

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ROTORLARDA EKSEN KAÇIKLIĞININ
MODELLENMESİ VE ETKİLERİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Deniz BİRKAN**

Anabilim Dalı : MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ

Program : MAKİNA TEORİSİ VE KONTROL

TEMMUZ 2002

**ROTORLARDA EKSEN KAÇIKLIĞININ
MODELLENMESİ VE ETKİLERİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Mak. Müh. Deniz BİRKAN
(503991043)

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Haziran 2002
Tezin Savunulduğu Tarih : 1 Temmuz 2002

Tez Danışmanı : Prof. Dr. H. Tanel BELEK
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Metin GÜRGÖZE
Prof. Dr. Ömer TÜRKEY (BÜ)

TEMMUZ 2002

ÖNSÖZ

Günümüzde döndü rakınlar, ev aksesuarlarından uzay araçlarına kadar çok geniş bir alanda hizmet vermektedirler. Hava araçlarında, askeri ekipmanda ve turbo jeneratörlerdeki gibi bazı kullanılan malarialarında oluşabilecek bir problem çok yüksek noktalarda oran minaliyetinin doğması na neden olacak, daha da önemlisi insan hayatını riske atacaktır. Bu nedenlerden dolayı, döndü rakınlarında, rotaların dinamik davranışlarının incedenmesi ve bunlar hakkında bilgi sahibi dınması çok önemlidir.

Öğreni m hayatı m boyunca bana maddi, manevi yardı m ve desteklerini sunan aile me, bu tezi hazırlama m sırasında bana değerli görüşleriyle yol gösteren danış man hocam Prof. Dr. H. Temel Belek'e, tezi hazırlama m sırasında desteklerini esirge meyen kürsü arkadaşları m Araş. Gör. Kaan Altay'a, Araş. Gör. M. k. Y. M. h. Orhan Çakar'a, tezi mın yazı mında benden desteklerini esirge meyen Tek. M. h. Emel Ünal'a, Araş. Gör. M. k. Y. M. h. Ali İ nre Aydeniz'e, ve M. k. M. h. M. Er dem Levent'e teşekkür ederim

Temmuz 2002

Deniz BİRKAN

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
SEMBOL LİSTESİ	ix
ÖZET	xi
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. Şaft Eksen Kaçıklığı ve Esnek Kavramalar	2
1.1.1. Eksen kaçıklığı	2
1.1.2. Kavramalar	3
1.2. Literatür Araştırması	8
1.3. Çalışmanın Amacı ve İçeriği	8
2. TEORİK ESASLAR	10
2.1. Sistemin Matematik Modeli	10
2.1.1. Sönüm jiroskopik ve devir hızının etkileri	11
2.1.2. Temel kabuller	12
2.2. Teorik Esaslar	13
2.2.1. Şaft elemanının kütle matrisinin elde edilmesi	15
2.2.2. Şaft elemanın direngenlik Matrisinin elde edilmesi	19
2.2.3. Diskin modellenmesi	22
2.2.4. Kütle dengesizliğinden kaynaklanan kuvvetler	23
2.2.5. Şaft eksen kaçıklığı nedeniyle oluşan moment	25
2.2.6. Kütle dengesizliği ve eksen kaçıklığından kaynaklanan kuvvet ve moment	30
2.2.6.1. Dengesizlik Kuvveti Bleşeni	30
2.2.6.2. Moment Bleşenleri	32
3. HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ	35
3.1. Kritik Hızlar	35
3.2. Dengesizlik Cevabı	36
3.3. Şaft Eksen Kaçıklığının Kuvvet Cevabı	37
3.4. Eksen Kaçıklığı ve Kütle Dengesizliğinin Kuvvet Cevabı	38
3.5. Bilgisayar Program	40
3.6. Sayısal Hesaplamalar	41
3.6.1. Sonlu elemanlar modeli	41
3.6.2. Hızlı fourier dönüşümü analizi	41
4. SONUÇLAR VE SONUÇLARIN İRDELENMESİ	44
4.1. Dengesizlik Cevabı	44
4.2. Şaft Eksen Kaçıklığı Cevabı	45
4.3. Dengesizlik ve Eksen Kaçıklığı Cevabı	46

5. YORUMLAR	49
5.1. Bu Konuda Yapılabilecek Diğer Çalışmalar	50
KAYNAKLAR	52
EKLER	54
EK A	54
EK B	74
EK C	78
EK D	82
ÖZGEÇMİŞ	88

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo B1 Şaft elemanları (1. konfigürasyon)	74
Tablo B2 Disk elemanı (1. konfigürasyon)	74
Tablo B3 Şaft elemanları (2. konfigürasyon)	75
Tablo B4 Disk elemanı (2. konfigürasyon)	75
Tablo B5 Şaft elemanları (3. konfigürasyon)	76
Tablo B6 Disk elemanı (3. konfigürasyon)	76
Tablo B7 Şaft elemanları (4. konfigürasyon)	77
Tablo B8 Disk elemanı (4. konfigürasyon)	77

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 : Eksen kaçıklığı tipleri	3
Şekil 1.2 : Diskli rijit kavrama	5
Şekil 1.3 : Kardan kavraması	5
Şekil 1.4 : Elektro manyetik komandalı kavrama	6
Şekil 1.5 : Kesme pini emniyet kavraması	6
Şekil 1.6 : Bilyalı ilk hareket kavraması	7
Şekil 1.7 : Makaralı tek yönlü kavrama	7
Şekil 2.1 : Motor-esnek kavrama-rotor sistemi	10
Şekil 2.2 : Rotorun sonlu elemanlar modeli	11
Şekil 2.3 : Şaft sonlu elemanlarının yerel koordinatları	13
Şekil 2.4 : Kütle dengesi ziliğine sahip sistem	24
Şekil 2.5 : Kütle dengesi ziliği	24
Şekil 2.6 : Eksen kaçıklığına sahip sistemin şematik gösterilişi	26
Şekil 2.7 : Moment bileşenleri	27
Şekil 2.8 : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesi ziliğine sahip sistem	31
Şekil 2.9 : Kütle dengesi ziliği kuvveti bileşenleri	31
Şekil 3.1 : MATLAB de yazılan programın algoritması	43
Şekil A.1 : Disk ve kütle dengesi ziliği 1. konfigürasyonda	54
Şekil A.2 : Disk ve kütle dengesi ziliği 2. konfigürasyonda	54
Şekil A.3 : Disk ve kütle dengesi ziliği 3. konfigürasyonda	54
Şekil A.4 : Disk ve kütle dengesi ziliği 4. konfigürasyonda	54
Şekil A.5 : Dengesizlik cevabı $\Omega=30,30$ Hz, $m_e=410,444$ g mm disk ve kütle dengesi ziliği 1. konfigürasyonda, sönüm ve jiroskobik etkiler ihmal edilmiş	55
Şekil A.6 : Dengesizlik cevabı $\Omega=30,30$ Hz, $m_e=410,444$ g mm disk ve kütle dengesi ziliği 1. konfigürasyonda	55
Şekil A.7 : Dengesizlik cevabı $\Omega=30,30$ Hz, $m_e=410,444$ g mm disk ve kütle dengesi ziliği 1. konfigürasyonda	56
Şekil A.8 : Eksen kaçıklığı cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliği 1. konfigürasyonda, sönüm ve jiroskobik etkiler ihmal edilmiş	56
Şekil A.9 : Eksen kaçıklığı cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliği 1. konfigürasyonda, sönüm ve jiroskobik etkiler ihmal edilmiş	57
Şekil A.10 : Eksen kaçıklığı cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliği 1. konfigürasyonda	57
Şekil A.11 : Eksen kaçıklığı cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliği 1. konfigürasyonda	58
Şekil A.12 : Eksen kaçıklığı cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliği 1. konfigürasyonda	58

- Şekil A13** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda, sönüm ve jiroskobik etkiler ihmal edilmiş 59
- Şekil A14** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda 59
- Şekil A15** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda, sönüm ve jiroskobik etkiler ihmal edilmiş 60
- Şekil A16** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda, sönüm ve jiroskobik etkiler ihmal edilmiş 60
- Şekil A17** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda 61
- Şekil A18** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda 61
- Şekil A19** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 2. konfigürasyonda 62
- Şekil A20** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 2. konfigürasyonda 63
- Şekil A21** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 3. konfigürasyonda 64
- Şekil A22** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 3. konfigürasyonda 65
- Şekil A23** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 4. konfigürasyonda 66
- Şekil A24** : Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 4. konfigürasyonda 67
- Şekil A25** : 5. düğüm noktası x etrafındaki dönme serbestlik derecesini n eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda 68
- Şekil A26** : 7. düğüm noktası x etrafındaki dönme serbestlik derecesini n eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ g mm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda 68
- Şekil A27** : Rotor ve diskin 1. konfigürasyonda olması durumunda maksimum genliğinin α ve β ile değişimi ($\Omega=30,71$ Hz $m_e=410,444$ g mm) 69
- Şekil A28** : Rotor ve diskin 1. konfigürasyonda olması durumunda maksimum genliğinin α ve β ile değişimi ($\Omega=30,71$ Hz $m_e=266,429$ g mm) 70

- Şekil A29** : Rotor ve diskin 2. konfigürasyonda ol nası durumunda maksi mum genli ğ n α ve β ile de ğ i ş ini ($\Omega=30,71$ Hz $m_e=410,444$ gmm) 71
- Şekil A30** : Rotor ve diskin 3. konfigürasyonda ol nası durumunda maksi mum genli ğ n α ve β ile de ğ i ş ini ($\Omega=30,71$ Hz $m_e=410,444$ gmm) 72
- Şekil A31** : Rotor ve diskin 4. konfigürasyonda ol nası durumunda maksi mum genli ğ n α ve β ile de ğ i ş ini ($\Omega=30,71$ Hz $m_e=410,444$ gmm) 73

SEMBOL LİSTESİ

A_{2n}, B_{2n}, C, D	: Eksen kaçıklığı açısı ile ilgili parametreler
$[c]$	: Sönüm matrisi
c	: Kösünüs bileşeni
d	: Dengesizlik
$[e]$	: Dolanım matrisi
e	: Dengesizlik kütlelerinin şaft ekseninden uzaklığı
E	: Elastiklik modülü
$E_{2n}, G_{2n}, J_{2n}, I_{2n}$	: Moment katsayıları
$\{F\}$	: Kuvvet vektörü
F_0	: Eksenel kuvvet
$[g]$	: Jiroskobik matris
G	: Kayma modülü
$[I]$	: Brim matris
I_{Dx}	: Disk elemanının X eksenine göre kütle atalet momenti
I_{Dy}	: Disk elemanının Y eksenine göre polar atalet momenti
I_{Dz}	: Disk elemanının Z eksenine göre kütle atalet momenti
I_x	: Şaft elemanının X eksenine göre kütle atalet momenti
I_y	: Şaft elemanının Y eksenine göre polar atalet momenti
I_z	: Şaft elemanının Z eksenine göre kütle atalet momenti
I_R	: Rotörün polar atalet momenti
$[k]$	: Klasik katılık matrisi
k	: Eksen kaçıklığı
L	: Şaft elemanının uzunluğu
$[m]$	: Klasik kütle matrisi
m	: Rotörün kütlesi
m_1	: Dengesizlik kütlesi
M	: Motor
$M_{x,y,z}$	: Motorun tahrik momenti
$N_1(y)$	: Yer değiştirme fonksiyonu
$N_2(y)$	: Yer değiştirme fonksiyonu
$N_3(y)$	: Yer değiştirme fonksiyonu
p	: Genelleştirilmiş yer değiştirme vektörü
P	: Genelleştirilmiş genlik vektörü
R	: Rotör
s	: Sinüs bileşeni
S	: Şaft elemanının kesit alanı
T	: Kinetik enerji
$T_{x,y,z}$	: Motorun tahrik momenti
u	: X yönündeki yer değiştirme
U	: Potansiyel enerji
x, y, z	: Koordinatlar ya da yönler
w	: Z yönündeki yer değiştirme

y	: Y yönündeki yer değıştirne
α	: Eksen kaçıklığ açısı
β	: Mötör pozisyonu açısı
δ	: Düşüm noktasındaki yer değıştirne vektörü
ε	: Açısal ivne
ϕ	: Yekseni etrafındaki dönme açısı
ϕ_M	: Mötörün açısal dönmesi
ϕ_R	: Rotörün açısal dönmesi
γ	: Faz farkı
κ	: Kayıp faktörü
ν	: Poisson oranı
Ω	: Mötörün açısal hızı
θ	: Zekseni etrafındaki dönme açısı
ρ	: Şaft elemanın n yoğunluğu
ω_x	: Xekseni etrafındaki açısal dönme hızı
ω_y	: Yekseni etrafındaki açısal dönme hızı
ω_z	: Zekseni etrafındaki açısal dönme hızı
ψ	: Xekseni etrafındaki dönme açısı

ROTORLARDA EKSEN KAÇIKLIĞININ MODELLENMESİ ve ETKİLERİ

ÖZET

Dönen parçalara sahip makineler, dönel makineler olarak adlandırılırlar. Dönel makineler hem hem de tüm endüstriyel sistemlerde kullanılır. Ticari makinelerin önemli bir kısmı bu kategoriye girmektedir. Dönel makineler birkaç gramdan birkaç tona kadar değişen ağırlıklardır. Buhar türbinleri, elektrik jeneratörleri, kompresörler, güç iletim sistemleri, gaz türbinleri, içten yanmalı motorlar, ev aletlerindeki elektrik motorları dönel makinelere örnek olarak verilebilir.

Rotor dinamiği konusundaki çalışmaların ana amacı, rotordaki titreşim olayının anlaşılabilirliğinin artması böylece bu titreşimin kontrol edilmesi ya da yok edilmesi dir. Geçmiş yıllarda rotor dinamiği üzerinde bir çok çalışma yapılmasına rağmen eksen kaçıklığına sahip motor-esnek kavrama-rotor sistemleri üzerine çok az sayıda çalışma yapılmıştır. Bu yüksek lisans tezinin amacı, motor-esnek kavrama-rotor sisteminde eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliğinin neden olduğu mekanik titreşimin modellenmesi ve etkileri üzerine çalışmalar yapmaktır.

Çalışmada eksen kaçıklığına sahip rotor sistemi modellendikten sonra sistemin dinamik davranışı sonlu elemanlar yöntemi ile analiz edilmiştir. Model oluşturulurken birtakım varsayımlar yapılmıştır. Kütle dengesizliği ve shaft eksen kaçıklığı için genelleştirilmiş kuvvet vektörü sistem denkleminde kullanılarak cevap elde edildi. Yazılan bilgisayar programında sonuçlar zaman düzleminde hesaplanmıştır. Sistemin cevabının karışık olması durumunda zaman düzleminde ayrı titreşim bileşenlerini tanımlamak çok zor hale gelmektedir. Titreşimi bileşenlere ayırmanın en verimli yolu titreşim genliklerinin frekansla nasıl değiştiğini gözlemlemektir. Frekans düzleminde titreşim datalarını görmek için zaman düzlemindeki bilgileri frekans düzlemine çevirmek için Fourier dönüşümü yapılır.

Programyardımıyla değişik kütle dengesizliği ve eksen kaçıklıklarının sonuçları elde edildi. Sayısal sonuçlar ve literatürdeki deneysel sonuçlar, dengesizlik ve eksen kaçıklığının dönme hızının sırasıyla 1x, 2x katı şeklinde karakterize edilebileceğini gösterdi. Ancak, eksen kaçıklığı kuvvetinin frekansı, sistemin herhangi bir doğal frekansına yakın olmadığı zaman eksen kaçıklığı fark edilebilir. Bundan dolayı, bazı durumlarda eksen kaçıklığı görünmez ve titreşim spektrumunda belirlenmez.

MODELLING OF MISALIGNMENT ON THE ROTORS and EFFECTS

SUMMARY

Any machine with rotating components is considered to be a rotating machine. Rotating machinery is used almost every industrial system. The great majority of commercial machinery falls into this category. Rotating machines range in size from small gyroscopes weighing only a few grams to large rocket tumblers weighing several tons. Other examples of rotating machines are steam turbines, electric generators, industrial compressors, power transmission systems, gas turbine engines, combustion engines, and household electric motors.

The general purpose of study of rotor dynamic is to increase understanding of rotor vibration phenomena and thus provide a means for controlling or eliminating these vibrations. Although much progress has been made in this study of rotor dynamics over the last few decades, little work has been done to study vibrations that occur in a misaligned motor-flexible coupling-rotor system. The aim of this thesis is the modeling and analyzing of mechanical vibration due to misalignment and unbalanced mass of the motor-flexible coupling-rotor system.

In the study, after the modeling of misaligned rotor system, the behaviour dynamic of the system is analyzed by using FEM. The solution is handled by using generalized force vector due to unbalanced mass and misalignment in the system equation. In the computer programming results is computed in the time domain. In case of complex system response, determination of the individual vibration component in time domain become harder. The most efficient way of dividing vibration to its component is observing the changing of amplitude with frequency. To view the vibration data in the frequency domain, the Fourier transform is needed to convert the vibration data from time domain to frequency domain.

By using a computer program that is used the algorithm explained above, the dynamic behaviour of the system for different unbalanced mass and misalignment is calculated. Both the experimental and numerical results show that unbalance and misalignment can be characterized by $1x$ and $2x$ shaft speed, respectively. However, misalignment effects sometimes may not be apparent because the forcing frequency is not close to one of system natural frequencies. Therefore, in some cases the misalignment is hidden and cannot be identified in the vibration spectrum.

1. GİRİŞ

Bir eksen etrafında dönen parçalar içeren makineler dönel makineler olarak adlandırılır. Dönel makineler hemen hemen tüm endüstriyel sistemlerde kullanılmaktadır. Ticari makinelerin önemli bir kısmı bu kategoriye girmektedir. Dönel makineler birkaç gramdan birkaç tona kadar değişen ağırlıklardır. Buhar türbinleri, elektrik jeneratörleri, kompresörler, güç iletim sistemleri, gaz türbinleri, içten yanmalı motorlar, ev aletlerindeki elektrik motorları dönel makinelere örnek olarak verilebilir.

Endüstriyel uygulamaların çeşitliliği ve artan gereksinimleri nedeniyle dönel makinelerin teknolojisi de hızla gelişmektedir. Dönel makinelerin dinamiğini anlamak, tasarım metodolojisi geliştirme ve güvenilirliğini arttırmak, makinenin işletme verimliliği bakımından çok önemlidir.

Dönel makinelarda yüksek hızlar ve artan güç istemine paralel olarak rotor dinamiği hızla gelişmiştir ve geçen yirmi yılda çok çeşitli problemler üzerine çalışmalar yapılmıştır [1]. Rotor dinamiği konusunda birçok uluslararası kongre ile çok sayıda yayın yapılmıştır halen de yapılmaktadır [2]. Rotor dinamiği çalışmaları ve uygulamaları geçmiş yıllardan başlayarak giderek artan bir önem kazanmıştır. Adından da anlaşılacağı gibi rotor dinamiği dönel makinelerin dinamiği ile ilgilenmektedir. Buradaki dinamik kelimeleri rotorun dış kuvvetler ve atalet kuvvetleri etkisi altında davranışını ifade etmektedir. Dönel makinelerin verimliliği, ağırlığı azaltılarak ve devir hızları artırılarak geliştirilmiştir. Eski büyük hacimli makinelarda devir hızlarının düşük olması nedeniyle hasara neden olan titreşimlere daha az rastlanıyordu, ancak daha hafif makinelerin kullanılmaya başlanması ile rotor titreşimlerinin kontrolü zorunlu hale gelmiştir.

Rotor dinamiği konusundaki çalışmaların ana amacı rotordaki titreşim olayını daha iyi kavramak ve böylece bu titreşimlerin kontrol edilmesi ya da elimine edilmesini sağlamaktır. Geçmiş yıllarda rotor dinamiği üzerinde bir çok çalışma

yapılmasına rağmen eksen kaçıklığına sahip motor-esnek kavrama-rotor sistemleri üzerine yapılan çalışma sayısı fazla değildir. Xu motor-esnek kavrama-rotor sisteminde eksen kaçıklığının ve kütle dengesizliğinin neden olduğu titreşimleri tanımlayan teorik bir model üzerine çalışmalar yapmıştır [3].

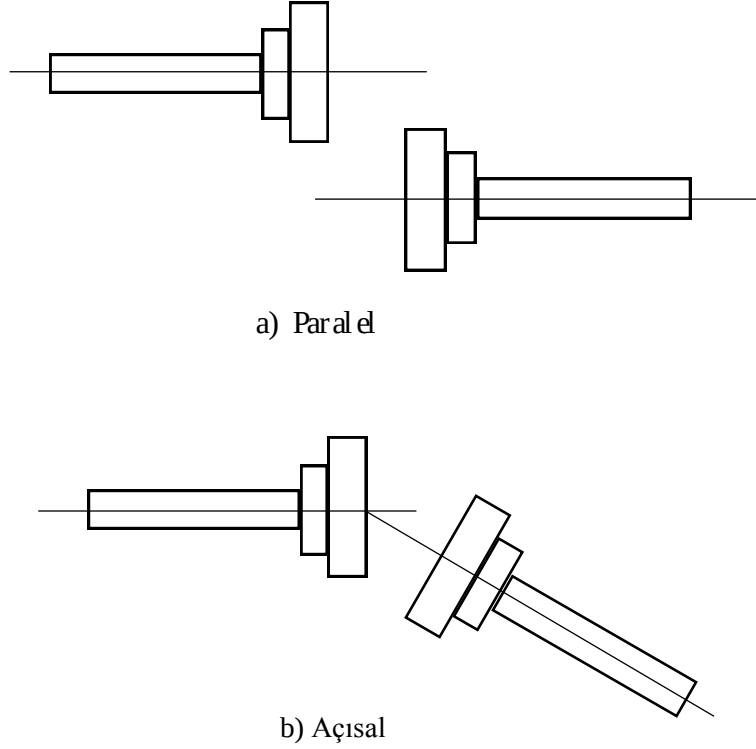
1.1. Şaftlarda Eksen Kaçıklığı ve Kavramalar

1.1.1. Eksen kaçıklığı

Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği dönel makinalardaki titreşimin iki önemli kaynağıdır. Tahrik mili ve tahrik edilen mil eksenlerinin birbiriyle tam çalışması neredeyse imkansızdır. Eksen kaçıklığı Şekil 1.1’de görüldüğü gibi paralel ve açısal olmak üzere iki farklı biçimde ortaya çıkmaktadır [4]. Genelde karşılaşılan problemlerde ise eksen kaçıklığı paralel ve açısal tiplerin birleşiminden oluşmaktadır. Aslında eksen kaçıklığı üç boyutlu bir problemdir. Şaftta ve/veya sabit parçalarda görülen açısal eksen kaçıklığı asal atalet ekseninin dönme ekseninden kaymasına neden olduğu için şaft doğrultusuna dik eksenler etrafında atalet momentlerinin oluşmasına neden olabilir.

Kuvvet ve iş makinesi şaftlarının eksenleri başlangıçta mükemmel bir biçimde hizalanmış olsa bile yataklarda üretilen ısı, makine parçalarındaki ısıl genişlemeler ya da makine parçalarının birbirine temas etmesi gibi zamanla değişen etkiler nedeniyle bu düzen zamanla bozulacaktır. Dönme gücünü açısal bir sapma olmadan iletmek mümkün olmadığından bu etkileri en aza indiren mekanik bağlama elemanları sık sık kullanılır. Bu mekanik bağlama elemanları “kavrama” olarak adlandırılır. Esnek kavramalar iki makinenin çalışmasına gereken düzgünlükte olmasa da izin verirler. Esnek kavramalar yalnız tahrik milindeki eksen kaçıklığını tolere etme kabiliyetini arttırırlar, fakat ciddi hizalama problemleri için kesin çözüm oluşturmazlar. Uygun hizalama ve kavrama seçimi ile eksen kaçıklığı minimize edilmezse aşırı eksen kaçıklığı ses ve titreşime, güç ve enerji kayıplarına, hızlı aşınmaya, yatakların ve contaların yapışmasına, dişlilerde hasara ya da bozulmaya, şaftın yorulmasına ve kavramanın bozulmasına neden olabilir. Eksen kaçıklığı gibi makine arızalarını bulma ve teşhis etme teknikleri hızla ilerleyen teknolojiye paralel olarak gelişmektedir. Titreşim ölçümlerinde kullanılan yüksek hassasiyetle ölçülebilen aletler

kar naşık titreşi msinyallerinin frekans analizini gerçek zamanda yapabil nektedir. Bununla birlikte yüksek kalitedeki aletler tek başlarına dönel maki nalar daki problemleri çözmeye yetmez. Bu tip kar naşık problemleri çözmek için tercihen fiziksel olayın arkasındaki mekanizmayı anlamak gerekir. Eksen kaçı klı ğ ından kaynaklanan mekanik titreşi mler üzerine sistematik alış malar yapıl nadan önce tahrik frekansının çeşitli katlarında görülen titreşi mlerin muhtemel nedenlerini irdeleyen açıklayıcı tablolar kullanılmaktaydı [7]. Eksen kaçı klı ğ mekanizmasının tamolarak anlaşılabil mesi için yeni alış malar a ihtiy duyul maktadır.



şekil 1.1. Eksen kaçı klı ğ tipleri

1.1.2 Kavra malar

Kavra malar bağlandıkları maki na parçalarına nazaran küçük ve ucuz ol malarına rağmen şaft sistemlerinde çok önemli elemanlardır. Kavra maların uygun kullanımının emini vurgulamak için konuyla ilgili bir örnek verilmiştir [5]. Norveç’teki bir kağıt fabrikasında bulunan bir haddelenme maki nasındaki titreşi mler nedeniyle kağıt kalınlığ değişmekteydi. Maki nadaki titreşi mlerin kaynakları belirlendi kten ve bu titreşi mler elimine edildi kten sonra sisteminde hala önemli bir titreşi m kaynağının varlığı tespit edildi. Bu titreşi mlerin frekansı devir hızının üç katına yakın olduğu için nedeni ni anlamakta gk çekiliyordu. Yapılan incele mde

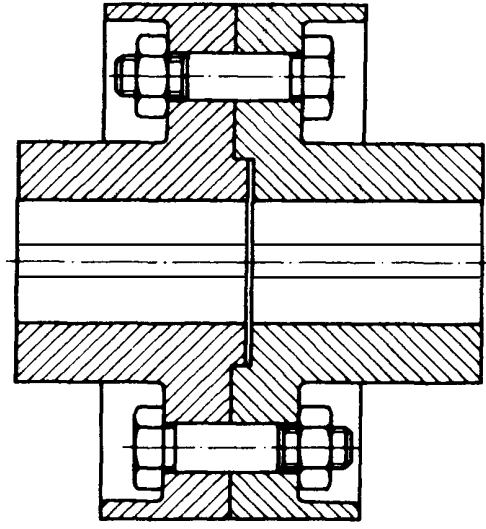
titreşim kaynağının pompanın aşınan kavramasının olduğu belirlendi, kavrama değiştirilerek titreşim ve titreşimin neden olduğu kağıt kalınlığının değişmesi sorunu giderildi. Bu çalışmalar sonucunda fabrika kağıdın hammaddet tüketimini %10 azalttı ve ürünlerini kalitesini arttırabilirdi.

İşlevlerine göre kavramalar altı kategoriye ayrılabilir [6]:

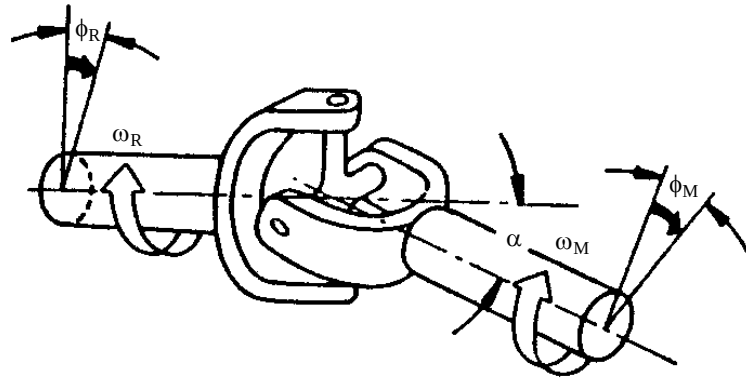
1. *Rijit kavramalar* : Bu kavramalar iki mil ucunu rijit bir şekilde birbirine bağlayan elemanlardır, Şekil 1.2. Bağladıkları mil uçlarının eksenlerini üst üste getirecek (merkezleyecek) bir yapıya sahiptir. Diskli rijit kavrama, zarflı rijit kavrama, bilezikli kavrama bu tip kavramalardandır.
2. *Dengeleme kavramaları* : Eksen kaçıklığının olduğu durumlarda kavrama ile bağlanan iki taraftan herhangi birinde sistemin özelliği nedeniyle döndürme momenti dengesini bozacak ek momentler oluşabilir. Bu momentlerin diğer tarafa azaltılarak aktarılması gereken yerlerde dengelene kavramaları kullanılır. Kardan kavraması, Şekil 1.3, sabit hız kavraması, Ol dhama kavraması, Schmidt kavraması, dişli kavrama, Kado kavraması bu tip kavramalardandır.
3. *Çözülabilen-bağlanabilen kavramalar* : Makinalarda, döndüren eleman ile döndürülen eleman arasındaki güç iletiminin kontrolü amacıyla bu kavramalar kullanılır. Şekil bağlı kavramalar, elektro manyetik kumandalı kavrama, Şekil 1.4, sürtünme bağlı kavrama, mekanik kumandalı kavrama, endüksiyon kavraması bu tip kavramalardandır.
4. *Emniyet kavramaları* : Döndürme momentine bir sınır getirmek amacıyla kullanılan kavramalardır. Bunları bir çeşit moment sigortası olarak da düşünebiliriz. Kesme pimli emniyet kavraması, Şekil 1.5, sürtünmeli emniyet kavraması, bilya mandallı emniyet kavraması bu tip kavramalardandır.
5. *İlk hareket kavramaları* : Özellikle hareketli ağır kütlelerin bulunduğu bazı makinalara da sistemleri ilk harekete geçmeleri motorları için zaman zaman sorun oluşturur. Bu gibi problemlerde motorla döndürülen makina arasında

bir ilk hareket kavraması kullanılır. Bilyalı ilk hareket kavraması, Şekil 1.6, hidrodinamik ilk hareket kavraması bu tip kavramalardandır.

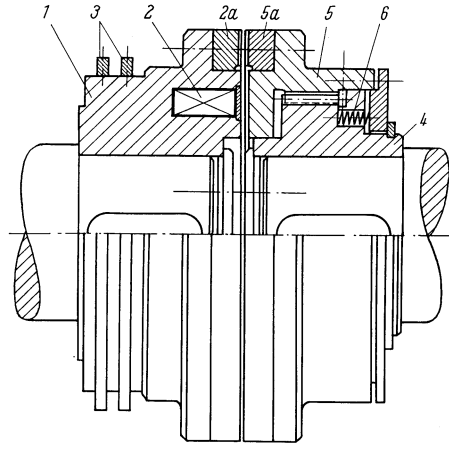
6. *Tek dönüş yönünde bağlantı sağlayan kavramalar:* Bazı uygulamalarda, döndürülen makinenin bir dönüş yönü için döndürülen taraf ile bağlantı olması, diğer dönüş yönü için ise enerji bağının kesilmesi istenir. Bu istek özel bir kavrama ile sağlanabilir. Kamlı tek yönlü kavrama, makaralı tek yönlü kavrama, Şekil 1.7, bu tip kavramalardandır.



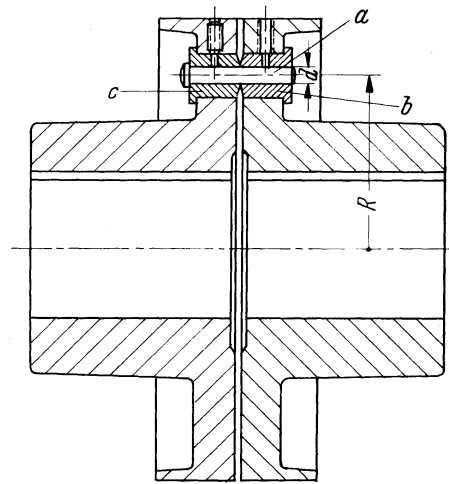
Şekil 1.2 Diskli rijit kavrama



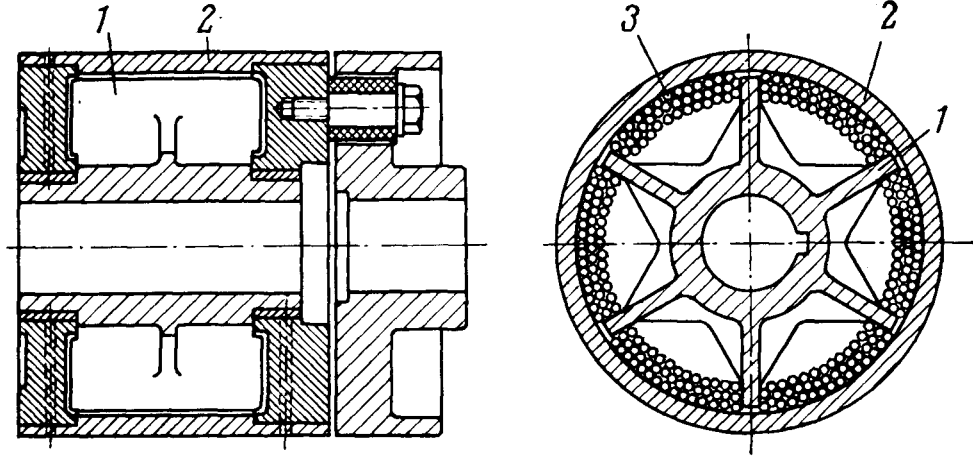
Şekil 1.3 Kardan kavraması



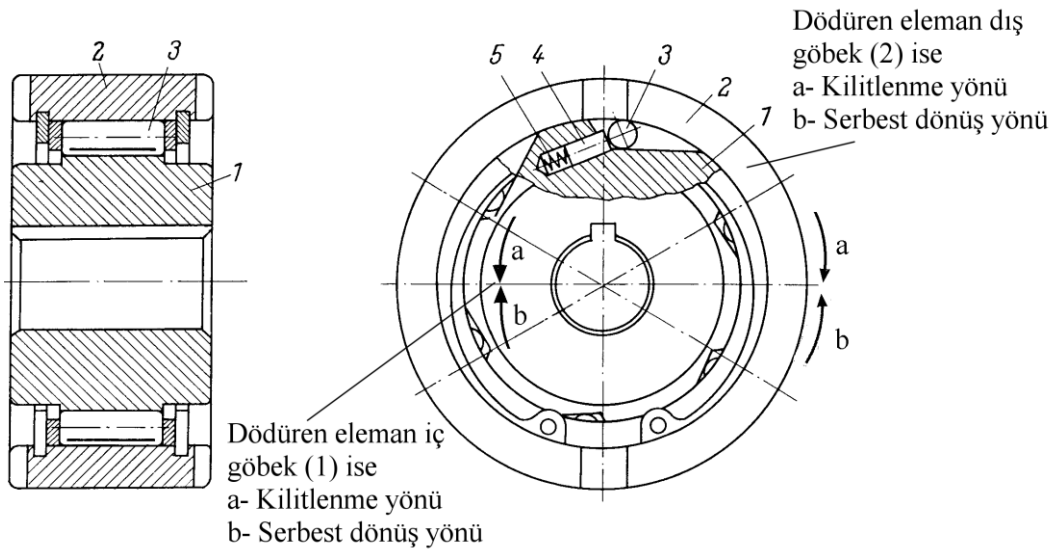
Şekil 1.4. Elektro manyetik kumandalı kavrama



Şekil 1.5. Kesme pinli emiyet kavraması



Şekil 1.6 Bilyalı ilk hareket kavraması



Şekil 1.7. Mıknaralı tek yönlü kavrama

1.2 Literatür araştırması

Kardan kavraması ile tahrik edilen şaftın devir hızının katlarındaki frekanslarda titreşimi yaptığı gözlenmiştir. Rosenberg [8], kardan kavramasının tek sayı katlarındaki titreşimlerini incelemiş ve kardan kavramasının açılma durumunun dönen şaftlardaki eğilme kararlılığına etkisi üzerine araştırmalar yapmıştır. Porat [9], kardan kavramasının ilettiği momentlerin hesaplanması için formler geliştirmiştir. Statik sistemde sürtünme, atalet ve elastik kuvvetlerinin olduğu varsayımına dayanarak bu formleri türetmiştir. Oka ve Kato [10], kardan kavramasının çift sayı katlarındaki titreşimlerini incelemişlerdir. Analitik sonuçlar tahrik edilen şafta direnç momenti uygulandığı zaman ikinci bir eğilme momentin devir hızının çift sayı katlarında titreşimlere neden olduğunu göstermiştir. Tahrik şaftı sistemin doğal frekansının çift katında bir açılma hızı ile döndüğünde tahrik edilen şaft ve rotor sisteminin rezonansa girdiği görülür. Kato ve arkadaşları [11], kardan kavramasıyla tahrik edilen şaftın eğilme ve burulma titreşim çiftleri üzerine çalışmalar yapmıştır. Iwatsubo ve Saito [12], kardan kavramasıyla tahrik edilen rotor sistemindeki enine titreşimleri incelemiştir. Bu çalışmada tahrik edilen şaftın dönme hızının sabit olduğu varsayılmıştır.

1.3 Çalışmanın Amacı ve İçeriği

Bu çalışmanın amacı, motor-esnek kavrama-rotor sisteminde, Şekil 2.1, eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliğinin neden olduğu mekanik titreşimleri basit bir biçimde modellenmek ve eksen kaçıklığının etkilerini araştırmaktır. Çalışmada ele alınan sistem sonlu elemanlar metoduyla modellenmiştir. Kardan kavraması etkisi noktasal olarak modele dahil edilmiştir. Çalışmada kullanılan modelin daha gerçekçi olması amacıyla iç sönüm ve jiroskobik etkiler göz önüne alınmıştır. Elde edilen model yardımıyla eksen kaçıklığının ve disk konumunun kavrama noktasından uzaklığına göre değişiminin titreşimlere olan etkileri incelenmiştir.

Bu çalışma beş bölümden oluşmaktadır. Bölüm 2’de sistemin teorik modelinin elde edilmesi anlatılmaktadır. Öncelikle modelle ilgili basit kabuller yapılmıştır. Daha sonra sistem çeşitli elemanlara ayrılmıştır. Bu elemanların her biri için kütle, jiroskobik ve katılık matrisleri elde edilmiştir. Kütle dengesizliğinin ve eksen

kaçıklığının ayrı ayrı veya birlikte etki ettiği durumlarda sisteme etki eden kuvvet ve moment bileşenleri hesaplanmıştır. Bölüm 3’de hareket denklemlerinin çözümü anlatılmaktadır. Bu bölümde kütle dengesizliği ve eksen kaçıklığı kuvvetlerinin ayrı ayrı veya birlikte etki ettiği durumlar için sistemdenklemlerinin nümerik çözümlerinin nasıl elde edileceği gösterilmiştir. Çözümü elde etmek için kullanılan bilgisayar programının algoritması verilmiştir. Sistemin sonlu elemanlar modelinden ve frekans spektrumunu elde etmek için kullanılan hızlı Fourier dönüşümünden bahsedilmiştir. Bölüm 4’de nümerik çözümler elde edilmekte ve irdelenmektedir. Bu bölümde kütle dengesizliğinin ve eksen kaçıklığının ayrı ayrı ve birlikte etki ettiği durumlar için frekans spektrumları, genlik grafikleri elde edilmiş; literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bölüm 5’de sonuçlarla ilgili yorumlar yapılmış, gelecekte ele alınan konu üzerinde yapılabilecek çalışmalar anlatılmıştır.

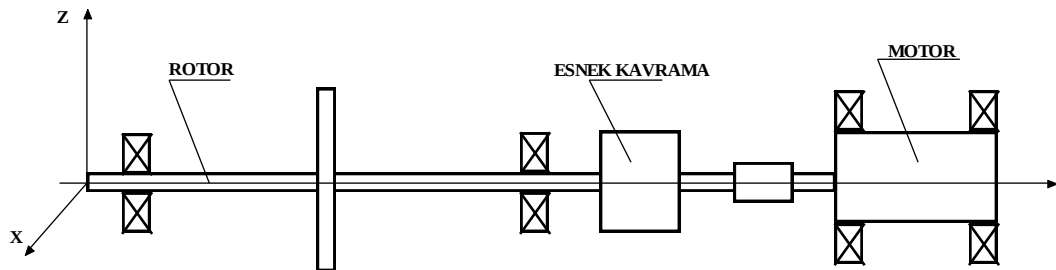
2. TEORİK ESASLAR

2.1. Sistemin Matematik Modeli

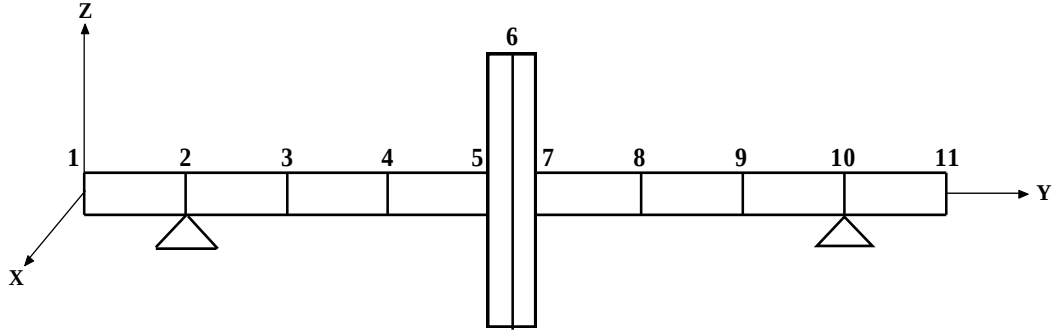
Bu tez çalışması kapsamında incelenen rotor sistemi Şekil 2.1’de gösterilmiştir. Rotor birbiriyle özdeş, iki adet bilyalı yatak üzerine oturmaktadır. Rotorun sonlu eleman modeli, Şekil 2.2’de gösterilmiştir. Sonlu elemanlar modelinin üstünde gösterilen numaralar, parçaların düğüm noktalarını göstermektedir. Böyle bir rotor sisteminde, sistemin kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri yazılıp sisteme etki eden dış kuvvetler belirlendikten sonra Lagrange denklemleri uygulanırsa sistemin hareket denklemi mutlak koordinat sisteminde aşağıdaki gibi elde edilir [13].

$$[m]\{\ddot{p}\} + ([c] + [g])\{\dot{p}\} + ([k] + [e])\{p\} = \{F\} \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $[m]$, $[c]$ ve $[k]$ sırasıyla simetrik kütle, sönüm ve direngenlik matrisleri, $[g]$ ve $[e]$ ise anti-simetrik jiroskobik ve dolanım (circulatory) matrisleri, $\{p\}$ ve $\{F\}$ ise sistemin serbestlik derecelerini içeren vektör ile sisteme etkiyen dış kuvvetler vektörleridir. Bu matrislerin fiziksel örnekleri, Inman [14], Lalanne ve Ferraris [15], gibi titreşim ve rotor dinamiği kitaplarında yer almaktadır.



Şekil 2.1. Motor-esnek kavrama-rotor sistemi



Şekil 2.2 Rotorun sonlu elemanlar modeli

2.1.1. Sönüm, jiroskobik ve devir hızının etkileri

Rotor dinamiğinde, sönüm etkileri genellikle iç ve dış sönüm etkileri olmak üzere iki gruba ayrılır. İç sönüm, histeritik sönüm ve kuru (Coulomb) sönüm olmak üzere temel sönüm modelinden oluşmaktadır. Histeritik sönüm çoğunlukla malzeme içerisindeki histeritik kuvvetler sebebiyet vermektedir. Elastik şaftta meydana gelen deformasyonlar rotor sisteminde histeritik kuvvetlerin oluşmasına neden olmaktadır. Rotorda meydana gelen deformasyonlar sırasında, rotor parçalarının temas yüzeylerinde kuru sürtünmeler de oluşur. Kuru sürtünmeye örnek olarak, şaft ve disk göbeği, rotor dişli yolları ve içerisindeki dişliler arasındaki sürtünme gösterilebilir. İç sönümün doğası biraz karışıktır ve hala tam olarak anlaşılmamıştır. Elde edilen sonuçlar, iç sönümün rotor sistemleri üzerinde kararsız etki oluşturduğunu ve alt senkron hızlarında dolanım kararsızlığına neden olduğunu göstermektedir [16].

Diğer taraftan, dış sönüm enerji kaybı ile yakından ilişkilidir ve rotor sistemlerinde kararlı kuvvetler oluşturur. Dış sönümün iki önemli türü, sıvı ve yatak sönümüdür. Sıvı sönümü, rotorun dönüşü sırasında çevresinde oluşur. Örnek olarak, rotorun etrafındaki havanın neden olduğu sönüm verilebilir. Yataklardaki yağ tabakası ve sızdırmazlık elemanları tarafından oluşturulan hidrodynamic kuvvetler yatak sönümüne neden olmaktadır. Rotor sistemlerinde en belirgin sönümleme yatak sönümlemesidir. Genellikle, yatak sönümlemesi ve direngenliği, asimetriye ve devir hızına bağlıdır. Yatak sönümlemesi ve direngenliğinin, rotor dinamiği performansı ve özellikle de kararlılık üzerinde çok büyük etkileri vardır.

Diskin dönüş ekseninin yön değiştirmemiş şaftın merkez eksen ile çakışması veya paralel olması durumunda jirokobik etkiler oluşur. Jirokobik etkiler, ankastre rotor diskli veya esnek yataklar üzerindeki uzun rijit rotorlu şaftlarda belirgin olarak gözükür [17-18]. Jirokobik momentlerin etkisi, şaftın katılaşması ve kritik hızın artması şeklindedir [19]. Bunun yanı sıra jirokobik etkiler yüksek hızlardaki dolanım frekansını da değiştirebilir [20].

Dolanım etkisi anti-simetrik direngenlik matrisi ile tanımlanmıştır [13]. Dolanım etkilerinin rotor dinamiği üzerindeki etkileri henüz tam olarak anlaşılmıştır. Ortaya çıkan sonuçlar, dolanım etkilerinin iç sönüm ve kanat ucu boşluğundaki eksantrikliğe bağlı olarak oluşan aerodinamik çapraz-kavrama kuvvetleri (Alford's kuvveti) nedeniyle oluştuğunu göstermektedir [21].

Model, tüm iç sönüm dış sönüm jirokobik ve dolanım etkilerinin dahil edilmesi ortaya kompleks bir özdeğer problemi çıkarmaktadır. Bundan başka, bu etkiler genellikle şaftın dönme hızına bağlıdır. Pek çok durumda model basitleştirilerek hızdan bağımsız özdeğer problemi şekline dönüştürülür. Bu durumda, modelin temel dinamik karakteristikleri korunur.

2.1.2 Temel kabuller

Eksen kaçıklığı etkisi üzerinde çalışmak için, aşağıdaki kabullere dayalı basitleştirilmiş teorik bir model oluşturulmuştur [3]:

1. Kardan kavraması etkisi, şaftın eksenel kaçıklığının hesaba katılması için noktasal olarak modele dahil edilmiştir. Şaftın eksen kaçıklığını tanımlamak için eksen kaçıklığı açısı ve motor pozisyonu açısı tanımlanmıştır.
2. Eksen kaçıklığının olması durumunda, motorun açısal hızı sabit kalmasına rağmen momenti zaman içerisinde değişmektedir.
3. Rotor sistemlerinde bilyalı yatak kullanılmasından dolayı yataklardaki sönüm ve sürtünme etkileri ihmal edilebilir.
4. Rulmanların direngenliği eğilime maruz şafta kıyasla çok fazla olduğu için rulmanın rijit mesnet gibi davrandığı kabul edilebilir.

5. Sistemde iç sönümün olduğu kabul edilebilir.

Bu basit kabullerle, bir elemanın hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

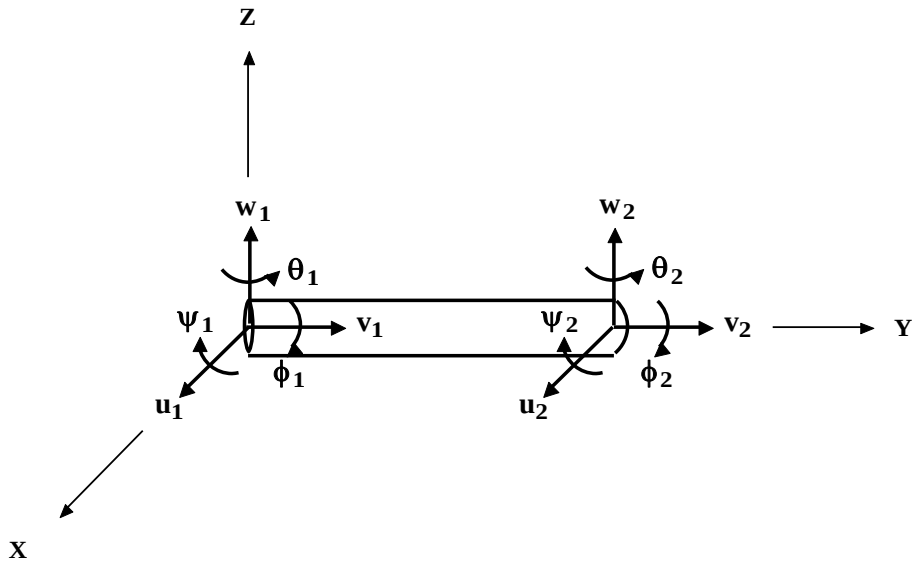
$$[m]\{\ddot{p}\} + ([c] + [g])\{\dot{p}\} + [k]\{p\} = \{F\} \quad (2.2)$$

(2.2) denklemiindeki $[c]$ sönüm matrisi sistemdeki sönümün oransal sönüm olduğu kabul üle aşağıdaki şekilde ifade edilebilir [23].

$$[c] = \kappa [k] \quad (2.3)$$

(2.3) denklemiindeki κ kayıp faktörüdür.

Rotör kuvvet vektörü $\{F\}$ 'in kütle dengesi ziliğinin ve eksen kaçıklığının ayrı ayrı veya birlikte etki ettiği durumlar için değişik formları vardır.



Şekil 2.3. Şaft sonlu elemanının yerel koordinatları

2.2 Teorik Esaslar

Bu çalışmada, şaft kesit alanı sabit olan bir kiriş olarak modellenmiştir. Bu şaft belli sayıda sonlu elemanlara bölünmüştür. Her bir eleman (Şekil 2.3), 2 adet düğüm

noktasına sahiptir. Bu durumda toplam 6 adet yer değiştirme ve 6 adet dönme içeren 12x12'lik matrisler elde edilecektir. Burada söz edilen yer değiştirme ve dönmeler arasındaki bağıntı şu şekilde verilebilir:

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.4)$$

$$\psi = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.5)$$

Düğüm noktasındaki yer değiştirme vektörü,

$$\delta = [u_1, v_1, w_1, \theta_1, \phi_1, \psi_1, u_2, v_2, w_2, \theta_2, \phi_2, \psi_2]^T \quad (2.6)$$

olarak tanımlanır.

Düğüm noktasındaki yer değiştirme vektörü, X, Y ve Z yönlerindeki hareketleri temsil eden δu , δv ve δw yer değiştirmelerini de içermektedir. Bunlar:

$$\delta u = [u_1, \psi_1, u_2, \psi_2]^T \quad (2.7)$$

$$\delta v = [v_1, v_2]^T \quad (2.8)$$

$$\delta w = [w_1, \theta_1, w_2, \theta_2]^T \quad (2.9)$$

olarak belirtilmiştir.

Her bir sonlu elemanın kendi içindeki deformasyon alanı,

$$u = N_1(y)\delta u \quad (2.10)$$

$$v = N_2(y)\delta v \quad (2.11)$$

$$w=N_3(y)\delta w \quad (2.12)$$

denklemleri ile verilmiştir. Bu eşitliklerde; $N_1(y)$, $N_2(y)$ ve $N_3(y)$ ifadeleri eğilme zorlanmasındaki bir kirişin, şekil değiştirme fonksiyonları olarak tanımlanmaktadır ve aşağıda verilmiştir.

$$N_1(y)=\left[1-\frac{3y^2}{L^2}+\frac{2y^3}{L^3}; -y+\frac{2y^2}{L}-\frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2}-\frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L}-\frac{y^3}{L^2}\right] \quad (2.13)$$

$$N_2(y)=\left[1-\frac{y}{L}; \frac{y}{L}\right] \quad (2.14)$$

$$N_3(y)=\left[1-\frac{3y^2}{L^2}+\frac{2y^3}{L^3}; y-\frac{2y^2}{L}+\frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2}-\frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L}+\frac{y^3}{L^2}\right] \quad (2.15)$$

2.2.1. Şaft elemanın kütle matrisinin elde edilmesi

Bir şaftın kinetik enerjisi, genel halde aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$T_{\text{şaft}} = \frac{\rho S}{2} \int_0^L (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dy + \frac{\rho S}{2} \int_0^L (\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) dy + \rho I L \Omega^2 + 2\rho I \Omega \int_0^L \dot{\psi} \dot{\theta} dy \quad (2.16)$$

(2.13), (2.14) ve (2.15) nolu denklemleri ve bunların türevlerini (2.16) nolu kinetik enerji denkleminde yerine koyarsak,

$$T_{\text{şaft}} = \frac{\rho S}{2} \int_0^L \left[\delta \dot{u}^T N_1^T N_1 \delta \dot{u} + \delta \dot{v}^T N_2^T N_2 \delta \dot{v} + \delta \dot{w}^T N_3^T N_3 \delta \dot{w} \right] dy + \frac{\rho I}{2} \int_0^L \left[\delta \dot{\psi}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta \dot{\psi} + \delta \dot{\psi}^T \frac{dN_3^T}{dy} \frac{dN_3}{dy} \delta \dot{\psi} \right] dy - 2\rho I \Omega \int_0^L \delta \dot{\psi}^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_3}{dy} \delta w dy + \rho I L \Omega^2 \quad (2.17)$$

denklemini elde edilir. (2 17) denklemindeki integral işlemleri sonucunda

$$T_{\text{saft}} = \frac{1}{2} \delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_1 \delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_2 \delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_3 \delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_4 \delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_5 \delta \mathbf{x} + \Omega \delta \mathbf{x}^T \mathbf{M}_6 \delta \mathbf{x} + \rho I L \Omega^2 \quad (2 18)$$

elde edilir.

(2 18) nolu denkleminde görülen $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$ ve $\mathbf{M}_3$ matrisleri klasik kütle matrisleridir. $\mathbf{M}_4$ ve $\mathbf{M}_5$ matrisleri dönел atalet momentinin ikinci etkilerini verir. $\mathbf{M}_6$ ise jiroskobik etkiyi temsil eder. Bir sabit olan son teri ise bundan sonra dikkate alınmayacaktır.

Bildiği gibi Lagrange denklemleri aşağıdaki şekilde verilmektedir:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} + \frac{\partial U}{\partial \delta} = F_{\delta} \quad (2 19)$$

Şaftın kinetik enerjisi ile ilgili terimi (2 19) nolu Lagrange denkleminde kullanıldığında,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = (\mathbf{M} + \mathbf{M}_s) \ddot{\delta} + \mathbf{G} \delta \quad (2 20)$$

elde edilir. $\mathbf{M}$ matrisi $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$ ve $\mathbf{M}_3$ matrislerinden, $\mathbf{M}_s$ matrisi $\mathbf{M}_4$ ve $\mathbf{M}_5$ matrislerinden, $\mathbf{G}$ ise $\mathbf{M}_6$ matrisinden oluşmaktadır.

(2 17) denklemindeki integraller alındığında $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$, $\mathbf{M}_3$, $\mathbf{M}_4$, $\mathbf{M}_5$ ve $\mathbf{M}_6$ matrisleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\mathbf{M}_1 = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22L & 54 & 13L \\ -22L & 4L^2 & -13L & -3L^2 \\ 54 & -13L & 156 & 22L \\ 13L & -3L^2 & 22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2 21)$$

$$M_2 = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 70 \\ 70 & 140 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$M_3 = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$M_4 = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & -3L & -36 & -3L \\ -3L & 4L^2 & 3L & -L^2 \\ -36 & 3L & 36 & 3L \\ -3L & -L^2 & 3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$M_5 = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 3L & 4L^2 & -3L & -L^2 \\ -36 & -3L & 36 & -3L \\ 3L & -L^2 & -3L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$$M_6 = \frac{\rho I \Omega}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

(2.21), (2.22), (2.23), (2.24), (2.25) ve (2.26) denklemleri ve

$$b = \frac{\rho SL}{420} \quad (2.27)$$

$$d = \frac{\rho I}{30L} \quad (2.28)$$

kısaltmaları yapılır; $\underline{M}$, $\underline{M}$, $\underline{M}$, $\underline{M}$, ve $\underline{M}$ matrisleri uygun yerlere konulursa eleman kütle matrisi elde edilir.

$$m = \begin{bmatrix} 156b+36d & 0 & 0 & 0 & 0 & -22Lb-3Ld \\ 0 & 140b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 156b+36d & 22Lb+3Ld & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22Lb+3Ld & 4L^2b+4L^2d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -22Lb-3Ld & 0 & 0 & 0 & 0 & 4L^2b+4L^2d \\ 54b-36d & 0 & 0 & 0 & 0 & -13Lb+3Ld \\ 0 & 70b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 54b-36d & 13Lb-3Ld & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13Lb-3Ld & -3L^2b-L^2d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 13Lb-3Ld & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L^2b-L^2d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 54b-36d & 0 & 0 & 0 & 0 & 13Lb-3Ld \\ 0 & 70b & 54b-36d & -13Lb+3Ld & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13Lb-3Ld & -3L^2b-L^2d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -13Lb+3Ld & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L^2b-L^2d \\ 156b+36d & 0 & 0 & 0 & 0 & 22Lb+3Ld \\ 0 & 140b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 156b+36d & -22Lb-3Ld & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22Lb-3Ld & 4L^2b+4L^2d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 22Lb+3Ld & 0 & 0 & 0 & 0 & 4L^2b+4L^2d \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$\underline{M}$ matrisindeki terimler uygun yerlere konulursa eleman jiroskobik matrisi g elde edilir.

$$g=2\Omega d \begin{bmatrix} 0 & 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

2.2.2. Şaft elemanının direngenlik matrisinin elde edilmesi

Şaftın potansiyel enerjisi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$U_{\text{şaft}} = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dy + \frac{SE}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dy \quad (2.31)$$

(2.13), (2.14) ve (2.15) nolu şekil fonksiyonları denklemlerini ve bunların türevlerini (2.31) nolu potansiyel enerji denkleminde yerine koyarsak,

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{d^2 N_1^T}{dy^2} \frac{d^2 N_1}{dy^2} \delta u + \delta w^T \frac{d^2 N_3^T}{dy^2} \frac{d^2 N_3}{dy^2} \delta w \right] dy + \frac{AE}{2} \int_0^L \delta v^T \frac{dN_2^T}{dy} \frac{dN_2}{dy} \delta v dy + \frac{F_0}{2} \int_0^L \left[\delta u^T \frac{dN_1^T}{dy} \frac{dN_1}{dy} \delta u + \delta w^T \frac{dN_3^T}{dy} \frac{dN_3}{dy} \delta w \right] dy \quad (2.32)$$

denklemini elde ederiz

İntegral işlemi yapıldıktan sonra potansiyel enerji ifadesi

$$U = \frac{1}{2} \delta u^T K_1 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_2 \delta w + \frac{1}{2} \delta v^T K_3 \delta v + \frac{1}{2} \delta u^T K_4 \delta u + \frac{1}{2} \delta w^T K_5 \delta w \quad (2.33)$$

halini alır.

Burada K_1 , K_2 ve K_3 klasik katılık matrisleridir. K_4 ve K_5 ise eksenel kuvvetlere bağlı matrislerdir.

Genelde kayma etkisi de göz önünde bulundurulmaktadır, ve

$$a = \frac{12EI}{GS_r L^2} \quad (2.34)$$

ifadesiyle karakterize edilmektedir.

Kayma modülü

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.35)$$

olarak tanımlanır.

Kayma etkisinden dolayı meydana gelen K_5 matrisi burada gösterilmemiş olup, bu matris zaten klasik direngenlik matrisinin içinde bulunmaktadır. Dolayısıyla K_C matrisi K_1 , K_2 , K_3 ve K_5 'den, K_F matrisi ise K_4 ve K_5 matrislerinden meydana gelmektedir. K_F matrisi eksenel kuvvetlerden ileri gelmektedir.

(2.33) ifadesi Lagrange denklemlerinde kullanıldığında:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = K_\delta \quad (2.36)$$

$$K = K_C + K_F \quad (2.37)$$

elde edilir, bu çalışmada eksenel kuvvetlerden doğan etkiler göz önüne alınmadığından K_F matrisi denklemlerde yer almayacaktır.

(2.32) denklemindeki integraller alındığında K_1 , K_2 , ve K_3 matrisleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$K_1 = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & -6L & -12 & -6L \\ -6L & (4+a)L^2 & 6L & (2-a)L^2 \\ -12 & 6L & 12 & 6L \\ -6L & (2-a)L^2 & 6L & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$K_2 = \frac{EI}{(1+a)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & (4+a)L^2 & -6L & (2-a)L^2 \\ -12 & 6L & 12 & -6L \\ 6L & (2-a)L^2 & -6L & (4+a)L^2 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$K_3 = \frac{AE}{2L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

(2.38), (2.39) ve (2.40) denklemleri ve

$$\frac{EI}{(1+a)L^3} = f \quad (2.41)$$

$$\frac{SE}{2L} = h \quad (2.42)$$

kısaltmaları yapılır; K_1 , K_2 ve K_3 matrisleri uygun yerlere yerleştirilirse eleman direngenlik matrisi elde edilir.

$$k = \begin{bmatrix} 12f & 0 & 0 & 0 & 0 & -6Lf & -12f & 0 & 0 \\ 0 & h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -h & 0 \\ 0 & 0 & 12f & 6Lf & 0 & 0 & 0 & 0 & -12f \\ 0 & 0 & 6Lf & (4+a)L^2f & 0 & 0 & 0 & 0 & -6Lf \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6Lf & 0 & 0 & 0 & 0 & (4+a)L^2f & 6Lf & 0 & 0 \\ -12f & 0 & 0 & 0 & 0 & 6Lf & 12f & 0 & 0 \\ 0 & -h & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h & 0 \\ 0 & 0 & -12f & 6Lf & 0 & 0 & 0 & 0 & 12f \\ 0 & 0 & 6Lf & (2-a)L^2f & 0 & 0 & 0 & 0 & -6Lf \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6Lf & 0 & 0 & 0 & 0 & (2-a)L^2f & 6Lf & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -6Lf \\ 0 & 0 & 0 \\ 6Lf & 0 & 0 \\ (2-a)L^2f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (2-a)L^2f \\ 0 & 0 & 6Lf \\ 0 & 0 & 0 \\ -6Lf & 0 & 0 \\ (4+a)L^2f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (4+a)L^2f \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

2.2.3 Diskin modellenmesi

Şimdiye kadar yapılan hesaplamalar ve bulunan kütle ve katılık matrisleri yalnızca şaftın modellenmesinde kullanılabilir. Fakat çalışmada ele alınan sistem şaft ve üzerindeki disk kısımlarından oluşmaktadır. Sistemin modellenmesi sırasında disk de göz önüne alınmalıdır. Çünkü diskin ataleti sistemin dinamik davranışına etki etmektedir.

Diskin kinetik enerji denklemini yazarsak

$$T_{Disk} = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{Dx} (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2) + \frac{1}{2} I_{Dy} (\Omega^2 + 2\Omega\dot{\theta}) \quad (2.44)$$

(2.44) denklemini elde ederiz. Rotorun simetrik olduğu kabul edilmiştir ($I_{Dy} = 2I_{Dx} = 2I_{Dz}$).

Diskin merkezinde yer alan düğüm noktasının yer değiştirme vektörü aşağıdaki gibidir.

$$\delta = [u, v, w, \theta, \phi, \psi]^T \quad (2.45)$$

(2.44) numaralı kinetik enerji ifadesine Lagrange denklemleri uygulanırsa

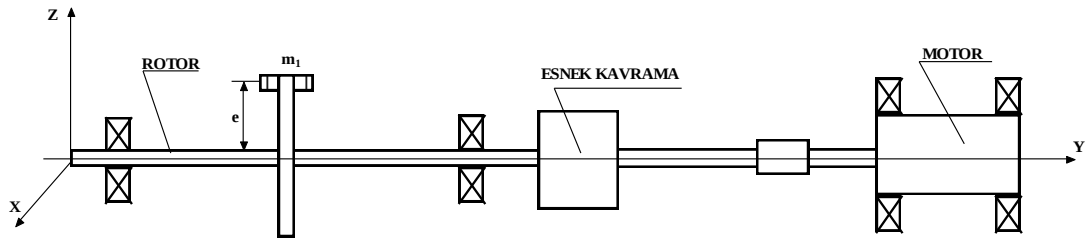
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dy} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

elde edilir.

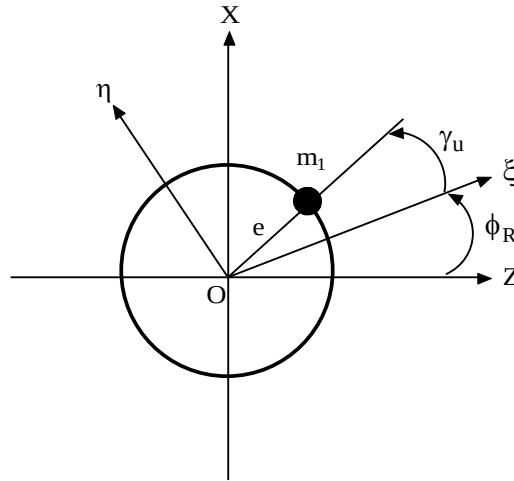
2.2.4 Kütle dengesizliğinden kaynaklanan kuvvetler

Dönel makinelerdeki titreşimin kaynaklarından biri rotor dengesizliğidir. Dönen diskin, şaftın ya da disk-şaft sisteminin ağırlık merkezi dönme eksenine ile çakışmıyorsa şaftın dönme hızında yataklarda ve destek elemanlarında tepki yaratan merkezkaç kuvvetinin oluşmasına neden olur, kuvvet şaftın dönme hızında olduğu içi titreşimin frekansı şaft dönme hızı ile senkron olacaktır. Pratikte rotolar üretim hataları ve dönen kütlelerin rijit olmaması nedeniyle mükemmel dengelenmezler. Ancak

yüksek mertebedeki senkron titreşi meri rotor dengelenesi ile önemli ölçüde azaltmak mümkündür.



Şekil 2.4. Kütle dengesi zili ğ ne sahip sistem



Şekil 2.5. Kütle dengesi zli ği

Kütle dengesi ziliği iki şekilde tanımlanabilir: Bunlardan ilki toplam kütlelerin ağırlık merkezi ne uzaklığına, diğeri dengersizlik kütlelerinin miktarının ve şaft eksenine göre yerinin belirtilmesidir. Modeli Şekil 2.4’de görülen sistemde kütle dengesi ziliği etkisini incelemek için Şekil 2.5’de gösterildiği gibi küçük bir dengersizlik kütlesi (m) ve bu kütlelerin şaft eksenine olan uzaklığı (e) tanımlanmıştır.

Rotor şaftı sabit bir Ω açısal hız ile dönerse dönme açısı (ϕ_R), Ω ifadesine eşit olacaktır. Dengesizlik kuvvetinin iki bileşeni

$$F_{ux} = m_e \Omega^2 \sin(\Omega t + \gamma_u) \quad (2.47)$$

$$F_{uz} = m_1 e \Omega^2 \cos(\Omega t + \gamma_u) \quad (2.48)$$

şeklinde yazılabilir. γ_u faz açısıdır ve Şekil 2.5’de görüldüğü gibi dengesi zlik vektör ü iler ot or a sabitlenen ξ eksen i arasındaki aç ı olarak tanı mlan mıştır. Genel de tek kütle dengesi zli ğ i varsa $\gamma_u=0$ alınması uygundur. Bir den fazla kütle dengesi zli ğ i nin ol du ğ u duruml arda γ_u bilin meli dir.

(2.47) ve (2.48) numaralı denklemlerde $\gamma_u=0$ değeri yerine konul ursa dengesi zlik kuvveti nin iki bileşeni a şa ğ ıdaki for mu alır.

$$F_{ux} = m_1 e \Omega^2 \sin \Omega t \quad (2.49)$$

$$F_{uz} = m_1 e \Omega^2 \cos \Omega t \quad (2.50)$$

Sistemde kütle dengesi zli ğ i nin var ol du ğ u duruml arda (2.2) numaralı denkle mdeki rot or dengesi zlik kuvveti vektör ü iki kısı mdan oluş ur: kosi nüs bileşeni $\{F_c\} \cos \Omega t$ ve si nüs bileşeni $\{F_s\} \sin \Omega t$. Dengesi zlik kuvveti a şa ğ ıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\{F\} = \{F_c\} \cos \Omega t + \{F_s\} \sin \Omega t \quad (2.51)$$

$$\{F_c\} = [0, \dots, 0, 0, m_1 e \Omega^2, \dots, 0]^T \quad (2.52)$$

$$\{F_s\} = [0, \dots, m_1 e \Omega^2, 0, 0, \dots, 0]^T \quad (2.53)$$

(2.51) numaralı denkle m dengesi zlik cevab ı nı n hesaplan masında kullanılacaktır.

2.2.5 Şaft eksen kaçıklığı nedeniyle oluşan moment

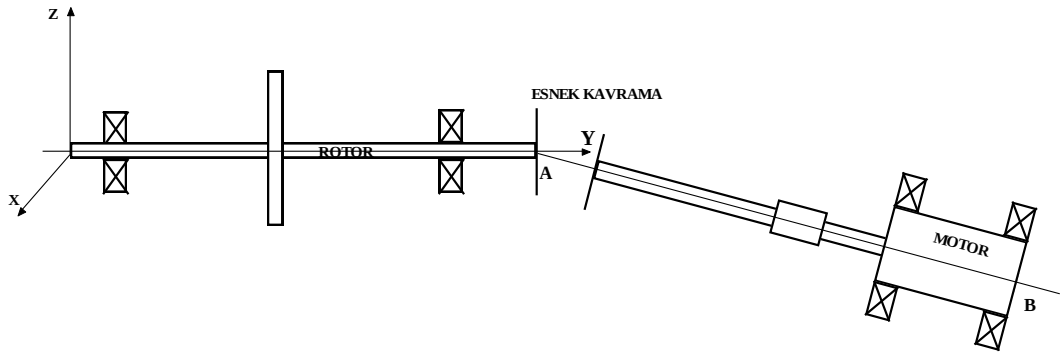
Kardan kavraması et kisi De well ve Mitchell [7]’in yaptı ğ ı deneylerde görüldüğü gibi eksen kaçıklığından kaynaklanan yaygın ve önemli titreşim kaynaklarından biridir. İki şaft aralarında eksen kaçıklığı olacak şekilde esnek kavrama ile birbirlerine bağlandığı nda, kullanılan esnek kavrama tipine ba ğ lı ol maksız ın, kardan kavraması

etkisiyle bağlantılı belirli titreşim biçimleri sergileyecektir. Esnek kavrama bağlandığında eksen kaçıklığının neden olduğu titreşimler artmaktadır. Eğer sistem yeteri kadar sağlam ise oluşan titreşimler diğer elemanlara iletilir. İletilen titreşimler, bazı parçalarda rezonansa neden olmakta, istenmeyen yüksek titreşimler üreten olaylar zinciri meydana getirmektedir.

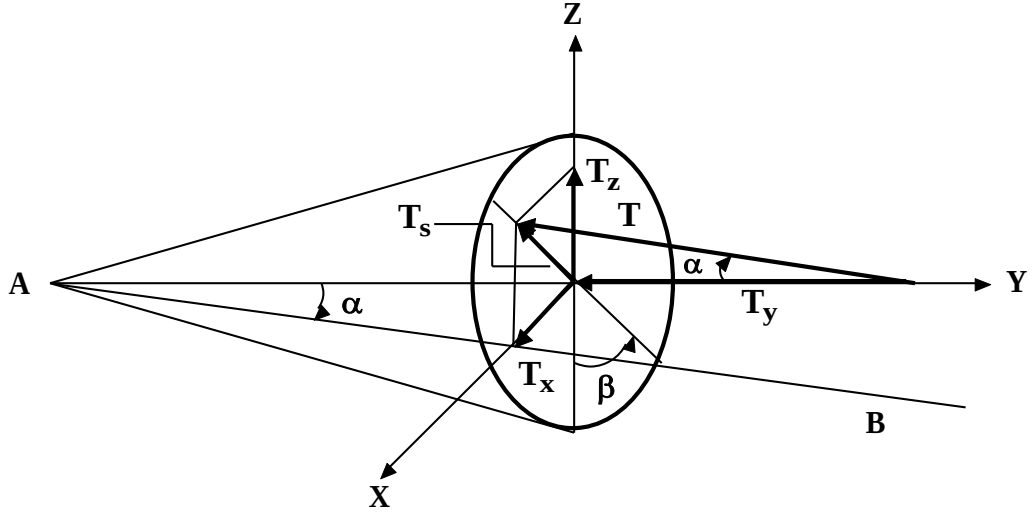
Rotor ve motor shaftları birbirleriyle çakışır ise iki shaft aynı açısal hızda dönecektir. Motor shaftının açısal hızının sabit olduğu ve sistemin sürekli rejim haline geldiği durumlarda motorun tahrik momenti sistemdeki sürtünmeler ihmal edilirse sıfır olacaktır. Bununla beraber, sistemde eksen kaçıklığı varsa rotor shaftının hızı ve ivmesi zamanla değişecektir, Ek C

Sistemde eksen kaçıklığı varsa motorun tahrik momenti T de zamanla değişecektir. Bu olay yapılan deneylerde de gözlemlenmiştir. Sistemin dinamik analizi üzerine yapılan bazı araştırmalarda açısal hızının ve tahrik shaftı momentinin sabit olduğu varsayılmıştır. Gerçekte tahrik shaftındaki bu iki büyüklük sabit değildir. Bununla beraber tahrik momentinin ifadesi önceden belirlenmiştir. Tahrik momenti dönme hareketini yöneten Euler denklemleri ile belirlenecektir.

Eksen kaçıklığına sahip sistem Şekil 2.6'da görülmektedir. Rotor ve motor shaftları arasındaki eksen kaçıklığı α açısı ile ifade edilmektedir. Şekil 2.7 de görüldüğü gibi motor shaftı AB doğrusu boyunca uzanmaktadır ve rotor shaftına göre konumu z ekseninden ölçülen β açısı ile gösterilmektedir.



Şekil 2.6 Eksen kaçıklığına sahip sistemin şematik gösterilişi



Şekil 2.7. Moment bileşenleri

Motorun tahrik momenti eksen kaçıklığına sahip esnek kavramadan geçerken iki bileşene ayrılabilir. Bu bileşenler şunlardır.

$$T_y = T \cos \alpha \quad (2.54)$$

$$T_s = T \sin \alpha \quad (2.55)$$

T_y bileşeni rotor eksenini boyunca uzanmaktadır ve rotor şaftının dönmesine neden olmaktadır. T_s bileşeni rotor eksenine diktir ve şaftın yanal eğilme yapmasına neden olmaktadır. Açısal eksen kaçıklığı ne kadar küçük olursa eğilme etkisi o kadar küçük olacaktır. Eğilme momenti T_s , x ve z eksenlerinde iki bileşene ayrılır:

$$T_x = T \sin \alpha \sin \beta \quad (2.56)$$

$$T_z = T \sin \alpha \cos \beta \quad (2.57)$$

Görüldüğü gibi motor pozisyonunu tanımlayan β açısı eğilme momentinin x ve z eksenlerindeki değerlerini belirlemektedir.

Rotor şaftının asal eksenleri x, y ve z; asal atalet momentleri I_x , I_y ve I_z olursa Euler hareket denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$M_x = I_x \ddot{\alpha}_x + \omega_y \omega_z (I_z - I_y) \quad (2.58)$$

$$M_y = I_y \ddot{\alpha}_y + \omega_z \omega_x (I_x - I_z) \quad (2.59)$$

$$M_z = I_z \ddot{\alpha}_z + \omega_x \omega_y (I_y - I_x) \quad (2.60)$$

Yukarıdaki ifadelerde ω_x , ω_y ve ω_z açısal hız bileşenleridir ve M_x , M_y ve M_z asal eksenler boyunca etki eden dış momentlerdir.

Rotör shaftı yalnızca y ekseninde dönme hareketi yaptığı için (2.58)-(2.60) denklemleri aşağıdaki denkleme dönüşür.

$$M_y = I_y \ddot{\alpha}_y \quad (2.61)$$

Ele aldığımız özel durumda $M_y = T_y = T \cos \alpha$, $I_y = I_R$ ve $\ddot{\alpha}_y = \varepsilon_R$ 'dir. I_R rotörün kutupsal atalet momenti, ε_R ise rotörün açısal ivmesidir. Bu durumda (2.61) numaralı denklema aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$T \cos \alpha = I_R \varepsilon_R \quad (2.62)$$

Açısal ivme ε_R aşağıdaki şekilde yazılabilir, Ek C

$$\varepsilon_R / \omega_M^2 = B_2 \sin 2\phi_M - B_4 \sin 4\phi_M + \dots + (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n\phi_M + \dots \quad (2.63)$$

Motorun açısal hızı ω_M yerine sabit açısal hız Ω ve (2.63) numaralı denklem (2.62) denkleminde yerlerine konulursa tahrik momenti T

$$T = (I_R \Omega^2 / \cos \alpha) \left(\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n\Omega t \right) \quad (2.64)$$

şeklinde yazılabilir.

Benzer şekilde (2.64) numaralı denklem (2.56) ve (2.57) denklemlerinde yerine konulursa T_x ve T_z ifadeleri aşağıdaki şekli alır.

$$T_x = I_R \Omega^2 \tan \alpha \sin \beta \left(\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n\Omega t \right) \quad (2.65)$$

$$T_z = I_R \Omega^2 \tan \alpha \cos \beta \left(\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n\Omega t \right) \quad (2.66)$$

Yukarıdaki denklemlerde görüldüğü gibi T_x ve T_z eğilme momentleri eksen kaçıklığı açısı α , motor pozisyonu açısı β , rotorun polar atalet momenti I_R , motorun sabit açısal hızı Ω ve zamana t bağlıdır. Eksen kaçıklığının oluşturduğu eğilme momentleri yataklara ek yük olarak etki eder, bu nedenle yatak dizaynında ve seçiminde dikkate alınmalıdır. Denklem (2.65) ve (2.66) dinamik yatak yüklerini belirlemek için yararlıdır.

Eğilme momenti bileşeninden kaynaklanan (2.2) denklemiindeki rotor kuvvet vektörü (2.65) ve (2.66) denklemlerini kullanarak oluşturulur. Bu özel durumda kuvvet fonksiyonu harmoniktir. Bu nedenle sistemin hareketini tanımlayan diferansiyel denklemlineer olur, bu da analitik sonuçları elde etmeyi kolaylaştırır.

Denklem (2.65) ve (2.66) yeniden yazılırsa

$$T_x = \sum_{n=1}^{\infty} E_{2n} \sin 2n\Omega t \quad (2.67)$$

$$T_z = \sum_{n=1}^{\infty} G_{2n} \sin 2n\Omega t \quad (2.68)$$

halini alırlar. Buradaki E_{2n} ve G_{2n} ifadeleri aşağıdaki şekildedir.

$$E_{2n} = (-1)^{n+1} I_R \Omega^2 B_{2n} \tan \alpha \sin \beta \quad (2.69)$$

$$G_{2n} = (-1)^{n+1} I_R \Omega^2 B_{2n} \tan \alpha \cos \beta \quad (2.70)$$

Eğilme momenti bileşenlerinin (2.67) ve (2.68)'deki ifadeleri rotor kuvvet vektörünün (2.2) denklemi ndeki yerine konursa kuvvet vektörü

$$\{F\} = \sum_{n=1}^{\infty} \{F_{2n}\} \sin 2n\Omega t \quad (2.71)$$

şeklini alır. Buradaki F_{2n} ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\{F_{2n}\} = [0, \dots, 0, E_{2n}, 0, G_{2n}]^T \quad (2.72)$$

(2.71) numaralı denklem eksen kaçıklığı olması halinde dinamik cevabın hesaplanması için kullanılacaktır.

2.2.6 Kütle dengesizliği ve eksen kaçıklığından kaynaklanan kuvvet ve moment

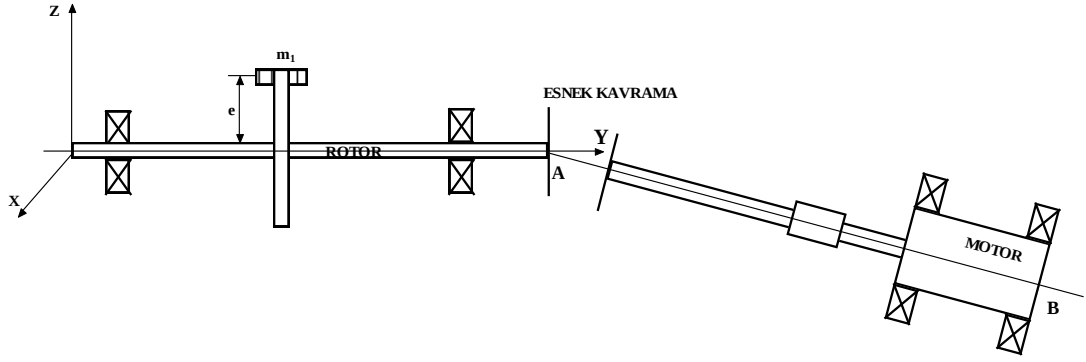
Kütle dengesizliği ve eksen kaçıklığına sahip gerçekçi motor-esnek kavrama-rotor modeli Şekil 2.8'de görülmektedir. Bu durumda, rotor shaftı dönme hızının sabit olması nedeniyle dengesizlik kuvvetinin bulunmasında kullanılan klasik rotor dinamiği analizi geçerliliğini yitirecektir. Bu nedenle, kardan kavraması etkisini hesaplara katan dengesizlik kuvveti için uygun denklemler geliştirilmiştir.

2.2.6.1 Dengesizlik kuvveti bileşeni

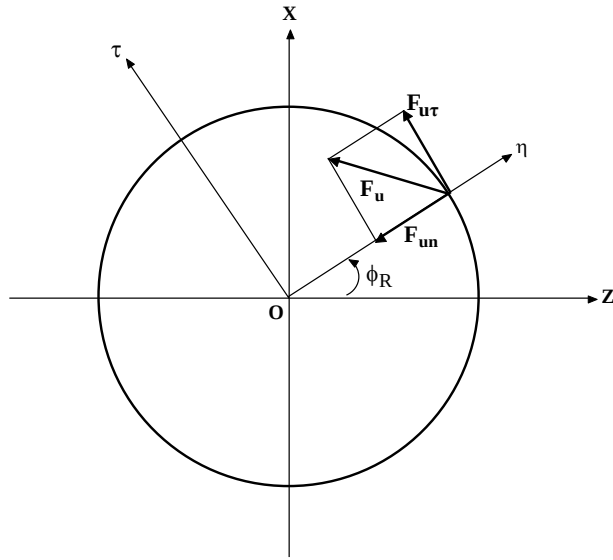
Rotorun açısal hızı ω_R zamanla değiştiği için dengesizlik kuvvetinin hem normal hem de teğet bileşenleri vardır. Şekil 2.9'da görüldüğü gibi bu bileşenler şunlardır:

$$F_{un} = -m_1 e \omega_R^2 \quad (2.73)$$

$$F_{ut} = m_1 e \varepsilon_R \quad (2.74)$$



Şekil 2.8 Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği ne sahip sistem



Şekil 2.9. Kütle dengesizliği kuvveti bileşenleri

Dengesizlik kuvvetinin x ve z yönündeki bileşenleri koordinat dönüşümü ile bulunabilir.

$$F_{ux} = m_1 e (\omega_R^2 \sin \phi_R) \quad (2.75)$$

$$F_{uz} = m_1 e (\omega_R^2 \cos \phi_R + \dots) \quad (2.76)$$

(2.75) ve (2.76) denklemlerini aşağıdaki şekilde yazabiliriz

$$F_{ux} = F_{uxc} \cos \phi_R + F_{uxs} \sin \phi_R \quad (2.77)$$

$$F_{uz} = F_{uzc} \cos \phi_R + F_{uzs} \sin \phi_R \quad (2.78)$$

ϕ_R rotor şaftının açılmal yer değiştir mesidir, Ek C Yukarıdaki denklemlerde yer alan F_{uxc} , F_{uxs} , F_{uzc} ve F_{uzs} ifadeleri aşağıdaki şekildedir.

$$F_{uxc} = -m_1 e \epsilon_R \quad (2.79)$$

$$F_{uxs} = m_1 e \omega_R^2 \quad (2.80)$$

$$F_{uzc} = m_1 e \omega_R^2 \quad (2.81)$$

$$F_{uzs} = m_1 e \epsilon_R \quad (2.82)$$

2.2.6.2 Moment bileşenleri

Eksen kaçıklığı ve dengesizliğin birlikte olduğu durumlarda tahrik momenti ve dengesizlik kuvvetinin teğet bileşeni rotorun dönme hareketine etki birlikte etki eder. Bu durumda indirgenmiş Euler denklemi şu şekildedir.

$$T \cos \alpha - F_{ut} e = I_R \epsilon_R \quad (2.83)$$

Moment ifadesi aşağıdaki şekli alır.

$$T = (I_R \Omega^2 + m_1 e^2) / \cos \alpha \left(\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n \Omega t \right) \quad (2.84)$$

Eksen kaçıklığı nedeniyle oluşan eğilme momentinin iki bileşeni aşağıda gösterilmiştir.

$$T_x = (I_R + m_1 e^2) \Omega^2 \tan \alpha \sin \beta \left(\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n \Omega t \right) \quad (2.85)$$

$$T_z = (I_R + m_1 e^2) \Omega^2 \tan \alpha \cos \beta \left(\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n\Omega t \right) \quad (2.86)$$

(2.85) ve (2.86) nolu denklemler, eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği varken yataklara gelen yükleri belirlemede kullanılır.

Dengesizlik kuvvetine benzer şekilde eğilme momenti bileşenleri yeniden yazılırsa

$$T_x = \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n} \sin 2n\Omega t \quad (2.87)$$

$$T_z = \sum_{n=1}^{\infty} L_{2n} \sin 2n\Omega t \quad (2.88)$$

şeklini alırlar. Bu denklemdaki J_{2n} ve L_{2n} ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} (I_R + m_1 e^2) \Omega^2 B_{2n} \tan \alpha \sin \beta \quad (2.89)$$

$$L_{2n} = (-1)^{n+1} (I_R + m_1 e^2) \Omega^2 B_{2n} \tan \alpha \cos \beta \quad (2.90)$$

Kütle dengesizliği ve eksen kaçıklığı etkilerinin birlikte olduğu durumlarda rotor kuvvet vektörü $\{F\}$ şu şekli alır.

$$\{F\} = (\{F_c\} \cos \Omega t + \{F_s\} \sin \Omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} \{F_{2n}\} \sin 2n\Omega t \quad (2.91)$$

Yukarıdaki denklemlerde bulunan F_c , F_s , F_{2nc} ve F_{2ns} ifadeleri şöyledir.

$$\{F_c\} = [0, \dots, F_{uxc}, 0, F_{uzc}, \dots, 0]^T \quad (2.92)$$

$$\{F_s\} = [0, \dots, F_{uxs}, 0, F_{uzs}, \dots, 0]^T \quad (2.93)$$

$$\{F_{2n}\} = [0, \dots, J_{2n}, 0, L_{2n}]^T \quad (2.94)$$

(2.91) numaralı denklem kuvvet cevabının hesaplanmasında kullanılır.

Sistemde kütle dengesizliği varsa, sistemin davranışı (2.51) nolu denklem kullanılarak elde edilir. Sistemde eksen kaçıklığı olması durumunda (2.71) nolu denklem kullanılarak sistemin davranışı belirlenir. Sistemde kütle dengesizliği ve eksen kaçıklığı olması durumunda sistemin davranışını belirlemek için (2.91) nolu denklemden yararlanılır.

3. HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

3.1. Kritik Hızlar

Şekil 2.1’de görülen rotor sistemi, teorik olarak sonsuz sayıda doğal frekansa sahiptir. Sistem şaft hızında dönen kütle dengesizliği ve/veya şaft eksen kaçıklığı kuvveti ile tahrik edildiğinde, tahrik kuvvetinin frekansı sistemin doğal frekanslarından herhangi biri ile çakışıyorsa sistem rezonansa girer. Bu frekansa karşılık gelen şaft hızına kritik hız denir. Rotorun çalışma hızı aralığını kritik devir hızlarından uzak tutmak rotor dinamiği analizinde önemli bir konudur.

Kritik hızlar sistem serbest titreşim denklemlerinden hesaplanır. Denklem (2.2) deki kuvvet vektörü $\{F\}$ yazılarak $\{0\}$ ’a eşitlenirse serbest titreşimler için homojen bir denklemtaki m elde edilir.

$$[M]\{\ddot{p}\} + (\kappa[K] + [G])\{p\} + [K]\{p\} = \{0\} \quad (3.1)$$

$\{p\}$ ’nin harmonik fonksiyon olarak değiştirilirse;

$$\{p\} = \{P\} \sin(\omega t + \gamma) \quad (3.2)$$

yazılabilir. $\{P\}$ genlikler vektörü, γ faz açısı ve ω sistemin açısal doğal frekansıdır ve genlikler (3.2) denklemi kullanılarak belirlenebilir.

Harmonik fonksiyon denklemi (3.2), (3.1)’de yerine konulursa sonuçta özdeğer denklemi elde edilir.

$$([K] + \omega_i (\kappa[K] + [G]) - \omega_i^2 [M])\{P\}_i = \{0\} \quad (3.3)$$

(3.3) denklemi özdeğerler ve özvektörleri bulmak için sayısal olarak çözülebilir.

3.2 Dengesizlik Cevabı

Dengesizlik cevabı denklem (2.51)'de verilen rotörün dengesizlik kuvveti vektörünün kuvvet vektöründe yerine konulmasıyla elde edilir. (2.51) denklemini (2.2) denkleminde yerine koyarsak sistemin hareket denklemi şu şekli alır:

$$[M]\{\ddot{p}\} + (\kappa[K] + [G])\{\dot{p}\} + [K]\{p\} = \{F_c\} \cos \Omega t + \{F_s\} \sin \Omega t \quad (3.4)$$

Sistemin senkron (devir hızındaki) sürekli rejim cevabı aşağıdaki gibi belirtilebilir.

$$\{p\} = \{P_c\} \cos \Omega t + \{P_s\} \sin \Omega t \quad (3.5)$$

$\{p\}$ 'yi sistem denklemleri (3.4)'de yerine koyarsak ve $\sin \Omega$ ve $\cos \Omega$ içindeki terimlerin belirlenmesiyle iki grup denklemler elde edilir.

$$([K] - \Omega^2 [M])\{P_c\} + \Omega(\kappa[K] + [G])\{P_s\} = \{F_c\} \quad (3.6)$$

$$-\Omega(\kappa[K] + [G])\{P_c\} + ([K] - \Omega^2 [M])\{P_s\} = \{F_s\} \quad (3.7)$$

(3.6) denklemi $\{P_c\}$ ifadesi sol tarafta olacak şekilde düzenlenirse

$$\{P_c\} = ([K] - \Omega^2 [M])^{-1} \cdot \{F_c\} - ([K] - \Omega^2 [M])^{-1} \cdot \Omega(\kappa[K] + [G])\{P_s\} \quad (3.8)$$

elde edilir. (3.8) denklemi (3.7) denkleminde yerine konulup $\{P_s\}$ ifadesi sol tarafta yalnız bırakılırsa

$$\begin{aligned} \{P_s\} = & (\Omega(\kappa[K] + [G]) \cdot ([K] - \Omega^2 [M])^{-1} \cdot \Omega(\kappa[K] + [G]) + ([K] \\ & - \Omega^2 [M]))^{-1} \left(\{F_s\} + (\Omega(\kappa[K] + [G]) \cdot ([K] - \Omega^2 [M])^{-1} \cdot \{F_c\}) \right) \end{aligned} \quad (3.9)$$

elde edilir.

$\{P_s\}$ ve $\{P_c\}$ ifadelerini bulunduktan sonra (3.5) denkleminde yerlerine konulursa sistemin dengesizlik cevabı elde edilir.

3.3 Şaft Eksen Kaçıklığının Kuvvet Cevabı

Şaft eksen kaçıklığı nedeniyle oluşan kuvvet vektörleri denklem (2.71)'de verilmiştir. (2.71) denklemini (2.2) denklemde yerine koyulursa sistemin hareket denklemi:

$$[M]\{\ddot{p}\} + (\kappa[K] + [G])\{p\} + [K]\{p\} = \sum_{n=1}^{\infty} \{F_{2n}\} \sin 2n\Omega t \quad (3.10)$$

şeklinde elde edilir.

Eksen kaçıklığının etkilerini veren (3.10) denklemini şu sebepler nedeniyle incelemek önemlidir. İlk olarak (3.10) denklemini eksen kaçıklığı olan genel sistem için geçerlidir. (3.10) denklemdeki kütle, katılık ve jiroskobik matrisi içindeki elemanları değiştirerek çeşitli rotor sistemleri incelenebilir. Kuvvet genlik vektörleri ($\{F_{2n}\}$, $n=1, 2, 3, \dots$) eksen kaçıklığı açısı α , motor pozisyonu açısı β ve diğer parametrelerin bir fonksiyonu olduğu için farklı eksen kaçıklığı koşulları denklem (3.10)'daki gibi gösterilebilir. İkinci olarak denklem (3.10)daki kuvvet frekansları, eksen kaçıklığı etkisi sebebiyle motor dönme hızının çift katlarındaki frekanslardır. Kuvvet fonksiyonları lineer sistemi için çözüm formlarını dikte ettiği için, sistemin eksen kaçıklığı cevabı motorun dönme hızının çift katındaki frekanslardır, örneği: $2n\Omega$, $n=1, 2, 3, \dots$. Sonuç olarak, sistem cevabı, sistem doğal frekansları ve motorun dönme hızına bağlıdır. Eğer motor dönme hızının çift katlarından biri sistemin doğal frekansına yakın veya eşitse, rezonans durumu ortaya çıkar. Bunun sonucu olarak da, eksen kaçıklığı sebebiyle oluşan titreşimler ana titreşim kaynağı haline gelir.

Denklem (3.10)'un özel çözümünü elde etmek için süperpozisyon ilkesi uygulanmıştır. $n=i$ için çözümün aşağıdaki gibi olduğu kabul edilsin

$$\{p_i\} = \{P_{2ic}\} \cos 2i\Omega t + \{P_{2is}\} \sin 2i\Omega t \quad (3.11)$$

Bu durumda aranan çözüm $\{p\}$ ifadelerini toplam şeklinde olacaktır.

$$\{p\} = \sum_{i=1}^{\infty} \{p_i\} \quad (3.12)$$

$\{p\}$ ifadesi (3.10) denklemi nde yerine konulup $\sin 2i\Omega$ ve $\cos 2i\Omega$ katsayılı terimler toplanırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$([K] - 4i^2\Omega^2[M])\{P_{2ic}\} + 2i\Omega(\kappa[K] + [G])\{P_{2is}\} = \{0\} \quad (3.13)$$

$$-2i\Omega(\kappa[K] + [G])\{P_{2ic}\} + ([K] - 4i^2\Omega^2[M])\{P_{2is}\} = \{F_{2i}\} \quad (3.14)$$

(3.13) denklemi $\{P_{2ic}\}$ ifadesi sol tarafta olacak şekilde düzenlenirse

$$\{P_{2ic}\} = -([K] - 4i^2\Omega^2[M])^{-1} \cdot 2i\Omega(\kappa[K] + [G]) \cdot \{P_{2is}\} \quad (3.15)$$

denklemi elde edilir. (3.15) denklemi (3.14) denklemi nde yerine konulup $\{P_{2is}\}$ ifadesi yalnız bırakılırsa

$$\begin{aligned} \{P_{2is}\} = & \left(2i\Omega(\kappa[K] + [G]) \cdot ([K] - 4i^2\Omega^2[M])^{-1} \cdot 2i\Omega(\kappa[K] + [G]) + \right. \\ & \left. ([K] - 4i^2\Omega^2[M]) \right) \cdot \{F_{2i}\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

elde edilir. $\{P_{2is}\}$ ve $\{P_{2ic}\}$ ifadeleri bulunup (3.11) denklemi nde kullanılırsa $\{p\}$ ifadesi elde edilir. $\{p\}$ ifadeleri elde edildikten sonra sistemin eksen kaçıklığı cevabı (3.12) denklemi kullanılarak bulunur ($i=1, 2, 3, \dots, \infty$).

3.4 Eksen Kaçıklığı ve Kütle Dengesizliğinin Kuvvet Cevabı

Kütle dengesizliği ve şaft eksen kaçıklığı için genelleştirilmiş kuvvet vektörü (2.91), (2.2) denklemi nde kullanılarak elde edilebilir. Sistemin hareket denklemi şu şekildedir.

$$[M]\{\ddot{x}\} + (\kappa[K] + [G])\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = (\{F_c\} \cos \Omega t + \{F_s\} \sin \Omega t) + \{F_{2n}\} \sin 2n\Omega t \quad (3.17)$$

Burada kuvvet fonksiyonu $\{F_c\}$ ve $\{F_s\}$ kütle dengesizliği nedeniyle $\{F_{2n}\}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) ise eksen kaçıklığı nedeniyle oluşmaktadır.

Dengesizlik ve eksen kaçıklığı kuvvetinin cevabını incelemek için (3.17) denkleminin kullanılması için nedenleri şunlardır: İlk olarak dengesizlik ve eksen kaçıklığı koşulları altında olan genel bir sistem için (3.17) denklemi geçerli bir denklemdir. (3.17) denklemindeki kütle, katılık ve jiroskobik matrisi içindeki elemanları değiştirerek, farklı rotor sistemleri incelenebilir. Aynı zamanda farklı dengesizlik ve eksen kaçıklığı koşulları (3.17) denklemiyle ifade edilebilir, çünkü kuvvet genlik vektörleri $\{F_c\}$, $\{F_s\}$ ve $\{F_{2n}\}$, ($n=1, 2, 3, \dots$) dengesizlik mi e, eksen kaçıklığı açısı α , motor pozisyon açısı β ve diğer parametrelerin fonksiyonudur. İkinci olarak, (3.17) denklemindeki kuvvet frekansları iki parçadan ibarettir. Biri kütle dengesizliği nedeniyle oluşmaktadır ve kuvvet frekansı rotor devir hızıdır. Diğeri ise eksen kaçıklığı nedeniyle oluşmaktadır ve kuvvet frekansı motor devir hızının çift katlarındadır. Böylelikle, sistem cevabı, sistem doğal frekansları ve kuvvet frekansları arasındaki ilişkiye bağlıdır, örneğin rotor dönme hızı ve motorun dönme hızının çift katları gibi. Eğer kuvvet frekanslarından biri sistemin doğal frekanslarından birine yakın veya eşitse rezonans meydana gelir.

Çözümler şu şekilde aranır.

$$\{p\} = (\{P_c\} \cos \Omega t + \{P_s\} \sin \Omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} (\{P_{2nc}\} \cos 2n\Omega t + \{P_{2ns}\} \sin 2n\Omega t) \quad (3.18)$$

Çözümü elde etmek için önce sistemde sadece kütle dengesizliğinin bulunduğu kabul edilerek $\{p_d\}$, daha sonra da sadece eksen kaçıklığının bulunduğu kabul edilerek $\{p_e\}$ hesap edilir. (3.18) denkleminin çözümü aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\{p\} = \{p_k\} + \{p_d\} \quad (3.19)$$

Bölüm 3.2’de olduğu gibi sistemin senkron (devir hızındaki) sürekli rejim cevabı aşağıdaki gibi belirtilebilir.

$$\{p_d\} = \{P_c\} \cos \Omega t + \{P_s\} \sin \Omega t \quad (3.20)$$

$\{p_d\}$ ’yi sistem denklemi (3.17)’de yerine koyup ve $\sin \Omega$ ve $\cos \Omega$ içindeki terimlerin belirlenmesiyle iki grup denklem elde edilir. Sistemde eksen kaçıklığı olduğu için sistemin hızı zamanla değişmektedir. Bu nedenle elde ettiğimiz grup denklemlerinde bölüm 3.2’den farklı olarak ivme ile ilgili terimler olacaktır.

$$([K]-\Omega^2[M])\{P_c\}+(\varepsilon_R[M]+\Omega(\kappa[K]+[G]))\{P_s\}=\{F_c\} \quad (3.21)$$

$$-(\varepsilon_R[M]+\Omega(\kappa[K]+[G]))\{P_c\}+([K]-\Omega^2[M])\{P_s\}=\{F_s\} \quad (3.22)$$

Eksen kaçıklığı etkileri sebebiyle oluşan periyodik hızlanma ve yavaşlama etkileri (3.21) ve (3.22) denkleminde $\varepsilon_R[M]$ terimiyle gösterilmiştir.

(3.21) denkleminde $\{P_c\}$ ifadesi sol tarafta olacak şekilde düzenlenirse

$$\{P_c\} = ([K]-\Omega^2[M])^{-1} \cdot \{F_c\} - ([K]-\Omega^2[M])^{-1} \cdot (\varepsilon_R[M]+\Omega(\kappa[K]+[G]))\{P_s\} \quad (3.23)$$

elde edilir. (3.23) denklemini (3.22) denkleminde yerine konulup $\{P_s\}$ ifadesi sol tarafta yalnız bırakılırsa

$$\begin{aligned} \{P_s\} &= (\varepsilon_R[M]+\Omega(\kappa[K]+[G])) \cdot ([K]-\Omega^2[M])^{-1} \cdot (\varepsilon_R[M]+\Omega(\kappa[K]+[G])) \\ &+ ([K]-\Omega^2[M])^{-1} \left(\{F_s\} + (\varepsilon_R[M]+\Omega(\kappa[K]+[G])) \cdot ([K]-\Omega^2[M])^{-1} \cdot \{F_c\} \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

elde edilir.

$\{p_e\}$ bölüm 3.4’de anlatıldığı gibi elde edilir. $\{p_k\}$ ve $\{p_e\}$ elde edildikten sonra (3.20) denkleminde kullanılarak sistemin kütle dengesi ziliği ve eksen kaçıklığı cevabı elde edilir.

3.5 Bilgisayar Program

2. ve 3. bölümlerdeki teorik esaslara dayanarak MATLAB’de bir bilgisayar programı yazılmıştır. Programda bazı hesaplamaları yapmak için alt programlar kullanılmıştır, örneğin; sistem matrislerini birleştirmek, sınır şartlarını uygulamak, dengesi zilik kuvvetini hesaplamak v.b. gibi. Programın akış diyagramı Şekil 3.1’de verilmiştir.

3.6 Sayısal Hesaplamalar

Rot or sist emi ni n sayı sal ana li zi i ki a şa ma dan ol u şur:

1. *Son lu Ele man Mo deli*: Sis tem son lu ele man lar ile mo del lenir. Ele man lar ın kütle, ka tı lık sönü m ve ji ro skobik ma tris le ri ni i çe ren he sap so nu ç lar ı sis tem ana li zi i çin sak lan ır.
2. *Sis tem Sen te zi ve Çö zü m*: Ya zı lan pro gra m sis tem in kütle, ka tı lık sönü m ve ji ro skobik ma tris le ri ni bir le ş ti r mek, fak lı ro tor di na mi ği pro ble m le ri ni n çö zü mü i çin kul lan ılır.

3.6.1. Son lu ele man lar mo deli

Ro tor son lu ele man lar me to du na gö re Şe kil 2.3’ de ki gi bi ele man la ra ay rılır. Şaft ve disk ele man ı na ait bi lgi ler Ek B’ de ve ri l mi ş tir.

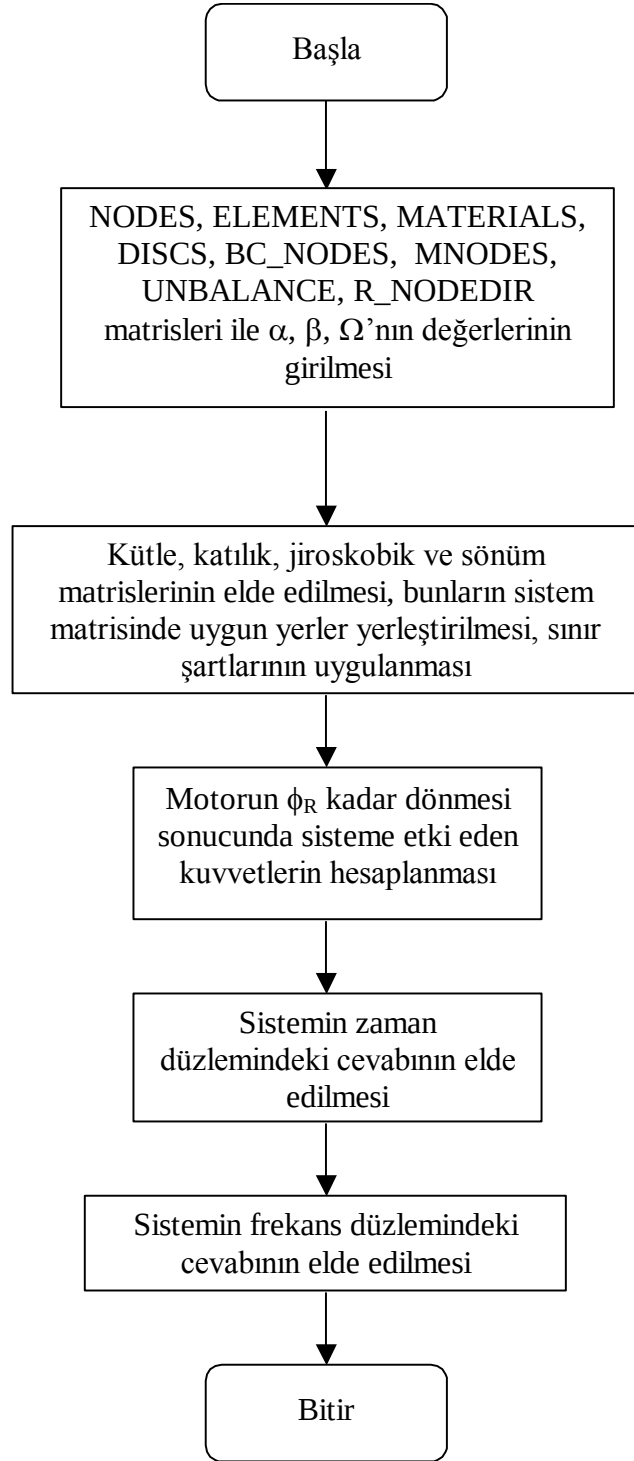
3.6.2. Hız lı fourier dönü şü mü ana li zi

Ya zı lan bi lgi sa yar pro gra m ın da so nu ç lar za man düz le ni nde he sap lan mış tir. Sis tem in ce va bı nın ka rış ık ol ma sı du ru mu nda, den ge si zlik ve ek sen kaçı klı ğı nın kuv vet ce va bı gi bi, za man düz le ni nde ay rı ti tre ş i m bi le ş en le ri ni ta nı nı la mak çok zor ha le ge l mek te dir. Ti tre ş i m le ri bi le ş en le re ay rı na mı nı n en ve ri mi y ol u ti tre ş i m ge ni lik le ri ni n fre kan s la na sıl de ğ i ş ti k le ri ni gö z le mek te dir. Bu na fre kan s düz le ni gö s te ri mi de nir. Ti tre ş i m ge ni li ğ i ni n fre kan sa gö re de ğ i ş i mi ne ti tre ş i m fre kan s spek tru mu de nir. Fre kan s düz le ni ni n gü cü ş u ger çe ğ i n al tı n da ya t n a k ta dır; her han ğ i za man- dal ga for mu (ge ni lik za ma na gö re) sin üs ve ko sin üs dal ga lar ı se ri si den ü re til mek te dir. Fre kan s düz le ni en er ji yo ğ un la ş ma sı nın ol du ğ u fre kan slar da bir veya da ha fa z la ay rık te pe ler gö s te re ce k ti r. Kü tle den ge si z li ğ i gi bi yay ğ ın ma ki na ha ta lar ı nı n di na mik ka rak te ri st i ğ i bi li nir, bö yle ce ro tor sis tem i ni n fre kan s düz le ni nde ki çe ş it li fre kan slar ı ile çe ş it li fi zi k sel ol ay lar la i li ş ki len di r mek da ha ko lay ol ma k ta dır.

Fre kan s düz le ni nde ti tre ş i m ve ri le ri ni gö r mek i çin, za man düz le ni nde ki bi lgi le ri fre kan s düz le ni ne çe vir mek i çin Four ier dönü şü mü ne i h ti ya ç du yul ur. 1965’ de Cooley ve Tukey [22] za man se ri le ri ni n fre kan s spek tru mu nu me vcut bi lgi sa yar lar da ki al go rit ma lar dan çok da ha hız lı ve ve ri mi he sap la yan bir hız lı

Fourier dönüşümü (FFT) algoritması tasarladılar. Hızla gelişen mikroişlemci teknolojisinin sonucu olarak da, FFT spektrum analizi şu an kolaylıkla yapılabilir. Yazılan bilgisayar programında MATLAB içerisinde yer alan FFT algoritmasından yararlanılmıştır.

Zaman düzleminde elde edilen bilgiler frekans düzlemine dönüştürülürken frekansların yayılmasını (leakage) önlemek için iki yol izlendi: İlk olarak zaman düzlemindeki grafiklerin başladıkları noktada bitleri için MATLAB’de yazılan programda değişiklikler yapıldı. İkinci olarak MATLAB içerisinde yer alan Hanning pencere fonksiyonu kullanıldı. Programda değişiklik yapılması ve Hanning pencere fonksiyonu kullanılması neticesinde sistemin frekans düzlemindeki cevabında frekans yayılmasının olmadığı gözlemlenmiştir.



Şekil 3.1. MATLAB’ de yazılan programın algoritması

4 SONUÇLAR VE SONUÇLARIN İRDELENMESİ

4.1. Dengesizlik Cevabı

Şaftın düşey doğrultudaki yer değiştirilmesi ve bunun frekans spektrumu çeşitli durumlar için elde edilmiş ve çizdirilmiştir. Deneysel sonuçlar literatürden alınmıştır [3]. Nümerik sonuçlar deneysel sonuçların ölçüldüğü nokta için hesaplanmıştır. Deneysel sonuçlar, motorun tahrik momentinin zamanla değiştiğini ve motorun dönme hızının hemen hemen sabit kaldığını göstermektedir. Böylece, motorun hızı ve momenti ile ilgili varsayımlar deneysel sonuçlar ile uyumaktadır.

Sonuçların karşılaştırılması için deneysel ve nümerik sonuçlar için aynı ölçüm aralığı kullanılmıştır. Zaman 0-400 ms, yer değişimi $-115-115 \mu\text{m}$ frekans 0-210 Hz arasında alınmıştır. Frekans spektrumu çizdirilirken “normalize edilmiş genlik” diye boyutsuz bir değişken kullanılmıştır. Normalize edilmiş genliğin kullanılması amaçlı hesaplanan frekans spektrumlarını literatürdeki değerlerle karşılaştırmak için aynı ölçeğe getirmektedir. Normalize edilmiş genlik, frekans genliğinin maksimum frekans genliğine oranı olarak tanımlanmıştır.

Disk ve kütle dengesizliğinin değişik düğüm noktalarında olması durumunda sistemin cevabını elde edilebilmek amacıyla 4 değişik konfigürasyon tanımlanmıştır. Bu konfigürasyonlar Şekil A1-A4’de görülmektedir. Ek B’de her bir konfigürasyondaki düğüm noktalarının, disk ve kütle dengesizliğinin konumları verilmiştir. Sistemin cevabı bütün konfigürasyonlar için ayrı ayrı elde edilmiştir.

Disk ve kütle dengesizliğinin 1. konfigürasyonda olması, sistemdeki sönümün ve jiroskobik etkilerin ihmal edilmesi durumunda hesaplanan kütle dengesizliğinin zaman düzlemindeki cevabı Şekil A5’de görülmektedir (motor hızı 30,30 Hz (1818 dev/dak), kütle dengesizliği 410,444 g-mm). Şekil A6’da disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda iken sönümün ve jiroskobik etkilerin göz önünde bulundurulması durumunda elde edilen zaman düzlemindeki cevap görülmektedir ($\kappa=0,02$). Bu

şekillerden açıkça anlaşılacağı gibi sönüm ve jiroskobik etkiler nedeniyle titreşim genliğinin azaldığı ve faz farkının olduğu görülmektedir. Şekil A 7’de sistemin frekans düzlemindeki cevabı görülmektedir. Zaman düzlemindeki cevap sönüm ve jiroskobik etkilerin modele dahil edilip edilmemesine göre değişirken zaman düzlemindeki cevap her iki durumda aynı olmaktadır.

Literatürdeki deney sonuçlarıyla karşılaştırma yapabilmek için hesaplamalarda rotor hızı ve dengesizlik deneydeki değerlerle aynı alınmıştır. Hesaplanan ve ölçülen sonuçlar rotor dengesizliğinin dönme hızına karşılık gelen frekanstaki harmonik titreşim ile karakterize edilebildiğini göstermektedir. Titreşimlerin genlikleri karşılaştırılırsa hesaplanan genliğin ölçülen genliklerden oldukça büyük olduğu görülmektedir (Sönümün ve jiroskobik etkilerin ihmal edilmesi durumunda hesaplanan maksimum genlik $3 \cdot 10^4 \text{ mm}$ bu etkiler göz önüne alınırsa hesaplanan maksimum genlik $4 \cdot 10^5 \text{ mm}$ iken ölçülen maksimum genlik $2,54 \cdot 10^5 \text{ mm}$ ’dir). Teorik modelde yatakların rijit destek gibi davrandığı varsayılmıştır. Bununla beraber yataklardaki sönüm ve sürtünme ihmal edilmişti. Bu yüzden bütün enerji shaftın titreşimine katılmaktadır. Ancak gerçekte yatak desteklerinin yer değiştirmesi, sönüm ve sürtünme nedeniyle enerjinin bir kısmı tüketilmektedir. Bu nedenle ölçülen titreşim genlikleri hesaplanan genliklerden daha küçüktür.

4.2 Şaft Eksen Kaçıklığı Cevabı

Birinci bölümde belirtildiği gibi pratikte mükemmel hizalamaya yapılamaz. Bu rotorların dengelenmesi için de doğrudur. Literatürde eksen kaçıklığı olmayan (hizalanmış) ve dengeli bir sistemin ölçülen yer değiştirmesinin frekans spektrumuna bakılacak olursa 30 Hz, 60 Hz ve 90 Hz civarında üç küçük tepe görülmektedir.

Bütün eksen kaçıklığı olaylarında eksen kaçıklığını tanımlamak için iki adet açı tanımlanır. Bir eksen kaçıklığı açısı α , diğeri motor pozisyonu açısı β . Şekil A 8’de ($\Omega=30,58 \text{ Hz}$ (1835 dev/dak), $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$) diskin ve kütle dengesizliğinin 1. konfigürasyonda olması, sönüm ve jiroskobik etkilerin ihmal edilmesi durumunda shaft eksen kaçıklığının zaman düzlemindeki cevabı görülmektedir. Eksen kaçıklığı açısı çok küçük olduğu için hesaplanan yer değiştirme genliği neredeyse sıfırdır. Ancak shaft hızının 2 katı frekans spektrumunda görülmektedir. Eksen kaçıklığının

kuvvetlendirici etkisini göstermek için Şekil A 9'da rotorun ve diskin 1. konfigürasyonda olması, sönüm ve jiroskobik etkilerinin ihmal edilmesi durumunda ($\Omega=30,58$ Hz (1835 dev/dak), $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$) hesaplanan eksen kaçıklığının cevabı gösterilmiştir. Eksen kaçıklığı açısı büyük olduğu için hesaplanan yer değiştirme genliği eksen kaçıklığı açısının küçük olduğu duruma göre artmıştır. Şekil A 10'da rotorun ve diskin 1. konfigürasyonda olması, sönüm ve jiroskobik etkilerin göz önünde bulundurulması durumunda ($\Omega=30,58$ Hz (1835 dev/dak), $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$, $\kappa=0,02$) hesaplanan eksen kaçıklığının cevabı gösterilmiştir. Titreşim genlikleri azda olsa azaldığı, faz farkının olduğu görülmektedir. Şekil A 11'de görülen frekans düzlemindeki cevap her iki durumda da aynı olmakta, şaft hızının 2 katı frekans spektrumunda görülmektedir. $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ olması durumunda şaft hızının 4 katındaki küçük tepeci k frekans spektrumunda görülmez, Şekil A 12.

Genelde eksen kaçıklığına bağlı titreşimler şaft hızının iki katındaki bileşen ile karakterize edilebilir. Eksen kaçıklığı frekans spektrumunda görülen bileşen eksen kaçıklığına sahip bir çok makina fabrikalarda çalıştırılmaktadır. Şaft hızının 2 katı sistemin doğal frekanslarından birine yakın olmadığı durumlarda rezonans yaratması nedeniyle nadiren eksen kaçıklığı problemi gizlenir. Diğer yandan şaft hızının iki katı sistem doğal frekanslarından herhangi birine yakın olursa eksen kaçıklığı etkisi önemli titreşim kaynağı haline gelmektedir.

4.3 Dengesizlik ve Eksen Kaçıklığı Cevabı

Daha gerçekçi sistemlerde dengesizlik ve eksen kaçıklığı birlikte görülür. Bu bölümde değişik şaft hızı ve kütle dengesizliğine sahip olması durumunda rotorun dengesizlik ve eksen kaçıklığı cevapları gösterilecektir. Şekil A 13'de diskin ve kütle dengesizliğinin 1. konfigürasyonda olması, sönüm ve jiroskobik etkilerin ihmal edilmesi durumunda sistemin zaman düzlemindeki cevabı görülmektedir ($\Omega=30,71$ Hz (1843 dev/dak), $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$, kütle dengesizliği 410,444 gmm). Aynı durum için sönüm ve jiroskobik etkiler göz önüne alınırsa sistemin zaman düzlemindeki cevabı Şekil A 14'deki gibi olur ($\kappa=0,02$). Titreşim genliklerinin azaldığı, faz farkının olduğu görülür. Her iki durumda şaft hızının 2 katı sistemin herhangi bir frekansına yakın olmadığı için eksen kaçıklığı bu olaylarda gizlenmektedir ve

frekans spektrumunda görülmektedir. Bunun sonucu olarak titreşim spektrumunda şaft hızının 1 katı vurgulanan frekanstır, Şekil A15.

Şekil A13 ve A14’de görülen hesaplanan sonuçlarda eksen kaçıklığı açısının çok küçük olması nedeniyle frekans spektrumunda sadece dengesiizlik tanımlanmaktadır. Ancak eksen kaçıklığı açısı ve motor pozisyonu açısı 25° yapılırsa hem dengesiizlik hem de eksen kaçıklığının tahmin edilen değerleri, sönüm ve jiroskobik etkilerin sırasıyla ihmal edilmesi ve göz önüne alınması durumunda, Şekil A16 ve A17’deki gibi olur. Bu durumda, hem kütle dengesiizliği hem de eksen kaçıklığı etkileri frekans spektrumunda görülmektedir, Şekil A18. Kütle dengesiizliği etkisi eksen kaçıklığı etkisine kıyasla daha büyüktür.

Şekil A19- A24’de sırasıyla disk ve kütle dengesiizliğinin 2., 3. ve 4. konfigürasyonlarda olması, sönüm ve jiroskobik etkilerin göz önüne alınması durumlarında çeşitli eksen kaçıklığı açıları için hesaplanan cevapları görülmektedir ($\kappa=0,02$). Disk ve kütle dengesiizliğinin konumunun değiştiğinde frekans spektrumunda dengesiizlik etkisinden çok eksen kaçıklığı etkisinin baskın olduğu görülmektedir. Bu beklenen bir sonuçtur. Jiroskobik etkiler büyüdüğü için maksimum genlikler de artacaktır.

Şekil A25 ve A26’da disk ve kütle dengesiizliğinin 1. konfigürasyonda olması, sönüm ve jiroskobik etkilerin hesaba katılması durumunda sırasıyla 5. ve 7. düğüm noktalarındaki x etrafındaki dönme serbestlik derecesinin, zaman düzlemindeki cevabı görülmektedir ($\Omega=30,71$ Hz, $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$, kütle dengesiizliği 410,444 gmm $\kappa=0,02$). Bu şekillerden anlaşılacağı gibi benzer serbestlik derecelerinde elde edilen tepkiler sönüm ve jiroskobik etkiler nedeniyle farklılaşmaktadır. Bu beklenen bir sonuçtur.

Şekil A27 ve A28’de disk ve kütle dengesiizliğinin 1. konfigürasyonda olmaları durumunda maksimum genliğin eksen kaçıklığı açıları (α , β) ile değişimini görülmektedir. Şekillerde görüldüğü gibi maksimum genlik kütle dengesiizliği ile doğru orantılıdır. Maksimum genlikler beklenildiği gibi 1. düğüm noktasındaki x eksen etrafındaki dönme serbestlik derecesi ile 11. düğüm noktasındaki x ve z eksenleri etrafındaki dönme serbestlik derecelerinde ortaya çıkmaktadır. Maksimum

genliğin ortaya çıktığı düğüm noktaları eksen kaçıklığı açılarına (α , β) bağlı olarak değiş nektedir.

şekil A 29- A 31’de disk ve kütle dengesi ziliği nin 2., 3. ve 4. konfi grasyonda ol ması durumlarında maksi mum genliğin eksen kaçıklığı açıları (α , β) ile değişimi grl nektedir. Disk ve kütle dengesi ziliğı kardan kavramasının bul unduğu tarafa doğru yaklaştı ka maksi mum genlikleri n daha büyük değerler aldı đı grl r. Disk ve kütle dengesi ziliğı kardan kavramasının bul unduğu taraftan uzaklaştı ka maksi mum genlikleri n beklendi đı gibi azaldı đı grl nektedir. Disk ve kütle dengesi ziliğı kardan kavramasının bul unduğu tarafa yaklaştırılırsa maksi mum genlikler 10. düğüm noktasındaki x etrafındaki dönme serbestlik derecesi ile 11. düğüm noktasındaki x ve z eksenleri etrafındaki dönme serbestlik dereceleri nde ortaya çıkmaktadır. Disk ve kütle dengesi ziliğı kardan kavramasının bul unduğu taraftan uzaklaştırılırsa maksi mum genlik 1. düğüm noktasındaki x etrafındaki dönme serbestlik derecesi ile 11. düğüm noktasındaki z etrafındaki dönme serbestlik derecesi nde ortaya çıkmaktadır.

5. YORUMLAR

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar şu şekilde sıralanabilir:

1. Rotor sisteminin teorik modeli sonlu elemanlar metodu kullanılarak geliştirilmiştir. Modeldeki kardan kavraması etkisi eksen kaçıklığını hesaplamak için noktasal bir model olarak kullanılmıştır. Sistemde eksen kaçıklığı olması (denklem 3.10), eksen kaçıklığı ve dengesizlik olması durumunda (denklem 3.16) genelleştirilmiş denklemler türetilmiştir. Türetilen denklemler eksen kaçıklığının kuvvet frekanslarının motorun dönme hızının çift katlı frekanslarında olduğunu göstermiştir. Sistem çoğunlukla sistemin doğal frekansı ve motorun dönme hızı arasındaki ilişkiye göre tepki verir. Eğer, motorun dönme hızının çift katlarından herhangi birisi, sistemin doğal frekanslarından birine yakın veya aynıysa, sistem rezonansa girer. Bunun sonucunda eksen kaçıklığından kaynaklanan titreşimler önemli titreşim kaynağı haline gelirler. Dengesizlik ve eksen kaçıklığının birlikte olması durumunda, dengesizlik cevabı hesabından farklı olarak eksen kaçıklığı etkisi nedeniyle hızlanma (ya da yavaşlama) kuvvetleri oluşur.
2. MATLAB’de yazılan program teorik model üzerine kurulmuştur. Zaman ve frekans düzlemlerindeki sayısal sonuçlar, çeşitli dengesizlik, eksen kaçıklığı, disk ve kütle dengesizliği konuları için elde edilmiştir. Kurulan teorik modeli ve elde edilen sayısal sonuçları onaylamak için literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırma yapıldı.
3. Sayısal sonuçlar dengesizlik ve eksen kaçıklığının dönme hızının sırasıyla $1x$, $2x$ katı şeklinde karakterize edilebileceğini göstermiştir. Ancak, kuvvet frekansı sistemin herhangi bir doğal frekansına yakın olmadığı zaman eksen kaçıklığı fark edilmemektedir. Bundan dolayı, bazı durumlarda eksen kaçıklığı görünmez ve titreşim spektrumunda belirlenmez. Diğer yandan,

eğer şaftın dönme hızının 2 katı sistemin doğal frekanslarından herhangi birisine yakınsa, eksen kaçıklığı etkisini büyütülebilir ve şaft hızının 2 katındaki yüksek titreşim genlikleri frekans spektrumundan görülebilir. Bu durumda yüksek genlikli titreşimlerden kaçınmak için şaft hizalanmalı veya şaftın dönme hızı değiştirilmelidir. Sonuçlar, dengesi ziliğin değişmesinin titreşimin genliğini değiştirebileceğini fakat titreşim frekansı spektrumunun aynı kalacağını göstermiştir.

4. Maksimum genlik çeşitli durumlar için elde edilmiştir. Disk ve kütle dengesi ziliğ kardan kavramasına yaklaştıkça maksimum genliğin arttığı, uzaklaştıkça maksimum genliğin azaldığı görülmüştür. Maksimum genliklerin eksen kaçıklığı açılarına (α , β) bağlı olarak 1., 10. ve 11. düğüm noktalarında dönme ile ilgili serbestlik derecelerinde ortaya çıkmaktadır.
5. Sönüm ve jiroskobik etkilerin göz önüne alınıp alınmadığı durumlar ayrı ayrı incelenmiştir. Bu etkiler göz önüne alındığında beklenildiği gibi titreşim genliğinin azaldığı, faz farkının olduğu görülmüştür.
6. Eksen kaçıklığı tarafından oluşturulan eğilme momentleri yataklara ek yük getirilmektedir ki, bu yük yatak tasarımı ve seçiminde göz önünde bulundurulmalıdır. (2.65), (2.66), (2.85) ve (2.86) nolu denklemler dinamik yatak yüklerini bulmasında yararlıdır.

5.1. Bu Konuda Yapılabilecek Diğer Çalışmalar

1. Yataklardaki dinamik yükleri hesaplarken eksen kaçıklığı da göz önünde bulundurulmalıdır. İncelenen sistemde, dinamik yatak kuvvetleri ve momentlerinin ölçülmesinde eksen kaçıklığı etkileri göz önünde bulundurulmaktadır. Bundan sonraki çalışmalar için, yataklardaki yükler hem eksen kaçıklığının olması durumunda hem de olmaması durumunda hesaplanmalıdır. Böylelikle eksen kaçıklığının yatak yüklerine etkisi saptanabilir.

2. İncelenen sistemde tek kütle dengesizliği kullanılmıştır. Gelecekteki araştırmalarda birden fazla kütle dengesizliği kullanılabilir. Ayrıca, yataklardaki sönüm etkisi de modele dahil edilebilir.
3. Motor-esnek kavrama-rotor sistemindeki titreşimler hidrodinamik yataklar kullanılarak analiz edilebilir. Eksen kaçıklığının yataklara etkisiyle ilgili çok az çalışma vardır fakat hiçbirinde motor ve rotor arasındaki eksen kaçıklığı göz önüne alınmamıştır. Bundan sonraki deneysel ve teorik araştırmalarda motor-esnek kavrama-rotor-yatak sisteminin, motor ve rotor arasındaki eksen kaçıklığının yanı sıra yataklarda izafi eksen kaçıklığının olması durumunda dinamik karakteristiğinin araştırması yapılabilir. Bu durumda rotorun dinamik karakteristiği (kuvvet cevabı ve kararlılığı gibi) yalnız yağ filmi kuvvetlerinden değil aynı zamanda motor dönme hızının çift katlarını içeren kuvvet frekanslarından da etkilenir.

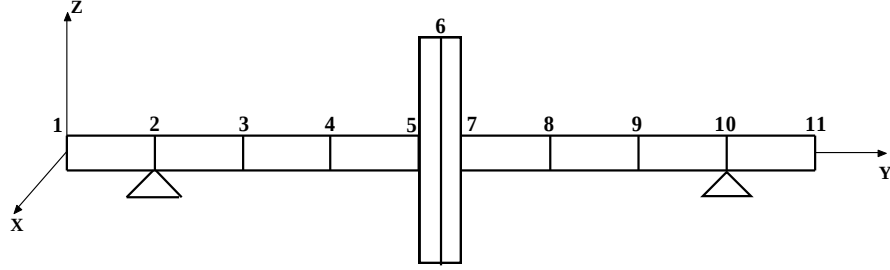
KAYNAKLAR

- [1] **J. W. Lund**, 1988. Topics in Rotor Dynamics, *Proceedings of the Second International Symposium on Transport Phenomena, Dynamics, and Design of Rotating Machinery. Part II - Dynamics of Rotating Machinery*, Honolulu, New York, 27-34
- [2] **Goodwin, M. J.**, 1991. Dynamics of Rotor-Bearing Systems - An Overview *Shock and Vibration Digest*, **23**, 3-14
- [3] **Xu, M.** 1992. Ph.D. Dissertation, University of Pittsburgh, Pittsburgh, Pennsylvania. Theoretical and experimental study of a motor-flexible coupling-rotor system subject to misalignment and unbalance
- [4] **Hotrowski, J.**, 1986. Shaft Alignment Handbook Marcel Dekker New York
- [5] **Buscarello, R. T.**, 1991. Vibration Control to Upgrade Paper Quality and Reduce Basis Weight Solutions, *Update International, Inc., Denver, Colorado*, **3**, No. 2
- [6] **Temiz, V., Yücenur, S.**, 2001. Kuvranmalar Ders Notları.
- [7] **Dewell, D. L. and Mitchell, L. D.**, 1984. Detection of a Misaligned Disk Coupling Using Spectrum Analysis, *Transactions of the ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, **106**, 9-16
- [8] **Rosenberg, R. M.**, 1958. On the Dynamical Behavior of Rotating Shafts Driven by Universal (Hooke) Couplings, *Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics*, **25**, 47-51.
- [9] **Porat, L.**, 1980. Moment Transmission by a Universal Joint, *Mechanisms and Machine Theory*, **15**, 245-254
- [10] **H. Qa and M. Kato**, 1984. Even Multiple Vibrations of Rotating Shaft Due to Secondary Moment of a Universal Joint, *Proceedings of the Third International Conference on Vibrations in Rotating Machinery*, London, 199-204

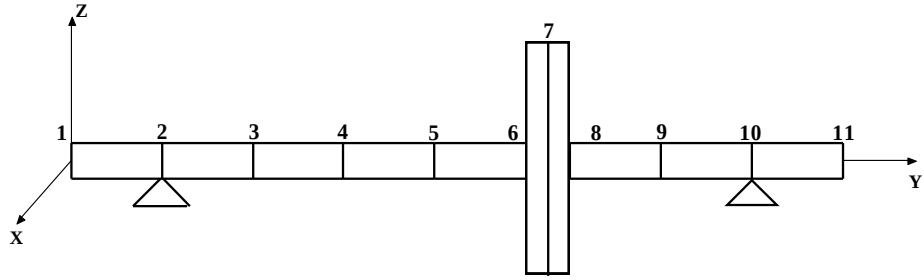
- [11] **Kato, M, Oa, H and Kato, R**, 1988 Lateral-Torsional Coupled Vibrations of a Rotating Shaft Driven by a Universal Joint, *JSME International Journal. Ser III*, **31**, 68-74
- [12] **Iwatsubo, T, and Saigo, M**, 1984 Transverse vibration of system driven by a Cardan joint. *Journal of Sound and Vibration*, **95**, 9-18
- [13] **Ziegler, H**, 1968 Principles of Structural Stability, Waltham Massachusetts: Blaisdell Publishing Company.
- [14] **Innan, D J.**, 1989 Vibration with Control, Measurement, and Stability Englewood Cliffs, Prentice-Hall, New Jersey.
- [15] **Lalanne, M and Ferraris, G**, 1998 Rotordynamics Prediction in Engineering Second Edition, West Sussex, John Wiley & Sons Ltd. England
- [16] **Zorzi, E S and Nelson, H D**, 1977. Finite Element Simulation of Rotor-Bearing Systems with Internal Damping *Transactions of the ASME Journal of Engineering for Power*, **99**, 71-76
- [17] **Den Hartog, J P**, 1956 Mechanical Vibrations, McGraw Hill, New York
- [18] **Grandall, S H**, 1991. The Hysteretic Damping Model in Vibration Theory, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C Journal of Mechanical Engineering Science*, **205**, 23-28
- [19] **Rao, J S**, 1983 Rotor Dynamics, Wiley Eastern Limited, New Delhi, India
- [20] **Vance, J M**, 1988 Rotordynamics of Turbomachinery, Wiley-Interscience, New York
- [21] **Alford, J S**, 1965 Protecting Turbomachinery from Self-Excited Rotor Whirl, *Transactions of the ASME Journal of Engineering for Power*, **87**, 333-344
- [22] **Codley, J W, Tukey, J W**, 1965 An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, *Mathematics of Computation*, **19**
- [23] **Ewins, D J**, 1991. Modal Testing Theory and Practice, Research Studies Press Ltd, England

EKLER

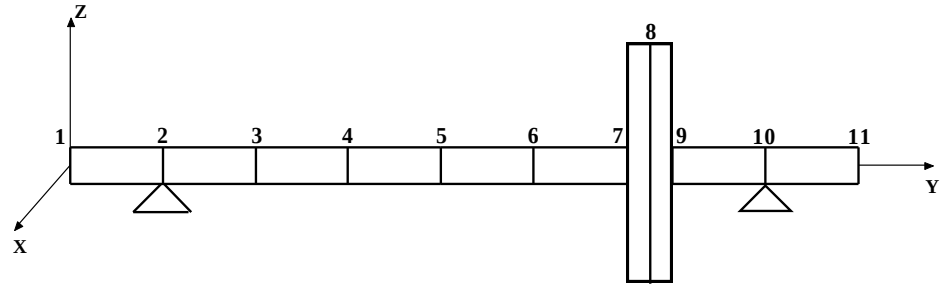
EK A



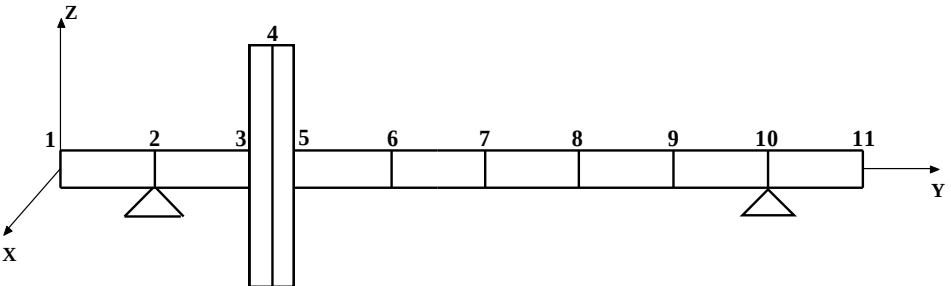
Şekil A1. Disk ve kütle dengesi zli ği 1. konfi ğürasyonda



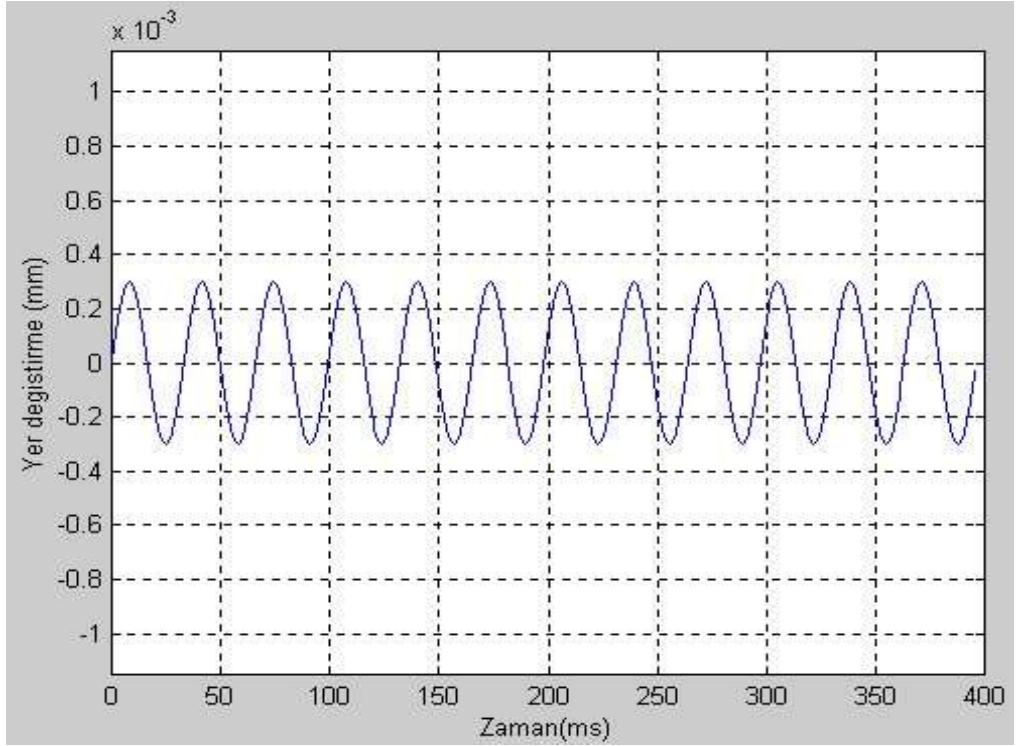
Şekil A2. Disk ve kütle dengesi zli ği 2. konfi ğürasyonda



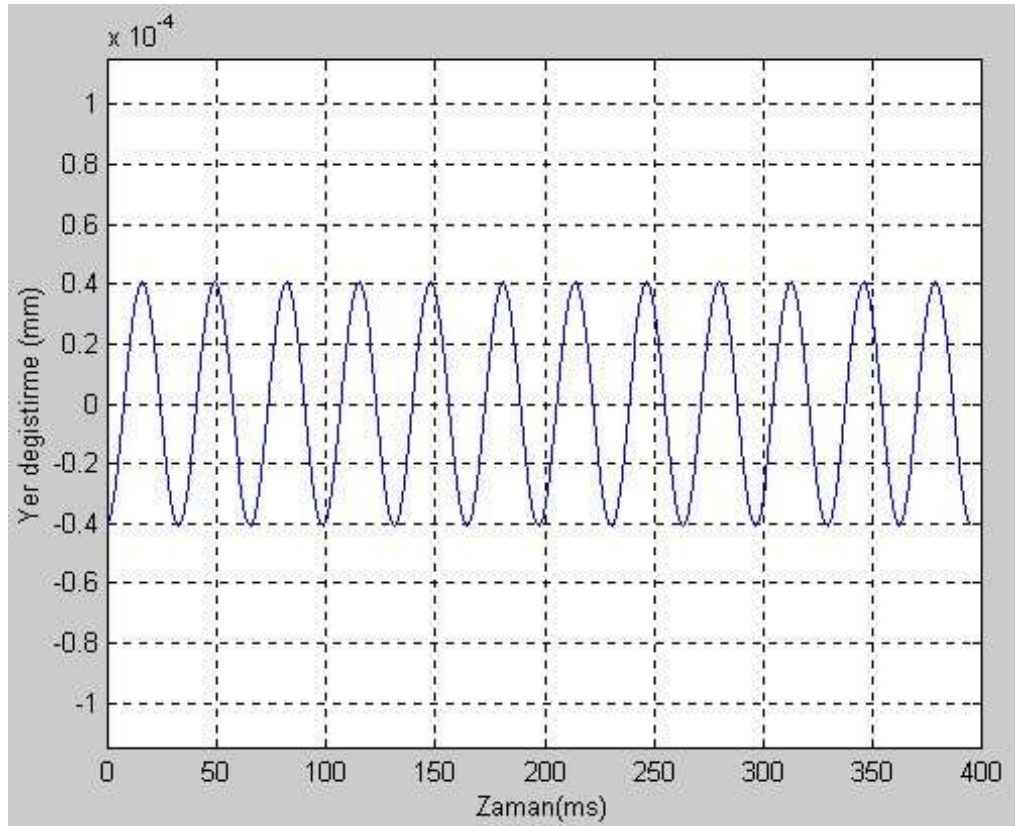
Şekil A3. Disk ve kütle dengesi zli ği 3. konfi ğürasyonda



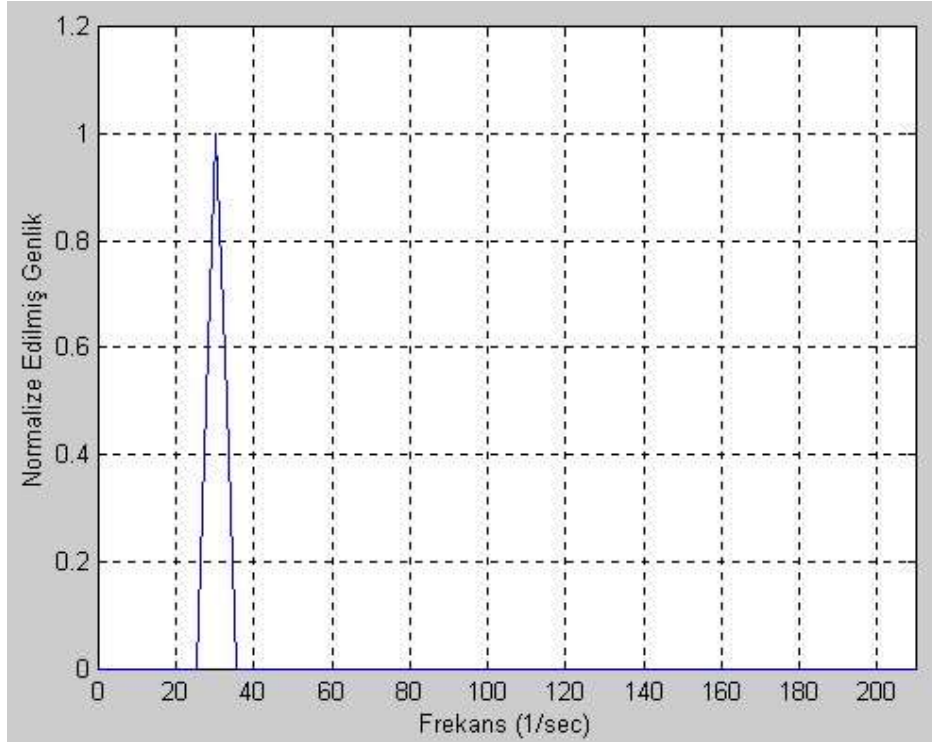
Şekil A4. Disk ve kütle dengesi zli ği 4. konfi ğürasyonda



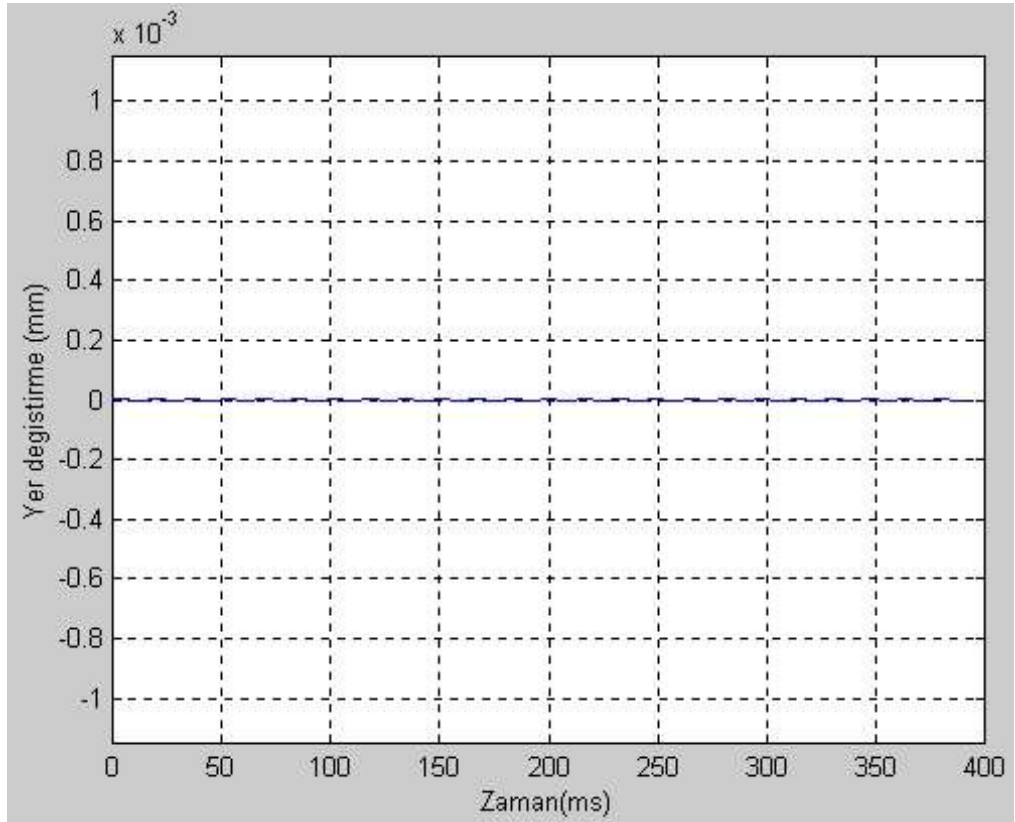
Şekil A.5. Dengesizlik cevabı $\Omega=30,30$ Hz, $m_e=410,444$ gmm disk ve kütle dengesi zli ğ 1. konfigürasyonda, sönüm ve jiroskobik etkiler ihmal edilmiş



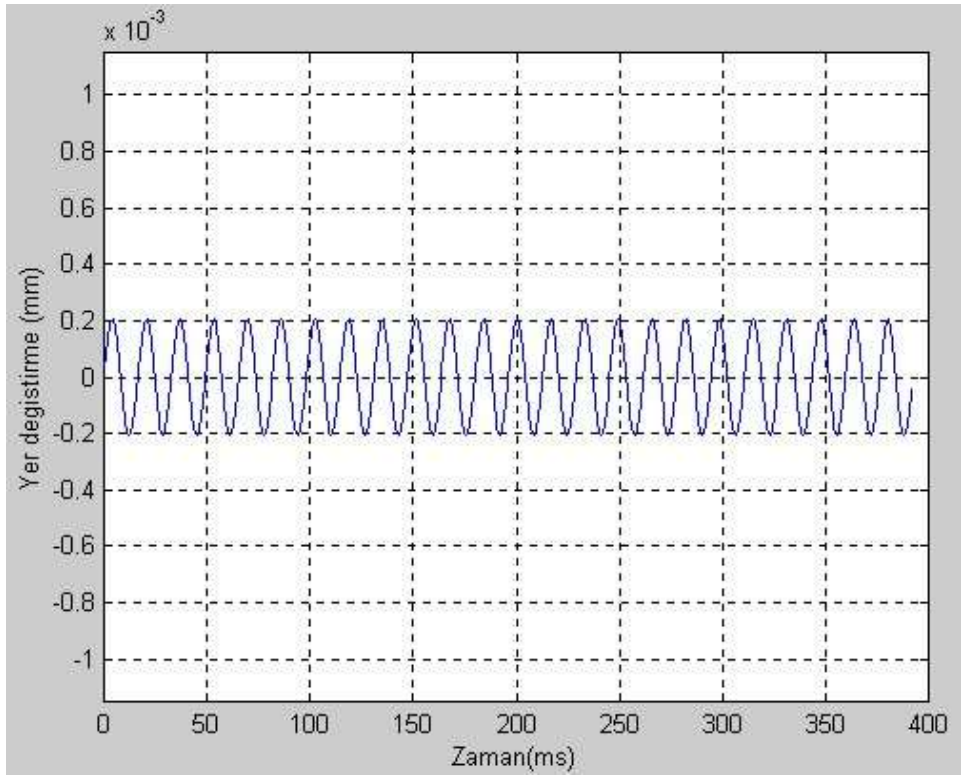
Şekil A.6. Dengesizlik cevabı $\Omega=30,30$ Hz, $m_e=410,444$ gmm disk ve kütle dengesi zli ğ 1. konfigürasyonda



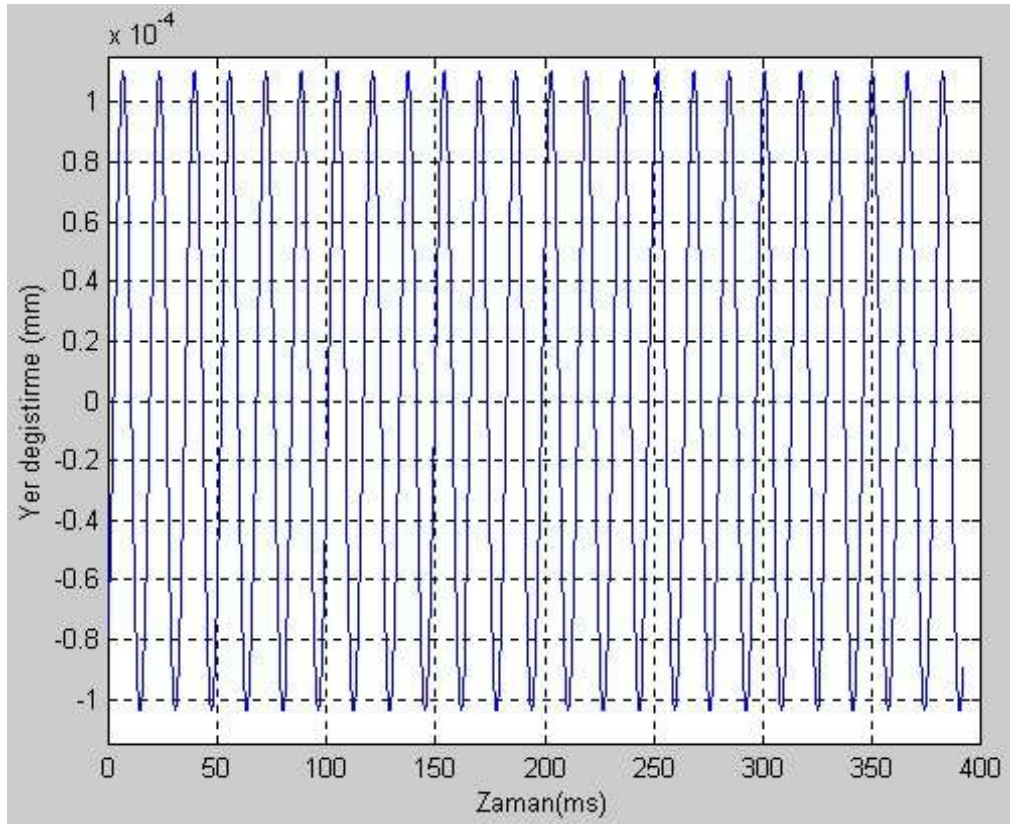
şekil A7. Dengesi zlik cevabı $\Omega=30,30$ Hz, $m_e=410,444$ gmm disk ve kütle dengesi zli ğ 1. konfigürasyonda



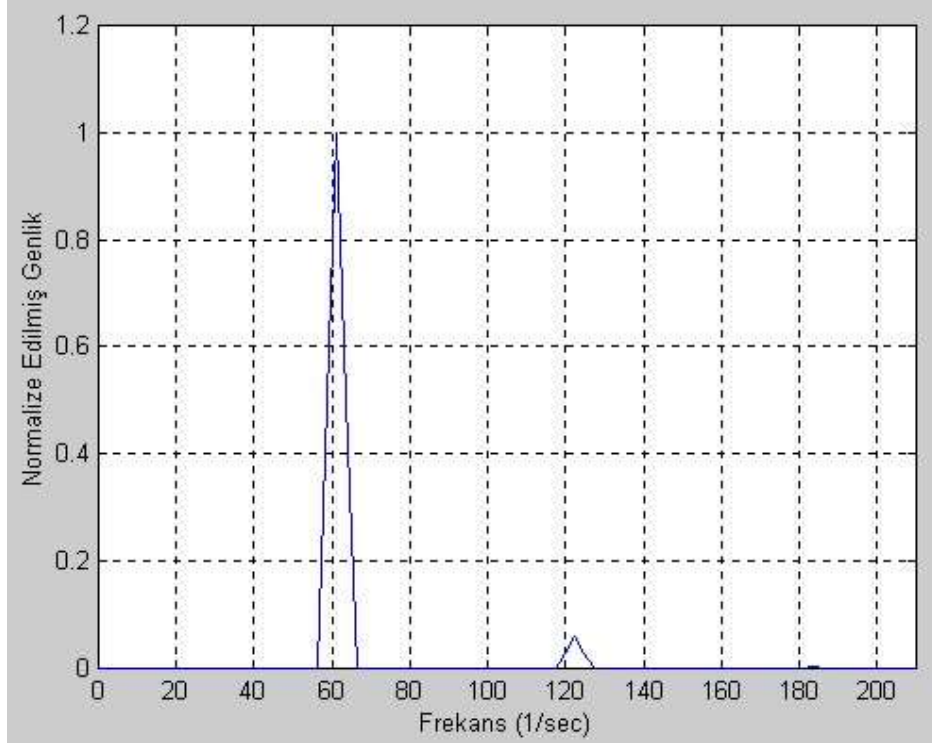
şekil A8. Eksen kaçıklı ğ cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesi zli ğ 1. konfigürasyonda, sönüm ve jiroskobik etkiler ihmal edil miş



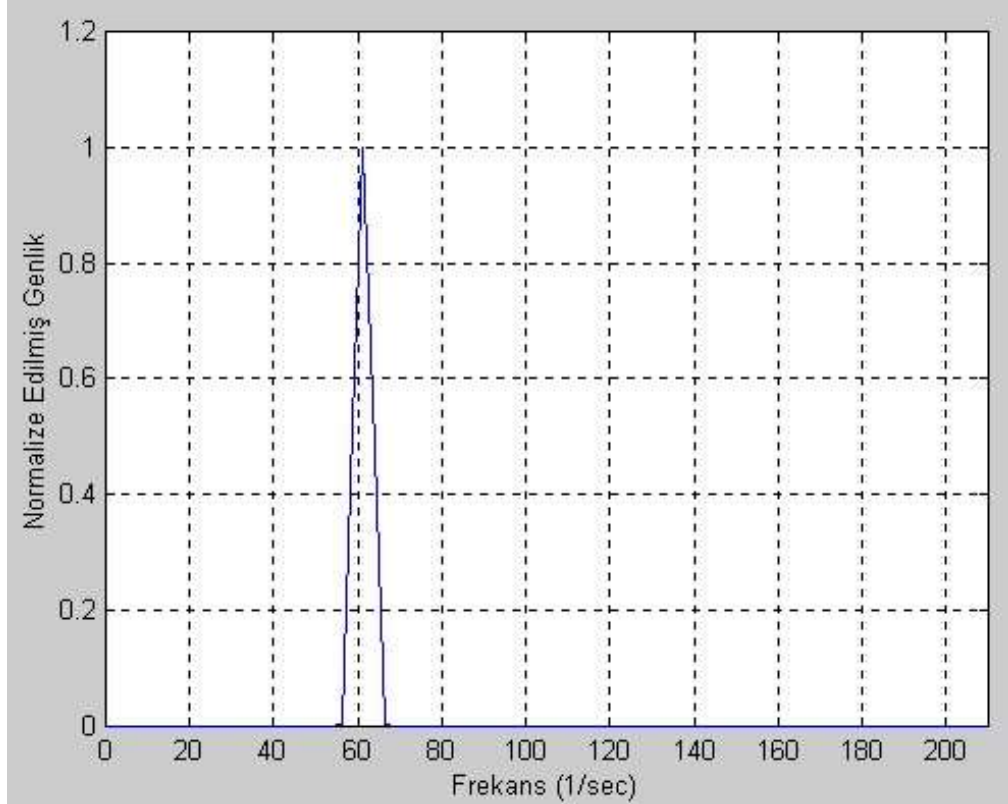
Şekil A.9. Eksen kaçıklığı cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliğı 1. konfigürasyonda, sönüm ve jiroskobik etkiler ihmal edilmiş



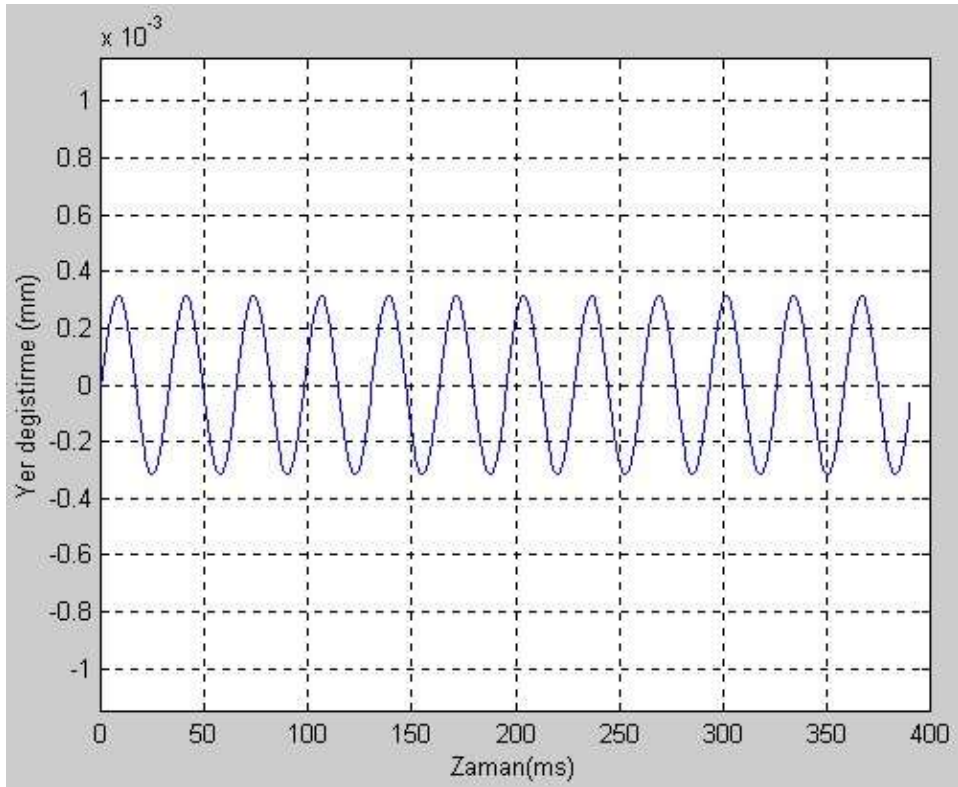
Şekil A.10. Eksen kaçıklığı cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliğı 1. konfigürasyonda



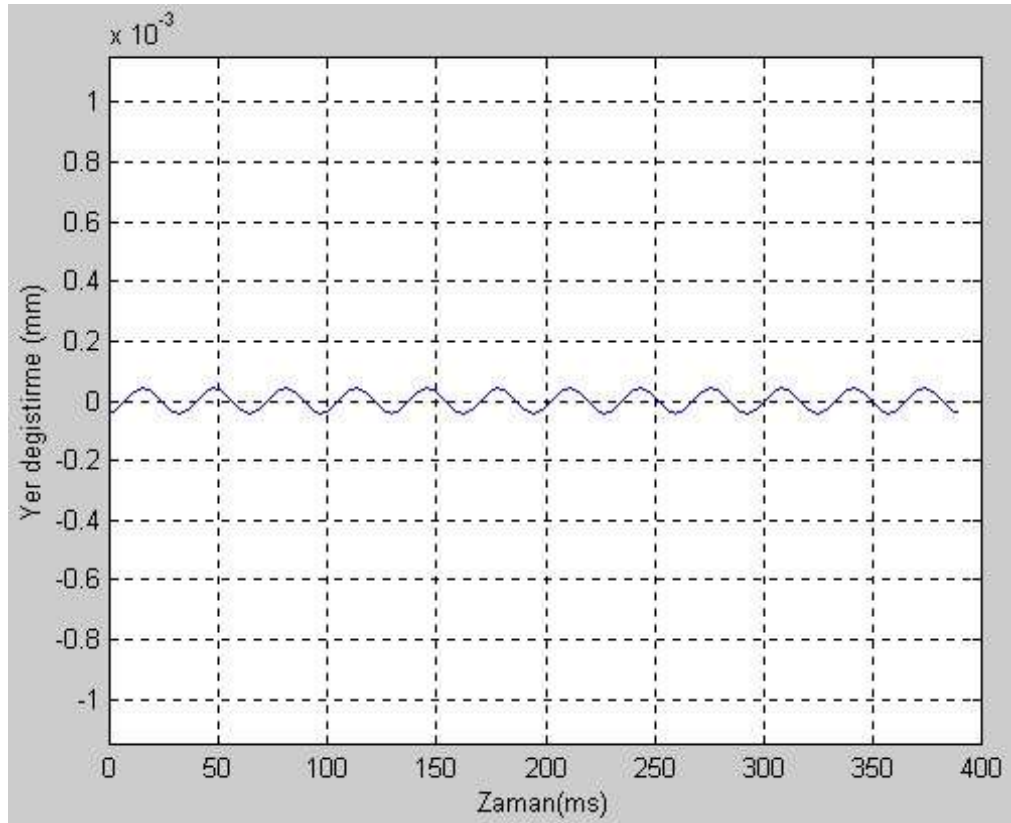
Şekil A11. Eksen kaçıklığı cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesi zıtlığı 1. konfigürasyonda



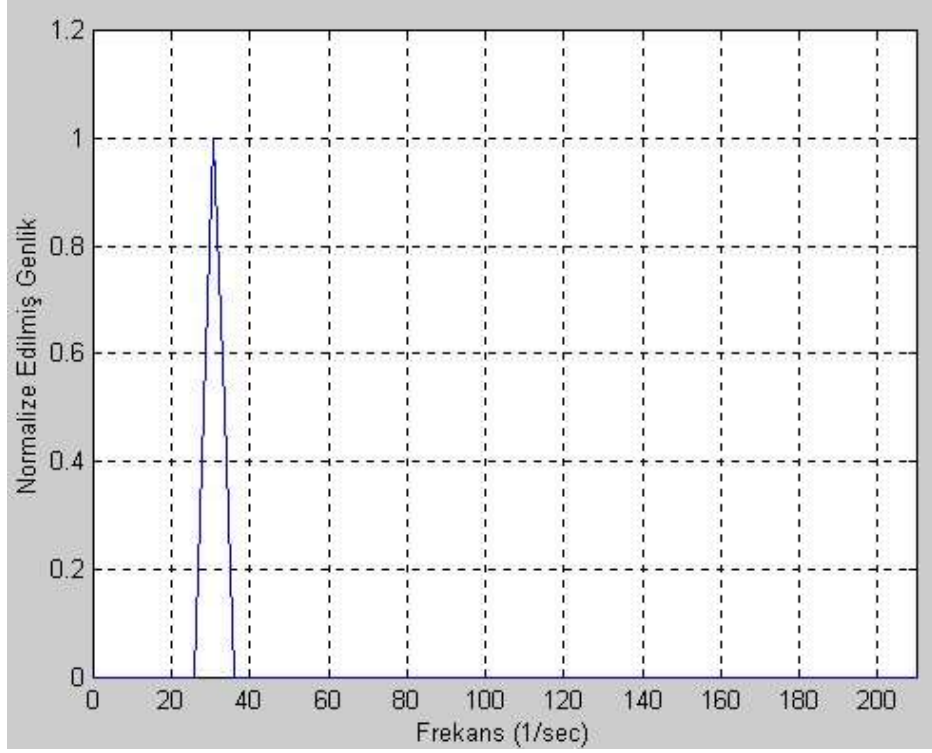
Şekil A12. Eksen kaçıklığı cevabı $\Omega=30,58$ Hz, $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesi zıtlığı 1. konfigürasyonda



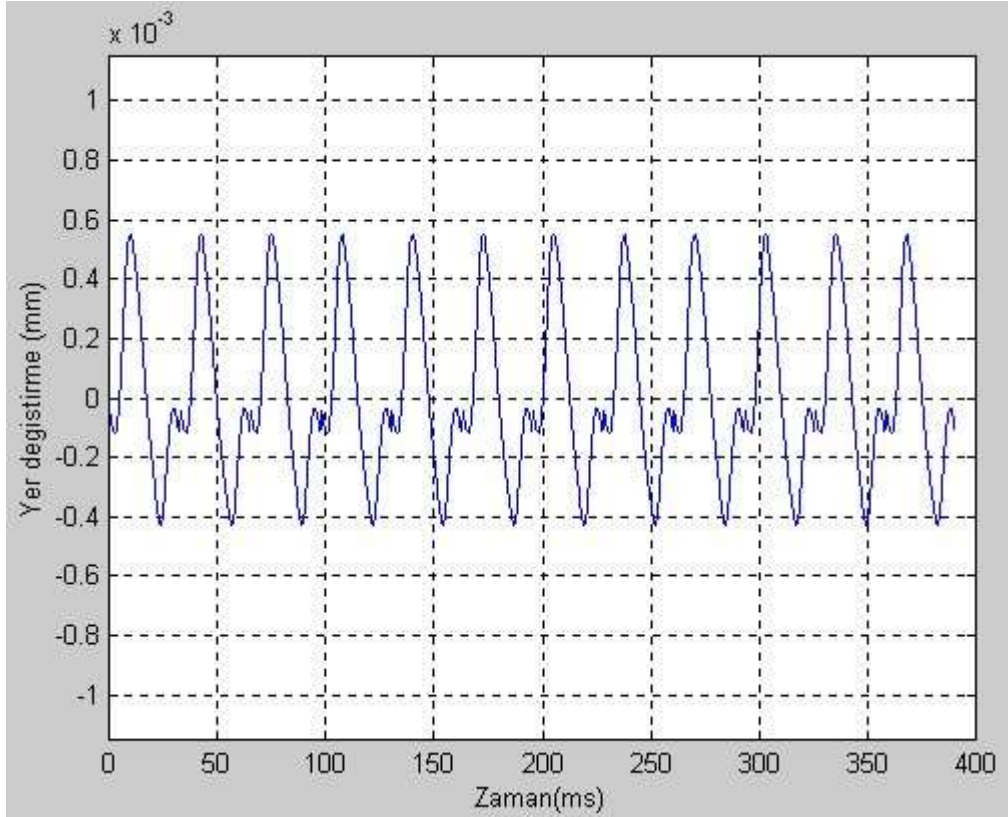
Şekil A 13. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda, sönüm ve jirokobik etkiler ihmal edilmiştir



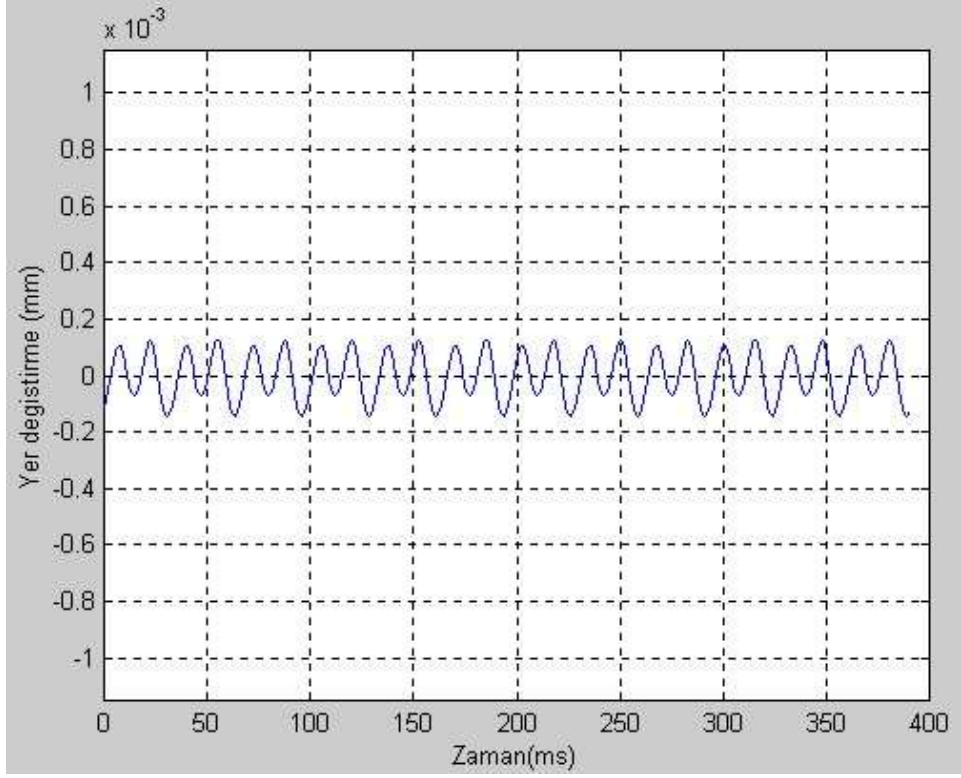
Şekil A 14. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda



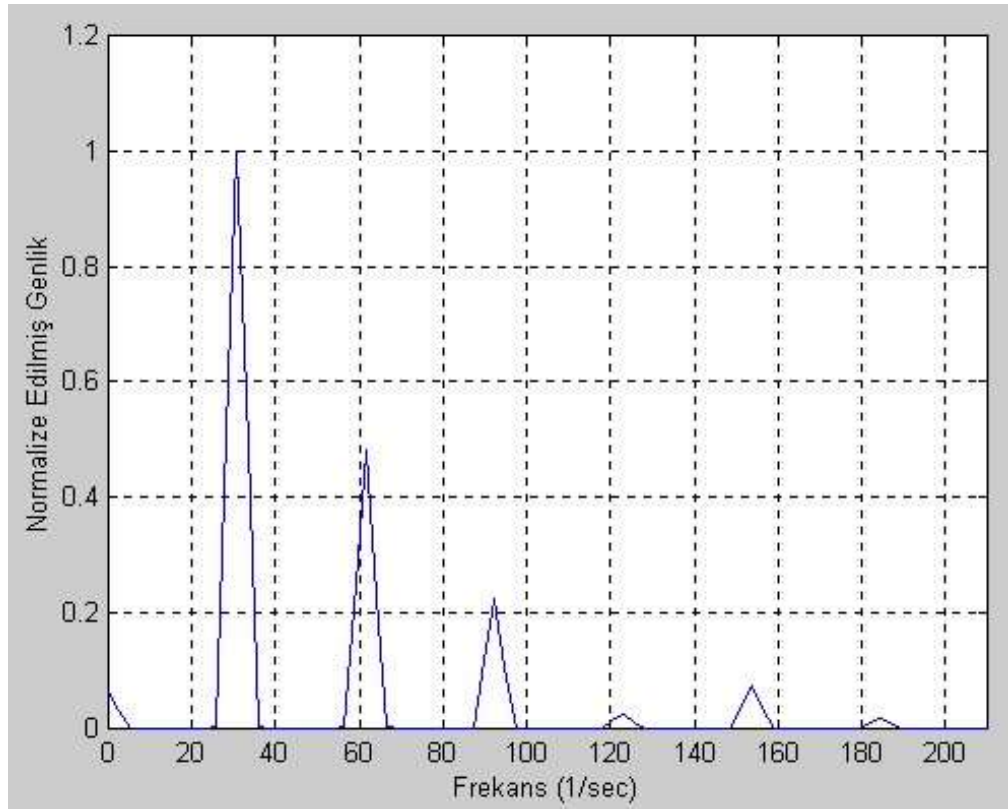
Şekil A15. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda, sönüm ve jirokobik etkiler ihmal edilmiş



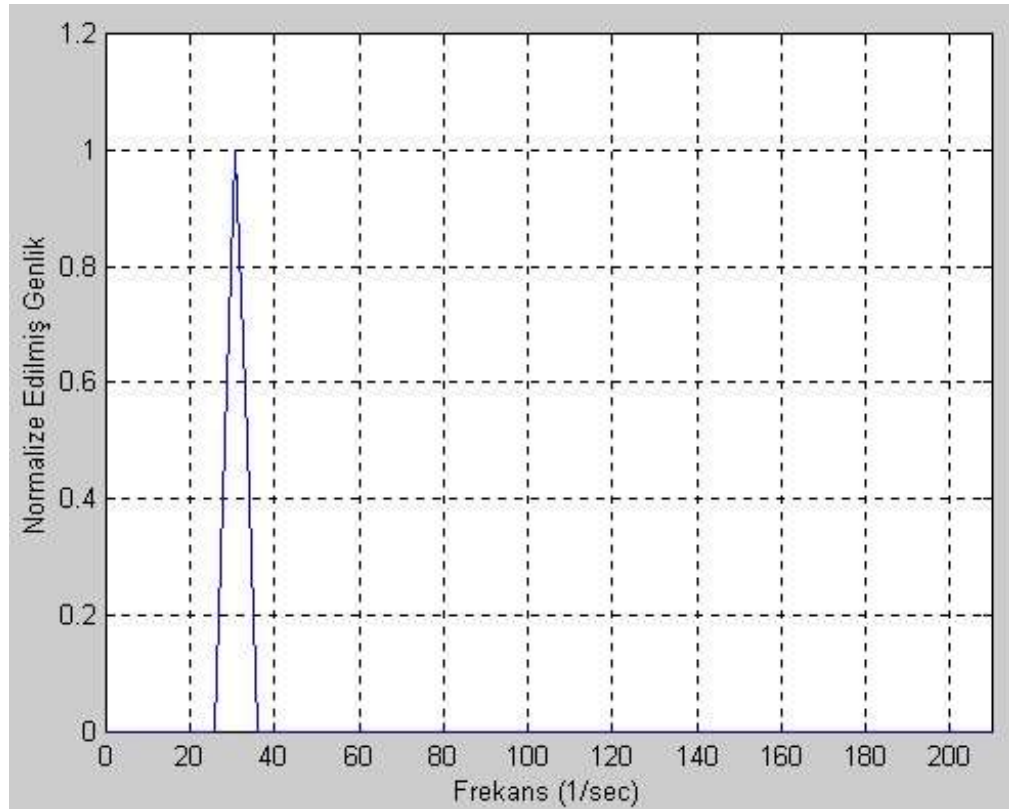
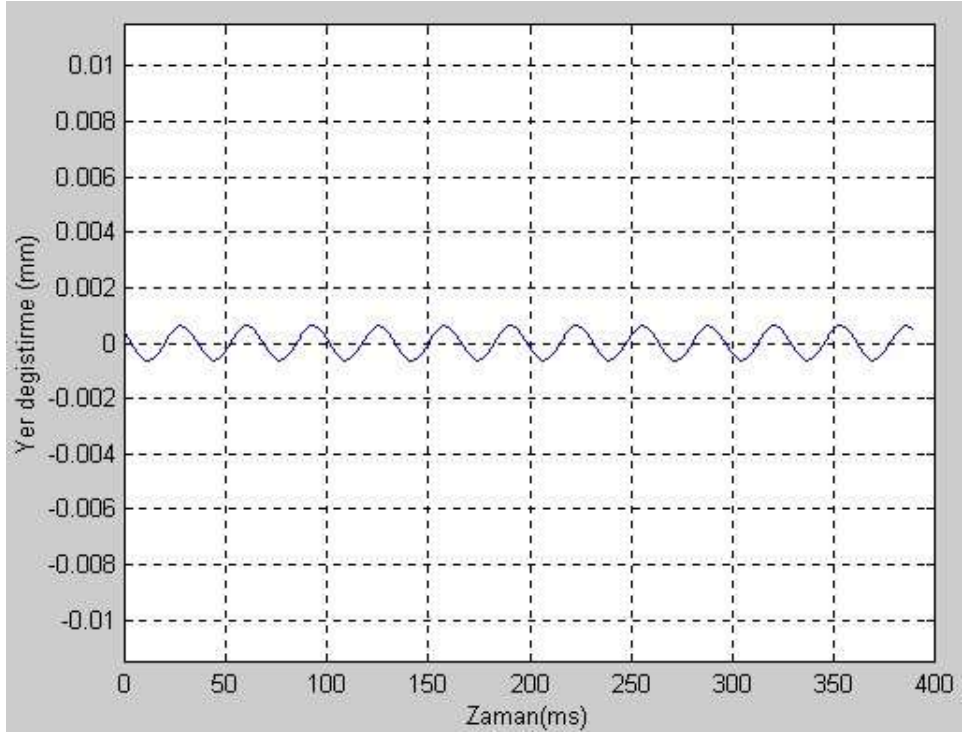
Şekil A16. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda sönüm ve jirokobik etkiler ihmal edilmiş



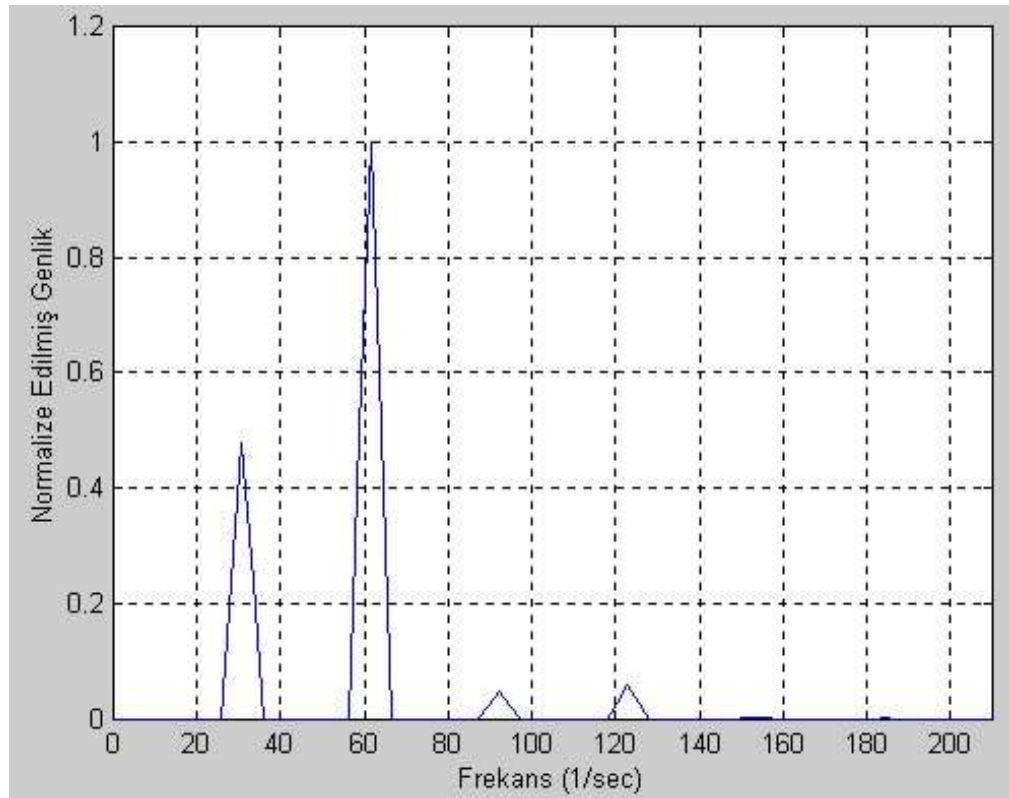
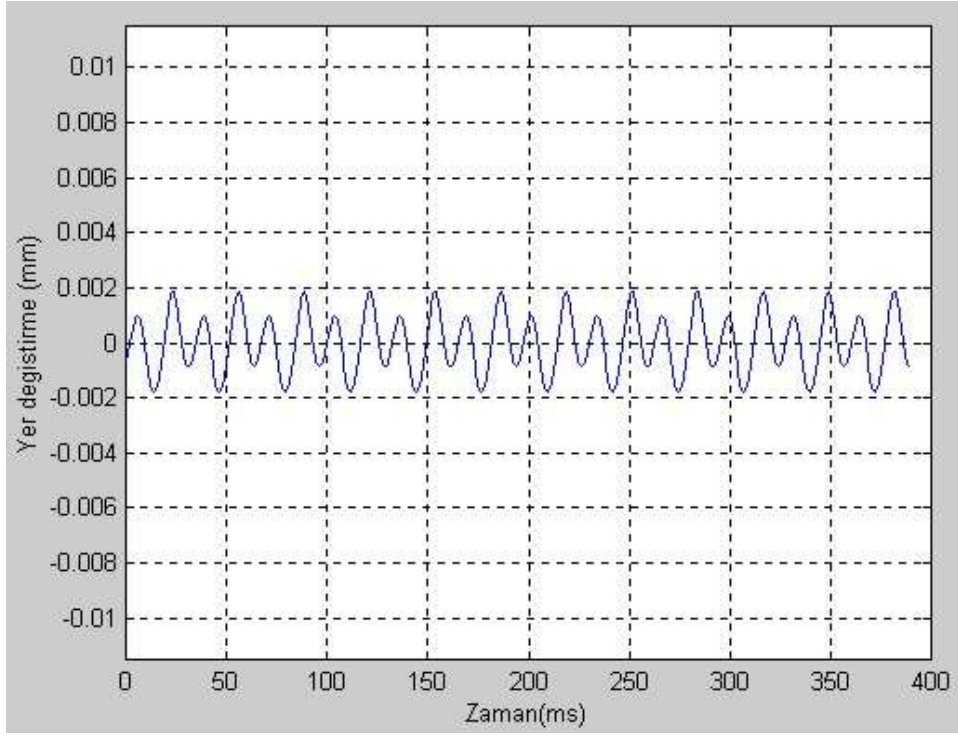
Şekil A 17. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesi ziliğı cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliğı 1. konfigürasyonda



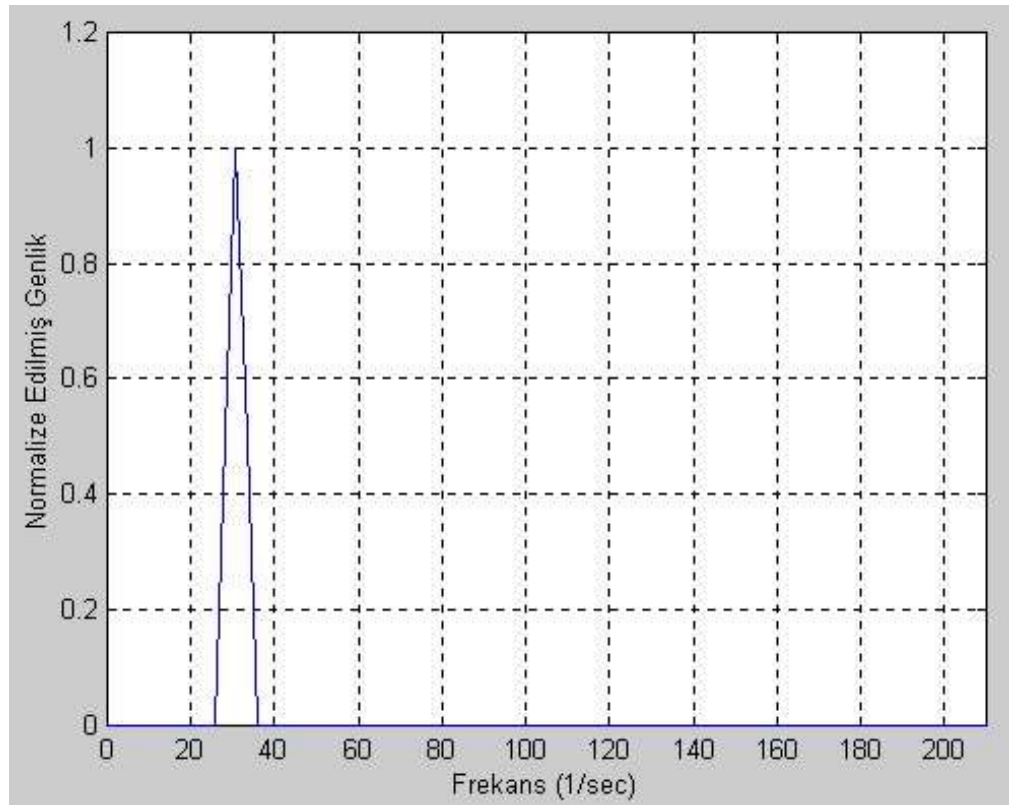
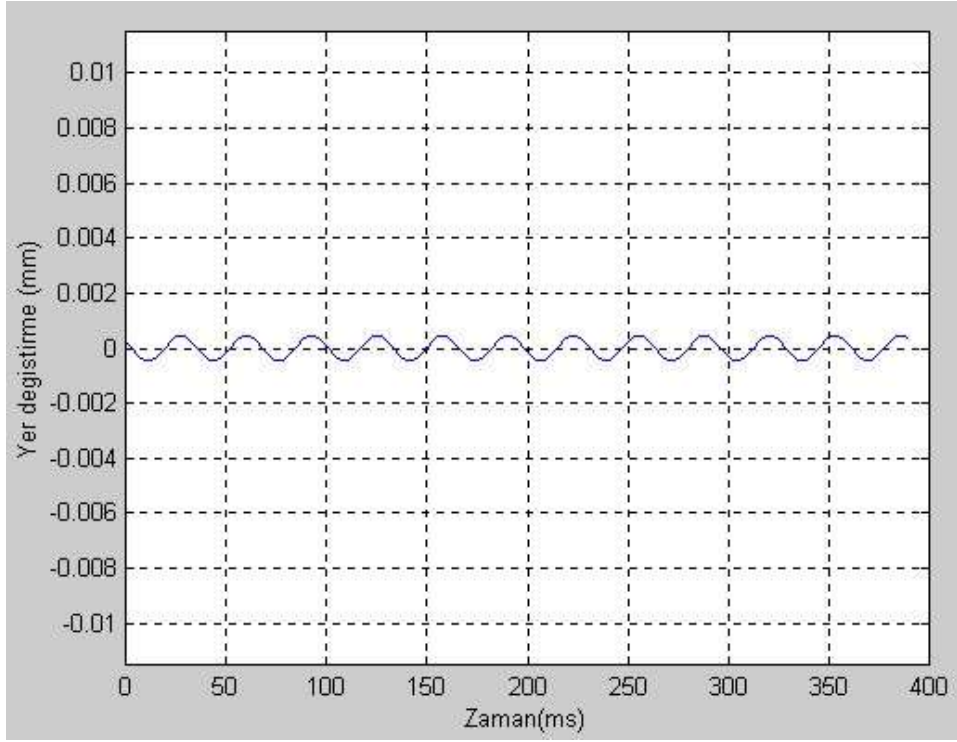
Şekil A 18. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesi ziliğı cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliğı 1. konfigürasyonda



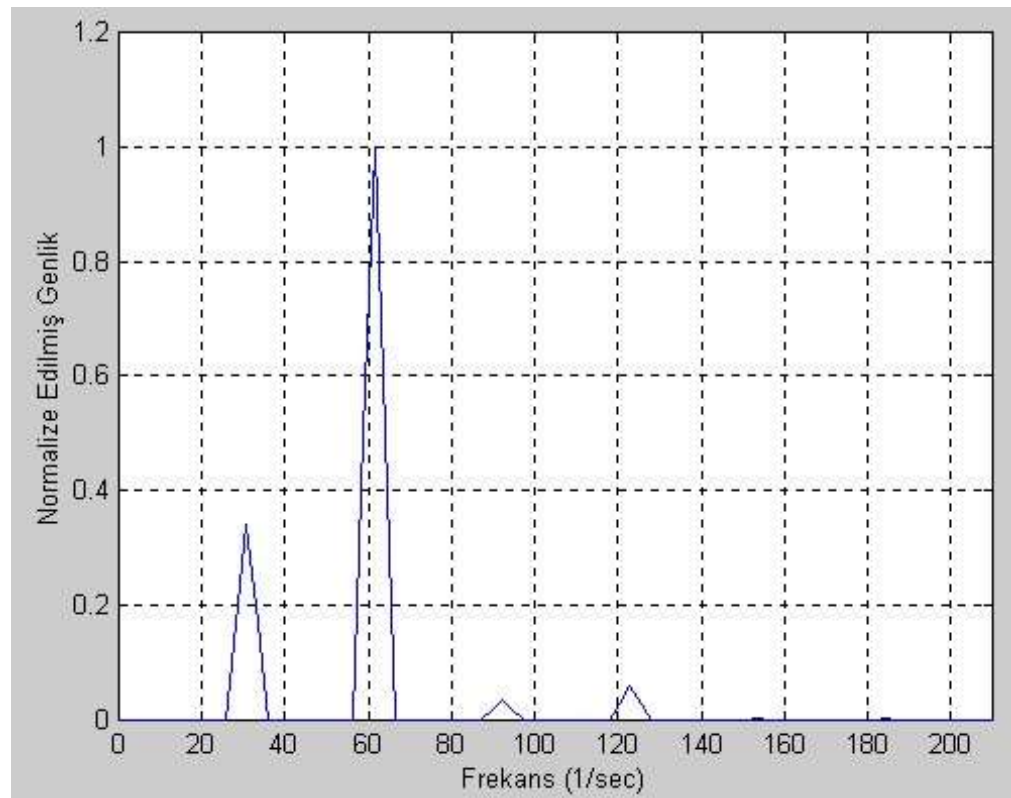
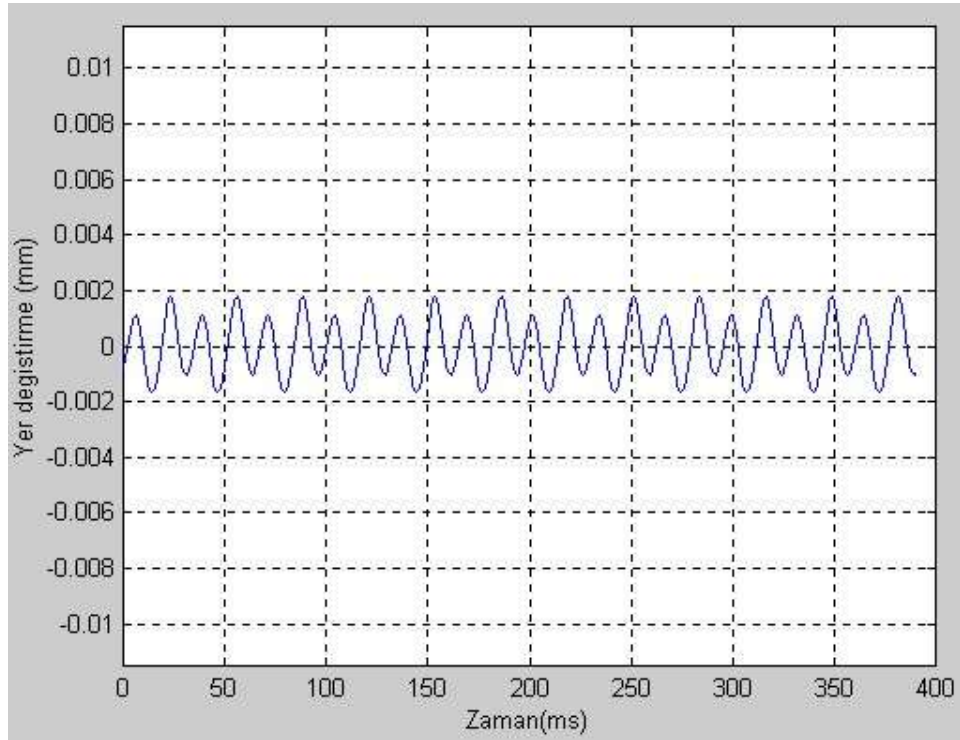
Şekil A 19. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 2 konfigürasyonda



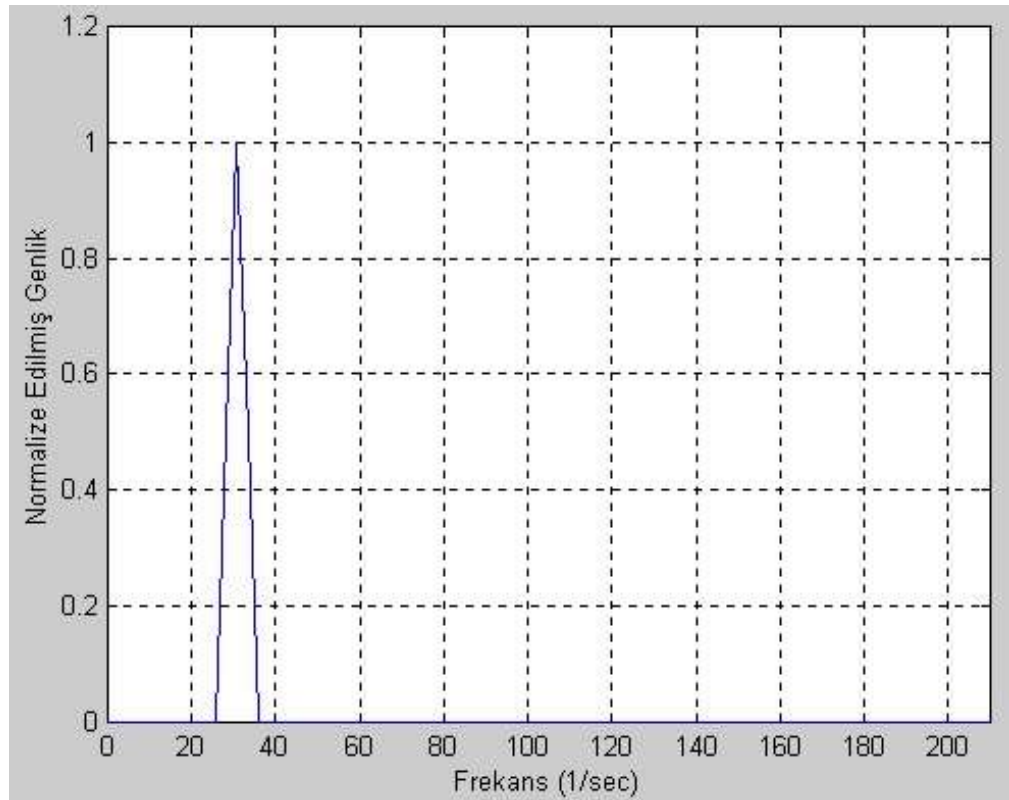
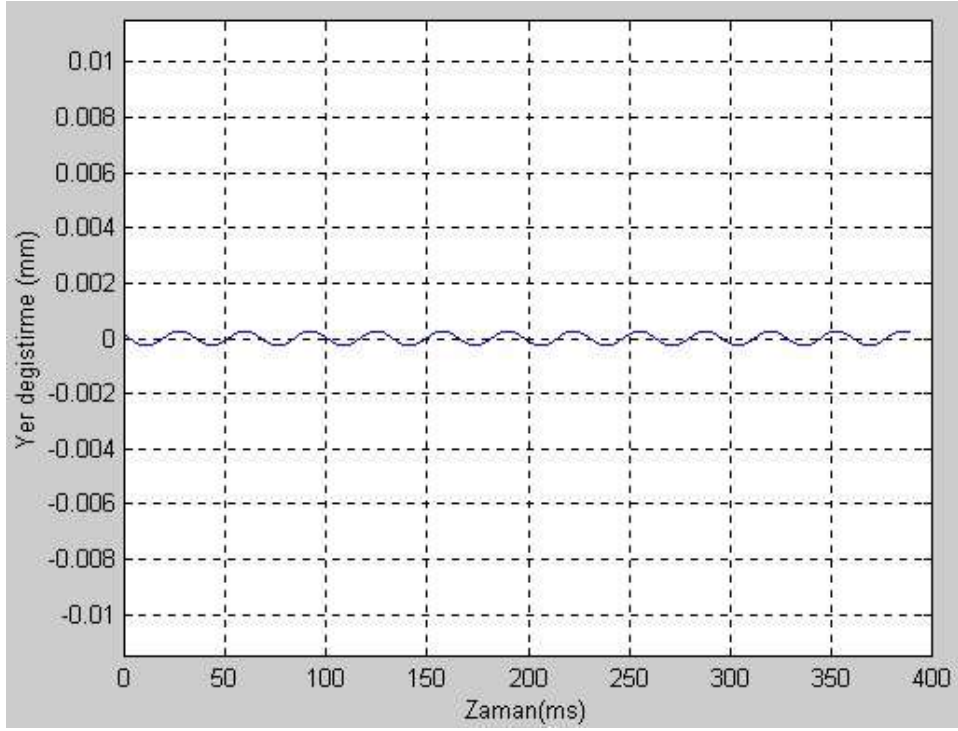
Şekil A20. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 2 konfigürasyonda



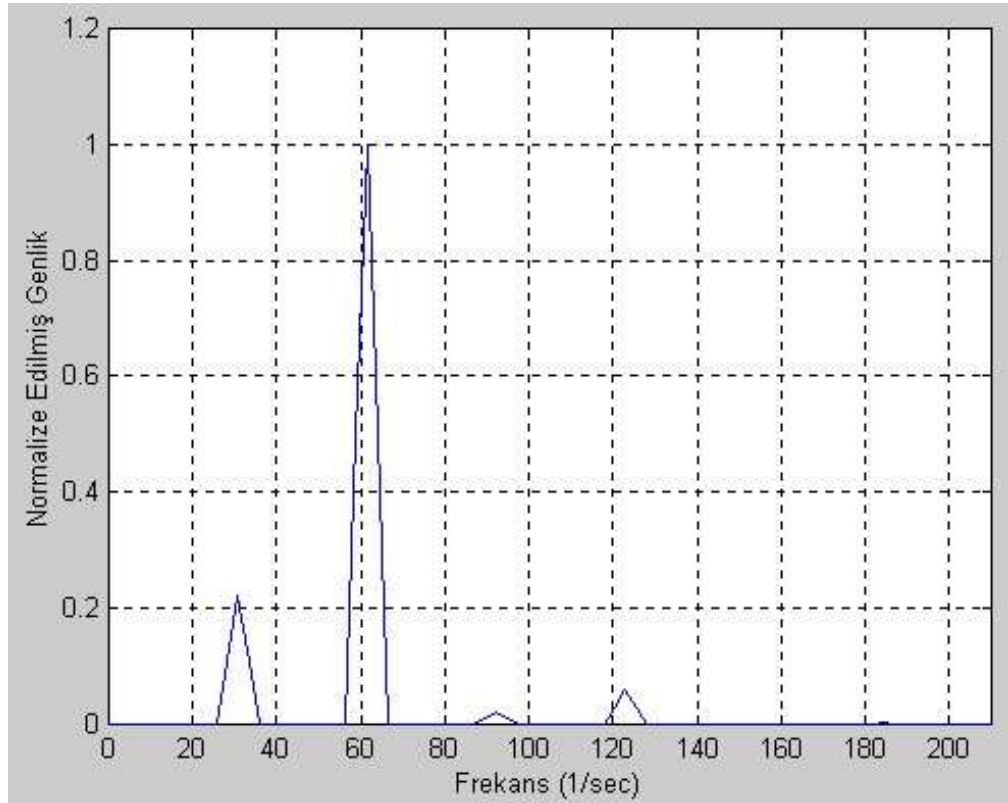
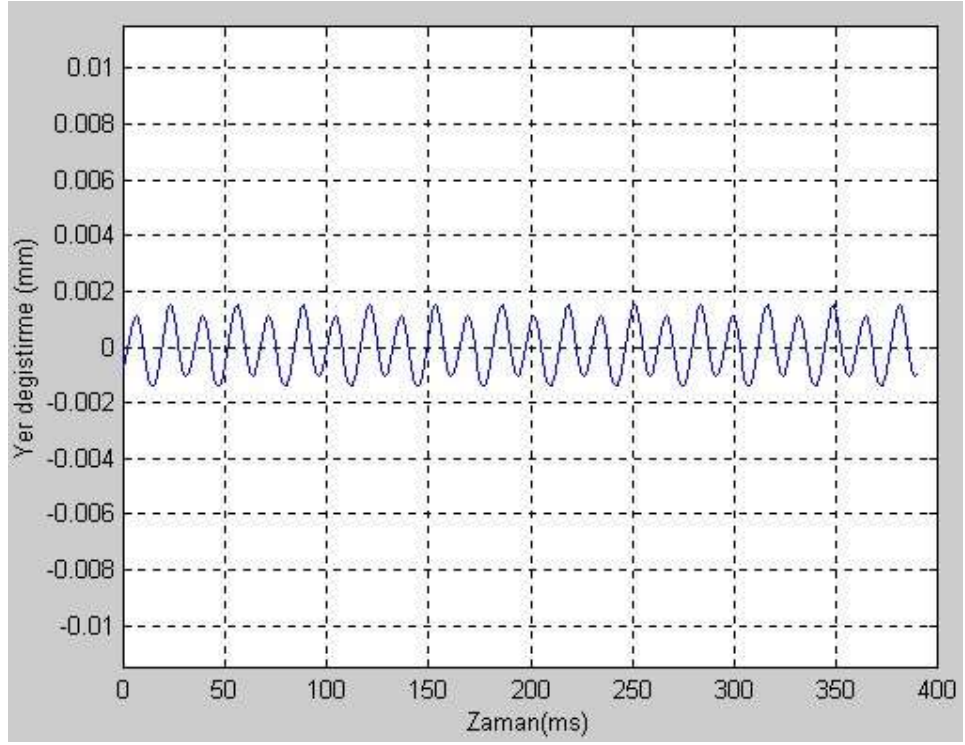
Şekil A21. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesi ziliğı cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliğı 3. konfigürasyonda



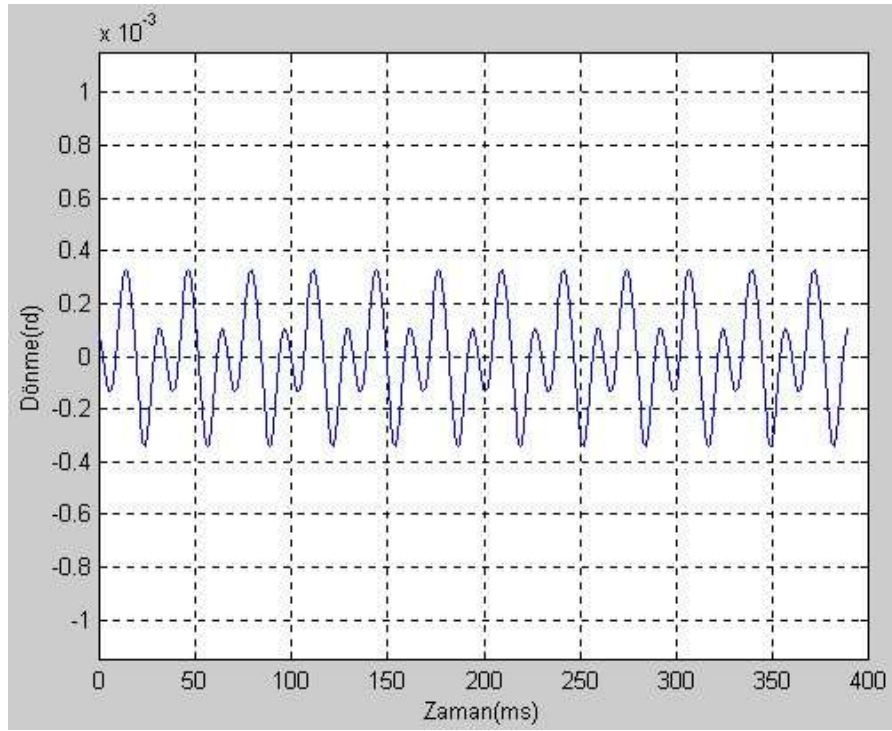
şekil A22 Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 3. konfigürasyonda



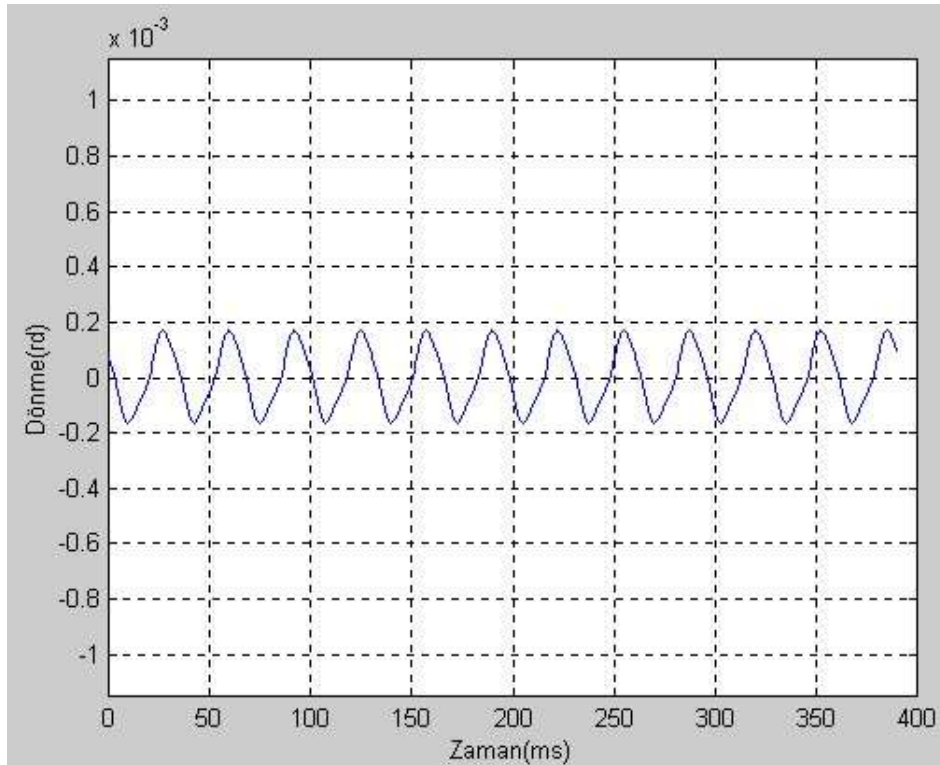
Şekil A23. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesi ziliğı cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=0,25^\circ$, $\beta=0^\circ$ disk ve kütle dengesi ziliğı 4 konfigürasyonda



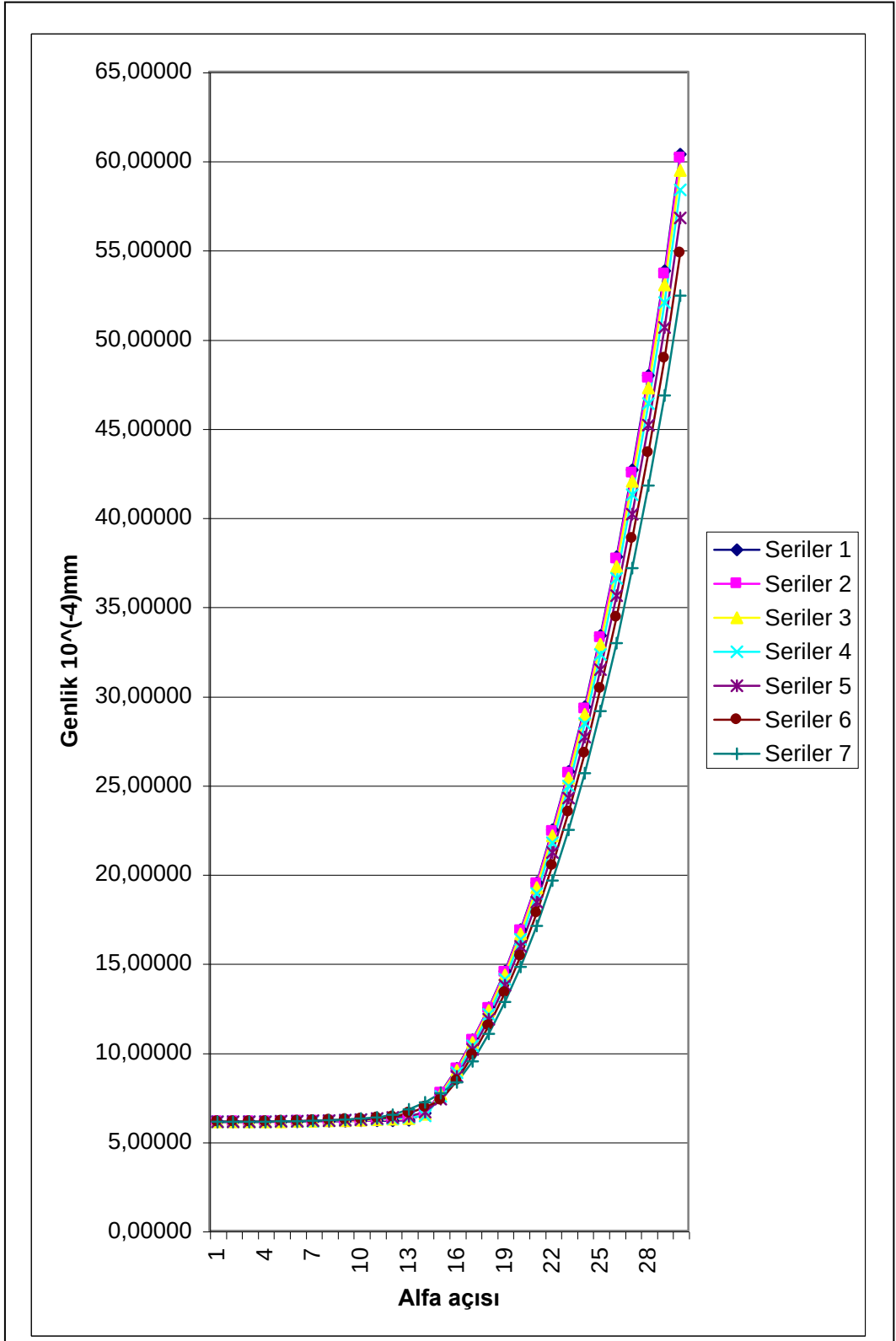
Şekil A24. Eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 4 konfigürasyonda



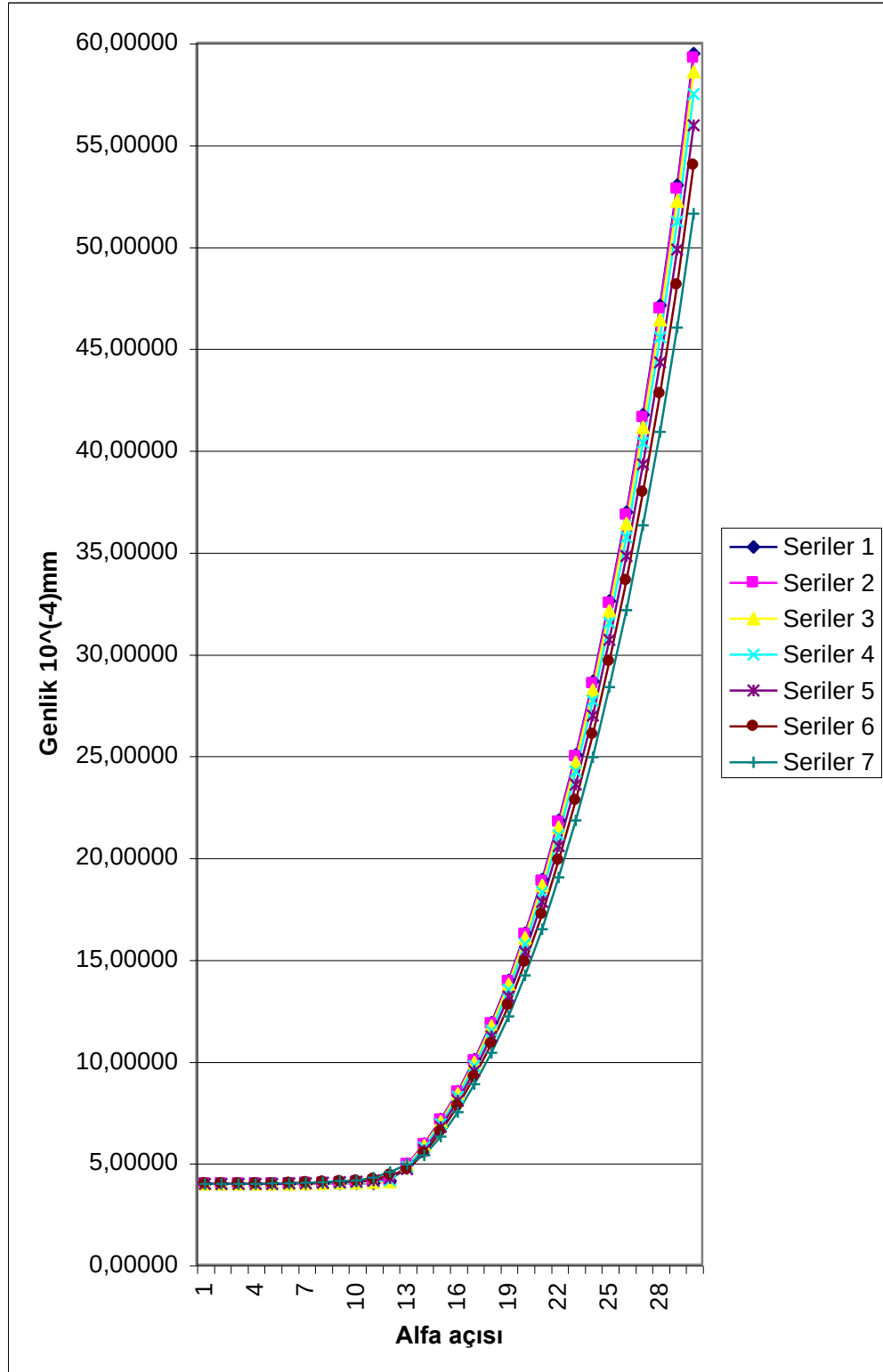
Şekil A25. 5. düğüm noktası x etrafındaki dönme serbestlik derecesi nin eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda



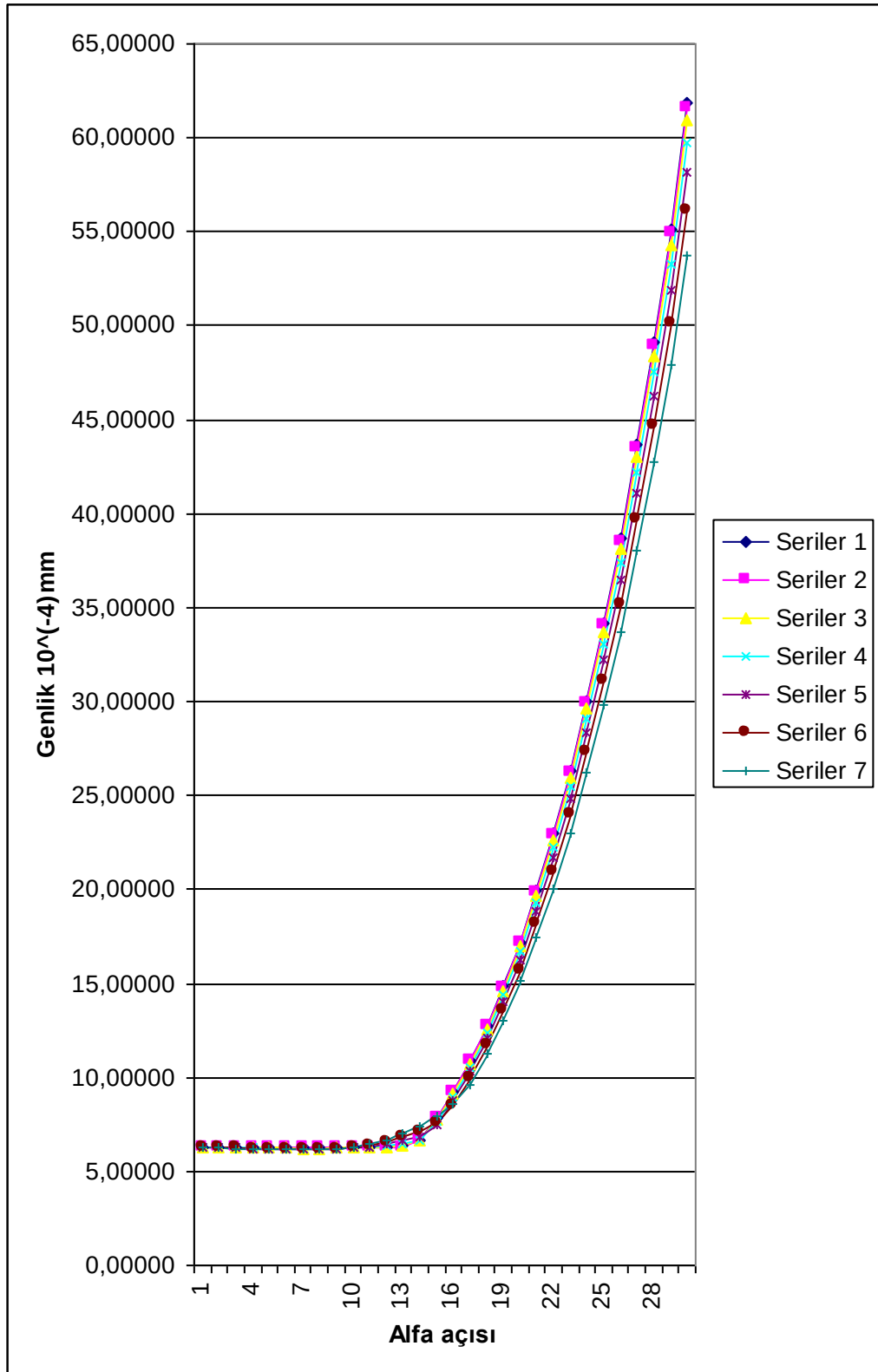
Şekil A26. 7. düğüm noktası x etrafındaki dönme serbestlik derecesi nin eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliği cevabı $\Omega=30,71$ Hz, $m_e=410,444$ gmm $\alpha=25^\circ$, $\beta=25^\circ$ disk ve kütle dengesizliği 1. konfigürasyonda



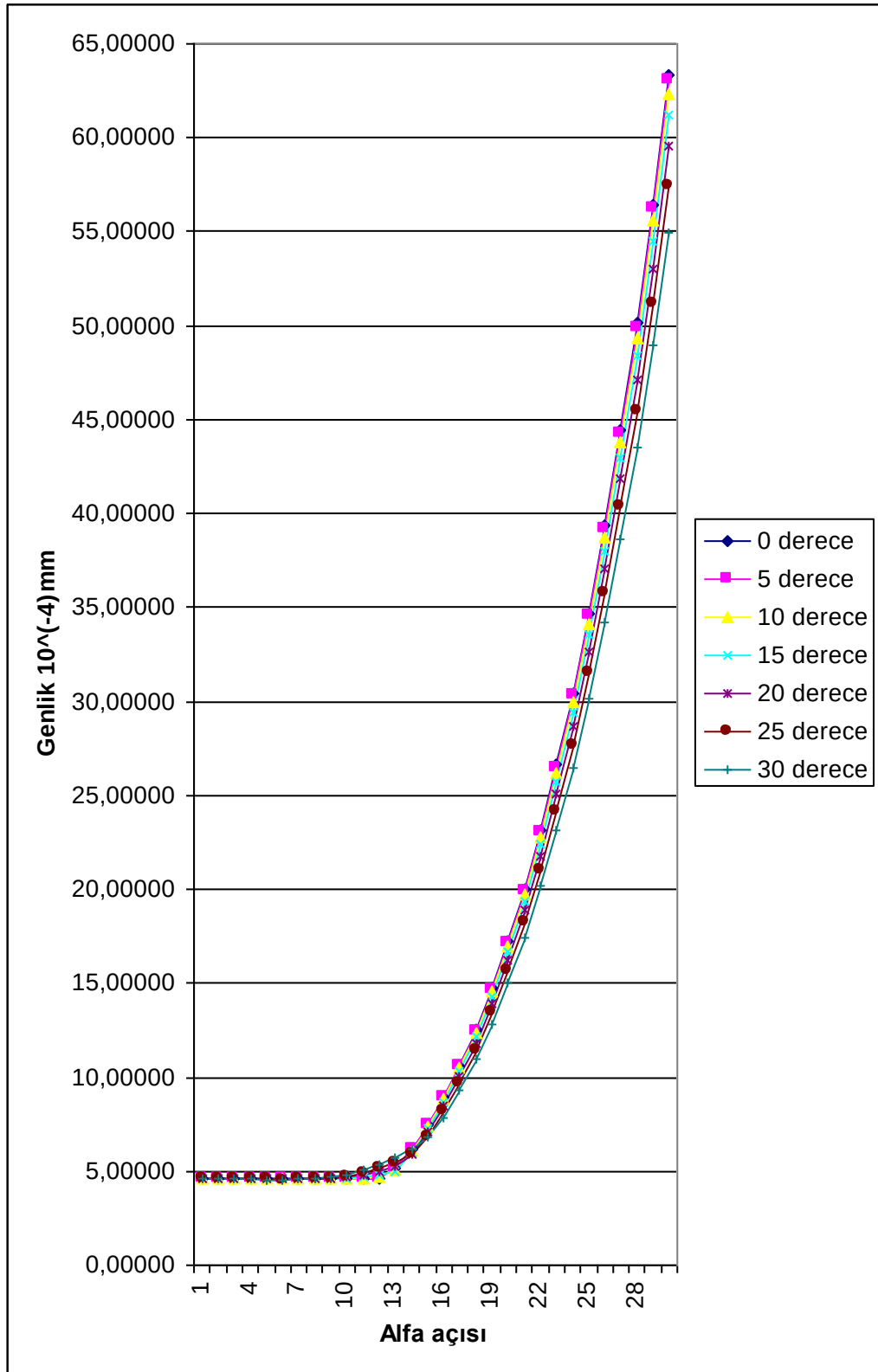
Şekil A27. Rotör ve disk in 1. konfigürasyonda olma sı durumunda maksimum genli ğ in α ve β ile de ğ i ş ini ($\Omega=30,71$ Hz $m_e=410,444$ gmm)



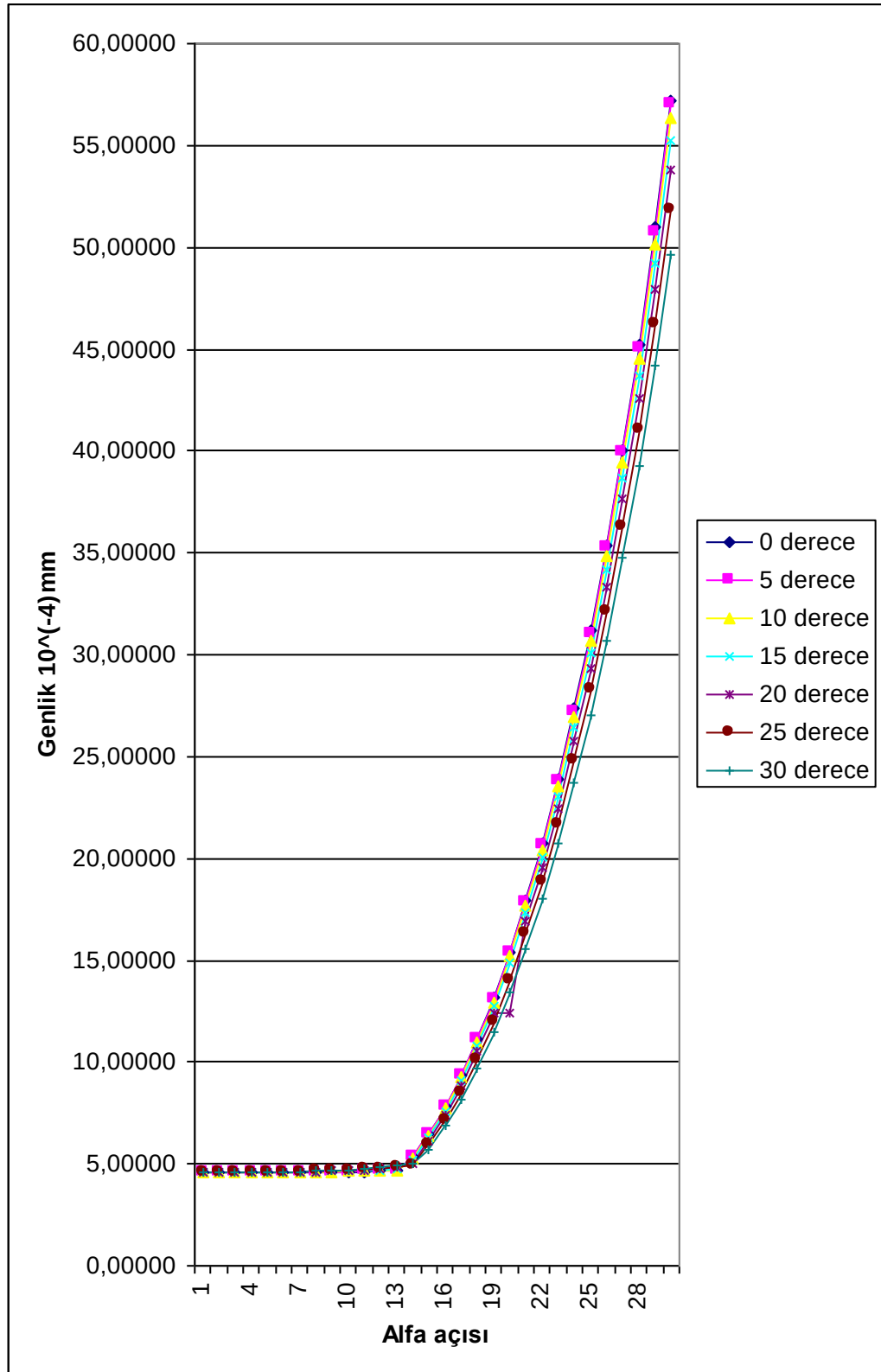
Şekil A28. Rotör ve disk in 1. konfigürasyonda olmasında maksimum genliğin α ve β ile değişimi ($\Omega=30,71$ Hz $mle=266,429$ gmm)



Şekil A29. Rotör ve disk in 2 konfigürasyonda olma sı durumunda maksimum genliğin α ve β ile değişimi ($\Omega=30,71$ Hz $mle=410,444$ gmm)



Şekil A30. Rotör ve diskin 3. konfigürasyonda olması durumunda maksimum genliğin α ve β ile değişimi ($\Omega=30,71$ Hz $mle=410,444$ gmm)



Şekil A31. Rotör ve disk in 4 konfigürasyonda olması durumunda maksimum genliğin α ve β ile değişimi ($\Omega=30,71$ Hz $mle=410,444$ gmm)

EK B

Tablo B 1. Şaft elemanları (1. konfigürasyon)

Eleman no	Düğüm no	Eksenel koor. (mm)	Çap (mm)
1	1	0	9,525
	2	50,8	9,525
2	2	50,8	9,525
	3	101,6	9,525
3	3	101,6	9,525
	4	158,75	9,525
4	4	158,75	9,525
	5	209,55	9,525
5	5	209,55	9,525
	6	222,25	9,525
6	6	222,25	9,525
	7	234,95	9,525
7	7	234,95	9,525
	8	285,75	9,525
8	8	285,75	9,525
	9	342,9	9,525
9	9	342,9	9,525
	10	393,7	9,525
10	10	393,7	9,525
	11	431,8	9,525

Tablo B 2. Disk elemanı (1. konfigürasyon)

Düğüm no	Dış Çap (mm)	İç Çap (mm)	Kalınlık (mm)
6	76,2	9,525	25,4

Tablo B 3 Şaft elemanları (2 konfigürasyon)

Eleman no	Düğüm no	Eksenel koor. (mm)	Çap (mm)
1	1	0	9,525
	2	50,8	9,525
2	2	50,8	9,525
	3	101,6	9,525
3	3	101,6	9,525
	4	158,75	9,525
4	4	158,75	9,525
	5	209,55	9,525
5	5	209,55	9,525
	6	260,35	9,525
6	6	260,35	9,525
	7	273,05	9,525
7	7	273,05	9,525
	8	285,75	9,525
8	8	285,75	9,525
	9	342,9	9,525
9	9	342,9	9,525
	10	393,7	9,525
10	10	393,7	9,525
	11	431,8	9,525

Tablo B 4 Disk elemanı (2 konfigürasyon)

Düğüm no	Dış Çap (mm)	İç Çap (mm)	Kalınlık (mm)
7	76,2	9,525	25,4

Tablo B 5 Şaft elemanları (3. konfigürasyon)

Eleman no	Düğüm no	Eksenel koor. (mm)	Çap (mm)
1	1	0	9,525
	2	50,8	9,525
2	2	50,8	9,525
	3	101,6	9,525
3	3	101,6	9,525
	4	158,75	9,525
4	4	158,75	9,525
	5	209,55	9,525
5	5	209,55	9,525
	6	260,35	9,525
6	6	260,35	9,525
	7	317,5	9,525
7	7	317,5	9,525
	8	330,2	9,525
8	8	330,2	9,525
	9	342,9	9,525
9	9	342,9	9,525
	10	393,7	9,525
10	10	393,7	9,525
	11	431,8	9,525

Tablo B 6 Disk elemanı (3. konfigürasyon)

Düğüm no	Dış Çap (mm)	İç Çap (mm)	Kalınlık (mm)
8	76,2	9,525	25,4

Tablo B 7. Şaft elemanları (4 konfigürasyon)

Eleman no	Düğüm no	Eksenel koor. (mm)	Çap (mm)
1	1	0	9,525
	2	50,8	9,525
2	2	50,8	9,525
	3	101,6	9,525
3	3	101,6	9,525
	4	114,3	9,525
4	4	114,3	9,525
	5	127	9,525
5	5	127	9,525
	6	184,15	9,525
6	6	184,15	9,525
	7	234,95	9,525
7	7	234,95	9,525
	8	285,75	9,525
8	8	285,75	9,525
	9	342,9	9,525
9	9	342,9	9,525
	10	393,7	9,525
10	10	393,7	9,525
	11	431,8	9,525

Tablo B 8 Disk elemanı (4 konfigürasyon)

Düğüm no	Dış Çap (mm)	İç Çap (mm)	Kalınlık (mm)
4	76,2	9,525	25,4

EK C

KARDAN KAVRAMASI N N Kİ NE MATİ Ğİ [3]

G-1 Hz Analizi

Tahrik eden ve tahrik edilen şaftlar kardana kavranması ile birbirine bağlandığında şaftlar arasında α ile tanımlanan eksen kaçıklığı varsa iki şaft aynı zamanda bir dönme yaparken rotor şaftının açısal hızı (ω_R) motor şaftının açısal hızına (ω_M) eşit olmayacaktır. Rotor şaftının hızı zaman ve eksen kaçıklığı açısının fonksiyonu olarak değişecektir. Rotor şaftının açısal yer değiştirme ve hızının denklemleri vektör analizi ya da küresel geometri den ya da trigonometri den türetilir. Bu denklemler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tan \phi_R = \cos \alpha \tan \phi_M \quad (C1)$$

$$\frac{\omega_R}{\omega_M} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \phi_M \sin^2 \alpha} \quad (C2)$$

Yukarıdaki denklemlerde yer alan α eksen kaçıklığı açısı, ϕ_M ani dönme açısı, ϕ_R rotorun ani dönme açısı, ω_M motorun ani açısal hızı ve ω_R rotorun ani açısal hızıdır.

(C2) denklemini harmonik bileşenleri ortaya çıkarmak için aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{\omega_R}{\omega_M} = \frac{C}{1 + D \cos 2\phi_M} \quad (C3)$$

bu denklemden C ve D aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$C = 4 \cos \alpha / (3 + \cos 2\alpha) \quad (C4)$$

$$D = (1 - \cos 2\alpha) / (3 + \cos 2\alpha) \quad (C5)$$

C ve D parametreleri yalnızca eksen kaçıklığı açısına (α) bağlıdır. İki şaft mükemmel hizalanırsa $\alpha=0$, $C=1$, $D=0$ ve $\omega_M=\omega_R$ olacaktır. Dönme sırasındaki açısal hız (C2) ya da (C3) denklemleri ile hesaplanabilir.

Harmonikleri göstermek için (C3) denkleminin binom açılımı yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\omega_R/\omega_M = C(1 - D\cos 2\phi_M + D^2\cos^2 2\phi_M - \dots + (-1)^n D^n \cos^n 2\phi_M + \dots) \quad (C6)$$

(C2) denklemindeki $\cos 2\phi'$ 'nin kuvvetleri açılarının katı şeklinde yeniden düzenlenirse

$$\omega_R/\omega_M = A_0 - A_2 \cos 2\phi_M + A_4 \cos 4\phi_M - \dots + (-1)^n A_{2n} \cos 2n\phi_M + \dots \quad (C7)$$

denklemi elde edilir. Denklemden $n = 1, 2, 3, \dots$, ve

$$A_0 = C(1 + D^2/2 + 3D^4/8 + 5D^6/16 + 35D^8/128 + K) = 1 \quad (C8)$$

$$A_2 = C(D + 3D^3/4 + 5D^5/8 + 35D^7/64 + K) \quad (C9)$$

$$A_4 = C(D^2/2 + D^4/2 + 15D^6/32 + 7D^8/16 + K) \quad (C10)$$

$$A_6 = C(D^3/4 + 5D^5/16 + 21D^7/64 + K) \quad (C11)$$

$$A_8 = C(D^4/8 + 3D^6/16 + 7D^8/32 + K) \quad (C12)$$

şeklinde dir. Eksen kaçıklığı olmadığı anda ($\alpha=0$, $C=1$, $D=0$) rotor ve motor aynı açısal hızla dönerler ($\omega_M=\omega_R$) ve $A_0=1$ 'dir. Denklemlerden görüldüğü gibi rotor şaftının hız dalgalanması motor şaftı açısal hızının çift harmonik katlarının fonksiyonudur.

C-2 İvne Analizi

Rotör shaft'ın yalnızca açısal hızı değil aynı zamanda açısal ivmelenmesi de zamanla değişmektedir. Açısal ivmelenmenin miktarını tayin etmek önemlidir çünkü periyodik hızlanma ve yavaşlama büyük tahrik momenti ve enerji gerektirir. Hızın yüksek olduğu ve rotör dengesi ziliğinin olduğu durumlarda sistemde yüksek titreşimler oluşur.

Bölüm 2'de motorun açısal hızı sabit varsayılmıştı. Bu motora verilen akım kontrol eden güç kontrolü ile mümkündür. Eksen kaçıklığının olduğu durumlarda rotörün açısal ivmelenmesi (C 2) ya da (C 3) denklemini zamana göre türevinin alınmasıyla elde edilir.

$$\frac{\varepsilon_R}{\omega_M^2} = \frac{\cos \alpha \sin^2 \alpha \sin 2\phi_M}{(1 - \sin^2 \phi_M \sin^2 \alpha)^2} \quad (C 13)$$

$$\frac{\varepsilon_R}{\omega_M^2} = \frac{2CD \sin 2\phi_M}{(1 + D \cos 2\phi_M)^2} \quad (C 14)$$

Yukarıdaki denklemlerde ε_R rotörün ani açısal ivmelenmesidir.

Hız analizine benzer şekilde açısal ivmelenmeyi harmonik terimleri cinsinden elde etmek için (C 7) denkleminin zamana göre türevi alınmalıdır.

$$\varepsilon_R / \omega_M^2 = B_2 \sin 2\phi_M - B_4 \sin 4\phi_M + \dots + (-1)^{n+1} B_{2n} \sin 2n\phi_M + \dots \quad (C 15)$$

Burada $n = 1, 2, 3, \dots$ ve Bifadeleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$B_2 = 2A_2 = 2C(D + 3D^3/4 + 5D^5/8 + 35D^7/64 + K) \quad (C 16)$$

$$B_4 = 4A_4 = 4C(D^2/2 + D^4/2 + 15D^6/32 + 7D^8/16 + K) \quad (C 17)$$

$$B_6 = 6A_6 = 6C(D^3/4 + 5D^5/16 + 21D^7/64 + K) \quad (C 18)$$

$$B_8 = 8A_8 = 8C(D^4/8 + 3D^6/16 + 7D^8/32 + K) \quad (C 19)$$

Yukarıdaki denklemler 2. bölümde eksen kaçıklığı ve kütle dengesizliğinden kaynaklanan kuvvet ve moment bileşenlerini bulmak için kullanılacaktır.

EK D

KULLANILAN PROGRAM

```
close all
clear all

%
|=====
% |      (1)
% | şaft eksenini boyunca düğüm noktalarının tanıtılması
% | NODES=[y1 y2 y3 ... ]
% | y - şaft elemanlarının Y eksenindeki uzunlukları [mm]
% |-----
NODES=[0 50.8 101.6 158.75 209.55 222.25 ...
        234.95 285.75 342.9 393.7 431.8];

%
|=====
% |      (2)
% | elemanların tanıtılması
% | elements=[node1 node2 d_out d_in material_no ; % #1 eleman
% |           ...           % #2 eleman
% |           ... ]      % vb.
% |
% | node1, node2 - NODES vektöründeki değerlerin atanması için
% | d_out, d_in - şaftın iç ve dış çapı [mm]
% | material_no - MATERIAL matrisinde ilgili satırın numarası
% |-----
ELEMENTS = [ ...
1 2 9.525 0 1
2 3 9.525 0 1
3 4 9.525 0 1
4 5 9.525 0 1
5 6 9.525 0 1
6 7 9.525 0 1
7 8 9.525 0 1
8 9 9.525 0 1
9 10 9.525 0 1
10 11 9.525 0 1
];

%
|=====
% |      (3)
% | malzemelerin özelliklerinin tanıtılması
% | MATERIALS=[E1 rho1 nu; E2 rho2; ..... ]
% | E - Elastiklik modülü [N/m^2]
% | rho - Yoğunluk [kg/m^3]
% | nu - Nussel sayısı
% |-----
MATERIALS = [ ...
2e11 7800 0.3
];
```

```

%
|=====
% |      (4)
% | disklerin tanıtılması
% | DISCS=[node1 d_out d_in width material_no; % #1 diskin
tanıtılması
% |      node2 ... ]; % vb.
% |
% |      node1      - integer, the node the disc is attached to
% |      d_out, d_in - diskin iç ve dış yarıçapları [mm]
% |      width      - diskin kalınlığı [mm]
% |      material_no - MATERIAL matrisinde ilgili satırın numarası
% |-----
DISCS = [ ...
6 76.2 9.525 25.4 1
];

%=====
% |      (5)
% | sınır şartlarının tanıtılması
% |
% | BC_NODES=[node1 dir1 ; node2 dir2; ... nodeQ dirQ]
% | node=1,2, .. dir=1,2,3,4
% |      1--> X yönünde hareketi sınırlandırılmış
% |      2--> Y yönünde hareketi sınırlandırılmış
% |      3--> Z yönünde hareketi sınırlandırılmış
% |      4--> X yönünde dönmesi sınırlandırılmış (dw/dy)
% |      5--> Z yönünde dönmesi sınırlandırılmış (-du/dy)
% |-----
BC_NODES=[...
2 1
2 3
10 1
10 2
10 3
];

%=====
% |      (6)
% | Dengesizlik kuvvetinin uygulandığı noktaların tanıtılması
% | F_NODES=[node1 m1 e1; node2 m2 e2; ... nodeQ dirQ]
% | node=1,2, .. dir=1,2,3
% |      node --> uygulandığı düğüm noktası
% |      m      --> dengesizlik yaratan kütle [kg]
% |      e      --> kütlelinin şaft eksenine uzaklığı [m]
% |-----
F_NODES=[ ...
6 1
6 3
];

%=====
% |      (7)
% | Momentin uygulandığı noktaların tanıtılması
% | M_NODES=[node1 dir1; node2 dir2; ... nodeQ dirQ]
% | node=1,2, .. dir=3,4,5
% |      4--> X yönünde moment uygulanmış
% |      5--> Z yönünde moment uygulanmış
% |-----
M_NODES=[ ...

```



```

11 4
11 5
];
%=====
% | (8)
% | Dengesizliğin tanıtılması
% | UNBALANCE=[node1 1m1e; node2 m2e; ...nodeQ mQe]
% | m1e--> X yönünde moment uygulanmış
% |-----
UNBALANCE=[ ...
6 0.57
];
%=====
% | (9)
% | Cevabın istendiği noktaların tanıtılması
% | R_Nodedir=[node1 dir1; node2 dir2; ... nodeQ dirQ]
% | node=1,2, .. dir=3,4,5
% | 1--> X yönünde öteleme
% | 2--> Y yönünde öteleme
% | 3--> Z yönünde öteleme
% | 4--> X yönünde dönme
% | 5--> Z yönünde dönme
% |-----
R_Nodedir=[ ...
7 5
];

%
|=====
% | (10)
% | Değişkenlerin tanımlanması
% | k = elemanın katılık matrisi
% | m = elemanın kütle matrisi
% | kk = sistemin katılık matrisi
% | mm = sistemin kütle matrisi
% | index = her elemana ait serbestlik derecesini içeren vektör
% |-----

%
|=====
% | giriş bilgilerinin kontrol edilmesi
% |-----
nel=length(NODES)-1; % eleman sayısı
nnel=2; % her bir eleman ait düğüm noktası sayısı
ndof=5; % düğüm noktasındaki serbestlik derecesi
nnode=nel+1; % sistemdeki toplam düğüm sayısı
sdof=nnode*ndof; % sistemin toplam serbestlik derecesi

%
|=====
% | başlangıç değerlerinin sıfırlanması
% |-----
kk=zeros(sdof,sdof); % sistemin katılık matrisi
mm=zeros(sdof,sdof); % sistemin kütle matrisi
gg=zeros(sdof,sdof); % sistemin jiroskobik matrisi
ff=zeros(sdof,1); % sistemin kuvvet vektörü
index=zeros(nnel*ndof,1); % indeks vektörü

%
|=====
% | şaft elemanları için döngü

```

```

% |-----
insp=0;
for iel=1:nel % toplam eleman sayısı için
    döngü
    d_out=ELEMENTS(iel,3)*10^(-3); % shaft elemanının dış çapı [m]
    d_in=ELEMENTS(iel,4)*10^(-3); % shaft elemanının iç çapı [m]
    m_no=ELEMENTS(iel,5); % shaft elemanının malzeme
    numarası
    el=MATERIALS(m_no,1); % elastiklik modülü [N/m^2]
    rho=MATERIALS(m_no,2); % yoğunluk [kg/m^3]
    nu=MATERIALS(m_no,3); % Nussel sayısı
    area=pi*(d_out.^2-d_in.^2)/4; % shaftın yanal kesit alanı [m^2]
    in=pi*([d_out.^4]-[d_in.^4])/64; % shaftın atalet momenti [m^4]
    niel=iel+1;
    leng=(NODES(1,niel)-NODES(1,iel))*10^(-3); % her bir elemanın
    uzunluğu [mm]

    inp=2*rho*leng*in; % shaftın atalet momenti [kgm^2]

    index=feeldof(nnel,ndof,iel); % her eleman için sistemin
    sd'nin çıkartılması

    [k,m,g]=fetruss1(area,in,el,rho,leng,nu); % shaft elemanın kütle,
    katılık ve

    % jiroskobik matrisi
    kk=feasmb1(kk,k,index); % sistemin katılık matrisinin
    oluşturulması
    mm=feasmb1(mm,m,index); % sistemin kütle matrisinin
    oluşturulması
    gg=feasmb1(gg,g,index); % sistemin jiroskobik matrisinin
    oluşturulması
    insp=inp+insp;
end
insp;

%
|=====
% |disk elemanları için döngü
% |-----
indp=0;
d=length(DISCS(:,1));
for iel=1:d
    nnode=DISCS(iel,1); % diskin bulunduğu düğüm noktası
    d_out=DISCS(iel,2)*10^(-3); % diskin dış çapı [m]
    d_in=DISCS(iel,3)*10^(-3); % diskin iç çapı [m]
    width=DISCS(iel,4)*10^(-3); % diskin kalınlığı [m]
    m_no=DISCS(iel,5); % disk malzemesinin numarası
    el=MATERIALS(m_no,1); % elastiklik modülü [kg/m^2]
    rho=MATERIALS(m_no,2); % yoğunluk [kg/m^3]
    area=pi*(d_out.^2-d_in.^2)/4; % diskin yanal kesit alanı [m^2]
    vol=area*width; % diskin hacmi [m^3]
    mass=vol*rho; % diskin kütlesi [kg]
    in=(mass/48)*(3*(d_out.^2)+3*(d_in.^2)+4*(width.^2)); % diskin atalet momenti [kgm^2]
    inp=mass/8*((d_out.^2)+(d_in.^2)); % diskin polar atalet momenti
    [kgm^2]
    index=feeldofd(nnode,ndof); % her disk için sistemin sd nin
    çıkartılması
    [m,g]=fetrussd(mass,in,inp); % diskin kütle ve jiroskobik
    matrisleri

```

```

mm=feasmb(mm,m,index); % disklerin kütle matrisinin
sistem % kütle matrisine eklenmesi

gg=feasmb(gg,g,index); % diskin jirokobik matrisinin
sistem % jirokobik matrisine eklenmesi

indp=inp+indp;
end
indp;

%
|=====
% | kuvvet ve momentlerin oluşturulması
% |-----
alpha=25;
beta=25;
omega=30.71; % motorun dairesel frekansı[Hz]
romega=omega*2*pi;
dphim=10;
IR=insp+indp;
m1=(UNBALANCE(1,2)*25.4*28.3495)/36.1)*10^(-3);
e=36.1e-03;
lf=0.2; % kayıp faktörü
dt=1/(omega*(360/(dphim/2)));
tm=fix(0.4/(72*dt));
tson=(72*dt*tm)-dt;
[F,T,romegar,epsr,ison,phir]=kuvvetum(alpha,beta,omega,m1,e,dphim,IR);

%
|=====
% | sınır şartlarının uygulanması ve çözüm
% |-----
[kk,mm,gg]=feaplyc(kk,mm,gg,BC_NODES,ndof); % sınır şartlarının
uygulanması
[ff]=feaply(ff,BC_NODES,ndof); % sınır şartlarının uygulanması
gg=omega*gg;
ffn=ff;
mnode=M_NODES(1,1);
a=(mnode-1)*ndof;
b=a+M_NODES(1,2)-5;
c=a+M_NODES(2,2)-5;
fnode=UNBALANCE(1,1)-1;
g=fnode*ndof;
h=g+1-2;
l=g+3-2;
A=kk-romega^2*mm;
B1=romega*(gg+lf*kk);
% A*Pu2c+B*Pu2s=Fc
% -B*Pu2c+A*Pu2s=Fs
for g=1:ison
    B=epsr(g,1)*mm+B1;
    ff(h,1)=F(g,1);
    ff(l,1)=F(g,3);
    ffn(h,1)=F(g,2);
    ffn(l,1)=F(g,4);
    L=(A+B*inv(A)*B);
    Puls(:,g)=inv(L)*(ffn+B*inv(A)*ff);
    Pulc(:,g)=inv(A)*ff-inv(A)*B*Puls(:,g);
end
for i=1:4

```

```

A11=kk-(2*i)^2*omega^2*mm;
A12=2*i*omega*(lf*kk+gg);
ff(h,1)=0;
ff(l,1)=0;
ff(b,1)=T(i,1);
ff(c,1)=T(i,2);
C=(A12*inv(A11)*A12)+A11;
Pmls(:,i)=inv(C)*ff;
Pmlc(:,i)=-inv(A11)*A12*Pmls(:,i);
end
dt=1/(omega*(360/(dphim/2)));
ralpha=alpha*pi/180;
m=0;
n=(R_Nodedir(1,1)-1)*ndof+R_Nodedir(1,2)-2;
% n=49;
for t=0:dt:tson
    m=m+1;
    if m>ison
        p=m/ison;
        r=floor(p);
        o=m-(r*ison);
    else
        o=m;
    end
    if o==0
        o=72;
    end
    phim(m,1)=romega*dt*(m-1);

Ansum(m,:)=Pulc(n,o)*cos(phim(o,1))+Puls(n,o)*sin(phim(o,1))+...
Pmls(n,1)*sin(2*romega*t)+Pmlc(n,1)*cos(2*romega*t)+...
Pmls(n,2)*sin(4*romega*t)+Pmlc(n,2)*cos(4*romega*t)+...
Pmls(n,3)*sin(6*romega*t)+Pmlc(n,3)*cos(6*romega*t)+...
Pmls(n,4)*sin(8*romega*t)+Pmlc(n,4)*cos(8*romega*t);
tms(m,:)=t*10^3;
end

[N,n]=size(Ansum);
plot(tms,Ansum),grid
xlabel('Zaman(ms)')
ylabel('Yer degistirme (mm)')
axis([0 400 -115*10e-07 115*10e-07])
window = hanning(N) ;
Ansum=Ansum.*window;
y=fft(Ansum);
y=y/max(y);
M=N/2;
w=(0:(M-1))/M*pi;
f=w/2/pi/dt;
figure(2)
plot(f,abs(y(1:M)))
xlabel('Frekans (1/sec)')
ylabel('Normalize Edilmiş Genlik')
axis([0 210 0 1.2])
grid on
figure(3)
plot(window)

```

ÖZGEÇMİŞ

1975 yılında Kırklareli’nde doğdu. Şehremini Lisesini bitirdikten sonra girdiği İ. T. Ü. Makina Fakültesi Makina Mühendisliği Lisans programını 1998 yılında tamamladı. 1999 yılında İ. T. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Anabilim Dalı Makina Teorisi ve Kontrol Yüksek Lisans programına başladı. Haziran 2000’de İ. T. Ü. Makina Fakültesi Mekanizma Tekniği ve Makina Dinamiği Kürsüsünde Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Halen Araştırma Görevlisi olarak görevini sürdürmektedir.