düzlemindeki yerleri Şekil 2.6' da gösterilmiştir.



Şekil 2.6. $P(s)$ karakteristik polinom köklerinin bulunması amaçlanan bölge.

Şekil 2.6' da 'o' 2. mertebeden, '*' 3. mertebeden, '+' 4. mertebeden ve 'x' 5. mertebeden kökleri temsil etmektedir. 5 veya daha yüksek mertebeden $P(s)$ karakteristik polinomlarının kökleri, Şekil 2.6' da gösterilen taralı alan içerisinde

yerleşmişlerdir ve bu bölgedeki düşey eksene en yakın doğru ile negatif gerçekteksen arasındaki açı 49.5 derecedir. Yani ζ sönüm oranı 0.65' ten daha büyüktür ($0.65 \leq \zeta \leq 1$) [2]. 5. mertebeden düşük $P(s)$ karakteristik polinomlar için ise kökler dikey hat üzerindedir. Fakat bu kurala 3. mertebeden sistemler uymaz. Aslında 3. mertebeden sistemlerin basamak yanıtında çok az da olsa taşma vardır. Bu taşma kararlılık indeksi ilk değeri 2.7 olarak değiştirildiğinde giderilebilir. Örneğin $G(s)$ transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{(\beta^2 + 1)}{[(s + 1)\{(s + 1)^2 + \beta^2\}]} \quad (2.42)$$

şeklinde verilen bir sistemin $g(t)$ ters Laplace transformu

$$g(t) = (1 + \frac{1}{\beta^2})e^{-t}(1 - \cos \beta t) \quad (2.43)$$

olarak hesaplanır [2]. Burada $g(t)$ her zaman pozitif olduğu için birim basamak yanıtı aşırıdır. Ek olarak $\beta^2 = 1.5$ alınırsa $P(s)$ karakteristik polinomu

$$P(s) = s^3 + 3s^2 + 4.5s + 2.5 \quad (2.44)$$

şeklinde elde edilir. γ_i kararlılık indeksleri (2.13a)' dan

$$\gamma_i = [2.7, 2] \quad (2.45)$$

olarak hesaplanır. $P(s)$ karakteristik polinomunun kökleri ise $-1 \pm 1.2247j$ ve -1 ' dir. Burada s -düzleminde kökler dik doğru üzerindedir ve aşım sıfırdır. Eğer γ_1 kararlılık indeks değeri 2.5 alınırsa kökler tam olarak dik doğru üzerinde bulunmayacaktır. Karmaşık kökler ise $j\omega$ -eksenine biraz daha yakın bulunur ve çok az da olsa basamak yanıtında taşma olur. Burada 2.7 değeri yerine $\gamma_1 = 2.5$ değeri kolaylık için seçilmiştir. Sonuç olarak Manabe standart biçiminin özellikleri şöyle özetlenebilir [2]:

1. Kapalı çevrim basamak yanıtı aşırıdır,
2. T_s yerleşme zamanı yaklaşık olarak $2.5 \sim 3 \tau$ ' dur,
3. Düşük mertebedeki kökler yaklaşık dik doğru üzerindedir ve en yüksek mertebedeki kökler negatif gerçekteksenle 49.5 derecelik bir açı yapar,
4. Manabe Standart biçimi değerleri kolay akılda tutulabilir.

2.6 KDY ile Kontrol Tasarım Prosedürü

KDY ile kontrol tasarımı iki yöntemden oluşmaktadır. “Grafik Yöntem” olarak anlandırılan ilk yöntem, sadece kararlılık indeksi kullanılarak yapılır. Kontrol parametreleri ile kararlılık indeksleri arasında ilişkiler elde edilir. Fakat bu elde edilen denklemler genelde doğrusal olmayan denklemlerdir. Bu nedenle sistemin mertebesi arttıkça denklemlerin çözülmesi zorlaşır. Bu nedenden dolayı grafik yöntemi kontrol tasarımı için genelde kullanılmaz. Bu yöntem için ayrıntılı bilgi Manabe’ nin 1998a yayınında verilmiştir [1]. Genellikle kontrol tasarımı için, “analitik yöntem” adı verilen ve lineer cebrik çözüm olarak nitelendirilen ikinci yöntem kullanılır. Bu kısımda, daha yaygın olarak kullanılan analitik yöntem üzerinde durulacaktır. Analitik yöntem oldukça kolay ve sistematiktir. Bu özelliğinden dolayı tasarımda bu yöntemin kullanılması yeğlenir.

Kontrol tasarımına, öncelikle $A(s)$, $B(s)$ ve $F(s)$ kontrolör polinomlarının seçilmesiyle başlanır. Daha sonra tasarım için gerekli olan sistem parametreleri γ_i , γ_i^* ve τ belirlenir. Son olarak ilerde bahsedilecek olan bir takım matematiksel işlemlerle seçilen kontrolör polinomlarının katsayıları hesaplanır ve son olarak bu değerler katsayı diyagramına işlenerek elde edilen kontrolörlü kontrol sistemi hakkında kararlılık, dayanıklılık ve zaman cevabı özelliklerine yeterince sahip olup olmadığı gözden geçirilir ve eğer gerekiyorsa, kararlılık indeksi ve eşdeğer zaman sabitini değiştirilerek sistemin dayanıklılığı ve zaman yanıtı istenilen doğrultuda değiştirilebilir.

2.6.1 Tasarım Öncesi Belirlenmesi Gereken Bilgiler

2.6.1.1 Kontrolör Polinomlarının Belirlenmesi

Şekil 2.1’de görüldüğü gibi KDY’ de kontrolör $A(s)$, $B(s)$ ve $F(s)$ olmak üzere 3 polinomdan oluşmaktadır. Tasarımdan önce bu polinomların belirlenmesi gerekir.

Genel olarak, kontrol edilecek doğrusal, zamanla değişmeyen bir sistemin transfer fonksiyonu $G(s)$,

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (2.46)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $N(s)$ mertebesi m olan pay polinomu, $D(s)$ ise mertebesi n olan payda polinomudur. m ve n arasında $n \geq m$ koşulu vardır. Buna göre böyle bir sistemin $A(s)$ ve $B(s)$ kontrol polinomları,

$$A(s) = \sum_{i=0}^p l_i s^i \quad \text{ve} \quad B(s) = \sum_{i=0}^q k_i s^i \quad (2.47)$$

şeklinde tanımlanır. Burada seçilecek olan $A(s)$ ve $B(s)$ polinomunun mertebesi önemlidir. Çünkü eğer varsa sisteme etkiyen bozucular polinomların mertebesini etkiler. Sisteme etkileyecek olan bozucu ve bozucunun türüne göre seçilmesi gereken $A(s)$ ve $B(s)$ ' in mertebeleri ve ayrıca bunlara bağlı olarak elde edilecek olan $P(s)$ karakteristik polinomunun mertebesi Tablo 2.3' te belirtilmiştir [4].

Tablo 2.3. Farklı türde etkiyen bozucular için seçilmesi gereken $A(s)$ ve $B(s)$ polinomlarının mertebeleri

	Bozucu Yok	Bozucu Basamak Türü	Bozucu Rampa Türü	Bozucu Darbe Sinüs Türü
$Deg\{A(s)\}$	$n-1$	n	$n+1$	$n+1$
$Deg\{B(s)\}$	$n-1$	n	$n+1$	$n+1$
Koşul	-	$l_0 = 0$	$l_1 = l_0 = 0$	$l_1 = l_0 = 0$
$Deg\{P(s)\}$	$2n-1$	$2n$	$2n+1$	$2n+1$

Tablo 2.3' te verilmiş olan bu bilgiler denklem (2.6)' dan elde edilmiş olup, bozucu işaretini tamamen söndürecek ve ayrıca istenen zaman cevabını elde edecek şekilde ayarlanmıştır. Yukarıdaki tabloda değişik bozucu türlerinin sıfırlanması için gerekli koşul tablonun üçüncü satırında belirtilmiştir. Eğer birden fazla ve farklı türden bozucular sistemi etkirse, bozucu etkisini yok etmek için tasarımcı, $A(s)$ ve $B(s)$ ' in mertebelerini en yüksek etkiyen bozucunun türüne göre belirlemelidir.

F katsayısı ise

$$F = \left(\frac{P(s)}{N(s)} \right) \Big|_{s=0} \quad (2.48)$$

ilişkisini sağlamalıdır. Böylelikle kapalı çevrimli sistemin kalıcı hal cevabında meydana gelebilecek herhangi bir hata sıfırlanır ve kontrol edilecek sistem 1-Tipi ise

kontrol sistemide aynı türden olur ve böylece istenilen zaman cevabının yanında aşmasız bir sistem elde edilir. Ancak sistem 2-Tipi veya üstü türden bir sistemse, bu durumda aşmalı ancak istenen zaman tanım bölgesi özelliklerini sağlayan bir cevabı elde edilir [1].

2.6.1.2 Eşdeğer Zaman Sabiti ve Kararlılık İndeksinin Seçimi

Eşdeğer zaman sabitinin seçilmesinde kontrol sistemi için bir kontrolör tasarlamadan önce, elde edilecek zaman cevabı için yerleşme zamanının değerinin belirlenmesi gerekmektedir. KDY ile kontrolör tasarımında temel olarak Standart Manabe Biçimi kullanıldığından dolayı, t_s yerleşme zamanı ile τ eşdeğer zaman sabiti arasında $\tau = t_s/(2.5\sim 3)$ şeklinde bir ilişki vardır.

Eşdeğer zaman sabiti τ ile sistem yanıtı arasında birebir bir ilişki vardır. Eğer τ büyürse sistem yanıtı yavaşlar ve referans değerine uzun sürede ulaşır. Tersine τ küçülürse zaman cevabı hızlanır. Bu nedenden dolayı tasarımda τ rastgele seçilememelidir. Bu değer deneme yanılma yöntemiyle belirlenir. Çünkü diğer kontrol yöntemlerinde kontrol işaretinin genliği $t = 0$ zamanında en büyük değerine erişir, KDY' de ise $t > 0$ zamanında maksimuma ulaşır [1]. Bu olay sistem kapalı çevrim sıfırlarının olmamasından kaynaklanır ve buda KDY yönteminin tercih edilme nedenlerinden biridir.

Kararlılık indeksi γ_i ve kararlılık sınır indeksi γ_i^* 'nün seçiminde ise Standart Manabe Formu' nun kullanılması nedeniyle Kısım 2.5' te de bahsedildiği gibi kararlılık indeksini,

$$\gamma_i = [2.5, 2, 2....2] \quad i = 1,2,3...n-1, \quad \gamma_0 = \gamma_n = 0 \quad (2.49)$$

şeklinde seçilir ve kararlılık sınır indeksi ise seçilen kararlılık indeksleri sonucunda Denklem (2.13c)' ye göre hesaplanır.

2.6.2 A(s), B(s) ve P(s) Polinom Katsayılarının Belirlenmesi

Kontrolör polinomlarının ve karakteristik polinomun katsayılarını hesaplarırken, tasarıma başlamadan önce Kısım 2.6.1.1.' de Denklem (2.41) ve Tablo 3' teki bilgiler yardımıyla belirlenen A(s) ve B(s) polinomlarını Denklem (2.7)' de yerine koyarak, l_i ve k_i ' lere bağlı bir karakteristik polinom elde edilir. Daha sonra Kısım 2.6.1.2.' de seçilen kararlılık indeksleri γ_i ve eşdeğer zaman sabiti τ değerleri

Denklem (2.20)' de kullanılarak Kısım 2.2' de tanımlanan $P_{hedef}(s)$ karakteristik hedef polinomu belirlenir. Eğer $P_{hedef}(s)$ polinomu ve l_i ve k_i parametrelerine bağlı karakteristik polinoma eşitlenirse,

$$A(s)D(s) + B(s)N(s) = P_{hedef}(s) \quad (2.50)$$

şeklinde “Diophantine Eşitliği” olarak adlandırılan bir eşitlik elde edilir. Bundan sonra elde edilen Denklem (2.46),

$$[C]_{rxr} \begin{bmatrix} l_i \\ k_i \end{bmatrix}_{rx1} = [a_i]_{rx1} \quad (2.51)$$

şeklinde ‘Sylvester Biçimi’ diye adlandırılan bir biçime dönüştürülür $r = p + n$. Burada l_i ve k_i ’ lerden oluşan (rx1) boyutlu matris bilinmeyen kontrolör parametrelerini, (rxr) boyutlu C matrisi sistem katsayılarından ve (rxr) boyutlu a_i ’ lerden oluşan matris ise hedef polinomunun katsayılarını ifade eder. Bu şekilde basit bir matris işlemi ile, bilinmeyen l_i ve k_i ’ lerden oluşmuş n tane denklem sistemi kolayca çözülerek, A(s) ve B(s) polinom katsayıları belirlenir.

Netice, P(s) karakteristik polinomu, A(s), B(s) ve F(s) kontrolör polinomları elde edilerek kontrol sistemi tasarlanmış olur. Sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu ise Denklem (2.6)’ dan elde edilir.

2.6.3 Tasarım Sonrasındaki Yapılacak İşlemler

Tasarım sonrası elde edilen kapalı çevrim sistemi için kontrol işareti çizdirilerek, sistemin doyuma gidip gitmediğine bakılır. Eğer sistem doyuma gidiyorsa Kısım 2.6.1.2’ ye geri dönülerek τ artırılır ve tasarım prosedürü tekrarlanır. Benzer şekilde eğer sistem yanıtı çok yavaş ise τ gerektiği kadar azaltılır ve sistem yanıtı hızlandırılır.

Eğer gerekliyse katsayı diyagramı çizdirilerek sistemin dayanıklılığı, kararlılığı ve zaman cevabı tek bir grafikte çizdirilerek küçük düzeltmelerle düzeltilebilir. Örneğin dayanıklılık arttırılmak istenirse kırılma noktalara ilişkin değerlerde ayarlamalar yapılır.

2.7 KDY Yöntemi Kullanarak Yapılan Tasarım Uygulamaları

Bu bölümde 4 farklı sistem için KDY yöntemi kullanarak kontrolör tasarımı yapılacaktır. Bu sistemler farklı özellikte olup sistemlerin ilki s-düzleminin sol tarafında 3 köke sahiptir. İkinci sistemin kökleri biri sıfırda diğer 2 kökü s-düzleminin sol tarafındadır. Üçüncü sistem ise j ω -ekseni üzerinde 2 sanal köke ve s-düzleminin sol tarafında da bir köke sahiptir. Bunun yanında dördüncü sistem s-düzleminin sağ tarafında tek kök ve sol tarafında ise iki kök olmak üzere 3 köke sahiptir. Bu sistemleri KDY yöntemi kullanarak tasarlanan kontrol sistemiyle daha kararlı ve daha dayanıklı bir hale getirilecektir. Ayrıca sistemleri etkileyen bozucuların etkisi de giderilecektir.

2.7.1 Uygulama 1

Açık çevrim transfer fonksiyonu Denklem (2.52)' de verilmiş 3 köküde s-düzleminin sol tarafında bulunan kararlı bir sistem dinamiği daha uygun ve daha dayanıklı bir hale getirilmek istensin ve aynı zamanda da sistemin 4.5 saniyede doyuma ulaşması amaçlansın. Ayrıca sisteme 7.5 saniye sonra ve genliği 0.5 olan basamak biçiminde bir bozucunun uygulandığını da varsayalım.

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)^2(s+1)} \quad (2.52)$$

KDY kullanılarak kontrol edilmek istenen bu sistemin $G(s) = N(s)/D(s)$ polinomunun pay ve payda polinomları

$$N(s) = 1 \quad (2.53a)$$

$$D(s) = s^3 + 5s^2 + 8s + 4 \quad (2.53b)$$

şeklindedir.

Kısım 2.6.1.'de anlatıldığı gibi önce A(s), B(s) ve F(s) polinomları belirlenir. A(s) ve B(s) polinomlarının katsayıları (2.47)' de olduğu gibi tanımlanır. A(s) ve B(s)' in mertebeleri bozucu etkisini gidermek Tablo 2.3' ten yararlanarak belirlenir. Sistemimize basamak şeklinde bir bozucu etkilediğine göre $l_0 = 0$ olarak alınır. Şu halde A(s) ve B(s) polinomlarının mertebeleri 3 olarak seçilmelidir. Böylece A(s) ve B(s) polinomları,

$$A(s) = l_3s^3 + l_2s^2 + l_1s \quad (2.54a)$$

$$B(s) = k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 \quad (2.54b)$$

olarak tanımlanır.

Tasarım parametreleri, Standart Manabe Biçimi kullanıldığından,

$$\gamma_i = [2.5, 2, 2, 2, 2] \quad (2.55a)$$

seçilir, γ_i^* kararlılık sınır indeksleri Denklem (2.13c)' den,

$$\gamma_i^* = [0.5, 0.9, 1, 1, 0.5] \quad (2.55b)$$

ve τ zaman sabiti Kısım 2.6.1.2.' den,

$$\tau = 1.8 \quad (2.55c)$$

olarak hesaplanır. Böylece tasarımdan önce belirlenmesi gereken kontrol polinomları ve tasarım parametreleri belirlenmiş olur.

A(s), B(s) polinomlarının katsayılarını hesaplanması için Denklem(2.54a-b) ve Denklem (2.53a-b)' de belirlenen polinomlar Denklem (2.7)' de yerlerine yerleştirilirse karakteristik denklem polinomu,

$$P(s) = l_3 s^6 + (5l_3 + l_2) s^5 + (8l_3 + 5l_2 + l_1) s^4 + (4l_3 + 8l_2 + 5l_1 + k_0) s^3 + (4l_2 + 8l_1 + k_2) s^2 + (4l_1 + k_1) s + k_0 \quad (2.56)$$

olarak elde edilir.

Ayrıca Denklem (2.55a-c)' de belirlenen sistem parametreleri Denklem (2.20)' de yerlerine yerleştirilirse,

$$P_{\text{hedef}}(s) = 0.00034s^6 + 0.00756s^5 + 0.084s^4 + 0.46656s^3 + 1.296s^2 + 1.8s + 1 \quad (2.57)$$

şeklinde bir hedef polinomu belirlenmiş olur. Bundan sonra Denklem (2.56) ve Denklem (2.57) birbirine eşitlenerek (Diophantine eşitliği) l_i ve k_i ' lerden oluşan altı bilinmeyenli bir denklem takımı elde edilir. Bu denklemler Sylvester Formu' na dönüştürülerek kolayca çözülebilir. Buna göre Denklem (2.51) gereği bu denklemler

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 8 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_3 \\ l_2 \\ l_1 \\ k_3 \\ k_2 \\ k_1 \\ k_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00034 \\ 0.00756 \\ 0.084 \\ 0.46656 \\ 1.296 \\ 1.8 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

şeklinde Sylvester Biçimi' ne dönüştürülebilir. Bu matris eşitliğini kolayca çözmek için MATLAB kullanılabilir. Sonuç olarak bu matris çözüldükten sonra kontrolör polinomları ve karakteristik polinom

$$A(s) = 0.00034s^3 + 0.00586s^2 + 0.052s \quad (2.59a)$$

$$B(s) = 0.15832s^3 + 0.85656s^2 + 1.592s + 1 \quad (2.59b)$$

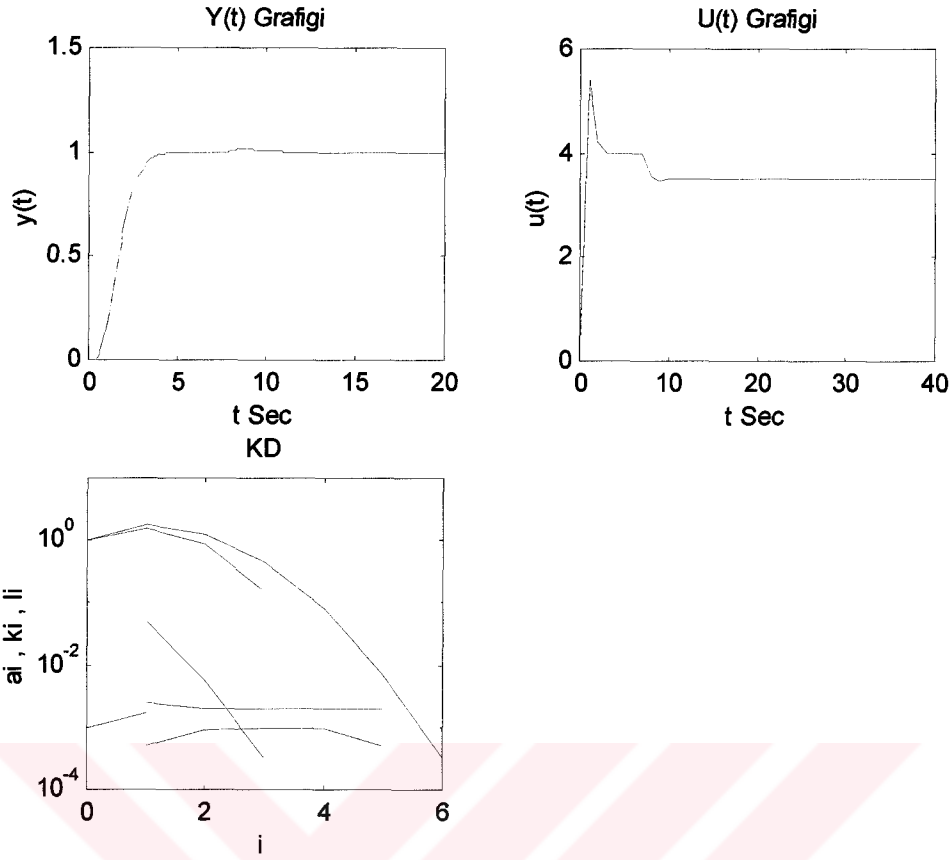
$$P(s) = 0.00034s^6 + 0.00756s^5 + 0.084s^4 + 0.46656s^3 + 1.296s^2 + 1.8s + 1 \quad (2.59c)$$

şeklinde elde edilir. F(s) ise Denklem (2.48)' den

$$F = \left. \frac{P(s)}{N(s)} \right|_{s=0} = 1 \quad (2.59d)$$

olarak hesaplanır.

Uygulama 1' e ait y(t) çıkış grafiği, u(t) kontrol işaret grafiği ve Katsayı diyagramı Şekil 2.7' de gösterilmiştir. Şekil 2.7' den u(t) ve y(t) işaretlerinin doyuma ulaştığı ve KD grafiğinden de sistemin yeterince kararlı ve dayanıklı olduğu görülmektedir. Bu nedenle KD üzerinden herhangi bir düzeltmeye ihtiyaç duyulmaz.



Şekil 2.7. Uygulama 1' e ait $y(t)$ çıkış işareti, $u(t)$ kontrol işareti ve KD grafiği.

2.7.2 Uygulama 2

Açık çevrim transfer fonksiyonu Denklem (2.60)' ta verilmiş olan sistemde ve yerleşme zamanının 5 saniye olması istensin.

$$G(s) = \frac{1}{s \cdot (s+1)^2} \quad (2.60)$$

Ayrıca sisteme 10 saniye sonra ve genliği 0.6 olan basamak biçiminde bir bozucunun uygulandığını varsayalım. Görüldüğü gibi sistem biri sıfırda diğer ikisinde s -düzlemindeki $j\omega$ ekseninin sol tarafında olmak üzere 3 kökü vardır. Sistemin KDY kullanılarak kontrol edilmesi istensin. Burada $G(s) = N(s)/D(s)$ polinomunun pay ve payda polinomları

$$N(s) = 1 \quad (2.61a)$$

$$D(s) = s^3 + 2s^2 + s \quad (2.61b)$$

şeklindedir.

Öncelikle Kısım 2.6.1.'de anlatıldığı gibi $A(s)$, $B(s)$ ve $F(s)$ polinomları belirlenir. $A(s)$ ve $B(s)$ Denklem (2.47)' de olduğu gibi polinom katsayıları tanımlanır. Fakat sisteme bir bozucu etkilediğine göre $A(s)$ ve $B(s)$ ' in mertebeleri ve bozucuyu sıfırlandırmak için gereken koşulların oluşturulması için Tablo 2.3' ten yararlanılır. Sistemimize basamak şeklinde bir bozucu etkilediğine göre $l_0=0$ olarak alınır. Şu halde $A(s)$ ve $B(s)$ polinomlarının mertebeleri 3 olarak seçilmelidir. Böylece $A(s)$ ve $B(s)$ polinomları,

$$A(s) = l_3 s^3 + l_2 s^2 + l_1 s \quad (2.62a)$$

$$B(s) = k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0 \quad (2.62b)$$

olarak tanımlanır.

Tasarım parametreleri ise, Standart Manabe Biçimi kullanıldığından

$$\gamma_i = [2.5, 2, 2, 2, 2] \quad (2.63a)$$

γ_i^* kararlılık sınır indeksleri Denklem (2.13c)' den,

$$\gamma_i^* = [0.5, 0.9, 1, 1, 0.5] \quad (2.63b)$$

ve τ zaman sabiti Kısım 2.6.1.2.' den,

$$\tau = 2 \quad (2.63c)$$

olarak hesaplanır. Böylece tasarımdan önce belirlenmesi gereken kontrol polinomları ve tasarım parametreleri belirlenmiş olur. Daha sonra benzer şekilde Kısım 2.7.1' deki gibi matiksel işlemlerden sonra $A(s)$ ve $B(s)$ kontrolör polinomları ve $P(s)$ karakteristik polinomu,

$$A(s) = 0.00128s^3 + 0.02304s^2 + 0.20864s \quad (2.64a)$$

$$B(s) = 0.83968s^3 + 2.99136s^2 + 4s + 2 \quad (2.64b)$$

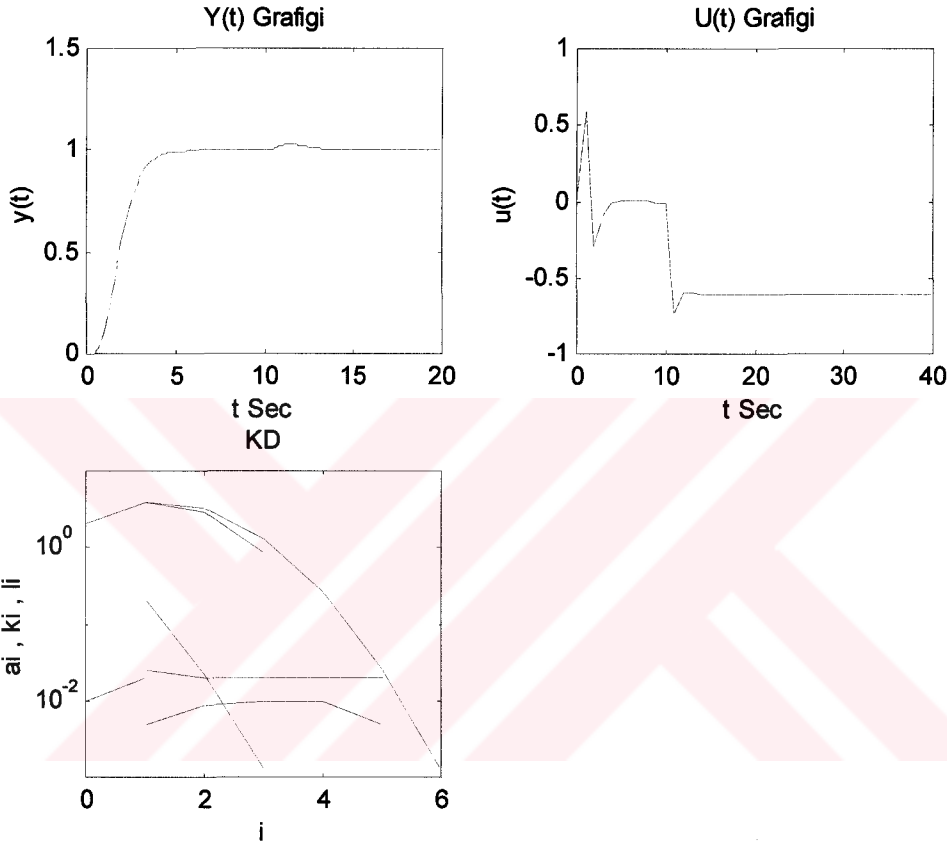
$$P_{hedef}(s) = 0.00128s^6 + 0.0256s^5 + 0.256s^4 + 1.28s^3 + 3.2s^2 + 4s + 2 \quad (2.64c)$$

şeklinde elde edilir. F referans pay katsayısı ise

$$F = \left. \frac{P(s)}{N(s)} \right|_{s=0} = 2 \quad (2.64d)$$

olarak hesaplanır.

Uygulama 2' ye ait $y(t)$ çıkış grafiği, $u(t)$ kontrol işaret grafiği ve Katsayı diyagramı Şekil 2.8' de gösterilmiştir. Şekil 2.8' den $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işaretinin aşırı hızlı elde edildiği ve basamak tipi bozucu etkisini hızlı bir şekilde giderdiği görülmektedir. KD grafiğinden de sistemin yeterince kararlı ve dayanıklı olduğu anlaşılmaktadır. Bu nedenden dolayı KD üzerinden herhangi bir düzeltmeye ihtiyaç duyulmaz.



Şekil 2.8. Uygulama 2' ye ait $y(t)$ çıkış işareti, $u(t)$ kontrol işareti ve KD grafiği.

2.7.3 Uygulama 3

Açık çevrim transfer fonksiyonu Denklem (2.61)' de verilmiş olan sistemde yerleşme zamanı 5.5 saniye olması istensin.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+1)} \quad (2.65)$$

Ayrıca sisteme 10 saniye sonra ve genliği 1 olan basamak biçiminde bir bozucunun uygulandığını varsayalım. Sistemin KDY kullanılarak kontrol edilmesi istensin. (2.61)' den sistemin s -düzlemindeki $j\omega$ ekseninin sol tarafında tek ve $j\omega$ eksen

üzerinde de 2 olmak üzere 3 köke sahip olduğu görülmektedir. Bilindiği gibi bu tür sistemlerde kontrolör tasarımı kolay değildir ve sistem mertebesi arttıkça tasarım daha da güçleşir.

Burada $G(s) = N(s)/D(s)$ polinomunun pay ve payda polinomları

$$N(s) = 1 \quad (2.66a)$$

$$D(s) = s^3 + s^2 + s + 1 \quad (2.66b)$$

şeklindedir ve tasarım için gerekli diğer gerekli olan Kısım 2.7.1' deki gibi benzer işlemler yapıldıktan sonra

$$A(s) = 0.002268s^3 + 0.038961s^2 + 0.333581s \quad (2.67a)$$

$$B(s) = 1.32887s^3 + 3.499458s^2 + 4.066419s + 2 \quad (2.67b)$$

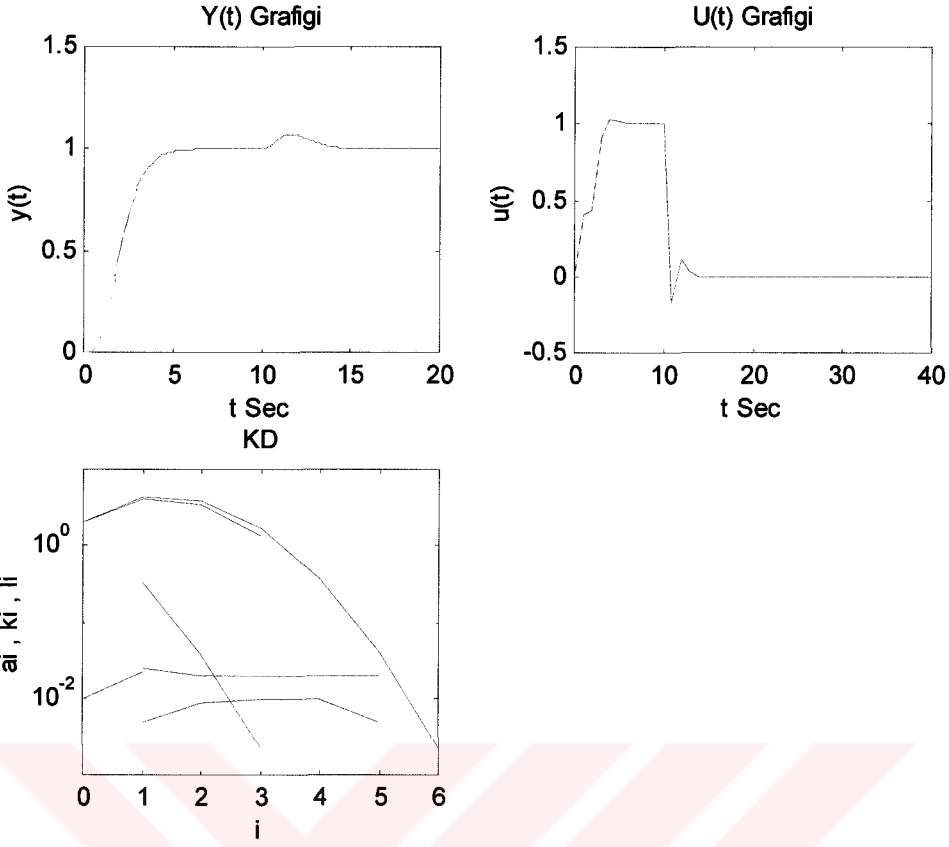
$$P_{\text{hedef}}(s) = 0.002268s^6 + 0.041229s^5 + 0.37481s^4 + 1.70368s^3 + 3.872s^2 + 4.4s + 2 \quad (2.67c)$$

şeklinde $A(s)$ ve $B(s)$ kontrolör polinomları ve $P_{\text{hedef}}(s)$ hedef karakteristik polinomu elde edilir. F referans sayısı ise

$$F = \left. \frac{P(s)}{N(s)} \right|_{s=0} = 2 \quad (2.67d)$$

olarak hesaplanır.

Uygulama 3' e ait $y(t)$ çıkış grafiği, $u(t)$ kontrol işaret grafiği ve Katsayı diyagramı Şekil 2.9' da gösterilmiştir. Şekil 2.9' dan $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işaretinin aşırımsız elde edildiği ve bozucu etkisini sıfırladığı görülmektedir. KD grafiğinden de sistemin yeterince kararlı ve dayanıklı olduğu görülmektedir. Bu nedenden dolayı KD üzerinden herhangi bir düzeltmeye ihtiyaç duyulmaz.



Şekil 2.9. Uygulama 3' e ait y(t) çıkış işareti, u(t) kontrol işareti ve KD grafiği.

2.7.4 Uygulama 4

Açık çevrim transfer fonksiyonu Denklem (2.68)' de verilmiş olan sistemde ve yerleşme zamanı 6 saniye olması istensin.

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+1)^2} \quad (2.68)$$

Ayrıca sisteme 8 saniye sonra ve genliği 0.8 olan basamak biçiminde bir bozucunun uygulandığını varsayalım. (2.68)' den bu sistemin kararsız olduğu görülmektedir. Sistemin KDY yöntemi kullanılarak kararlı hale getirip sağlıklı bir şekilde kontrol edilmesi istensin. Burada $G(s) = N(s)/D(s)$ polinomunun pay ve payda polinomları

$$N(s) = 1 \quad (2.69a)$$

$$D(s) = s^3 + s^2 - s - 1 \quad (2.69b)$$

şeklinde ve tasarım için gerekli diğer gerekli olan Kısım 2.7.1' deki gibi benzer işlemler yapıldıktan sonra $A(s)$ ve $B(s)$ kontrolör polinomları ve $P_{hedef}(s)$ hedef karakteristik polinomu,

$$A(s) = 0.003822s^3 + 0.059879s^2 + 0.474785s \quad (2.70a)$$

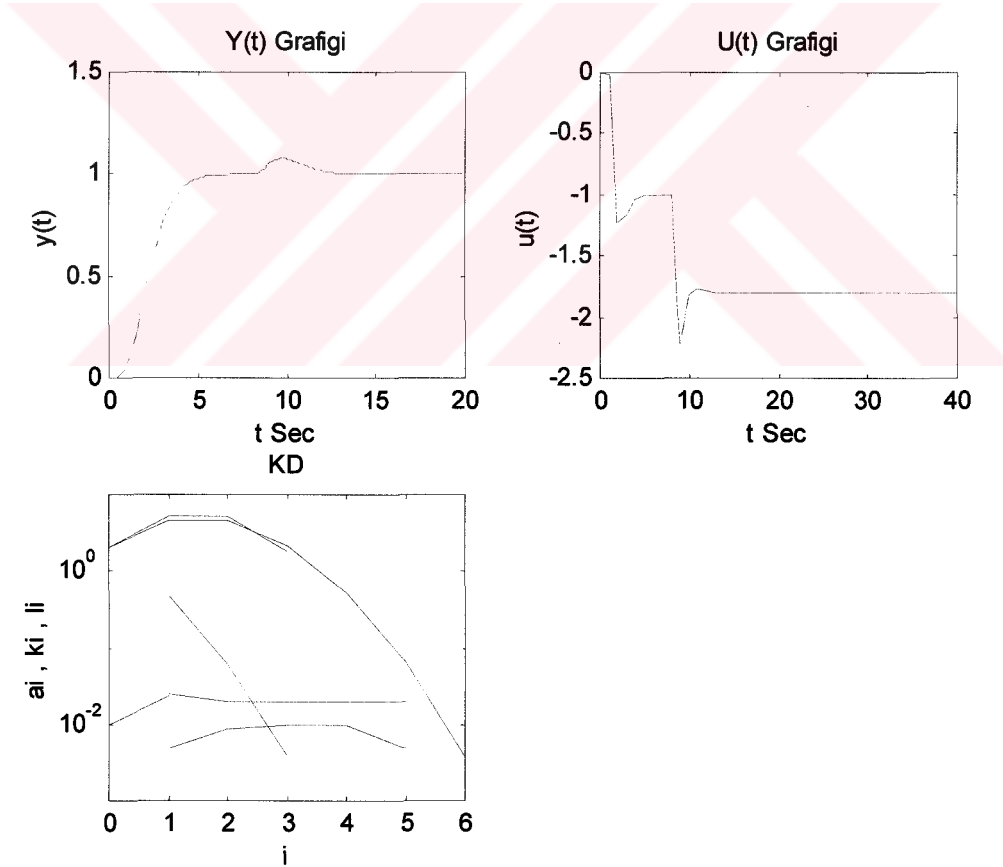
$$B(s) = 1.800756s^3 + 5.142664s^2 + 5.274785s + 2 \quad (2.70b)$$

$$P_{hedef}(s) = 0.003822s^6 + 0.063701s^5 + 0.530842s^4 + 2.21184s^3 + 4.608s^2 + 4.8s + 2 \quad (2.70c)$$

şeklinde elde edilir. F referans pay sayısı ise,

$$F = 2 \quad (2.70d)$$

olarak hesaplanır ve uygulama 4' e ait $y(t)$ çıkış grafiği, $u(t)$ kontrol işaret grafiği ve Katsayı diyagramı Şekil 2.10' da gösterilmiştir.



Şekil 2.10. Uygulama 4' e ait $y(t)$ çıkış işareti, $u(t)$ kontrol işareti ve KD grafiği.

Şekil 2.10' dan $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işaretinin aşırımsız olduğu ve bozucu etkisinin giderildiği görülmektedir. KD grafiğinden de sistemin yeterince kararlı ve dayanıklı

olduğu gör÷lmektedir. Bu nedenden dolayı KD üzerinden herhangi bir düzeltmeye gerek duyulmaz.



3. DİĞER TASARIM YÖNTEMLERİYLE KARŞILAŞTIRMA

3.1 Giriş

Bu bölümde KDY yöntemi, farklı 4 kontrol sistemi uygulaması ele alınarak Genelleştirilmiş kontrol tasarımı ve Ziegler – Nichols tasarım yöntemleriyle karşılaştırılacaktır.

Karşılaştırılacak kontrol tasarım yöntemlerinden biri olan Ziegler – Nichols yöntemi uzun yıllar kontrol tasarımında kullanılmış ve halen bazı endüstriyel uygulamalarda kullanılmaktadır. Bu yöntem, yapısı belli bazı sistemlere başarıyla uygulanır ve tasarlanan kontrol sistem yanıtının en fazla %25 aşımli olması istenir [5]. Buna karşın matematiksel bir temele dayanan Genelleştirilmiş kontrol tasarımı günümüzde genellikle kendinden uyarlamalı kontrolörlerde tüm sistemlere uygulanabilir ve bu yöntem kullanılarak tasarlanan kontrol sisteminin kapalı çevrim yanıtları oldukça iyi sonuç verir [6]. KDY yöntemi ise yeni bir tasarım yöntemi olup genelleştirilmiş kontrol tasarım yöntemi gibi tüm sistemlere uygulanabilir. Bu yöntemi kullanarak elde edilen bir sistemin kapalı çevrim çıkış yanıtı aşımatsızdır. Karşılaştırıldığında tasarlanan sistem daha dayanıklı ve daha kararlıdır.

Bu bölümde Kısım 2.7’ de incelenen kontrol sistemlerine her üç yöntem uygulanarak karşılaştırılacaktır.

3.2 Sistem 1

Açık çevrim transfer fonksiyonu (3.1)’ de verilen ve s-düzleminin sol tarafında 2 köke ve sıfırda da tek köke sahip bir sistem ele alınsın. Bu sistem yukarıda bahsedilen 3 tasarım yöntemiyle tasarlanan bir kontrolörle kontrol edilmek istensin.

$$G(s) = \frac{1}{s.(s+1)^2} \quad (3.1)$$

Ayrıca sisteme 30 saniyede de basamak türünde ve genliği 0.6 olan bir bozucu etki etsin.

Ziegler – Nichols yöntemi kullanıldığında K_{cr} kritik kazancı 2 ve bu kritik kazanç değeri için ω salınım frekansı 2.83 rad/s olarak hesaplanmıştır. Bu sonuca göre bu değerler $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti çizdirilerek kontrol edilmiş ve son olarak ω salınım değeri 0.45 rad/s olarak ayarlanmıştır. Bunun sonucunda PID kontrolör katsayıları

$$K_p = 1.2, \quad K_d = 0.14324, \quad \text{ve} \quad K_i = 1.7453 \quad (3.2)$$

olarak elde edilmiştir.

Genelleştirilmiş kontrolör tasarımına göre ise kontrolörün pay polinom katsayıları ve payda polinomunun katsayıları

$$\delta_i = [0, 43.6, 11, 1], \quad \Pi_i = [56.94, 160.92, 185.22, 72.4] \quad (3.3)$$

olarak hesaplanır.

KDY yöntemiyle bu sistem için nasıl kontrolör tasarımı yapıldığı kısım 2.7’ de gösterilmiştir. Sadece kısım 2.7’ den farklı olarak daha iyi bir sonuç elde etmek için γ_1 ilk kararlılık indeksi 3 alınmıştır. Buna göre elde edilen $A(s)$, $B(s)$, ve F kontrolör polinomları ve $P(s)$ karakteristik polinomu

$$A(s) = 0.000514s^3 + 0.011317s^2 + 0.125s \quad (3.4a)$$

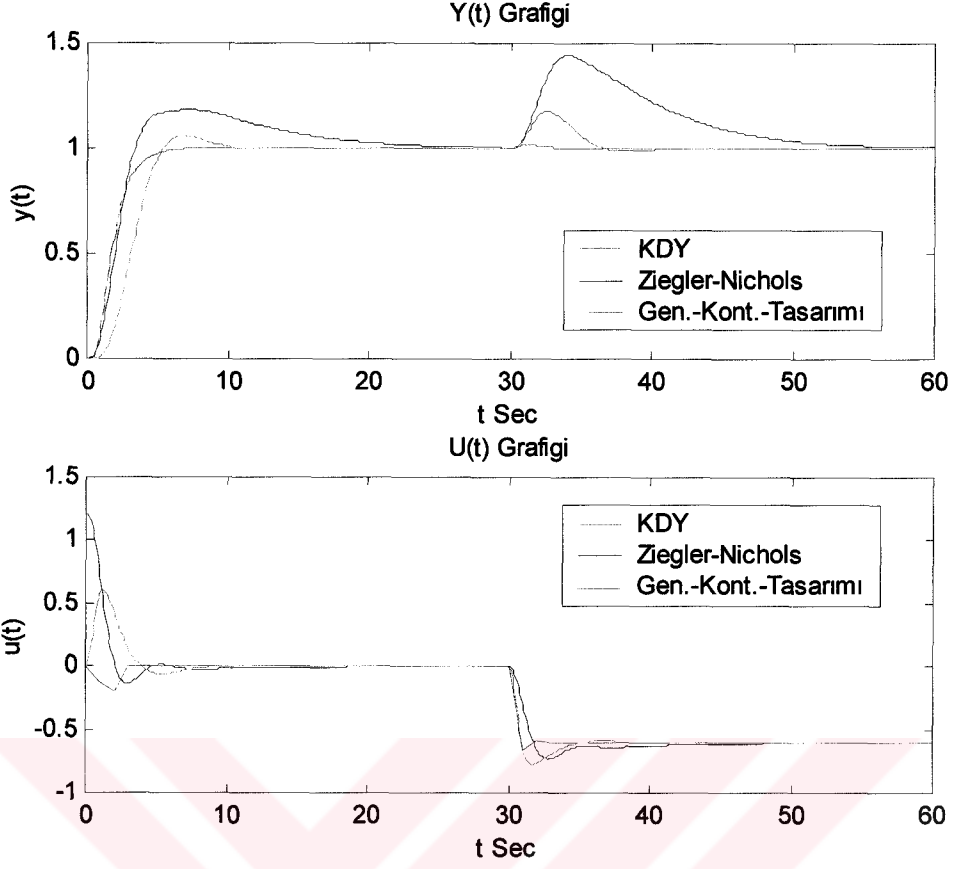
$$B(s) = 0.627572s^3 + 2.541667s^2 + 4s + 2 \quad (3.4b)$$

$$F = 2 \quad (3.4c)$$

$$P(s) = 0.000514s^6 + 0.012346s^5 + 0.148s^4 + 0.8889s^3 + 2.6667s^2 + 4s + 2 \quad (3.4d)$$

şeklinde elde edilir.

Tüm bu sonuçlara göre elde edilen 3 değişik kontrol sistemin $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işaretinin değişimi Şekil 3.1’ de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Sistem 1' e ait $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işareti

Şekil 3.1' de mavi renk KDY yöntemiyle, siyah renk Ziegler-Nichols yöntemiyle ve kırmızı renk ise Genelleştirilmiş Kontrol Tasarım yöntemiyle tasarlanan kontrol sisteminin, $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işaret grafiklerini temsil etmektedir. Şekil 3.1' den de anlaşılacağı gibi KDY yöntemi diğer 2 yöntemden daha iyi sonuç vermektedir ve $y(t)$ çıkış işareti aşısız ve daha hızlı ayrıca buna ek olarak $u(t)$ kontrol işaretinin genliği de daha düşüktür.

Bunun yanında Ziegler-Nichols yöntemi her sisteme uygulanmadığı ve Şekil 3.1' de de görüldüğü üzere bu yöntem kullanılarak tasarlanan sistemin $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işaretinin genliği çok büyük olduğundan bundan sonraki sistemlere uygulanmamıştır.

3.3 Sistem 2

Açık çevrim transfer fonksiyonu (3.5)' de verilen ve s -düzleminin sol ekseninde 3 köke sahip bir sistem ele alınsın. Bu sistem yukarıda bahsedilen KDY ve

Genelleştirilmiş tasarım yöntemleriyle tasarlanan bir kontrolörle kontrol edilmek istensin.

$$G(s) = \frac{1}{(s+2)^2(s+1)} \quad (3.5)$$

Ayrıca sisteme 20 saniyede de basamak türünde ve genliği 0.6 olan bir bozucu etki etsin.

Genelleştirilmiş kontrolör tasarımına göre kontrolörün pay polinom katsayıları ve payda polinomunun katsayıları

$$\delta_i = [0, 18.6, 8, 1], \quad \Pi_i = [48.6, 71.4, 40.6, 8.2] \quad (3.6)$$

olarak hesaplanır.

KDY yöntemiyle bu sistem için nasıl kontrolör tasarımı yapıldığı kısım 2.7' de açıklanmıştır. Ancak burada farklı olarak daha iyi sonuç elde etmek için γ_1 ilk kararlılık indeksi 3.5, $a_0 = 2$ ve $\tau = 2$ olarak alınmıştır. Buna göre elde edilen $A(s)$ ve $B(s)$ kontrolör polinomları ve $P(s)$ karakteristik polinomu

$$A(s) = 0.000238s^3 + 0.005474s^2 + 0.064021s \quad (3.7a)$$

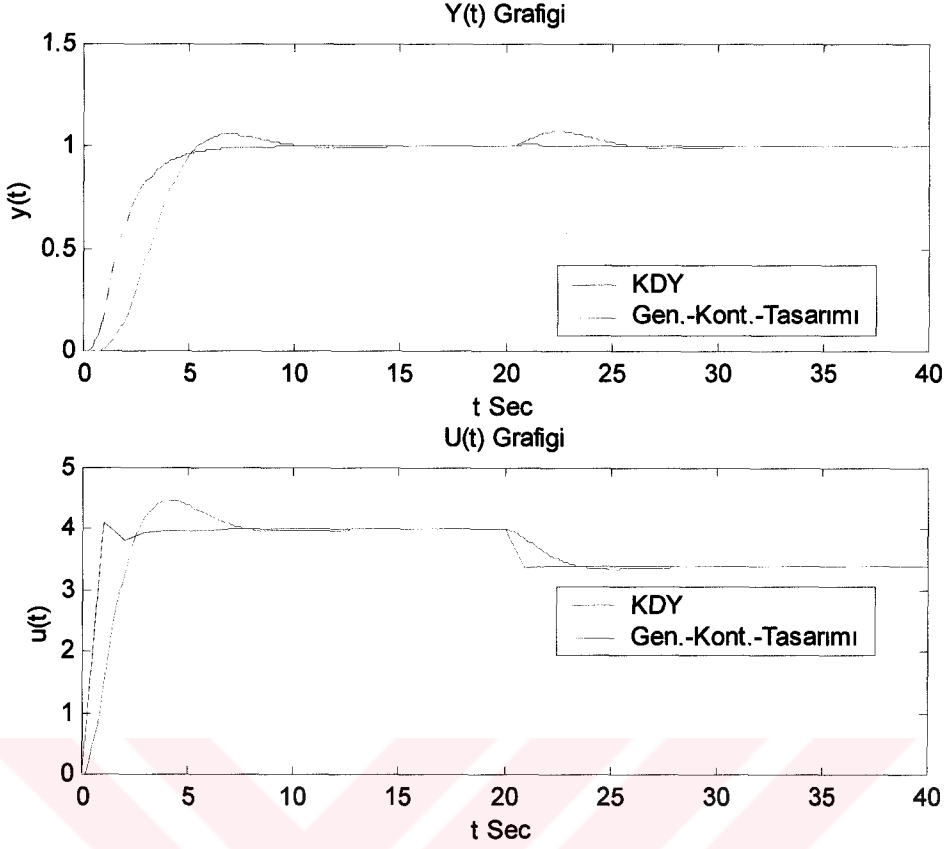
$$B(s) = 0.288213s^3 + 1.751651s^2 + 3.743916s + 2 \quad (3.7b)$$

$$F = 2 \quad (3.7c)$$

$$P(s) = 0.000238s^6 + 0.006664s^5 + 0.0933s^4 + 0.6531s^3 + 2.2857s^2 + 4s + 2 \quad (3.7d)$$

şeklinde elde edilir.

Şekil 3.2' de elde edilen değişik kontrol sistemleri için $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Sistem 2' ye ait $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işareti

Şekil 3.2' de mavi renk KDY yöntemiyle ve kırmızı renk ise Genelleştirilmiş Kontrol Tasarım yöntemiyle tasarlanan kontrol sisteminin, $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işaret grafiklerini temsil etmektedir. Şekil 3.2' e göre KDY yöntemi bu tür sistemler için daha iyi sonuç vermektedir ve $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti aşırımsız ve daha hızlıdır. Ayrıca $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti τ eşdeğer zaman sabiti değerini değiştirmek suretiyle daha da hızlandırılabilir. Buna ek olarak $u(t)$ kontrol işaretinin genliği de daha düşüktür.

3.4 Sistem 3

Açık çevrim transfer fonksiyonu (3.8)' de verilen ve s -düzleminin sol tarafında tek ve $j\omega$ -ekseni üzerinde de 2 köke sahip bir sistem ele alınsın. Bu sistem Genelleştirilmiş Kontrol tasarım ve KDY yöntemiyle tasarlanan birbirinden farklı 2 kontrolörle kontrol edilmek istensin.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+1)} \quad (3.8)$$

Ayrıca sisteme 20 saniyede de basamak türünde ve genliği 0.5 olan bir bozucu etki etsin.

Genelleştirilmiş kontrolör tasarımına göre kontrolörün pay polinom katsayıları ve payda polinomunun katsayıları

$$\delta_i = [0, 53.6, 12, 1], \quad \Pi_i = [48.6, 92.2, 155.8, 102.6] \quad (3.9)$$

olarak hesaplanır.

KDY yöntemiyle bu sistem için nasıl kontrolör tasarımı yapıldığı kısım 2.7' de açıklanmıştır. Burada γ_1 kararlılık indeksleri [2.5, 2, 2, 2, 2], $a_0 = 2$ ve $\tau = 2$ olarak alınmıştır. Buna göre elde edilen $A(s)$ ve $B(s)$ kontrolör polinomları ve $P(s)$ karakteristik polinomu

$$A(s) = 0.00128s^3 + 0.02432s^2 + 0.2304s \quad (3.10a)$$

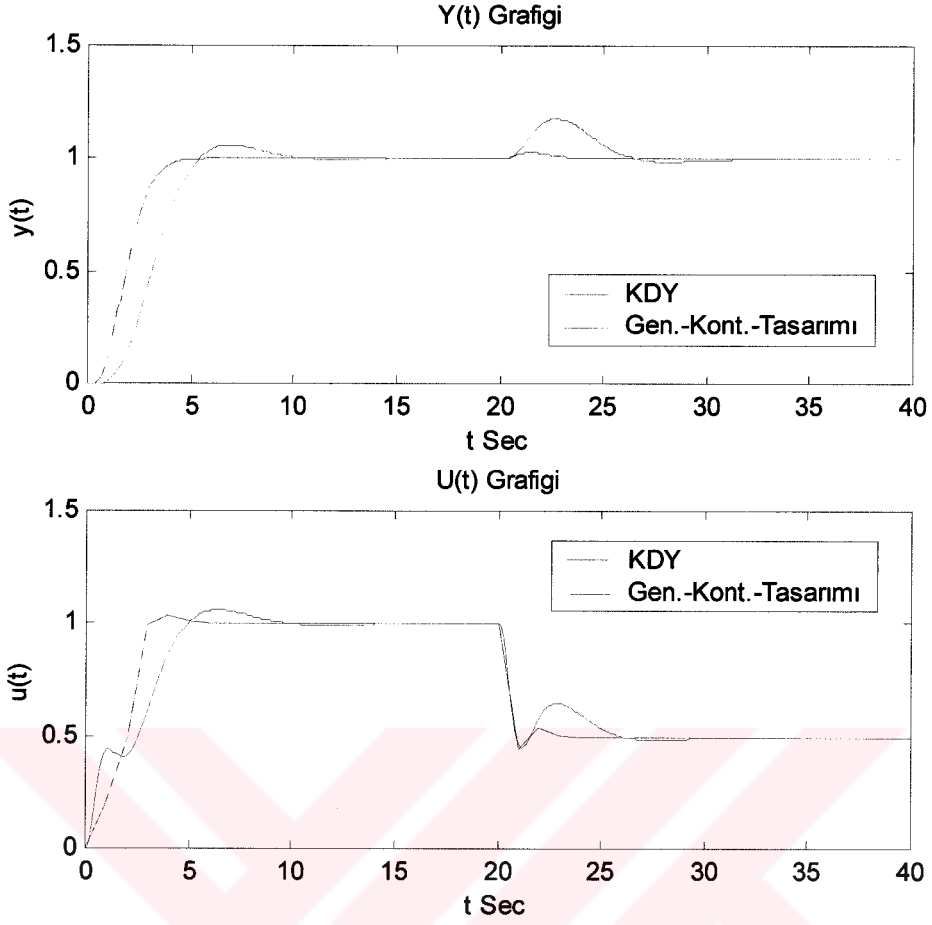
$$B(s) = 1.024s^3 + 2.94528s^2 + 3.7696s + 2 \quad (3.10b)$$

$$F = 2 \quad (3.10c)$$

$$P(s) = 0.000128s^6 + 0.0256s^5 + 0.256s^4 + 1.28s^3 + 3.2s^2 + 4s + 2 \quad (3.10d)$$

şeklinde elde edilir.

Şekil 3.3' te elde edilen değişik kontrol sistemleri için $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti gösterilmiştir.



Şekil 3.3. Sistem 3' e ait $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işareti

Şekil 3.3' te mavi renk KDY yöntemiyle, kırmızı renk ise Genelleştirilmiş Kontrol Tasarım yöntemiyle tasarlanan kontrol sisteminin, $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işaret grafiklerini temsil etmektedir. Şekil 3.3' ten KDY yöntemiyle tasarlanmış olan bir kontrol sistemin $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtının aşırı ve daha hızlı ayrıca $u(t)$ kontrol işaretinin genliğinin de daha düşük olduğu görülmektedir.

3.5 Sistem 4

Açık çevrim transfer fonksiyonu (3.11)' de verilen ve s -düzleminin sol tarafında 2 köke ve sağ tarafında da tek köke sahip bir sistem ele alınsın. Köklerden de anlaşılacağı gibi bu sistem kararsız bir sistemdir. Bu sistemi kararlı hale getirecek bir kontrolöre ihtiyaç vardır.

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+1)^2} \quad (3.11)$$

Bu sisteme ek olarak 20 saniyede de genliği 0.8 olan basamak türünde bir bozucu etki etsin.

Bu istemlere göre genelleştirilmiş kontrolör tasarımına göre kontrolörün pay polinom katsayıları ve payda polinomunun katsayıları

$$\delta_i = [0, 55.6, 12, 1], \quad \Pi_i = [48.6, 201.4, 289, 126.6] \quad (3.6)$$

şeklinde elde edilir.

KDY yöntemiyle bu sistem için nasıl kontrolör tasarımı yapıldığı kısım 2.7' de açıklanmıştır. Yanlız burada daha iyi sonuç elde etmek için γ_1 kararlılık indeksleri $[3, 2, 2, 2, 2]$, $a_0 = 1$ ve $\tau = 2$ olarak alınmıştır. Buna göre elde edilen $A(s)$ ve $B(s)$ kontrolör polinomları ve $P(s)$ karakteristik polinomu

$$A(s) = 0.000257s^3 + 0.005916s^2 + 0.068416s \quad (3.7a)$$

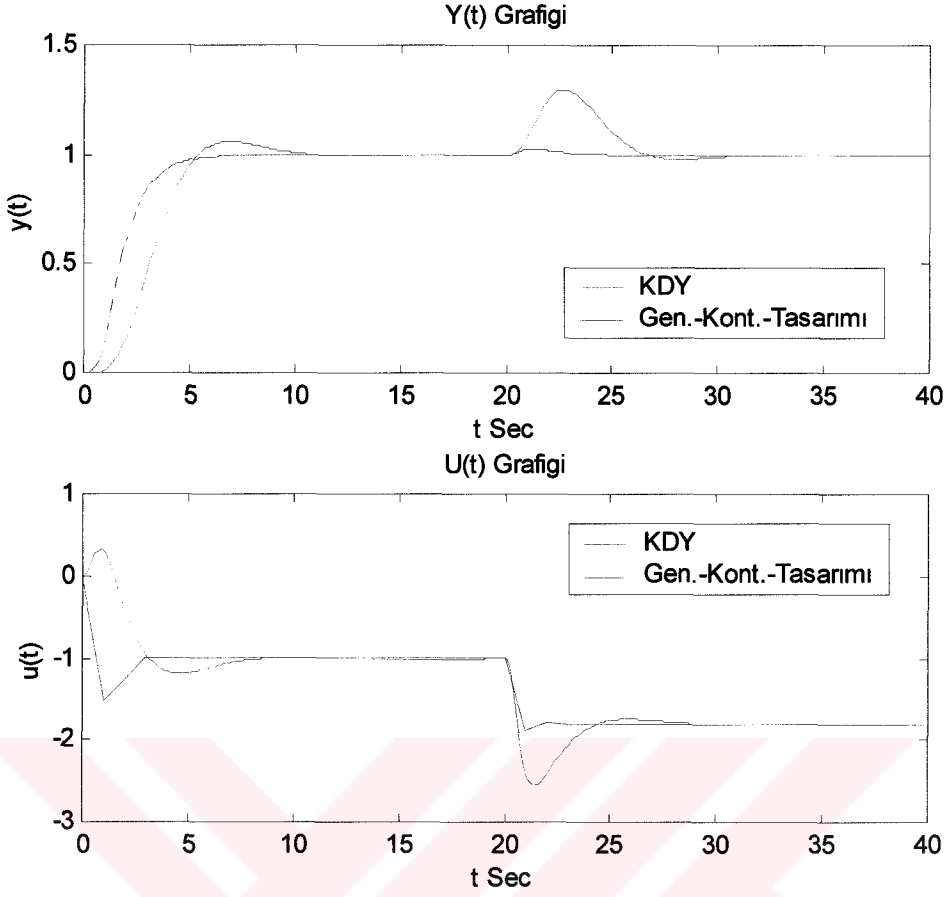
$$B(s) = 0.382202s^3 + 1.407665s^2 + 2.068416s + 1 \quad (3.7b)$$

$$F = 1 \quad (3.7c)$$

$$P(s) = 0.000257s^6 + 0.006173s^5 + 0.074074s^4 + 0.4444s^3 + 1.3333s^2 + 2s + 1 \quad (3.7d)$$

şeklinde elde edilir.

Şekil 3.4' te elde edilen 2 farklı kontrol sistemi için $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Sistem 4' e ait $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işareti

Şekil 3.4' te mavi renk KDY yöntemiyle, kırmızı renk ise Genelleştirilmiş Kontrol Tasarım yöntemiyle tasarlanan kontrol sisteminin, $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işaret grafiklerini temsil etmektedir. Şekil 3.4' ten görüldüğü gibi KDY yöntemiyle tasarlanmış olan kontrol sisteminin $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı aşısız ve daha hızlıdır. Ayrıca $u(t)$ kontrol işaretinin genliği de daha düşüktür. Buna göre KDY yöntemi daha iyi sonuç vermektedir.

4. UYGULAMALARDA ELDE EDİLEN KONTROL SİSTEMLERİNİN DAYANIKLILIK TESTLERİ

4.1 Giriş

Bilindiği gibi bir kontrol sistemi için kısım 2’ de anlatılan duyarlılık faktöründen başka dayanıklılık özelliği, modellenmiş olan açık çevrim transfer fonksiyonunda sistem parametrelerinin herhangi bir nedenden dolayı değişmesi halinde kapalı çevrim sistem davranışının ne derece etkilendiğine bakılır. Açık çevrimli transfer fonksiyon parametreleri (kökleri) s-düzleminde belli oranlarda yerlerinin sağa veya sola kaydırılmasıyla oluşacak yeni sistemin kapalı çevrim yanıtı incelenir. Bu işlem sırasında elde edilen yeni kapalı çevrim yanıtı öncekine göre değişmemişse sistem dayanıklı olduğu anlaşılır.

Bu kısımda kısım 2.7.1 ve 2.7.4’ te yapılan uygulamalarda kontrol edilmesi istenilen sistemler için elde edilen kontrol sistemlerinin dayanıklılık özellikleri incelenecektir.

4.2 Uygulama 1 için Dayanıklılık Testi

Açık çevrim transfer fonksiyonu

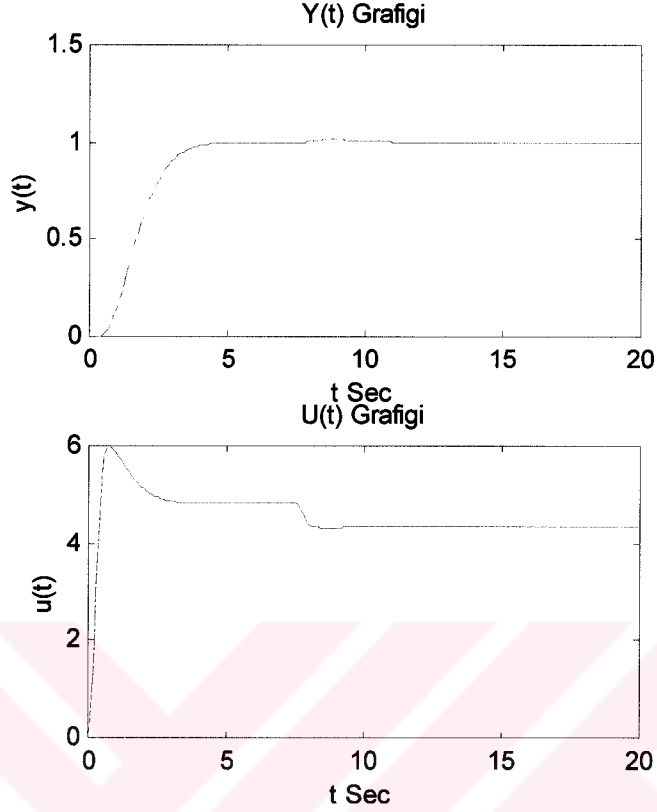
$$G(s) = \frac{K}{(s+2)^2(s+1)} \quad (4.1)$$

şeklinde olan bir sistem $K=1$ için kısım 2.7.1’ de incelenmişti. Kısım 4.1’ de anlatılan yöntemle bu sistem için kısım 2.7.1’ de elde edilmiş kontrol sisteminin dayanıklı olup olmadığı daha önce elde edilen $A(s)$, $B(s)$ ve F değerleri aynı kalmak şartıyla -2, -2 ve -1 olan karakteristik polinom köklerine 0.1 eklenerek veya çıkartılarak saptanabilir.

Açık çevrimli transfer fonksiyonun karakteristik polinom kökleri 0.1 azaltıldığında yeni sistem

$$G(s) = \frac{1}{(s+2.1)^2(s+1.1)} \quad (4.2)$$

şeklinde olur ve Şekil 4.1' de kısım 2.7.1' de elde edilen kontrolöre bu sistemin eklendiği zamanki kapalı çevrim çıkış yanıtı ve kontrol işareti görülmektedir.



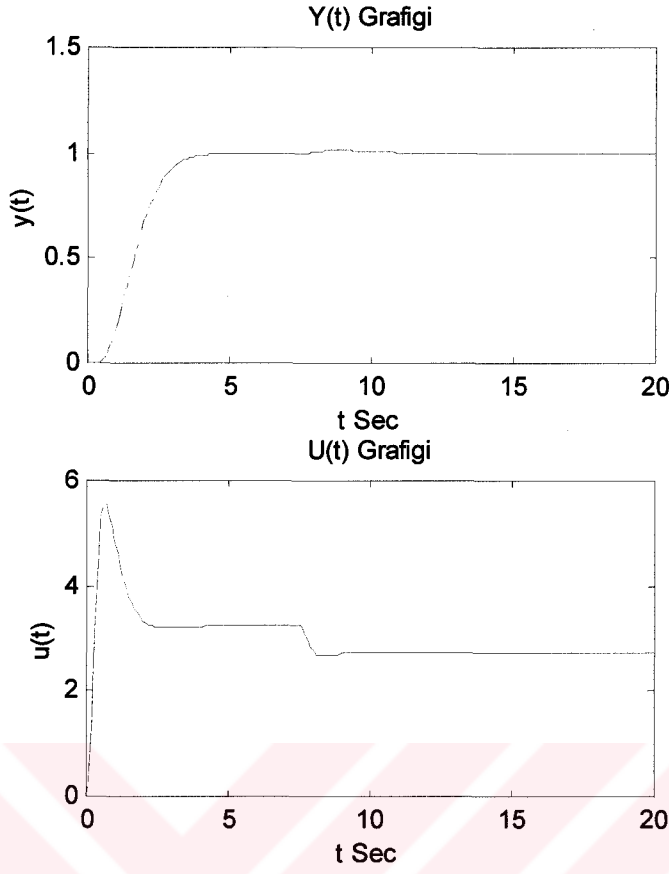
Şekil 4.1. Sistem (4.2)' ye ait $y(t)$ çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti

Şekil 4.1' den de görüldüğü gibi 4.1' deki sistemin kökleri 0.1 azaltılmasına rağmen, $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işaretine bakıldığında sistem yanıtının etkilenmediği anlaşılmaktadır.

Aynı şekilde (4.1)' deki sistemin karakteristik polinom kökleri 0.1 arttırıldığında

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1.9)^2 (s + 0.9)} \quad (4.3)$$

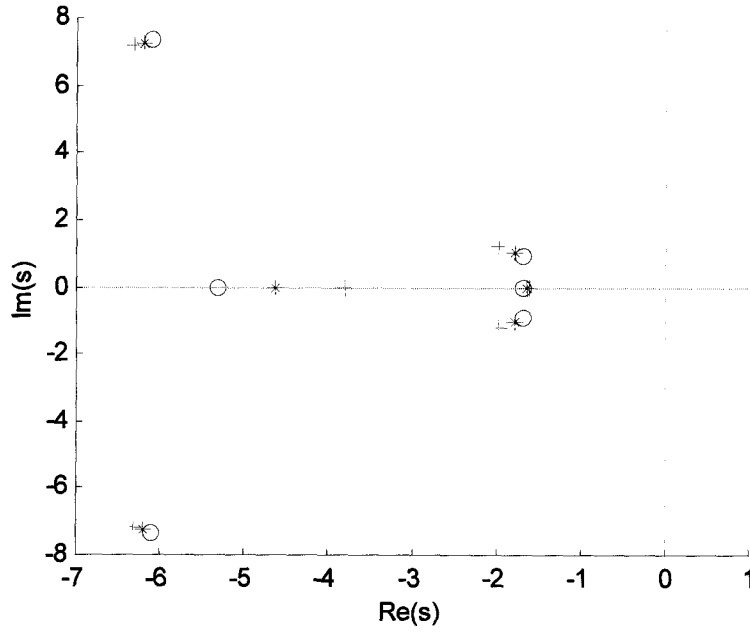
şeklinde bir sistem elde edilir ve bu sisteme ait $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti Şekil 4.2' de gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Sistem (4.3)' e ait $y(t)$ çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti

Şekil 4.2' den de anlaşıldığı gibi (4.1)' deki sistemin karakteristik polinom kökleri 0.1 artırılmasına rağmen bu durumda da sistem yanıtı etkilenmemektedir.

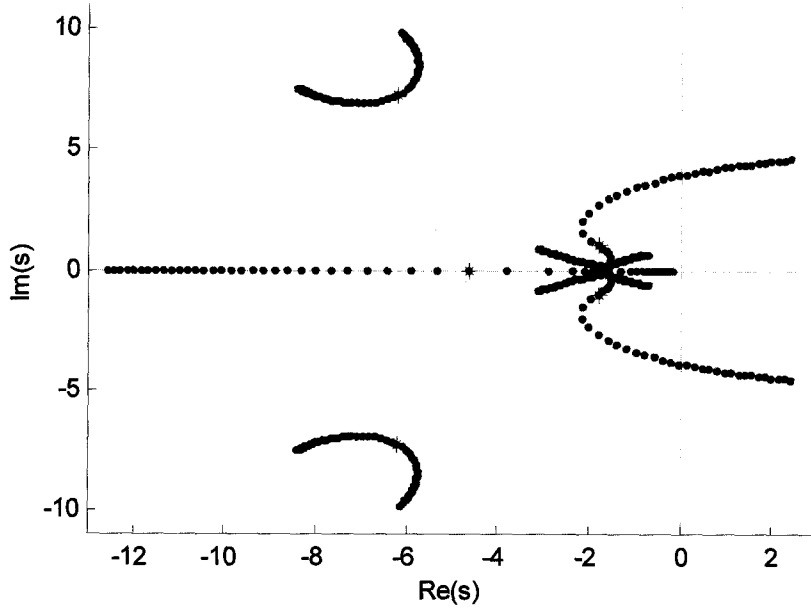
Bu elde edilen yeni sistemlere göre değişen s-düzlemindeki kapalı çevrim karakteristik polinom köklerinin yerleri Şekil 4.3' te görülmektedir.



Şekil 4.3. Uygulama 1 için Kapalı çevrim karakteristik polinom köklerinin yerleri

Burada (*) (4.1)' deki sistemin kapalı çevrim karakteristik polinom köklerini, (o) (4.2)' deki sistemin kapalı çevrim karakteristik polinom köklerini ve (+) (4.3)' teki sistemin kapalı çevrim karakteristik polinom köklerini ifade etmektedir. Elde edilen kontrol sisteminin, sistem parametreleri değişimlerine oldukça dayanıklı olduğu görülür.

Ayrıca (4.1)' deki açık çevrim sistem kökleri -3 ile +3 arasında 0.1 aralıklarla (4.2) ve (4.3)' teki gibi arttırılır ve azaltılırsa bu sisteme ait kök eğrisi Şekil 4.4' te görülmektedir.



Şekil.4.4. Sistem 4.1' e ait sistem parametreleri değişimine göre kök eğrisi

Burada mavi renkte görülen kök eğrisi, 4.1' deki sistem köklerinin arttırıldığını, kırmızı renkte görülen ise azaltıldığını göstermektedir. (*) şeklinde görülen noktalar da 4.1' deki sistemin kapalı çevrim karakteristik polinom köklerinin yerlerini göstermektedir. Şekil 4.4' ten de görüldüğü gibi sistem bir değerden sonra kararsız hale gelmektedir. Bu değer yaklaşık sistem köklerini 1.2 değerinde arttırıldığı zamanki sistem kökleridir. Bu noktalar ise kritik noktalar olarak adlandırılır ve $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtında osilasyona neden olur. Bu kritik noktalardan da anlaşılacağı gibi 1.2 değeri oldukça büyük bir rakamdır. (4.1)' deki sistem kökleri neredeyse %120 arttırılmış halidir.

Bunun yanında (4.1)' de gösterilen K kazanç değeri değişirse kontrol sisteminin $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtında K değişim değerine bağlı olarak aşağı veya yukarı doğru bir kayma olacaktır. Bu durum KDY yöntemindeki F referans pay değerinin değiştirilmesiyle giderilebilir.

4.3 Uygulama 4 için Dayanıklılık Testi

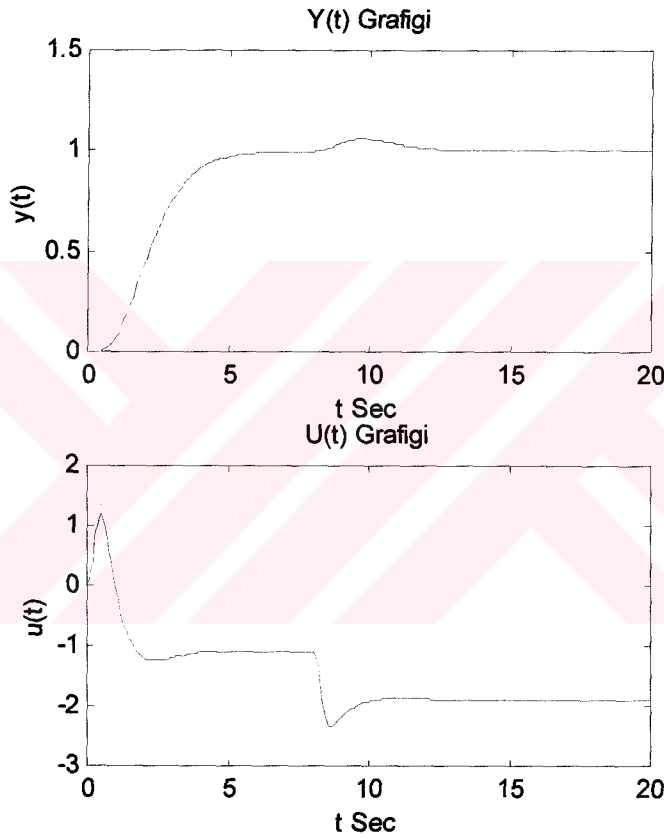
Kısım 4.7.4' te açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{K}{(s-1)(s+1)^2} \quad (4.4)$$

olan bir sistem için kontrol sistemi elde edilmişti. Bu elde edilen kontrol sisteminin dayanıklı olup olmadığını anlamak için ilk olarak karakteristik polinomu 0.1 azaltalım. Buna göre yeni sistem

$$G(s) = \frac{1}{(s - 0.9)(s + 1.1)^2} \quad (4.5)$$

şeklinde olur ve bu sisteme ait 2.7.4' te elde edilen A(s), B(s) ve F değerleri aynı kalmak şartıyla y(t) kapalı çevrim çıkış yanıtı ve u(t) çıkış işareti Şekil 4.5' te gösterilmiştir.

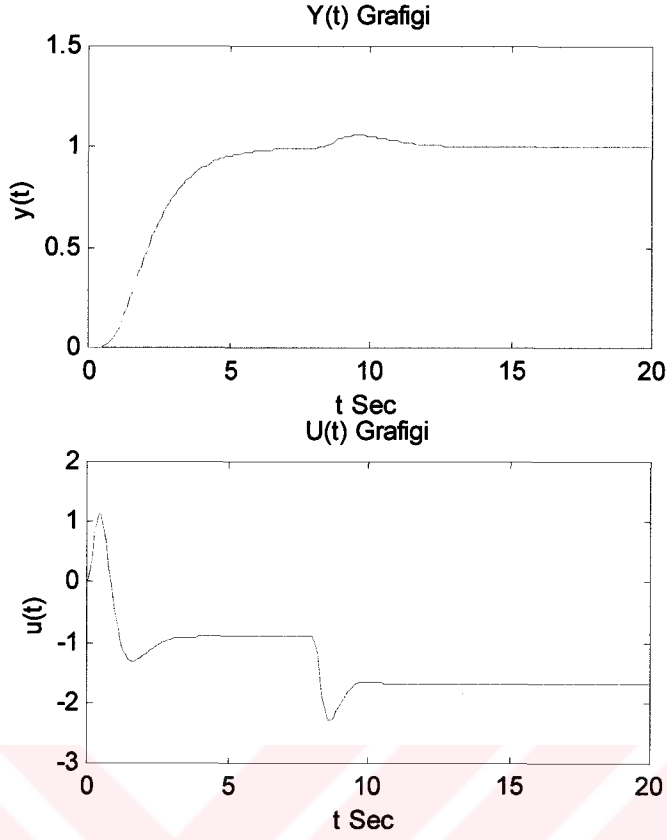


Şekil 4.5. Sistem (4.5)' e ait y(t) çıkış yanıtı ve u(t) kontrol işareti

(4.4)' teki sistemin karakteristik polinom köklerini 0.1 arttırdığımız zaman

$$G(s) = \frac{1}{(s - 1.1)(s + 0.9)^2} \quad (4.6)$$

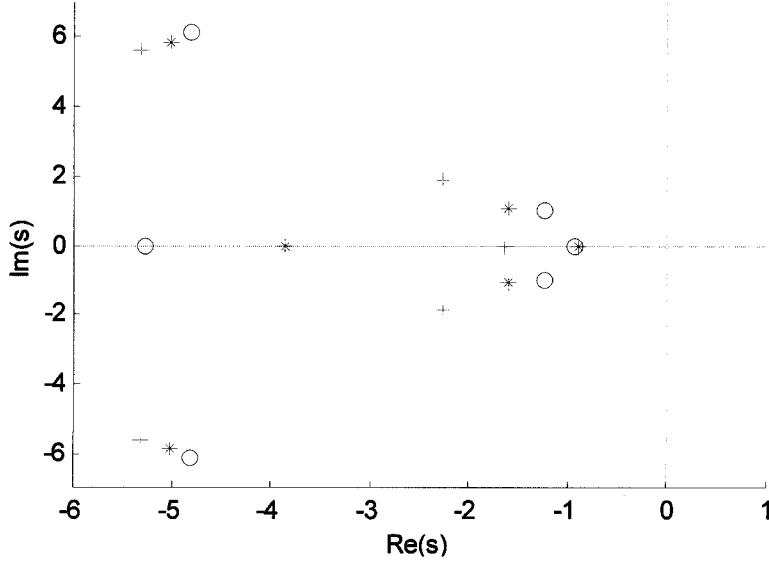
şeklinde bir sistem elde ederiz ve Şekil 4.6' da bu sisteme ait 2.7.4' teki kontrolör kullanıldığında y(t) kapalı çevrim çıkış yanıtı ve u(t) kontrol işareti görülmektedir.



Şekil 4.6. Sistem (4.5)' e ait $y(t)$ çıkış yanıtı ve $u(t)$ kontrol işareti

Şekil 4.5 ve Şekil 4.6' dan (4.4)' teki sistemin karakteristik polinom köklerinin 0.1 eklenmesine veya çıkartılmasına rağmen sistem yanıtının 2.7.4' teki gibi oldukça iyi olduğu görülmektedir.

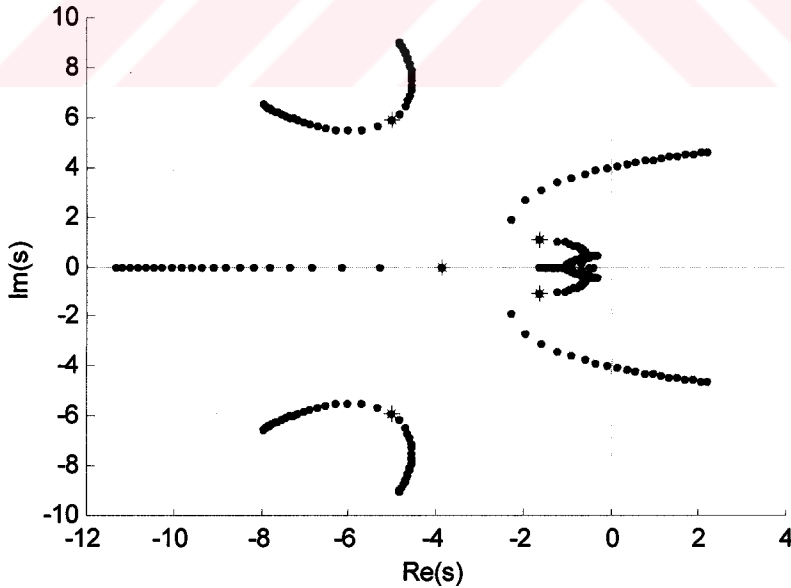
Yukarıda (4.4) ve (4.5)' te elde edilen sistemlere göre değişen s -düzlemindeki kapalı çevrim karakteristik köklerinin yerleri Şekil 4.7' de gösterilmiştir.



Şekil 4.7. Uygulama 4 için kapalı çevrim karakteristik polinom köklerinin yerleri

Burada (*) 4.1' deki sistemin kapalı çevrim karakteristik polinom köklerini, (o) 4.2' deki sistemin kapalı çevrim karakteristik polinom köklerini ve (+) 4.3' teki sistemin kapalı çevrim karakteristik polinom köklerini ifade etmektedir.

Ayrıca kısım 4.2' deki gibi (4.4)' deki sistem kökleri -2 ve 2 aralıklarda 0.1 arttırılı ve azaltılırsa Şekil 4.8 gibi bir kök eğrisi elde edilir.



Şekil 4.8. Sistem (4.4)' e ait değişik parametre değerlerine göre kök eğrisi

Burada mavi renkte gösterilen noktalar (4.4)' deki sistem parametrelerinin arttırıldığı, kırmızı noktalar ise azaltıldığı zamanki noktalardır ve (*) şeklindeki

noktalar ise (4.4)' deki sistemin karakteristik polinom köklerinin yerleridir. Buna göre $y(t)$ kapalı çevrim değerini osilasyona sokacak noktalar yaklaşık olarak 0.95 değerinde sistem parametrelerini arttırıldığı değerlerdir ki bu da %95 oranında sistem köklerinde bir artış olduğunu ifade eder.

Bunun yanında K değerinin değişmesiyle kısım 4.2' de anlatılan sorunlar burada da F referans pay değerinde yapılacak ve $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtının konumuna göre değişen bir değerle giderilebilir.

Sonuç olarak kısım 4.1 ve 4.2' de, KDY yöntemi kullanılarak elde edilen bir kontrol sisteminin parametre değişikliklerine karşı oldukça dayanıklı olduğu deneysel olarak doğrulanmıştır.



5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Kısım 2 ve 3' te açıklandığı gibi KDY kontrol sistemlerinde kontrolör tasarlamak için geliştirilmiş, polinomsal gösterime sahip bir kontrol tasarım yöntemidir. Bu yöntem mevcut diğer yöntemlerin bazı üstünlükleri eklenerek güçlendirilmiş, daha etkili ve daha verimli bir hale getirilmiştir. Ek olarak KDY yöntemi kullanılarak tasarlanan bir sistemin kapalı çevrim çıkış yanıtı aşısız ve oldukça hızlı doyuma ulaştığı görülür. Bunun yanında elde edilen kontrol sistemi daha dayanıklıdır ve bozucu etkilerini hızlı bir şekilde giderir.

Günümüzde bir çok kontrolör tasarım yöntemi vardır (PID, Ziegler-Nichols Yöntemi...vb). Ancak bu yöntemler birbirlerinden farklı üstünlüklere sahip olmalarına rağmen sakıncalı özelliklere de sahiptir. Bu göz önünde bulundurularak mevcut diğer tasarım yöntemlerinin iyi üstünlükleri KDY yöntemine eklenmiştir. Bu da KDY yöntemini daha güçlü, daha etkili, ve daha verimli olmasını sağlamıştır.

Bilindiği gibi kontrol sistemleri farklı özelliklere sahiptir ve eklenen kontrolörle göre de farklı özellikler gösterir. Bu nedenle kontrolör tasarlanırken ki uygulanan tasarım yöntemi önem taşır. Optimum sonuçlara ulaşmak için seçilen kontrol tasarım yöntemi en iyi davranış özelliklerini sağlayabilecek özellikli olmalıdır. Ancak günümüzdeki mevcut kontrolör tasarım yöntemlerinin bazıları her türlü sistemlere uygulanamaz (Ziegler-Nichols Yöntemi...vb) ya da her türlü sistemlere uygulanabilen tasarım yöntemleri için de kontrol edilecek olan sistemin mertebesi arttıkça kontrol sistem prosedürlerini uygulamak zorlaşır yada en iyi sonuç elde edilemeyebilir (Sistemin kapalı çevrim çıkış yanıtı aşımli, kontrol işareti aşırı genlikli sistemler...vb). KDY tasarım yöntemi Kısım 2 ve 3'te görüldüğü gibi diğer yöntemlere göre daha iyi sonuç vermektedir. Ayrıca tasarım prosedürü basittir ve çok kolay uygulanabilir.

Kontrol tarihinde kontrol tasarım yöntemleri daha karmaşık sistemler sözkonusu olması nedeniyle sürekli geliştirilmiş (PID...vb) ve daha değişik yöntemler türetilmiştir (KDY gibi). Bu yenilenmiş veya yeni geliştirilmiş yöntemler uygulandıkları dönemin ihtiyacını karşılayacak nitelikli olmalıdır. Bu ihtiyaç

teknoloji geliştikçe sistemden sisteme farklılık gösterir ve sistem davranışı özellikleri kapalı çevrim çıkış yanıtı ve kontrol işareti izlenerek değerlendirilir. KDY yöntemiyle tasarlanan bir sistemin $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtı aşımsızdır. Bunun yanında elde edilen sistem çok dayanıklıdır ve bozucu etkilerini çok hızlı bir şekilde giderebilir. Ayrıca KDY yöntemi kontrol edilmek istenen her türlü sisteme kolay uygulanabilir. KDY yönteminde elde edilen $P(s)$ karakteristik denklem polinomunun kökleri seçilen kararlılık sınır değerlerine bağlı olarak her zaman sistem ne olursa olsun jw-ekseninin sol tarafında yer alır. Eğer sistemin kapalı çevrim çıkış yanıtı yada kontrol işareti gerekli davranışı sağlamazsa kararlılık indeks değerlerinde küçük düzeltmeler yapılarak amaçlanan sonuca yakınsanır.

Sonuç olarak, KDY yöntemi yeni bir yöntem olmasına rağmen, günümüzdeki mevcut diğer tasarım yöntemlerinden daha üstün olmakla birlikte daha da geliştirilmeye açık ve uygulanma alanı geniş bir tasarım yöntemidir. Ayrıca bu yöntemin özellikleri

1. Kolay değerlendirilebilir,
2. Kolay uygulanabilir,
3. Geneldir,
4. Kararlı sistemler elde edilir,
5. Dayanıklı sistemler elde edilir

şeklinde yazılabilir ve bu özellikler kontrol tasarım yöntemlerinde bulunması istenen özelliklerdir.

KAYNAKLAR

- [1] **Hamamcı, S. E.**, 2002. Katsayı Diyagram Methodu' nun Özel Durumlara ve ÇGÇÇ Sistemlere Uygulanması, Doktora Tezi, Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- [2] **Manabe, S.**, 1998. Coefficient Diagram Method, 14th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, Aug. **24-28**, Seoul, Korea, 199-210.
- [3] **Manabe, S. ve Kim, Y. C.**, 2000. Recent Development of Coefficient Diagram Method, ASSC' 2000 3rd Asian Control Conference, Shanghai.
- [4] **Hamamcı, S. E.**, İntegratörlü Sistemler için Katsayı Diyagram Methodu ile Kontrolör Tasarımı, İTÜ dergisine Kabul Edilmiş ama Henüz Basılmadı.
- [5] **Ogata, K.**, 1997. Modern Control Engineering, Third Edition, Prentice-Hall International, Inc, Upper Saddle River, New Jersey.
- [6] **Hartmann, I.**, 1978. Zeitdiskrete Systeme, **65**, Technische Universität Berlin Brennpunkt Kybernetik, Ders Notu.
- [7] **Manabe, S.**, Sufficient Condition For Stability And Instability By Lipatov And Its Application To Coefficient Diagram Method, Tokai University, Control Eng. Dept., 1117 Kitakaname, Hiratsuka, Kanagawa 259-1292, Japan, 440-449.
- [8] **Lipatov, A. V. ve Sokolov N. I.**, 1979. Some Sufficient Conditions For Stability And Instability Of Continuous Linear Stationary Systems, Automat. Remote Contr., **39**, 1285-1291.
- [9] **Manabe, S.**, 1994a, "Coefficient Diagram Method as applied to the attitude control of controlled-bias-momentum satellite", 13th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, 12-16 Sept., Palo Alto, CA, 322-327.

- [10] **Manabe, S.**, 1994b, A low cost inverted pendulum system for control system education, 3rd IFAC Symposium on Advances in Control Education, Tokyo, August 1-2, 1994.
- [11] **Manabe, S.**, 1994c, "Design of velocity controller for three inertia system by Coefficient Diagram Method", First Asian Control Conference, 27-30 July, Tokyo, 1997.
- [12] **Manabe, S.**, 1998c, "Coefficient Diagram Method", 14th IFAC Symp. on Automatic Control in Aerospace, Aug. 24-28, Seoul, Korea, 199-210.
- [13] **Manabe, S.**, 1998b, "Analytical weight selection for LQ design", 8th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics, 23-24 July, Sagami-hara, ISAS.
- [14] **Kessler, C.**, 1960, "Ein beitrage zur theorie mehrschleifiger regelungen", Regelungstechnik, **8**, **8**, 261-266.
- [15] **Chestnut, H. and Mayer, R.W.**, 1951, Servomechanism and Regulating System Design, Vol. **1**, Chap. 14, John Wiley, NY.
- [16] **Tanaka, Y. and Ashikaga, M.**, 1992, "A low-sensitive robust control for a gas turbine", Transaction of SICE, **28**, **2**, 255-263.
- [17] **Lipatov, A.V.**, 1976, "Some necessary and sufficient conditions that polynomials be of Hurwitz type", Differents, Urayn, **12**, 2269-2270.
- [18] **Manabe, S. and Kim, Y.C.**, 2000, "Recent development of Coefficient Diagram Method", ASSC'2000 3rd Asian Control Conference, Shanghai.
- [19] **Sokolov, N. I. ve Lipatov, A. V.**, 1972, On necessary conditions for stability of linear systems, Tr. Mosk. Aviats. Inst., **240**, 26-30
- [20] **Graham, D. ve Lathrop, R. C.**, 1953, the synthesis of optimum transient response: criteria and standard forms. AIEE Transactions, 72, pt. II, 273-288.
- [21] **Naslin, P.**, 1968, Essentials of optimal control, pp. 30-51, Iliffe Books Ltd, London.

EK-1

LİPATOV-SOKOLOV KARARLILIK KRİTERİ

Lipatov ve Sokolov doğrusal, zamanla değişmeyen, sürekli bir kontrol sisteminin karakteristik polinomundan yola çıkarak kararlılık ve kararsızlık için geçerli olması gereken yeterlilik koşullarını türetmişlerdir [8]. Bunun için

$$F(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \quad a_i > 0, i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (A1)$$

şeklinde tanımlanan genel bir karakteristik denklem polinomu için

$$\lambda_i = \frac{a_{i-1} a_{i+2}}{a_i a_{i+1}} \quad i = 1, 2, \dots, (n-2) \quad (A2)$$

ile ifade edilen ve n . mertebeden polinomların katsayılarına bağlı bir λ_i kararlılık parametresi tanımlanır. Kararlılık ve kararsızlık için yeterlilik koşulları bu parametreler göz önüne bulundurularak belirlenir:

Teorem 1: Kararsızlık için Yeterlilik Koşulu I:

$1 \leq i \leq n-2$ olmak üzere, eğer bazı i değerleri için

$$\lambda_i > 1 \quad (A3)$$

ise karakteristik denklem polinomu kararsızdır. (A3) γ_i ' ler cinsinden

$$\gamma_{i+1} \gamma_i < 1 \quad (A4)$$

şeklinde ifade edilebilir ($i = 1, 2, 3, \dots, n-2$).

Tanıt:

Öncelikle, n . mertebeden kararlı bir $P(s)$ polinomundan, $n+2$. mertebeden kararlı bir $P^*(s)$ polinomu

$$P(s) = a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 \quad (A5a)$$

$$P^*(s) = (s^2 + \alpha s + \beta) P(s), \quad \alpha, \beta > 0 \quad (A5b)$$

şeklinde oluşturulur ve $P^*(s)$ polinomu yeni katsayılar cinsinden

$$P^*(s) = a_{n+2}^* s^{n+2} + \dots + a_1^* s + a_0^* \quad (A6a)$$

$$a_i^* = a_{i-2} + \alpha a_{i-1} + \beta a_i, \quad i = 0, 1, \dots, n+2 \quad (A6b)$$

şeklinde yazılabilir ancak burada $a_{n+2}, a_{n+1}, a_{-1}, a_{-2} = 0$ olduğu unutulmamalıdır.

Ayrıca (2.13a) tanımı ile verilen γ_i indeksinden yararlanılarak

$$D = (\gamma_{i+1}^* \gamma_i^* - 1) a_{i+2}^* a_{i-1}^* = a_{i+1}^* a_i^* - a_{i+2}^* a_{i-1}^* \quad (A7)$$

şeklinde bir D ifadesi tanımlanabilir. Burada * üst indisi γ_i^* kararlılık indeksinin, $P^*(s)$ polinomunun kararlılık indeksini ifade eder.

(A7) tanımına (A6b) ilişkisi uygulanırsa

$$D = (a_{i-1} + \alpha a_i + \beta a_{i+1})(a_{i-2} + \alpha a_{i-1} + \beta a_i) - (a_i + \alpha a_{i+1} + \beta a_{i+2})(a_{i-3} + \alpha a_{i-2} + \beta a_{i-1}) \quad (A8)$$

ve düzenlenirse

$$D = (a_{i-1} a_{i-2} - a_i a_{i-3}) + \alpha^2 (a_i a_{i-1} - a_{i+1} a_{i-2}) + \beta^2 (a_{i+1} a_i - a_{i+2} a_{i-1}) + \alpha (a_{i-1}^2 - a_{i+1} a_{i-3}) + \beta (a_{i+1} a_{i-2} - a_{i+2} a_{i-3}) + \alpha \beta (a_i^2 - a_{i+2} a_{i-2}) \quad (A9)$$

elde edilir. Bu ilişki γ_i kararlılık indeksi cinsinden

$$D = (\gamma_{i-1} \gamma_{i-2} - 1) a_i a_{i-3} + \alpha^2 (\gamma_i \gamma_{i-1} - 1) a_{i+1} a_{i-2} + \beta^2 (\gamma_{i+1} \gamma_i - 1) a_{i+2} a_{i-1} + \alpha (\gamma_i \gamma_{i-1}^2 \gamma_{i-2} - 1) a_{i+1} a_{i-3} + \beta (\gamma_{i+1} \gamma_i \gamma_{i-1} \gamma_{i-2} - 1) a_{i+2} a_{i-3} + \alpha \beta (\gamma_{i+1} \gamma_i^2 \gamma_{i-1} - 1) a_{i+2} a_{i-2} \quad (A10)$$

şeklinde ifade edilebilir ($i = 1, 2, \dots, n$).

(A6b) ifadesinden $a_i > 0$ ($i = 0, 1, \dots, n$) $\alpha > 0$, $\beta > 0$ için, $a_i^* > 0$ ($i = 0, 1, \dots, n+2$) olduğu görülür. Ayrıca (A9) ve (A10)' da görüldüğü gibi $a_i > 0$ ($i = 0, 1, \dots, n$), $a_{n+2}, a_{n+1}, a_{-1}, a_{-2} = 0$ ve $\gamma_{i+1} \gamma_i > 1$ ($i = 1, 2, \dots, n-2$) ise $i = 1, 2, \dots, n$ için D pozitifdir. Ayrıca (A7) tanımında D' nin pozitif olması için $\gamma_{i+1}^* \gamma_i^* > 1$ ($i = 1, 2, \dots, n$) olması gerektiği görülür [17].

Sonuç olarak, 3. ve 4. mertebeden polinomların kararlılığı için $\gamma_{i+1} \gamma_i > 1$ olması gerekir ve bu sonuç 4. mertebenin üstündeki polinomlar için genelleştirilebilir.

Böylece kararsızlık için de $\gamma_{i+1}\gamma_i < 1$ ($i = 1, 2, \dots, n-2$) koşulunun sağlanması gerektiğinde ispatlanmış olur [7].

Teorem 2: Kararsızlık için Yeterlilik Koşulu II:

$1 \leq i \leq n-2$ olmak üzere, eğer bazı i değerleri için

$$\lambda_{i-1}\lambda_i > C_{ni} \quad (A10)$$

ise Denklem (A1) polinomu kararsızdır [19]. Burada C_{ni} sabit bir değer olup

$$C_{ni} = \left(n-i + \frac{(-1)^{n+i}-1}{2} \right) \left(i + \frac{(-1)^i-1}{2} \right) \left(n-i + \frac{(-1)^{n+i}+3}{2} \right)^{-1} \left(i + \frac{(-1)^i+3}{2} \right)^{-1} \quad (A11)$$

şeklinde tanımlanır.

Bu değer nasıl elde edildiği [19]'da bulunabilir.

Teorem 3: Kararlılık için Sınır Koşulu:

$1 \leq i \leq n-2$, $n \geq 5$ olmak üzere, eğer tüm i değerleri için

$$\lambda_i < 0.465 \quad (A12)$$

ise karakteristik denklem polinomu kararlılık sınırındadır [8].

Teorem 4: Kararlılık için Yeterlilik Koşulu:

$1 \leq i \leq n-3$, $n \geq 5$ olmak üzere, eğer tüm i değerleri için

$$\lambda_i + \lambda_{i+1} < 0.89 \quad (A13)$$

ise karakteristik denklem polinomu karardır.

Tanıt:

5. mertebeden polinomlar

$$P_5(s) = a_5s^5 + a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 \quad (A14)$$

ve 4. mertebeden polinomlar

$$P_4(s) = a_4s^4 + a_3^*s^3 + a_2s^2 + a_1^*s + a_0 \quad (A15)$$

şeklinde ifade edilir. Burada * indisi, 5. mertebeden polinomun 4. mertebeden polinoma indirgenmesi sonucu Routh tablosunda s^3 satırında farklı a_1 ve a_3

değerleri olduğu için kullanılmıştır. Routh – Hurwitz kriteri kullanılırsa (A14) polinomunun Routh tablosu

s^5	a_5	a_3	a_1
s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	$\frac{a_4 a_3 - a_5 a_2}{a_4}$	$\frac{a_4 a_1 - a_5 a_0}{a_4}$	
s^2	K	a_0	
s^1	M		
s^0	a_0		

$$K = a_2 - \frac{a_4(a_4 a_1 - a_5 a_0)}{a_4 a_3 - a_5 a_2} \quad (A16)$$

$$M = \frac{a_4 a_1 - a_5 a_0}{a_4} - \frac{a_0(a_4 a_3 - a_5 a_2)}{K a_4} \quad (A17)$$

şeklinde yazılır. (A15) polinomunun Routh tablosu

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3^*	a_1^*	
s^2	$\frac{a_3^* a_2 - a_4 a_1^*}{a_3^*}$	a_0	
s^1	N		
s^0	a_0		

$$N = a_1^* - \frac{(a_3^*)^2 a_0}{a_3^* a_2 - a_4 a_1^*} \quad (A18)$$

şeklinde yazılır. Burada her iki Routh tablosunun s^3 satırındaki polinom katsayıları birbirlerine eşitlenirse

$$a_3^* = a_3 - a_2 a_5 / a_4 = a_3 [1 - (\gamma_3 \gamma_4)^{-1}] \quad (A19a)$$

$$a_1^* = a_1 - a_0 a_5 / a_4 = a_1 [1 - (\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4)^{-1}] \quad (A19b)$$

yazılabilir. Eğer $P_4(s)$ ile $P_5(s)$ 1. ve 3. katsayılarının oranlarının oranını ifade eden

$$\alpha = \frac{a_1^* / a_1}{a_3^* / a_3} \quad (A20)$$

şeklinde bir α oranı tanımlanırsa, α oranı γ_i ' ler cinsinden

$$\alpha = [1 - (\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4)^{-1}] [1 - (\gamma_3 \gamma_4)^{-1}]^{-1} \quad (A21)$$

şeklinde elde edilir. $\gamma_i \gamma_{i+1} > 1$ kararlılık koşulundan

$$\alpha = \frac{\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 - 1}{\gamma_1 \gamma_2 (\gamma_3 \gamma_4 - 1)} > 1 \quad (A22)$$

olduğu görülür.

Ayrıca (2.13c) ilişkisi $i = 2$ için

$$\gamma_2^* = \frac{1}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_1} \quad (A23)$$

yazılabilir.

A23 ilişkisinin pay ve paydasına $\alpha > 1$ ifadesi eklenirse eşitsizlik değişmeyeceğine göre, (2.36a) $\gamma_2 > \gamma_2^*$ kararlılık koşulu ile (A23) ifadesi

$$\gamma_2 > \frac{\alpha}{\gamma_3} + \frac{1}{\alpha \gamma_1} \quad (A24)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ilişki düzenlenirse

$$(\gamma_4 \gamma_3 - 1)(\gamma_2 \gamma_1 - 1) > \gamma_4 \gamma_1 [1 - (\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4)^{-1}]^2 \quad (A25)$$

eşitsizliği elde edilir.

Burada eğer $\gamma_2 \gamma_1 \leq \gamma_4 \gamma_3$ eşitsizliğinin geçerli olduğu kabul edilirse ve

$$\lambda_1 = (\gamma_2 \gamma_1)^{-1}, \quad \lambda_2 = (\gamma_3 \gamma_2)^{-1} \quad (A26a)$$

$$\rho = (\gamma_2 \gamma_1)(\gamma_4 \gamma_3)^{-1} \leq 1 \quad (A26b)$$

şeklinde ifadeler tanımlanırsa (A25) denklemi

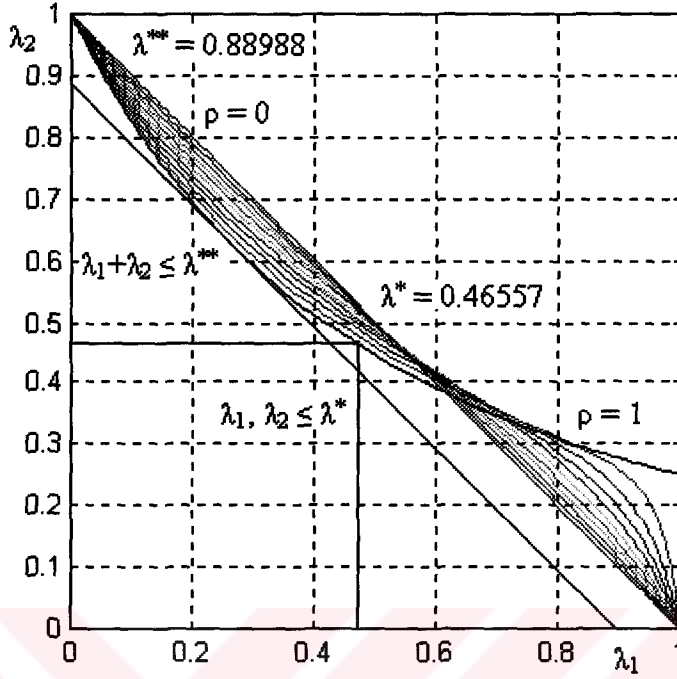
$$\lambda_2 \leq (1 - \lambda_1)(1 - \rho \lambda_1) [1 - \rho \lambda_1^2]^{-2} \quad (A27)$$

olarak bulunur (A27) ilişkisi, λ_1 , λ_2 düzleminde ($0 < \lambda_i < 1$), ρ ($0 < \rho < 1$) parametre olmak üzere 0.1 aralıklarla çizilirse Şekil A' da görülen eğriler elde edilir.

Buna göre (A27)'deki ifade de ρ 'ya 0 ve 1 değerleri verilirse açıkça görülebileceği gibi

$$\lambda_2 \leq \min[1 - \lambda_1, (1 + \lambda_1)^{-2}] \quad (\text{A28})$$

koşulu geçerlidir.



Şekil A.1. (A27)' ye göre λ_1 , λ_2 ve ρ arasındaki ilişki

Şekil A.1' de görüldüğü gibi eğer

$$\lambda_2, \lambda_1 \leq \lambda^* \quad (\text{A29})$$

eşitsizliğinin geçerli olduğunu varsayarsak, (A29)' dan λ^* ' ın minimum değeri $\rho = 1$ için $\lambda^* = \lambda_1 = \lambda_2$ olarak bulunur. (A27) eşitsizliği λ^* için

$$\lambda^* = (1 + \lambda^*)^{-2} \quad (\text{A30})$$

şeklinde elde edilir. Bu denklem çözüldüğünde

$$\lambda^* = 0.465571 \quad (\text{A31})$$

bulunur. Böylece teorem 3 doğrulanmış olur.

$$\lambda_2 + \lambda_1 \leq \lambda^{**} \quad (\text{A32})$$

(A13) koşulu tanıtlanmak istenirse bu koşulun aslında Şekil A.1' de görüldüğü gibi $\rho = 1$ değeri için çizdirilmiş eğriye teğet olan doğru denkleminde ya da (A33a) ilişkisine eşdeğer olması gerekir:

$$\lambda_2 + \lambda_1 = \lambda^{**} \quad (\text{A33a})$$

Bunun için için (A27) ilişkisinde $\rho = 1$ alınır ve eşitlik hali değerlendirilirse

$$\lambda_2 = (1 + \lambda_1)^{-2} \quad (\text{A33b})$$

elde edilir. (A33a) doğrusu ile (A33b) eğrisinin teğet olma koşulu

$$d\lambda_2/d\lambda_1 = -2(1 + \lambda_1)^{-3} = -1 \quad (\text{A33c})$$

ilişkisinden

$$\lambda_2 = (0.5)^{2/3}, \lambda_1 = (0.5)^{-1/3} - 1 \quad (\text{A34a})$$

$$\lambda^{**} = \lambda_2 + \lambda_1 = (0.5)^{2/3} + (0.5)^{-1/3} - 1 = 0.88988 \quad (\text{A34b})$$

olarak bulunur ve böylece Teorem 4 doğrulanmış olur [8].

Yukarıdaki değerler yaklaşık ifadelerdir. Bu nedenle bazı karakteristik denklem polinomları bu dört teoremi de sağlamayabilir. Bu durumda kararlılık için zorunlu koşulları veren Routh kriteri kullanılmalıdır.

EK-2

MATLAB YAZILIMLARI

MATLAB yazılımlarının satır sayıları fazla olduğundan dolayı bu yazılımlar CD' de ek olarak verilmiştir. Yazılımların hepsi CD' de MATLAB YAZILIMLARI adlı klasörün içinde yer almaktadır. Bu ekte yazılımların kısaca nasıl çalıştıkları hakkında bilgi verilecektir. Aşağıdaki kullanılan alt yazılı başlıklar MATLAB YAZILIMLARI adlı klasörün içindeki alt klasörlerdir.

KDY YAZILIM

Bu kısımda n . mertebeden kontrol edilecek $G(s)=N(s)/D(s)$ olan bir sistemin kontrolör polinomlarını, hedef karakteristik polinomunun katsayılarını ve $P(s)$ karakteristik polinomunu otomatik olarak hesaplayan ve ayrıca $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işaretini, $u(t)$ kontrol işaretini ve KD grafiğini otomatik olarak çizdiren bir yazılım programı bulunmaktadır.

Bu yazılım programı MATLAB 5.3' te hazırlanmış olup yan programı olan Simulink' te kullanılmıştır.

Program çalıştırıldığı zaman ilk olarak $N(s)$ ve $D(s)$ polinomlarının katsayıları girilir. $N(s)$ ve $D(s)$ polinomlarının eşit köklere sahip olup olmadıkları kontrol edildikten sonra KDY parametreleri girilir. Daha sonra bozucunun uygulanıp uygulanmadığı bilgisi verilir ve buna göre eğer bozucu yoksa program otomatik olarak grafikleri çizdirir. Eğer bozucu varsa bozucunun türüne göre gerekli olan veriler girildikten sonra grafikler otomatik olarak çizdirilir. Şekil 2.7 ~ 2.10 bu yazılım programı yardımıyla oluşturulmuştur.

SEKİL 2.4

Bu program çalıştırıldığında 4 değişik γ_1 kararlılık indeks değerleri girilerek şekil 2.4 oluşturulur. Burada daha farklı kararlılık indeks değerleri içinde farklı şekiller çizdirilebilir.

SEKİL 2.5

Bu program çalıştırıldığında 4 farklı τ eşdeğer zaman sabiti değerleri girilerek $y(t)$ kapalı çevrim çıkış yanıtları çizdirilebilir. Şekil 2.5' te girilen değerler Şekil 2.5' in üzerinde görülmektedir.

SEKİL 2.6

Bu programda Şekil 2.6' da gösterilen farklı mertebeden $P(s)$ karakteristik polinom köklerinin s-düzlemi üzerindeki yerleri görülmektedir.

SEKİL 3.1

Bu programda KDY yöntemi, Genelleştirilmiş Kontrol tasarım yöntemi ve Ziegler-Nichols yöntemi karşılaştırılmaktadır. Yazılım programı çalıştırıldığı zaman $N(s)$ ve $D(s)$ polinomunun katsayıları, KDY parametrelerinin değerleri, basamak türü bozucunun uygulanma zamanı ve büyüklüğü, ve son olarak Genelleştirilmiş Kontrol tasarım yöntemindeki kontrolör polinom katsayıları girilir. Ziegler – Nichols yöntemindeki frekans değeri değiştirilerek bu yöntem için uygun bir aşım yüzdesi elde edilene kadar grafik çizdirilebilir.

SEKİL 3.2

Bu yazılım programı çalıştırıldığında program için gerekli olan değerler girilerek Kısım 3.3' teki sistem 2 için KDY yöntemi ve Genelleştirilmiş Kontrol tasarım yöntemi $y(t)$ kapalı çevrim çıkış işareti ve $u(t)$ kontrol işareti çizdirilerek karşılaştırılır. Şekil 3.3 ve Şekil 3.4 için yazılım programlarında benzer şekilde çalışır.

SEKİL 4.1

Bu yazılım programı çalıştırıldığında uygulama 1 için gerekli olan bilgiler girilerek Kısım 4.2' deki Şekil 4.1, Şekil 4.2 ve Şekil 4.3 otomatik olarak elde edilir.

SEKİL 4.4

Bu program çalıştırıldığı anda otomatik olarak Şekil 4.4 elde edilir. Program bilgileri yazılımın içinde girilmiş durumdadır.

SEKİL 4.5

Bu yazılım programı çalıştırıldığında uygulama 4 için gerekli olan bilgiler girilerek Kısım 4.2' deki Şekil 4.5, Şekil 4.6 ve Şekil 4.7 otomatik olarak elde edilir.

SEKİL 4.8

Bu proğramda uygulama 4 için gerekli tüm bilgiler önceden girilmiştir. Bu nedenle proğram çalıştırıldığı anda Şekil 4.8 otomatik olarak elde edilir.



ÖZGEÇMİŞ

ÖCAL Ömür

1978 yılında Burdur’ da doğdu. Liseyi İzmir’ de bulunan Buca Teknik ve Endüstri Meslek Lisesi bilgisayar bölümünü bitirdikten sonra 1996 yılında Eskişehir’ de Osmangazi Üniversitesi Elektrik & Elektronik Mühendisliği Bölümü’nü okumaya hak kazandı. 2001 yılında bu bölümden mezun olduktan sonra aynı yıl içinde İ.T.Ü Elektrik Mühendisliği anabilim dalı Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programında yüksek lisans öğrencisi oldu.

