

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

**GAZ TÜRBİNLİ MOTORLARIN ROTORDİNAMİK ANALİZLERİNİN ESNEK  
MODELLERLE İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Yiğit Can EREN  
(503191316)**

**Makine Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Malzeme ve İmalat Mühendisliği Programı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ata MUĞAN**

**AĞUSTOS 2023**



**ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY★ GRADUATE SCHOOL**

**INVESTIGATION OF ROTORDYNAMIC ANALYSIS OF GAS TURBINE  
ENGINES WITH FLEXIBLE MODELS**



**M.Sc.Thesis**

**Yiğit Can EREN  
(503191316)**

**Department of Mechanical Engineering  
Material and Manufacturing Programme**

**Thesis Advisor: Prof. Dr. Ata MUĞAN**

**AUGUST 2023**



İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 503191316 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Yiğit Can EREN, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “GAZ TÜRBİNLİ MOTORLARIN ROTORDİNAMİK ANALİZLERİNİN ESNEK MODELLERLE İNCELENMESİ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

**Tez Danışmanı:** **Prof. Dr. Ata Muğan** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri:** **Prof. Dr. Hakan Ersoy** .....  
Akdeniz Üniversitesi

**Dr. Öğretim Üyesi Oğuz Altay** .....  
İstanbul Teknik Üniversitesi

**Teslim Tarihi** : 19 Ağustos 2023  
**Savunma Tarihi** : 28 Ağustos 2023





*Aileme ve sevdiklerime,*



## ÖNSÖZ

Bu tez İstanbul Teknik Üniversitesi'nde Makine Mühendisliği alanında yüksek lisans tez çalışmamın bir sonucudur.

Bu tez kapsamında yapılan çalışmanın hem akademik bilginin hem de sanayi tecrübesinin birleştirilerek, havacılık gaz türbinli motorları konusunda çalışan araştırmacılar ve mühendisler için bir başucu kaynağı olması amaçlanmıştır.

Bugünlere gelmem de emek harcayan her zaman varlıklarıyla güç bulduğum annem, babam ve kardeşime;

Tez sürecinde her zaman yanımda olan ve tezlerimizi yazdığımız Mayıs 2023'te en büyük dert ortağım olan kız arkadaşım Oben Sena Uyanık'a;

Süreç boyunca iyi niyeti ve tecrübesiyle her zaman yol gösteren ve hem insanlığı hem de teknik bilgisiyle vizyonumu genişleten tez danışmanım Sn. Prof. Dr. Ata Muğan'a teşekkür ediyor ve şükranlarımı sunuyorum.

Ağustos 2023

Yiğit Can Eren  
Makine Mühendisi



## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

|                                                               |       |
|---------------------------------------------------------------|-------|
| ÖNSÖZ .....                                                   | ix    |
| İÇİNDEKİLER .....                                             | xii   |
| KISALTMALAR .....                                             | xiii  |
| SEMBOLLER .....                                               | xv    |
| ÇİZELGE LİSTESİ.....                                          | xviii |
| ŞEKİL LİSTESİ.....                                            | xix   |
| ÖZET .....                                                    | xxii  |
| SUMMARY .....                                                 | xxiii |
| 1. GİRİŞ .....                                                | 1     |
| 2. GAZ TÜRBİNLİ MOTORLAR .....                                | 7     |
| 2.1 Gaz Türbinli Motorların Çalışma Prensibi.....             | 9     |
| 2.1.1 Basınç sıcaklık hacim ilişkisi.....                     | 9     |
| 2.1.2 Hız-basınç dağılımı .....                               | 11    |
| 2.2 Turbojet Motorlar .....                                   | 12    |
| 2.2.1 Motor bileşenleri .....                                 | 13    |
| 2.2.1.1 Hava alığı .....                                      | 13    |
| 2.2.1.2 Kompresör.....                                        | 14    |
| 2.2.1.3 Yanma odası.....                                      | 16    |
| 3. ROTORDİNAMİK .....                                         | 19    |
| 3.1 Rotordinamik Tanımı .....                                 | 19    |
| 3.2 Problem Tanımı.....                                       | 20    |
| 3.3 Parametreler .....                                        | 20    |
| 3.3.1 Rulman .....                                            | 20    |
| 3.3.2 Şaft .....                                              | 23    |
| 3.3.3 Titreşim kuvvetleri.....                                | 24    |
| 3.3.3.1 Burulma titreşim kuvvetleri .....                     | 24    |
| 3.3.3.2 Boyuna titreşim kuvvetleri.....                       | 24    |
| 3.3.3.3 Yanal titreşim kuvvetleri.....                        | 25    |
| 3.3.4 Rotordinamik etkiler .....                              | 25    |
| 3.3.4.1 Savrulma dönme hareketi (Whirling).....               | 25    |
| 3.3.4.2 Jiroskopik sertleştirme etkisi.....                   | 26    |
| 3.3.4.3 Modlar .....                                          | 26    |
| 3.3.4.4 Yörüngeler.....                                       | 28    |
| 3.3.4.5 Jiroskopik etki ve kütle etkisi.....                  | 29    |
| 3.3.4.6 Sönümlenme.....                                       | 31    |
| 3.3.4.7 Yatak katılığının etkileri .....                      | 32    |
| 4. DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZ YÖNTEMİ.....                       | 33    |
| 4.1 Doğrusal Olmayan Analiz Yönteminin Matematik Modeli ..... | 34    |
| 4.2 Sonuçlar ve Parametrik Çalışma .....                      | 41    |
| 4.2.1 Bilya sayısı (Nb) .....                                 | 41    |
| 4.2.1.1 6 bilyalı rulman ile hareket sonuçları.....           | 42    |
| 4.2.1.2 7 bilyalı rulman ile hareket sonuçları.....           | 46    |

|                                                                           |            |
|---------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.2.1.3 8 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                      | 51         |
| 4.2.1.4 9 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                      | 55         |
| 4.2.1.5 10 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                     | 60         |
| 4.2.1.6 12 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                     | 64         |
| 4.2.1.7 15 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                     | 69         |
| 4.2.2 Radyal İç boşluk.....                                               | 73         |
| 4.2.2.1 10 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları .....  | 73         |
| 4.2.2.2 15 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları .....  | 78         |
| 4.2.2.3 7.5 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları ..... | 83         |
| 4.2.2.4 20 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları .....  | 88         |
| 4.2.3 Disk kütlesi (md) .....                                             | 92         |
| 4.2.3.1 1 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                     | 93         |
| 4.2.3.2 1.401 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                 | 97         |
| 4.2.3.3 2 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                     | 102        |
| 4.2.3.4 2.5 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                   | 106        |
| 4.2.3.5 4 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                     | 111        |
| <b>5. DOĞRUSAL ANALİZ YÖNTEMİ .....</b>                                   | <b>117</b> |
| 5.1 Sonuçlar ve Parametrik Çalışma .....                                  | 121        |
| 5.1.1 Bilya sayısı (Nb).....                                              | 122        |
| 5.1.1.1 6 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                      | 122        |
| 5.1.1.2 7 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                      | 125        |
| 5.1.1.3 8 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                      | 128        |
| 5.1.1.4 9 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                      | 132        |
| 5.1.1.5 10 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                     | 135        |
| 5.1.1.6 12 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                     | 138        |
| 5.1.1.7 15 bilyalı rulman ile hareket sonuçları .....                     | 141        |
| 5.1.2 Radyal İç boşluk.....                                               | 144        |
| 5.1.2.1 10 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları .....  | 145        |
| 5.1.2.2 15 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları .....  | 148        |
| 5.1.2.3 7.5µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları .....  | 152        |
| 5.1.2.4 20 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları .....  | 155        |
| 5.1.3 Disk kütlesi (md).....                                              | 158        |
| 5.1.3.1 1 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                     | 159        |
| 5.1.3.2 1.401 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                 | 162        |
| 5.1.3.3 2 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                     | 165        |
| 5.1.3.4 2.5 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                   | 169        |
| 5.1.3.5 4 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları .....                     | 172        |
| <b>6. SONUÇLAR .....</b>                                                  | <b>177</b> |
| <b>KAYNAKLAR.....</b>                                                     | <b>185</b> |
| <b>ÖZGEÇMİŞ .....</b>                                                     | <b>189</b> |

## KISALTMALAR

|      |                         |
|------|-------------------------|
| FFT  | :Hızlı Foruier Dönüşümü |
| Rpm  | :Devir (Hız)            |
| $V$  | :Uçan aracın hızı       |
| $L$  | :Çubuk uzunluğu         |
| $E$  | :Elastisite modülü      |
| $EI$ | :Eğilme rijitliği       |
| $G$  | :Kayma modülü           |
| $D$  | :Bilya çapı             |



## SEMBOLLER

|                         |                                                          |
|-------------------------|----------------------------------------------------------|
| $u$                     | :Dönen mil elemanın yer değıştirme vektörü               |
| $\dot{u}$               | :Hız vektörü                                             |
| $\ddot{u}$              | :İvme vektörü                                            |
| $\{M\}$                 | :Kütleyi temsil eden matrisi                             |
| $\{C\}$                 | :Sönümü temsil eden matrisi                              |
| $\{K\}$                 | :Sertliği temsil eden matrisi                            |
| $F(t)$                  | :Harici kuvvetler                                        |
| $\eta_v$                | :Volümetrik verim                                        |
| $\{\dot{m}\}_{\{air\}}$ | :Motordan geçen hava kütle debisini                      |
| $\dot{m}_f$             | :Tüketilen yakıt debisi                                  |
| $V_j$                   | :Turbojet motorun nozulunda çıkan gazların ortalama hızı |
| $\Omega$                | :Diskin x yönündeki dönüş hızı                           |
| $\psi$                  | :y yönündeki eğim açısı                                  |
| $\theta$                | :z yönündeki eğim açısı                                  |
| $J_p$                   | :Dönme eksenini yönünde kutupsal kütle atalet momenti,   |
| $J_T$                   | :Enine atalet momenti                                    |
| $H$                     | :Açısal momentum                                         |
| $\psi$                  | :Açısal hız                                              |
| $\theta$                | :Açısal momentum                                         |
| $P$                     | :Yoğunluk                                                |
| $n$                     | :Devir sayısı                                            |
| $F$                     | :Kuvvet                                                  |
| $k$                     | :Rotorun yanal esnekliğinin hesaplanması                 |
| $(s)$                   | :Karmaşık frekans değışkenidir                           |
| $X(s)$                  | :Yer değıştirme Laplace dönüşümü                         |
| $F(s)$                  | :Uyarma kuvvetinin Laplace dönüşümü                      |
| $k_b$                   | :Sertlik katsayısı                                       |
| $x_b$                   | :Bilyalı yatakların yer değıştirmesi                     |
| $F_x$                   | :Eksenel yönlerde kiriş e etki eden dış kuvvetler        |
| $F_\theta$              | :Enine yönlerde kiriş e etki eden dış kuvvetler          |
| $\varepsilon_x$         | :Eksenel birim uzama                                     |
| $\varepsilon_w$         | :Enine birim uzama                                       |
| $K$                     | :Timoshenko kayma düzeltme faktörü                       |

|                |                                               |
|----------------|-----------------------------------------------|
| $f_x$          | :Eksenel yönde kirişe etki eden dış kuvvetler |
| $f_\theta$     | :Enine yönde kirişe etki eden dış kuvvetler   |
| $\sigma$       | :Eksenel gerilme                              |
| $\sigma_b$     | :İlk eksenel gerilme                          |
| $\tau$         | :Enine kayma gerilme                          |
| $\delta_{ij}$  | :Kronecker deltası                            |
| $\eta$         | :Kayma düzeltme faktörü                       |
| $K_{ij}$       | :Temas sertliği                               |
| $x_i$ ve $x_j$ | :Yatak konumları                              |
| $u(x,t)$       | :Kirişin eksenel yer değiştirmesi             |
| $v(x,t)$       | :Kirişin enine yer değiştirmesidir,           |
| $\theta(x,t)$  | :Kirişin dönme açısıdır,                      |
| $J$            | :Burulma sabiti,                              |
| $\alpha$       | :Çarpma fonksiyonu                            |
| $F_k$          | :Kuvvet katsayılarıdır                        |
| $k_d$          | :Yatağın rijitlik katsayısı                   |
| $c_d$          | :Yatağın sönümleme katsayısı                  |
| $k_c$          | :Rijitlik katsayısı                           |
| $c_c$          | :Sönümleme katsayı                            |
| $x_k$          | :k'inci topun yer değiştirmesidir             |
| $\omega$       | :Şaftın dönme hızı                            |
| $m_d$          | :Disk kütlesi                                 |
| $\gamma$       | :Radyal iç boşluk                             |
| $N_b$          | :Bilya Sayısı                                 |
| $m_1$          | :1.rulman kütlesi                             |
| $m_2$          | :2.rulman kütlesi                             |
| $c$            | :Şaft sönüm katsayısı                         |
| $k$            | :Şaft katılığı                                |
| $W_r$          | :Rotor açısal hızı                            |
| $D_i$          | :Rulman bilezik iç çapı                       |
| $D_o$          | :Rulman bilezik dış çapı                      |
| $D_r$          | :Rotor çapı                                   |
| $I_d$          | :Disk radyal ataleti                          |
| $I_p$          | :Disk polar ataleti                           |

## ÇİZELGE LİSTESİ

### Sayfa

|                                                                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Çizelge 3.1:</b> Merkez disk rotoru için değişen disk kütlesi ve yarıçapının etkileri.....                                     | 30  |
| <b>Çizelge 3.2:</b> Radyal rotor için değişen disk kütlesi ve yarıçapının etkileri .....                                          | 31  |
| <b>Çizelge 4.1:</b> Doğrusal olmayan analiz yönteminin kullanıldığı Model 1’de ait parametreler ve değişkenler .....              | 41  |
| <b>Çizelge 4.2:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....                       | 42  |
| <b>Çizelge 4.3:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....                       | 46  |
| <b>Çizelge 4.4:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....                       | 51  |
| <b>Çizelge 4.5:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....                       | 55  |
| <b>Çizelge 4.6:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....                      | 60  |
| <b>Çizelge 4.7:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....                      | 64  |
| <b>Çizelge 4.8:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....                      | 69  |
| <b>Çizelge 4.9:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 10 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....   | 73  |
| <b>Çizelge 4.10:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 15 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....  | 78  |
| <b>Çizelge 4.11:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 7.5 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi..... | 83  |
| <b>Çizelge 4.12:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 20 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....  | 88  |
| <b>Çizelge 4.13:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 1 kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....      | 93  |
| <b>Çizelge 4.14:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 1.401 kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....  | 97  |
| <b>Çizelge 4.15:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 2 kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....      | 102 |
| <b>Çizelge 4.16:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 2.5 kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....    | 106 |
| <b>Çizelge 4.17:</b> Model 1’e ait Matlab kodunda 4 kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....      | 111 |
| <b>Çizelge 5.1:</b> Doğrusal analiz yönteminin kullanıldığı Model 2’de ait parametreler ve değişkenler .....                      | 121 |
| <b>Çizelge 5.2:</b> Model 2’ye ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....               | 122 |
| <b>Çizelge 5.3:</b> Model 2’ye ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....               | 125 |
| <b>Çizelge 5.4:</b> Model 2’ye ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....               | 128 |
| <b>Çizelge 5.5:</b> Model 2’ye ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....               | 132 |

|                                                                                                                                    |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Çizelge 5.6:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....               | 135 |
| <b>Çizelge 5.7:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....               | 138 |
| <b>Çizelge 5.8:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....               | 141 |
| <b>Çizelge 5.9:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 10 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi .....  | 145 |
| <b>Çizelge 5.10:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 15 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi ..... | 148 |
| <b>Çizelge 5.11:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 7.5 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi..... | 152 |
| <b>Çizelge 5.12:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 20 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi ..... | 155 |
| <b>Çizelge 5.13:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 1 kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi .....      | 159 |
| <b>Çizelge 5.14:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 1.401 kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi .....  | 162 |
| <b>Çizelge 5.15:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 2 kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi .....      | 165 |
| <b>Çizelge 5.16:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 2.5 kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi .....    | 169 |
| <b>Çizelge 5.17:</b> Model 2'ye ait Matlab kodunda 4 kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.....       | 172 |
| <b>Çizelge 6.1:</b> Model 2'ye ait rulman yörüngesi, disk yörüngesi ve disk hareketi grafikleri.....                               | 178 |
| <b>Çizelge 6.2:</b> Model 1'e ait rulman yörüngesi, disk yörüngesi ve disk hareketi grafikleri.....                                | 179 |
| <b>Çizelge 6.3:</b> Model 1 ve Model 2'ye ait grafiklerin karşılaştırılması.....                                                   | 180 |
| <b>Çizelge 6.4:</b> Model 2'de bulunmayan fakat Model 1'in grafik üretebildiği tasarım çıktıları .....                             | 182 |

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

|                                                                                                                                          |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 1.1: Havacılık alanında kullanılan gaz türbinli motorları tasarım süreci .....                                                     | 2   |
| Şekil 2.1: Turbofan tipindeki bir turbojet motorun genel gösterimi.....                                                                  | 7   |
| Şekil 2.2: Gaz türbinli motor ve istasyonlarının hava akışıyla gösterimi.....                                                            | 8   |
| Şekil 2.3: Bir ısı makinesi olarak turbojet gaz türbin motorunun gösterimi .....                                                         | 9   |
| Şekil 2.4: Brayton döngüsüne ait P-V ve T-S diyagramları.. .....                                                                         | 10  |
| Şekil 2.5: Brayton çevrimine ait P-V ve T-S diyagramının motor bileşenleri üzerinde gösterimi.....                                       | 11  |
| Şekil 2.6: Turbojet motorun hava akışı gösterilmeden kesit halde modüler gösterimi ..                                                    | 13  |
| Şekil 2.7: Ticari turbofan motorlara ait bir hava alığının perspektif görünüşü .....                                                     | 14  |
| Şekil 2.8: Turbojet motor kesitinin hava akışı ile gösterimi.....                                                                        | 14  |
| Şekil 2.9: Kompresöre ait şaft üzerine montajlanmış rotor modüllerinin (solda) ve stator modülünün (sağda) demonte halde gösterimi ..... | 15  |
| Şekil 2.10: Kompresöre ait rotor ve statorun montajlanmış halde gösterimi .....                                                          | 15  |
| Şekil 2.11: Kompresöre ait statorun kesit olarak gösterimi.....                                                                          | 16  |
| Şekil 2.12: Yanma odasının modüler olarak gösterimi .....                                                                                | 16  |
| Şekil 2.13: Türbinin şafta montajlı halde modüler gösterimi .....                                                                        | 13  |
| Şekil 3.1: Bilyalı rulmanın tekil olarak gösterimi .....                                                                                 | 21  |
| Şekil 3.2: Masuralı rulmanın tekil olarak gösterimi .....                                                                                | 21  |
| Şekil 3.3: Temas tipine göre farklı rulman tasarımları .....                                                                             | 22  |
| Şekil 3.4: Şaftın türbinle montajlanmış halde gösterimi .....                                                                            | 25  |
| Şekil 3.5: Türbinle montajlanmış haldeki şaftın, kesit haldeki kompresör içerisinde pozisyonunun gösterimi .....                         | 25  |
| Şekil 3.6: Dönen bir disk için açısız momentum parametreleri.....                                                                        | 26  |
| Şekil 3.7: Silindirik modlar.....                                                                                                        | 27  |
| Şekil 3.8: Konik modlar.....                                                                                                             | 28  |
| Şekil 3.9: Yörünge eğrisi .....                                                                                                          | 28  |
| Şekil 3.10: Sırasıyla merkez diskli ve radyal diskli rotor gösterimi.....                                                                | 29  |
| Şekil 4.1: Rotor Bilyalı yatak sisteminin matematiksel gösterimi .....                                                                   | 33  |
| Şekil 4.2: Bilyalı rulmanın şematik gösterimi .....                                                                                      | 34  |
| Şekil 4.3: Doğrusal olmayan modele ait matematik modelin akış diyagramı .....                                                            | 35  |
| Şekil 5.1: Tipik element ve koordinat sistemi .....                                                                                      | 117 |
| Şekil 5.2: Rotor grubunun analiz için basitleştirilerek şematize edilmesi.....                                                           | 118 |
| Şekil 5.3: Doğrusal modele ait matematik modelin akış diyagramı.....                                                                     | 118 |



## GAZ TÜRBİNLİ MOTORLARIN ROTORDİNAMİK ANALİZLERİNİN ESNEK MODELLERLE İNCELENMESİ

### ÖZET

Gaz türbinli motorlar kendi aralarında farklı sınıflara ayrılmakla beraber, bu motorlar çekirdek motor üzerine eklenen özelliklerle beraber birbirlerinden ayrılmaktadırlar. Gaz türbinli motorlar, türbin komponentine sahip motorları kapsayacak şekilde çok geniş bir motor ailesini tanımlar.

Bugün içinde yaşadığımız dünyanın verim ve enerji ihtiyacı günümüz mühendisliğinin sınırlarını zorlanmasını da beraberinde getirmektedir. Bunun için ise mühendislik ürünlerinin git gide daha iyi, daha verimli, daha maliyet-etkin daha çevre dostu bir hale gelmesi beklenmektedir. Tüm bu isterleri sağlamak için ise mühendislik çalışmasını bir ürün olarak ele almamızı sağlayan tasarım, analiz, üretim, geliştirme, test ve entegrasyon aşamalarını sürekli olarak optimize edecek ve ek olarak günümüz mühendisliği en önemli sınırlarından biri olan malzemenin dayanabileceği çalışma ve mukavemet sınırına yaklaştıracak ve de zaman ve maddi kısıtları zorlamayacak daha iyi analiz ve mühendislik yöntemlerine olan ihtiyaç ortaya çıkmaktadır. Bu sorun ise bu tez kapsamında gaz türbinli motorların tasarım sürecindeki rotordinamik sınırların daha iyi belirlenebilmesi konusuna yoğunlaşarak ele alınmış olacaktır.

Ancak gaz türbinli motorlar günümüz dünyasında malzemelerin dayanım sınırı ile endüstrinin zaman ve maliyet kısıtlarıyla sınırlanmaktadır. Bir gaz türbinli motorun tasarım süreci farklı adımların birbirine girdi yaparak katkı sağlamasıyla ilerler. Çoğu zaman bu adımların belli bir olgunluk seviyesine ulaşması bir sonraki adımların başlaması için yeterli olur. Bu tez çalışmasında, rotordinamik hesaplamalar ve sınırlamaların daha doğru değerlendirilmesi için, doğrusal ve doğrusal olmayan olmak üzere iki farklı analiz metoduna ait matematiksel modellerin birbirleriyle karşılaştırılması ve böylelikle hangisinin daha tutarlı ve literatürde daha önce değerlendirilmiş sonuçlara yakınsadığı incelenmiştir. Bu sayede de bir havacılık gaz türbinli motorunun tasarım sürecine girdi yapacak şekilde ön tasarım sürecine harcanacak zamanın kısaltılmasına katkı sağlanması amaçlanmıştır.

Bunun için ise, rotor dinamiği hesaplamaları için yukarıda da bahsedildiği gibi 2 temel yöntemin karşılaştırılması yoluna gidilmiştir. Bir gaz türbinli rotorunun tasarımında rotor dinamiği, farklı motor parametrelerindeki optimum çalışma hızı ve tehlikeli çalışma sınırlarının belirlenmesi açısından son derece önemlidir. Bu sınırların yanlış belirlenmesi veya belirlenmemesi durumunda motor hasara uğrayıp fonksiyonunu yerine getirememesine ek olarak, kullanıldığı platform ve çevresi için son derece ciddi maddi kayıplara, zaman kaybına ve can kaybına sebep olabilmektedir.

Bu olumsuz durumların önüne geçmek için de rotordinamik sınırların ve hesaplama yöntemlerinin doğru ve kullanılabilir bir şekilde karşılaştırılması için bu çalışmada, tasarım sürecindeki yol haritasının daha verimli gelmesine yardımcı olacak şekilde farklı yöntemler birbiriyle karşılaştırılmıştır. Günümüz mühendislik dünyasında 4 ana başlık altında ilerleyerek motor tasarımı süreci tamamlanmaktadır. Bunlar; konsept

tasarım, ön tasarım, nihai tasarım ve detay tasarım süreçleridir. Tasarım süreci ilerledikçe farklı disiplinlere ve bileşenlere ait çalışmalar belli bir olgunluğa ulaştıkça bu çalışmalar birbirini besleyerek ilerler. Ancak bazı çalışmalar doğası ve karmaşıklığı gereği daha fazla mühendislik saatine ihtiyaç duyarken, bazı çalışmalar daha kısa sürede sonuçlanmaktadır. Bununla birlikte bu uzun soluklu mühendislik çalışmalarının çıktıları, kısa dönemli tasarım süreçlerine girdi sağlayacak ise, kısa sürede tamamlanması mümkün olan tasarım adımlarının, uzun süreli iş kalemelerini beklemesinden dolayı, genel pencerede tüm tasarım sürecinin uzun ve maliyetli olduğu bir sonuçla karşı karşıya kalırız. Başka bir ifadeyle; aynı anda başlayan gaz türbin motora ait alt tasarım süreçlerinde, diğer tasarım gruplarına ön çalışma yapacak şekilde donmuş bir tasarım limiti için girdi sağlanması, diğer tasarım grupları bu limitler ile sürece devam ederken yataklama konusunda diğer tasarım süreçlerinin bitiş süresini de etkilemeyecek bir şekilde çalışmasına imkân sağlayacak metotlar geliştirilmesi hedeflenmiştir. Genel olarak makinalarda dengesizlik ve dengesizliğin kabul edilebilir seviyelerde görülme yöntemleri iyi biliniyor olmasına rağmen bu adımlar makinalarındaki dengesizlik probleminin kontrol altına alınabilmesi için ön aşamaları oluşturmaktadır. Bu durumun önüne geçmek ve mühendislik açısından daha maliyet-etkin bir tasarım süreci ortaya koymak adına da bu süreçlerin kısaltılması hedeflenmiştir. Bu amaçla bu çalışma kapsamında ele alınan doğrusal ve doğrusal olmayan analiz matematik modellerine ait denklemler koda dökülerek bu kodların sonuçları grafikleştirilmiş ve rulman ile şaft hareketi görselleştirilmiş, sonrasında ise farklı parametrelere bağlı olarak bu hareketlerin nasıl değiştiği incelenmiş ve yorumlanmıştır. Doğrusal ve doğrusal olmayan matematik modeller birbirleriyle kıyaslanırken hazırlanan kodlardaki parametrelerden, rulmana ait bilya sayısı ve radyal boşluk baz alınırken, gaz türbinli motora ait özelliklerden disk kütlesi hesaba katılmış ve seçilen bu 3 parametre üzerinden bu iki modelin grafik çıktıları ile rulman ve şaft deplasmanı incelenmiştir. Bu 3 parametreye ek olarak hazırlanan bu hesaplama aracı ile ihtiyaç duyulduğu anda elastisite modülü, rulman iç ve dış çapı, dengesiz ağırlık, bilya katılığı, disk eylemsizlik momentleri, şaft katılığı, şaft sönümü, rulman ağırlığı ve hız (rpm) parametrelerinin hesaba katılması yeteneği de kazanılmıştır.

Son olarak ise, disiplinler arası ve motor komponentleri arası mühendislik çalışmalarının daha verimli ve daha hızlı ilerleyebilmesi için hedeflenmiştir. Bu hedef için ise çalışma şaft ve rulman tasarımı konusunda konsept olarak yapılan çalışmaların bir ön incelemesine yönelmiştir. Bu konsept ve karşılaştırmanın parametreleri ve sonuçlarıyla beraber ortaya konulması için rotordinamik çalışma koşullarının incelenmesinde kullanılan matematiksel modellerin karşılaştırılması ile gaz türbinli motor tasarım sürecine girdi sağlayabilecek bir inceleme yapılmıştır.

## **INVESTIGATION OF ROTORDYNAMIC ANALYSIS OF GAS TURBINE ENGINES WITH FLEXIBLE MODELS**

### **SUMMARY**

While gas turbine engines are divided into different classes, these engines are differentiated from each other by the features added to the core engine. Gas turbine engines define a very large family of engines, including engines with turbine components.

The efficiency and energy need of the world we live in today bring the limits of today's engineering. For this, engineers are expected to make engineering products better, more efficient, more cost-effective and more environmentally friendly. In order to meet all these requirements, it will continuously optimize the design, analysis, production, development, testing and integration stages that enable us to consider the engineering work as a product, and in addition, it will approach the work and strength limit that the material can withstand, which is one of the most important limits of today's engineering, and time. There is a need for better analysis and engineering methods that will not push financial and financial constraints. This problem will be addressed within the scope of this thesis by focusing on the better determination of rotordynamic limits in the design process of gas turbine engines.

However, in today's engineering world, gas turbine engines are expected to be more cost-effective due to the durability limits of materials and the time and cost constraints of industry. The design process of a gas turbine engine progresses with the continuous contribution of different engineering steps and studies. In the scope of this study, it is aimed to determine the appropriate method and to prepare a calculation tool for rotordynamic calculations, which need to reach a certain maturity to start the next step, to make an input to direct studies such as bearing number, position, bearing stiffness with the outputs of this study. In order to provide these inputs, within the scope of this thesis, in order to evaluate the rotordynamic calculations and limitations more accurately, the mathematical models of two different analysis methods, linear and nonlinear, were compared with each other, and thus it was examined which one is more consistent and converges to the results previously evaluated in the literature. While doing this, the equations of the 2 models were first coded in matlab and then visual graphics were obtained from these codes. After this process, the codes of the 2 mathematical models were examined over 3 main parameters, namely the number of balls, disk mass and radial clearance, and it was examined how which model graphs which parameter change. Thus, it is aimed to compare the 2 main rotordynamic analysis models in order to contribute to shorten the preliminary design process to make an aviation gas turbine engine more efficient, and to complete the engineering studies in a shorter time.

For this purpose, as mentioned above, two basic methods used in rotor dynamics calculations were compared. In the design of a gas turbine rotor, rotor dynamics is extremely important in terms of determining the optimum operating speed and

dangerous operating limits for different engine parameters. If these limits are incorrectly determined or not determined at all, it may cause serious material losses, loss of time, loss of life on the platform and its surroundings, as well as undesirable results such as low efficiency, low power capacity, high vibration. In order to prevent these negative situations, in this study, it is aimed to contribute to making the roadmap of the design process more efficient by comparing different methods with each other and comparing rotordynamic limits and calculation methods in an accurate and usable way.

In today's world, the engine design process is completed under four main headings: concept design, preliminary design, final design and detail design. As the design process progresses, these studies progress by feeding and updating each other as different engineering disciplines and the designed engine components reach a certain maturity. In this way, it is aimed to reach the most productive, cost-effective and optimum product design in a cycle. However, while some studies can be carried out in a short time with lower costs and higher efficiency, some studies such as rotordynamic, which is the subject of this thesis, take longer time due to its originality and the criticality of know-how on this subject, while other steps wait for the engineering results on this subject. causes a waste of time.

To achieve these goals, engineering design and analysis must be optimized and new methods and techniques developed that will enable engineers to better understand the limitations of design methodologies used in gas turbine engines. This will require a multidisciplinary approach that takes into account a number of factors, including aerodynamics, thermodynamics, materials science and rotor dynamics. In this study, the rotor dynamics of gas turbine engines, which are of great importance especially in the design process, are emphasized. The ability to accurately predict the optimum operating speeds and hazardous operating limits of gas turbine rotors is critical to ensuring these engines perform their intended function effectively, efficiently, cost-effectively and safely.

To achieve this, different linear and nonlinear mathematical models associated with various analysis methods are compared in order to evaluate and select the most consistent and literate result in the analysis of rotor dynamics calculations and limitations.

With this study, it is aimed to shorten the preliminary design process, which will significantly increase the efficiency of the design process and reduce the cost and time required for the design of gas turbine engines. It is also hoped to identify new approaches and technologies that can be used to further optimize the design and operation of these motors, helping to meet the ever-increasing demand for energy and efficiency in the modern world. In doing so, two models, linear and nonlinear mathematical models, were compared with each other. For this comparison, flow charts of the mathematical models of the 2 methods were prepared, respectively, and then these models were mathematically shown with equations and the expressions in these equations were defined. In step 3, these models were written in the matlab environment and the results were visualized as bearing and shaft movements. Finally, in order to examine and understand how this movement is affected depending on which parameters, different variables such as the number of balls, bearing and mattress firmness were changed and the results were obtained and these results were compared with each other. Thus, it was concluded that which of the linear and non-linear analysis methods is compatible with the results previously shown in the literature and therefore

should be preferred. In conclusion, the text discusses the importance of gas turbine engines in modern engineering and the need for continuous improvement to make them more efficient, cost-effective and environmentally friendly. The design process includes different stages that must be completed in a specific order, and each component must reach a certain level of maturity before the next step can begin. This Study, on the other hand, focuses on the preliminary design process and the need for optimizing this process by delving into the rotor dynamic calculations and the evaluation method of their constraints to reduce the time required for this phase. In this study, the equations of the linear and nonlinear analysis mathematical models are coded, the results of these codes are graphically represented and the bearing and shaft motion is visualized, and then how these motions change depending on different parameters is examined and interpreted. While comparing the linear and nonlinear mathematical models, the number of balls and radial clearance of the bearing were taken as parameters in the prepared codes, while the disk mass was taken into account from the properties of the gas turbine engine, and the graphical outputs of these two models and the bearing and shaft displacement were analyzed based on these 3 parameters. In addition to these 3 parameters, this calculation tool also provides the ability to take into account the modulus of elasticity, bearing inner and outer diameter, unbalanced weight, ball stiffness, disk moments of inertia, shaft stiffness, shaft damping, bearing weight and rpm parameters when needed.

Thus, in order for interdisciplinary and inter-engine engineering studies to progress more efficiently and quickly, a preliminary review of the conceptual studies on bearing shaft and bearing design, a comparison of mathematical models used in the study of rotordynamic operating conditions to reveal the concept and comparison, as well as a calculation tool, as well as a review that can provide input during gas turbine engine design.

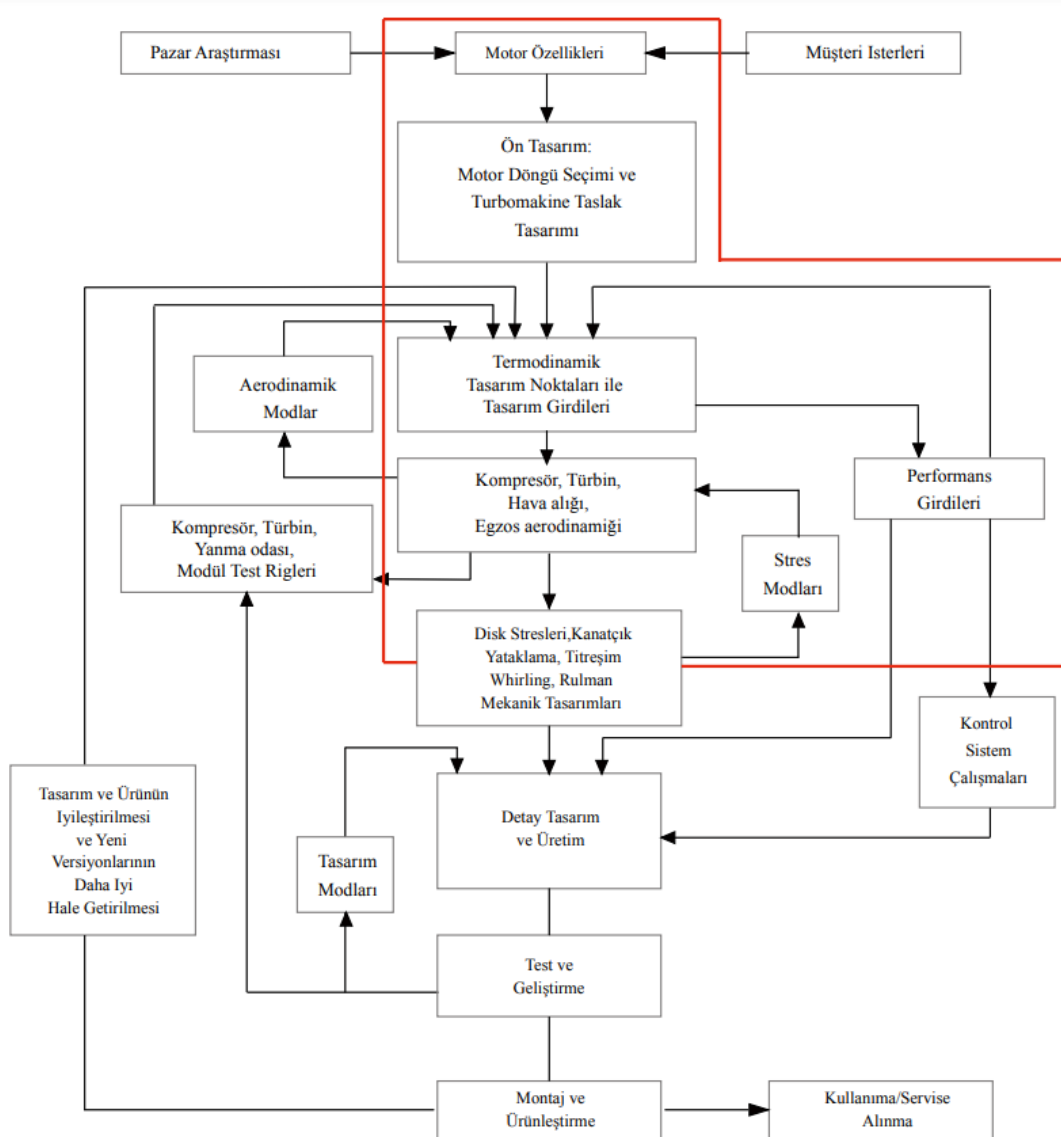


## 1. GİRİŞ

Bu tez çalışması kapsamında, gaz türbinli motorların, Turbojet/Turbofan türü gaz türbinli motorlar başta olmak üzere, bu motorlara ait yataklamalarında, yüksek devirli çalışma şartlarında oluşan sınırların tespitine, titreşim ve dengesizlik problemlerinin rotordinamik kökenli nedenlerine ve bu problemlerin çözümünde kullanılacak metotlara yoğunlaşmıştır. Çalışma esnasında rotor dinamiklerinin hesaplanmasında kullanılan parametrelere ve matematiksel modellerine değinilmiştir. Gaz türbinli motorların tasarım süreci ön tasarım ve kritik tasarım olmak üzere iki kısma ayrılır, bu iki tasarım sürecinde farklı disiplinlerin girdileri birbirlerini besleyerek motorun üretimine kadar giden yolda çeşitli iterasyonlarla isterlere uygun olacak halde optimum mühendislik ürününün ortaya çıkmasını sağlar [35]. Ancak günümüz endüstriyel dünyasında zaman kısıtı devreye girdiği zaman bu tasarım süreçlerine harcanacak mühendislik saatini en aza indirmek, hem proje maliyeti hem de proje başarı kistası açısından kritik önem arz etmektedir. Bu çalışmada da Şekil 1.1’de de gösterildiği gibi tasarım süreçleri içerisinde rotordinamik etkiler ve sınırlamalara yoğunlaşarak tasarım sürecine daha etkili ve doğrulanmış sonuçlarla girdi sağlanmasına imkân tanınması hedeflenmiştir.

Günümüzde gaz türbinli motorları iyileştirmek ve daha verimli hale getirmek için git gide daha karmaşık hesaplamalara ve bunların simülasyonlarını yapabilmek için de analiz programlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak bu programlara ihtiyaç olduğu kadar bu analiz programlarının kullanılacağı tasarım süreçlerinin de hem harcanacak zaman hem de elde edilecek mühendislik çıktısının kalitesi bakımından optimize edilerek daha verimli ve kaliteli hale gelmesine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmada da gaz türbin motor tasarım sürecinin konsept tasarım ve ön tasarım safhasındaki çalışmaların alt başlıkları olan rotordinamik hesaplamalara yoğunlaşmıştır. Bunu yaparken ise bu tez çalışması kapsamında “bilyalı rulman rotor modeli” kullanılarak bu modele ayrı ayrı doğrusal analiz yöntemi kullanan sonlu elemanlar rotor modeli ve Doğrusal olmayan analiz yöntemi kullanan esnek Timoschenko kiriş rotor modeli analiz yöntemleri uygulandığı takdirde alınan sonuçların literatürde yer alan bu

modellere ait sonuçlarla kıyaslanarak gaz türbinli motorların ön tasarım sürecinde rotordinamik çalışma koşullarının belirlenmesinde hangi yöntemin daha uygun olduğu sorusunun cevabı araştırılmıştır. Bu sayede tasarım sürecinin en başında, yataklama ve rotordinamik kaynaklı tasarım kısıtlarının mümkün olabilecek en net şekilde belirlenerek sürece girdi yapılması ve ortaya çıkacak ürüne ait limit ve kapsamların bu tez çalışmasının da konusu olan rotordinamik etkiler bakımında en az test ihtiyacı ile motor tasarım sürecinin ilk adımlarında belirlenmesi ve böyle tasarım sürecinin geri kalan kısımlarına mümkün olduğunca mühendislik girdisi yapılabilmesi amaçlanmıştır. Mühendislik aracı olarak Matlab kullanılmıştır.



**Şekil 1.1:** Havacılık alanında kullanılan gaz türbinli motorları tasarım süreci [35].

Bu tez çalışmasının amacı ve kapsamı, literatürde de daha önce yapılmış olan çalışmalardaki rotordinamik çalışmalarının ve hesaplamalarının, tasarım süreçlerine sağladıkları girdiler açısından kıyaslanması, bu çalışmalar yapılırken rotordinamik hesaplamalar için en uygun tasarım aracının belirlenmesi; ek olarak da bu çalışmayı, literatürde daha önce yapılan çalışmaların doğrusal ya da doğrusal olmayan analiz yöntemlerinden birini uygulamalarına göre göre 2 kısma ayırarak kıyaslamak ve literatürde daha önce uygulanan bu iki metodu Matlab üzerinden oluşturulan “bilyalı rulman rotor modeli” üzerinden birbirleriyle karşılaştırarak ve daha verimli olanı belirlemektir. Bu amaçla 2 adet model belirlenerek bu çalışmaların gaz türbinli motorların tasarım sürecindeki rotordinamik çalışma sınırlarının belirlenmesinde kullanımı ve bu kullanım sonucu hangisinin literatürdeki çalışmalara daha yakın sonuç verdiği kıyaslanmıştır.

Bu çalışma kapsamında kurulan hipotez ise bir gaz türbinli motorun rotordinamik davranışının modellenerek, bu modelin doğrusal olmayan ve doğrusal analiz yöntemi ile uygulandığı durumlardaki sonuçlardan hangisinin, literatürde daha önce gösterilen modeller ile aynı sonuca ulaştığı incelenerek hangisinin gaz türbinli motorların ön tasarım sürecinde kullanıma uygun bir araç olduğu irdelenmiştir. Ek olarak bu tez çalışmasında yapılan karşılaştırmalarda sadece rotor modeli baz alınmış ve stator göz ardı edilmiştir.

Bu hipotez kapsamında uygulanan metot ise yapılan çalışmaların sonlu elemanlar programlarıyla gerçekleştirilmiş ve Matlab kodlarıyla uygulanmasıdır. Literatürde daha önce yapılan çalışmalar vasıtasıyla birbirleriyle kıyaslanmışlar ve test ile doğrulama-gösterme yoluna gidilmemiş, çalışmalar mühendislik analizi yöntemi ile karşılaştırılmış ve yorumlanmıştır.

Literatürde gaz türbinli motorlarla ilgili olarak, çalışma prensipleri ve çevrimleri, imalat yöntemleri, çalışma koşulları ve de rotordinamik sınırları başta olmak üzere pek çok alanda çalışmalar daha önce de yapılmış ve literatüre kazandırılmıştır. Bununla birlikte rotordinamik sınırlar konusunda yapılan çalışmalar kendi kapsamları bakımından yol gösterici olmalarına karşın yöntemlerin, hem kapsamları bakımından birbirleri ile daha önce karşılaştırılmadığı hem de “bilyalı rulman rotor modeli” üzerinde farklı parametreler için uygulanmadığı fark edilmektedir. Bu tez kapsamında, bahsedilen “bilyalı rulman rotor modelinin” rotordinamik sınırlarının incelenmesi

amacıyla literatür incelendiğin zaman ise rotordinamik etkilerini ve çalışma koşullarını incelemek istediğimiz zaman karşımıza doğrusal olmayan analiz yöntemi kullanan esnek Timoschenko kiriş (beam) rotor modeli (model 1) ile doğrusal analiz yöntemi kullanan sonlu elemanlar rotor modeli (model 2) olmak üzere 2 temel yöntem ortaya çıkmaktadır. Literatürde bu iki analiz yöntemi ile ilgili de çalışmalar mevcut olsa da “Model 1” ve “Model 2” kendi alanlarında öne çıkmaktadırlar.

Temel olarak Model 1’de, dönen milin rotor-bilyeli yatak sisteminin dinamiği üzerindeki etkisine odaklanılmıştır. Mil, dönen Timoshenko kiriş modeli olarak ele alınarak sistemin matematiksel modellenmesi yapılmıştır [2]. Rotor dengesizliğinin radyal kuvveti, dönme hızıyla çeşitlendirilmiştir. Bilyalar ve yataklar arasındaki temas, sertliği Hertz temas deformasyon teorisi kullanılarak elde edilen doğrusal olmayan yay olarak kabul edilmiştir. Şaft için modellemeyen sonra, rulmanın yönetici denklemi türetilmiştir. Önerilen matematiksel model deneysel olarak doğrulanmıştır. Ayrıca, önerilen model daha önce yayınlanmış çalışmalarla da doğrulanmıştır. Çatallanma diyagramı ve Lyapunov üssü, sistemin durumunu dönme hızının bir fonksiyonu olarak tanımlamak için sunulmuştur. Şaftın sistem dinamiği altındaki etkisini araştırmak için Hızlı Fourier dönüşümü (FFT) ve faz yörüngesi kullanılır.

Model 2’de ise 1970’lerden beri uygulanan ve rotor sistemlerini modellemek için sonlu elemanlar yönteminin kullanımını incelenmiştir. 1970’lerden beri uygulanan ve rotor sistemlerini modellemek için sonlu elemanlar yönteminin kullanımını Timoshenko çubuk teorisi kullanılarak, dönen bir mil elemanının yüksek doğrulukla modellenmesi için sonlu eleman yöntemi kullanılarak incelenmiştir [1].

Aynı zamanda yine Model 2’de, sonlu eleman yöntemi kullanılarak dönen mil elemanlarının davranışları modellenmiştir. Bu modele göre, dönen mil elemanının hareket denklemi şu şekilde ifade edilir:

$$\{M\}\ddot{u} + \{C\}\dot{u} + \{K\}u = F(t) \quad (1.1)$$

Burada:  $u$ , dönen mil elemanının yer değiştirme vektörü,  $\dot{u}$  hız vektörü ve  $\ddot{u}$  ivme vektörlerini temsil etmektedir.  $\{M\}$ ,  $\{C\}$  ve  $\{K\}$  matrisleri sırasıyla kütle, sönüm ve sertliği,  $F(t)$  ise harici kuvvetleri temsil eder.

Model 2’de, Timoshenko çubuk teorisi kullanılarak, milin eğilmesi ve kayması gibi çeşitli deformasyon modlarının dikkate alındığı bir sonlu eleman modeli

geliştirilmiştir. Bu modelde, dönen mil elemanı, düğüm noktaları ve eleman matrisleri kullanılarak modellenmiştir. Her bir elemanın hareket denklemi, yukarıda belirtilen hareket denkleminin bir parçasıdır.

Timoshenko çubuk teorisi, çubukların eğilmesi ve kayması gibi çeşitli deformasyon modlarını dikkate alarak, yapıların gerçek davranışlarını daha doğru bir şekilde tahmin edebilir. Bu teori, dönen mil elemanlarının davranışlarının doğru bir şekilde modellenmesine yardımcı olmak için sonlu eleman yöntemi ile birleştirilmiştir.

Sonlu eleman yöntemi kullanılarak modellenen dönen mil elemanları, eğilme, kayma ve kesme gibi davranışları başarıyla tahmin edebilmiştir. Timoshenko çubuk teorisi ile birleştirilen sonlu eleman yöntemi, dönen mil elemanlarının davranışlarının doğru bir şekilde modellenmesine yardımcı olmuştur.

Rotor-bilyeli yatak sisteminin matematiksel modeli, şaft dinamiği göz önünde bulundurularak dönen bir Timoshenko kiriş modeli kullanılarak oluşturulmuştur. Yapılan çalışmada şu sonuçlar elde edilmiştir: Sistem, Jeffcott rotoru olarak modellenmiş ve dönen milin etkisi göz önünde bulundurularak Lyapunov üstel ve çatallanma diyagramı kullanılarak sistemin genel durumu tanımlanmıştır. Sonuçlar, sistemin periyodik, yarı periyodik ve düzensiz harekete sahip olduğunu göstermektedir. Milin dinamiği, bilyalı rulmanların dinamik tepkisi üzerinde bir etkiye sahiptir. Bu dinamik, bilyeli yatakların genlik tepkisi üzerinde önemli bir etkiye sahip olup, tepe genlik görünümünün frekansı her iki durumda da farklıdır.

Sunulan sonuçlar, dönen mil elemanlarının geometrik parametreleri ile malzeme özellikleri arasındaki ilişkiyi de ortaya koymaktadır. Örneğin, milin çapı ve uzunluğu, milin doğrusal elastik özellikleri üzerinde önemli bir etkiye sahiptir.

Model 2’de ise, sonlu elemanlar yöntemini kullanarak dönen bir şaftın modellenmesi üzerine odaklanmaktadır. Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak, şaftın gerilme ve eğilme momenti dağılımı hesaplanır ve sonlu eleman yönteminin doğruluğunu ve kullanılabilirliğini göstermek için birçok farklı şaft tasarımı analiz edilmiştir.

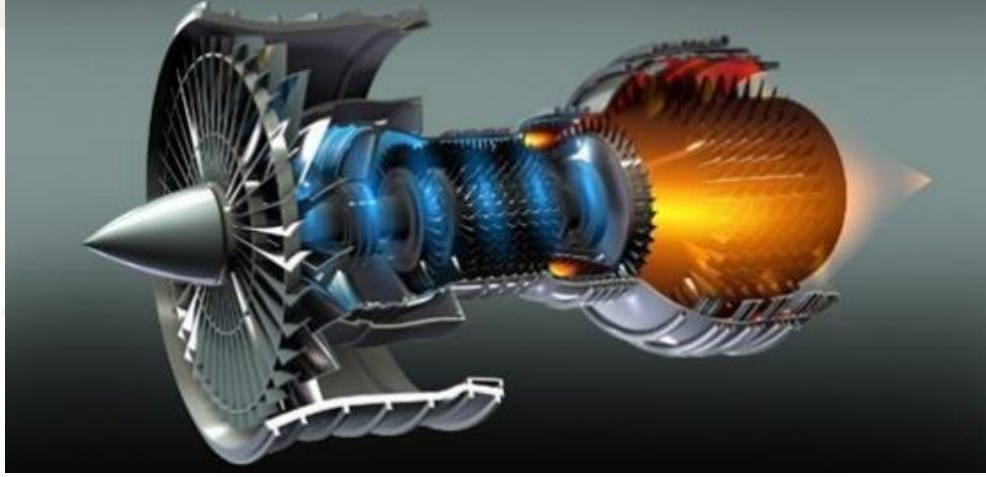
Model 1’de, rotor ve bilye rulman sisteminin Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak modellenmesine odaklanmaktadır. Sonuç olarak bilye rulman sisteminin modellenmesi için kullanılan matematiksel denklemler ve sonlu eleman yöntemi ayrıntılı olarak açıklanmakta ve sonlu eleman yönteminin doğruluğu ve kullanılabilirliği, farklı tasarımların analizi yoluyla gösterilmektedir.



## 2. GAZ TÜRBLİ MOTORLAR

Genel anlamıyla bir gaz türbinli motor, turbojet motor, buhar türbini ve güç türbinini de kapsayacak şekilde türbinden akan sıcak hava yani sıcak gaz tarafından tahrik edilmekte olan büyük bir rotora sahip bir güç motorunu ifade etmektedir [29].

Bu tez çalışmasında da gaz türbini olarak ifade edilen motor kavramı bir uçaktaki veya hava platformundaki jet motoru ile aynı işleve sahip olan türbin motorları ifade etmektedir.



**Şekil 2.1:** Turbofan tipindeki bir turbojet motorun genel gösterimi [28].

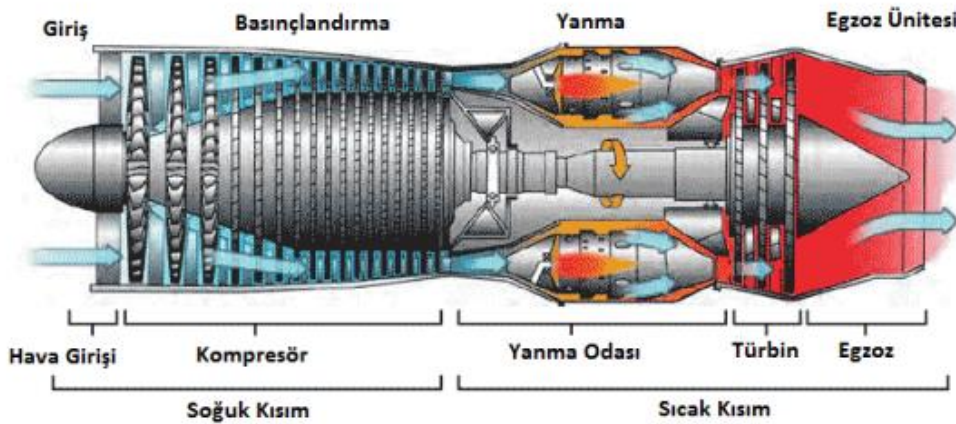
Gaz türbinli motorlar, dizel motorlar gibi geleneksel veya yaygın kullanıma sahip diğer motorlara kıyasla çok daha yüksek güç/ağırlık oranına sahiptirler [30]. Bu rekabetçi oran sayesinde hem ağırlığın ve hacmin bir kısıt olduğu uçak, askeri gemi veya enerji santrali gibi uygulamalarda hem de yüksek güç ihtiyacına ihtiyaç duyulan mühendislik çalışmalarında sıklıkla tercih edilirler.

Gaz türbinli motorlar bir diğer avantajı da başlatıldıktan birkaç dakika gibi kısa bir süre içerisinde rölanti hızına veya maksimum güç üreteceği hızlara ulaşabilmesi ve yine daha düşük güç gereksiniminin gerektiği şartlarda da kabul edilebilir sınırlar içerisinde gerekli hız seviyesine inebilmeleridir. Ayrıca gaz türbinli motorlar havacılık platformlarında ihtiyaç duyulan itkiyi üretmelerinin yanı sıra, enerji santrallerinde

basınç, debi ve elektrik üretmek için, yüksek devirleri sayesinde de ana fonksiyonlarının yanında jeneratör olarak, helikopter gibi platformlarda ise itki sistemine etkilenen bir güç türbini sayesinde tork üretmek için kullanılabilirler. Kullanılacakları platforma, istenilen güç seviyesine ve hedeflenen operasyon maliyetine göre hidrojen veya hidrojenle harmanlanmış yakıt, petrol türevlerini veya JP8, J10 gibi yakıtları da kullanabilirler [8]. Günümüzde bir gaz türbinli motor için en yüksek verimlilik rakamı %45- %50 mertebesindedir [9]. Bir gaz türbinini bir buhar türbiniyle birleştirerek bu verimlilik oranı %60'a kadar çıkabilir. Verimliliğin daha fazla artması için kompresördeki basınç oranının ve türbin kanatlarına giren hava sıcaklığının Denklem Şekil 2.1’de gösterildiği gibi daha yüksek olması gerekmektedir [31].

$$\eta_v(\{ \text{Volumetrik verim} \}) = \frac{\left\{ \{ \text{Serbest Hava Debisi} \} \left( \frac{m^3}{dk} \right) \right\}}{\left\{ \{ \text{Kompresör Yer Değiştirmesi} \} \left( \frac{m^3}{dk} \right) \right\}} \times 100 \quad (2.1)$$

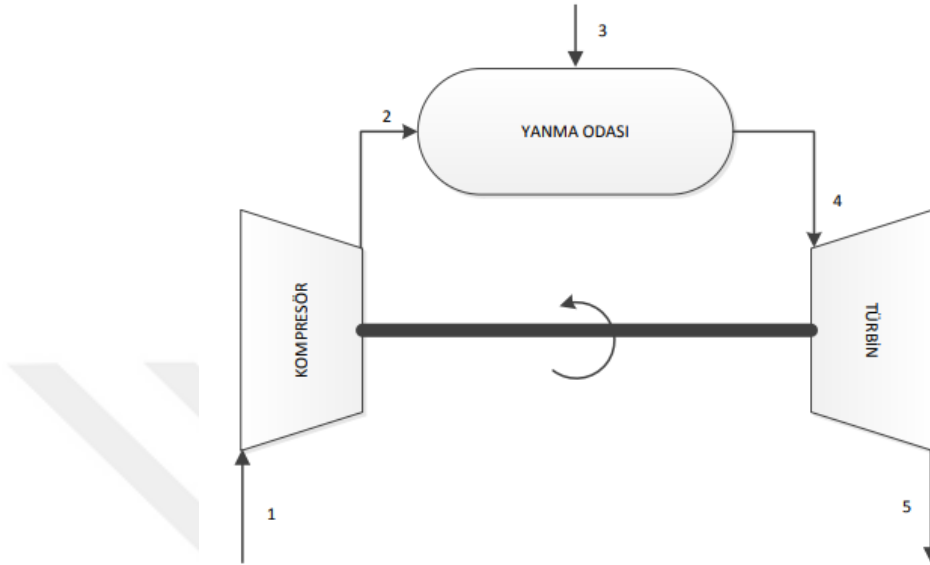
Ancak türbine giren hava sıcaklığı arttırıldıkça, türbin kanatlarındaki aşırı sıcaklıktan dolayı sürünme meydana gelmektedir. Dolayısıyla türbindeki yüksek sıcaklık dolayısıyla malzeme seçimi ve türbin imalat yöntemi gaz türbinli motorlar konusunda ana kısıtlardan biridir [8]. Bu nedenle, verimliliği arttırmak için malzemelerin iyileştirilmesi ve türbin başta olmak üzere sistem bütünündeki soğutma sisteminin iyileştirilmesi gerekmektedir. Bir gaz türbinli motorun akış hattı ve ana modülleri Şekil 2.2’de gösterilmiştir.



**Şekil 2.2:** Gaz türbinli motor ve istasyonlarının hava akışıyla gösterimi [32].

## 2.1 Gaz Türbinli Motorların Çalışma Prensibi

Gaz türbinli motorun genel çalışma prensibi temel olarak; ısı enerjisini mekanik enerjiye çeviren bir ısı motoru olarak fonksiyonunu yerine getirmesine dayanır.



**Şekil 2.3:** Bir ısı makinesi olarak turbojet gaz türbin motorunun gösterimi [33].

Gaz türbinli motorlarda kullanılan en önemli fizik kanunu Newton'un 3. Hareket Kanunu olan etki-tepki prensibidir, bu prensibe göre ve Brayton çevrimine göre çalışan gaz türbinli motorlar, havanın sıkıştırılıp yakıt ile yakılması ve ortaya çıkan çok yüksek enerjinin türbin aracılığıyla hem mekanik güce dönüştürerek motorun devirlenmesini sağlar ve Brayton çevrimini tamamlarlar hem de motor giriş ve çıkışında bir basınç farkı yaratırlar [33]. Bu basınç farkı ise Brayton çevrimine dayalı çalışan güç sistemlerinde kullanılan iş akışkanlı hava ve yanma sonu gazlarıdır. İdeal gaz kabulleri doğrultusunda fiziksel ekserji Denklem 2.2 ile ifade edilir [22]:

$$\dot{E}x_{\{fz\}} = \dot{m} \left[ (T - T_0)c_p - T_0 \left( c_p \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) - R \ln \left( \frac{P}{P_0} \right) \right) \right] \quad (2.2)$$

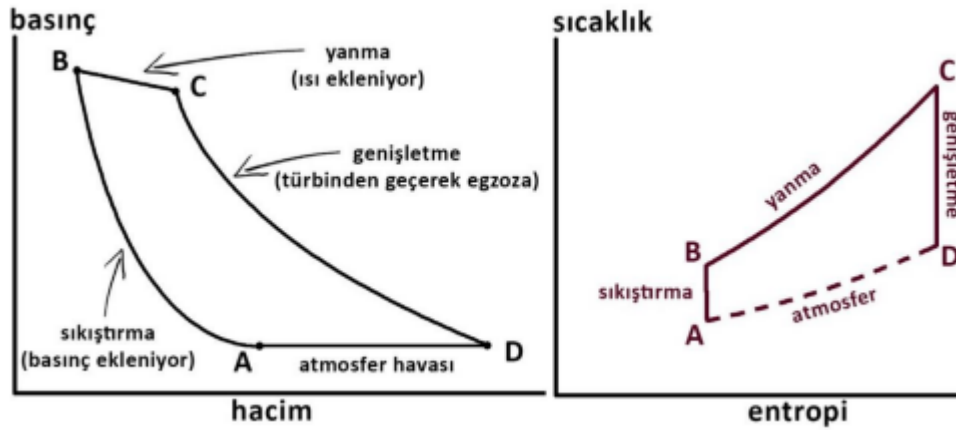
### 2.1.1 Basınç sıcaklık hacim ilişkisi

Turbo jet motoru hava alığı aracılığıyla atmosferden aldığı serbest havayı sıkıştırıp ısınımsı arttırdıktan sonra sıcaklığı da artan bu havayı yakıt ile karıştırarak ateşleyen ve bu sayede mekanik enerji ürettikten sonra bu gazları bir basınç farkıyla egzoz lülesinden püskürtüp itki yaratma fonksiyonu yerine getiren bir ısı motorudur [33].

Jet motoru, Newton'un 3. fizik ilkesinin bir uygulamasıdır, "Her etki için eşit ve zıt bir tepki vardır". Yasa, motora giren havayı hızlandırarak dışarı atarak ve ters bir itme kuvveti kazanarak uygulanır. Yani motordan çıkan havanın hızı motora giren havanın hızından yüksek ise itme kuvveti sağlanır.

Gazı hızlandırmak için havanın kinetik enerjisinin artırılması gerekir. Bu enerji, hızla dönen kompresördeki havanın basıncını artırarak ve bu basınç artışı sırasında sıcaklığı artırarak ve yanma odasındaki havayı yakıtla karıştırıp tutuşturarak açığa çıkan ısı enerjisini vererek iki şekilde sağlanır. Daha sonra yüksek enerjili ve yüksek hacimli gaz, egzoz aracılığıyla büyük bir hızla motordan atılır. Bu şekilde Brayton döngüsü tamamlanır ve havaya uygulanan kuvvet motor için ters yönde bir kuvvet oluşturarak motor için gerekli itkiyi üretir.

Jet motorunun çalışma döngüsü en basit şekliyle bir hacim-basınç diyagramıyla Şekil 2.4'tek gibi (Brayton termodinamik döngüsü) gösterilebilir.



Şekil 2.4: Brayton döngüsüne ait P-V ve T-S diyagramları [28].

A noktası, normal atmosfer basıncındaki havayı temsil eder. A-B hattı boyunca basınçlı havanın basıncı artar. Kompresörlerde hava B noktasına doğru sıkıştırılarak basıncı artar ve hacmi küçülür. Hava sabit basınçta yakılarak B-C arasında havaya ısı verilir ve böylece hava hacmi artar. Ortamdaki şartları ideal kabul ettiğimiz için yanma odasındaki yanmayı sabit basınç olarak nitelendirilir [29]. Gerçek sıcaklık, basınç ve hacimleri elde etmek için ideal koşullarda değerleri bilmemiz gerekir. Bu nedenle ifade kolaylığı için şartlar ideal kabul edilerek basınç kaybının olmadığı düşünülmektedir. Gerçek koşullarda, yanma sırasında bir miktar basınç kaybı olur. Diyagramın

devamında yanma sonucu oluşan gazlar türbinde C ile D arasında genişir. Bu sırada çevrimin bir parçası olarak gazlardaki enerjinin bir kısmı türbin tarafından mekanik enerjiye dönüştürülerek mekanik güce aktarılır. Bu güç sayesinde de kompresör ile shaft, motorun istenilen devirde dönmeye devam etmesini sağlar. Kalan gazlar atmosfere atılarak basınç farkı oluşturur ve böylece itici güç sağlar [28].

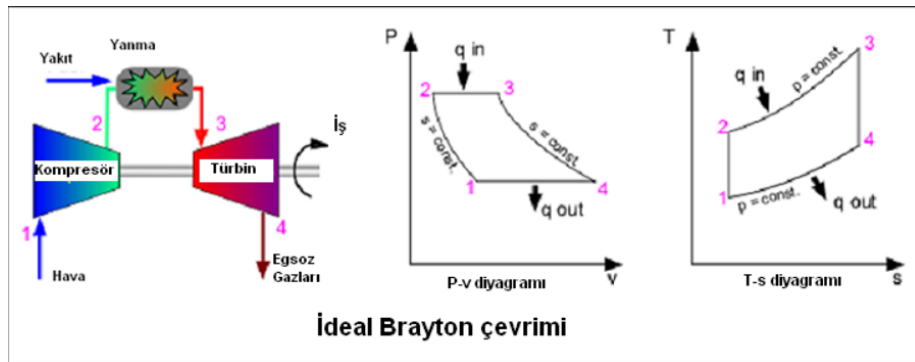
$$\{F\} = (\dot{m}\{V\})\{e\} - (\dot{m}\{V\})_0 + (p_e - p_0)\{A_e\} \quad (2.3)$$

Gaz türbin motorları bir ısı motoru olduğundan, yanma sıcaklığı ne kadar yüksek olursa, gazların türbin içinde genişme ve güç üretme kapasitesi o kadar artar. Ancak burada sınırlayıcı olan yanma odası ve türbin tasarımında kullanılan malzemeler ve sistemin mekanik özellikleridir. Yanma sıcaklığının bu değerlerin üzerine çıkması durumunda sistem zarar görerek motor çalışmayacak ve hem çevresine hem de platforma zarar verecektir.

### 2.1.2 Hız-basınç dağılımı

Motordan geçen hava akışının hızı ve basıncı, aerodinamik denklemlere ve enerji ihtiyacına göre değişir.

Örneğin; kompresörde sıkıştırma işlemi sırasında basınç artarken hız artışına gerek yoktur. Yanma sırasında sabit basınçta ısı eklenir ve hacim artar (ideal olmayan durum için basınç düşüşü gösterilir). Yanma ile iç enerji artırıldıktan sonra, gazın hızı artırılmış olur ve türbinin dönme hareketi yapabilmesi için gerekli kuvvet sağlanmış olur. Daha sonra sıcaklığı artan hava türbinden geçtikten sonra egzozdan atılırken hacmi artar ve basıncı atmosferik basınca (D noktası) düşer. Kısaca bu süreçte hava, hava girişine alındıktan sonra 4 temel aşamadan geçer.



**Şekil 2.5:** Brayton çevrimine ait P-V ve T-S diyagramının motor bileşenleri üzerinde gösterimi [28].

2. adımda yakıt püskürtülür ve yanma odasında tutuşarak yanmayı sağlar. Havadaki itiş sağlayan momentum değişimidir. Bazı bölgelerde havanın hızının çok düşmesini isteriz. Bunun en güzel örneği yanma odasındaki alevin yanmasıdır.

Bunu açıklayan denklem şudur:

$$F_N = (\dot{m}_{\{air\}} + \dot{m}_f)V_j - V\{\dot{m}\}_{\{air\}} \quad (2.4)$$

Burada:

|                                      |                                                           |
|--------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| $\dot{m}_{\{air\}}$                  | : Motordan geçen hava kütle debisi                        |
| $\dot{m}_f$                          | : Tüketilen yakıt debisi                                  |
| $V_j$                                | : Turbojet motorun nozulunda çıkan gazların ortalama hızı |
| $V$                                  | : Uçan aracın hızı                                        |
| $(\dot{m}_{\{air\}} + \dot{m}_f)V_j$ | : Nozulün ürettiği kuvveti                                |
| $V\{\dot{m}\}_{\{air\}}$             | : Motorun sürüklenme kuvveti                              |

3. adımda hava türbinlerden geçerek enerjisinin küçük bir kısmını türbinlerin dönüşünde harcar. Son ve dördüncü adımda ise yüksek enerjili hava dışarı atılır ve itme sağlanır.

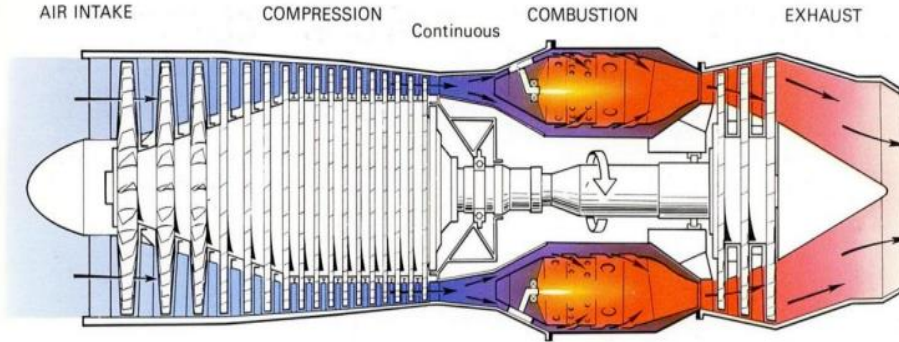
## 2.2 Turbojet Motorlar

Hava alığından motora alınan hava kompresör tarafından basınç ve sıcaklığı arttırıldıktan sonra yanma odasında yakıt püskürtülerek yakılır. Yanma sonucu daha yüksek basınç ve sıcaklığa (entalpi) ulaşan hava, türbin kanatlarına çarparak türbini döndürür ve mekanik enerjiye dönüşür [29].

Üretilen bu enerji, başka uygulamalarda da bir mili döndürmek için kullanılır. Bu tip gaz türbinli motorlarda türbin kanat sayısı çok daha fazladır ve bu sayede türbine aktarılan kinetik enerji kompresörü çalıştırmak için gereken enerjiden çok daha fazla seviyede tutulur. Bu fazla enerjinin bir kısmı ile türbin mili döndürülerek elektrik enerjisi üretilir.

Uçak motorları içten yanmalı piston motorlara göre daha az verimli olmakla birlikte bilinen içten yanmalı motorlar arasında en yüksek güç/ağırlık ve güç/hacim oranlarına

sahip oldukları için tercih edilmektedir [28]. Buna ek olarak çıktı olarak verdikleri güç seviyesi bakımında oldukça rekabetçi motorlardır.



**Şekil 2.6:** Turbojet motorun hava akışı gösterilmeden kesit halde modüler gösterimi [7].

### 2.2.1 Motor bileşenleri

Gaz türbinli motorlar kullandıkları alan ve platforma göre farklı bileşenlere sahip olabilir ya da sahip oldukları bileşenler tasarım ve fonksiyonellik açısından değişiklik gösterebilirler.

Ancak yüksek devirde yataklama ve gaz türbinli motor tanımı altında bileşenlerini incelemek istersek ana bileşenler hava alığı, kompresör, yanma odası, türbin, egzoz şeklinde sıralanır.

#### 2.2.1.1 Hava alığı

Atmosferdeki hava, hava alığında geçerek kompresöre ulaşır. Jet motorunun hızı ve içinde bulunduğu atmosferin anlık özellikleri kompresör girişindeki havanın niteliklerini değiştirir [28].

Motorun hava akış hattının en başındaki hava alığına bağlı olarak motorun boğulmaması veya havanın yetersiz gelip motorun susmaması için hava alığı tasarımı çok önemlidir. Kompresörün sıkıştırabileceğinden fazla hava girmesi durumunda sistem boğulurken, daha az hava verilmesi durumunda ise sistem sönecektir.

Buna ek olarak, hava girişinin aerodinamik tasarımı, kompresör verimini de önemli ölçüde etkiler ve motorun susma ya da boğulma sınırlarının belirlenmesinde bu tasarım

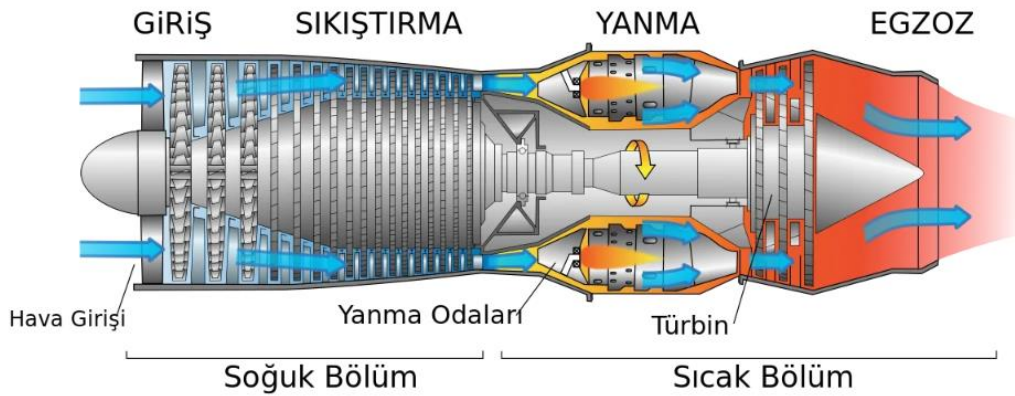
niteliği önemli ölçüde rol oynar ve motor performansını etkiler. Kompresörün sağlıklı çalışması için hava alığı kritik öneme sahiptir.



**Şekil 2.7:** Ticari turbofan motorlara ait bir hava alığının perspektif görünüşü [36].

#### 2.2.1.2 Kompresör

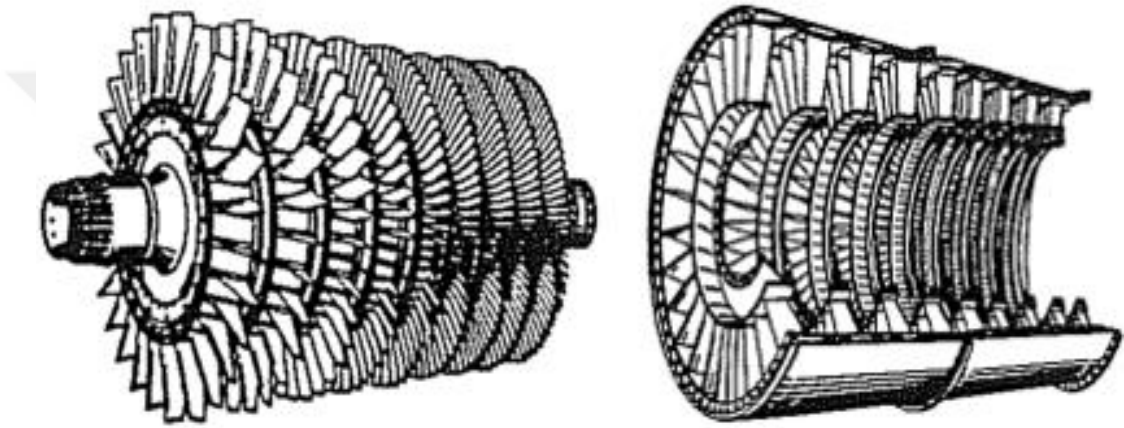
Kompresör, hava girişinden sonra türbin rotorunun ilk parçasıdır. Turbojet Motorları ve yaygın olarak gaz türbinleri aksenal akışlı bir kompresöre sahiptir [8]. Aksenal akış kompresörünün fikri, önce havayı hızlandırmak ve sonra onu yüksek basınca getirmektir.



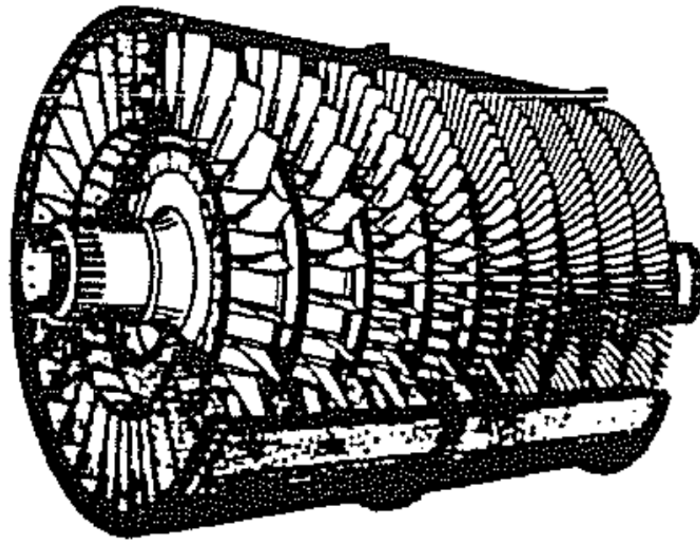
**Şekil 2.8:** Turbojet motor kesitinin hava akışı ile gösterimi [12].

Hava, rotor üzerindeki kanatlar tarafından hızlandırılır ve daha sonra stator duvarına yerleştirilmiş bir dizi sabit kanat tarafından yayılır. Difüzyon sırasında yüksek hız, yüksek basınca dönüşür.

Rotordaki bir sıra kanat ve statordaki bir sıra kanat bir kademedir ve her kademe havayı 1,1-1,5 katına kadar sıkıştırabilir. Basınçlı hava daha az yer kapladığından dolayı, rotor komponenti de, Şekil 2.9'da gösterildiği gibi kompresör kısmında koniktir. Kompresör türbin tarafından tahrik edildiğinden ve dolayısıyla oradan güç aldığından, kompresör veriminin yüksek olması önemlidir [8].



**Şekil 2.9:** Kompresöre ait shaft üzerine montajlanmış rotor modüllerinin (solda) ve stator modülünün (sağda) demonte halde gösterimi [37].



**Şekil 2.10:** Kompresöre ait rotor ve statorun montajlanmış halde gösterimi [37].

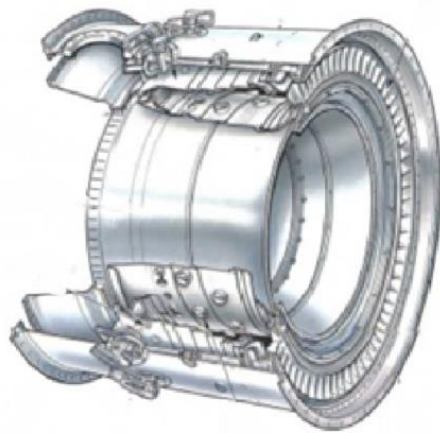
Stator ve rotor, yağlı yataklarla bir arada tutulur. Türbinden gelen sarılma gücü nedeniyle, stator sabit olarak yaklaşık olarak tahmin edilemeyeceğinden, rotor dinamiğinin hesaplanmasında stator kısmının da eklenmesi gerekir [8].



**Şekil 2. 11:** Kompresöre ait statorun kesit olarak gösterimi [38].

### 2.2.1.3 Yanma odası

Basınçlı hava kompresörden ayrıldığında, havanın daha düşük hıza yayıldığı yanma odasına girer. Havanın alevi aşağıya çekmesini önlemek için hızın düşük olması gerekir. Kompresörden çıkan havanın hızı yaklaşık 120-180 m/s mertebesinde ve alevden geçerken hızı 15 m/s'den fazla olamaz. Alev, yalnızca bir kısmını ısıttığı toplam hava hacmini ısıtır ve daha sonra bu ısıtılan hava, geri kalan havayla karışır. Hava karıştıktan sonra, 1600°C'ye kadar yükselebilen bir sıcaklığa ulaşır ve hava, bir nozul [8] tarafından hızlandırılarak yüksek bir hızla türbin kanatlarına doğru yönelir.



**Şekil 2.12:** Yanma odasının modüler olarak gösterimi [39].

Türbin, rotor grubunun ve yanma odasının sonunda yer alır ve burada hava kanatlardan geçerken güç aktarımı sağlanır. Bu noktada havanın sıcaklığı oldukça yüksektir ve sürünme yaşanmaması için kanatlar özel malzemeden yapılmış olmalı ve soğutma sistemli olmalıdır. Türbin kanatlarından gelen gücün tamamı, harici bir makine tarafından kullanılamaz çünkü türbin kanatlarının da kompresöre güç sağlaması gerekir [8].



**Şekil 2.13:** Türbinin şafta montajlı halde modüler gösterimi [40].



### 3. ROTORDİNAMİK

#### 3.1 Rotordinamik Tanımı

Yıllar önce motorlar günümüzdeki yüksek hızlarda ve zorlayıcı şartlarda çalışmıyordu ve bu nedenle motorlar daha az stabilite ve dengesizlik sorunu yaşıyordu. Bugün gaz türbinli motorların zorlayıcı şartlara dayanımına ek olarak daha verimli ve hem operasyon maliyeti hem de bakım maliyeti bakımında ekonomik olması beklenmektedir.

Bu da bir anlamda daha yüksek dönme hızlarına sahip olmaları gerektiği anlamına gelmekte ve bu da daha radikal dengesizlik ve titreşim sorunlarına yol açmaktadır.

Rotordinamik, dönen makinelerin, özellikle rotorların, titreşim ve stabilite özellikleri ile ilgilenen bir mühendislik dalıdır [34]. Bu alanda çalışan mühendisler, rotorların titreşimlerini kontrol etmek, rotordaki yükleri ve stresleri hesaplamak, rotordaki enerji kayıplarını minimize etmek ve rotora yönelik diğer performans özelliklerini optimize etmek için tasarım ve analiz tekniklerini kullanırlar.

Rotordinamik ile ilgili bazı temel kavramlar şunlardır:

- Rotor: Dönen makinenin ana bileşenidir. Bir rotor, bir veya daha fazla disk, şaft ve bıçak veya kanatlar gibi diğer bileşenlerden oluşabilir.
- Stator: Motorun dönmeyen bileşenleridir. Bir stator, rotorun hareketini kontrol etmek için kullanılır ve genellikle bir gövde, rulmanlar, destekler, yataklar ve diğer bileşenleri içerir.
- Titreşim: Rotorun döndürülmesi sırasında oluşan hareketlerdir. Titreşimler, rotorun yüklerini ve streslerini artırabilir ve rotorun ömrünü kısaltabilir.
- Balans: Rotorun dengelenmesi işlemidir. Balans, rotorun titreşimlerini kontrol etmek ve rotorun ömrünü uzatmak için oldukça önemlidir.

- **Stabilite:** Rotorun sabit bir şekilde dönmesi ve istenmeyen titreşimlerin oluşmaması için gereken özelliktir. Rotorun stabilitesi, rotorun tasarımı ve diğer faktörlere bağlıdır.

Rotordinamik, disiplinler arası bir mühendislik dalıdır ve matematik, fizik, malzeme bilimi, mekanik ve diğer alanları içerir.

Dengesizlik sorunları, gaz türbinlerinin rotordinamiğinde oldukça önemlidir. Rotordaki herhangi bir stabilite sorunu kolayca felakete yol açabilir. Mühendis, bir sistemdeki salınımlardan kaçınmak ister çünkü salınımlar makinenin ömrünü kısaltabilir. Salınımlar ayrıca makinenin etrafındaki ortamı ağır titreşimler ve yüksek sesle dayanılmaz hale getirebilir [10]. Rotor dinamiği, yanal, uzunlamasına ve burulma olmak üzere üç farklı hareket tipine ayrılabilir. Yanal aynı zamanda eğilme rotor dinamiği olarak da adlandırılır ve rotorun eğilmesiyle ilişkilidir. Burulma, rotorun kendi etrafında döndüğü modlardır [12]. Boyuna modlar, rotor parçalarının eksenel yönde hareket ettiği zaman gözlenir. Her sistemin kendi doğal frekansları vardır ve rahatsız edici kuvvetin frekansı doğal frekanslardan herhangi birine yakınsa genlik çok büyük olabilir. Bu fenomene rezonans denir. Genlikleri uygun bir seviyede tutmak için sisteme sönümleme uygulanabilir. Sönümleme, şu an incelediğimiz motor sistemlerinde yataklar vasıtasıyla uygulanmaktadır [9][10].

### **3.2 Problem Tanımı**

Rotor dengesiz olduğunda, tüm makinenin titreşimine neden olur, gürültü çıkarır, rulman aşınmasını hızlandırır, makinenin ömrünü azaltır ve hatta makine kontrolünün başarısız olmasına neden olarak ciddi kazalara neden olur. Dengesiz kuvvet tarafından oluşturulan kuvvet nedeniyle, düzeltilmemişse, dönen ekipmanda güçlü bir tahribat yaratır, yalnızca rulman yatağına zarar vermekle kalmaz, aynı zamanda makine tabanının çatlamasına, kaynak çatlamasına ve aşırı dengesizliğe neden olur [20].

### **3.3 Parametreler**

#### **3.3.1 Rulman**

Rulmanlar, rotor grubunu stator üzerinde hem hareket kabiliyeti verirken hem de doğru konumda desteklemek ve tutmak üzere tasarlanmıştır [10]. Rotor dinamiklerini etkiledikleri ve uzun ömürlü olmaları gerektiği için rulmanların uygun şekilde

yapılmış olması çok önemlidir. Yatak tasarımını etkileyen bazı şu şekilde sıralanabilir; rotorun yükü ve dönüş hızı, yağın yağlanması, yağın sıcaklığı, şaft düzenlemeleri, rulmanların ömrü, montaj ve demontaj, gürültü ve çevresel durum [13].



**Şekil 3.1:** Bilyalı rulmanın tekil olarak gösterimi [41].



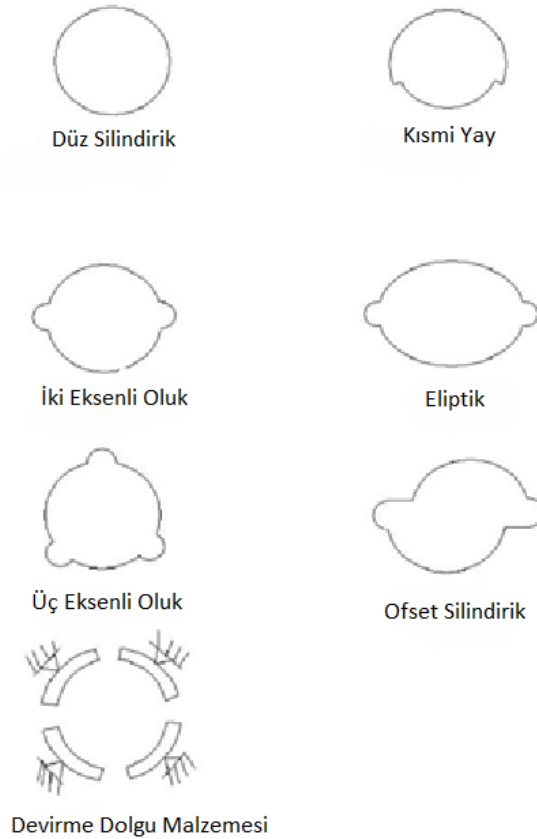
**Şekil 3.2:** Masuralı rulmanın tekil olarak gösterimi [41].

Gaz türbinleri gibi ağır makinelerde kaymalı yataklar kullanılır. Rulman farklı şekillerde olabilir. Şekil 3.3'te de farklı yataklama tipleri gösterilmektedir.

- Düz silindirik, sadece silindirik bir şekle sahiptir ve üretimi ucuzdur, ancak kötü rotor dinamiği özelliklerine sahiptir.
- Kısmi yay, yatağın alt tarafının kesilip çıkarıldığı düz silindirik versiyonudur. Bu, düzden biraz daha iyi rotor dinamiği özelliklerine sahiptir.

- İki eksenli oluk da düzlüğün bir versiyonudur ancak silindirin her iki tarafında iki küçük kesik vardır. Bu, kararlılığı ve rotor dinamiği özelliklerini geliştirir.
- Eliptik, daha iyi stabilite özellikleri sağlayan eliptik bir forma sahip olması dışında, iki eksenli oluğa çok benzer. Ayrıca, iki eksenli oluktan daha iyi rotor dinamiği özelliklerine sahip olan üç lob da vardır.
- Ofset silindirik, birbirinden uzak hareket eden iki silindirden oluşur ve bu, stabilite özelliklerini çok iyi hale getirir, ancak rotor yalnızca bir yönde dönebilir.
- En iyisi, en iyi stabilite özelliklerine sahip olduğu için yatırma-doldurma yatağıdır. En iyi yanı, dört yay ile modellenirse çapraz bağlantı yaylarının göz ardı edilebilmesidir.

Ancak, bu yayların kullanımı, rulmanın stabilitesini olumsuz etkileyebilir ve verimliliğini azaltabilir. Bu nedenle, daha kalın bir yağ filmi sağlayarak daha iyi stabiliteye sahip bir rulman gereklidir. Ancak, daha kalın bir yağ filmi, yağ tüketimini artırır ve bu da daha pahalı bir eğilebilir dolgu yatağına ihtiyaç duyulmasına neden olabilir [8].

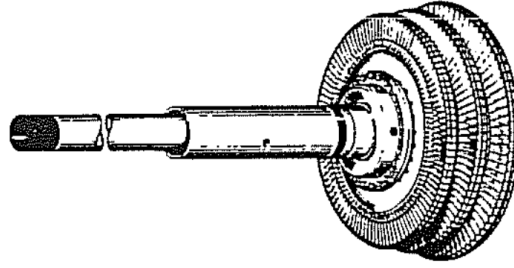


**Şekil 3.3:** Temas tipine göre farklı rulman tasarımları [20].

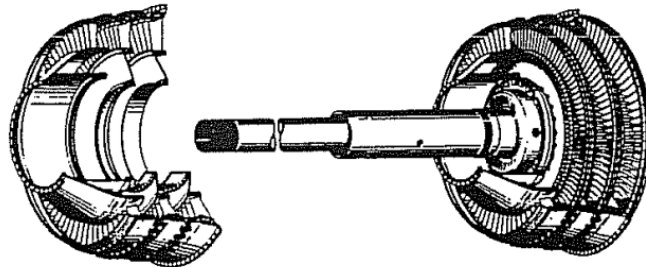
### 3.3.2 Şaft

Motor, yanma odasında havanın yanma süreciyle elde edilen enerjinin türbinde mekanik enerjiye çevrilmesinden sonra bu enerjinin türbinin şaftı aracılığıyla kompresöre aktarılması ile döngüsünü tamamlamış olur. Bu dönme hareketi, şaft üzerinde bulunan rulman yatakları sayesinde aktarılarak kompresöre ulaşır ve bu sayede motorun ihtiyacı olan sıkışmış hava kompresörde sağlanarak yanma odasına verilmeye devam edilebilir.

Özetle, motorun sağlıklı bir şekilde çalışmaya devam edebilmesi, şaftın yüksek burulma ve burkulma kuvvetlerine dayanarak istenilen seviyedeki kuvveti türbinden kompresöre aktarmasına bağlıdır. Bu sayede açısal olarak hızlandırılan kompresör, atmosferden düşük basınçlı havayı emmeye devam eder ve jet motorunun yanma işlemi bu döngüde devam eder. Bu esnada şaft üzerinde yoğun olarak burulma kuvvetleri oluşur ve bu sebepten dolayı tasarım ve malzeme seçimi şaft üzerinde oluşan yorulma etkenlerini en aza indireyecek şekilde olmalıdır. Ek olarak şaft tasarımının uzunluk, ağırlık, kesit profili gibi etkenlerde rotordinamik davranışını yoğun olarak etkiler.



Şekil 3.4: Şaftın türbinle montajlanmış halde gösterimi [35].



Şekil 3.5: Türbinle montajlanmış haldeki şaftın, kesit haldeki kompresör içerisinde pozisyonunun gösterimi [35].

### **3.3.3 Titreşim kuvvetleri**

#### **3.3.3.1 Burulma titreşim kuvvetleri**

Burulma titreşimi, salınım hareketinin rotoru döndürmesidir. Salınımlar, rotorun sabit dönüş hızına eklenir. Bir rotorun burulma titreşimlerine göre tasarlanması gerektiğinde yapılması gereken dört önemli analiz vardır. Bu analizler statik analiz, frekans analizi, harmonik kuvvet tepkisi ve geçici durum (transient) analizlerdir. Statik analiz, rotor bir uçta sabit tutulduğunda ve diğer uçta bir tork ile büküldüğünde oluşan gerilmeleri hesaplayarak yapılır. Gerçek frekans analizinde, rotorun kritik hızlarına karar vermek için doğal frekanslar değerlendirilir. Dönme hızı kritik hızlardan herhangi birine yakın olduğunda rotor üzerindeki burulma hareketinin ne kadar büyük olduğunu görmek için harmonik kuvvet yanıtı analizi yapılır. Geçici bir analizde, rotorun tepkisi, rotoru kısa bir süre için büyük bir tork etkiledikten sonra hesaplanır. Analiz, tork serbest bırakıldıktan sonra ne olduğunu görmeye ve rotordaki salınımları azaltmanın ne kadar sürdüğünü görmeye odaklanır. Burulma hareketinde neredeyse hiç sönümleme yoktur, tek sönüm, yatak sönümlemesine kıyasla küçük olan malzeme sönümüdür. Rotora etkiyen, frekansı burulma modlarından biriyle aynı olan harici bir tork varsa, çatlak ilerlemesiyle birlikte burulma yorgunluğu meydana gelebilir [7][10].

#### **3.3.3.2 Boyuna titreşim kuvvetleri**

Boyuna titreşimler, rotorun bir uzama ve sıkıştırma hareketinden oluşur. Hareket, aralarında bir yay bulunan iki kütle ile gibi düşünülerek sadeleştirilebilir.

Bu kütleler daha sonra birbirine göre ileri ve geri hareket etmektedirler. Boylamasına titreşimleri hesaplamak, polar kütle atalet momenti yerine kütleyi kullanmak dışında burulma titreşimlerini hesaplamaya benzer. Boyuna hareket için sönüm neredeyse sıfırdır, sadece küçük olan malzeme sönümlemesi meydana gelir [10].

#### **3.3.3.3 Yanal titreşim kuvvetleri**

Yanal titreşimlerin hesaplanması, burulma titreşimlerinden daha karmaşıktır ve daha fazla analiz yapılması gerekir. Yapılması gereken analizler, statik, harmonik kuvvet tepkisi, gerçek frekanslar ve karmaşık özdeğerlerdir. Rotorun kendi ağırlığı ile ne kadar saptığını görmek için statik analiz yapılır. Dönme hızı herhangi bir kritik hıza yakın olduğunda rotorun ne kadar saptığını görmek için harmonik kuvvet yanıtı analizi yapılır. Sapmayı hesaplamak önemlidir çünkü rotorun yataklara dokunması veya

yaklaşması gibi hareketler bu şekilde tespit edilir. Yanal titreşimlerle uğraşırken stator da modelde olmak zorundadır çünkü sabit olarak yaklaşık olarak tahmin edilemez. Stator, çalışma sırasında rotorun rotor dinamiklerini etkiler. Kararlılık analizi, karmaşık bir özdeğer analizinden karmaşık özdeğerlerin gerçek kısımlarına bakılarak yapılır. Gerçek kısım sıfırdan küçükse rotor kararlıdır ve sıfırdan büyükse kararsızdır [7, 10].

### **3.3.4 Rotordinamik etkiler**

#### **3.3.4.1 Savrularak dönme hareketi (Whirling)**

Bir rotor çalışırken, dönme ekseninde sabit durmaz; dönme eksenini etrafında dairesel veya eliptik bir hareketle dönme hareketi yapar. Dönme hareketini üreten şeylerden biri, rotoru bükme merkezkaç kuvvetleridir. Başka bir etken de rotorun tamamen eksen simetrik olmaması olsa da bunun mümkün mertebe tasarım esnasında önüne geçilmesi gerekmektedir.

##### **3.3.4.1.1 İleri savrularak dönme**

İleri ve geri olmak üzere iki tür dönüş vardır. İleri dönme, dönme dönüşünün, dönüş hızı ile aynı yönde olduğu zamandır. Bu tür dönme en tehlikeli olanıdır, çünkü rezonansla ileri dönme ile rotoru uyarmak geriye doğru dönmeye göre daha kolaydır [7].

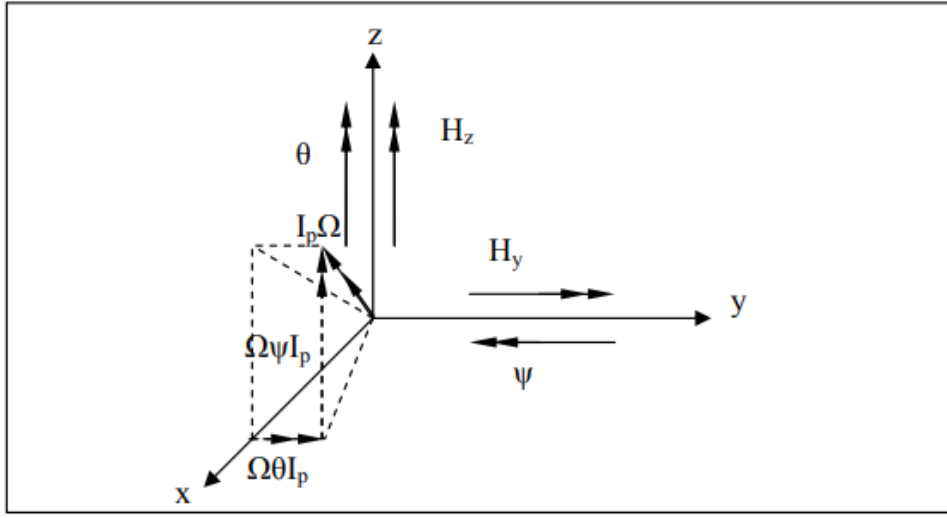
##### **3.3.4.1.2 Geri savrularak dönme**

Geriye doğru dönüş, dönen dönüşün dönüş hızının tersi olduğu zamandır. Rotorun hangi tür dönme hareketine sahip olduğu bir Campbell diyagramında da görülebilir, burada ileri dönüş daha yüksek dönüş hızı ile doğal frekansı artırır ve geri dönüş daha yüksek dönüş hızı ile doğal frekansı azaltır [10].

#### **3.3.4.2 Jirokopik sertleştirme etkisi**

Bir rotorun titreşimlerini diğer titreşimlerden ayıran etkilerden biri jirokopik sertleştirme etkisidir. Jirokopik sertleştirme etkisi yalnızca dönen parçalarda, örneğin bir rotorda görülür. Dönen bir tekerleği dönme ekseninde tutuluyorsa, jirokopik sertleştirme etkisi herkes tarafından hissedilir. Çark sabit tutulursa herhangi bir kuvvet hissedilmez, ancak çark enine dönmeye başlarsa orijinal konumuna geri döndürmeye çalışan bir moment üretilir ve bu da jirokopik sertleştirme etkisidir. Bu etki ileri dönüşte görülebilir, bir moment diski etkilediğinde rotor sertleşir ve doğal frekanslar

artar. Jiroskopik sertleştirme etkisinin ters yönde bir moment ürettiği, böylece yapının daha zayıf hale geldiği geri dönüşte zıt etkidir [12]. Jiroskopik etkilerin nereden geldiği basit bir model ile açıklamak gerekirse; Diskin dönüş hızı  $\Omega$  değeriyle x yönündedir ve diskin y ve z yönlerindeki eğim açıları sırasıyla  $\psi$  ve  $\theta$ 'dır.  $J_p$  dönme eksenini yönünde kutupsal kütle atalet momentidir,  $J_T$  enine atalet momentidir ve  $H$  açısal momentumdur. Şekil 3.6'daki oklar, yalnızca açıları temsil ettikleri için  $\psi$  ve  $\theta$  dışında açısal hız ve açısal momentumu temsil etmektedir.



Şekil 3.6: Dönen bir disk için açısal momentum parametreleri [20].

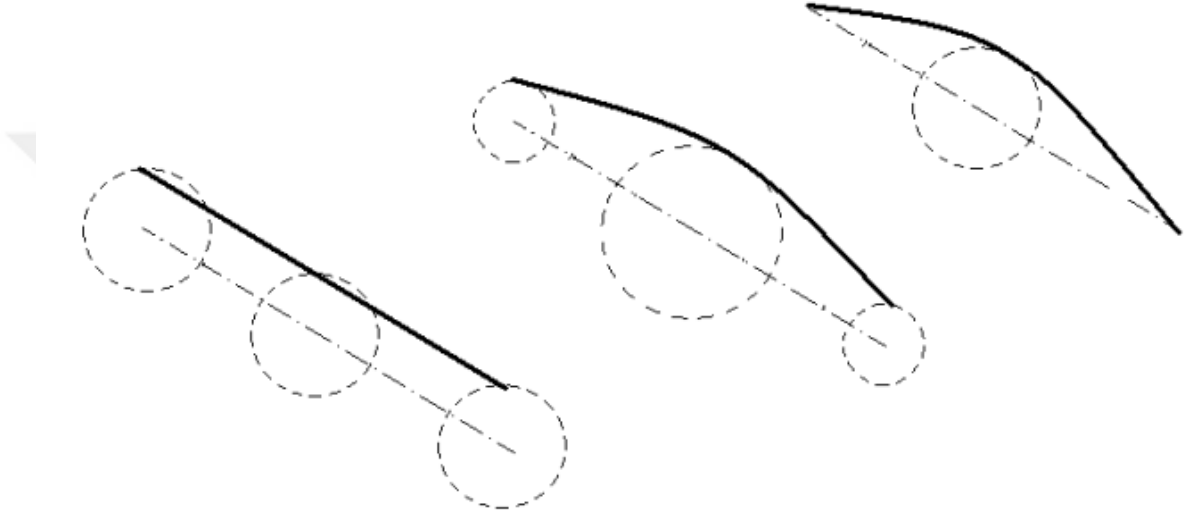
### 3.3.4.3 Modlar

Doğal frekanslarda bir sistemin hareketi özel bir düzende hareket etmeye başlar ve sistemdeki tüm parçalar birbiriyle birlikte hareket eder ve bu duruma mod denir [14].

Rotorlarla ilgili problem, modların dönme hızıyla değişmesi ve bunların da yataklardan ve statordan etkilenmesidir. Bir gaz türbininin tasarımı sırasında tüm modların bilinmesi önemlidir, çünkü çalışma hızı hiçbir moda yakın olmamalıdır. Böyle kritik bir durumda, sistem yeterince sönümlenmemişse, bazı dış kuvvetler genliğin büyümesini sağlayabilir. Bir rotor balansa girerken modların şeklini bilmek önemlidir. Tasarımcı şekli bilirse, rotor üzerindeki denge düzlemlerinde denge ağırlıklarını çok daha kolay ayarlayabilir. Modlar burulma, uzunlamasına veya yanal olabilir.

Silindirik modlar ilk modlardır ve rijit modlar olarak da adlandırılabilirler çünkü rotor çok sert yataklar dışında bükülemez. Silindirik modlar Şekil 3.7'de gösterilmektedir.

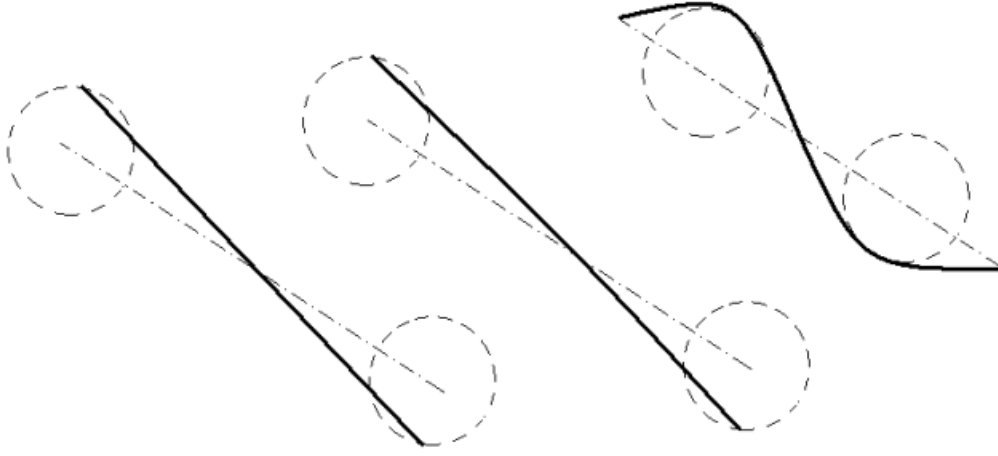
Önden bakıldığında, rotor sadece yukarı ve aşağı zıplıyor gibi görünür. Silindirik bir modun doğal frekansı, dönme hızıyla çok fazla değişmez. Dönmeyen bir rotordaki frekans, yüksek hızla dönen bir rotorla hemen hemen aynıdır. İlk iki yanal mod çizgisinde bir Campbell diyagramı kurulursa, ileri dönme ve geri dönmenin aynı olduğu ve çizgilerin birbirinden çok fazla ayrılmadığı gösterilebilir. Bazen, yatak sertliği yüksek olduğunda, geri dönüş modlarının doğal frekansları daha yüksek dönüş hızlarında hafifçe düştüğünde, dönme hareketi görülebilir.



**Şekil 3.7:** Silindirik modlar [20].

İkinci tip yanal modlar konik modlardır ve Şekil 3.8'de gösterilmiştir. Modlar bazen sallanan modlar veya yunuslama modları olarak adlandırılır. Dönmeyen bir rotor ile yüksek dönme hızına sahip bir rotor arasındaki doğal frekans farklılıkları, rotor konik bir harekete sahip olduğunda çok büyüktür. Geri dönüş modunun frekansı azalırken ve de ileri modun frekansı artarken dönüş özellikleri önemli bir rol oynamaktadır. Bunun nedeni, sallanırken rotor üzerindeki jiroskopik sertleştirme etkisidir. Önce ileri dönme hareketiyle, şaft dönüş hızı arttığında jiroskopik sertleşme etkisi, diski etkileyen bir moment üretir ve bu nedenle rotor daha sert hale gelir. Jiroskopik sertleşme etkisi, rotoru daha sert yapan disk enine dönüşüne sahip olduğunda ve doğal frekanslar arttığında disk üzerinde yalnızca bir moment üretir. Geriye dönüş için ise jiroskopik etki bunun tam tersidir, milin dönüş hızı arttığında jiroskopik sertleştirme etkisi rotorun sertliğini azaltır ve bu, artan dönüş hızıyla birlikte doğal frekansların azaldığı

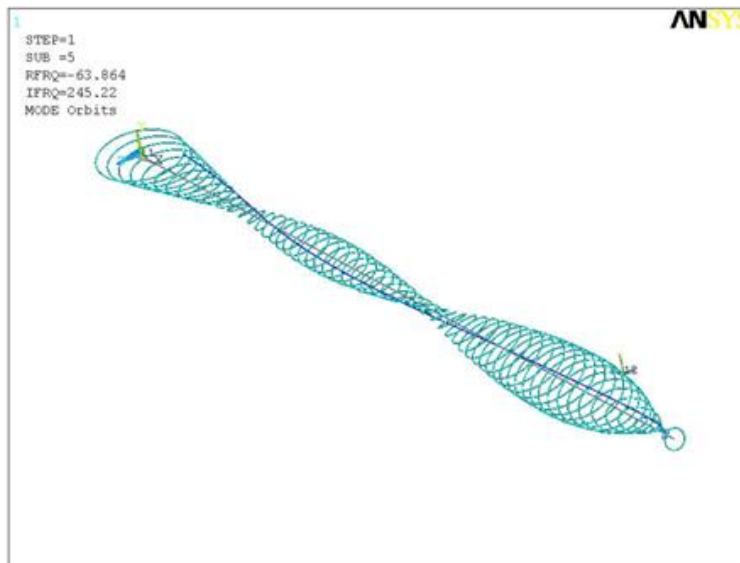
anlamına gelir. Bu fenomen, ileri modların ve geri modların birbirinden ayrıldığı bir Campbell diyagramı ile gösterilebilir [14].



Şekil 3.8: Konik modlar [20].

#### 3.3.4.4 Yörüngeler

Şekil 3.9’da gösterilen yörünge, dönme eksenini x yönündeyken rotorun y ve z yönünde hareket ettiği eğridir. Yatak sertliği yatay ve dikey yönde aynı değere ayarlanırsa yörünge hareketi dairesel olmaktadır. Eğer rijitlik yatay ve dikey yönde aynı değilse, hareket daire yerine eliptik bir eğri olacaktır. Eliptik eğrinin bir ana eksenini “A” ve bir küçük eksenini “B” vardır. Ana eksen her zaman pozitifdir ve küçük eksen, geriye dönük bir hareketse (geriye doğru dönme) negatiftir [17].

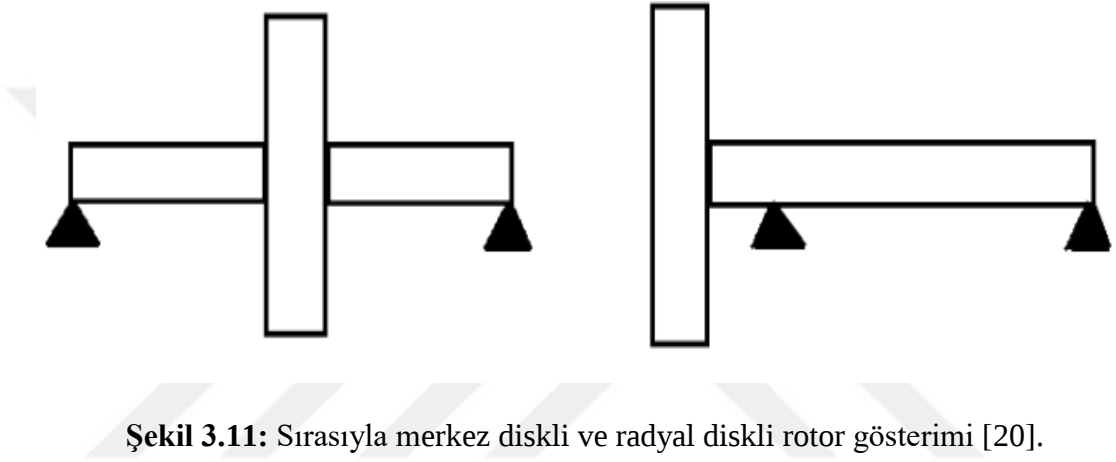


Şekil 3.9: Yörünge eğrisi [20].

### 3.3.4.5 Jirooskopik etki ve kütle etkisi

Rotora jirooskopik etki, doğal frekansların dönüş hızına bağlı olduğu gibi, rotorun hangi hareket yapısının bilindiğine bağlıdır [19]. Jirooskopik etkinin yollarını elde etmek için, rotorda bir miktar konik hareket olması gereklidir.

Bu durumu parametrelere bağlı göstermek için Çizelge 3.1’de üçlü bir merkez diskli rotor seti ve radyal diskli üçlü bir rotor seti olacak şekilde altı farklı örnek ile gösterim yapılmıştır. Bu örnekler, farklı modların disk yarıçapı ve kütesinden nasıl etkilendiğini göstermektedir.



**Şekil 3.11:** Sırasıyla merkez diskli ve radyal diskli rotor gösterimi [20].

Çizelge 3.1’de, merkez diskli bir rotorla başlayarak, nominal model ve iki değiştirilmiş modeli gösterilir. İki değiştirilmiş model, nominal modele göre karşılaştırılacaktır. İlk değiştirilmiş model, disk üzerinde aynı yarıçapa sahip ancak nominal modelin iki katı kütleyle sahiptir.

İkinci değiştirilmiş model ise nominal modelle aynı kütleyle sahiptir ancak disk üzerindeki yarıçapı birinci modele göre azaltılarak dahil edilmiştir. İlk model silindirik şekle sahipken, ikinci model ise konik şekil tercih edilerek tasarıma devam edilmiştir. Diskin değişen kütesinin ve yarıçapının merkez diskli bir rotor üzerindeki etkileri ise Çizelge 3.1’de farklı parametrelere göre ayrıntılı olarak karşılaştırılabilir bir şekilde sunulmuştur.

**Çizelge 3.1:** Merkez disk rotoru için değişen disk kütlesi ve yarıçapının etkileri [20].

| Merkez disk rotorundaki diskte tip değişikliği | Mod Tipi   | Doğal Frekans | Jiroskopik Etki |
|------------------------------------------------|------------|---------------|-----------------|
| Nominal                                        | Silindirik | Normal        | Normal          |
| Nominal                                        | Konik      | Normal        | Normal          |
| Daha yüksek disk kütlesi, değişmeyen yarıçap   | Silindirik | Daha az       | Normal          |
| Daha yüksek disk kütlesi, değişmeyen yarıçap   | Konik      | Normal        | Normal          |
| Azaltılmış disk yarıçapı, değişmeyen kütle     | Silindirik | Normal        | Normal          |
| Azaltılmış disk yarıçapı, değişmeyen kütle     | Konik      | Daha fazla    | Daha az         |

Radyal diskli ikinci rotor (Şekil 3.10'daki sağ rotor), nominal bir rotorla karşılaştırılan iki farklı özellik ile modifiye edilmiştir. Disk, merkez disk modelindekiyle aynı şekilde değiştirilir. Her iki mod da burada koniktir ve bu nedenle her ikisi de jiroskopik etkiden etkilenir. Dönen bir disk rotoru üzerindeki diskin değişen kütlesinin ve yarıçapının etkileri Çizelge 3.2'de gösterilmiştir.

Disk değişen yarıçapı ve kütlesinin, silindirik modlar ve konik modlar üzerindeki etkilerini özetlemek için Çizelge 3.1 ve Çizelge 3.2'deki verilen sonuçlar incelenmiştir. Değişen kütlenin, silindirik modlar üzerinde en büyük etkiye sahip olduğu görülmüştür. Öte yandan, yarıçapın değiştirilmesi, diskin sallanma hareketinin yoğun olduğu konik modlar üzerinde daha büyük bir etkiye sahiptir. Jiroskopik etkinin etkileri ise daha büyük disklerde daha belirgindir [14].

**Çizelge 3.2:** Radyal rotor için değişen disk kütlesi ve yarıçapının etkileri [20].

| Merkez disk rotorundaki diskte tip değişikliği | Mod Tipi | Doğal Frekans | Jiroskopik Etki |
|------------------------------------------------|----------|---------------|-----------------|
| Nominal                                        | Konik    | Normal        | Normal          |
| Nominal                                        | Konik    | Normal        | Normal          |
| Merkez disk rotorundaki diskte tip değişikliği | Mod Tipi | Doğal Frekans | Jiroskopik Etki |
| Daha yüksek disk kütlesi, değişmeyen yarıçap   | Konik    | Daha az       | Normal          |
| Daha yüksek disk kütlesi, değişmeyen yarıçap   | Konik    | Daha az       | Normal          |
| Azaltılmış disk yarıçapı, değişmeyen kütle     | Konik    | Daha fazla    | Daha az         |
| Azaltılmış disk yarıçapı, değişmeyen kütle     | Konik    | Daha fazla    | Daha az         |

#### 3.3.4.6 Sönümleme

Sönüm, enerjinin dağılmasıdır, yani enerji örneğin ısı olarak sistemden ayrılır. Viskoz, sürtünme ve malzeme sönümleme gibi birkaç farklı sönüm türü vardır. Viskoz sönümleme, bir sistem bir sıvı içinde hareket ederken açığa çıkan enerji olabilir. Sürtünme, örneğin bir sistem kuru bir yüzeyde hareket ederken yaşanan sönümdür. Malzeme sönümlemesi, malzemenin kendisinde enerji dağılımına neden olan sürtünmeden kaynaklanır. Bir sistem aşırı sönümlü, düşük sönümlü veya kritik sönümlü olabilir. Bir sistem düşük sönümlü olduğunda salınımlı bir hareketle duracak ve aşırı sönümlü ise salınımsız duracaktır. Kritik sönüm, bir sistemin herhangi bir salınım olmadan sahip olabileceği en düşük sönümdür [15].

#### 3.3.4.7 Yatak katılığının etkileri

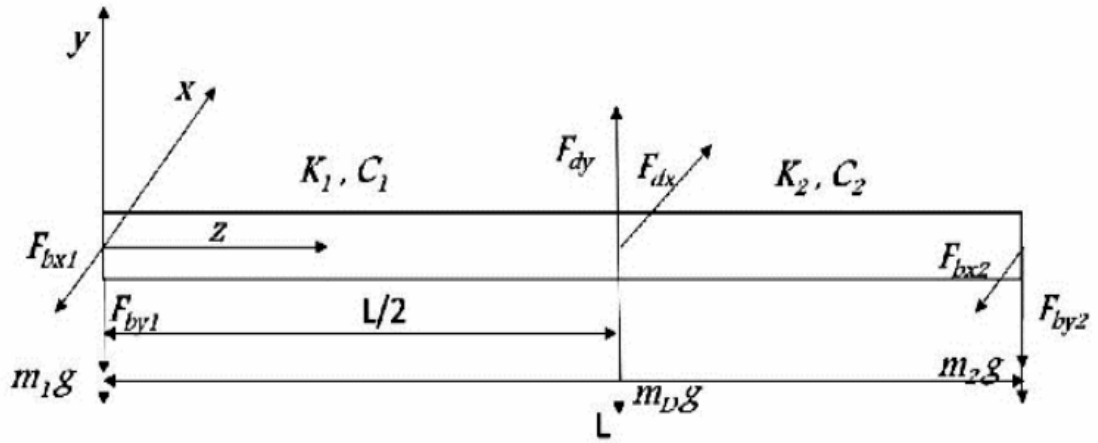
Bir rotorun destekleri her zaman esnektir çünkü gerçek dünyada katı destek olarak tanımlayabileceğimiz bir yatak sistemi bulunmamaktadır. Desteğin sertliği neredeyse

rotorla aynı veya bazen daha düşük olmalıdır. Destek rijitliğinin rotor rijitliğinden düşük olmasının iki ana nedeninin biri statora iletilen yükleri azaltması ve statorun yapısal titreşimini azaltması, ikincisi ise sönümlemenin daha etkili olacağı ve bunun da kritik hızda girdap genliğini azaltmasıdır [10].



#### 4. DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZ YÖNTEMİ

Bu tez çalışmasında Model 1 olarak tanımlanan doğrusal olmayan analiz yöntemi ile dönen milin rotor-bilyeli yatak sisteminin dinamiği üzerindeki etkisine odaklanılan sistem Şekil 4.1'deki gibi gösterilmiştir.

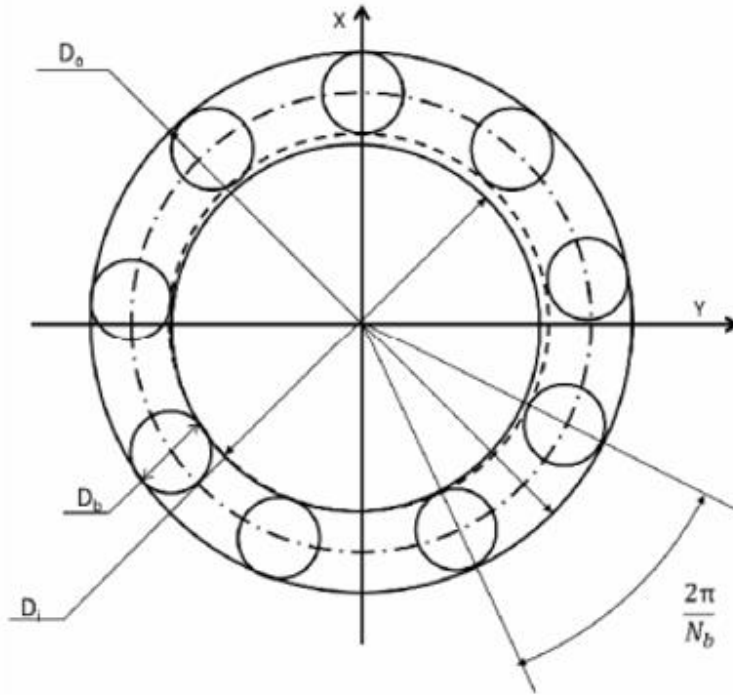


Şekil 4.1: Rotor bilyalı yatak sisteminin matematiksel gösterimi [2].

Bu modelde mil, dönmekte olan Timoshenko kiriş modeli şeklinde ele alınmakta olup sistem bu şekilde matematiksel modellenmiştir. Bu modelde hız (devir) ile beraber Rotor dengesizliğine ait radyal kuvvet de değişmektedir [2]. Yatakla ile bilyalar arasında gerçekleşen temas ise, Hertz temas deformasyon teorisi kullanılarak elde edilen doğrusal olmayan bir yay olarak kabul edilip ona ait katılık katsayısıyla modellenir.

Şaft için modelleme yapıldıktan sonra, rulmanı da kapsayacak şekilde yatağın yönetici denklemleri türetilir. Burada önerilen matematiksel model ise bu çalışma kapsamında hem deneysel olarak hem de daha önce yayınlanmış çalışmalarla doğrulanmıştır [2]. Lyapunov üssü ile Çatallanma diyagramı, dönme hareketine ait hızın bir fonksiyonu olarak sistemin durumunu tanımlamak için kullanılmıştır. Şaftın sistem dinamiği

altındaki etkisini araştırmak için Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) ve faz yörüngesi kullanılır.



Şekil 4.2: Bilyalı rulmanın şematik gösterimi [2].

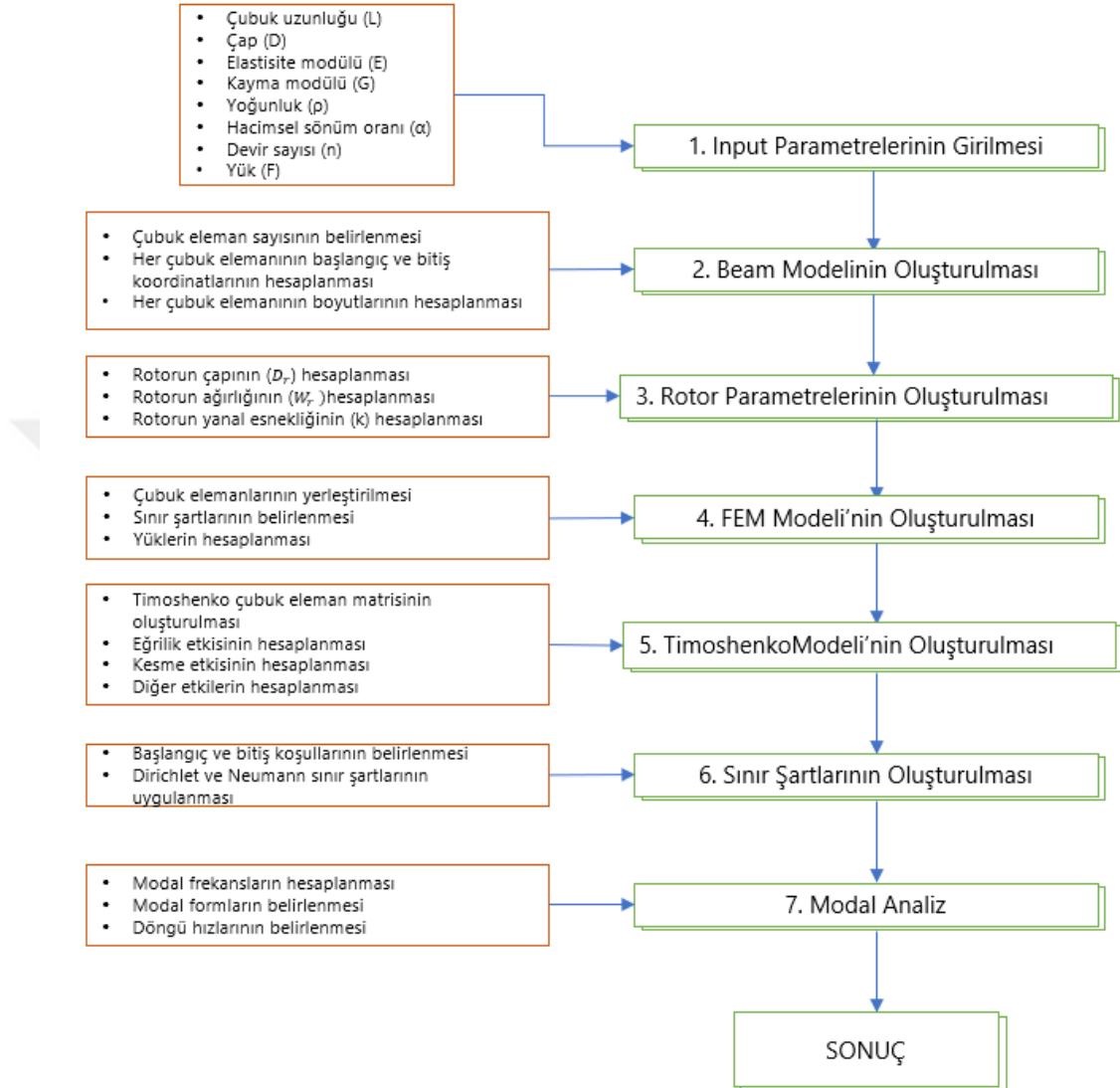
#### 4.1 Doğrusal Olmayan Analiz Yönteminin Matematik Modeli

Model 1’de, bir rotor-bilyeli yatak sistemi için Şekil 4.3’deki gibi bir matematiksel model sunulmaktadır. Model, Timoshenko kiriş teorisine dayanmaktadır ve sistemin davranışı hakkında çeşitli varsayımlar içermektedir. Bu modelde, kirişlerin eğilmesini analiz etmek için doğrusal olmayan matematiksel model kullanılmaktadır.

Daha sonra Timoshenko kiriş teorisini kullanarak rotor-bilyeli yatak sistemi için yönetici denklemleri türetilmektedir. Bu denklemler, hareket denklemini, birim uzama-yer değiştirme ilişkisini, birim uzama enerji denklemini ve sınır koşullarını yöneten denklemleri içerir.

Coriolis kuvveti ve merkezkaç kuvvetini içeren dönen bir sistem için hareket denklemlerini türetilmekte, Ayrıca jiroskopik kuvvetlerin sistem üzerindeki etkileri incelenmektedir.

Son olarak, sayısal simülasyonlarının sonuçları sunulmakta ve modellerinin farklı çalışma koşulları altında sistemin davranışını tahmin etmek için nasıl kullanılabileceğini gösterilmektedir.



**Şekil 4.3:** Doğrusal olmayan modele ait matematik modelin akış diyagramı.

Rotor elemanın, hareket denklemlerini basitleştirmelerine izin veren katı bir gövde olarak modelleyerek başlamaktadır. Daha sonra, rotor elemanın farklı çalışma koşulları altındaki davranışını tahmin etmek için kullanılabilecek hareket denklemlerini türetirler. Hareket denklemleri şu şekilde verilir:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (4.1)$$

M rotor elemanının kütlesi, c sönümlendirme katsayısı, k rijitlik katsayısı, x rotor elemanının yer değiştirmesi,  $\dot{x}$  hızdır,  $\ddot{x}$  ivmedir ve F(t) uyarma kuvvetidir. Bu

denklem, analitik olarak çözülebilen ikinci dereceden, doğrusal, homojen bir diferansiyel denklemi temsil eder.

Sonrasında ise rotor elemanı için, çıkış tepkisini (yani rotor elemanının yer değiştirmesi) giriş uyarma kuvvetiyle ilişkilendiren transfer fonksiyonunu türetilir. Transfer fonksiyonu şu şekilde verilir:

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (4.2)$$

Burada (s) karmaşık frekans değişkenidir ve X(s) ve F(s) sırasıyla yer değiştirme ve uyarma kuvvetinin Laplace dönüşümleridir. Transfer fonksiyonu, frekansın karmaşık bir fonksiyonudur ve büyüklüğü ve fazı, rotor elemanının frekans tepkisini analiz etmek için kullanılabilir.

Daha sonra analizlerini bilyeli yatakların rotor sistemi üzerindeki etkisini içerecek şekilde genişletilir.  $k_b$  sertlik katsayısına sahip doğrusal yaylar olarak bilyeli yatakların basitleştirilmiş bir modelini kullanırlar. Rotor bilyeli yatak sistemi için hareket denklemleri şu şekilde verilir:

$$m\{\ddot{x}\} + c\{\dot{x}\} + k_b(x - x_b) = F(t) \quad (4.3)$$

Burada  $x_b$  rotor elemanının yer değiştirmesine eşit olduğu varsayılan bilyalı yatakların yer değiştirmesidir. Rotor bilyeli yatak sistemi için transfer fonksiyonu şu şekilde verilir:

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k + k_b} \quad (4.4)$$

Son olarak, karakteristik denklemin köklerini inceleyerek rotor-bilyeli yatak sisteminin kararlılığını analiz edilir:

$$m s^2 + c s + k + k_b = 0 \quad (4.5)$$

Bu denklemin kökleri, rotor bilyeli yatak sisteminin doğal frekanslarına karşılık gelir. Sistemin kararlılığının sönüm katsayısı, sertlik katsayıları ve bilyeli yatakların sertlik katsayısı değerlerine bağlı olduğunu göstermektedir. Ayrıca, sistemin bu

parametrelerin değerlerine bağlı olarak rezonans gibi farklı davranış türleri sergileyebileceğini de gösterirler.

Model 2’de, rotor-bilyeli yatak sisteminin matematiksel modeli aşağıdaki kısmi diferansiyel denklemler seti ile verilmektedir:

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + GAK \frac{\partial (\theta)}{\partial x} \right) = F_x \quad (4.6)$$

$$\rho I \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + GJ \frac{\partial^2 (\theta - \alpha)}{\partial x^2} = 0 \quad (4.7)$$

$\rho$  kirişin yoğunluğu,  $A$  enine kesit alanı,  $E$  esneklik modülü,  $I$  atalet momenti,  $G$  kayma modülü,  $K$  Timoshenko kayma düzeltme faktörü,  $F_x$  ve  $F_\theta$  sırasıyla eksenel ve enine yönlerde kirişe etki eden dış kuvvetler,  $u(x,t)$  kirişin eksenel yer değiştirmesidir,  $w(x,t)$  kirişin enine yer değiştirmesidir ve  $\theta(x,t)$  kirişin enine kesitinin dönme açısıdır.

Bu denklemler, rotor bilyeli yatak sisteminin dinamik davranışını tanımlar. Denklem 4.6, dış kuvvetler nedeniyle eğilmenin etkisini ve enine kesitin dönme açısını hesaba katarak, kirişin eksenel yöndeki hareketini temsil eder. Denklem 4.7, dış kuvvetler ve enine yer değiştirme nedeniyle eğilmenin etkisini hesaba katarak, kirişin enine yöndeki hareketini temsil eder.

Bu denklemlerin çözümü, sistemin belirli sınır koşullarına bağlıdır. Model 1,  $x = 0$  ve  $x = L$ ’de bulunan,  $L$ ’nin kirişin uzunluğu olduğu iki yataklı bir rotor-bilyalı yatak sistemi örneği sağlar. Yataklardaki eksenel yer değiştirme ve dönme açısı için sınır koşulları şu şekilde verilir:

$$u(0, t) = u(L, t) = 0 \quad \theta(0, t) = \theta(L, t) = 0 \quad (4.8)$$

Yataklardaki enine yer değiştirme ve eğilme momenti için sınır koşulları, kullanılan yatak tipine bağlıdır.

Bu denklemlerin çözümü, sonlu elemanlar yöntemi veya spektral yöntem gibi sayısal yöntemler kullanılarak elde edilebilir. Çözüme, analiz edilen rotor-bilyeli yatak sisteminin belirli parametrelerine ve sınır koşullarına bağlı olarak aşağıdaki adımlarla ulaşılır.

Modelin adımları:

1-Varsayımlar: Model, rotor-bilyalı yatak sisteminin bir Timoshenko kirişi olarak temsil edilebileceğini varsaymaktadır. Timoshenko kiriş teorisi, daha basit Euler-

Bernoulli kiriş teorisinde dikkate alınmayan kayma deformasyonu ve dönme ataletinin etkisini açıklar. Model ayrıca sistemin x eksenine göre simetrik olduğunu ve rotorun dengeli olduğunu varsayar.

2-Kinematik: Sistemin kinematiği hem eksenel hem de enine yer değiştirmeleri içeren yer değiştirme alanı ile tanımlanır. Eksenel yer değiştirme  $u(x,t)$  ile gösterilir ve enine yer değiştirme  $w(x,t)$  ile gösterilir. Kirişin enine kesitinin dönme açısı  $\theta(x,t)$  ile gösterilir.

3-Deformasyon: Sistemin deformasyonu birim uzama -yer değiştirme ilişkileri ile tanımlanır. Bu ilişkiler, kirişteki gerilmeleri yer değiştirmeler ve dönmelerle ilişkilendirir. Eksenel ve enine birim uzamalar için birim uzama-yer değiştirme ilişkileri şu şekilde verilir:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_w = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) w \quad (4.9)$$

Burada  $\varepsilon_x$  eksenel birim uzamadır ve  $\varepsilon_w$  enine birim uzamadır..

4-Yönetici denklemler: Sistem için yönetici denklemler sanal iş ilkesinden türetilmiştir. Sanal iş ilkesi, bir sistem üzerindeki dış yüklerin yaptığı işin, iç gerilmeler ve birim uzamaların yaptığı işe eşit olduğunu belirtir. Bu prensibi Timoshenko kirişine uygulamak, aşağıdaki yönetici denklemleri verir:

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + GAK \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) = f_x \rho I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( GA \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = f_\theta \quad (4.10)$$

Burada  $\rho$  kirişin yoğunluğu, A enine kesit alanı, E esneklik modülü, I atalet momenti, G kayma modülü, K Timoshenko kayma düzeltme faktörü ve  $f_x$  ve  $f_\theta$  sırasıyla eksenel ve enine yönlerde kirişe etki eden dış kuvvetler.

5-Sınır koşulları: Sistem için sınır koşulları, mesnetlerin geometrisine ve sınır koşullarına bağlıdır. Model, mesnetlerin  $x = 0$  ve  $x = L$ 'de bulunduğunu varsayar; burada L, kirişin uzunluğudur. Yataklardaki eksenel yer değiştirme ve dönme açısı için sınır koşulları şu şekilde verilir:

$$u(0, t) = u(L, t) = 0 \quad \theta(0, t) = \theta(L, t) = 0 \quad (4.11)$$

Yataklardaki enine yer değiştirme ve eğilme momenti için sınır koşulları, kullanılan yatak tipine bağlıdır.

6-Doğrusal olmayan birim uzama-yer değiştirme ilişkileri:

$$\varepsilon(x) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2 \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \gamma(x)} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.12)$$

burada  $\varepsilon$  aksenal şekil değiştirmedir,  $\gamma$  enine kayma şekil değiştirmesidir,  $u$  aksenal yer değiştirmedir ve  $w$  enine yer değiştirmedir.

7-Doğrusal olmayan gerilme-birim uzama ilişkileri:

$$\sigma(x) = E\varepsilon(x) + \sigma_b \tau(x) = G\gamma(x) \quad (4.13)$$

burada  $\sigma$  aksenal gerilme,  $\sigma_b$  ilk aksenal gerilme,  $G$  kayma modülüdür ve  $\tau$  enine kayma gerilmesidir.

8-Doğrusal olmayan hareket denklemleri:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left[ \left( \frac{1}{\rho A} \right) \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right] + 2\omega \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{(\omega^{2u}) \partial^2 w}{\partial t^2} = \left[ \left( \frac{1}{\rho A} \right) \frac{\partial \tau}{\partial x} \right] - \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - (\omega^{2w}) \quad (4.14)$$

burada  $\rho$  yoğunluk,  $A$  enine kesit alanı ve  $\omega$  milin dönme hızıdır.

9-Timoschenko kiriş sertliği matrisi:

$$K_{ij} = \left( \frac{EAI}{L} \right) (\delta_{ij} + \eta(1 - \delta_{ij})) \quad (4.15)$$

burada  $E$  Young modülüdür,  $A$  kesit alanıdır,  $I$  atalet momentidir,  $L$  elemanın uzunluğudur,  $\delta_{ij}$  Kronecker deltasıdır ve  $\eta$  kayma düzeltme faktörüdür.

Rulman temas kuvveti:

$$F_{ij} = (x - x_j) \delta_{ij} K_{ij} - (x - x_i) \delta_{ij} K_{ij} \quad (4.16)$$

burada  $K_{ij}$  temas sertliğidir,  $x_i$  ve  $x_j$  iki yatağın konumlarıdır ve  $\delta_{ij}$  Kronecker deltasıdır.

10-şaft elemanının yer değiştirmesi ve dönmesi için denklemler şu şekilde verilmiştir:

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + GJ \frac{\partial^2 (\theta - \alpha)}{\partial x^2} = 0 \quad (4.17)$$

$$GJ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \rho J \frac{\partial^2 (\theta - \alpha)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^2 (\theta)}{\partial x^2} = 0 \quad (4.18)$$

$v(x,t)$  kirişin enine yer değiştirmesidir,  $\theta(x,t)$  kirişin dönme açısıdır,  $E$  esneklik modülüdür,  $I$  momentidir atalet,  $G$  kayma modülü,  $J$  burulma sabiti,  $\rho$  kütle yoğunluğu,  $E$  enine kesit alanı,  $\alpha$  çarpma fonksiyonu ve  $M$  uygulanan andır.

11-Daha sonra, yatak elemanı için hareket denklemlerini türetilir. Yatak, doğrusal olmayan bir yaylı sönümleme sistemi olarak modellenmiştir ve hareket denklemleri şu şekilde verilmektedir:

$$F_k = k_d(x_k - x_{\{k-1\}}) + k_c \left( \frac{d(x_k - x_{\{k-1\}})}{dt} - \frac{\omega D}{2} \right) \quad (4.19)$$

$$F_d = c_d(x_k - x_{\{k-1\}}) + c_c \left( \frac{d(x_k - x_{\{k-1\}})}{dt} - \frac{\omega D}{2} \right) \quad (4.20)$$

burada  $F_k$  ve  $F_d$  kuvvet ve sönümleme katsayılarıdır,  $k_d$  ve  $c_d$  yatağın rijitlik ve sönümleme katsayılarıdır,  $k_c$  ve  $c_c$  çapraz bağlı rijitlik ve sönümleme katsayılarıdır,  $x_k$ , k'inci topun yer değiştirmesidir,  $x_{(k-1)}$ , (k-1)'inci topun yer değiştirmesidir,  $\omega$ , şaftın dönme hızıdır ve  $D$  bilya çapıdır.

12-Doğrusal olmayan sınır koşulları:

$$u(0) = u(L) = 0 \quad w(0) = w(L) = 0 \quad \sigma(0) = \sigma(L) = 0 \quad \tau(0) = \tau(L) = 0 \quad (4.21)$$

burada  $L$  şaftın uzunluğudur.

Bu denklemler ve modeller, dönen milin etkilerini hesaba katarak bir rotor-bilyeli yatak sisteminin dinamiklerini analiz etmek için kullanılır. Şaftı modellemek için Timoshenko ışın teorisi kullanılırken, doğrusal olmayan hareket denklemleri ve sınır koşulları sistemin çeşitli çalışma koşulları altındaki davranışını simüle etmek için kullanılır. Bilyalı yataklar arasındaki temas kuvveti de bir sertlik matrisi kullanılarak modellenmiştir.

13-Çözüm: Ana denklemlerin çözümü, uygun sınır koşulları uygulanarak ve elde edilen diferansiyel denklemler çözülerek elde edilir. Çözüm, sonlu elemanlar yöntemi gibi sayısal yöntemler kullanılarak elde edilebilir.

Özet olarak, Model 1'de sunulan rotor-bilyalı yatak sistemi için matematiksel model, Timoshenko kiriş teorisine dayanmaktadır ve sistemin davranışı hakkında çeşitli varsayımlar içermektedir. Model, sayısal yöntemler kullanılarak çözülebilen bir dizi kısmi diferansiyel denklem ve sınır koşulları tarafından yönetilir.

## 4.2 Sonuçlar ve Parametrik Çalışma

İlk olarak Model 1'deki doğrusal olmayan analiz yöntemiyle Rotor modelini 4 farklı integrasyon yöntemi ile entegre eden programlar hazırlanmıştır. Bunlar; 1) Ansys central difference formula, 2) 4.ncü dereceden Runge-Kutta, 3) Central difference formula, 4) Backward difference formula'dır. Sonrasında ise 2 numaralı model ile çalışılmaya devam edilmiştir. Bu program sonucunda şaftın yatak kısmında rulman ile beraber yaptığı çarpma hareketi grafiklerde görselleştirilmiştir ve sonrasında yorumlanmıştır. Bu çalışmada kod üzerinde uygulanan parametreler ve hangi değerlerle uygulandığı ise aşağıdaki Çizelge 4.1'de gösterilmektedir:

**Çizelge 4.1:** Doğrusal olmayan analiz yönteminin kullanıldığı Model 1'de ait parametreler ve değişkenler.

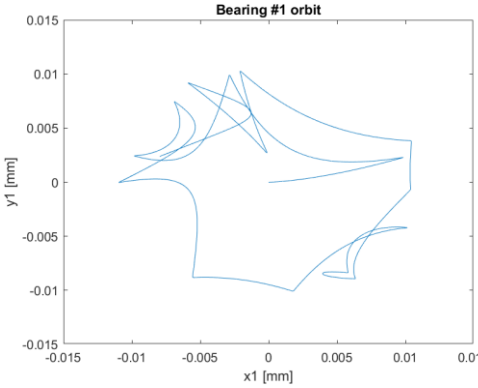
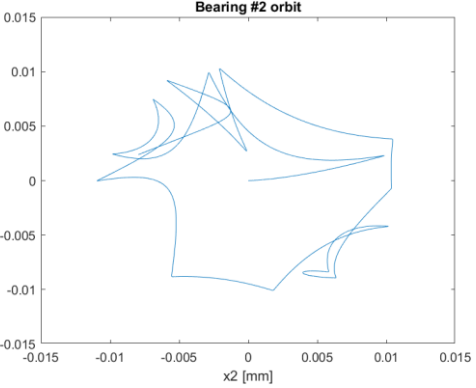
| Parametreler              | 1                | 2                | 3                 | 4                | 5     | 6     | 7     |
|---------------------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|-------|-------|-------|
| $N_b$ Bilya Sayısı        | Nb=9             | Nb=8             | Nb=7              | Nb=6             | Nb=10 | Nb=12 | Nb=15 |
| $m_d$ Disk Kütlesi        | 1kg              | 1.401kg          | 2kg               | 2,5kg            | 4kg   | -     | -     |
| $\gamma$ Radyal İç Boşluk | 10 $\mu\text{m}$ | 15 $\mu\text{m}$ | 7.5 $\mu\text{m}$ | 20 $\mu\text{m}$ | -     | -     | -     |

### 4.2.1 Bilya sayısı ( $N_b$ )

Bu bölümde, doğrusal olmayan analiz yönteminin incelendiği Model-1'e ait matematiksel model Matlab'te koda dökülerek bu model ile rulman ve şafta ait hareketler grafikleştirilmiş, sonrasında ise 6, 7, 8, 9, 10, 12 ve 15 adet bilyaya sahip olduğu durumlarda bu parametrenin rulman hareketlerini nasıl değiştirdiği görselleştirilerek incelenmiştir.

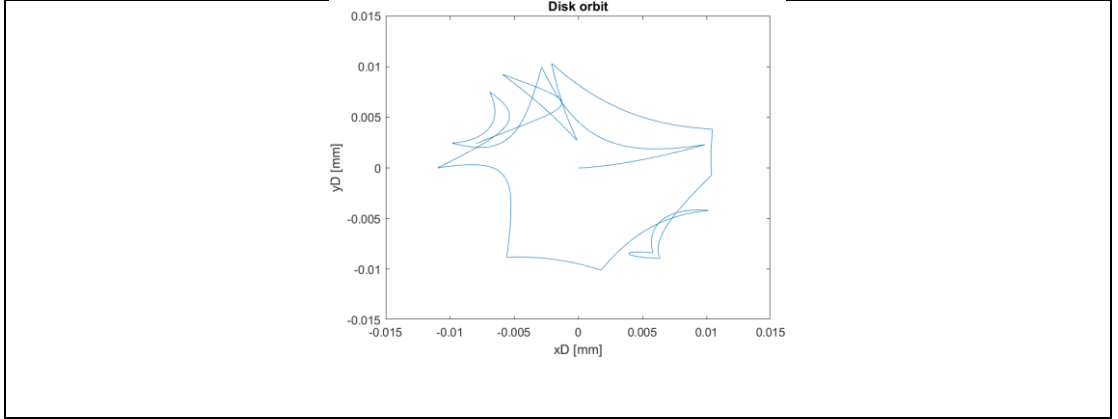
#### 4.2.1.1 6 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

**Çizelge 4.2:** Model 1'e ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:<br>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]<br>m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]<br>mD=1.401; % Disk mass [kg]<br>c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br>c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br>k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br>k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br>Nb=6;<br>w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]<br>Di=18.74; % inner race diameter [mm]<br>Do=28.26; % outer race diameter [mm]<br>e=0.05; % eccentricity [mm]<br>g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]<br>key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]<br>gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Rulman Yörüngeleri |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                    |

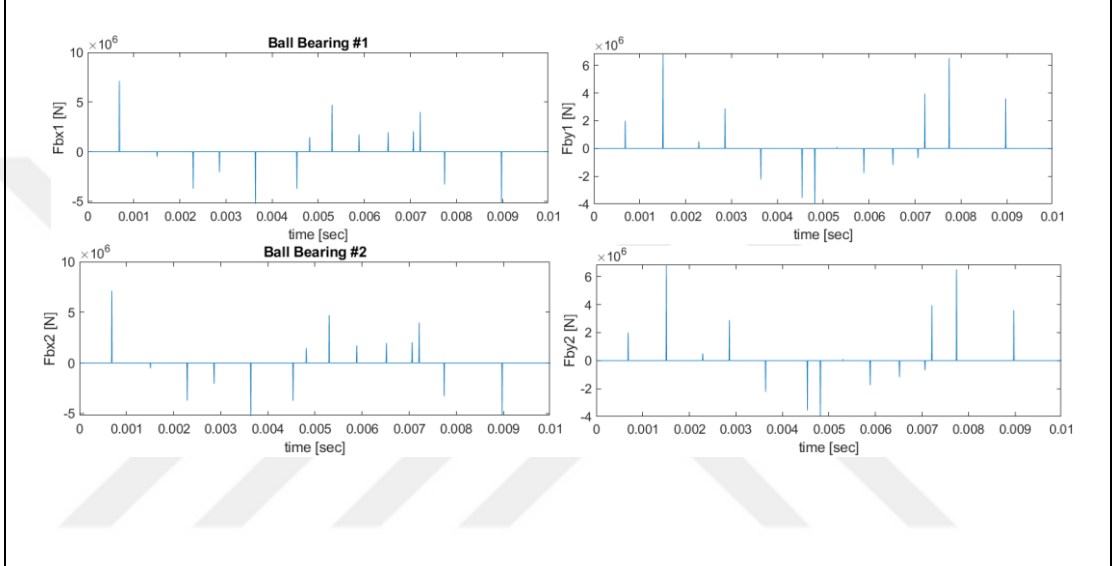
**Çizelge 4.2(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|   |                |
|---|----------------|
| 2 | Disk Yörüngesi |
|---|----------------|



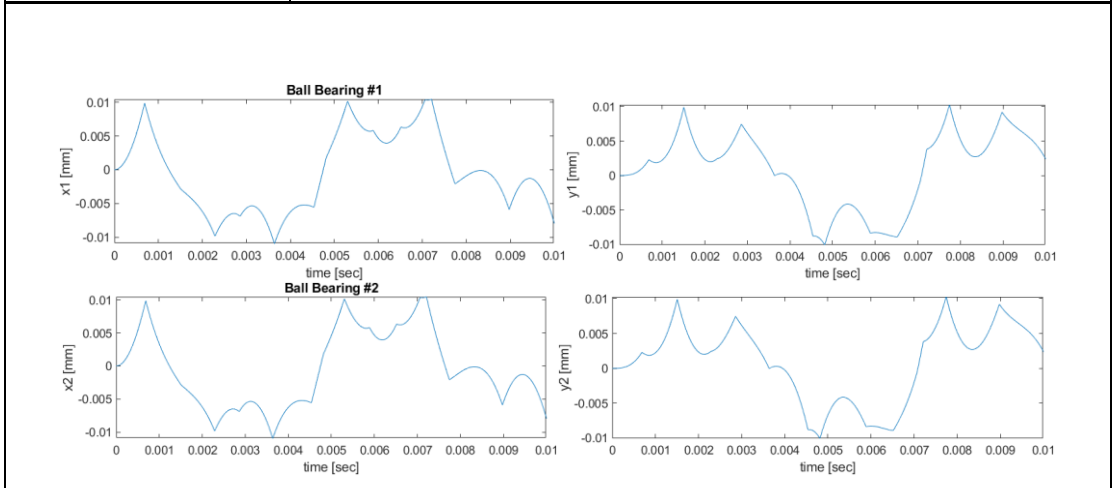
3

Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi



4

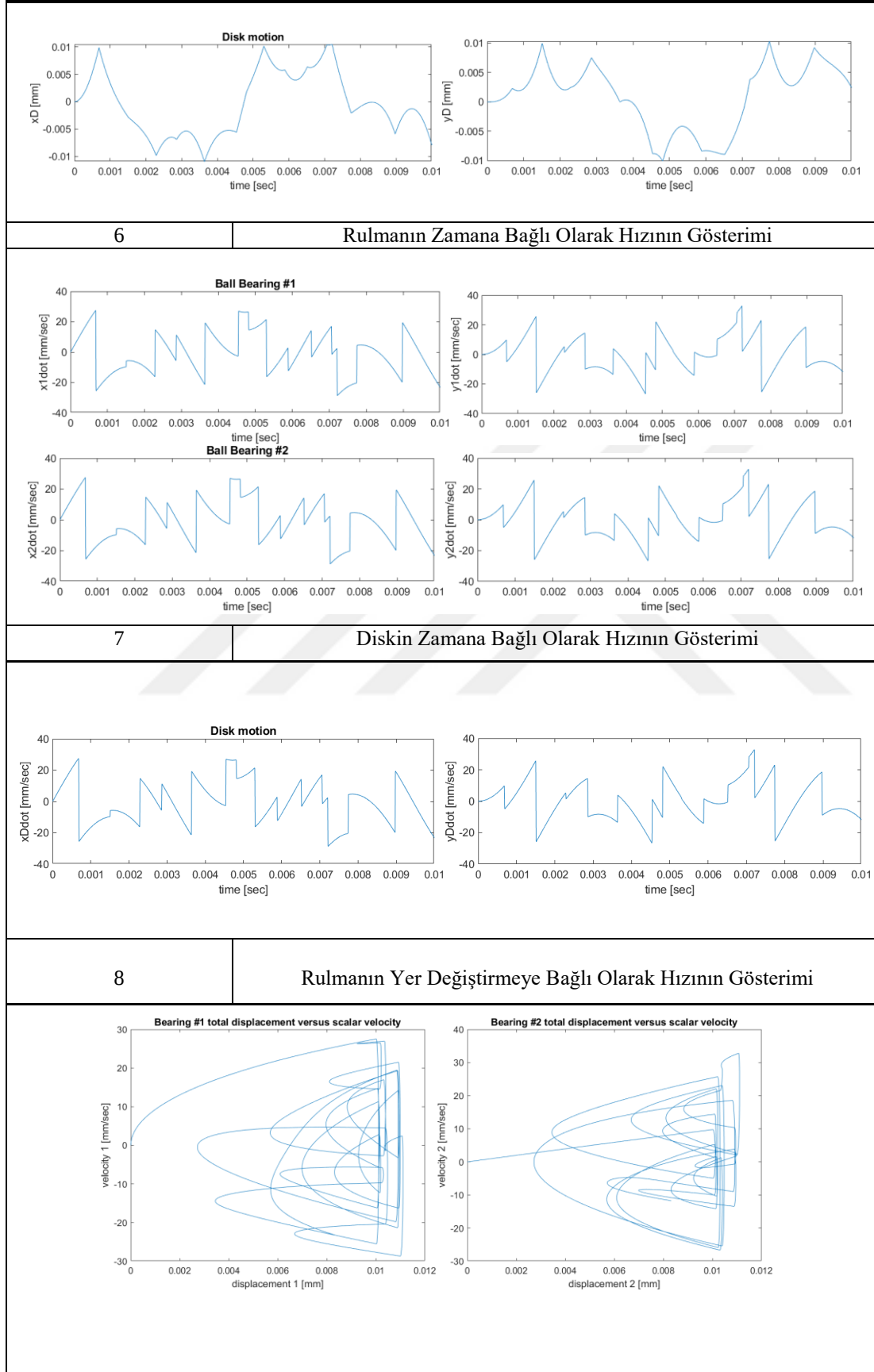
Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi



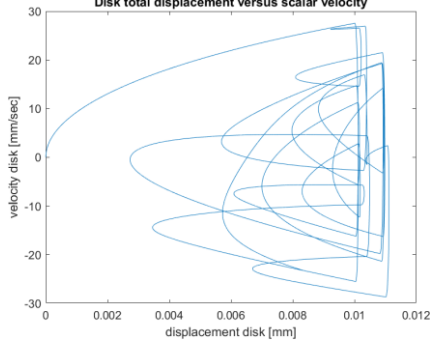
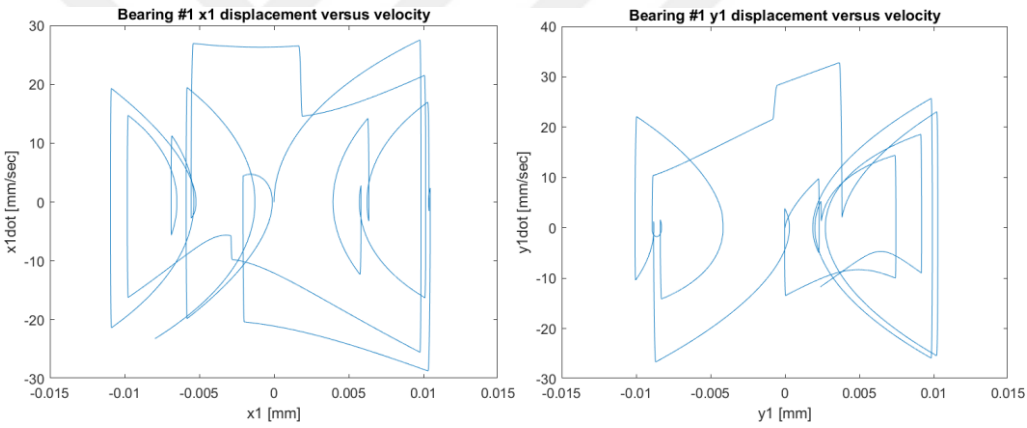
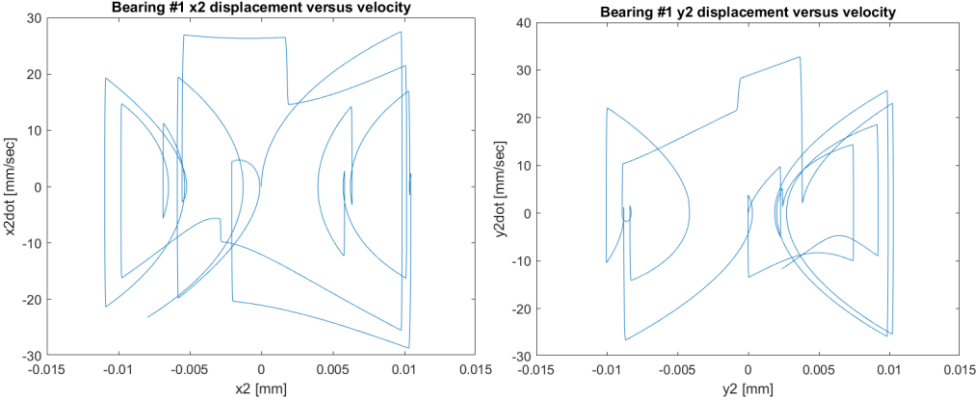
5

Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi

**Çizelge 4.2(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

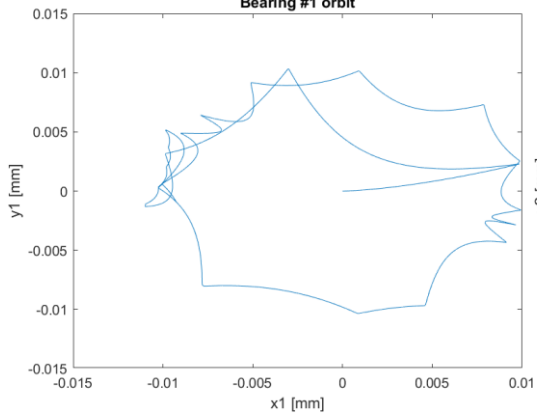
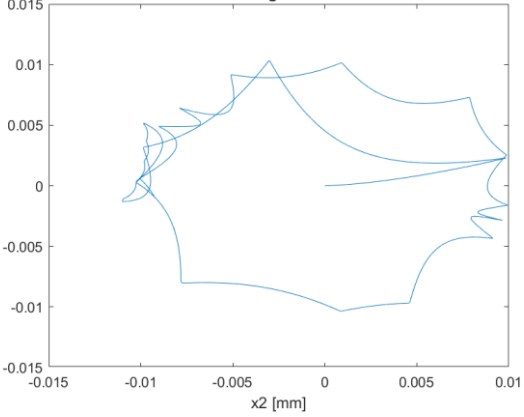


**Çizelge 4.2(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

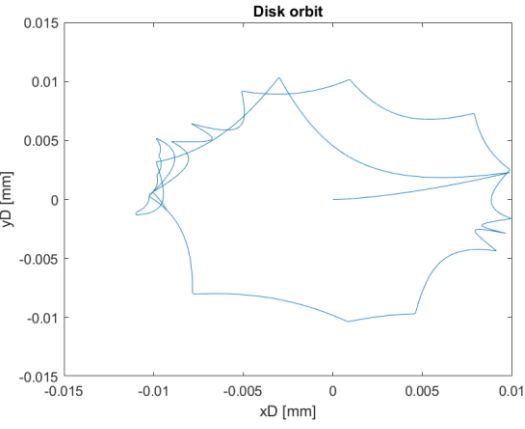
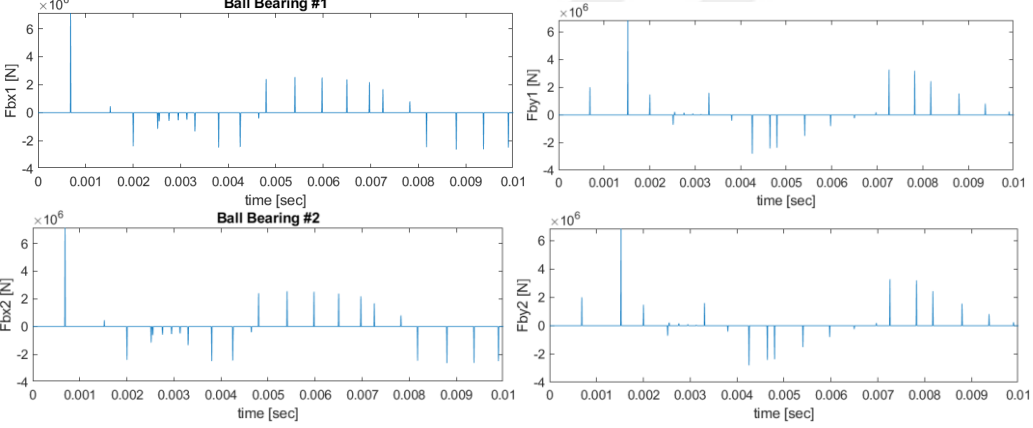
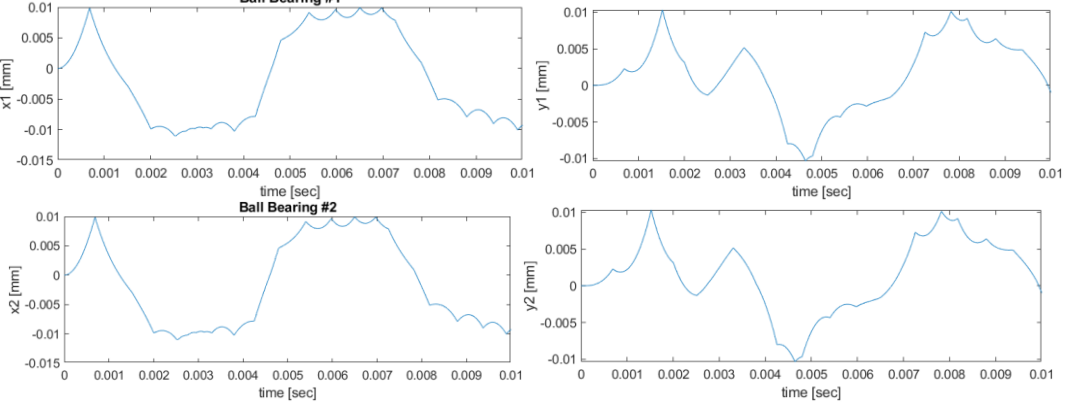
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 9                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Disk'in Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                        |
|  <p>The plot shows the disk's total displacement versus scalar velocity. The x-axis is 'displacement disk [mm]' ranging from 0 to 0.012. The y-axis is 'velocity disk [mm/sec]' ranging from -30 to 30. The plot displays a complex, multi-loop trajectory in blue, indicating the disk's motion over time.</p>                                                                                                                              |                                                                                |
| 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatac Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |
|  <p>Two plots showing the bearing's displacement versus velocity. The left plot is 'Bearing #1 x1 displacement versus velocity' with x-axis 'x1 [mm]' from -0.015 to 0.015 and y-axis 'x1dot [mm/sec]' from -30 to 30. The right plot is 'Bearing #1 y1 displacement versus velocity' with x-axis 'y1 [mm]' from -0.015 to 0.015 and y-axis 'y1dot [mm/sec]' from -30 to 40. Both plots show complex, multi-loop trajectories in blue.</p>  |                                                                                |
| 11                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatac Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|  <p>Two plots showing the bearing's displacement versus velocity. The left plot is 'Bearing #1 x2 displacement versus velocity' with x-axis 'x2 [mm]' from -0.015 to 0.015 and y-axis 'x2dot [mm/sec]' from -30 to 30. The right plot is 'Bearing #1 y2 displacement versus velocity' with x-axis 'y2 [mm]' from -0.015 to 0.015 and y-axis 'y2dot [mm/sec]' from -30 to 40. Both plots show complex, multi-loop trajectories in blue.</p> |                                                                                |
| 12                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Disk Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi       |

#### 4.2.1.2 7 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

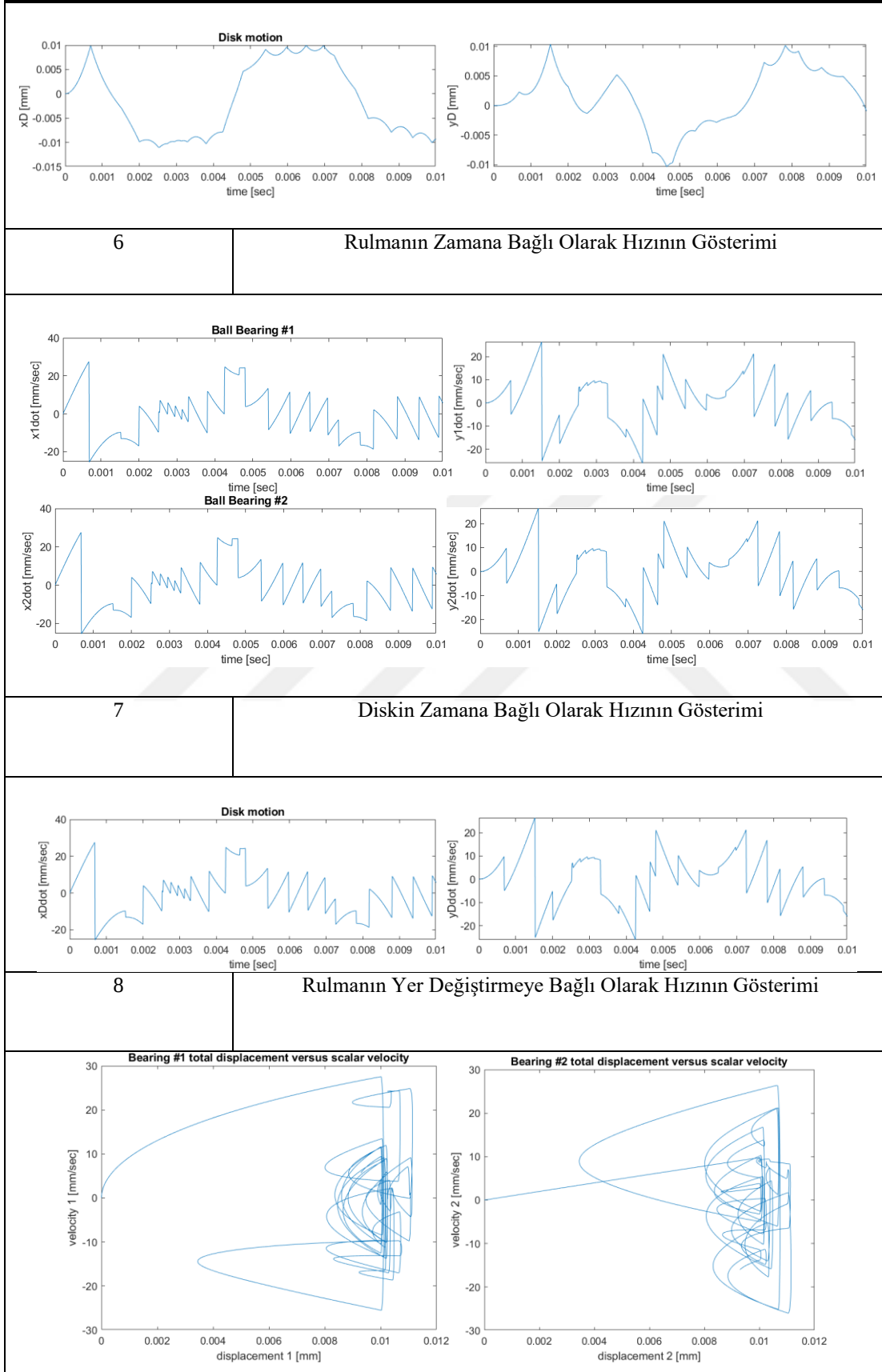
**Çizelge 4.3:** Model 1'e ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]<br/>m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]<br/>mD=1.401; % Disk mass [kg]<br/>c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/>c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/>k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/>k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/>Nb=7;<br/>w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]<br/>Di=18.74; % inner race diameter [mm]<br/>Do=28.26; % outer race diameter [mm]<br/>e=0.05; % eccentricity [mm]<br/>g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]<br/>key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]<br/>gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter</p> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Rulman Yörüngeleri |
| <div><div><p>Bearing #1 orbit</p></div><div><p>Bearing #2 orbit</p></div></div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                    |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Disk Yörüngesi     |

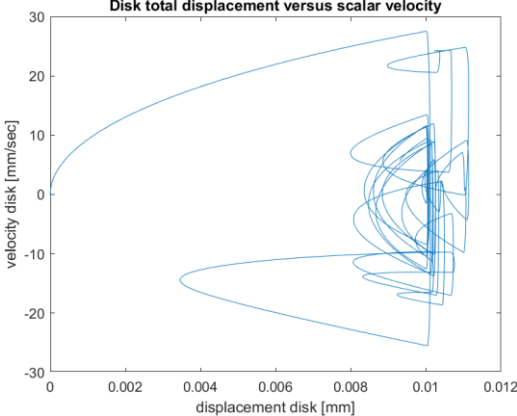
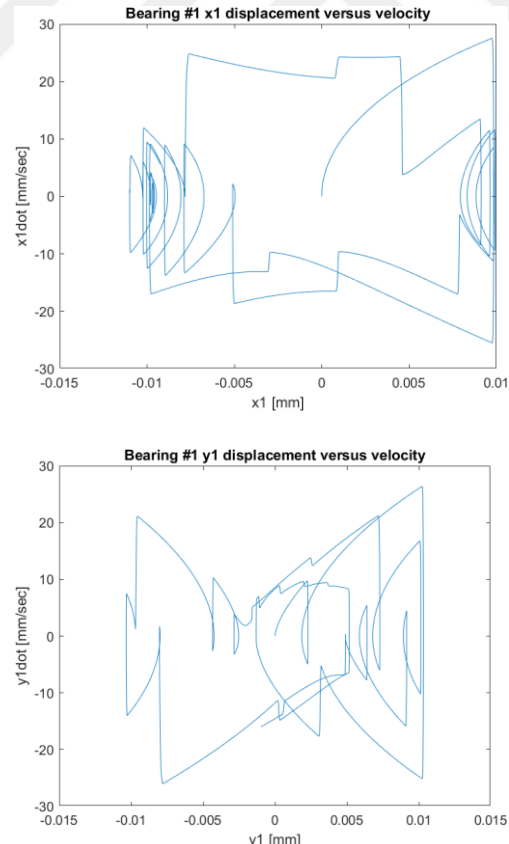
**Çizelge 4.3(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|   |                                                                                      |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------|
|   |    |
| 3 | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi                  |
|   |   |
| 4 | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                                           |
|   |  |
| 5 | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi                                                |

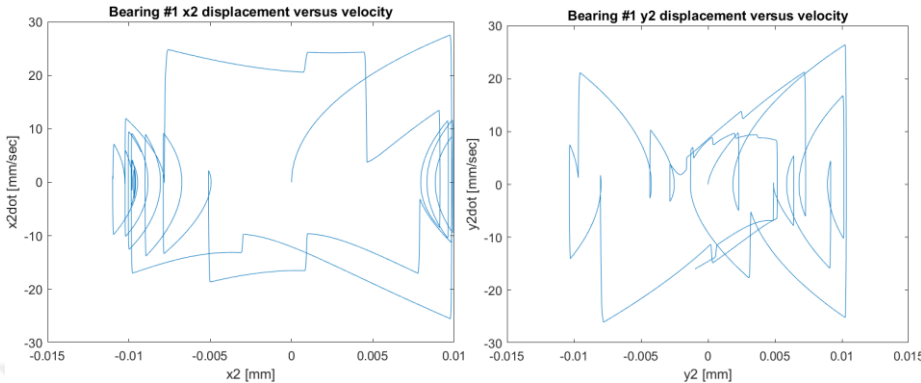
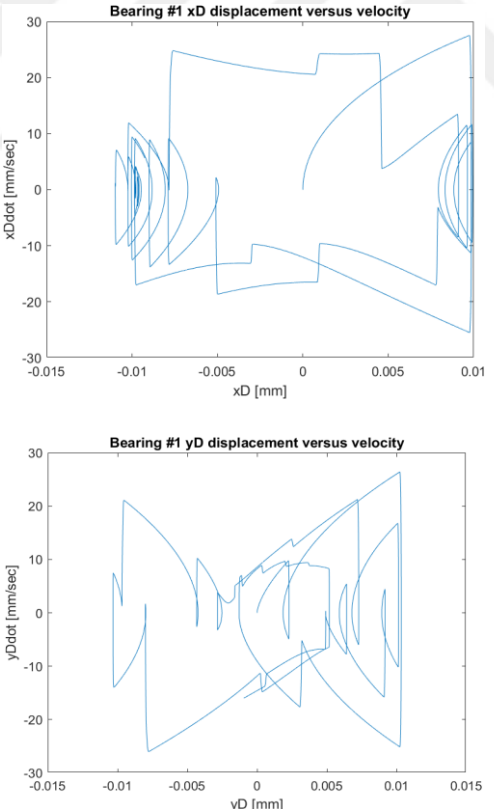
**Çizelge 4.3(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.3(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

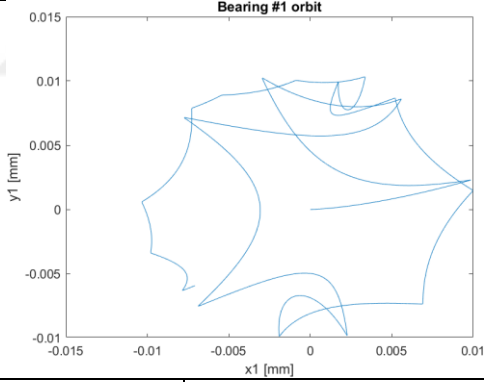
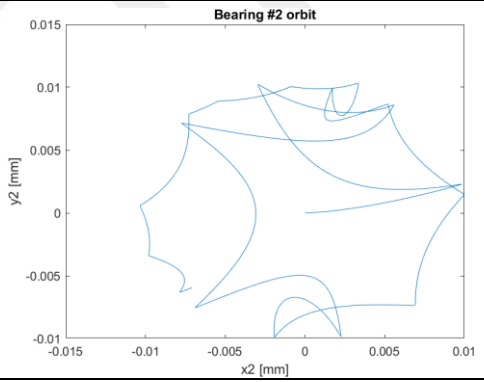
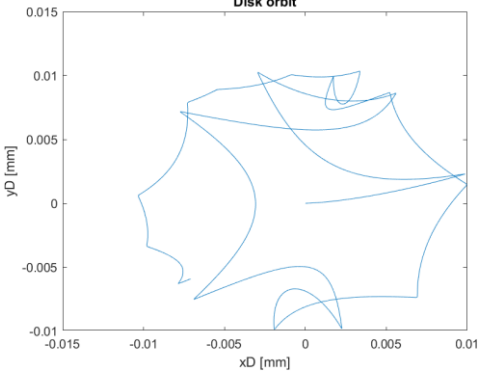
|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 9  | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|    |  <p>The plot titled "Disk total displacement versus scalar velocity" shows the relationship between disk displacement and velocity. The x-axis is labeled "displacement disk [mm]" and ranges from 0 to 0.012. The y-axis is labeled "velocity disk [mm/sec]" and ranges from -30 to 30. The plot displays a complex, multi-lobed trajectory that starts at approximately (0, 10) and spreads out as displacement increases, with a dense cluster of lines between 0.008 and 0.011 mm displacement.</p>                                  |
| 10 | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|    |  <p>Two plots are shown for Bearing #1. The top plot, titled "Bearing #1 x1 displacement versus velocity", has an x-axis labeled "x1 [mm]" ranging from -0.015 to 0.01 and a y-axis labeled "x1dot [mm/sec]" ranging from -30 to 30. It shows a complex, multi-lobed trajectory. The bottom plot, titled "Bearing #1 y1 displacement versus velocity", has an x-axis labeled "y1 [mm]" ranging from -0.015 to 0.015 and a y-axis labeled "y1dot [mm/sec]" ranging from -30 to 30. It also shows a complex, multi-lobed trajectory.</p> |

**Çizelge 4.3(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

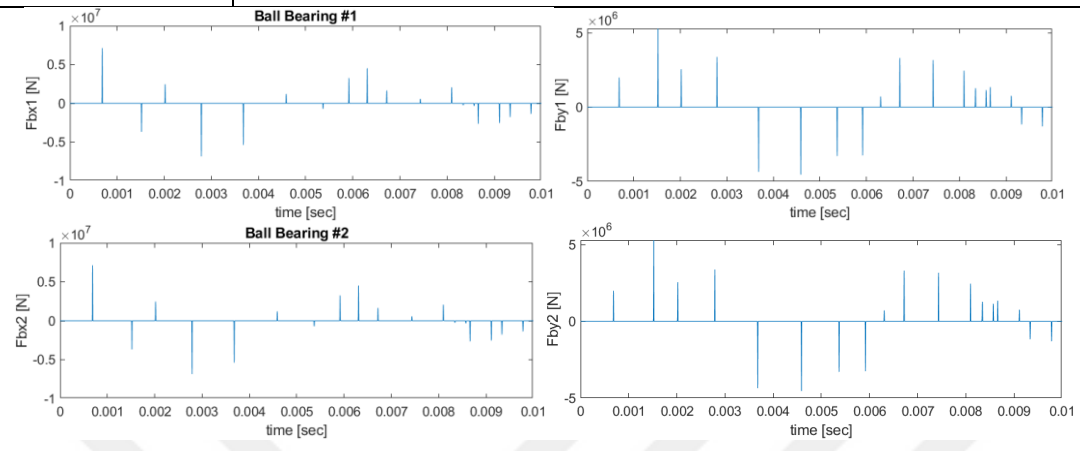
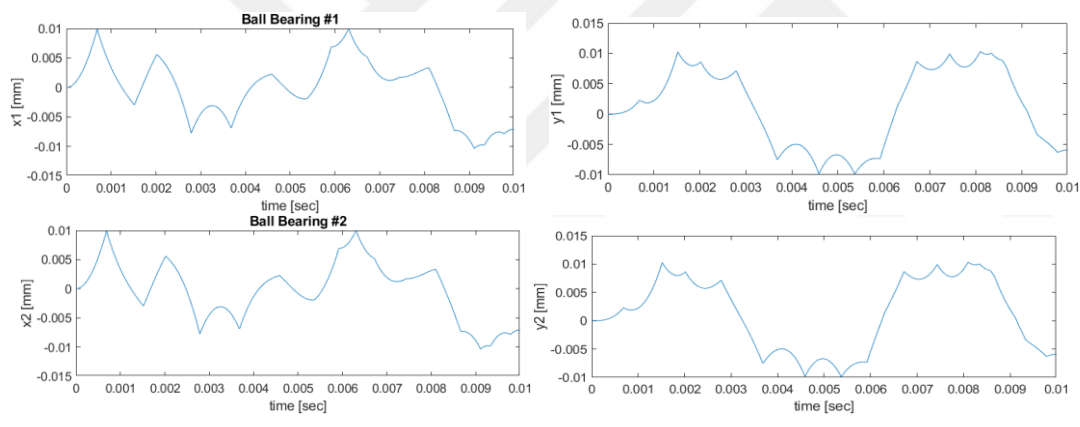
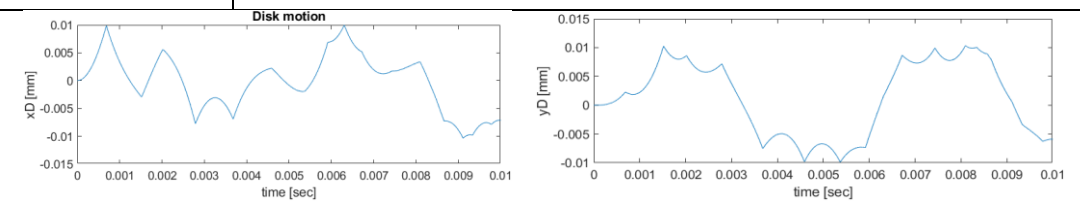
|                                                                                     |                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 11                                                                                  | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|   |                                                                                |
| 12                                                                                  | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Disk Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi       |
|  |                                                                                |

#### 4.2.1.3 8 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

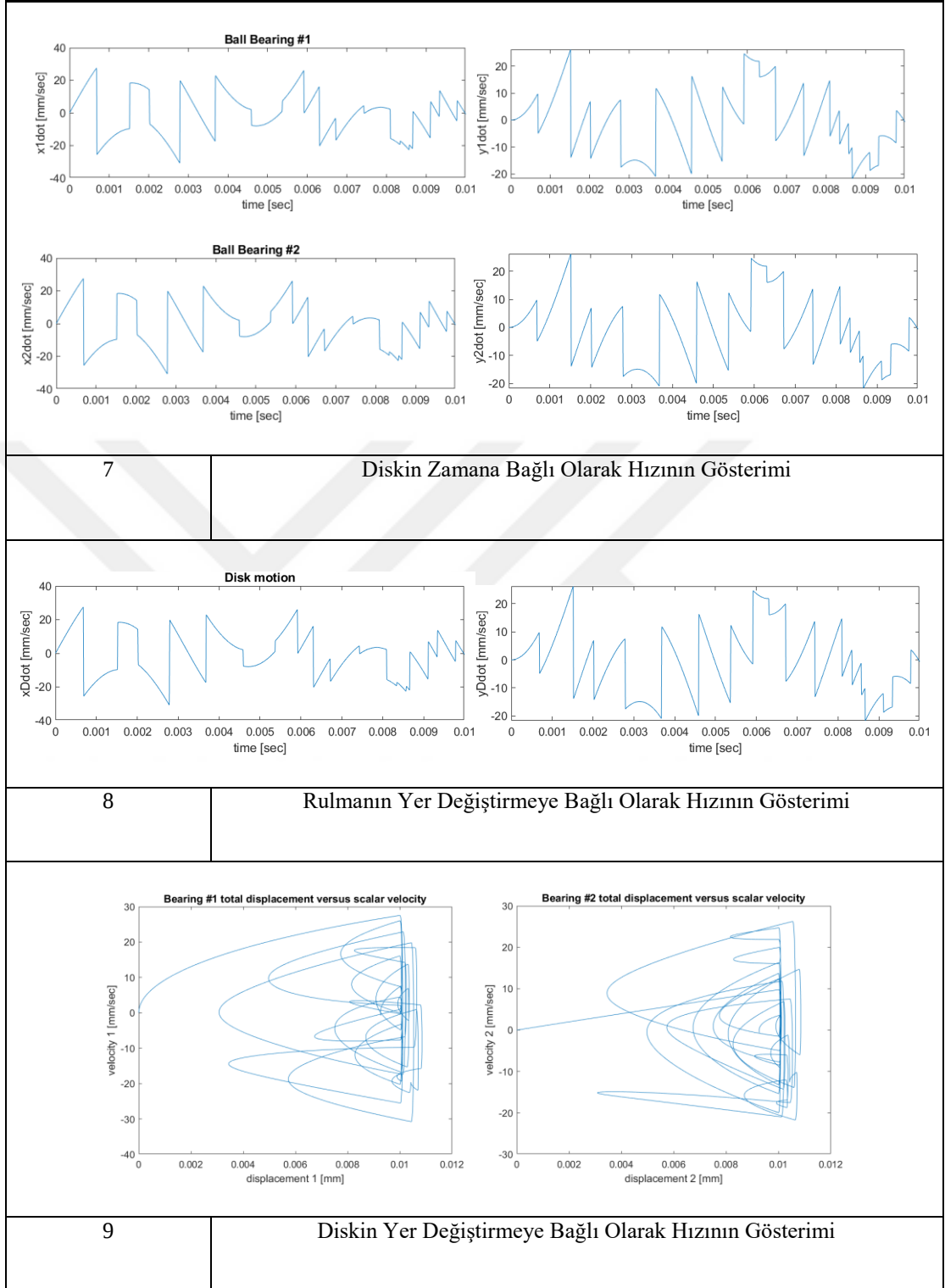
**Çizelge 4.4:** Model 1'e ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]</p> <p>m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]</p> <p>mD=1.401; % Disk mass [kg]</p> <p>c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p>c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p>k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p>k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p>Nb=8;</p> <p>w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]</p> <p>Di=18.74; % inner race diameter [mm]</p> <p>Do=28.26; % outer race diameter [mm]</p> <p>e=0.05; % eccentricity [mm]</p> <p>g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]</p> <p>key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]</p> <p>gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <p>Rulman Yörüngeleri</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <p>Disk Yörüngesi</p>                                                                                                                                                             |

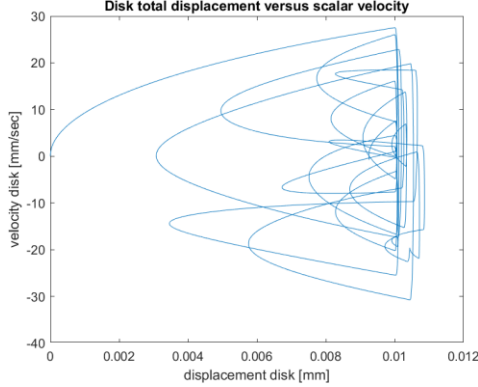
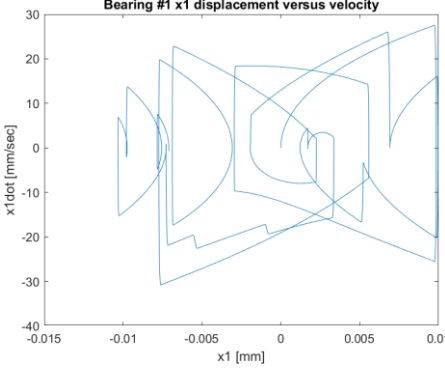
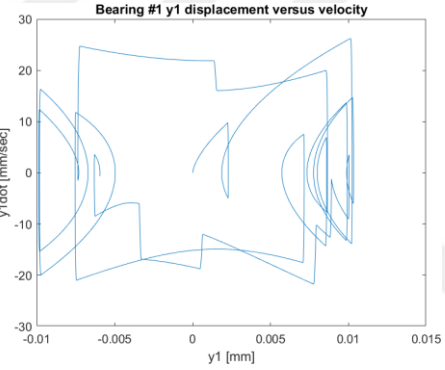
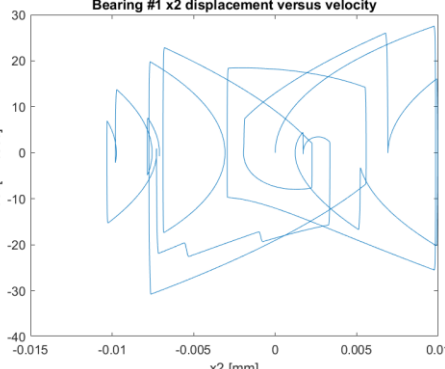
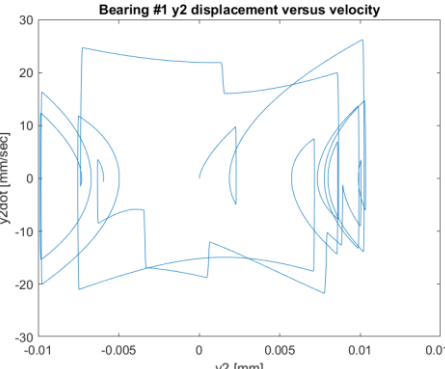
**Çizelge 4.4(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 3                                                                                    | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi |
|    |                                                                     |
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                          |
|   |                                                                     |
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi                               |
|  |                                                                     |
| 6                                                                                    | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                      |

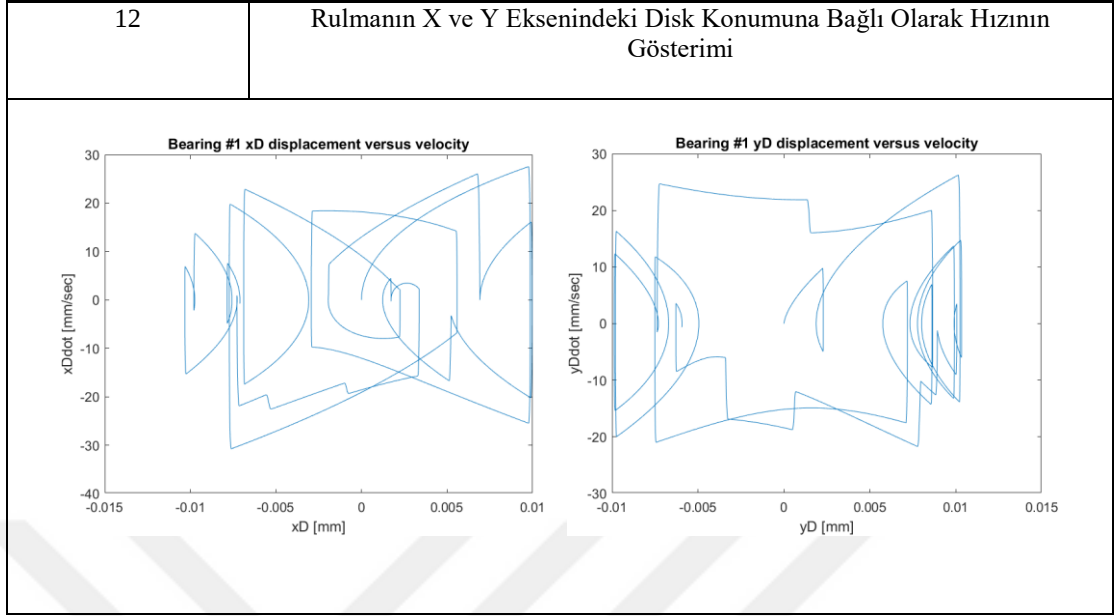
**Çizelge 4.4(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.4(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  <p>Disk total displacement versus scalar velocity</p> <p>The plot shows the total displacement of the disk versus its scalar velocity. The x-axis is 'displacement disk [mm]' ranging from 0 to 0.012. The y-axis is 'velocity disk [mm/sec]' ranging from -40 to 30. The plot displays a complex, multi-lobed trajectory, indicating the disk's motion over time.</p> |
| 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|  <p>Bearing #1 x1 displacement versus velocity</p> <p>The plot shows the displacement of the bearing #1 x1 versus its velocity. The x-axis is 'x1 [mm]' ranging from -0.015 to 0.01. The y-axis is 'x1dot [mm/sec]' ranging from -40 to 30. The plot displays a complex, multi-lobed trajectory, indicating the bearing's motion over time.</p>  |  <p>Bearing #1 y1 displacement versus velocity</p> <p>The plot shows the displacement of the bearing #1 y1 versus its velocity. The x-axis is 'y1 [mm]' ranging from -0.01 to 0.015. The y-axis is 'y1dot [mm/sec]' ranging from -30 to 30. The plot displays a complex, multi-lobed trajectory, indicating the bearing's motion over time.</p>                       |
| 11                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|  <p>Bearing #1 x2 displacement versus velocity</p> <p>The plot shows the displacement of the bearing #1 x2 versus its velocity. The x-axis is 'x2 [mm]' ranging from -0.015 to 0.01. The y-axis is 'x2dot [mm/sec]' ranging from -40 to 30. The plot displays a complex, multi-lobed trajectory, indicating the bearing's motion over time.</p> |  <p>Bearing #1 y2 displacement versus velocity</p> <p>The plot shows the displacement of the bearing #1 y2 versus its velocity. The x-axis is 'y2 [mm]' ranging from -0.01 to 0.015. The y-axis is 'y2dot [mm/sec]' ranging from -30 to 30. The plot displays a complex, multi-lobed trajectory, indicating the bearing's motion over time.</p>                      |

**Çizelge 4.4(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

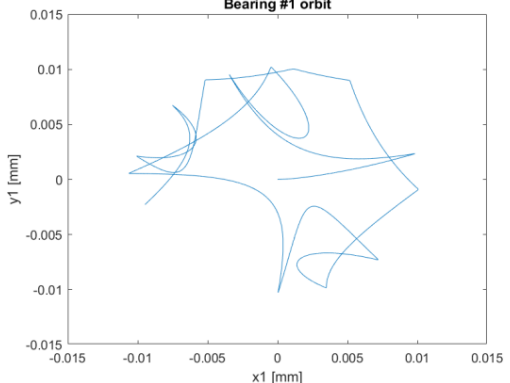
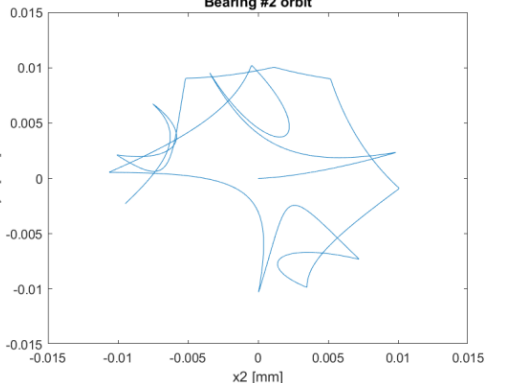
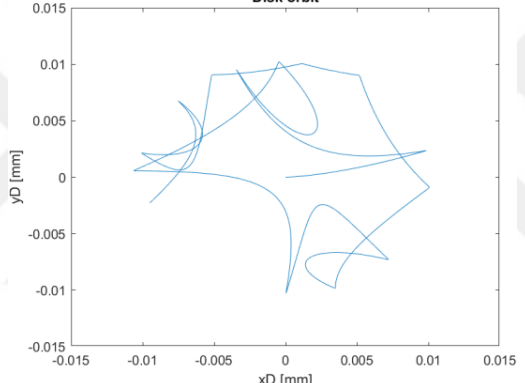
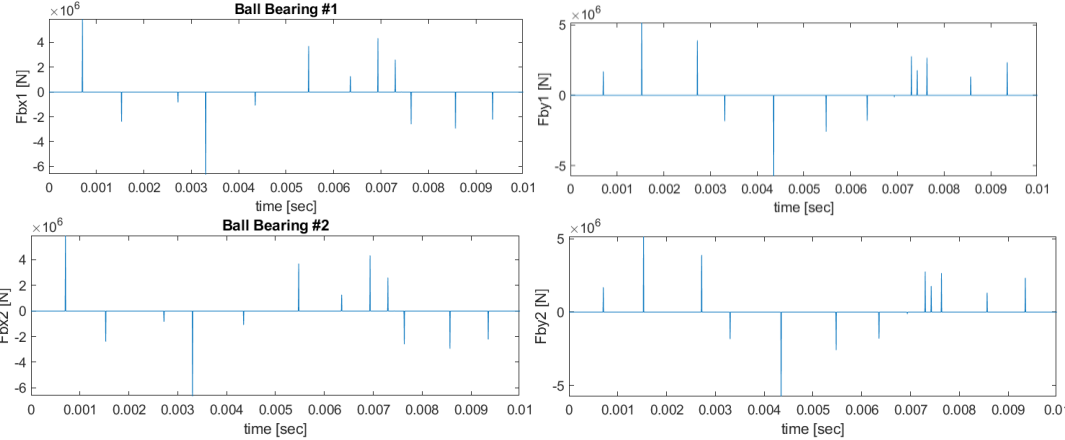


#### 4.2.1.4 9 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

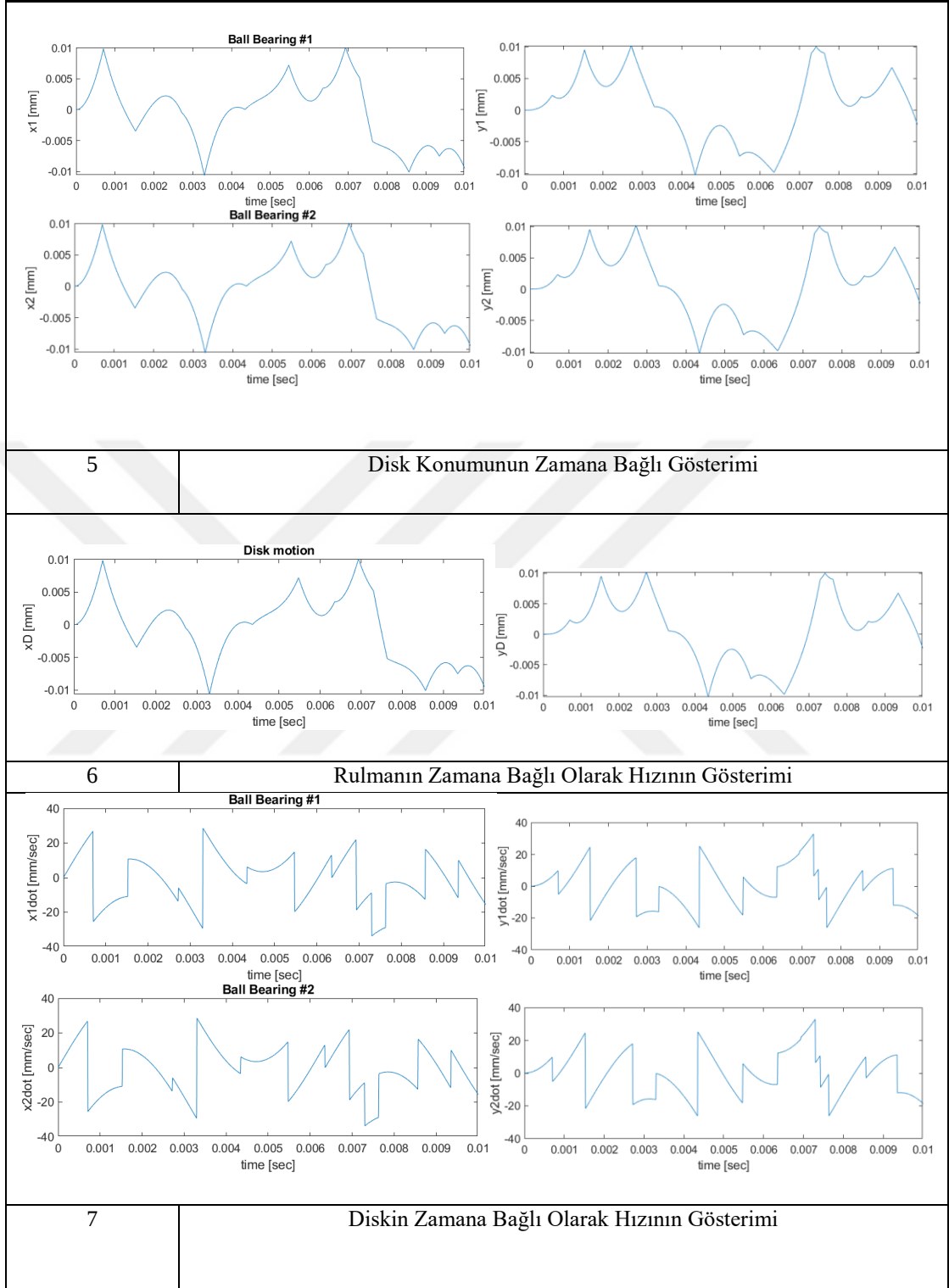
**Çizelge 4.5:** Model 1'e ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p><math>m1=.1</math>; % 1.bearing's mass [mm]</p> <p><math>m2=.1</math>; % 2.bearing's mass [mm]</p> <p><math>mD=1.401</math>; % Disk mass [kg]</p> <p><math>c1=2940e3</math>; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p><math>c2=2940e3</math>; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p><math>k1=8e6</math>; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p><math>k2=8e6</math>; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p><math>Nb=9</math>;</p> <p><math>w_{rotor}=1000</math>; % rotor angular velocity [rad/sec]</p> <p><math>Di=18.74</math>; % inner race diameter [mm]</p> <p><math>Do=28.26</math>; % outer race diameter [mm]</p> <p><math>e=0.05</math>; % eccentricity [mm]</p> <p><math>g=9.81</math>; % gravity acceleration [m/sec<sup>2</sup>]</p> <p><math>key=7.055e9*100^{1.5}</math>; % Hertzian contact stiffness [N/m<sup>(3/2)</sup>]</p> <p><math>\gamma=10e-3</math>; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter</p> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Rulman Yörüngeleri |

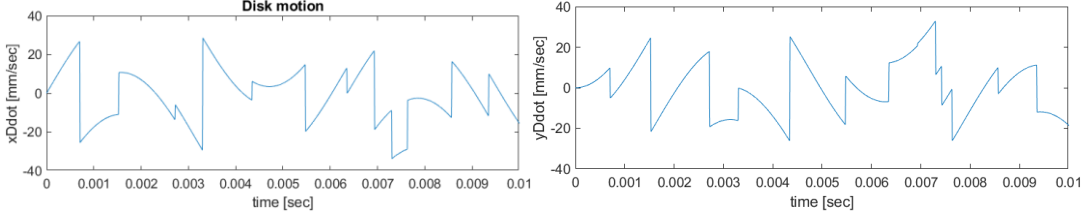
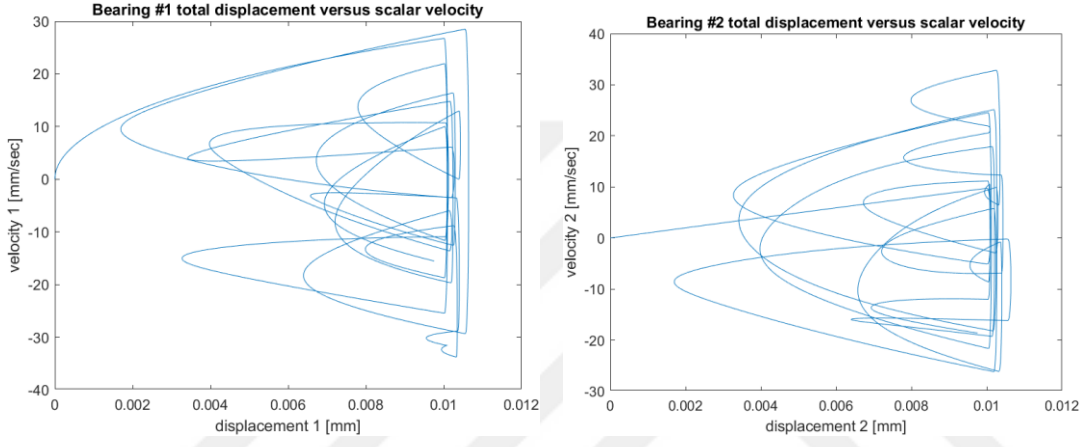
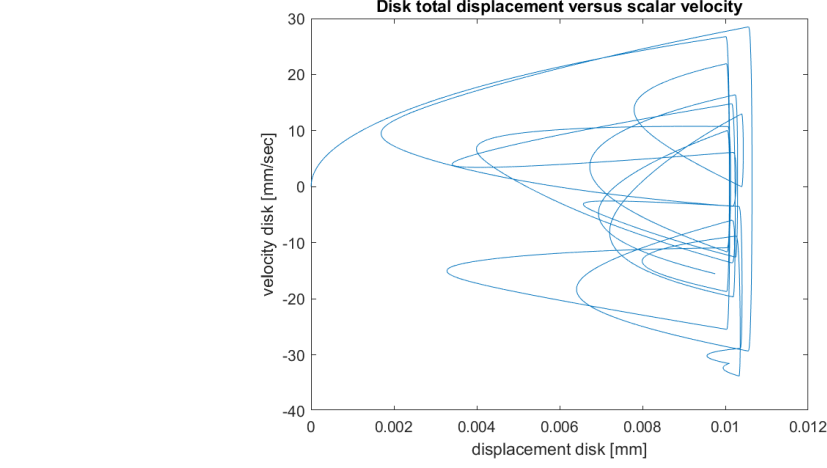
**Çizelge 4.5(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|     |  |
| 2                                                                                    | Disk Yörüngesi                                                                     |
|   |                                                                                    |
| 3                                                                                    | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi                |
|  |                                                                                    |
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                                         |

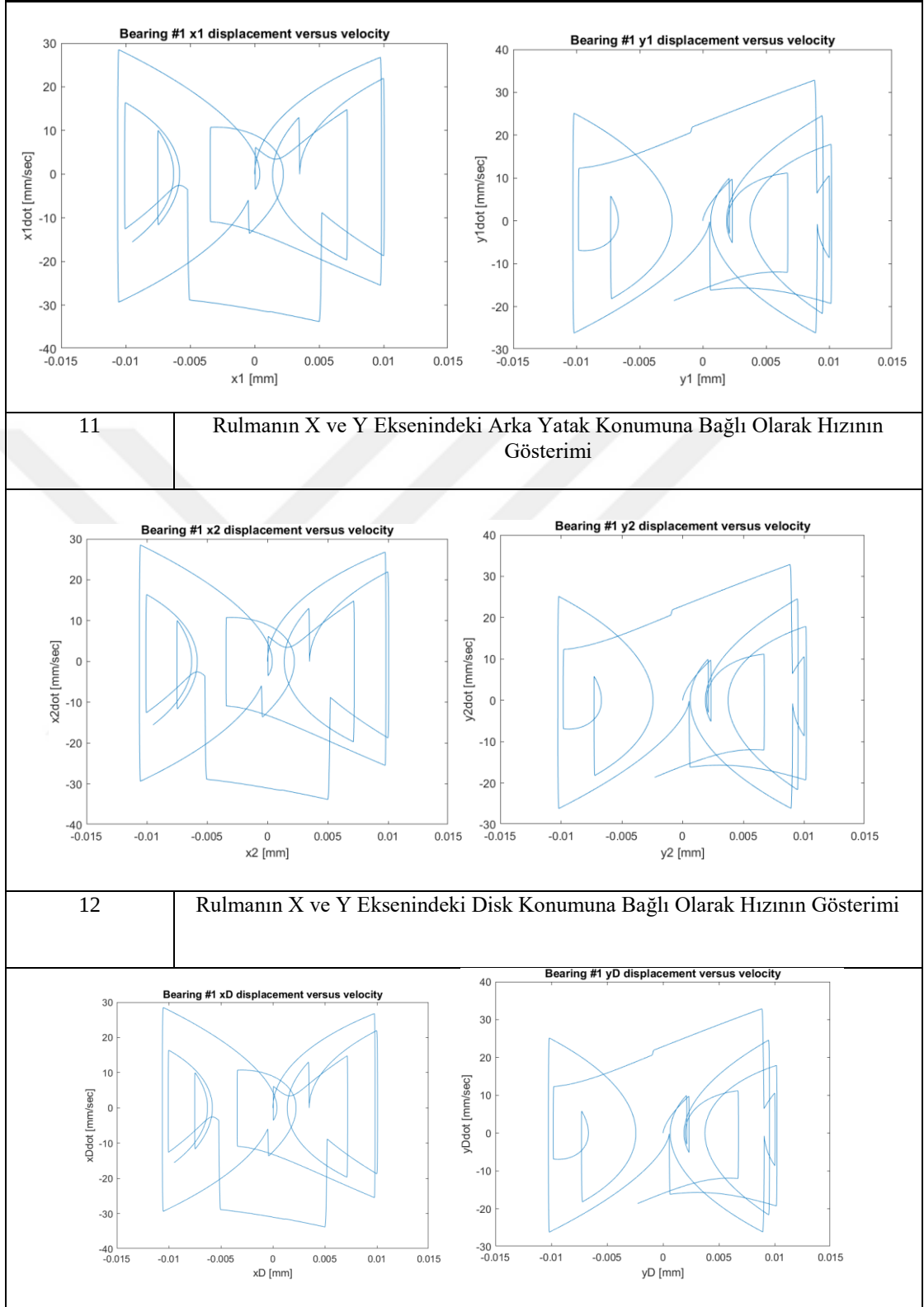
**Çizelge 4.5(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.5(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

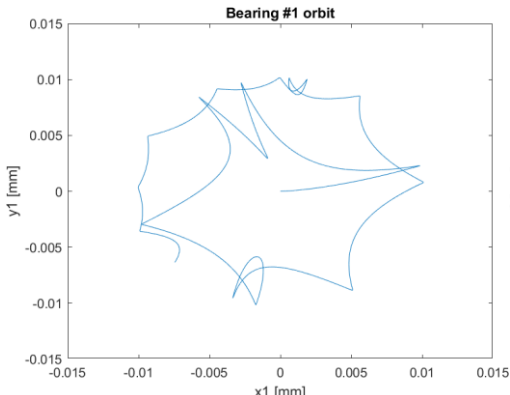
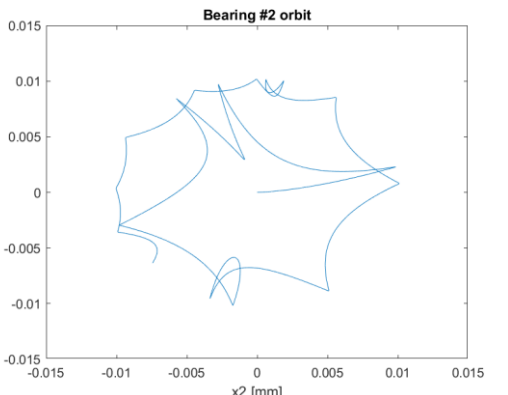
|                                                                                      |                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                              |
| 8                                                                                    | Rulmanın Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                     |
|   |                                                                              |
| 9                                                                                    | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                       |
|  |                                                                              |
| 10                                                                                   | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |

**Çizelge 4.5(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

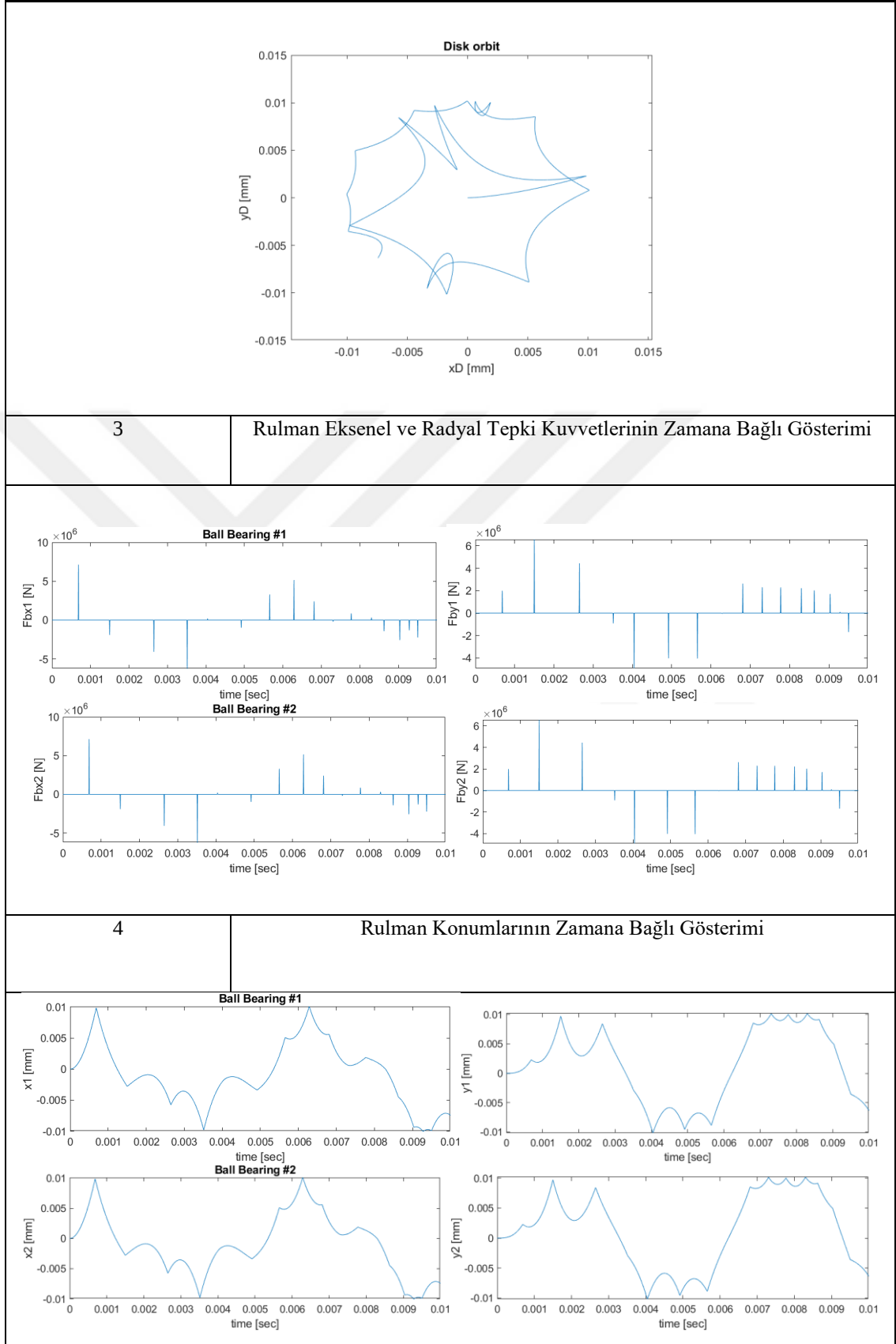


#### 4.2.1.5 10 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

**Çizelge 4.6:** Model 1'e ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]<br/> m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]<br/> mD=1.401; % Disk mass [kg]<br/> c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/> c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/> k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/> k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/> Nb=10;<br/> w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]<br/> Di=18.74; % inner race diameter [mm]<br/> Do=28.26; % outer race diameter [mm]<br/> e=0.05; % eccentricity [mm]<br/> g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]<br/> key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]<br/> gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter</p> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Rulman Yörüngeleri |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                    |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Disk Yörüngesi     |

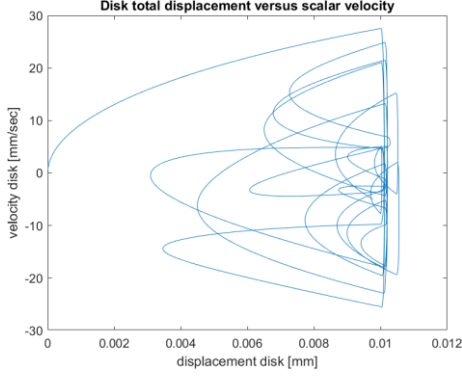
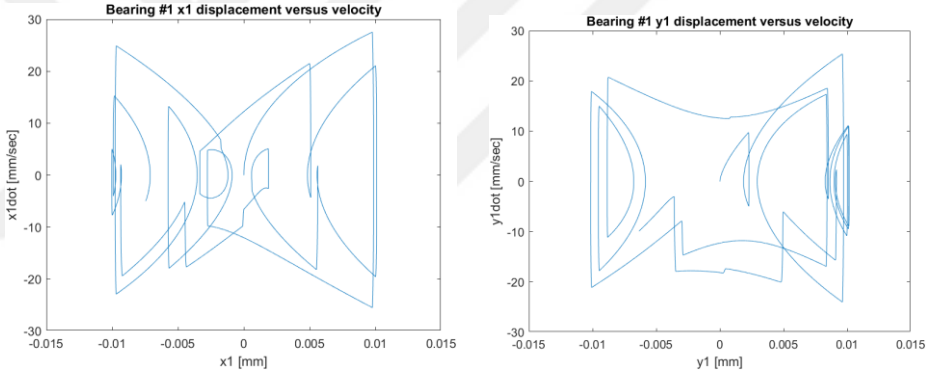
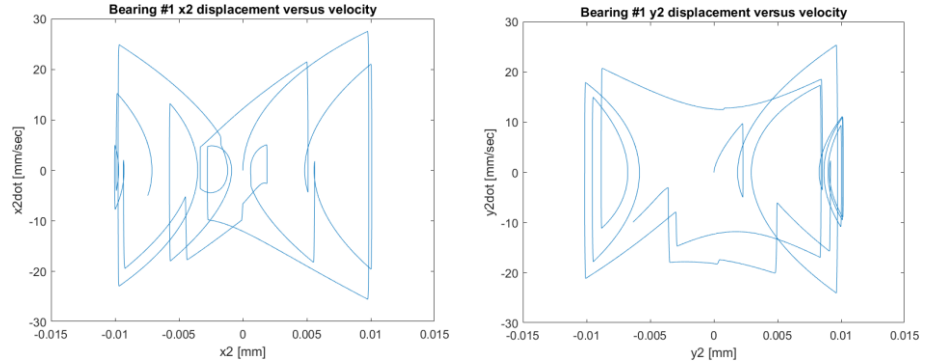
**Çizelge 4.6(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



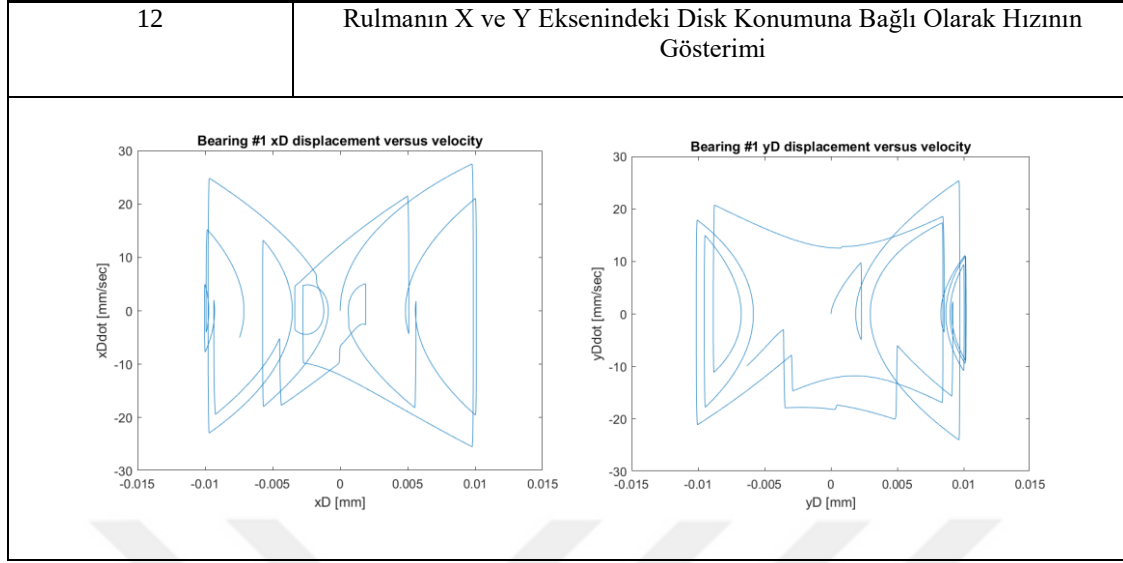
**Çizelge 4.6(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.6(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 9                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                         |
|  <p>The plot shows the disk's total displacement versus scalar velocity. The x-axis is 'displacement disk [mm]' ranging from 0 to 0.012. The y-axis is 'velocity disk [mm/sec]' ranging from -30 to 30. The plot displays multiple overlapping loops, indicating the disk's motion over time.</p>                                                                                                                                          |                                                                                |
| 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |
|  <p>Two plots showing the bearing's motion. The left plot is 'Bearing #1 x1 displacement versus velocity' with x-axis 'x1 [mm]' from -0.015 to 0.015 and y-axis 'x1dot [mm/sec]' from -30 to 30. The right plot is 'Bearing #1 y1 displacement versus velocity' with x-axis 'y1 [mm]' from -0.015 to 0.015 and y-axis 'y1dot [mm/sec]' from -30 to 30. Both plots show complex, overlapping loops representing the bearing's motion.</p>  |                                                                                |
| 11                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|  <p>Two plots showing the bearing's motion. The left plot is 'Bearing #1 x2 displacement versus velocity' with x-axis 'x2 [mm]' from -0.015 to 0.015 and y-axis 'x2dot [mm/sec]' from -30 to 30. The right plot is 'Bearing #1 y2 displacement versus velocity' with x-axis 'y2 [mm]' from -0.015 to 0.015 and y-axis 'y2dot [mm/sec]' from -30 to 30. Both plots show complex, overlapping loops representing the bearing's motion.</p> |                                                                                |

**Çizelge 4.6(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

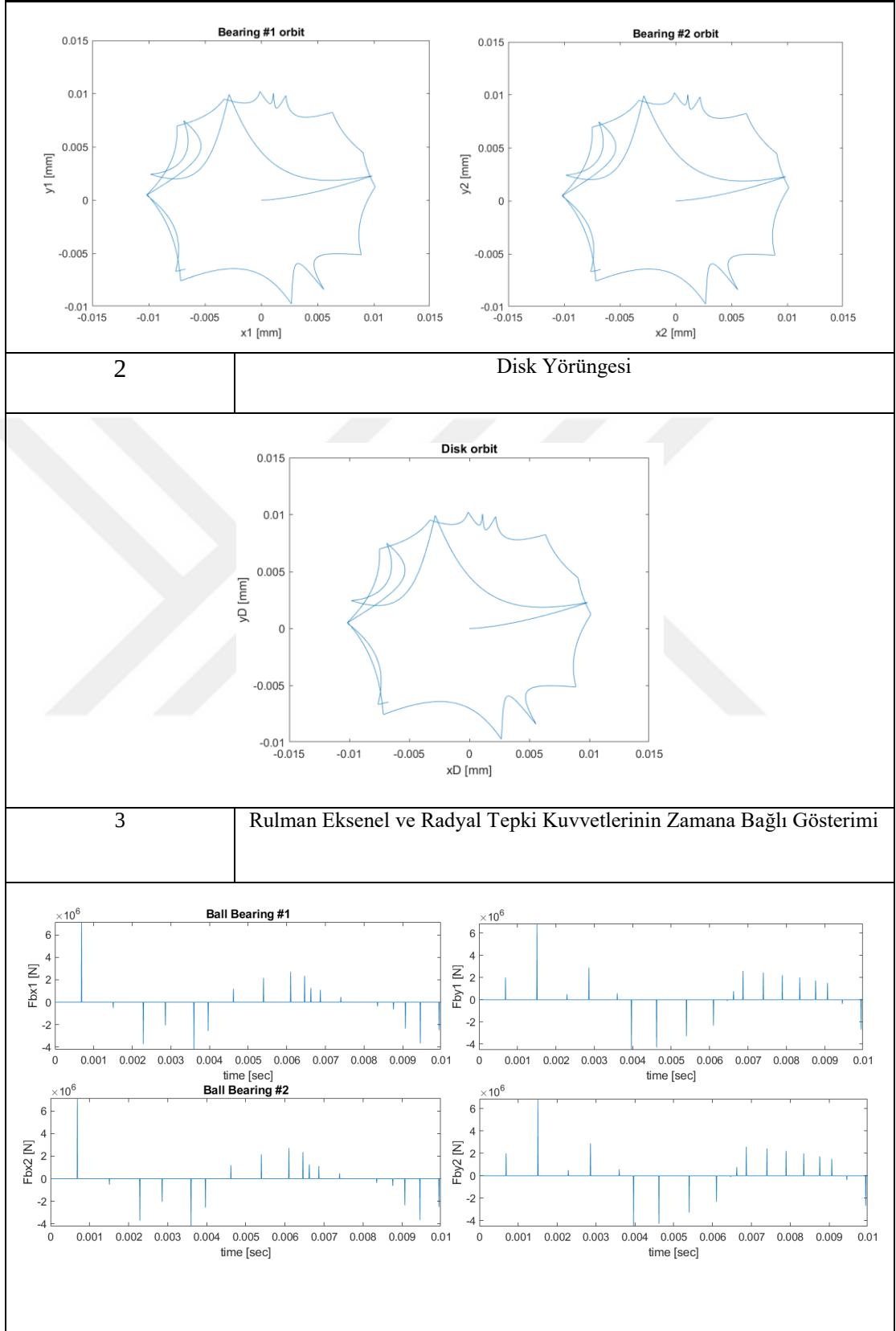


#### 4.2.1.6 12 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

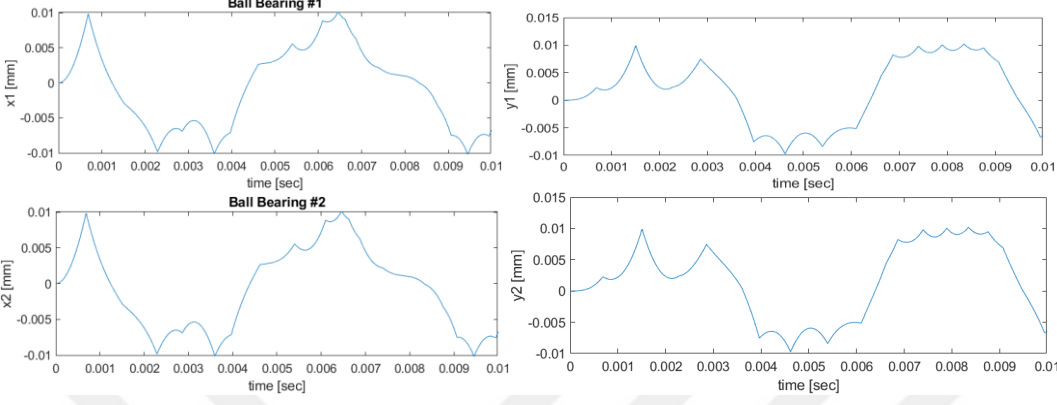
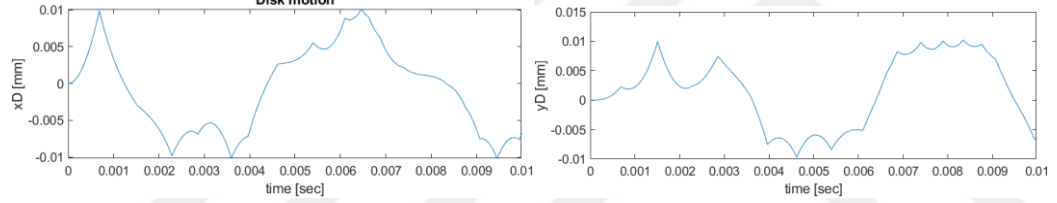
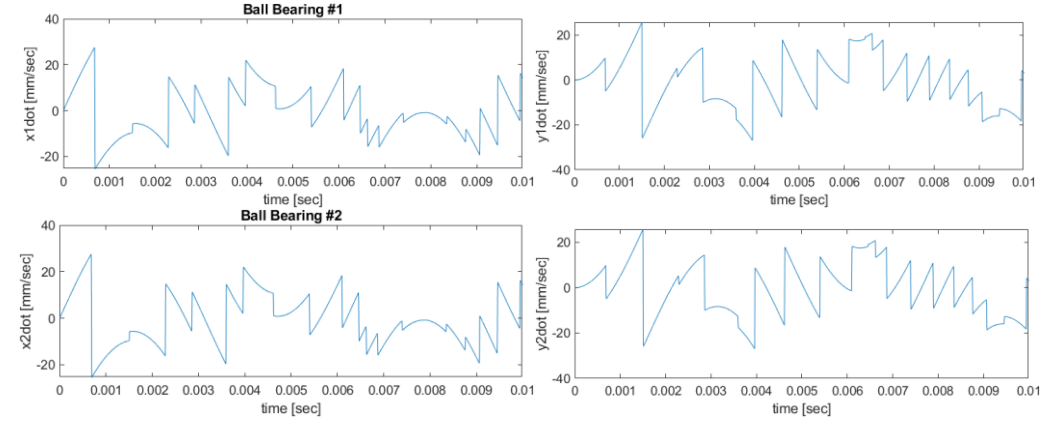
**Çizelge 4.7:** Model 1'e ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]</p> <p>m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]</p> <p>mD=1.401; % Disk mass [kg]</p> <p>c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p>c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p>k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p>k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p>Nb=12;</p> <p>w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]</p> <p>Di=18.74; % inner race diameter [mm]</p> <p>Do=28.26; % outer race diameter [mm]</p> <p>e=0.05; % eccentricity [mm]</p> <p>g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]</p> <p>key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]</p> <p>gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter</p> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Rulman Yörüngeleri |

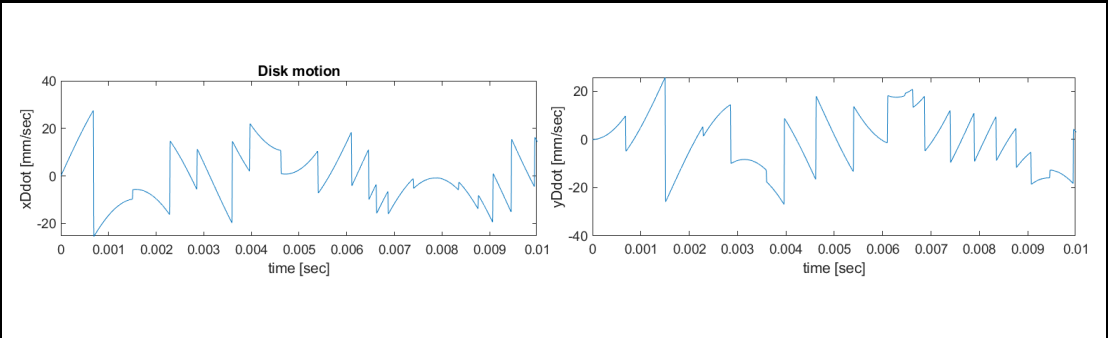
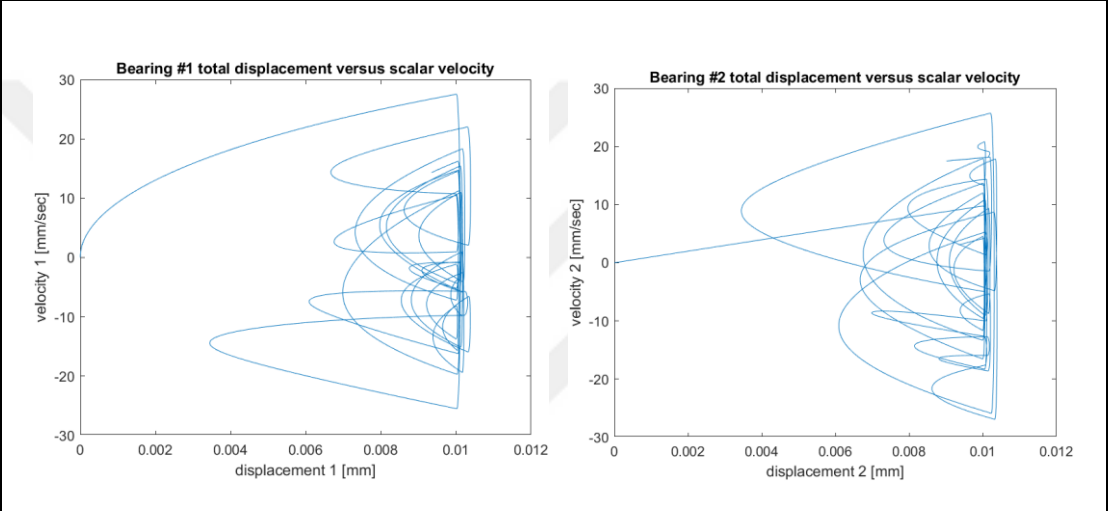
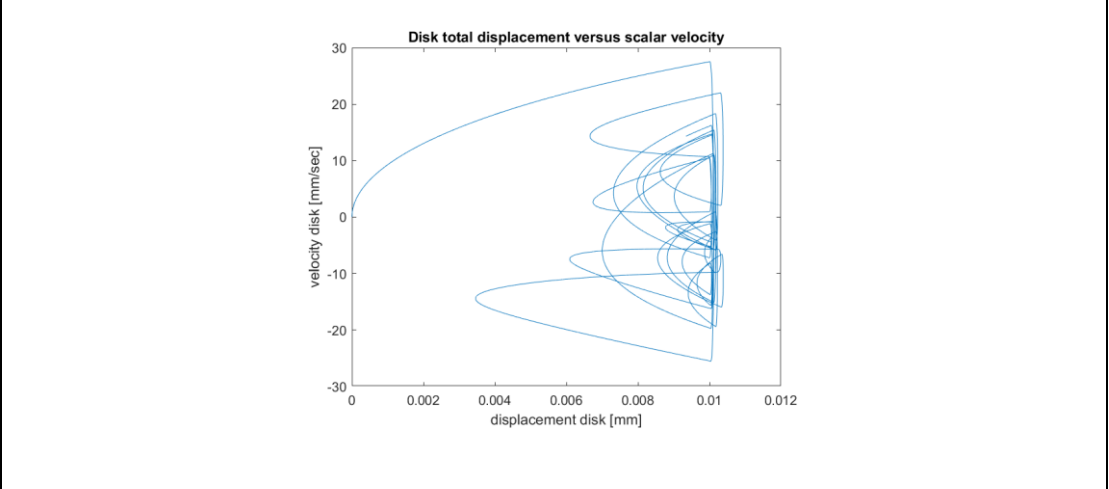
**Çizelge 4.7(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



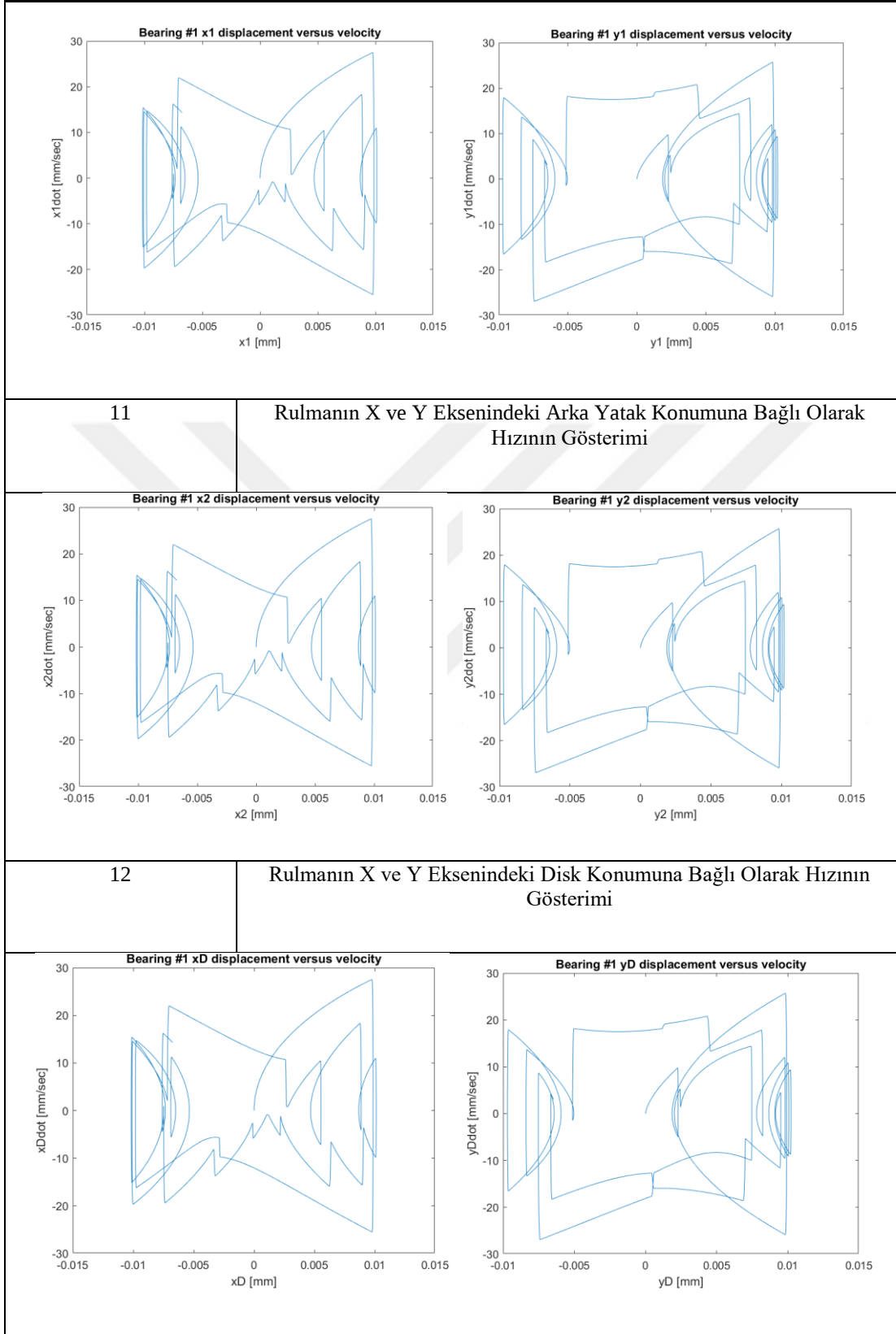
**Çizelge 4.7(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi     |
|    |                                                |
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi          |
|   |                                                |
| 6                                                                                    | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|  |                                                |
| 7                                                                                    | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |

**Çizelge 4.7(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

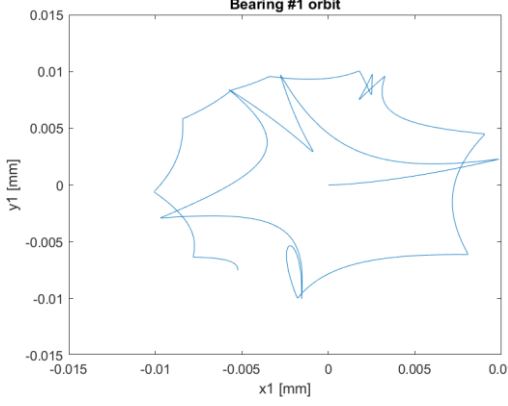
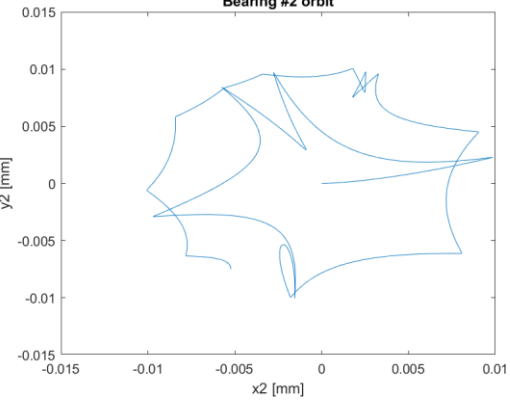
|                                                                                      |                                                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                              |
| 8                                                                                    | Rulmanın Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                     |
|   |                                                                              |
| 9                                                                                    | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                       |
|  |                                                                              |
| 10                                                                                   | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |

**Çizelge 4.7(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

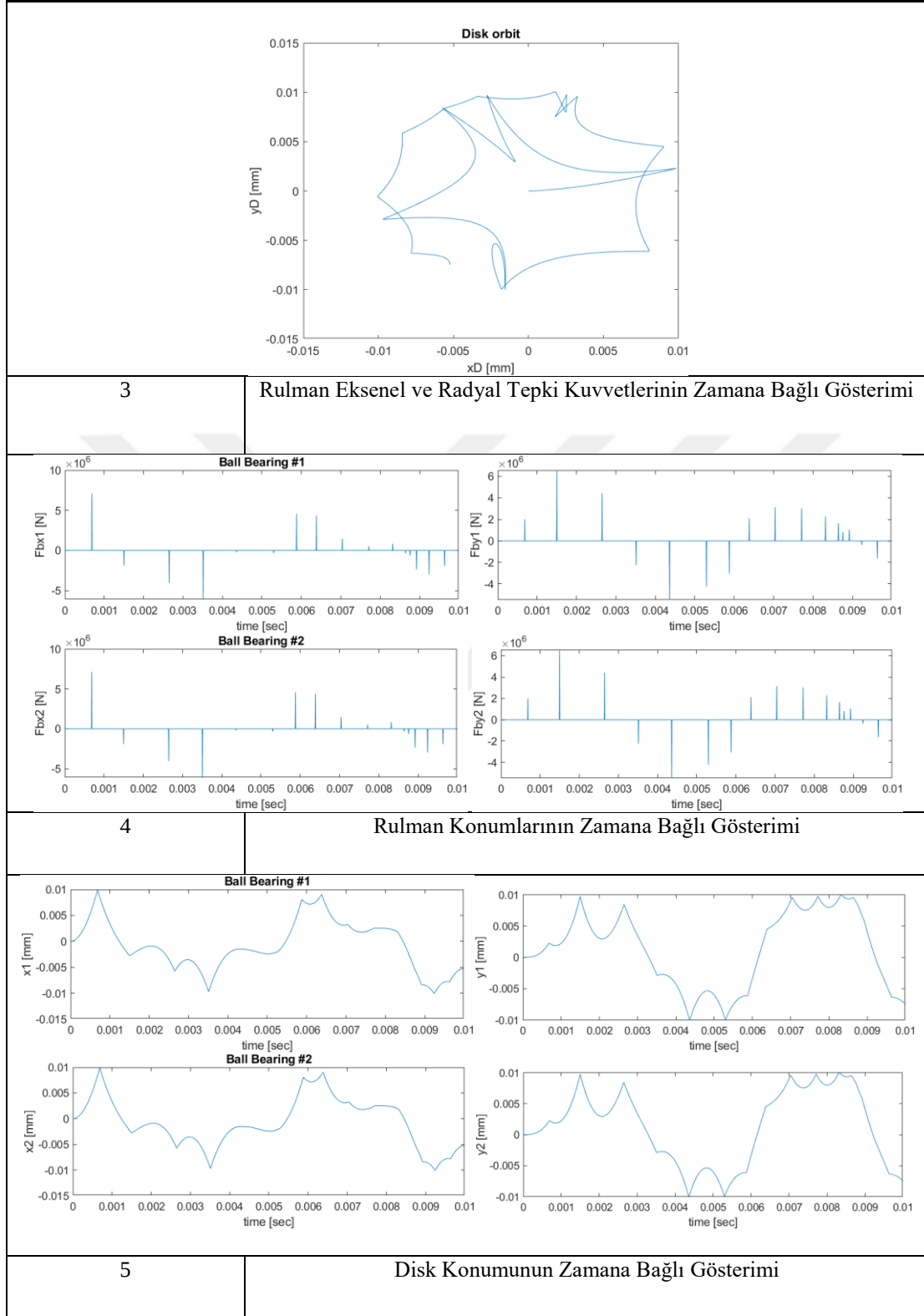


#### 4.2.1.7 15 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

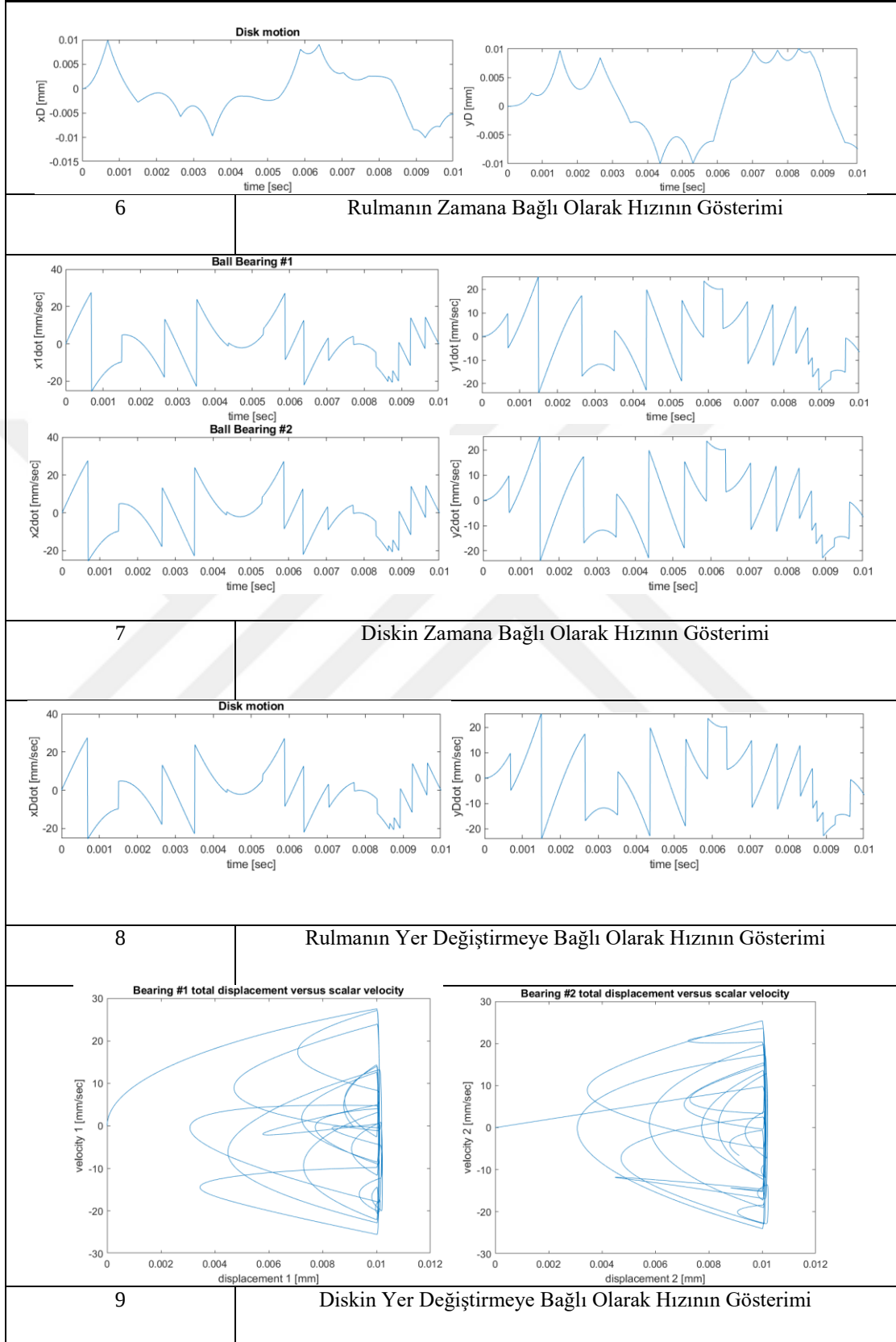
**Çizelge 4.8:** Model 1'e ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]<br/>m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]<br/>mD=1.401; % Disk mass [kg]<br/>c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/>c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/>k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/>k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/>Nb=15;<br/>w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]<br/>Di=18.74; % inner race diameter [mm]<br/>Do=28.26; % outer race diameter [mm]<br/>e=0.05; % eccentricity [mm]<br/>g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]<br/>key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]<br/>gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter</p> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Rulman Yörüngeleri |
| <div><div><p>Bearing #1 orbit</p></div><div><p>Bearing #2 orbit</p></div></div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                    |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Disk Yörüngesi     |

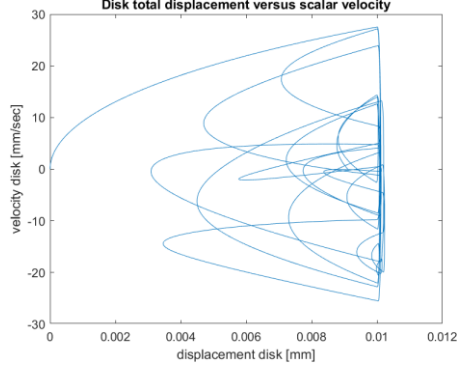
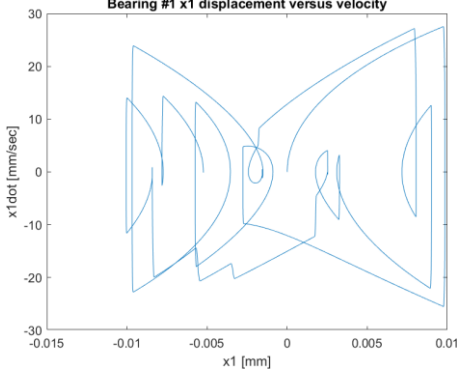
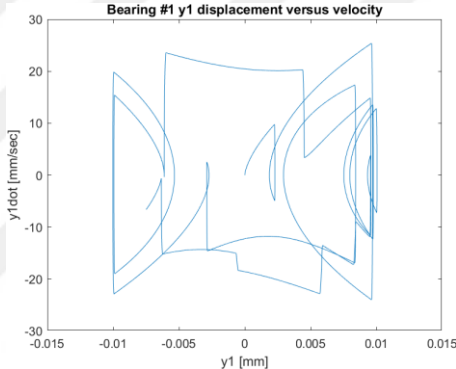
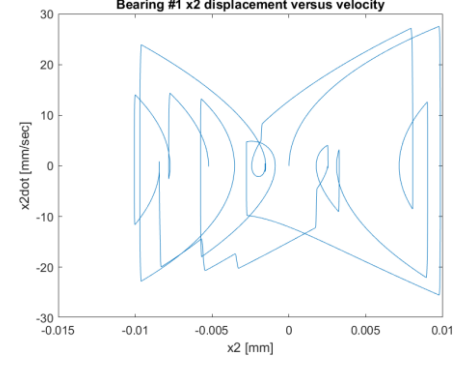
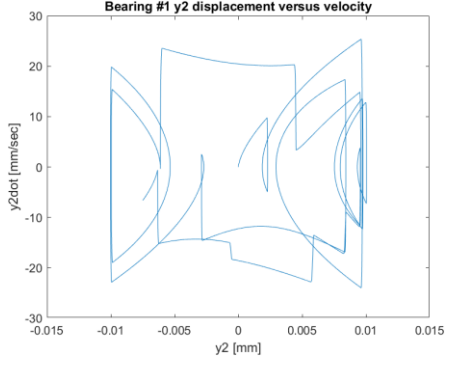
**Çizelge 4.8(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



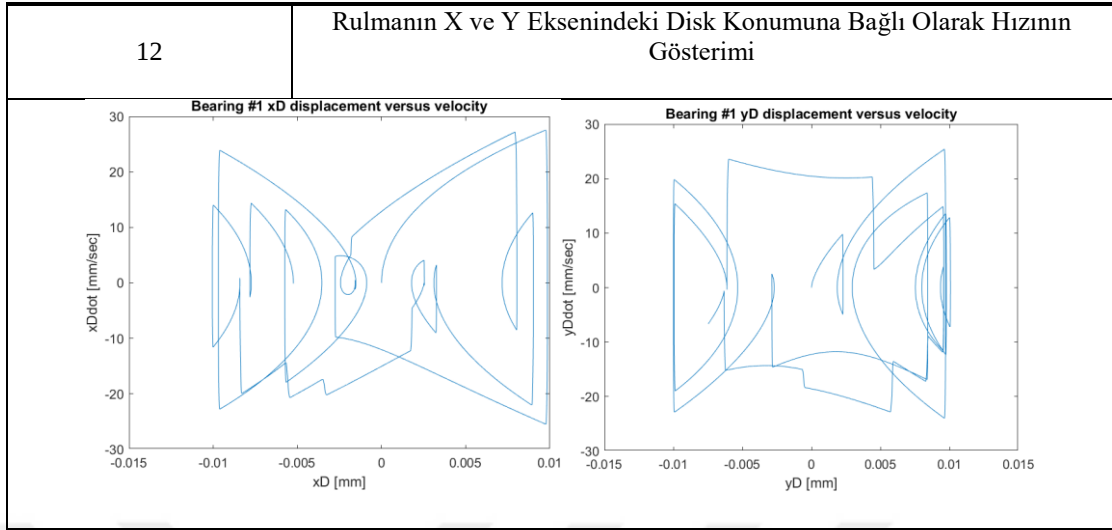
**Çizelge 4.8(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.8(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  <p>Disk total displacement versus scalar velocity</p> <p>The plot shows the relationship between disk displacement (mm) on the x-axis and disk velocity (mm/sec) on the y-axis. The x-axis ranges from 0 to 0.012, and the y-axis ranges from -30 to 30. The plot displays multiple overlapping loops, indicating the complex motion of the disk over time.</p>         |
| 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|  <p>Bearing #1 x1 displacement versus velocity</p> <p>The plot shows the relationship between bearing #1 x1 displacement (mm) on the x-axis and x1dot (mm/sec) on the y-axis. The x-axis ranges from -0.015 to 0.01, and the y-axis ranges from -30 to 30. The plot displays multiple overlapping loops, indicating the complex motion of the bearing over time.</p>  |  <p>Bearing #1 y1 displacement versus velocity</p> <p>The plot shows the relationship between bearing #1 y1 displacement (mm) on the x-axis and y1dot (mm/sec) on the y-axis. The x-axis ranges from -0.015 to 0.015, and the y-axis ranges from -30 to 30. The plot displays multiple overlapping loops, indicating the complex motion of the bearing over time.</p>  |
| 11                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|  <p>Bearing #1 x2 displacement versus velocity</p> <p>The plot shows the relationship between bearing #1 x2 displacement (mm) on the x-axis and x2dot (mm/sec) on the y-axis. The x-axis ranges from -0.015 to 0.01, and the y-axis ranges from -30 to 30. The plot displays multiple overlapping loops, indicating the complex motion of the bearing over time.</p> |  <p>Bearing #1 y2 displacement versus velocity</p> <p>The plot shows the relationship between bearing #1 y2 displacement (mm) on the x-axis and y2dot (mm/sec) on the y-axis. The x-axis ranges from -0.015 to 0.015, and the y-axis ranges from -30 to 30. The plot displays multiple overlapping loops, indicating the complex motion of the bearing over time.</p> |

**Çizelge 4.8(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



#### 4.2.2 Radyal iç boşluk

Bu bölümde, doğrusal olmayan analiz yönteminin incelendiği Model-1'e ait matematiksel model Matlab'te koda dökülerek bu model ile rulman ve şaft'a ait hareketler grafikleştirilmiş, sonrasında ise 10  $\mu\text{m}$ , 15  $\mu\text{m}$ , 7.5  $\mu\text{m}$  ve 20  $\mu\text{m}$  radyal iç boşluğa sahip olduğu durumlarda bu parametrenin rulman hareketlerini nasıl değiştirdiği görselleştirilerek incelenmiştir.

##### 4.2.2.1 10 $\mu\text{m}$ radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları

**Çizelge 4.9:** Model 1'e ait Matlab kodunda 10 $\mu\text{m}$  radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

```

m1=.1;
m2=.1;
mD=1.401; % Disk mass [kg]
c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]
c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]
k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]
k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]
Nb=9;
w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]
Di=18.74; % inner race diameter [mm]
Do=28.26; % outer race diameter [mm]
e=0.05; % eccentricity [mm]

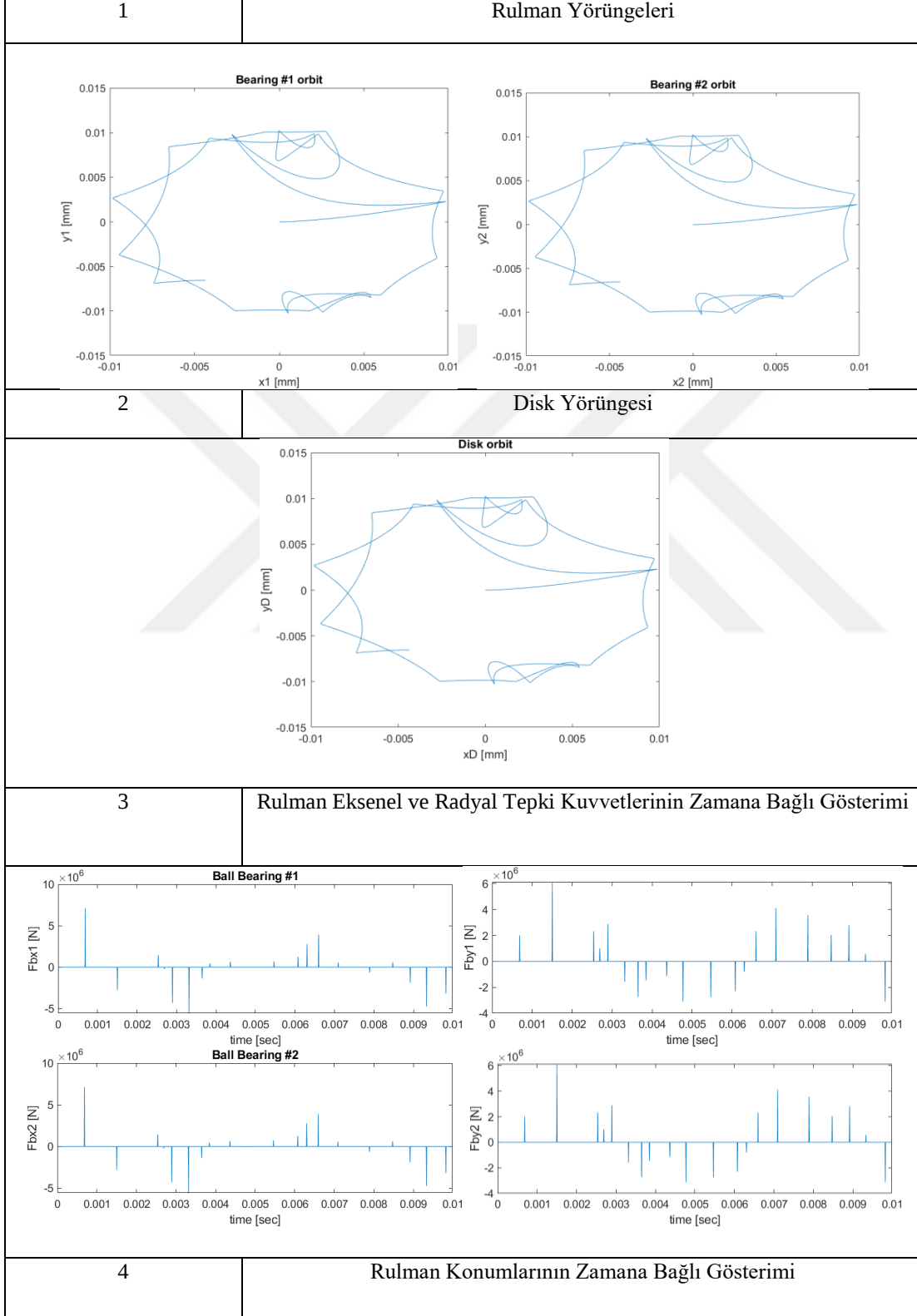
```

**Çizelge 4.9(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 10µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

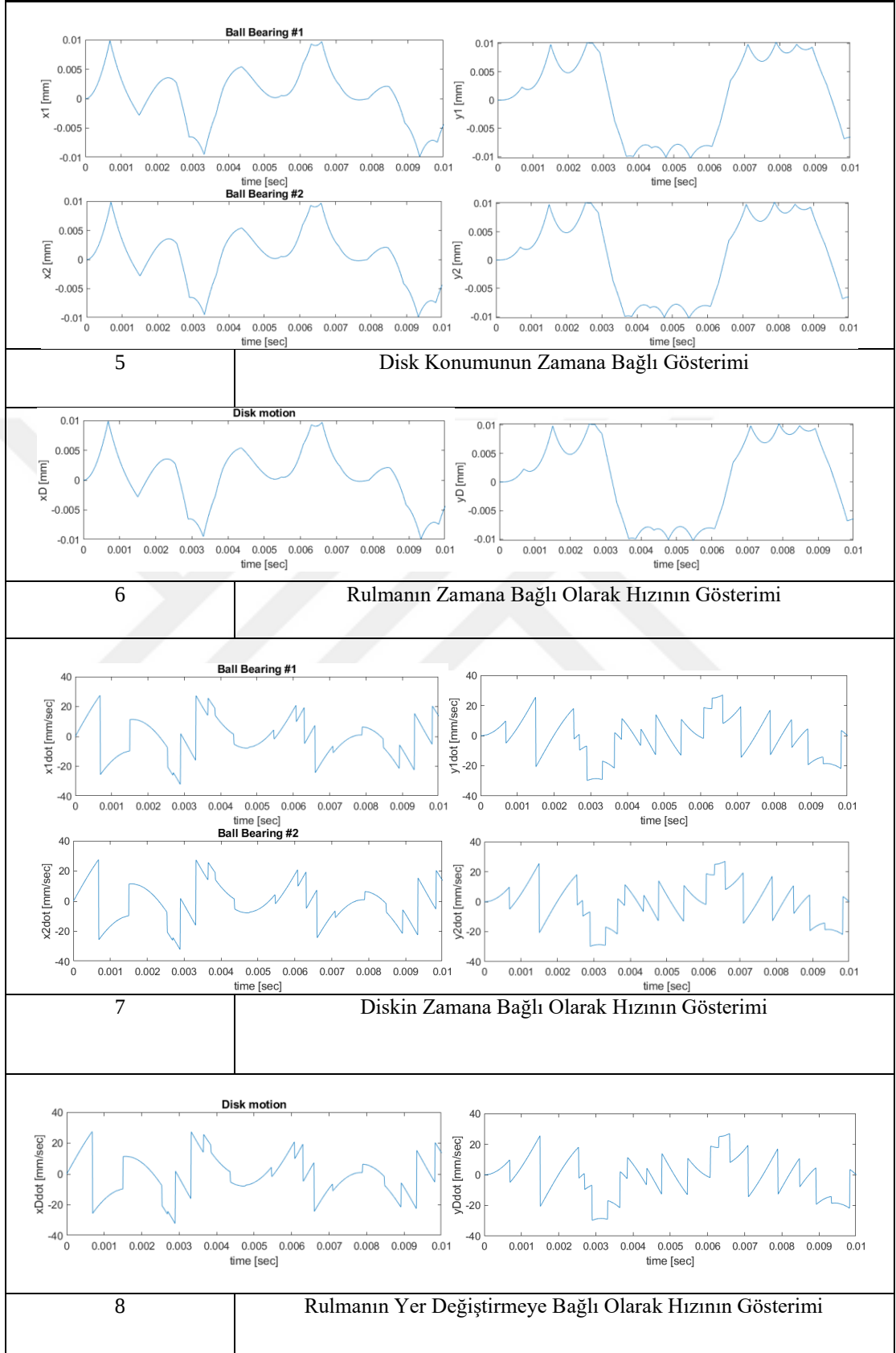
$g=9.81$ ; % gravity acceleration [m/sec<sup>2</sup>]

$key=7.055e9*100^{1.5}$ ; % Hertzian contact stiffness [N/m<sup>(3/2)</sup>]

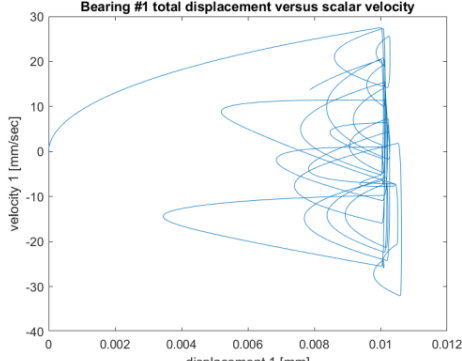
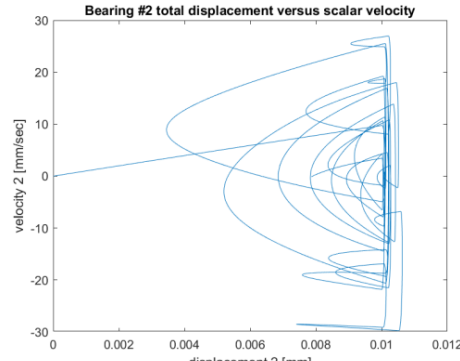
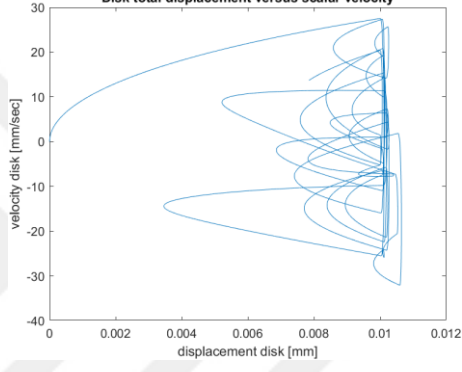
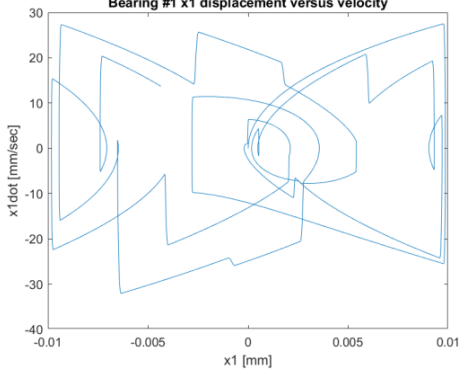
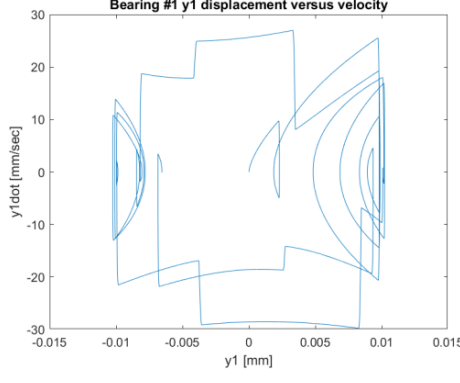
$\gamma=10e-3$ ; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter



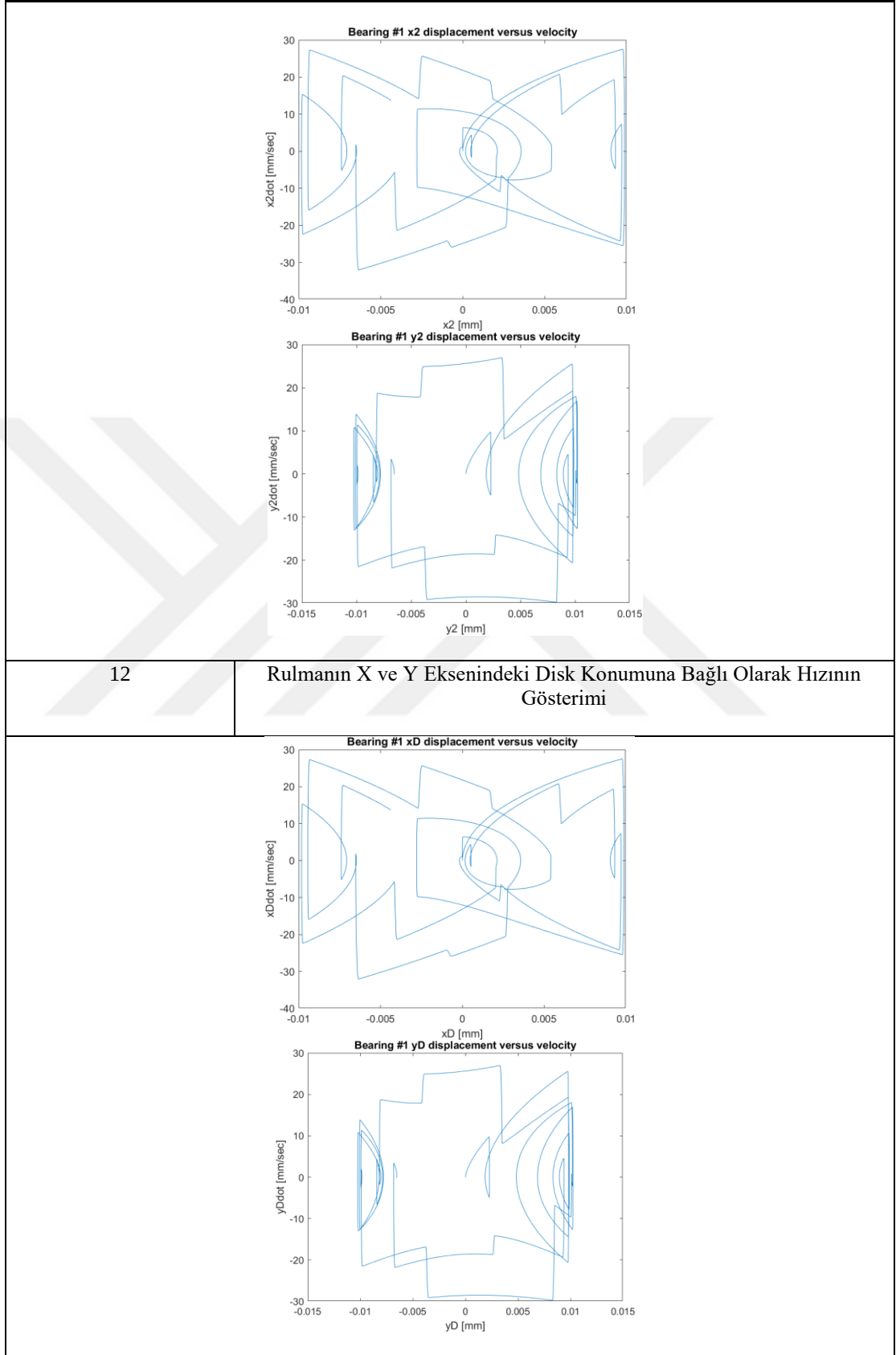
**Çizelge 4.9(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 10µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.9(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 10µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                     |                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    |
| 9                                                                                   | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                               |
|   |                                                                                      |
| 10                                                                                  | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi         |
|  |  |
| 11                                                                                  | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi       |

**Çizelge 4.9(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 10 $\mu$ m radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



#### 4.2.2.2 15 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları

**Çizelge 4.10:** Model 1'e ait Matlab kodunda 15µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:

m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]

m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]

mD=1.401; % Disk mass [kg]

c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]

c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]

k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]

k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]

Nb=9;

w\_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]

Di=18.74; % inner race diameter [mm]

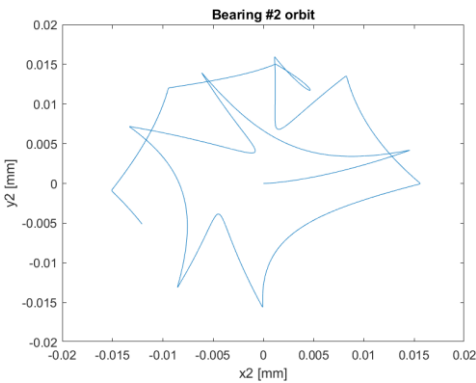
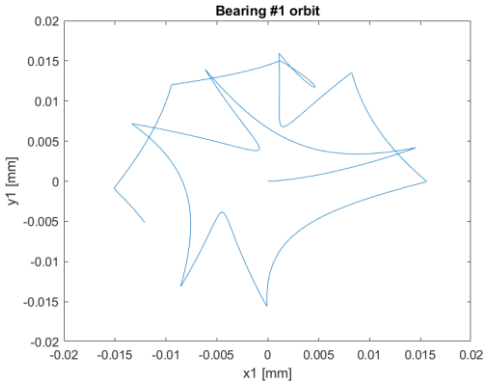
Do=28.26; % outer race diameter [mm]

e=0.05; % eccentricity [mm]

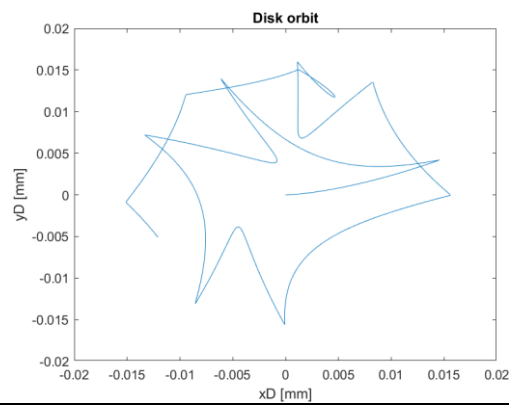
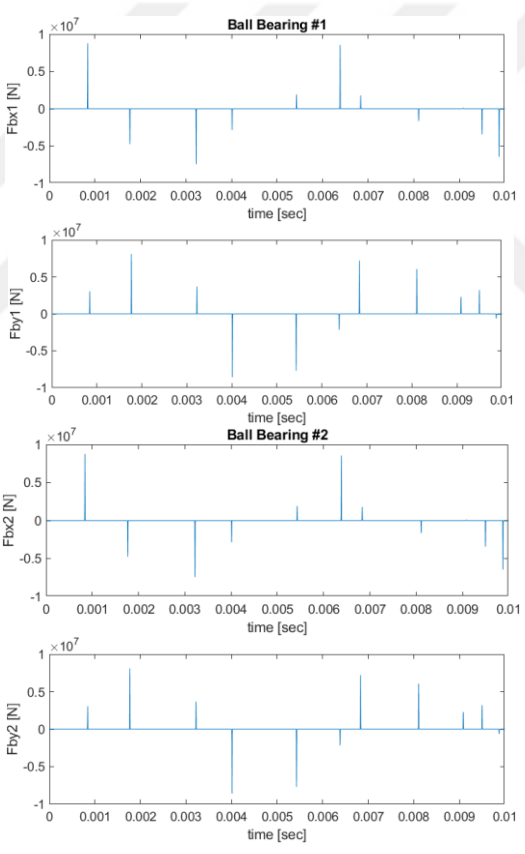
g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]

key=7.055e9\*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]

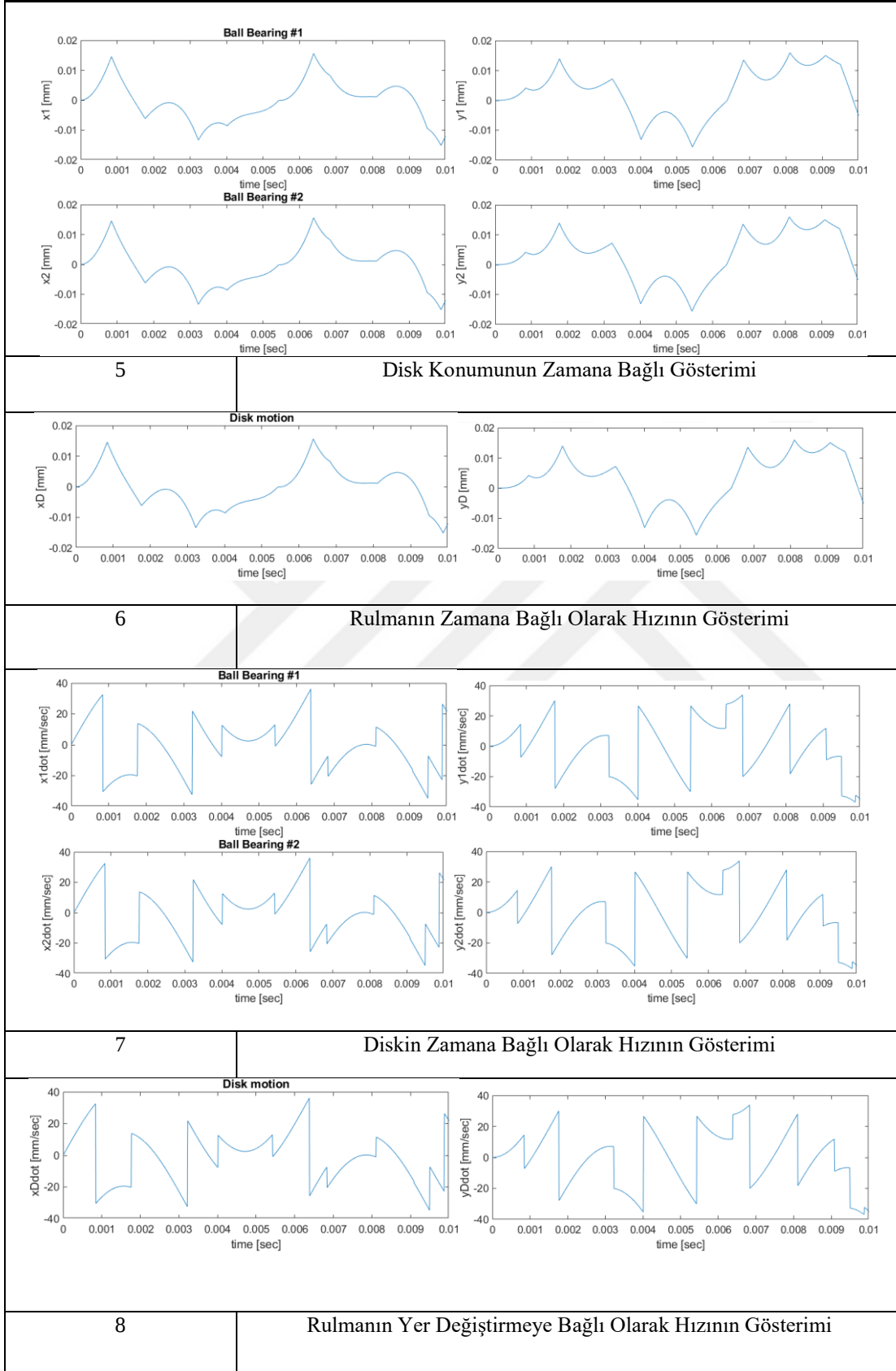
gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3\*1.5 milimeter

|                                                                                                                                                                                    |                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 1                                                                                                                                                                                  | Rulman Yörüngeleri |
| <div></div> |                    |
| 2                                                                                                                                                                                  | Disk Yörüngesi     |

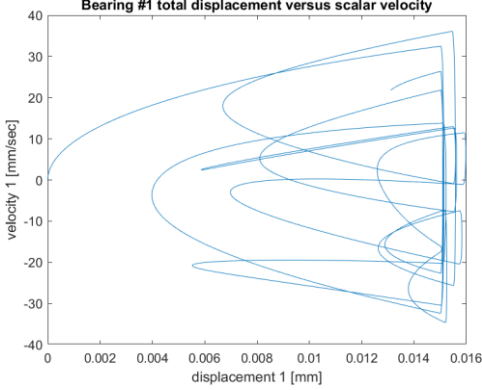
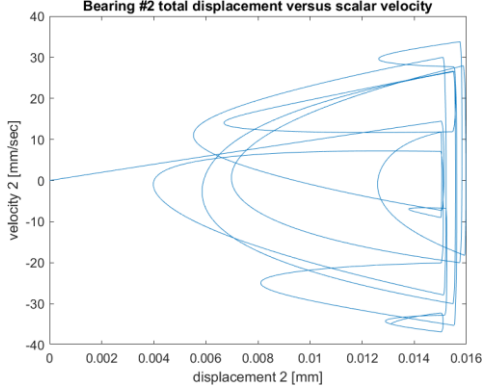
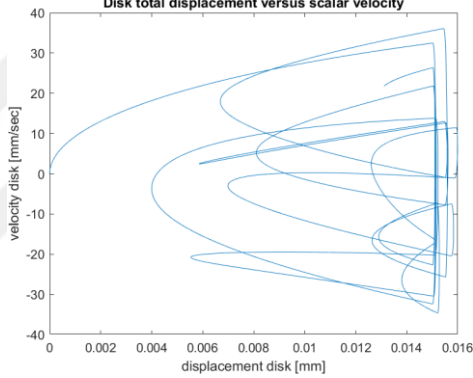
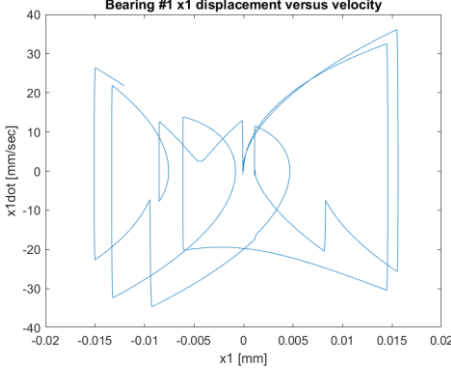
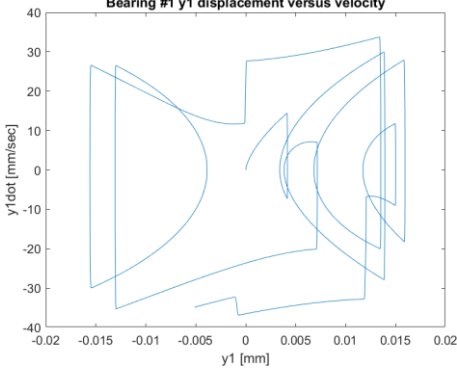
**Çizelge 4.10(devamı):** Model 1'e ait Matlab kodunda 15µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                     |                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
|   |                                                                     |
| 3                                                                                   | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi |
|  |                                                                     |
| 4                                                                                   | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                          |

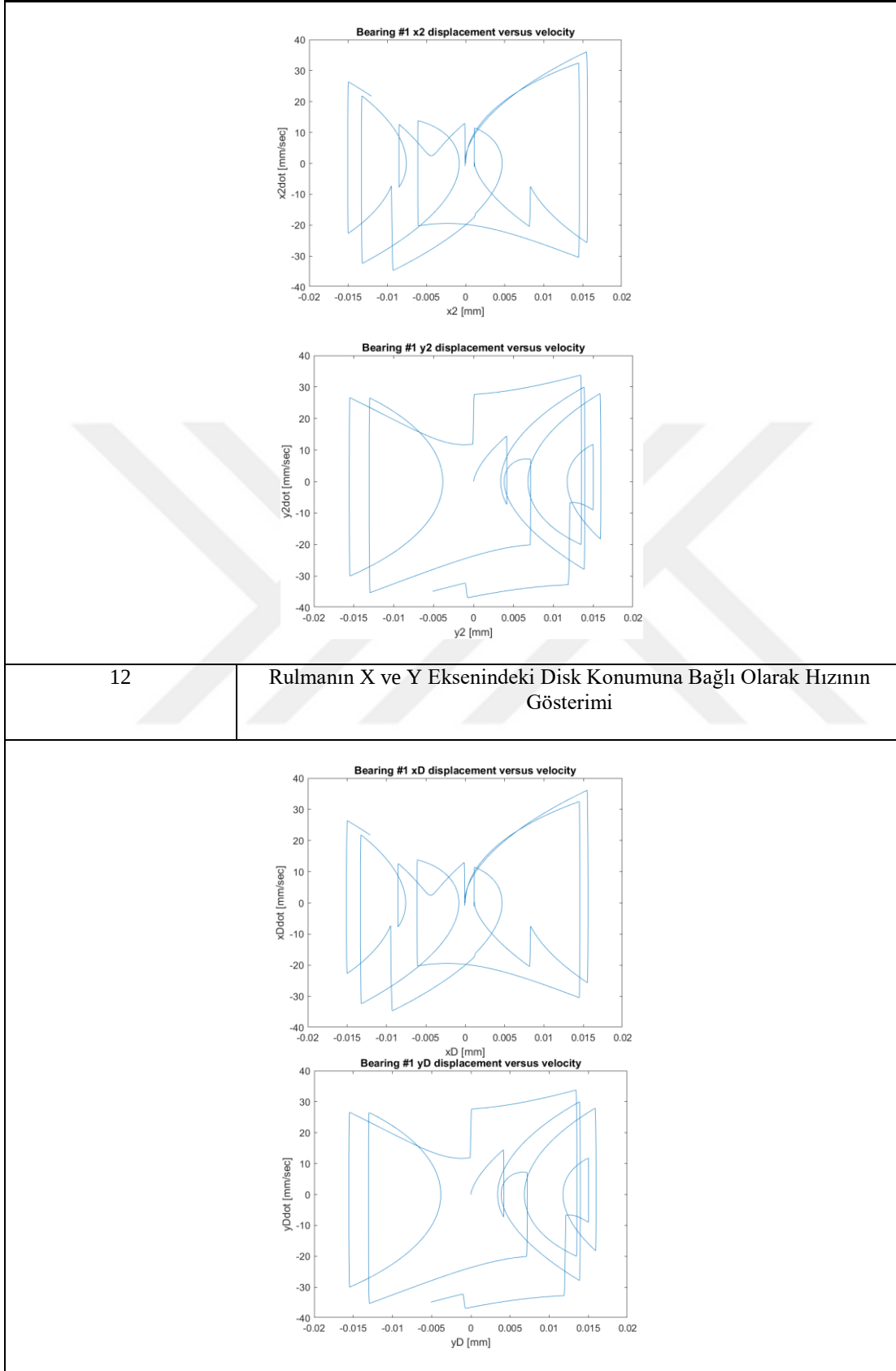
**Çizelge 4.10(devamı):** Model 1'e ait Matlab kodunda 15µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.10(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda  $15\mu\text{m}$  radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

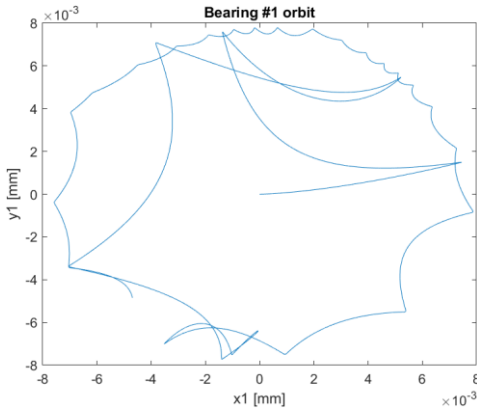
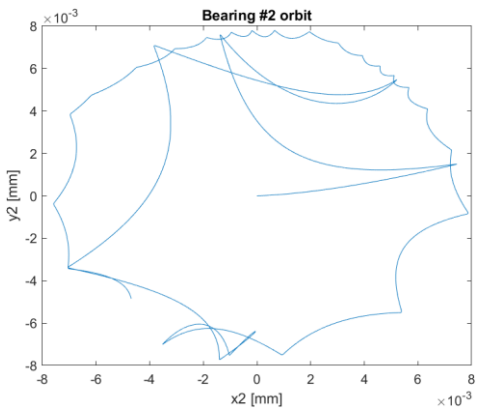
|                                                                                     |                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|    |    |
| 9                                                                                   | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                               |
|  |                                                                                      |
| 10                                                                                  | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi         |
|  |  |
| 11                                                                                  | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi       |

**Çizelge 4.10 (devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 15µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

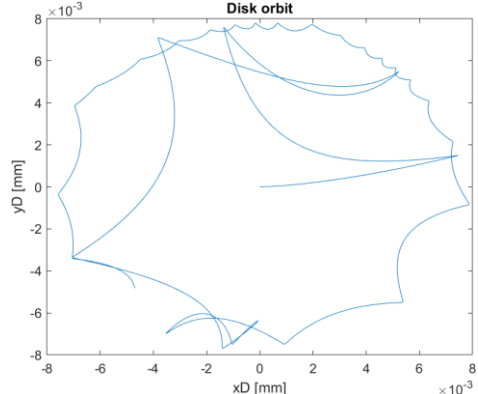
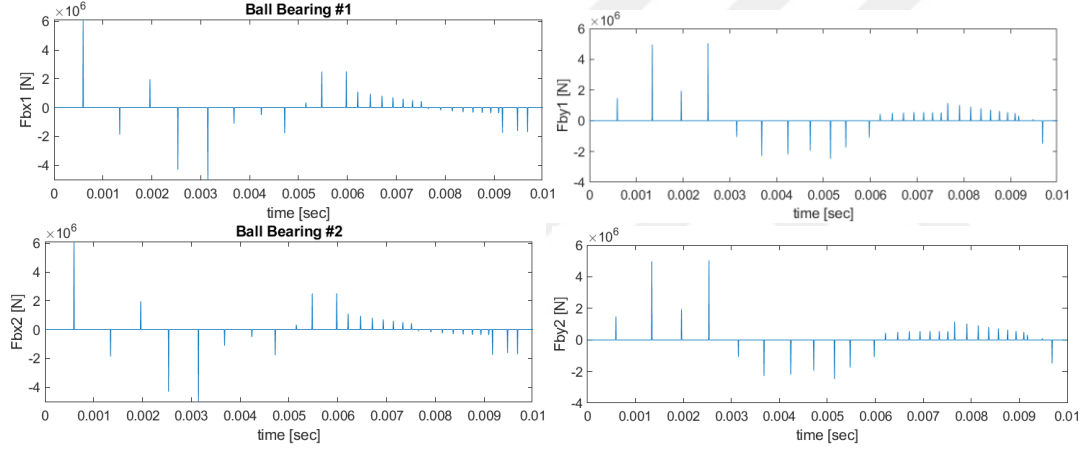
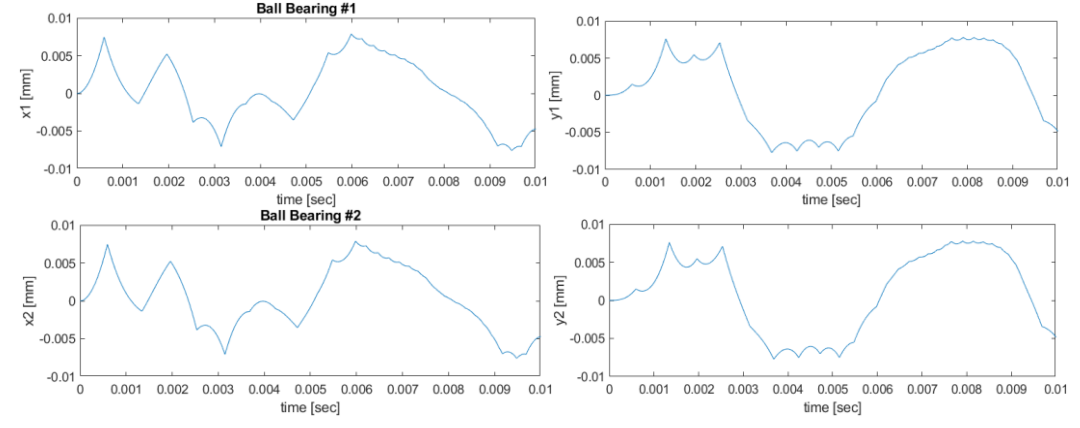


#### 4.2.2.3 7.5µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları

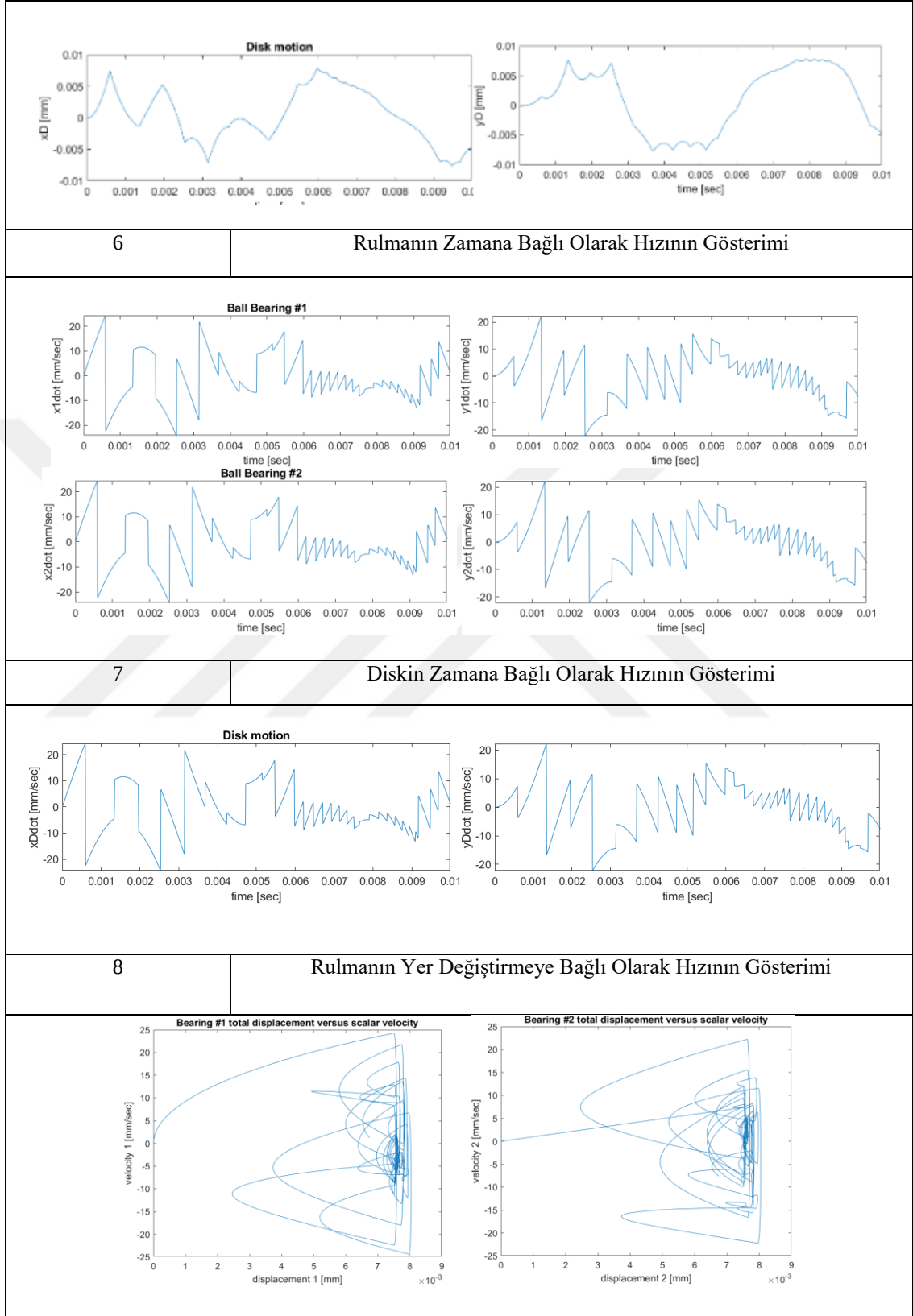
**Çizelge 4.11:** Model 1'e ait Matlab kodunda 7.5µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]<br/> m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]<br/> mD=1.401; % Disk mass [kg]<br/> c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/> c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/> k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/> k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/> Nb=9;<br/> w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]<br/> Di=18.74; % inner race diameter [mm]<br/> Do=28.26; % outer race diameter [mm]<br/> e=0.05; % eccentricity [mm]<br/> g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]<br/> key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]<br/> gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3*0.75 milimeter</p> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Rulman Yörüngeleri |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                    |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Disk Yörüngesi     |

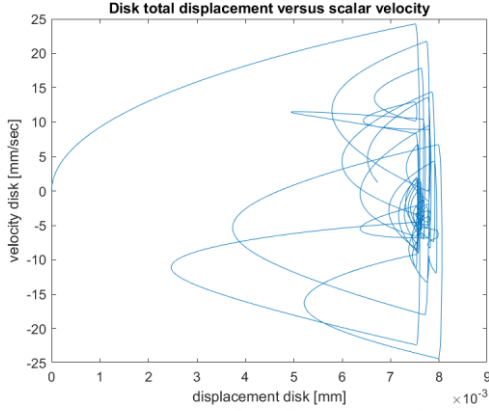
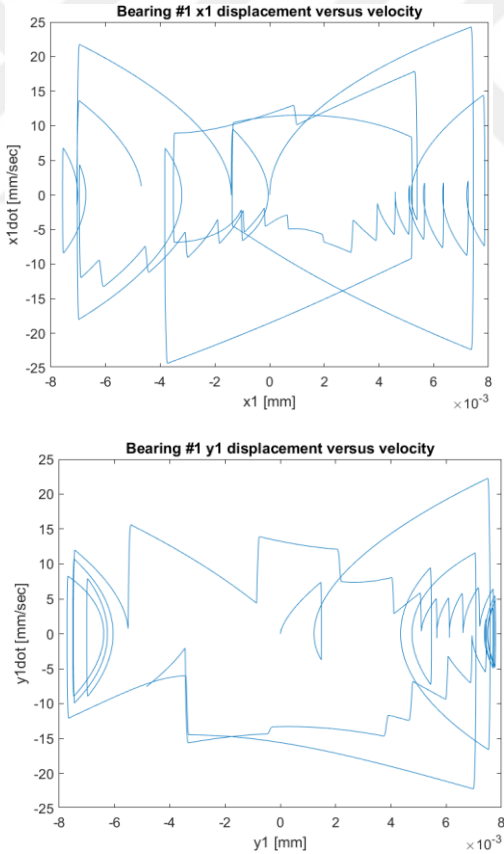
**Çizelge 4.11(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 7.5µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                      |  |
| 3                                                                                    | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi               |
|   | 4                                                                                 |
|  | 5                                                                                 |
|                                                                                      | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi                                             |

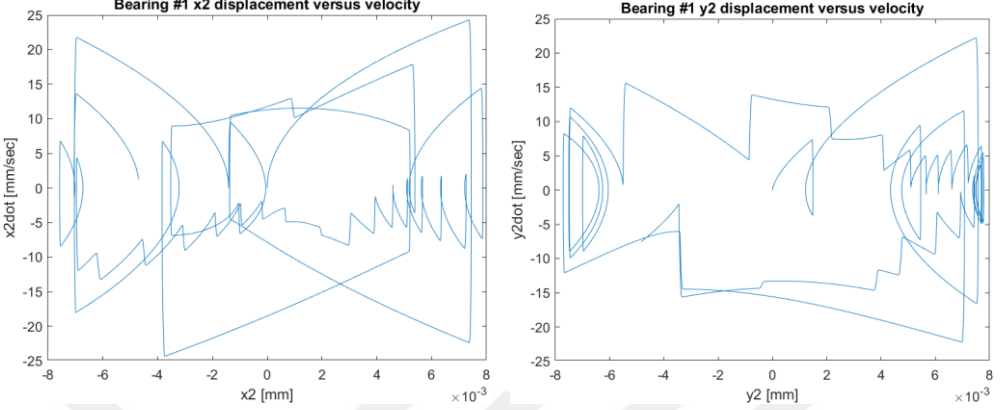
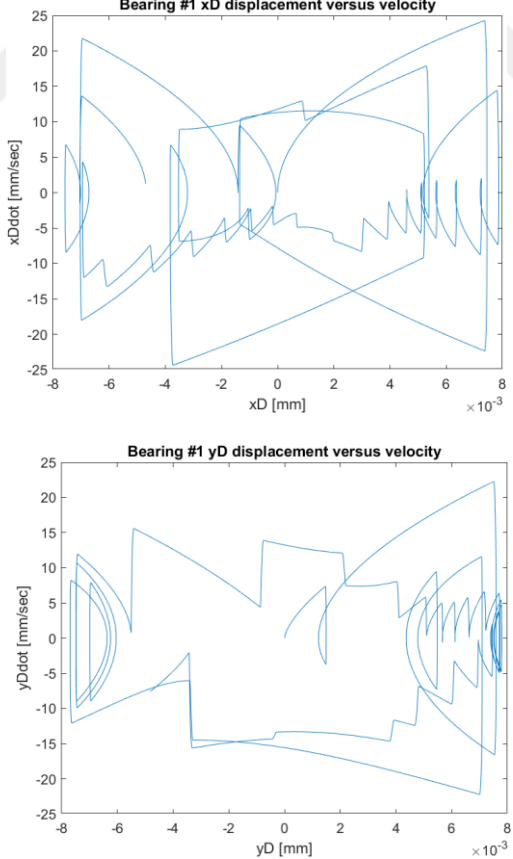
**Çizelge 4.11(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda  $7.5\mu\text{m}$  radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.11(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 7.5µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

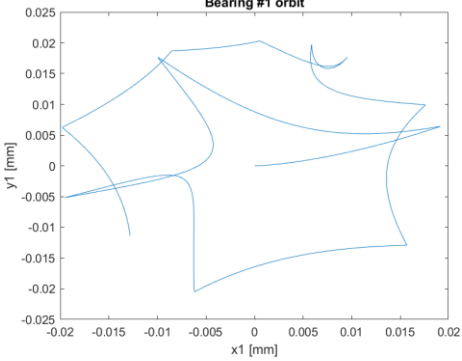
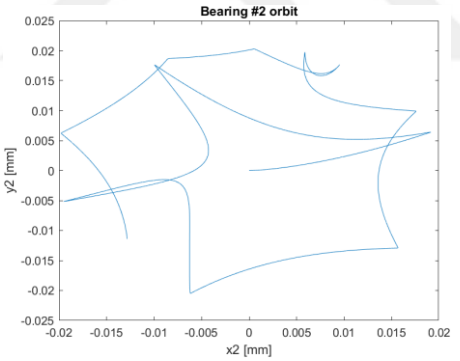
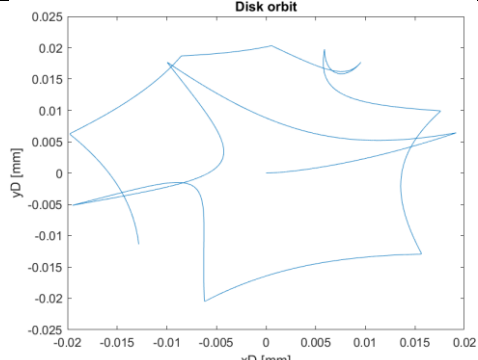
|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 9  | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|    |  <p>The plot titled "Disk total displacement versus scalar velocity" shows the relationship between disk displacement and velocity. The x-axis is labeled "displacement disk [mm]" with a multiplier of <math>\times 10^{-3}</math> and ranges from 0 to 9. The y-axis is labeled "velocity disk [mm/sec]" and ranges from -25 to 25. The plot displays a complex, multi-lobed trajectory that starts at the origin and spreads out as displacement increases, indicating non-linear motion.</p>                                                                                                                                                               |
| 10 | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|    |  <p>Two plots are shown for Bearing #1. The top plot, titled "Bearing #1 x1 displacement versus velocity", shows the x1 displacement (x1 [mm] <math>\times 10^{-3}</math>) on the x-axis (ranging from -8 to 8) versus velocity (x1dot [mm/sec]) on the y-axis (ranging from -25 to 25). The bottom plot, titled "Bearing #1 y1 displacement versus velocity", shows the y1 displacement (y1 [mm] <math>\times 10^{-3}</math>) on the x-axis (ranging from -8 to 8) versus velocity (y1dot [mm/sec]) on the y-axis (ranging from -25 to 25). Both plots show complex, multi-lobed trajectories, indicating non-linear motion in both X and Y directions.</p> |

**Çizelge 4.11(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda  $7.5\mu\text{m}$  radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

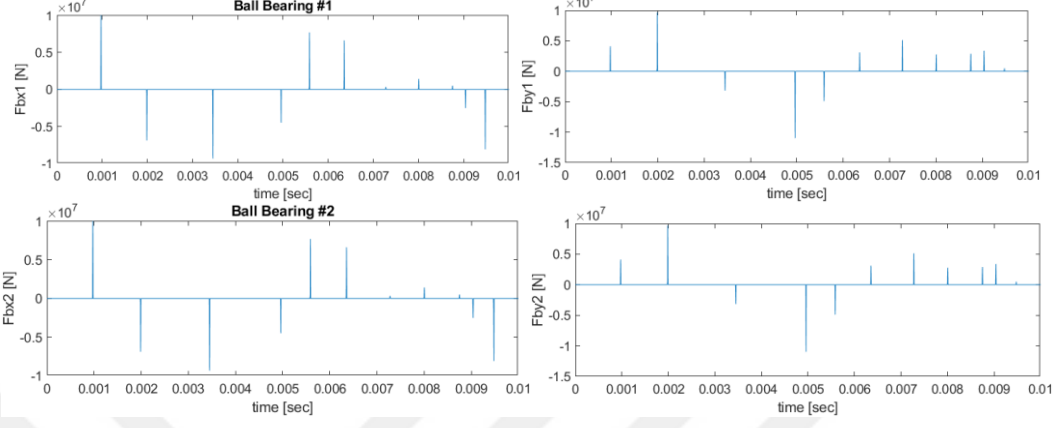
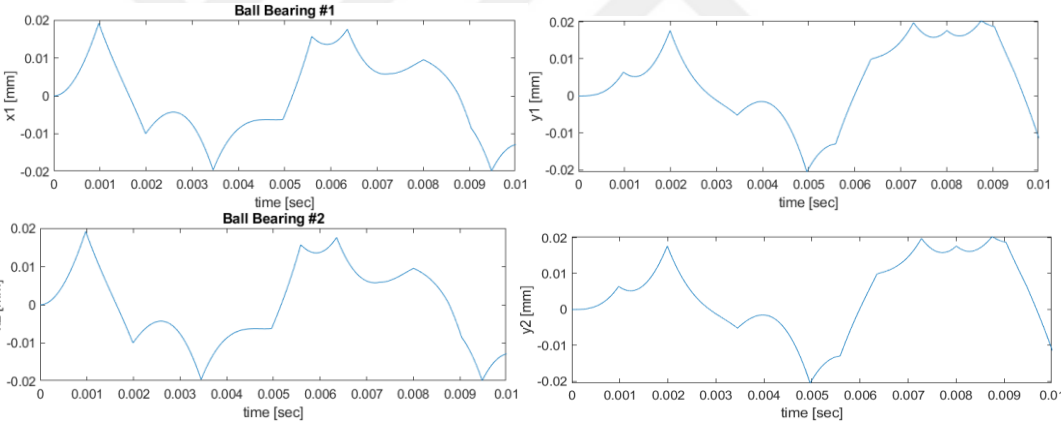
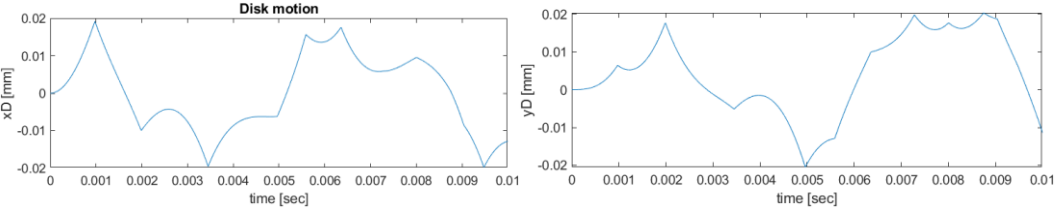
|                                                                                      |                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 11                                                                                   | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|    |                                                                                |
| 12                                                                                   | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Disk Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi       |
|  |                                                                                |

#### 4.2.2.4 $20\mu\text{m}$ radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları

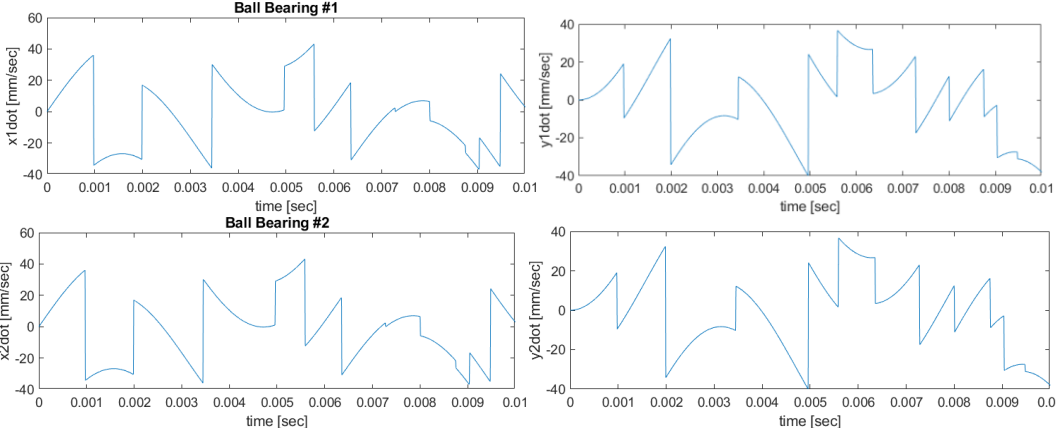
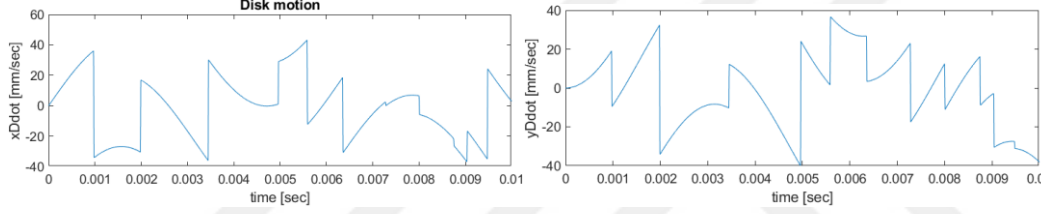
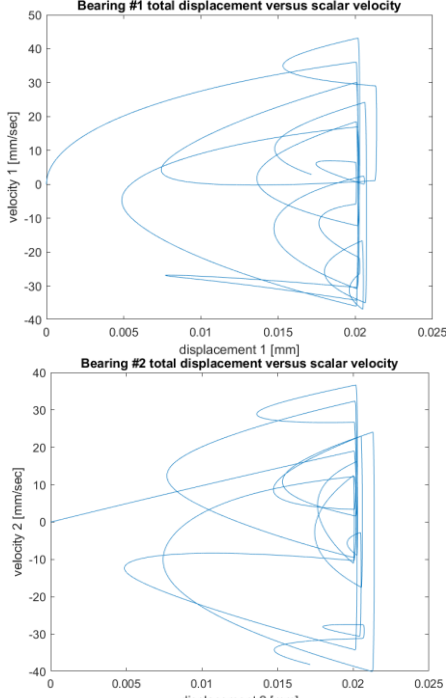
**Çizelge 4.12:** Model 1'e ait Matlab kodunda 20µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]</p> <p>m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]</p> <p>mD=1.401; % Disk mass [kg]</p> <p>c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p>c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p>k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p>k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p>Nb=9;</p> <p>w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]</p> <p>Di=18.74; % inner race diameter [mm]</p> <p>Do=28.26; % outer race diameter [mm]</p> <p>e=0.05; % eccentricity [mm]</p> <p>g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]</p> <p>key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]</p> <p>gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3*2 milimeter</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>Rulman Yörüngeleri</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>Disk Yörüngesi</p>                                                                                                                                                              |

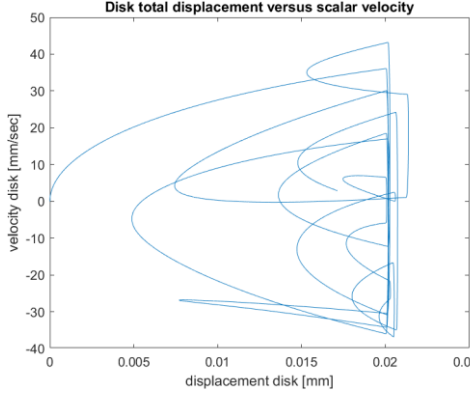
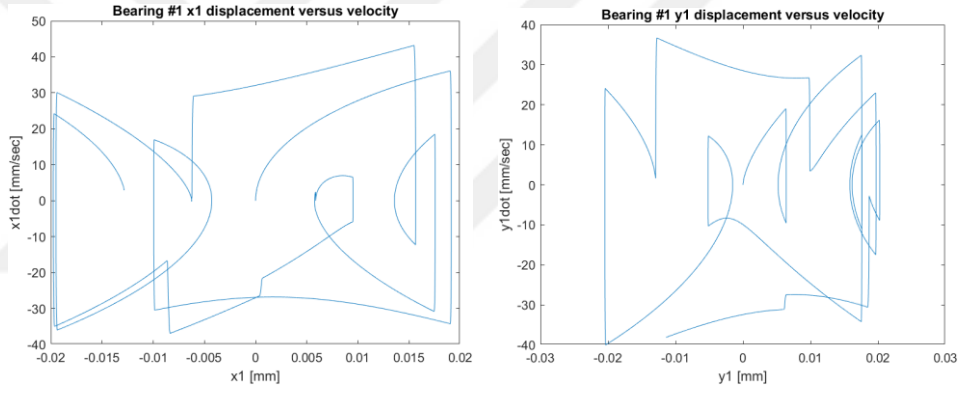
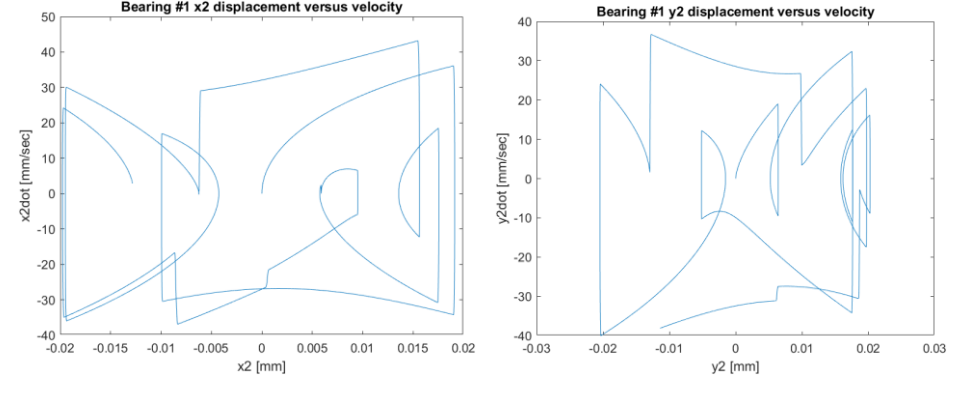
**Çizelge 4.12(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 20µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 3                                                                                    | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi |
|    |                                                                     |
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                          |
|   |                                                                     |
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi                               |
|  |                                                                     |
| 6                                                                                    | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                      |

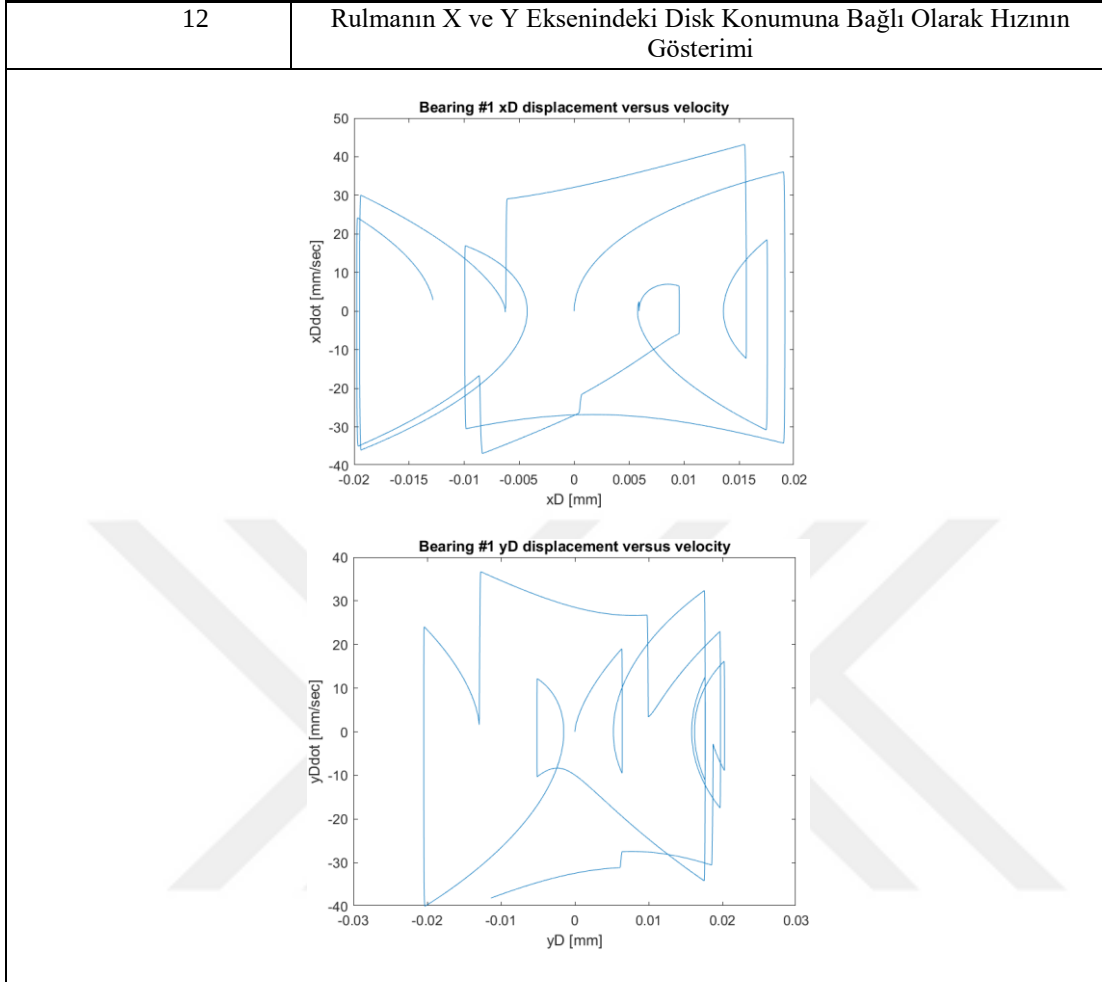
**Çizelge 4.12(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 20µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                     |                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
|   |                                                          |
| 7                                                                                   | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi             |
|  |                                                          |
| 8                                                                                   | Rulmanın Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|  |                                                          |
| 9                                                                                   | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |

**Çizelge 4.12(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 20 $\mu$ m radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |  <p>Disk total displacement versus scalar velocity</p> <p>The plot shows the relationship between disk displacement (mm) on the x-axis (0 to 0.025) and disk velocity (mm/sec) on the y-axis (-40 to 50). The trajectory is a complex, multi-lobed shape, indicating non-linear motion.</p> |
| 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|  <p>Bearing #1 x1 displacement versus velocity and y1 displacement versus velocity</p> <p>Two plots showing the relationship between bearing displacement (mm) on the x-axis and bearing velocity (mm/sec) on the y-axis. The left plot is for x1 displacement (x1dot) and the right plot is for y1 displacement (y1dot). Both plots show complex, multi-lobed trajectories.</p>  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 11                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|  <p>Bearing #1 x2 displacement versus velocity and y2 displacement versus velocity</p> <p>Two plots showing the relationship between bearing displacement (mm) on the x-axis and bearing velocity (mm/sec) on the y-axis. The left plot is for x2 displacement (x2dot) and the right plot is for y2 displacement (y2dot). Both plots show complex, multi-lobed trajectories.</p> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |

**Çizelge 4.12(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 20µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

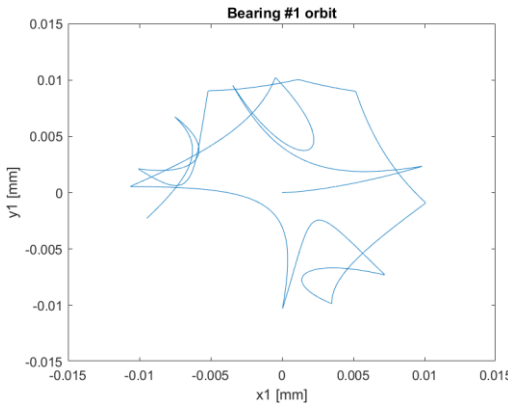
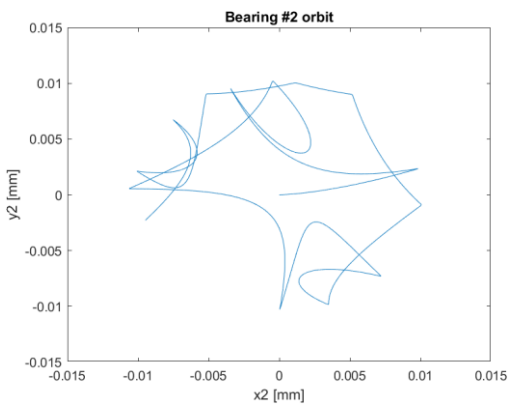


#### 4.2.3 Disk kütlesi ( $md$ )

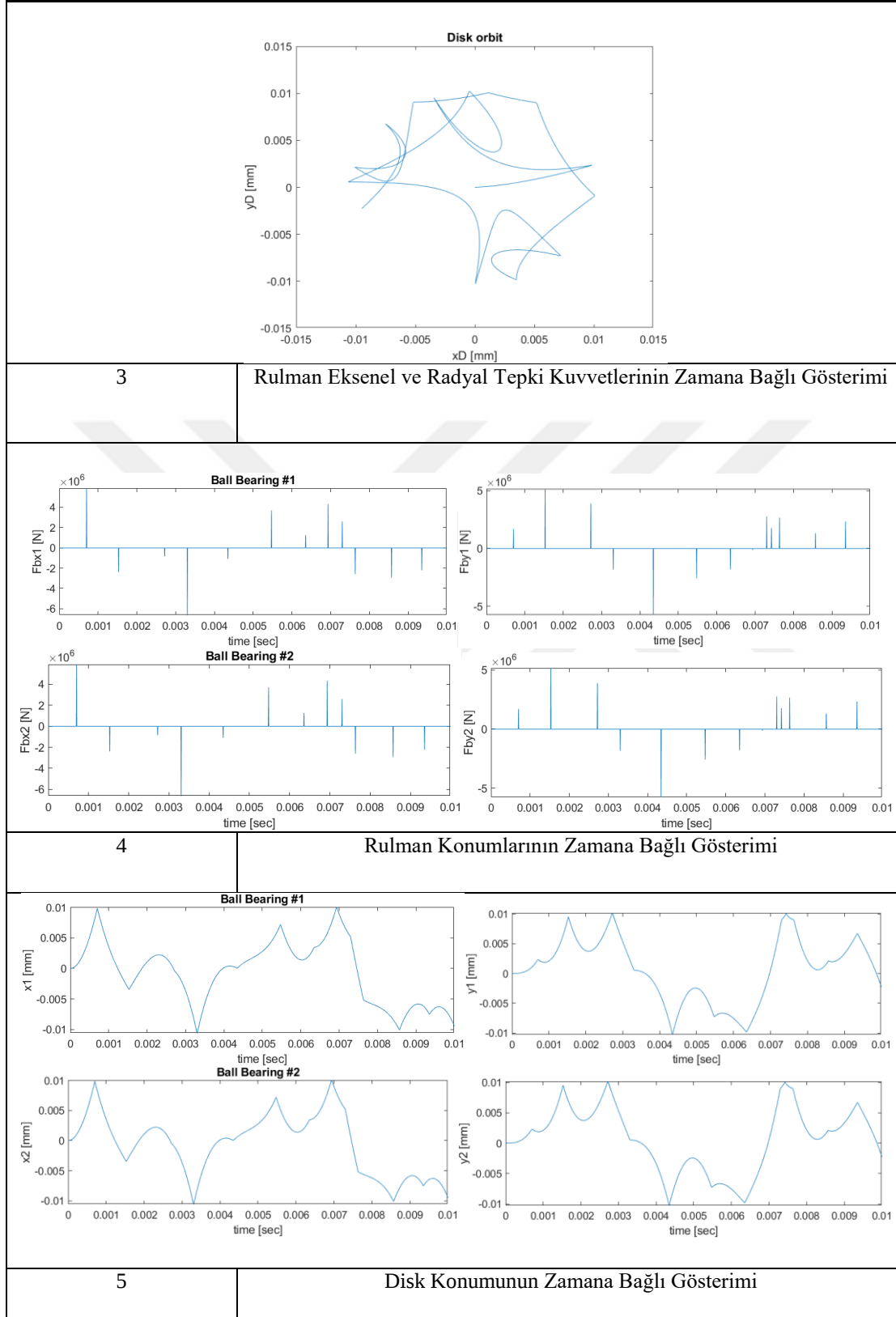
Bu bölümde, doğrusal olmayan analiz yönteminin incelendiği Model-1'e ait matematiksel model Matlab'te koda dökülerek bu model ile rulman ve şaft'a ait hareketler grafikleştirilmiş, sonrasında ise 1kg, 1.401kg, 2kg, 2.5kg ve 4kg disk kütlesine sahip olunan durumlarda bu parametrenin rulman hareketlerini nasıl değiştirdiği görselleştirilerek incelenmiştir.

#### 4.2.3.1 1 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları

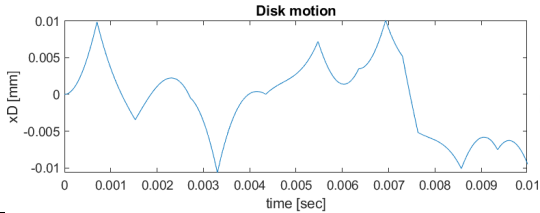
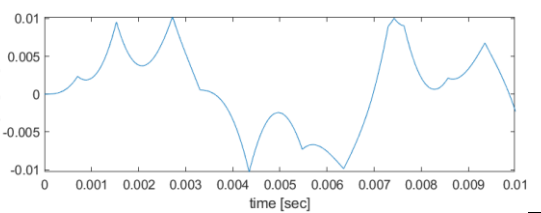
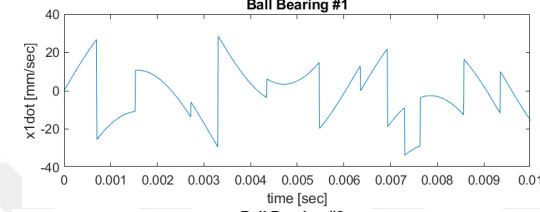
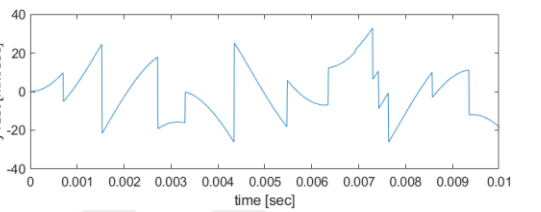
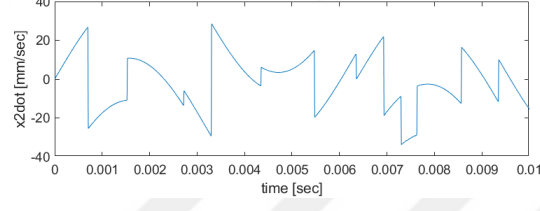
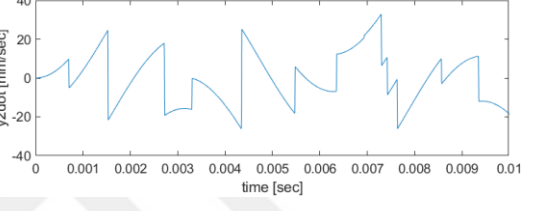
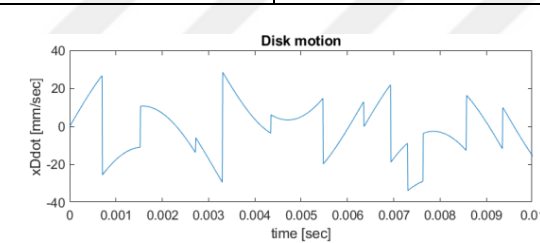
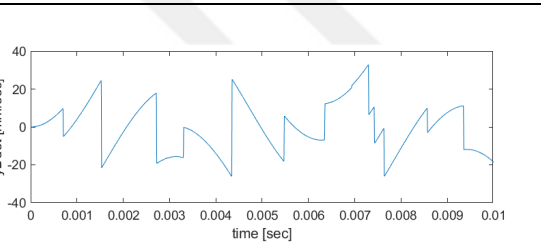
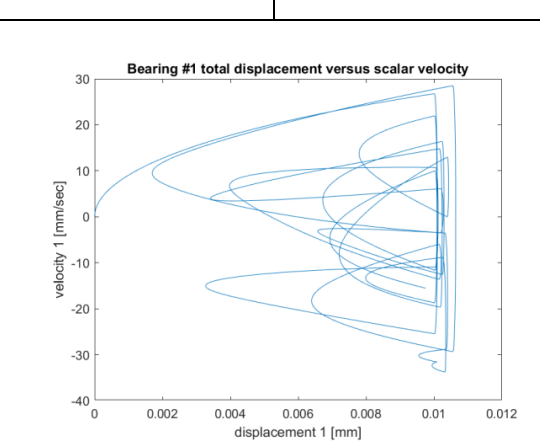
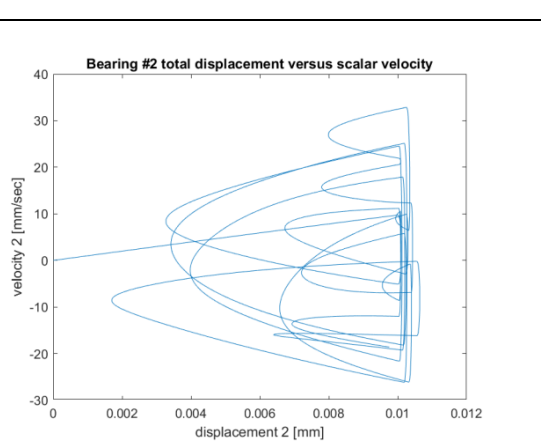
**Çizelge 4.13:** Model 1'e ait Matlab kodunda 1kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]<br/> m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]<br/> mD=1; % Disk mass [kg]<br/> c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/> c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]<br/> k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/> k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]<br/> Nb=9;<br/> w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]<br/> Di=18.74; % inner race diameter [mm]<br/> Do=28.26; % outer race diameter [mm]<br/> e=0.05; % eccentricity [mm]<br/> g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]<br/> key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]<br/> gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter</p> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Rulman Yörüngeleri |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                    |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Disk Yörüngesi     |

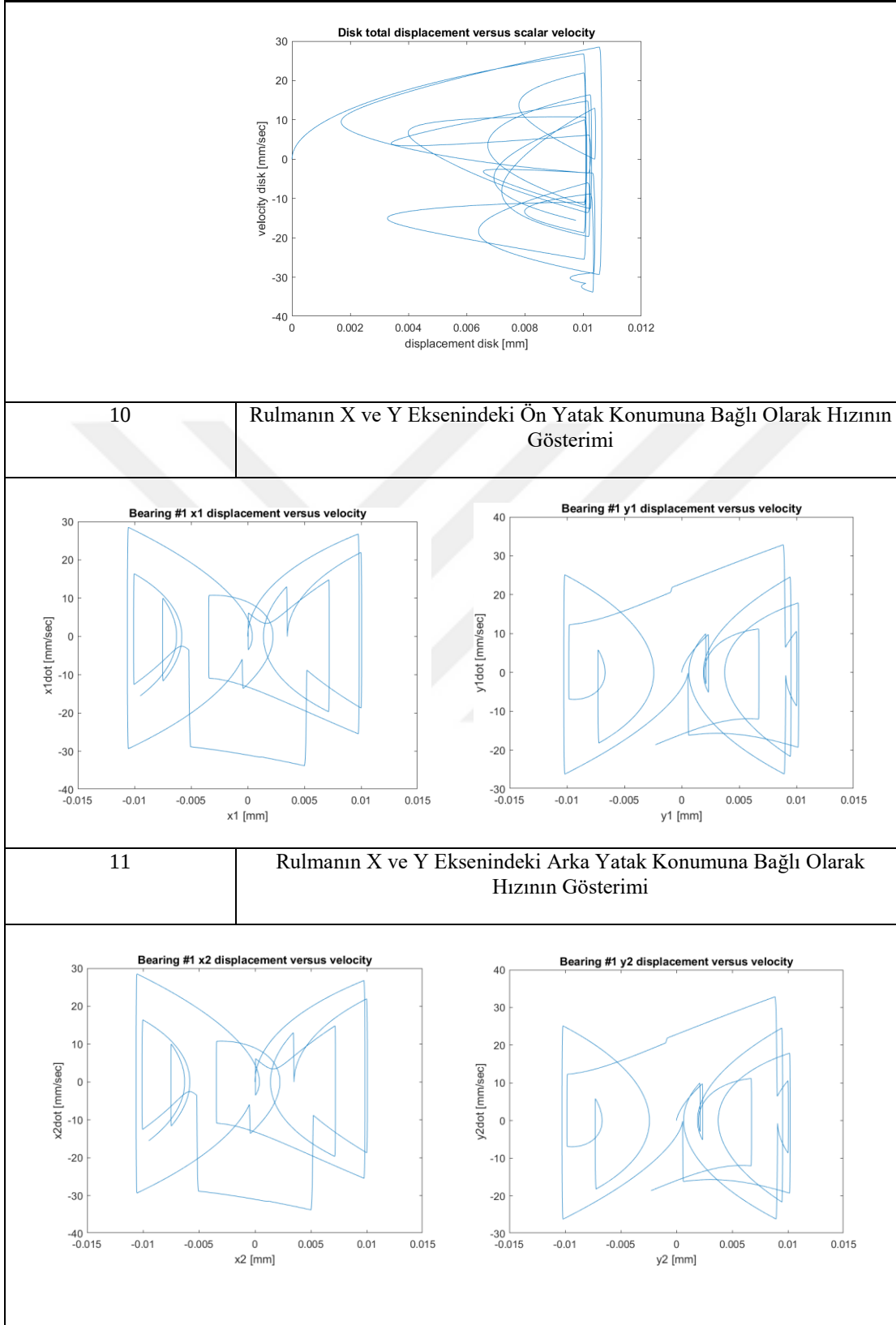
**Çizelge 4.13(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 1kg disk kütle sine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



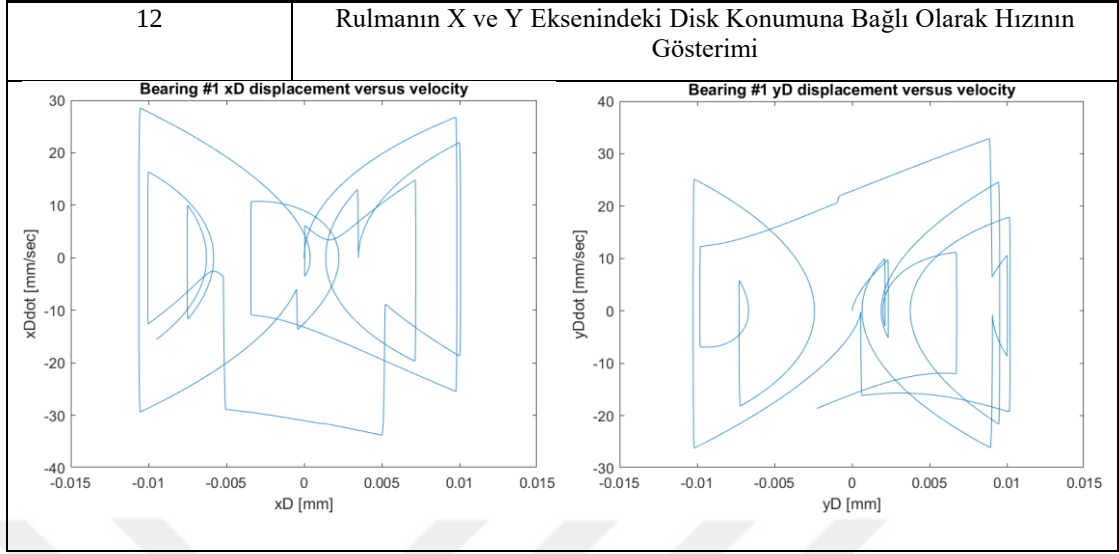
**Çizelge 4.13(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 1kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                            |    |
| 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                       |
|     | 7                                                                                    |
|                                                                                                                                                                      | 8                                                                                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                          |  |
| 9                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                               |

**Çizelge 4.13(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 1kg disk kütle sine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.13(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 1kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



#### 4.2.3.2 1.401 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları

**Çizelge 4.14:** Model 1'e ait Matlab kodunda 1.401kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:

```

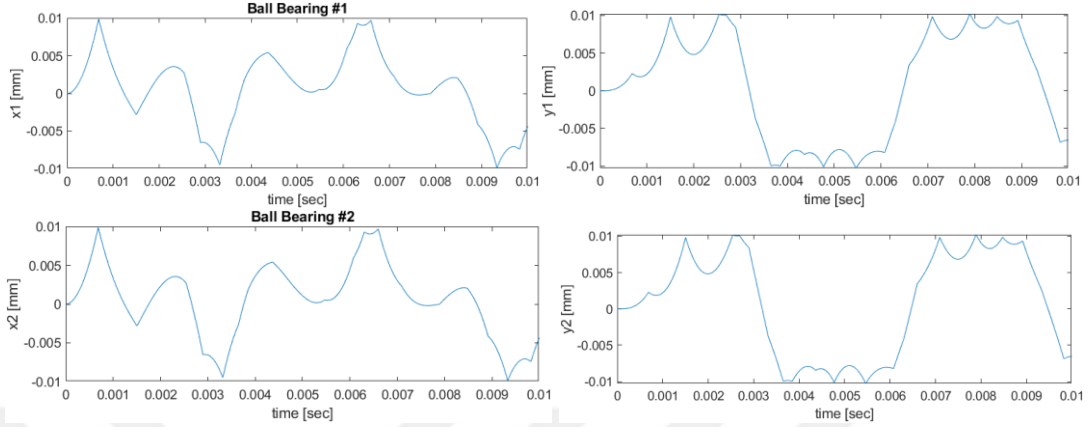
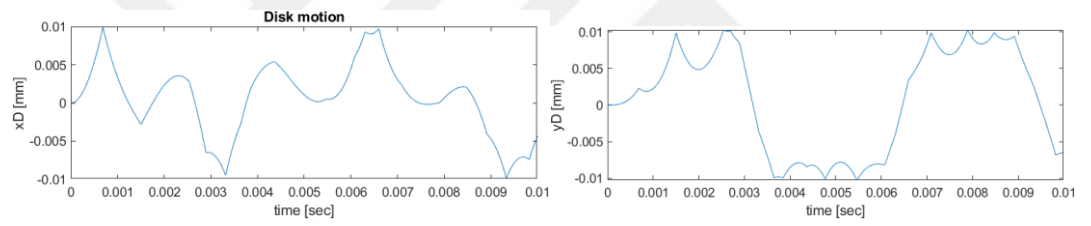
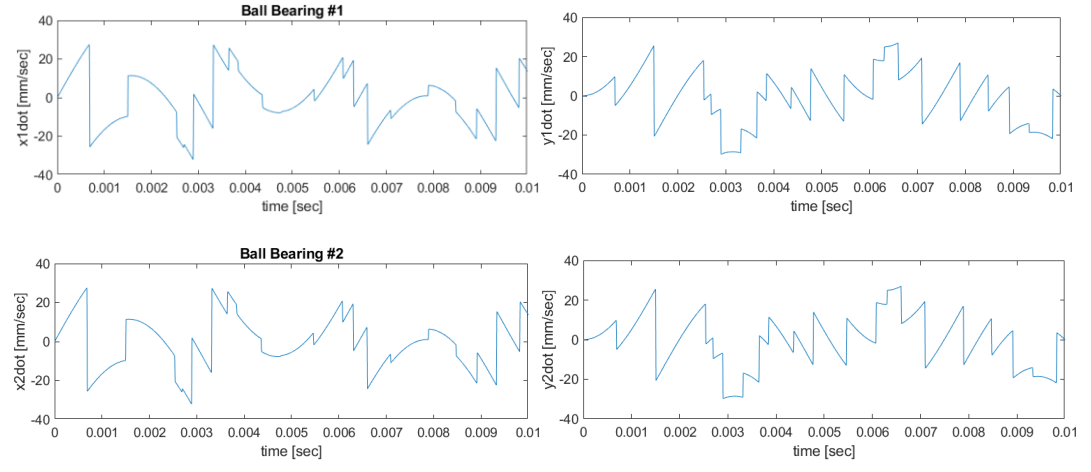
m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]
m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]
mD=1.401; % Disk mass [kg]
c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]
c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]
k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]
k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]
Nb=9;
w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]
Di=18.74; % inner race diameter [mm]
Do=28.26; % outer race diameter [mm]
e=0.05; % eccentricity [mm]
g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]
key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]
gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter

```

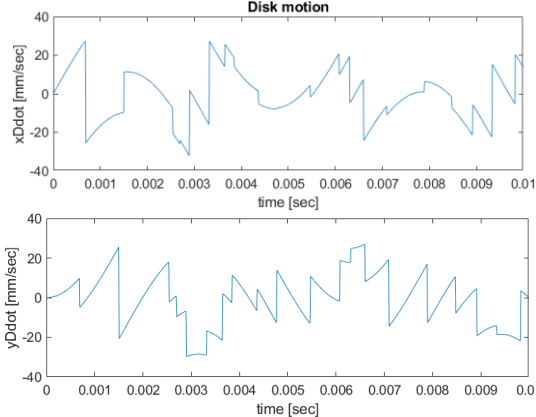
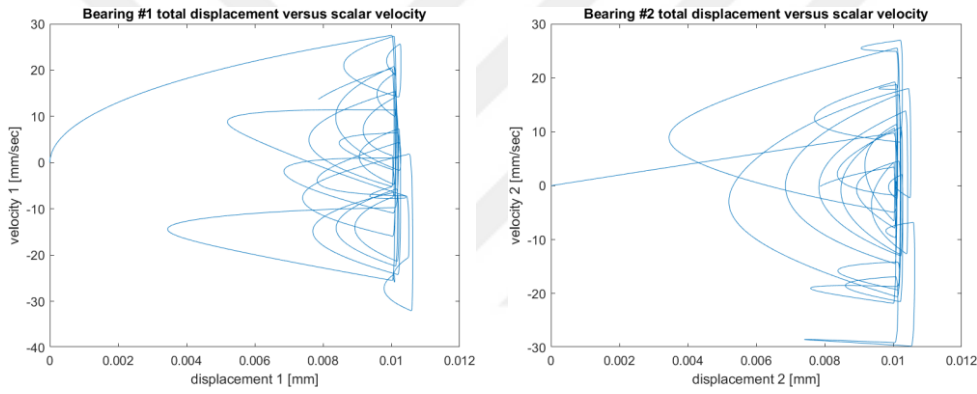
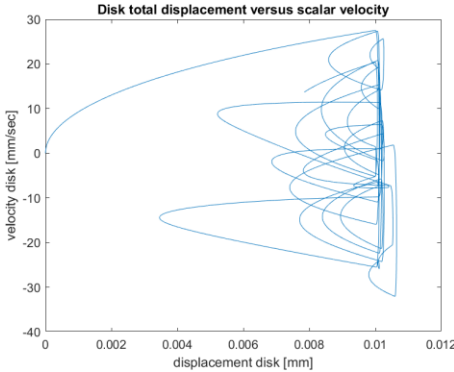
**Çizelge 4.14(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 1.401kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



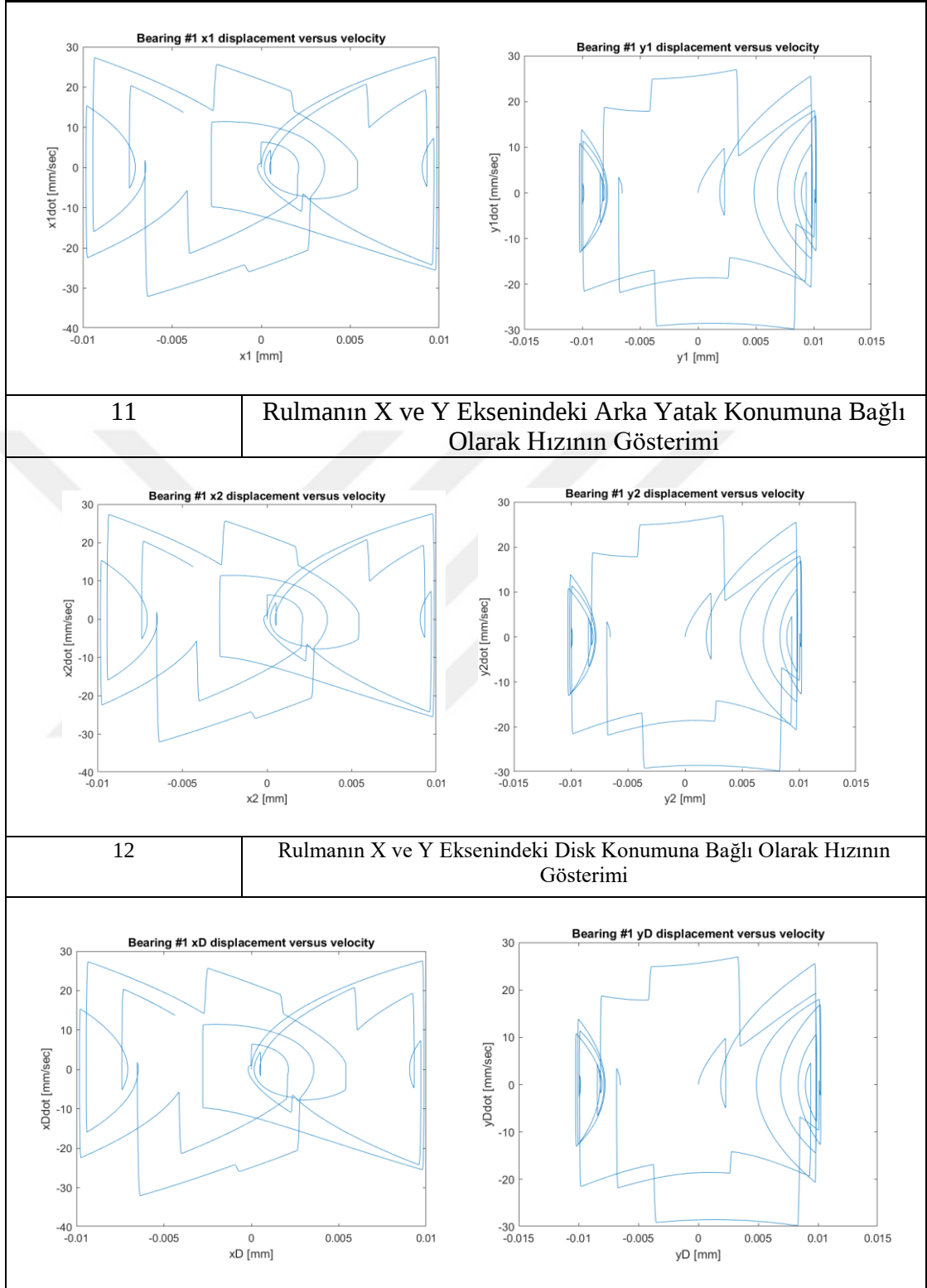
**Çizelge 4.14(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 1.401kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi     |
|    |                                                |
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi          |
|   |                                                |
| 6                                                                                    | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|  |                                                |
| 7                                                                                    | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |

**Çizelge 4.14(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 1.401kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

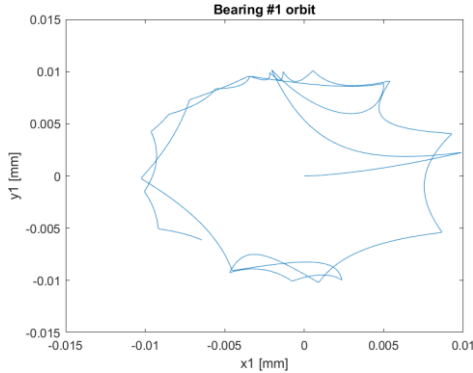
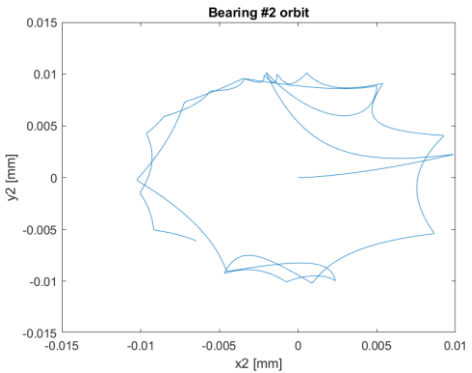
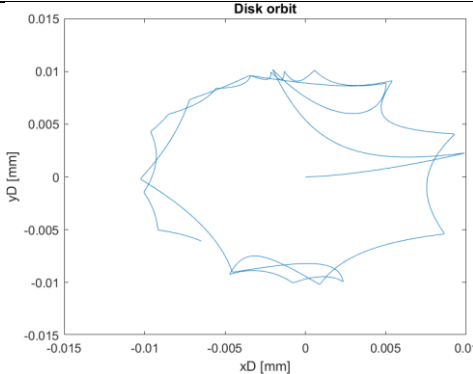
|                                                                                     |                                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                     |  |
| 8                                                                                   | Rulmanın Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                           |
|  |                                                                                    |
| 9                                                                                   | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                             |
|  |                                                                                    |
| 10                                                                                  | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi       |

**Çizelge 4.14(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 1.401kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

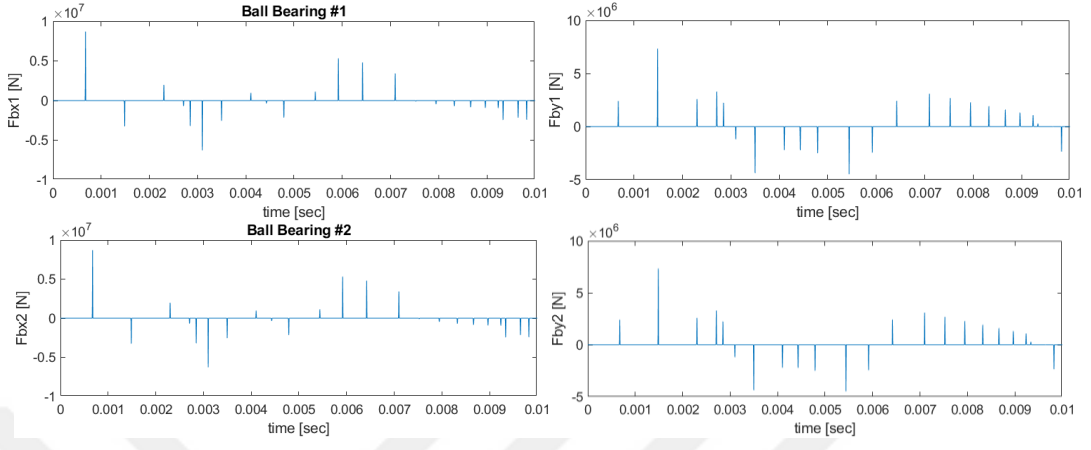
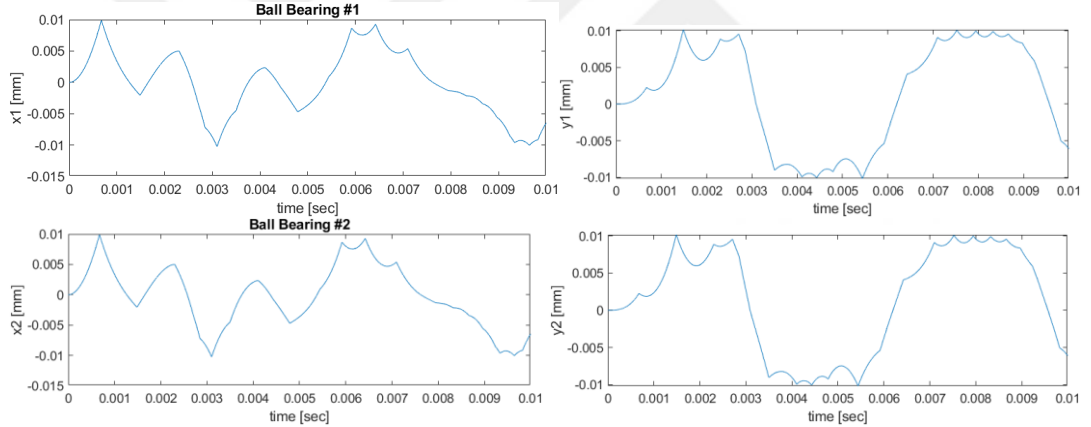
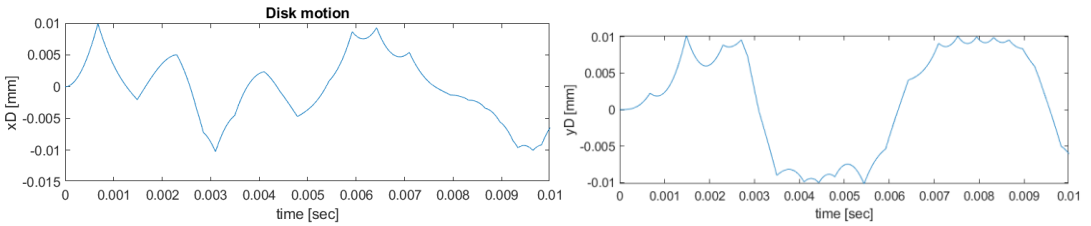


#### 4.2.3.3 2 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları

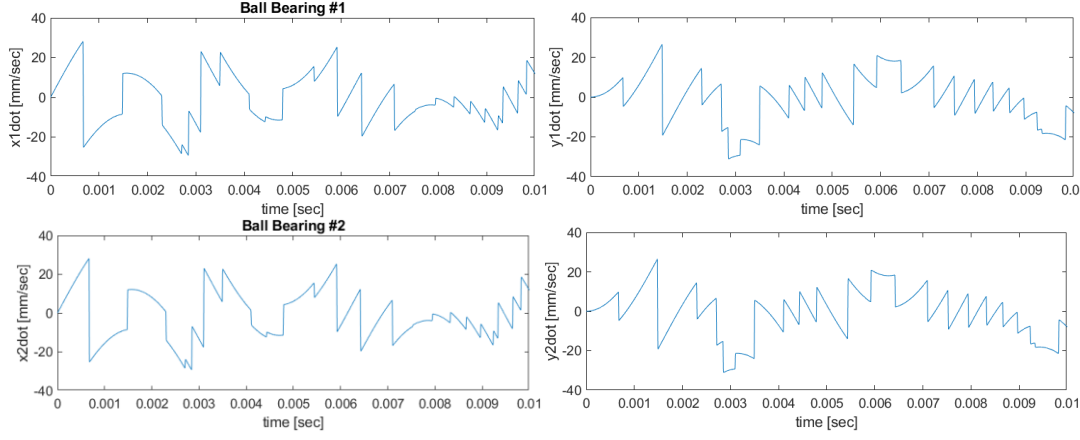
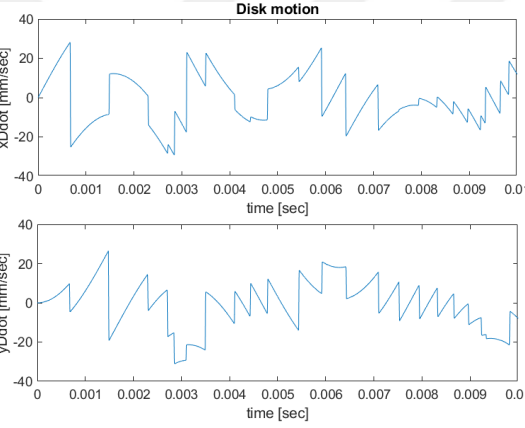
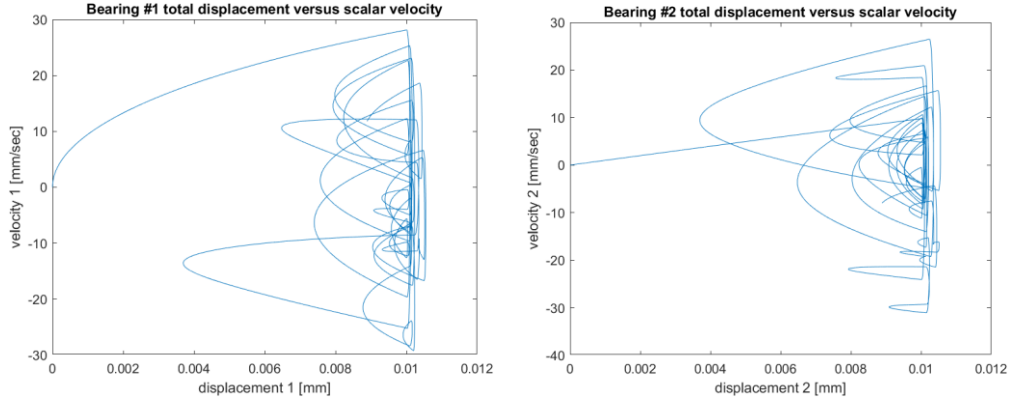
**Çizelge 4.15:** Model 1'e ait Matlab kodunda 2kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>m1=.1; % 1.bearing's mass [mm]</p> <p>m2=.1; % 2.bearing's mass [mm]</p> <p>mD=2; % Disk mass [kg]</p> <p>c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p>c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m]</p> <p>k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p>k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm]</p> <p>Nb=9;</p> <p>w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec]</p> <p>Di=18.74; % inner race diameter [mm]</p> <p>Do=28.26; % outer race diameter [mm]</p> <p>e=0.05; % eccentricity [mm]</p> <p>g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]</p> <p>key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]</p> <p>gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter</p> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Rulman Yörüngeleri |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                    |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Disk Yörüngesi     |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                    |

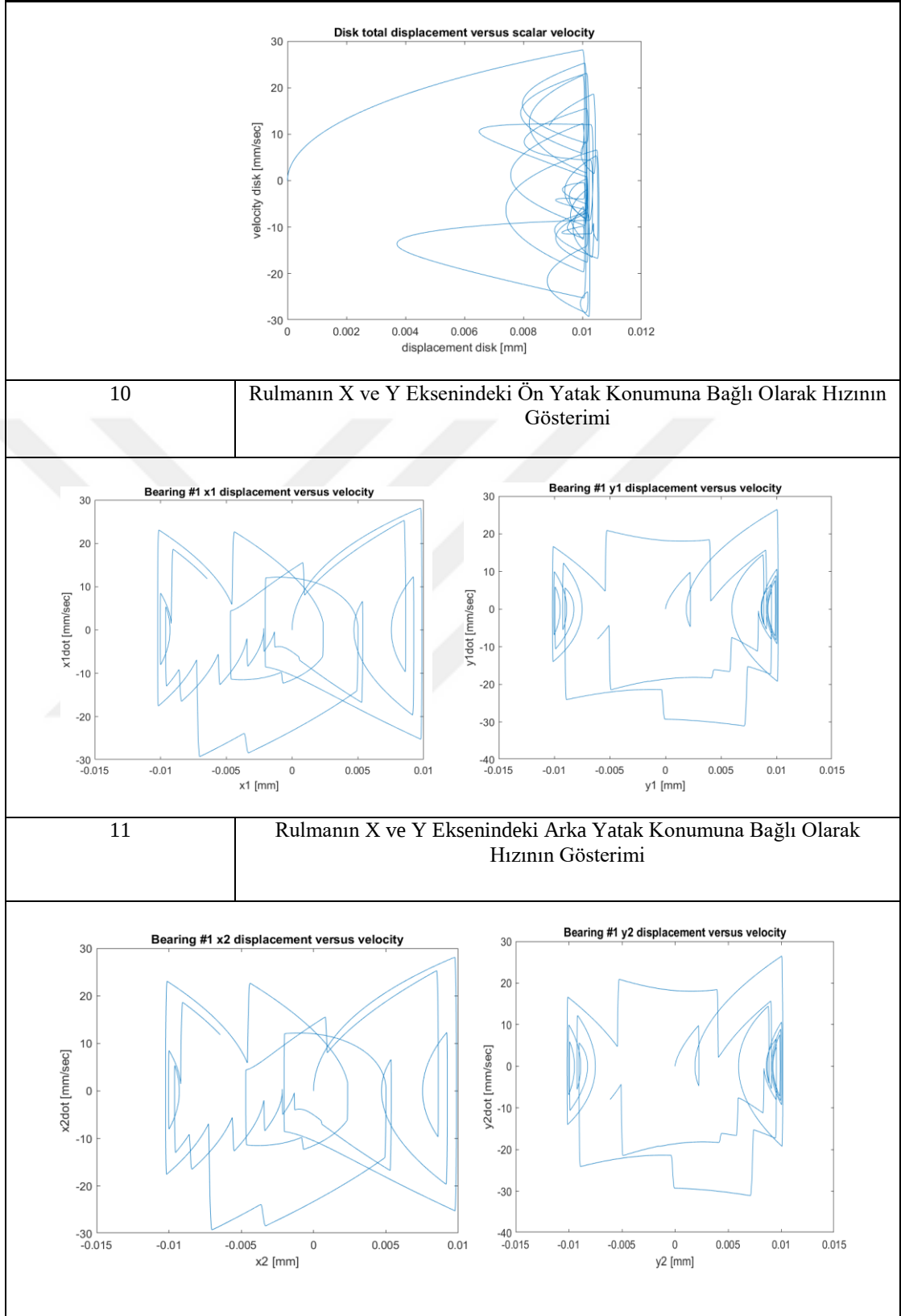
**Çizelge 4.15(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 2kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 3                                                                                    | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi |
|    |                                                                     |
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                          |
|   |                                                                     |
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi                               |
|  |                                                                     |
| 6                                                                                    | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                      |

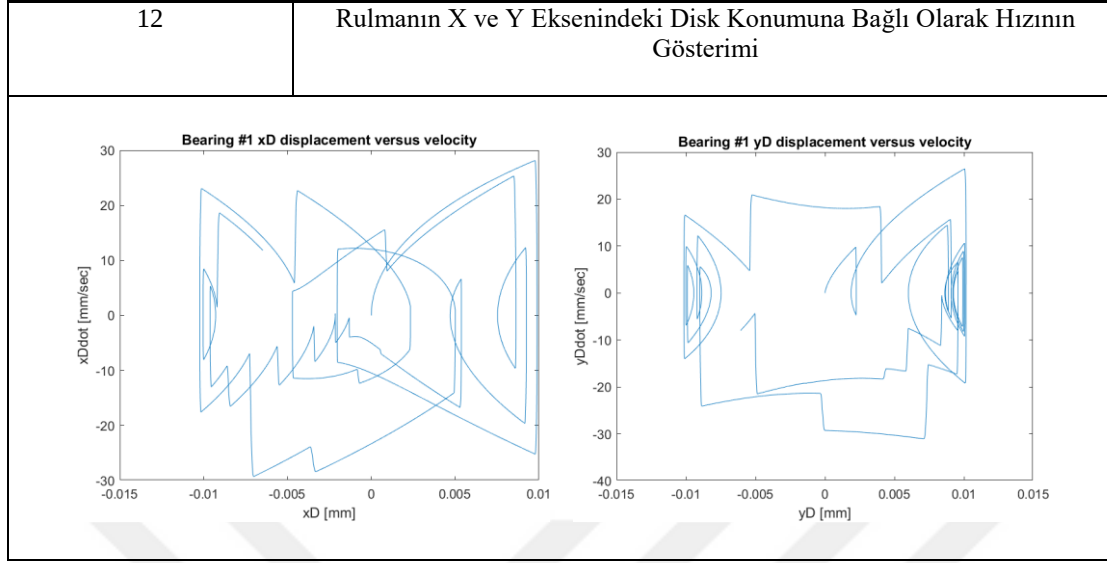
**Çizelge 4.15(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 2kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|   |                                                                                      |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------|
|   |    |
| 7 | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                         |
|   |   |
| 8 | Rulmanın Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                             |
|   |  |
| 9 | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                               |

**Çizelge 4.15(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 2kg disk kütleline sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 4.15(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 2kg disk kütle sine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

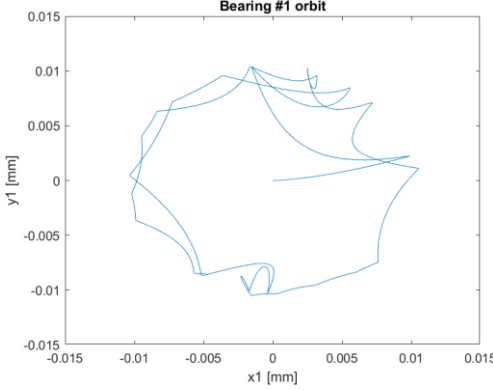
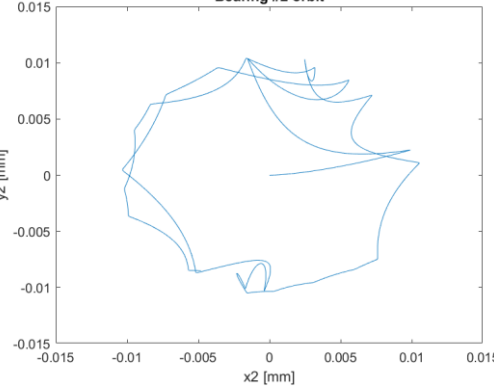
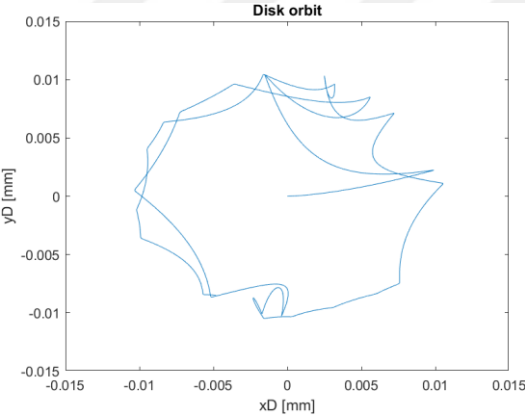
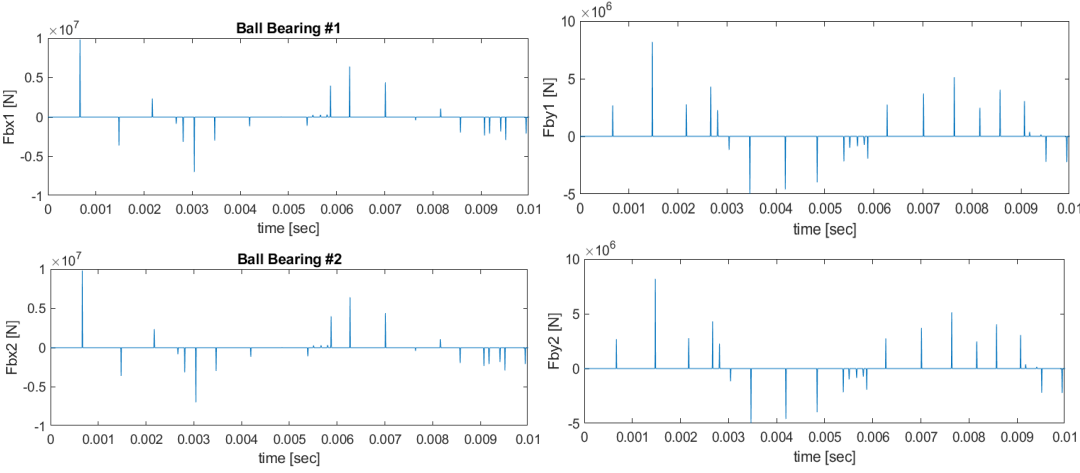


#### 4.2.3.4 2.5 kg disk kütle sine hareket sonuçları

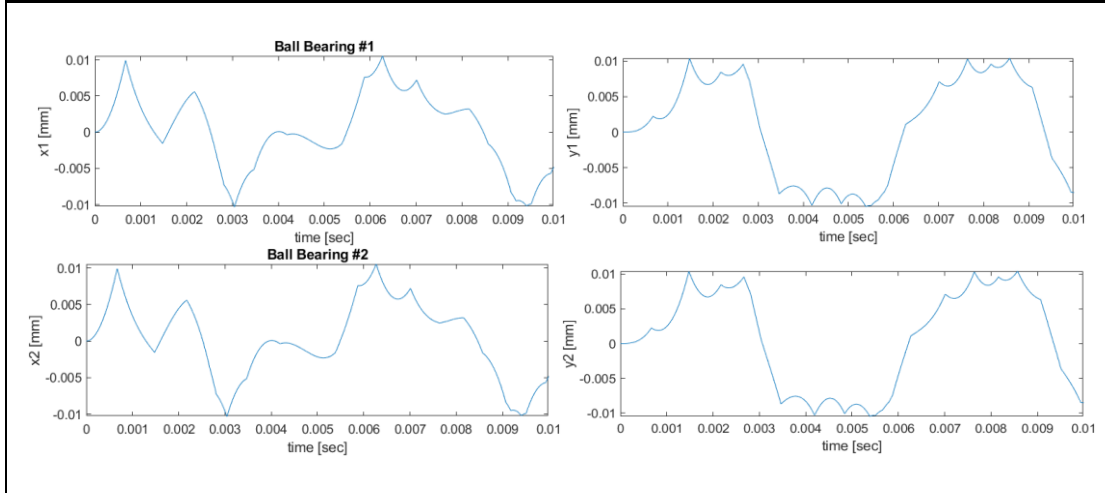
**Çizelge 4.16:** Model 1'e ait Matlab kodunda 2.5kg disk kütle sine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <pre> m1=.1; m2=.1; mD=2.5; % Disk mass [kg] c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m] c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m] k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm] k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm] Nb=9; w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec] Di=18.74; % inner race diameter [mm] Do=28.26; % outer race diameter [mm] e=0.05; % eccentricity [mm] g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2] key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)] gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter </pre> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Rulman Yörüngeleri |

**Çizelge 4.16(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 2.5kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

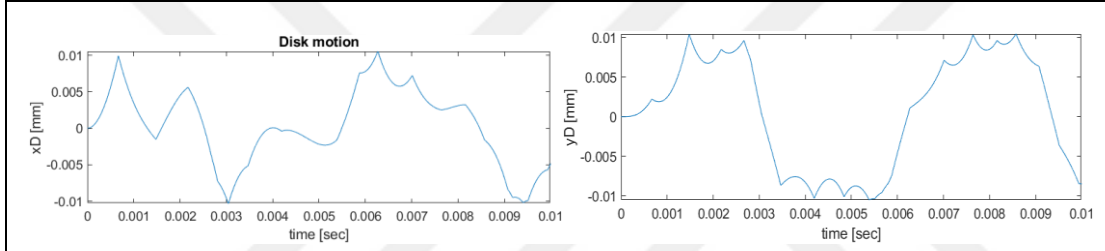
|                                                                                      |                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|     |  |
| 2                                                                                    | Disk Yörüngesi                                                                     |
|   |                                                                                    |
| 3                                                                                    | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi                |
|  |                                                                                    |
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                                         |

**Çizelge 4.16(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 2.5kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



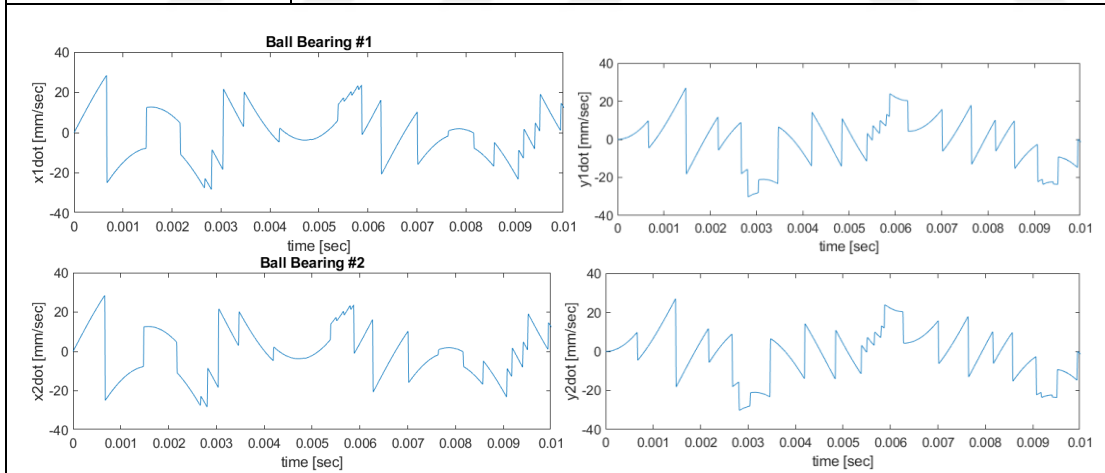
5

Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi



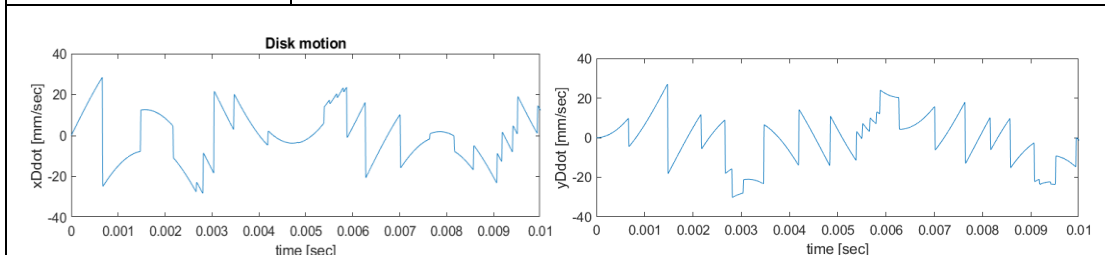
6

Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi

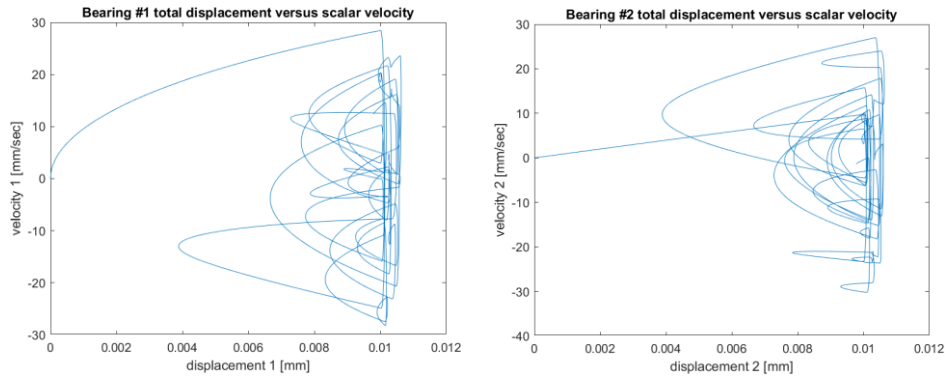
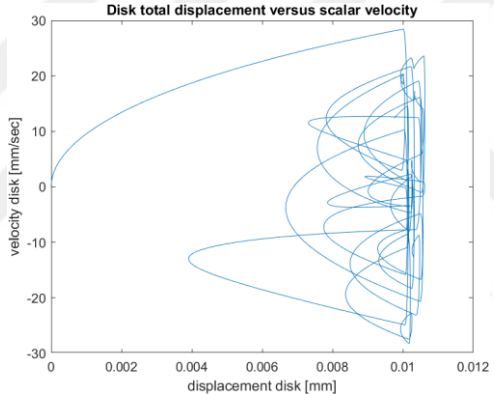
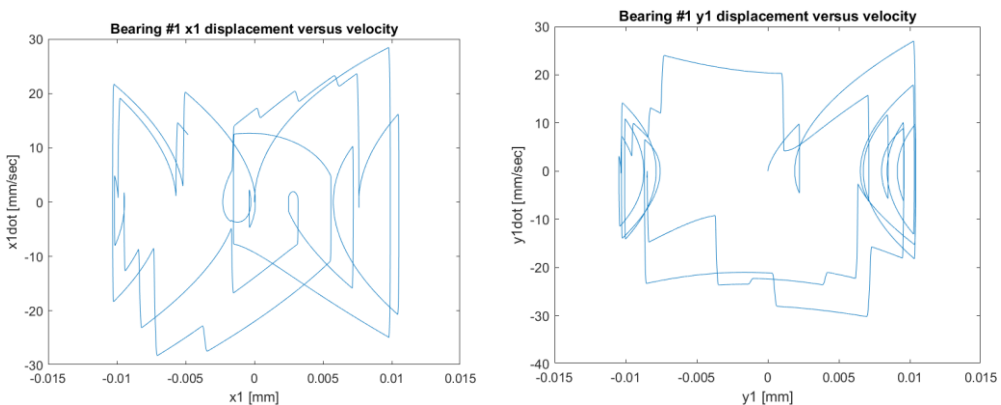


7

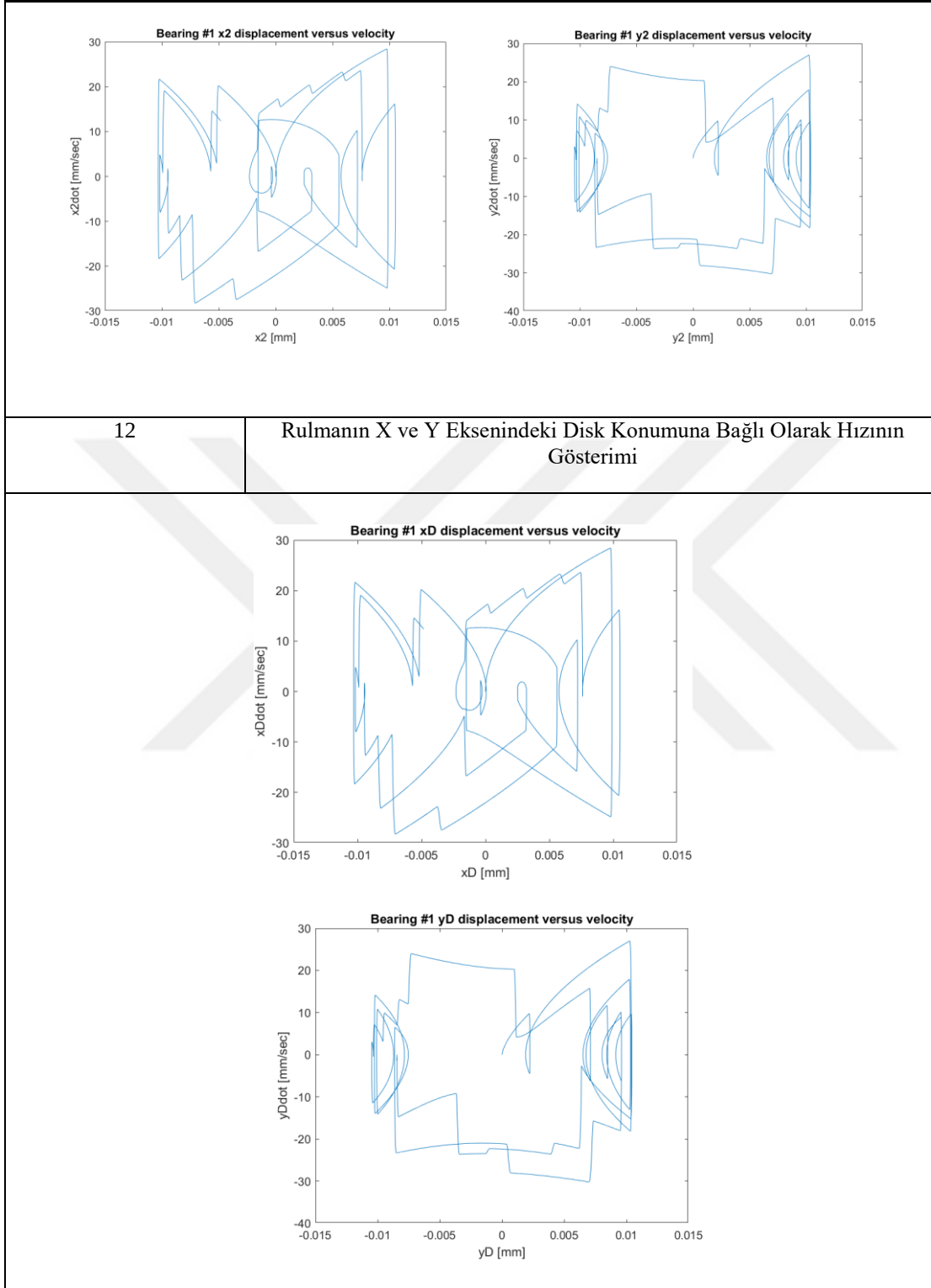
Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi



**Çizelge 4.16(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 2.5kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

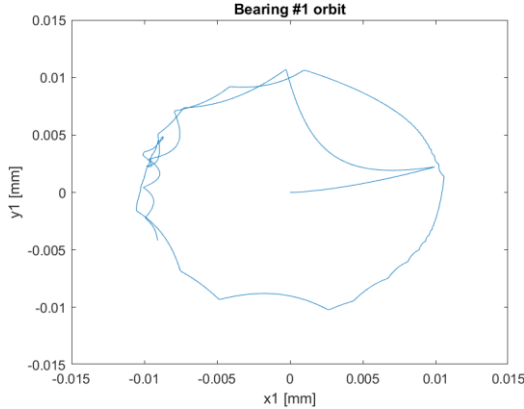
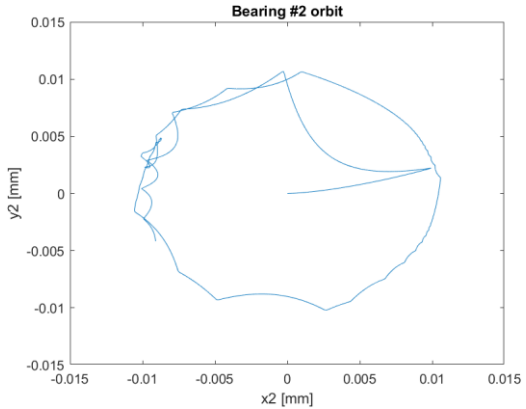
|                                                                                      |                                                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 8                                                                                    | Rulmanın Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                       |
|    |                                                                                |
| 9                                                                                    | Diskin Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                         |
|   |                                                                                |
| 10                                                                                   | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |
|  |                                                                                |
| 11                                                                                   | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |

**Çizelge 4.16(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 2.5kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

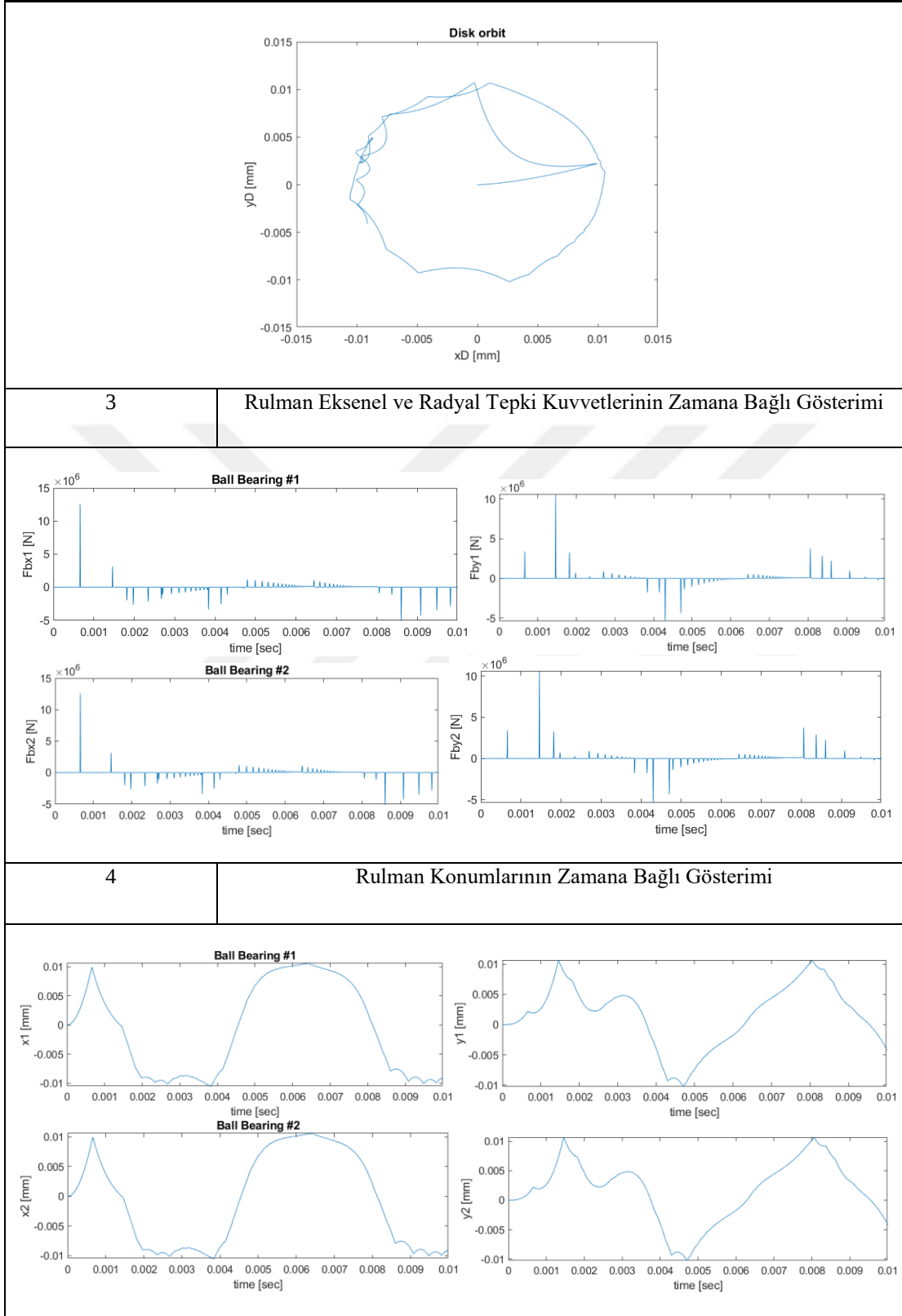


#### 4.2.3.5 4 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları

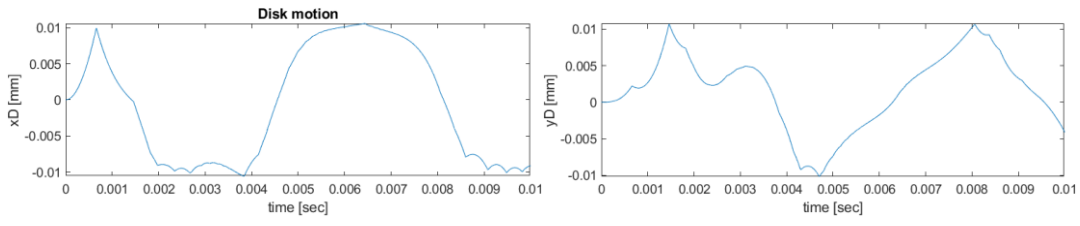
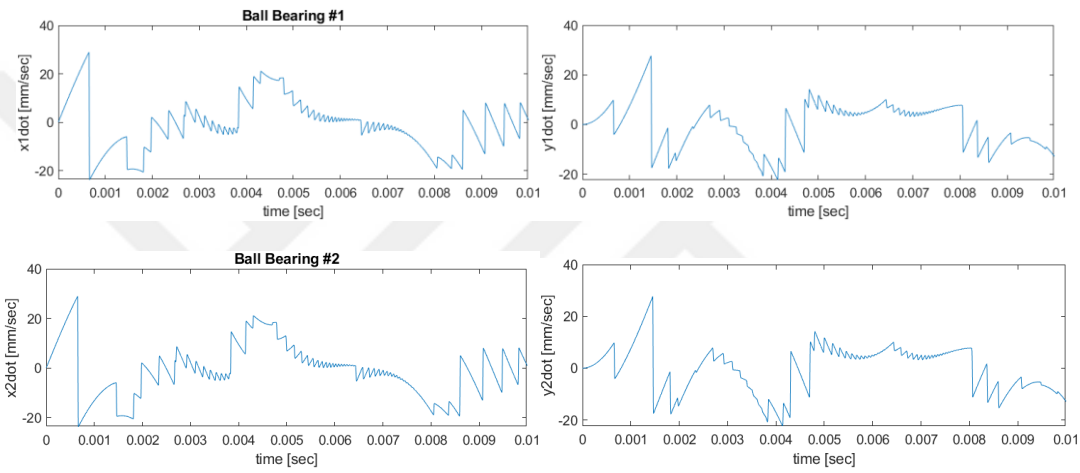
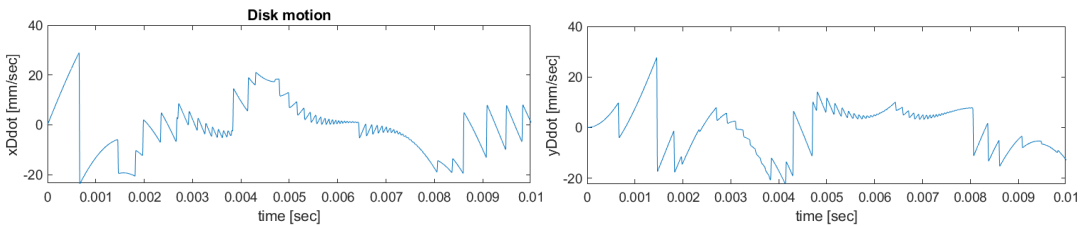
**Çizelge 4.17:** Model 1'e ait Matlab kodunda 4kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <pre> m1=.1; m2=.1; mD=4; % Disk mass [kg] c1=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m] c2=2940e3; % Damping of shaft [N sec/m] k1=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm] k2=8e6; % Stiffness of shaft [N/mm] Nb=9; w_rotor=1000; % rotor angular velocity [rad/sec] Di=18.74; % inner race diameter [mm] Do=28.26; % outer race diameter [mm] e=0.05; % eccentricity [mm] g=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2] key=7.055e9*100^1.5; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)] gamma=10e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter </pre> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Rulman Yörüngeleri |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                    |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | Disk Yörüngesi     |

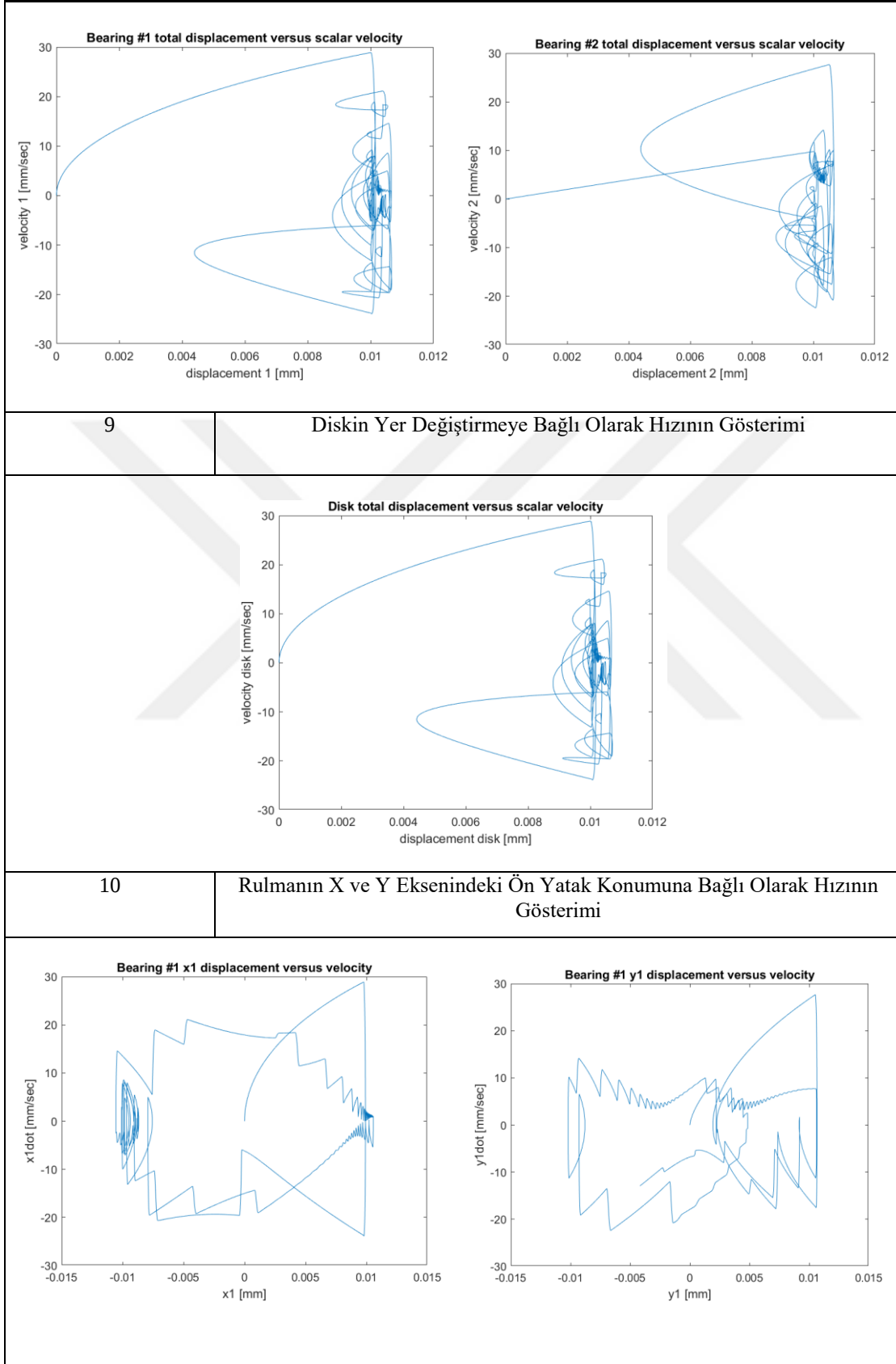
**Çizelge 4.17(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 4kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



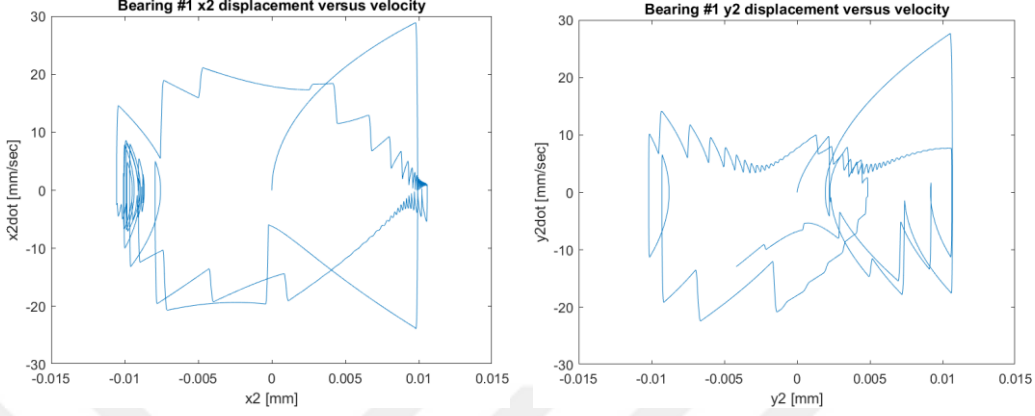
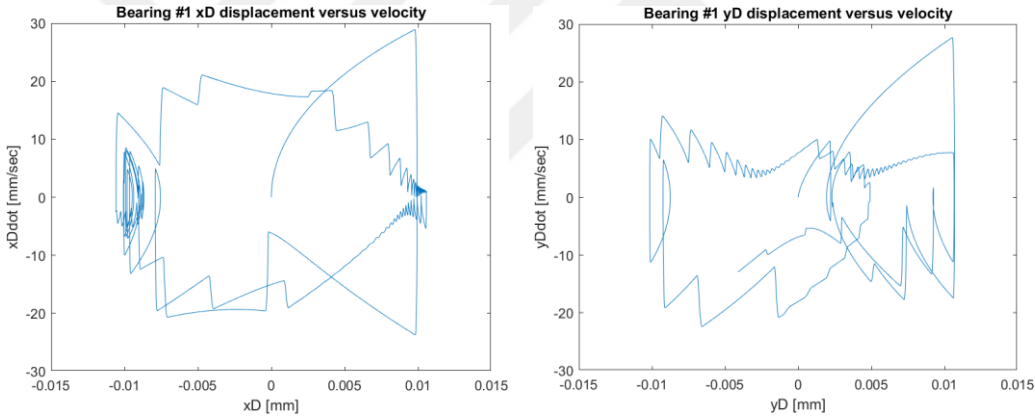
**Çizelge 4.17(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 4kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi                    |
|    |                                                          |
| 6                                                                                    | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi           |
|   |                                                          |
| 7                                                                                    | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi             |
|  |                                                          |
| 8                                                                                    | Rulmanın Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |

**Çizelge 4.17(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 4kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



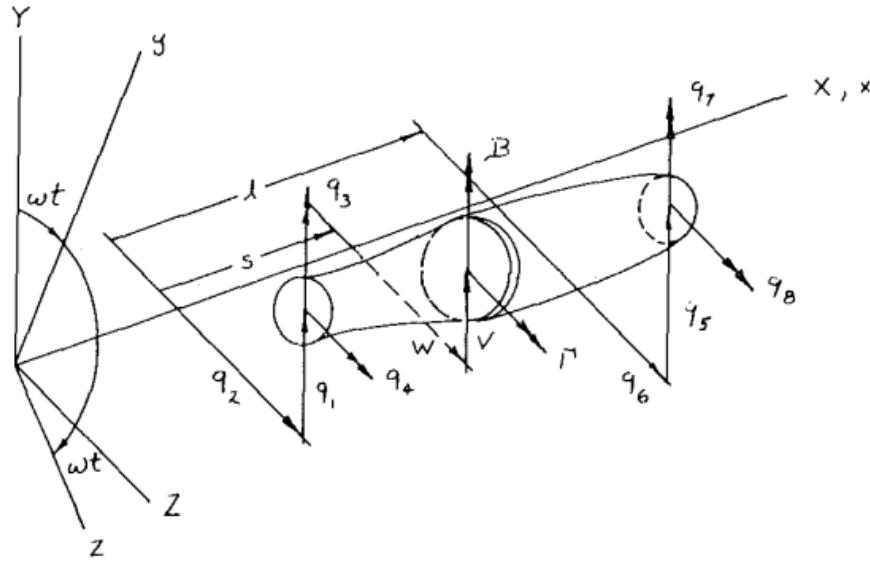
**Çizelge 4.17(devam):** Model 1'e ait Matlab kodunda 4kg disk kütle sine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                     |                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 11                                                                                  | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Arka Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|   |                                                                                |
| 12                                                                                  | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Disk Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi       |
|  |                                                                                |



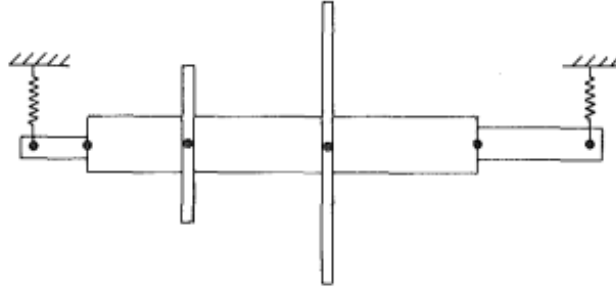
## 5. DOĞRUSAL ANALİZ YÖNTEMİ

Rotor sistemlerinin simülasyonu için farklı yöntemler olmakla beraber bunların arasından sonlu elemanlar yönteminin kullanımı son dönemde yaygınlaşmıştır. Yayınlanan çalışmalar ve bu alanda yapılan benzer araştırmalarda, eksenel yükün iç sönümlenmenin, jiroskopik momentlerin ve dönme ataletinin etkilerinin incelenmesini; ancak eksenel tork etkilerini veya kayma deformasyonu içermemektedir. Bu çalışma ise, şekil fonksiyonlarını oluşturmak için Timoshenko kiriş teorisini kullanarak ve böylece enine kayma etkilerini dahil ederek önceki çalışmaları genelleştirir [1].



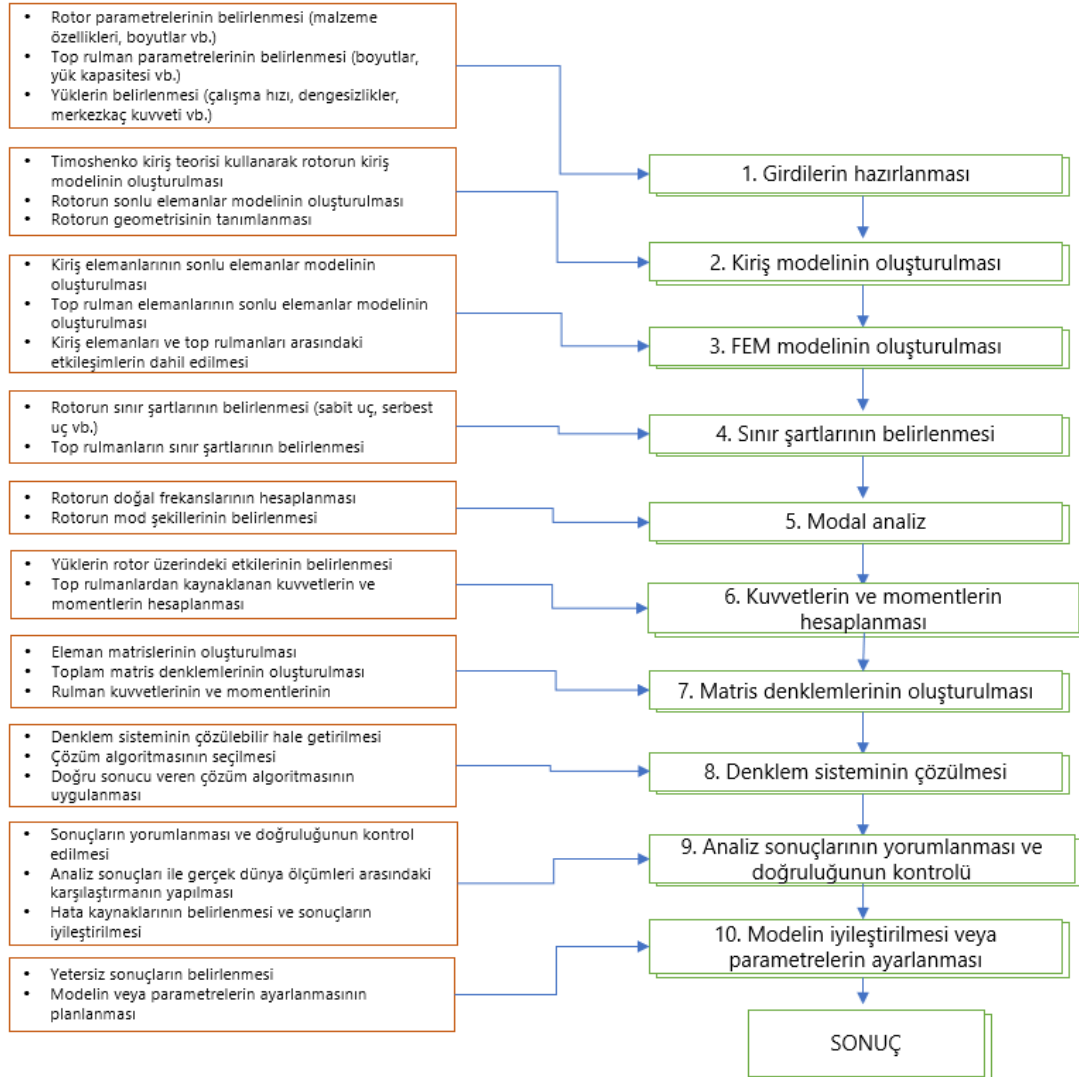
Şekil 5.1: Tipik element ve koordinat sistemi [1].

Dönmeyen ve dönen miller için klasik kapalı form Timoshenko kiriş teorisi analizi ile sonlu elemanlar analizinin karşılaştırması yapılmış, bu gerçekleştirilirken de dahili sönümleme hesaba katılmamıştır.



**Şekil 5.2:** Rotor grubunun analiz için basitleştirilerek şematize edilmesi [1].

Model 2’de, bir rotor-bilyeli yatak sistemi için Şekil 5.3’deki gibi bir matematiksel model sunulmaktadır. Model, Timoshenko kiriş teorisine dayanmaktadır ve sistemin davranışı hakkında çeşitli varsayımlar içermektedir. Bu modelde, kirişlerin eğilmesini analiz etmek için kullanılan doğrusal matematiksel kullanılmaktadır.



**Şekil 5.3:** Doğrusal modele ait matematik modelin akış diyagramı.

1-Varsayımlar: Modelde yapılan varsayımlar şunları içermektedir:

- Şaft homojen ve izotropiktir, yani özellikleri tüm uzunluğu boyunca aynıdır ve her yöndeki yüklere aynı şekilde tepki verir.
- Milin enine kesitleri düz ve dönme eksenine dik kalır, yani mil herhangi bir eğilme veya eğilme yaşamaz.
- Milin burulma sertliği, yarıçapın dördüncü kuvvetiyle orantılıdır, bu da, artan yarıçapla birlikte milin burulmaya karşı direnç yeteneğinin hızla arttığı anlamına gelir.

Milin dönüş açısı oldukça küçüktür, yani mil sadece küçük dönüşler yapar.

2-Koordinat sistemi: Mil üzerindeki bir noktanın konumunu belirlemek için silindirik koordinat sistemi kullanılır. Radyal mesafe  $r$  ile shaftın yarıçapı  $R$ , azimut açısı  $\theta$  ile  $2\pi$  arasında ve eksenel mesafe  $z$  ile shaftın uzunluğu  $L$  arasında değişir.

3-Yer Değiştirme Alanları: Yer değiştirme alanları, şekil fonksiyonları kullanılarak mil üzerindeki bir noktanın eksenel ve radyal yer değiştirmeleri için tanımlanır. Örneğin, mil üzerindeki bir noktanın eksenel yer değiştirmesi  $u$ , şekil fonksiyonlarının doğrusal bir kombinasyonu olarak ifade edilebilir

4-Birim uzama alanları: Birim uzama alanları yer değiştirme alanlarına göre hesaplanır. Örneğin, mil üzerindeki bir noktadaki eksenel birim uzama  $\epsilon_x$  şu şekilde ifade edilebilir:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (5.1)$$

Bu birim uzama, Hooke Kanunu kullanılarak shafttaki eksenel gerilme ( $\sigma_x$ ) hesaplamak için kullanılır:

$$\sigma_x = E \epsilon_x \quad (5.2)$$

Burada  $E$ , shaft malzemesinin Young modülüdür.

5-Ana denklemler: Şaft elemanı için ana denklemler Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak türetilmiştir. Bu denklemler, milin burulma sertliğini, mile etki eden eksenel ve radyal kuvvetleri ve milin burulma açısını tanımlar. Örneğin, milin burulma sertliği ( $GJ$ ) şu şekilde hesaplanabilir:

$$GJ = \int_0^L GJ(z) dz \quad (5.3)$$

Burada G, mil malzemesinin kayma modülüdür ve J(z), belirli bir eksenel konumdaki milin burulma sabitidir. Burulma sabiti, milin geometrisine ve modelde yapılan varsayımlara göre hesaplanır.

6-Sınır koşulları: Mil elemanı için, milin uçlarından nasıl sabitlendiğini veya desteklendiğini açıklayan sınır koşulları tanımlanır. Örneğin, şaftın bir ucu sabit ve diğer ucu serbestçe dönebiliyorsa, sınır koşulları şöyle olacaktır:

$$u(0) = 0 \quad \theta(L) = 0 \quad (5.4)$$

Bu koşullar, milin sol uçta sabitlenmesini ve sağ uçta eğilme olmamasını sağlar.

7-Çözüm: Ana denklemlerin çözümü, sonlu elemanlar analizi gibi sayısal yöntemler kullanılarak elde edilir. Bu çözüm, burulma yükleri ve dönme hareketi altındaki mil elemanındaki gerilmeler, birim uzamalar ve yer değiştirmeler hakkında bilgi sağlar. Örneğin, sonlu elemanlar analizi, mil yüzeyinde meydana gelen ve şu şekilde verilen, mildeki maksimum kayma gerilmesini hesaplamak için kullanılabilir:

$$\tau_{\max} = \left( \frac{16T}{G\pi R^3} \right) \quad (5.5)$$

Burada  $\tau$  uygulanan torktur.

Genel olarak, matematiksel olarak bu başlık altında sunulmuştur.

Doğrusal analiz yöntemi ile inceleme yapılan Model 2’de dönen bir şaft için açıklanan matematiksel modeller ve hareket denklemi şu şekildedir:

$$\{M\} \frac{d^2\theta}{dt^2} + \{C\} \frac{d\theta}{dt} + \{K\}\theta = F \quad (5.6)$$

Burada M kütle matrisidir, C sönümleme matrisidir, K rijitlik matrisidir,  $\theta$  şaftın sapmasıdır ve F dış yüküdür. Şaft sapması, kesme deformasyonu ve döner atalet etkilerini içeren Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak modellenenebilir. Timoshenko kiriş denklemi:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + GAK^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (5.7)$$

EI eğilme rijitliği, G kayma modülü, A enine kesit alanı, K burulma sabiti,  $\rho$  kütle yoğunluğu, w sapma,  $q(x,t)$  dağıtılan yük ve x uzamsal koordinattır.

Hareket denklemini çözmek için şaft bir dizi sonlu elemana ayrıştırılır. Her öge, bir dizi düğüm noktası ve şekil işleviyle temsil edilir. Her bir eleman için rijitlik ve kütle

matrisleri daha sonra global bir rijitlik ve kütle matrisinde birleştirilir. Her eleman için eleman denklemleri şu şekilde ifade edilebilir:

$$\begin{bmatrix} k_{\{11\}} & k_{\{12\}} & k_{\{13\}} & k_{\{14\}} \\ k_{\{21\}} & k_{\{22\}} & k_{\{23\}} & k_{\{24\}} \\ k_{\{31\}} & k_{\{32\}} & k_{\{33\}} & k_{\{34\}} \\ k_{\{41\}} & k_{\{42\}} & k_{\{43\}} & k_{\{44\}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Burada  $k_{ij}$  eleman rijitlik matrisidir,  $u_i$  düğüm noktası yer değiştirme vektörüdür ve  $f_i$  düğüm noktası kuvvet vektörüdür.

Şaftın doğal frekansları ve mod şekilleri, modal analiz yoluyla belirlenebilir. Özdeğer problemi şu şekilde ifade edilebilir:

$$K\phi = \lambda M\phi \quad (5.9)$$

Burada  $\phi$  özvektördür ve  $\lambda$  özdeğerdir.

## 5.1 Sonuçlar ve Parametrik Çalışma

Bu program sonucunda shaftın yatak kısmında rulman ile beraber yaptığı çarpma hareketi grafiklerde görselleştirilmiştir ve sonrasında yorumlanmıştır. Bu çalışmada kod üzerinde uygulanan parametreler ve hangi değerlerle uygulandığı ise aşağıdaki Çizelge 5.1’de gösterilmektedir:

**Çizelge 5.1:** Doğrusal analiz yönteminin kullanıldığı Model 2’de ait parametreler ve değişkenler.

| Parametreler              | 1          | 2          | 3           | 4          | 5     | 6     | 7     |
|---------------------------|------------|------------|-------------|------------|-------|-------|-------|
| $N_b$ Bilya Sayısı        | Nb=9       | Nb=8       | Nb=7        | Nb=6       | Nb=10 | Nb=12 | Nb=15 |
| $m_d$ Disk Kütlesi        | 1kg        | 1.401kg    | 2kg         | 2,5kg      | 4kg   | -     | -     |
| $\gamma$ Radyal İç Boşluk | 10 $\mu$ m | 15 $\mu$ m | 7.5 $\mu$ m | 20 $\mu$ m | -     | -     | -     |

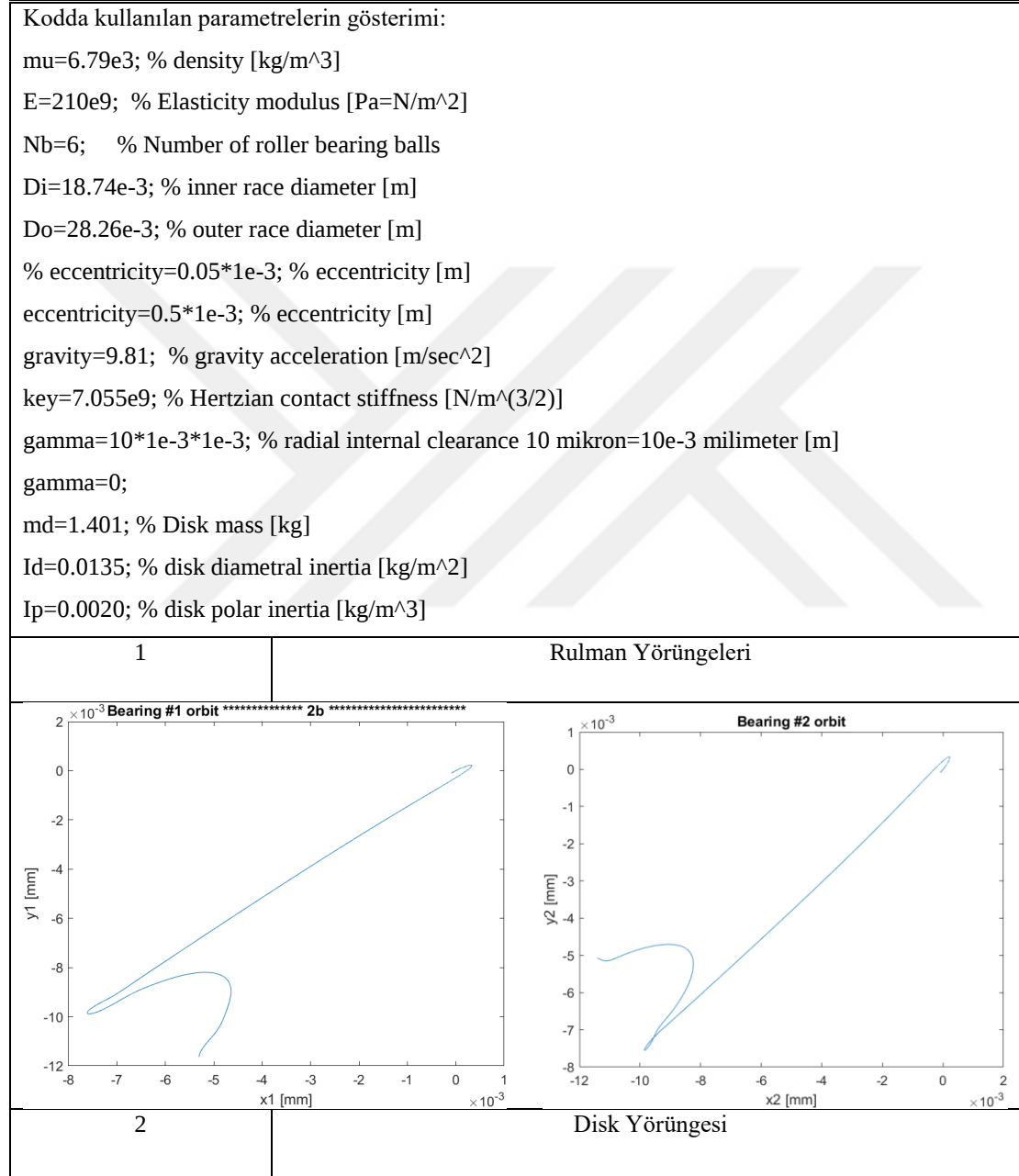
### 5.1.1 Bilya sayısı ( $N_b$ )

Bu bölümde, doğrusal analiz yönteminin incelendiği Model-2’ye ait matematiksel model Matlab’te koda dökülerek bu model ile rulman ve shaft’a ait hareketler grafikleştirilmiş, sonrasında ise 6, 7, 8, 9, 10, 12 ve 15 adet bilyaya sahip olduğu

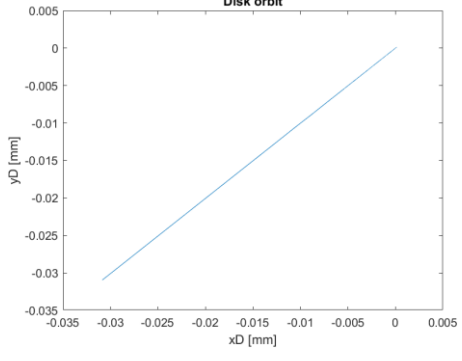
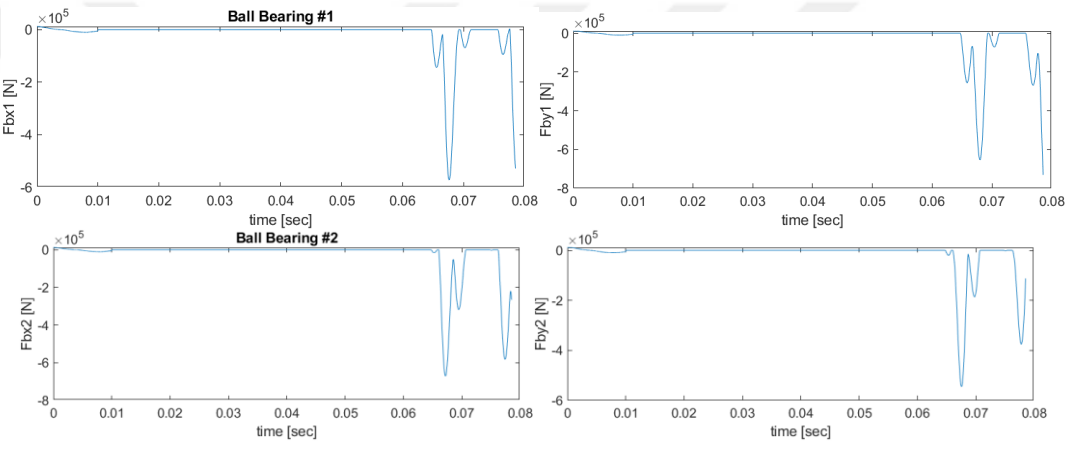
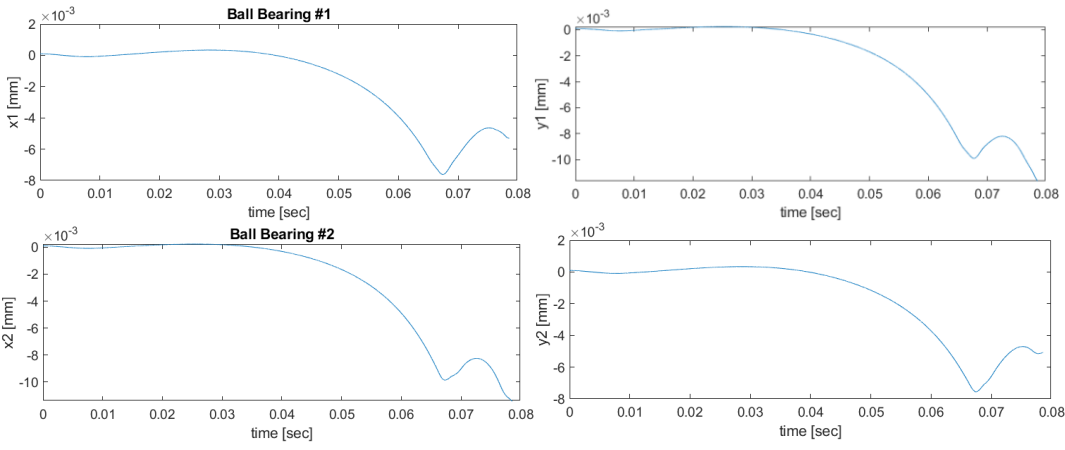
durumlarda bu parametrenin rulman hareketlerini nasıl değiştirdiği grselleştirilerek incelenmiştir.

#### 5.1.1.1 6 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

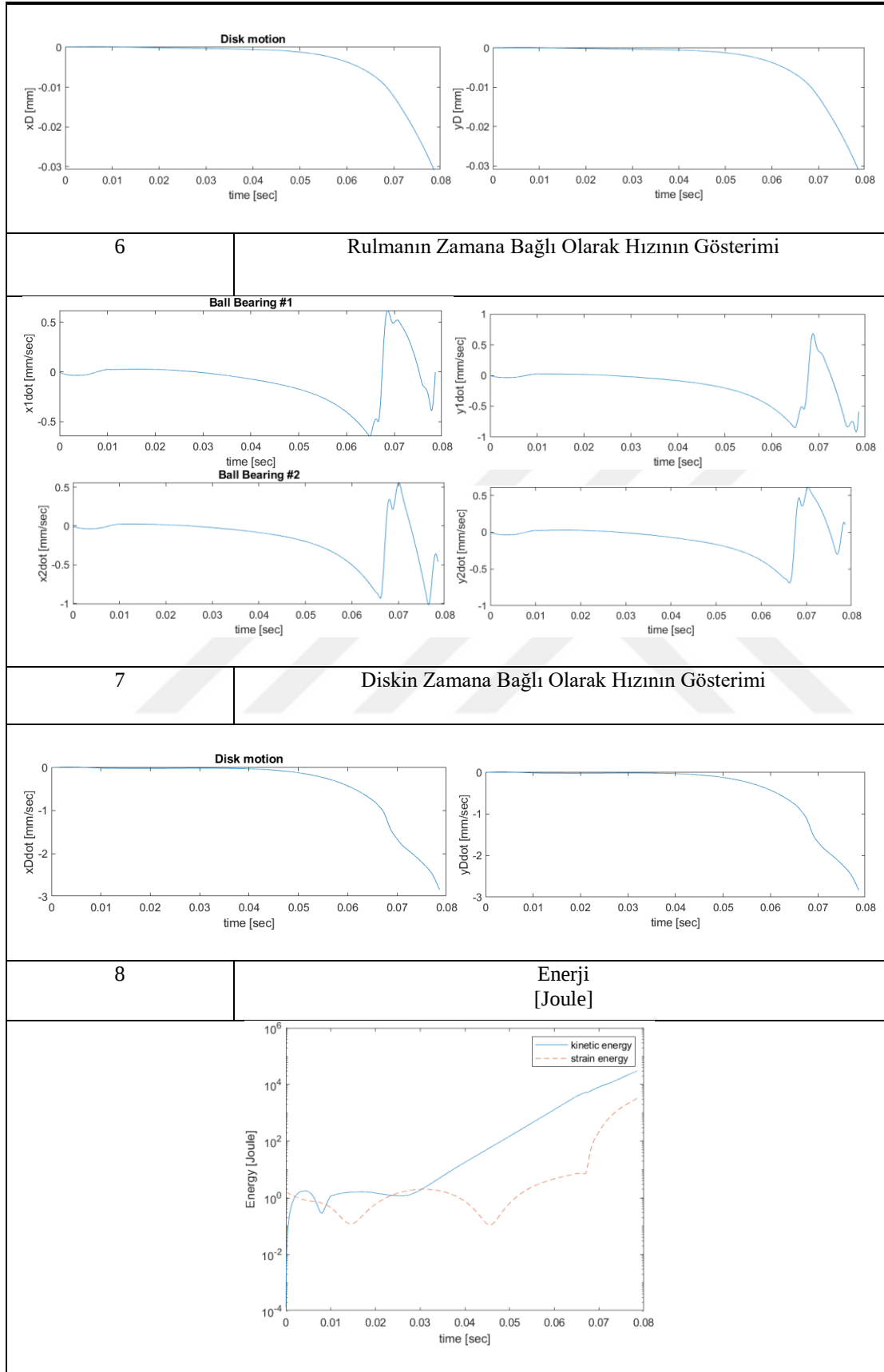
**Çizelge 5.2:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



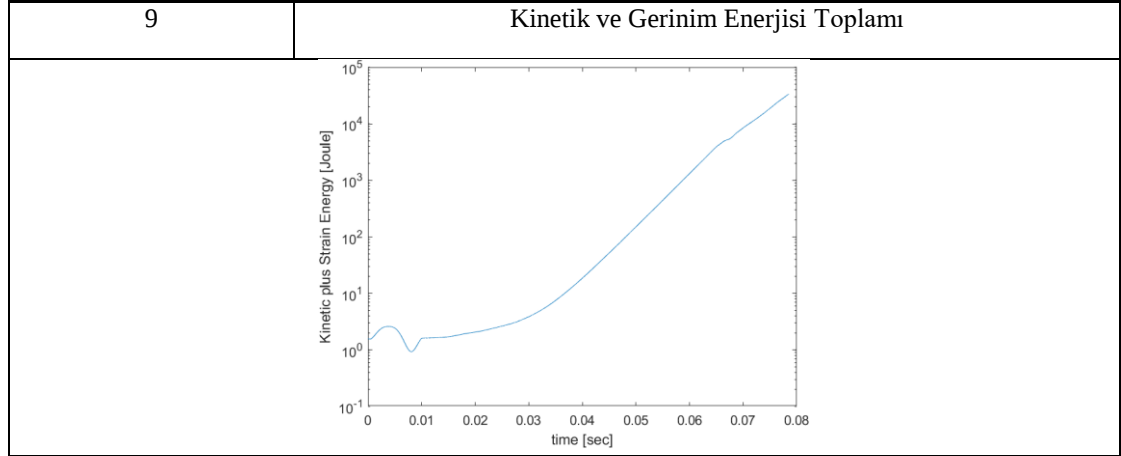
**Çizelge 5.2(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                      |  |
| 3                                                                                    | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi                |
|   |                                                                                    |
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                                         |
|  |                                                                                    |
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi                                              |

**Çizelge 5.2(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

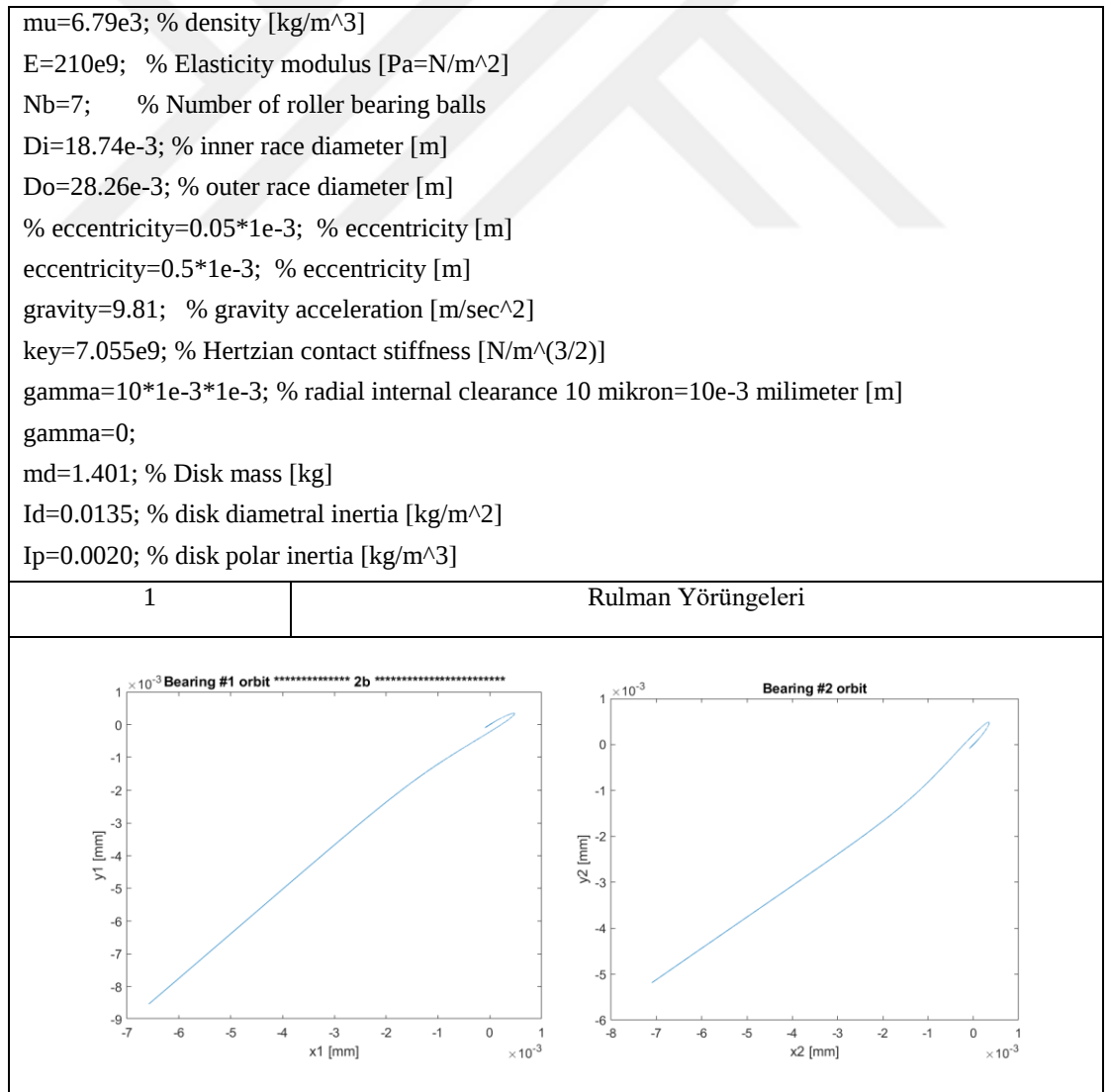


**Çizelge 5.2(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 6 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

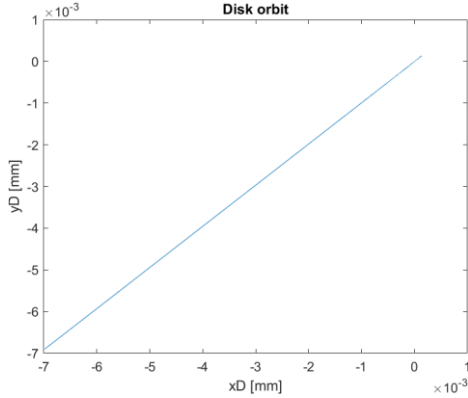
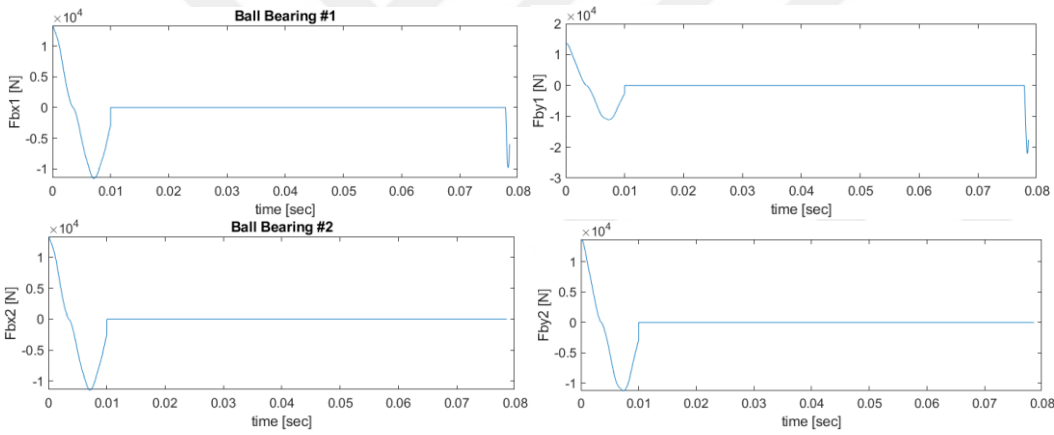
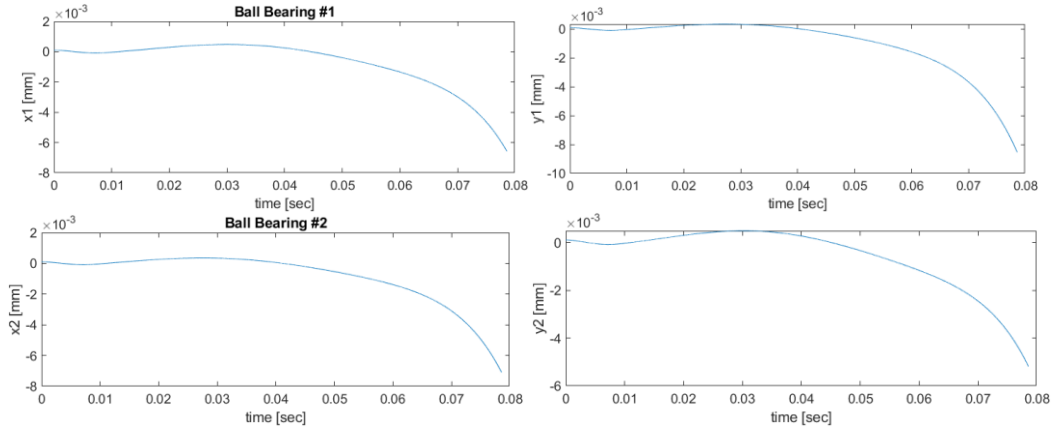


#### 5.1.1.2 7 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

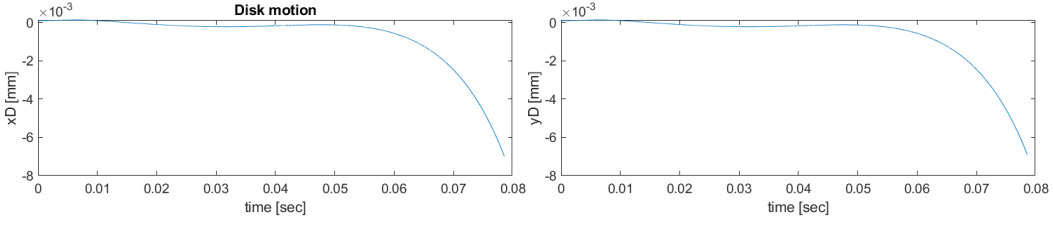
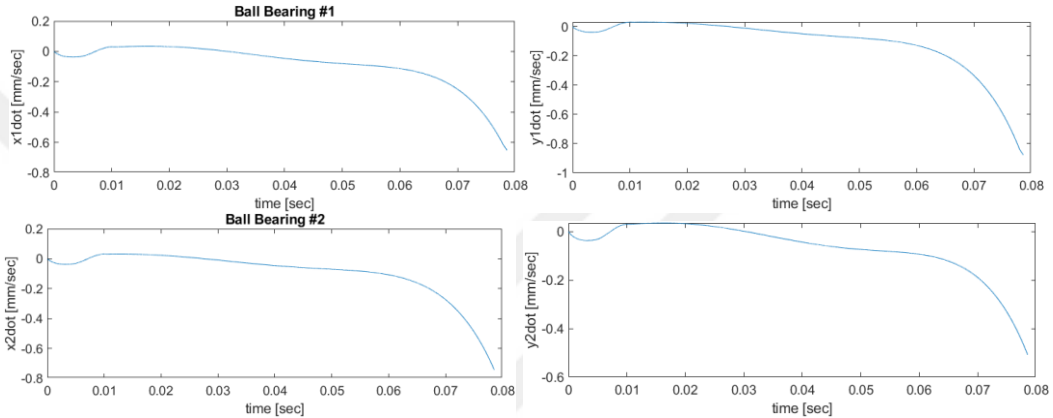
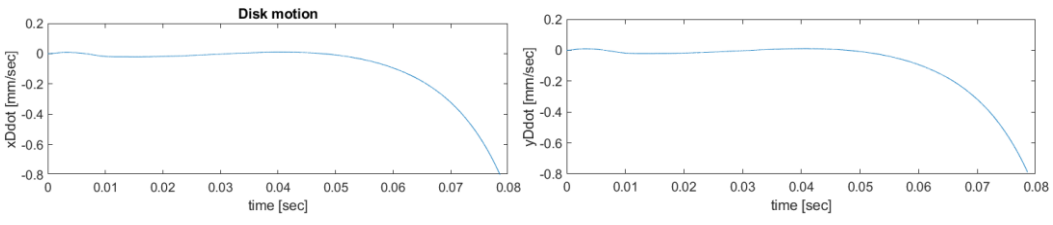
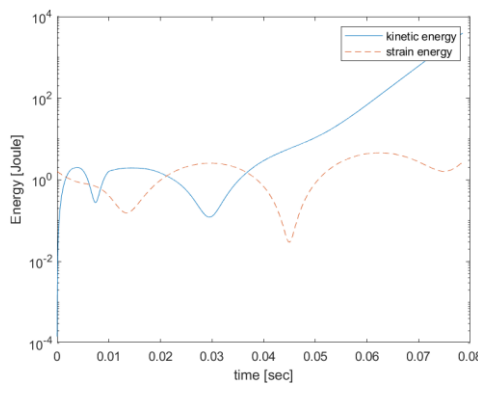
**Çizelge 5.3:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



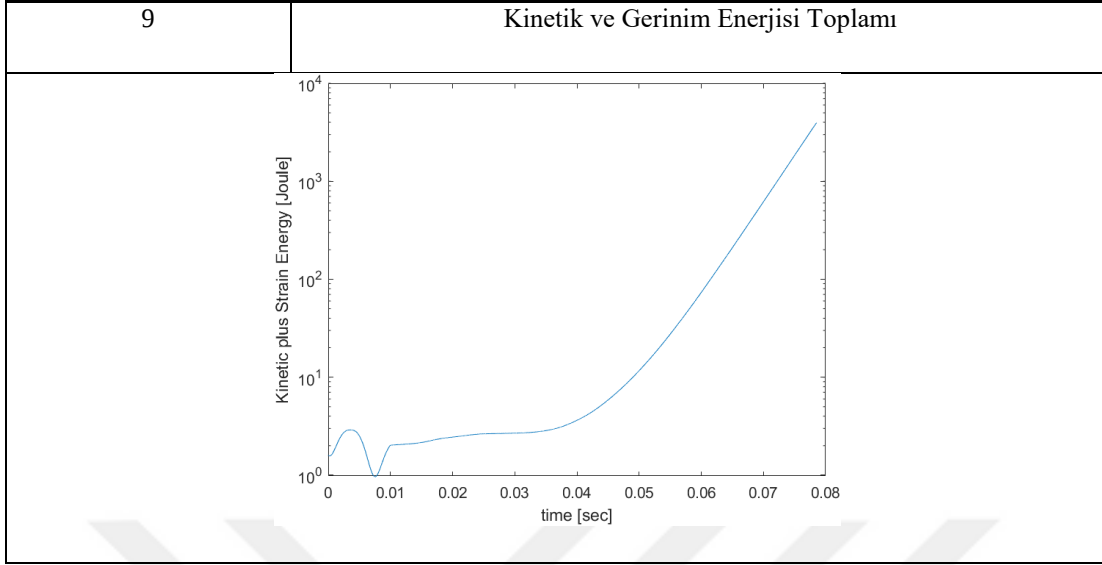
**Çizelge 5.3(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 2                                                                                    | Disk Yörüngesi                                                      |
|     |                                                                     |
| 3                                                                                    | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi |
|   |                                                                     |
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                          |
|  |                                                                     |

**Çizelge 5.3(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi          |
|    |                                                |
| 6                                                                                    | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|   |                                                |
| 7                                                                                    | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |
|  |                                                |
| 8                                                                                    | Enerji [Joule]                                 |
|  |                                                |

**Çizelge 5.3 (devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 7 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

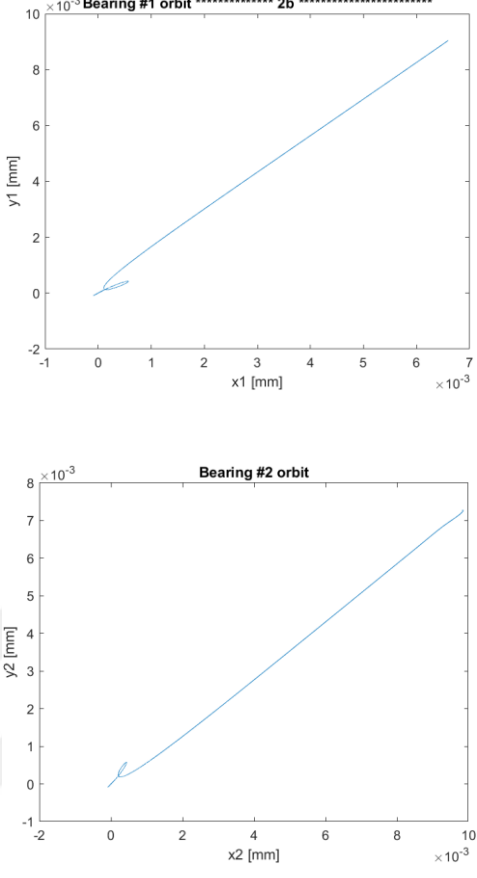
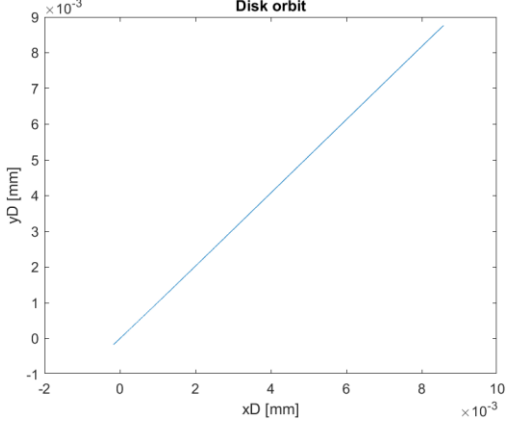


#### 5.1.1.3 8 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

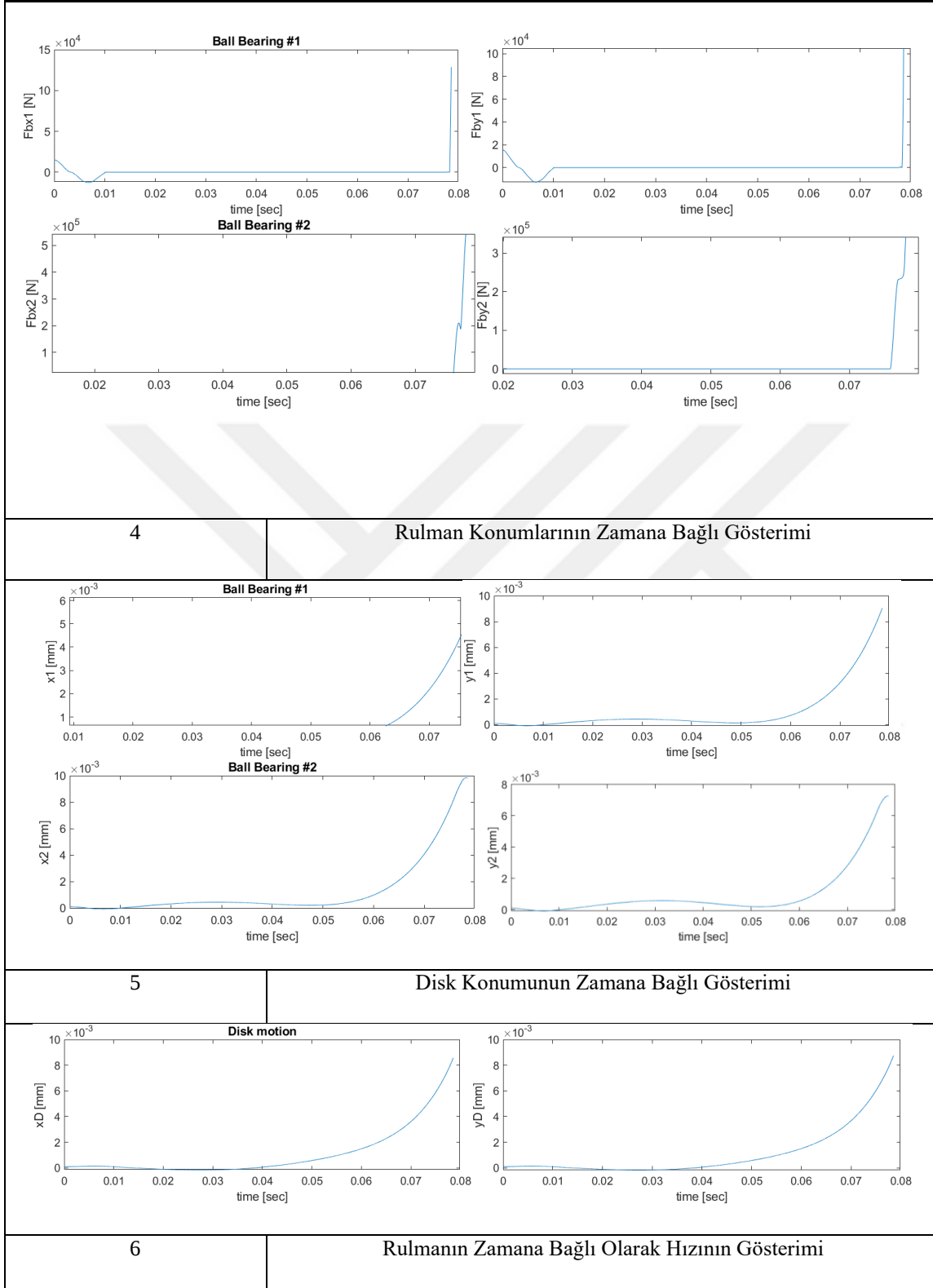
**Çizelge 5.4:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| mu=6.79e3; % density [kg/m^3]<br>E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m^2]<br>Nb=8; % Number of roller bearing balls<br>Di=18.74e-3; % inner race diameter [m]<br>Do=28.26e-3; % outer race diameter [m]<br>% eccentricity=0.05*1e-3; % eccentricity [m]<br>eccentricity=0.5*1e-3; % eccentricity [m]<br>gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]<br>key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]<br>gamma=10*1e-3*1e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter [m]<br>gamma=0;<br>md=1.401; % Disk mass [kg]<br>Id=0.0135; % disk diametral inertia [kg/m^2]<br>Ip=0.0020; % disk polar inertia [kg/m^3] |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Rulman Yörüngeleri |

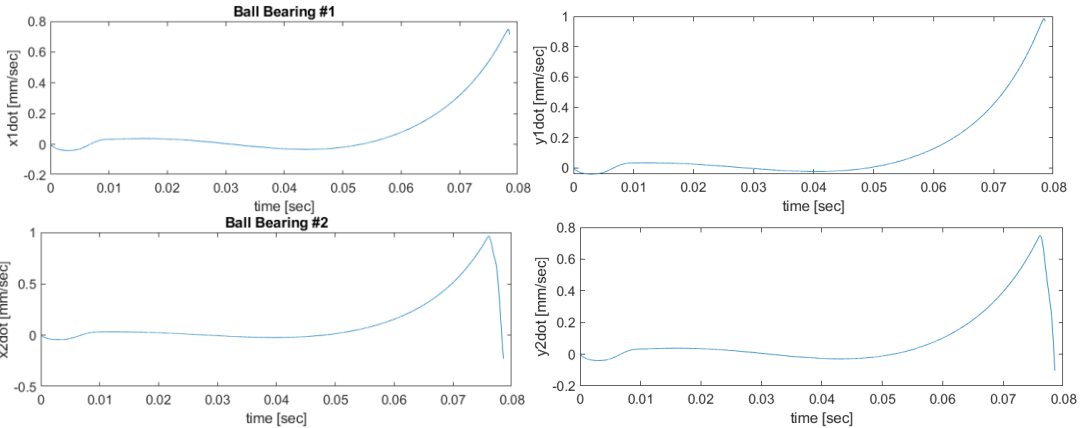
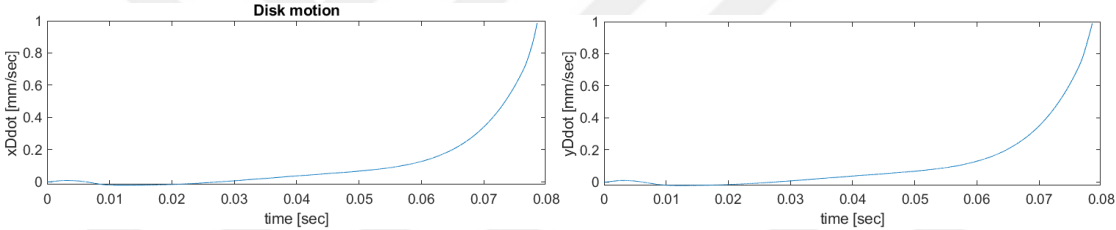
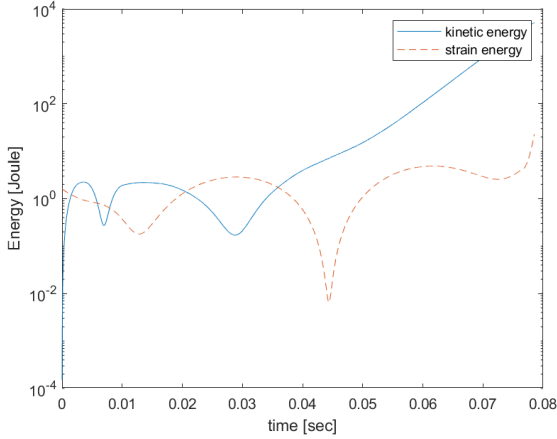
**Çizelge 5.4(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|   |                                                                                      |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------|
|   |   |
| 2 | Disk Yörüngesi                                                                       |
|   |  |
| 3 | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi                  |

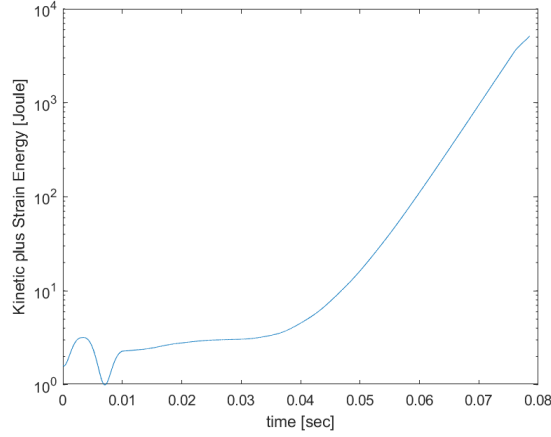
**Çizelge 5.4(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.4(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|   |                                                                                      |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------|
|   |    |
| 7 | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                                         |
|   |   |
| 8 | Enerji<br>[Joule]                                                                    |
|   |  |
| 9 | Kinetik ve Gerinim Enerjisi Toplamı                                                  |

**Çizelge 5.4(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 8 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



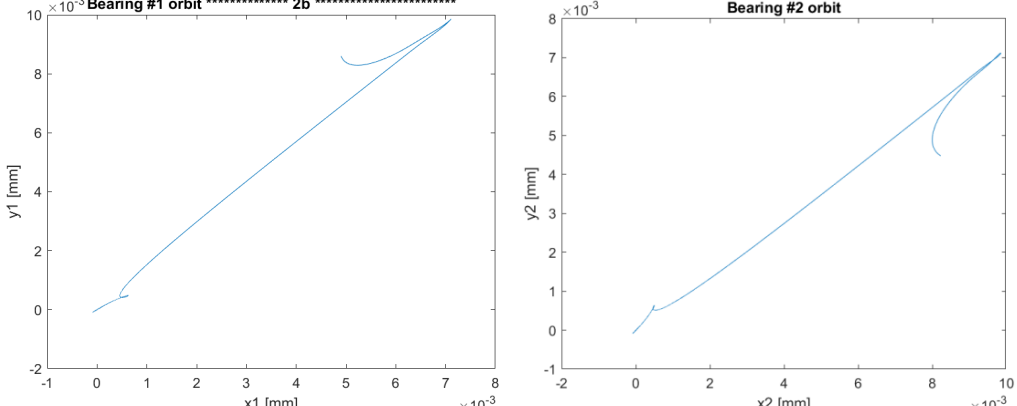
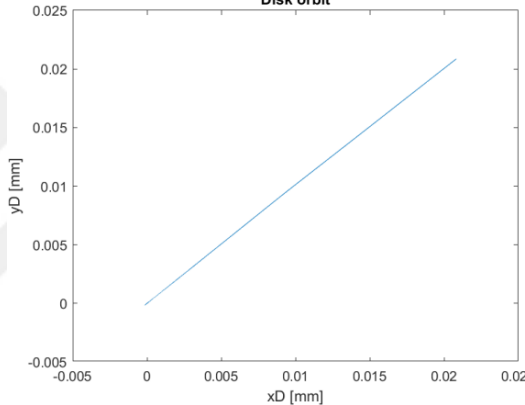
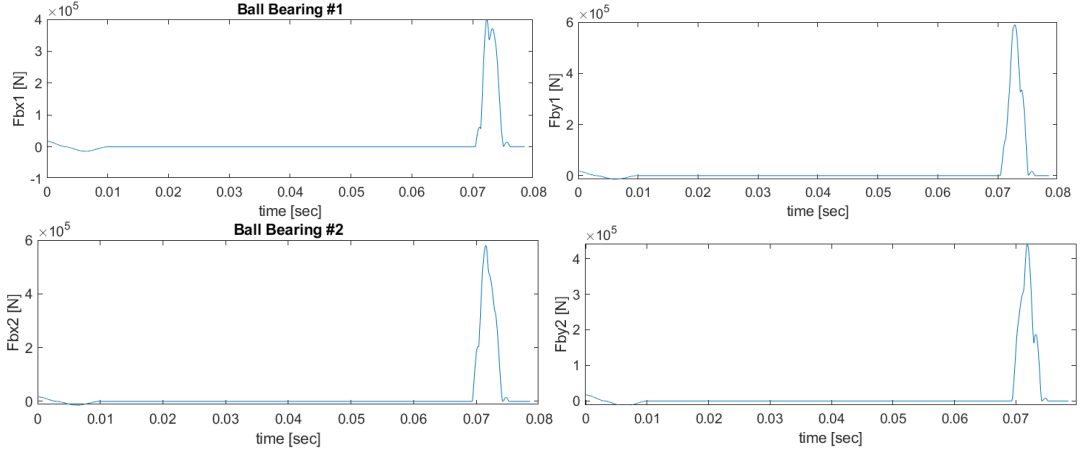
#### 5.1.1.4 9 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

**Çizelge 5.5:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

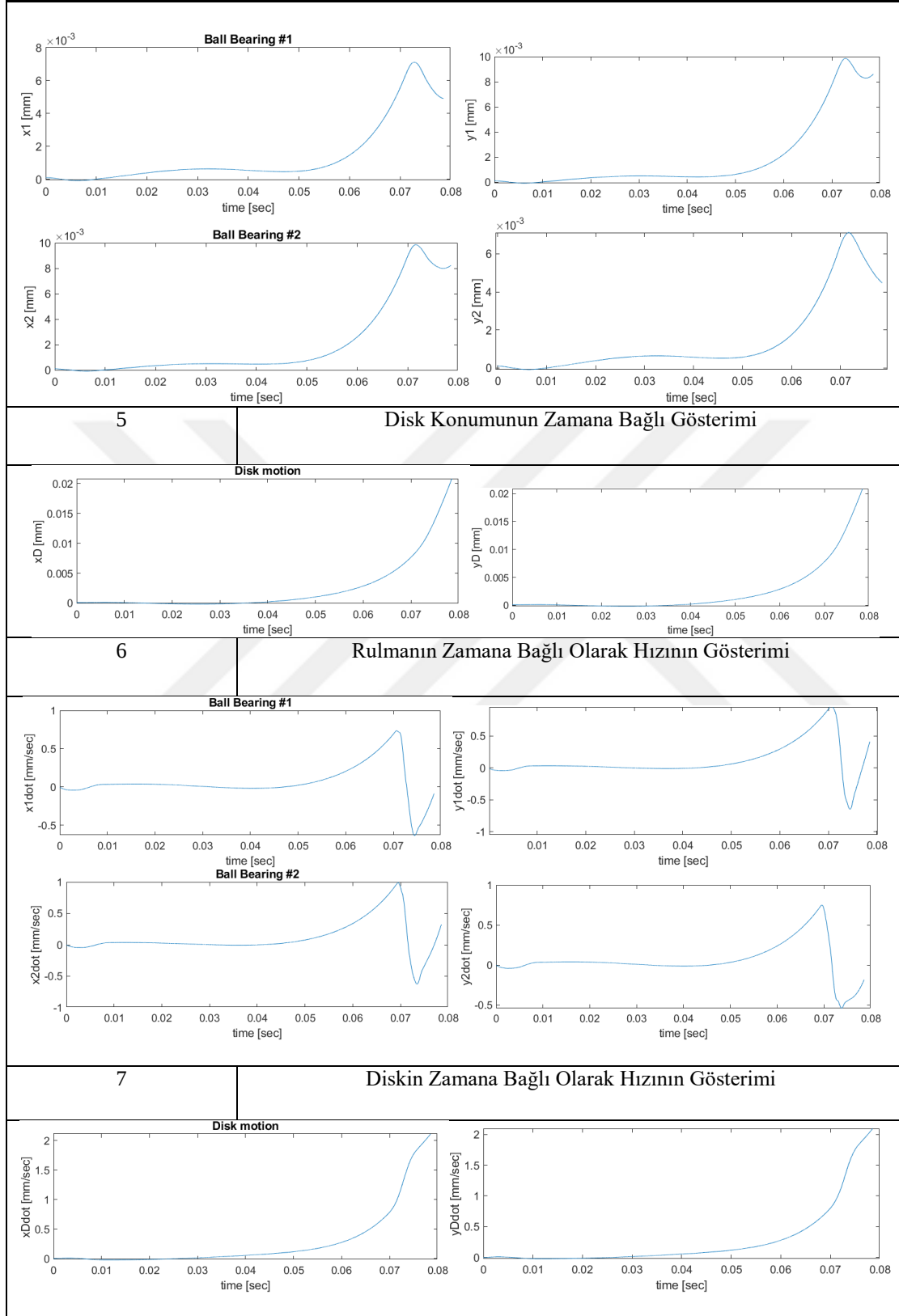
```
mu=6.79e3; % density [kg/m^3]
E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m^2]
Nb=9; % Number of roller bearing balls
Di=18.74e-3; % inner race diameter [m]
Do=28.26e-3; % outer race diameter [m]
% eccentricity=0.05*1e-3; % eccentricity [m]
eccentricity=0.5*1e-3; % eccentricity [m]
gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]
key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]
gamma=10*1e-3*1e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter [m]
gamma=0;
md=1.401; % Disk mass [kg]
Id=0.0135; % disk diametral inertia [kg/m^2]
Ip=0.0020; % disk polar inertia [kg/m^3]
```

|   |                    |
|---|--------------------|
| 1 | Rulman Yörüngeleri |
|---|--------------------|

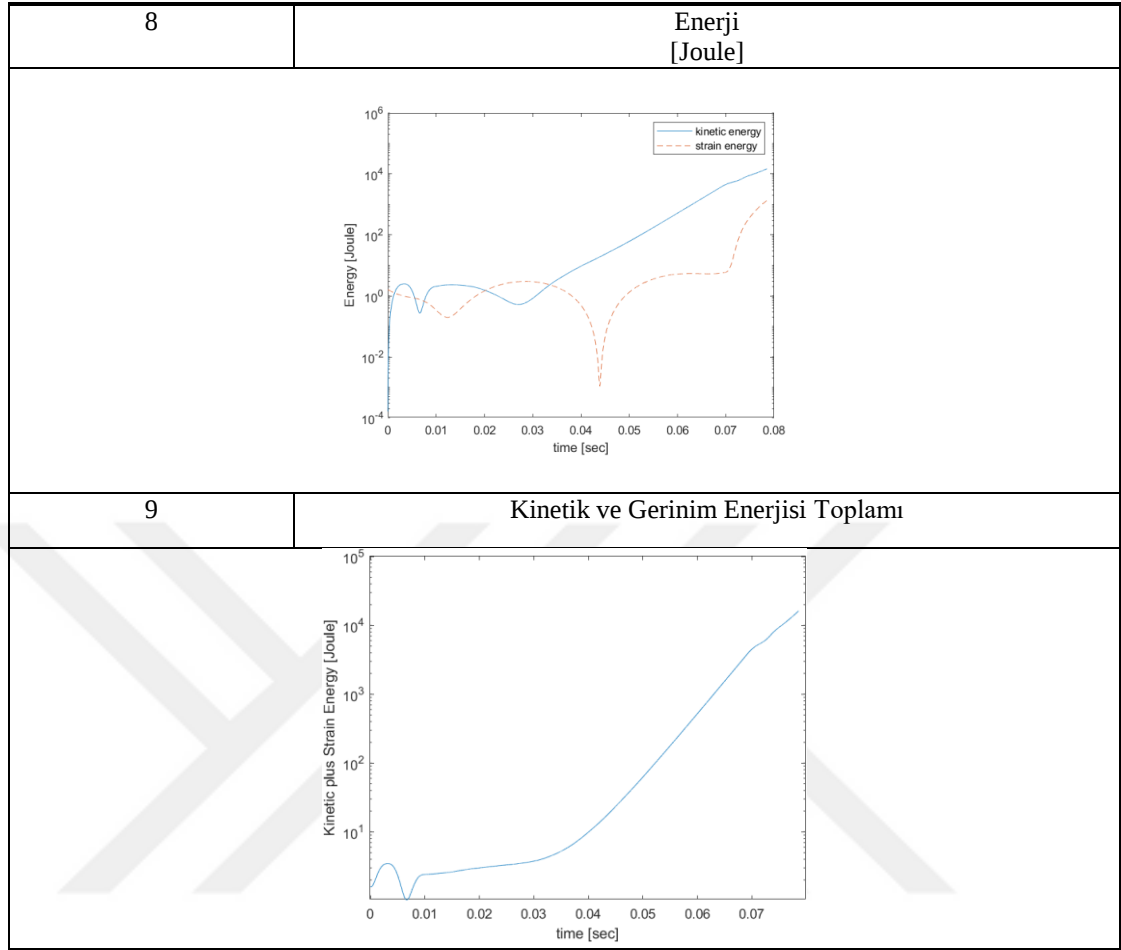
**Çizelge 5.5(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
|    |                                                                     |
| 2                                                                                    | Disk Yörüngesi                                                      |
|   |                                                                     |
| 3                                                                                    | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi |
|  |                                                                     |
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                          |

**Çizelge 5.5(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.5(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 9 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

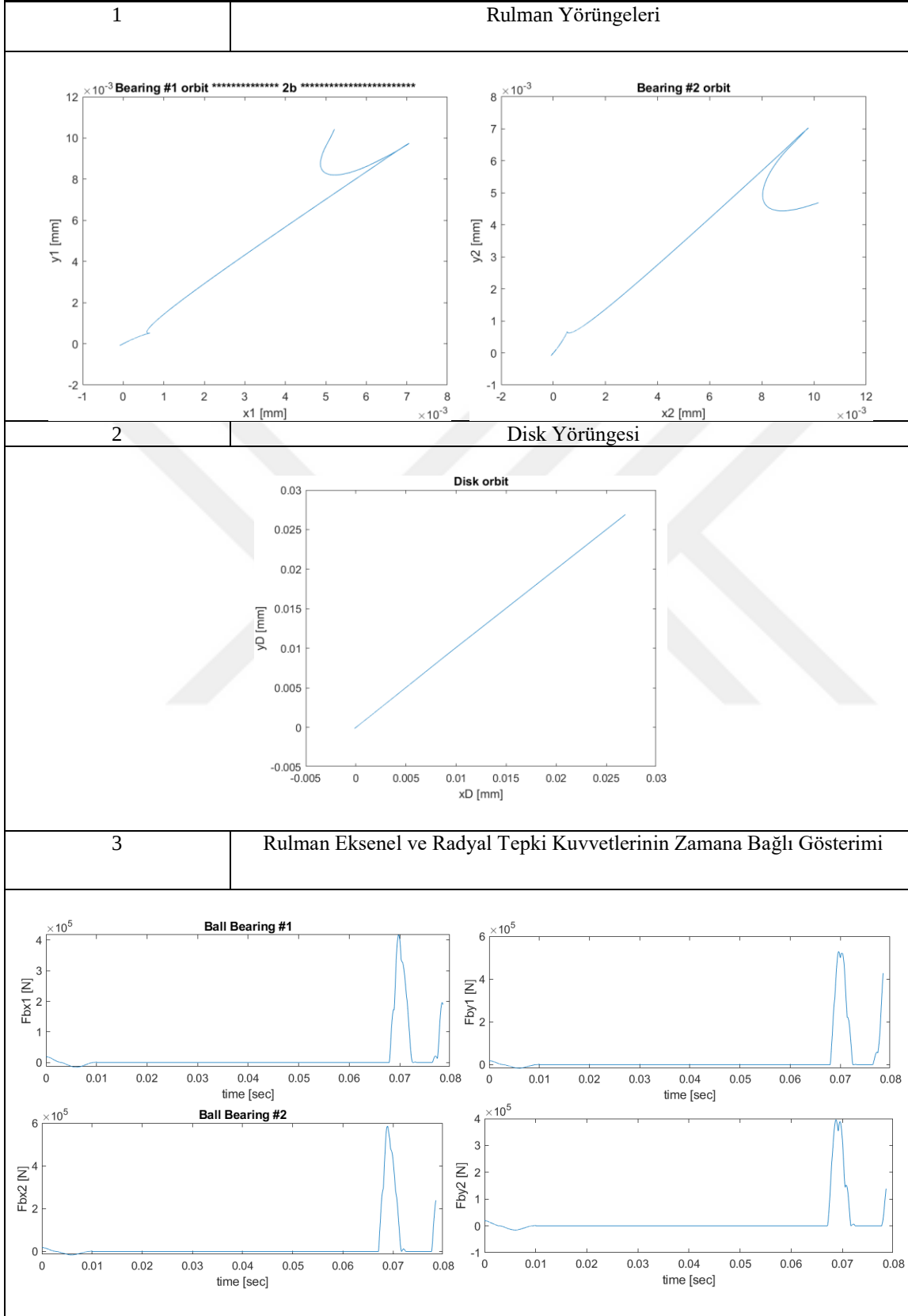


#### 5.1.1.5 10 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

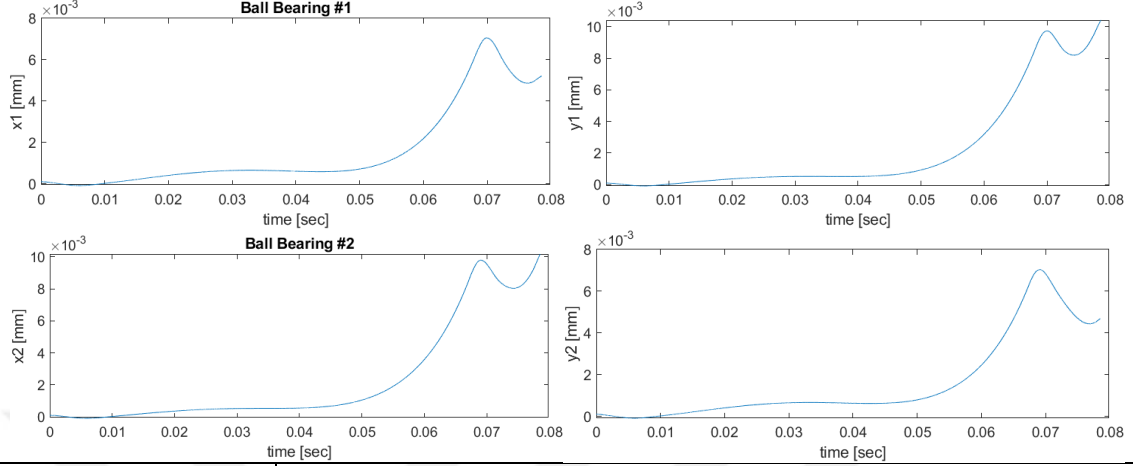
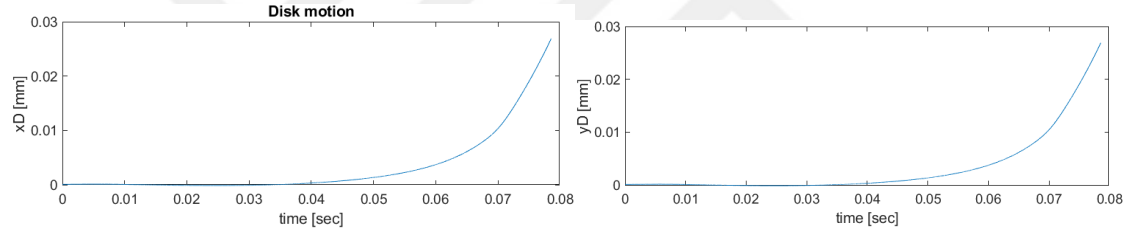
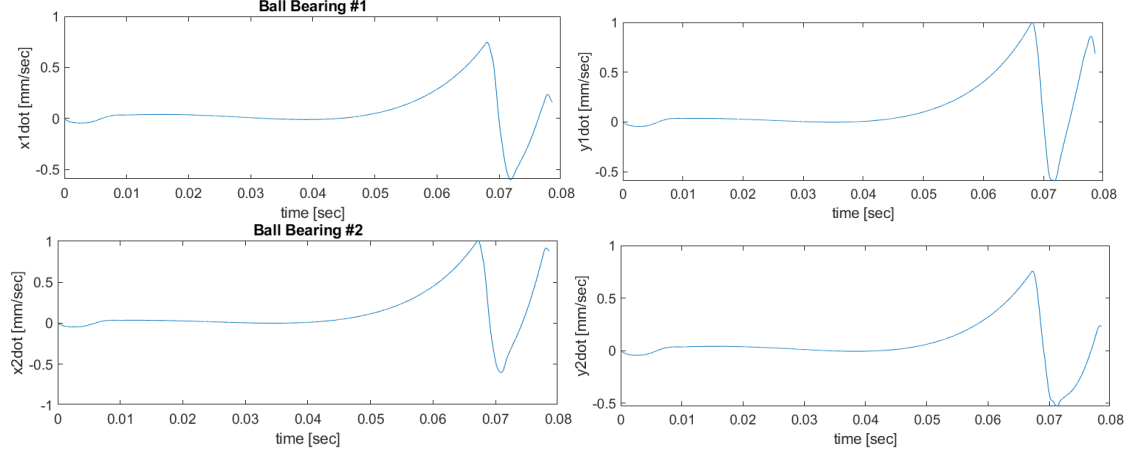
**Çizelge 5.6:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------|
| mu=6.79e3; % density [kg/m <sup>3</sup> ]                                     |
| E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m <sup>2</sup> ]                          |
| Nb=10; % Number of roller bearing balls                                       |
| Di=18.74e-3; % inner race diameter [m]                                        |
| Do=28.26e-3; % outer race diameter [m]                                        |
| % eccentricity=0.05*1e-3; % eccentricity [m]                                  |
| eccentricity=0.5*1e-3; % eccentricity [m]                                     |
| gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec <sup>2</sup> ]                    |
| key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m <sup>(3/2)</sup> ]             |
| gamma=10*1e-3*1e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter [m] |
| gamma=0;                                                                      |
| md=1.401; % Disk mass [kg]                                                    |
| Id=0.0135; % disk diametral inertia [kg/m <sup>2</sup> ]                      |
| Ip=0.0020; % disk polar inertia [kg/m <sup>3</sup> ]                          |

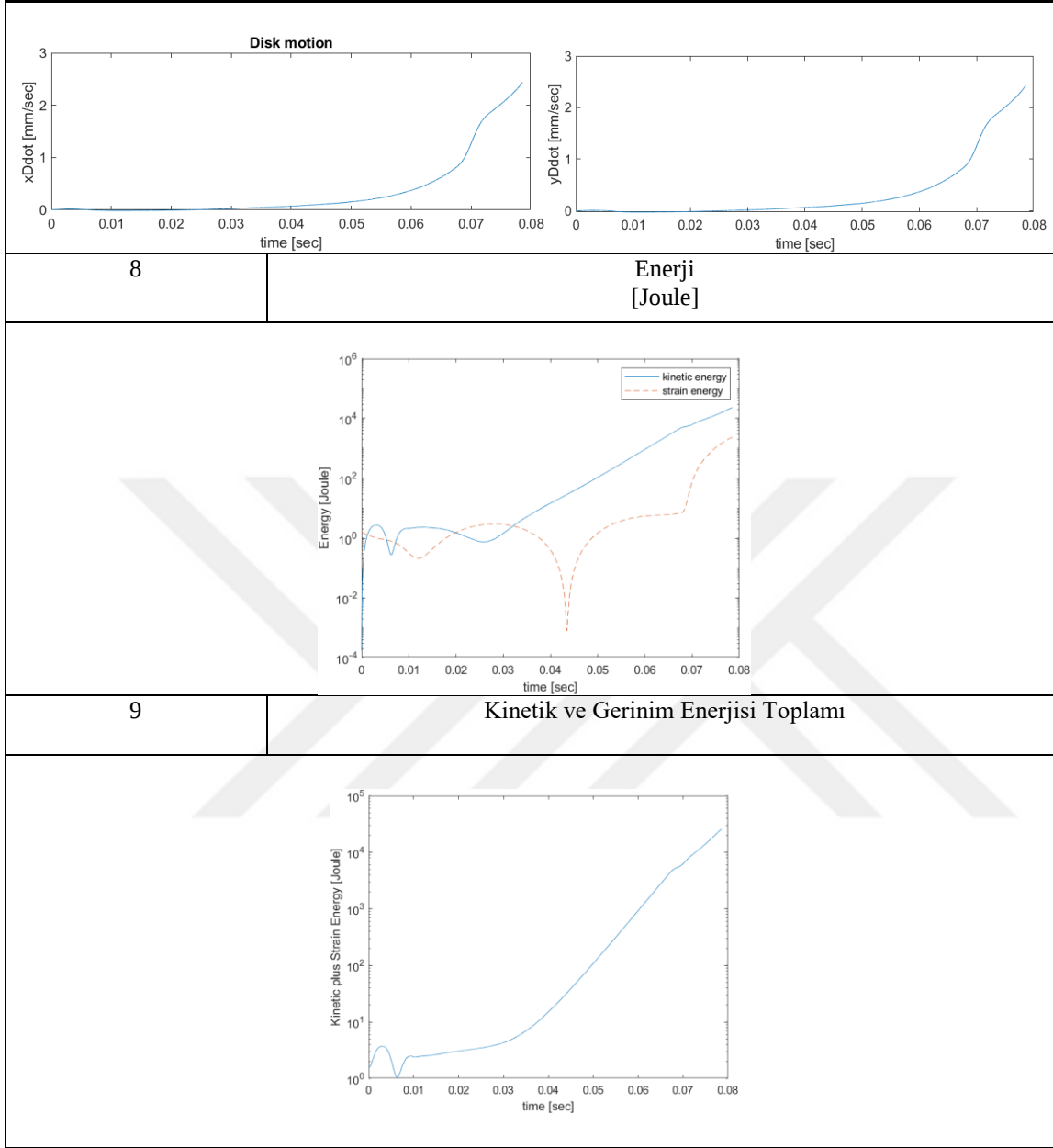
**Çizelge 5.6(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.6(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 4                                                                                    | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi     |
|    |                                                |
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi          |
|   |                                                |
| 6                                                                                    | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|  |                                                |
| 7                                                                                    | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |

**Çizelge 5.6(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 10 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

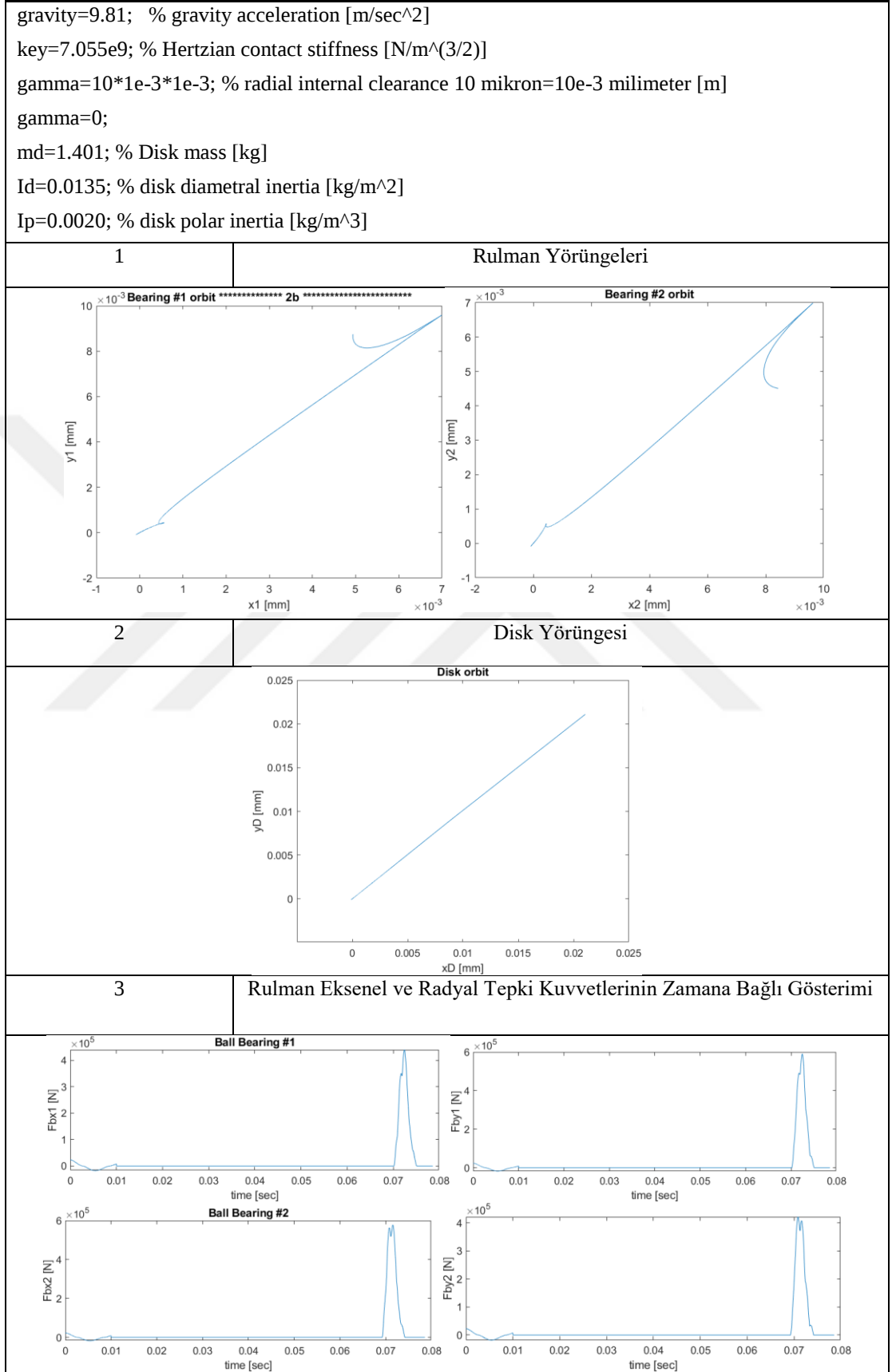


#### 5.1.1.6 12 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

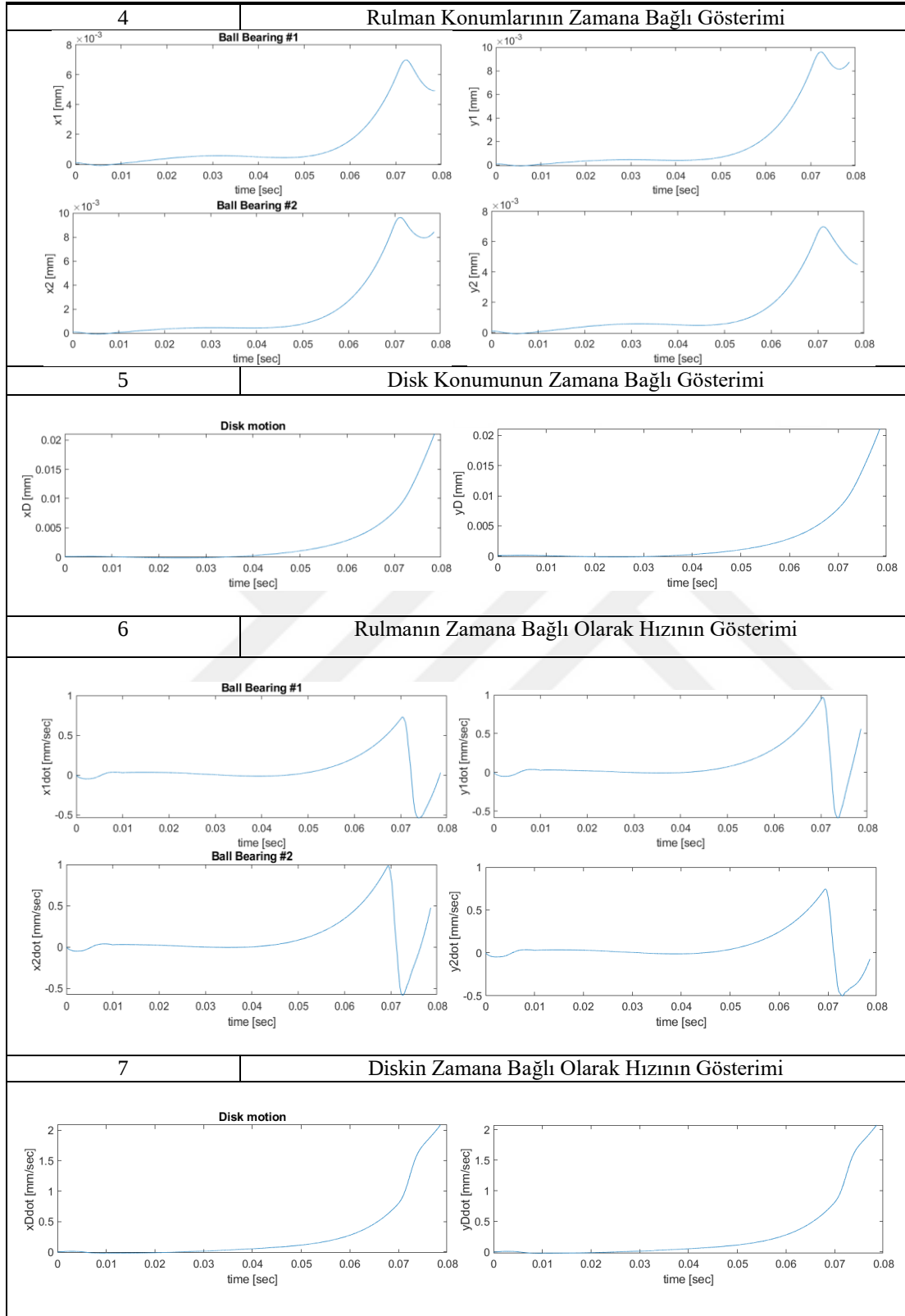
**Çizelge 5.7:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

$\mu=6.79e3$ ; % density [kg/m<sup>3</sup>]  
 $E=210e9$ ; % Elasticity modulus [Pa=N/m<sup>2</sup>]  
 $N_b=12$ ; % Number of roller bearing balls  
 $D_i=18.74e-3$ ; % inner race diameter [m]  
 $D_o=28.26e-3$ ; % outer race diameter [m]  
 % eccentricity=0.05\*1e-3; % eccentricity [m]  
 eccentricity=0.5\*1e-3; % eccentricity [m]

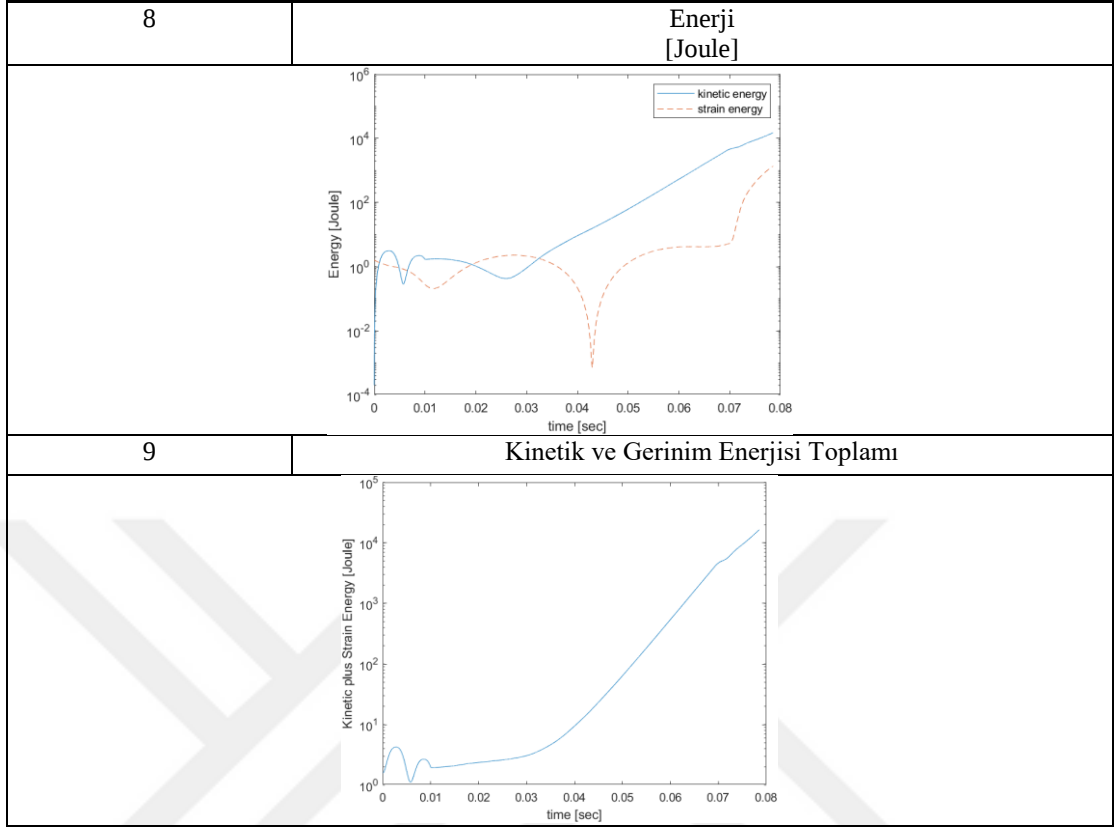
**Çizelge 5.7(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.7(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.7(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 12 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



#### 5.1.1.7 15 bilyalı rulman ile hareket sonuçları

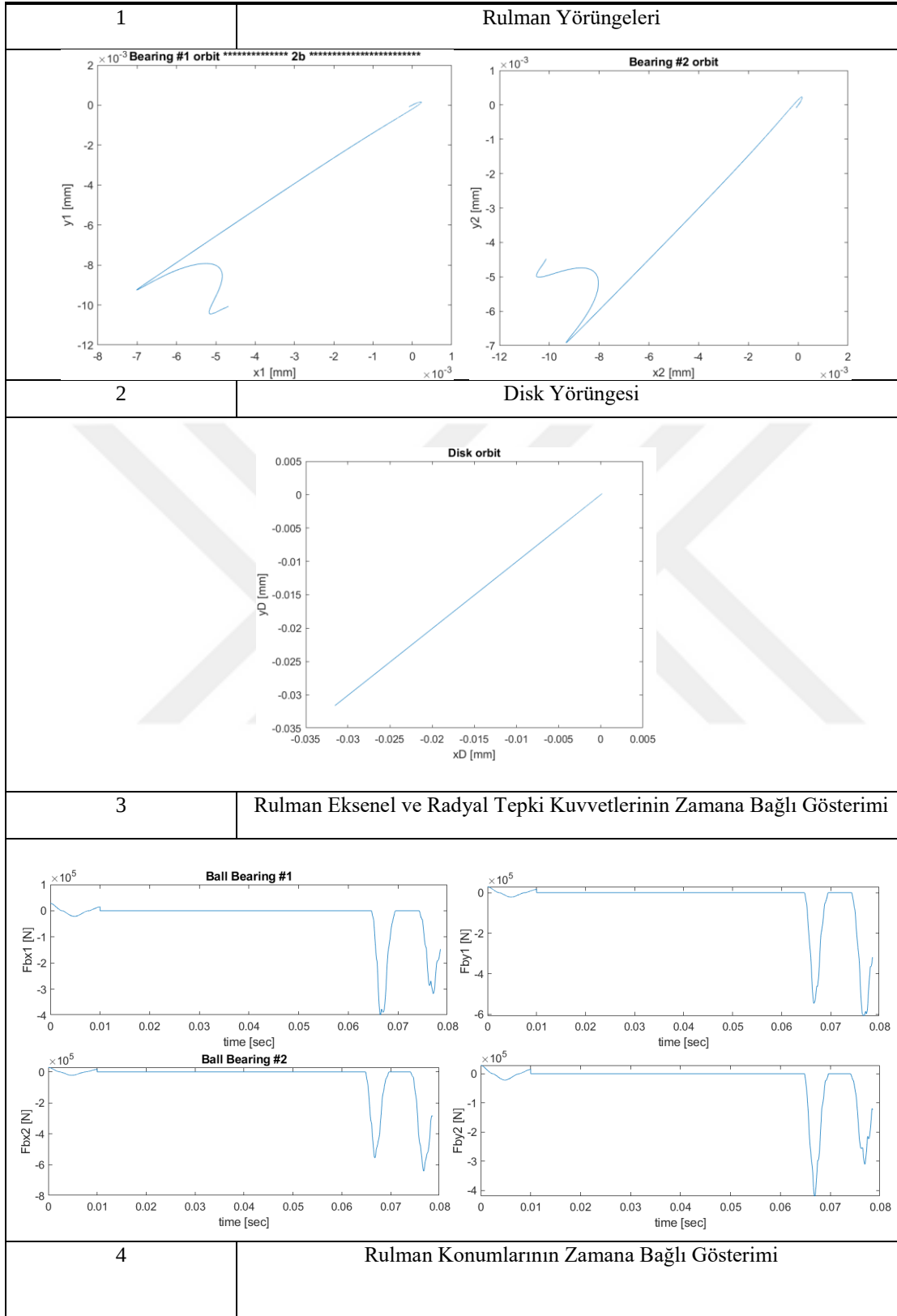
**Çizelge 5.8:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

```

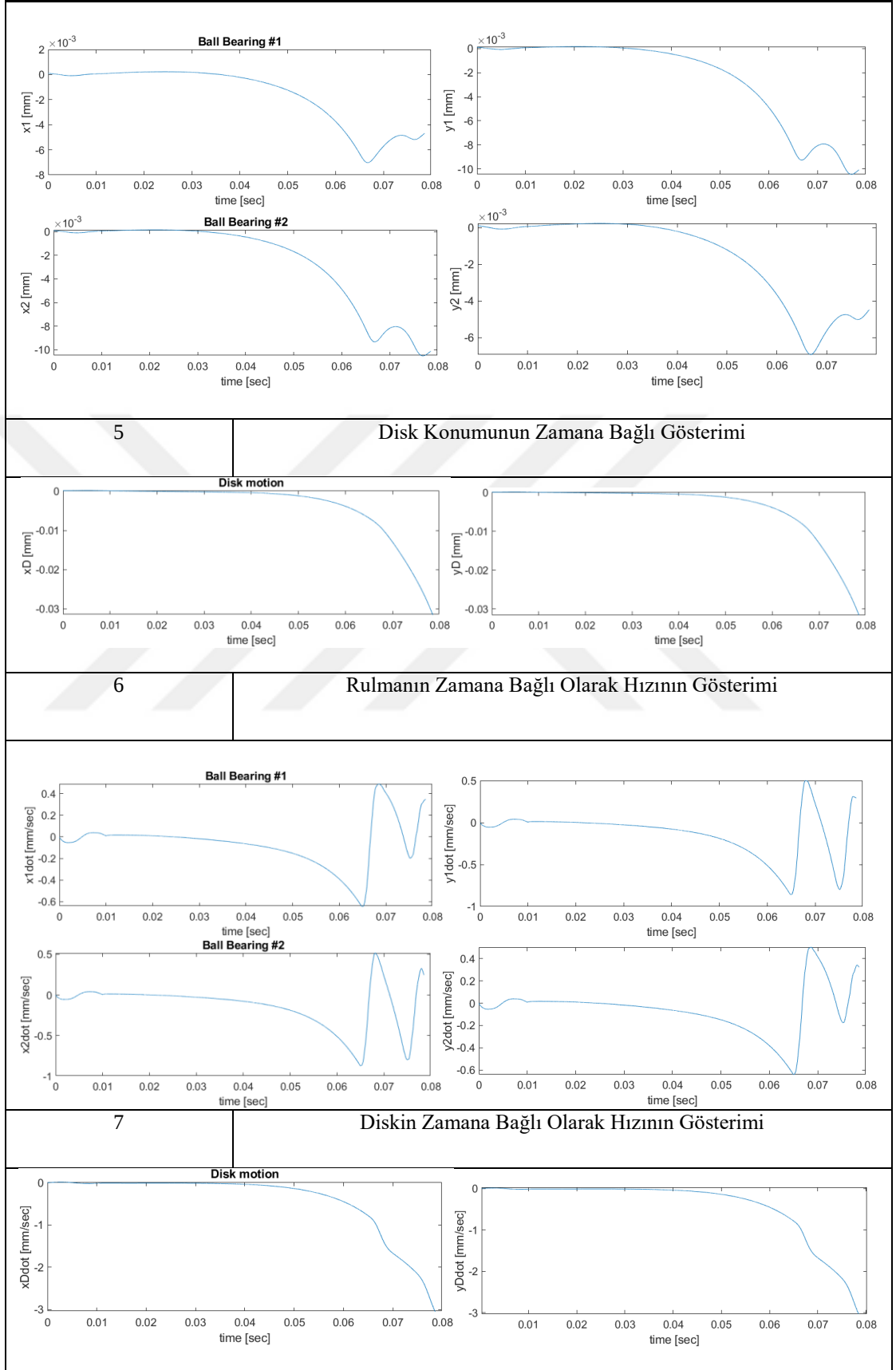
mu=6.79e3; % density [kg/m^3]
E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m^2]
Nb=15; % Number of roller bearing balls
Di=18.74e-3; % inner race diameter [m]
Do=28.26e-3; % outer race diameter [m]
% eccentricity=0.05*1e-3; % eccentricity [m]
eccentricity=0.5*1e-3; % eccentricity [m]
gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]
key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]
gamma=10*1e-3*1e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter [m]
gamma=0;
md=1.401; % Disk mass [kg]
Id=0.0135; % disk diametral inertia [kg/m^2]
Ip=0.0020; % disk polar inertia [kg/m^3]

```

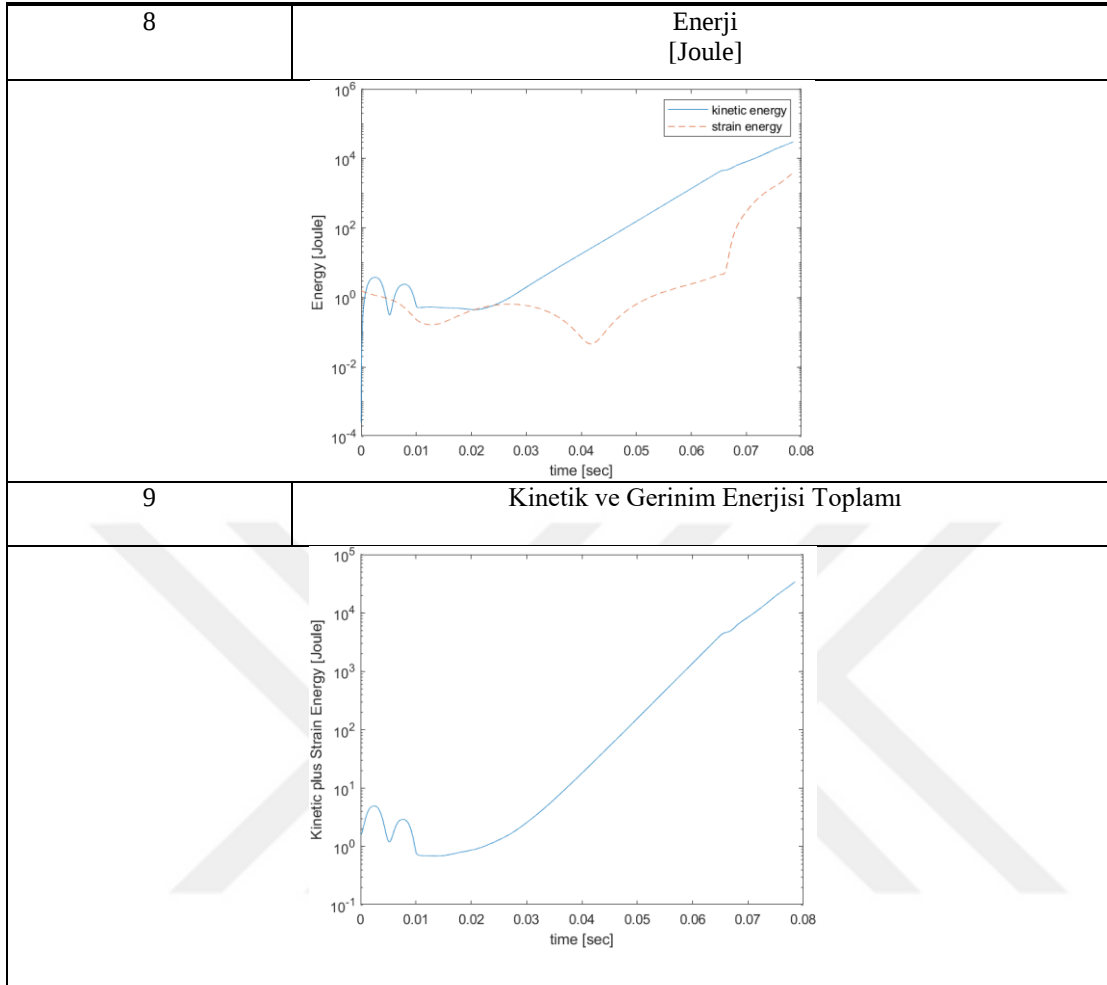
**Çizelge 5.8(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.8(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.8(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 15 bilyalı rulman rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

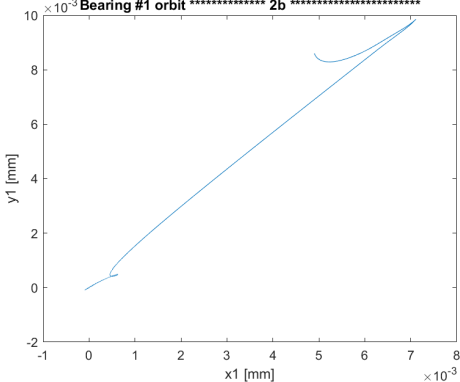
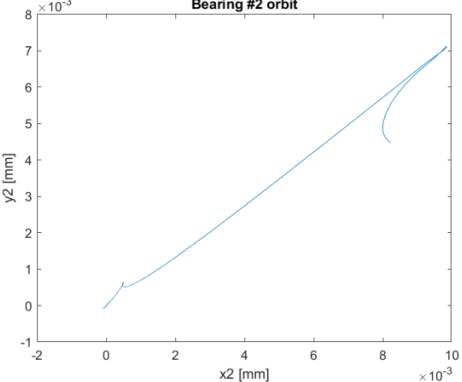


### 5.1.2 Radyal iç boşluk

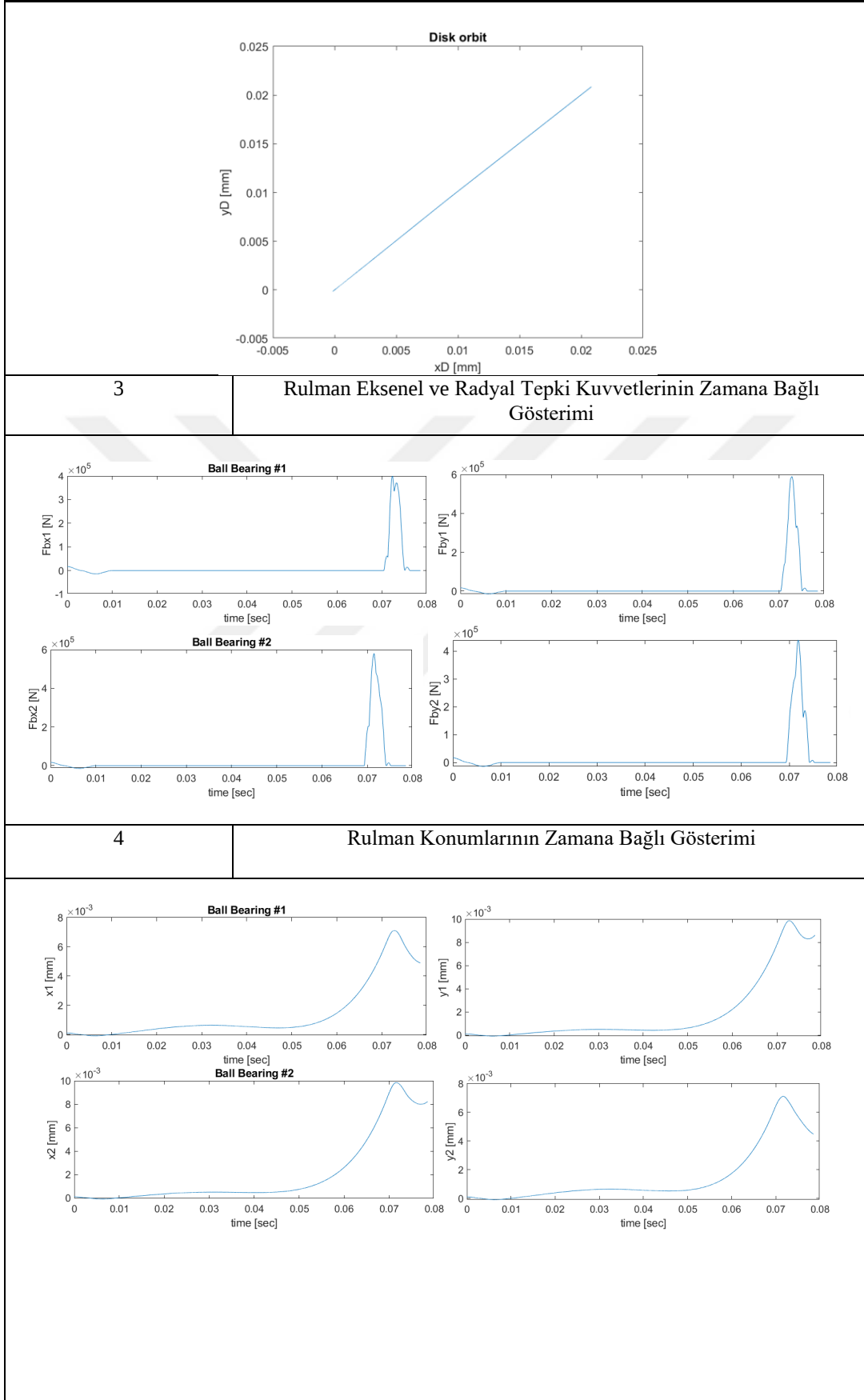
Bu bölümde, doğrusal analiz yönteminin incelendiği Model-2'ye ait matematiksel model Matlab'te koda dökülerek bu model ile rulman ve şaft'a ait hareketler grafikleştirilmiş, sonrasında ise 10  $\mu\text{m}$ , 15  $\mu\text{m}$ , 7.5  $\mu\text{m}$  ve 20  $\mu\text{m}$  radyal iç boşluğa sahip olduğu durumlarda bu parametrenin rulman hareketlerini nasıl değiştirdiği görselleştirilerek incelenmiştir.

### 5.1.2.1 10 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları

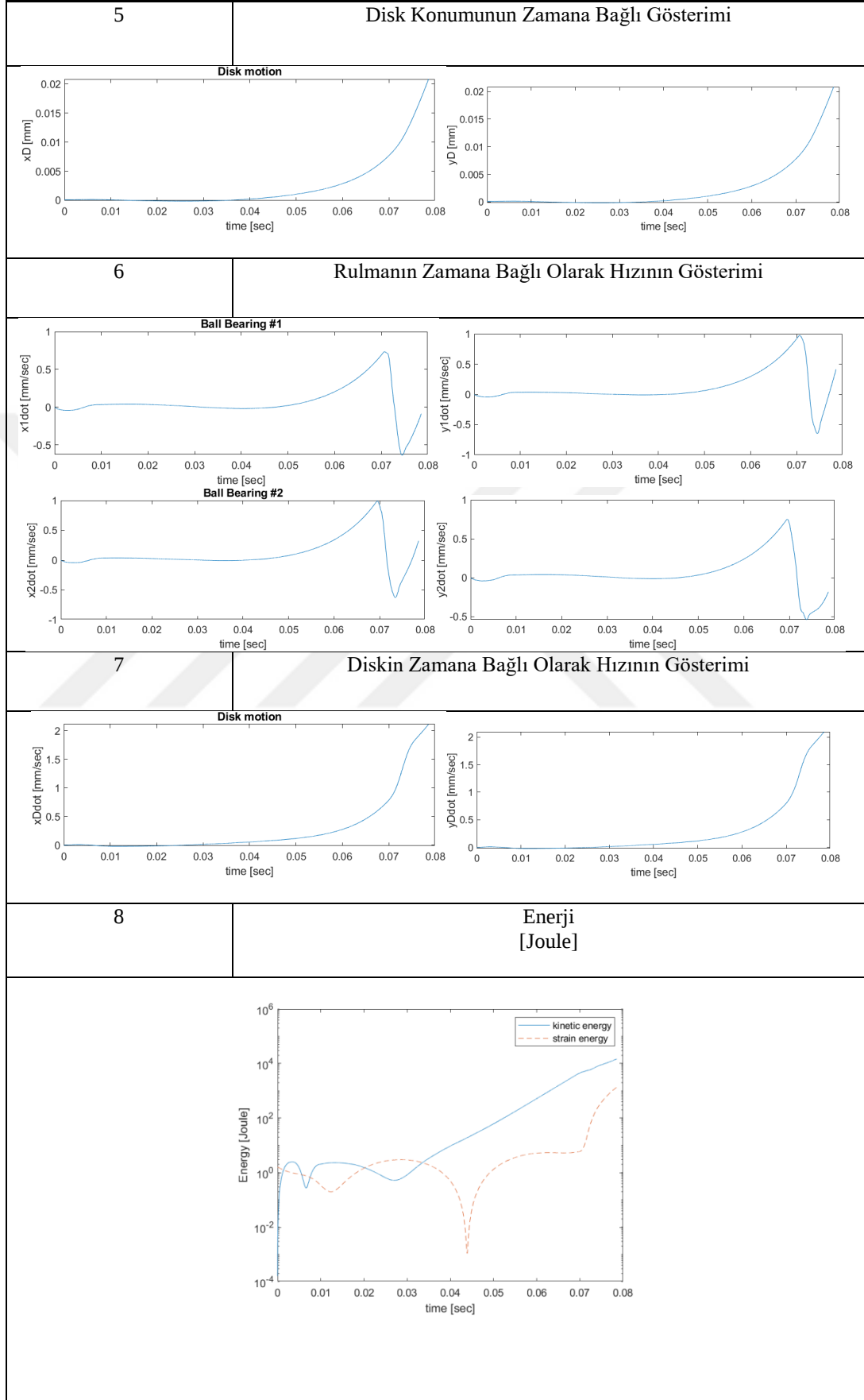
**Çizelge 5.9:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 10 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <pre> mu=6.79e3; % density [kg/m^3] E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m^2] Nb=9; % Number of roller bearing balls Di=18.74e-3; % inner race diameter [m] Do=28.26e-3; % outer race diameter [m] % eccentricity=0.05*1e-3; % eccentricity [m] eccentricity=0.5*1e-3; % eccentricity [m] gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2] key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)] gamma=10*1e-3*1e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter [m] gamma=0; md=1.401; % Disk mass [kg] Id=0.0135; % disk diametral inertia [kg/m^2] Ip=0.0020; % disk polar inertia [kg/m^3] </pre> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Rulman Yörüngeleri |
| <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                    |
| 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Disk Yörüngesi     |

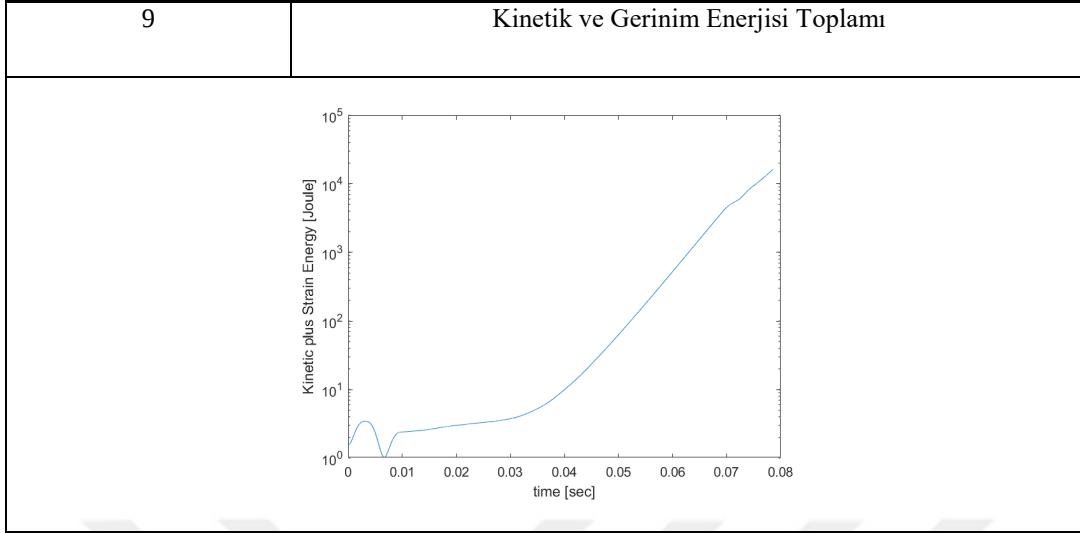
**Çizelge 5.9(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 10 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.9(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 10  $\mu\text{m}$  radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.9(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 10 µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

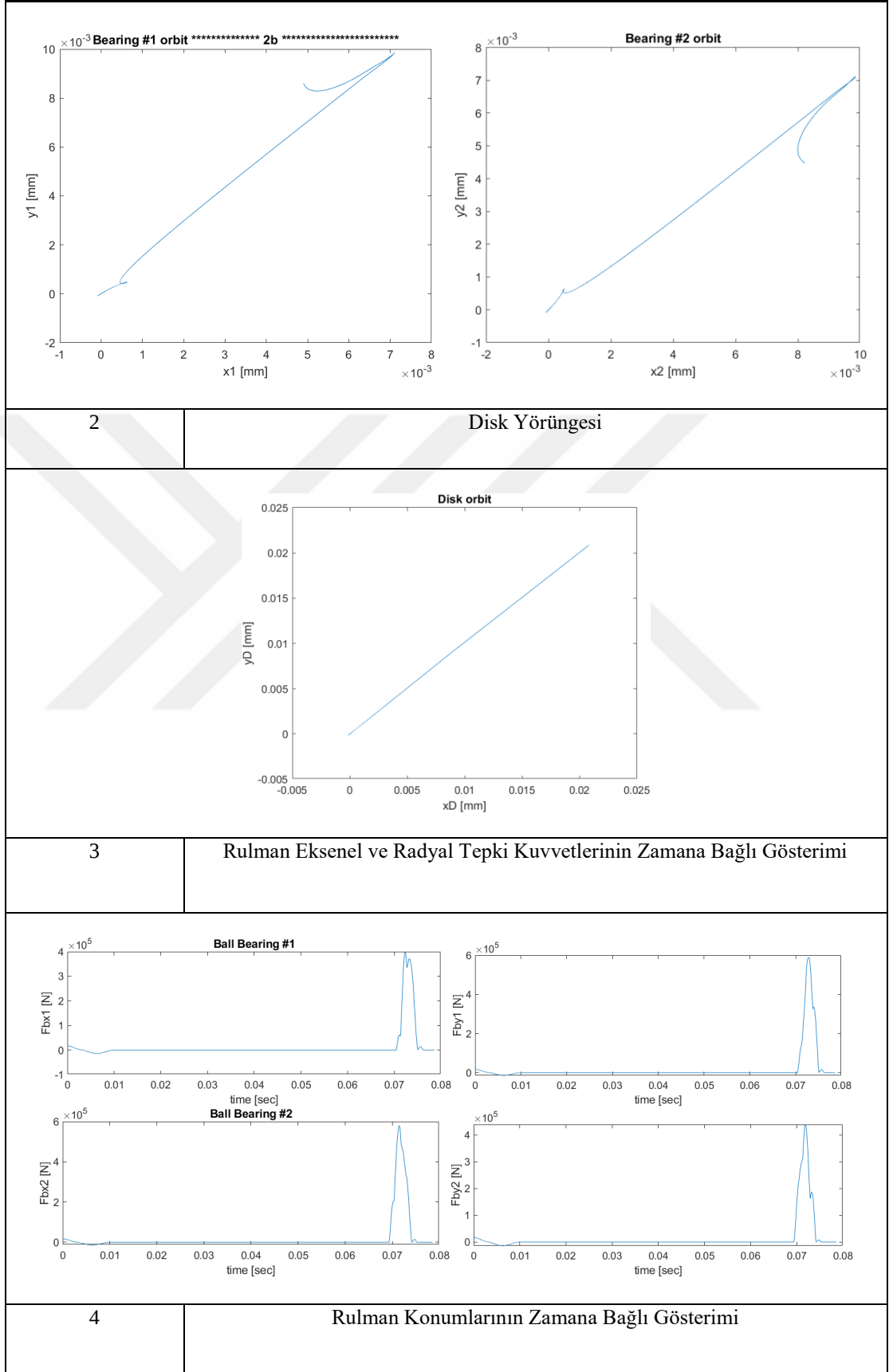


#### 5.1.2.2 15 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları

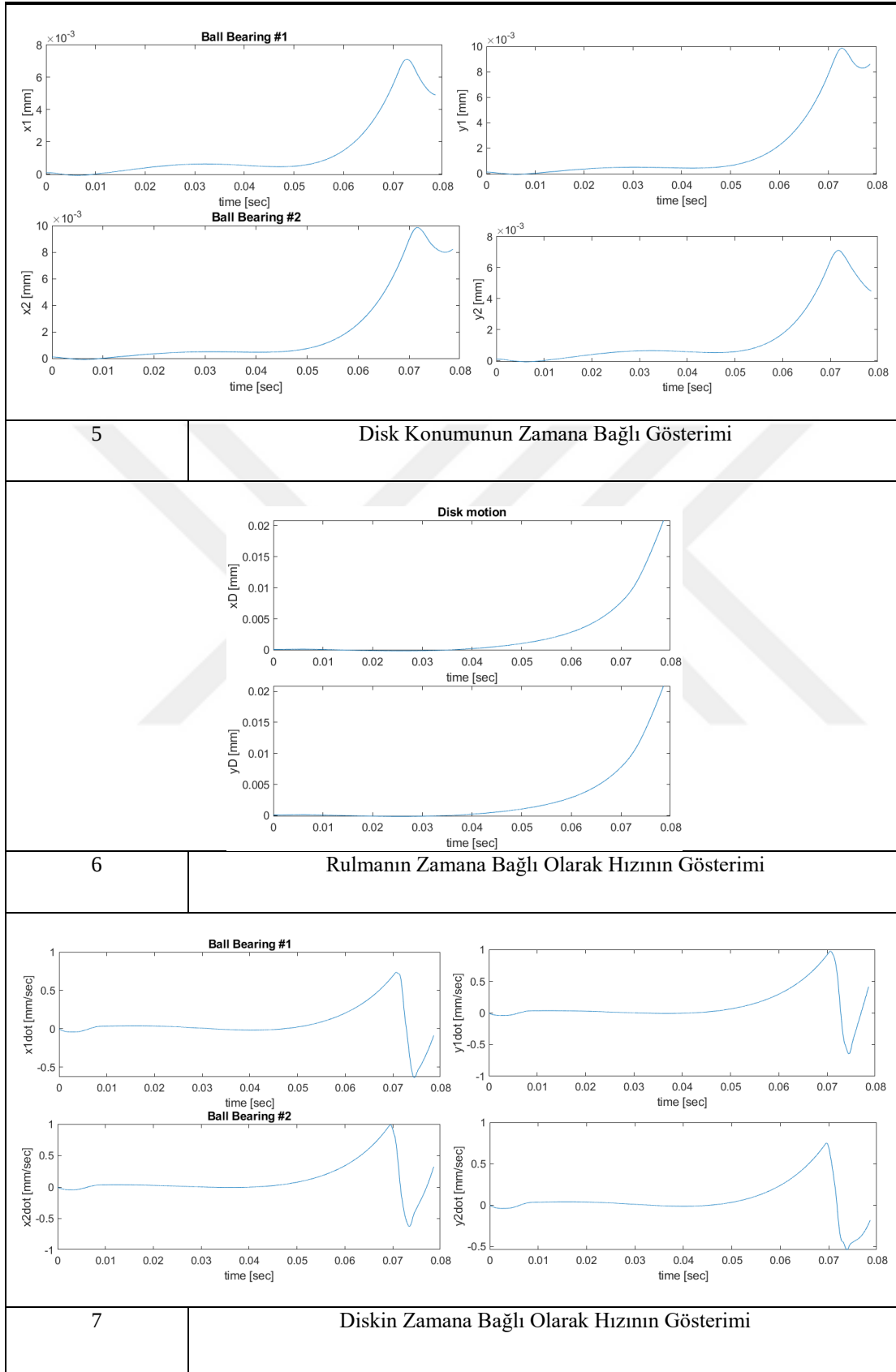
**Çizelge 5.10:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 15µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>mu=6.79e3; % density [kg/m<sup>3</sup>]</p> <p>E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m<sup>2</sup>]</p> <p>Nb=9; % Number of roller bearing balls</p> <p>Di=18.74e-3; % inner race diameter [m]</p> <p>Do=28.26e-3; % outer race diameter [m]</p> <p>% eccentricity=0.05*1e-3; % eccentricity [m]</p> <p>eccentricity=0.5*1e-3; % eccentricity [m]</p> <p>gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec<sup>2</sup>]</p> <p>key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m<sup>(3/2)</sup>]</p> <p>gamma=10*1e-3*1e-3*1.5; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3*1.5 milimeter [m]</p> <p>gamma=0;</p> <p>md=1.401; % Disk mass [kg]</p> <p>Id=0.0135; % disk diametral inertia [kg/m<sup>2</sup>]</p> <p>Ip=0.0020; % disk polar inertia [kg/m<sup>3</sup>]</p> |                    |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Rulman Yörüngeleri |

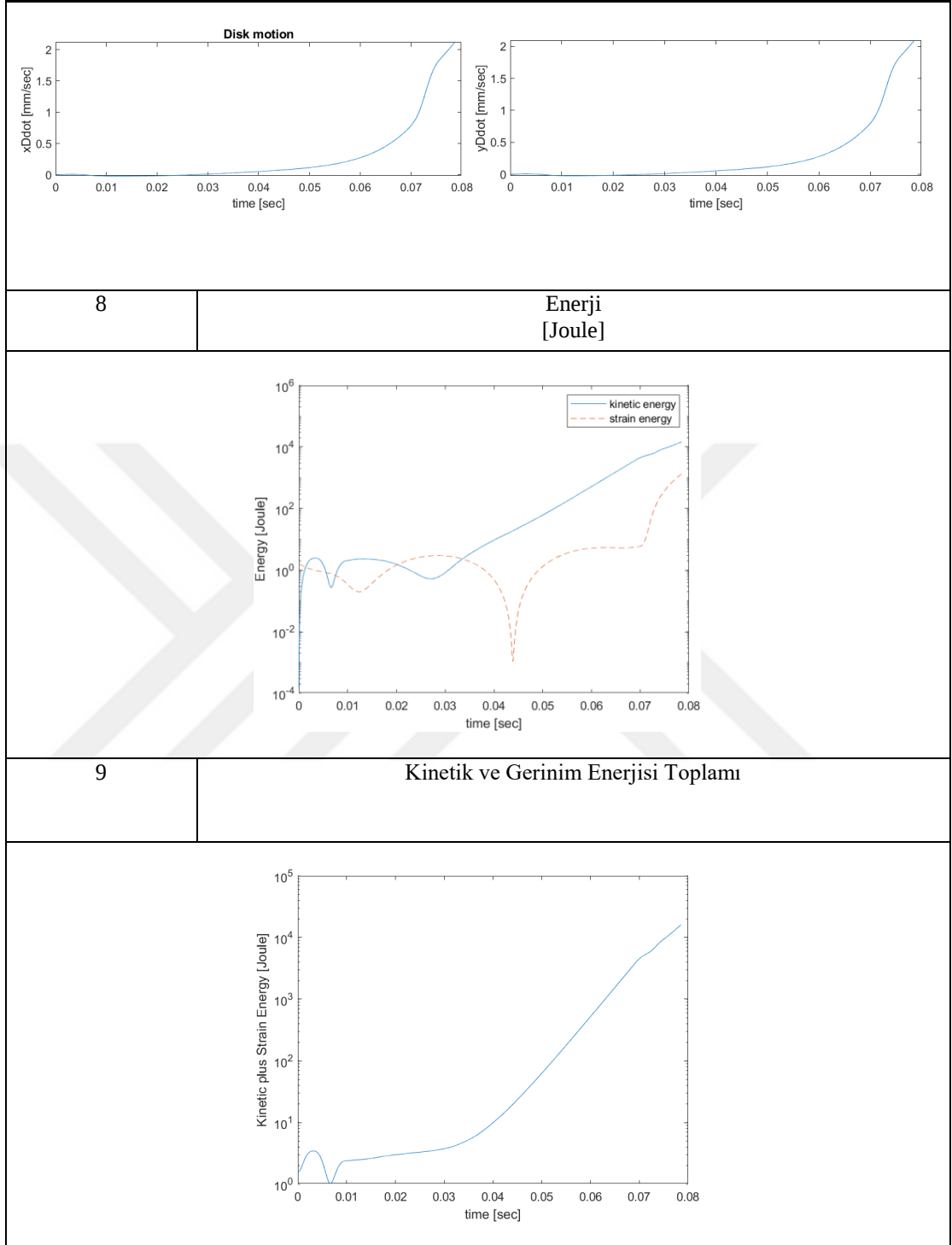
**Çizelge 5.10(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 15 $\mu$ m radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.10(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 15 $\mu$ m radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.10(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 15 $\mu$ m radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



### 5.1.2.3 7.5µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları

**Çizelge 5.11:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 7.5µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:

mu=6.79e3; % density [kg/m<sup>3</sup>]

E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m<sup>2</sup>]

Nb=9; % Number of roller bearing balls

Di=18.74e-3; % inner race diameter [m]

Do=28.26e-3; % outer race diameter [m]

% eccentricity=0.05\*1e-3; % eccentricity [m]

eccentricity=0.5\*1e-3; % eccentricity [m]

gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec<sup>2</sup>]

key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m<sup>(3/2)</sup>]

gamma=10\*1e-3\*1e-3\*0.75; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3\*0.75 milimeter [m]

gamma=0;

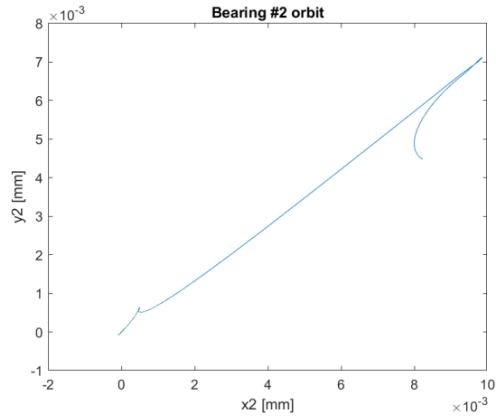
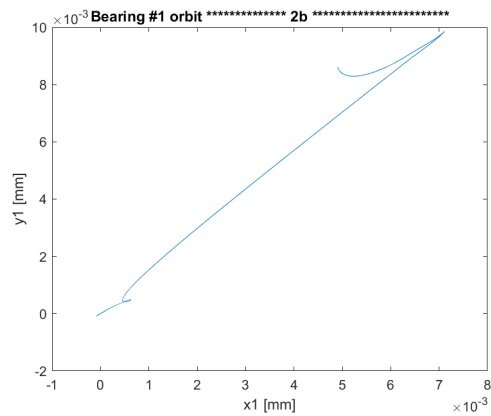
md=1.401; % Disk mass [kg]

Id=0.0135; % disk diametral inertia [kg/m<sup>2</sup>]

Ip=0.0020; % disk polar inertia [kg/m<sup>3</sup>]

1

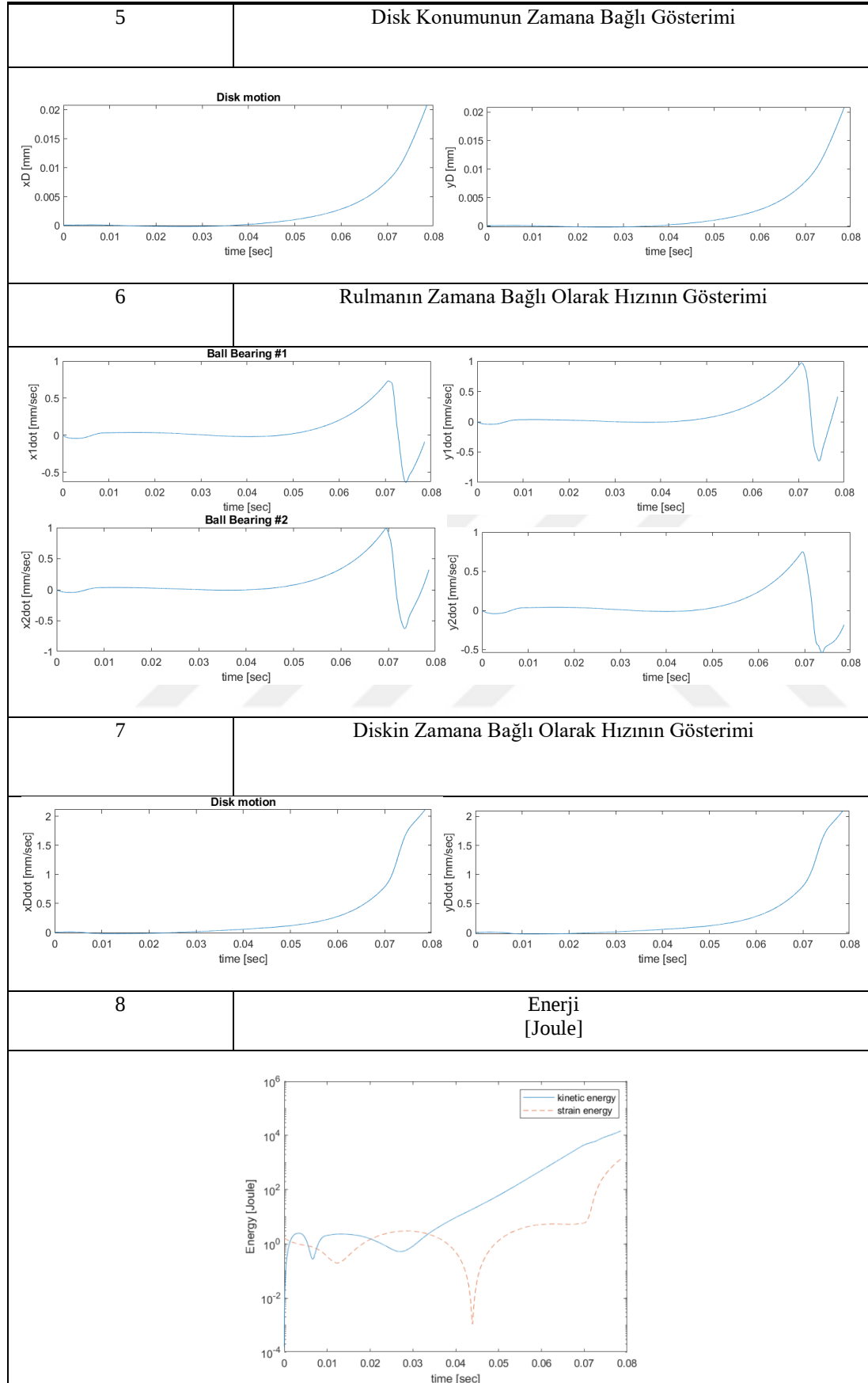
Rulman Yörüngeleri



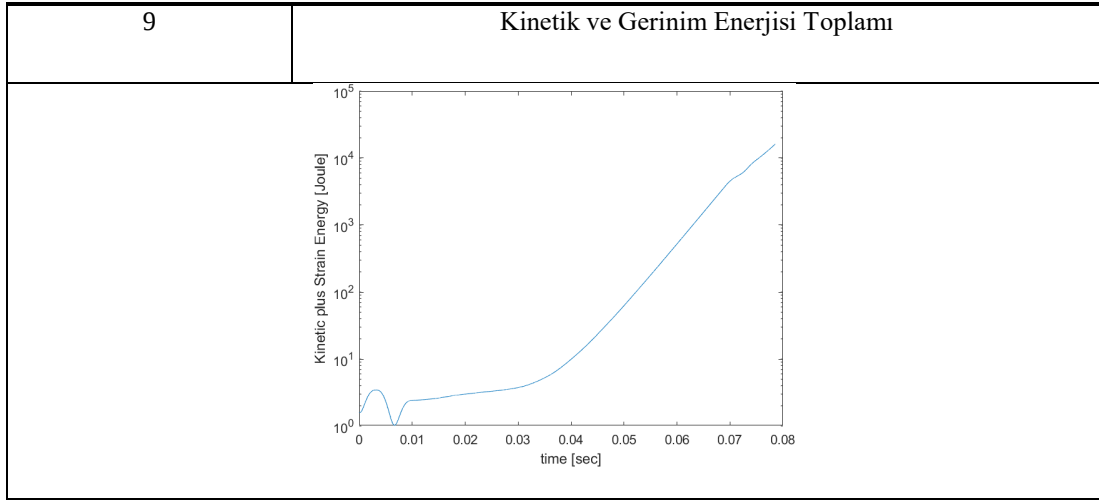
**Çizelge 5.11(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 7.5 $\mu$ m radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|   |                                                                     |
|---|---------------------------------------------------------------------|
| 2 | Disk Yörüngesi                                                      |
|   |                                                                     |
| 3 | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi |
|   |                                                                     |
| 4 | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                          |
|   |                                                                     |

**Çizelge 5.11(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 7.5µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.11(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 7.5µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



#### 5.1.2.4 20 µm radyal iç boşluğa sahip rulman ile hareket sonuçları

**Çizelge 5.12:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 20µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:

mu=6.79e3; % density [kg/m<sup>3</sup>]

E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m<sup>2</sup>]

Nb=9; % Number of roller bearing balls

Di=18.74e-3; % inner race diameter [m]

Do=28.26e-3; % outer race diameter [m]

% eccentricity=0.05\*1e-3; % eccentricity [m]

eccentricity=0.5\*1e-3; % eccentricity [m]

gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec<sup>2</sup>]

key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m<sup>(3/2)</sup>]

gamma=10\*1e-3\*1e-3\*2; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3\*2  
milimeter [m]

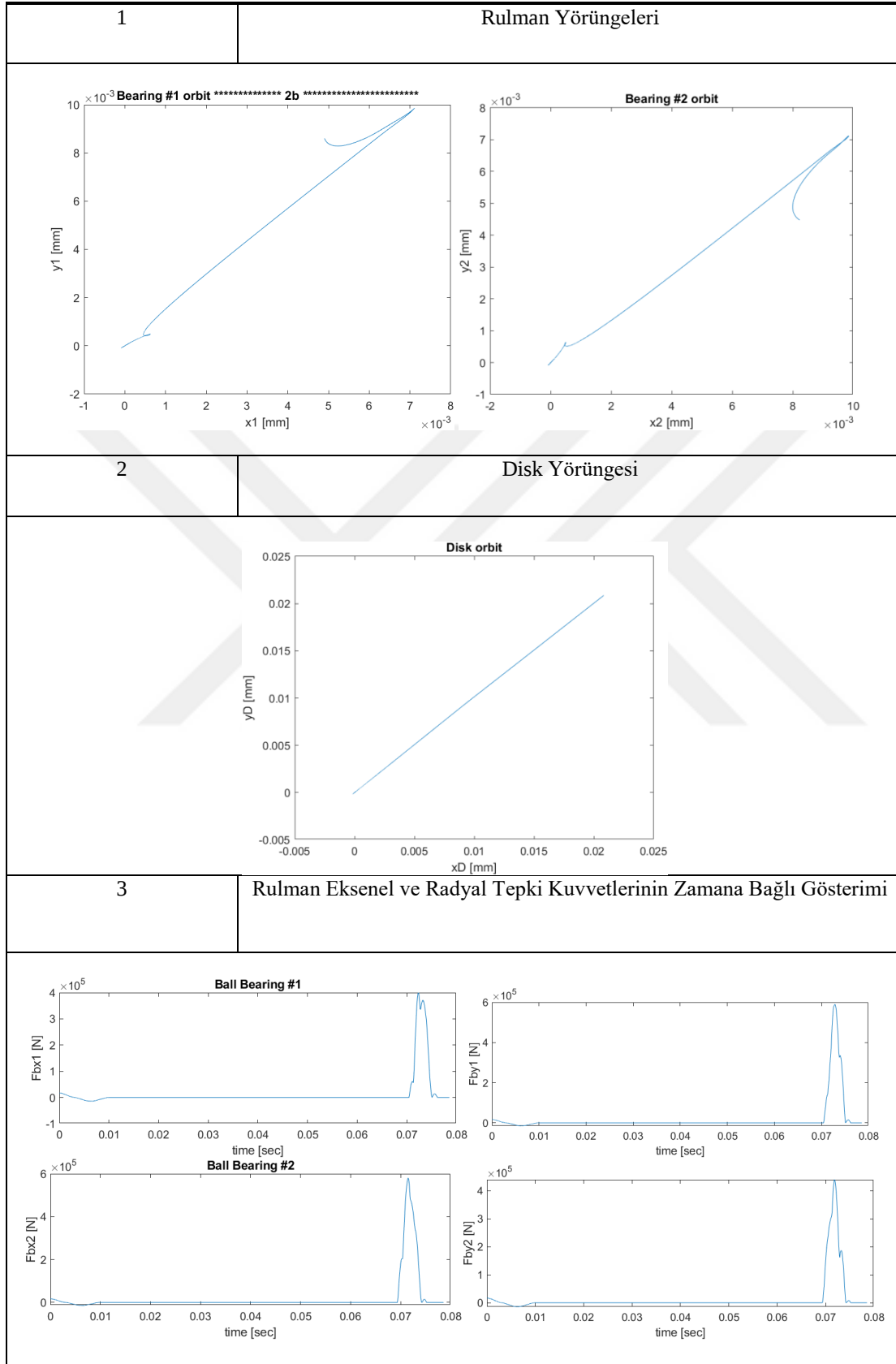
gamma=0;

md=1.401; % Disk mass [kg]

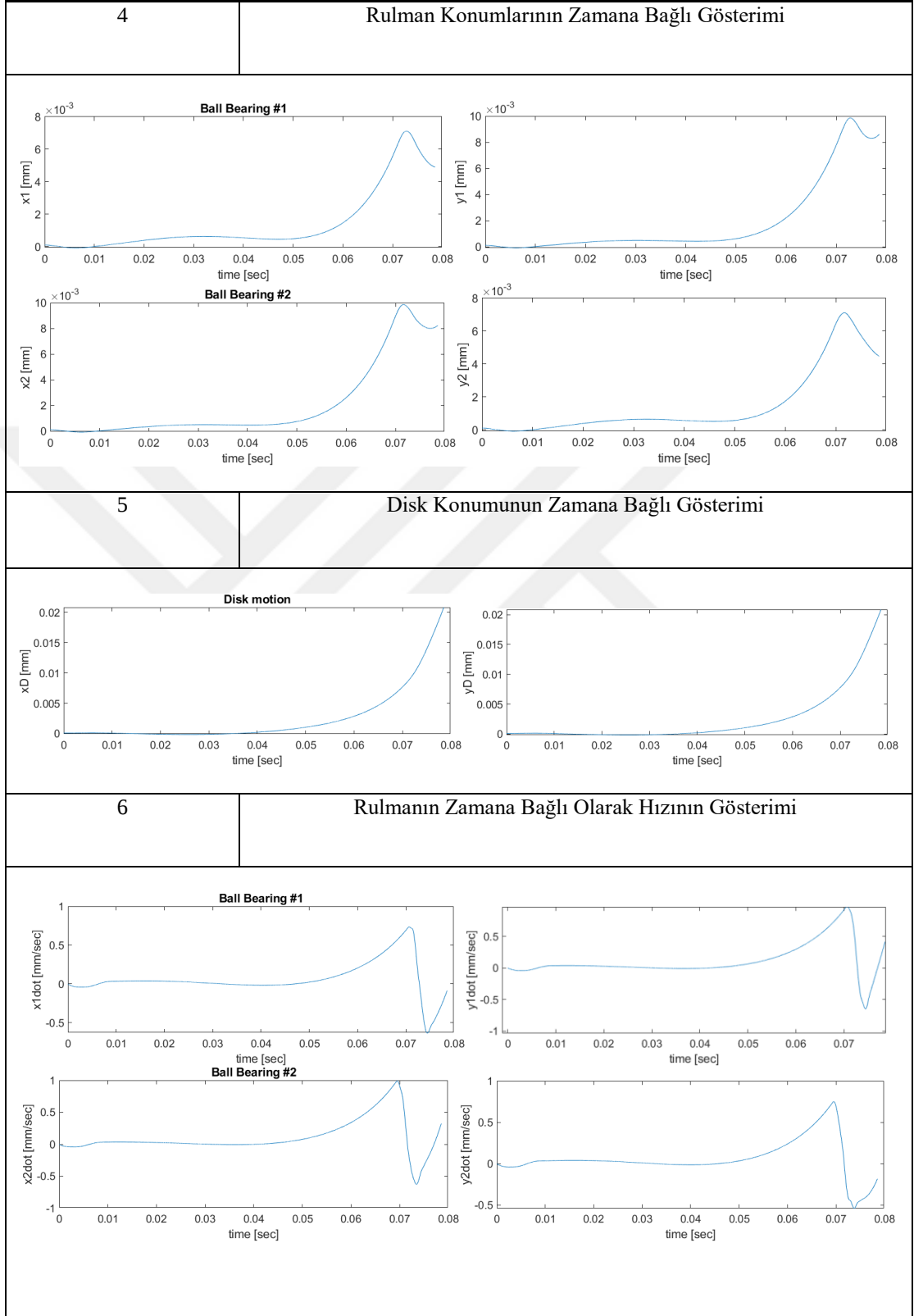
Id=0.0135; % disk diametral inertia [kg/m<sup>2</sup>]

Ip=0.0020; % disk polar inertia [kg/m<sup>3</sup>]

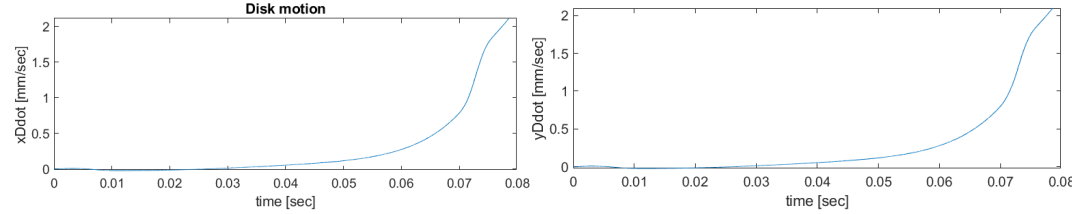
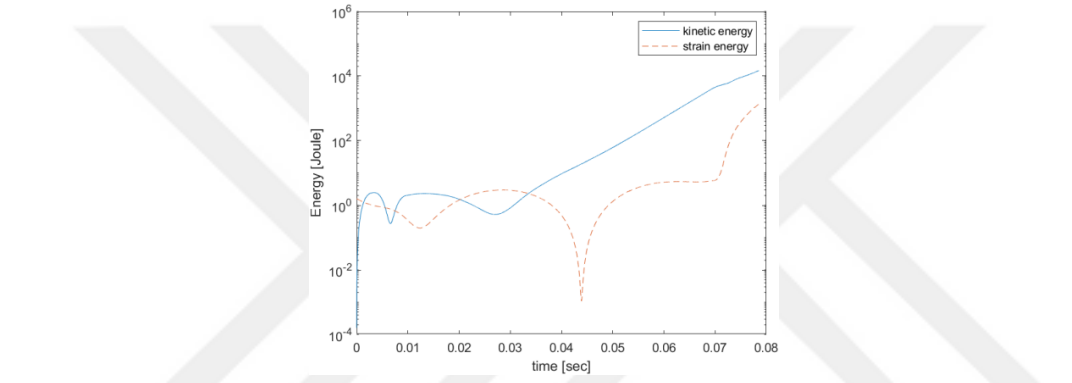
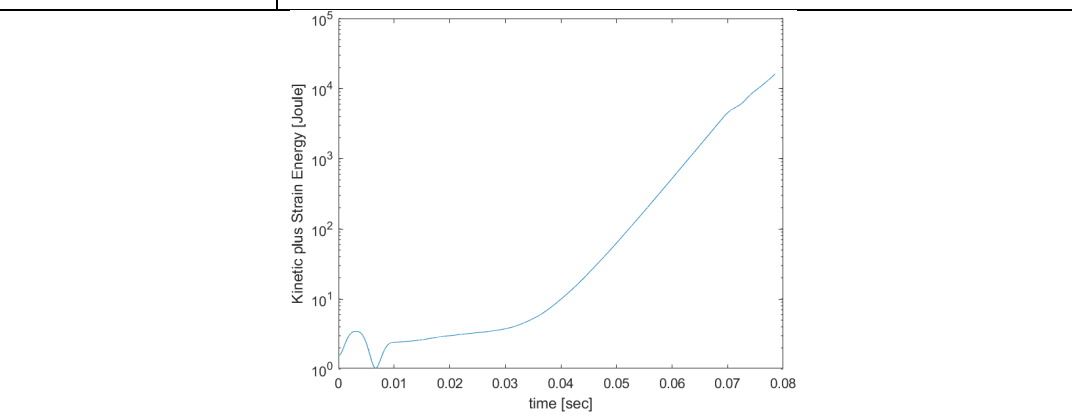
**Çizelge 5.12(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 20 $\mu$ m radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.12(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 20 $\mu$ m radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.12(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 20µm radyal iç boşluğa sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                              |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| 7                                                                                    | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|    |                                              |
| 8                                                                                    | Enerji [Joule]                               |
|   |                                              |
| 9                                                                                    | Kinetik ve Gerinim Enerjisi Toplamı          |
|  |                                              |

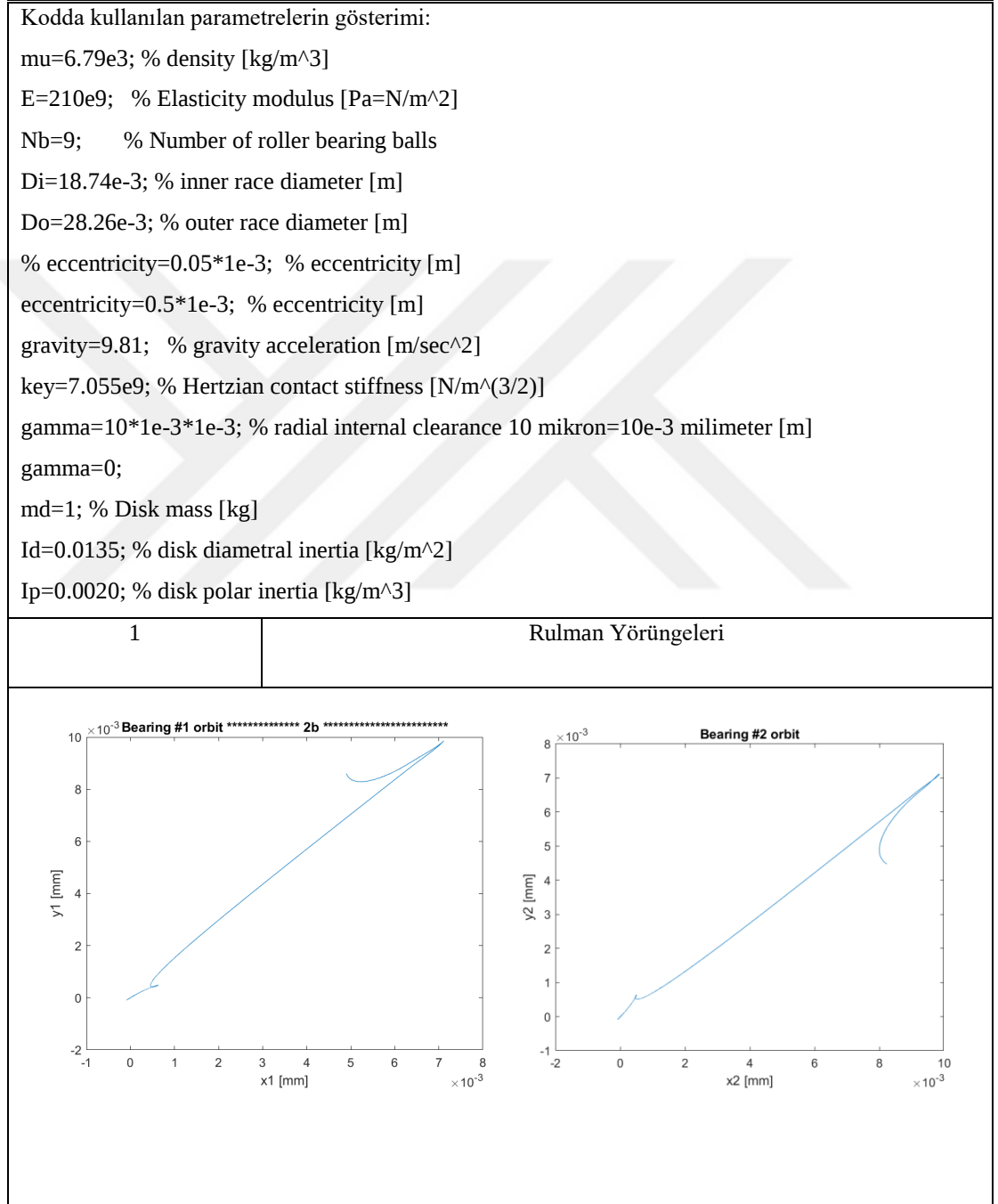
### 5.1.3 Disk kütlesi ( $m_d$ )

Bu bölümde, doğrusal analiz yönteminin incelendiği Model-2'ye ait matematiksel model Matlab'te koda dökülerek bu model ile rulman ve şaft'a ait hareketler grafikleştirilmiş, sonrasında ise 1kg, 1.401kg, 2kg, 2.5kg ve 4kg disk kütlesine sahip

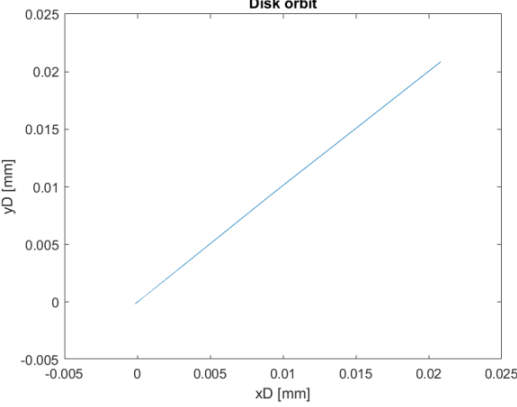
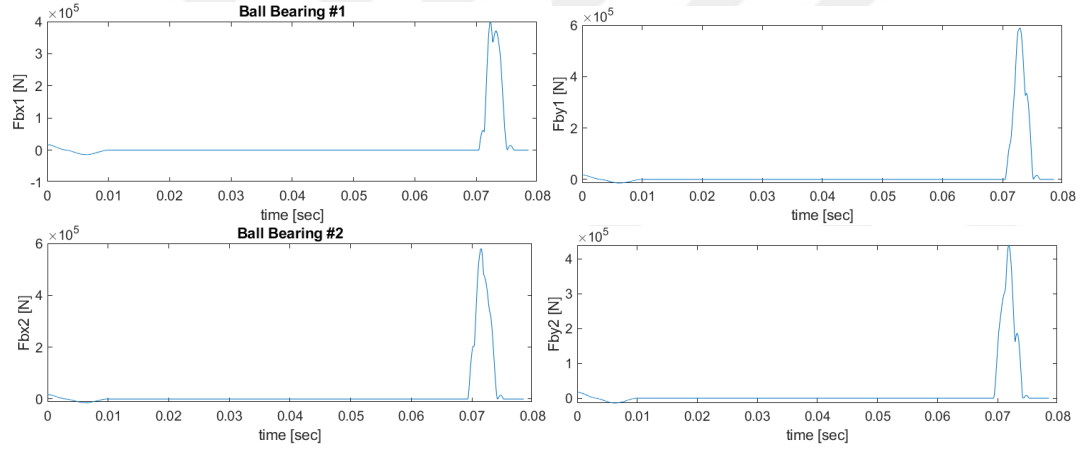
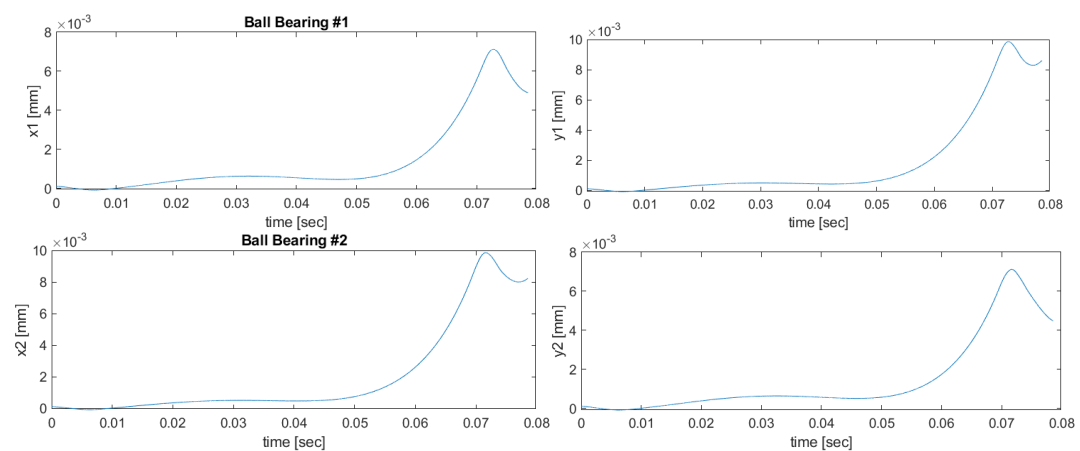
olunan durumlarda bu parametrenin rulman hareketlerini nasıl değiştirdiği görselleştirilerek incelenmiştir.

### 5.1.3.1 1 kg disk ktlesesi ile hareket sonuçları

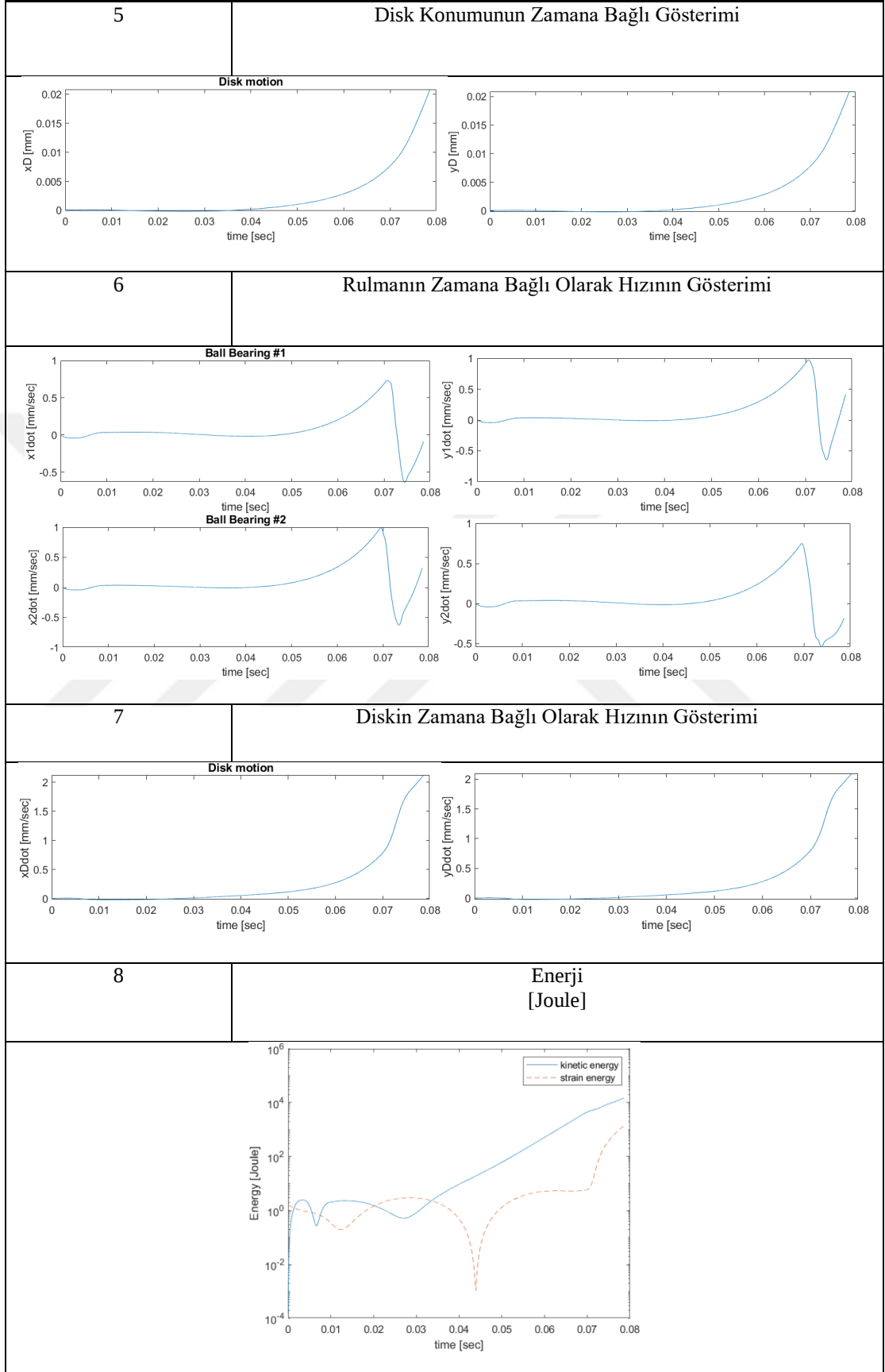
**Çizelge 5.13:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 1kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



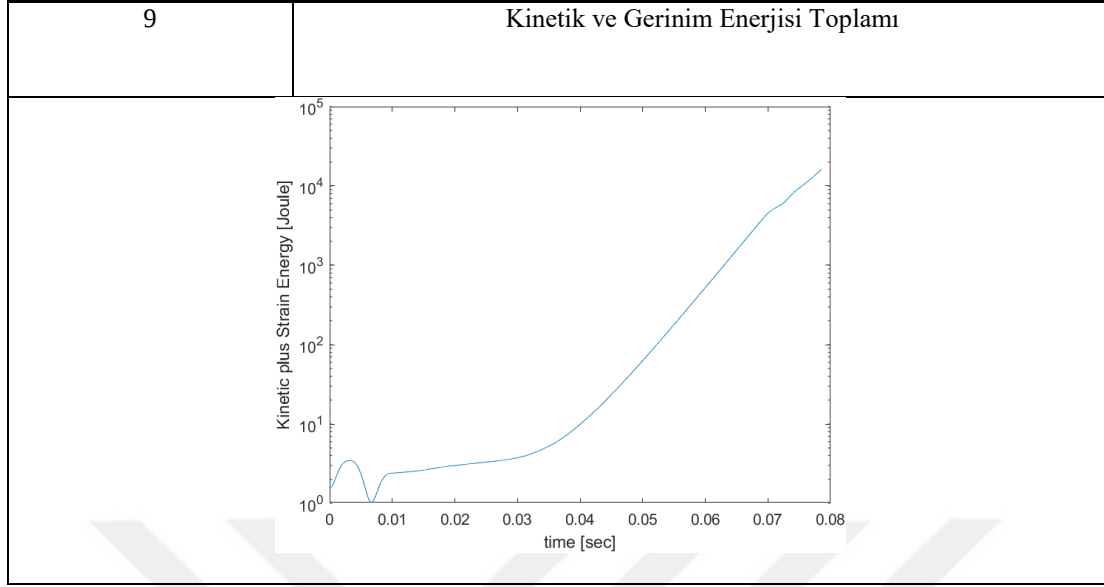
**Çizelge 5.13(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 1kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|   |                                                                                      |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 2 | Disk Yörüngesi                                                                       |
|   |    |
| 3 | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi                  |
|   |   |
| 4 | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                                           |
|   |  |

**Çizelge 5.13(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 1kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.13(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 1kg disk kütle sine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



#### 5.1.3.2 1.401 kg disk kütle sine hareket sonuçları

**Çizelge 5.14:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 1.401kg disk kütle sine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:

$\mu=6.79e3$ ; % density [ $kg/m^3$ ]

$E=210e9$ ; % Elasticity modulus [ $Pa=N/m^2$ ]

$Nb=9$ ; % Number of roller bearing balls

$Di=18.74e-3$ ; % inner race diameter [m]

$Do=28.26e-3$ ; % outer race diameter [m]

% eccentricity= $0.05*1e-3$ ; % eccentricity [m]

eccentricity= $0.5*1e-3$ ; % eccentricity [m]

gravity= $9.81$ ; % gravity acceleration [ $m/sec^2$ ]

key= $7.055e9$ ; % Hertzian contact stiffness [ $N/m^{(3/2)}$ ]

$\gamma=10*1e-3*1e-3$ ; % radial internal clearance 10 mikron= $10e-3$  milimeter [m]

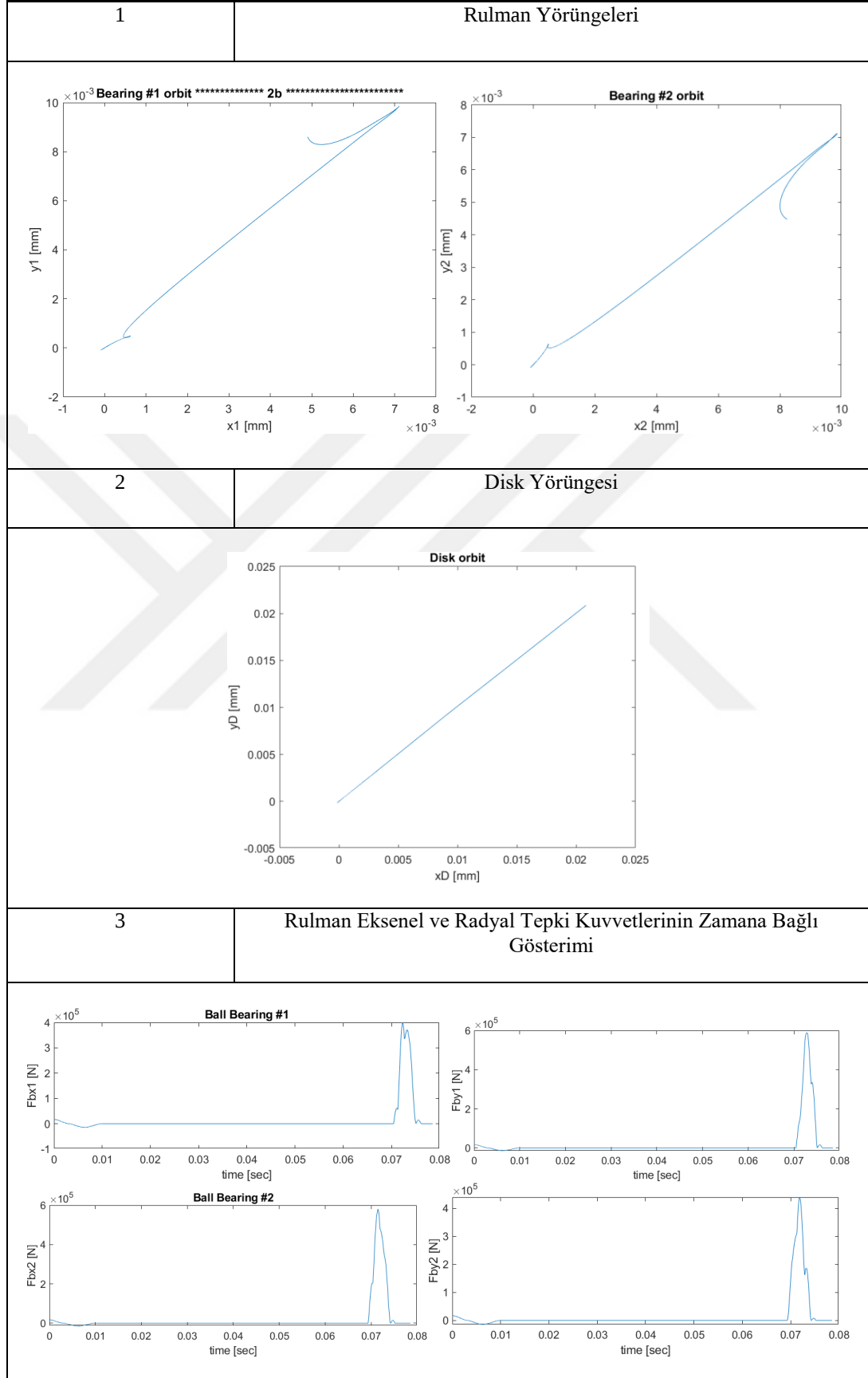
$\gamma=0$ ;

$m_d=1.401$ ; % Disk mass [kg]

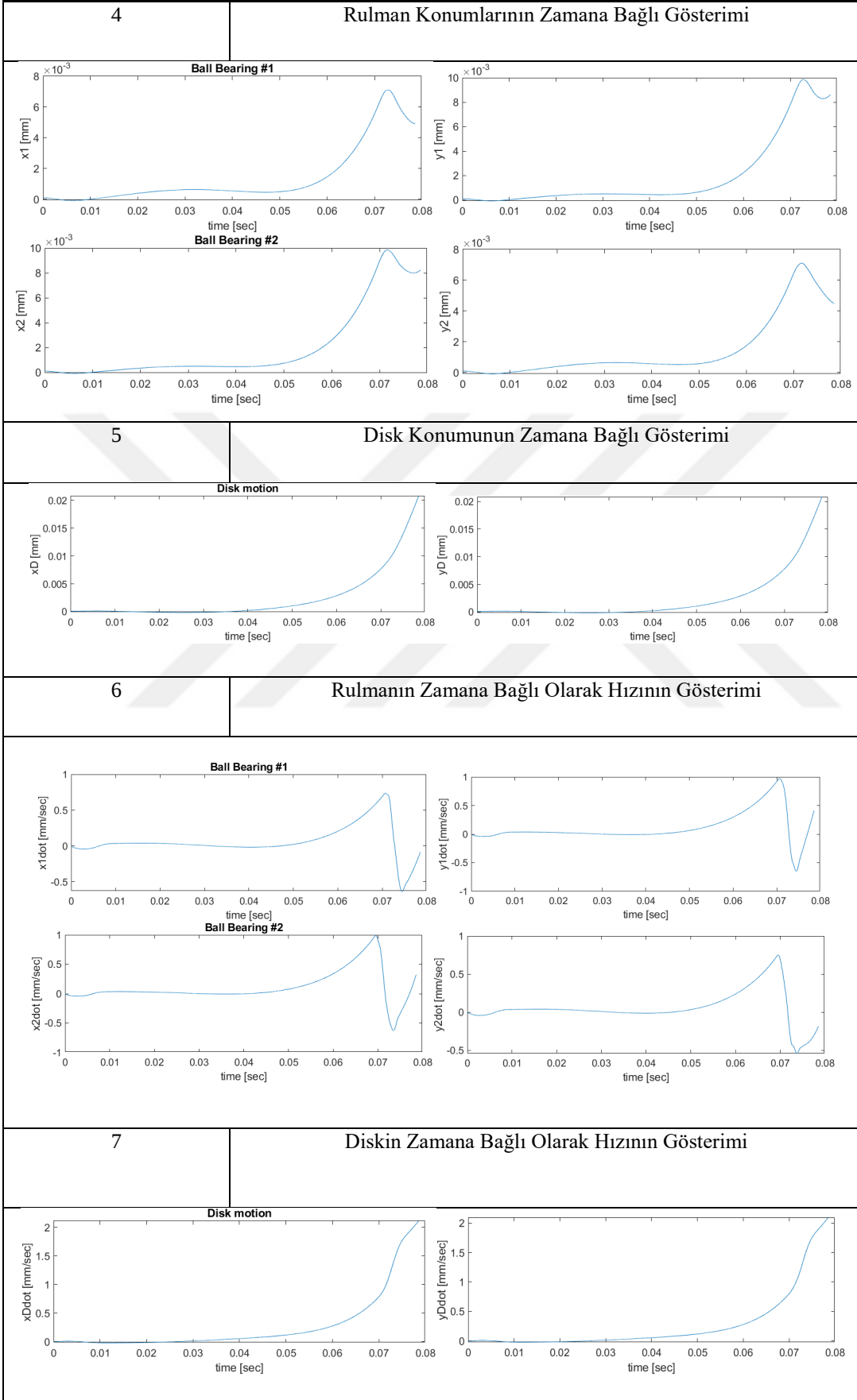
$I_d=0.0135$ ; % disk diametral inertia [ $kg/m^2$ ]

$I_p=0.0020$ ; % disk polar inertia [ $kg/m^3$ ]

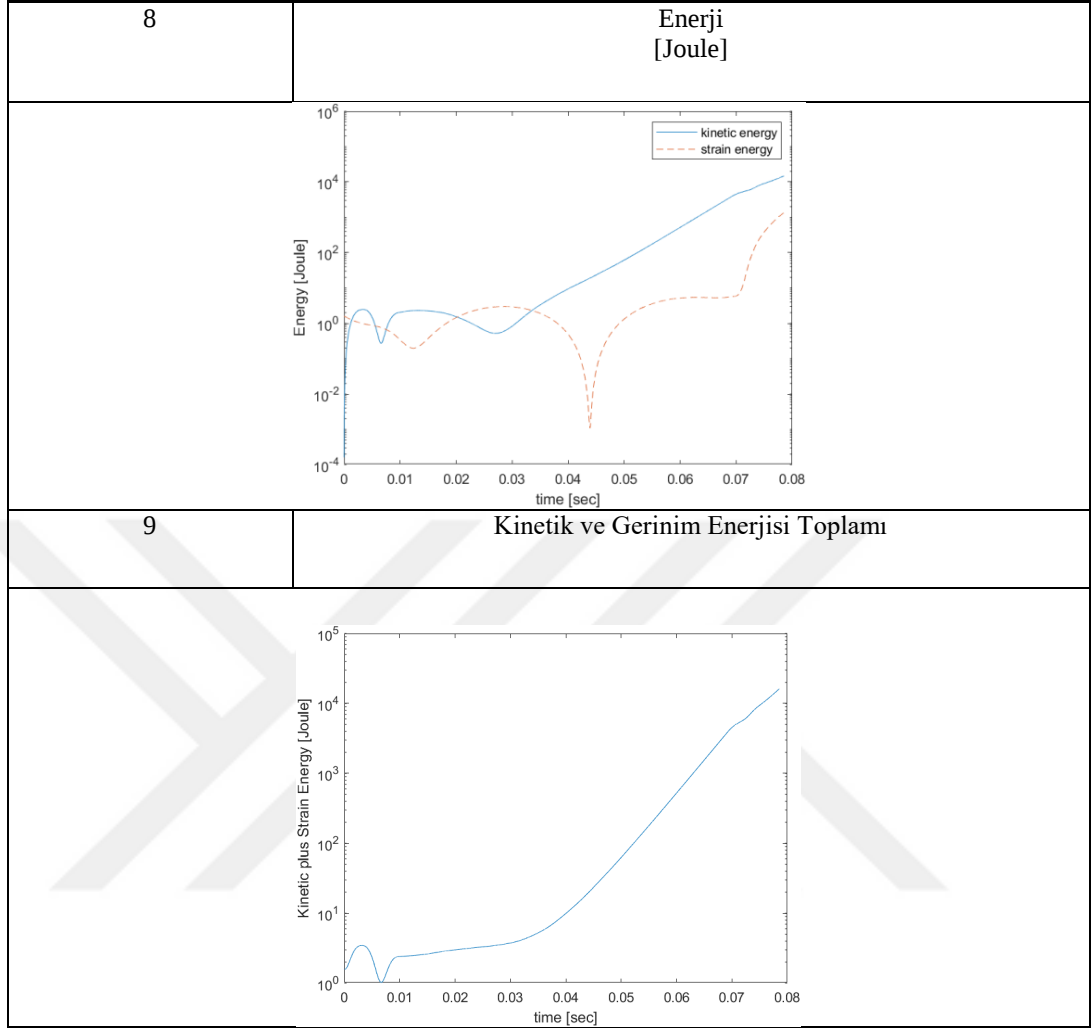
**Çizelge 5.14(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 1.401kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.14(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 1.401kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.14(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 1.401kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



### 5.1.3.3 2 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları

**Çizelge 5.15:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 2kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

```

mu=6.79e3; % density [kg/m^3]
E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m^2]
Nb=9; % Number of roller bearing balls
Di=18.74e-3; % inner race diameter [m]
Do=28.26e-3; % outer race diameter [m]
% eccentricity=0.05*1e-3; % eccentricity [m]
eccentricity=0.5*1e-3; % eccentricity [m]
gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec^2]
key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m^(3/2)]

```

**Çizelge 5.15(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 2kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

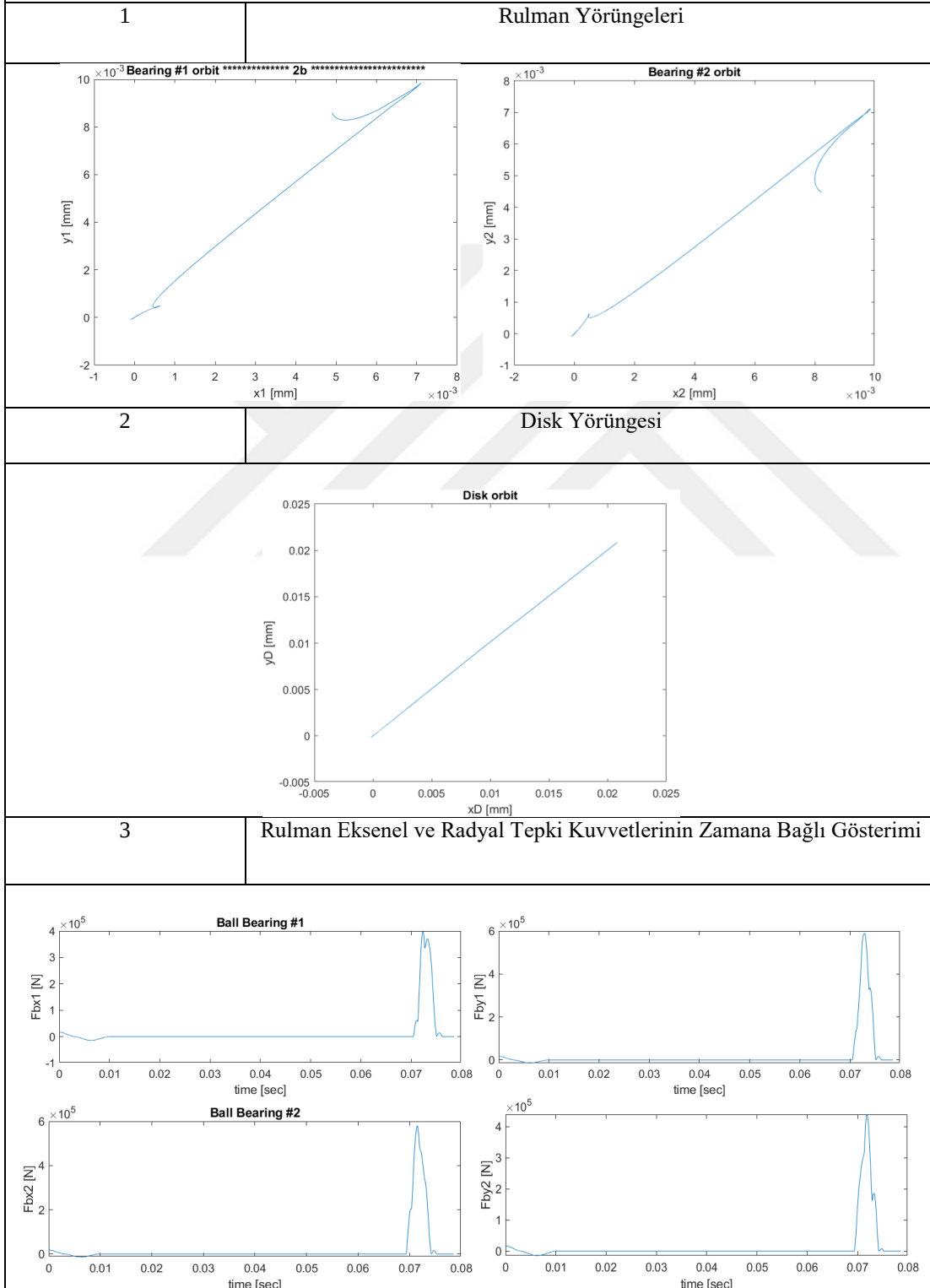
$\gamma=10 \times 10^{-3} \times 10^{-3}$ ; % radial internal clearance 10 mikron= $10 \times 10^{-3}$  milimetre [m]

$\gamma=0$ ;

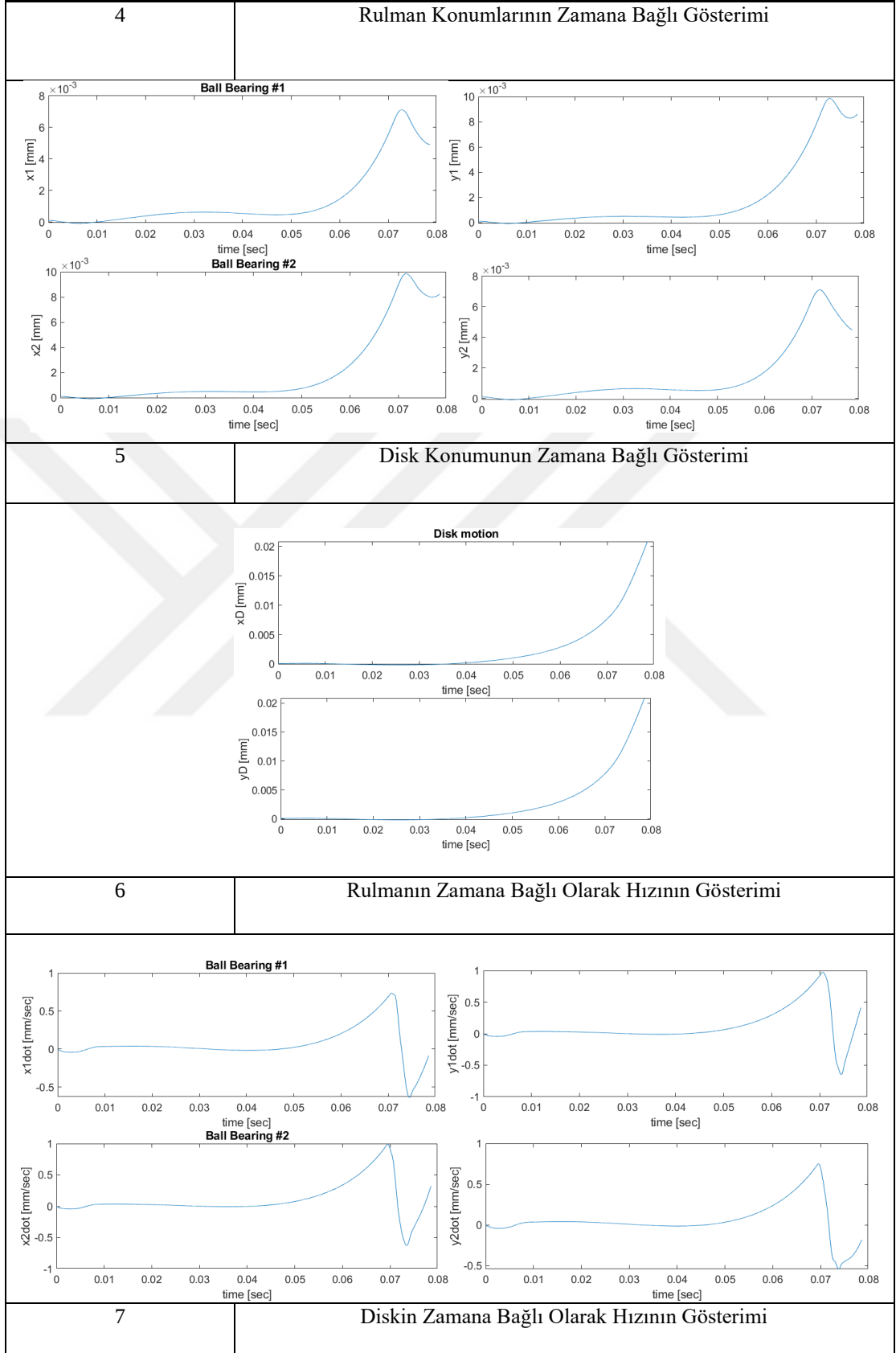
$m_d=2$ ; % Disk mass [kg]

$I_d=0.0135$ ; % disk diametral inertia [ $\text{kg/m}^2$ ]

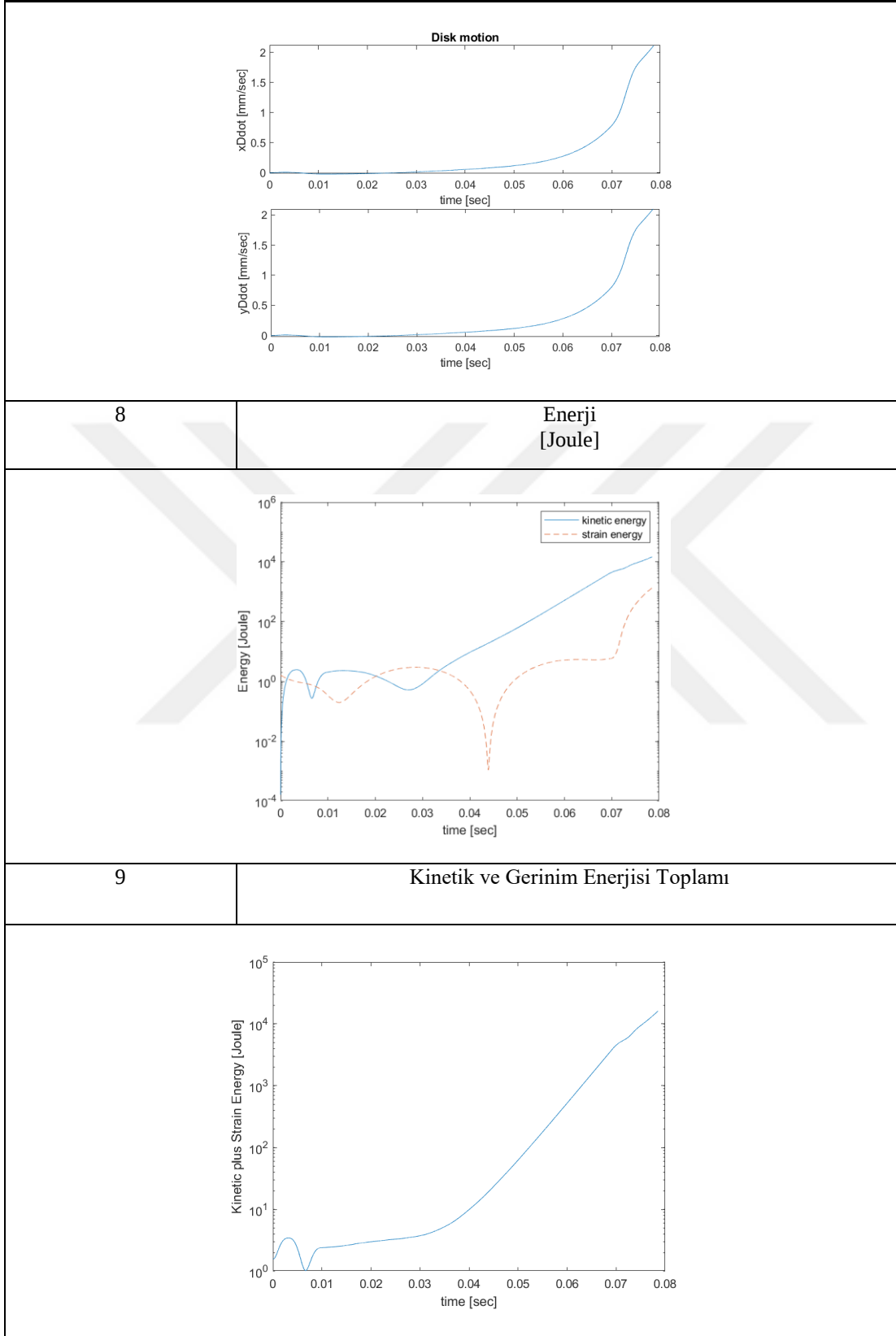
$I_p=0.0020$ ; % disk polar inertia [ $\text{kg/m}^3$ ]



**Çizelge 5.15(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 2kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.15(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 2kg disk kütle sine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



#### 5.1.3.4 2.5 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları

**Çizelge 5.16:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 2.5 kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:

$\mu=6.79e3$ ; % density [ $kg/m^3$ ]

$E=210e9$ ; % Elasticity modulus [ $Pa=N/m^2$ ]

$N_b=9$ ; % Number of roller bearing balls

$D_i=18.74e-3$ ; % inner race diameter [m]

$D_o=28.26e-3$ ; % outer race diameter [m]

% eccentricity= $0.05*1e-3$ ; % eccentricity [m]

eccentricity= $0.5*1e-3$ ; % eccentricity [m]

gravity= $9.81$ ; % gravity acceleration [ $m/sec^2$ ]

key= $7.055e9$ ; % Hertzian contact stiffness [ $N/m^{(3/2)}$ ]

$\gamma=10*1e-3*1e-3$ ; % radial internal clearance 10 mikron= $10e-3$  milimeter [m]

$\gamma=0$ ;

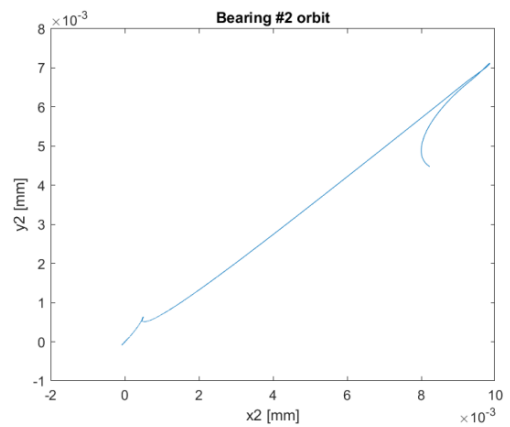
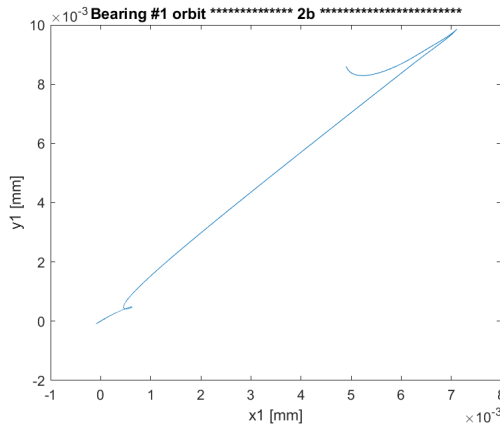
$m_d=2.5$ ; % Disk mass [kg]

$I_d=0.0135$ ; % disk diametral inertia [ $kg/m^2$ ]

$I_p=0.0020$ ; % disk polar inertia [ $kg/m^3$ ]

1

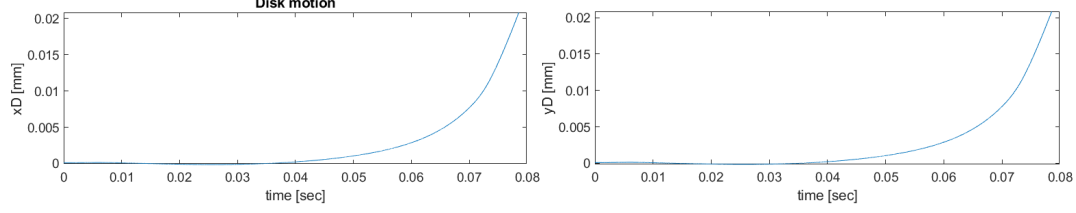
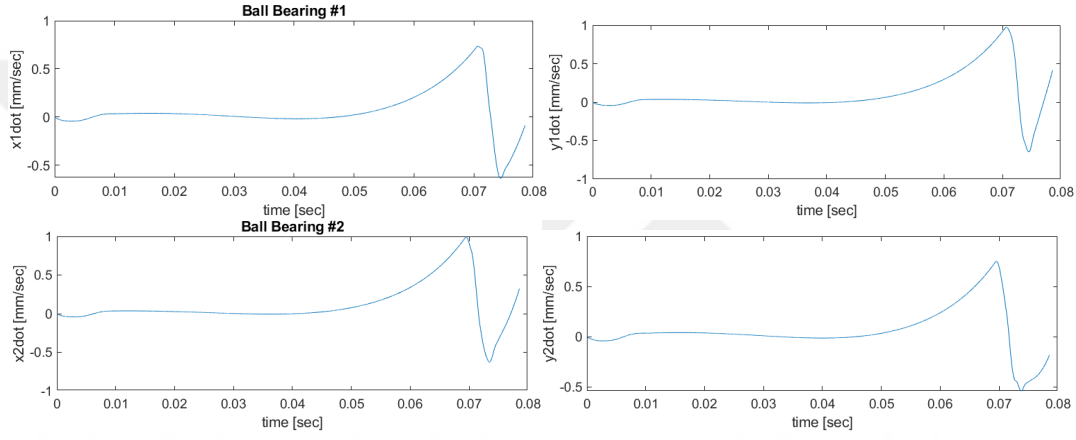
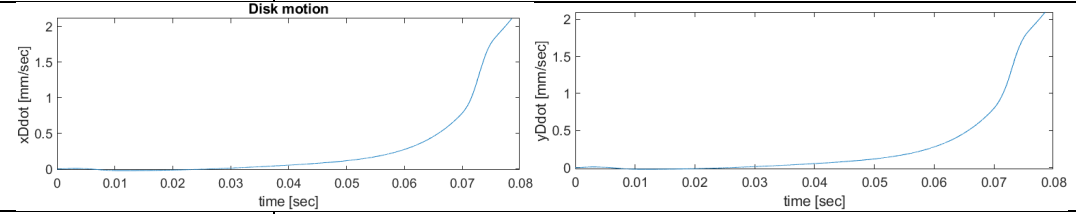
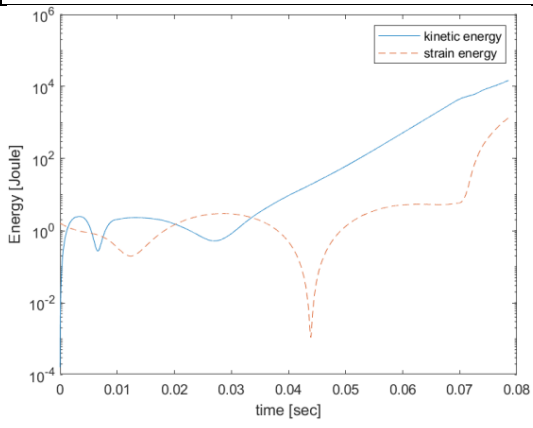
Rulman Yörüngeleri



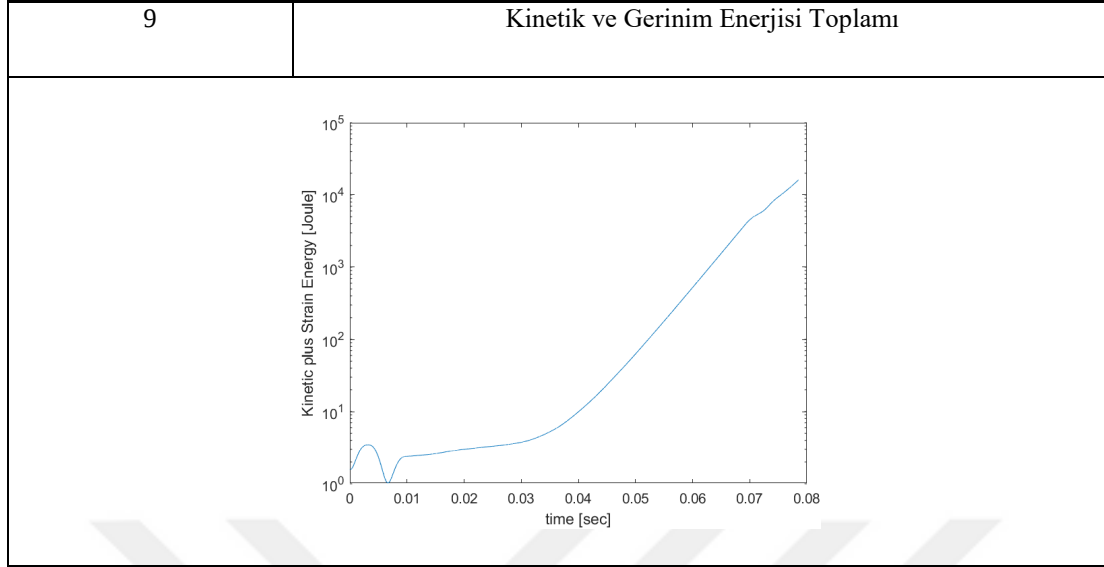
**Çizelge 5.16(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 2.5 kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                               |                                                                     |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| 2                                             | Disk Yörüngesi                                                      |
| <p>Disk orbit</p>                             |                                                                     |
| 3                                             | Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi |
| <p>Ball Bearing #1</p> <p>Ball Bearing #2</p> |                                                                     |
| 4                                             | Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi                          |
| <p>Ball Bearing #1</p> <p>Ball Bearing #2</p> |                                                                     |

**Çizelge 5.16 (devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 2.5 kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                      |                                                |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 5                                                                                    | Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi          |
|    |                                                |
| 6                                                                                    | Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |
|   |                                                |
| 7                                                                                    | Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |
|  |                                                |
| 8                                                                                    | Enerji [Joule]                                 |
|  |                                                |

**Çizelge 5.16(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 2.5 kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

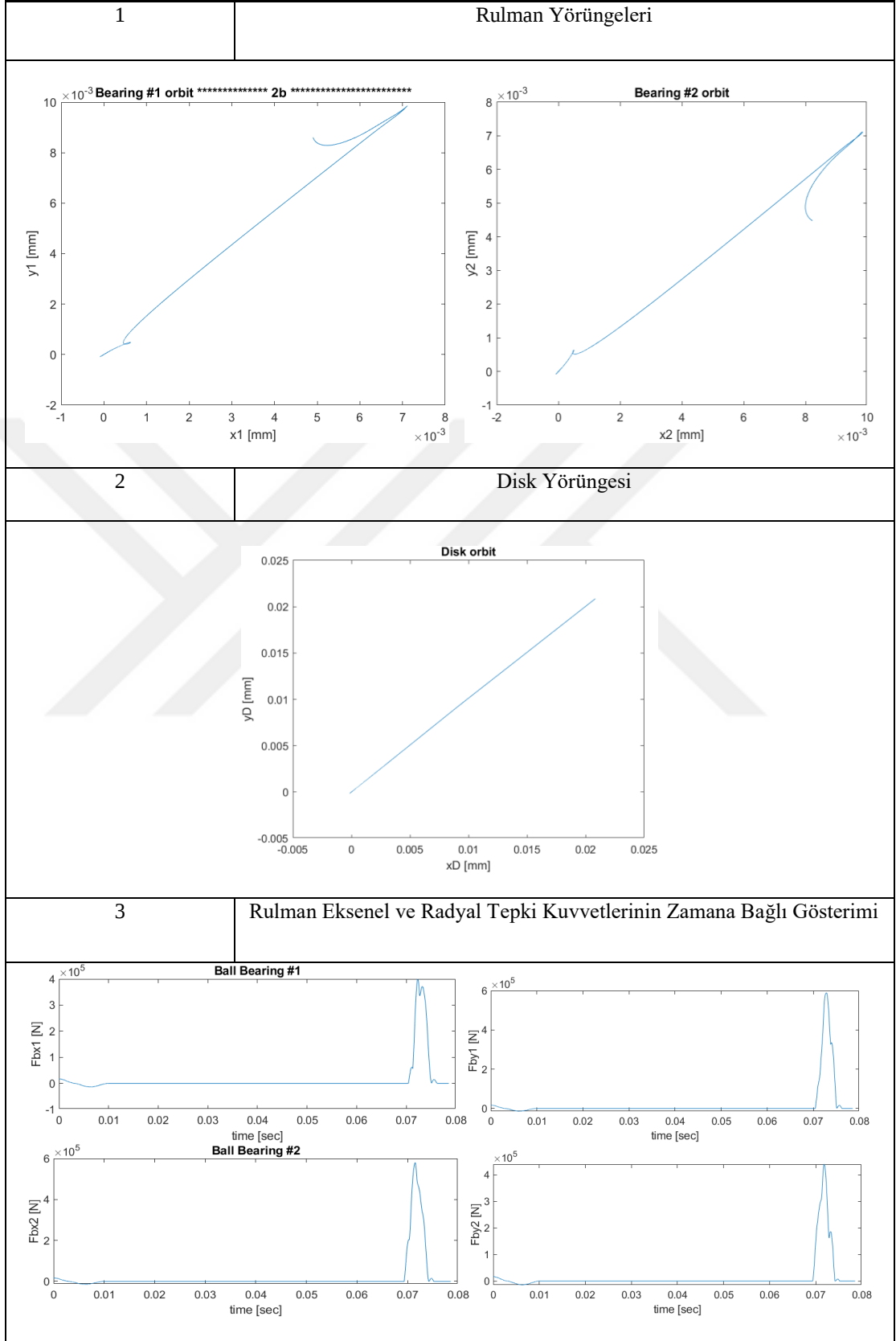


#### 5.1.3.5 4 kg disk kütlesi ile hareket sonuçları

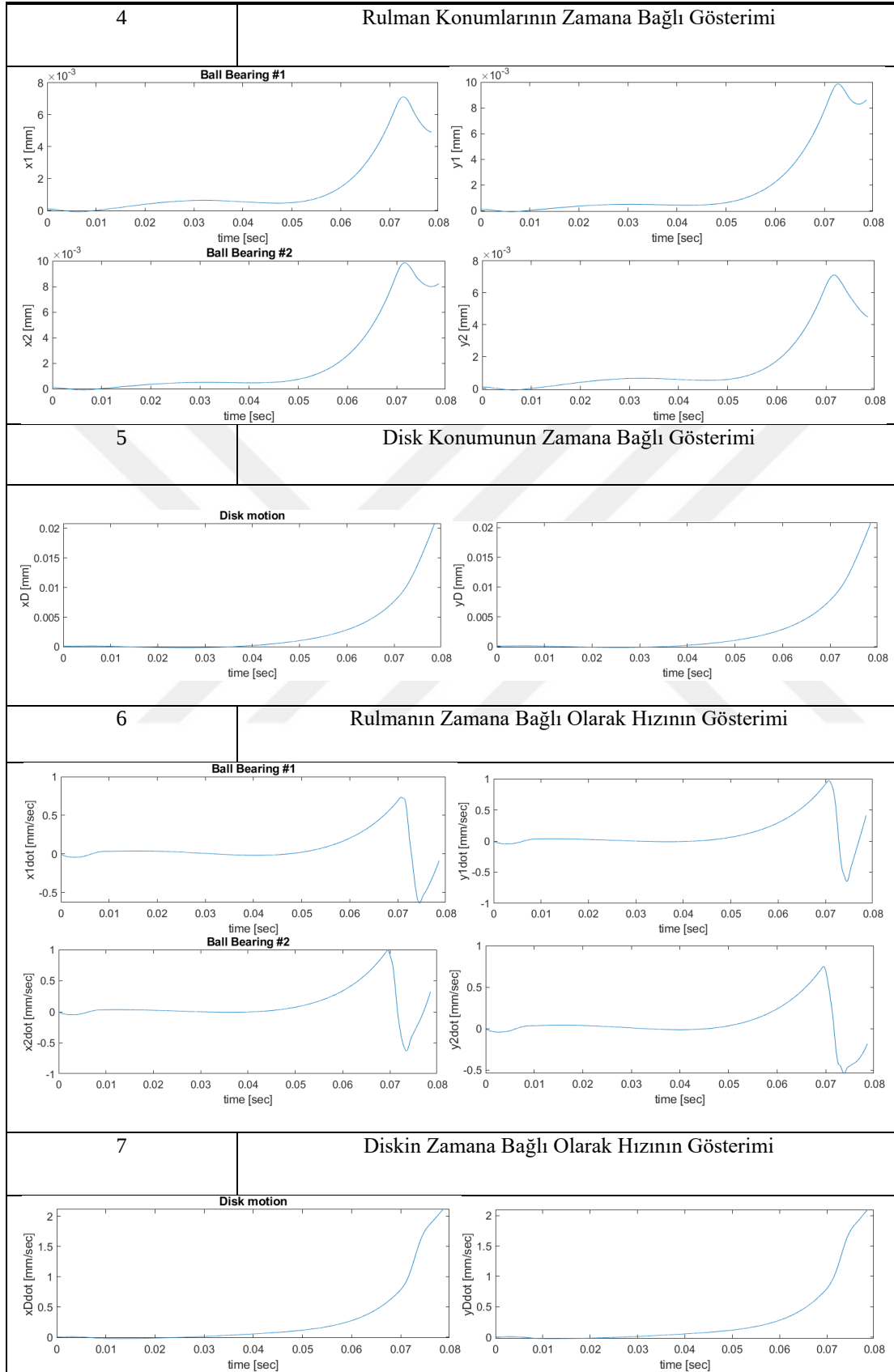
**Çizelge 5.17:** Model 2'ye ait Matlab kodunda 4kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Kodda kullanılan parametrelerin gösterimi:</p> <p>mu=6.79e3; % density [kg/m<sup>3</sup>]</p> <p>E=210e9; % Elasticity modulus [Pa=N/m<sup>2</sup>]</p> <p>Nb=9; % Number of roller bearing balls</p> <p>Di=18.74e-3; % inner race diameter [m]</p> <p>Do=28.26e-3; % outer race diameter [m]</p> <p>% eccentricity=0.05*1e-3; % eccentricity [m]</p> <p>eccentricity=0.5*1e-3; % eccentricity [m]</p> <p>gravity=9.81; % gravity acceleration [m/sec<sup>2</sup>]</p> <p>key=7.055e9; % Hertzian contact stiffness [N/m<sup>(3/2)</sup>]</p> <p>gamma=10*1e-3*1e-3; % radial internal clearance 10 mikron=10e-3 milimeter [m]</p> <p>gamma=0;</p> <p>md=4; % Disk mass [kg]</p> <p>Id=0.0135; % disk diametral inertia [kg/m<sup>2</sup>]</p> <p>Ip=0.0020; % disk polar inertia [kg/m<sup>3</sup>]</p> |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

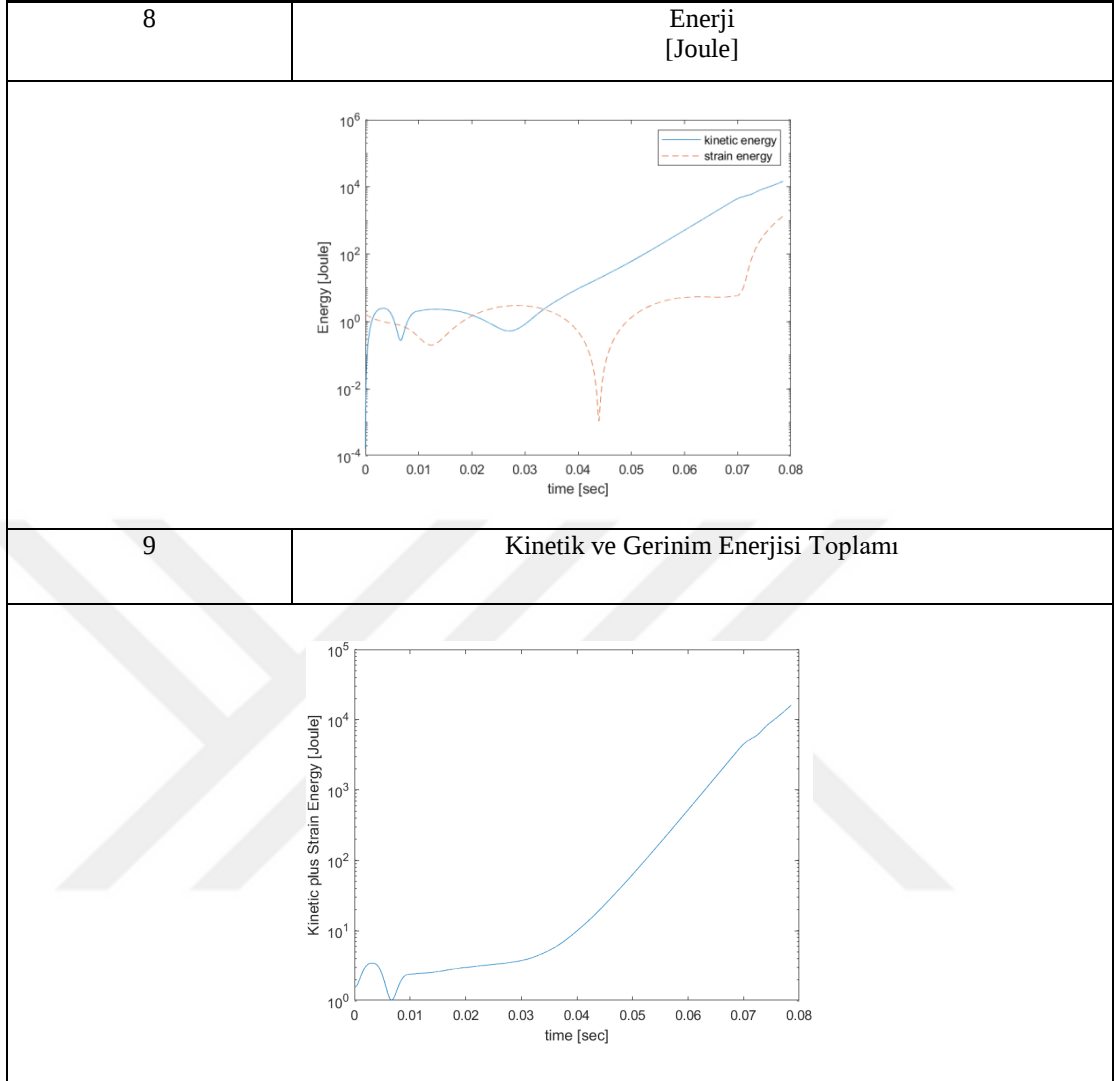
**Çizelge 5.17(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 4kg disk kütlesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.17(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 4kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.



**Çizelge 5.17(devam):** Model 2'ye ait Matlab kodunda 4kg disk kütesine sahip rulmana ait hareket grafiklerinin gösterimi.





## 6. SONUÇLAR

Model 1 ve Model 2’de, şaft ve rulman deplasmanlarının incelenmesi için farklı analiz yöntemleri kullanılmıştır. Model 2’de, "Sonlu Elemanlar Rotor Modeli" konseptini kullanılarak doğrusal analiz yöntemini uygulanmıştır. Bu modelde, Timoshenko Kiriş Teorisi kullanılarak şaft elemanı ile rulman davranışı modellenmiş ve türbin tarafından tahrik edilen şaftın dönme hareketine yanıt olarak meydana gelen deplasmanlar ve bunların şaft ve rulmanlar üzerindeki etkileri incelenmiştir.

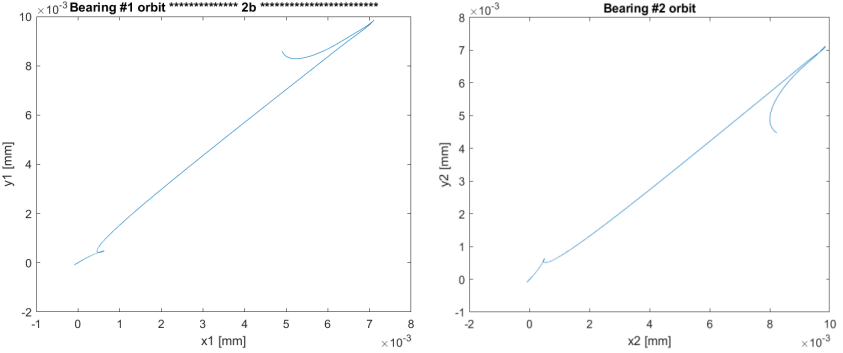
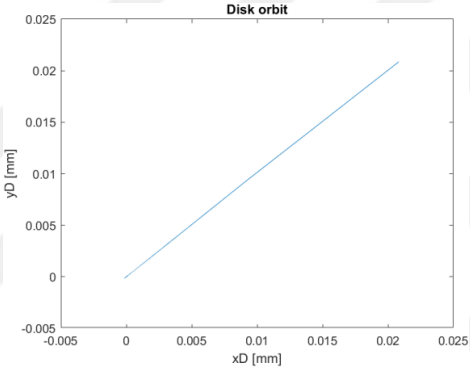
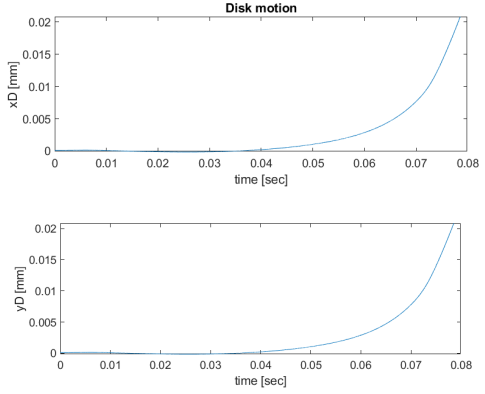
Öte yandan, Model 1’de kiriş konsepti kullanılarak doğrusal olmayan analiz yöntemini uygulanarak bir çalışma yapılmış ve yine Timoshenko Kiriş Teorisi kullanılarak şaft elemanı ve rulman davranışı modellenmiştir. Ancak, doğrusal olmayan etkileri dikkate alarak şaftın dönme hareketine yanıt olarak meydana gelen deplasmanları araştırılmıştır. Bu araştırmalar ise bilya sayısı, rulman radyal boşluğu ve disk kütlesi olmak üzere 3 çeşit parametrenin doğrusal ve doğrusal olmayan modeller üzerinden incelenmesiyle karşılaştırılmıştır.

Bu parametrelerden disk kütlesinin seçilme sebebi, havacılık sektöründe ağırlık azaltılmasının sürekli bir hedef olması ve bu hedefin motorda en uygulanabilir olmasıdır. Bilya sayısının seçilme sebebi, ürün tasarımı esnasında bir alt komponent olan rulmanın verilen kriter ve isterlere göre ürüne özel olarak tasarımı mümkün olmasıdır. Son olarak radyal boşluğun seçilme sebebi ise sistem kurulduktan sonra şaft, rulman dış bileziğin üretim kalitesine göre radyal boşluğun farklı olduğu durumlar oluştuğu için bu durumun sistem üzerindeki etkisini incelemenin kritik olmasıdır.

Yapılan karşılaştırmalı analiz sonuçlarına göre, Model 2’de doğrusal analiz yönteminin kullanıldığı kod ile elde edilen sonuçlar, Çizelge 6.1’de gösterildiği gibi, rulman yörüngesi, disk yörüngesi ve disk hareketi başta olmak üzere, şaft ve rulman deplasmanları üzerinde sınırlı bir perspektif sunmuştur. Doğrusal analiz yöntemi kullanıldığından, doğrusal olmayan etkiler ve davranışlar göz ardı edildiği için bu sonucun ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Bu nedenle, Model 2’in, şaft ve rulman

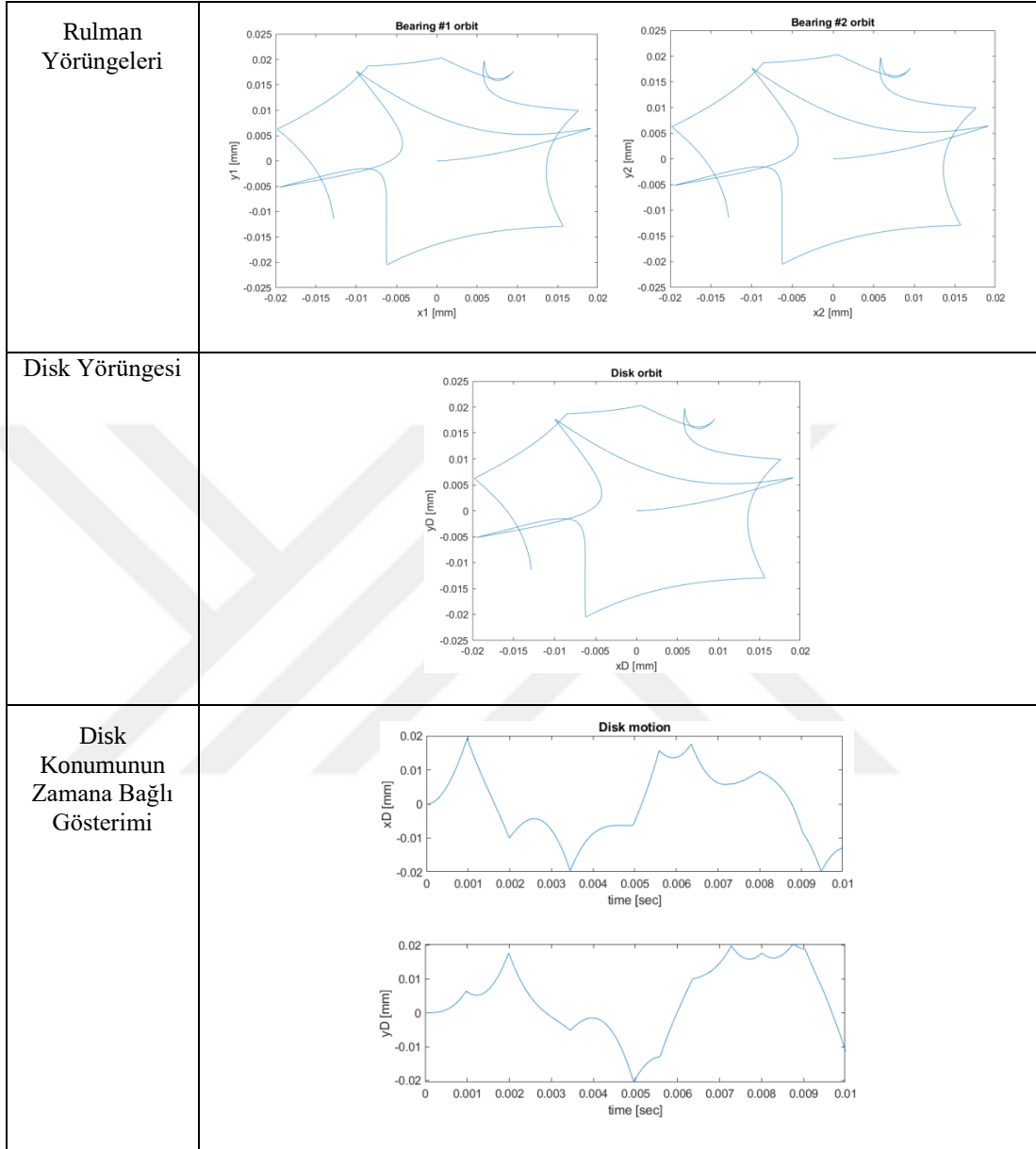
sistemlerinin gerçekçi davranışlarını tam olarak yansıtmada Model 1'e göre rulman yer değiştirmesinin hızı (hız) bağlı gösteriminde kısıtlı kalmıştır.

**Çizelge 6.1:** Model 2'ye ait rulman yörüngesi, disk yörüngesi ve disk hareketi grafikleri.

|                                       |                                                                                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Rulman Yörüngeleri                    |    |
| Disk Yörüngesi                        |   |
| Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi |  |

Model 2'nin bu olumsuz sonuçlarına karşın, Model 1'in doğrusal olmayan analiz yöntemini kullandığı makalesinde elde edilen sonuçlar, Çizelge 6.1'de gösterilen, Model 2 sonuçlarının kullanışsız olduğu, disk yörüngesi ve disk hareketi sonuçları başlığı da dahil olmak üzere şaft ve rulman deplasmanları üzerinde Çizelge 6.2'de gösteriliği gibi daha kapsamlı ve ayrıntılı bir inceleme sunmuştur.

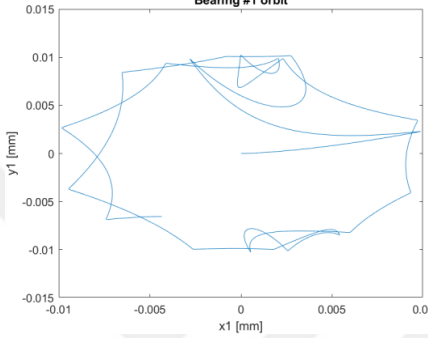
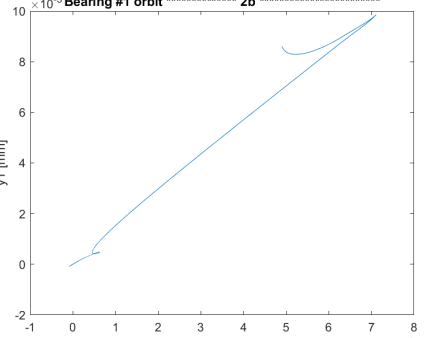
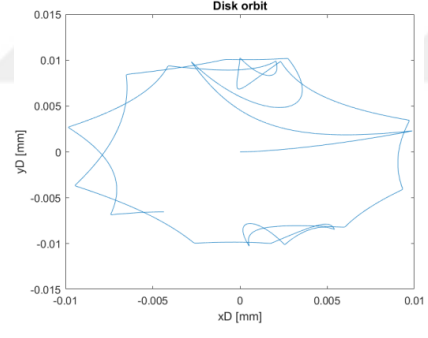
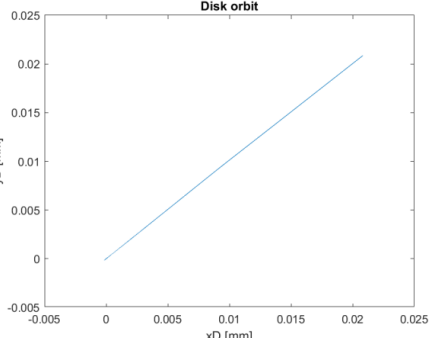
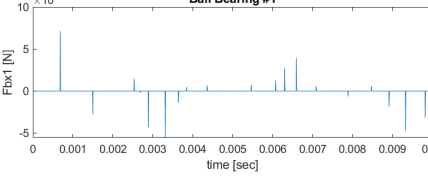
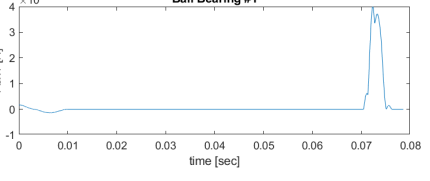
**Çizelge 6.2:** Model 1'e ait rulman yörüngesi, disk yörüngesi ve disk hareketi grafikleri.



Doğrusal olmayan etkilerin dikkate alındığı Model 1'de kullanılan matematiksel yöntemin, şaftın dönme hareketine yanıt olarak rulman, disk ve şaftta meydana gelen deplasmanların gösterimi için farklı girdi parametrelerini ne hesaba katacak bir şekilde modellendiği ve Model 2'ye göre ayrıntılı bir cevap ürettiği Çizelge 6.3'te gösterildiği gibi bu çalışmadaki rulman yörüngesi, disk yörüngesi, rulmana ait radyal ve aksenal yüklerde, rulman ve disk konumlarının zamana bağlı gösterimlerinde, rulman ve diskin hız-zaman grafikleri ile yer değiştirme - hız grafiklerinde görülmektedir.

Dolayısıyla Model 1, grafiklerde de anlamlandırıldığı üzere şaft ve rulman sistemlerinin doğrusal olmayan etkileri de modele dahil etme yeteneği kazandırdığı için, özellikle de rulman yer değiştirme hareketlerinin gösterimine bağlı olarak daha iyi anlamamıza yardımcı olmaktadır.

**Çizelge 6. 3:** Model 1 ve Model 2'ye ait grafiklerin karşılaştırılması.

|                                                                     | Doğrusal Olmayan Matematiksel Modeli Kullanan Model 1 ile Hazırlanan Kod ile Elde Edilen Grafikler | Doğrusal Matematiksel Modeli Kullanan Model 2 ile Hazırlanan Kod ile Elde Edilen Grafikler |
|---------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                                                                   |                  |         |
| Rulman Yörüngeleri                                                  |                                                                                                    |                                                                                            |
| 2                                                                   |                 |        |
| Disk Yörüngesi                                                      |                                                                                                    |                                                                                            |
| 3                                                                   |                 |        |
| Rulman Eksenel ve Radyal Tepki Kuvvetlerinin Zamana Bağlı Gösterimi |                                                                                                    |                                                                                            |

**Çizelge 6. 3(devam):** Model 1 ve Model 2'ye ait grafiklerin karşılaştırılması.

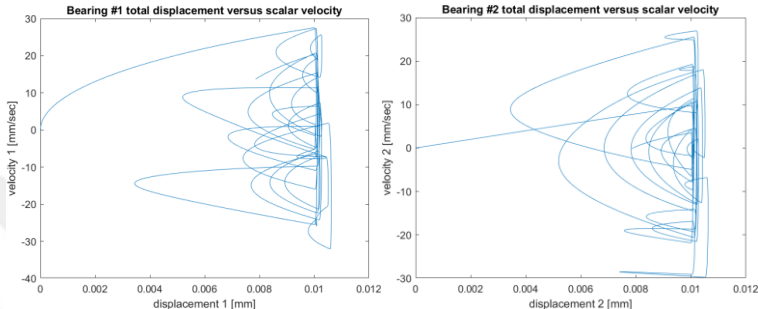
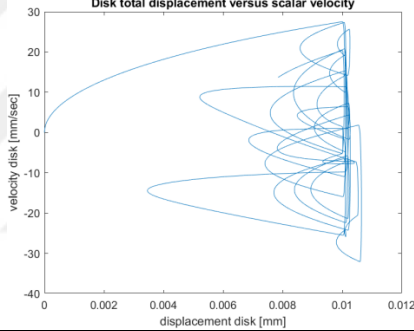
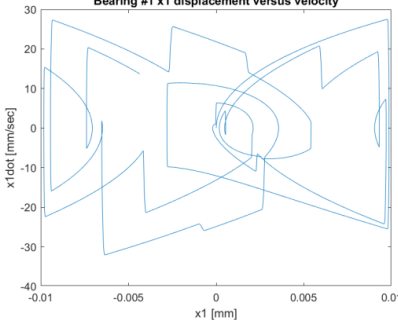
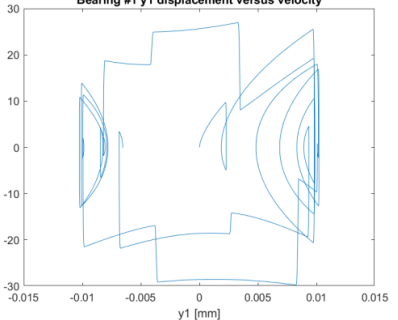
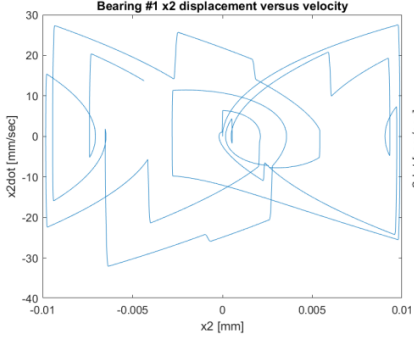
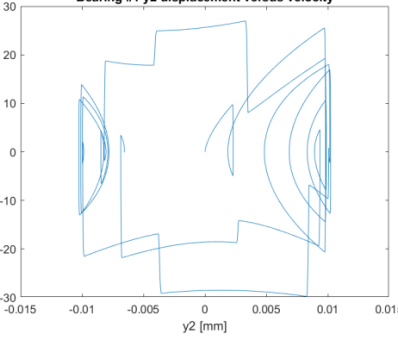
|                                                |  |  |
|------------------------------------------------|--|--|
| 4                                              |  |  |
| Rulman Konumlarının Zamana Bağlı Gösterimi     |  |  |
| 5                                              |  |  |
| Disk Konumunun Zamana Bağlı Gösterimi          |  |  |
| 6                                              |  |  |
| Rulmanın Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |  |  |
| 7                                              |  |  |
| Diskin Zamana Bağlı Olarak Hızının Gösterimi   |  |  |

Bu bağlamda, doğrusal olmayan analiz yöntemini kullandığı Model 1 ve doğrusal analiz yöntemini kullandığı Model 2 ile hazırlanan kodlardan alınan grafik çıktıları arasında şaft, disk ve rulman davranışları karşılaştırılması yapılmıştır.. Bu karşılaştırma neticesinde de doğrusal olmayan analiz yönteminin kullanıldığı Model 1'in, tasarım sürecine girdi yapma konusunda daha kapsamlı yetenekler kazandırdığı grafiklerin farklı etkilere göre cevap üretmesi neticesinde tespit edilmiştir. Bu yönüyle de bu çalışma, şaft tasarımı, rotor disk kütlelerinin belirlenmesi ve rulmanların performansı açısından doğrusal olmayan etkilerin göz önünde bulundurulmasının kritik öneme sahip olduğunun tespitini yapmaktadır. Başka bir ifadeyle de Model 1,

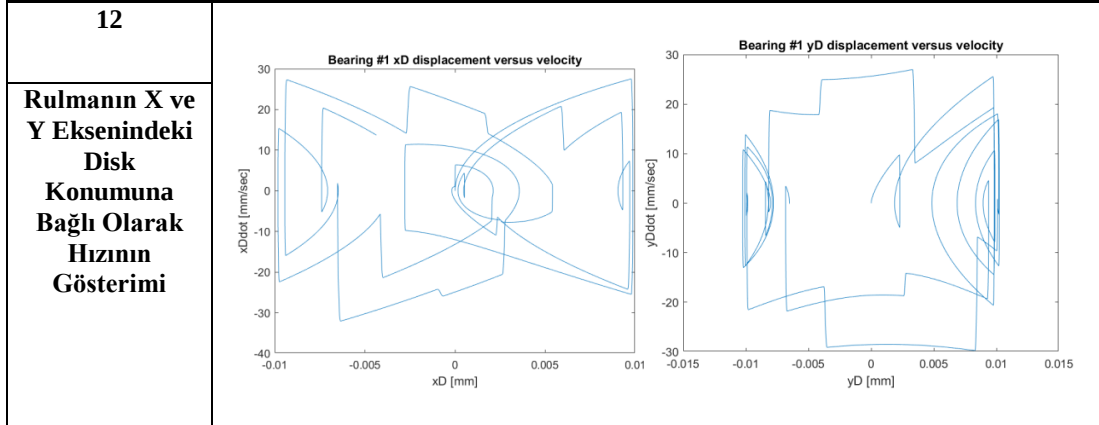
şaft, disk ve rulman sistemlerinin doğrusal olmayan etkilere verdiği tepkileri daha ayrıntılı bir şekilde analiz etmiştir.

Karşılaştırmalı sonuçlarda Model 1'in üstünlüğünü göstermesi ek olarak sahip olduğu matematiksel model sayesinde Model 2'de rastlanmayan fakat Model 1'de bulunan bazı çıktı parametreleri ve grafikleri de Çizelge 6.4'teki gibidir.

**Çizelge 6.4:** Model 2'de bulunmayan fakat Model 1'in grafik üretebildiği tasarım çıktıları.

|    |                                                                              |                                                                                     |                                                                                      |
|----|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 8  | Rulmanın Yer Değiştirmeye Bağlı Olarak Hızının Gösterimi                     |   |                                                                                      |
| 9  |                                                                              |  |                                                                                      |
| 10 | Rulmanın X ve Y Eksenindeki Ön Yatak Konumuna Bağlı Olarak Hızının Gösterimi |  |  |
| 11 |                                                                              |  |  |

**Çizelge 6.4(devam):** Model 2’de bulunmayan fakat Model 1’in grafik üretebildiği tasarım çıktıları.



Bu karşılaştırma, daha hassas sonuçlar elde edilmesini sağladığı için de motor tasarımı esnasında geliştirme test ihtiyacını önemli ölçüde azalttığı için de kritik bir yetenek kazanımı sağlamaktadır. Özellikle yüksek hızlı dönen shaft ve bilyalı rotor yatak sistemlerinde doğrusal olmayan etkilerin göz ardı edilmesi, yanlış sonuçlara ve hatalara tasarım girdilerine yol açtığı Model 2 baz alınarak hazırlanan kodun verdiği grafik sonuçları ile de saptanmıştır.

Ancak, doğrusal analiz yöntemi kullanıldığı Model 2 de tasarım sürecinin ilk adımı için temel bir başlangıç noktası sağlayabilmektedir. Doğrusal analiz, daha basit sistemler için uygundur ve bir başlangıç noktası sağlayabilir. Bu modeldeki bulgular, daha düşük hızlarda veya daha basit shaft sistemlerinde kullanılabilecek değerli bilgiler içerse de yüksek hızlarda yataklama çalışmalarıyla ilgili olarak doğrusal olmayan analiz yöntemi daha doğru bir bakış açısı sunmaktadır.

Bu çalışmada yapılan, doğrusal analiz yöntemi ve doğrusal olmayan analiz yöntemleri arasındaki karşılaştırma, disk kütlelerinin belirlenmesi, shaft tasarımı ve rulman performansını değerlendirirken hangi analiz yöntemini kullanmaları gerektiği konusunda rehberlik etmesi amaçlanmıştır. Rulman, disk ve shaft tasarımlarının mümkün olduğunca gerçek dünya koşullarına uygun bir şekilde modellenmesi ve optimize edilmesi, güvenilir ve etkili mühendislik çözümleri sunmak için büyük önem taşımaktadır. Bunun için ise doğrusal olmayan analiz yöntemi daha sağlıklı bir yöntem olarak öne çıkmıştır.



## KAYNAKLAR

- [1] Nelson, H. D. (1980). "A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory." ASME. *J. Mech. Des.* October 1980; 102(4): 793–803
- [2] J. Metsebo, N. Upadhyal, P. K. Kankar, B. R. Nana Nbandjo (2016) "Modelling of a rotor-ball bearings system using Timoshenko beam and effects of rotating shaft on their dynamics" *Journal of Mechanical Science and Technology* 30 (12) (2016) 5339~5350
- [3] Jianping, J., Guang, M., Yi, S., & SongBo, X. (2004). On the non-linear dynamic behavior of a rotor-bearing system. *Journal of sound and vibration*, 274(3-5), 1031-1044.
- [4] Shi, M., Wang, D., & Zhang, J. (2013). Nonlinear dynamic analysis of a vertical rotor-bearing system. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 27, 9-19.
- [5] Ji, Z., & Zu, J. W. (1998). Method of multiple scales for vibration analysis of rotor shaft systems with non-linear bearing pedestal model. *Journal of sound and vibration*, 218(2), 293-305.
- [6] Rotordynamic Tools, (2014) Erişim: 16 şubat 2023,  
[http://www.sit-ab.se/en/p\\_nav1.html](http://www.sit-ab.se/en/p_nav1.html)
- [7] Huai-Liang, Z. H. U. (2002). Dynamic analysis of a spatial coupled Timoshenko rotating shaft with large displacements. *Applied Mathematics and Mechanics*, 23, 1413-1420.
- [8] Boyce, M. P. (2011). *Gas turbine engineering handbook*. Elsevier.
- [9] Power Generation Systems Applications, (2016) Erişim Tarihi: 16 şubat2023,  
<http://www.powergeneration.siemens.com/products-solutions-services/>
- [10] Erich, Fredric F (1992) Handbook of Rotor dynamics, USA: McGraw-HILL, Inc
- [11] Miller, E. (2007), Spinning up Rotor Dynamics, The Focus:  
<http://www.padtinc.com/epubs/focus/default.asp>
- [12] Lund, J. W (1979), Rotor Dynamics, Denmark: Ossolineum
- [13] Rao, J.S (2006), Rotor dynamics, USA: New Age International
- [14] Swanson, Erik (2005), A Practical Review of Rotating Machinery Critical Speeds and Modes, <http://www.sandv.com/downloads/0505swan.pdf>
- [15] Meirovitch, Leonard (2001), Fundamentals of Vibrations, Singapore: McGraw-HILL, Inc

- [16] **Chen, W. R.** (2010). On the vibration and stability of spinning axially loaded pre-twisted Timoshenko beams. *Finite Elements in Analysis and Design*, 46(11), 1037-1047.
- [17] **Xiang, J., Chen, D., Chen, X., & He, Z.** (2009). A novel wavelet-based finite element method for the analysis of rotor-bearing systems. *Finite Elements in Analysis and Design*, 45(12), 908-916.
- [18] **Mukherjee, A., Rastogi, V., & Dasgupta, A.** (2009). Extension of Lagrangian–Hamiltonian mechanics for continuous systems—investigation of dynamics of a one-dimensional internally damped rotor driven through a dissipative coupling. *Nonlinear Dynamics*, 58, 107-127.
- [19] **Isaksson, John** (2000), Evaluation of Ansys’s suitability as a tool for doing advanced rotor dynamics analysis, ABB STAL Sweden
- [20] **Samuelsson, J.** (2009) *Rotordynamic Analysis of 3D Modeled Gas Turbine Rotor in Ansys* (Yüksek Lisans Tezi) Linköping University, Dept of Management and Engineering
- [21] **Akdağ, F. Boztepe B.** (2022). *Dört Nokta Temaslı Parametrik rulman Modeli Tasarımı ve Rotordinamiği Analizi* (İstanbul Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.
- [22] **Çakmak Onur.** (2010). *Modelling and Analysis of Rotor-Ball Bearing Systems*, (Yüksek Lisans tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.
- [23] **Tiwari, M., Gupta, K., & Prakash, O.** (2000). Effect of radial internal clearance of a ball bearing on the dynamics of a balanced horizontal rotor. *Journal of sound and vibration*, 238(5), 723-756.
- [24] **Tiwari, M., Gupta, K., & Prakash, O.** (2000). Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings. *Journal of sound and vibration*, 238(5), 757-779.
- [25] **Harsha, S. P.** (2006). Nonlinear dynamic response of a balanced rotor supported by rolling element bearings due to radial internal clearance effect. *Mechanism and Machine Theory*, 41(6), 688-706.
- [26] **Fukata, S., Gad, E. H., Kondou, T., Ayabe, T., & Tamura, H.** (1985). On the radial vibration of ball bearings: computer simulation. *Bulletin of JSME*, 28(239), 899-904.
- [27] **Kankar, P. K., Sharma, S. C., & Harsha, S. P.** (2012). Nonlinear vibration signature analysis of a high speed rotor bearing system due to race imperfection.
- [28] **Mutlu, Ö.** (2015). Küçük ölçekli turbo jet motor modellemesi ve kontrolü. *Master Thesis*.
- [29] **Çubuğuzun, T.** (2006). Gaz türbinli gemilerde ekserji ve termodinamik analiz. <http://dspace.yildiz.edu.tr/xmlui/bitstream/handle/1/2759/0028346.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- [30] **Turan, Ö.** (2017). Füzelerde Kullanılan Küçük Bir Gaz Türbinli Motorun Deney Düzenegi, Testi ve Performans Ölçümü. *Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 6(2), 717-728.

- [31] Gürsoy, R. (2018). *Kompresörlerde volumetrik verim analizinin deneysel ve teorik olarak incelenmesi* (Master's thesis, Bursa Uludağ Üniversitesi). <https://acikerisim.uludag.edu.tr/bitstream/11452/953/1/540739.pdf>
- [32] **Turbo Jet Motorlar** (2014) Erişim: 16 Şubat 2023, <https://erhandilaver.blogspot.com/2014/12/turbojet.html>
- [33] Şöhret, Y., & Karakoç, T. H. (2014). Gaz türbinli uçak motorlarının termodinamik modellenmesi. *Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 1(2), 29-36. <https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/207522>
- [34] Birkan, D. (2002). *Rotorlarda Eksen Kaçıklığının Modellenmesi Ve Etkileri* (Doctoral dissertation, Fen Bilimleri Enstitüsü). <https://polen.itu.edu.tr:8443/server/api/core/bitstreams/e37c7116-08a1-42ca-9369-203b5d4a0c23/content>
- [35] Foroozan, Z., & Árpád, V. (2017). Aerodynamic Redesign and Analysis of a Research Jet Engine–Virtual Prototyping of Gas Turbine Components. *Repüléstudományi Közlemények*, 29(2), 309-330.
- [36] **Aircraft Turbine Engine and Entrance and Inlet Types** (2023) Erişim Tarihi: 21 Şubat 2023, <https://www.aircraftsystemstech.com/p/air-entrance.html>
- [37] **Tepki ile Tahrik** (2009) Erişim Tarihi: 21 Şubat 2023, <https://web.itu.edu.tr/~yuceil/teaching/uck421/uck421-week2.pdf>
- [38] **Compressor Case from Turbojet**, (2011) Erişim Tarihi: 25 Şubat 2023, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Compressor\\_case\\_from\\_turbojet.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Compressor_case_from_turbojet.jpg)
- [39] **Combustion Chamber**, (2022) Erişim Tarihi: 25 Şubat 2023, <https://www.viewtech.com/glossary/combustion-chamber/>
- [40] **Türbin Parça ve Modül Üretimi**, (2022) Erişim Tarihi: 25 Şubat 2023, <https://www.tei.com.tr/faaliyet-alanlari/parca-ve-modul-uretimi>
- [41] **Rulman**, (2023) Erişim Tarihi: 4 Mart 2023 <https://www.skf.com/uk/products/rolling-bearings/ball-bearings/deep-groove-ball-bearings/productid-6000-2RSH>
- [42] Steenekamp, N., & Swart, A. J. (2020). An Innovative Jig to Test Mechanical Bearings Exposed to High Voltage Electrical Current Discharges. *3C Tecnologia*, 195-215.
- [43] **General Thrust Equation**, (2010) 10 Mart 2023 [https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/VirtualAero/BottleRocket/airplane/thrsteq.html#:~:text=The%20force%20\(thrust\)%20is%20equal,times%20the%20free%20stream%20velocity.](https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/VirtualAero/BottleRocket/airplane/thrsteq.html#:~:text=The%20force%20(thrust)%20is%20equal,times%20the%20free%20stream%20velocity.)



## **ÖZGEÇMİŞ**

**Ad-Soyad** : **Yiğit Can Eren**

### **ÖĞRENİM DURUMU:**

- **Lisans** : 2019, İstanbul Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, İmalat Mühendisliği Programı

