

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ İNŞAAT FAKÜLTESİ

YILLIK AKIMLARIN GİDİŞ ÖZELLİKLERİNİ BENZEŞTİREN BİR MATEMATİK MODELİN ARAŞTIRILMASI

(DOKTORA TEZİ)

Yük. Müh. E. Beyhan OĞUZ

Tezin Fen Bilimleri Ens. Verildiği Tarih : 20 Nisan 1983

Tezin Savunulduğu Tarih : 22 Temmuz 1983

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof. Dr. Mehmetçik BAYAZIT

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Kazım ÇEÇEN

: Prof. Cemil ILGAZ

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
İNŞAAT FAKÜLTESİ MATBAASI

1983

T. C.

Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No.
ÖZET	I
SUMMARY	III
SEMBOLLER	VIII
1. BÖLÜM	
GİRİŞ	1
1.1. Genel	1
1.2. Konu ile ilgili Çalışmalar	3
1.3. Tezin Amaç ve Kapsamı	6
2. BÖLÜM	
KURAK DEVRELERİN İSTATİSTİK ÖZELLİKLERİ	7
2.1. Tanımlar	7
2.2. Gidiş-Uzunluklarının Dağılımı ve Parametreleri	9
2.2.1. Bağımsız Süreçler	9
2.2.2. Bağımlı Süreçler	10
2.3. Gidiş-Toplamlarının Dağılımı ve Parametreleri	12
2.3.1. Bağımsız Süreçler	12
2.3.2. Bağımlı Süreçler	15
2.4. Ardışık Gidiş-Uzunlukları Arasındaki ve Ardışık Gidiş-Toplamları Arasındaki Korelasyon; Gidiş-Uzunluğu ile Gidiş-Toplamı Arasındaki Korelasyon	17
3. BÖLÜM	
BAĞIMSIZ SÜREÇLER İÇİN KURAK DEVRELERİN İSTATİSTİK ÖZELLİKLERİNİ KORUYACAK BİR MODELİN KURULMASI	19
3.1. Giriş	19
3.2. Bağımsız Normal Süreç İçin Gidiş-Uzunluğu ve Gidiş-Toplamı Simülasyonu Hakkında Genel Düşünceler	20
3.3. Bağımsız Süreç İçin Gidiş-Uzunluğu ve Gidiş-Toplamı Simülasyonunun Uygulanması	22

4. BÖLÜM

BAĞIMLI SÜREÇLER İÇİN KURAK DEVRELERİN İSTATİSTİK ÖZELLİKLERİNİ KORUYACAK BİR MODELİN KURULMASI	28
4.1. Bölüm 3 'deki Yöntemle Gidiş-Uzunluğu ve Gidiş-Toplamı Simülasyonu	28
4.1.1. ϵ Sayılarının Çarpıklık Katsayısının Elde Edilmesi	28
4.1.2. Gidiş-Uzunluğu Simülasyonu	29
4.1.3. Gidiş-Toplamı Simülasyonu	33
4.2. Bir Başka Yöntemle Gidiş-Toplamı Simülasyonu	36
4.2.1. Yeni Yöntemin Genel Açıklaması	36
4.2.2. Yeni Yöntemle Gidiş Toplamı Simülasyonunun $\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ Durumları İçin Uygulanması	38

5. BÖLÜM

AYRIŞTIRMA SÜRETLİ AKIŞ DEĞERLERİNİN SİMÜLASYONU	44
5.1. Ayırıştırma	44
5.2. Ayırıştırma Modelinin Uygulanması	47
5.3. BB^T Çarpım Matrisi Bilindiğine Göre B Matrisinin Elde Edilmesi	57
5.4. Ayırıştırma Modelinin Bağımsız Süreç İçin Uygulanması	58
5.5. Ayırıştırma Modelinin Bağımlı Süreç İçin Uygulanması	61

6. BÖLÜM

DEFİSİT AÇISINDAN BİR İNCELEME	64
6.1. Bağımsız ve Bağımlı Süreç Durumlarında Simüle Edilen Akış Sürecinin Defisit Açısından İncelenmesi	64
6.2. Gidiş Özellikleri ile Defisit Arasındaki İlişkinin Elde Edilmesi	69

7. BÖLÜM

SONUÇLAR	72
----------	----

REFERANSLAR

75

ÖZGEÇMİŞ

Ö Z E T

Günümüzde hazne kapasitesi belirlenmesi ve haznelerin işletilmesi problemleri giderek önem kazanmaktadır. Bunun sebebi nüfus artışı, endüstrinin gelişmesi ve yaşam seviyesinin yükselmesi olmaktadır. Hazne kapasitelerinin belirlenme ve haznelerin işletilme problemlerinin sağlıklı çözümleri için sözkonusu akarsuya ait uzun süreli akım kayıtlarına ihtiyaç vardır. Ancak gerçekte elimizde hiçbir zaman yeteri uzunlukta kayıt bulunamamaktadır. Bu durum hidrolojide akım serilerinin sentetik olarak türetilme çalışmalarına yol açmıştır. Yıllık akım serilerinin türetilmesinde en yaygın olarak kullanılan metod birinci derece Markov (AR) modelidir. Bir matematik modelin bir stokastik sürecin tüm özelliklerini benzeştirebilmesi mümkün olamamaktadır. Birinci derece Markov modeli de akım sürecinin ortalama, standart sapma ve otokorelasyon katsayısı parametrelerini korumakta, ancak kurak devre özelliklerini benzeştirebilmekte başarısız olmaktadır.

Bu çalışmada yıllık akımların gidiş (kurak ve sulak devre) özelliklerini benzeştirebilecek bir matematik modelin araştırılması amaçlanmıştır. Bu nedenle aynı amaca yönelik,

yani stokastik süreçlerin gidiş özelliklerini korumak üzere geliştirilmiş çalışmalar incelenmiştir. Ayrıca gidiş özelliklerine ait bir literatür araştırılması yapılmış ve ilgili bilgiler bağımlı ve bağımsız süreçler için verilmiştir.

Bu bilgilerin ışığı altında önce gidiş-uzunlukları süreci simüle edilmeye çalışılmıştır. Daha sonra gidiş-toplamları süreci, gidiş-uzunlukları süreci ve bir regresyon modeli kullanılmak suretiyle simüle edilmiştir. Bu işlem bağımsız ve bağımlı süreçler için yapılmıştır. Ancak bağımsız ve bağımlı süreç durumlarında kullanılan regresyon modeli farklı olmaktadır.

Son aşamada ise simüle edilmiş gidiş-toplamları, kendilerine karşı gelen gidiş-uzunlukları kadar akışa ayrıştırılarak gerçek akış süreci elde edilebilmektedir. Gerçek akış sürecinin hangi parametreleri koruyup, hangilerininin korumadığı sunulmaktadır.

Son bölümde ayrıştırılmış bağımsız ve bağımlı akış süreçleri defisit açısından incelenmiş bu akış süreçlerine karşı gelen defisit parametreleri literatürde mevcut defisit parametreleri ile karşılaştırılmıştır. Defisit ile gidiş özellikleri arasındaki ilişki elde edilmiştir.

SUMMARY

The development of water resources gains importance due to increase in population and living standards. In order to supply a constant amount of water with regard to time, construction of reservoirs are essential. Both for the construction of a reservoir and then for its operation recorded flow data of sufficient length is needed. However almost always the case is not so, and therefore the problem of simulation of flow series arises. In practice the most commonly used flow model is the first order Markov model, an AR model which needs only three parameters (the mean, the standard deviation, the first order autocorrelation coefficient of the historical flows) in order to be used. A survey of literature shows that the first order Markov model is frequently insufficient in simulating the run properties of the historical record. The aim of this study is to develop a mathematical model for annual flows which would be capable of simulating the run properties. Surely a mathematical model cannot be expected to simulate all the parameters of a historical flow record which arises from a very complex phenomenon.

A short summary of literature related to mathematical modelling of flow series that simulate run properties has been given. If we cross a standard flow series at a crossing level, the number of years during which the flows are higher (or lower) than the crossing level is known as run-length. The sum of flows corresponding to the above defined run-length is known as run-sum. The statistical properties of the run-lengths and the run-sums constitute the properties of runs. The knowledge gathered from literature concerning the statistical properties (parameters and distributions) of the run-lengths and run-sums of standard flow series is given for two cases: independent and dependent flow series.

Throughout the study, normally distributed standard flow sequences are investigated at a median crossing level. The median crossing level for a standard sequence crosses the sequence at zero level.

A flow model is proposed for independent flows which would simulate the run properties of an independent flow series. The general outline of the model is as follows. The theoretical distribution of run-lengths is known for an independent series. Therefore a series of run-lengths can be simulated using this distribution. Then a series of run-sums can be simulated using a regression model of the first order Markov model type. In the simulation of the run-sums by the regression model, independent standard variables which are distributed with a certain skewness are required

together with the expected value and standard deviations of the run-lengths and the run-sums and the correlation coefficient between the run-lengths and the sun-sums.

The simulated run-length and run-sum sequences are then analysed with regard to their parameters and distributions. The parameters show a very good fit to the theoretical parameters. The distributions are compared to the theoretical distributions and the distributions obtained from observed data; these distributions show a very good fit also.

The proposed flow model was applied for depend flow series with the first order autocorrelation coefficient were chosen since they were frequently observed values in nature. The run-length simulation was done in a similar way to the independent case. Naturally the distributions corresponding to depend case were used. The theoretical parameters and the parameters calculated from the simulated run-length sequences were compared. This comparison showed that the simulated run-length parameters were in good accordance with the theoretical values of the same parameters.

The run-sum simulation for the dependent case was made similar to the run-sum simulation for the independent case. That is to say a regression model was used, and the run-sums were simulated by regression

VI

upon the formerly simulated run-length values. However this method did not work out well for the simulation of the run-sums of a dependent sequence. The run-sum values should carry the same sign, so that they could be successively thought as positive and negative run-sums one after the other. The run-sum sequence simulated using the regression model sometimes carried different signs, which was not desired.

In order to overcome this problem, a different method for the simulation of run-sums has been applied. The new method was simulating the run-sum sequence by using the expression of the first order autoregressive model for the gamma distributed variables. This simulation has been done for two dependent cases, $\rho = 0.3$ and $\rho = 0.5$. The parameters of the run-sums simulated by the new method are compared with the theoretical parameter values. The distributions of the run-sums for $\rho = 0.3$ and $\rho = 0.5$ can only be compared to the distributions obtained from observed data for the two cases, since there is no theoretical knowledge concerning the distributions of run-sums for dependent sequences.

Finally both for the independent case and the two dependent cases ($\rho = 0.3$ and $\rho = 0.5$) the run-sums were disaggregated into the real flow values. That is to say a run-sum was disaggregated so as to give the number of flows which is the length of the corresponding run-length.

VII

The applied method was the Valencia-Schaake disaggregation method. For the real flow series simulated for the independent case the mean, the standard deviation and the autocorrelation coefficient parameters of the flow sequence were preserved. The flows were normally distributed; the run properties were preserved also. For the dependent cases, the mean, standard deviation and run properties of the flows were preserved but the autocorrelation structure of the sequence and the normal distribution were deformed.

In the determination of the capacity of a reservoir two concepts are widely used. One of these concepts is the range which is the capacity of an ideal reservoir which would supply a certain yield along a given period of time without allowing any spilling. The other one of these concepts is the deficit which is the capacity of an ideal reservoir supplying a certain yield along a given period of time but allowing spilling. The parameters of deficits for full regulation and partial regulation cases have been given in literature. These parameters (the expected value and standard deviations) of the deficits have been given as functions of the first-order autocorrelation coefficients and design periods. In the last part of the study an analysis of the simulated flow series has been made with regard to deficit. The first and second moments of the deficits obtained from the simulated flow series are compared to the same moments of deficits present in literature. The relationship between deficit and run properties has been given.

SEMBOLLER

A	Ayrıştırırmada kullanılan katsayılar vektörü	[-]
B	Ayrıştırırmada kullanılan kovaryans matrisi	[-]
C	Özel bir matris	[-]
C_s	Çarpıklık katsayısı	[-]
C_v	Varyasyon katsayısı	[-]
cov	Kovaryans	[-]
D_n	Defisit	[L ³]
E	Beklenen değer	
f	Frekans	[-]
F	Toplam frekans	[-]
m	Sınıf aralığı sayısı	[-]
m'	Boyutsuz bir parametre	[-]
n	Gidiş-uzunluğunun aldığı değer	[-]
$\bar{n}$	Proje süresi	[T]
n'	Akış adedi	[-]
N	Gidiş-uzunluğu	[-]

N_n	Negatif gidiş-uzunluğu	$[-]$
N_p	Pozitif gidiş-uzunluğu	$[-]$
p	Akım değerlerinin kesim seviyesinden büyük kalma olasılığı	$[-]$
P	Olasılık	$[-]$
q	Akım değerlerinin kesim seviyesinden küçük kalma olasılığı	$[-]$
Q	Pozitif semi-definit bir matris	$[-]$
r	Bir önceki akım değerinin kesim seviyesinden büyük kalma şartıyla bir sonraki akım değerinin kesim seviyesinden büyük kalma olasılığı	$[-]$
R	Gidiş-uzunluğu ile gidiş-toplamı arasındaki korelasyon katsayısı	$[-]$
s	Bir önceki akım değerinin kesim seviyesinden küçük kalma şartıyla bir sonraki akım değerinin kesim seviyesinden küçük kalma olasılığı	$[-]$
S	Gidiş-toplamı	$[-]$
S	Kovaryans matrisi (Bölüm 5'te)	$[-]$
S_n	Negatif gidiş-toplamı	$[-]$
S_p	Pozitif gidiş-toplamı	$[-]$
u	Üniform dağılmış rastgele sayılar	$[-]$
V	Normal dağılmış bağımsız standart sayılardan oluşan vektör	$[-]$
Var	Varyans	
V_t	t yılı sonunda haznede depolanmış su hacmi	$[L^3]$

x_i	Standart akım süreci	[-]
x_0	Kesim seviyesi	[-]
x^*	Akım değerinin kesim seviyesinden olan farkı	[-]
X	Gidiş-toplamı (Bölüm 5'te)	[-]
X_t	t yılında bir hazneye giren akış	[L ³]
$\bar{X}$	Akışların ortalaması	[L ³]
Y	Akış vektörü	[-]
Y_t	t yılında bir haznedan çekilen akış	[L ³]
α	Anlamlılık düzeyi	[-]
$\bar{\alpha}$	Bir parametrelili gamma fonksiyonun parametresi	[-]
α'	Düzenleme oranı	[-]
γ	Şekil parametresi	[-]
ϵ	Çarpık dağılmış bağımsız standart değişken	[-]
μ	Ortalama değer	
η	Normal dağılmış bağımsız standart değişken	[-]
ρ, ρ_1	Birinci mertebeli otokorelasyon katsayısı	[-]
ρ_i	i. mertebeli otokorelasyon katsayısı	[-]
σ	Standart sapma	
ξ	Gamma dağılmış sayılar	[-]

BÖLÜM I

G İ R İ Ş

1.1. GENEL

Günümüzde nüfus artışı, endüstrinin gelişmesi ve yaşam standardının giderek yükselmesi su kaynaklarına olan ihtiyacın artmasına neden olmaktadır. Bunun sonucu olarak mevcut su kaynaklarının daha dikkatli ve ekonomik kullanılması gerekmektedir. Ayrıca petrol fiyatlarının hızla yükselmesi de tüm dünyada olduğu gibi ülkemizde de enerjinin su kaynaklarından elde edilmesinin önemini arttırmaktadır. Doğada var olan su zaman içinde daima ihtiyacımıza karşılık verememektedir. İhtiyacımıza karşılık verecek suyu planlı bir şekilde elde edebilmek için hazneler gerekmektedir. Bir haznenin gerek tasarlanma aşamasında, gerekse mevcut bir haznenin işletilmesi sırasında elde yeteri uzunlukta kayıtlar olmalıdır. Ancak hemen hemen hiç bir zaman yeteri uzunlukta kayıtlar mevcut olamamaktadır. Bu nedenle akım serilerinin sentetik olarak türetilmesi gerekmektedir. Sentetik akım serileri türetebilmek için simüle edilmesi istenen tarihi akım serisinden parametreler tahmin edilmesi ve bu parametreler kullanılarak bir matematik model kullanılması lazımdır.

Yıllık akım süreçlerini modellemede kullanılan çeşitli yöntemler vardır. Bunlardan birisi lineer otoregresif modeller (AR) adı verilen birinci veya daha yüksek mertebe Markov modelleridir. Bu modeller akım serisinin ortalama, varyans

ve otokorelasyon katsayısı parametrelerini benzeştirebilmektedir. Yıllık akımların türetilmesinde kullanılan bir başka yöntem ise hareketli ortalama (MA) modelleridir. Bu modellerde belli bir yılın akımı belli sayıda bağımsız değişkenlerin ağırlıklı bir ortalaması olarak ifade edilmektedir. Yıllık akımların simülasyonunda kullanılan bir diğer yöntem ise AR modelleriyle MA modellerinin bir karışımı olan ARMA modelleridir [1].

Yıllık akışları türetme mekanizması olarak birinci mertebe Markov modelinin en yaygın kullanılan mekanizma olduğu görülür. Bunun sebebi bu basit modeli kullanabilmek için daha karmaşık modellere göre en az sayıda parametreye ihtiyacımız olmasıdır. Herhangibir akım türetme mekanizmasını kullanabilmek için lüzumlu parametreler yine tarihi seriden hesaplanmak zorundadırlar. Hemen daima tarihi serimizin kısa olması bu parametrelerin hatalı olarak tahmin edilmesine yol açmaktadır. Türetme mekanizması için gereken parametre sayısı azaldıkça parametrelerin tahminindeki hata da azalmaktadır. Akışların ortalama değeri ve standart sapma değeriyle otokorelasyon katsayısı olan sadece üç parametreyi gerektiren birinci mertebe Markov modelinin kullanılma alanı bu nedenle çok geniştir.

Bir stokastik süreci, mesela bir yıllık akım sürecini belli bir değerden küçük ya da büyük kalma düşüncesine göre incelemek mümkündür. Bu belli değere kesim seviyesi denilecek olursa değişkenin kesim seviyesinden küçük kaldığı ardışık yılların sayısına negatif gidiş-uzunluğu (run-length), büyük kaldığı ardışık yılların sayısına ise pozitif gidiş-uzunluğu denilmektedir. Bir negatif gidiş-uzunluğu içinde kalan akımların kesim seviyesinden olan farklarının toplamına negatif gidiş-toplamı (run-sum), bir pozitif gidiş-uzunluğu içinde kalan akımların kesim seviyesinden farklarının toplamına ise pozitif gidiş-toplamı adı verilmektedir. Gerek gidiş-uzunlukları gerekse gidiş-toplamları birer rastgele değişkendirler. Gidiş-uzunlukları ve gidiş-toplamları bir hidrolojik sürecin kurak ve sulak devrelerini incelemek üzere kullanılan parametrelerdir.

1.2. KONU İLE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Askew ve diğ. (1971) [2], hidrolojik kaydın, sistemin ihtiyaçlarına göre en kritik kaldığı zaman periyodunu kritik periyot veya kritik kuraklık olarak tanımlamaktadırlar. Yazarlar kritik kuraklığı tanımlayabilecek üç parametreyi aşağıdaki gibi ele almışlardır.

Bunlardan birisi belli aktif kapasitede bir hazneden çekilebilecek müsaade edilebilir maksimum su miktarıdır. İkincisi, kritik periyodun süresidir ki bu büyüklük akarsuyun gerçek debisinin toplanmasıyla elde edilen hacmin akarsuyun uzun-vadedeki ortalama debisinin toplanmasıyla elde edilen hacimden küçük kaldığı zaman olarak tanımlanmaktadır. Üçüncü parametre ise ortalama akıma göre eksiklik toplamı olarak ele alınmaktadır. Söz konusu çalışmada 10 adet değişik akım türetme tekniği ele alınmış ve herbirisi ile A.B.D. de bulunan 26 akarsuyun akımlarını benzeştirecek seriler türetilmiştir. Bu türetilen serilerden herbir türetme tekniği için yukarıda tanımlanan üç sentetik kritik kuraklık parametresi hesaplanmıştır. Yazarlar 10 değişik akım türetme tekniği için elde ettikleri sentetik kritik kuraklık parametrelerini tarihi serilerden elde ettikleri kritik kuraklık parametreleri ile karşılaştırmışlardır. Yapılan bu karşılaştırma neticesinde genel olarak simüle edilen kritik kuraklıkların tarihi kritik kuraklıklara göre daha az şiddetli olduğu sonucuna varmışlardır. Elde ettikleri bir başka sonuç ise kurak bölgelerdeki kuraklıkların, sulak bölgelerdeki kuraklıklara göre daha iyi benzeştirilebildiğidir. Ele alınan akım türetme tekniklerinden hiçbirisi, ki bunlardan birisi de birinci mertebe Markov modelidir, tarihi kuraklıklara eşit şiddette veya daha şiddetli kuraklıklar türetmeye yeterli değildir.

Bayazıt (1974) [3] Türkiye'de en uzun kayıtları mevcut 10 akarsu için kurak devre analizi yapmıştır. Analiz sırasında kullanılan akımlar yıllık ortalama akımlardır. Söz konusu çalışmada seçilen 10 akarsuyun toplam su toplama havzası Türkiye yüzölçümünün %20 'si kadar, toplam akış hacimleri ise Türkiye akarsularının yüzeyel akışlarının %25 'i kadardır. Bayazıt bu çalışmasında kurak devreleri incelemek için gidiş-uzunluğunun ortalama değeri, varyansı, gidiş-uzunluğunun maksimum değeri ve gidiş-toplamının maksimum değeri olan

parametreleri kullanılmıştır. 10 akarsu için gözlenmiş olan bu parametre değerlerini, gözlenmiş otokorelasyon katsayısını haiz birinci mertbe Markov modelinden elde edilen aynı parametre değerleriyle karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak birinci mertbe Markov modelinin gözlenmiş akım serilerinden elde edilen kuraklık parametrelerini benzeştirmekte yetersiz olduğunu göstermiştir. Gözlenmiş kuraklıklar genellikle birinci mertbe Markov modelinin verdiği kuraklıklardan daha şiddetli olmaktadır.

Literatürde akım süreçlerini benzeştirmede alışıl gelmiş parametrelerin dışında başka parametreleri, mesela kuraklık parametrelerini benzeştirmeye çalışan araştırmalar mevcuttur. Bunların kısa bir özeti aşağıda verilmektedir.

Jackson (1975) [4] kurak devre uzunluklarını benzeştirebilen bir model teklif etmektedir. Kullandığı modelin adını Markov karışım modeli (Markov mixture model) olarak vermektedir. Akım değerlerinin kurak ve sulak gibi iki durumdan birisinde olacağı düşüncesiyle ve her bir durumdan diğerine ya da tekrar aynı duruma geçme olasılıklarını göz önüne alarak bir geçiş-matrisi belirlemektedir. Bu düşünceler altında iki-durumlu bir Markov modeli oluşturmaktadır. Yazar bu iki-durumlu Markov modelini kullanarak türetmek istediği akımların sırasıyla durumlarına karar verebilmektedir. Bu şekilde artık sadece durumları belirlenmiş olan sürece ait akım değerlerini bulabilmek için ise şöyle düşünmektedir. Akımların dağılımı, birisi kurak akımlar diğeri ise sulak akımlar için olan iki dağılımın karışımı olarak kabul edilebilir. Böylelikle durumu belirlenmiş bir kurak akımı, bilinen kurak akımlar dağılımından rastgele bir değer hesaplamak ve yine durumu belirlenmiş bir sulak akımı da bilinen sulak akımlar dağılımından rastgele bir değer hesaplamak suretiyle elde etmek mümkündür. Jackson bu çalışmasında, planlamacı için en önemli parametrelerin kuraklıkların ve normal periyotların uzunlukları ve şekilleri olduğuna dikkati çekmekte, alt-dağılımları belirleyen parametrelerin ise planlayıcı açısından bu kadar önem taşımadığını söylemektedir.

Hidrolojide kurak akımların sulak akımlara göre daha kalıcı (persistent) oldukları bilinmektedir; kurak akımların birbirini takip etme olasılıkları sulak akımların birbirini takip etme olasılıklarından daha büyük olmaktadır. Bu olay hidrolojide "differential persistence" adı altında ve Jackson (1975) [5]'ın çalışmasına kadar bir varsayım olarak varlığını korumuştur. Jackson sözkonusu çalışmasında A.B.D. nin kuzeydoğusundaki sekiz akarsu için yaptığı araştırma sonucunda "differential persistence" varsayımının gerçekleştiğini göstermeyi başarmıştır. Aynı çalışmasında bu olayı benzeştirebilen bir doğum-ölüm modeli ile akım simülasyonu yapmıştır.

Bayazıt (1982) [6], yıllık akımların kurak ve sulak devre özelliklerini benzeştirecek iki kademeli bir model teklif etmektedir. Yıllık akımlar uygun olarak seçilmiş kesim seviyelerinde kesilerek n adet duruma ayrılabilir. Gözlenmiş olan seride bu işlem yapıldığında bir durumdan bir diğerine veya tekrar aynı duruma geçme olasılıklarını veren geçiş-matrisi elde edilebilir. Bayazıt'ın iki-kademeli modelinin ilk kademesi gözlenmiş olan geçiş-matrisini benzeştirmek suretiyle türetilecek akımların durumlarını simüle eden bir seri türetmektir. İkinci kademede ise durumu belli olan bir akım değerini hesaplayabilmek için değiştirilmiş birinci mertbe otoregresif model kullanılmaktadır. Bu suretle elde edilen sentetik seri gözlenmiş akımların ortalama, standart sapma ve otokorelasyon katsayısı parametrelerini korumakla birlikte, geçiş-matrisi ile kurak ve sulak devre uzunluklarını da benzeştirebilmektedir.

Bayazıt (1982) [7], daha önce sözü edilen iki-kademeli modeli üç durumlu (kurak, normal, sulak) olarak ele alıp incelemiştir. Böyle bir modelin "differential persistence" olayını da benzeştirebildiğini göstermektedir. Bayazıt "differential persistence" ile hidrolojik süreçten elde edilen kurak devre uzunluklarının beklenen değeri ile sulak devre uzunluklarının beklenen değerinin birbirlerinden önemli derecede farklı olmasını kastetmektedir. Bayazıt [6] iki-kademeli modelini üç durumlu olarak ele alıp simüle ettiği yıllık akımları, "differential persistence" gösteren bir akarsuyun gözlenmiş yıllık akımları ile kontrol ederek teklif ettiği modelin "differential persistence" olayını benzeştirebildiği sonucuna varmaktadır.

1.3. TEZİN AMAÇ VE KAPSAMI

Yukarıdaki açıklamalar birinci mertebe Markov modelinin kurak devreleri benzeştirmekte yeterli olmadığını göstermektedir. Tezin amacı yıllık akımların kurak devrelerini benzeştirecek bir matematik modelin araştırılmasıdır. Elbette bir matematik modelin havzanın karmaşık fiziksel yapısından etkilenen gerçek akımların tüm parametrelerini benzeştirmesini beklemek doğru olmamaktadır. Dolayısıyla kurak devreleri benzeştirmesi ön plana alınan söz konusu modelin diğer bazı parametreleri benzeştirememesini beklemek doğaldır.

Kurak devreleri benzeştirecek matematik modelin iki adımda ele alınması planlanmaktadır. İlk adım gidiş-uzunluğu ve gidiş-toplamlarının dağılımlarının benzeştirilmesidir. Bu adımın řu şekilde yapılması tasarlanmıştır.  nce hakkında daha fazla bilgimiz bulunan gidiş-uzunlukları süreci simüle edilecek, daha sonra bir regresyon modeli ile bu gidiş-uzunluklarına karşı gelen gidiş-topamları süreci simüle edilecektir. İkinci adımda ise, gidiş-topamları, herbir gidiş-toplamına karşı gelen gidiş-uzunluğu sayısında akıma ayrıştırılarak gerçek akım süreci elde edilecektir.

Kurak devreleri benzeştirecek matematik modelin önce bağımsız süreçler için daha sonra ise bağımlı süreçler için incelenmesi tasarlanmıştır.

BÖLÜM 2

KURAK DEVRELERİN İSTATİSTİK ÖZELLİKLERİ

2.1. TANIMLAR

Rastgele değişkenlere ait önemli bir teorem olan merkez limit teoremi gereğince, yıllık akımların dağılımlarının büyük bir yaklaşımla normal dağılıma uyduğu bilinmektedir. Bu nedenle bu çalışma boyunca daima normal dağılmış akım serileri ile ilgilenilecektir. Kuraklığın tanımını yapabilmek çok zor olduğu için kuraklığı tanımlayacak parametreleri inceleyen problemin karakterine göre seçmek uygun olacaktır. Mesele bir hazneyi, haznenin ömrü boyunca akarsuyun getirdiği ortalama debiyi çekebilecek şekilde boyutlandırmak istediğimizde veya mevcut bir hazneyi yine akarsuyun getirdiği ortalama debiyi sürekli olarak çekebilecek şekilde işletmek istediğimizde sözkonusu akım sürecini ortalama değerin altında veya üstünde kalmasına göre kurak ve sulak devreler diye ikiye ayırabiliriz. Bu durumda kesim seviyemiz ortalama akım değeri olmaktadır ve akım değerlerimizin kesim seviyesinden küçük kalma olasılığı (q) ile kesim seviyesinden büyük kalma olasılığı (p) birbirine ve 0.5 'e eşittir. Sürecin bu şekilde kesilmesi medyan kesim olarak bilinmektedir. Şekil 2.1 'de görülen x_i sürecinin normal dağılmış standart bir süreç olduğunu düşünürsek $x_0 = 0$ kesimi bu süreç için medyan kesim olmaktadır. Medyan kesim için,

$$p = q = 0.5 \quad (2.1)$$

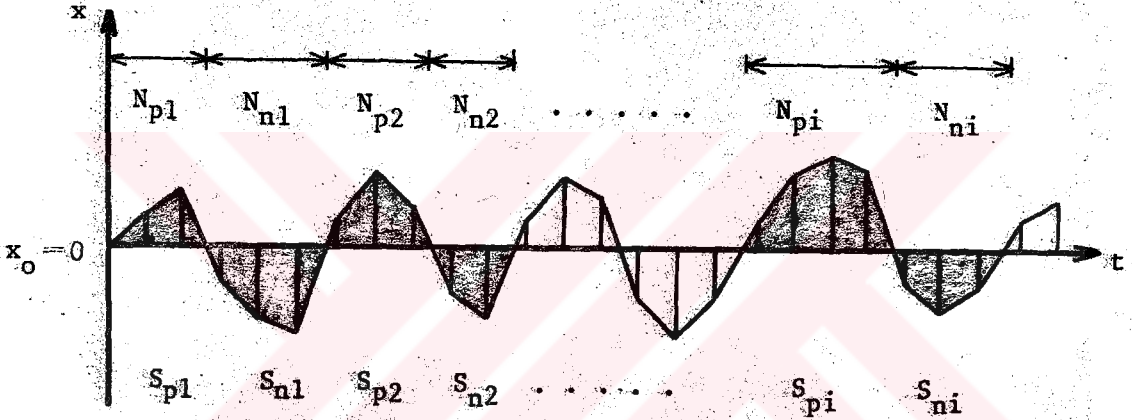
olmaktadır.

Süreç ortalama değerinden kesilmeyip genel olarak bir x_0 kesim seviyesinde kesilse idi bu durumda

$$q = F(x_i \leq x_0) \quad \text{ve} \quad p = 1-q = F(x_i > x_0) \quad (2.2)$$

eşitlikleri geçerli olacaktı [8].

Çalışma boyunca daima normal dağılmış akımlar ve medyan kesim söz konusu edilecektir.



Şekil (2.1). Pozitif ve negatif gidiş-uzunluklarının ve gidiş-toplamlarının tanımı

Ardışık olarak kesim seviyesinden büyük ve küçük kalan akışların kapsadıkları süre $N_{p1}, N_{n1}, N_{p2}, N_{n2}, \dots$ notasyonu ile gösterilmekte olup sürecin gidiş-uzunluğu (run-length) olarak bilinmektedir. Gidiş-uzunluğu değerleri daima pozitif ve tam sayı olacaklardır. Sulak devreler p indisi, kurak devreler n indisi ile gösterilmektedir.

Herhangi bir N_{pi} veya N_{ni} gidiş-uzunluğu içinde kalan x_i akışları toplanacak olursa, sırasıyla S_{pi} veya S_{ni} ile gösterilen x_i sürecinin gidiş-toplamları (run-sum) elde edilir. Gidiş-toplamları tam sayı olmadıkları gibi, p indisine karşı gelen değerleri pozitif, n indisine karşı gelen değerleri ise negatif olmaktadır.

2.2. GİDİŞ-UZUNLUKLARININ DAĞILIMI VE PARAMETRELERİ

2.2.1. Bağımsız Süreçler

Sonsuz toplum halinde N_p pozitif gidiş-uzunluğu, ve N_n negatif gidiş-uzunluğunun dağılımı sırasıyla

$$P(N_p = j) = qp^{j-1} \quad (2.3)$$

ve

$$P(N_n = j) = pq^{j-1} \quad (2.4)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

olarak verilmektedir [8]. Bu dağılımlar x_i 'nin dağılımından bağımsızdır.

Pozitif gidiş-uzunluğu N_p 'lerin ve negatif gidiş-uzunluğu N_n 'lerin beklenen değerleri ve varyansları ise,

$$E(N_p) = 1/q \quad (2.5)$$

ve

$$E(N_n) = 1/p \quad (2.6)$$

$$\text{Var}(N_p) = p/q^2 \quad (2.7)$$

ve

$$\text{Var}(N_n) = q/p^2 \quad (2.8)$$

olmaktadır [8].

Medyan kesim halinde $q=p=0,50$

$$E(N_p) = E(N_n) = 2 \quad (2.9)$$

ve

$$\text{Var}(N_p) = \text{Var}(N_n) = 2 \quad (2.10)$$

olmaktadır..

Bağımsız bir stokastik süreç x_i için ardışık pozitif ve negatif gidişler karşılıklı bağımsız rastgele değişkenlerdir [8].

2.2.2. Bağımlı Süreçler

Birinci mertebe otoregresif süreçlerin pozitif gidiş-uzunluklarının ihtimal dağılımları $q=0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7$ ve $\rho=0.0; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5$ değerleri için Saldarriaga ve Yevjevich (1970) [9] tarafından verilmiştir. Ayrıca aynı çalışmada birinci mertebe otoregresif sürecin pozitif gidiş-uzunluklarının yukarıdaki q ve ρ değerleri için beklenen değer ve varyansları da tablolar şeklinde verilmiştir.

Bayazıt ve Şen (1976) [10] $P(x_i > x_0 \mid x_{i-1} > x_0)$ şartlı ihtimalini r ile göstermek kaydıyla

$$r = P(x_i > x_0 \mid x_{i-1} > x_0) \quad (2.11)$$

birinci mertebe Markov süreci için pozitif gidiş-uzunluklarının dağılımının

$$P(N_p = j) = (1-r)r^{j-1} \quad (2.12)$$

olduğunu göstermişlerdir. Aynı düşünce şekliyle $P(x_i < x_0 \mid x_{i-1} < x_0)$ şartlı ihtimali s ile gösterilirse

$$s = P(x_i < x_0 \mid x_{i-1} < x_0) \quad (2.13)$$

birinci mertebe Markov süreci için negatif gidiş-uzunluklarının dağılımının da

$$P(N_n = j) = (1-s)s^{j-1} \quad (2.14)$$

olduğu aynı çalışmada gösterilmektedir.

Bayazıt ve Şen (1976) [10] ayrıca birinci mertebe Markov süreci için pozitif ve negatif gidiş-uzunluklarının birinci, ikinci ve üçüncü derece momentlerini de analitik olarak yukarıda tanımlanan r ve s şartlı ihtimalleri cinsinden vermektedirler.

$$E(N_p) = \frac{1}{1-r} \quad (2.15)$$

$$E(N_n) = \frac{1}{1-s} \quad (2.16)$$

$$\text{Var}(N_p) = \frac{r}{(1-r)^2} \quad (2.17)$$

$$\text{Var}(N_n) = \frac{s}{(1-s)^2} \quad (2.18)$$

$$C_s(N_p) = \frac{1+r}{r^{1/2}} \quad (2.19)$$

$$C_s(N_n) = \frac{1+s}{s^{1/2}} \quad (2.20)$$

Aynı yazarlar, s 'nin değerlerini $\rho = 0.0; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9$ ve $q = 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7$ için bir tablo şeklinde vermektedirler. $q=0.5$ için ρ 'nun çeşitli değerlerine karşı gelen s değerleri aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 2.1. Medyan kesim halinde çeşitli ρ değerlerine karşı gelen s değerleri [10]

ρ	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
s	0.500	0.532	0.564	0.597	0.631	0.666	0.704	0.747	0.795	0.856

2.3. GİDİŞ-TOPLAMLARININ DAĞILIMI VE PARAMETRELERİ

2.3.1. Bağımsız Süreçler

Gidiş-toplamlarının dağılımları hakkında analitik olarak bilgi elde edilememiştir. Bu konuda ilk çalışmalar Downer, Siddiqui ve Yevjevich (1967) [11] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada kümülant (moment türetme fonksiyonunun momentleri) yoluyla, bağımsız normal değişkenin pozitif gidiş-toplamı parametreleri analitik olarak elde edilmiştir. Downer, Siddiqui, Yevjevich buldukları analitik ifadeleri bağımsız, normal standart değişken için uygulayarak bu değişkene ait $E(S_p)$, $Var(S_p)$, $C_s(S_p)$ ve $R(N_p, S_p)$ değerlerini çeşitli kesim seviyeleri için hesaplayarak bir tablo şeklinde vermişlerdir. Yevjevich [8] ise Llamas ve Siddiqui (1969) 'a atıf yaparak ve

$$x^* = x_i - x_0 \quad (2.21)$$

tanımını yaparak gidiş-toplamı parametrelerini açık bir şekilde aşağıdaki gibi ifade etmektedir.

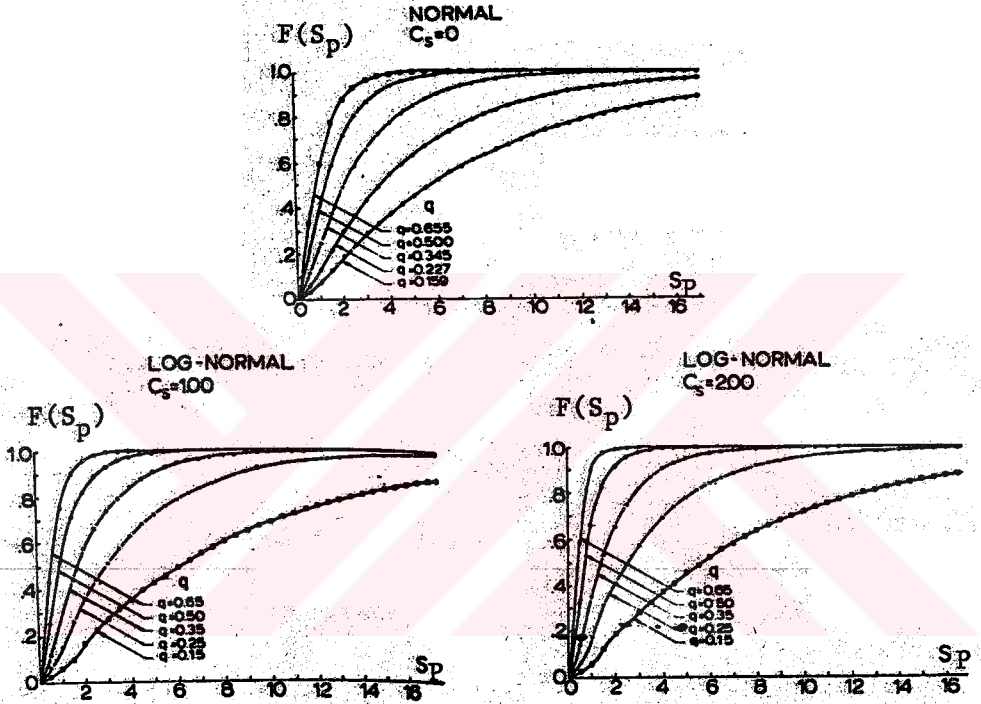
$$E(S_p) = \frac{E(x^*)}{q} \quad (2.22)$$

$$Var(S_p) = \frac{qVar(x^*) + pE^2(x^*)}{q^2} \quad (2.23)$$

$$R(N_p, S_p) = \frac{pE(x^*)}{\sqrt{pqVar(x^*) + p^2E^2(x^*)}} \quad (2.24)$$

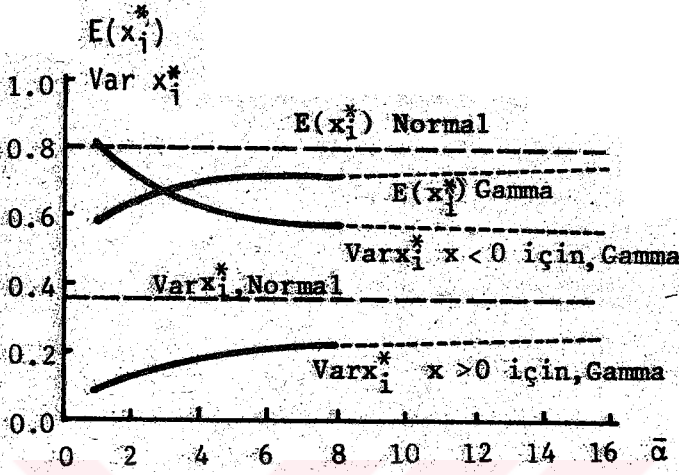
Görüldüğü gibi gidiş-toplamlarının dağılımları x_i nin dağılımına bağlı olmaktadır.

Verilen bir derecedeki Laguerre polinomu kullanılmak suretiyle, pozitif gidiş-toplamlarının momentlerinden hareketle pozitif gidiş-toplamlarının ihtimal yoğunluk fonksiyonları yaklaşık olarak elde edilebilmektedir [8].

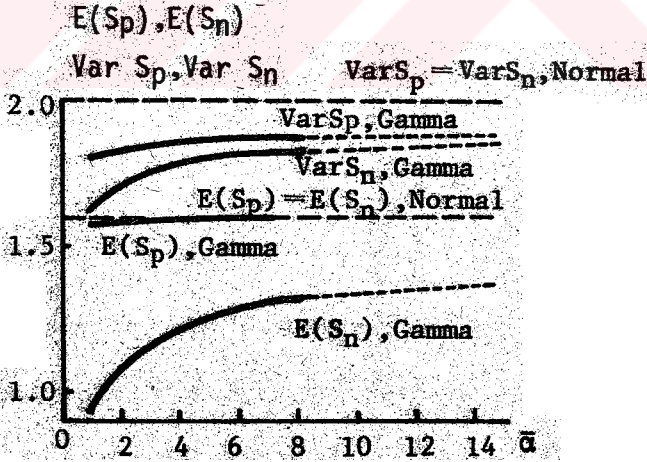


Şekil 2.2. Normal ve lognormal ($C_s = 1$ ve $C_s = 2$) bağımsız stasyonær stokastik süreç için pozitif gidiş-toplamlarının toplam frekans dağılımları [8]

Llamas ve Siddiqui (1969) [12]'de bir parametrelî gamma dağılımının çeşitli parametre değerleri için "incomplete" gamma fonksiyonundan yararlanılarak, bağımsız standart stasyonær stokastik bir süreçte ait kesilmiş bir serinin (x_i^*), pozitif ve negatif gidiş-toplamlarının (S_p, S_n) momentleri $x_0 = 0$ kesim seviyesi için verilmiştir.



Şekil 2.3. x_i^* kesilmiş serinin ($x_i < 0$ ve $x_i > 0$) normal bağımsız ve gamma bağımsız süreçler için birinci ve ikinci derece momentleri [8], [12]



Şekil 2.4. Normal bağımsız ve gamma bağımsız süreçler için pozitif ve negatif gidiş-toplamlarının (S_p, S_n) birinci ve ikinci derece momentleri [8], [12]

2.3.2. Bağımlı Süreçler

Şen (1977) [13] verilen bir bağımlı hidrolojik sürecin gidiş-toplamı özelliklerini belirlemek amacıyla çok kullanışlı genel bir metodoloji vermektedir. Bu metodoloji rastgele değişkenlerin rastgele toplamı esasına göre geliştirilmiştir. Bu çalışmada, sürecin bağımsız olmasını gerektirecek herhangi bir koşul söz konusu edilmeden pozitif gidiş-toplamlarının beklenen değeri

$$E(S_p) = E(x_i^*) E(N_p) \quad (2.25)$$

olarak elde edilmektedir.

Pozitif gidiş-toplamlarının varyansı

$$\text{Var}(S_p) = \text{Var}(x_i^*) E(N_p) + E^2(x_i^*) \text{Var}(N_p) + 2\text{Var}(x_i^*) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \rho_i P(n) \quad (2.26)$$

olmaktadır.

Bu denklemde $P(n)$, $P(N_p = n)$ ise eş anlamdadır. Bu terim bağımsız süreçler için $P(N_p = n) = qp^{n-1}$, bağımlı süreçler için ise $P(N_p = n) = (1-r)r^{n-1}$ olarak verilmektedir.

Şen (1977) [13], yukarıdaki ifadeleri, birinci mertebeli Markov sürecine uygulamak suretiyle bu sürece ait pozitif gidiş-toplamlarının beklenen değer ve varyans ifadelerini aşağıdaki şekilde elde etmiştir. (Ancak bu ifadeler normal dağılım için geçerlidir.)

$$E(S_p) = \frac{x_0}{(1-r)} + \frac{\exp(-\frac{1}{2} x_0^2)}{p(1-r)(2\pi)^{1/2}} \quad (2.27)$$

$$\text{Var}(S_p) = \frac{1}{(1-r)} \left[\text{Var}(x_i^*) + \frac{rE^2(x_i^*)}{(1-r)} \right] + \frac{2\text{Var}(x_i^*)\rho}{(1-\rho)} \left[\frac{r}{(1-r)} + \frac{1-r}{(1-\rho)(1-\rho r)} \right]$$

Ancak $\text{Var}(S)$ ifadesi elde edilirken Güven [14] 'in de işaret ettiği^P üzere bir cebir hatası yapılmıştır. Bu ifadenin

$$\text{Var}(S_p) = \frac{1}{1-r} \left[\text{Var}(x_i^*) + \frac{r}{1-r} E^2(x_i^*) \right] + \frac{2r \rho \text{Var}(x_i^*)}{(1-r)(1-r\rho)} \quad (2.28)$$

şeklinde düzeltilmesi gerekmektedir.

Sürecin bağımsız olma durumunda ($\rho = 0$ için) $r = p$ olmaktadır. Bu suretle $\text{Var}(S_p)$ ifadesi bağımsız bir süreç için

$$\text{Var}(S_p) = [q\text{Var}(x_i^*) + pE^2(x_i^*)] / q^2 \quad (2.29)$$

ifadesine indirgenebilmektedir [13]..

(2.28) eşitliğinde gözüken $\text{Var}(x_i^*)$ terimi normal dağılım için aşağıdaki şekilde hesaplanabilmektedir [13]..

$$\text{Var}(x_i^*) = 1 + \frac{x_0 \exp(-\frac{1}{2} x_0^2)}{p(2\pi)^{1/2}} - \frac{\exp(-x_0^2)}{2\pi p^2} \quad (2.30)$$

$\text{Var}(x_i^*)$ tamamen değişkenin dağılımına ve kesim seviyesine bağlı olan bir büyüklüktür.

2.4. ARDIŞIK GİDİŞ-UZUNLUKLARI ARASINDAKİ VE ARDIŞIK GİDİŞ-TOPLAMLARI ARASINDAKİ KORELASYON; GİDİŞ-UZUNLUĞU İLE GİDİŞ-TOPLAMI ARASINDAKİ KORELASYON

Bağımsız süreç için gidiş-uzunluğu (N) süreci de bağımsız olmaktadır (Downer, Siddiqui, Yevjevich, 1967) [11]. Genel durumda (sürecin bağımlılık yapısı söz konusu edilmeden) ise Şen (1979) [15], ardışık pozitif ve negatif gidiş-uzunluklarının bağımsız olduğunu göstermiştir. Şen, söz konusu çalışmasında $cov(N_p, N_n) = 0$ olduğunu ispat etmektedir ve şöyle demektedir :

"Buradan da ardışık kurak ve sulak sürelerin bağımsız oldukları sonucuna varılır. Ardışık iki kurak devre ile aralarındaki sulak devre birbirleri ile bağımsız olduklarından kurak devrelerin de birbirlerinden bağımsız oldukları sonucu çıkar."

Bağımsız süreç için gidiş-toplamı (S) süreci de bağımsız olmaktadır (Downer, Siddiqui, Yevjevich, 1967) [11]. Bu konuda Şen (1979) [15] daha genel olarak

"Kurak devre şiddetlerinin birbirlerinden bağımsız olduklarını genel olarak söylemek mümkün değildir. Ancak ardışık kurak devre şiddetlerine giren eksikliklerin bağımsız süreçten gelmeleri halinde birbirinden tamamen bağımsız olduklarından kurak devre şiddetleri de birbirinden bağımsızdır. Birinci mertebeden Markov süreçleri için ardışık kurak devre şiddetlerinin birbirlerinden bağımsız olmaları ancak bir yaklaşım olabilir."

demektedir.

Şen "kurak devre şiddeti" terimini negatif gidiş-toplamı (S_n) ile eş anlamda kullanmaktadır.

Gidiş-uzunluğu (N) ile gidiş-toplamı (S) arasında ise kuvvetli bir bağımlılık vardır. Bağımsız normal değişken için korelasyon katsayısının değeri 0.798 olarak bulunmuştur (Downer, Siddiqui, Yevjevich, 1967) [11].

Genel olarak bu bağımlılık pozitif gidişler için Şen (1977) [13]'de aşağıdaki şekilde verilmektedir.

$$R = \text{cov}(S_p, N_p) / [\text{Var}(S_p) \text{Var}(N_p)]^{1/2} \quad (2.31)$$

$$= E(x_i^*) [\text{Var}(N_p) / \text{Var}(S_p)]^{1/2}$$

(2.25) denklemi yerine konulursa

$$R = \frac{E(S_p)}{E(N_p)} \left[\frac{\text{Var}(N_p)}{\text{Var}(S_p)} \right]^{1/2} \quad (2.32)$$

elde edilmektedir.

BÖLÜM 3

BAĞIMSIZ SÜREÇLER İÇİN KURAK DEVRELERİN İSTATİSTİK
ÖZELLİKLERİNİ KORUYACAK BİR MODELİN KURULMASI

3.1. GİRİŞ

Kurak devrelerin istatistik özellikleri ile gidiş-uzunluklarının (N) birinci, ikinci, üçüncü derece momentleri, gidiş-toplamlarının (S) birinci, ikinci, üçüncü derece momentleri ile gidiş-uzunluğu ile gidiş-toplamı arasındaki korelasyon katsayısı $R(N,S)$ kastedilmektedir. Ayrıca gerek gidiş-uzunluklarının, gerekse gidiş-toplamlarının dağılımları da göz önüne alınmalıdır.

Tüm bu istatistik özellikleri koruyacak biçimde gidiş-uzunlukları türetilmeye, daha sonra bu gidiş-uzunluklarına karşı gelen gidiş-toplamları türetilmeye çalışılacaktır. Son adım olarak (Bölüm 5 'te) artık elde mevcut olan belli sayıda gidiş-toplamı, yine bilinen belli sayıdaki gidiş-uzunluğuna karşı gelecek biçimde ayrıştırılarak gerçek akış değerleri elde edilecektir.

Bölüm 2 'deki bilgiler yardımıyla bağımsız ve birinci mertebe otoregresif süreçler için gidiş-uzunlukları belli bir analitik dağılıma uyacak biçimde türetilmektedirler. Ancak gidiş-toplamları için böyle bir analitik dağılım mevcut değildir. Dolayısıyla gidiş-toplamlarının gidiş-uzunlukları üzerine bir regresyon modeli ile türetilmesi düşünülmüştür. Bu model birinci mertebe Markov modeli tipindedir. Bu tip bir modelin literatürde ancak aynı değişkenin bir zaman aralıklı iki değeri için kullanıldığı

bilinmektedir. Ancak N ve S gibi iki farklı değişken için kullanılsa dahi modelin ilginç sonuçlar verebileceği düşüncesiyle bu yol seçilmiştir.

3.2. BAĞIMSIZ NORMAL SOREC İÇİN GİDİŞ-UZUNLUĞU ve GİDİŞ-TOPLAMI SİMOLASYONU HAKKINDA GENEL DOŞONCELER

$x_0 = 0$ veya $q = 0.5$ kesim seviyesinde gidiş-uzunluklarının beklenen değerinin, gidiş-uzunluklarının varyansına eşit olduğu ve bu değer de 2 olduğu Paragraf 2.2.1 'de anlatılmıştır:

$$E(N) = \text{Var}(N) = 2 \quad (3.1)$$

Gidiş-uzunluklarının dağılımının da

$$P(N = k) = (1/2)^k \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.2)$$

şeklinde olduğu yine aynı paragraftan bilinmektedir. Bu bilgilere dayanarak gidiş-uzunluğunun 3. derece moment

$$M_3(N) = \sum_{k=1}^{\infty} (k-2)^3 (1/2)^k = 6 \quad (3.3)$$

şeklinde olacaktır. 3.derece momentin standart sapmanın kübüne oranı olan çarpıklık katsayısı da

$$C_s(N) = \frac{6}{(\sqrt{2})^3} = \frac{3}{\sqrt{2}} \quad (3.4)$$

değerinde olacaktır.

Söz konusu kesim seviyesi için gidiş-toplamlarının beklenen değer, varyans ve çarpıklık katsayısı parametreleri de, bilinmektedir [11]. Bu parametreler şöyledir :

$$E(S) = 1.596 \quad (3.5)$$

$$\text{Var}(S) = 2 \quad (3.6)$$

$$C_s(S) = 1.847 \quad (3.7)$$

Ayrıca gidiş-uzunluğu ile gidiş-toplamı arasındaki korelasyon katsayısı da bilinmektedir [11].

$$R(N,S) = 0.798 \quad (3.8)$$

Bu çalışmada gidiş-uzunluklarının dağılımı ve parametreleri bilindiğine göre gidiş-toplamlarının bir regresyon modeliyle türetilmesi düşünülmüştür.

Bu regresyon modeli birinci mertebe Markov sürecinin bir uygulamasıdır. Birinci mertebe Markov modelinde aynı değişkenin i . zamandaki değeri aynı değişkenin $(i-1)$. zamandaki değeri, değişkenin bir zaman aralıklı otokorelasyon katsayısı, değişkenin ortalama ve standart sapma değerleri ve ϵ bağımsız standart değişkeni kullanılarak türetilmektedir. Ayrıca birinci mertebe Markov modelinin kullanılabilmesi için değişkenin normal dağılmış olması gerekmektedir. Bu durumda ϵ bağımsız değişkeninin de dağılımı normal olmaktadır. Bu çalışmada kullanılacak regresyon modeli ise birinci mertebe Markov modelinin değiştirilmiş bir şeklidir; N gidiş-uzunluğu değişkeni bilindiğine göre S gidiş-toplamı değişkeni türetilmek istenmektedir. Regresyon modelini kullanabilmek için gidiş-uzunluklarının ortalama değeri ile standart sapmasına, gidiş-toplamlarının ortalama değeri ile standart sapmasına ve gidiş-uzunluğu ile gidiş-toplamı arasındaki korelasyon katsayısına ihtiyaç vardır.

$$\frac{S-E(S)}{\sigma(S)} = R \frac{N-E(N)}{\sigma(N)} + (1-R^2)^{1/2} \epsilon \quad (3.9)$$

Gerek N ve gerekse S değişkenleri çarpık dağılımlardan geldikleri için ϵ değişkeni de çarpık bir dağılımdan gelmektedir. Böyle bir modelde kullanılacak ϵ değişkeninin beklenen değeri sıfır, varyansı bir değerinde olmakla birlikte, çarpıklık katsayısı bilinmemektedir. Ancak bu parametre aşağıdaki şekilde elde edilebilmektedir.

$$E(\epsilon) = 0 \quad \text{Var}(\epsilon) = 1 \quad (3.10)$$

$$E\left(\frac{S-E(S)}{\sigma(S)}\right)^3 = E\left(R \frac{N-E(N)}{\sigma(N)}\right)^3 + (1-R^2)^{3/2} E(\epsilon^3) \quad (3.11)$$

$$C_s(S) = R^3 C_s(N) + (1-R^2)^{3/2} C_s(\epsilon)$$

$$C_s(\epsilon) = \frac{C_s(S) - R^3 C_s(N)}{(1-R^2)^{3/2}} = 2.247 \quad (3.12)$$

3.3. BAĞIMSIZ SOREÇ İÇİN GİDİŞ-UZUNLUĞU VE GİDİŞ-TOPLAMI SİMULASYONUNUN UYGULANMASI

Lehmer'in 1951 'de teklif ettiği yöntemle [16] üniform dağılmış [0-1] sayılar türetilmiştir. Üniform dağılmış bu sayılar kullanılmak suretiyle $P(N_i) = (1/2)^k$ dağılımına sahip bağımsız sayılar türetilmiştir. $N_{1p}, N_{1n}, N_{2p}, N_{2n}, N_{3p}, N_{3n}, \dots$ gibi.

Bu sayılar

$$\frac{S_i - E(S)}{\sigma(S)} = R \frac{N_i - E(N)}{\sigma(N)} + (1-R^2)^{1/2} \epsilon_i \quad (3.13)$$

şeklinde yazabileceğimiz (3.9) denklemindeki N_i 'lerdir. (3.13) denklemleri yardımıyla her N_i değerine karşı gelen bir S_i değeri türetmek mümkündür. Ancak önce çarpık dağılmış ϵ standart değişkenlerini türetmek gerekmektedir.

Çarpık dağılmış ϵ standart değişkeni, η normal dağılmış bağımsız standart değişken ve C_s türetilmek istenen standart değişkeninin çarpıklık katsayısı olmak üzere

$$\varepsilon_i = \frac{2}{C_s} \left(1 + \frac{C_s \eta_i}{6} - \frac{C_s^2}{36} \right) - \frac{2}{C_s} \quad (3.14)$$

formülüyle türetilabilmektedir [8].

(3.14) formülünde gözükten η_i normal dağılmış bağımsız standart değişkenin türetilmesi de bu çalışmada Box ve Müller metodu ile yapılmıştır. Bu metodun denklemleri aşağıda verilmiştir ve elde üniform dağılmış sayılar [0-1] bulunduğu takdirde, bu sayılar kullanılmak suretiyle normal dağılmış sayılar türetilmesinde kullanılmaktadır [16].

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= (-2 \ln u_1)^{1/2} \cos 2\pi u_2 \\ \eta_2 &= (-2 \ln u_1)^{1/2} \sin 2\pi u_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

(3.15) denklemlerinde u_1, u_2 [0-1] aralığında bir çift üniform dağılmış sayıyı, η_1, η_2 ise u_1, u_2 'ye karşı gelen bir çift normal dağılmış standart değişkeni² göstermektedir. Bu suretle istenildiği sayıda normal dağılmış η değeri elde etmek mümkündür.

Açıklanan tüm hesaplar yapıldıktan sonra (3.13) denklemini yardımıyla, daha önce elde edilmiş her N_i değerine karşı gelen bir S_i değeri elde edilebilmektedir; her gidiş-uzunluğu değerine karşı gelen bir gidiş-toplamı değeri bulunabilmektedir. $S_{1p}, S_{1n}, S_{2p}, S_{2n}, S_{3p}, S_{3n}, \dots$ gibi.

Bu çalışmada yukarıda anlatıldığı şekilde 1000 adet N gidiş-uzunluğu değeri türetilmiş ve bu 1000 N değerine karşı gelen 1000 S gidiş-toplamı değeri türetilmiştir. Türetilen bu değerlerden

$$E(N) = 1.937 \quad \text{Var}(N) = 1.749 \quad C_s(N) = 2.074$$

$$E(S) = 1.521 \quad \text{Var}(S) = 2.029 \quad C_s(S) = 1.778$$

$$R(N,S) = 0.785$$

parametre değerleri hesaplanmıştır.

Bu parametreler

$$E(N) = 2.0$$

$$\text{Var}(N) = 2.0$$

$$C_s(N) = 2.12$$

$$E(S) = 1.59$$

$$\text{Var}(S) = 2.0$$

$$C_s(S) = 1.85$$

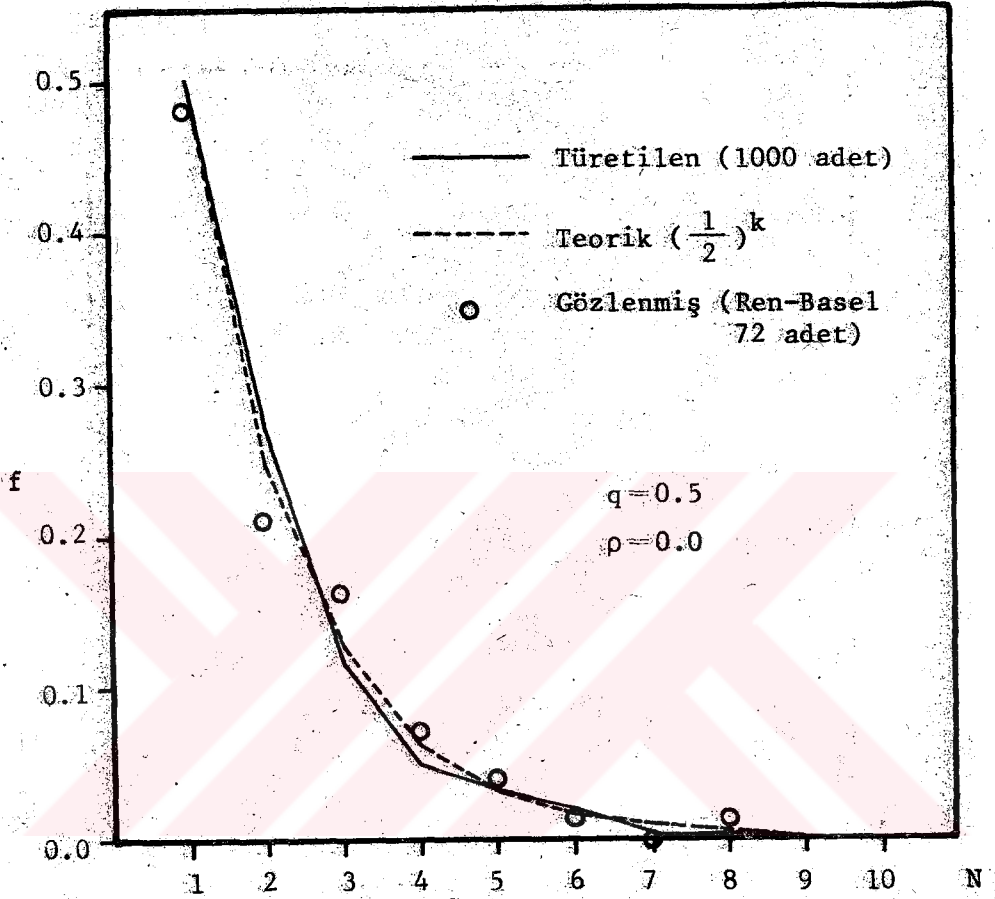
$$E(N, S) = 0.798$$

şeklinde olan teorik parametrelerle kıyaslandığı zaman, parametrelerin yeterli bir yaklaşımla korunduğu görülmektedir.

Simüle edilen N_i gidiş-uzunluğu değerlerinin, gidiş-uzunluğunun teorik dağılımı olan (3.2) denklemi ile verilen dağılıma ne derecede uyum sağladığını görebilmek için bir kıyaslama yapılmıştır. Şekil 3.1'de türetilmiş 1000 adet N değerinin frekans eğrisi çizilmiştir. Aynı şekil üzerinde $f(N=k) = (1/2)^k$ olan teorik frekans eğrisi de gösterilmiştir. Simüle edilen N_i değerlerinin dağılımının teorik dağılıma çok iyi uyduğu görülmektedir.

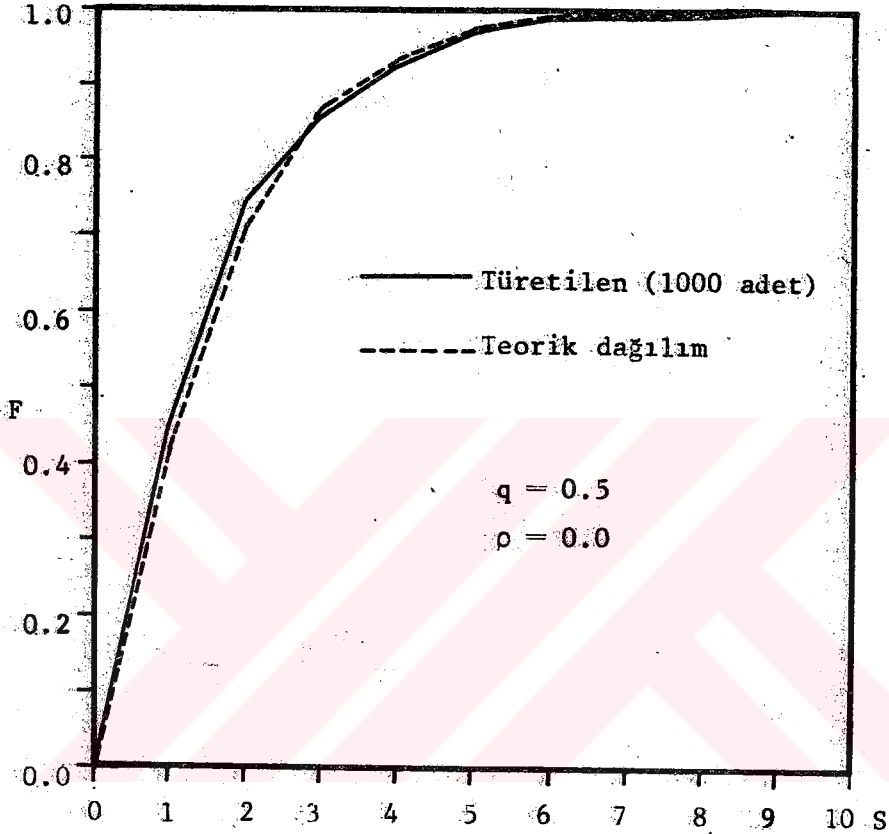
İlginç olması bakımından tabiatta gözlenmiş bağımsız bir akım sürecinin gidiş-uzunluklarının dağılımı da göz önüne alınmak istenmiştir. Gözlenmiş bağımsız süreç olarak Ren nehrinde Basel istasyonundaki 150 yıllık ölçümler alınmıştır [17]. Bu datadan 72 adet (kurak ve sulak birlikte) gidiş-uzunluğu hesaplamak mümkün olmaktadır. Ren-Basel data-sından elde edilen gidiş-uzunluklarının frekans dağılımının gerek teorik dağılıma ve gerekse simüle edilen N_i değerlerinden elde edilen frekans dağılımına oldukça yakın olduğu görülmektedir.

Regresyon modeliyle türetilen 1000 adet gidiş-toplamı değerinin toplam frekans dağılımı da, gidiş-toplamları için Bölüm 2.3.1'de verilen toplam frekans dağılımına çok iyi uymaktadır. Şekil 3.2'de görülen teorik dağılım Şekil 2.2'de verilen teorik dağılımlardan normal dağılım ve $q = 0.50$ için olanıdır.



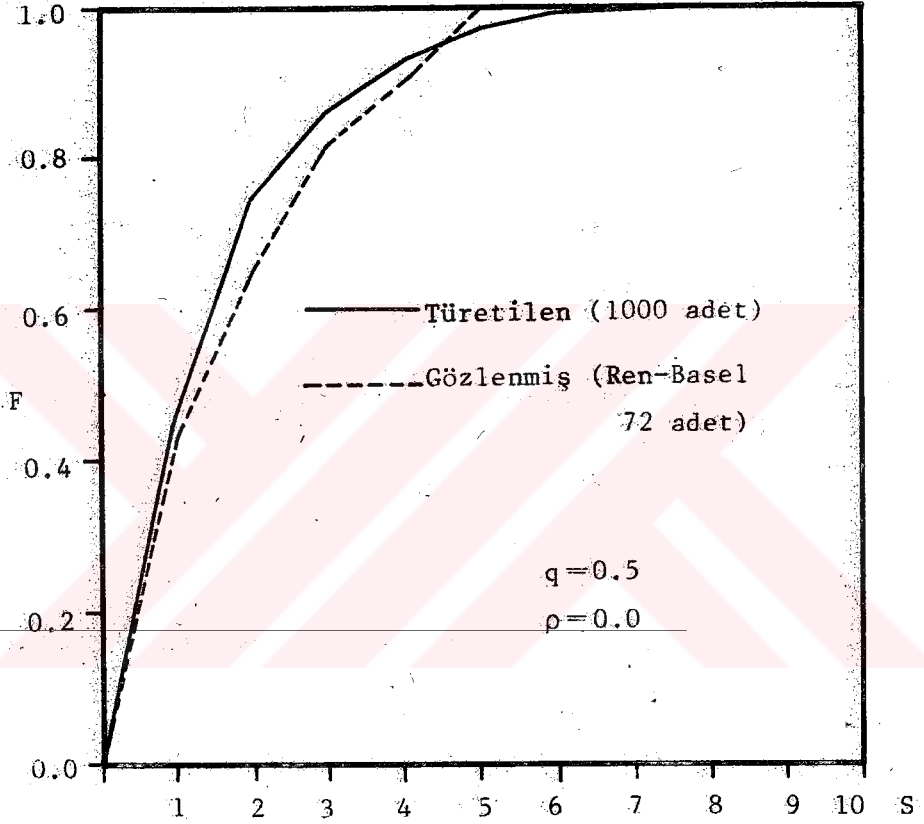
Şekil 3.1. Bağımsız süreç için türetilmiş ve gözlenmiş gidiş-uzunluklarının dağılımlarının, gidiş-uzunluklarının teorik dağılımı ile karşılaştırılması

Regresyon modeli ile türetilen 1000 adet gidiş-toplamı değerinin toplam frekans dağılımı, gözlenmiş bağımsız bir süreç olan Ren-Basel datasından elde edilen 72 adet (kurak ve sulak birlikte) gidiş-toplamının toplam frekans dağılımı ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 3.2. Bağımsız süreç için türetilmiş gidiş-toplamlarının dağılımının, Bölüm 2.3.1'de verilen ($q = 0.50$ için) gidiş-toplamlarının teorik dağılımı ile karşılaştırılması

Simetrik dağılım ve $q = 0.50$ kesim seviyesi için gerek gidiş-uzunluğu gerekse gidiş-toplamlarını kurak ve sulak olmak üzere birlikte düşünmenin mevcut eleman sayısını iki katına çıkartmak gibi bir yararı olmaktadır.



Şekil 3.3. Bağımsız süreç için türetilmiş gidiş-toplamlarının dağılımının, gözlenmiş bağımsız bir süreç olan Ren-Basel datasından elde edilen gidiş-toplamlarının dağılımı ile karşılaştırılması

BÖLÜM 4

BAĞIMLI SÜREÇLER İÇİN KURAK DEVRELERİN İSTATİSTİK ÖZELLİKLERİNİ KORUYACAK BİR MODELİN KURULMASI

4.1. BÖLÜM 3 'deki YÖNTEMLE GİDİŞ-UZUNLUĞU ve GİDİŞ-TOPLAMI SİMÜLASYONU

4.1.1. ϵ Sayılarının Çarpıklık Katsayısının Elde Edilmesi

Bölüm 2 'de verilen bilgilerin ışığı altında, Bölüm 3 'de bağımsız süreçler için gerçekleştirilen gidiş-uzunluğu simülasyonu ve buna bağlı olarak bir regresyon modeli ile gidiş-toplamı simülasyonunun bağımlı süreçler için uygulanmasında bir problemle karşılaşilmektedir. Bu problem bir bilgi eksikliğidir.

Bu bilgi (3.12) denkleminde benzer şekilde bağımlı sürecin gidiş-toplamlarını türetmede kullanılacak olan ϵ sayılarının çarpıklık katsayısıdır. Bu katsayıyı bulabilmek için S gidiş-toplamlarının çarpıklık katsayısına ihtiyacımız vardır. Bir diğer deyişle S gidiş-toplamlarının 3. derece momentine ihtiyaç vardır. Şen (1977) [13] 'de önerildiği şekilde $E(S^3|n)$ terimi hesaplanmak istendiğinde $E(x_i^3)$ şeklinde üç değişkenin çarpımının beklenen değerini bulma problemi çıkmaktadır. Bu yapılamamıştır.

Bu bilgi aşağıda açıklanacak biçimde tamamlanmaya çalışılmıştır. Stokastik hidrolojide çok iyi bilinen birinci mertebe Markov modeli ile 1000 adet standart normal dağılmış akış değeri türetilmiştir. Bu seriyi türetmede kullanılacak

birinci merteye otokorelasyon katsayısı, tabiatta sık rast-lanan bir değer olması bakımından $\rho=0.3$ olarak seçilmiştir.

Bu suretle turetilen serinin parametreleri kontrol edil-miş ve bunlar $E(x_i)=0.08$, $\sigma(x_i)=1.02$, $\rho=0.33$, $\chi^2=15.28$ olarak bulunmuştur.

Seri $q=0.5$ veya $x_0=0$ kesim seviyesinde kesilerek gidiş-toplamları hesaplanmıştır. Bۆylelikle elde edilen 368 adet gidiş-toplamının (kurak ve sulak gidiş-toplamları bir-likte dűřünülmek suretiyle) arpıklık katsayısı $C_s(S)=1.54$ olarak elde edilmiştir.

$C_s(S)$ değerine bu şekilde karar verildikten sonra (3.12) denklemini vasıtasıyla ϵ sayılarının arpıklık katsayısı he-saplanabilmektedir.

$$C_s(\epsilon) = \frac{C_s(S) - R^3 C_s(N)}{(1-R^2)^{3/2}} = 2.22 \quad (4.1)$$

(4.1) denklemindeki diğer iki bۆyۆklük $C_s(N)$ ve R belli bir otokorelasyon katsayısı ve belli bir kesim seviyesi için sırasıyla (2.19) ve (2.32) denklemlerinden bulunabilmektedir.

4.1.2. Gidiş-Uzunluğu Simۆlasyonu

Bağımlı sۆrelerin gidiş-uzunluğu simۆlasyonunda normal dağılmış sۆrecin otokorelasyon katsayısının 0.3 ve 0.5 olma durumları incelenmiştir. Bağımlı sۆreler için pozitif ve ne-gatif gidiş-uzunluklarının dağılımı (2.12) ve (2.14) denklemleriyle $P(N_p=j) = (1-r)r^{j-1}$ ve $P(N_n=j) = (1-s)s^{j-1}$ şeklin-de verilmektedir. Burada $r=P(x_1 > x_0 \mid x_{i-1} > x_0)$ ve $s=P(x_1 < x_0 \mid x_{i-1} < x_0)$ tanımlarını hatırlamakta yarar vardır.

Simetrik bir dağılım ve $q=0.5$ kesim seviyesi için $r=s$ olması gerekmektedir. Dolayısıyla normal dağılmış akış-larla çalışılmak istendiğinde $q=0.5$ kesim seviyesi için herhangi bir ρ değerine karşı gelen r değerleri s değerlerine

eşit olur. Bu durumda pozitif gidiş-uzunlukları ile negatif gidiş-uzunluklarının dağılımlarının aynı olduğu, hatta negatif-pozitif ayırımını ortadan kaldırıp doğrudan doğruya gidiş-uzunluklarının dağılımından söz etmenin doğru olacağı söylenebilir.

$$P(N=j) = P(N_p=j) = P(N_n=j) = (1-r) r^{j-1} = (1-s) s^{j-1}$$

(Simetrik dağılım, $q=0.5$ kesim seviyesi için) (4.2)

$\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ için sırasıyla $s=r=0.597$ ve $s=r=0.666$ olduğu Tablo 2.1'den görülmektedir. Dolayısıyla $\rho=0.3$ ve $\rho=0.5$ durumları için gidiş-uzunluklarının dağılımları

$$P(N=j) = 0.403 \times 0.597^{j-1} \quad (\rho = 0.3 \text{ için}) \quad (4.3)$$

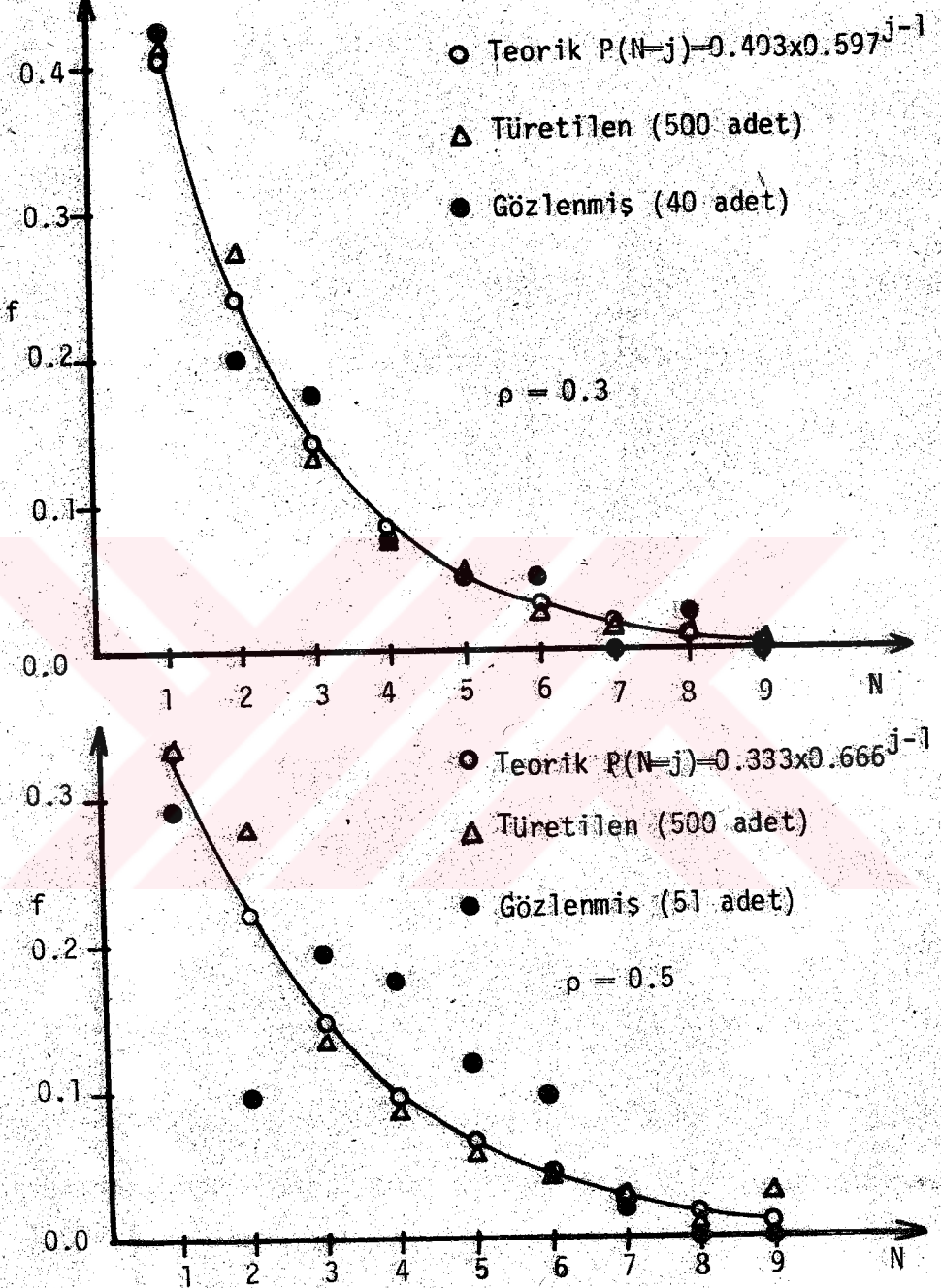
$$P(N=j) = 0.333 \times 0.666^{j-1} \quad (\rho = 0.5 \text{ için}) \quad (4.4)$$

şeklini almaktadır.

Stokastik hidrolojide bilinen yöntemlerle [16] uniform dağılmış sayılar [0-1] türetilmiş ve bu sayılar kullanılarak (4.3) ve (4.4) dağılımlarına sahip $\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ durumlarına karşı gelen 500'er adet gidiş-uzunluğu simüle edilmiştir.

Simüle edilen gidiş-uzunluklarının teorik dağılımlarla kıyaslanması Şekil 4.1'de verilmektedir. Türetilen gidiş-uzunluklarının dağılımlarının teorik dağılımlara oldukça iyi uyduğu söylenebilir.

Simüle edilen gidiş-uzunluklarının bir de tabiatta gözlenmiş yıllık akış serilerinden elde edilen gidiş-uzunluklarının dağılımı ile kıyaslanması istenmiştir. Bu nedenle $\rho = 0.3$ durumu için Mississippi nehri üzerinde St. Louis istasyonundaki 96 yıllık akışlar seçilmiştir [17]. Bu tarihi akış serisinin birinci merteye otokorelasyon katsayısı 0.3 tür. Seri $q=0.5$ kesim seviyesinde kesilerek 40 adet gidiş-uzunluğu (kurak ve sulak birlikte) elde edilmiştir. $\rho=0.5$ durumu için ise Vänern-Göta datası seçilmiştir [18]. Bu akış



Şekil 4.1. $p = 0.3$ ve $p = 0.5$ durumları için simüle edilmiş olan gidiş-uzunluklarının dağılımlarının teorik dağılımlarla ve gözlenmiş serilerden elde edilen dağılımlarla karşılaştırılması.

serisi 158 yıllıktır. Bu serinin birinci mertebe otokorelasyon katsayısı ise 0.5 'tir. Vänern-Göta datası da $q = 0.5$ kesim seviyesinden kesilerek 51 adet gidiş-uzunluğu (kurak ve sulak birlikte) elde edilmiştir. Gerek Mississippi datasından gerekse Vänern-Göta datasından elde edilen gidiş-uzunluklarının dağılımları da bir karşılaştırılma yapılabilmesi amacıyla Şekil 4.1 'e işlenmiştir.

Simetrik dağılım ve $q=0.5$ kesim seviyesi için

$r = P(x_i > x_0 | x_{i-1} > x_0)$ ve $s = P(x_i < x_0 | x_{i-1} < x_0)$ olmak üzere $r = s$ olacağından,

(2.15) denklemi = (2.16) denklemi,

(2.17) denklemi = (2.18) denklemi,

(2.19) denklemi = (2.20) denklemi

olmaktadır.

$$E(N) = E(N_p) = E(N_n) = 1/(1-r) = 1/(1-s) \quad (4.5)$$

$$\text{Var}(N) = \text{Var}(N_p) = \text{Var}(N_n) = r/(1-r)^2 = s/(1-s)^2 \quad (4.6)$$

$$C_s(N) = C_s(N_p) = C_s(N_n) = (1+r)/r^{1/2} = (1+s)/s^{1/2} \quad (4.7)$$

$p = 0.3$ ve $q = 0.5$ için $s = 0.597$ olarak bilindiğine göre parametrelerin teorik değerleri,

$$E(N) = 2.48 \quad \text{Var}(N) = 3.68 \quad C_s(N) = 2.07 \quad \sigma(N) = 1.92$$

olmaktadır.

$p = 0.5$ ve $q = 0.5$ için $s = 0.666$ olarak bilindiğine göre parametrelerin teorik değerleri,

$$E(N) = 2.99 \quad \text{Var}(N) = 5.97 \quad C_s(N) = 2.04 \quad \sigma(N) = 2.44$$

olmaktadır.

Simüle edilen gidiş-uzunluğu sürecinden $\rho=0.3$ için parametrelerin değerleri,

$$E(N) = 2.36 \quad \text{Var}(N) = 2.89 \quad C_s(N) = 1.64 \quad \sigma(N) = 1.70$$

olarak elde edilmiştir.

Simüle edilen gidiş-uzunluğu sürecinden $\rho = 0.5$ için parametrelerin değerleri,

$$E(N) = 2.76 \quad \text{Var}(N) = 4.19 \quad C_s(N) = 1.44 \quad \sigma(N) = 2.05$$

olarak elde edilmiştir.

4.1.3. Gidiş-Toplamı Simülasyonu

Bu paragraftaki gidiş-toplamı simülasyonu sadece $\rho=0.3$ durumu için yapılmıştır. Bu duruma ait 500 adet gidiş-uzunluğu değeri bir önceki paragrafta elde edilmişti. Bu gidiş-uzunluğu değerlerini kullanarak herbirine karşı gelen bir gidiş-toplamı değerini regresyon modelinin denklemi olan (3.13) eşitliği yardımıyla bulabiliriz. Ancak daha önce $\rho = 0.3$ durumu için bazı büyüklüklerin hesaplanması gerekmektedir.

(3.13) denkleminde $\rho = 0.3$ durumu için gerekli $C_s(\epsilon)$ değeri Paragraf 4.1.1 'den, $E(N)$ ve $\sigma(N)$ değerleri ise Paragraf 4.1.2 'den bilinmektedir. $E(S)$, $\sigma(S)$ ve R değerlerinin ise hesabı gereklidir.

$E(S)$ büyüklüğü, (2.27) denklemi ile $x_0=0$ kesim seviyesi ve $\rho = 0.3$ için $r=0.597$ olması halinde

$$E(S) = \frac{x_0}{(1-r)} + \frac{\exp(-\frac{1}{2} x_0^2)}{p(1-r)(2\pi)^{1/2}} = 1.98 \quad (4.8)$$

olarak hesaplanmaktadır.

Var(S) büyüklüğü, (2.28) denklemini ile hesap edilebilmektedir.

Ancak daha önce (2.28) denkleminde görülen $E(x_i^*)$ ve $\text{Var}(x_i^*)$ 'ı bulmak yararlı olacaktır. (2.25) denklemini simetrik dağılım (normal dağılım) ve $x_0 = 0$, $q = 0.5$ kesim seviyesi için

$$E(x_i^*) = E(S)/E(N) \quad (4.9)$$

şeklinde yazılabilir. Dolayısıyla

$$E(x_i^*) = 1.98/2.48 = 0.798 \quad (4.10)$$

olmaktadır.

Var(x_i^*) terimi ise (2.30) denkleminde görüleceği üzere kesim seviyesi ve dağılımın şekline bağlıdır; ρ değerine bağlı olmamaktadır. Normal dağılım ve $x_0 = 0$, $q = 0.5$ kesim seviyesi için

$$\text{Var}(x_i^*) = 1 + \frac{x_0 \exp(-\frac{1}{2} x_0^2)}{p(2\pi)^{1/2}} - \frac{\exp(x_0^2)}{2\pi p^2} = 0.363 \quad (4.11)$$

olmaktadır.

Artık $x_0 = 0$, $q = 0.5$ kesim seviyesi, normal dağılım ve $\rho = 0.3$ durumu için Var(S) (2.28) denkleminde bulunabilmektedir.

$$\text{Var}(S) = \frac{1}{1-r} \left[\text{Var}(x_i^*) + \frac{r}{1-r} E^2(x_i^*) \right] + \frac{2\rho p \text{Var}(x_i^*)}{(1-r)(1-\rho p)} = 3.635 \quad (4.12)$$

$$\sigma(S) = 1.91$$

Gidiş-uzunluğu ile gidiş-toplamı arasındaki korelasyonu ifade eden R büyüklüğü (2.32) denkleminin simetrik dağılım (normal dağılım) ve $x_0 = 0$, $q = 0.5$ kesim seviyesi için

$$R = \frac{E(S)}{E(N)} \left[\frac{\text{Var}(N)}{\text{Var}(S)} \right]^{1/2} \quad (4.13)$$

şeklinde yazılması ile bulunabilir.

$$R = \frac{1.98}{2.48} \left[\frac{3.676}{3.635} \right]^{1/2} = 0.803 \quad (4.14)$$

Artık gerekli tüm parametreler bilindikten sonra gidiş-toplamı simülasyonu (3.13) denklemi yardımıyla yapılabilir. Ancak bu şekilde türetilen 500 adet gidiş-toplamı değerinin (ki bunların herbiri bir gidiş-uzunluğu değerine karşı gelmektedir) bazan negatif olduğu görülmüştür. $\rho = 0.3$ durumu için bu negatif değerlerin sayısı 48 olmaktadır. Dolayısıyla %10 mertebesinde negatif değer elde edilmektedir. Bu durum ise mekanizmanın işlerliğini bozmaktadır. Türetilen gidiş-toplamı değerlerinin ister pozitif ister negatif fakat aynı işareti taşımaları gerekmektedir ki bu gidiş-toplamı değerleri ardışık olarak kurak ve sulak akış değerlerine ayrıştırılabilirsin.

Ortaya çıkan bu problemin sebebi (3.13) denklemi ile verilen regresyon modelindeki $E(N)$ teriminin, ρ büyüdükçe büyümektedir. Elde edilen negatif gidiş-toplamı değerleri gidiş-uzunluklarının 1'e eşit olma durumuna karşı gelmektedir. Bu sebepten ötürü bağımlı süreçler için gidiş-toplamları simülasyonu bir başka yöntemle yapılmaya çalışılmıştır.

4.2. BİR BAŞKA YÖNTEMLE GİDİŞ-TOPLAMI SİMOLASYONU

4.2.1. Yeni Yöntemin Genel Açıklaması

Rus literatüründe gamma dağılmış ($C_s = 2C_v$) değişkenler için birinci merteye lineer otoregresif modelin ifadesi mevcuttur [19]. Eğer N 'ler $C_v(N) = 2C_s(N)$ şartını sağlıyorlarsa ve S 'ler de $C_s(S) = 2C_v(S)$ şartını sağlıyorlarsa regresyon modelini

$$S = E(S) + R \frac{\sigma(S)}{\sigma(N)} (N - E(N)) + \left[(1-R)^2 + 2R(1-R) \frac{N}{E(N)} \right]^{1/2} v \quad (4.15)$$

şeklinde kurmak mümkündür. (4.15) denklemi ise

$$S = \left[E(S) + R \frac{\sigma(S)}{\sigma(N)} (N - E(N)) \right] \left\{ 1 + \frac{\left[(1-R)^2 + 2R(1-R) \frac{N}{E(N)} \right]^{1/2}}{\underbrace{\frac{\sigma(S)}{E(S) + R \frac{\sigma(S)}{\sigma(N)} (N - E(N))}}_{\xi}} v \right\} \quad (4.16)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda ξ gamma dağılmış ($C_s = 2C_v$) sayılar olup

$$E(\xi) = 1$$

$$C_v(\xi) = \frac{\left[(1-R)^2 + 2R(1-R) \frac{N}{E(N)} \right]^{1/2}}{E(S) + R \frac{\sigma(S)}{\sigma(N)} (N - E(N))} \quad (4.17)$$

olmaktadır [19].

$\rho = 0.3$ durumu için,

$$C_v(N) = \frac{1.92}{2.48} = 0.77 ; \quad C_s(N) = 2.07 ; \quad \frac{C_s(N)}{C_v(N)} = 2.7$$

$$C_v(S) = \frac{1.91}{1.98} = 0.96 ; \quad C_s(S) = 1.54 ; \quad \frac{C_s(S)}{C_v(S)} = 1.6$$

değerleri yöntemin kullanılması bakımından kabul edilebilir değerlerdir.

$$S_i = E(S) + R \frac{\sigma(S)}{\sigma(N)} (N_i - E(N)) \cdot \xi_i \quad (4.18)$$

(4.18) denklemini kullanarak gidiş-toplamı simülasyonu yapabilmek için gamma dağılmış, ortalaması 1 olan ve varyasyon katsayısı N gidiş-uzunluğu değerine bağlı olarak değişen sayılar türetmeye ihtiyaç vardır.

Gamma dağılmış sayılar Kottegoda (1980) [20] 'da izah edilen Von Jöhnk metoduyla türetilabilmektedir. Gamma dağılımının, varyasyon katsayısına bağlı olan γ şekil parametresinin bilinmesi gerekmektedir. 2 parametrelili gamma dağılımında

$$\gamma = \frac{\mu^2}{\sigma^2} = \frac{1}{C_v^2} \quad (4.19)$$

olduğu bilinmektedir.

Kottegoda (1980) [20] 'da sadece şekil parametresi bilgisi ve üniform dağılmış sayılar [0-1] kullanılarak gamma dağılmış sayılar türeten bir alt program mevcuttur. Bu hazır alt programı kullanmak suretiyle elde edilen gamma dağılmış sayılar belli bir ortalama ve belli bir standart sapmayı haizdirler. Şekil parametreleri alt programa verilen değer olarak

elde edilmektedir. Ancak biz ξ sayılarının ortalamasının 1 olmasını ve $\frac{\sigma}{\mu}$ oranının belli bir değer olmasını istemekteyiz. Dolayısıyla elde edilen gamma dağılmış sayılar önce standart hale getirilerek, sonra da bu standart sayılar ortalaması 1 ve $\sigma/1 = C_v$, $\sigma = C_v$ olacak şekilde düzeltilerek istenen karakterdeki sayılar elde edilebilir.

$$N = 1 \text{ durumu için } C_v = 0.5 ; \gamma = 4$$

⋮

$$N = 9 \text{ durumu için } C_v = 0.236 ; \gamma = 18$$

olmaktadır. Görülmektedir ki N gidiş-uzunluğu değeri büyüdükçe gamma dağılmış ξ sayılarının şekil parametresi de büyümektedir. Gamma dağılımının, şekil parametresi büyüdükçe, normal dağılıma yaklaştığı bilinmektedir. Bu sebepten ötürü bu çalışmada $N = 1, 2, 3$ için gamma dağılmış, $N > 3$ için normal dağılmış sayılar kullanılarak gidiş-toplamı simülasyonu yapılma yoluna gidilmiştir. Elbette $N > 3$ için kullanılan normal dağılmış sayıların da ortalamasının 1, C_v varyasyon katsayısının ise N'nin o değeri için (4.17) denkleminin vereceği değere uymasına dikkat edilmiştir.

4.2.2. Yeni Yöntemle Gidiş-Toplamı Simülasyonunun

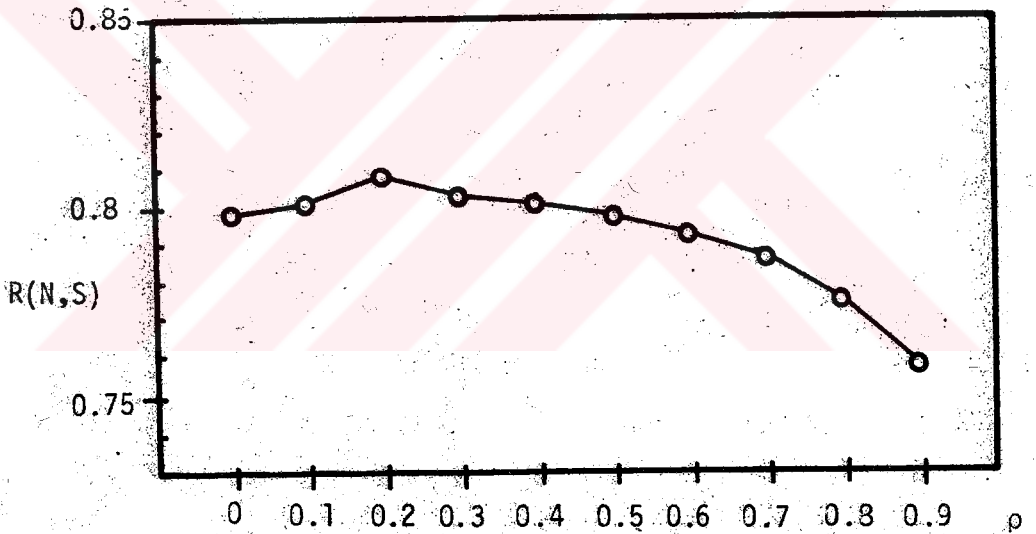
$\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ Durumları İçin Uygulanması

(4.18) denklemini kullanarak gidiş-toplamı simülasyonunu yapabilmek için gereken parametreler $E(N)$, $\sigma(N)$, $E(S)$, $\sigma(S)$ ve R 'dir. $\rho = 0.3$ durumu için bu parametreler Paragraf 4.1.2 ve Paragraf 4.1.3 'te verilmektedir. $\rho = 0.5$ durumu için ise, $E(N)$, $\sigma(N)$ değerleri Paragraf 4.1.2 'de verilmekte olup $E(S)$, $\sigma(S)$ ve R değerleri de Paragraf 4.1.3 'te kullanılmış olan formüller yardımıyla aşağıdaki şekilde hesaplanabilirler.

$$E(S) = 2.39 \quad ; \quad \sigma(S) = 2.44 \quad ; \quad R = 0.798$$

$$(\rho = 0,5 \text{ durumu})$$

Bu incelemeler sırasında gidiş-toplamlarının parametreleri ile ilgili olarak birbirine bağlı olan iki nokta dikkati çekmektedir. Simetrik dağılım ve $q=0.5$ kesim seviyesi için $R(N,S)$, ρ birinci mertebe otokorelasyon katsayısı ile çok az bir değişim göstermektedir. ρ 'nun 0 ilâ 0.9 değerleri için R değerleri hesaplanmış ve bunların değişimi Şekil 4.2 'de gösterilmiştir.



Şekil 4.2. $R(N,S)$ 'nin ρ ile değişimi

İkinci nokta ise R 'nin ρ ile değişim göstermemesinin sebebi olmaktadır. ρ 'nun herhangi bir değeri için $\sigma(N) \approx \sigma(S)$ olmaktadır, (normal dağılım ve $q=0.5$ kesim seviyesi için). Bu durumu Tablo 4.1 'de gözlemek mümkündür. $\rho = 0$ (bağımsız durum) için $\sigma(N) = \sigma(S) = \sqrt{2}$ olduğu bilinmektedir.

Tablo 4.1. Normal dağılım ve $q = 0.5$ kesim seviyesinde $\sigma(N)$ ve $\sigma(S)$ 'nin $\rho=0.0-0.9$ değerleri için değişimi

ρ	$\sigma(N)$	$\sigma(S)$
0.0	1.41	1.41
0.1	1.56	1.55
0.2	1.72	1.70
0.3	1.91	1.91
0.4	2.15	2.15
0.5	2.44	2.44
0.6	2.83	2.85
0.7	3.42	3.47
0.8	4.35	4.47
0.9	6.43	6.76

Tablonun hesabında kullanılan denklemler $\sigma(N)$ için (4.6) denklemi $\sigma(S)$ için ise (2.28) denklemi olmaktadır.

R 'nin hesabı ise (4.13) denklemi ile yapılmakta olup $E(S)/E(N)$ değeri ile $[\text{Var}(N)/\text{Var}(S)]^{1/2}$ değerinin çarpımı şeklindedir. Bu terimlerden $[\text{Var}(N)/\text{Var}(S)]^{1/2} \approx 1$ olduğuna göre R, ρ 'nun her değeri için $E(S)/E(N) = 0.798$ olan değere yakınsamaktadır ki bu değer de bağımsız süreç halinde R değeri olmaktadır.

(4.18) denklemi ile $\rho=0.3$ durumu için 500 adet, $\rho = 0.5$ durumu için 500 adet gidiş-toplamı değeri simüle edilmiştir. Gidiş-toplamı simülasyonunda ξ_i sayıları $N=1, 2, 3$ için gamma dağılmış ($E(\xi) = 1, C_V(\xi) = \text{fonk}(N)$) olarak kullanılmış, $N > 3$ değerleri için ise normal dağılmış

($E(\xi) = 1$, $C_v(\xi) = \text{fonk}(N)$) olarak kullanılmışlardır. Bu şekilde türetilen 500 adet gidiş-toplamı değerinden elde edilen parametreler $\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ durumları için aşağıda verilmektedir.

$$E(S) = 1.87 \quad ; \quad \sigma(S) = 2.25 \quad ; \quad C_s(S) = 1.59 \quad ; \quad R(N, S) = 0.93$$

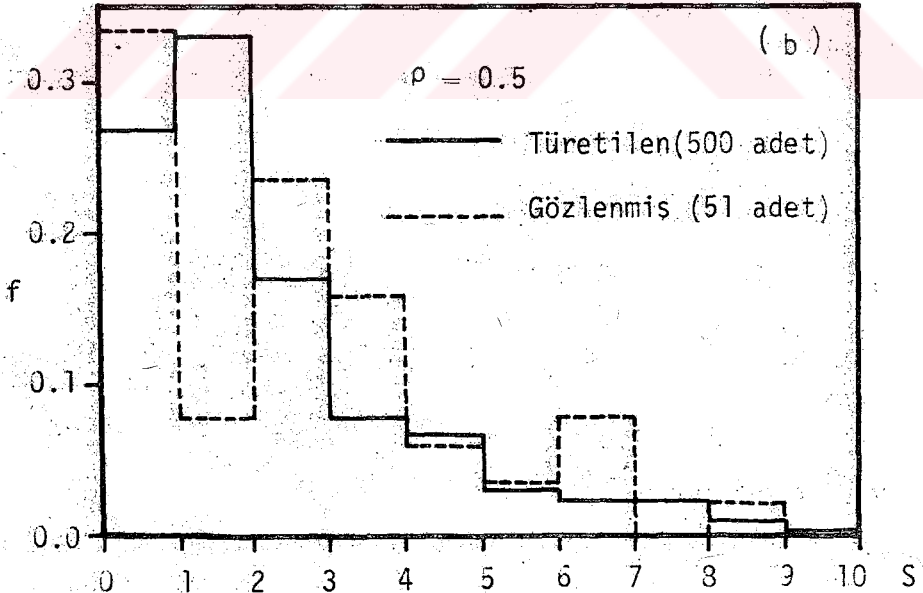
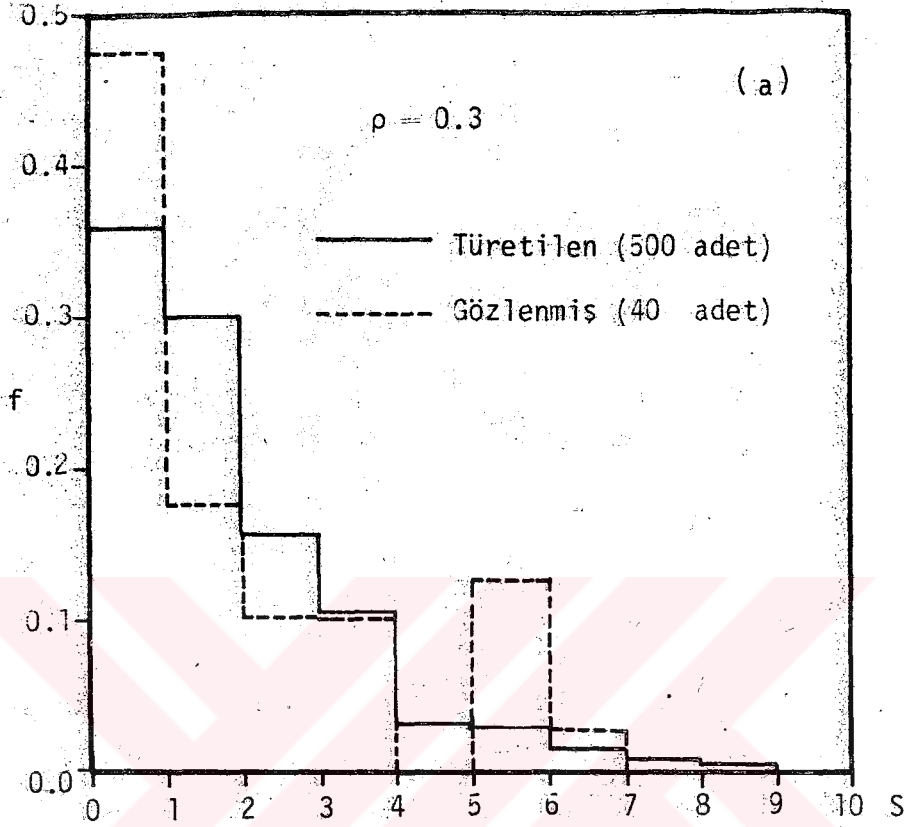
($\rho = 0.3$ durumu)

$$E(S) = 2.22 \quad ; \quad \sigma(S) = 1.80 \quad ; \quad C_s(S) = 1.51 \quad ; \quad R(N, S) = 0.94$$

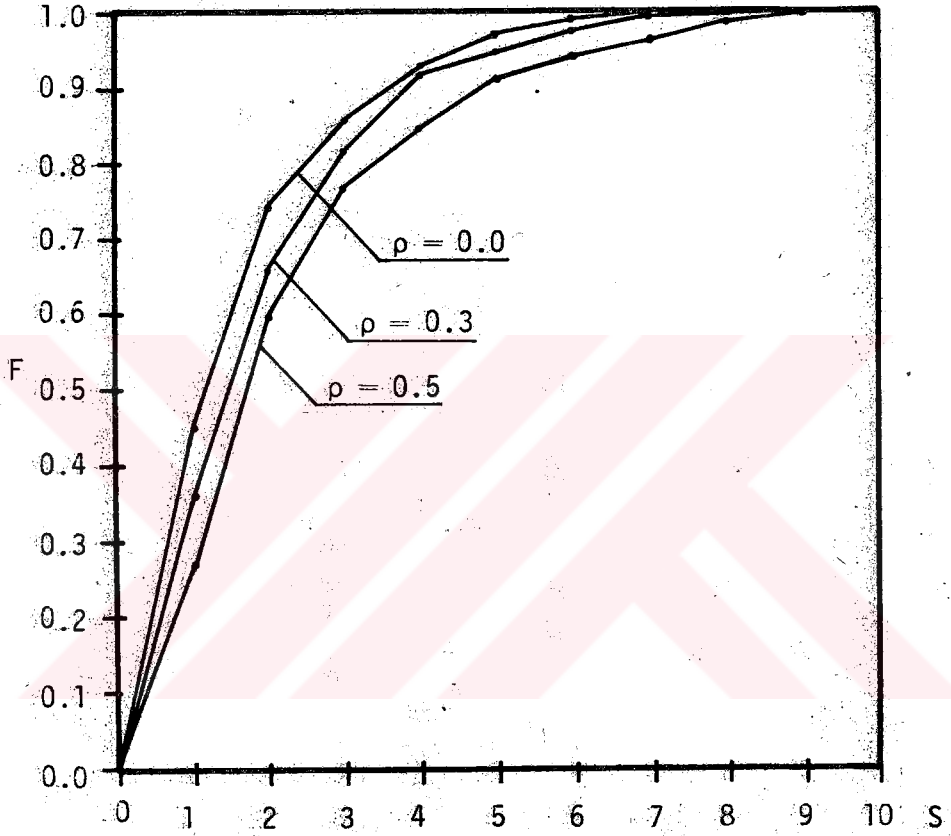
($\rho = 0.5$ durumu)

Türetilen 500 adet gidiş-toplamı değerinin frekans dağılımı Şekil 4.3 (a) ve (b)'de sırasıyla $\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ durumları için verilmektedir. Bu dağılımları teorik herhangi bir dağılımla kıyaslama olanağımız yoktur. Birinci mertebe otokorelasyon katsayıları 0.3 ve 0.5 olan iki tarihi seri datasından elde edilen 40 ve 51 adet gidiş-toplamı değerinin frekans dağılımı da bir karşılaştırma olmak bakımından Şekil 4.3 (a) ve (b)'ye işlenmiştir. Tarihi seriler olarak Mississippi ($\rho = 0.3$), Vänern-Göta ($\rho = 0.5$) dataları kullanılmıştır [17], [18].

Şekil 4.4 'te ise $\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ durumları için elde edilen gidiş-toplamı değerlerinin (500 'er adet) toplam frekans dağılımı görülmektedir. Aynı şekil üzerine, ilginç olması bakımından, $\rho = 0.0$ bağımsız durum için simüle edilmiş olan 1000 adet gidiş-toplamı değerinin de toplam frekans dağılımı çizilmiştir. ρ değeri büyüdükçe, $E(S)$ parametresinin büyüdüğünü bildiğimize göre, ρ büyüdükçe S değerinin belli bir değerden küçük kalma olasılığının azalmasını beklemek doğaldır.



Şekil 4.3. (a) $\rho = 0.3$ durumu için türetilmiş ve gözlenmiş gidiş-toplamlarının frekans dağılımı.
(b) $\rho = 0.5$ durumu için türetilmiş ve gözlenmiş gidiş-toplamlarının frekans dağılımı



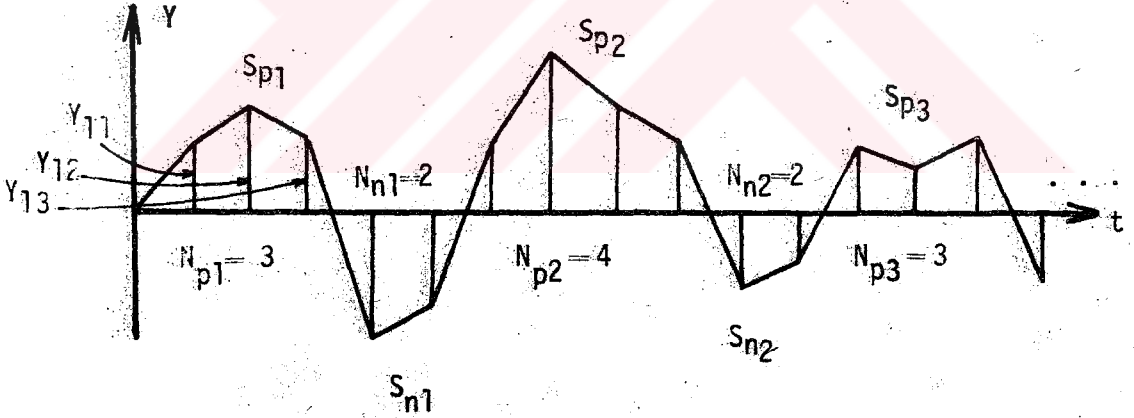
Şekil 4.4 $\rho=0.0$, $\rho=0.3$ ve $\rho=0.5$ durumları için türetilmiş gidiş-toplamlarının toplam frekans dağılımları

BÖLÜM 5

AYRIŞTIRMA SURETİYLE AKIŞ DEĞERLERİNİN SİMOLASYONU

5.1. AYRIŞTIRMA

Ayrıştırma sözcüğü ile uzunluğu (gidiş-uzunluğu) ve ek-siklik toplamı (gidiş-toplamı) bilinen bir kurak devrenin akışlarını elde etme işlemi ifade edilmektedir. (Bu devre bir sulak devre de olabilir.)



Şekil 5.1. Ayrıştırmanın tanımlanması

Ayrıştırmada Valencia ve Schaake (1973) [21] modeli kullanılmıştır. Bu ayrıştırma modelinin ana denklemi aşağıdaki şekildedir.

$$Y = AX + BV$$

(5.1)

Bu bölümde Valencia ve Schaake'nin kullandıkları notasyona sadık kalınmıştır; X ile gidiş-toplamı, Y ile toplam-
ları X gidiş-toplamını verecek akış değerlerinin oluştur-
duğu vektör gösterilmektedir. (5.1) denklemi vasıtasıyla
gidiş-toplamlarının akışlara ayrılması incelenecektir. n
gidiş-toplamına karşı gelen gidiş-uzunluğunun değerini gös-
termek üzere,

Y : $(n \times 1)$ akış vektörü

X : n adet akışa dönüştürülmesi istenen
gidiş-toplamı

A : $(n \times 1)$ katsayılar matrisinin bu problemde
vektöre dönüşmüş hali

B : $(n \times n)$ kovaryans matrisi

V : $(n \times 1)$ normal dağılmış bağımsız standart
sayılardan oluşan vektör'dür.

Problemi her bir uzunluktaki gidiş-toplamları için ayrı
ele almak gerekmektedir. Ayrıca ayrıştırma sırasında akışlar
standart değişken olarak ele alınmalıdır. Akışlar standart
değişken halinde elde edildikten sonra gerçek değişken hali-
ne dönüştürülebilirler.

Valencia ve Schaake ayrıştırma modelinde

$$X = CY \quad (5.2)$$

olacak şekilde bir C matrisi tanımlamaktadır. Burada C
matrisi bir satırdan oluşan ve satır elemanları 1 olan bir
matristir. C matrisinin kaç elemanı olacağı da gidiş-toplamı-
nın uzunluğuna bağlıdır, ve bu uzunluğa eşittir.

$$S_{XX} = E[XX^T] \quad (5.3)$$

$$S_{XY} = E[XY^T] \quad (5.4)$$

$$S_{YX} = E[YX^T] \quad (5.5)$$

$$S_{YY} = E[YY^T] \quad (5.6)$$

Kovaryans matrisleri yukardaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$S_{YX} = S_{YY}C^T \quad (5.7)$$

$$S_{XY} = CS_{YY} \quad (5.8)$$

$$S_{XX} = CS_{YY}C^T \quad (5.9)$$

olacağı gösterilebilmektedir.

Bu bilgilerin ışığı altında (5.1) denkleminde görülen A matrisi elde edilebilmektedir.

$$A = S_{YY}C^T (CS_{YY}C^T)^{-1} \quad (5.10)$$

Ayrıca yine (5.1) denkleminde görülen B matrisini elde edebilmek için bir BB^T matrisi elde edilmektedir.

$$BB^T = S_{YY} - S_{YY}C^T (CS_{YY}C^T)^{-1} CS_{YY} \quad (5.11)$$

BB^T çarpım matrisi bilindiği takdirde, eğer bu matris Paragraf 5.3 'te incelenecek bazı özelliklere sahipse, B matrisi elde edilebilir.

(5.10) denklemi C matrisi ile "önden" çarpıldığı takdirde

$$CA = I \quad (5.12)$$

birim matris elde edilmektedir. Halbuki (5.11) denklemi C matrisi ile "önden" çarpıldığı zaman

$$CBB^T = 0 \quad (5.13)$$

elde edilmektedir.

Genel olarak $C \neq 0$, $B \neq 0$ ve $BB^T \neq 0$ olduğu için (5.12) ve (5.13) sonuçları

$$CB = 0 \quad (5.14)$$

sonucunu ifade ederler.

Şimdi akışları elde etmede kullanılacak (5.1) ana denkleme bakılacak olursa ve bu denklemin tüm terimleri "önden" C ile çarpılırsa

$$CY = CAX + CBV \quad (5.15)$$

denklemi elde edilir ki, bu da (5.2) denklemiyle eşdeğerdir [21].

5.2. AYRIŞTIRMA MODELİNİN UYGULANMASI

Ayrıştırma modelinin denklemlerini değişik uzunluktaki gidiş-toplamları için genel bir biçimde ifade etmek mümkün olmamıştır. Bu nedenle mesela $n=4$ alınarak denklemlerin açık ifadelerini görmek ve $CA = -I$ ve $CBB^T = 0$ neticelerini elde etmek yararlı olacaktır.

Türetilmek istenen akış değerleri standart olarak ele alınmaktadır.

$$A = S_{YY} C^T (C S_{YY} C^T)^{-1}$$

şeklinde idi.

$$S_{YY} = E[YY^T] = E \left[\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} \right]$$

$$= E \begin{bmatrix} Y_1 Y_1 & Y_1 Y_2 & Y_1 Y_3 & Y_1 Y_4 \\ Y_2 Y_1 & Y_2 Y_2 & Y_2 Y_3 & Y_2 Y_4 \\ Y_3 Y_1 & Y_3 Y_2 & Y_3 Y_3 & Y_3 Y_4 \\ Y_4 Y_1 & Y_4 Y_2 & Y_4 Y_3 & Y_4 Y_4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}$$

(5.16)

$$S_{YY}C^T = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 \\ \rho_1 + 1 + \rho_1 + \rho_2 \\ \rho_2 + \rho_1 + 1 + \rho_1 \\ \rho_3 + \rho_2 + \rho_1 + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ b \\ a \end{bmatrix}$$

(5.17)

$$1 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = a$$

(5.18)

$$\rho_1 + 1 + \rho_1 + \rho_2 = b$$

(5.19)

$$CS_{YY}C^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ b \\ a \end{bmatrix} = [a + b + b + a] = [2a + 2b]$$

(5.20)

$$(CS_{YY}C^T)^{-1} = \frac{1}{2a + 2b}$$

(5.21)

$$A = \begin{bmatrix} a \\ b \\ b \\ a \end{bmatrix} \frac{1}{2a + 2b} = \begin{bmatrix} a/(2a + 2b) \\ b/(2a + 2b) \\ b/(2a + 2b) \\ a/(2a + 2b) \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

$$CA = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a/(2a + 2b) \\ b/(2a + 2b) \\ b/(2a + 2b) \\ a/(2a + 2b) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a}{2a+2b} + \frac{b}{2a+2b} + \frac{b}{2a+2b} + \frac{a}{2a+2b} \end{bmatrix}$$

$$CA = \frac{2a + 2b}{2a + 2b} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

$$CS_{YY} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$CS_{YY} = \begin{bmatrix} 1 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 & \rho_1 + 1 + \rho_1 + \rho_2 \\ \rho_2 + \rho_1 + 1 + \rho_1 & \rho_3 + \rho_2 + \rho_1 + 1 \end{bmatrix}$$

$$CS_{YY} = \begin{bmatrix} a & b & b & a \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$BB^T = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ b \\ b \\ a \end{bmatrix} \frac{1}{2a + 2b} \begin{bmatrix} a & b & b & a \end{bmatrix}$$

$$2a + 2b = d \quad (5.25)$$

$$BB^T = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_3 & \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{a^2}{d} & \frac{ab}{d} & \frac{ab}{d} & \frac{a^2}{d} \\ \frac{ab}{d} & \frac{b^2}{d} & \frac{b^2}{d} & \frac{ab}{d} \\ \frac{ab}{d} & \frac{b^2}{d} & \frac{b^2}{d} & \frac{ab}{d} \\ \frac{a^2}{d} & \frac{ab}{d} & \frac{ab}{d} & \frac{a^2}{d} \end{bmatrix}$$

$$BB^T = \begin{bmatrix} 1 - \frac{a^2}{d} & \rho_1 - \frac{ab}{d} & \rho_2 - \frac{ab}{d} & \rho_3 - \frac{a^2}{d} \\ \rho_1 - \frac{ab}{d} & 1 - \frac{b^2}{d} & \rho_1 - \frac{b^2}{d} & \rho_2 - \frac{ab}{d} \\ \rho_2 - \frac{ab}{d} & \rho_1 - \frac{b^2}{d} & 1 - \frac{b^2}{d} & \rho_1 - \frac{ab}{d} \\ \rho_3 - \frac{a^2}{d} & \rho_2 - \frac{ab}{d} & \rho_1 - \frac{ab}{d} & 1 - \frac{a^2}{d} \end{bmatrix}$$

(5.26)

$$CBB^T = \begin{bmatrix} 1 - \frac{a^2}{d} & \rho_1 - \frac{ab}{d} & \rho_2 - \frac{ab}{d} & \rho_3 - \frac{a^2}{d} \\ \rho_1 - \frac{ab}{d} & 1 - \frac{b^2}{d} & \rho_1 - \frac{b^2}{d} & \rho_2 - \frac{ab}{d} \\ \rho_2 - \frac{ab}{d} & \rho_1 - \frac{b^2}{d} & 1 - \frac{b^2}{d} & \rho_1 - \frac{ab}{d} \\ \rho_3 - \frac{a^2}{d} & \rho_2 - \frac{ab}{d} & \rho_1 - \frac{ab}{d} & 1 - \frac{a^2}{d} \end{bmatrix}$$

$CBB^T = (I \quad II \quad III \quad IV)$ elemanlı matris olsa

$$I = 1 - \frac{a^2}{d} + \rho_1 - \frac{ab}{d} + \rho_2 - \frac{ab}{d} + \rho_3 - \frac{a^2}{d}$$

$$= 1 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 - \frac{2a^2}{d} - \frac{2ab}{d}$$

$$= a - \frac{2a^2}{d} - \frac{2ab}{d}$$

$$= a \left(1 - \frac{2a}{d} - \frac{2b}{d} \right) = a \left(\frac{d - 2a - 2b}{d} \right) = a \left(\frac{2a + 2b - 2a - 2b}{d} \right)$$

$$I = 0$$

Aynı şekilde $II = 0$, $III = 0$, $IV = 0$ olduğunu göstermek, dolayısıyla

$$CBB^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

olduğunu görmek mümkündür.

Böylelikle gidiş-uzunluğu 4 olan ($n=4$) bir gidiş-toplamının 4 adet akışa ayrılabilmesi için gerekli A vektörü (5.22) denklemi ve BB^T matrisi ((5.26) denklemi) sadece akışların ($n-1$). mertebeye kadar olan otokorelasyon katsayılarına bağlı olarak elde edilebilmektedir. Akışlar standart değişken olarak elde edildikten sonra gerçek akış değerlerini bulabilmek için ayrıca akışların ortalama ve standart sapma parametrelerine de ihtiyaç duyulacaktır.

Ayrıştırma modeli konusunda bu noktaya kadar söz konusu olan denklemler genel denklemlerdir. Yani denklemler akış sürecinin bağımlı ya da bağımsız olmasına bağlı değildir. Doğal olarak eğer süreç bağımsız ise bu denklemler çok daha basit ifadeler olmaktadır.

Bağımsız süreç için A vektörü ve BB^T matrisinin ne tür ifadeler olacağını mesela $n=5$ ' lik bir durum için incelemekte fayda vardır.

$$S_{YY}C^T = \begin{bmatrix} 1 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4 \\ \rho_1 + 1 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 \\ \rho_2 + \rho_1 + 1 + \rho_1 + \rho_2 \\ \rho_3 + \rho_2 + \rho_1 + 1 + \rho_1 \\ \rho_4 + \rho_3 + \rho_2 + \rho_1 + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \\ b' \\ a' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$a' = b' = c' = 1 \quad (5.29)$$

$$CS_{YY}C^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \\ b' \\ a' \end{bmatrix} = 2a' + 2b' + c' = 5 \quad (5.30)$$

$$(CS_{YY}C^T)^{-1} = \frac{1}{2a' + 2b' + c'} \quad (5.31)$$

$$A = \begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \\ b' \\ a' \end{bmatrix} \frac{1}{2a' + 2b' + c'} = \begin{bmatrix} a' / (2a' + 2b' + c') \\ b' / (2a' + 2b' + c') \\ c' / (2a' + 2b' + c') \\ b' / (2a' + 2b' + c') \\ a' / (2a' + 2b' + c') \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

Genel olarak bağımsız süreç için gidiş-uzunluğunun değeri n olan bir gidiş-toplamının ayrıştırılması için gerekli A vektörü aşağıdaki gibidir ve n adet $1/n$ değerinden oluşmaktadır.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \\ \frac{1}{n} \\ \vdots \\ \frac{1}{n} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Bağımsız bir sürece ait, n uzunluğundaki bir gidiş-uzunluğuna sahip gidiş-toplamını ayrıştırmak için gerekli BB^T matrisi ise $(n \times n)$ 'lik bir matris olacaktır. Bu matrisin diagonal elemanları $(1-1/n)$ değerinde, diğer elemanları ise $(0-1/n)$ değerindedir.

$$BB^T = \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{n} & 0 - \frac{1}{n} & 0 - \frac{1}{n} & \dots & 0 - \frac{1}{n} \\ 0 - \frac{1}{n} & 1 - \frac{1}{n} & 0 - \frac{1}{n} & \dots & 0 - \frac{1}{n} \\ 0 - \frac{1}{n} & 0 - \frac{1}{n} & 1 - \frac{1}{n} & \dots & 0 - \frac{1}{n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 - \frac{1}{n} & 0 - \frac{1}{n} & 0 - \frac{1}{n} & \dots & 1 - \frac{1}{n} \end{bmatrix}$$

(5.34)

5.3. BB^T ÇARPIM MATRİSİ BİLİNDİĞİNE GÖRE B MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ

$$Q = BB^T \quad (5.35)$$

şeklinde bir matrisle, matrisin transpozunun çarpımı bilinmekte ise matematikte karekök metodu ya da bir diğer adıyla "Choleski decomposition" olarak bilinen metodla bu matris bulunabilmektedir. Ancak Q matrisi üzerinde bir kayıt vardır. Bu matris pozitif semidefinit olmalıdır. Bu özellik daha açık ifade edilecek olursa

$$\text{Determinant } Q \geq 0$$

$$Q \text{ matrisinin tüm asal minörleri } \geq 0$$

olmalıdır.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1K} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2K} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Q_{K1} & Q_{K2} & \dots & Q_{KK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & \dots & 0 \\ B_{12} & B_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_{1K} & B_{2K} & \dots & B_{KK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1K} \\ 0 & B_{22} & \dots & B_{2K} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_{KK} \end{bmatrix}$$

(5.36)

Burada B matrisinin diagonal elemanları dahil olmak üzere sadece alt üçgeninin elemanları mevcuttur, diğer elemanları sıfırdır. Buna karşılık B^T matrisinin diagonal elemanları dahil olmak üzere sadece üst üçgeninin elemanları mevcuttur, diğer elemanları sıfırdır. Q matrisi ise simetrik bir matristir.

$$B_{11} = \sqrt{Q_{11}}$$

$$\} K > 1$$

$$B_{1K} = Q_{1K}/B_{11}$$

$$B_{22} = \sqrt{Q_{22} - B_{12}^2}$$

$$\} K > 2$$

$$B_{2K} = (Q_{2K} - B_{1K}B_{12})/B_{22}$$

$$B_{33} = \sqrt{Q_{33} - B_{13}^2 - B_{23}^2}$$

$$\} K > 3$$

$$B_{3K} = (Q_{3K} - B_{1K}B_{13} - B_{2K}B_{23})/B_{33}$$

$$B_{44} = \sqrt{Q_{44} - B_{14}^2 - B_{24}^2 - B_{34}^2}$$

$$\} K > 4$$

$$B_{4K} = (Q_{4K} - B_{1K}B_{14} - B_{2K}B_{24} - B_{3K}B_{34})/B_{44}$$

[22]

şeklindeki denklemlerin ardışık olarak kullanılması suretiyle B matrisinin elemanları belirlenebilmektedir.

5.4. AYRIŞTIRMA MODELİNİN BAĞIMSIZ SÜREÇ İÇİN UYGULANMASI

Bölüm 3'te ayrıntılı olarak anlatıldığı şekilde bağımsız süreç için N (gidiş-uzunluğu) ve S (gidiş-toplamı) simülasyonu yapılabilmektedir. Çalışmada bu şekilde 500 adet N değeri ve bunlara karşı gelen 500 adet S değeri türetilmiştir. Bu noktada akışlarımız standart değişken halindedir. Türetilen 500 adet N (gidiş-uzunluğu) değerini birbirini ardışık olarak takibeden 250 adet N_p pozitif gidiş-uzunluğu ve 250 adet N_n negatif gidiş-uzunluğu değeri olarak düşünmek mümkündür. Aynı şekilde her bir N değerine karşı gelen S değerini de birbirini ardışık olarak takibeden

250 adet S_p pozitif gidiş-toplamı değeri ve 250 adet S_n negatif gidiş-toplamı değeri olarak düşünmek mümkündür.

Bundan sonra ayrıştırmanın yapılabilmesi için aynı n değerini haiz N değerleri için ($N = 1, 2, 3, \dots$) Paragraf 5.2 'de ayrıntılı biçimde anlatılan A vektörleri ve BB^T matrislerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu vektör ve matrisler sürecin zaten sıfır olan otokorelasyon yapısından bağımsız olacakları için her n değeri için farklı fakat bağımsız süreç halinde sabit değerlerde kalacaklardır.

BB^T çarpım matrisleri teşkil edildikten sonra, yine daha önce anlatılmış olan karekök metoduyla ayrıştırmada kullanılacak B matrisinin tüm elemanları (sadece sağ alt üçgen elemanları) bulunabilir.

Artık (5.1) denklemi kullanılmak suretiyle standart akış değerleri elde edilebilecektir. Ancak bu noktada bir hususa dikkat etmek gerekmektedir. (5.1) denkleminde mevcut, normal dağılmış standart sayılardan oluşan V vektörü kullanıldığında elde edeceğimiz Y vektörü elemanları (+) ya da (-) işaretli olabilmektedir. Ancak biz bir kurak devre ya da sulak devrenin akışlarını elde ederken bunların uygun işaretli çıkmasını isteriz. Bu problem Y vektörünün toplamının bir kurak ya da sulak devre toplamı olması gerektiğine dair bilgiyi işlem içerisine ithal edemememizden doğmaktadır. Bu problemi bertaraf etmek için istenen sayıda aynı işareti haiz Y değerleri bulununcaya kadar hesabın tekrarlanması gerekmektedir.

Bundan sonra yapılacak işlem ise türetilmesi istenen akışlara ait ortalama değer ve standart sapma parametreleri kullanılarak kurak ve sulak devrelere ait standart halde elde edilmiş olan akışların gerçek akış değerlerine çevrilmesi olacaktır.

Örneğin bu çalışmada ister bir kurak devre olsun, ister bir sulak devre olsun bilgisayar programı, Y vektörleri elemanları (+) işaretli çıkacak şekilde hazırlanmıştır. Dolayısıyla standart akış değerlerinden gerçek akış değerlerine geçilmede kullanılacak denklemler

$$\begin{aligned}
 Y_{\text{gerçek, sulak}} &= Y_{\text{ort}} + Y_{\text{standart}} \times \sigma \\
 Y_{\text{gerçek, kurak}} &= Y_{\text{ort}} - Y_{\text{standart}} \times \sigma
 \end{aligned}
 \tag{5.38}$$

şeklinde olmalıdır.

Gözlenmiş tarihi seri olarak Ren-Basel datası seçilmiştir. Bunlar yıllık ortalama akım değerleri olup, 150 yıl uzunluğundadır. Ortalama değer 1026 m³/sn, standart sapma 163.13 m³/sn değerindedir. Sürecin birinci mertebe otokorelasyon katsayısı 0.077 olarak verilmektedir. Bağımsız süreç olarak düşünülebilir.

Gözlenmiş akışların normal dağılıma uygunluğunu ölçmek açısından bu değerlere ait χ^2 değeri hesaplanmıştır. Sınıf aralığı sayısı $m = 10$ alınmış ve herbir aralığın sınırı $P_i = 1/m$ olacak şekilde hesaplanmıştır. Bu şekilde hesaplanan Ren-Basel datasına ait χ^2 değeri 3.067 olmaktadır. Bu durumda serbestlik derecesi normal dağılım için $s.d. = m - n - 1 = 10 - 2 - 1 = 7$ olmaktadır. $\alpha = 0.50$; $\alpha = 0.10$; $\alpha = 0.05$; $\alpha = 0.02$ ve $\alpha = 0.01$ anlamlılık düzeylerinde $\chi^2 = \chi^2_{\alpha}$ olduğu için akışların normal dağıldığı söylenebilir.

Ayrıştırma modeli kullanılarak türetilen, birbirini takibeden 250 adet kurak ve sulak devreye ait akışlar 950 adet olmaktadır. Standart akışları gerçek akışlara çevirmek için Ren-Basel datasına ait ortalama değer ve standart sapma kullanılmıştır. Bu akışların dağılımına ait çeşitli parametreler ise aşağıdaki değerler olarak elde edilmiştir.

$$\text{Ortalama} = 1024 \text{ m}^3/\text{sn}$$

$$\text{Standart sapma} = 175.62 \text{ m}^3/\text{sn}$$

$$\rho_1 = -0.05$$

$$\rho_2 = -0.02$$

$$\rho_3 = -0.01$$

$$\rho_4 = 0.01$$

$$\rho_5 = -0.02$$

$$\rho_6 = 0.02$$

Gerçek akışların dağılımının normal dağılıma uyması istenmektedir. Bunu tahkik edebilmek için sınıf aralığı sayısı $m=10$ seçilmek ve her bir aralığın sınırı $P_i = 1/m$ olacak şekilde hesaplanmak suretiyle χ^2 değeri hesaplanmıştır. $\chi^2 = 14.67$ olarak bulunmuştur. s.d. = $m-n-1 = 7$ olduğuna göre $\alpha \approx 0.05$ anlamlılık düzeyinde $\chi^2 \approx \chi^2_{\alpha}$ olmaktadır. Türetilen gerçek akışların $\alpha = 0.05$ anlamlılık düzeyinde normal dağılıma uyduğu söylenebilir.

5.5. AYRIŞTIRMA MODELİNİN BAĞIMLI SÖREC İÇİN UYGULANMASI

Paragraf 4.2.2 'de türetilen 500 adet gidiş-toplamı değeri, Paragraf 4.1.2 'de türetilen 500 adet gidiş-uzunluğu değerine karşı gelecek biçimde ayrıştırılmak istenmektedir. Ancak burada bağımlı bir süreci ayrıştırmaya çalıştığımıza göre, (5.1) denklemine göre yapılacak ayrıştırma işleminde kullanılacak olan A vektörü ve B matrisi hesaplanırken ρ_1 sözkonusu ρ değeri olarak alınmalıdır. Ayrıştırmanın standart akışları elde etmek üzere uygulandığını hatırlamakta fayda vardır. Böylelikle 500 adet giriş-toplamı değeri ardışık olarak bir sulak, bir kurak devre olarak ele alınarak kendisine karşı gelen N değeri kadar standart akışa ayrıştırılmıştır. Bu işlem $\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ durumları için yapılmıştır.

$\rho = 0.3$ durumu için 500 adet gidiş-toplamı değerlerinden 1158 adet standart akış değeri elde edilmiştir. Bu standart akış sürecinin ortalaması 0.01 ve standart sapması 0.98 olarak hesaplanmaktadır. Bu sürecin otokorelasyon yapısı aşağıdaki gibidir:

$$\rho_1 = 0.15$$

$$\rho_2 = -0.03$$

$$\rho_3 = -0.05$$

$$\rho_4 = -0.07$$

$$\rho_5 = -0.04$$

$$\rho_6 = -0.07$$

Herbir aralığa düşme olasılığı $P_i = 1/10$ olarak saptanmak suretiyle yapılan χ^2 testinde $\chi^2 = 15$ olarak bulununmaktadır.

$\rho = 0.5$ durumu için 500 adet gidiş-toplamı değerinden 1378 adet standart akış değeri elde edilmiştir. Bu sürecin ortalaması -0.01 ve standart sapması 0.98 olarak hesaplanmaktadır. Sürecin otokorelasyon yapısı,

$$\rho_1 = 0.25$$

$$\rho_2 = -0.00$$

$$\rho_3 = -0.03$$

$$\rho_4 = -0.04$$

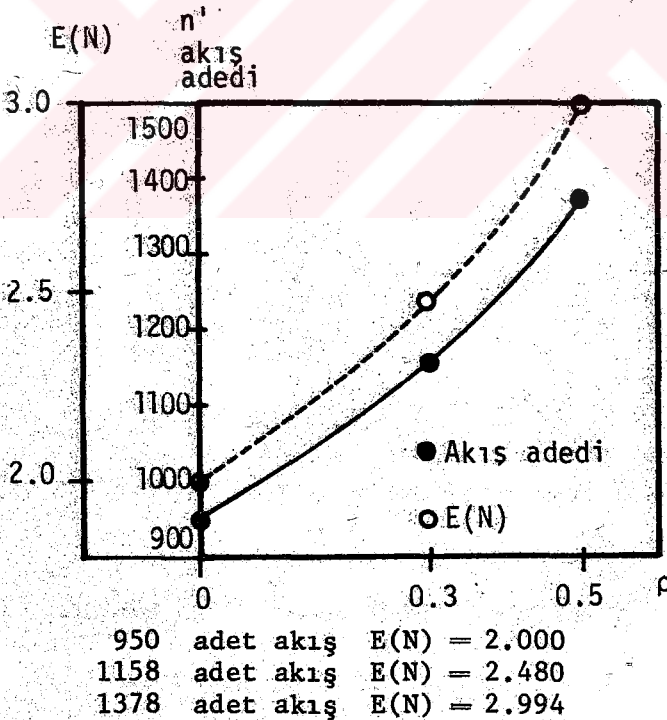
$$\rho_5 = -0.03$$

$$\rho_6 = -0.05$$

şeklinde olmaktadır. $\rho = 0.3$ durumuna benzer olarak yapılan χ^2 testi $\chi^2 = 27.21$ olarak netice vermektedir.

Görüldüğü üzere akış sürecinin ortalama ve standart sapma parametreleri korunabilmekte ancak birinci merteye otokorelasyon katsayısı ρ arttıkça artmakla birlikte, istenen düzeyde elde edilememektedir. Ayrıca akış sürecinin normal dağılıma uygunluğunun da ρ 'nun büyümesi ile azalıyor olduğu söylenebilir.

Bağımsız durum için 500 adet gidiş-toplamı değerinden ayrıştırma sonucunda $n' = 950$ adet akış elde edilmiştir. $\rho = 0.3$ durumunda 500 adet gidiş-toplamının ayrıştırılması ile $n' = 1158$ ve $\rho = 0.5$ durumunda ise 500 adet gidiş-toplamının ayrıştırılması ile $n' = 1378$ olarak elde edilmiştir. Elbette n' değerlerinin gidiş-uzunluğunun umulan değeri ile orantılı olması gerekmektedir. Bu duruma ilişkin bir grafik Şekil 5.5 'te görülmektedir. Şekilde n' akış adedi ve $E(N)$ 'nin ρ ile değişimi gösterilmektedir.



Şekil 5.5. n' akış adedinin $E(N)$ ve ρ ile ilişkisi

BÖLÜM 6

DEFİSİT AÇISINDAN BİR İNCELEME

6.1. BAĞIMSIZ VE BAĞIMLI SÖREC DURUMLARINDA SİMÖLE EDİLEN AKIŞ SÖRECİNİN DEFİSİT AÇISINDAN İNCELENMESİ

Hidrolojide belli bir zaman peryodundaki akımlar göz-önüne alınarak bu zaman peryodunda su savaklanmasına ve haznenin kurumasına müsaade etmeyen ideal hazne kapasitesi "range" olarak bilinmektedir. Bayazıt (1982) [23], Gomide (1975) 'e atıf yaparak hem tam düzenleme hem de kısmi düzenleme durumlarında savaklanmaya müsaade eden ancak hazneden çekilmek istenen su miktarını daima sağlayacak hazne kapasitesini defisit olarak tanımlamaktadır. Bayazıt gerçek haznelerin hazne kapasitelerinin hesaplanmasında "range" kavramının değil defisit kavramının kullanılmasının doğru olduğu sonucuna varmaktadır.

Bu çalışmada simüle edilen akım süreçleri için, değişik proje sürelerinde ve değişik düzenleme oranlarında savaklanmaya müsaade eden ancak istenen suyu proje süresi boyunca sağlayacak hazne kapasitelerinin (defisitlerin) bilinmesi ilginç olacaktır. Bu nedenle bu bölümdeki çalışma yapılmış ve hesaplanan defisitlerin ortalama değerleri ve standart sapmaları aynı büyüklüklerin literatürde mevcut [23] birinci mertebe Markov süreci için hesaplanan değerleri ile karşılaştırılmıştır.

t yılında bir biriktirme haznesine giren akış X_t , çekilen akış Y_t ile gösterilirse, $\bar{n}$ proje süresi için meydana gelecek defisit Bayazıt (1982) [23] 'da

aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$V_t = \begin{cases} V_{t-1} + X_t - Y_t & ; \text{ eğer } V_{t-1} + X_t - Y_t = 0 \text{ ise} \\ 0 & ; \text{ aksi halde} \end{cases} \quad (6.1)$$

$$D_n = -\min (0, V_1, V_2, \dots, V_n)$$

(6.1) denklemindeki V_t t yılı sonunda haznede depolanmış su hacmini göstermektedir. Haznenin başlangıçta dolu olduğu varsayımı ile hesaba başlanıp, $V_0 = 0$ ile haznenin tamamen dolu olduğu anlaşılmaktadır.

$$\alpha' = Y_t / \bar{X} \quad (6.2)$$

olarak tanımlanan düzenleme oranıdır. $\alpha' \leq 1$ olmaktadır. $\alpha' = 1$ olduğu zaman tam düzenleme hali, $\alpha' < 1$ olduğu zaman ise kısmi düzenleme halidir.

Bayazıt (1982), α' düzenleme oranı ve μ/σ akışların varyasyon katsayısına bağlı m' boyutsuz parametresini tanımlamaktadır.

$$m' = (1 - \alpha')(\mu/\sigma) \quad (6.3)$$

(μ akışların ortalaması, σ akışların standart sapması olmak üzere.)

Bayazıt (1982) yaptığı simülasyon çalışması neticesinde $\rho = 0.0 - 0.5$ değerleri ve $\bar{n} = 25, 50, 100$ değerleri için $E(D_n)$ ve $\sigma(D_n)$ parametrelerinin değişimlerini $m' = 0.0$ (tam düzenleme), $m' = 0.5$, $m' = 1.0$ durumları için vermektedir. Bu eğrilerin $\rho = 0.0 - 0.25$ ve $\bar{n} = 25$ ve 50 için olan kısımları Şekil 6.1 ve Şekil 6.2'de görülmektedir.

Bu çalışmada simüle edilen akış süreçlerinden elde edilen defisit parametreleri Bayazıt'ın elde ettiği eğrilerle kıyaslanmaya çalışılmıştır.

$\rho = 0$, bağımsız hal için elde edilen akış süreci standart hale dönüştürülmüştür. $\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ için elde edilmiş olan akış süreçleri zaten standart halde bulunmaktadır. Ancak standart bir süreç ile defisit hesaplanmak istendiğinde $m'=0.5$ ve $m'=1.0$ durumlarını incelemek mümkün olmamaktadır. ((6.3) denklemi gereği.) Bu sebepten bu akış süreçleri ortalamaları 2 olacak fakat standart sapmaları yine 1 değerinde kalacak biçimde değiştirilmiştir.

Böylelikle,

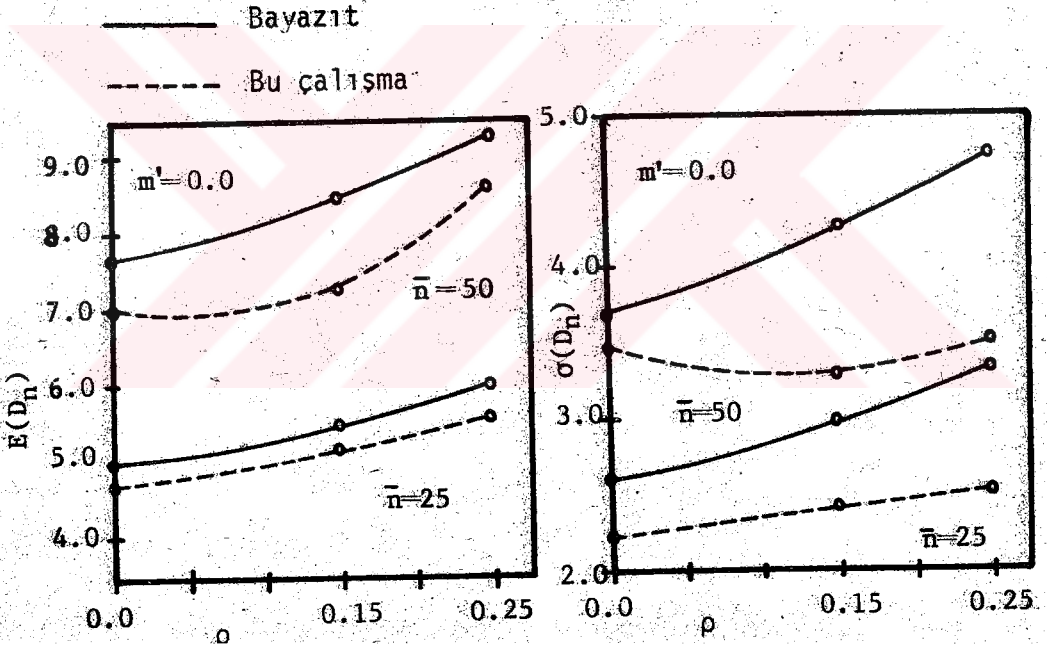
$m' = 0.0$	için	$\alpha' = 1.0$
$m' = 0.5$	için	$\alpha' = 0.75$
$m' = 1.0$	için	$\alpha' = 0.5$

olmaktadır.

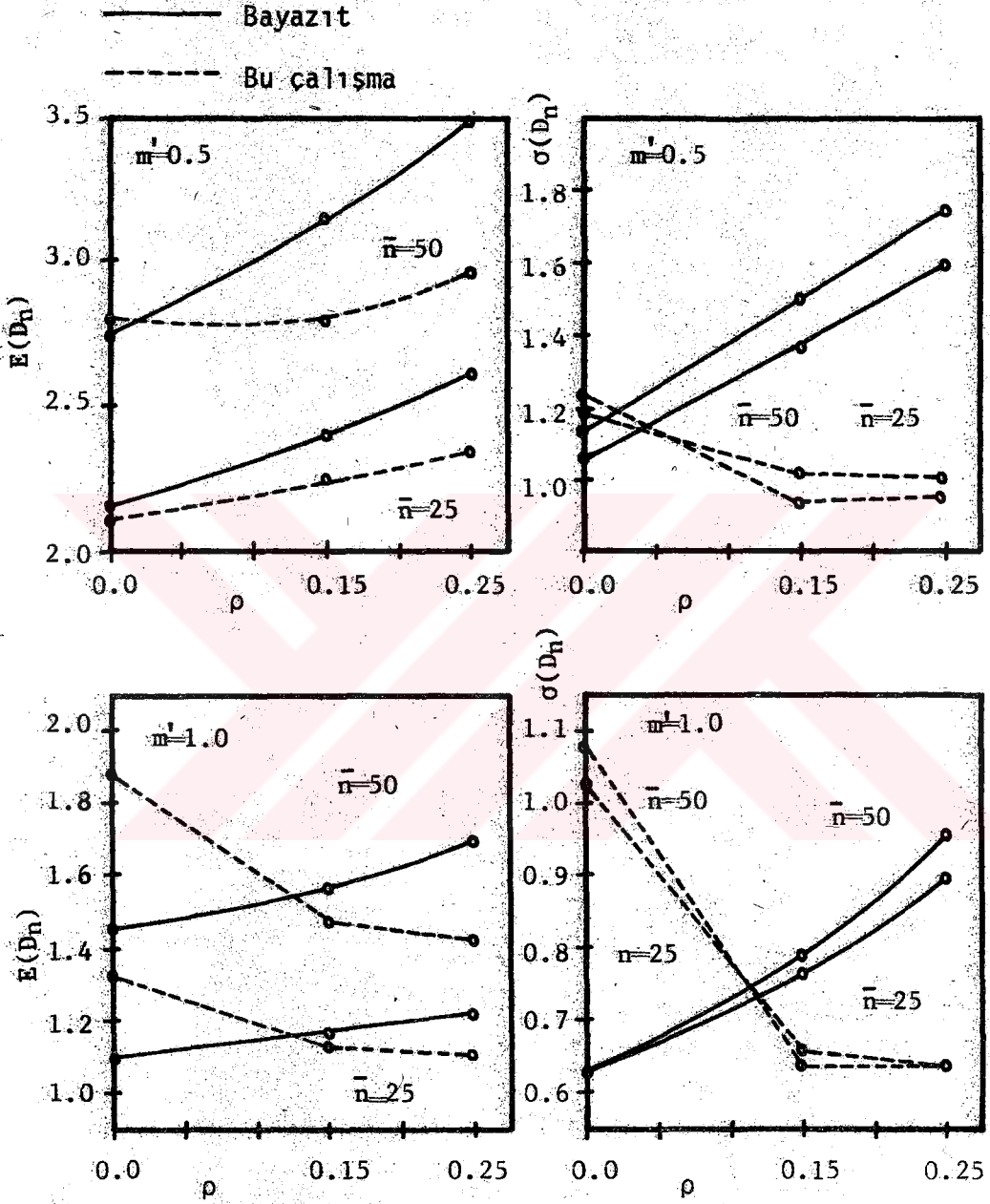
$\rho = 0.0$ için 950 adet akış değeri, $\rho = 0.3$ için 1150 adet akış değeri ve $\rho = 0.5$ için 1350 adet akış değerinden $\bar{n} = 25$ ve $\bar{n} = 50$ olacak şekilde D_n 'ler hesaplanmıştır. Bu hesap $m' = 0.0$, $m' = 0.5$, $m' = 1.0$ için yapılmıştır. $m' = 0.0$, $m' = 0.5$, $m' = 1.0$ için ve $\bar{n} = 25$ ve $\bar{n} = 50$ için $E(D_n)$ ve $\sigma(D_n)$ parametrelerinin ρ ile değişimleri Şekil 6.1 ve Şekil 6.2'de gösterilmektedir.

Ancak Paragraf 5.5 'ten hatırlanacağı gibi aslında $\rho = 0.3$ için simüle edilmiş akış sürecinin birinci mertebeli otokorelasyon katsayısı 0.15, $\rho = 0.5$ için simüle edilmiş akış sürecinin aynı parametresi ise 0.25 olarak hesaplanmaktadır. Bu sebepten kıyaslama yapılırken Bayazıt'ın $\rho = 0.15$ ve $\rho = 0.25$ için elde ettiği değerler göz önüne alınmıştır.

Eğrilerin gidişleri ve noktaların birbirlerine göre durumlarının açık olarak gözükebilmesi açısından Şekil 6.1 ve Şekil 6.2 'de büyük ölçek kullanılmıştır. Aslında simüle edilen akış değerlerinden elde edilen defisit parametreleri Bayazıt'ın değerleri ile belli bir uyum sağlamaktadır. Bu uyumun $E(D_n)$ için $\sigma(D_n)$ 'den daha iyi olduğu ve $m'=0.0$ için en iyi, $m'=0.5$ için ise $m'=1.0$ 'den daha iyi olduğunu söyleyebiliriz.



Şekil 6.1. Tam düzenleme halinde ($m'=0.0$) D_n 'in beklenen değer ve standart sapmasının ρ ve $\bar{n}$ ile değişimi



Şekil 6.2. Kısmi düzenleme halinde ($m' = 0.5$, $m' = 1.0$) D_n 'in beklenen değer ve standart sapmasının ρ ve $\bar{n}$ ile değişimi

6.2. GİDİŞ ÖZELLİKLERİYLE DEFİSİT ARASINDAKİ İLİŞKİNİN ELDE EDİLMESİ

Akım süreçlerinin "range" olarak bilinen ve Bölüm 6.1'de tanımlanan bir özelliği vardır. "Range" in özel bir hali olan defisit ise sözkonusu proje süresi boyunca ihtiyaç kadar suyu sağlayacak fakat savaklanmaya müsaade eden ideal hazne kapasitesidir. Akım süreçlerinin ayrıca gidişler adını verdiğimiz özellikleri vardır ki bunlar belli bir kesim seviyesindeki pozitif ve negatif gidiş-uzunlukları ile pozitif ve negatif gidiş-toplamlarından oluşmaktadır.

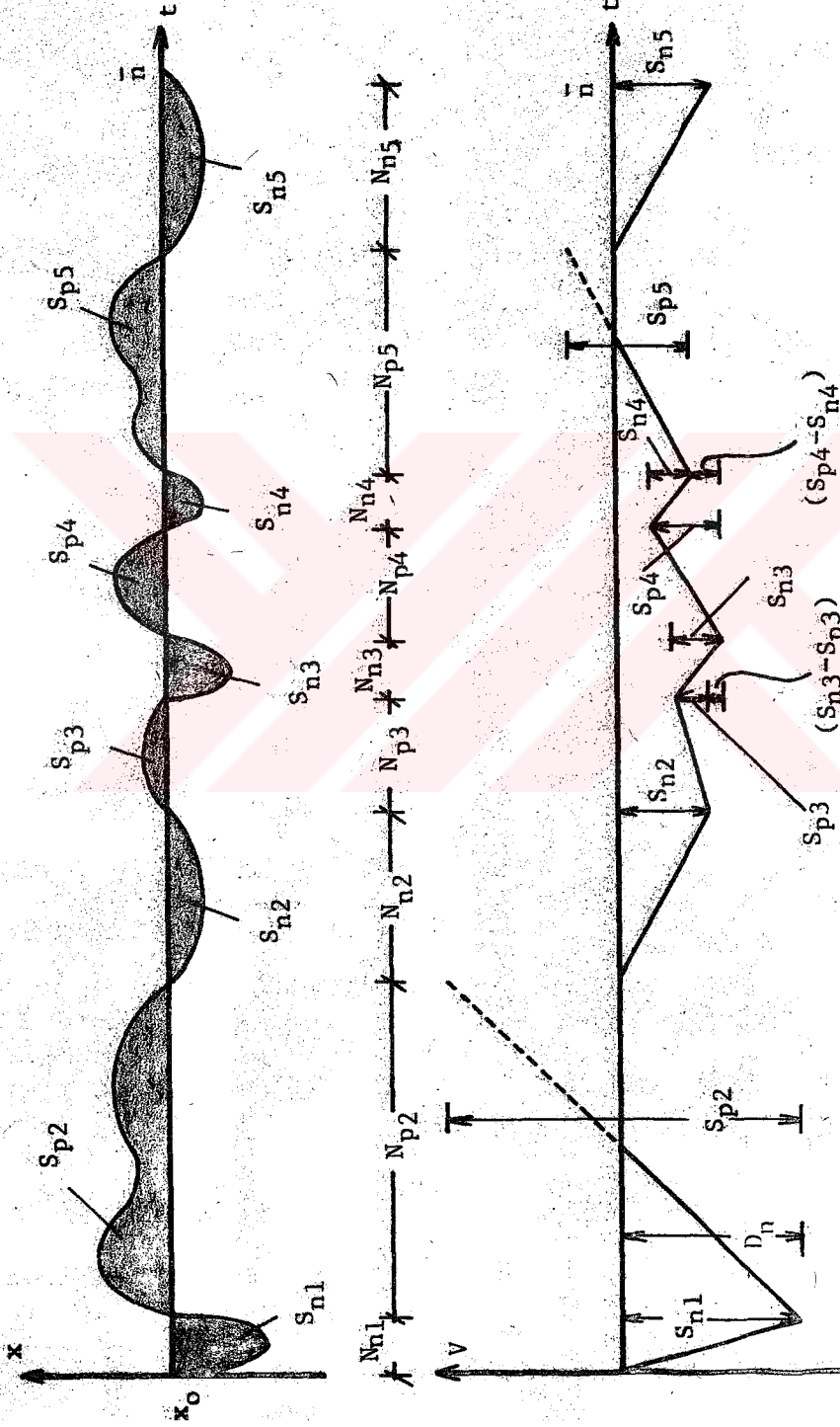
"Range" ya da "range" in özel bir hali olan defisit ile gidiş özellikleri arasında bir bağıntı olması beklenebilir. Bir diğer deyişle defisiti gidiş özellikleri cinsinden ifade etmek düşünülmüştür.

Bölüm 6.1 'deki defisit açısından inceleme bağımlı ve bağımsız süreçler durumunda simüle edilen gidiş-toplamları akış değerlerine ayrıştırılmak ve bu akış değerleri kullanılmak suretiyle yapılmıştır. Ancak $\bar{n}$ proje süresi için meydana gelecek defisiti akış değerlerini kullanarak değil, doğrudan doğruya benzeştirilmiş gidiş-uzunluğu ve gidiş-toplamı değerlerini kullanarak bulmak mümkündür. Defisiti bu şekilde sadece gidiş-özelliklerini kullanarak bulabilmek, defisit'in gidiş-özellikleri cinsinden genel olarak ifade edilebilmesine bağlıdır. Kesim seviyesi

$$x_0 = \alpha' \bar{X} \quad (6.4)$$

şeklinde gösterildiği takdirde $\bar{n}$ proje süresine karşı gelen defisit'in gidiş özellikleri cinsinden nasıl bulunabileceği Şekil 6.3 'te açıklanmaya çalışılmıştır. Bu şekilde, açıklamanın genel olması amacıyla hazneden su savaklanmasına meydan verecek gidiş-toplamı değerleri gözönüne alınmıştır. Haznenin başlangıçta dolu olduğu kabul edilecektir, yani $V_0 = 0$ olmaktadır.

Defisit'in gidiş-toplamı cinsinden tanımı matematiksel olarak aşağıdaki gibi yapılabilmektedir.



Şekil 6.3. Defisit kurak ve sulak devre uzunlukları ve toplamaları (gidişler) cinsinden ifade edilmesi

$$D_n = \max_{1 \leq i \leq \bar{n}} V_i$$

$$V_i = \begin{cases} V_{i-1} + (S_{ni} - S_{pi}) & \text{eğer } V_{i-1} - S_{pi} \geq 0 \text{ ise} \\ S_{ni} & \text{eğer } V_{i-1} - S_{pi} < 0 \text{ ise} \end{cases} \quad i=1,2,\dots,\bar{n}$$

(6.5)

Hesaplarda $V_0 = 0$ ve $S_{p1} = 0$ alınması gerekmektedir. (6.5) denkleminde V hazne hacmini, S_n negatif gidiş-toplamını, S_p ise pozitif gidiş-toplamını göstermektedir. (6.5) denkleminde görüldüğü gibi D_n defisit değeri sadece $x_0 = \alpha' \bar{X}$ kesim seviyesindeki gidiş özelliklerine bağlı olarak ifade edilebilmektedir. Buna göre bu çalışmanın 3. ve 4. Bölümlerinde geliştirilen modelle türetilen gidiş uzunlukları ve toplamalarını kullanarak, ayrıştırma suretiyle akış değerlerini elde etmeye gerek kalmaksızın, defisiti hesaplamak mümkündür. Sentetik seri üretmekteki amaç genellikle hazne kapasitesi hesabına yönelik olduğuna göre, geliştirilen modelle türetilen ve sadece sürecin gidiş özelliklerini ifade eden büyüklüklerin pratik çalışmalarda yeterli olacağı sonucuna varılabilir.

BÖLÜM 7

S O N U Ç L A R

Bu çalışmada kurak ve sulak devrelerin parametreleri olan gidiş-uzunluklarının ve gidiş-toplamlarının istatistik özelliklerini koruyacak bir model araştırılmaktadır. Bu araştırma aşağıdaki adımlarda yapılmış ve açıklanan sonuçlara varılmıştır.

1. Bağımsız bir süreç için N gidiş-uzunluğu simülasyonu yapılmıştır. Elde edilen gidiş-uzunluğu sürecinin birinci, ikinci ve üçüncü derece momentleri, aynı momentlerin teorik değerlerine yeterli bir yaklaşımla eşit olmaktadır. Türetilen N değerlerinin dağılımı gerek teorik dağılımla gerekse gözlenmiş bir serinin verdiği N değerlerinin dağılımı ile karşılaştırılmıştır; dağılımlar birbirlerine çok iyi uymaktadır.

2. Bağımsız bir süreç için türetilen N gidiş-uzunluğu değerleri bir regresyon modeli ile birlikte kullanılarak bağımsız bir süreç için S gidiş-toplamı simülasyonu yapılmıştır. Elde edilen gidiş-toplamı sürecinin birinci, ikinci ve üçüncü derece momentleri aynı momentlerin teorik değerleri ile çok iyi uyumaktadır. Ayrıca N süreci ile S süreci arasındaki korelasyon katsayısı da bu parametrenin teorik değeri ile aynıdır. Türetilen S değerlerinin dağılımı gerek teorik dağılımla gerekse gözlenmiş bir seriden elde edilen S değerlerinin dağılımı ile karşılaştırıldığında, bu dağılımın her iki dağılıma çok iyi uyduğu gözlenmektedir.

3. Bağımlı süreçler için ($\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$) N gidiş-uzunluğu simülasyonu sonucunda elde edilen gidiş-uzunluğu sürecinin birinci, ikinci ve üçüncü derece momentleri, bu momentlerin teorik değerleri ile yaklaşık olarak aynıdır. Türetilen N değerlerinin dağılımları gerek teorik dağılımlarla gerekse gözlenmiş serilerden elde edilen N değerlerinin dağılımlarıyla ($\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$ için) karşılaştırılmıştır. Türetilen N süreçlerinin dağılımları özellikle teorik dağılımlara çok iyi uymaktadır.

4. Bağımlı süreçler için ($\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$) türetilen N gidiş-uzunluğu değerleri gamma dağılmış değişkenler için yazılmış regresyon modeli ile birlikte kullanılarak bağımlı süreçler için S gidiş-toplamı simülasyonu yapılmıştır. Elde edilen gidiş-toplamı süreçlerinin birinci ve ikinci derece momentleri aynı momentlerin teorik değerleriyle karşılaştırıldığında birinci derece momentlerin daha iyi korunduğu gözlenmektedir. N süreçleri ile S süreçleri arasındaki korelasyon katsayısı parametreleri ise türetilmiş süreçlerden hesaplandıklarında teorik değerlere göre daha büyük kalmaktadırlar. Türetilen S değerlerinin dağılımları (bağımlı süreçler için teorik S dağılımları mevcut olmadığı için) sadece gözlenmiş serilerden ($\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$) elde edilen S değerlerinin dağılımları ile karşılaştırılabilmektedir. Bu dağılımların yaklaşık olarak uygun oldukları söylenebilir.

5. Bağımsız süreç için simüle edilen S değerleri aynı süreç için simüle edilen ve herbir S değerine karşı gelen N kadar akışa ayrıştırılarak akım süreci elde edilebilmektedir. Ayrıştırma sonucunda elde edilen akım süreci ortalama değer, standart sapma parametrelerini ve bağımsız bir sürecin otokorelasyon yapısını korumaktadır. Türetilen akım süreci normal dağılıma uymaktadır.

6. Bağımlı süreçler ($\rho = 0.3$ ve $\rho = 0.5$) için simüle edilen S değerleri aynı süreçler için simüle edilen ve herbir S değerine karşı gelen N kadar akışa ayrıştırılarak akım süreçleri elde edilebilmektedir. Bağımlı süreçler için ayrıştırma ile elde edilen akım süreçleri ortalama değer ve standart sapma parametrelerini korumakta fakat bu süreçlerin verdiği birinci mertebeli otokorelasyon katsayısı değerleri beklenenin yarısı mertebesinde ($\rho = 0.15$ ve $\rho = 0.25$)

olmaktadır. ρ 'nun büyümesi ile türetilen akım sürecinin normal dağılımdan uzaklaştığı söylenebilir.

7. Ayrıştırma sonucunda elde edilen akım süreçleri (bağımsız ve bağımlı durumlarda) defisit açısından incelenmiştir. Bağımsız akım sürecinin defisit parametreleri, defisit parametrelerinin literatürde mevcut değerlerine uygunluk göstermektedir. Bağımlı akım süreçlerinin defisit parametreleri ise bu parametrelerin literatürde mevcut değerlerine iyi uyum göstermemektedir. Çalışmada ayrıca defisitin sadece gidiş-uzunlukları ve gidiş-topamları (gidiş özellikleri) cinsinden ifadesi verilmektedir.

REFERANSLAR

- [1] BAYAZIT, M., "Hidrolojide İstatistik Yöntemler", sayı 1197, Teknik Üniversite Matbaası, 1981.
- [2] ASKEW, A.J., YEH, W.W-G., HALL, W.A., "A Comparative Study of Critical Drought Simulation", Water Resources Research, Vol.7, No.1, 1971, pp. 52-62.
- [3] BAYAZIT, M., "Türkiye Akarsularında Kurak Devrelerin İstatistik Analizi", İstanbul Teknik Üniversitesi Bülteni, Vol.27, No. 2, 1974, pp. 24-35.
- [4] JACKSON, B.B., "Markov Mixture Models for Drought Lengths", Water Resources Research, Vol.11, No.1, 1975, pp. 64-74.
- [5] JACKSON, B.B., "Birth-Death Models for Differential Persistence", Water Resources Research, Vol.11, No.1, 1975, pp. 75-95.
- [6] BAYAZIT, M., "A Model for Simulating Dry and Wet Periods of Annual Flow Series", Time Series Methods in Hydrosiences, Ed. A.H. El-Shaarawi, S.R.Esterby, Elsevier, 1982.

- [7] BAYAZIT, M., "Three-State Markov Model for Differential Persistence", Journal of Hydrology, 55 (1982), pp. 339-346.
- [8] YEVJEVICH, V., "Stochastic Processes in Hydrology", Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, U.S.A., 1972.
- [9] SالدARRIAGA, J., YEVJEVICH, V., "Application of Run-Lengths to Hydrologic Series", Hydrology Paper, Colorado State University, 40, April 1970.
- [10] BAYAZIT, M., ŞEN, Z., "Hidrolojik Süreçlerin Kurak Devre Özellikleri", T.B.T.A.K., MAG., Proje No. 409, Ekim 1976, İstanbul.
- [11] DOWNER, R.N.; SIDDQUI, M.M., YEVJEVICH, V., "Application of Runs to Hydrologic Droughts", Proceedings of the International Hydrology Symposium, September 6-8, 1967, Fort Collins, Colorado, U.S.A., pp.496-505.
- [12] LLAMAS, J., SIDDQUI, M.M., "Runs of Precipitation Series", Hydrology Papers, Colorado State University, 33, May 1969.
- [13] ŞEN, Z., "Run-Sums of Annual Flow Series", Journal of Hydrology, 35 (1977), pp.311-324.
- [14] GÜVEN, O., "Yıllık Akışların Kurak Devre Özellikleri", 1. Ulusal Meteoroloji Kongresi, pp. 875-893.
- [15] ŞEN, Z., "Kritik Kurak Devre Analizi", İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, İstanbul 1979, (Doçentlik Tezi).
- [16] F.A.O., United Nations, Rome, "Mathematical Models in Hydrology", Irrigation and Drainage Paper, 19.

- [17] YEVJEVICH, V., "Fluctuations of Wet and Dry Years Part I Research Data Assembly and Mathematical Models", Hydrology Papers, Colorado State University, 1, July 1963.
- [18] UNESCO, "Discharge of Selected Rivers of the World", Vol.II, Paris, 1971.
- [19] SVANIDZE, G.G., "Mathematical Modelling of Hydrologic Series", 1977, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, U.S.A.
- [20] KOTTEGODA, N.T., "Stochastic Water Resources Technology", 1980, John Wiley and Sons, New York.
- [21] VALENCIO, D.R., SCHAAKE, J.C., "Disaggregation Process in Stochastic Hydrology", Water Resources Research, Vol.9, No.3, 1973, pp. 580-585.
- [22] KENDALL, M.G., "A Course in Multivariate Analysis", Charles Griffin and Company, Ltd., London, England, 1961.
- [23] BAYAZIT, M., "Ideal Reservoir Capacity as a Function of Yield and Risk", Journal of Hydrology, 58 (1982), pp. 1-9.

Çalışmam sırasında yakın ilgi ve desteğini sürekli olarak gördüğüm değerli hocam Prof.Dr.Mehmetçik BAYAZIT'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tezimde, büyük ölçüde kullanılmış olan bilgisayar programları İ.T.Ü. Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsü'nde icra edilmiştir. Bu Enstitü elemanlarına çok teşekkür ederim.

Tezi büyük bir sabır ve itina ile yazan Güngör Gür'e teşekkür ederim.

ÖZGEÇMİŞ

E. Beyhan OĞUZ, 1950 yılında İstanbul'da doğdu. İlkokulu Talât Paşa İlkokulu'nda okuduktan sonra 1961 yılında girdiği İngiliz Kız Ortaokulu'nu 1966 yılında bitirdi. Aynı yıl lise öğrenimi için Arnavutköy Amerikan Kız Koleji'ne girdi. 1970 yılında İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi'nde başladığı mühendislik eğitimini 1974 yılı Temmuz ayında tamamlayarak aynı yıl İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Su dalında MMLS eğitimine başladı. 1976 Nisan'ında Yük.Müh. ünvanını aldı. Aynı yıl D.S.İ. Araştırma ve Geliştirme Dairesi, Hidrolik Model Fen Heyeti Müdürlüğü'nde göreve başladı. 1978 yazında bu görevinden ayrılarak İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, Hidrolik ve Su Kuvvetleri Kürsüsü'ne asistan olarak atandı.

Halen İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi Hidrolik Ana Bilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak görevine devam etmektedir. Evli ve bir çocuk annesidir.

T. C.

Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon Merkezi