

**6-3 STEWART PLATFORM MEKANİZMASININ KİNEMATİK,
DİNAMİK ANALİZİ VE KONTROLÜ**

726643

**DOKTORA TEZİ
Y. Müh. Sait N. YURT
(511952008)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25 Ocak 2002
Tezin Savunulduğu Tarih : 8 Mayıs 2002**

Tez Danışmanı : Doç. Dr. İbrahim ÖZKOL
Diğer Jüri Üyeleri: Prof. Dr. Cingiz HACIYEV
Prof. Dr. Elburus CAFEROV
Prof. Dr. Ertuğrul TAÇGIN (M. Ü.)
Prof. Dr. Galip CANSEVER (Y. T. Ü.)

MAYIS 2002

126643

ÖNSÖZ

Günümüzde havacılık sahasında pilot adaylarının yetiştirilmesinde kullanılan simülatörler otomotiv endüstrisinde ve eğlence parklarının yapımında yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu tip simülatörlerde hareketi oluşturan paralel mekanizmaların kinematik ve dinamik olarak incelenmesi son yıllarda hız kazanmıştır. Paralel mekanizmalar, simülatör uygulamalarında uzaydaki altı serbestlik dereceli hareketi oluşturmak için kullanılırken, robot uygulamalarında hassas olarak çalışması istenen parçaların tasarımında kullanılmaktadır. Paralel mekanizmalar içinde çalışma uzayı, rijitliği ve hareket kabiliyetini kısıtlamayan yapısı bakımından genellikle tercih edilen 6-3 Stewart platform mekanizmasıdır (SPM).

Son on yıl içinde SPM'nin kinematiği ve çalışma uzayı üzerine yapılan çalışmalar, SPM'nin yapısının ve uzaydaki hareketinin iyi bir şekilde anlaşılmasını sağlamıştır. SPM'nin dinamik modelinin kurulması ve bu model üzerinde kontrol uygulamalarının denenmesi son yıllarda birçok araştırmacının ilgisini çekmektedir. Bu sebeple dinamik modelin bilgisayar ortamında oluşturulması ve bu modele kontrol metotlarının uygulanması gerekmektedir.

Bu çalışmada genel bir 6-3 SPM'nin kinematik incelemesi MATHEMATICA programı kullanılarak yapılmıştır. Dinamik modeli Newton-Euler yaklaşımıyla elde edilmiştir. Bu model bilgisayar ortamında MATLAB programı kullanılarak yapılmış ve dinamik model PD kontrol algoritması denenerek kararlı kılınmıştır.

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde maddi ve manevi büyük katkıları olan Danışmanım Doç. Dr. İbrahim Özkol'a, dinamik modelin kurulmasında yardımlarını esirgemeyen Prof. Dr. Chingiz Hacıyev, Doç. Dr. Ramazan Taşaltın, Doç. Dr. M. Orhan Kaya , Dr. H. İbrahim Keser'e, Mathematica ve Matlab konusunda bana yardımlarını esirgemeyen Y. Müh Hüseyin Alp , Y. Müh. Mümin Bahar ve Dr. Cuma Yarım'a teşekkür ederim.

Son olarak; çalışmalarım sırasında kendilerini ihmal etmiş olmama rağmen, beni destekleyen ve yardımlarını esirgemeyen aileme teşekkür ederim.

Şubat 2002

Sait N. Yurt

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
KISALTMALAR LİSTESİ	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	x
ÖZET	xii
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Genel Hususlar	1
1.1.1 Paralel Mekanizmalar	2
1.1.2 Paralel ve Seri Mekanizmaların Karşılaştırılması	3
1.1.3 Stewart Platform Mekanizması (SPM)	4
1.2 Literatür İncelemesi	5
1.3 Amaç ve Kapsam	7
1.4 Özgün Katkıları	8
2. İNCELENEN YAPILARIN GENEL KONFIGÜRASYONU	9
2.1. Genel Bir 6-3 SPM Yapısı	9
2.2 Önerilen Özel Bir 6-3 SPM Yapısı	9
2.2.1 Sunulan 6-3 SPM'nin Mobilitesi	10
3. KİNEMATİK ANALİZ	15
3.1 Giriş	15
3.2 Genel 6-3 SPM'nin Geometrik İncelemesi	16
3.3 Genel 6-3 SPM'nin Düz Kinematik Analizi	17
3.3.1 Düz kinematik Problemin Bezout Metodu ile Çözümü	19
3.3.1.1 Platforma Ait Gerçek Konumun Belirlenmesi	21
3.3.1.2 Düz Kinematik Konusunda Sayısal Örnek	24
3.3.2 Düz kinematik Problemin Newton-Raphson Metodu ile Çözümü	24
3.4 Genel 6-3 SPM'nin Ters Kinematik Analizi	26
3.5 Özel 6-3 SPM'nin Düz Kinematik Analizi	27
3.6 Özel 6-3 SPM'nin Ters Kinematik Analiz	28
3.6.1 Önerilen Yapının Ters Kinematik Analizine Ait Sayısal Örnek	31
3.6.2 Düz ve Ters Kinematik Çözümlerin Karşılaştırılmasına Ait Sayısal Örnek	32
4. NONLINEER DİNAMİK MODEL	35
4.1 Dinamik Analiz	35
4.2 Bacaklara Ait Dinamik ve Kinematik Model	35
4.2.1 Konum ve Hız Analizi	36
4.2.2 İvme Analizi	39

4.2.3 Sunulan Özel 6-3 SPM İçin Konum, Hız ve İvme Analizi	42
4.2.4 Dinamik Denklemlerin Türetilmesi	44
4.3 Platformun Dinamik İncelemesi	53
4.4 Görev Uzayı Dinamik denklemleri	55
4.5 Sonuçlar ve Tartışma	56
5. SİMÜLASYON VE HATA ANALİZİ	58
5.1 Stewart Platformunun Hareket Dinamiğine İlişkin Simülasyon	58
5.1.1 R Dönüşüm Matrisinin Elde Edilmesi	59
5.1.2 Simülasyonun Çeşitli Fiziksel durumlar İçin denenmesi	60
5.1.3 Sayısal Örnek	74
5.2 Hata Analizi	75
5.2.1 Monte-Carlo Metodu ile Hata Analizi	76
5.3 Sonuçlar	79
6. KONTROL SİSTEMİ VE KONTROL KATSAYILARININ OPTİMİZASYONU	81
6.1 Giriş	81
6.2 Kontrol Edilen Sistem	83
6.3 Uygulanan Kontrol Algoritması	83
6.4 Bu Çalışmada Uygulanan Gerçek Kodlanmış Genetik Algoritma	85
6.5 Genetik Algoritmalar Kullanılarak Kontrol Katsayılarının Optimizasyonu	85
6.6 Sonuçlar	90
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	92
KAYNAKLAR	94
EKLER	99
ÖZGEÇMİŞ	126

KISALTMALAR LİSTESİ

GA	: Genetik Algoritmalar
PD	: Orantı-Türev (Proportional-Diferential)
PRPS	: Prizmatik-Döner-Prizmatik-Küresel Mafsallı
PRPR	: Prizmatik-Döner- Prizmatik-Döner- Mafsallı
RPR	: Döner- Prizmatik-Döner- Mafsallı
SPM	: Stewart Platform Mekanizması
SPS	: Küresel-Prizmatik-Küresel Mafsallı
UPS	: Üniversal-Prizmatik-Küresel Mafsallı



TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 5.1 Doğrusal ve Açısal Konum Değerlerinin Standart Sapmaları.....	79
Tablo 6.1 Klasik ve GA ile optimize edilmiş PD katsayıları kullanılarak elde edilen sistem performansı.....	86
Tablo D.1 FESTO Firmasının katalogundan seçilen, bu çalışmada sunulan simülasyonun gerçekleştirilmesinde kullanılacak çift ektili pnömatik piston çeşitleri.....	114
Tablo D.2 Kontrol sisteminde ölçme elemanı olarak kullanılacak lineer uzunluk ölçerler.....	117
Tablo F.1 Genetik Algoritmanın 1. Nesil Sonuçları.....	121
Tablo F.2 Genetik Algoritmanın 2. Nesil Sonuçları.....	122
Tablo F.3 Genetik Algoritmanın 15. Nesil Sonuçları.....	123
Tablo F.4 Genetik Algoritmanın 19. Nesil Sonuçları.....	124
Tablo F.5 Genetik Algoritmanın 20. Nesil Sonuçları.....	125

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1 Uçuş Simülatörü.....	2
Şekil 1.2 Robot uygulamasında kullanılan hibrit (seri ve paralel elemanlar birlikte kullanılan) bir mekanizma.....	3
Şekil 1.3 Genel 6-6 Stewart Platform Mekanizması.....	4
Şekil 2.1 Genel 6-3 Stewart Platform Mekanizması.....	9
Şekil 2.2 Önerilen özel bir 6-3 SPM.....	10
Şekil 2.3 Önerilen 6-3 SPM'ye ait mafsalları ve linklerin görünüşü.....	11
Şekil 2.4 Sistemde kullanılan üniversal mafsallar (Kardan kavraması).....	12
Şekil 2.5 Birbirine bağlanan bacakların alt ve üst kısımlarındaki bağlantı şekilleri	13
Şekil 2.6 Bacakların üst kısımlarına ait bağlantı şekli ve serbestçe dönebilen A noktasındaki parça.....	14
Şekil 3.1 Hesaplama da kullanılan değişken ve vektörlerin konum ve tanımları....	15
Şekil 3.2 Şekil 2.1'deki Stewart platformu Mekanizmasının kinematik eşdeğeri..	16
Şekil 3.3 O_r , O_s ve O_t döner mafsallarının konumları ve m_r , m_s ve m_t nin uzunlukları.....	17
Şekil 3.4 Koordinat sistemi ve konum vektörlerinin tanımları.....	17
Şekil 3.5 Hareketli platformun alt platformun altında oluşan durumları.....	22
Şekil 3.6 Hareketli platformun alt platformun üstünde oluşan durumları.....	23
Şekil 3.7 Ters kinematik problem çözümü sonucu elde edilen SPM yapısı	32
Şekil 3.8 Düz ve Ters kinematik problem çözümünün karşılaştırılması için kullanılan SPM yapısı	34
Şekil 4.1 SPM' nin tanımlandığı referans eksen takımları.....	35
Şekil 4.2 6-3 Özel SPM için bacakların bağlantı biçimi.....	42
Şekil 4.3 Bir ayak çiftine etkiyen tüm moment ve kuvvetler.....	45
Şekil 4.4 Ayak düzleminin gösterilmesi.....	47
Şekil 4.5 Bacaklarda M_u momentinin bileşenleri.....	48
Şekil 4.6 Ayaklara ait r_d ve r_u vektörleri.....	49
Şekil 4.7 Mafsalları birleştiren ara parçanın görünüşü.....	52
Şekil 4.8 Hareketli üst platforma etkiyen kuvvetler ve momentler.....	53
Şekil 5.1 Üst platformun hareketli eksen takımındaki yerleşimi.....	58
Şekil 5.2 Alt platformun sabit eksen takımında yerleşimi.....	59
Şekil 5.3 Yükleme serbest iniş durumunda hareketli eksen takımının orijinin konumuna ait x- bileşeni.....	60
Şekil 5.4 Yükleme serbest iniş durumunda hareketli eksen takımının orijinin konumuna ait y- bileşeni.....	61
Şekil 5.5 Yükleme serbest iniş durumunda hareketli eksen takımının orijinin konumuna ait z- bileşeni (Üst platformun yüksekliği)... ..	61
Şekil 5.6 Yükleme serbest iniş durumunda bacak uzunluklarına ait grafikler..	62
Şekil 5.7 Dış yükleme durumunda, üst platforma bağlı olarak düşünülen, hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait x-bileşeni.....	62

Şekil 5.8	Dış yükleme durumunda üst platforma bağlı olarak düşünülen hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait y- bileşeni.....	63
Şekil 5.9	Üst platforma bağlı olarak düşünülen hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait z- bileşeni (Üst platformun yüksekliği).....	63
Şekil 5.10	Sabit eksen takımının x-eksenine göre üst platformun dönme açısı	64
Şekil 5.11	Sabit eksen takımının y-eksenine göre üst platformun dönme açısı.....	64
Şekil 5.12	Sabit eksen takımının z-eksenine göre üst platformun dönme açısı.....	65
Şekil 5.13	Silindirlere sabit kuvvet uygulandığı durumda bacak uzunlukları değerleri.....	65
Şekil 5.14	Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platforma bağlı olarak düşünülen, hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait x- bileşeni.....	66
Şekil 5.15	Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platforma bağlı olarak düşünülen hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait y- bileşeni.....	66
Şekil 5.16	Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platforma bağlı olarak düşünülen, hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait z- bileşeni (Üst platformun yüksekliği).....	67
Şekil 5.17	Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platformun sabit eksen takımının x-eksenine göre yönelmesi.....	67
Şekil 5.18	Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platformun sabit eksen takımının y-eksenine göre yönelmesi	68
Şekil 5.19	Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platformun sabit eksen takımının z-eksenine göre yönelmesi	68
Şekil 5.20	Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, bacak uzunluklarının değişimini gösteren grafik	69
Şekil 5.21	Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, bacaklardaki pistonlara uygulanan kuvvetlerin değişimini gösteren grafik	69
Şekil 5.22	Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken üst platformun x-ekseni yönündeki hareketi.....	70
Şekil 5.23	Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken üst platformun y-ekseni yönündeki hareketi.....	71
Şekil 5.24	Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken üst platformun z-ekseni yönündeki hareketi.....	71
Şekil 5.25	Sistem tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken, üst platformun x-eksenine göre yönelmesi.....	72
Şekil 5.26	Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken üst platformun y-eksenine göre yönelmesi.....	72
Şekil 5.27	Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken üst platformun z-eksenine göre yönelmesi.....	73
Şekil 5.28	Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken platformun bacak uzunluklarının değişimi.....	73
Şekil 5.29	Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken pistonlara uygulanması gereken kuvvetler.....	74
Şekil 5.30	Konuma göre mutlak hataların değişimi a) x-koordinatına b) y-koordinatına c) z-koordinatına göre.....	77

Şekil 5.31	Açısal konuma göre mutlak hataların değişimi a) x-eksenine , b) y-eksenine c) z-eksenine göre.....	77
Şekil 5.32	Konuma göre nispi hataların değişimi a) x-koordinatına b) y-koordinatına c) z-koordinatına göre.....	78
Şekil 5.33	Açısal konuma göre nispi hataların değişimi a) x-eksenine b) y-eksenine c) z-eksenine göre.....	78
Şekil 6.1	Kontrol sisteminin blok diyagramı.....	82
Şekil 6.2	Sistemin L_1 bacağına basamak cevabı.....	84
Şekil 6.3	Uygulanan PD kontrole ait bacak uzunlukları basamak cevabı ($K_p: 18809$, $K_d: 1379$).....	87
Şekil 6.4	Uygulanan PD kontrole ait doğrusal ve açısal yer değiştirme grafikleri ($K_p: 18809$, $K_d: 1379$).....	88
Şekil 6.5	Uygulanan PD kontrole ait bacak uzunlukları basamak cevabı ($K_p: 5000$, $K_d: 500$).....	89
Şekil 6.6	Uygulanan PD kontrole ait doğrusal ve açısal yer değiştirme grafikleri ($K_p: 5000$, $K_d: 500$).....	90
Şekil A.1	İkili kodlanmış Genetik Algoritmalar için Çaprazlama.....	101
Şekil A.2	Genetik Algoritmanın akış diyagramı.....	102



SEMBOL LİSTESİ

α	: Üst platformun açısal ivmesi
ω	: Üst platformun açısal hızı
β_i	: O_i noktalarını referans eksen takımının merkezine birleştiren doğrunun x-ekseni ile yaptığı açılar
Φ_i	: m_i nin taban düzlemi ile yaptığı açılar
$\dot{\Phi}_i$	: m_i nin taban düzlemi ile yaptığı açılar
$\ddot{\Phi}_i$	: m_i nin taban düzlemi ile yaptığı açılar
Φ'_i	: ϕ_i 'nin tahmini değerleri
τ_i	: Düz kinematik analizde bacaklara göre çizilen kürelerin kesişimi olan dairenin yarıçapı
A_i	: i'inci bacağa ait açısal ivme
$(a_d)_i$	: i'inci bacağın alt kısmının ağırlık merkezinin ivmesi
$(a_u)_i$	: i'inci bacağın üst kısmının ağırlık merkezinin ivmesi
b_i	: Alt platforma ait i'inci bağlantı noktası
C_u	: Üniversal mafsallardaki viskoz sürtünme katsayısı
C_p	: Prizmatik mafsallardaki viskoz sürtünme katsayısı
e_{ss}	: Kalıcı durum hatası
F_{ext}	: Üst platforma uygulanan dış kuvvetler (Üst platform eksen takımında)
F_i	: i'inci bacağa uygulanan giriş kuvveti (Pistona uygulanan basınç kuvveti)
g	: yerçekimi ivmesi
$(I_{d0})_i$	: i'inci bacağın alt parçasının kendi eksen takımında verilmiş atalet momenti
$(I_{u0})_i$	: i'inci bacağın üst parçasının kendi eksen takımında verilmiş atalet momenti
$(I_d)_i$	: i'inci bacağın alt parçasının referans eksen takımındaki atalet momenti
$(I_u)_i$	: i'inci bacağın üst parçasının referans eksen takımındaki atalet momenti
I_p	: Üst platformun atalet momenti (Üst platform eksen takımında)
k_i	: i'inci bacağa ait üniversal mafsalın sabit eksen vektörü
K_d	: PD kontrol için kullanılan türev katsayısı
K_p	: PD kontrol için kullanılan orantı katsayısı
K_{rd}	: Bacağın üst kısmının ağırlık merkezi vektörünün bacak vektörüne dik bileşeni
K_{ru}	: Bacağın üst kısmının ağırlık merkezi vektörünün bacak vektörüne dik bileşeni
$L_{A,B,C}$	: İkişerli birleştirilen bacaklara ait, alt platformun kenar uzunlukları
L_{bi}	: b_i noktalarının O_i noktalarına olan uzaklıkları
L_i	: i'inci ayağın uzunluğu
$\dot{L}_i$	: i'inci bacağın uzunluğunun değişim hızı
$(L_i)_0$	: Bacak uzunluklarının kontrolünde girilen referans değerler
L_{Pi}	: Üst platformun kenar uzunlukları
M	: Üst platformun kütlesi

M_a	: Maksimum Aşım
M_{ext}	: Üst platforma uygulanan dış momentler (Üst platform eksen takımında)
$(m_d)_i$	: i'inci bacağın alt parçasının kütlesi
$(m_u)_i$	: i'inci bacağın üst parçasının kütlesi
m_i	: O_i noktalarını, bacak bağlantı noktalarına birleştiren vektör
O_i	: İkişerli birleştirilen bacakların oluşturduğu düzlemin içinde, üst bağlantı noktalarının bacakları birleştiren doğrular üzerindeki iz düşüm noktaları
P_{bi}	: b_i noktalarının konum vektörleri
p_i	: Üst platforma ait i'inci bağlantı noktası (Üst platform eksen takımında)
O_i	: O_i noktalarının konum vektörleri
$(r_d)_i$	: i'inci bacağın alt parçasının kendi eksen takımında verilmiş ağırlık merkezi
r_{ds}	: Bacağın alt kısmının ağırlık merkezinin bacak vektörü yönündeki bileşeni
$(r_u)_i$	: i'inci bacağın üst parçasının kendi eksen takımında verilmiş ağırlık merkezi
r_{us}	: Bacağın üst kısmının ağırlık merkezinin bacak vektörü yönündeki bileşeni
R_0	: Üst platform koordinat eksen takımında platformun ağırlık merkezi vektörü
R	: Üst platforma ait dönme matrisi
S_i	: i'inci bacağın üst noktasını gösteren vektör
$\dot{S}_i$	: i'inci bacağın üst noktasına ait hız vektörü
$\ddot{S}_i$	: i'inci bacağın üst noktasına ait ivme vektörü
S'_i	: Önerilen SPM'de i'inci bacağın üst noktasını gösteren vektör
$\dot{S}'_i$	: Önerilen SPM'de i'inci bacağın üst noktasına ait hız vektörü
$\ddot{S}'_i$	: Önerilen SPM'de i'inci bacağın üst noktasına ait ivme vektörü
t	: Hareketli eksen takımının merkezinin konum vektörü
$\dot{t}$	: Hareketli eksen takımının merkezinin doğrusal hızı
$\ddot{t}$	: Hareketli eksen takımının merkezinin doğrusal ivmesi
T_i	: i'inci bacağın konumunu veren dönüşüm matrisi
T_s	: Basamak cevabının oturma zamanı
U_i, u	: Dinamik çıkarım sırasında kullanılan kısaltmalar
$(u_{pl})_i$	: Önerilen modelde i'inci bacağı platforma bağlayan parçayı gösteren vektör
$(\dot{u}_{pl})_i$	: Önerilen modelde i'inci bacağı platforma bağlayan parçanın hız vektörü
x_i	: $\tan(\phi_i/2)$
w_i	: m_i 'lere ait birim vektörler
W_i	: i'inci bacağına ait açısal hız
$D_i, E_i, F_i, G_i, H_i, I_i, J_i, K_i, M_i$	: Düz kinematik analiz sırasında ifadeleri sadeleştirmek için kullanılan semboller
f_i, g_i, h_i	: Kinematik çözümde kullanılan katsayılar

6-3 STEWART PLATFORM MEKANİZMASININ KİNEMATİK, DİNAMİK ANALİZİ VE KONTROLU

ÖZET

Stewart Platform Mekanizması (SPM), boyları değişebilen altı adet bacak ile birbirine bağlanmış iki taşıyıcı platformdan oluşan, altı serbestlik dereceli bir paralel mekanizmadır. Bu paralel mekanizma yapısı, 1965’de D. Stewart tarafından uçuş simülatörü olarak sunulan mekanizmanın genelleştirilmesi ile elde edilmiştir. Genel bir SPM’nin ya her iki ucunda üniversal mafsallı veya bir ucunda küresel diğer ucunda üniversal mafsallı, boyları değişebilen altı adet bacak ile bağlanmış bir sabit ve bir hareketli platformu vardır.

Paralel olarak çalışan bağlantılardan oluşan bu sistemin makine elemanlarından ve endüstriyel robotlardan ayrılan iki temel özelliği vardır. Bunlardan birincisi paralel bağlantılardan oluşan kapalı bir kinematik sistem olmasıdır. İkincisi ise paralel bağlantıların uçlarının, herhangi bir seri robotla karşılaştırıldığında ağırlık ve boyut oranına göre daha rijit bir sistem oluşturması ve basit mesnetlerle bağlanmış olmasıdır. Buna ilaveten SPM’deki bağlantılar, birçok endüstriyel robota göre daha büyük bir çıkış kuvveti /sistem ağırlığı oranı elde etmek amacıyla, altı taşıyıcı bacağın ana kuvvet bileşenleri toplanacak şekilde düzenlenmiştir. Burada kolay kontrol edilebilen ve mukavemeti daha yüksek bir paralel mekanizma elde etmek amacıyla, boyları değişebilen taşıyıcı bacakların üst uçlarındaki bağlantılar bir çift olarak düşünülmektedir.

Bu tezde başlangıçta, genel 6-3 SPM yapısı ve özel bir 6-3 SPM yapısı sunulmuştur. Her iki yapının kinematik incelemeleri yapılarak sonuç olarak Bezout metodu ile on altıncı dereceden bir polinom elde edilmiştir. Daha sonra her iki yapının dinamik modeli Newton-Euler yaklaşımı kullanılarak kurulmuştur. Genel 6-3 SPM’nin Nonlineer dinamik denklemleri 4-5. derece Runge-Kutta metodu kullanılarak çözülmüştür. Modele ait hata analizi Monte-Carlo metodu kullanılarak yapılmıştır. Son olarak kurulan dinamik modele PD kontrol uygulanmıştır. PD katsayıları gerçel kodlanmış genetik algoritmalar kullanılarak belirlenmiştir. Belirlenen PD katsayıları kullanıldığında sistemin birim basamak performansında yaklaşık 3 kat iyileşme sağlanmıştır.

KINEMATICS, DYNAMICS AND CONTROL OF 6-3 STEWART PLATFORM MECHANISM

SUMMARY

The Stewart Platform Mechanism (SPM) is a six-degree-of-freedom parallel mechanism with two bodies connected by six extensible legs. This parallel manipulating structure is obtained from generalization of the mechanism originally proposed by D. Stewart as a flight simulator in 1965. The general Stewart Platform has a base and a moving platform connected by six extensible legs with either spherical joints at the both ends or a spherical joint at one end and a universal joint at the other.

As a manufacturing manipulator, this parallel kinematic linkage system has two fundamental characteristics by which is apart from machine tools and industrial robots. First one is that it is a closed kinematic system with parallel links. The second one is that the ends of this parallel mechanism link are simply supported, so that it makes the manipulator system more rigid in proportion to size and weight than any other serial link robot. In addition, the links of the Stewart Platform are arranged so that the major force components of all six actuators add together, resulting in a force output-to-manipulator-weight ratio more than one order of magnitude greater than most industrial robots. Here, the joint of extensible legs is considered as a pair in order to get an easy controllable and stronger manipulator as a parallel mechanism.

In this thesis, the structures of generalized 6-3 SPM and a special 6-3 SPM are presented. A sixteenth degree polynomial is obtained deriving the kinematic relations of these structures and using Bezout Method to solve them. Then the dynamical models of both structures are developed by using Newton-Euler Method. Nonlinear dynamic equations of general 6-3 SPM are solved by using 4-5 orders Runge-Kutta Method. Then error analysis of this model is carried out by using Monte-Carlo Method. Finally, the PD control is applied to this model. And the PD coefficients are obtained by using Real-Coded Genetic algorithms. By using these coefficients the unit step response performance of system is improved approximately three times.

1. GİRİŞ

1.1 Genel Hususlar

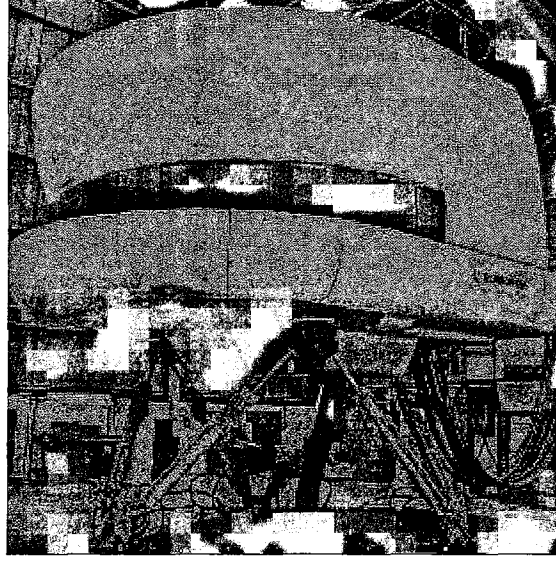
Havacılık sahasında pilot adaylarının eğitimi, önemli hususlardan biridir. Pilot adaylarının uçuş eğitimine başlamadan önce, öğrendikleri bilgileri, uçuş eğitimi vermek için tasarlanmış çeşitli simülatörlerde uygulayarak, tecrübe kazanmaları gerekmektedir. Bu sebeple, günümüzde askeri ve sivil sahada çeşitli uçaklara ait simülatörler yoğun olarak kullanılmaktadır. Örnek bir uçuş simulatörü Şekil 1.1’de verilmiştir. Simülatörlerin pilot adaylarının yetiştirilmesinde kullanılması, adayların ileride kullanacakları uçaklardaki maddi ve manevi kayıpları azaltmaktadır.

Uçuş eğitimi için kullanılan simülatörlerde, pilot adayının ötelenme ve dönme hareketlerini gerçeğe yakın bir şekilde algılaması çok önemlidir. Bu hareketlerden bazıları görsel olarak sağlanmaktadır. İnsan vücudunun algılaması gereken değişiklikler ise, simülatörün alt kısmında bulunan ve pilot adayının verdiği komutlara göre cevap veren, bir paralel mekanizma ile sağlanır.

Paralel mekanizmaların kullanıldığı başlıca alanlar,

- uçuş simülatörleri,
- robotik sahasında robot kol uç organlarının tasarımı,
- oyun simülatörleri,
- petrol platformları,
- helikopterle ağır yük taşımacılığı v.s.

olarak sıralanabilir. Son yıllarda, paralel mekanizmalar birçok araştırmacının ilgisini çekmektedir. Bu konu, 1946 yılında bu yapının tekerlek test düzenlerinde kullanılması fikrinin ortaya atılmasıyla araştırılmaya başlanmıştır.

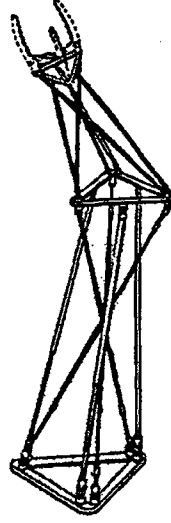


Şekil 1.1 Uçuş simülatörü

1.1.1 Paralel Mekanizmalar

Mekanik sistemlerin gelişmesiyle birlikte ortaya çıkan robotik teknolojisi ve bilimi, insan yapısında genelde varolan seri mekanizmalar sebebiyle, başlangıçta robot olarak seri mekanizmaları kullanmaya yöneldi. Seri mekanizmalar insan kolunun yaptığı bütün manevraları yapabilme ve bütün çalışma uzayını dolaşabilme gibi önemli avantajlara sahip olmakla beraber, yük taşıma kapasitesi olarak paralel mekanizmalara göre oldukça zayıftırlar. Seri mekanizmalar ağır yüklerde ve hızlı titreşimlerde burkulma eğilimindedir. Seri mekanizmaların büyük bir çalışma uzayları olmasına rağmen kesin ve hassas konumlanma kapasiteleri düşüktür. Kısacası seri mekanizmalar insan kolunun avantajlarına ve dezavantajlarına sahiptirler.

Aşırı yük taşıma kapasitesi, iyi bir dinamik performans ve hassas konumlanma gerektiğinde paralel mekanizmalar, seri mekanizmalara karşı tercih edilen bir alternatif olurlar. Bu olayı biyolojik dünyaya baktığımızda görebiliriz. Şöyle ki; ağır yük taşıyan hayvanların paralel bacaklarla desteklenmiş vücutları iki ayaklı insana göre daha kararlıdır. İnsan vücudu, ağır bir şeyi kaldırmak istediğinde iki kolunu birlikte kullanır. Yazı yazmak gibi hassaslık isteyen işlerde kalemi paralel olarak tutan üç parmağımızı kullanırız.



Şekil 1.2 Robot uygulamasında kullanılan hibrit (seri ve paralel birlikte kullanılan) bir mekanizma

Aynı şekilde robot mekanizmaların uç kısımları, yüksek rijitlik ve iyi bir konumlanma elde etmek amacıyla, paralel olarak çalışan birçok bağlantı elemanı ile ana parçaya bağlanır. Bu sebeple son yirmi senede paralel mekanizmalar hakkında yapılan birçok çalışma robotik uygulamaları yönündedir (Şekil 1.2).

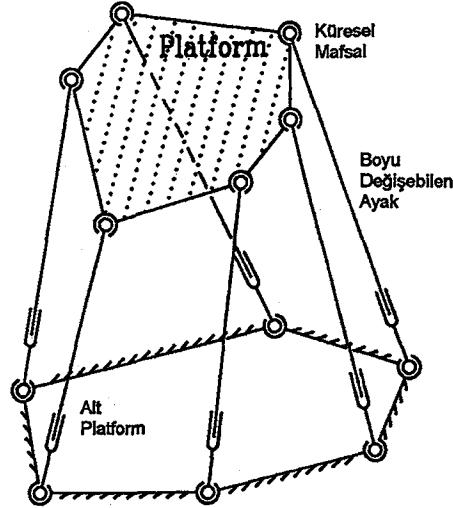
1.1.2 Paralel ve Seri Mekanizmaların Karşılaştırılması

Seri mekanizmalarda düz kinematik problemin çözülmesinin kolay olmasına karşın, ters kinematik problem nonlineer bir denklem sisteminin çözülmesini gerektirir. Paralel mekanizmalarda ise ters kinematik problem basit olmasına karşın, düz kinematik problem oldukça karmaşıktır. Paralel mekanizmaların düz kuvvet transformasyonu kolayca bulunabilirken, ters kuvvet transformasyonunu bulmak zordur. Bu iki tip mekanizma arasındaki dualite, tekillik konusunda da mevcuttur. Seri mekanizmalardaki tekillik, serbestlik derecesinin azalması ve kısmi kilitlenmelerle ilgilidir. Fakat, paralel mekanizmalarda baskın tekillikler serbestlik derecesinin artması ve kontrol edilemezlik ile ilgilidir. Yukarıda sayılan farklılıklar paralel mekanizmaların genel bütünlüğü içinde ele alınmalıdır. Çünkü paralel mekanizmaların her bir ayağı bir seri mekanizma olarak değerlendirilebilir [1].

1.1.3 Stewart Platformu Mekanizması (SPM)

Stewart platformu 1965’de D. Stewart tarafından uçuşu ve uzaydaki genel hareketi simüle etmek için tasarlanan bir paralel mekanizmadır. Bu ilk mekanizma üçgen şeklinde bir üst platform, kendisine küresel mafsallarla tutturulmuş boyları değişebilen üç ayak ve bu ayaklara iki eksenli açısal hareket veren diğer üç ayakta oluşmakta idi. Bundan sonra Gough ve Whitehall altı adet lineer ve paralel ayak içeren bir platformu tekerlek test düzeninde kullandılar [2]. Daha sonra Hunt, uçuş simülatörü olarak kullanılan mekanizmayı robot manipülatörü olarak kullanmayı teklif etti.

SPM 1980’lerde robotik alanındaki popüler araştırma konuları arasına girmiştir. 1990’larda bu konu ile ilgilenen araştırmacı sayısı oldukça artmıştır. Stewart Platform mekanizması için zaman içinde genel bir yapı oluşturulmuştur (Şekil 1.3). Bu genelleştirilmiş yapı, altı adet boyları değişebilen bacakla birleştirilmiş, iki adet rijit cisim içermektedir. Ayakların her iki ucunda küresel mafsallar olabileceği gibi bir ucunda üniversal diğer ucunda küresel mafsal olabilir. Genelde alt platform sabit üst platform hareketli kabul edilmekle beraber bazı uygulamalarda alt platform hareketli, üst platform sabit olabilir. Bu tip uygulamalar petrol platformları ve helikopterle ağır yüklerin taşınması sırasında kullanılır.



Şekil 1.3 Genel 6-6 Stewart Platform Mekanizması

Platformları birbirine bağlayan, boyları değişebilen ayaklar bir pistondan oluşabileceği gibi birbirine mafsallarla bağlanmış bir dizi elemandan da oluşabilir.

Ayaklar istenilen serbestlik derecesine göre alt ve üst platforma küresel, üniversal veya döner mafsallarla bağlanabilirler. Alt taraftaki bağlantı noktaları eş düzlemli olabileceği gibi farklı düzlemlerde de olabilir. Eş düzlemli olmayan bağlantının kinematik çözümü için ekstra algılayıcılar gerekmektedir [3]. Literatürde genellikle bacakların alt ve üst taraftan eş düzlemli olarak bağlandığı yapılar incelenmiştir.

Ayakların birer pistondan oluştuğu durumda, pistonun orta kısmının bir prizmatik mafsal olduğu göz önünde bulundurularak, ayakların platformlara bağlanma şekline göre platforma SPS veya UPS vb. isimler verilir. Burada S küresel (Spherical), P prizmatik ve U üniversal mafsalların kısaltması olarak kullanılmıştır. R olarak kısaca belirtilen dönel mafsallar, genellikle, birçok elemandan oluşan ayaklara sahip paralel mekanizmalarda kullanılır. Bu tür mekanizmalar için PRPS, PRPR, RPR, vb. kısaltmalar kullanılır.

Stewart Platform Mekanizmaları ayakların bağlanma şekillerine göre de isimlendirilirler. Örneğin altı bacaklı bir platformda her bir bacak platformlara ayrı noktalardan bağlanmış ise 6-6 SPM, eğer üst taraftaki bacaklar ikişerli birleştirilmiş ve üç noktadan üst platforma bağlanmış ise 6-3 SPM olarak adlandırılır. Bu tip sınıflandırmada 5-5 SPM, 4-4 SPM ve 6-5 SPM incelenen mekanizmalar arasında sayılabilir [4-6].

Son olarak küresel elemanlı ayaklara sahip özel bir küresel SPM'den bahsedilebilir. Bu mekanizma da araştırmacıların ilgisini çekmektedir [7].

1.2 Literatür İncelemesi

SPM'nin kinematik analizi konusunda literatürde pek çok çalışma mevcuttur. Ama 6-6 genel bir SPM'nin tam kinematik analizi hala bazı özel geometrik kabuller yapılarak sunulmaktadır. Bu kabuller arasında, alt ve üst platformun düzgün geometriye sahip cisimler olması [8-10] veya benzer geometrik şekillere sahip olmaları gibi özellikler sayılabilir [11].

6-6 SPM'nin kapalı formdaki düz kinematik analizi sonucunda 64 adet çözüm mevcuttur [9]. Ayakların alt tarafta eş düzlemli bir şekilde ve üst tarafta birleştirilerek 3 noktadan bağlanması durumunda çözüm sayısı 16'ya inecektir. Bu

tip 6-6, 6-5, 6-4, 6-3 ve 3-3 gibi özel SPM'lerin düz kinematik analizi konusunda birçok çalışma mevcuttur [12-26]. 6-3 ve 3-3 SPM'nin düz kinematik modeline ait elde edilen denklem sistemi, birbirine bağlı biri dördüncü dereceden diğer ikisi ise ikinci dereceden üç değişkenli üç adet nonlinear denklemden oluşmaktadır. Bu denklem takımı değişken dönüşümleri ve Bezout Metodu kullanılarak bir değişkenli 16. dereceden bir polinoma dönüştürülmüştür. Bu polinomun köklerinin bulunması ile mümkün olan 16 konum elde edilmiştir [16]. Bu kinematik modeldeki nonlinear denklem sistemi, daha sonra Newton-Raphson yöntemi kullanılarak çözülmüş ve daha kısa sürede sonuç veren bir algoritma sunulmuştur [17]. SPM'nin çalışma uzayındaki tekillikleri üzerine yapılan çalışmalarda bacak uzunluklarının ve mafsalların dönme açılarının limitleri, kısıt olarak kullanılmış, müsaade edilen yunuslama, dönme ve yalpalama açıları ve bacakların kesişip kesişmediği araştırılmıştır. Kısaca tekillik, çalışma uzayı içinde manipülatörün kontrol edilemediği konumlar şeklinde ifade edilebilir [27].

Tekillik konusundaki literatürdeki belli başlı çalışmaların ilki Hunt tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada platformun altı bacağı aynı anda kesen bir doğru etrafında dönmesi durumunda tekil bir konumun oluştuğu ifade edilmiştir. Diğer bir çalışmada Fichter alt ve üst platformun paralel olması durumunda, üst platformun z-ekseni etrafında $\pm 90^\circ$ döndürülmesinin tekil bir konum oluşturacağını ortaya koymuştur. 1990'da Gosselin ve Angeles SPM'lerde genel olarak 3 çeşit tekilliğin oluşabildiğini göstermişlerdir [28]. Bu üç çeşit tekillik 6 serbestlik dereceli bir SPM için incelenmiştir [29]. Çalışma uzayının ve optimum yörüngenin belirlenmesi amacıyla bu konuda yapılan çalışmalar son senelerde ağırlık kazanmıştır [30-35].

SPM'nin dinamik analizi konusunda yapılan çalışmalarda temel olarak Lagrange ve Newton-Euler olmak üzere iki metot uygulanmaktadır. 1988'de Lee ve Shah tarafından 3 serbestlik dereceli bir SPM'nin dinamik denklemleri Lagrange yaklaşımı kullanılarak mafsalsal uzayında belirlenmiştir. Mafsalsal uzayında türetilmiş ters dinamik model, manipülatör belirli bir yörüngeyi takip ederken ayakları hareket ettirmek için gereken kuvvetleri tahmin etmemizi sağlar [36]. 1992'de, Lebret, Lui ve Lewis tarafından genel bir SPM için Lagrange yaklaşımı kullanılarak yapılan dinamik analiz ayrıntılı bir şekilde sunulmuştur [37].

1998’de Dasgupta ve Mruthyunjaya tarafından 6-6 UPS ve 6-6 SPS SPM’ler için dinamik model Newton-Euler metodunu kullanılarak hem mafsalsal uzayında hem de görev uzayında belirlenmiştir [38]. Aynı araştırmacılar diğer bir çalışmada aynı yaklaşımı kullanarak ters dinamik modeli de sunmuşlardır [39]. Bu yaklaşımın Lagrange yaklaşımına göre üstünlüğü, uzun hesaplamalar gerektiren Lagrange fonksiyoneli gibi bir takım fonksiyonların türevlerinin bulunması işlemlerini içermemesidir. 1999’da aynı yaklaşımla yapılan diğer bir çalışmada 3 serbestlik dereceli 3-RPS, 3-PRPS ve 3-RRRS manipülatörlerinin dinamik modelleri ortaya konmuştur [40].

SPM konusunda yapılan diğer çalışmalar manipülatörün rijitliği ve titreşim analizi üzerinedir [41-45]. Son olarak 2000’de, Dasgupta ve Mruthyunjaya SPM konusunda kapsamlı bir yayın yapmışlardır [1].

1.3 Amaç ve Kapsam

Bu çalışmanın yapılmasındaki amaçlardan en önemlisi, havacılıkta uçuş simülatörlerinin tasarımında kullanılan Stewart Platformunun yapısının, çalışmasını iyice öğrenilmesi ve bu tür mekanizmaların kontrolü konusunda yeni metodlarının denenmesidir. Ayrıca bu çalışmada 6-3 SPM’ye ilişkin özel bir yapı sunulmuştur. Yapısal inceleme sırasında hem 6-3 Genel SPM hem de sunulan 6-3 Özel SPM ele alınmıştır. Her iki yapıya ilişkin kinematik ve dinamik analizler ayrıntılı olarak yapılmıştır.

6-3 Genel SPM’de iki bacağın aynı dönme merkezli iki küresel mafsalsal ile hem birbirlerine hem de platforma tutturulması, özel bir karmaşık mafsalsal gerektirmesinin yanı sıra bacakların hareket kabiliyetlerini de kısıtlamaktadır. Eğer bacaklar ayrı küresel mafsallar ile birbirine yakın olarak üst platforma bağlanırsa; bu şekildeki bir bağlamanın da 6-6 Genel SPM’den bir farkı kalmaz. 6-6 SPM’de yapısı gereği hareket sırasında çeşitli kilitlenmeler olabilir. Bu kilitlenmelerin sebebi; en ufak hareket için en az 4 ayağının kontrol edilmesinin gerekliliğidir. Çalışma uzayı 6-3 SPM’ye göre daha küçüktür. Yukarıdaki sebeple bu çalışmada hem 6-3 özel bir SPM yapısı sunulmuş, hem de 6-3 genel bir SPM’nin yapısı anlatılmıştır.

Daha sonra kurulan yapıya ilişkin kolayca ölçülebilen büyüklüklerin belirlenmesi ve bu büyüklükler kullanılarak üst platformun konumunun belirlenip belirlenemeyeceğinin bilinmesi gerekmektedir. Bunun için literatürde de olduğu gibi, ölçülebilen büyüklük olarak ayak uzunlukları seçilmiştir. Düz ve ters kinematik problemler çözülerek verilen ayak uzunluklarına karşı gelen üst platformun konumu ve verilen üst platform konumuna karşı gelen bacak uzunlukları belirlenmiştir. Bunun ardından oluşturulan yapıya ilişkin dinamik model kurulmuştur. Kurulan dinamik model ilk önce 6-3 Genel SPM için denenmiştir. Daha sonra önerilen model için bu model kurularak iki yapı arasındaki farklar araştırılmıştır.

1.4 Özgün Katkıları

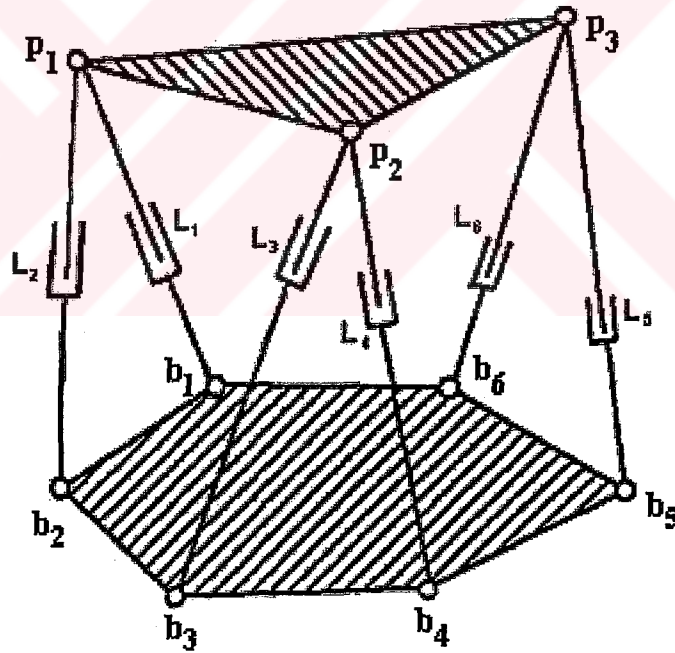
Bu tez kapsamında sunulan yenilikler şöyle sıralanabilir:

- Özel bir 6-3 SPM yapısı ve bu yapı için düz ve ters kinematik analizler sunulmuştur.
- Bu yapıya ait dinamik denklemler sistemi Newton-Euler metodu kullanılarak türetilmiştir.
- 6-3 Genel SPM'ye ilişkin denklemler Runge-Kutta 4-5 yöntemi ile çözümlenmiştir.
- Simüle edilen sisteme PD kontrol uygulanmıştır.
- PD katsayıları Gerçek Kodlanmış Genetik Algoritmalar kullanılarak optimize edilmiştir.
- Sistemin hata analizi yapılmıştır.

2. İNCELENEN YAPILARIN GENEL KONFİGÜRASYONU

2.1 Genel Bir 6-3 SPM Yapısı

Genel bir 6-3 SPM'de üst platform üçgen şeklinde, alt platform ise altıgen şeklindedir. Altıgen ve üçgenin düzgün şekilli (eşkenar, ikizkenar) olması gerekmemektedir. Sistemdeki altı adet ayak, alt platformun köşelerine küresel veya üniversal (Hooke, Cardan) mafsallarla bağlanmıştır. Üst tarafta ikişerli olarak birleştirilen bu ayaklar küresel mafsallarla üst platforma bağlanmıştır. Bu platform şekil 2.1'de gösterilmiştir.



Şekil 2.1 6-3 Genel 6-3 Stewart Platform Mekanizması

2.2 Özel Bir 6-3 SPM Yapısı

Sistem biri hareketli diğeri sabit iki adet platform ve bunları birleştiren altı adet boyları değişebilen ayaktan oluşmaktadır. Üst platform üçgen, alt platform ise altıgen şeklindedir. Alt platformun 1. ve 2. köşelerine üniversal mafsalla bağlı olan

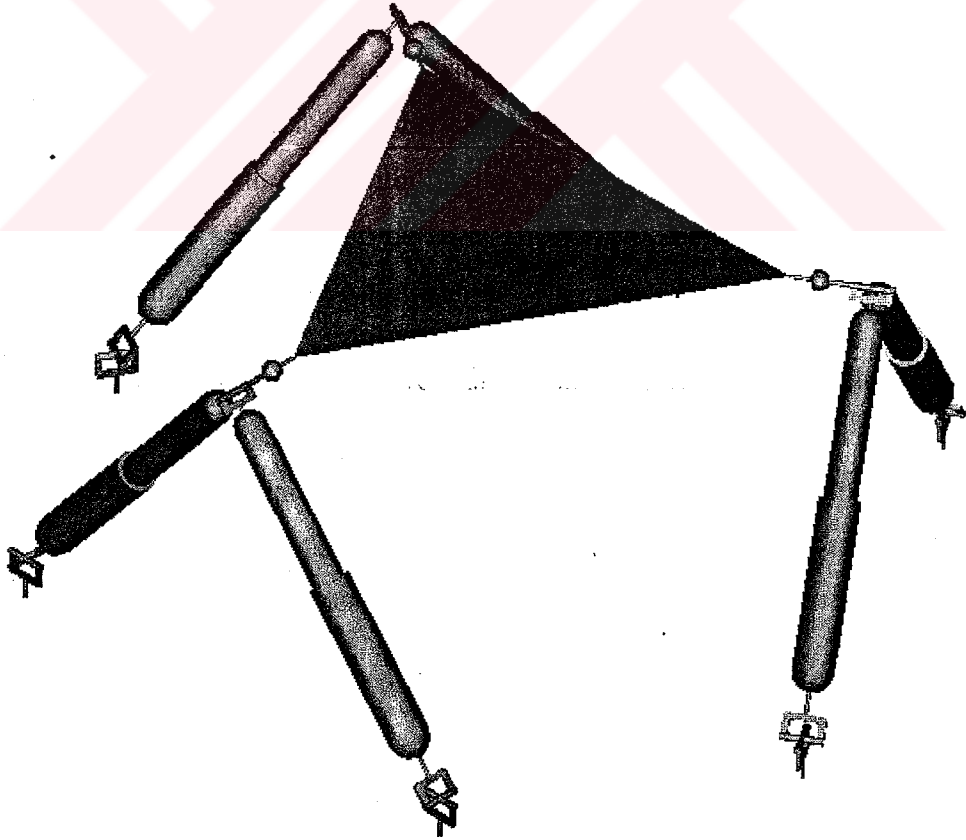
The diagram illustrates a 6-3 SPM mechanism. It consists of six revolute joints, labeled b_1 through b_6 , which connect five links: L_2 , L_4 , L_5 , and two unlabeled links. The joints are arranged in a non-planar configuration, with b_1 and b_2 on the left, b_3 and b_4 in the center, and b_5 and b_6 on the right. The links are represented by lines connecting the joints, forming a closed kinematic chain.

2.2.1 Sunulan Özel 6-3 SPM'in Mobilitesi

Eğer hareket bir düzlemde sınırlanmış ise serbestlik derecesi 3, genel uzaysal bir hareket yapıyor ise serbestlik derecesi 6'dır. Bir cismin serbestlik derecesinin sayısı, verilen bir koordinat sistemine göre o cismin konumunun tek olarak

belirlenmesi için gereken bağımsız koordinat sayısına eşittir. Aynı şekilde, katı cisimlerden oluşan bir sistemin, bütün parçalarının konumlarını tek bir şekilde belirlemek için gerekli minimum koordinat sayısına o sistemin serbestlik derecesi denir. Buraya kadar serbestlik derecesi kavramı birbirine yakın üç farklı kavram için kullanılmıştır. Birincisi bir mafsalın serbestlik derecesi, ikincisi bir cismin serbestlik derecesi, üçüncüsü ise bir sistemin serbestlik derecesidir. Bir mafsalın serbestlik derecesi, onun bağlayıcılığı ile ilgili kullanılırken, bağladığı iki cisim arasındaki göreceli serbestlikleri de verir. Bir mekanizmanın serbestlik derecesi ile o mekanizmanın mobilitesine işaret ederiz.

Bir mekanizmanın mobilitesi referans olarak seçilen bir elemana göre mekanizmanın tüm parçalarının yerlerini belirlemek için gereken minimum koordinat sayısıdır. Bunlara ek olarak, bir mekanizmada giriş ve çıkışında herhangi bir değişiklik olmadan herhangi bir konuma gelebilen elemanlar sebebiyle oluşan serbestliklere boş (İdle) serbestlikler denir. Böyle bir sistemin serbestlik derecesi mobiliteden boş serbestlik dereceleri çıkarılarak elde edilir.



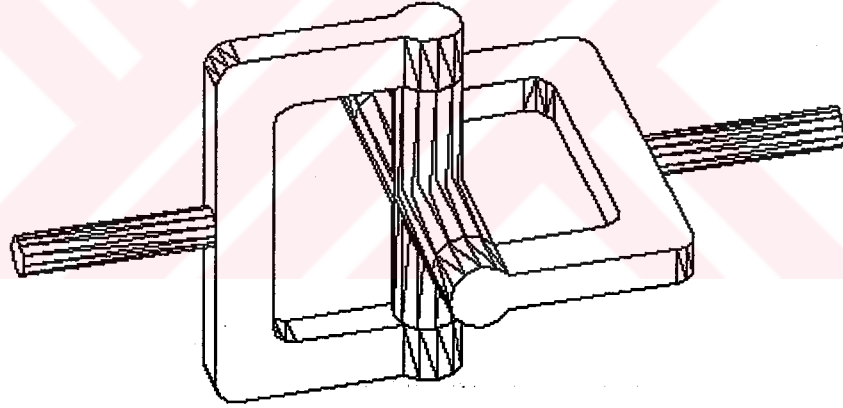
Şekil 2.3 Önerilen 6-3 SPM'ye ait mafsal ve linklerin görünüşü

Bir mekanizmanın mobilitesi F , n sistemi oluşturan linklerin sayısını, f_1 bir serbestlik dereceli mafsalların sayısını, f_2 iki serbestlik dereceli mafsalların sayısını, f_3 üç serbestlik dereceli mafsalların sayısını, f_4 dört serbestlik dereceli mafsalların sayısını, f_5 beş serbestlik dereceli mafsalların sayısını göstermek üzere,

$$F = 6(n-1) - 5f_1 - 4f_2 - 3f_3 - 2f_4 - f_5 \quad (2.1)$$

olarak hesaplanabilir. Ayrıca eğer sistem boş serbestlikler içeriyor ise, bunlar mobiliteden çıkarılarak sistemin serbestlik derecesi belirlenir.

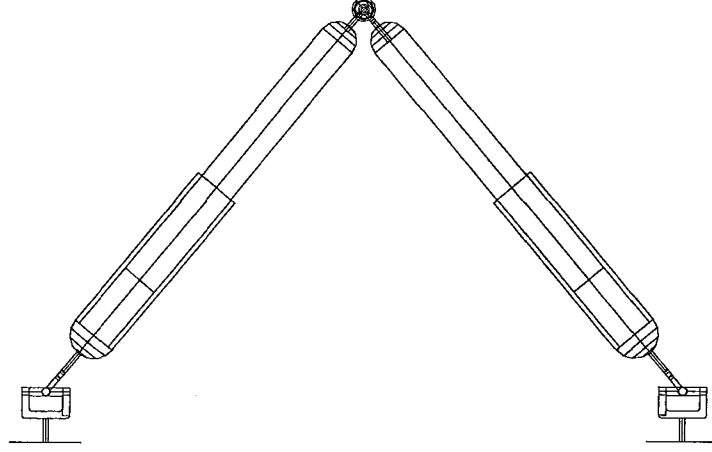
Şimdi burada sunulan sistemin serbestlik derecesini hesaplayalım. Bunun için ilk önce sistemdeki linklerin sayısını belirlememiz gerekmektedir. Şekil 2.3'den görüleceği gibi mekanizmamızda alt ve üst platform, altı adet silindirin alt ve üst parçaları, bacakların birleşme noktasını üst platforma bağlayan 3 adet ara parça olmak üzere 17 adet link bulunmaktadır.



Şekil 2.4 Sistemde kullanılan universal mafsallar (Kardan kavraması)

Bundan sonra sistemimizdeki mafsalları ve bunların serbestlik derecelerini belirlemeliyiz. Alt platformun bacaklara bağlantısında 6 adet 2 serbestlik dereceli universal mafsalları kullanılmıştır (Şekil 2.4). Universal mafsalları alt ucu platforma, üst ucu da pistonun alt kısmına bağlandığından mafsalları kendi eksenleri etrafında dönmemektedir. Ayrıca pistonların alt ve üst parçalarının birleşim noktası iki serbestlik dereceli bir mafsalları gibi davranmaktadır. Bu mafsalları bacağın boylamasına eksenindeki ötelenmesine ve bu eksene göre dönmesine izin vermektedir. Bunu sağlanmak için bu mekanizma gerçekleşirken, üst parçası dönebilen pistonlar

seçilmelidir. Sistemde altı adet bacak olduğundan bu çeşit mafsalsal sayısı 6'dır. Sistemdeki 2 serbestlik dereceli mafsalsal sayısı ise f_2 toplam 12 olur (Şekil 2.5).



Şekil 2.5 Birbirine bağlanan bacakların alt ve üst kısımlarındaki bağlantı şekilleri

Bacaklar ikiyeşerli gruplanarak üst uçlarından 1 serbestlik dereceli döner mafsallar ile birbirine bağlanmışlardır. Ayrıca bu mafsalların dönme eksenlerindeki serbest dönme yapan çubuklarının ucuna birer küresel mafsalsal bağlanmıştır. Bu şekilde döner mafsalsal sayısı f_1 , içiçe oluşan döner mafsallar sayesinde 6 olmaktadır.

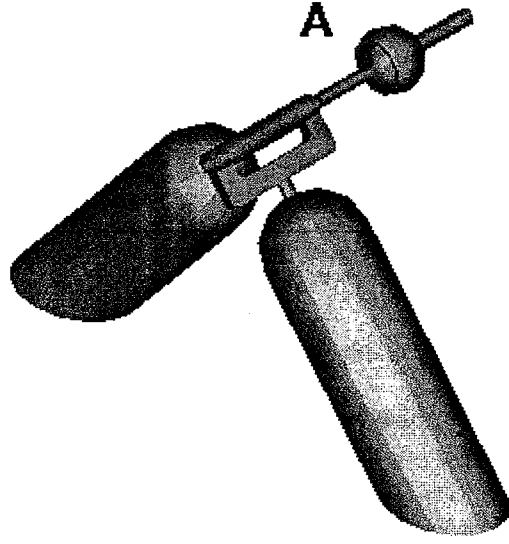
Sistemdeki 3 serbestlik dereceli mafsalsal sayısı f_3 bacakların üst kısmını platforma bağlayan parçanın ucundaki üç adet küresel mafsalsal ile 3 olarak belirlenir. Yukarıda belirlenen değerlere göre, sistemin mobilitesi;

$$F= 6(17-1)- 5 * 6 - 4 * 12 - 3 * 3$$

$$F= 9$$

olarak hesaplanabilir.

Sistemdeki bacakların üst kısımlarındaki parçanın bir ucunda döner mafsalsal, diğer ucunda ise küresel mafsalsal bulunmaktadır. Bu parça bu bağlantı şekline göre, sistemin giriş ve çıkışlarında bir değişiklik olmadan dönebilmektedir (Şekil 2.6). Bu sebeple sistemde 3 adet boş serbestlik derecesi bulunmaktadır. Bu boş serbestlik derecelerini sistemin mobilitesinden çıkarırsak sistemin serbestlik derecesini altı olarak buluruz.



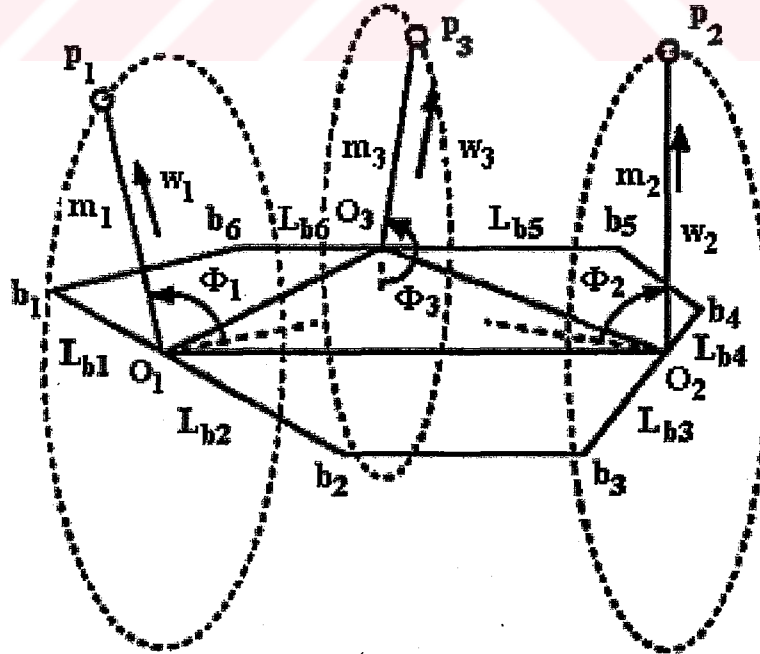
Şekil 2.6 Bacakların üst kısımlarına ait bağlantı şekli ve serbestçe dönebilen A noktasındaki parça

3. KİNEMATİK ANALİZ

3.1 Giriş

Paralel mekanizmalarda temel iki kinematik problem mevcuttur. Birincisi düz kinematik problem olup, bacak uzunlukları verildiğinde hareketli üst platformun sabit alt platforma göre konumunu bulmaktır. İkincisi ise ters kinematik problem olup, hareketli üst platformun konumu verildiğinde bacakların uzunluğunun bulunmasıdır. Paralel mekanizmalarda seri mekanizmaların aksine düz kinematik problemin çözümü karmaşık, ters kinematik problemin çözümü ise kolaydır.

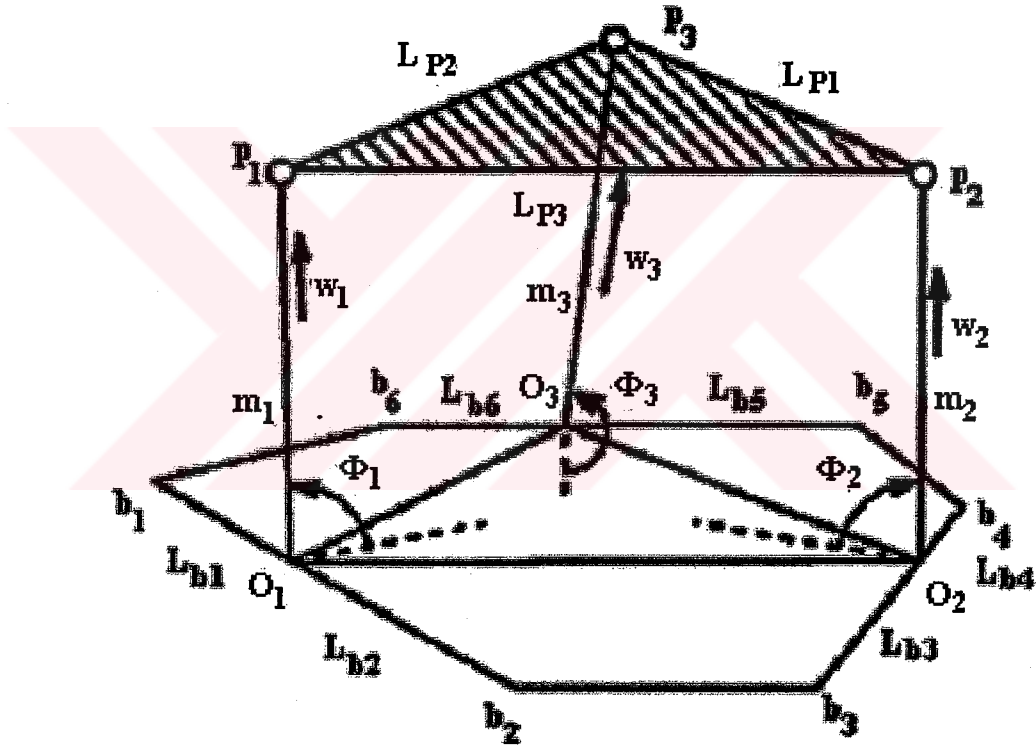
Bu bölümde, 6-3 Stewart platformunun genel yapısı anlatılarak bu yapının kinematik incelemesi teorik olarak ele alınacaktır. Daha sonra platformun hareket kabiliyetini arttıran ve kontrol edilmesini kolaylaştıran özel bir yapı sunulacak, bu yapıya ilişkin kinematik denklemler ele alınacak ve bu denklemlerin çözümleri sunulacaktır.



Şekil 3.1 Hesaplama kullanılan değişken ve vektörlerin konum ve tanımları

3.2 Genel 6-3 SPM'nin Geometrik İncelemesi

Şekil 2.1'deki 6-3 Genel SPM'de bacakların sabit alt platforma bağlandığı noktalarını sırasıyla $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6$ ve üst platforma bağlandığı noktalarını ise P_1, P_2 ve P_3 olarak isimlendirelim. Hesaplama da kullanılan alt platforma ait kenar uzunlukları b_1b_2, b_3b_4 ve b_5b_6 sırasıyla L_A, L_B ve L_C olsun. Üst platformun kenar uzunlukları ise P_1P_2, P_2P_3 ve P_1P_3 sırasıyla L_{P3}, L_{P1} ve L_{P2} seçilsin. Ayrıca bacak uzunlukları sırasıyla $L_1, L_2, \dots, L_6$ olarak verilsin. $b_1P_1b_2$ üçgenini ele aldığımızda P_1 noktası, merkezi b_1 'de ve yarıçapı L_1 olan Γ_1 küre yüzeyi ve merkezi b_2 'de ve yarıçapı L_2 olan Γ_2 küre yüzeyinin ara kesiti olan O_1 merkezli m_1 yarıçaplı çember üzerindedir (Şekil 3.1).

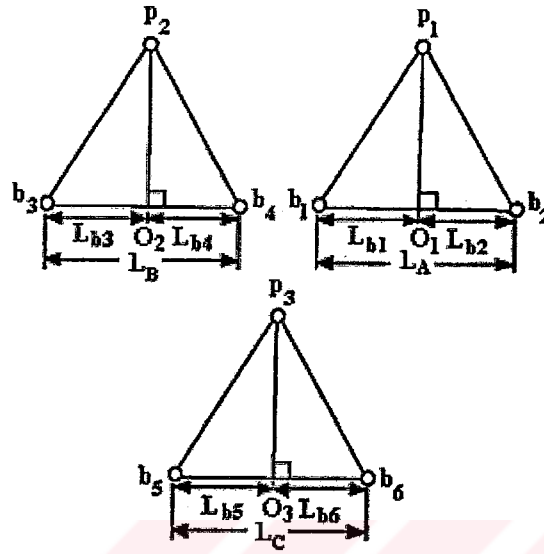


Şekil 3.2 Şekil 2.1'deki Stewart Platform Mekanizmasının kinematik eşdeğeri

Aynı şekilde P_2 ve P_3 noktaları sırasıyla O_2 merkezli m_2 yarıçaplı çember ve O_3 merkezli m_3 yarıçaplı çember üzerinde olacaktır. Böylece sistem O_1 noktasında döner mafsalları ve P_1 noktasında küresel mafsalları varmış gibi ele alınabilir. Buradaki kısıt P_1, P_2 ve P_3 noktaları arasındaki uzaklığın sabit olmasıdır. O_1 noktası, b_1 noktasından L_{b1} , b_2 noktasından L_{b2} kadar, O_2 noktası b_3 noktasından L_{b3} , b_4 noktasından L_{b4} kadar ve O_3 noktası b_5 noktasından L_{b5} , b_6 noktasından L_{b6} kadar uzaktadır. (Şekil 3.2)

3.3 Genel 6-3 SPM'nin Düz Kinematik Analizi

Düz kinematik problemin çözümüne başlamadan önce sisteme ait tanımladığımız büyüklükleri bilinenler cinsinden ifade edelim (Şekil 3.3).

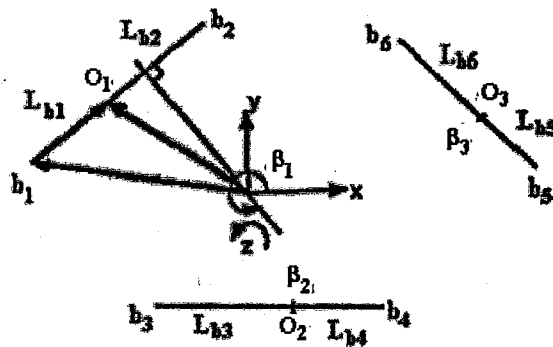


Şekil 3.3 O₁, O₂ ve O₃ noktalarının konumları ve m₁, m₂ ve m₃'ün uzunlukları

$$L_{b1} = \frac{L_A^2 + L_1^2 - L_2^2}{2L_A}, \quad L_{b2} = L_A - L_{b1}, \quad m_1 = (L_1^2 - L_{b1}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3.1.a)$$

$$L_{b3} = \frac{L_B^2 + L_6^2 - L_5^2}{2L_B}, \quad L_{b4} = L_B - L_{b3}, \quad m_2 = (L_6^2 - L_{b3}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3.1.b)$$

$$L_{b5} = \frac{L_C^2 + L_4^2 - L_3^2}{2L_C}, \quad L_{b6} = L_C - L_{b5}, \quad m_3 = (L_4^2 - L_{b5}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (3.1.c)$$



Şekil 3.4 Koordinat sistemi ve konum vektörlerinin tanımları

Çözümde kolaylık sağlaması açısından, Şekil 3.4’de gösterilen O_1 , O_2 ve O_3 noktalarına ait konum vektörlerinin içinde tanımlanacağı koordinat sisteminin XY düzlemi, sabit platform düzlemi ile çakışık olarak seçilsin. Bu koordinat sisteminin orijini herhangi bir noktada seçilebilir. Bu XYZ koordinat sisteminde b_1 , b_2 , b_3 , b_4 , b_5 ve b_6 sırasıyla b_1 , b_2 , b_3 , b_4 , b_5 ve b_6 noktalarının konum vektörleri olmak üzere, O_1 , O_2 ve O_3 ’ü şöyle tanımlayabiliriz.

$$O_i = b_{2i+1} + \frac{L_{b(2i+1)}(b_{2i} - b_{2i-1})}{|b_{2i} - b_{2i-1}|} \quad (i: 1, 2, 3) \quad (3.2)$$

Bu durumda sabit platformun b_1b_2 , b_3b_4 ve b_5b_6 kenarlarına çizilen dik doğruların x-ekseni ile yaptığı açılar

$$\beta_i = \sin^{-1} \left[\frac{\{ (b_{2i} - b_{2i-1}) \times k \} \cdot i}{| (b_{2i} - b_{2i-1}) \times k |} \right] \quad (i: 1, 2, 3) \quad (3.3)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki i , j ve k sırasıyla x, y ve z eksenlerinin birim vektörleridir. O_1P_1 , O_2P_2 ve O_3P_3 doğrultularındaki birim vektörlere w_1 , w_2 ve w_3 diyelim. Şekil 2.3’de gösterildiği gibi ϕ_1 , ϕ_2 ve ϕ_3 sırasıyla $b_1b_2P_1$, $b_3b_4P_2$, $b_5b_6P_3$ düzlemlerinin XY düzlemiyle yaptıkları eğim açıları olsun. Bu durumda w_1 , w_2 ve w_3 vektörleri için

$$w_i = \cos \beta_i \cos \phi_i \ i + \sin \beta_i \cos \phi_i \ j + \sin \phi_i \ k \quad (i: 1, 2, 3) \quad (3.4)$$

ifadeleri yazılabilir. Artık üst platforma ait P_1 , P_2 ve P_3 noktalarının konum vektörlerini yazabiliriz.

$$P_i = O_i + m_i w_i \quad (i: 1, 2, 3) \quad (3.5)$$

Üst platform rijit bir cisim olduğundan (3.5)’deki konum vektörleri

$$|P_1 - P_2|^2 = L_{P_3}^2 \quad (3.6)$$

$$|P_2 - P_3|^2 = L_{P_1}^2 \quad (3.7)$$

$$|\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_3|^2 = L_{P2}^2 \quad (3.8)$$

kısıtlarını sağlamak zorundadır. Burada L_{P1} , L_{P2} ve L_{P3} üst platformun kenar uzunluklarıdır.

Bundan sonra problemin çözümü için iki yol takip edilebilir. Birinci yöntemde elde edilen üç değişkenli nonlinear denklem sistemi değişken dönüşümleriyle tek değişkenli 16 dereceden bir denkleme dönüştürülür. Bu denklemin çözümünden elde edilen 16 kök kullanılarak diğer değişkenler elde edilir. Bu durumda, platform için olası 16 konum çıkacaktır. Bu konum bilgilerinden en fazla 12 tanesi gerçek konum bilgisi olacaktır. Bu konumların yarısı alt platformun üst tarafında diğer yarısı ise alt tarafındadır. İkinci metot ise elde edilen nonlinear denklem sistemini sayısal yöntemler kullanarak çözmektir. Şimdi bu iki metot sırasıyla sunulacaktır.

3.3.1 Düz Kinematik Problemin Bezout Metodu ile Çözümü

Denklemler sisteminin çözümü için (3.5) denklemlerindeki $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$ ve $\mathbf{P}_3$ vektörlerini (3.6)-(3.8) denklemlerinde yerine koyalım.

$$\begin{aligned} & ((\mathbf{O}_1)_x - (\mathbf{O}_2)_x + m_1 \cos \beta_1 \cos \phi_1 - m_2 \cos \beta_2 \cos \phi_2)^2 + \\ & ((\mathbf{O}_1)_y - (\mathbf{O}_2)_y + m_1 \sin \beta_1 \cos \phi_1 - m_2 \sin \beta_2 \cos \phi_2)^2 \\ & + (m_1 \sin \phi_1 - m_2 \sin \phi_2)^2 = L_{P3}^2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} & ((\mathbf{O}_2)_x - (\mathbf{O}_3)_x + m_2 \cos \beta_2 \cos \phi_2 - m_3 \cos \beta_3 \cos \phi_3)^2 + \\ & ((\mathbf{O}_2)_y - (\mathbf{O}_3)_y + m_2 \sin \beta_2 \cos \phi_2 - m_3 \sin \beta_3 \cos \phi_3)^2 \\ & + (m_2 \sin \phi_2 - m_3 \sin \phi_3)^2 = L_{P1}^2 \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} & ((\mathbf{O}_3)_x - (\mathbf{O}_1)_x + m_3 \cos \beta_3 \cos \phi_3 - m_1 \cos \beta_1 \cos \phi_1)^2 + \\ & ((\mathbf{O}_3)_y - (\mathbf{O}_1)_y + m_3 \sin \beta_3 \cos \phi_3 - m_1 \sin \beta_1 \cos \phi_1)^2 \\ & + (m_3 \sin \phi_3 - m_1 \sin \phi_1)^2 = L_{P2}^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

(3.9)-(3.11) Denklemlerini basitleştirirsek,

$$D_1 \cos \phi_1 + D_2 \cos \phi_2 + D_3 \cos \phi_1 \cos \phi_2 + D_4 \sin \phi_1 \sin \phi_2 + D_5 = 0 \quad (3.12)$$

$$E_1 \cos \phi_2 + E_2 \cos \phi_3 + E_3 \cos \phi_2 \cos \phi_3 + E_4 \sin \phi_2 \sin \phi_3 + E_5 = 0 \quad (3.13)$$

$$F_1 \cos \phi_3 + F_2 \cos \phi_1 + F_3 \cos \phi_3 \cos \phi_1 + F_4 \sin \phi_3 \sin \phi_1 + F_5 = 0 \quad (3.14)$$

denklemlerini elde ederiz. D_i , E_i ve F_i 'lere ilişkin ifadeler Ek B kısmında sunulmuştur. (3.12)-(3.14) denklemlerinde

$$x_i = \tan(\phi_i / 2) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.15)$$

olmak üzere ,

$$\cos \phi_i = \frac{1 - x_i^2}{1 + x_i^2} \quad (3.16)$$

$$\sin \phi_i = \frac{2x_i}{1 + x_i^2} \quad (3.17)$$

dönüşümleri yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$(G_1 x_1^2 + G_2) x_2^2 + (G_3 x_1) x_2 + (G_4 x_1^2 + G_5) = 0 \quad (3.18)$$

$$(H_1 x_3^2 + H_4) x_2^2 + (H_3 x_3) x_2 + (H_2 x_3^2 + H_5) = 0 \quad (3.19)$$

$$(I_1 x_1^2 + I_4) x_3^2 + (I_3 x_1) x_3 + (I_2 x_1^2 + I_5) = 0 \quad (3.20)$$

Buradaki G_i , H_i ve I_i 'lere ait ifadeler D_i , E_i ve F_i 'ler cinsinden Ek B kısmında sunulmuştur. Bezout metodu kullanılarak (3.18) ve (3.19) denklemlerinden x_2 elimine edilirse,

$$\begin{vmatrix} G_1x_1^2 + G_2 & G_4x_1^2 + G_5 \\ H_1x_3^2 + H_4 & H_2x_3^2 + H_5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} H_3x_3 & G_3x_1 \\ H_1x_3^2 + H_4 & G_1x_1^2 + G_2 \\ G_1x_1^2 + G_2 & G_4x_1^2 + G_5 \\ H_1x_3^2 + H_4 & H_2x_3^2 + H_5 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.21)$$

denklemini elde edilir. Buradaki determinant hesaplanıp, sadeleştirilirse

$$J_1x_3^4 + J_2x_3^3 + J_3x_3^2 + J_4x_3 + J_5 = 0 \quad (3.22)$$

denklemini elde edilir. Buradaki J_i lere ait açık ifadeler Ek B'de verilmiştir. Şimdi (3.20) ve (3.22) denklemlerini kullanarak x_3 elimine edilebilir. Elde edilen denklem

$$\begin{vmatrix} J_1M_2 - J_2M_1 & J_3M_1 - J_1M_3 & J_4M_1 & J_4M_1 \\ J_3M_1 - J_1M_3 & J_3M_2 - J_2M_3 + J_4M_1 & J_3M_1 - J_1M_3 & J_4M_1 \\ M_1 & M_1 & M_1 & 0 \\ 0 & M_1 & M_1 & M_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.23)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki M_i 'ler (3.20) denklemindeki x_3 terimlerinin katsayılarıdır.

$$M_1 = I_1x_1^2 + I_4, \quad M_2 = I_3x_1 \quad \text{ve} \quad M_3 = I_2x_1^2 + I_5 \quad (3.24)$$

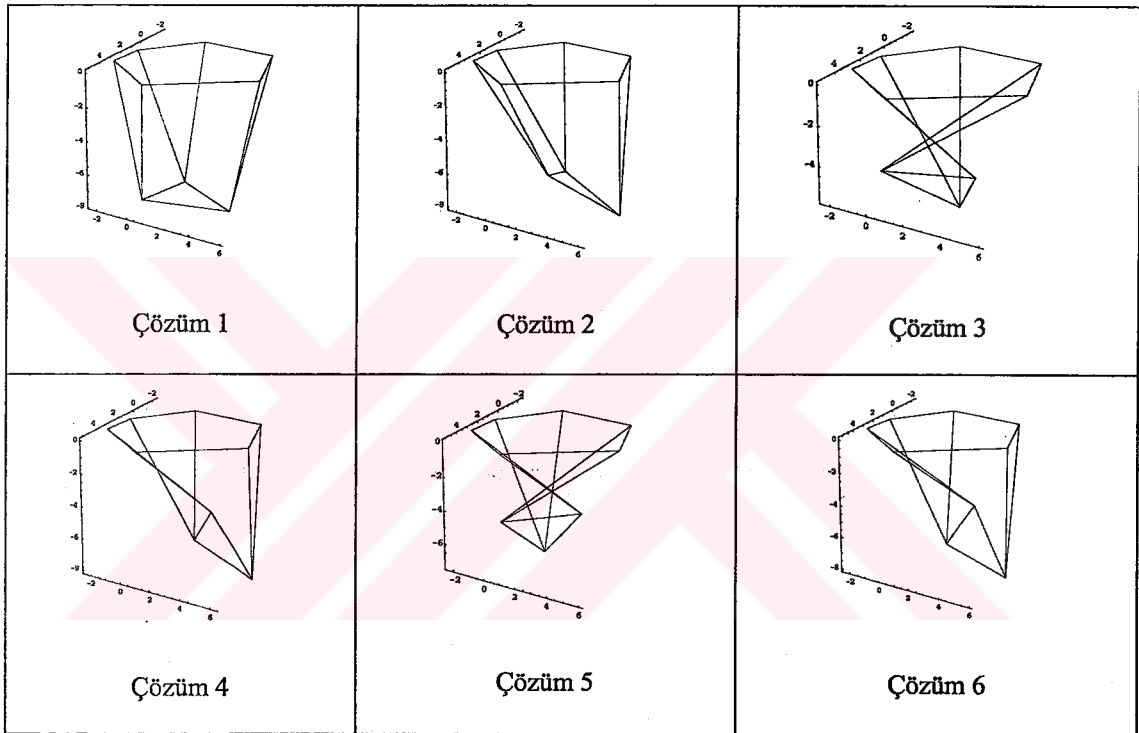
(3.23)'teki 16. dereceden denklem çözülerek x_1 için 16 adet çözüm bulunur. Bulunan x_1 'ler (3.18) ve (3.20) denklemlerinde yerine konarak her bir x_1 değeri için 2 adet x_2 ve 2 adet x_3 değeri elde edilir. Bulunan x_2 ve x_3 değerleri (3.19) denkleminde yerine konarak bu x_2 ve x_3 'lerin doğrulukları araştırılmalıdır [16].

3.3.1.1 Platforma Ait Gerçek Konumun Belirlenmesi

Bulunan x_1 değerleri kullanılarak (3.17) ve (3.19) denklemlerinden x_2 , x_3 çiftleri hesaplanır. Bu x_1 ve x_2 çiftlerinin değerleri aynı fakat işaretleri terstir. Bu x_2 ve x_3 çiftlerinin değerlerini hesaplamadan önce bu değerlerin reel olup olmadıkları kontrol edilmelidir. Reel x_2 ve x_3 değerleri için ilk olarak aşağıdaki denklemler sağlanmalıdır.

$$\begin{aligned} (I_3 x_1)^2 - 4(I_1 x_1^2 + I_4) \cdot (I_2 x_1^2 + I_5) &\geq 0, \\ (G_3 x_1)^2 - 4(G_1 x_1^2 + G_2) \cdot (G_4 x_1^2 + G_5) &\geq 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

(3.18) denklemini sağlayan x_1 , x_2 ve x_3 değerleri bulunduktan sonra verilen geometri ve bacak uzunlukları için gerçek çözümler toplam çözümden aşağıdaki teknikle bulunabilir. Şekil 3.5'den görüleceği gibi, üst platformun bazı konumları alt platformun altında çıkmaktadır. Bu durumlar, bağlantı noktalarındaki z-ekseni doğrultusu kontrol edilerek belirlenebilir.



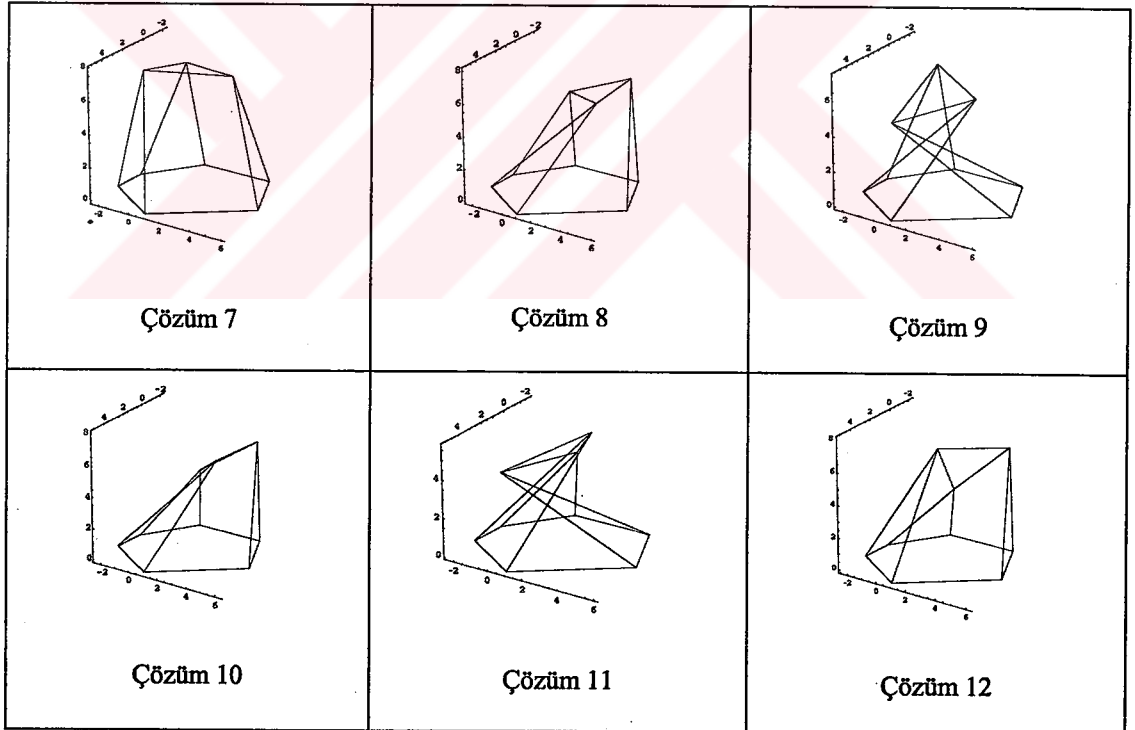
Şekil 3.5 Hareketli platformun alt platformun altında oluşan durumları

Bu kontrol sonucunda 6 adet konum elenir (**Test 1**). İlk testin uygulanması sonucunda geriye kalan konumlar içinde istenen konumları bulmak için üst platformun z-ekseni doğrultusundaki yüzey normali kontrol edilmelidir (**Test 2**). Bu testin uygulanmasından sonra eğer geriye kalan durumların sayısı birden fazla ise istenen konumu bulmak için, bu konumlardaki bacakların üst platforma birleşme noktalarının dönme açıları aşağıda verilen formüllerle kontrol edilmelidir (**Test 3**) (Şekil 3.6). Buradaki formüller 6-3 SPM için çıkarılmıştır.

$$\text{ArcCos} \left(\frac{\overline{b_2 P_1} \times \overline{b_1 P_1}}{|\overline{b_2 P_1} \times \overline{b_1 P_1}|} \cdot \vec{z} \right) \leq \begin{matrix} \text{universal mafsal} \\ \text{dönme limiti} \end{matrix} \quad (3.26)$$

$$\text{ArcCos} \left(\frac{\overline{b_2 P_1} \times \overline{b_2 b_1}}{|\overline{b_2 P_1} \times \overline{b_2 b_1}|} \right) \leq \begin{matrix} \text{universal mafsal} \\ \text{dönme limiti} \end{matrix} \quad (3.27)$$

$$\text{ArcCos} \left(\frac{\left(\overline{P_1 b_2} \times \overline{P_1 b_1} \right) \cdot \overline{P_1 \left(\frac{P_2 + P_3}{2} \right)}}{|\overline{P_1 b_2} \times \overline{P_1 b_1}| \left| \overline{P_1 \left(\frac{P_2 + P_3}{2} \right)} \right|} \right) \leq \begin{matrix} \text{küresel mafsal} \\ \text{dönme limiti} \end{matrix} \quad (3.28)$$



Şekil 3.6 Hareketli platformun alt platformun üstünde oluşan durumları

Başlangıçta bütün çözümler gerçek çözüm olma durumunda iken, görüldüğü gibi burada uygulanan 3 test ile daha az bir CPU zamanında ve doğru olarak gerçek çözüme ulaşılmaktadır [46].

3.3.1.2 Düz Kinematik Konusunda Sayısal Örnek

Bu bölümde 6-3 Genel SPM için düz kinematik analizi yapan ve hedef konumu tespit eden bir program ile elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

Girişler:

$$b_1=\{5.147, 0.971, 0\}, \quad b_3=\{-2.365, 4.612, 0\}, \quad b_5=\{0.88, -2.16, 0\},$$

$$b_2=\{2.929, -2.356, 0\}, \quad b_4=\{1.379, 6.017, 0\}, \quad b_6=\{-2.32, 0.24, 0\}$$

$$L_1=8, \quad L_2=8, \quad L_3=8, \quad L_4=8, \quad L_5=8, \quad L_6=8.9 \quad L_{P1}=5, \quad L_{P2}=4, \quad L_{P3}=3$$

Programın verdiği hedef konfigürasyon aşağıda verilmiştir. Elde edilen gerçek konfigürasyon sayısı bu örnek için 12'dir.

$$P_1=\{3.375, -0.250, 7.705\}$$

$$P_2=\{1.841, 4.506, 7.842\}$$

$$P_3=\{0.554, 0.739, 7.448\}$$

3.3.2 Düz Kinematik Problemin Newton-Raphson Metodu ile Çözümü

Şimdi (3.6)-(3.8) denklemlerini sayısal bir yöntem kullanarak çözelim. Bunun için (3.5) denklemlerindeki P_1 , P_2 ve P_3 vektörlerini (3.6-3.8) denklemlerinde yerine koyarak ϕ_i ($i=1, 2, 3$)'lere ilişkin aşağıdaki ifadeleri elde ederiz.

$$f(\phi_1, \phi_2) = f_1 \cos \phi_1 + f_2 \cos \phi_2 + f_3 \cos \phi_1 \cos \phi_2 + f_4 \sin \phi_1 \sin \phi_2 + f_5 = 0 \quad (3.29)$$

$$g(\phi_2, \phi_3) = g_1 \cos \phi_2 + g_2 \cos \phi_3 + g_3 \cos \phi_2 \cos \phi_3 + g_4 \sin \phi_2 \sin \phi_3 + g_5 = 0 \quad (3.30)$$

$$h(\phi_3, \phi_1) = h_1 \cos \phi_3 + h_2 \cos \phi_1 + h_3 \cos \phi_3 \cos \phi_1 + h_4 \sin \phi_3 \sin \phi_1 + h_5 = 0 \quad (3.31)$$

Yukarıda verilen ifadelerdeki f_i , g_i ve h_i katsayıları Ek B kısmında ayrıntılı olarak verilmiştir. Buradaki nonlinear denklem sisteminin çözümü için sayısal metot olarak

Newton-Raphson yöntemi kullanılmıştır. Denklemlerdeki eğim açılarının tahmini başlangıç değerleri ϕ'_i ($i=1, 2, 3$) olarak gösterilmiştir.

$$f(\phi'_1, \phi'_2) = f_1 \cos \phi'_1 + f_2 \cos \phi'_2 + f_3 \cos \phi'_1 \cos \phi'_2 + f_4 \sin \phi'_1 \sin \phi'_2 + f_5 = \varepsilon_1 \quad (3.32)$$

$$g(\phi'_2, \phi'_3) = g_1 \cos \phi'_2 + g_2 \cos \phi'_3 + g_3 \cos \phi'_2 \cos \phi'_3 + g_4 \sin \phi'_2 \sin \phi'_3 + g_5 = \varepsilon_2 \quad (3.33)$$

$$h(\phi'_3, \phi'_1) = h_1 \cos \phi'_3 + h_2 \cos \phi'_1 + h_3 \cos \phi'_3 \cos \phi'_1 + h_4 \sin \phi'_3 \sin \phi'_1 + h_5 = \varepsilon_3 \quad (3.34)$$

Burada ε_1 , ε_2 ve ε_3 değerleri gerçek konumla tahmini konum değerleri arasındaki sapmadır. Şimdi bu denklemleri sırasıyla ϕ'_i ($i=1, 2, 3$) noktaları etrafında Taylor serisine açalım ve birinci dereceden terimleri alalım.

$$\begin{aligned} f(\phi_1, \phi_2) &= f(\phi'_1, \phi'_2) + \frac{\partial f(\phi'_1, \phi'_2)}{\partial \phi_1} (\phi_1 - \phi'_1) + \frac{\partial f(\phi'_1, \phi'_2)}{\partial \phi_2} (\phi_2 - \phi'_2) \\ &= \varepsilon'_1 + k'_{11} \Delta \phi'_1 + k'_{12} \Delta \phi'_2 = 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} g(\phi_2, \phi_3) &= g(\phi'_2, \phi'_3) + \frac{\partial g(\phi'_2, \phi'_3)}{\partial \phi_2} (\phi_2 - \phi'_2) + \frac{\partial g(\phi'_2, \phi'_3)}{\partial \phi_3} (\phi_3 - \phi'_3) \\ &= \varepsilon'_2 + k'_{22} \Delta \phi'_2 + k'_{23} \Delta \phi'_3 = 0 \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} h(\phi_3, \phi_1) &= h(\phi'_3, \phi'_1) + \frac{\partial h(\phi'_3, \phi'_1)}{\partial \phi_3} (\phi_3 - \phi'_3) + \frac{\partial h(\phi'_3, \phi'_1)}{\partial \phi_1} (\phi_1 - \phi'_1) \\ &= \varepsilon'_3 + k'_{33} \Delta \phi'_3 + k'_{31} \Delta \phi'_1 = 0 \end{aligned} \quad (3.37)$$

Denklem (3.32)-(3.34) matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir

$$[\mathbf{K}'] \{\Phi'\} = \{\mathbf{E}'\} \quad (3.38)$$

Burada $\mathbf{K}'$ matrisinin katsayılarının açık ifadeleri Ek B'de verilmiştir. Gerekli olan cebrik düzenlemeler yapılarak,

$$\{\Phi'\} = [\mathbf{K}']^{-1} \{\mathbf{E}'\} \quad (3.39)$$

şeklinde çözüm ifade edilebilir. Buradaki $\{E'\}$ vektörü

$$\{E'\} = \{-\varepsilon_1, -\varepsilon_2, -\varepsilon_3\}^T \quad (3.40)$$

şeklinde ve $\{\Phi'\}$ vektörünün elemanları ise

$$\Delta\phi'_i = \frac{\Delta'_i}{\Delta} \quad (i=1, 2, 3) \quad (3.41)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadelerdeki Δ' ve Δ'_i açık ifadeleri Ek B'de verilmiştir. Burada hesaplanan $\Delta\phi'_i$ değerleri, gerçek ϕ_i 'ler ile ϕ'_i 'ler arasındaki farktır. Belirlenen $\Delta\phi'_i$, ($i = 1, 2, 3$) kullanılarak bir sonraki iterasyon adımındaki tahmini değerler

$$\phi''_i = \phi'_i + \Delta\phi'_i \quad (i=1, 2, 3) \quad (3.42)$$

olarak alınır. İterasyon, gerçek değerle tahmini değer arasındaki fark seçilen değerin altına ininceye kadar devam eder. Bu metot kullanıldığında göz önünde tutulacak husus, iterasyonun uzamaması açısından seçilen tahmini değerlerin gerçek konumdan çok uzak olmamasıdır. İterasyonun başlangıcında ulaşılması istenen konuma göre uygun olmayan bir seçim yapılırsa, hem iterasyon uzar, hem de sonuç olarak gerçek konumdan başka konumlara da yakınsama olabilir. Çünkü düz kinematik problemin birden fazla gerçek çözümü vardır. Bu metodun önemli bir üstünlüğü sonucun sanal konumlara yakınsamamasıdır. Eğer çok uzak değerler seçilmez ise iterasyon 7-10 adımda gerçek değere yakınsamaktadır [47].

3.4 Genel 6-3 SPM'nin Ters Kinematik Analizi

Seri mekanizmaların tersine paralel mekanizmaların ters kinematik analizi kolayca yapılabilir. Genel bir SPM'de ters kinematik problem, platformun verilen bir konumu için bacak uzunluklarının bulunması olarak tanımlanabilir. Üst platformun konumu R dönme matrisi ve t öteleme vektörü ile verilir. Bu dönme matrisi ve öteleme vektörü kullanılarak platformun köşe noktalarının p_i alt platforma bağlı sabit eksen takımındaki ifadeleri P_i elde edilir.

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{R}\mathbf{p}_i + \mathbf{t} \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (3.43)$$

Alt platformun köşe noktalarının sabit eksen takımındaki koordinatlarını $\mathbf{b}_i$ ile gösterelim. Alt ve üst platformun köşe noktalarının sabit eksen takımındaki ifadeleri kullanılarak bacak vektörü $\mathbf{S}_i$ bulunur.

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{P}_i - \mathbf{b}_i \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (3.44)$$

Böylece ters kinematik denklemler

$$l_i^2 = \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_i \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (3.45)$$

şeklinde yazılabilir.

3.5 Özel 6-3 SPM'nin Düz Kinematik Analizi

Şekil 2.2'de görüldüğü gibi bacakların alt platforma bağlandığı noktalar sırasıyla $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4, \mathbf{b}_5$ ve $\mathbf{b}_6$ olsun. Bacakların birbirine bağlandığı noktaları $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2$ ve $\mathbf{U}_3$, platforma bağlantı noktalarını ise $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$ ve $\mathbf{P}_3$ olarak isimlendirelim. $\mathbf{U}_i$ ve $\mathbf{P}_i$ noktaları arasını birleştiren elemanın uzunluğunu u_i seçelim. L_i ($i=1, 2, \dots, 6$) verilen bacak uzunlukları olsun. Bu durumda düz kinematik problem, verilen bacak uzunluklarından Genel 6-3 SPM'nin bacakların uzunluklarının bulunmasıyla daha önce sunulan 6-3 Genel SPM'nin düz kinematik problemine dönüşür. L'_i ($i=1, 2, \dots, 6$) 6-3 Genel SPM'nin platformun köşelerine bağlanmış olduğu varsayılan bacakların uzunlukları

$$L'_i = \sqrt{L_i^2 + u_i^2} \quad (3.46)$$

şeklinde bulunabilir. Elde edilen L'_i değerleri (3.1-2.23) denklemlerinde yerine konarak platformun konumu bulunur.

3.6 Özel 6-3 SPM'nin Ters Kinematik Analizi

Ters kinematik problemde üst platformun konumu verilip bacak uzunlukları istenir. Bu yapıda u_i uzunluğu sabit olduğundan, P_i noktaları verildiğinde bacak uzunlukları kolayca bulunabilir:

$$L_i = \sqrt{L_i'^2 - u_i^2} \quad (3.47)$$

L_i bacak uzunlukları bulunmakla birlikte, bacakların üst bağlantı noktasının bulunması için aşağıdaki vektörel denklemlerin çözülmesi gerekir. İndis karmaşasından kaçınmak için burada 1. ve 2. bacaklara bağlanan u_{P1} ele alınarak denklemler verilecektir. 3-4 ve 5-6 nolu bacaklara bağlanan parçalar için yazılacak denklemlerde sadece bacak numaraları değişecektir.

$$S_1 \cdot u_{P1} = |u_{P1}|^2 \quad (3.48)$$

$$S_2 \cdot u_{P1} = |u_{P1}|^2 \quad (3.49)$$

$$u_{P1} \cdot u_{P1} = |u_{P1}|^2 \quad (3.50)$$

Yukarıdaki denklemlerde u_{Pi} noktasının konumunu (x_u, y_u, z_u) olarak seçilirse vektörler

$$S_1 = (x_{b1} - x_{P1}) \mathbf{i} + (y_{b1} - y_{P1}) \mathbf{j} + (z_{b1} - z_{P1}) \mathbf{k} \quad (3.51)$$

$$S_2 = (x_{b2} - x_{P1}) \mathbf{i} + (y_{b2} - y_{P1}) \mathbf{j} + (z_{b2} - z_{P1}) \mathbf{k} \quad (3.52)$$

$$u_{P1} = (x_{P1} - x_u) \mathbf{i} + (y_{P1} - y_u) \mathbf{j} + (z_{P1} - z_u) \mathbf{k} \quad (3.53)$$

şeklinde yazılabilir. (3.51)-(3.53) ifadeleri (3.48)-(3.50) denklemlerinde yerine konursa

$$\eta_1 = ((x_{b2} - x_{p1})x_u + (y_{b1} - y_{p1})y_u + (z_{b1} - z_{p1})z_u) \quad (3.54)$$

$$\eta_2 = ((x_{b2} - x_{p1})x_u + (y_{b2} - y_{p1})y_u + (z_{b2} - z_{p1})z_u) \quad (3.55)$$

$$\eta_3 = -2((x_{p1})x_u + (y_{p1})y_u + (z_{p1})z_u) + (x_u^2 + y_u^2 + z_u^2) \quad (3.56)$$

denklemleri elde edilir. Burada η_i 'ler aşağıdaki verilmiştir.

$$\eta_1 = x_{b1}x_{p1} + y_{b1}y_{p1} + z_{b1}z_{p1} + \eta_3 \quad (3.57)$$

$$\eta_2 = x_{b2}x_{p1} + y_{b2}y_{p1} + z_{b2}z_{p1} + \eta_3 \quad (3.58)$$

$$\eta_3 = |u_{p1}|^2 - (x_{p1}^2 + y_{p1}^2 + z_{p1}^2) \quad (3.59)$$

Nonlinear terimler içermeyen (3.54)-(3.55) denklemlerinden x_u ve y_u ifadelerini z_{ui} cinsinden çözersek,

$$\mu_1 = \eta_1(y_{b2} - y_{p1}) + \eta_2(y_{p1} - y_{b1}) \quad (3.60)$$

$$\mu_2 = y_{p1}z_{b1} + y_{b1}z_{b2} + y_{b2}z_{p1} - y_{b2}z_{b1} - y_{p1}z_{b2} - y_{b1}z_{p1} \quad (3.61)$$

$$\mu_3 = \eta_1(x_{p1} - x_{b2}) + \eta_2(x_{b1} - x_{p1}) \quad (3.62)$$

$$\mu_4 = x_{b2}z_{b1} + x_{p1}z_{b2} + x_{b1}z_{p1} - x_{p1}z_{b1} - x_{b1}z_{b2} - x_{b2}z_{p1} \quad (3.63)$$

$$\text{Det}A_1 = x_{p1}y_{b1} + x_{b1}y_{b2} + x_{b2}y_{p1} - x_{b2}y_{b1} - x_{p1}y_{b2} - x_{b1}y_{p1} \quad (3.64)$$

olmak üzere,

$$x_u = \frac{1}{\text{det}A_1}(\mu_1 + \mu_2 z_u) \quad (3.65)$$

$$y_u = \frac{1}{\det A_1} (\mu_3 + \mu_4 z_u) \quad (3.66)$$

olarak elde edilir. Bulunan x_u ve y_u ifadelerini (3.56) denkleminde yerine koyarsak z_u cinsinden

$$\pi_1 + \pi_2 z_u + \pi_3 z_u^2 = 0 \quad (3.67)$$

denklemini elde ederiz. Burada π_i 'ler aşağıda verilmiştir.

$$\pi_1 = -\eta_3 + \frac{\mu_1^2 + \mu_3^2}{(\det A_1)^2} - \frac{2(\mu_1 x_{P1} + \mu_3 y_{P1})}{\det A_1} \quad (3.68)$$

$$\pi_2 = 2 \left(\frac{\mu_1 \mu_2 + \mu_3 \mu_4}{(\det A_1)^2} - \frac{\mu_2 x_{P1} + \mu_4 y_{P1}}{\det A_1} - z_{P1} \right) \quad (3.69)$$

$$\pi_3 = 1 + \frac{\mu_2^2 + \mu_4^2}{(\det A_1)^2} \quad (3.70)$$

Şimdi (3.66) denklemini çözülerek 2 adet z_u değeri bulunur. Her bir z_u değeri için (3.60) ve (3.61) denklemlerinden x_u ve y_u değeri bulunur. Burada iki adet çözüm bulunmasının sebebi yukarıdaki denklem sistemini sağlayan, $b_1 b_2 P_1$ düzlemine göre simetrik iki noktanın var olmasıdır. Bizim aradığımız çözüm üst platforma bağlanan küresel mafsalin doğrultusu ile dar açı yapan doğrultudaki noktadır. Bu noktayı bulmak için, $(P_1 - u_{P1})$ vektörü ile $(P'_1 - P_1)$ vektörünü skaler olarak çarpalım. Bulduğumuz değeri iki vektörün uzunlukları çarpımına bölersek, iki doğrultu arasındaki açının kosinüs değerini elde ederiz. Mafsal dönme açıları sınırlarını göz önüne alırsak, bulunan açılardan $0-90^\circ$ arasında olanı aranan çözümdür. Üst platformun köşesinin karşısındaki kenarortay noktasına ait konum vektörü

$$P'_1 = \frac{P_2 + P_3}{2} \quad (3.71)$$

olmak üzere küresel mafsalin dönmesi gereken açı değeri

$$\text{ArcCos}\left(\frac{(\mathbf{P}_1 - \mathbf{u}_{P1}) \cdot (\mathbf{P}'_1 - \mathbf{P}_1)}{|\mathbf{P}_1 - \mathbf{u}_{P1}| |\mathbf{P}'_1 - \mathbf{P}_1|}\right) < \gamma \text{ (Küresel mafsal dönme limiti)} \quad (3.72)$$

olarak bulunur.

3.6.1 Önerilen Yapının Ters Kinematik Analizine Ait Sayısal Örnek

Ters Kinematik Analiz için Mathematica 4.0'da yazılan program aşağıda verilen verileri kullanarak önerilen SPM için bacak uzunluklarını bulmaktadır (Şekil 3.7).

$$\mathbf{b}_1 = \{5.147, 0.971, 0.0\}, \quad \mathbf{b}_2 = \{2.929, -2.356, 0.0\},$$

$$\mathbf{b}_3 = \{-2.365, 4.612, 0.0\}, \quad \mathbf{b}_4 = \{1.379, 6.017, 0.0\},$$

$$\mathbf{b}_5 = \{0.880, -2.160, 0.0\}, \quad \mathbf{b}_6 = \{-2.320, 0.240, 0.0\}$$

$$\mathbf{P}_1 = \{0, 0, 0\}, \quad \mathbf{P}_2 = \{3, 0, 0\}, \quad \mathbf{P}_3 = \{0, 4, 0\}$$

$$U_{P1} = 1.5 \text{ cm}$$

Programa ait sonuçlar:

$$U_1 \text{ noktası } \{0.788, 1.051, 8.183\} \text{ 'dedir}$$

$$L_1 = 8.518 \text{ cm},$$

$$L_2 = 8.518 \text{ cm}$$

$$U_2 \text{ noktası } \{5.498, 1.334, 7.996\} \text{ 'dedir}$$

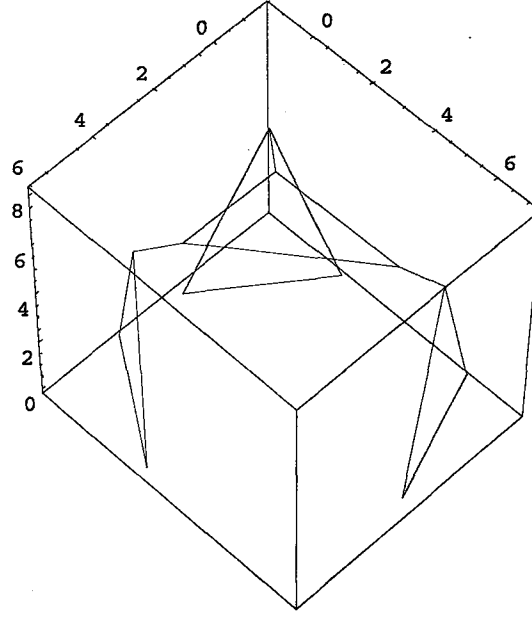
$$L_3 = 8.631 \text{ cm},$$

$$L_4 = 8.031 \text{ cm}$$

$$U_3 \text{ noktası } \{1.079, 7.121, 7.929\} \text{ 'dedir}$$

$$L_5 = 7.999 \text{ cm},$$

$$L_6 = 8.509 \text{ cm}$$



Şekil 3.7 Ters kinematik problem çözümü sonucu elde edilen SPM yapısı

3.6.2 Düz ve Ters Kinematik Çözümlerin Karşılaştırılmasına Ait Sayısal Örnek

Bu bölümde yapılan ters ve düz kinematik analizlerin birbiriyle uyumlu olduğunu göstermek amacıyla aşağıdaki problem çözülecektir. Sunulan 6-3 Özel SPM için aşağıda verilen konfigürasyona ve bacak uzunluklarına göre düz kinematik analiz programı çalıştırılarak hareketli üst platformun üç köşesinin koordinatları elde edilmiştir. Düz kinematik analiz sonucunda elde edilen köşe koordinatları ile aynı konfigürasyon bilgisine göre ters kinematik analiz programı çalıştırılarak bacakların birbirine bağlandığı noktaların koordinatları ve bacak uzunluklarının bulunması istenmiştir (Şekil 3.8).

Düz kinematik analiz programına ait giriş verileri ve sonuçlar aşağıda sunulmuştur:

Giriş verileri:

Alt platformun köşe koordinatları

$$b_1 = \{5.147, 0.971, 0.0\}, \quad b_2 = \{2.929, -2.356, 0.0\}, \quad b_3 = \{-2.365, 4.612, 0.0\}$$

$$b_4 = \{1.379, 6.017, 0.0\}, \quad b_5 = \{0.880, -2.160, 0.0\}, \quad b_6 = \{-2.320, 0.240, 0.0\}$$

$$\text{Bacak uzunlukları:} \quad L_i = \{7.858, 7.858, 7.858, 7.858, 7.858, 7.858\} \text{ [cm]}$$

Üst platformun kenar uzunlukları: $L_{P1}=5.0$ cm, $L_{P2}=4.0$ cm, $L_{P3}=3.0$ cm

Bağlantı parçalarının uzunlukları: $u_{pi}=1.5$ cm

Program sonuçları:

P_1 noktası $\{-0.0, -0.0, 7.652\}$ dedir

P_2 noktası $\{2.999, -0.0, 7.645\}$ dedir

P_3 noktası $\{0.0, 3.999, 7.617\}$ dedir

Ters Kinematik Analiz program sonuçları:

U_{pi} parçalarının uzunlukları: $U_{pi} = 1.5$ cm

Üst platformun köşelerine ait konumlar:

P_1 noktası $\{-0.000, -0.0, 7.652\}$ dedir

P_2 noktası $\{2.999, 0.0, 7.645\}$ dedir

P_3 noktası $\{0.0, 3.999, 7.617\}$ dedir

Program sonuçları:

p_1 noktası $\{0.0, 0.0, 7.652\}$ 'dedir

U_1 noktası $\{-0.899, -1.199, 7.593\}$ 'dedir

$L_1 = 7.858$ cm ,

$L_2 = 7.858$ cm

p_2 noktası $\{2.999, -0.000, 7.645\}$ 'dedir

U_2 noktası $\{4.247, -0.832, 7.595\}$ 'dedir

$L_3 = 7.858$ cm,

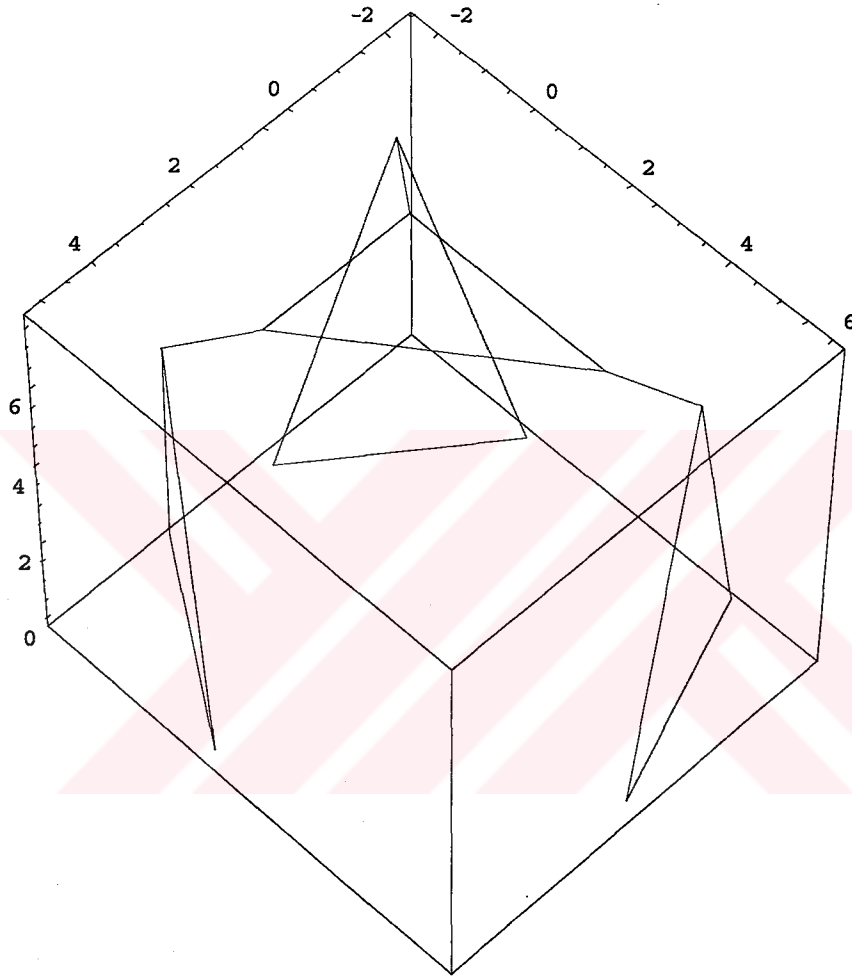
$L_4 = 7.858$ cm

p_3 noktası $\{0.000, 3.999, 7.617\}$ 'dedir

U_3 noktası $\{-0.526, 5.404, 7.598\}$ 'dedir

$L_5 = 7.858$ cm,

$L_6 = 7.858$ cm

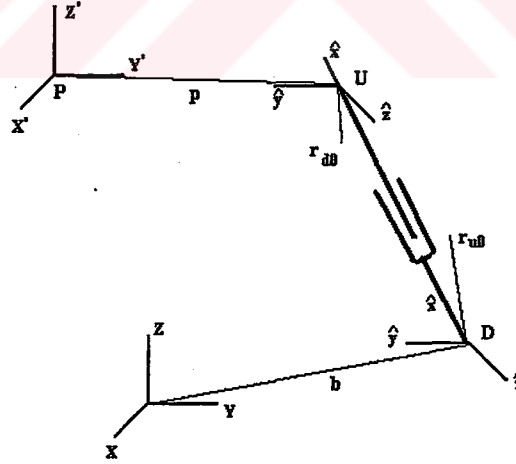


Şekil 3.8 Düz ve Ters kinematik problem çözümünün karşılaştırılması için kullanılan SPM yapısı

4. NONLİNEER DİNAMİK MODEL

4.1 Dinamik Analiz

Bu bölümde 6-3 UPS SPM'nin kapalı formdaki dinamik modeli Newton-Euler metodu kullanılarak çıkarılmıştır [48]. Bu dinamik modeli oluşturmak için ilk önce platformun bacakları ele alınmış, kinematik ve dinamik incelemeleri yapılmıştır. Bu incelemeler sırasında platformun bacaklara ve bacakların birbirlerine uyguladıkları kısıtlayıcı kuvvetler göz önüne alınmıştır. Bacaklar alt taraftan üniversal mafsalsal ile bağlandığı için bacakların alt kısımlarının kendi eksenleri etrafında dönmeleri imkansızdır. Bacakların dinamik incelemesinden elde edilen 3 adet dinamik denklem üst platformun dinamik modelinde kullanılabilecek hale getirilmiştir. Sonuç olarak düzenlenen bu üç denklem platform için yazılan dinamik denklemlerde yerine konarak sisteme ait dinamik model elde edilecektir.



Şekil 4.1 SPM'nin tanımlandığı referans eksen takımları

4.2 Bacaklara Ait Kinematik ve Dinamik Model

Manipülatörün kinematik ve dinamik analizi yapılırken, bacaklara ait büyüklükler indis kullanmadan herhangi bir bacağın büyüklükleri olarak ele alınmıştır. SPM'nin

sabit eksen takımı, hareketli platform eksen takımı **P** ve her bir bacağın alt ve üst kısımlarına tutturulmuş, birbirine paralel eksen takımları **U** ve **D** Şekil 4.1’de gösterildiği gibi tanımlanmıştır. $\hat{x}$ -ekseni bacak boyunca uzanan, $\hat{y}$ -ekseni universal mafsalın sabit dönme eksenini boyunca uzanan **D** eksen takımının merkezi, bacağın alt bağlantı noktasındadır. $\hat{z}$ -ekseni ise sağ el kuralı gereği $\hat{x}$ ve $\hat{y}$ eksenlerine diktir. Merkezi bacağın üst platforma bağlandığı noktada olan **U** eksen takımı **D** eksen takımına paraleldir.

4.2.1 Konum ve Hız Analizi

6-3 Stewart Platformunun bacakları alt platforma 6 noktadan üst platforma ise 3 noktadan bağlıdır. Her bacağın alt platforma bağlandığı nokta sabit eksen takımında b_i ($i: 1, 2, \dots, 6$), üst platforma bağlandığı nokta ise üst platforma ait hareketli eksen takımında p_i ($i: 1, 2, \dots, 6$) ile gösterilsin. Burada formülasyondaki karmaşıklığı önlemek amacıyla üst platformdaki her köşe iki kere sayılarak üst platformdaki köşe sayısı altıya tamamlanmış ve alt platformla indisler açısından uygunluk sağlanmıştır (Yani 1 ve 2 numaralı köşeler aslında aynı köşeyi göstermektedir.) Hareketli eksen takımı ile sabit eksen takımı arasındaki dönüşüm matrisi **R** olsun. Sabit eksen takımının merkezini hareketli eksen takımına birleştiren vektörü **t** ile gösterelim. Bu durumda,

$$q_i = R p_i \quad (i: 1, 2, \dots, 6) \quad (4.1)$$

olmak üzere bacak vektörü

$$S_i = q_i + t - b_i \quad (i: 1, 2, \dots, 6) \quad (4.2)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan itibaren alt indislerdeki fazlalığı azaltmak amacıyla bütün bacaklar yerine genel bir bacak ele alınmış S_i yerine **S** konarak devam edilmiştir. Bir bacağın uzunluğu

$$L = |S| \quad (4.3)$$

olmak üzere, bacak boyunca birim vektör

$$\mathbf{s} = \mathbf{S} / L \quad (4.4)$$

şeklinde yazılabilir. $\mathbf{D}$ ve $\mathbf{U}$ referans eksen takımında verilen bacaklara ait büyüklükleri sabit referans eksen takımına çevirmek için, merkezi bacağın alt noktasında ve sabit eksen takımına paralel bir eksen takımı kullanılacaktır. Bu eksen takımı ile $\mathbf{D}$ referans eksen takımı arasındaki dönüşüm matrisi

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{s} ; \quad \hat{\mathbf{y}} = (\mathbf{k} \times \mathbf{s}) / |\mathbf{k} \times \mathbf{s}| ; \quad \hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{y}} \quad (4.5)$$

olmak üzere;

$$\mathbf{T} = [\hat{\mathbf{x}} \quad \hat{\mathbf{y}} \quad \hat{\mathbf{z}}] \quad (4.6)$$

şeklinde seçilsin. Bu referans eksen takımına göre bacakların alt ve üst parçalarının ağırlık merkezlerini gösteren vektörler sırasıyla

$$\mathbf{r}_d = \mathbf{T} \mathbf{r}_{d0} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{r}_u = \mathbf{T} (\mathbf{v} + \mathbf{r}_{u0}) \quad (4.8)$$

olarak bulunur. Bu ifadede

$$\mathbf{v} = [L \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.9)$$

şeklinde verilir. Benzer şekilde alt ve üst parçanın atalet momentleri

$$\mathbf{I}_d = \mathbf{T} \mathbf{I}_{d0} \mathbf{T}^T \quad (4.10)$$

$$\mathbf{I}_u = \mathbf{T} [\mathbf{I}_{u0} + m_u L^2 \text{diag}(0 \ 1 \ 1)] \mathbf{T}^T \quad (4.11)$$

şeklinde dir. ω platformun açısal hızı olmak üzere, bacağın üst platforma bağlandığı noktanın hızı

$$\dot{\mathbf{S}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q} + \dot{\mathbf{t}} \quad (i:1, 2, \dots, 6) \quad (4.12)$$

şeklinde yazılabilir. Bacağın iki parçası arasındaki kayma hızını bulmak için $\mathbf{S}$ vektörünü bacak bileşenleri cinsinden aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$\mathbf{S} = s\mathbf{L} \quad (4.13)$$

Şimdi (4.13) denkleminin türevini alalım.

$$\dot{\mathbf{S}} = s\dot{\mathbf{L}} + \dot{s}\mathbf{L} \quad (4.14)$$

(4.13) Denkleminde eşitliğin her iki tarafını s ile skaler çarpıp, $s \cdot \dot{s} = 0$ ifadesini kullanırsak bacağın iki parçası arasındaki kayma hızını

$$\dot{\mathbf{L}} = s \cdot \dot{\mathbf{S}} \quad (4.15)$$

şeklinde elde ederiz. Aynı şekilde (4.14) denklemini $\dot{s}$ ile skaler çarpıp $s \cdot \dot{s} = 0$ ifadesini kullanırsak bacağın açısal hızını

$$\dot{s} = \dot{\mathbf{S}} / L \quad (4.16)$$

olarak buluruz. Şimdi bacağa ait birim vektörün türevini

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{W} \times \mathbf{s} \quad (4.17)$$

şeklinde yazabiliriz. (4.16) Denklemini (4.17)'de yerine koyup eşitliğin her iki tarafını s ile vektörel çarparak üçlü vektör çarpımını açarsak

$$\mathbf{s} \times \dot{\mathbf{S}} / L = (\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}) \mathbf{W} - (\mathbf{W} \cdot \mathbf{s}) \mathbf{s} \quad (4.18)$$

ifadesini elde ederiz. (4.18) denkleminde $\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} = 1$ ve $\mathbf{W} \cdot \mathbf{s} = 0$ ifadeleri kullanılırsa

$$\mathbf{W} = \mathbf{s} \times \dot{\mathbf{S}} / L \quad (4.19)$$

bulunur.

4.2.2 İvme Analizi

Bacağın üst platforma bağladığı noktanın hızını bulmak için (4.12) denkleminin türevini alalım. Böylece bacağın üst bağlantı noktasının hızı

$$\ddot{\mathbf{S}} = \ddot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{q} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q}) \quad (4.20)$$

olarak elde edilir. Bu ifadedeki doğrusal ivme $\ddot{\mathbf{t}}$ ve açısal ivme $\boldsymbol{\alpha}$ içeren terimleri bir araya toplar ve geriye kalan terimleri ise $\mathbf{U}_1$ ile gösterirsek (4.20) denklemini

$$\mathbf{a}_p = \ddot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{q}. \quad (4.21)$$

$$\mathbf{U}_1 = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q}) \quad (4.22)$$

olmak üzere

$$\ddot{\mathbf{S}} = \mathbf{a}_p + \mathbf{U}_1 \quad (4.23)$$

şeklinde yazabiliriz. Şimdi $\ddot{\mathbf{S}}$ 'nü bacağa ait birim vektörü $\mathbf{s}$, bacağın uzunluğu L ve bacağın açısal ivmesi $\mathbf{A}$ cinsinden ifade edelim. Bunun için (4.17) denklemini (4.14) denkleminde yerine koyalım.

$$\dot{\mathbf{S}} = (\mathbf{W} \times \mathbf{s}) L + \dot{L} \mathbf{s} \quad (4.24)$$

(4.24) Denkleminin zamana göre türevini alır ve $\dot{\mathbf{S}}$ yerine (4.17) ifadesini koyarsak

$$\ddot{\mathbf{S}} = \ddot{L} \mathbf{s} + 2 (\mathbf{W} \times \mathbf{s}) \dot{L} + \mathbf{A} \times L \mathbf{s} + \mathbf{W} \times (\mathbf{W} \times L \mathbf{s}) \quad (4.25)$$

ifadesini elde ederiz. (4.25) denkleminde (4.13) ifadesini yerine koyarsak, bacağın üst platforma bağlandığı noktanın ivmesini

$$\ddot{\mathbf{S}} = \ddot{L} \mathbf{s} + 2 \mathbf{W} \times \dot{L} \mathbf{s} + \mathbf{A} \times \mathbf{S} + \mathbf{W} \times (\mathbf{W} \times \mathbf{S}) \quad (4.26)$$

şeklinde yazabiliriz. (4.20) ve (4.26) denklemlerinin sağ taraflarını $\mathbf{s}$ ile skaler çarpıp birbirine eşitlersek,

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{a}_p + \mathbf{s} \cdot \mathbf{U}_1 = \ddot{\mathbf{L}}\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{s} \cdot (2\mathbf{W} \times \dot{\mathbf{L}}\mathbf{s}) + \mathbf{s} \cdot (\mathbf{W} \times \{\mathbf{W} \times \mathbf{S}\}) + \mathbf{s} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{L}\mathbf{s}) \quad (4.27)$$

ifadesini elde ederiz. (4.27) Denkleminde

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a}) = 0 \quad (4.28)$$

ve ($\mathbf{s} \cdot \mathbf{s} = 1$) vektörel eşitliklerini kullanırsak

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{a}_p + \mathbf{s} \cdot \mathbf{U}_1 = \ddot{\mathbf{L}} + \mathbf{s} \cdot (\mathbf{W} \times \{\mathbf{W} \times \mathbf{S}\}) \quad (4.29)$$

ifadesini yazabiliriz. Bu denklemden $\ddot{\mathbf{L}}$ bacağın iki parçasını birleştiren prizmatik mafsaldaki ivme şiddeti,

$$\ddot{\mathbf{L}} = \mathbf{s} \cdot \mathbf{a}_p + u \quad (4.30)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $\mathbf{a}_p$ 'den bağımsız terimler

$$u = \mathbf{s} \cdot \mathbf{U}_1 - \mathbf{s} \cdot (\mathbf{W} \times \{\mathbf{W} \times \mathbf{S}\}) \quad (4.31)$$

olarak bir araya toplanmıştır. Şimdi (4.20) ve (4.26) denklemlerinin sağ taraflarını $\mathbf{s}$ ile vektörel çarpıp birbirine eşitlersek,

$$\mathbf{s} \times (\mathbf{a}_p + \mathbf{U}_1) = (\mathbf{s} \times \ddot{\mathbf{L}}\mathbf{s}) + \mathbf{s} \times (\mathbf{W} \times \{\mathbf{W} \times \mathbf{S}\}) + \mathbf{s} \times (2\mathbf{W} \times \dot{\mathbf{L}}\mathbf{s}) + \mathbf{s} \times (\mathbf{A} \times \mathbf{S}) \quad (4.32)$$

denklemini elde ederiz. Bu ifadede üçlü vektörel çarpımları açıp, $\mathbf{W} \cdot \mathbf{s} = 0$ ve $\mathbf{A} \cdot \mathbf{s} = 0$ ifadelerini kullanarak sadeleştirmeler yaparsak

$$\mathbf{s} \times (\mathbf{a}_p + \mathbf{U}_1) = 2\dot{\mathbf{L}}\mathbf{W} + \mathbf{L}\mathbf{A} \quad (4.33)$$

denklemini elde ederiz. Burada $\mathbf{a}_p$ 'den bağımsız terimler

$$U_2 = \frac{1}{L} \left(\{s \times U_1\} - 2\dot{L}W \right) \quad (4.34)$$

olarak birleştirilirse, bacağın açısal ivmesi

$$A = \frac{1}{L} (s \times a_p) + U_2 \quad (4.35)$$

olarak bulunur. Bacağın alt kısmı sadece dönme hareketi, üst kısmı ise hem ötelenme hem de dönme hareketi yapmaktadır. Bu sebeple, bacağın alt kısmının ağırlık merkezinin ivmesini bulmak için (4.25) denklemini doğrusal ötelenmenin olmadığı kabulü ile,

$$a_d = A \times r_d + W \times (W \times r_d) \quad (4.36)$$

şeklinde yazabiliriz. Şimdi ise (4.25) denklemini bacağın üst kısmının ağırlık merkezi için düzenlersek

$$a_u = \ddot{L}s + A \times r_u + W \times (W \times r_u) + 2\dot{L}W \times s \quad (4.37)$$

ifadesini elde ederiz. Bundan sonra (4.34)'teki A ifadesini (4.35) ve (4.36)'da yerine koyarak, a_p 'yi içermeyen terimleri bir araya toplarsak a_d ve a_u için

$$a_d = \frac{1}{L} (s \times a_p) \times r_d + U_3 \quad (4.38)$$

$$a_u = (s \cdot a_p) s + \frac{1}{L} (s \times a_p) \times r_u + U_4 \quad (4.39)$$

denklemlerini yazabiliriz. Burada U_3 ve U_4 ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$U_3 = U_2 \times r_d + W \times (W \times r_d) \quad (4.40)$$

$$U_4 = us + U_2 \times r_u + W \times (W \times r_u) + 2\dot{L}W \times s \quad (4.41)$$

4.2.3 Sunulan Özel 6-3 SPM İçin Konum, Hız ve İvme Analizi

Şekil 4.2'den görüldüğü gibi özel SPM'nin bacak vektörlerini

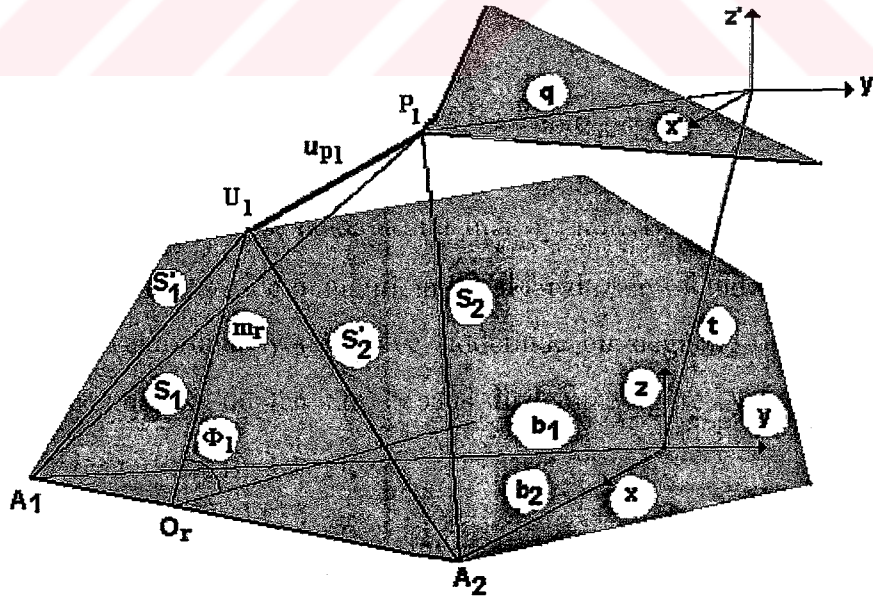
$$\mathbf{S}'_1 = \mathbf{q} + \mathbf{t} - \mathbf{b}_1 - \mathbf{u}_{p1} \quad \text{ve} \quad \mathbf{S}'_2 = \mathbf{q} + \mathbf{t} - \mathbf{b}_2 - \mathbf{u}_{p1} \quad (4.42)$$

şeklinde yazabiliriz. İki bacağın üst noktaları birbirine bağlı olduğu için,

$$\dot{\mathbf{S}}'_1 = \dot{\mathbf{S}}'_2 = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q} + \dot{\mathbf{t}} - \dot{\mathbf{u}}_{p1} \quad (4.43)$$

şeklinde her iki bacağın üst noktalarının hızı aynıdır. Burada $\mathbf{S}'_1 \times \mathbf{S}'_2$ düzleminin normali $\mathbf{u}_{p1}$ vektörü yönünde olduğu için bacaklar düzlemi içinde yapılan hareketler sonucunda $\mathbf{u}_{p1}$ vektörünün yönünde ve şiddetinde bir değişme olmaz. Bu nedenle $\dot{\mathbf{u}}_{p1}$ 'in sadece bacak düzleminin taban düzlemine göre yaptığı hareketlerde hesaplanması yeterlidir. Bu sebeple

$$\Phi_1 = \Phi_1 \frac{b_1 - b_2}{|b_1 - b_2|} \quad (4.44)$$



Şekil 4.2 6-3 Özel SPM için bacakların bağlanış biçimi

$\frac{\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2}{|\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2|}$ ifadesi bacak alt bağlantı noktaları değişmediğinden sabittir. Dolayısıyla

türevi sıfırdır. Böylece $\mathbf{u}_{pi}$ vektörünün açısal hızı ve ivmesi

$$\dot{\Phi}_1 = \dot{\Phi}_1 \frac{\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2}{|\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2|} \quad (4.45)$$

$$\ddot{\Phi}_1 = \ddot{\Phi}_1 \frac{\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2}{|\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2|} \quad (4.46)$$

şeklinde yazılabilir. Şimdi $\mathbf{u}_{pi}$ vektörünün türevini

$$\dot{\mathbf{u}}_{pi} = \dot{\Phi}_1 \times \mathbf{u}_{pi} \quad (4.47)$$

olarak ifade edebiliriz. Φ_i açılarının değerini

$$\Phi_i = \text{ArcCos} \left(\mathbf{z} \cdot \frac{\mathbf{m}_i}{|\mathbf{m}_i|} \right) \quad (i: 1, 2, \dots, 6) \quad (4.48)$$

olarak hesaplayabiliriz. Buradaki $\mathbf{m}_i$ vektörünün hesabı 3. bölümdeki düz kinematik analiz sırasında verilmiştir. Bacaklara ait hız ifadesinin

$$\dot{\mathbf{S}}'_1 = \dot{\mathbf{S}}'_2 = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q}_1 + \dot{\mathbf{t}} - \dot{\Phi}_1 \times \mathbf{u}_{pi} \quad (4.49)$$

türevini alarak ivme ifadesini

$$\ddot{\mathbf{S}}'_1 = \ddot{\mathbf{S}}'_2 = \ddot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{q}_1 + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q}_1) - \ddot{\Phi}_1 \times \mathbf{u}_{pi} - \dot{\Phi}_1 \times (\dot{\Phi}_1 \times \mathbf{u}_{pi}) \quad (4.50)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{pi} &= \ddot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{q}_i \\ \mathbf{a}_{upi} &= \ddot{\Phi}_i \times \mathbf{u}_{pi} \\ \mathbf{U}_{li} &= \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q}_i) + \dot{\Phi}_i \times (\dot{\Phi}_i \times \mathbf{u}_{pi}) \end{aligned} \quad (4.51)$$

olarak ifade edilebilir. 6-3 Genel SPM için çıkarılan u , U_2 , U_3 ve U_4 ifadeleri aynen bu yapı için geçerli olacak şekilde aşağıdaki gibi

$$A_i = \frac{1}{L_i} \{s_i \times (a_{pi} + a_{upi})\} + U_{2i} \quad (4.52)$$

$$a_{di} = \frac{1}{L_i} [\{s_i \times (a_{pi} + a_{upi})\} \times r_{di}] + U_{3i} \quad (4.53)$$

$$a_{ui} = [(a_{pi} + a_{upi}) \cdot s_i] s_i + \frac{1}{L_i} \{s_i \times (a_{pi} + a_{upi})\} \times r_{ui} + U_{4i} \quad (4.54)$$

$$\ddot{L}_i = (a_{pi} + a_{upi}) \cdot s_i + u_i \quad (4.55)$$

yazılabilir. Burada yapılan analizde u_{p1} elemanının uzunluğunu sıfır alırsak Genel 6-3 SPM'nin bacaklarına ait denklemleri elde ederiz. Yani (4.42)'deki denklemlerde u_{p1} sıfır alınır ise (4.2) denklemleri elde edilebilir.

4.2.4 Dinamik Denklemlerin Türetilmesi

Her bir bacağın hareketli parçası için kuvvet dengesini, üst parçanın bacak ekseninde yönünde sabit hızla hareket ettiklerini varsayımıyla yazalım.

$$F_i - m_{ui} g \cdot s_i - C_p \dot{L}_i - (F_{ui} + (-1)^i F_{Li}) \cdot s_i = 0 \quad (4.56)$$

F_{Li} = Bacak çiftleri arasında oluşan reaksiyon kuvveti,

F_i = Pistonlara uygulanan basınç,

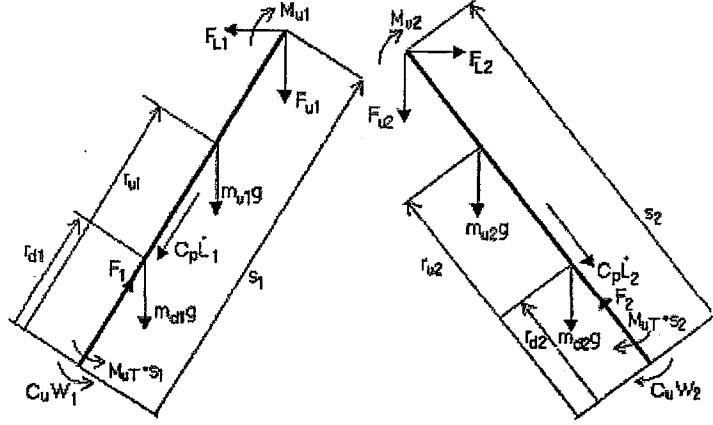
F_{ui} = Hareketli platformun bacaklara uyguladığı reaksiyon kuvveti,

$C_p \dot{L}_i$ = Bacakların iki parçası arasında oluşan sürtünme kuvveti

(4.42) denklemi tekrar düzenlenir ise,

$$(\mathbf{F}_{ui} + (-1)^i \mathbf{F}_{Li}) \cdot \mathbf{s}_i = m_{ui} \mathbf{g} \cdot \mathbf{s}_i + C_p \dot{L}_i - F_i \quad (4.57)$$

elde edilir.



Şekil 4.3 Bir bacak çiftine etkiyen tüm moment ve kuvvetler

Şimdi Şekil 4.3’de gösterildiği gibi her bir bacak için Newton-Euler denklemlerini bacağın alt noktasında tanımladığımız sabit eksen takımına paralel olan eksen takımında yazalım. Newton-Euler denklemlerinin genel formunu

$$\sum \mathbf{m} (\mathbf{r} \times \mathbf{a}) + \dot{\mathbf{W}} \sum \mathbf{I} + \mathbf{W} \times (\sum \mathbf{I} \mathbf{W}) = \sum \mathbf{\Gamma} \quad (4.58)$$

şeklinde alarak her bir bacak çifti için

$C_u W_i$ = Üniversal mafsalda oluşan viskoz sürtünme momenti

M_{us_i} = Üniversal mafsaldan kendi ekseni etrafında dönmemesi sonucu oluşan moment

olmak üzere

$$\begin{aligned} m_{di} \mathbf{r}_{di} \times \mathbf{a}_{di} + m_{ui} \mathbf{r}_{ui} \times \mathbf{a}_{ui} + (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \mathbf{A}_i + \mathbf{W}_i \times (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \mathbf{W}_i = \\ (m_{di} \mathbf{r}_{di} + m_{ui} \mathbf{r}_{ui}) \times \mathbf{g} + \mathbf{S}_i \times (\mathbf{F}_{ui} + (-1)^{i+1} \mathbf{F}_{Li}) + \mathbf{M}_{si} + \mathbf{M}_{UTi} \cdot \mathbf{s}_i + C_{ui} \mathbf{W}_i \end{aligned} \quad (4.59)$$

denklemlerini yazabiliriz. (4.45) denkleminde küresel mafsalda oluşan viskoz sürtünmeden kaynaklanan momentler

$$\mathbf{M}_{si} = C_{si} (\mathbf{W}_i - \boldsymbol{\omega}) \quad (i=1, 2, 3) \quad (4.60)$$

şeklindedir. Formülasyonu basitleştirmek için

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_i = & m_{di}\mathbf{r}_{di} \times \mathbf{a}_{di} + m_{ui}\mathbf{r}_{ui} \times \mathbf{a}_{ui} + (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui})\mathbf{A}_i + \mathbf{W}_i \times (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui})\mathbf{W}_i \\ & - (m_{di}\mathbf{r}_{di} + m_{ui}\mathbf{r}_{ui}) \times \mathbf{g} + \mathbf{C}_u \mathbf{W}_i \end{aligned} \quad (4.61)$$

kısaltması yapılırsa (4.45)'deki denklem

$$\mathbf{C}_i = \mathbf{S}_i \times (\mathbf{F}_{ui} + (-1)^i \mathbf{F}_{Li}) + \mathbf{M}_{ui} + \mathbf{M}_{uTi} \cdot \mathbf{s}_i \quad (4.62)$$

şeklinde ifade edilebilir. (4.46) ifadesini $\mathbf{s}_i$ ile vektörel olarak çarpıp oluşan üçlü vektörel çarpımları açarsak,

$$\mathbf{C}_i \times \mathbf{s}_i = (\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{s}_i)(\mathbf{F}_{ui} + \mathbf{F}_{Li}) - [(\mathbf{F}_{ui} + (-1)^i \mathbf{F}_{Li}) \cdot \mathbf{s}_i] \mathbf{S}_i + \mathbf{M}_{ui} \times \mathbf{s}_i \quad (4.63)$$

denklemini elde ederiz. $(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{s}_i)$ ifadesi L_i olarak alınır ve ifadeden $(\mathbf{F}_{ui} + (-1)^i \mathbf{F}_{Li})$ terimi çekilir ise aşağıdaki ifadeye ulaşılır.

$$\mathbf{F}_{ui} + (-1)^i \mathbf{F}_{Li} = [(\mathbf{F}_{ui} + (-1)^i \mathbf{F}_{Li}) \cdot \mathbf{s}_i] \frac{\mathbf{S}_i}{L_i} + \frac{1}{L_i} (\mathbf{M}_{ui} \times \mathbf{s}_i) + \frac{1}{L_i} (\mathbf{C}_i \times \mathbf{s}_i) \quad (4.64)$$

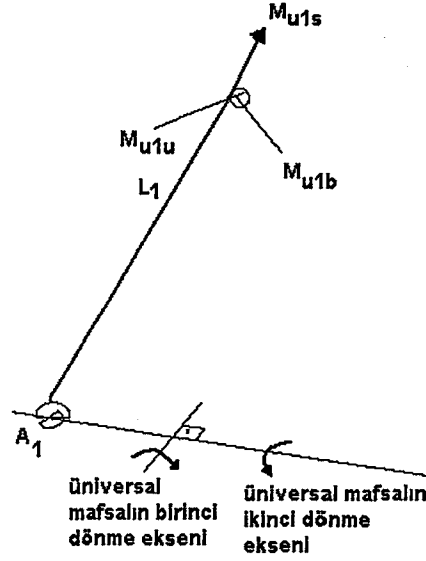
(4.64) denklemindeki $(\mathbf{F}_{ui} + (-1)^i \mathbf{F}_{Li}) \cdot \mathbf{s}_i$ ifadesinin eşdeğerine (4.57) K_i diyerek yerine yerleştirelim. Böylece (4.64) denklemini

$$\mathbf{F}_{ui} + (-1)^i \mathbf{F}_{Li} = [\mathbf{K}_i] \mathbf{s}_i + \frac{1}{L_i} (\mathbf{M}_{ui} \times \mathbf{s}_i) + \frac{1}{L_i} (\mathbf{C}_i \times \mathbf{s}_i) \quad (4.65)$$

şeklinde tekrar düzenleyebiliriz. Burada

$$\mathbf{K}_i = m_{ui}\mathbf{g} \cdot \mathbf{s}_i + C_p \dot{L}_i - F_i \quad (4.66)$$

şeklindedir. (4.51) denklemini birinci ve ikinci bacaklar için yazıp taraf tarafa toplarsak



Şekil 4.5 Bacaklarda M_u momentinin bileşenleri

Benzer şekilde M_{u1} ve M_{u2} momentlerini Şekil 4.5’de gösterildiği gibi dönme eksenini bacak doğrultusunda M_{u1s} , diğer dönme eksenini bacak düzlemine dik M_{u1u} ve sonuncusu dönme eksenini bacak düzleminde M_{u1b} gibi üç bileşene ayırabiliriz. Bacakların alt kısımlarını alt platforma birleştiren universal mafsalları Şekil 4.4’de gösterilen birinci dönme eksenini sebebiyle $M_{u1u} = 0$ olacaktır. Aynı şekilde universal mafsalları ikinci dönme eksenini sebebiyle $M_{u1b} = 0$ olacaktır. Böylelikle

$$M_{u1} = M_{u1s} s_1 \quad \text{ve} \quad M_{u2} = M_{u2s} s_2 \quad (4.70)$$

yazılabilir. Buradan görüldüğü gibi M_{u1} , s_1 yönünde ve M_{u2} , s_2 yönündedir. (4.56) denklemi göz önüne alınarak (4.54) denklemi yeniden yazılırsa,

$$F_u = [K_1]s_1 + [K_2]s_2 + \frac{1}{L_1} C_1 \times s_1 + \frac{1}{L_2} C_2 \times s_2 \quad (4.71)$$

elde edilir. Bu ifadede birinci ve ikinci bacaklardan gelen terimler gruplanırsa bacaklara ait F_u kuvvetleri

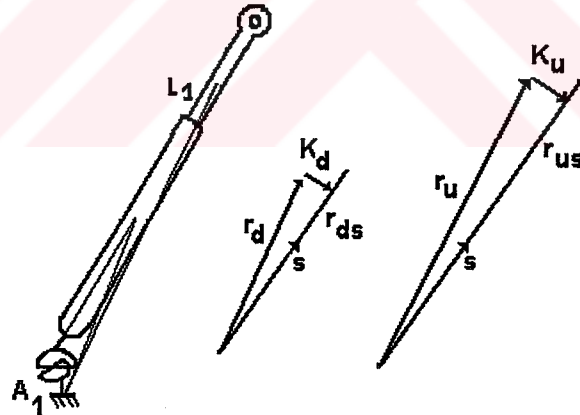
$$F_{ui} = [K_i]s_i + \frac{1}{L_i} C_i \times s_i \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (4.72)$$

şeklinde ifade edilebilir. (4.58) denklemine K_i ve C_i değerleri yerine konursa

$$\mathbf{F}_{ui} = [m_{ui}\mathbf{g} \cdot \mathbf{s}_i + C_p \dot{L}_i - F_i] \mathbf{s}_i + \frac{1}{L_i} [m_{di}\mathbf{r}_{di} \times \mathbf{a}_{di} + m_{ui}\mathbf{r}_{ui} \times \mathbf{a}_{ui} + (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui})\mathbf{A}_i + \mathbf{W}_i \times (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui})\mathbf{W}_i - (m_{di}\mathbf{r}_{di} + m_{ui}\mathbf{r}_{ui}) \times \mathbf{g} + C_u \mathbf{W}_i] \times \mathbf{s}_i \quad (4.73)$$

elde edilir. Bu denklemde bacaklar için $\mathbf{a}_{di}$, $\mathbf{a}_{ui}$ ve $\mathbf{A}_i$ değerlerinin açık ifadelerini yerleştirirsek

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{ui} = & [m_{ui}\mathbf{g} \cdot \mathbf{s}_i + C_p \dot{L}_i - F_i] \mathbf{s}_i \\ & + \frac{1}{L_i} \left\{ m_{di}\mathbf{r}_{di} \times \left[\frac{1}{L_i} \{ \mathbf{s}_i \times (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \} \times \mathbf{r}_{di} + \mathbf{U}_{3i} \right] \right\} \times \mathbf{s}_i \\ & + \frac{1}{L_i} \left\{ m_{ui}\mathbf{r}_{ui} \times \left[\{ \mathbf{s}_i \cdot (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \} \mathbf{s}_i + \frac{1}{L_i} \{ \mathbf{s}_i \times (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \} \times \mathbf{r}_{ui} + \mathbf{U}_{4i} \right] \right\} \times \mathbf{s}_i \\ & + \frac{1}{L_i} \left\{ (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \left[\frac{1}{L_i} \{ \mathbf{s}_i \times (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \} + \mathbf{U}_{2i} \right] \right\} \times \mathbf{s}_i \\ & + \frac{1}{L_i} \{ \mathbf{W}_i \times (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \mathbf{W}_i \} \times \mathbf{s}_i - \frac{1}{L_i} \{ (m_{di}\mathbf{r}_{di} + m_{ui}\mathbf{r}_{ui}) \times \mathbf{g} \} \times \mathbf{s}_i \\ & + \frac{1}{L_i} \{ C_u \mathbf{W}_i \} \times \mathbf{s}_i \end{aligned} \quad (4.74)$$



Şekil 4.6 Bacaklara ait $\mathbf{r}_d$ ve $\mathbf{r}_u$ vektörleri

denklemini elde ederiz. Şimdi bu denklemdeki üçlü vektörel çarpımları açalım ve terimleri ayrı ayrı ele alarak sadeleştirelim. Bu işlem sırasında Şekil 4.6'da gösterilen $\mathbf{r}_d$ ve $\mathbf{r}_u$ vektörlerinin $\mathbf{s}$ yönündeki ve $\mathbf{s}$ vektörüne dik yöndeki bileşenlerini

$$\mathbf{r}_{dsi} = \mathbf{r}_{di} \cdot \mathbf{s}_i, \quad \mathbf{r}_{usi} = \mathbf{r}_{ui} \cdot \mathbf{s}_i \quad (4.75)$$

$$\mathbf{K}_{di} = \mathbf{r}_{di} - \mathbf{r}_{dsi} \mathbf{s}_i \quad , \quad \mathbf{K}_{ui} = \mathbf{r}_{ui} - \mathbf{r}_{usi} \mathbf{s}_i \quad (4.76)$$

şeklinde ifade ederek (4.60) denkleminde yerine koyalım. Bu işlemler sonucunda $\mathbf{F}_{ui}$ kuvvetini

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{ui} = & [\mathbf{m}_{ui} \mathbf{g} \cdot \mathbf{s}_i + C_p \dot{L}_i - F_i] \mathbf{s}_i + \frac{m_{di} r_{dsi}^2}{L_i^2} \{ \mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up} - [(\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \cdot \mathbf{s}_i] \mathbf{s}_i \} \\ & + \frac{m_{di}}{L_i^2} \{ [(\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \cdot \mathbf{K}_{di}] \mathbf{K}_{di} \} \\ & + \frac{m_{ui} r_{usi}^2}{L_i^2} \{ \mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up} - [(\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \cdot \mathbf{s}_i] \mathbf{s}_i \} \\ & + \frac{m_{ui}}{L_i^2} \{ [(\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \cdot \mathbf{K}_{ui}] \mathbf{K}_{ui} \} + \frac{m_{ui}}{L_i} \{ [\mathbf{s}_i \cdot (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up})] \mathbf{K}_{ui} \} \\ & + \frac{1}{L_i^2} (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \{ \mathbf{s}_i \times (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \times \mathbf{s}_i \} + \frac{1}{L_i} \{ (m_{di} \mathbf{r}_{di} \times \mathbf{U}_{3i}) \times \mathbf{s}_i \} \\ & + \frac{1}{L_i} \{ (m_{ui} \mathbf{r}_{ui} \times \mathbf{U}_{4i}) \times \mathbf{s}_i \} + \frac{1}{L_i} \{ (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) (\mathbf{U}_{2i} \times \mathbf{s}_i) \} \\ & + \frac{1}{L_i} \{ \mathbf{W}_i \times (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \mathbf{W}_i \} \times \mathbf{s}_i - \frac{1}{L_i} \{ (m_{di} \mathbf{r}_{di} + m_{ui} \mathbf{r}_{ui}) \times \mathbf{g} \} \times \mathbf{s}_i \\ & + \frac{1}{L_i} \{ C_u \mathbf{W}_i \} \times \mathbf{s}_i \end{aligned} \quad (4.77)$$

şeklinde yazabiliriz. (4.63) denklemini daha sade bir şekilde

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{ui} = & \{ \mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up} - [(\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \cdot \mathbf{s}_i] \mathbf{s}_i \} \left[\frac{m_{di} r_{dsi}^2}{L_i^2} + \frac{m_{ui} r_{usi}^2}{L_i^2} \right] \\ & + \frac{m_{di}}{L_i^2} \{ [(\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \cdot \mathbf{K}_{di}] \mathbf{K}_{di} \} + \frac{m_{ui}}{L_i^2} \{ [(\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \cdot \mathbf{K}_{ui}] \mathbf{K}_{ui} \} \\ & + \frac{m_{ui}}{L_i} \{ [\mathbf{s}_i \cdot (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up})] \mathbf{K}_{ui} \} \\ & + \frac{1}{L_i^2} (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \{ \mathbf{s}_i \times (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \} \times \mathbf{s}_i + F_i \mathbf{s}_i + \mathbf{V}_{5i} \end{aligned} \quad (4.78)$$

olarak ifade edilebilir. Burada $\mathbf{V}_{5i}$ aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{5i} = & m_{di} \mathbf{r}_{di} \times \mathbf{U}_{3i} + m_{ui} \mathbf{r}_{ui} \times \mathbf{U}_{4i} + (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \mathbf{U}_{2i} + \mathbf{W}_i \times (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \mathbf{W}_i \\ & - (m_{di} \mathbf{r}_{di} + m_{ui} \mathbf{r}_{ui}) \times \mathbf{g} + C_u \mathbf{W}_i \end{aligned} \quad (4.79)$$

$$\mathbf{V}_{5i} = [m_{ui} \mathbf{g} \cdot \mathbf{s}_i + C_p \dot{L}_i] \mathbf{s}_i + \frac{\mathbf{U}_{5i} \times \mathbf{s}_i}{L_i} \quad (4.80)$$

Şimdi $\mathbf{F}_{ui}$ denkleminde

$$(\mathbf{x} \cdot \mathbf{a}_p) \mathbf{y} = (\mathbf{x}^T \mathbf{a}_p) \mathbf{y} = \mathbf{y} (\mathbf{x}^T \mathbf{a}_p) = (\mathbf{y} \mathbf{x}^T) \mathbf{a}_p \quad (4.81)$$

$$\mathbf{s}_i \times \mathbf{a}_p = \tilde{\mathbf{s}}_i \mathbf{a}_p \quad (4.82)$$

kurallarını uygulayarak $\mathbf{F}_{ui}$ 'yi $\mathbf{a}_p$ cinsinden ifade edelim.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{ui} = & \left\{ [\mathbf{E}_3 - [\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^T]] (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \right\} \left[\frac{m_{di} r_{dsi}^2 + m_{ui} r_{usi}^2}{L_i^2} \right] \\ & + \left\{ [\mathbf{K}_{di} \mathbf{K}_{di}^T] (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \right\} \left[\frac{m_{di}}{L_i^2} \right] + \left\{ [\mathbf{K}_{ui} \mathbf{K}_{ui}^T] (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \right\} \left[\frac{m_{ui}}{L_i^2} \right] \\ & + \left\{ [\mathbf{K}_{ui} \mathbf{s}_i^T] (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \right\} \left[\frac{m_{ui}}{L_i} \right] + \frac{1}{L_i^2} \{ \tilde{\mathbf{s}}_i (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \tilde{\mathbf{s}}_i \} (\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up}) \\ & + \mathbf{F}_i \mathbf{s}_i + \mathbf{V}_{5i} \end{aligned} \quad (4.83)$$

Burada $\tilde{\mathbf{s}}_i$ matrisi $\mathbf{s}_i$ vektörünün bileşenleri cinsinden aşağıda verilmiştir.

$$\tilde{\mathbf{s}}_i = \begin{bmatrix} 0 & -s_z & s_y \\ s_z & 0 & -s_x \\ -s_y & s_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

(4.68) denkleminde $(\mathbf{a}_p + \mathbf{a}_{up})$ terimine göre gruplandırma yapılırsa

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_i = & [\mathbf{E}_3 - [\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^T]] \left[\frac{m_{di} r_{dsi}^2 + m_{ui} r_{usi}^2}{L_i^2} \right] + [\mathbf{K}_{di} \mathbf{K}_{di}^T] \left[\frac{m_{di}}{L_i^2} \right] \\ & + [\mathbf{K}_{ui} \mathbf{K}_{ui}^T] \left[\frac{m_{ui}}{L_i^2} \right] + [\mathbf{K}_{ui} \mathbf{s}_i^T] \left[\frac{m_{ui}}{L_i} \right] + \frac{1}{L_i^2} [\tilde{\mathbf{s}}_i (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui}) \tilde{\mathbf{s}}_i] + \mathbf{F}_i \mathbf{s}_i + \mathbf{V}_{5i} \end{aligned} \quad (4.85)$$

olmak üzere F_{ui} kuvvetini

$$F_{ui} = [Q_i](a_{pi} + a_{upi}) + V_{si} - s_i F_i \quad (4.86)$$

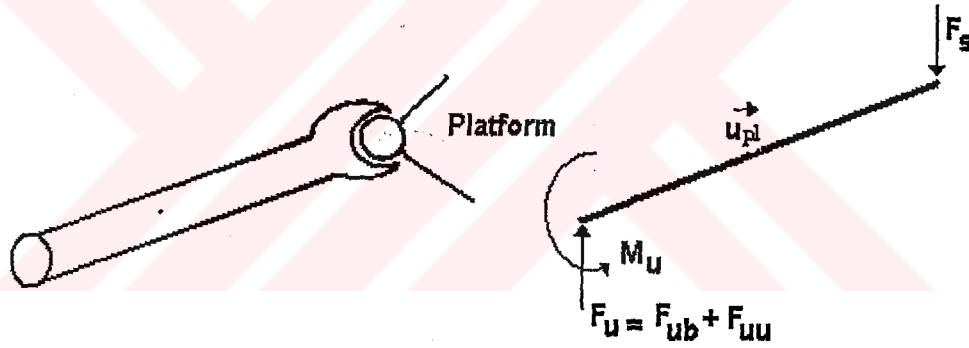
şeklinde ifade edebiliriz. Şimdi $(a_{pi} + a_{upi})$ yerine koyarsak

$$F_{ui} = [Q_i](\ddot{t} + \alpha \times q + \ddot{\Phi} \times u_{pi}) + V_{si} - s_i F_i \quad (4.87)$$

elde ederiz. (4.82) ve (4.84)'deki kuralları kullanarak F_{ui} kuvvetini

$$F_{ui} = Q_i \ddot{t} - Q_i \tilde{q}_i \alpha - Q_i \tilde{u}_{pli} \ddot{\Phi}_i + V_{si} - s_i F_i \quad (4.88)$$

olarak yazabiliriz. Buradaki $\tilde{q}_i$ ve $\tilde{u}_{pli}$ matrisleri $\tilde{s}_i$ gibi yazılabilir. Bacakların birleştirildiği noktayı platforma bağlayan parçanın denge denklemlerini yazalım.



Şekil 4.7 Mafsalları birleştiren ara parçanın görünüşü

Bu parçanın boyunun bacak boylarına göre kısa ve kütesinin de bacak kütlelerine göre küçük kabul edilmesiyle kuvvet dengesi

$$F_{si} - F_{ui} = 0 \quad (4.89)$$

platforma bağlantı noktasına göre moment dengesi ise

$$M_{ui} - u_{pl} \times F_{ui} = 0 \quad (4.90)$$

olarak yazılabilir (Şekil 4.7).

4.3 Platformun Dinamik İncelemesi

$\mathbf{R}_{p0}$ platformun üstündeki yük ile birlikte kendi eksen takımında ağırlık merkezi vektörünü gösterebilir. Aynı vektörü sabit referans eksen takımında

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{R} \mathbf{R}_{p0} \quad (4.91)$$

şeklinde ifade ederiz. Burada $\mathbf{R}$ dönme transformasyon matrisidir. Bu ağırlık merkezi vektörünün ivmelenmesi

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{R}_p + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_p) + \ddot{\mathbf{i}} \quad (4.92)$$

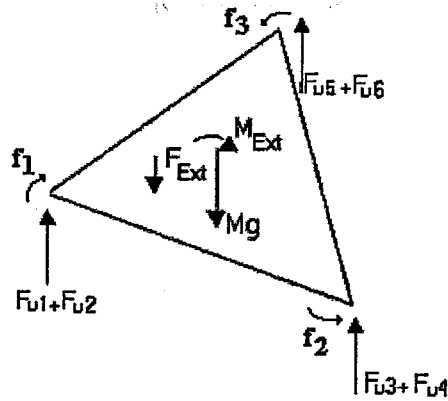
şeklinde yazabiliriz. Yük ile birlikte üst platformun atalet momenti $\mathbf{I}_p$ sabit referans eksen takımında

$$\mathbf{I}_p = \mathbf{R} \mathbf{I}_p \mathbf{R}^T \quad (4.93)$$

olarak verilebilir. Şekil 4.8’de görülen hareketli üst platform için kuvvet dengesi

$$\mathbf{Mg} + \mathbf{R} \mathbf{F}_{Ext} - \sum_{i=1}^6 \mathbf{F}_{ui} - \mathbf{M} \mathbf{a} = 0 \quad (4.94)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada $\mathbf{F}_{Ext}$ uygulanabilecek dış kuvvetleri göstermektedir.



Şekil 4.8 Hareketli üst platforma etkiyen kuvvetler ve momentler

(4.88), (4.91-93) denklemlerini (4.94) denkleminde yerine koyarsak

$$\begin{aligned} & -M[\ddot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{R}_p + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_p)] + M\mathbf{g} + \mathbf{R}\mathbf{F}_{\text{ext}} \\ & - \sum_{i=1}^6 (\mathbf{Q}_i \ddot{\mathbf{t}} + \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{q}} \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{u}}_{pi} \ddot{\boldsymbol{\Phi}}_i + \mathbf{V}_{si} - \mathbf{s}_i \mathbf{F}_i) = 0 \end{aligned} \quad (4.95)$$

veya

$$\begin{aligned} & \left(M\mathbf{E}_3 + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i \right) \ddot{\mathbf{t}} - \left(M\tilde{\mathbf{R}}_p + \sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{q}}_i \right) \boldsymbol{\alpha} + \left(\sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{u}}_{pi} \right) \ddot{\boldsymbol{\Phi}}_i \\ & + M[\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_p) - \mathbf{g}] + \sum_{i=1}^6 \mathbf{V}_{si} = \sum_{i=1}^6 \mathbf{s}_i \mathbf{F}_i + \mathbf{R}\mathbf{F}_{\text{Ext}} \end{aligned} \quad (4.96)$$

denklemini elde ederiz. Platformun sabit referans ekseninde Newton-Euler formülasyonunu kullanarak moment dengesini

$$M\mathbf{R}_p \times \mathbf{a} + \mathbf{I}_p \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}_p \boldsymbol{\omega}) = \sum_{i=1}^6 \mathbf{q}_i \times \mathbf{F}_{si} + M\mathbf{g} + \sum_{i=1}^3 \mathbf{f}_i + \mathbf{R}\mathbf{M}_{\text{Ext}} \quad (4.97)$$

şeklinde yazabiliriz. (4.88), (4.91-93) denklemlerini (4.97) denkleminde yerine koyarsak

$$\begin{aligned} & -M\mathbf{R}_p \times [\ddot{\mathbf{t}} + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{R}_p + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_p)] + M\mathbf{R}_p \times \mathbf{g} - \mathbf{I}_p \boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}_p \boldsymbol{\omega} \\ & + \mathbf{R}\mathbf{M}_{\text{Ext}} + \sum_{i=1}^3 \mathbf{f}_i - \sum_{i=1}^6 \mathbf{q}_i \times \{ \mathbf{Q}_i \ddot{\mathbf{t}} - \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{q}}_i \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{u}}_{pi} \ddot{\boldsymbol{\Phi}}_i + \mathbf{V}_{si} - \mathbf{s}_i \mathbf{F}_i \} = 0 \end{aligned} \quad (4.98)$$

veya

$$\begin{aligned} & \left[M\tilde{\mathbf{R}}_p + \sum_{i=1}^6 \tilde{\mathbf{q}}_i \mathbf{Q}_i \right] \ddot{\mathbf{t}} + M\mathbf{R}_p \times (\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{R}_p) + \left[\mathbf{I}_p - \sum_{i=1}^6 \tilde{\mathbf{q}}_i \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{q}}_i \right] \boldsymbol{\alpha} \\ & + \left[\sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{u}}_{pi} \right] \ddot{\boldsymbol{\Phi}}_i + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}_p \boldsymbol{\omega} + M\mathbf{R}_p \times [\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_p)] + M\mathbf{R}_p \times \mathbf{g} \\ & + \sum_{i=1}^6 \mathbf{q}_i \times \mathbf{V}_{si} - \sum_{i=1}^3 \mathbf{f}_i = \sum_{i=1}^6 (\mathbf{q}_i \times \mathbf{s}_i) \mathbf{F}_i + \mathbf{R}\mathbf{M}_{\text{Ext}} \end{aligned} \quad (4.99)$$

denklemini elde ederiz. (4.99) denklemi

$$\mathbf{MR}_p \times [\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_p)] = \mathbf{MR}_p \times (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_p) \boldsymbol{\omega} \quad (4.100)$$

$$\mathbf{MR}_p \times (\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{R}_p) = \mathbf{M}(\mathbf{E}_3 \mathbf{R}_p^2 - \mathbf{R}_p \mathbf{R}_p^T) \boldsymbol{\alpha} \quad (4.101)$$

sadeleştirmelerini yaparsak bu denklemi

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{M}\tilde{\mathbf{R}}_p + \sum_{i=1}^6 \tilde{\mathbf{q}}_i \mathbf{Q}_i \right] \ddot{\mathbf{t}} + \left[\mathbf{I}_p + \mathbf{M}(\mathbf{R}_p^2 \mathbf{E}_3 - \mathbf{R}_p \mathbf{R}_p^T) - \sum_{i=1}^6 \tilde{\mathbf{q}}_i \mathbf{Q}_i \tilde{\mathbf{q}}_i \right] \boldsymbol{\alpha} \\ & + \left[\sum_{i=1}^6 \mathbf{Q}_i \mathbf{u}_{pi} \right] \ddot{\mathbf{F}}_i + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{MR}_p \times [(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_p) \boldsymbol{\omega} - \mathbf{g}] + \sum_{i=1}^6 \mathbf{q}_i \times \mathbf{V}_{si} \\ & - \sum_{i=1}^3 \mathbf{f}_i = \sum_{i=1}^6 (\mathbf{q}_i \times \mathbf{s}_i) \mathbf{F}_i + \mathbf{RM}_{\text{Ext}} \end{aligned} \quad (4.102)$$

şeklinde yazabiliriz.

4.4 Görev Uzayı Dinamik Denklemleri

(4.102) denklemlerinde yapılan düzenlemeler ile görev uzayı dinamik denklemleri

$$\mathbf{J} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{t}} \\ \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\eta} = \mathbf{HF} + \begin{bmatrix} \mathbf{RF}_{\text{ext}} \\ \mathbf{RM}_{\text{ext}} \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\text{plat}} + \sum_{i=1}^6 \mathbf{J}_i \quad (4.104)$$

sisteme ait toplam atalet matrisini,

$$\mathbf{J}_{\text{plat}} = \begin{bmatrix} \mathbf{ME}_3 & -\mathbf{M}\tilde{\mathbf{R}}_p \\ \mathbf{M}\tilde{\mathbf{R}}_p & \mathbf{I} + \mathbf{M}(\mathbf{R}_p^2 \mathbf{E}_3 - \mathbf{R}_p \mathbf{R}_p^T) \end{bmatrix} \quad (4.105)$$

üst platforma ait atalet matrisini,

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_i & -\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{q}}_i \\ \mathbf{q}_i \mathbf{Q}_i & -\mathbf{q}_i \mathbf{Q}_i \mathbf{q}_i \end{bmatrix} \quad (4.106)$$

bacaklara ait atalet matrislerini,

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}_{\text{plat}} + \sum_{i=1}^6 \boldsymbol{\eta}_i \quad (4.107)$$

sistemde oluşan moment ve kuvvet artık terimleri vektörünü,

$$\boldsymbol{\eta}_{\text{plat}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} \{ \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) - \mathbf{g} \} \\ \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} + m \mathbf{R}_p \times \{ (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R}_p) \boldsymbol{\omega} - \mathbf{g} \} \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

üst platforma ait artık terimler vektörünü,

$$\boldsymbol{\eta}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_i \\ \mathbf{q}_i \times \mathbf{V}_i - \mathbf{f}_i \end{bmatrix} \quad (4.109)$$

bacaklara ait artık terimler vektörünü,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \mathbf{s}_3 & \mathbf{s}_4 & \mathbf{s}_5 & \mathbf{s}_6 \\ \mathbf{q}_1 \times \mathbf{s}_1 & \mathbf{q}_2 \times \mathbf{s}_2 & \mathbf{q}_3 \times \mathbf{s}_3 & \mathbf{q}_4 \times \mathbf{s}_4 & \mathbf{q}_5 \times \mathbf{s}_5 & \mathbf{q}_6 \times \mathbf{s}_6 \end{bmatrix} \quad (4.110)$$

giriş-çıkış kuvvet dönüşüm matrisini,

$$\mathbf{F} = [\mathbf{F}_1 \quad \mathbf{F}_2 \quad \mathbf{F}_3 \quad \mathbf{F}_4 \quad \mathbf{F}_5 \quad \mathbf{F}_6]^T \quad (4.111)$$

bacakları oluşturan silindirlere uygulanan basınç şiddetini göstermektedir.

4.5 Sonuçlar ve Tartışma

Bu bölümde hem 6-3 genel SPM'nin dinamik modeli, hem de bu tezde sunulan özel SPM'nin dinamik denklemleri türetilmiştir. Bundan sonraki simülasyon ve kontrol

bölümlerinde, literatürdeki çalışmalar ile karşılaştırılabilme imkanı sağlanması amacıyla, verilen dinamik simülasyon sonuçları ve yapılan kontrol uygulaması sonuçları genel 6-3 SPM'ye ilişkindir.

Bunun en önemli sebebi, kontrol parametrelerinin optimizasyonu sırasında yapılan çalışmanın literatürdeki çalışmalara göre üstünlüklerinin kolayca görülebilmesini sağlamaktır.

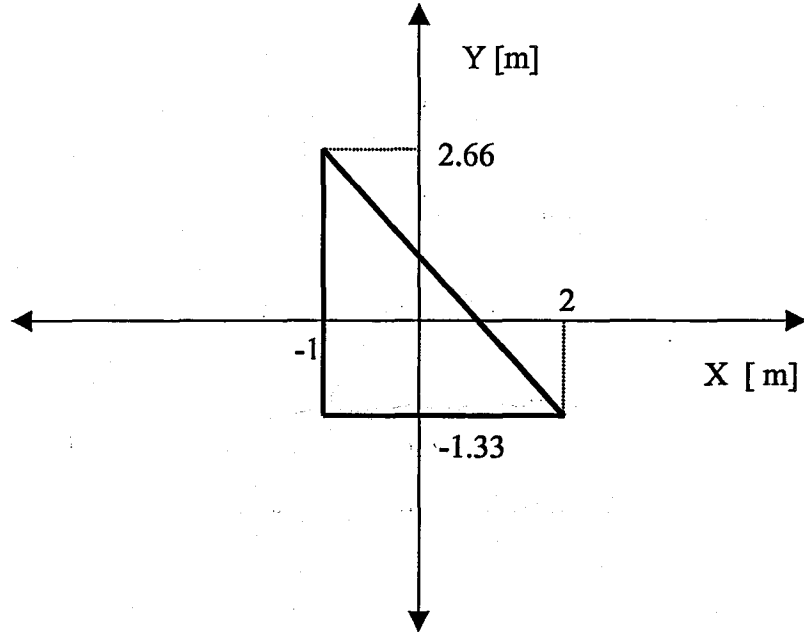


5. SİMÜLASYON VE HATA ANALİZİ

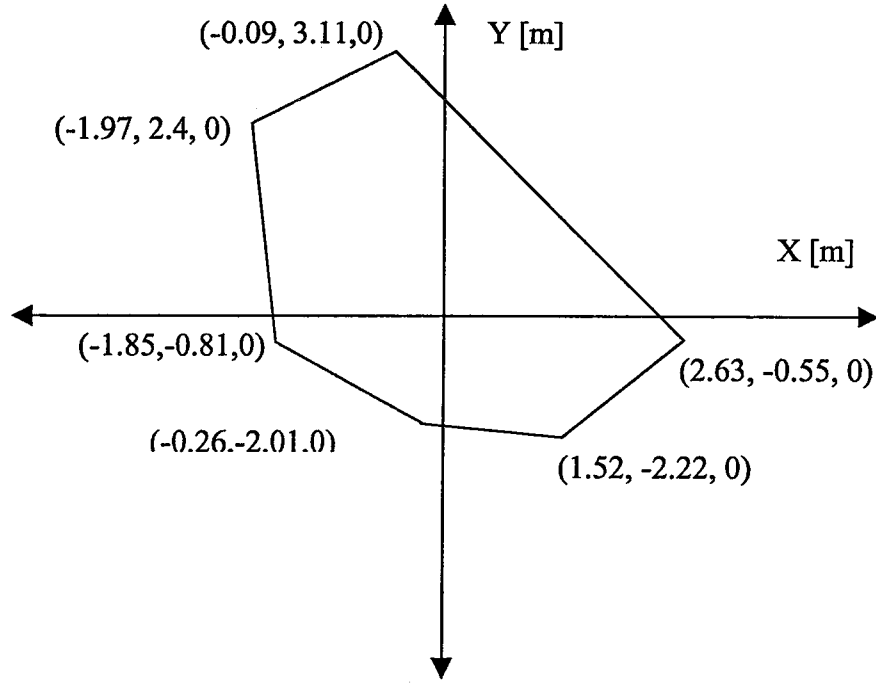
5.1 Stewart Platformunun Hareket Dinamiğine İlişkin Simülasyon

Bir önceki bölümde, 6-3 SPM'nin nonlinear dinamik modeli Newton-Euler formülasyonu kullanılarak, açısal ve doğrusal yer değiştirmeler cinsinden türetilmiştir. Elde edilen 12. dereceden durum denklemleri, bu bölümde 4-5. mertebe Runge Kutta yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözümlenecektir. Yapılan bu çözümlemeyi aynı zamanda hata analizinde kullanabilmek için adaptif sabit zaman yerine sabit zaman adımı tercih edilmiştir. Simülasyondaki sabit zaman adımı 0.001 s seçilmiştir.

Alt ve üst platformun hareketli ve sabit eksen takımında yerleşimleri Şekil 5.1,5.2'de verilmiştir. Burada genelleştirme yapılabilmesi amacıyla hareketli eksen takımı üst platforma rasgele bir şekilde yerleştirilmiştir. Alt platform ise başlangıçta platformda kullanılan mafsallarda minimum dönme oluşması amacıyla Şekil 5.2'deki gibi yerleştirilmiştir. Ayrıca simülasyonu yapılan sisteme ait diğer yapısal özellikler Ek E'de verilmiştir.



Şekil 5.1 Üst platformun hareketli eksen takımındaki yerleşimi



Şekil 5.2 Alt platformun sabit eksen takımında yerleşimi

5.1.1 R Dönüşüm Matrisinin Elde Edilmesi

R dönüşüm matrisi R_x , R_y ve R_z gibi üç adet (3x3) boyutlu matrisin çarpımından oluşur. Buradaki hangi eksenlere göre dönme yapılmış ise bu matrisler dönme sırasının tersi bir sırada dizilerek çarpılır. Yani, dönme sırası xyz şeklinde ise çarpım sırası R_z , R_y ve R_x şeklinde olacaktır. Bir noktanın eksenler etrafında döndürülmesiyle alacağı yeni konumu bulmak için kullanılan bu matrisler aşağıda verilmiştir.

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x \\ 0 & \sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & \sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & -\sin \theta_z & 0 \\ \sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

5.1.2 Simülasyonun Çeşitli Fiziksel Durumlar İçin Denenmesi

Burada, yapılan simülasyonun fiziksel olarak denenmesi amacıyla, dış yükleme serbest iniş, yükün dengelenmesi, dış yükleme durumunda kontrol uygulanması ve çizilen bir yörünge üzerinde kontrol uygulanması gibi durumlarda simülasyonun sonuçları sunulacak ve tartışılacaktır.

Simülasyonun başlangıcında üst platform, alt platforma paralel, 1.2 metre yükseklikte ve z-ekseninde hiçbir dönme yapmamış durumdadır. Ayrıca simülasyon boyunca platformu taşıyan pnomatik silindirlere hiçbir kuvvet uygulanmamaktadır.

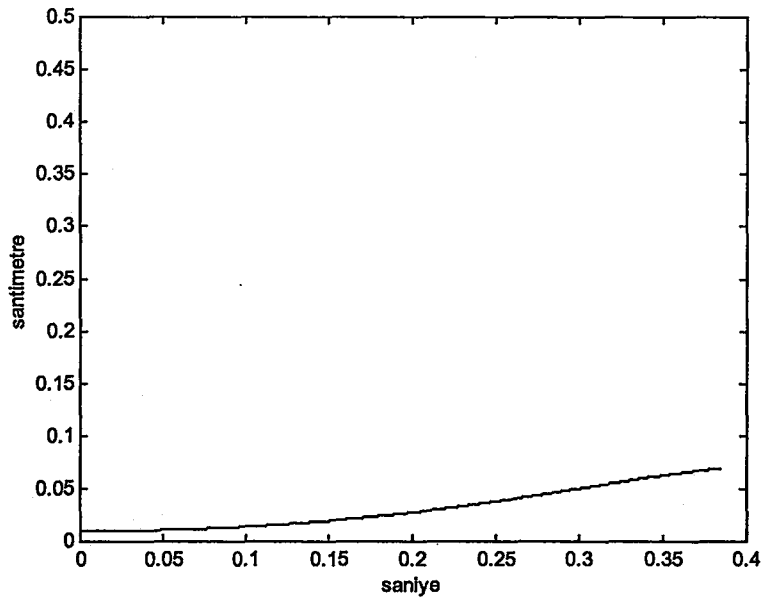
$$t_0 = [0.00 \ 0.00 \ 1.2]^T, \quad [m]$$

$$\dot{t}_0 = [0.00 \ 0.00 \ 0.00]^T, \quad [m/s]$$

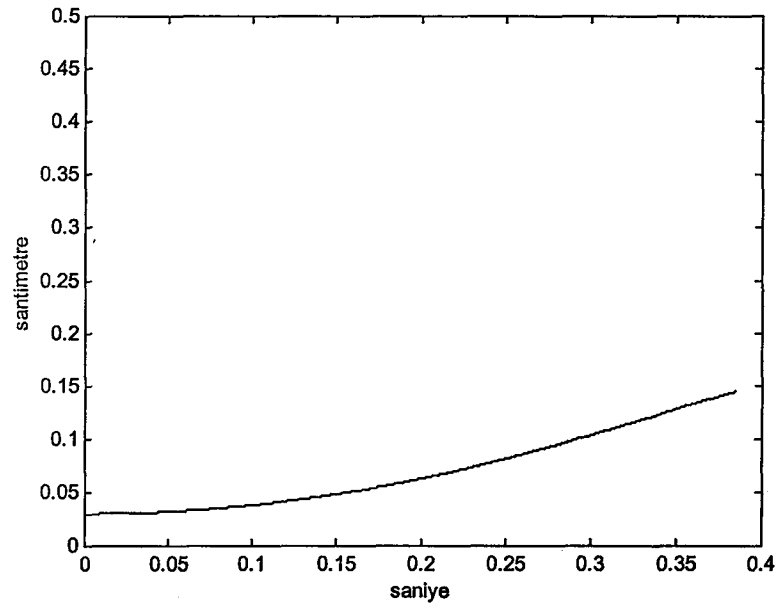
$$\theta_0 = [0.00 \ 0.00 \ 0.00]^T, \quad [rad]$$

$$\dot{\theta}_0 = [0.00 \ 0.00 \ 0.00]^T \quad [rad/s]$$

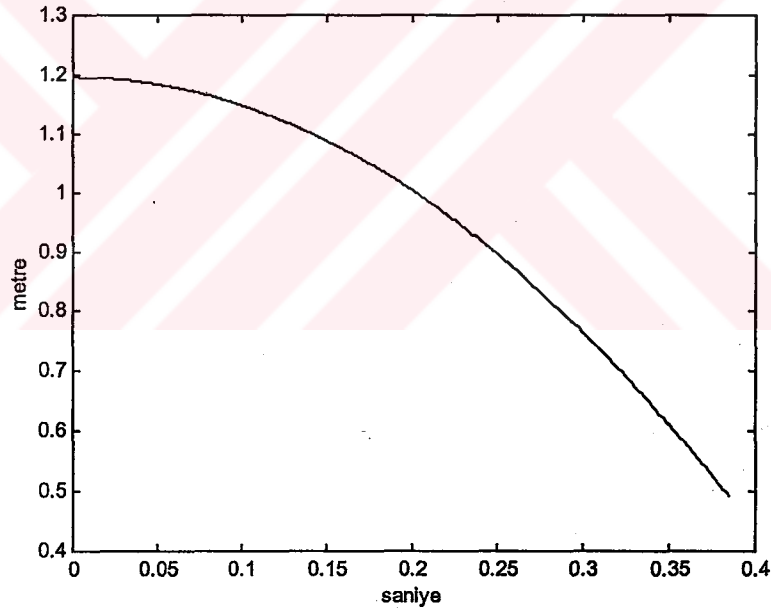
Yukarıdaki koşullar ile başlatılan simülasyon, silindirler minimum boya ulaşınca kadar çalıştırılmıştır. Bu simülasyonda silindirler için minimum boy 1.1 metre olarak seçilmiştir. Simülasyon sonucunda oluşan üst platforma bağlı olarak hareket eden hareketli eksen takımının konumuna ait grafikler şekil 5.3-5.5’de verilmiştir.



Şekil 5.3 Yükleme serbest iniş durumunda hareketli eksen takımının orijinin konumuna ait x-bileşeni



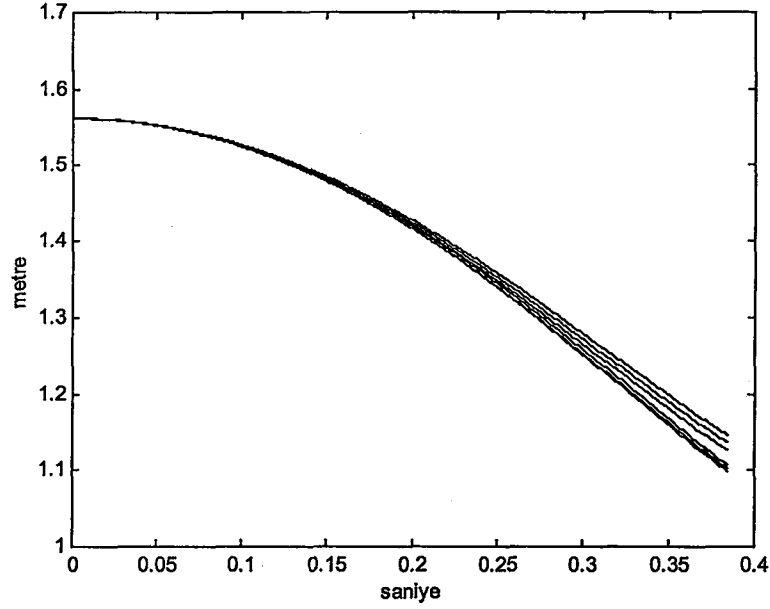
Şekil 5.4 Yüklemesiz serbest iniş durumunda hareketli eksen takımının orijinin konumuna ait y-bileşeni



Şekil 5.5 Yüklemesiz serbest iniş durumunda hareketli eksen takımının orijinin konumuna ait z-bileşeni (Üst platformun yüksekliği)

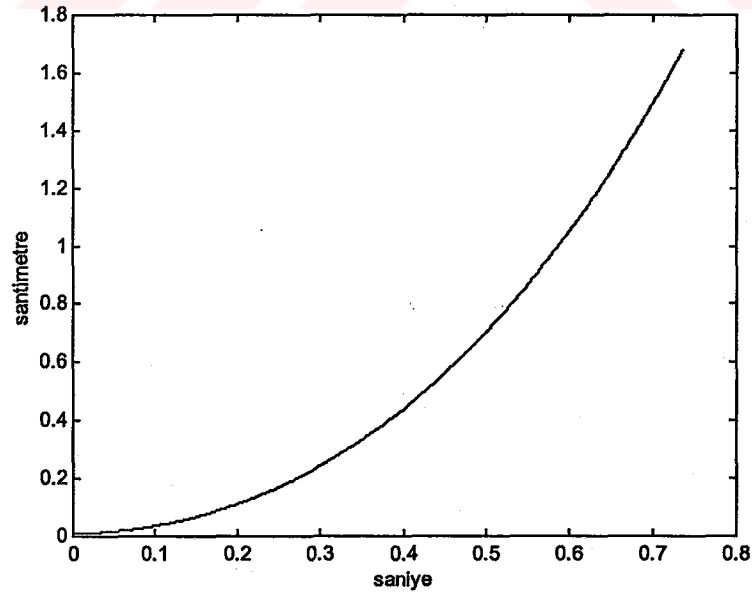
Simülasyondan elde edilen grafiklerden görüleceği gibi üst platformun ağırlığına karşı pistonlara bir kuvvet uygulanması sebebiyle üst platform yavaş olarak 1.2 m'den aşağı doğru inmiştir. Grafiklerden görüleceği gibi üst platform minimum bacak uzunluğuna ulaşıncaya kadar 0.699 metrelik bir yükseklik kaybetmiştir. Bu yolu yerçekimi etkisinde 0.384 s'de almıştır. Buradan anlaşılabacağı gibi simülasyon süresince, üst platform ivmeli fakat ilk hızsız bir hareket yapmıştır. Bu süre boyunca

bacaklar kısalarak minimum bacak uzunluğuna ulaşmışlardır. Simülasyon sonucunda oluşan bacak uzunlukları grafiği Şekil 5.6'da sunulmuştur.

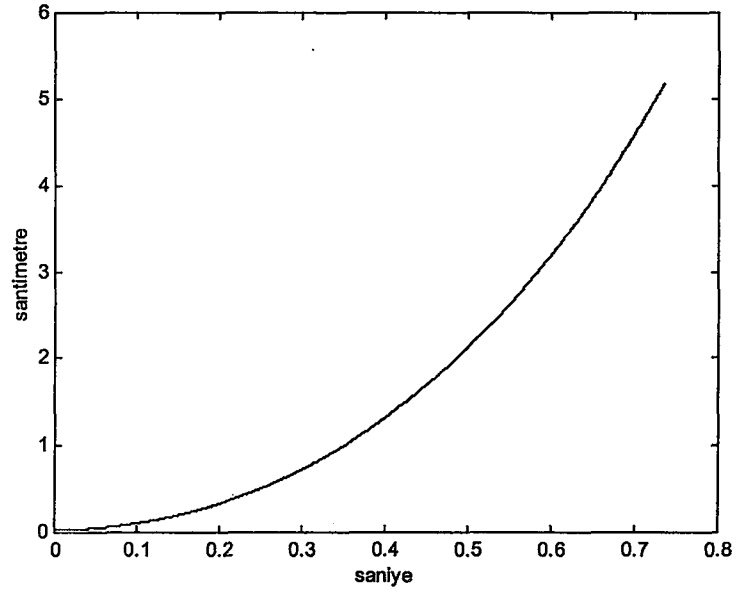


Şekil 5.6 Yükleme serbest iniş durumunda bacak uzunluklarına ait grafikler

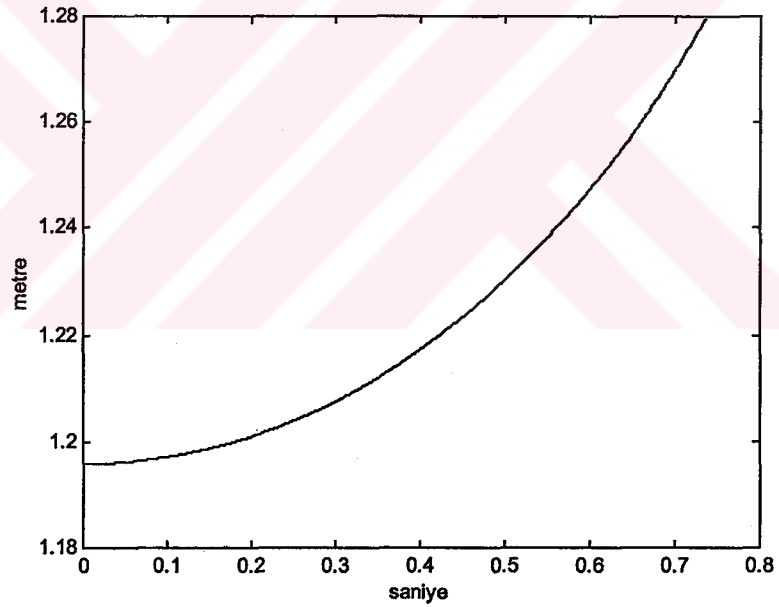
Daha sonra yukarıdaki başlangıç şartlarında, sistemdeki platformun üzerine 25 kg'lık bir kütle konmuş ve bu kütle ile birlikte üst platform dengelenmek istenmiştir. Bunun için pistonlara 158 N'luk kuvvetler uygulanmıştır. Şekil 5.7-5.9'da hareketli eksen takımının orijinine ait konum grafikleri sunulmuştur.



Şekil 5.7 Dış yükleme durumunda, üst platforma bağlı olarak düşünülen, hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait x-bileşeni

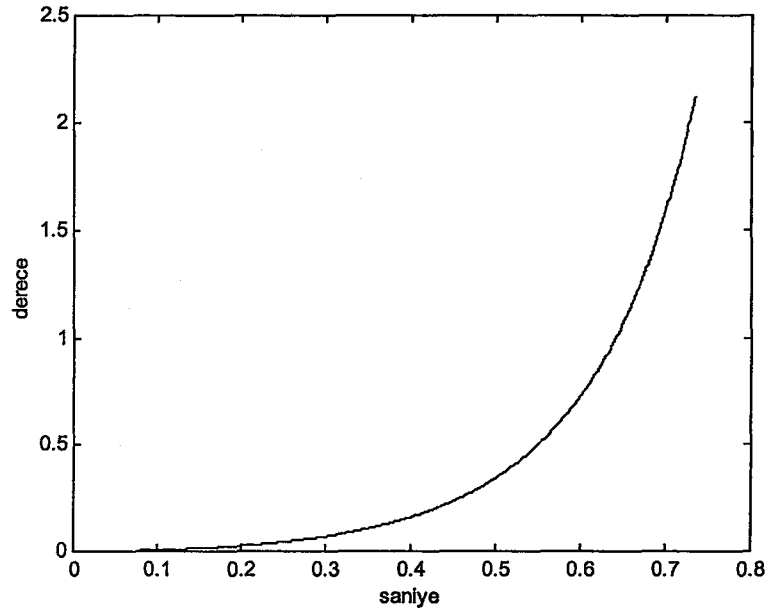


Şekil 5.8 Dış yükleme durumunda üst platforma bağlı olarak düşünülen hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait y- bileşeni

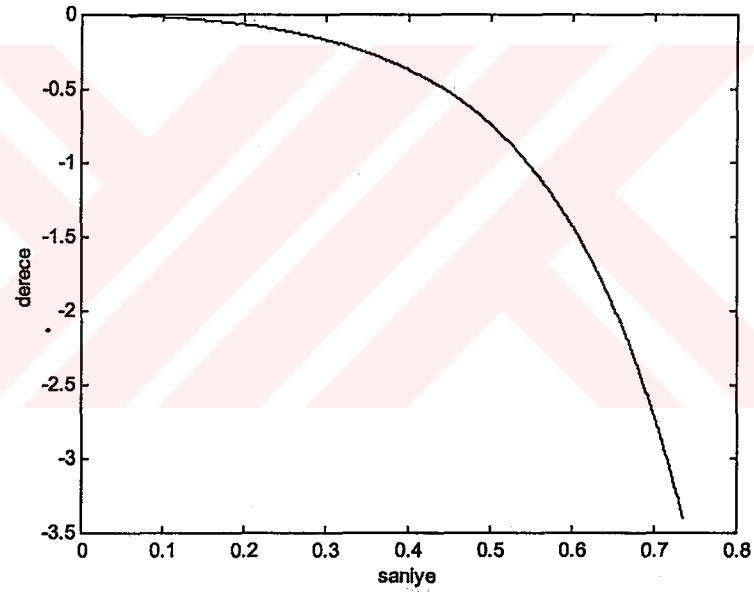


Şekil 5.9 Üst platforma bağlı olarak düşünülen hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait z- bileşeni (Üst platformun yüksekliği)

Ayrıca, Şekil 5.10-5.12’da hareketli eksen takımının yönelmesine (üst platformun dönmesine) ait grafikler verilmiştir.

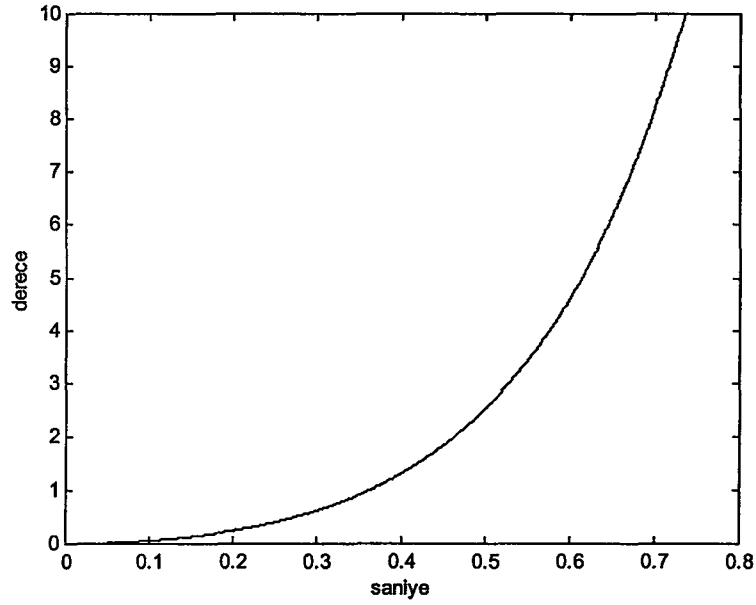


Şekil 5.10 Sabit eksen takımının x-eksenine göre üst platformun dönme açısı



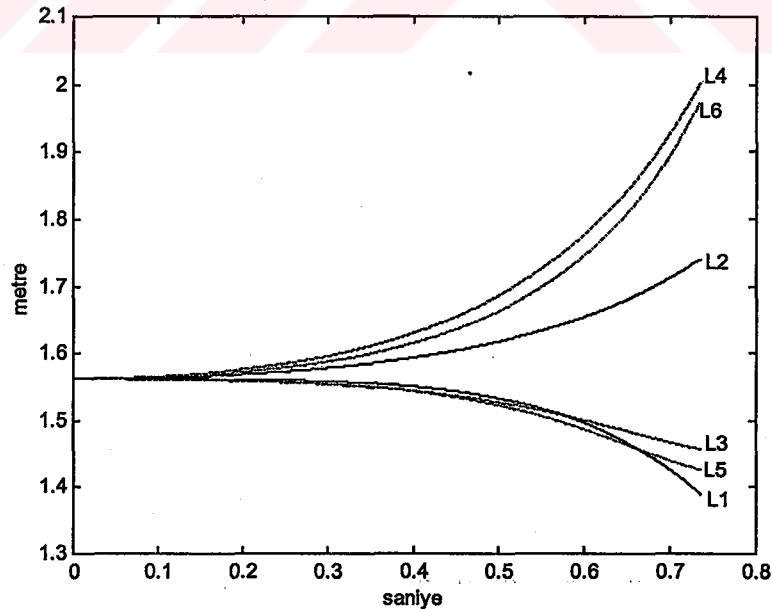
Şekil 5.11 Sabit eksen takımının y-eksenine göre üst platformun dönme açısı

Verilen konum ve yönelme grafiklerinden görüleceği gibi, simülasyonun başlangıcında, üstündeki kütle ile birlikte alt platforma paralel olarak duran üst platform, pistonlara uygulanan kuvvetlerin etkisiyle hareket etmeye başlamıştır. Bu hareket incelendiğinde platformun hem açısal hem de doğrusal olarak hareket ettiği görülmektedir. Platform x, y ve z-eksenleri etrafında sırasıyla 2, -3.5 ve 10 derece dönmeler yaparken aynı x, y ve z-eksenlerinde sırasıyla 1.8, 5 ve 8 cm öteleme hareketi yapmıştır.



Şekil 5.12 Sabit eksen takımının z-eksenine göre üst platformun dönme açısı

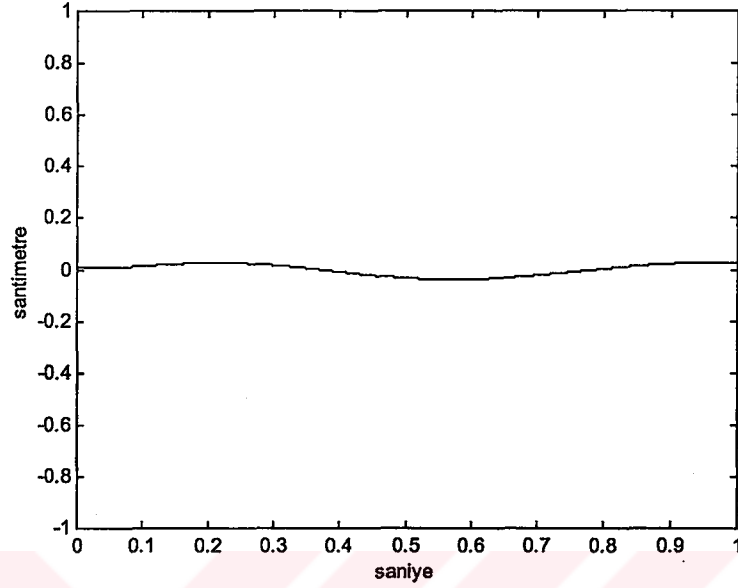
Bu şekilde bir hareketle üst platformun (-1,-1.33)'deki köşesi aşağı doğru inerken diğer köşeleri yükselmektedir. Eğrilerin şekillerinden anlaşılabacağı gibi platforma etkiyen net kuvvet bu şekilde sıfırlanamadığından sistem ivmeli bir hareket yapmaktadır. Simülasyon bacaklardan birisi maksimum uzunluğa ulaştığında sonlandırılmıştır. Simülasyon sonucunda platforma ait bacakların boylarındaki değişimi gösteren grafik Şekil 5.13'de sunulmuştur.



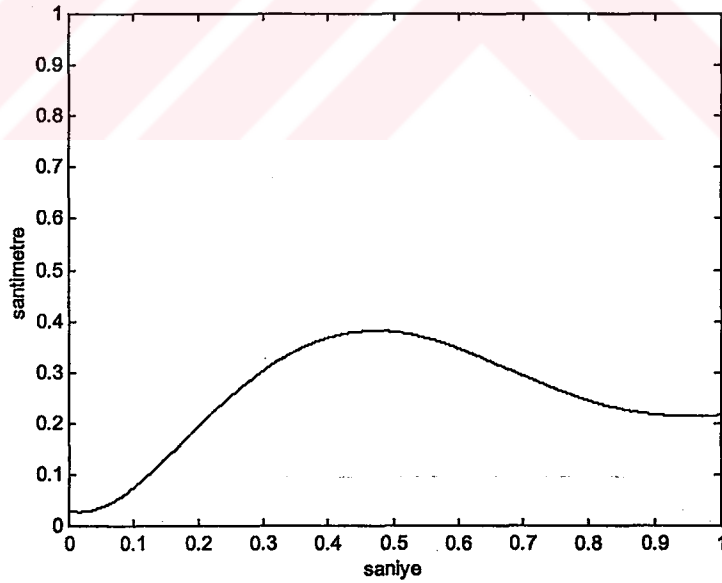
Şekil 5.13 Silindirlere sabit kuvvet uygulandığı durumda bacak uzunlukları değerleri

Şimdi yukarıdaki dış yükleme altında, aynı başlangıç koşullarında, sistemdeki silindirlere sabit kuvvet yerine geribesleme ile kontrol edilen bir kuvvet

uygulandığında, sistemdeki bacak uzunluklarının 1.57 metre olarak kalması istenmektedir. Bu durumda elde edilen konum, yönelme ve bacak uzunluklarına ait grafikler Şekil 5.14-5.20’de verilmiştir.



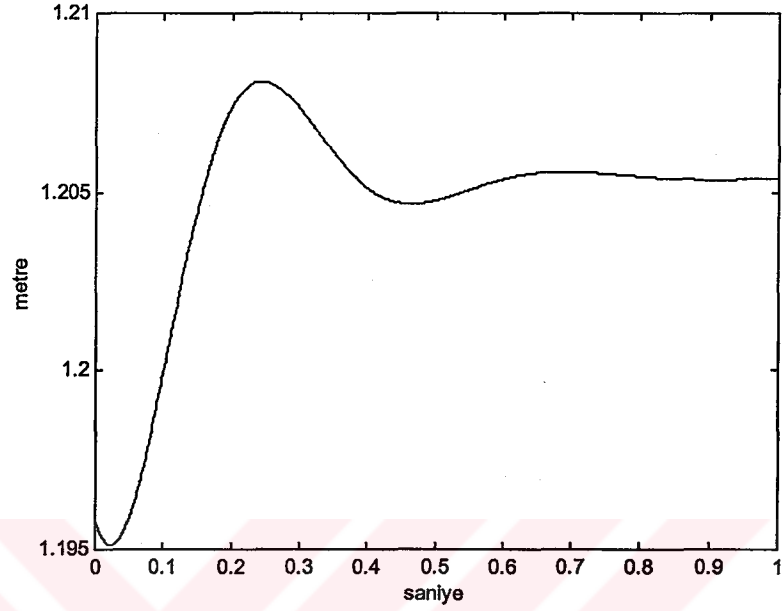
Şekil 5.14 Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platforma bağlı olarak düşünülen, hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait x-bileşeni



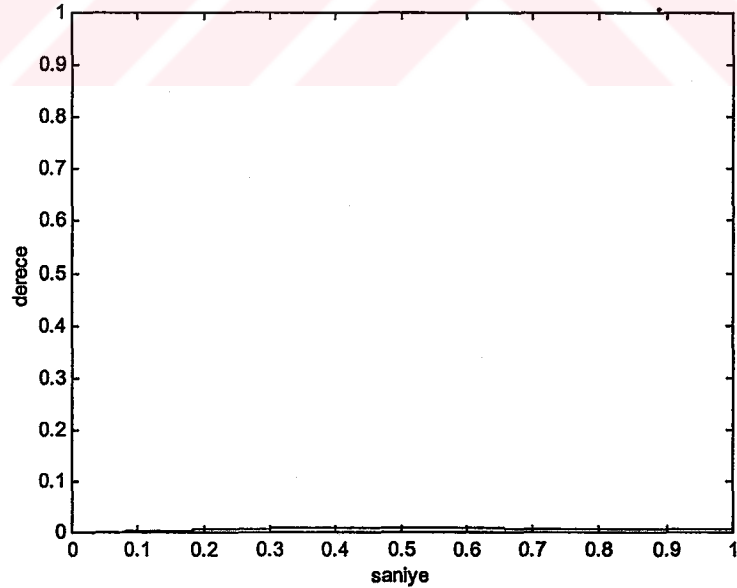
Şekil 5.15 Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platforma bağlı olarak düşünülen, hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait y-bileşeni

Verilen grafiklerden görüleceği gibi sisteme kontrol uygulanması halinde, üzerine konulan kütle ile birlikte platform kalması istenen yükseklikte alt platforma paralel

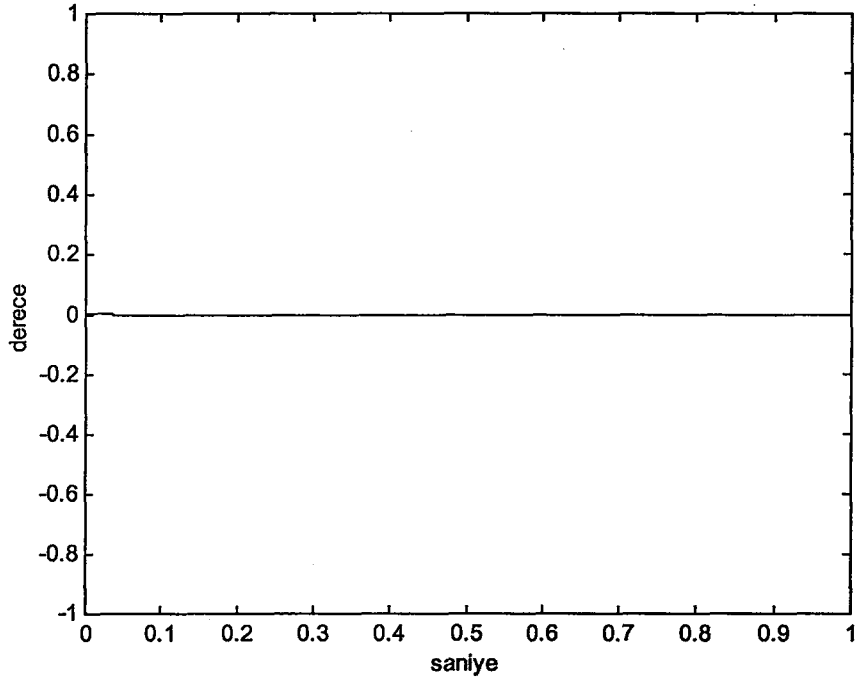
olarak ve z-ekseni etrafında herhangi bir açı yapmadan kalmıştır. Bu sırada üst platformda x, y ve z eksenlerinde oluşan öteleme hareketleri milimetreler civarındadır.



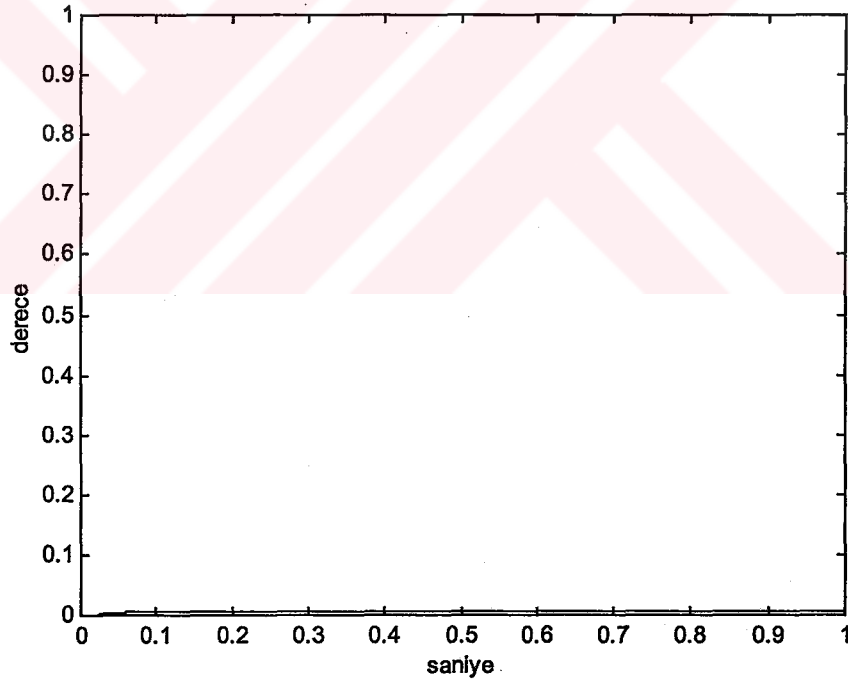
Şekil 5.16 Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platforma bağlı olarak düşünülen, hareketli eksen takımının orijininin simülasyon sırasındaki konumuna ait z-bileşeni (Üst platformun yüksekliği)



Şekil 5.17 Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platformun sabit eksen takımının x-eksenine göre yönelmesi

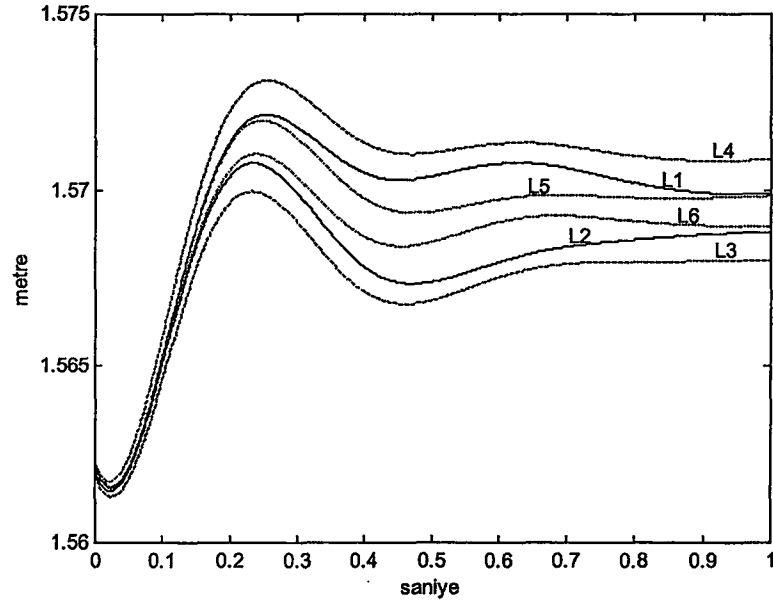


Şekil 5.18 Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platformun sabit eksen takımının y-eksenine göre yönelmesi

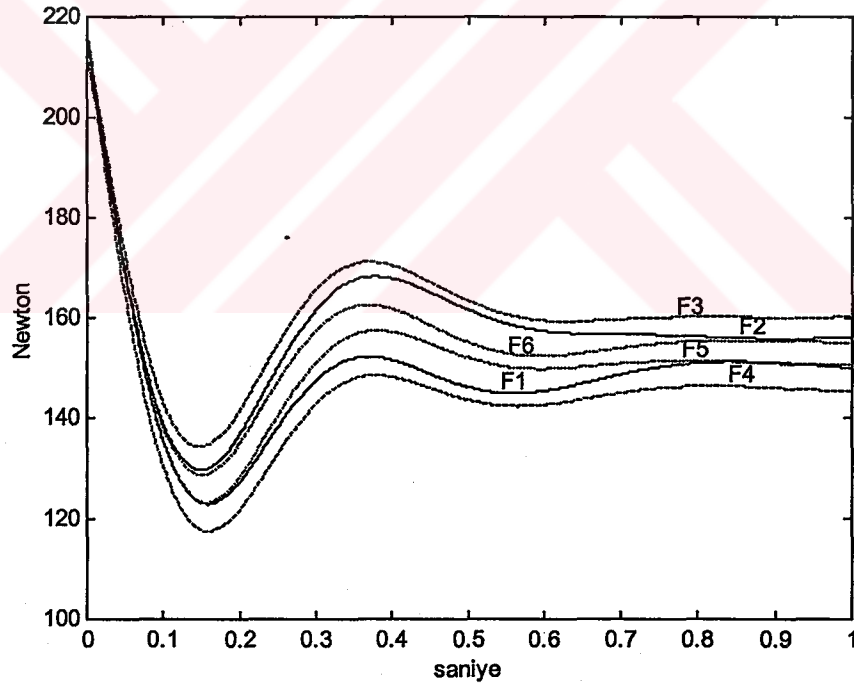


Şekil 5.19 Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, üst platformun sabit eksen takımının z-eksenine göre yönelmesi

Yapılan simülasyonun pratikte kullanılan pnomatik silindirler ile yapılabilirliğini incelemek için, simülasyon sırasında pistonlara uygulanan kuvvetlerin Newton cinsinden grafiği Şekil 5.21’de verilmiştir.



Şekil 5.20 Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, bacak uzunluklarının değişimini gösteren grafik



Şekil 5.21 Dış yüklemeli durumda sisteme kontrol uygulandığında, bacaklardaki pistonlara uygulanan kuvvetlerin değişimini gösteren grafik

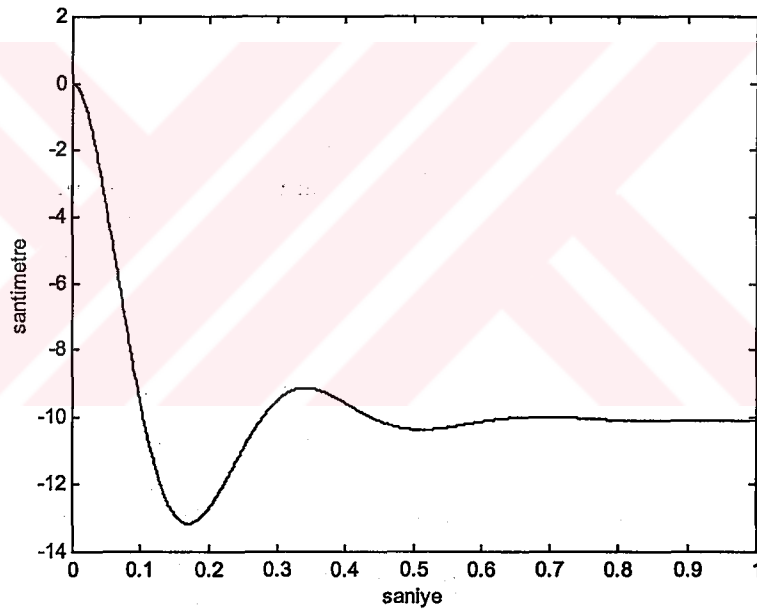
Şimdi platformun kendisi için çizilen bir yörünge üzerinde hareket ederken konum, yönelme, bacak uzunlukları ve pistonlara uygulanacak kuvvetleri inceleyelim.

Platform 1.2 metre yükseklikte yere paralel ve herhangi bir başlangıç yönelmesi ve ötelemesi olmadan hareketine başlatılsın. Platformun x-eksenine göre 7^0 , y-eksenine göre -8^0 , z-eksenine göre 3^0 dönme yapıp, x, y ve z yönünde -10cm ötelenmesini öngörelim. Bu durum sisteme referans değer olarak girilecek bacak uzunlukları

$$L_{i0} = [1.2150 \quad 1.3486 \quad 1.5832 \quad 1.5792 \quad 1.4628 \quad 1.8465]$$

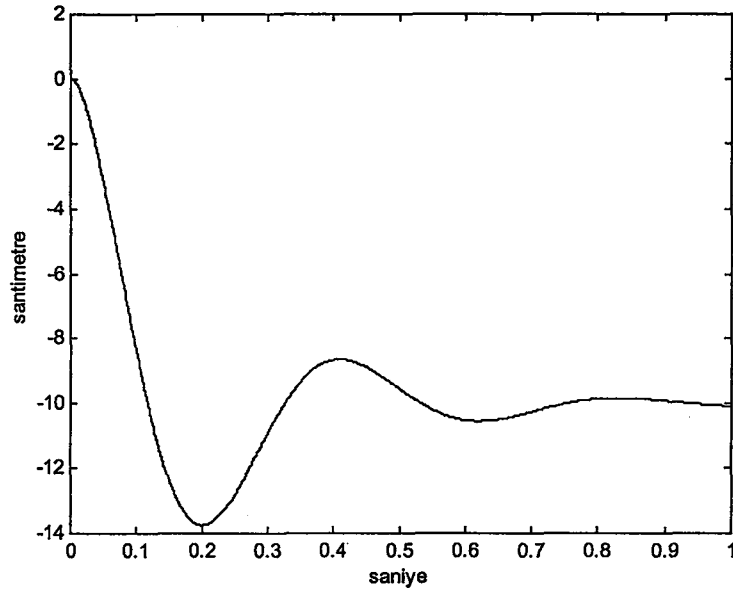
şeklinde ters kinematik bağıntılar kullanılarak bulunabilir. Bu simülasyon sırasında kontrolöre ilişkin katsayılar $K_p=18809$ ve $K_d=1379$ olarak alınmıştır. Bu seçimin sebebi bir sonraki bölümde anlatılacaktır.

Şekil 5.22-5.25’de üst platformun sabit eksen takımına göre x, y ve z yönündeki ötelenmeleri sunulacaktır. Bu grafiklerden sistemin doğrusal ötelemeleri yaparken 0.5 s civarında istenen değere ulaştığı görülmektedir.

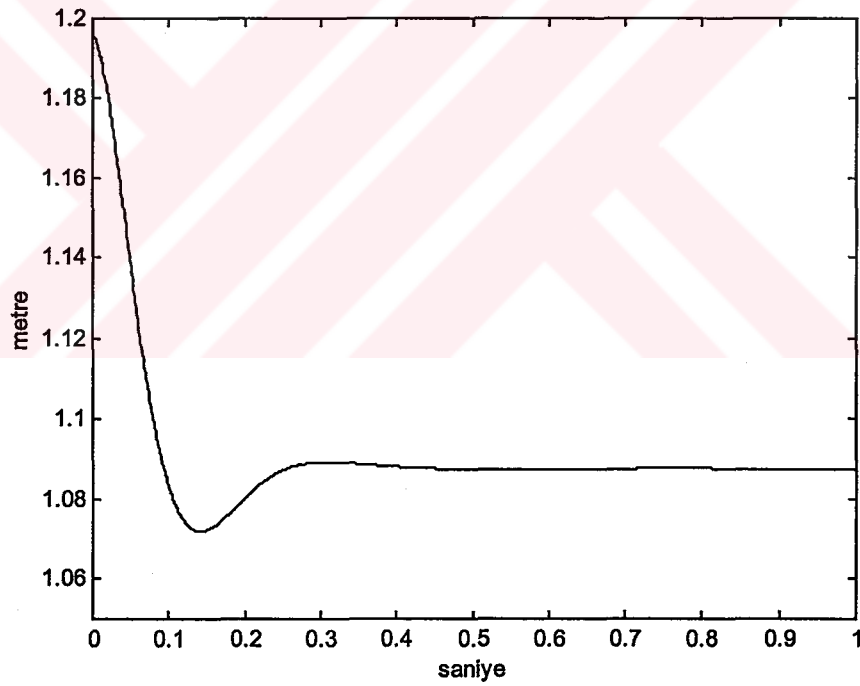


Şekil 5.22 Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken üst platformun x-ekseni yönündeki hareketi

Burada belirlenen yörünge için, sistem açısal hareketleri, doğrusal hareketlere göre daha kısa sürede ve daha az aşım ile gerçekleştirmektedir. Ayrıca z-eksenindeki öteleme hareketinde referans değere göre 0.5 cm civarında bir kalıcı durum hatası oluşmaktadır.

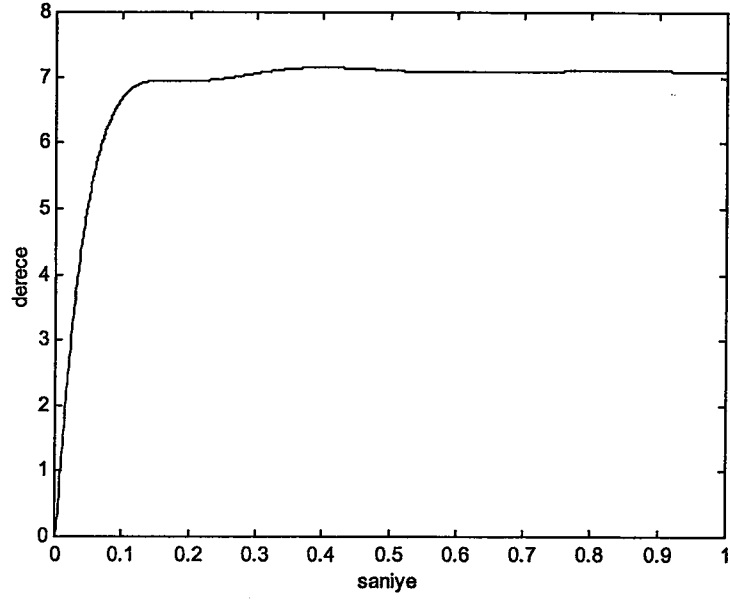


Şekil 5.23 Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken üst platformun y-ekseni yönündeki hareketi

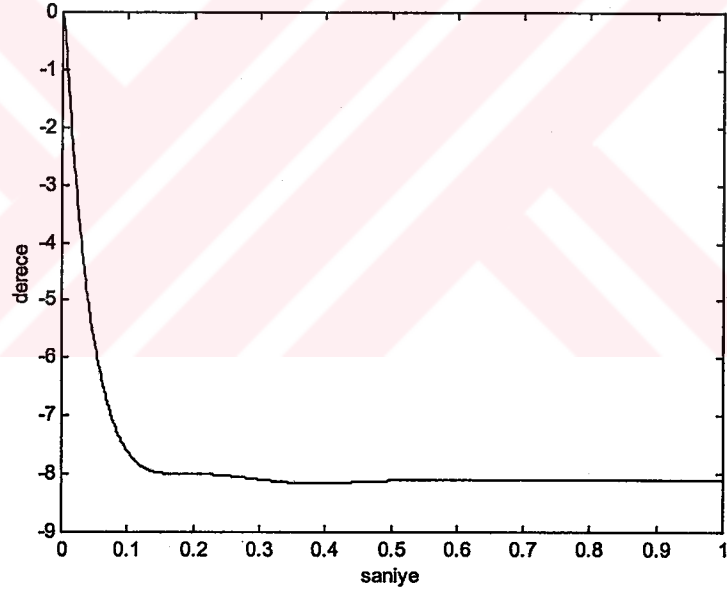


Şekil 5.24 Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken üst platformun z-ekseni yönündeki hareketi

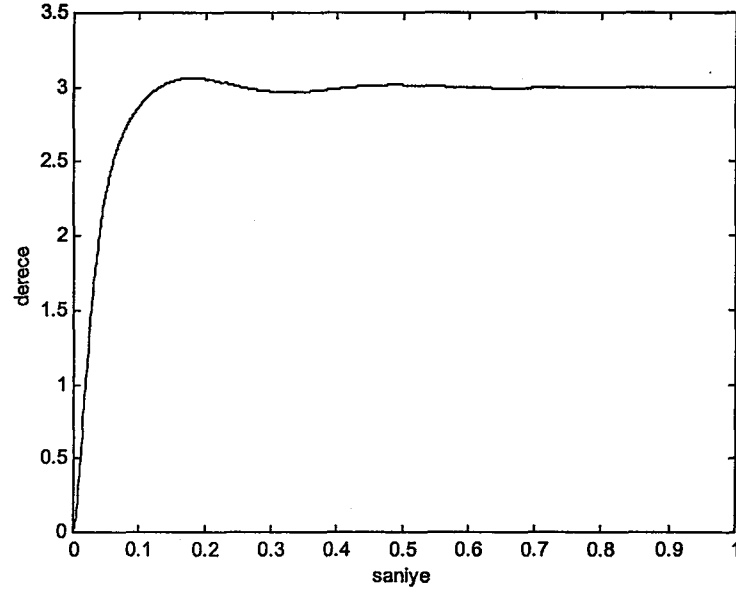
Şekil 5.25-5.27’de üst platformun sabit eksen takımının x, y ve z eksenlerine göre yönelmeleri sunulacaktır. Grafiklerden görüleceği gibi açısal hareketler platform tarafından daha kısa sürede ve daha doğru yapılmaktadır.



Şekil 5.25 Sistem tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken, üst platformun x-ekseni göre yönelmesi

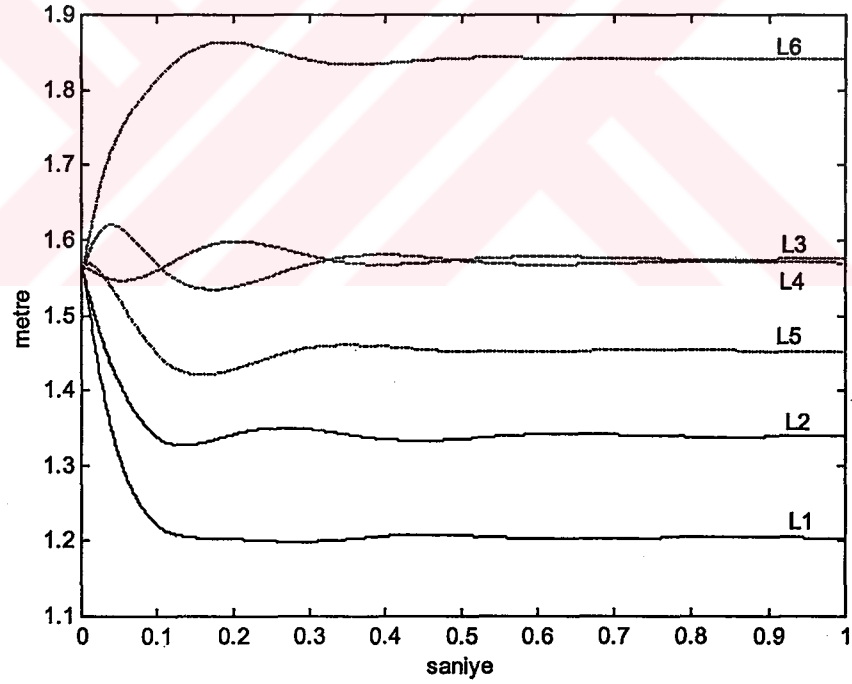


Şekil 5.26 Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken, üst platformun y-ekseni göre yönelmesi

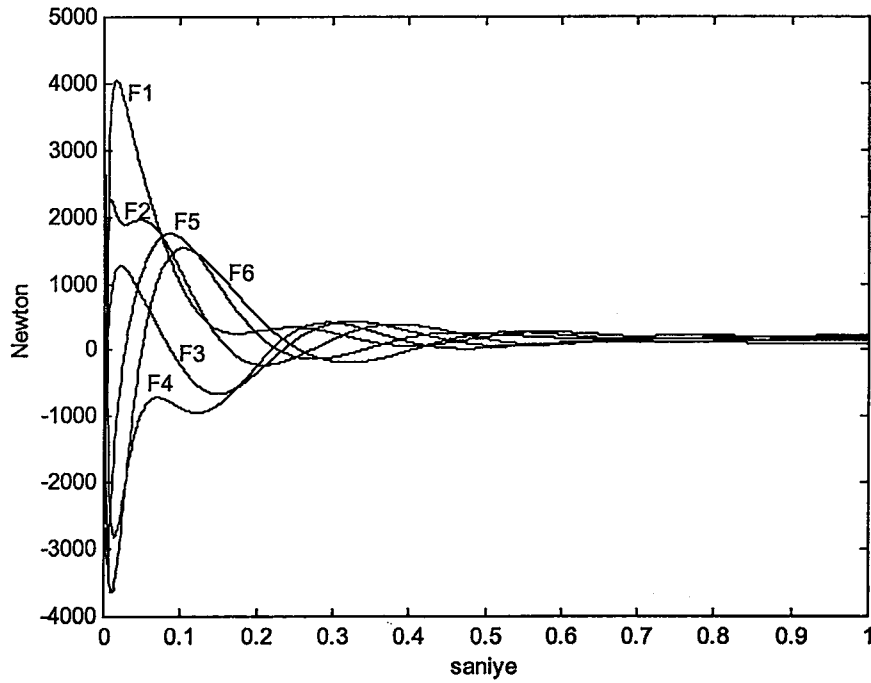


Şekil 5.27 Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken üst platformun z-ekseni göre yönelmesi

Şekil 5.28’de platformun bacak uzunluklarının simülasyon süresince değişimi sunulmuştur.



Şekil 5.28 Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken platformun bacak uzunluklarının değişimi



Şekil 5.29 Tanımlanan bir yörünge üzerindeki görevleri yerine getirirken pistonlara uygulanması gereken kuvvetler

Şekil 5.29'daki grafikten görüleceği gibi tanımlanan yörünge boyunca platformu hareket ettiren pistonlara uygulanması gereken kuvvetler maksimum 4000 N civarındadır. Bu sonuç itibariyle, eğer böyle bir simülasyonun gerçekleştirilebilirliği incelenirse, Ek D'de verilen Festo firması tarafından üretilen pinomatik silindirlerden biri seçilerek kullanılabilir.

5.1.3 Sayısal Örnek

Dinamik analiz sonucu elde edilen konum bilgilerinin düz kinematik ile karşılaştırılması:

Bunun için dinamik sistemin simülasyonu aşağıdaki başlangıç koşullarıyla $L_i=1.8$ den $L_i = 2.0$ birime kadar 300 adım çalıştırılmıştır.

$$b_1 = \{2.6378, -0.5563, 0\}, \quad b_2 = \{1.5286, -2.2206, 0\}$$

$$b_3 = \{-1.9714, 2.4084, 0\}, \quad b_4 = \{-0.0988, 3.1108, 0\}$$

$$b_5 = \{-0.26, -2.031, 0\}, \quad b_6 = \{-1.8599, -0.8129, 0\}$$

300 adım sonunda simülasyondan alınan bacak uzunlukları değerleri ve üst platforma ait köşe noktalarının koordinatları aşağıdaki gibidir:

$$P_1 = [-1.004, -1.334, 1.728]$$

$$P_2=[1.996, -1.331, 1.728]$$

$$P_3=[-1.006, 2.665, 1.728]$$

$$L_i=[2.000, 1.998, 2.000, 1.998, 1.995, 2.002]$$

Buradan elde edilen bacak uzunluklarına göre aynı geometri için düz kinematik analiz yapan program çalıştırılmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

$$b_1=\{2.637, -0.556, 0.0\}, \quad b_2=\{1.528, -2.220, 0.0\}$$

$$b_3=\{-1.971, 2.408, 0.0\}, \quad b_4=\{-0.098, 3.110, 0.0\}$$

$$b_5=\{-0.260, -2.031, 0.0\}, \quad b_6=\{-1.859, -0.812, 0.0\}$$

$$L_i=\{2.000, 1.998, 2.000, 1.998, 1.995, 2.002\}$$

$$\text{Üst platformun kenar uzunlukları}=\{5.0, 4.0, 3.0\}$$

$$P_1 \text{ noktası } \{-0.994, -1.337, 1.724\} \text{ dedir}$$

$$P_2 \text{ noktası } \{2.005, -1.340, 1.728\} \text{ dedir}$$

$$P_3 \text{ noktası } \{-0.991, 2.662, 1.728\} \text{ dedir}$$

5.2 Hata Analizi

Hata analizi, sistemin simülasyon sonuçları kullanılarak $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z, t_x, t_y, t_z\}$ açısal ve doğrusal yer değiştirme parametreleri için yapılmıştır. Önceki bölümlerde incelenen dinamik denklemlere bakıldığında platformun durumunu karakterize eden $\{\theta_x, \theta_y, \theta_z, \dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z, t_x, t_y, t_z, \dot{t}_x, \dot{t}_y, \dot{t}_z\}$ parametrelerinin L_i , ($i=1, 2, \dots, 6$) bacak uzunluklarının kapalı formda nonlinear fonksiyonları olduğu görülmektedir. Böyle bir hareketin hata analizi mevcut iki yöntem ile yapılabilir:

1. Durum parametreleri ile ölçümleri bağlayan ifadeleri Taylor serisine açmak,
2. Rasgele sayılar üreticisinin kullanılmasına dayanan Monte-Carlo yöntemi uygulamak.

Yukarıda bahsedilen ilk metot ele alınırsa, sistemin dinamik denklemlerindeki uzun ifadelerin Taylor serisine açılması çok büyük bilgisayar hafızası ve işlem zamanı gerektirmektedir. Bu sebeple platformun hareketinin hata analizi için ikinci yöntemin seçilmesi uygun görülmüştür.

5.2.1 Monte-Carlo Metodu ile Hata Analizi

Monte-Carlo metodu matematik problemlerin yaklaşık çözümlerini istatistiksel örnekleme yöntemleri ile bilgisayar ortamında bulmaya yarayan bir metottur. Basit olarak metot istatistik simülasyon metodu olup, metottaki istatistiksel yaklaşım, rastgele sayılar dizisini kullanarak simülasyon yapılmaktır [49].

Hata analizinde kullanılacak bacak uzunluklarının ölçümleri Z_{Li} aşağıdaki denklemlerle ifade edilmiştir.

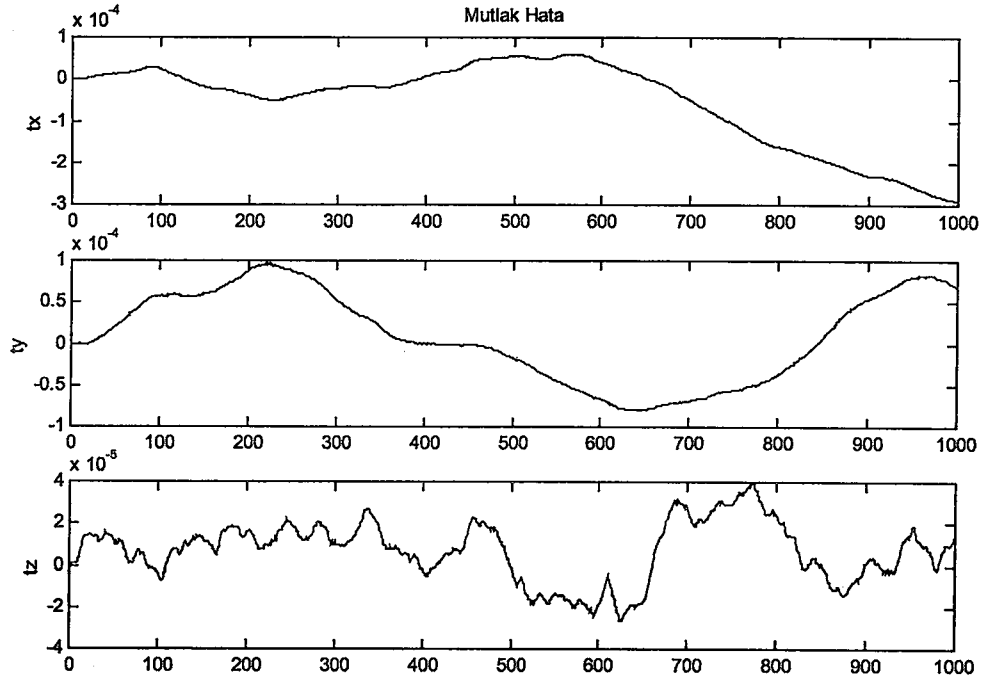
$$Z_{Li} = L_i + \sigma_L \text{ randn} \quad (i=1,2,...,6) \quad (5.4)$$

Burada L_i bacak uzunluklarının gerçek değerleridir. Bacak uzunluklarının doğrusal uzunluk ölçer ile ölçüldüğü kabul edilmiştir. Bu değerler, Bölüm 4’de türetilen denklemlerle verilen dinamik modele dayanarak bulunmuştur. Burada σ_L bacak uzunluklarının ölçüm hatalarının standart sapmasıdır. Doğrusal uzunluk ölçerin ölçme hatasının standart sapması 0.0025 metre olarak alınmıştır. “randn” Matlab paket programında 0 ortalamalı ve 1 standart sapmalı rasgele sayılar üreten bir komuttur.

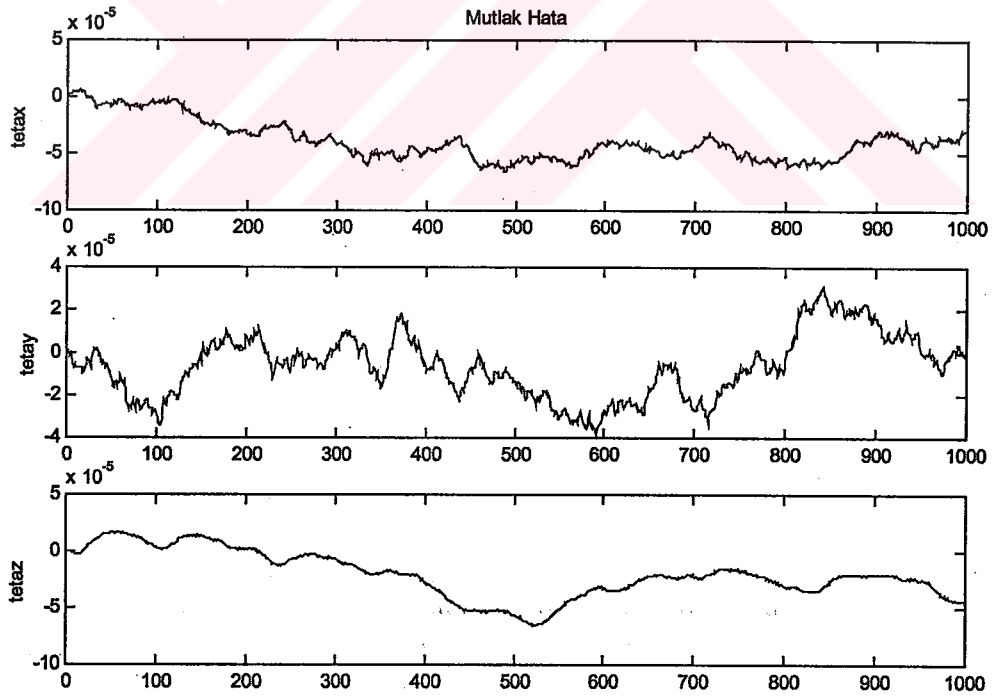
Hata Analizi için platformun durumunu karakterize eden $\{\theta, t...\}$ parametreleri her simülasyon adımında iki kez hesaplanmıştır:

1. Bacak uzunluklarının hesabında L_i gerçek değerleri kullanılmıştır,
2. Bacak uzunlukları olarak (5.4) denklemi ile simüle edilen ölçümler kullanılmıştır.

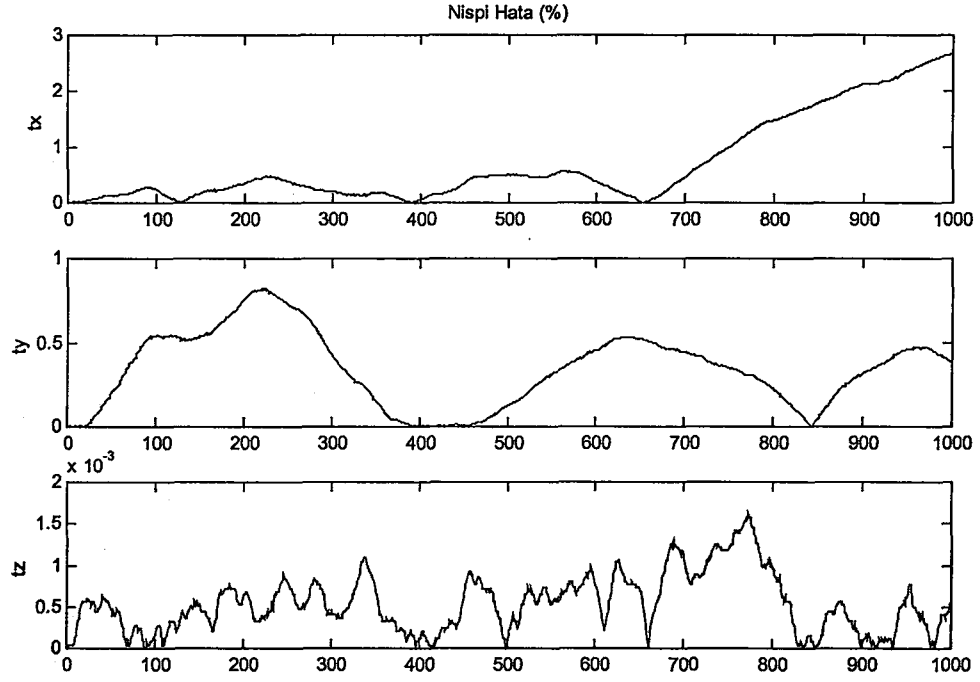
Simülasyon 1000 gerçekleştirme için yapılmıştır. Rasgele sayı üreticisinin yardımıyla 6×1000 tane rasgele sayı ($\sigma_L \cdot \text{randn}$) komutunun yardımıyla üretilmiştir. Sonuç olarak, 1000 gerçekleştirme için $\{\theta, x, ...\}$ parametrelerinin gerçek değerleri $\{\theta_{act}, x_{act}, ...\}$ ve bacak uzunlukları ölçümlerine dayanarak hesaplanmış yaklaşık değerleri $\{\theta_z, x_z\}$ bulunmuştur. Bu değerler kullanılarak, gerçek ve yaklaşık değerler arasındaki fark (Mutlak Hata), mutlak hatanın gerçek değere olan oranının yüzde ile ifadesi (Nispi Hata) ve mutlak hataların standart sapmaları hesaplanmıştır.



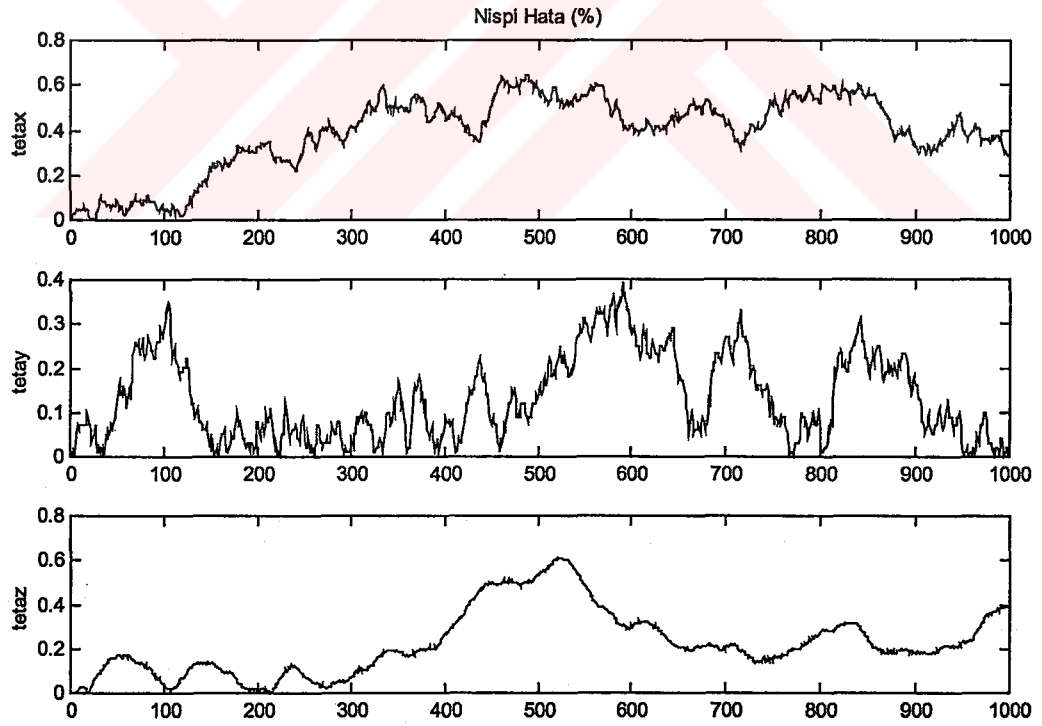
Şekil 5.30 Konuma göre mutlak hataların değişimi [metre] a) x-koordinatına b) y-koordinatına c) z-koordinatına göre



Şekil 5.31 Açısal konuma göre mutlak hataların değişimi a) x-eksenine, b) y-eksenine c) z-eksenine göre



Şekil 5.32 Konuma göre nispi hataların değişimi a) x-koordinatına, b) y-koordinatına c) z-koordinatına göre



Şekil 5.33 Açısal konuma göre nispi hataların değişimi a) x-eksenine, b) y-eksenine c) z-eksenine göre

Şekil 5.30 a, b, c’de konuma göre mutlak hataların değişimi Şekil 5.31 a, b, c’de açısal konuma göre mutlak hataların değişimi, Şekil 5.32 a, b, c’de konuma göre nispi hataların değişimi Şekil 5.33 a, b, c’de açısal konuma göre nispi hataların değişimi verilmiştir. Şekil 5.30 ve 5.31’de sunulan grafiklerde görüldüğü gibi bacak uzunluklarının ölçümlerine göre platformun konumu ve açısal konumu yüksek doğrulukla belirlenmektedir. Şekil 5.32 ve 5.33’de sunulan nispi hataların değişim grafiklerine bakıldığında, belirli aralıklarda konumun x ve y koordinatları için nispi hataların yüksek olduğu görülmektedir. İncelemeler göstermiştir ki, söz konusu aralıklarda parametrelerin gerçek değerleri sıfıra çok yakındır. Değeri düşük olan bir parametrenin nispi hatasının yüksek çıkması tabiidir. Konum ve açısal konum için bulunmuş standart sapmaların değerleri Tablo 5.1’de sunulmuştur.

Tablo 5.1 Doğrusal ve Açısal Konum Değerlerinin Standart Sapmaları

x(1.0e-004)	x	y	z
Sigmat (Doğrusal konum)	0.99487	0.54101	0.14115
Sigmateta (Açısal konum)	0.16987	0.14613	0.20233

Tablo 5.1’de sunulan sonuçlardan görüldüğü gibi konumu ve açısal konumu karakterize eden parametrelerin bulunma hatalarının standart sapmaları bacak uzunluklarının ölçme hatasının standart sapmasından küçüktür. Bu sonuç, çalışmada üretilmiş platformun hareket belirleme algoritmasının yüksek doğruluğa sahip olduğunu göstermektedir.

5.3 Sonuçlar

Sistemin dinamik modeline ait simülasyon oluşturulduktan sonra simülasyonun denenmesi amacıyla çeşitli yüklemeler altında sistemin davranışı incelenmiştir. Sistem pistonlara bir kuvvet uygulanmadan bırakıldığında üst platformun ağırlığı ile aşağı doğru inmektedir. Üst platformun ağırlığını yenecek bir kuvvet uygulandığında ise üst platform yukarı doğru çıkmaktadır.

Daha sonra üst platformun üzerine 25 kg'lık bir kütle konarak sisteme bir dış yükleme yapılmış ve pistonlara 140 N'luk bir kuvvet uygulanarak sistemin davranışı incelenmiştir. Daha sonra bu durum sisteme kontrol uygulandığı zaman incelenerek pistonlara uygulanacak kuvvetler hesaplanmıştır. Buradan çıkarılan sonuca göre böyle bir hareket için ekler kısmında sunulan pistonlardan herhangi biri uygun olacaktır.

Son olarak simülasyona kontrol sistemi eklenerek sisteme bir yörünge çizilmiş ve belirlenen işleri yapması istenmiştir. Burada amaçlanan, sistemin yörüngeyi takip edip edemediğini ve pistonlarda oluşacak kuvvetleri incelemektir. Yapılan denemelerde sistemin büyük bir başarı ile bu yörüngelerde tanımlanan görevleri yerine getirdiği görülmüştür.

Hata analizi kısmında bacak uzunluklarının ölçümüne göre platformun hareketinin belirlenmesi için bir algoritma üretilmiştir ve hata analizi yapılmıştır. 1000 gerçeklemeyi içeren simülasyon sonuçlarına göre, platformun hareketinin belirlenmesinin hata analizi Monte-Carlo yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Konumu ve açısal konumu karakterize eden parametrelerin mutlak ve nispi hataları ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Bulunan sonuçlar platformun hareketinin bacak uzunluklarına göre yüksek doğrulukla saptandığını göstermiştir.

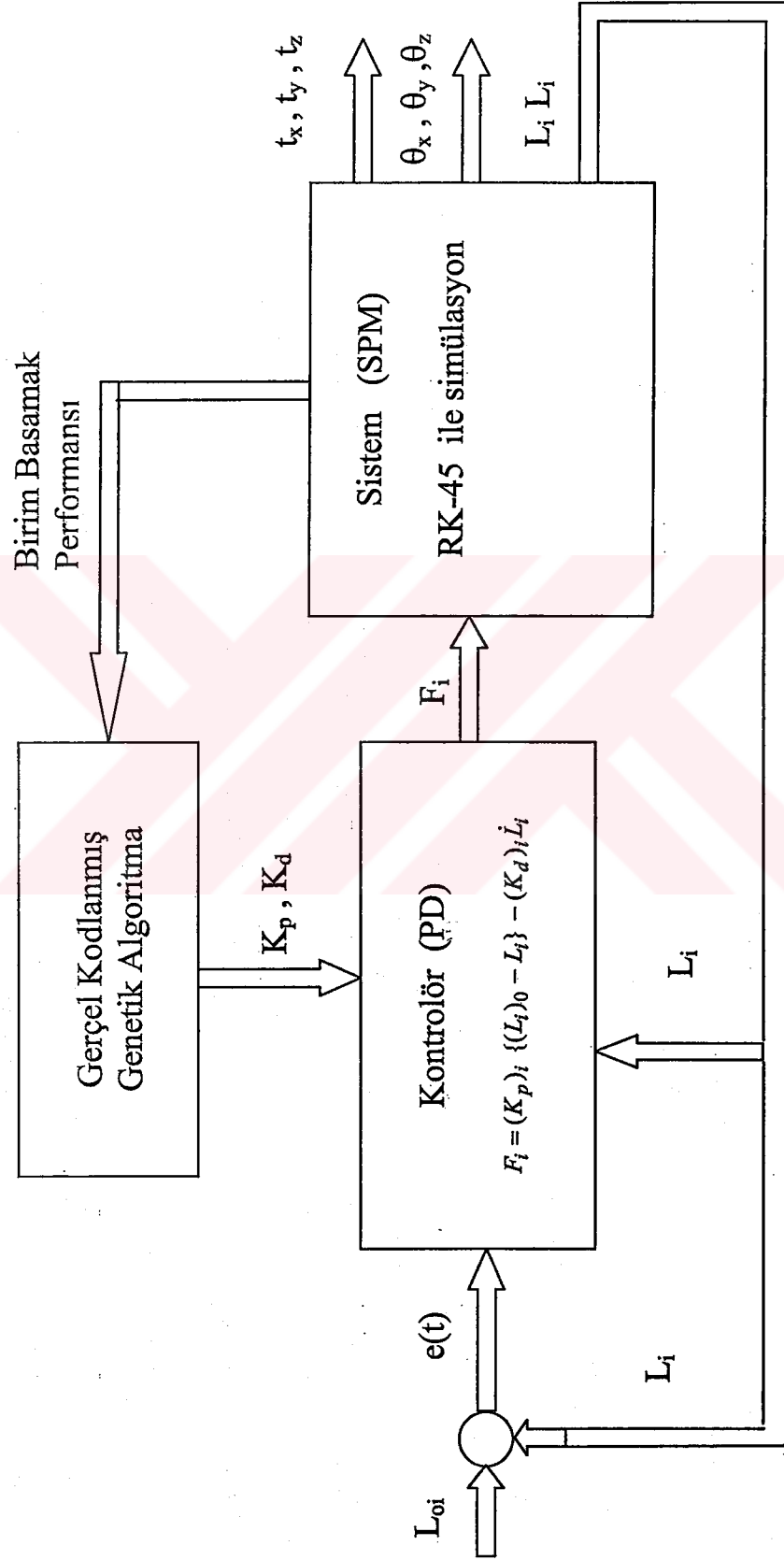
Nonlinear sistem modelini lineerleştirme işlemi karmaşık olduğundan, burada istatistiksel bir metot olan Monte Carlo yöntemi denenmiştir. Verilen grafiklerdeki küçük salınımlar metot uygulanırken yararlanılan hata değerlerinin rasgele olarak üretilmesine dayanmaktadır. Diğer yandan kullanılan bu metot oluşan büyük salınımların oluşma sebebi hakkında bir bilgi vermemektedir. Ancak bu salınımların ölçülen bacak uzunlukları değerlerinin büyük olmasından kaynaklandığı söylenebilir.

6. KONTROL SİSTEMİ VE KONTROL KATSAYILARININ OPTİMİZASYONU

6.1 Giriş

Bir uçuş simülatörünün amacı, eğitilen pilot adayına bir uçağın içinde olduğu hissini vermektir. Bu sebeple, uçağın izlediği varsayılan rota üzerindeki açısal hareketleri ve öteleme hareketlerini oluşturacak şekilde, simülatörü hareketlendiren üst platformun kontrolü sağlanmalıdır. Böylece uçuş simülatörlerinde önceden belirlenmiş senaryolar gerçekleştirilir. Burada önceden belirlenmiş senaryo ile kastedilen hareketli platformun izleyeceği yörüngedir. Platformun izleyeceği yörünge belirlendikten sonra, yörünge üzerindeki noktalarda platformun bacak uzunlukları ters kinematik bağıntılar kullanılarak kolayca hesaplanabilir. Uçuş simülatörlerinde sensör olarak platformun bacaklarına yerleştirilen lineer uzunluk ölçerler kullanılmaktadır. Dolayısıyla, bacak uzunlukları ölçümlerine dayanan bir kontrol algoritması uygulanmalıdır. Burada kontrolöre uygulanacak hata işareti, ölçülen bacak uzunlukları ile izlenecek yörünge doğrultusunda belirlenen referans bacak uzunlukları değerlerinin karşılaştırılmasıyla oluşturulur.

Bu çalışmada bir simülatördeki kontrol algoritmasına benzer bir kontrol algoritması uygulanmıştır. Uygulanan bu kontrol algoritmasının blok diyagramı Şekil 6.1’de verilmiştir. Blok diyagramdaki kısımlardan SPM’nin simülasyonuna ait bloğun ayrıntılı incelemesi Sistemin Dinamik Modeli ile Simülasyon ve Hata Analizi bölümlerinde yapılmıştır. Burada sadece kontrol edilen sisteme ait girişler ve çıkışlar incelenecektir. Bu bölümde, ilk olarak kontrol sistemi tanıtıldıktan sonra sistemin performansını iyileştirecek şekilde kontrol katsayılarının optimizasyonu anlatılacaktır.



Şekil 6.1 Kontrol sisteminin blok diyagramı

6.2 Kontrol Edilen Sistem

Şekil 6.1'deki Blok diyagramda kontrol edilen sistem bloğu, SPM'nin nonlinear dinamik modelinin Runge-Kutta 45 sayısal yönteminin Matlab ortamında çözülmesi ile elde edilmiştir. SPM'de platformun bacaklarını oluşturan pinomatik silindirlere uygulanacak basınç kuvvetinin şiddeti sistemin girişleridir. SPM'de, üst platforma bağlı olarak hareket ettiği düşünülen, hareketli eksen takımının orijininin, alt platform üzerinde tanımlanmış sabit referans eksen takımına göre konumu (t_x, t_y, t_z), aynı orijin noktasının sabit eksen takımındaki doğrusal hızları (t_x, t_y, t_z), hareketli eksen takımının x, y, z eksenlerinin yönelmeleri ($\theta_x, \theta_y, \theta_z$) ve bu eksenlere ait sabit eksen takımındaki açısal hızlar sisteme ait simülasyonun çıkışları olarak alınmıştır. Bölüm 5 de verilen alt ve üst platformun sabit ve hareketli eksen takımındaki yerleşimleri incelenirse, sisteme ait bu çıkışları kullanarak hareketli üst platform üzerindeki herhangi bir noktanın konumunu kolayca belirleyebiliriz. Bu konum belirleme işlemi sırasında ($\theta_x, \theta_y, \theta_z$) dönme açılarını içeren dönüşüm matrisi R ve (t_x, t_y, t_z) değerlerini içeren öteleme vektörünü kullanırız.

$$X_{yz_{sbt}} = R * x_{yz_{hrkt}} + t \quad (6.1)$$

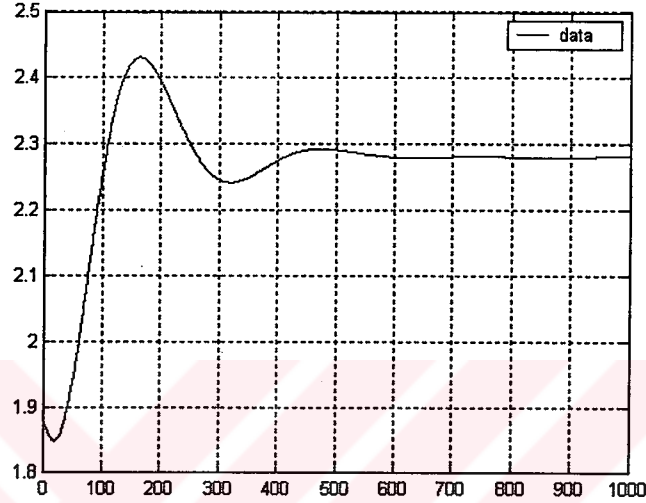
6.3 Uygulanan Kontrol Algoritması

Dinamik modelin kuruluşundan da görüleceği gibi sisteme ait model, lineerleştirilmesi zor olan nonlinear bir yapıdadır. Böyle yüksek dereceden nonlinearlik içeren bir sistemin kontrolünde, bu çalışmada PD (Orantı-Türev) kontrol algoritması tercih edilmiştir. Burada sistemin çıkışından geri beslenen L_i bacak uzunlukları ile referans olarak girilen bacak uzunlukları değerleri karşılaştırılarak PD kontrolöre hata işareti olarak verilmiştir. Bundan başka L_i bacak uzunluklarının türevleri de PD kontrolöre geri besleme yolu ile girilmiştir. Uygulanan PD kontrol algoritması, bacak uzunlukları ölçümlerinden yararlanılarak pistonlara uygulanacak kuvvetin şiddetini

$$F_i = (K_p)_i \{(L_i)_0 - L_i\} - (K_d)_i \dot{L}_i \quad (i=1,2,...,6) \quad (6.2)$$

şeklinde verir. Burada K_d , K_p sırasıyla türev ve orantı katsayılarını L_i , $(L_i)_0$ sırasıyla ölçülen ve ulaşılması istenen bacak uzunluklarını, $\dot{L}_i$ ise i. bacak uzunluğunun o an hesaplanan türevini göstermektedir. Bu şekilde hesaplanan F_i 'ler kullanılarak yapılan simulasyon 1000 adım çalıştırılarak sistemin basamak cevabı incelenmiştir.

Şekil 6.2'den görüleceği gibi basamak cevabında sistemin performansını etkileyen faktörler aşağıdaki gibi sıralanabilir:



Şekil 6.2 Sistemin L_1 bacağına basamak cevabı

1. Yerleşme zamanı

Sistemin basamak cevabının, referans değer etrafındaki artık bandın içine girmesi için geçen süredir.

2. Maksimum Aşım

Sistem basamak cevabının, referans değere göre maksimum uzaklaşmasıdır.

3. Kalıcı durum hatası

1000 adım sonunda sistem basamak cevabının, referans değere göre hatasıdır.

Bir uçuş simülöründe, pilot adayının verdiği komuttan sonra simülör ekranındaki görüntünün değişime başlaması ile simülörün pilot üzerinde oluşturacağı etkinin başlatılması arasında maksimum 150ms geçmelidir. Aksi halde pilot gerekli algılamayı sağlayamamakta ve algılama yanılması oluşmaktadır [50]. Bundan dolayı sisteme uygulanan PD katsayıları bu performansı sağlayacak şekilde seçilmelidir. Bu seçme işlemi yukarıda sayılan üç parametrenin optimize edilmesi ile yapılabilir. Bu sebeple buradaki PD katsayıları genetik algoritmalar kullanılarak seçilmişlerdir. Son zamanlarda birçok araştırmacı, çalışmalarında bu tip optimizasyon uygulamalarını

tercih etmektedir [51-52]. Optimizasyon sonucu seçilen katsayılarla yapılan simülasyonun sonucu literatürdeki benzer uygulamalarla karşılaştırılmıştır. Burada kontrol katsayılarını bulmak için kullanılan genetik algoritmalar hakkındaki ayrıntılı bilgi Ek A kısmında verilmiştir.

6.4 Bu Çalışmada Uygulanan Gerçek Kodlanmış Genetik Algoritma

Genetik Algoritmayı (GA) uygulamaya başlarken, başlangıç toplumu olarak [30x2] boyutunda, elemanları (A.3) ifadesine göre parametreler için tanımlanmış aralık içinde kalacak şekilde rasgele belirlenen bir matris üretilmiştir. Buradaki her bir satır bir gene ait parametreleri göstermektedir.

Daha sonra GA'da kullanılacak ebeveynlerin seçiminde turnuva metodu uygulanmıştır. Bu metotta toplum içinden rasgele seçilen iki genin uygunluk değerleri karşılaştırılır ve uygunluk değeri büyük olan gen ebeveyn olarak seçilir. Böylece iki adet ebeveyn seçildikten sonra önceden belirlenmiş çaprazlama olasılığına göre çaprazlamanın yapılıp yapılmayacağına karar verilir. Eğer çaprazlama yapılmayacak ise ilk seçilen gen yeni bireyi oluşturacaktır. Bundan sonra genlerin içindeki parametrelerden hangilerinde çaprazlama yapılacağını belirlemek için maskeleyme işlemi yapılır. Bu belirleme işleminden sonra (A.8) ifadesine göre her bir parametreye çaprazlama uygulanır. Önceden belirlenen mutasyon olasılığına göre eğer yeni oluşan bu bireye mutasyon işlemi uygulanacak ise

$$P_{yeni} = P_{yeni} + Mut_scale * rand(N_{par}) * (hi - lo) \quad (6.3)$$

ifadesi kullanılarak yeni gendeki her bir parametrenin değeri ayarlanır. Eğer bu işlemler sonucunda yeni oluşan genin parametre değerleri önceden ayarlanan limitlerin dışına çıkmış ise, o parametrelerin değerleri limit değeri olarak alınır. Bu işlemler her üremede toplumdaki gen sayısı kadar tekrarlanır.

6.5 Genetik Algoritmalar Kullanılarak Kontrol Katsayılarının Optimizasyonu

Katsayıların optimizasyonu işleminde literatürde verilen K_p ve K_d katsayıları ile elde edilen sisteme ait birim basamak cevabındaki maksimum aşım, yerleşme zamanı ve kalıcı durum hatası değerleri ele alınarak sistemin performansı iyileştirilmeye

çalışılmıştır. Bu sebeple sistemin performansını en iyi yapacak şekilde, sisteme uygulanan kontroldeki K_p ve K_d katsayılarını ayarlayan bir gerçel kodlanmış Genetik Algoritma uygulanmıştır. Başlangıçta GA uygulamasında platformun her bir bacağı için ayrı bir K_p ve K_d çifti seçilmesi öngörülürken, daha sonra bacaklarının birbiri ile aynı yapıda olması göz önüne alınarak, her bacak için aynı K_p ve K_d çiftinin kullanılması benimsenmiştir (Tablo 6.1).

Tablo 6.1 Klasik ve GA ile optimize edilmiş PD katsayıları kullanılarak elde edilen sistem performansı

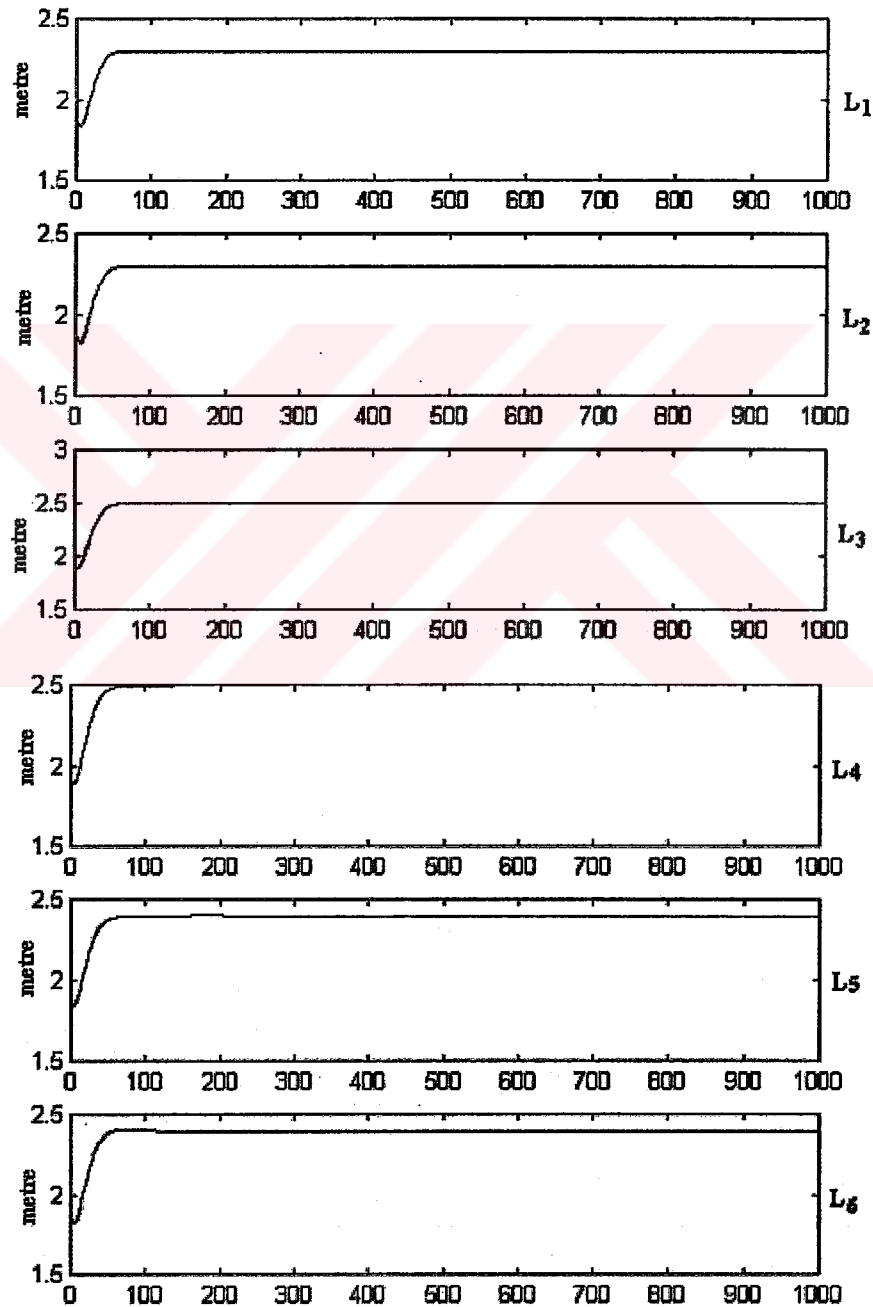
SİSTEM PERFORMANSI	Literatürde verilen PD katsayıları uygulandığında	Genetik Algoritmalar kullanılarak optimize edilen katsayıların uygulandığında
Yerleşme Zamanı (sn) $L_1, L_2, \dots, L_6$	0.2670	0.0940
	0.2760	0.0980
	0.2740	0.0970
	0.2560	0.1070
	0.3820	0.1060
	0.2870	0.0990
Maksimum Aşım (%) $L_1, L_2, \dots, L_6$	8.59	0.49
	7.11	0.23
	7.01	0.45
	5.73	0
	6.87	0
	6.79	0.85
Kalıcı Durum Hatası (%) $L_1, L_2, \dots, L_6$	2.78	0.83
	3.61	0.86
	2.64	0.63
	1.84	0.57
	2.54	0.71
	2.71	0.69

Uygunluk fonksiyonu olarak sistem simülasyonunun basamak cevabından elde edilen maksimum aşım, yerleşme zamanı ve kalıcı durum hatası değerlerini içeren

$$f = \frac{1}{M_a + T_s + e_{ss}} \quad (6.4)$$

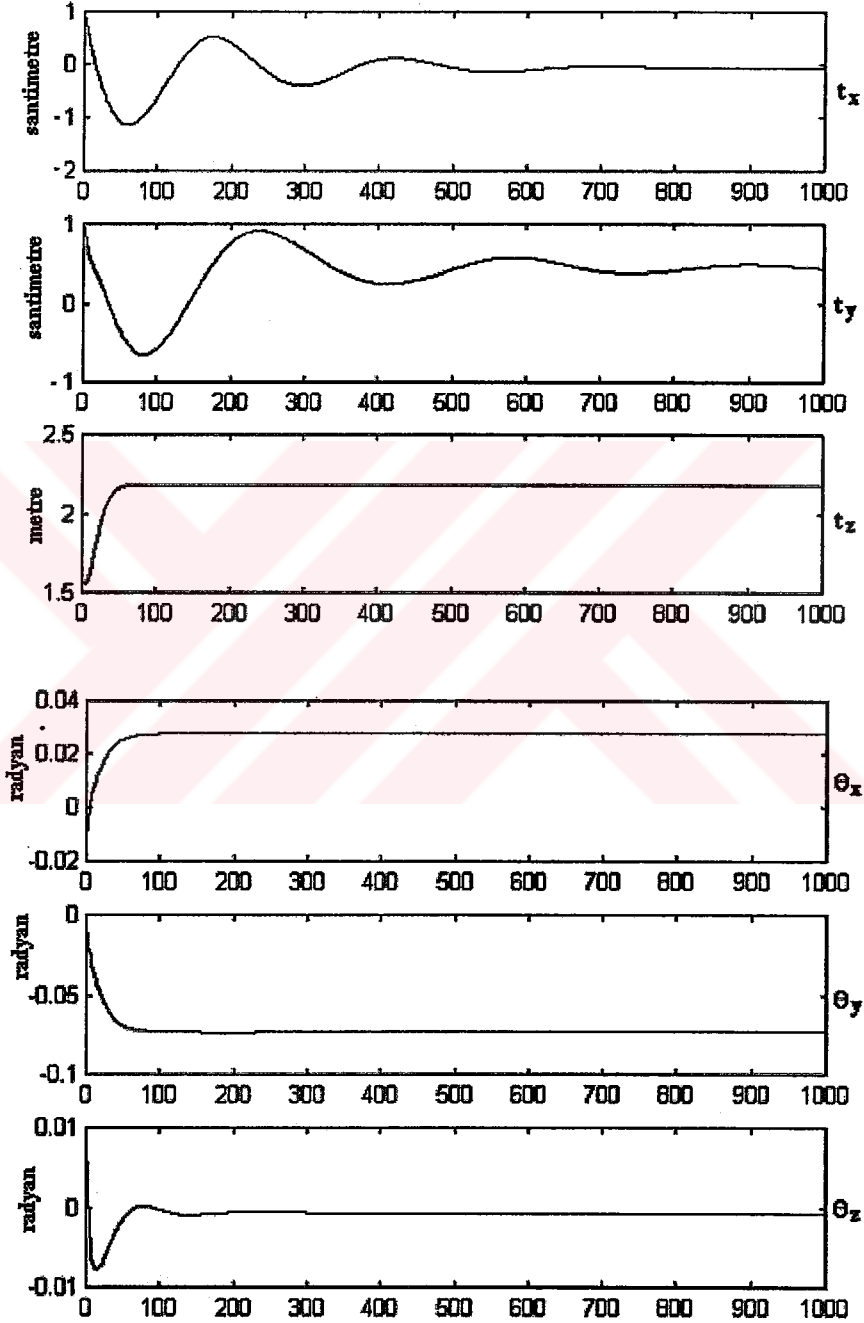
şeklinde bir fonksiyon seçilmiştir. Yerleşme zamanı hesaplanırken artık band $\pm \% 5$ olarak alınmıştır. Buradaki parametrelerin hesaplanması için her bir gen için dinamik sistemin simülasyonu tekrar çalıştırılmıştır.

PD katsayılarının optimizasyonu için kullanılan GA 'da her bir gen K_p ve K_d olarak iki parametreyi içermektedir. Genetik algoritma çalıştırılırken başlangıçta parametre aralıkları K_p ve K_d için (0-5000) ve (0-500) olarak seçilmiştir. Bu seçim için genetik algoritma üst sınırlarda en iyi değeri yakalamıştır. Daha sonra parametre aralığı (0-10000) ve (0-1000) olarak seçilmiştir. Burada da GA yine üst sınırda en iyi değeri yakalamıştır. Daha sonra parametre aralığı olarak (0-20000)ve (0-2000) olarak alınmış ve GA'ya ilişkin ayrıntılı bilgiler bu aralık için verilmiştir.

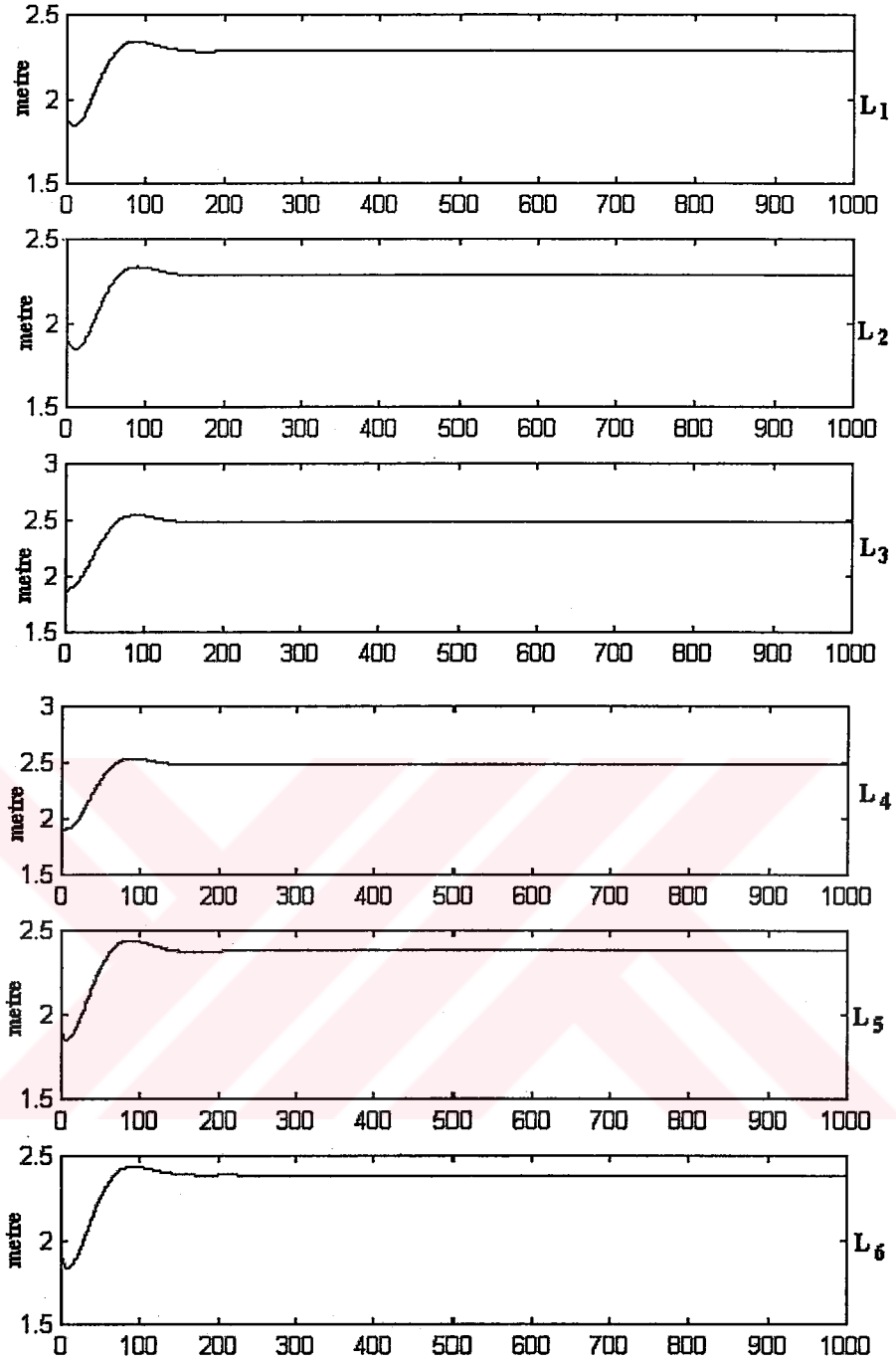


Şekil 6.3 Uygulanan PD kontrole ait bacak uzunlukları [m] basamak cevabı (K_p : 18809, K_d : 1379)

Toplumdaki gen sayısı 30 olarak seçilmiş ve 20 nesil için algoritma çalıştırılmıştır. Çaprazlama olasılığı 0.8, mutasyon olasılığı 0.002, turnuva olasılığı 0.7 ve mutasyon ölçeği 0.1 olarak seçilmiştir. Bu nesillere ilişkin uygunluk değerleri Ek F Tablo 1, 2, 3, 4, 5’de verilmiştir. Sisteme genetik algoritmalar kullanılarak optimize edilen katsayılar uygulandığında elde edilen grafikler Şekil 6.3 ve 6.4’de sunulmuştur.



Şekil 6.4 Uygulanan PD kontrole ait doğrusal yer değiştirme [m]ve açısal yer değiştirme [rad] grafikleri (K_p : 18809 , K_d : 1379)

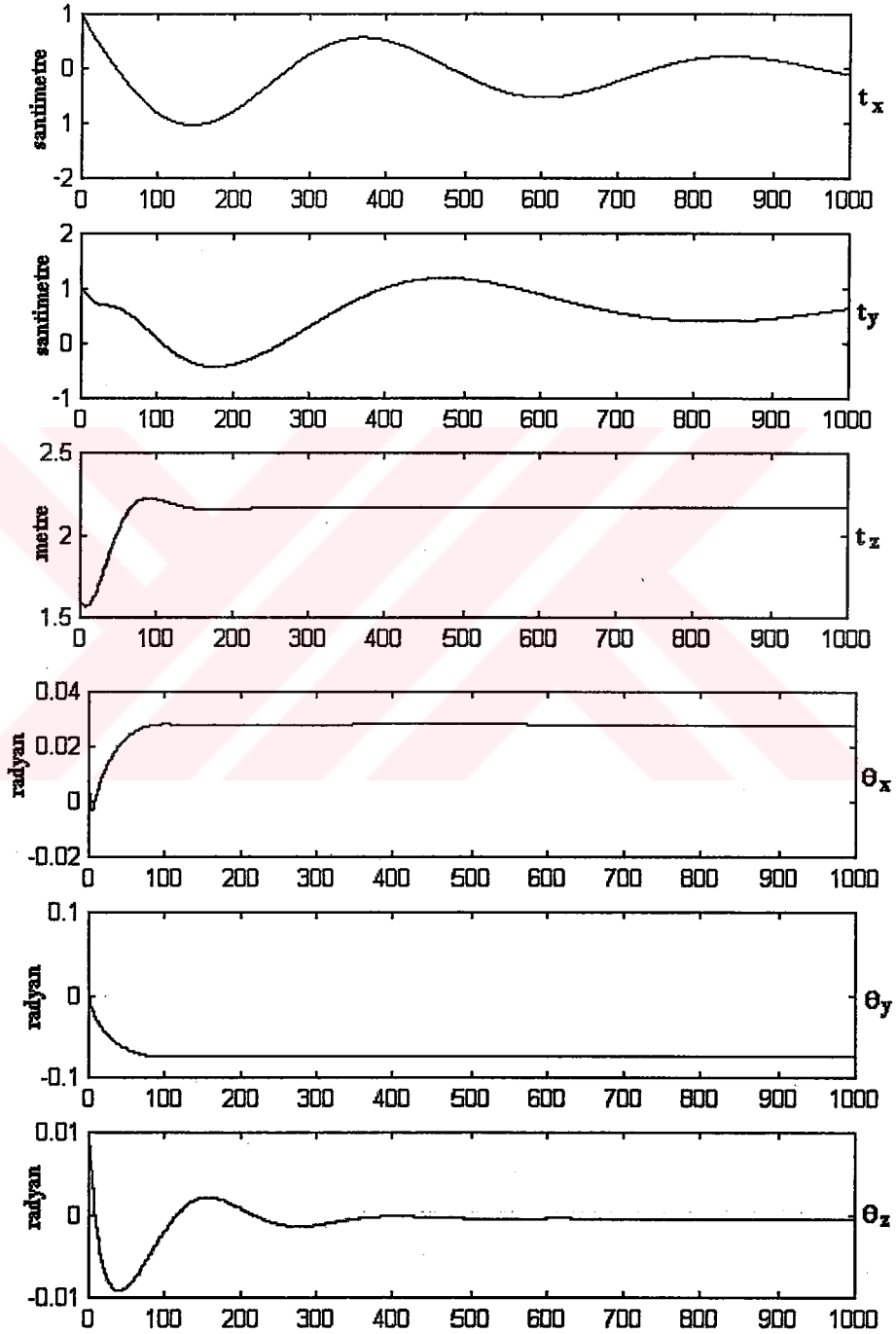


Şekil 6.5 Uygulanan PD kontrole ait bacak uzunlukları basamak cevabı (K_p : 5000, K_d : 500)

Aynı sistem için literatürde önerilen katsayılar kullanılarak elde edilen bacak uzunlukları ve doğrusal ve açısal konum değişimleri grafikleri Şekil 6.5 ve 6.6'da sunulmuştur. Burada, genetik algoritmalar kullanılarak bulunan PD katsayılarının uygulandığı sistemin performansı ile literatürde benzeri sistemler için önerilen PD katsayıları kullanılarak elde edilen sistem performansı karşılaştırılmıştır.

6.6 Sonuçlar

Bu bölümde daha önceki bölümlerde nonlinear dinamik modeli kurulan ve simülasyonu yapılan sisteme bir kontrol uygulaması olarak PD kontrol algoritması uygulanmıştır. İlk önce simülasyona literatürde benzer sistemler için verilen PD



şekil 6.6 Uygulanan PD kontrole ait doğrusal yer değiştirme [m] ve açısal yer değiştirme [rad] grafikleri (K_p : 5000 , K_d : 500)

katsayıları uygulanmış ve sistem performansı belirlenmiştir. Buradaki sistem bu şartlar altında kullanılırsa, Tablo 6.1'den görüleceği gibi yerleşme zamanı değeri bir simülatör için istenen 150 milisaniye değerinin üstünde kalmaktadır.

Sistem performansının iyileştirilmesi amacıyla Buradaki sisteme uygulanan kontrolörün katsayılarının optimizasyonu işlemi genetik algoritmalar kullanılarak gerçekleştirilmiş ve bir simülatör için istenen değerlerden daha iyi bir performans elde edilmiştir. Ayrıca burada bulunan katsayılar ile 5. bölümde yapılan simülasyonlarda, pistonlara uygulanması gereken kuvvetlere ait grafikler incelendiğinde, maksimum kuvvetin piyasada bulunabilecek pistonların sınırları içinde yer aldığı görülmektedir. Uçuş simülatörleri özel olarak üretilen cihazlar olduğu için, bu simülatörlerin yapımında kullanılacak araçların da özel olarak üretilmesi söz konusu olabilir. Bu sebeple kullanılacak araçların yapıldığı malzemelerin limitleri dahilinde özel pistonlar, pnomatik elemanlar ve ölçüm elemanları kullanılabilir.

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada uçuş simülatörlerinde gerekli hareketleri oluşturmak için kullanılan 6-3 Stewart platform mekanizması incelenmiştir. 6-3 SPM’de bacakların hareketli platforma bağlantı noktası için yeni bir bağlantı şekli önerilmiştir. Bu bağlantı şeklinde, yapının düz kinematik incelenmesi bağlantının olmadığı durumla büyük bir benzerlik göstermektedir. Ters kinematik analiz ise fazladan hesaplamalar gerektirmektedir. Klasik ve önerilen bağlantı şekilleri için ters ve düz kinematik analiz ayrıntılı olarak verilmiştir. Kinematik analiz sırasında elde edilen denklemlerin çözümü Mathematica 4.0 yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

SPM’nin dinamik analizi Newton Euler metodu kullanılarak yapılmıştır. Bu analiz sırasında mafsallara ait viskoz sürtünmeler göz önüne alınmıştır. Dinamik analiz sonucunda üst platformun açısal ve doğrusal yer değiştirmesi ve hızına ait dinamik denklem takımı elde edilmiştir. Elde edilen bu model Runge-Kutta 4-5 metodu kullanılarak sayısal olarak çözümlenmiştir. Bu çözümleme sırasında zaman adımı 0.001sn olarak alınmıştır.

Dinamik modeli kurulan sisteme ait hata analizi, bacak uzunlukları ölçümleri kullanılarak Monte-Carlo yöntemi ile yapılmıştır. Hata analizi için 1000 adımlık bir simülasyon yapılarak, elde edilen sonuçlar üst platformun açısal ve doğrusal konumunun incelenmesinde kullanılmıştır. Gerçekleştirilen hata analizi sonuçlarına göre bulunan mutlak ve nispi hatalar yeterince küçüktür. Ayrıca doğrusal ve açısal konumu karakterize eden parametrelerin bulunma hatalarının standart sapmaları, bacak uzunluklarının ölçme hatasının standart sapmasından küçüktür. Bu sonuçlar, çalışmada üretilen modele ait hareket belirleme algoritmasının yüksek doğruluğa sahip olduğunu göstermektedir. Dinamik modeli kurulan sisteme, bacak uzunlukları ölçümlemlerini kullanan PD kontrol algoritması uygulanmıştır. Uygulanan kontrol algoritmasına ait orantı ve türev katsayıları gerçel kodlanmış genetik algoritma kullanılarak optimize edilmişlerdir.

Yerleşme zamanı değerleri, referans değer etrafındaki band ± 0.02 seçilerek elde edilmiştir. Her iki sistem için yerleşme zamanı değerleri karşılaştırıldığında, optimize edilen katsayıların kullanıldığı sistemin yerleşme zamanının yaklaşık 3 kat azaldığı görülmüştür. Bu, sistemin verilen girişlere 3 kat daha hızlı cevap vereceğini göstermektedir. Diğer yandan maksimum aşım değerlerine bakıldığında, klasik sistemde yaklaşık %7 civarında olan aşım değeri, optimize edilmiş katsayıların kullanıldığı sistemde yaklaşık %1 civarındadır. Böylece sistem cevap verirken oluşacak salınım hareketleri minimum düzeyde olacaktır. Son olarak, sistem cevabının 1000 adım sonunda referans değerden olan farkına bakılırsa; klasik sistemde % 2 seviyesinde olan kalıcı durum hatalarının, optimize edilmiş katsayıların kullanıldığı sistemde % 1'in altına indiği görülmüştür.

Bu noktada yazarın düşüncesi, paralel çalışma yapacak araştırmacılar için aşağıdaki hususların dikkate alınmasının etkinliği ve verimi artırıcı, elde edilen sonuçların yorumlanmasını kolaylaştırıcı olacağı yönündedir.

1- Aynı dinamik modelin kurulmasında Euler-Lagrange metodu kullanılabilir. Fakat bu metodun uygulanmasıyla elde edilen dinamik denklemler son derece hantal ve karışık bir yapıda olup hata yapma olasılığı artmakta ve çözümü güçleşmektedir.

2- Hata analizinde; önce sistem lineerleştirilip daha sonra geleneksel hata analiz metodları (En küçük kareler metodu vb.) kullanılabilir. Fakat elde edilen sisteme ait denklem ifadelerinin çok uzun olması çok fazla bilgisayar hafızası ve işlem zamanı gerektirmektedir. Böyle bir sonuç bilgisayar zamanı ekonomisi açısından tercih edilmemelidir. Bu sebeple bu çalışmada Monte-Carlo Metodu kullanılmıştır.

3- Genetik algoritma ile optimizasyon işlemi sırasında, sistemin simülasyonu, her bir gen için tekrar çalıştırılmıştır. Elde edilen değerler uygunluk fonksiyonunun hesaplanmasında kullanılmıştır. Eğer gerçek bir simülatörde bu işlem yapılacak ise, her seferinde simülatörü çalıştırmak yerine, bu değerler bir yapay sinir ağının simülatöre ait veriler ile eğitilmesi sonucunda elde edilebilir.

KAYNAKLAR

- [1] Dasgupta, D. and Mruthyunjaya, T.S., 2000. The Stewart platform manipulator: a review, *Mechanism and Machine Theory*, **35**, 15-40.
- [2] Stewart, D., 1966. A Platform with six degrees of freedom, *Proceedings Institution of Mechanical Engineers*, **180**, 371-386.
- [3] Bonev, I.A., Ryu, J., 2000. A New method for solving the kinematics of general 6-6 Stewart platforms using three linear extra sensors, *Mechanism and Machine Theory*, **35**, 423-436.
- [4] Chen, N. and Song, S., 1994. Direct position analysis of the 4-6 Stewart platforms, *ASME Journal of Mechanical Design*, **116**, 61-66.
- [5] Jun, S.H., Zheng, L.Q. and Gao, L.C., 1999. Direct position analysis for a kind of 5-5 platform in parallel robotic mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, **34**, 285-301.
- [6] Lin, W., Crane, C.D. and Duffy, J., 1994. Closed-Form Forward displacement Analysis of the 4-5 in- parallel platforms, *ASME Journal of Mechanical Design*, **116**, 47-52.
- [7] Wohlfart, K., 1994. Displacement analysis of the general Spherical Stewart platform, *Mechanism and Machine Theory*, **29**, 581-589.
- [8] Sreenivasan, S.V., Waldron, K. J. and Nanua, P., 1994. Closed-Form Direct Displacement Analysis of 6-6 Stewart platform, *Mechanism and Machine Theory*, **29**, 855-864.
- [9] Dasgupta, D. and Mruthyunjaya, T.S., 1994. A Canonical formulation of the direct position kinematics problem for a general 6-6 Stewart Platform, *Mechanism and Machine Theory*, **6**, 819-827.
- [10] Wen, F. and Liang, C., 1994. Displacement analysis of the 6-6 Stewart platform mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, **4**, 547-557.
- [11] Dasgupta, D. and Mruthyunjaya, T.S., 1996. A Constructive Predictor-Corrector algorithm for the direct position kinematics problem for a general 6-6 Stewart platform, *Mechanism and Machine Theory*, **6**, 799-811.
- [12] Shi, X. and Fenton, R.G., 1992. Solution to the forward instantaneous kinematics for a general 6-dof Stewart platform, *Mechanism and Machine Theory*, **27**, 251-259.

- [13] Liu, K., Fitzgerald, J.M. and Frank, L.L., 1993. Kinematic analysis of a Stewart Platform Manipulator, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **40**, 282-293.
- [14] Merlet, P.J., 1993. Direct kinematics of parallel manipulators, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **9**, 842-846.
- [15] Innocenti, C. and Parenti-Castelli, V. 1990. Direct position analysis of the Stewart platform mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, **25**, 611-621.
- [16] Nanua, P., Waldron, K.J. and Murthy, V., 1990. Direct kinematic solution of a Stewart platform, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **6**, 438-444.
- [17] Ku, D., 1999. Direct displacement analysis of a Stewart platform mechanism, *Mechanism and Machine Theory*, **34**, 453-465.
- [18] Didrit, O., Petitot, M. and Walter, E., 1998. Guaranteed solution of direct kinematic problems for general configurations of parallel manipulators, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **14**, 259-266.
- [19] Husain, M. and Waldron, K.J., 1994. Position kinematics of a three-limbed mixed mechanism, *ASME Journal of Mechanical Design*, **116**, 924-929.
- [20] Bürüncük, K. and Tokad, Y., 1999. On the kinematic of a 3-dof Stewart platform, *Journal of Robotic Systems*, **16**, 105-118.
- [21] Lee, K. and Shah, D.K., 1988. Kinematic analysis of a three-degrees-of-freedom in-parallel actuated manipulator, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **4**, 354-360.
- [22] Lee, K. and Arjunan, S., 1991. A three-degrees-of-freedom micromotion in-parallel actuated manipulator, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **5**, 634-641.
- [23] Yin, J.P. and Liang, C.G., 1994. The forward displacement analysis of a kind of special platform manipulator mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, **29**, 1-9.
- [24] Huang, Z., Zhao, S., Wang, J. and Yu, J.J., 1999. kinematic principle and geometrical condition of general linear-complex special configuration of parallel manipulator, *Mechanism and Machine Theory*, **34**, 1171-1186.
- [25] Behi, F., 1988. Kinematic analysis for a six-degree-of-freedom 3-PRPS parallel mechanism, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **4**, 561-565.

- [26] Han, K., Chung, W. and Youm, Y., 1996. New resolution scheme of the forward kinematics of parallel manipulators using extra sensors, *ASME Journal of Mechanical Design*, **118**, 214-219.
- [27] Dasgupta, D. and Mruthyunjaya, T.S., 1998. Singularity-free path planning for the Stewart platform manipulator, *Mechanism and Machine Theory*, **33**, 711-725.
- [28] Gosselin C. and Angeles J., 1990, Singularity analysis of closed-loop kinematic chains, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **6**, 281-290.
- [29] Kim D., Chung W. and Youm Y., 1998, Analytic singularity expression for 6-dof Stewart platform-type parallel manipulators, Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Robots and Systems, October 1998, Victoria, Canada, 1015-1020.
- [30] Collins C. L. and Long G. L., 1995, The singularity analysis of an in-parallel hand controller for force-reflected teleoperation, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **5**, 661-669.
- [31] Huang, E.J., Luh, C., Adkins, F.A. and Wang, J., 1996, Numerical algorithms for mapping boundaries of manipulator workspaces, *ASME Journal of Mechanical Design*, **118**, 228-234.
- [32] Luh, C., Adkins F.A., Huang, E.J. and Qiu, C.C., 1996. Working capacity analysis of Stewart platforms, *ASME Journal of Mechanical Design*, **118**, 220-227.
- [33] Sika, Z., Kocandrle, P. and Stejskal, V., 1998. An investigation of properties of the forward displacement analysis of the generalized Stewart platform by means of general optimization methods, *Mechanism and Machine Theory*, **33**, 245-253.
- [34] Dafaoui, E., Amirat, Y., Pontnau, J. and François, C., 1998 Analysis and design of a six-dof parallel manipulator, modeling, singular configurations, and workspace, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **14**, 78-92.
- [35] Kim, D. and Chung, W., 1999 Analytic singularity equation and analysis of six-dof parallel manipulators using local structurization method, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **15**, 612-622.
- [36] Lee, K.-M. and Shah, D., 1988, Dynamic analysis of a three-degrees-of-freedom in-parallel actuated manipulator, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **4**, 361-367.
- [37] Lebret, G., Lui, K., and Lewis, F.L., 1993. Dynamic analysis and control of a Stewart platform manipulator, *Journal of Robotic Systems*, **10**, 629-655.

- [38] Dasgupta, D. and Mruthyunjaya, T.S., 1998. Closed-form dynamic equations of the general Stewart platform through the Newton-Euler approach, *Mechanism and Machine Theory*, **33**, 993-1012.
- [39] Dasgupta, D. and Mruthyunjaya, T.S., 1998. Anewton-Euler formulation for the inverse dynamics of the Stewart platform manipulator, *Mechanism and Machine Theory*, **33**, 1135-1152.
- [40] Dasgupta, D. and Choudhury, P., 1999. A general strategy based on the Newton-Euler approach for the dynamic formulation of parallel manipulator , *Mechanism and Machine Theory*, **34**, 801-824.
- [41] Liu, M., Li, C.X. and Li, C.N., 2000. Dynamic analysis of the Gough-Stewart platform manipulator, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **16**, 94-98.
- [42] Martinez, J.M.R. and Duffy. J., 1998. Determination of the acceleration center of a rigid body in spatial motion, *Eur. J. Mech. A /Solids* , **17** ,969-977.
- [43] Stoughton, R.S. and Arai, T., 1993. A Modified Stewart platform manipulator with improved dexterity, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **9**, 166-173.
- [44] Hunt, K.H. and Primrose, E.J.F., 1993. Assembly configurations of some in-parallel-actuated manipulators, *Mechanism and Machine Theory*, **28**, 31-42.
- [45] Ferraresi, C., Pastorelli, S., Sorli, M. and Zhmud, N., 1995. Static and Dynamic Behavior of a high stiffness Stewart platform-based force/torque sensor, *Journal of Robotic Systems*, **12**, 883-893.
- [46] Yurt, S.N., Özkol, İ. ve Taşaltın, R., 2001. 6-3 Stewart Platform Mekanizmasının Düz Kinematik Analizi Üzerine Bir Çalışma, *XII. Ulusal Mekanik kongresi*, Eylül, 861-870.
- [47] Yurt, S.N. ve Özkol, İ., 2000. Stewart Platform Mekanizmasının Düz Kinematik Analizi, *Kayseri III. Havacılık Sempozyumu*, Mayıs, 574-578.
- [48] Yurt, S.N., Özkol, İ. ve Tasaltın, R., 2001. 6-3 Stewart Platform Mekanizmasının Dinamik Analizi ve Kontrolü, *Mühendislikte Modern Yöntemler Sempozyumu*, Eylül, 231-238.
- [49] www.csepl.phy.ornl.gov/mc/node1.html.
- [50] International Standarts for the Qualification of Airplane Flight Simulators, 1995. The Royal Aeronautical Society 4 Hamilton Place, London, W1V 0BQ, February.
- [51] Üstün, S.V., 2001. Asenkron Motorun DSP Temelli Kontrolünde Yapay Sinir Ağları ve Genetik Algoritmalar Kullanılarak PI Katsayılarının

Optimizasyonu, *Doktora tezi*, Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

- [52] Savran, A., 2000. Yapay Sinir Ağları ve Bulanık Sistemler Temelli Uçuş Kontrol Tasarımı, *Doktora Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [53] Goldberg, D.E., 1989. “Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning.”, Addison-Wesley.
- [54] Mitchell, M., 1996. “An Introduction to Genetic Algorithms”, MIT Press.
- [55] geocities.com/saiduysal/gen.htm.
- [56] Haupt, R.L. and Haupt, S.E., 1998. Practical Genetic Algorithms, John Wiley and Sons Inc., USA, pp. 49-65.



EKLER

A. Genetik Algoritmalar

1960-70'lerde psikoloji ve bilgisayar bilimi uzmanı olan John Holland bu konuda ilk çalışmaları yapan kişidir. Mekanik öğrenme konusunda çalışan Holland, Darwin'in evrim kuramında etkilenecek canlılarda yaşanan genetik süreci bilgisayar ortamında gerçekleştirmeyi düşündü. Tek bir mekanik yapının öğrenme yeteneğini geliştirmek yerine böyle yapılarda oluşan bir topluluğun çoğalma, çaprazlama, mutasyon, vb. genetik süreçlerden geçerek başarılı (öğrenebilen) yeni bireyler oluşturabildiğini gördü. Çalışmalarının sonucunu açıkladığını kitabının 1975'te yayınlanmasından sonra geliştirdiği yöntemin adı Genetik Algoritmalar (GA) olarak yerleşti. Ancak 1985 yılında Holland'ın öğrencisi olarak doktorasını veren David E. Goldberg adlı inşaat mühendisi 1989'da konusunda bir klasik sayılan kitabını yayınlayana dek genetik algoritmaların pek pratik yararı olmayan bir araştırma konusu olduğu düşünülmüyordu. Halbuki Goldberg'ın gaz boru hatlarının denetimi üzerine yaptığı doktora tezi ona sadece 1985 National Science Foundation Genç Araştırmacı ödülünü kazandırmakla kalmadı, genetik algoritmaların pratik kullanımının da olabilirliğini kanıtladı. Ayrıca kitabında genetik algoritmalara dayalı tam 83 uygulamaya yer vererek GA'nın dünyanın her yerinde çeşitli konularda kullanılmakta olduğunu gösterdi [53-54].

A.1 Genetik Algoritmanın Tanımı

Genetik algoritma, optimizasyon problemlerinde kullanılan yöntemlerden biridir. Temel olarak doğal ayıklanmaya dayanmaktadır. Genetik algoritmalar doğada geçerli olan en iyinin yaşaması kuralına dayanarak sürekli iyileşen çözümler üretir. Bunun için "iyi"nin ne olduğunu belirleyen bir uygunluk fonksiyonu ve yeni çözümler üretmek için *yeniden* kopyalama, mutasyon gibi operatörleri kullanır. Genetik algoritmaların bir diğer önemli özelliği de bir grup çözümle uğraşmasıdır. Bu sayede çok sayıda çözümün içinden iyileri seçilip kötülerini elenebilir.

Genetik algoritmaları diğer algoritmalarından ayıran en önemli özelliklerden biri de seçmedir. Genetik algoritmalarda çözümün uygunluğu onun seçilme şansını artırır ancak bunu garanti etmez. Seçim de ilk grubun oluşturulması gibi rasgeledir ancak bu rasgele seçimde seçilme olasılıklarını çözümlerin uygunluğu belirler.

A.2 Genetik algoritmaların üstünlükleri

- Sürekli veya ayrık parametreleri kullanarak optimizasyon yapabilir.
- Herhangi bir türev bilgisi gerektirmez.
- Amaç fonksiyonun gösterdiği yüzeyden geniş bir örnekleme ile simültane bir arama yapar
- Çok sayıda parametreyi kullanarak inceleme yapabilir.
- Paralel hesaplama için çok uygundur.
- Çok karışık amaç fonksiyonlarını kullanarak da parametreleri optimize edebilir.
- Yerel minimumları kolayca elimine edebilir.
- Sadece bir tek çözümü değil, aynı zaman da optimum parametrelerin listesini sunabilir.
- Sayısal olarak üretilmiş veriler, deneysel veriler veya analitik fonksiyonları kullanarak çalışabilir.

A.3 Genetik Algoritmaların Çalışma Prensibi

Genetik algoritmanın çalışmasını aşağıdaki gibi özetleyebiliriz;

- Olası çözümlerin kodlandığı bir çözüm gurubu oluşturulur.
- Her kromozomun ne kadar uygun olduğu bulunur.
- Yeni bir toplum oluşturmak için bu kromozomlar eşlenerek yeniden kopyalama ve değiştirme operatörleri uygulanır.
- Yeni kromozomlara yer açmak için eski kromozomlar ortadan kaldırılır.
- Oluşturulan yeni toplumdaki tüm kromozomların uygunlukları tekrar hesaplanır.

- Eğer jenerasyon süresi dolmamışsa yeni oluşan toplum eskisine uygulanan işlemlere tabi tutulur.
- O ana kadar bulunmuş en iyi kromozom sonuçtur.

Genetik algoritmaları uygulamaya başlamadan önce toplumda bulunacak birey sayısını belirlenmelidir. Genel olarak önerilen 100-300 aralığında bir büyüklüktür. Büyüklük seçiminde yapılan işlemlerin karmaşıklığı ve aramanın derinliği önemlidir. Toplum bu işlemde sonra rasgele oluşturulur.

Daha sonra kromozomların ne kadar iyi olduğunu bulmakta kullanılan uygunluk fonksiyonu belirlenir. Bu fonksiyon işletilerek kromozomların uygunluklarının bulunmasına ise hesaplama adı verilir. Bu fonksiyon genetik algoritmanın beynini oluşturmaktadır. Genetik algortmada probleme özel çalışan tek kısım bu fonksiyondur. Uygunluk fonksiyonu kromozomları problemin parametreleri haline getirerek onların bir bakıma şifresini çözer ve sonra bu parametrelere göre hesaplamayı yaparak kromozomların uygunluğunu bulur. Çoğu zaman genetik algoritmanın başarısı bu fonksiyonun verimli ve hassas olmasına bağlı olmaktadır.

Kromozomların eşlenmesi kromozomların uygunluk değerlerine göre yapılır. Bu seçimi yapmak için rulet tekerleği seçimi ve turnuva seçimi gibi seçme yöntemleri kullanılabilir.

Çaprazlama genetik algoritmanın motoru kabul edilir. Basitçe olay iki ebeveyn kromozomun arasında belirlenen parçaların takasıdır. Genetik algoritmalar bu olayın benzeşimini ikili kodlama için temelde

- Tek noktalı,
- Çok noktalı

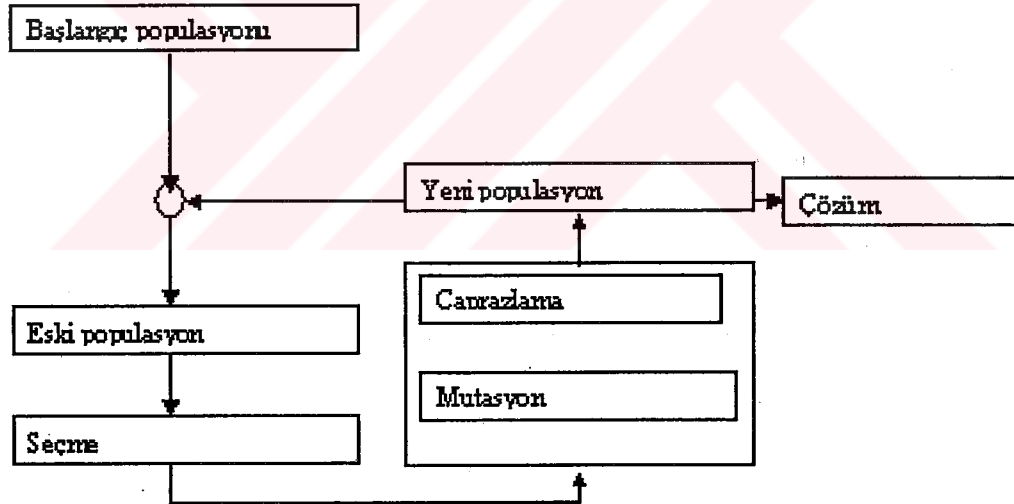
	Önce	Sonra
Birey1	010 111	010001
Birey2	101 001	101111

Çaprazlama noktası

Şekil A.1 İkili kodlanmış Genetik Algoritmalar için Çaprazlama

çaprazlama adı verilen iki yolla yapar. Genetik algoritmalarda ikilik dizi çok kullanılır. Doğadaki genlerin benzeşimi 'bit' lerdir. İkilik dizilerde bir çaprazlama Şekil A.1'deki gibi gerçekleşebilir.

Çaprazlama toplumda çeşitliliği sağlar. İyi özelliklerin bir araya gelmesini kolaylaştırarak en iyiye yaklaşmayı sağlar. Mutasyon kromozomun bir parçasının dışarıdan değiştirilmesi şeklinde tanımlanır. Mutasyon görünüşte genetik algoritmanın dayanak noktasıdır, ancak etkisi bir çözüm üzerindedir. Bu da yalnız başına başarılı olmasını zorlaştırır. İkilik dizilerde değiştirme rasgele bir bit'in değiştirilmesiyle sağlanabilir. Çok düşük bir değiştirme olasılığı toplumda bazı özelliklerin kaybolmasına neden olabilir. Bu da en iyi sonuçların bulunmasına engeldir. Ancak yüksek bir değiştirme olasılığı da eldeki çözümleri bozarak sonuca ulaşmayı zorlaştırır. Çaprazlama ve mutasyonun olasılıkları için kesin bir sayı yoktur. mutasyon olasılığı 0.01-0.001, çaprazlama olasılığı 0.5-1.0 aralığında tavsiye edilir.



Şekil A.2 Genetik Algoritmanın akış diyagramı

Yapılan bu işlemlerde sonra eski kromozomlar çıkartılarak sabit büyüklükte bir toplum sağlanır. Oluşan yeni toplumdaki tüm kromozomlar yeniden hesaplanarak yeni toplumunun başarısı bulunur. Bu şekilde genetik algoritma defalarca çalıştırılarak çok sayıda toplum oluşturulup hesaplanır. Toplumların hesaplanması sırasında en iyi bireyler saklandığı için o ana kadar bulunmuş en iyi sonuç problemin

çözümüdür. Genetik algoritmanın yaptığı işleri temelini akış diyagramı olarak Şekil A.2’de görebiliriz.

A.4 İkili Kodlamalı Genetik Algoritmaların Farkları

1. Genetik algoritma parametrelerin kodlarıyla uğraşır. Parametreler kodlanabildiği sürece fark etmez.
2. Genetik algoritma bir tek yerden değil, bir grup çözüm içinden arama yapar.
3. Genetik algoritma ne yaptığı konusunda bilgi içermez, nasıl yaptığını bilir. Bu nedenle bir kör arama metodudur.
4. Genetik algoritmalar olasılık kurallarına göre çalışır. Programın ne kadar iyi çalışacağı önceden kesin olarak belirlenemez. Ama olasılıkla hesaplanabilir.

A.5 Sürekli Parametrelili Genetik Algoritma

Yukarıda anlatılanlardan da anlaşılacağı gibi ikili sistem genetik algoritmalarla, geleneksel yöntemleri gölgede bırakan, bir çok optimizasyon problemleri çözülebilir. Lakin, ikili kodlanmış genetik algoritma yönteminin de zorlandığı, tıklandığı noktalar vardır. Misal olarak, parametre değerleri sürekli olan ve makinenin elverdiği en büyük hassasiyete kadar bilinmesi istenen bir problemin çözülmesi durumu verilebilir. Böyle bir durumda bu parametreleri temsil etmek için çok sayıda bit gerekecektir. Eğer parametrelerin sayısı fazla ise kromozomların büyüklüğü fazlasıyla artacaktır. 1 ve 0’lar bir parametreyi temsil etmenin tek yolu değildir. Herhangi bir kimse parametreleri kodlamak için uygun bir gösterilim kullanabilir. Parametrelerin doğal olarak kuantalandığı durumlarda ikili sistem Genetik Algoritmalar oldukça uygun olmakla birlikte parametrelerin sürekli olduğu durumlarda kodlama için gerçel sayıları kullanmak çok daha uygun olacaktır. İkili sistemde kodlama yapılırsa hassasiyet kodlamanın bit sayısı ile sınırlı olmakla birlikte gerçel sayıların kullanılmasıyla hassasiyet kullanılan bilgisayarın hassasiyetiyle sınırlı olur. Kodlama için gerçel sayıların kullanılması bilgisayar hafızası gereksinimi ikili sistemde kodlama yapıldığı duruma göre çok daha azdır. Sürekli parametreleri kullanmanın diğer bir faydası uygunluk fonksiyonunun çok daha doğru hesaplanabilmesidir.

Gerçel sayıların kullanıldığı genetik algoritmalar genel akış diyagramı olarak ikili kodlanmış olanlarla aynı gibi görünmekle birlikte 1 ve 0 lar gibi bitler

içermediğinden mutasyon ve çaprazlama işlemlerinin nasıl yapılacağına dikkat edilmelidir.

Kromozom, en iyileştirilecek parametre değerleri dizisi olarak tanımlanabilir. Eğer bir kromozom N_{par} adet parametreden oluşuyor ise o kromozom $1 \times N_{par}$ elemanlı bir dizi olarak

$$\text{Kromozom}=[p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{par}}] \quad (A.1)$$

yazılabilir. Bu durumda parametrelerin her biri birer gerçel sayıdır. Her kromozomun N_{par} değişkenli bir uygunluk fonksiyonu değeri olacaktır.

$$C_i=f(p_1, p_2, p_3, \dots, p_{N_{par}}) \quad (A.2)$$

Burada i toplumu oluşturan birey sayısıdır. Bu iki ifade çözülecek problemin kurulmasında kullanılabilecek kısıtlardır [55].

A.5.1 Başlangıç Toplumu

Genetik algoritma çalıştırılmaya başlandığında ilk önce başlangıç toplumu N_{ipop} tane kromozom belirlenmelidir. Her bir satırında $1 \times N$ adetlik bir dizi içeren bir matris bunu gösterebilir. Verilen N_{ipop} tane kromozomu gösteren $N_{ipop} \times N_{par}$ boyutunda rasgele değerler içeren matris

$$IPOP=(h_i - l_o) \times \text{random}\{ N_{ipop} \times N_{par} \} + l_o \quad (A.3)$$

şeklinde üretilebilir. Burada

$\text{random}\{ N_{ipop} \times N_{par} \}$: $N_{ipop} \times N_{par}$ boyutunda, elemanları 0 ve 1 arasında düzgün dağılım gösteren matrisi üreten rasgele bir fonksiyondur,

h_i : parametre aralığının en büyük değeridir

l_o : parametre aralığının en küçük değeridir.

Oluşan bu toplumda farklı kromozomlar eşit şekilde üretilmezler. Onların kıymetleri uygunluk fonksiyonunun değerlendirilmesine göre belirlenir. Bu noktada başlangıç toplumundaki kromozomların hangilerinin bir sonraki nesli üretmeye yeterli uygunlukta olduğuna karar verilmelidir. Bütün genler uygunluk derecelerine göre sıralanır ve ne iyi N_{pop} eleman bir sonraki nesil için saklanır ve diğerleri yok edilir. Bu doğal ayıklanma, algoritmanın her adımında uygulanarak kromozomların

uygunluk değerlerinin gitgide iyileşmesi sağlanır. Bu noktada toplumun birey sayısı N_{pop} 'dur. Bu toplumdaki her bir kromozom ebeveyn olmak için yeterli değildir. Burada uygunluk değeri en yüksek olan N_{good} tane birey ebeveyn olarak saklanır geri kalan N_{Bad} tane birey elenir. En uygun N_{good} adet kromozom ebeveyn kümesini oluşturur. Bunlar kendi içinde iki gruba ayrılır. Bu guruplardan gelen bireylerden oluşan her bir çift iki yeni birey oluşturur. Yeni oluşturulan bireyler ebeveynlerinin bazı özelliklerini kendisinde gösterecektir. Kromozomları birleştirmenin daha birçok makul yolu bulunabilir.

A.5.2 Çaprazlama

Sürekli parametrelili GA uygulamasında ikili kodlanmadaki tek noktalı veya çok noktalı çaprazlamaya benzer şekilde iki tane ebeveyn seçilir ve bunların kombinasyonlarından yeni bireyler oluşturulur. Bu konuda farklı metotlar sunulmuştur.

Çaprazlama için aşağıdaki gibi iki tane kromozom seçilir.

$$Ebeveyn_1=[p_{m1}, p_{m2}, p_{m3}, p_{m4}, p_{m5}, p_{m6}, \dots, p_{mNpar}] \quad (A.4)$$

$$Ebeveyn_2=[p_{d1}, p_{d2}, p_{d3}, p_{d4}, p_{d5}, p_{d6}, \dots, p_{dNpar}] \quad (A.5)$$

Rasgele seçilen çaprazlama noktalarına göre parametreler yer değiştirilerek

$$Yavru_1=[p_{m1}, p_{m2}, p_{d3}, p_{d4}, p_{m5}, p_{m6}, \dots, p_{dNpar}] \quad (A.6)$$

$$Yavru_2=[p_{d1}, p_{d2}, p_{m3}, p_{m4}, p_{d5}, p_{d6}, \dots, p_{mNpar}] \quad (A.7)$$

şeklinde yeni kromozomları oluşturur. Buraya kadar uygulanan strateji ikili kodlamaya daha uygun olduğundan sürekli parametrelerin kullanılmasında çok iyi sonuç vermeyebilir. Buradan sonra uygulanabilecek karışım metodunda (Radcliff, 1991) yeni oluşan bireyin parametre değeri p_{new}

$$P_{new}=\beta p_{mn}+(1-\beta)p_{dn} \quad (A.8)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada

β : [0, 1] aralığında rasgele bir sayıyı,

p_{mn} : Anne kromozomun n. parametresini,

p_{dn} : Baba kromozomun n . parametresini,

göstermektedir. β nın 1'e eşit olması durumunda baba kromozomun yeni oluşan kromozoma hiç katkısı olmaz. $\beta=0$ olması durumunda da annenin hiçbir katkısı olmaz. β 'nın 0.5 olması durumunda ebeveynlerin katkıları eşit olur (Davis 1991). Şimdi hangi parametrelerin karışım için seçileceği incelenmelidir. Ebeveynlerin lineer kombinasyonları olan bütün parametre değerlerini üretmek için, en fazla N_{par} sayıda karışım yapılabilir. Karışım oranı her bir parametre için aynı seçilebileceği gibi farklı da seçilebilir. Bu şekilde uygulanan metotlarla üretilen parametre değerleri belirlenen sınırların dışına pek çıkmaz. Bu metotların en basiti

$$p_{new1} = 0.5 p_{mn} + 0.5 p_{dn} \quad (A.9)$$

$$p_{new1} = 1.5 p_{mn} - 0.5 p_{dn} \quad (A.10)$$

$$p_{new1} = -0.5 p_{mn} + 1.5 p_{dn} \quad (A.11)$$

şeklinde örnekleri verilen lineer çaprazlama metotlarıdır. Bunlardan başka β 'nın $[0,1]$ aralığında seçildiği ve yeni bireyin

$$p_{new} = \beta (p_{mn} - p_{dn}) + p_{dn} \quad (A.12)$$

şeklinde verilen heuristik çaprazlama metodu kullanılabilir. Bu metot ebeveynlerin değerleri dışında yeni bireylerin üretilmesine de izin verir. Bazen üretilen değerler kabul edilen sınırlar dışına çıkabilir. Bu durumda yeni birey elenir ve yeni bir β seçilerek devam edilir. Ebeveynin değerlerine göre üretilen yeni bireyin bulunabileceği aralığı tayin eden α katsayısının seçilmesine dayanan karışımli çaprazlama (BLX- α) metodu 1993'de Eshelman ve Shaffer tarafından ortaya atılmıştır.

A.5.3 Mutasyon

Yeni oluşturulan kromozomların içindeki parametrelerin belirli oranlarda değiştirilmesi işlemine mutasyon denir. Bu olasılığın genellikle küçük seçilmesi önerilir. Eğer bu olasılık yüksek seçilir ise arama algoritması rasgele çalışmaya yönelir. Mutasyon işlemi incelenen problemde algoritmanın yerel minimumlara takılmasını önlemektedir [56].

B. Kinematik Analizde Kullanılan Kısaltmalar

B.1 Düz kinematik analizin Bezout Metodu İle Çözümünde Kullanılan Kısaltmalar

$$D_1 = 2m_r \cos\beta_r \{ (Po_r)_X - (Po_s)_X \} + 2m_r \sin\beta_r \{ (Po_r)_Y - (Po_s)_Y \}$$

$$D_2 = -2m_s \cos\beta_s \{ (Po_r)_X - (Po_s)_X \} - 2m_s \sin\beta_s \{ (Po_r)_Y - (Po_s)_Y \}$$

$$D_3 = -2m_r m_s \cos(\beta_r - \beta_s)$$

$$D_4 = -2m_r m_s$$

$$D_5 = \{ (Po_r)_X - (Po_s)_X \}^2 + \{ (Po_r)_Y - (Po_s)_Y \}^2 + m_r^2 + m_s^2 - b_1^2$$

$$E_1 = 2m_s \cos\beta_s \{ (Po_s)_X - (Po_t)_X \} + 2m_s \sin\beta_s \{ (Po_s)_Y - (Po_t)_Y \}$$

$$E_2 = -2m_t \cos\beta_t \{ (Po_s)_X - (Po_t)_X \} - 2m_t \sin\beta_t \{ (Po_s)_Y - (Po_t)_Y \}$$

$$E_3 = -2m_s m_t \cos(\beta_s - \beta_t)$$

$$E_4 = -2m_s m_t$$

$$E_5 = \{ (Po_s)_X - (Po_t)_X \}^2 + \{ (Po_s)_Y - (Po_t)_Y \}^2 + m_s^2 + m_t^2 - b_2^2$$

$$F_1 = 2m_t \cos\beta_t \{ (Po_t)_X - (Po_r)_X \} + 2m_t \sin\beta_t \{ (Po_t)_Y - (Po_r)_Y \}$$

$$F_2 = -2m_r \cos\beta_r \{ (Po_t)_X - (Po_r)_X \} - 2m_r \sin\beta_r \{ (Po_t)_Y - (Po_r)_Y \}$$

$$F_3 = -2m_t m_r \cos(\beta_t - \beta_r)$$

$$F_4 = -2m_t m_r$$

$$F_5 = \{ (P_{Ot})_X - (P_{Or})_X \}^2 + \{ (P_{Ot})_Y - (P_{Or})_Y \}^2 + m_t^2 + m_r^2 - b_3^2$$

$$G_1 = -D_1 - D_2 + D_3 + D_5 \quad H_1 = -E_1 - E_2 + E_3 + E_5 \quad I_1 = -F_1 - F_2 + F_3 + F_5$$

$$G_2 = D_1 - D_2 - D_3 + D_5 \quad H_2 = E_1 - E_2 - E_3 + E_5 \quad I_2 = F_1 - F_2 - F_3 + F_5$$

$$G_3 = 4D_4 \quad H_3 = 4E_4 \quad I_3 = 4F_4$$

$$G_4 = -D_1 + D_2 - D_3 + D_5 \quad H_4 = -E_1 + E_2 - E_3 + E_5 \quad I_4 = -F_1 + F_2 - F_3 + F_5$$

$$G_5 = D_1 + D_2 + D_3 + D_5 \quad H_5 = E_1 + E_2 + E_3 + E_5 \quad I_5 = F_1 + F_2 + F_3 + F_5$$

$$J_1 = K_1 x_1^4 + K_2 x_1^2 + K_3$$

$$J_2 = K_4 x_1^3 + K_5 x_1$$

$$J_3 = K_6 x_1^4 + K_7 x_1^2 + K_8$$

$$J_4 = K_9 x_1^3 + K_{10} x_1$$

$$J_5 = K_{10} x_1^4 + K_{11} x_1^2 + K_{12}$$

$$K_1 = (H_2 G_1 - G_4 H_1)^2$$

$$K_2 = (2(H_2 G_1 - G_4 H_1)(G_2 H_2 - G_5 H_1) - H_1 H_2 G_3^2)$$

$$K_3 = (G_2 H_2 - G_5 H_1)^2$$

$$K_4 = -G_1 G_3 H_2 H_3 - H_1 H_3 G_3 G_4$$

$$K_5 = -G_2 G_3 H_2 H_3 - H_1 H_3 G_3 G_5$$

$$K_6 = (2(H_2 G_1 - H_4 G_4)(H_5 G_1 - H_4 G_4) + H_3^2 G_1 G_4)$$

$$K_7 = 2(H_5G_1 - H_4G_4)(G_2H_2 - G_5H_1) + 2(H_2G_1 - G_4H_1)(G_2H_5G_5H_4) + H_3^2G_1G_5 + H_3^2G_2G_4 + G_3^2H_1H_5 + G_3^2H_2H_4$$

$$K_8 = 2(G_2H_2 - G_5H_1)(G_2H_5G_5H_4) + H_3^2G_2G_5$$

$$K_9 = -H_3H_4G_3G_4 - H_3H_5G_1G_5$$

$$K_{10} = -H_3H_4G_3G_5 - H_3H_5G_2G_3$$

$$K_{11} = (H_5G_1 - H_4G_4)^2$$

$$K_{12} = 2(G_1H_5 - H_4G_4)(G_2H_5 - G_5H_4) + H_4H_5G_3^2$$

$$K_{13} = (G_2H_5 - G_5H_4)^2$$

B.2 Düz Kinematik Analizin Newton-Raphson Metodu ile Çözümünde Kullanılan Kısaltmalar

$$f_1 = 2m_r \cos \beta_r \{ (P_{or})_X - (P_{os})_X \} + 2m_r \sin \beta_r \{ (P_{or})_Y - (P_{os})_Y \},$$

$$f_2 = -2m_s \cos \beta_s \{ (P_{or})_X - (P_{os})_X \} - 2m_s \sin \beta_s \{ (P_{or})_Y - (P_{os})_Y \},$$

$$f_3 = -2m_r m_s \cos (\beta_r - \beta_s),$$

$$f_4 = -2m_r m_s,$$

$$f_5 = \{ (P_{or})_X - (P_{os})_X \}^2 + \{ (P_{or})_Y - (P_{os})_Y \}^2 + m_r^2 + m_s^2 - b_1^2,$$

$$g_1 = 2m_s \cos \beta_s \{ (P_{os})_X - (P_{ot})_X \} + 2m_s \sin \beta_s \{ (P_{os})_Y - (P_{ot})_Y \},$$

$$g_2 = -2m_t \cos \beta_t \{ (P_{os})_X - (P_{ot})_X \} - 2m_t \sin \beta_t \{ (P_{os})_Y - (P_{ot})_Y \},$$

$$g_3 = -2m_s m_t \cos (\beta_s - \beta_t),$$

$$g_4 = -2m_s m_t,$$

$$g_5 = \{ (P_{os})_X - (P_{ot})_X \}^2 + \{ (P_{os})_Y - (P_{ot})_Y \}^2 + m_s^2 + m_t^2 - b_2^2,$$

$$h_1 = 2m_t \cos \beta_t \{ (P_{ot})_X - (P_{or})_X \} + 2 m_t \sin \beta_t \{ (P_{ot})_Y - (P_{or})_Y \},$$

$$h_2 = -2m_r \cos \beta_r \{ (P_{ot})_X - (P_{or})_X \} - 2m_r \sin \beta_r \{ (P_{ot})_Y - (P_{or})_Y \},$$

$$h_3 = -2m_t m_r \cos (\beta_t - \beta_r),$$

$$h_4 = -2m_t m_r ,$$

$$h_5 = \{ (P_{ot})_X - (P_{or})_X \}^2 + \{ (P_{ot})_Y - (P_{or})_Y \}^2 + m_t^2 + m_r^2 - b_3^2,$$

B.3 K' matrisinin Elemanlarının Açık İfadeleri

$$k'_{11} = \frac{\partial f(\phi'_1, \phi'_2)}{\partial \phi_1} = -f_1 \sin \phi'_1 - f_3 \sin \phi'_1 \cos \phi'_2 + f_4 \cos \phi'_1 \sin \phi'_2$$

$$k'_{12} = \frac{\partial f(\phi'_1, \phi'_2)}{\partial \phi_2} = -f_2 \sin \phi'_2 - f_3 \cos \phi'_1 \sin \phi'_2 + f_4 \sin \phi'_1 \cos \phi'_2$$

$$\Delta \phi'_1 = \phi_1 - \phi'_1$$

$$k'_{22} = \frac{\partial g(\phi'_2, \phi'_3)}{\partial \phi_2} = -g_1 \sin \phi'_2 - g_3 \sin \phi'_2 \cos \phi'_3 + g_4 \cos \phi'_2 \sin \phi'_3$$

$$k'_{23} = \frac{\partial g(\phi'_2, \phi'_3)}{\partial \phi_3} = -g_2 \sin \phi'_3 - g_3 \cos \phi'_2 \sin \phi'_3 + g_4 \sin \phi'_2 \cos \phi'_3$$

$$\Delta \phi'_2 = \phi_2 - \phi'_2$$

$$k'_{31} = \frac{\partial h(\phi'_3, \phi'_1)}{\partial \phi_1} = -h_2 \sin \phi'_1 - h_3 \cos \phi'_3 \sin \phi'_1 + h_4 \sin \phi'_3 \cos \phi'_1$$

$$k'_{33} = \frac{\partial h(\phi'_3, \phi'_1)}{\partial \phi_3} = -h_2 \sin \phi'_3 - h_3 \sin \phi'_3 \cos \phi'_1 + h_4 \sin \phi'_3 \cos \phi'_1$$

$$\Delta \phi'_3 = \phi_3 - \phi'_3$$

$$k'_{13} = k'_{21} = k'_{32} = 0$$

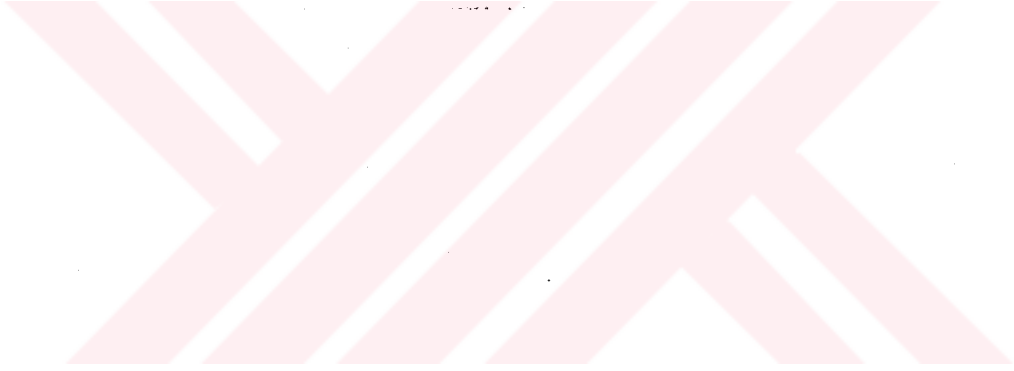
Δ' ve Δ'_i ($i=1, 2, 3$)'lerin açık ifadeleri

$$\Delta' = k'_{11} k'_{22} k'_{33} + k'_{12} k'_{23} k'_{31}$$

$$\Delta r' = \varepsilon_1 k'_{22} k'_{33} - \varepsilon_2 k'_{12} k'_{33} + \varepsilon_3 k'_{23} k'_{12}$$

$$\Delta s' = \varepsilon_1 k'_{23} k'_{31} + \varepsilon_2 k'_{11} k'_{33} - \varepsilon_3 k'_{11} k'_{23}$$

$$\Delta t' = -\varepsilon_1 k'_{22} k'_{31} + \varepsilon_2 k'_{12} k'_{31} + \varepsilon_3 k'_{11} k'_{22}$$



C. Dinamik Simülasyona Ait Yazılım

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%      6-3 SPM nin dinamik denklemlerini simule eden yazilim
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear
clc
% sisteme ait verilen buyuklukler
h=0.002;
g=[0.0 0.0 -9.8]';
k=[0.6 0.6 0.3512 0.3512 -0.8321 -0.8321;0.8 0.8 -0.9363 -0.9363...
    0.5546 0.5546;0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0]';
b=[-0.2601 -1.8599 2.6378 1.5286 -1.9714 -0.0988 ; -2.0131 -0.8129
    ...
    -0.5563 -2.2206 2.4084 3.1108 ;0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];
p=[-1.0 -1.0 2.0 2.0 -1.0 -1.0;-1.333 -1.333 -1.333 -1.333 2.666 ...
    2.666; 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0];
Rp0=[0 0 0]';
rd0=[0.4 0.14 -0.18]';
ru0=[-6.0 -0.08 0.08]';
Ip0=[0.050 0.003 0.004;0.003 0.040 .003;0.004 0.003 0.1];
Iu0=[0.005 0.002 0.002;0.002 0.002 0.001;0.002 0.001 0.003];
Id0=[0.01 0.005 0.007;0.005 0.002 0.003;0.007 0.003 0.001];
M=40.0;
md=3.0;
mu=1.0;
Cu=0.0001;Cp=0.001;Cs=0.0002;
%Kp=[1 1 1 1 1 1]*18809;
%Kv=[1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0]*1379;
Kp=[1 1 1 1 1 1]*5000;
Kv=[1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0]*500;
KI=[1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0]*0;
L0=[2.3 2.3 2.5 2.5 2.4 2.4];
Lold=[1.8 1.8 1.8 1.8 1.8 1.8];
Lold1=[1.8 1.8 1.8 1.8 1.8 1.8];
k1=zeros(12,1);
k2=zeros(12,1);
k3=zeros(12,1);
k4=zeros(12,1);
% Sistemin durumlarinin baslangic degerleri
t0=[0.01 0.01 1.6]';
tturev0=[0.01 0.01 0.01]';
teta0=[0.01 0.01 0.01]';
omegaplat0=[0.001 0.001 0.001]';
% Baslangic degerlerinin durum degiskenlerine atanmasi
teta01=teta0;
t01=t0;
tturev01=tturev0;
omegaplat01=omegaplat0;
% RK4 de basla

for e=1:1000,
```

```

for j=1:4,
    switch j,
        case 1,
            t=t01;
            teta=teta01;
            tturvev=tturvev01;
            omegaplat=omegaplat01;
        case 2,
            t=t01+([k1(1) k1(2) k1(3)]'/2);
            teta=teta01+([k1(4) k1(5) k1(6)]'/2);
            tturvev=tturvev01+([k1(7) k1(8) k1(9)]'/2);
            omegaplat=omegaplat01+([k1(10) k1(11) k1(12)]'/2);
        case 3,
            t=t01+([k2(1) k2(2) k2(3)]'/2);
            teta=teta01+([k2(4) k2(5) k2(6)]'/2);
            tturvev=tturvev01+([k2(7) k2(8) k2(9)]'/2);
            omegaplat=omegaplat01+([k2(10) k2(11) k2(12)]'/2);
        case 4,
            t=t01+[k3(1) k3(2) k3(3)]';
            teta=teta01+[k3(4) k3(5) k3(6)]';
            tturvev=tturvev01+[k3(7) k3(8) k3(9)]';
            omegaplat=omegaplat01+[k3(10) k3(11) k3(12)]';
    end
    E3= diag([1 1 1],0);
    % Dönme transformasyon matrisinin bulunması
    Rx=[1 0 0;0 cos(teta(1)) -sin(teta(1));0 sin(teta(1))
cos(teta(1))];
    Ry=[cos(teta(2)) 0 sin(teta(2));0 1 0;-sin(teta(2)) 0
cos(teta(2))];
    Rz=[cos(teta(3)) -sin(teta(3)) 0;sin(teta(3)) cos(teta(3)) 0;0
0 1];
    R = Rz * Ry * Rx;
    % Ayak vektörlerinin yazılması
    for i=1:6,
        q(:,i)=R*p(:,i);
        S(:,i)=q(:,i)+t-b(:,i);
        L(i)=sqrt(dot(S(:,i),S(:,i)));
        s(:,i)=S(:,i)./L(i);
        Sturve(:,i)=cross(omegaplat,q(:,i))+tturvev;
        Lturvev(i)=(L(i)-Lold(i))/h;
        %Lturvev(i)=dot(s(:,i),Sturve(:,i));
        omega(:,i)=cross(s(:,i),(Sturve(:,i)./L(i)));
        f(:,i)=Cs*(omega(:,i)-omegaplat);
        sg=s(:,i);
        stilda(:,i)=[0 -sg(3) sg(2);sg(3) 0 -sg(1);-sg(2) sg(1)
0];
        qg=q(:,i);
        qtilda(:,i)=[0 -qg(3) qg(2);qg(3) 0 -qg(1);-qg(2) qg(1)
0];
    end
    %Ayak referans eksen takimindan Sabit referans eksen takimina
    % donusum
    for i=1:6,
        ty=cross(s(:,i),k(i,:));
        Ty=ty/sqrt(dot(ty,ty));
        Tz=cross(s(:,i),Ty);
        T=[s(:,i) Ty Tz];
        rd(:,i)=T*rd0;
        v=[L(i) 0 0]';
        ru(:,i)=T*(v+ru0);
        Id(:,i)=T*Id0*T';
    end

```

```

Iu(:, :, i) = T * (Iu0 + mu * (L(i)^2) * diag([0 1 1], 0)) * T';
krd(:, i) = rd(:, i) - ((dot(rd(:, i), s(:, i)) * s(:, i)));
kru(:, i) = ru(:, i) - ((dot(ru(:, i), s(:, i)) * s(:, i)));
rds2(i) = dot(rd(:, i), s(:, i));
rus2(i) = dot(ru(:, i), s(:, i));
end
% V degerlerinin hesaplanmasi
for i=1:6,
    U1=cross(omegaplat, cross(omegaplat, q(:, i)));
    u=dot(s(:, i), U1) -
dot(s(:, i), cross(omega(:, i), cross(omega(:, i), S(:, i))));
    U2=(1/L(i)) * (cross(s(:, i), U1) - 2*Lturev(i)*omega(:, i));

U3=cross(U2, rd(:, i)) + cross(omega(:, i), cross(omega(:, i), rd(:, i)));
U4=u*s(:, i) + cross(omega(:, i), cross(omega(:, i), ru(:, i)))...
    + (2*Lturev(i)*cross(omega(:, i), s(:, i)));

U5=cross((md*rd(:, i)), U3) + cross((mu*ru(:, i)), U4) + (Id(:, :, i)...
    +Iu(:, :, i))*U2 + cross(omega(:, i), (Id(:, :, i) + Iu(:, :, i))*omega(:, i))...
    - cross((md*rd(:, i) + mu*ru(:, i)), g) + Cu*omega(:, i) + f(:, i);
    V(:, i) = (Cp*Lturev(i) - dot(mu*s(:, i), g)) * s(:, i) -
    (1/L(i)) * cross(s(:, i), U5);
end
%Platforma ait parametreler
Rp=R*Rp0;
Ip=R*Ip0*R';
Rptilda=[0 -Rp(3) Rp(2); Rp(3) 0 -Rp(1); -Rp(2) Rp(1) 0];
%Jplat matrisinin belirlenmesi
Jplat=[M*E3 -M*Rptilda; M*Rptilda Ip + M*(dot(Rp, Rp)*E3 - Rp*Rp')];
%Ji matrisinin belirlenmesi
for i=1:6,
    Q=(-(1/(L(i)^2)) * (md*rds2(i) + mu*rus2(i))) * (s(:, i) * s(:, i)' -
E3)...
    + (md/(L(i)^2)) * (krd(:, i) * krd(:, i)' + (mu/(L(i)^2)) * (kru(:, i) * kru(:, i)
')...
    + (mu/L(i)) * (kru(:, i) * s(:, i)') -
(stilda(:, :, i) * (Id(:, :, i)...
    + Iu(:, :, i)) * stilda(:, :, i));
    switch i,
        case 1,
            J1=[Q -Q*qtilda(:, :, i) ; Q*qtilda(:, :, i) ...
                -qtilda(:, :, i)*Q*qtilda(:, :, i)];
        case 2,
            J2=[Q -Q*qtilda(:, :, i) ; Q*qtilda(:, :, i) ...
                -qtilda(:, :, i)*Q*qtilda(:, :, i)];
        case 3,
            J3=[Q -Q*qtilda(:, :, i) ; Q*qtilda(:, :, i) ...
                -qtilda(:, :, i)*Q*qtilda(:, :, i)];
        case 4,
            J4=[Q -Q*qtilda(:, :, i) ; Q*qtilda(:, :, i) ...
                -qtilda(:, :, i)*Q*qtilda(:, :, i)];
        case 5,
            J5=[Q -Q*qtilda(:, :, i) ; Q*qtilda(:, :, i) ...
                -qtilda(:, :, i)*Q*qtilda(:, :, i)];
        case 6,
            J6=[Q -Q*qtilda(:, :, i) ; Q*qtilda(:, :, i) ...
                -qtilda(:, :, i)*Q*qtilda(:, :, i)];
    end
end
end

```

```

Ji=J1+J2+J3+J4+J5+J6;

%nuplat vektorunun belirlenmesi
nuplat=[M*(cross(omegaplat,cross(omegaplat,Rp))-g);...
cross(omegaplat,(Ip*omegaplat))...
+cross(M*Rp,(dot(omegaplat,Rp)*omegaplat-g))];
%nui vektorunun belirlenmesi
for i=1:6,
    nu(:,i)=[V(:,i);(cross(q(:,i),V(:,i))-f(:,i))];
end
nui=nu(:,1)+nu(:,2)+nu(:,3)+nu(:,4)+nu(:,5)+nu(:,6);
%H matrisinin belirlenmesi
H=[s(:,1) s(:,2) s(:,3) s(:,4) s(:,5) s(:,6));...
(cross(q(:,1),s(:,1))) (cross(q(:,2),s(:,2))) ...
(cross(q(:,3),s(:,3))) (cross(q(:,4),s(:,4))) ...
(cross(q(:,5),s(:,5))) (cross(q(:,6),s(:,6)))];
for i=1:6,
    F(i)=Kp(i)*(L0(i)-L(i))-Kv(i)*Ltrev(i)-KI(i)*h*(L0(i)-
L(i));
end
F=[F(1) F(2) F(3) F(4) F(5) F(6)]';
J=Jplat+Ji;
Nu=nuplat+nui;
Jters=inv(J);
alfa1=[tturev;omegaplat];
alfa2=Jters*((H*F)-Nu);
alfa=[alfa1;alfa2];
switch j,
case 1,
    k1=h*alfa;
case 2,
    k2=h*alfa;
case 3,
    k3=h*alfa;
case 4,
    k4=h*alfa;
end
end
dalfa=(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
t01=t01+[dalfa(1) dalfa(2) dalfa(3)]';
teta01=teta01+[dalfa(4) dalfa(5) dalfa(6)]';
tturev01=tturev01+[dalfa(7) dalfa(8) dalfa(9)]';
omegaplat01=omegaplat01+[dalfa(10) dalfa(11) dalfa(12)]';
t1(:,e)=t01;
teta1(:,e)=teta01;
tturev1(:,e)=tturev01;
omegaplat1(:,e)=omegaplat01;
L1(e,:)=L;
Lold=L;
end

```

D. Dinamik Sistemi Gerçeklemek İçin Kullanılabilecek Pistonlar ve Sensörler



Tablo D.1 FESTO Firmasının katalogundan seçilen, bu çalışmada sunulan simülasyonun gerçekleştirilmesinde kullanılabilecek çift etkili Pnömatik piston çeşitleri

İsmi	Kodu	Min strok (mm)	Max strok (mm)	Çalışma Aralığı (Bar)	Efektif kuvvet (N)
Pnömatik silindir	DNUL-100—PPV-A-S6	1	600	(0.2 - 12)	4496
Pnömatik silindir	DZH-63—PPV-A-S6	1	1000	(0.4 - 10)	1870
Pnömatik silindir	ADVULQ-100—A-P-A-S6	1	400	(0.6 - 10)	4712
Pnömatik silindir	DNGL-100—PPV-A	1	500	(0.6 - 10)	4712
Pnömatik silindir	DNGLZ-100-PPV-A	1	500	(0.6 - 10)	4712

Tablo D.2 Kontrol sisteminde ölçme elemanı olarak kullanılabilecek lineer uzunluk ölçerler

Firma	İsmi	Kodu	Ölçüm uzunluğu (mm)
Festo	Lineer Uzunluk ölçer	MLO-POT-1000-TLF	1000
Festo	Lineer Uzunluk ölçer	MME-MTS-1000-TLF	1000
HBM	Lineer Uzunluk ölçer	-	2-500

E. Simülasyonu Yapılan Sisteme Ait Yapısal Özellikler

Alt platform köşe noktaları koordinatları (Sabit referans eksen takımında)

$$[b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5 \ b_6] = \begin{bmatrix} -0.2601 & -1.8599 & 2.6378 & 1.5286 & -1.9714 & -0.0988 \\ -2.0131 & -0.8129 & -0.5563 & -2.2206 & 2.4084 & 3.1108 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [m]$$

Platform köşe noktaları koordinatları (Hareketli eksen takımında)

$$[p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ p_5 \ p_6] = \begin{bmatrix} -1.0 & -1.0 & 2.0 & 2.0 & -1.0 & -1.0 \\ -1.333 & -1.333 & -1.333 & -1.333 & 2.666 & 2.666 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [m]$$

Üniversal mafsalların sabit eksen doğrultuları

$$[k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_5 \ k_6] = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.6 & 0.3512 & 0.3512 & -0.8321 & -0.8321 \\ 0.8 & 0.8 & -0.9363 & -0.9363 & 0.5546 & 0.5546 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [m]$$

Bacağın alt kısmının ağırlık merkezinin koordinatı (kendi eksen takımında)

$$rd0 = [0.4 \ 0.14 \ -0.18]' [m]$$

Bacağın üst kısmının ağırlık merkezinin koordinatı (kendi eksen takımında)

$$ru0 = [-6.0 \ -0.08 \ 0.08]' [m]$$

Üst platformun eylemsizlik matrisi

$$Ip0 = \begin{bmatrix} 0.050 & 0.003 & 0.004 \\ 0.003 & 0.040 & 0.003 \\ 0.004 & 0.003 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Bacağın üst kısmının eylemsizlik matrisi

$$I_{u0} = \begin{bmatrix} 0.005 & 0.002 & 0.002 \\ 0.002 & 0.002 & 0.001 \\ 0.002 & 0.001 & 0.003 \end{bmatrix}$$

Bacağın alt kısmının eylemsizlik matrisi

$$I_{d0} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.005 & 0.007 \\ 0.005 & 0.002 & 0.003 \\ 0.007 & 0.003 & 0.001 \end{bmatrix}$$

Üst platformun kütlesi,

$$M = 40.0 \text{ [kg]}$$

Bacağın alt kısmının kütlesi,

$$M_d = 3.0 \text{ [kg]}$$

Bacağın üst kısmının kütlesi

$$M_u = 1.0 \text{ [kg]}$$

Üniversal, Prizmatik ve Küresel Mafsallara ait viskoz sürtünme katsayıları

$$C_u = 0.0001, \quad C_p = 0.001, \quad C_s = 0.0002,$$

F. Uygulanan Genetik Algoritmaya ait her bir topluma ait genler ve uygunluk değerleri



Tablo F.1 Genetik Algoritmanın 1. Nesil Sonuçları

Çaprazlama Olasılığı		0.8	
Mutasyon Olasılığı		0.02	
Turnuva Olasılığı		0.7	
Populasyon büyüklüğü		30	
Kd aralığı		200-2000	
Kp aralığı		200-20000	
1. Nesil			
Üye no	Kp	Kd	Uygunluk Değeri
1	7470.0	1311.0	8.681
2	13455.0	1179.0	7.726
3	19011.0	1661.0	6.632
4	17767.0	1070.0	6.584
5	17409.0	836.0	5.968
6	15790.0	1534.0	5.945
7	19444.0	1845.0	5.819
8	13676.0	1425.0	5.576
9	19439.0	780.0	5.384
10	11284.0	875.0	5.121
11	10134.0	293.0	4.842
12	5138.0	648.0	4.576
13	17234.0	643.0	4.550
14	6707.0	931.0	4.422
15	3092.0	1725.0	4.141
16	5727.0	879.0	3.951
17	13956.0	1979.0	3.835
18	11401.0	1667.0	3.783
19	10504.0	1974.0	3.102
20	9657.0	1963.0	2.927
21	15942.0	334.0	2.924
22	4352.0	1183.0	2.338
23	3320.0	958.0	2.214
24	5685.0	213.0	2.191
25	988.0	1989.0	1.484
26	739.0	1926.0	1.451
27	1750.0	927.0	1.372
28	1819.0	1471.0	1.112
29	342.0	1465.0	0.738
30	276.0	1993.0	0.720

Tablo F.2 Genetik Algoritmanın 2. Nesil Sonuçları

Çaprazlama Olasılığı		0.8	
Mutasyon Olasılığı		0.02	
Turnuva Olasılığı		0.7	
Populasyon büyüklüğü		30	
Kd aralığı		200-2000	
Kp aralığı		200-20000	
2. Nesil			
Üye no	Kp	Kd	Uygunluk Değeri
1	17424.3	1318.3	9.059
2	17470.0	1311.0	8.681
3	18920.0	1316.3	8.407
4	16600.0	1465.0	6.902
5	19434.2	1655.6	6.868
6	11512.5	1012.0	6.732
7	19080.5	877.9	6.514
8	18593.8	1661.0	6.446
9	13994.4	1348.1	6.341
10	12853.2	1270.4	6.283
11	15790.0	1534.0	5.945
12	13455.0	1026.1	5.839
13	7909.7	931.0	5.587
14	19439.0	780.0	5.384
15	15674.2	1643.5	5.311
16	16116.5	1725.0	5.138
17	15568.7	1702.9	5.025
18	15790.0	1830.5	4.663
19	11703.7	1418.7	4.644
20	20000.0	592.6	3.930
21	6430.0	977.6	3.901
22	5376.0	632.7	3.813
23	6921.3	510.4	3.688
24	15906.0	521.5	3.662
25	6329.9	1189.1	3.152
26	4109.7	849.3	2.954
27	8163.9	1661.0	2.934
28	18036.2	334.0	2.927
29	5799.9	1534.0	2.396
30	1460.3	682.3	1.455

Tablo F.3 Genetik Algoritmanın 15. Nesil Sonuçları

Çaprazlama Olasılığı		0.8	
Mutasyon Olasılığı		0.02	
Turnuva Olasılığı		0.7	
Populasyon büyüklüğü		30	
Kd aralığı		200-2000	
Kp aralığı		200-20000	
15. Nesil			
Üye no	Kp	Kd	Uygunluk Değeri
1	17403.8	1318.9	9.045
2	17980.3	1354.1	9.039
3	17622.7	1334.0	9.012
4	17155.9	1308.3	9.009
5	7621.7	1340.3	8.946
6	17469.1	1330.6	8.940
7	7342.6	1325.5	8.922
8	17510.5	1338.9	8.902
9	17238.0	1322.2	8.892
10	17590.2	1344.4	8.878
11	7748.9	1354.4	8.858
12	17452.5	1339.1	8.834
13	18081.0	1333.1	8.828
14	17300.4	1340.3	8.727
15	17342.2	1344.0	8.703
16	17514.8	1308.3	8.669
17	17193.9	1338.8	8.648
18	7528.6	1361.2	8.622
19	17315.6	1351.5	8.615
20	9035.9	1308.4	8.482
21	7532.9	1378.6	8.441
22	18189.4	1309.6	8.215
23	17131.9	1375.6	8.187
24	17665.7	1311.5	8.178
25	7925.3	1308.4	8.174
26	16583.4	1345.8	8.137
27	7505.5	1281.5	8.074
28	6824.4	1370.0	8.036
29	17125.6	1387.9	8.023
30	17738.4	1203.5	7.349

Tablo F.4 Genetik Algoritmanın 19. Nesil Sonuçları

Çaprazlama Olasılığı		0.8	
Mutasyon Olasılığı		0.02	
Turnuva Olasılığı		0.7	
Populasyon büyüklüğü		30	
Kd aralığı		200-2000	
Kp aralığı		200-20000	
19. Nesil			
Üye no	Kp	Kd	Uygunluk Değeri
1	17491.1	1314.8	9.159
2	17494.5	1320.6	9.089
3	17295.4	1310.9	9.068
4	17527.1	1325.7	9.050
5	17356.6	1316.7	9.043
6	17759.3	1341.6	9.031
7	17608.5	1335.2	9.012
8	17487.1	1328.8	8.994
9	17828.2	1351.1	8.966
10	17560.9	1335.4	8.943
11	17491.1	1332.5	8.941
12	17491.1	1332.5	8.941
13	17354.1	1324.1	8.936
14	17303.9	1321.6	8.934
15	17775.8	1351.5	8.911
16	17372.0	1331.4	8.871
17	17470.6	1338.4	8.861
18	17369.4	1333.3	8.858
19	17548.4	1350.8	8.773
20	17503.2	1347.8	8.772
21	17481.8	1350.3	8.733
22	17370.9	1344.3	8.729
23	17093.5	1329.4	8.707
24	17093.5	1330.6	8.682
25	17489.6	1310.2	8.669
26	17469.2	1368.9	8.510
27	17441.8	1369.2	8.462
28	17123.7	1351.5	8.451
29	17506.0	1376.1	8.440
30	16961.4	1376.3	8.061

Tablo F.5 Genetik Algoritmanın 20. Nesil Sonuçları

Çaprazlama Olasılığı		0.8	
Mutasyon Olasılığı		0.02	
Turnuva Olasılığı		0.7	
Populasyon büyüklüğü		30	
Kd aralığı		200-2000	
Kp aralığı		200-20000	
20. Nesil			
Üye no	Kp	Kd	Uygunluk Değeri
1	17879.6	1326.7	9.272
2	17505.8	1314.2	9.159
3	17491.1	1313.3	9.158
4	17386.2	1310.6	9.141
5	17494.5	1320.6	9.089
6	17493.0	1320.6	9.089
7	17723.9	1335.2	9.084
8	17356.6	1316.7	9.043
9	17471.7	1324.8	9.021
10	17375.5	1318.8	9.017
11	17560.9	1335.4	8.943
12	17530.3	1334.0	8.942
13	17491.1	1333.5	8.941
14	17506.8	1332.3	8.941
15	17491.1	1332.5	8.941
16	17566.9	1339.5	8.904
17	17460.9	1337.0	8.874
18	17464.6	1338.0	8.861
19	17421.1	1335.2	8.859
20	17419.9	1336.7	8.846
21	17372.0	1335.3	8.819
22	17550.6	1351.1	8.774
23	17527.1	1354.6	8.697
24	17547.3	1310.7	8.683
25	17377.1	1351.0	8.642
26	17324.6	1348.1	8.640
27	17506.0	1376.1	8.440
28	17017.8	1354.1	8.354
29	17370.9	1378.1	8.331
30	16755.7	1347.0	8.277

ÖZGEÇMİŞ

1969 yılında İstanbul'da doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini İstanbul'da tamamladıktan sonra, 1987 yılında İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi'ne girdi. 1991'de Elektronik ve Haberleşme Mühendisi olarak mezun oldu. 1992 yılında İ.T.Ü. Uçak Uzay Bilimleri Fakültesinde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı. 1995'de Uzay Mühendisliği bölümünde yüksek lisans eğitimini tamamladı. Yüksek lisans tez konusu "İnsansız hava aracı için bir borda bilgisayarının mimarisi ve tasarımı"dır. Doktora eğitimine İ.T.Ü. Uçak Mühendisliği Bölümü'nde 1995'de başladı. 1998 yılında doktora yeterliği geçti. Halen İ.T.Ü. Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi'nde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ