

ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDE BULUNAN FONKSİYONEL DEĞİŞİMLİ TABAKA İÇEREN KATMANLI SİLİNDİRİK KABUKLARIN UNİFORM YANAL BASINÇ YÜKÜ ETKİSİ ALTINDA BURKULMASI

¹AVEY A., ²AVCAR M., ³ÖZYİĞİT P., ⁴ADIGÖZEL Ş.

^{1,2,3,4}Suleyman Demirel Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Isparta

ÖZET

Bu çalışmada, basit mesnetli, Winkler zemini üzerinde bulunan, seramik, fonksiyonel değişimli malzeme (FDM) ve metal tabakadan oluşan üç katmanlı kompozit silindirik kabukların üniform yanal dış basınç yükü etkisi altına burkulması incelenmektedir. FDM özellikleri kalınlık doğrultusunda kuvvet fonksiyonu şeklinde değişmektedir. Elastik zemin üzerinde bulunan FDM tabaka içeren üç katmanlı silindirik kabuklar için temel denklemler elde edilir. Galerkin yöntemi uygulanarak kritik yanal basınç yükü için analitik ifade elde edilir. Detaylı parametrik analiz yapılarak, Winkler zemini, malzeme kompozisyonu, hacim indeksini ve kabuk karakteristikleri değişiminin kritik yanal basınç yüküne etkisi incelenmektedir.

Anahtar Kelimeler: FDM, Katmanlı silindirik kabuk, Winkler zemini, Kritik basınç yükü

ABSTRACT

The buckling analysis is investigated for three layered composite cylindrical shells with simply supported edges that composed of ceramic, FGM, and metal layers subjected to uniform lateral pressure and resting on a Winkler foundation. Material properties of FG layer are varied continuously in thickness direction according to a simple power distribution. The governing equations of three layered cylindrical shells resting on elastic foundations are obtained. Applying Galerkin's method analytic solutions are obtained for the critical lateral pressure. The detailed parametric studies are carried out to study the influences of a Winkler foundation, material composition and material profile index on the critical lateral pressure.

Keywords: FGM, Layered cylindrical shell, Winkler foundation, Critical pressure

1. GİRİŞ

Tüneller, depolama tankları, basınç kapları, su boruları, boru hatları, ve koruyucu kaplama boruları, iş ekipmanları ve diğer uygulamalarda yaygın olarak kullanıldıklarından elastik

ortamda bulunan kompozit silindirik kabukların statik ve dinamik etkileşimleri, güncel öneme sahip bir problemdir. Katı ve sıvı yakıtla dolu roket ve füzeler, elastik ortamda bulunan silindirik kabukların bir başka örneğidir. Uzay araçları ve gemilerdeki kazanlar ve depolama tanklarındaki yumuşak ve hafif liflerin desteklediği dar kabuklar, elastik ortamda bulunan kabukların diğer örnekleridir. Bir yapı ve bir çevreleyici ortam arasındaki etkileşimi analiz etmek için farklı yaklaşımlar vardır. Literatürde değişik zemin modelleri vardır, bu modellerden biri de Winkler zemin modelidir. Kumlu toprak ve sıvılar Winkler modeli ile sunulabilir [1].

Elastik zemin üzerinde bulunan kiriş ve plaklarla ilgili yayın sayısı çoktur ve bunlardan en önemlilerinden bir kaçı referans kısmında sunulmaktadır [2-4]. Elastik zemin üzerinde bulunan silindirik kabukların statik ve dinamik analizleri son yıllarda çalışıldığı için kiriş ve plaklarla ilgili çalışmalardan çok daha az sayıda olmaktadır [5-9].

Son on yılda kompozitlerden yapılmış boru ve füzelerin geniş ve kapsamlı uygulamalarında büyük hamle görülmektedir. Diğer taraftan, fonksiyonel değişimli malzemeler (FDM'ler), 1980'lerde tasarlanmış mikroskobik heterojenlikli kompozitlerin yeni bir nesli; imalat sırasındaki malzeme bileşenlerinin hacim oranları, mikroyapı, gözenekli yapılarını vb. kontrol ederek, mekanik güçlülük ve termal iletkenliğin makroskobik malzeme bileşenlerinin uzaysal derecelendirilmesi ile oluşturulmuştur. Sonuç olarak, FDM'lerin küçük termal gerilmeler, gerilme konsantrasyonları, gerilme dalgalarının sönümü vs gibi üstünlüklere sahip olması, onları geleneksel kompozitlere kıyasla daha avantajlı hale getirmektedir. Bu yüzden, FDM'ler, son yirmi yıl süresince, havacılık, mekanik, elektronik, optik, kimyasal, biyomedikal, nükleer ve inşaat mühendisliğini içeren modern endüstrilerde geniş uygulamalara sahiptirler [10]. Değişik yükler etkisi altında olan FDM yapı elemanlarının serbest titreşim, dinamik stabilite ve burkulma problemleri birçok bilim adamı tarafından araştırılmış ve bunlardan kayda değer olanlarından bazıları kaynak kısmında sunulmaktadır [11-14].

Mekanik davranışa ait bir diğer önemli konu FDM'lerin ve elastik zeminlerin etkileşimleridir. Özellikle elastik zeminler üzerindeki FDM'lerin eğilme, burkulma ve titreşim analizleri epey sınırlıdır [15, 16].

Yapılan kapsamlı literatür taraması Winkler zemin üzerinde bulunan ve üniform yanal basınç yükü etkisi altında olan FDM tabaka içeren üç katmanlı silindirik kabuğun burkulma probleminin henüz çalışılmadığını ortaya koymuştur. Bu çalışmada söz konusu problemin çözümü için bir girişim yapılmıştır.

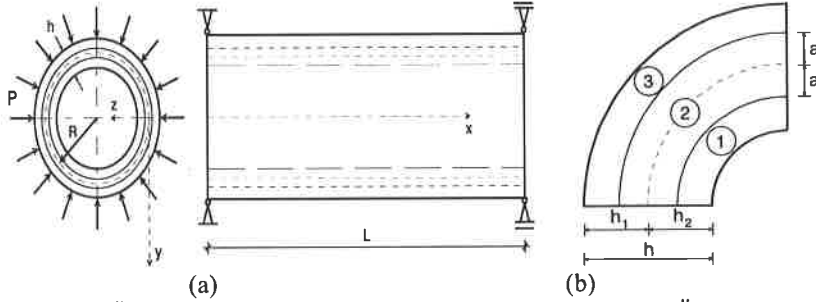
2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Üniform yanal basınç yük etkisi altında olan ve FDM içeren ince kalınlıklı kompozit malzemeden oluşan basit mesnetli üç katmanlı silindirik kabuk Şekil 1'de sunulmaktadır. FDM tabaka iki tane farklı homojen (metal ve seramik) tabaka arasında bulunmakta ve kalınlığı $2a$ 'dır. Koordinat sistemi silindirik kabuğun orta yüzeyinde olup orijin kabuğun sol ucunda bulunmakta ve eksen doğrultuları Şekil 1'de gösterilmektedir. Silindirik kabuğun uzunluğu L , yarıçapı R ve genel kalınlığı $h = h_1 + h_2$ ' dir. Silindirik kabuğun dış

yüzeyinin elastik ortamla sürekli temasta olduğu varsayılmakta ve elastik zemin için Winkler modeli kullanılmaktadır. Elastik zemin reaksiyon kuvveti aşağıdaki gibidir [1-3]:

$$Q = K_w w \quad (1)$$

Burada, Q bir alandaki kuvvet, K_w (N/m^3) elastik zemin katsayısı ve w yer değiştirmedir.



Şekil 1. (a) Üç katmanlı silindirik kabuk ve koordinat eksenleri (b) Üç katmanlı sistem ebadının şematik gösterimi.

2.1. FDM MALZEME ÖZELLİKLERİ

FDM'ler modellendiğinde malzeme özelliklerinin hem ısıya hem de konuma bağlı olması dikkate alınmalıdır. Bu, bileşenlerin sıcaklığa bağlı özellikleriyle birleştirilmiş sertleşme parametreleri için karışımların basit bir kuralı kullanılarak elde edilmiştir. Hacim oranı, uzay koordinatlarının bir fonksiyonu olup, bileşenlerin özellikleri sıcaklığa bağlı olarak değişmektedir. Bu fonksiyonların kombinasyonu aşağıdaki gibi ifade edilir [11,12]:

$$P = P_s V_s + P_m V_m \quad (2)$$

Burada P_s ve P_m , FDM tabakanın seramik ve metal yüzeylerinin ısıya bağlı malzeme özellikleri; V_s ve V_m , FDM'nin seramik ve metal hacim bileşenleri olup şu bağıntı sağlanır:

$$V_s + V_m = 1 \quad (3)$$

Hacim bileşeni için Reddy ve arkadaşlarının önerdiği ifade kullanılacaktır [11, 12]:

$$V_s = [(z + a)/(2a)]^N \quad (4)$$

Burada, N tam sayı olup hacim profil indeksidir ve $0 \leq N < \infty$. Homojen katmanlarla FDM tabakanın temas yüzeylerinde seramik hacim bileşeni V_s aşağıdaki bağıntıyı sağlar:

$$V_s = \begin{cases} 0 & z = -a \text{ ise} \\ 1 & z = a \text{ ise} \end{cases} \quad (5)$$

(2)-(4) bağıntıları kullanılarak FDM içeren üç katmanlı sistemde Young modülü ve Poisson oranı aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$[E(\bar{z}), \nu(\bar{z})] = \begin{cases} E_{0m}, \nu_{0m} & -h_1 \leq z \leq -a \text{ ise} \\ E_m + (E_s - E_m)V_s, \nu_m + (\nu_s - \nu_m)V_s & -a \leq z \leq a \text{ ise} \\ E_{0s}, \nu_{0s} & a \leq z \leq h_2 \text{ ise} \end{cases} \quad (6)$$

Burada $E_m, \nu_m; E_s, \nu_s$, FDM tabaka yüzeyinin Young modülü ve Poisson oranı; E_{0m}, ν_{0m} ve E_{0s}, ν_{0s} sırasıyla, pür metal ve seramiğin Young modülü ve Poisson oranıdır.

2.2. TEMEL DENKLEMLER

Kabuk teorisi kullanarak FDM tabaka içeren üç katmanlı silindirik kabuğun gerilme-şekil değiştirme bağıntıları aşağıdaki gibi gösterilir [14, 17]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x^{(k)} \\ \sigma_y^{(k)} \\ \sigma_{xy}^{(k)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11}^{(k)} & Q_{12}^{(k)} & 0 \\ Q_{12}^{(k)} & Q_{11}^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}^{(k)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_x - zw_{,xx} \\ e_y - zw_{,yy} \\ e_{xy} - zw_{,xy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Burada, $\sigma_x^{(k)}, \sigma_y^{(k)}, \sigma_{xy}^{(k)}$ tabakalarda gerilme bileşenleri, e_x, e_y, e_{xy} tabakalarda şekil değiştirme bileşenleri; $k=1,2,3$ olup tabaka sayını göstermekte; w orta yüzeye normal doğrultuda yer değiştirme olup kabuk kalınlığından çok-çok küçüktür; $(.)$ işareti, x ve y değişkenlerine göre kısmi diferansiyeli göstermekte; $Q_{ij}^{(k)}$, $i, j=1, 2, 6$ metal, seramik ve FDM özelliklerine bağlı nicelikleri içermektedir.

Kuvvet ve moment bileşenleri aşağıdaki ifadelerden bulunur [17]:

$$[(N_x, N_y, N_{xy}), (M_x, M_y, M_{xy})] = \sum_{k=1}^3 \int_{z_k}^{z_{k+1}} (1, z) [\sigma_x^{(k)}, \sigma_y^{(k)}, \sigma_{xy}^{(k)}] dz \quad (8)$$

Kuvvet bileşenleriyle Airy gerilme fonksiyonu $\bar{\psi} = \psi/h$ arasındaki bağıntı şu şekildedir:

$$\{N_x, N_y, N_{xy}\} = \{\psi_{,yy}, \psi_{,xx}, -\psi_{,xy}\} \quad (9)$$

(7) bağıntıları (8) ifadesinde yerine yazılıp elde edilen ifadeler (1) ve (9) ile birlikte katmanlı silindirik kabuğun stabilize ve uygunluk denklemlerinde [17] yerine yazıldığında, bazı işlemlerden sonra aşağıdaki matris şeklinde diferansiyel denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned} L_{11}\psi + L_{12}w &= 0 \\ L_{21}\psi + L_{22}w &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Burada, L_{ij} ($i, j = 1, 2$) diferansiyel operatör olup şu tanımlar geçerlidir

$$\begin{aligned} L_{11} &= A_2 \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) + 2(A_1 - A_5) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \\ L_{12} &= -A_3 \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) - 2(A_4 + A_6) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} - RP \frac{\partial^2}{\partial y^2} - K, \\ L_{21} &= B_1 \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) + 2(B_2 + B_5) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}, \\ L_{22} &= \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - B_4 \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) - 2(B_3 + B_6) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} \end{aligned} \quad (11)$$

Burada, A_i, B_i ($i = 1 \div 6$) kabuk karakteristikleri ve malzeme özelliklerine bağlıdır.

3. TEMEL DENKLEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Kabuk kenarları basit mesnetli olduğu için (10) diferansiyel denklemlerinin çözümü aşağıdaki şekilde aranır [17]:

$$w = A \sin \frac{m_1 x}{R} \sin \frac{ny}{R}, \quad \psi = B \sin \frac{m_1 x}{R} \sin \frac{ny}{R} \quad (12)$$

Burada $m_1 = m\pi R/L$ olup m ve n sırasıyla, x ve y eksenleri doğrultusunda yarım dalga ve dalga sayılarıdır. (12) ifadesi (10) denklemlerinde yerine yazılıp $0 \leq x \leq L$ ve $0 \leq y \leq 2\pi R$ aralığında Galerkin yöntemi uygulandığında bazı matematiksel işlemlerden sonra kritik yanal basınç yükü için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\begin{aligned} P_{kr} &= \frac{1}{n^2 R^3} \left\{ K_w R^4 + \left[A_3 (m_1^4 + n^4) + 2(A_4 + A_6) m_1^2 n^2 \right] + \right. \\ &\quad \left. + [m_1^2 R - A_2 (m_1^4 + n^4) - 2(A_1 - A_5) m_1^2 n^2] \frac{[m_1^2 R + B_4 (m_1^4 + n^4) + 2(B_3 + B_6) m_1^2 n^2]}{B_1 (m_1^4 + n^4) + 2(B_2 + B_5) m_1^2 n^2} \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

Yapılan hesaplar yanal basınç yükünün kritik değerinde $m=1$ olduğu saptanmıştır. Bu nedenle burkulma yükünün minimum değeri (14) ifadesinin sadece n dalga sayısına göre minimize edilmesi ile elde edilir.

4. KARŞILAŞTIRMA VE SAYISAL SONUÇLAR

Tablo 1’de elastik zemin etkisi dikkate alınmayan, üniform yanal basınç yükü etkisi altında olan bir katmanlı, basit mesnetli, homojen, izotrop silindirik bir kabuğun burkulma

yükünün R/h oranına bağlı olarak değişim değerleri Shen [13] çalışmasındaki uygun sonuçlar ile karşılaştırılmakta ve sonuçların çok iyi uyum sağladığı görülmektedir. Malzeme ve kabuk özellikleri Tablo 1'de sunulmaktadır.

Tablo 1. Üniform yanal basınç yükü etkisi altındaki silindirik kabuğun burkulma yükü ve dalga sayısının karşılaştırılması ($E_m=2 \times 10^{11}$ N/m²; $\nu_m=0.3$; L/R=1)

	Shen [13]	Present Study
R/h	$P_{kr} \times 10^4$ (MPa) ve (n_{kr})	
300	1272.597(11)	1273.504(11)
500	348.588 (13)	349.4464(13)
1000	60.5364 (15)	60.59948(15)

Sayısal hesaplar ZrO₂/FDM/Ti6Al4V katmanlarından oluşan kompozit silindirik kabuk için yapılmıştır. FDM, Zirkoniyum oksit ve Titanyum karışımından oluşur ve ZrO₂/Ti6Al4V veya FDM şekillerinin biri ile gösterilir. ZrO₂ ve Ti6Al4V için değerler Reddy ve Chin [11] çalışmasından alınmış ve Tablo 2' de listelenmiştir.

Tablo 2. Seramik ve metalin ısıya bağlı özellik katsayıları (Reddy ve Chin[11])

Katsa yılar	ZrO ₂ /Ti-6Al-4V (FDM)					
	Zirkoniyum (ZrO ₂)			Titanyum alloye (Ti6Al4V)		
	E (Pa)	ν	ρ (kg/m ³)	E (Pa)	ν	ρ (kg/m ³)
P ₀	2.4427×10^{11}	0.2882	5680	1.2256×10^{11}	0.2884	4420
P ₋₁	0	0	0	0	0	0
P ₁	-1.371×10^{-3}	1.133×10^{-4}	0	-4.586×10^{-4}	-1.121×10^{-4}	0
P ₂	1.214×10^{-6}	0	0	0	0	0
P ₃	-3.681×10^{-10}	0	0	0	0	0
P	1.68063×10^{11}	0.2980	5680	1.05698×10^{11}	0.2981	4420

*Katsayılar T=300K için hesaplanmıştır

Tablo 3'de ZrO₂/FDM/Ti6Al4V katmanlarından oluşan kompozit silindirik kabuğun kritik yanal basınç yükü değerlerinin R/h oranına göre değişimi sunulmaktadır. Winkler zemini üzerinde bulunan ve bulunmayan üç katmanlı silindirik kabuğun kritik yanal basınç yükü değerleri R/h oranı arttığında sürekli azalır. R/h oranı arttığında Winkler zeminin kritik yanal basınç yüküne etkisi önemli derece de arttır. Örneğin, Winkler zemini etkisi dikkate alındığında ve alınmadığı durumlarda FDM tabaka içeren 3 katmanlı kabukların kritik değerleri kıyaslandığında N=0.5 ve R/h=100 için zemin etkisi %7.41 ise N=0.5 ve R/h=300 için bu etki %147.23 olur. Kabuk zemin üzerinde olmadığı FDM tabakanın kritik yüke etkisi önemli olup R/h oranından bağımsızdır. Örneğin, Winkler zemini etkisi dikkate alınmayan ZrO₂/FGM/Ti6Al4V silindirik kabuklar için N=2 ve R/h=100 olduğunda etki %32.11 ve R/h=300 olduğunda bu etki %32.84 olur. Winkler zeminin etkisi dikkate alındığında FDM tabakanın kritik yüke etkisi önemini korur fakat R/h oranının artması ile etkisi azalır. Örneğin, Winkler zemini üzerinde bulunan FDM tabaka içeren 3 katmanlı kabuklar için N=2 ve R/h=100 olduğunda etki %30.57 ise R/h=300 olduğunda bu etki azalarak %18.51 olur.

Tablo 3. ZrO₂/FDM/Ti6Al4V kompozit silindirik kabuğun kritik yanal basınç yükü değerlerinin R/h oranına göre değişimi ($h_1 = h_2$, $h/a = 4$, $L/R = 3$, $K_w = 10^6$ N/m³)

		ZrO ₂ /FGM/Ti6Al4V				
ZrO ₂		N=0.5	N=1	N=2	N=15	Ti6Al4V
R/h		P _{kr} (MPa) and (n _{kr})				
100	0.7773(5)	0.5395(5)	0.5337(5)	0.5274(5)	0.5118(5)	0.3900(5)
200	0.1357(6)	0.09421 (6)	0.0932(6)	0.0921(6)	0.0894(6)	0.0681(6)
300	0.0501(7)	0.0348 (7)	0.0345(7)	0.0342(7)	0.0331(6)	0.0251(7)
R/h		P _{kr} ^{K_w} (MPa) and (n _{kr} ^{K_w})				
100	0.8173(5)	0.5795(5)	0.5737(5)	0.5674(5)	0.5518(5)	0.4300(5)
200	0.1913(6)	0.1483(7)	0.1475(7)	0.1467(7)	0.1440(7)	0.1181(7)
300	0.1049 (8)	0.0861(9)	0.0858(9)	0.0855(9)	0.0843(9)	0.0707(9)

Tablo 4’de ZrO₂/FDM/Ti6Al4V katmanlarından oluşan kompozit silindirik kabuğun kritik yanal basınç yükü değerlerinin kabuk kalınlığının FDM tabaka kalınlığına $h/(2a)$ oranına göre değişimi sunulmaktadır. $h/(2a)=1$ olduğunda 3 katmanlı sistem ful FDM silindirik kabuğa dönüşür. Diğer yandan tüm kompozisyonel profiller için FDM tabakanın kalınlığı azaldığında, yani $h/2a$ arttığında kritik yanal yükün değerine olan etki azalır. Örneğin, Winkler zemini üzerinde bulunan 3 tabakalı kabuklar için $N=2$ ve $h/2a=1$ olduğunda etki %71.04 ise $h/2a=5$ olduğunda bu etki %56.61 olur. Winkler zemini etkisi dikkate alınmayan 3 tabakalı kabuk için $N=2$ ve $h/2a=1$ olduğunda etki %47.45 ise $h/2a=5$ olduğunda etki %30.71 olur. Hacim indeksi $N < 15$ olduğunda 3 katmanlı sitem için elde edile kritik yanal yük değerleri ful metal ve seramikten oluşan kabukların kritik yanal yük değerlerinin arasında bulunur, fakat $N \geq 15$ ise metal ve seramikten oluşan kabukların kritik yanal yük değerlerini aşar.

Tablo 4. ZrO₂/FDM/Ti6Al4V kompozit silindirik kabuğun kritik yanal basınç yükü değerlerinin $h/(2a)$ oranına göre değişimi ($h_1=h_2$, $R/h = 200$, $L/R = 3$; $K_w = 10^6$ N/m³)

		ZrO ₂ /FGM/Ti6Al4V				
ZrO ₂		N=0.5	N=1	N=2	N=15	Ti6Al4V
h/2a		P _{kr} (MPa) and (n _{kr})				
1.0	0.1357 (6)	0.0806(6)	0.0754(6)	0.0713(6)	0.0634(6)	0.0681(6)
2.0		0.0942(6)	0.0932(6)	0.0921(6)	0.0894(6)	
5.0		0.0947(6)	0.0944(6)	0.0940(6)	0.0933(6)	
h/2a		P _{kr} ^{K_w} (MPa) and (n _{kr} ^{K_w})				
1.0	0.1913(6)	0.1320(7)	0.1262(7)	0.1220(7)	0.1133(7)	0.1181 (7)
2.0		0.1483(7)	0.1475(7)	0.1467(7)	0.1440(7)	
5.0		0.1477(7)	0.1475(7)	0.1473(7)	0.1467(7)	

Tablo 5’de ZrO_2 /FDM/Ti6Al4V katmanlarından oluşan kompozit silindirik kabuğun kritik yanal basınç yükü değerlerinin Winkler zemin katsayısına bağlı olarak değişimi sunulmaktadır. Tablo 5’den açıkça görülmektedir ki Winkler zemin katsayısı arttığında kritik yanal yükün ve uygun dalga sayılarının değerleri sürekli artmaktadır. Winkler zeminin kritik yanal yüke etkisi çok önemli olduğu görülmektedir. Örneğin; $K_w = 10^5 \text{ N/m}^3$ ise kritik yüke etki %5.96 ve $K_w = 10^7 \text{ N/m}^3$ ise bu etki %327.44 olur.

Tablo 5. ZrO_2 /FDM/Ti6Al4V katmanlarından oluşan silindirik kabuğun kritik yanal basınç yükü değerlerinin K_w ‘ ye göre değişimi ($h/h_1 = h/h_2 = 2$, $h/a = 4$, $L/R = 3$; $R/h = 200$)

$K_w(\text{N/m}^3)$	ZrO_2	ZrO_2 /FGM/Ti6Al4V				Ti6Al4V
		N=0.5	N=1	N=2	N=15	
0	0.1357(6)	0.0942(6)	0.0932(6)	0.0921(6)	0.0894(6)	0.0681(6)
1×10^5	0.1413(6)	0.0998(6)	0.0988(6)	0.0977(6)	0.0950(6)	0.0737(6)
1×10^6	0.1913(6)	0.1483(7)	0.1475(7)	0.1467(7)	0.1440(7)	0.1181(7)
1×10^7	0.4805(9)	0.3994(10)	0.3984(10)	0.3972(10)	0.3925(10)	0.3373(11)

TEŞEKKÜR YAZISI

Yazarlar 108M322 Nolu Projeye verdiği destekten dolayı TÜBİTAK’a teşekkürlerini sunarlar.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, basit mesnetli, Winkler zemini üzerinde bulunan, seramik, fonksiyonel değişimli malzeme (FDM) ve metal tabakadan oluşan üç katmanlı kompozit silindirik kabukların üniform yanal dış basınç yükü etkisi altına burkulması incelenmektedir. FDM özellikleri kalınlık doğrultusunda kuvvet fonksiyonu şeklinde değişmektedir. Elastik zemin üzerinde bulunan FDM tabaka içeren üç katmanlı silindirik kabuklar için temel denklemler çıkarılmış ve Galerkin yöntemi uygulanarak kritik yanal basınç yükü için analitik ifade elde edilmiştir. Son olarak, Winkler zemini, malzeme kompozisyonu, hacim indeksi ve kabuk karakteristikleri değişiminin kritik yanal basınç yüküne etkisi incelenmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Bajenov V.A., “The Bending of the Cylindrical Shells in an Elastic Medium”, Kiev: Visha Shkola, 1975 (in Russian),
- [2] Clastornik, J., Eisenberger, M., Vancelevsky, D.Z. and Adin, M.A., “Beams on Variable Winkler Elastic Foundation”, J. Applied Mechanics, 53, 925-928, 1986.
- [3] Aköz, A.Y. and Kadioğlu, F., “The Mixed Finite Element Solution of Circular Beam on Elastic Foundation”, Computers&Structures, 60(4); 643-651, 1996.
- [4] Shen, H.S. and Williams, F.W., “Biaxial Buckling and Postbuckling of Composite Laminated Plates on Two Parameter Elastic Foundations”, Computers&Structures, 63(6), 1177–1185, 1997.

- [5] Sofiyev, A.H., "The Stability of Non-Homogeneous Cylindrical Shells under The Effect of Surroundings", Soviet Scientific and Technical Research Institute (VINITI), Moscow, 3 (189), 1-9, 1987. (in Russian)
- [6] Paliwal, D.N., Pandey, R.K. and Nath, T., "Free Vibration of Circular Cylindrical Shell on Winkler and Pasternak Foundation", *Int. J. Press. Vessels Piping*, 69, 79-89, 1996.
- [7] Ng, T.Y. and Lam, K.Y., "Free Vibrations Analysis of Rotating Circular Cylindrical Shells on an Elastic Foundation", *J. Vibration and Acoustics*, 122, 85-89, 2000.
- [8] Sofiyev, A.H., Keskin, S.N. and Sofiyev A.I. H., "Effects of Elastic Foundation on the Vibration of Laminated Non-Homogeneous Orthotropic Circular Cylindrical Shells", *Journal of Shock and Vibration*, 11, 89-101, 2004.
- [9] Tj, H.G., Mikami, T., Kanie, S. and Sato, M., "Free Vibration Characteristics of Cylindrical Shells Partially Buried in Elastic Foundations", *J. Sound Vibr.*, 290, 785–793, 2006.
- [10] Koizumi, M., "The Concept of FGM", *Ceramic Transactions, Functionally Gradient Mater.*, 34, 3–10, 1993.
- [11] Reddy, J.N. and Chin, C.D., "Thermal-Mechanical Analysis of Functionally Graded Cylinders and Plates", *J. Therm Stresses*, 21, 593–626, 1998.
- [12] Ng, T.Y., Lam, K.Y., Liew, K.M. and Reddy, N.J., "Dynamic Stability Analysis of Functionally Graded Cylindrical Shells under Periodic Axial Loading". *Int. J. Solids Struct.*, 38, 1295-1309, 2001.
- [13] Shen, H.S., "Post-Buckling Analysis of Pressure Loaded Functionally Graded Cylindrical Shells in Thermal Environments", *Eng. Struct.* 25, 487-497, 2003.
- [14] Sofiyev, A.H., "Vibration and Stability of Composite Cylindrical Shells Containing a FG Layer Subjected to Various Loads" *Struct. Eng. Mech.*, 27(3), 365-391, 2007.
- [15] Cheng, Z.Q. and Kitipornchai, S., "Membrane analogy of buckling and vibration of inhomogeneous plates", *J. Eng. Mech. – ASCE*, 125(11), 1293–1297, 1999.
- [16] Malekzadeh, P., "Three-dimensional free vibration analysis of thick functionally graded plates on elastic foundations", *Compos. Struct.*, 2009 (Baskıda).
- [17] Volmir A.S., *Stability of Elastic Systems*, Nauka: Moscow, 1967. English Translation: Foreign Tech. Division, Air Force Systems Command. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, AD628508.

