

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**TİP-2 BULANIK ÖBEKLEME YÖNTEMLERİ İLE ZAMAN SERİLERİNİN
MODELLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Mehmet Furkan DODURKA
(504121120)**

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı

Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Engin YEŞİL

TEMMUZ 2014

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504121120 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Mehmet Furkan Dodurka**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**TİP-2 BULANIK ÖBEKLEME YÖNTEMLERİ İLE ZAMAN SERİLERİNİN MODELLENMESİ** ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Yrd. Doç. Dr. Engin YEŞİL**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Yrd. Doç. Dr. Tufan KUMBASAR**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. İlker ÜSTOĞLU
Yıldız Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi **: 11 Temmuz 2014**
Savunma Tarihi **: 14 Temmuz 2014**

"...he said,'You must be so happy that all the things you said turned out to be true,' and of course I am. But, honestly, it used to be much more fun when nobody believed it. In science, by the time everybody tells you it's true you have to scratch your head and look for another business."

“... bana dedi ki ‘Söylediğin tüm şeyler doğrulandığı zaman çok mutlu olmalısın’ , takibi olurum , lakin, açıkçası, eğer kimse inanmasaydı çok daha eğlenceli olurdu. Bilimde, herkesin size doğru olduğunu söylediği anda kafayı yormalı ve başka bir işe yönelmelisiniz.”

Fernando Nottebohm

ÖNSÖZ

Bu tez çalışması ve öğrenciliğim sırasında;

Başta Danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Engin Yeşil'e ve hocam Yrd. Doç. Dr. Tufan Kumbasar'a beni her zaman dinlemeye vakit ayırıp, anlamaya çalıştıkları ve gösterdikleri ilgi, anlayışları için ve özel olarak "sıradan kalıpların" dışında kalabilip farklı düşünce ve anlayışlara verdikleri değerler için,

Aileme, babam Prof. Dr. Tamer Dodurka ve annem Selime Dodurka'ya beni her zaman seçtiğim yolda, yolun onlar için anlamlılığını çok fazla sorgulamadan maddi ve manevi destekleri için, kardeşim Zeynep Dodurka'ya gösterdiği anlayış ve desteği için,

Dr. Onur Karasakal, Sarven Sıradağ ve tüm Getron ailesine gösterdikleri anlayış ve destekleri ve özel olarak iş dünyasına bakışlarında geleneksel anlayışın dışında kaldıkları için,

Aziz dostum Gökhan Cüceloğlu'na, Gülüm Albut'a Canan Güneş, Barkın GÜDÜ ve kadim dostum Mustafa Şen'e gösterdikleri candan arkadaşlıkları için,

İTÜ BAP Birimi'ne "Tip-2 bulanık öbikleme için yeni bir yaklaşım" başlıklı projeye verdikleri maddi destek için

ve TÜBİTAK'a "Çevrimiçi Öz Ayarlamalı Tip-2 Bulanık PID Kontrolörler için Tasarım Yöntemlerinin Geliştirilmesi ve Uygulanması" başlıklı projede bursiyer olarak destekledikleri için

teşekkür eder ve minnetlerimi sunarım.

Temmuz 2014

Mehmet Furkan DODURKA
(Kontrol ve Otomasyon Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ	1
2. BULANIK KÜMELER ve BULANIK SİSTEMLER.....	3
2.1 Bulanık Kümeler	3
2.1.1 Tip-1 bulanık kümeler.....	3
2.1.2 Aralık Değerli Tip-2 bulanık kümeler	4
2.2 Bulanık Sistemler	6
2.2.1 Tip-1 Takagi-Sugeno tipi bulanık tabanlı sistemler.....	8
2.2.2 Aralık Değerli Tip-2 Takagi-Sugeno tipi bulanık sistemler	8
3. BULANIK ÖBEKLEME YÖNTEMLERİ.....	13
3.1 Öbeikleme Analizi.....	13
3.1.1 Öbeiklemede kullanılan veri yapısı.....	13
3.1.2 Öbek Tanımı	14
3.1.3 Öbeikleme Yöntemleri	15
3.2 Keskin ve Bulanık Bölmeler	15
3.2.1 Keskin bölmeler	16
3.2.2 Bulanık bölmeler.....	18
3.3 Bulanık C-Ortalama Öbeikleme Yöntemi	19
3.3.1 Bulanık c-ortalama fonksiyoneli	19
3.3.2 Bulanık c-ortalama algoritması	20
3.3.3 Bulanık c-ortalama algoritma parametreleri	21
3.4 Bulanık c-Ortalama Algoritma Yönteminin Uzantıları.....	24
3.4.1 Gustafson-Kessel algoritması	25
3.4.2 Bulanık maksimum benzerlik kestirim öbeikleme yöntemi.....	27
3.5 Aralık Değerli Tip-2 Bulanık Kümelerle Öbeikleme.....	30
3.5.1 Aralık Değerli Tip-2 Bulanık c-Ortalama algoritması	30
3.5.2 Aralık Değerli Tip-2 Gustafson-Kessel algoritması	34
4. ZAMAN SERİLERİ ve ZAMAN SERİLERİNİN MODELLENMESİNDE KULLANILAN SÜREÇ MODELLERİ	35
4.1 Örnek Zaman Serileri	35
4.2 Durağanlık Kavramı	38
4.3 Zaman Serilerin Modellemesinde Genel Yaklaşım Yöntemi.....	39
4.4 Özbağımlı ve Kayan Ortalamalı Süreçler.....	43
4.5 Doğrusal Olmayan Özbağımlı ve Kayan Ortalamalı Süreçler	45

5. ZAMAN SERİLERİNİN ARALIK DEĞERLİ TİP-2 BULANIK KÜMELERLE MODELLENMESİ	47
5.1 NAR(p) Tipi Süreçlerin Aralık Değerli Tip-2 Bulanık Kümelerle Modellenmesi	47
5.1.1 Öncül kısım üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi	48
5.1.2 Sonuç önermesinde yer alan fonksiyonların belirlenmesi.....	50
5.2 Örnek Çalışma	54
5.3 Değerlendirme Çalışması	56
5.3.1 Güneş lekeleri zaman serisi	58
5.3.2 Toprak sıcaklıkları zaman serisi.....	61
6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	65
KAYNAKLAR.....	67
ÖZGEÇMİŞ.....	69

KISALTMALAR

ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
ADT2	: Aralık Değerli Tip-2
AÜF	: Alt Üyelik Fonksiyonu
ANFIS	: Adaptif Ağ-Tabanlı-Bulanık Çıkarım Sistemi (Adaptive-Network based Fuzzy Inference Systems)
AR	: Öz Bağlanımlı (Auto Regressive)
ARMA	: Öz Bağlanımlı ve Kayan Ortalamalı (Auto Regressive Moving Average)
BK	: Bulanık Küme
FCM	: Bulanık C-Ortalama (Fuzzy C-Means)
FMLE	: Bulanık Maksimum Benzerlik Kestirim (Fuzzy Maximum Likelihood Estimation)
FOU	: Belirsizlik İzdüşümü (Footprint of Uncertainty)
GK	: Gustaffson Kessel
KM	: Karnik Mendel
MA	: Kayan Ortalamalı (Moving Average)
NAR	: Doğrusal Olmayan Öz Bağlanımlı (Nonlinear Auto Regressive)
NARMA	: Doğrusal Olmayan Öz Bağlanımlı Ve Kayan Ortalamalı (Nonlinear Auto Regressive Moving Average)
NOE	: Doğrusal Olmayan Çıkış Hataları (Nonlinear Output Errors)
PMAD	: Ortalama Mutlak Hatanın Yüzdesi (Percent Mean Absolute Deviation)
RMSE	: Karesel Hata Ortalamalarının Karekökü (Root Mean Square Error)
SQP	: Sıralı Quadratic Programlama (Sequential Quadratic Programming)
T-S	: Takagi-Sugeno
ÜÜF	: Üst Üyelik Fonksiyonu
VAF	: Varyansın Nedeni (Variance Accounted For)
WN	: Beyaz Gürültü (White Noise)

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 5.1 : Örnek çalışma için kullanılan zaman serisi verileri.	53
Çizelge 5.2 : Bulanık sistemin öncül kısmında kullanılan LMF ve UMF parametreleri.....	54
Çizelge 5.3 : Bulanık modeldeki kuralların ateşlenme değerleri.....	55
Çizelge 5.4 : ADT2 Bulanık modelin çıkış fonksiyonlarının parametreleri.....	56
Çizelge 5.5 : Güneş lekeleri zaman serisinin modellenmesinde yöntemler için belirlenen parametreler.....	58
Çizelge 5.6 : Güneş lekeleri zaman serisi için yöntemlerinin doğrulama safhası için başarımlar kriterleri.	59
Çizelge 5.7 : Güneş lekeleri zaman serisi için yöntemlerinin test safhası için başarımlar kriterleri.	60
Çizelge 5.8 : Toprak sıcaklıkları zaman serisinin modellenmesinde yöntemler için belirlenen parametreler.....	62
Çizelge 5.10 : Toprak sıcaklıkları zaman serisi için yöntemlerinin doğrulama safhası için başarımlar kriterleri.....	64
Çizelge 5.11 : Toprak sıcaklıkları zaman serisi yöntemlerinin test safhası için başarımlar kriterleri.	64

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : “Yaklaşık 2” dilsel teriminin değişik üyelik fonksiyonları ile ifade edilmesi: a. Üçgen, b. Trapezoid, c. Gauss, d. Üçgen ²	5
Şekil 2.2 : Üçgen Tipi ADT2 bulanık kümesinin gösterimi: (a) üçgen tipi birincil üyelik fonksiyonu (b) aralık değerli ikincil üyelik fonksiyonu.....	6
Şekil 2.3 : Kural tabanlı bulanık bir sistemin içyapısı.....	6
Şekil 2.4 : ADT2 bulanık sistem.	9
Şekil 3.1 : Değişik hacim ve geometrik şekillere sahip öbekler, (Babuska, 1998). ..	15
Şekil 3.2 : R2’de tanımlı veri kümesi.	17
Şekil 3.3 : Bulanık c-ortalama öbekleme algoritması.....	22
Şekil 3.4 : Bulanık c-ortalama algoritmasının veri kümesinde belirlediği öbekler. ..	24
Şekil 3.5 : Şekil 3.4’te verilen veri için Gustafson-Kessel algoritması tarafından bulunan öbekler ve üyelik eğrileri.....	27
Şekil 3.6 : Gustafson-Kessel algoritması.....	28
Şekil 3.7 : Bulanık-Maksimum Benzerlik Kestirim öbekleme algoritması.....	29
Şekil 3.8 : <i>m</i> bulanıklaştırma parametresine bağlı olarak FCM algoritmasındaki bulanık bölgenin değişimi: (a): 1.1, (b) 2.0 (c) 5.0 (d) 10.0. (Rhee & Choi, 2013).	31
Şekil 3.9 : ADT2 tabanlı FCM öbekleme algoritması.....	33
Şekil 4.1 : Avusturalya’da gerçekleşen kırmızı şarap satışları.....	36
Şekil 4.2 : ABD 1790-1990 arası gerçekleşen nüfus artışı.....	36
Şekil 4.3 : Huron Gölü’nün 1875-1972 arası seviye değişikliği.	37
Şekil 4.4 : ABD’de 1951-1980 arası gerçekleşen yıllık grev sayıları.	37
Şekil 4.5 : ABD’de gerçekleşen kaza sonucu ölümler.	38
Şekil 4.6 : Şekil 4.6’da gösterilen zaman serisi için kayan ortalama ile bulunan kaba trend serisi <i>nt</i>	41
Şekil 4.7 : Sezonsal bileşen <i>sk</i>	42
Şekil 4.8 : Sezonsallığı kaldırılmış veri <i>dt</i>	42
Şekil 4.9 : Veriye uydurulan trend fonksiyonu.....	43
Şekil 4.10 : Sezonsallığı ve trend bileşeni kaldırılmış gürültü verisi <i>yt</i>	44
Şekil 5.1 : Zaman serilerin ADT2 bulanık sistemler ile modellenmesi.....	53
Şekil 5.2 : Öbekleme sonucu elde edilen ADT2 bulanık kümeler	55
Şekil 5.3 : 1700-1988 seneleri arasında gözlenen günlük güneş lekeleri adetlerinin yıllık ortalamaları.	59
Şekil 5.4 : Test safhası için model ve gerçek süreç çıkışları.	60
Şekil 5.5 : Test safhası için modelleme hataları.	61
Şekil 5.6 : 1976-1992 seneleri arasındaki 20 cm. derinlikteki toprağın aylık ortalama sıcaklık değişimleri.	61
Şekil 5.7 : Model ayrıştırılması sonucu elde edilen gürültü bileşeni.....	62
Şekil 5.8 : Test safhası için model ve gerçek süreç çıkışları.	63
Şekil 5.9 : Test safhası için modelleme hataları.	63

TİP-2 BULANIK ÖBEKLEME YÖNTEMLERİ İLE ZAMAN SERİLERİNİN MODELLENMESİ

ÖZET

Zaman serileri ile süreç modelleri elde edip, süreç modelleri ile ileriye yönelik kestirimlerde bulunma ekonomi, mühendislik, jeoloji, meteoroloji gibi birçok alanda etkin bir şekilde kullanılmaktadır. Model eldesi için klasik yaklaşımda, doğrusal istatistiksel modeller kullanılmaktadır. Ancak model elde etmek için kullanılan verilerde yer alan belirsizlikler ve modellenen süreçlerde yer alan doğrusal olmayan özellikler nedeniyle doğrusal modeller her zaman süreçleri doğru bir şekilde modelleyememektedirler.

Yukarıda bahsedilen belirsizliği fazla ve doğrusal olmayan süreçlerin modellenmesi için en etkili yöntemlerden biri bulanık kümeleri içeren sistemlerle oluşturulan modellerdir. Ancak son yıllarda literatürde yapılan çalışmalar göstermiştir ki Tip-1 bulanık kümeler belirsizliklerin üstesinde gelmede yeterince başarılı olamamaktadırlar bu yüzden literatürde Tip-2 bulanık kümelerle ilgili birçok başarılı çalışma sunulmuştur. Çünkü Tip-2 bulanık sistemler sahip olduğu belirsizlik izdüşümü sayesinde belirsizliğin üstesinden gelmede Tip-1 bulanık sistemlere göre daha başarılıdır. Bu çalışmada da Tip-2 kümelerin özel bir hali olan Aralık Değerli Tip-2 bulanık sistemleri ile zaman serilerinin modellenmesi üzerinde çalışılmıştır.

Bu çalışmada zaman serilerinin modellenmesinde kullanılacak Tip-2 bulanık modellerin eldesi için gözetimli öğrenme ve gözetimsiz öğrenme yöntemlerinden yararlanılmıştır. Bu amaçla Tip-1 bulanık öbekleme yöntemleri ile modelleme yaklaşımı, ADT2 bulanık sistemlerine genişletilmiştir. Bilindiği gibi öbekleme yöntemleri gözetimsiz öğrenme yöntemleri oldukları için veri hakkında çok az bilgi sahibi olunsa bile veriden bilgi edimini sağlarlar. Bu çalışmada bulanık sistemin öncül kısımları belirlemek için kullanılan Tip-1 bulanık kümelerle öbekleme yöntemi yerine ADT2 bulanık kümelerle öbekleme yöntemi kullanılmıştır. Literatürde ADT2 bulanık kümeler için önerilmiş ADT2 bulanık c-ortalama öbekleme algoritması genişletilerek Tip-1 bulanık kümeler için önerilen Gustafson-Kessel algoritması için ADT2 bulanık kümelerle öbekleme yöntemi geliştirilmiştir. ADT2 bulanık modelin sonuç parametrelerinin belirlenmesinde ise gözetimli öğrenme yöntemlerine başvurulmuştur. Fakat ADT2 bulanık modelin içerisinde yer alan tip indirgeme mekanizmasının iteratif doğası yüzünden, gözetimli öğrenme probleminin çözümünde en küçük kareler gibi iteratif olmayan optimizasyon yöntemleri doğrusal olmayan ve iteratif optimizasyon yöntemlerine başvurulmuştur.

Önerilen modelleme yönteminin başarımını ölçmek için farklı karakteristiklere sahip zaman serileri modelleme ve tahminleme çalışması yapılmış ve modellerin başarımları doğrusal ARMA modelleri ve literatürde sıklıkla kullanılan ANFIS yöntemi karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar sonucunda ADT2 bulanık modellerin

başarımının birinci zaman serisi için her iki yönteme göre oldukça iyi sonuç verdiği, ikinci örnek içinse ADT2 bulanık modelin başarımının ilk örneğe kıyasla az olduğu ancak başarımlar azda olsa diğer iki yönteme göre daha iyi sonuç verdiği gözlemlenmiştir. Bu sonuçlar ışığında ADT2 bulanık modellerin süreçlerdeki belirsizliği ve doğrusal olmayan karakteristiği ifade etmede başarılı olduğu sonucu varılmıştır. Ancak ADT2 bulanık sistemlerle modelleme yapılmak istendiğinde diğer modellere göre modellenme öncesinde belirlenmesi gereken parametre sayısı ve işlem yükü artmaktadır. Bu durumda ADT2 bulanık sistemlerle modelleme yapıp yapılmamasına, modellenmek istenen sürecin sahip olduğu doğrusal olmayan nitelik ve belirsizlik gibi özelliklere bakılarak karar verilmelidir.

TIME SERIES MODELLING WITH TYPE-2 FUZZY CLUSTERING METHODS

SUMMARY

Time series are observations that each observation is recorded at specific time, which can be recorded discrete and continuous. In many applications such as economics, engineering, geology, time series are used modelling the processes for predicting future values of them. In the classical approach for modelling of processes linear and statistical models are mostly used. However due to fact that having uncertainty and nonlinearities in the processes being aimed to model, mostly these linear and statistical models can not represent processes in an accurately way

To model the nonlinear and uncertain process mentioned above, one of the efficient method is using fuzzy sets and systems for modelling. Because the fuzzy sets are extension of the classical set approach moreover in the classical set approach each entity must belong to a set or vice versa must not belong, but in the fuzzy logic approach the belonging of an entity to a set can be represented partially. So that vagueness can be represented in an efficiently way. Nevertheless, recent studies shows that Type-1 fuzzy sets cannot handle the uncertainties sufficiently. So for that reason many successful studies that using Type-2 sets and systems are presented in the literature recently. In Type-2 fuzzy sets membership of an entity also represented with fuzzy sets where as in Type-1 fuzzy sets membership represented with crisp numbers. On the other hand, working with Type-2 fuzzy systems leads to more computational complexity according to the study with Type-1 fuzzy counterparts. So a special expressions of Type-2 fuzzy sets called Interval Type-2 (IT2) fuzzy sets was proposed. In this study, in the modeling of time series Interval Type-2 fuzzy sets are used.

Clustering methods are unsupervised methods that provide the obtaining knowledge from data with a too few information about data. For example for a data set given in matrix about patients the rows are features of patients such as symptoms, diagnostics, age, sex and each column represents a different patient. The aim is here to specify the similar patients in other words grouping the patients so the clustering procedure is dividing a set into subsets having similar entities. Here the similarity term arisen from the metric distance. The clusters have two components the first one is prototype that represents centers of clusters which can be single point or functions and second one is partition matrix which includes the membership of set entities to each cluster. In literature Fuzzy C-Means (FCM) clustering method are presented by Bezdek enabling to derive the fuzzy subsets from a set i.e. fuzzy clusters. However, in FCM approach all obtained clusters have same shapes and orientation. Therefore, Gustaffson and Kessel presented a new algorithm providing to obtain each cluster in different shapes and orientation. Recently Hwang and Rhee extended FCM algorithm to IT2 Fuzzy sets to obtain clusters as IT2 Fuzzy sets. In this study, IT2-FCM approach extended to derive IT2 fuzzy clusters as in Gustaffson Kessel clustering approach.

Time series models can be classified according to their forms for both linear and nonlinear models such as Auto Regressive (AR), Moving Average (MA) and Auto Regressive and Moving Average (ARMA) models. In AR models, process output just depends of the previous observation of processes, in MA models output just depends the previous noises i.e. prediction errors and for ARMA models the output depend both previous observation of processes and noises. In this study only auto regressive models are considered

In this thesis, an approach for modelling time series with IT2 fuzzy models are presented. In the proposed approach both unsupervised and supervised methods are used in modelling. For this, the method of modelling Type-1 fuzzy system with Type-1 fuzzy clustering approach are extended for IT2 fuzzy models. In this study IT2, fuzzy clustering approach is used for obtaining antecedent parts of fuzzy systems. For antecedent's parts, each fuzzy set used in represented with gauss membership functions. Gauss membership function parameters are extracted from by using IT2 fuzzy partition matrix. For obtaining consequents parts of the IT2 fuzzy model the supervised learning methods are used. In IT2 fuzzy system consequents, parts consist of from linear polynomial functions. So supervised learning approach is used for obtaining parameters of polynomial functions. In the supervised method the objective is the minimize the error between model output and observed output. Therefore, that it becomes an optimization problem. Here mean root square error criterion is used for criterion to be minimized. However, because of having iterative nature of type reducer used in IT2 fuzzy models, the non-iterative optimization methods such as the least squares cannot be used for solving learning problem instead the iterative and nonlinear optimization methods are used for optimization. For getting lower, upper bounds, and initial point, for optimization method a heuristic approach based on least squares method is used.

To observe the performance of proposed modelling with IT2 fuzzy clustering method performance indices are used such as mean root square error, percentage of mean absolute deviation and variance accounted for. The proposed method compared with two well-known methods linear ARMA model family and ANFIS approach, which used for learning of Type-1 fuzzy models.

For the comparison studies, two example time series having different characteristics are used. The first one is a benchmark time series the sunspots, especially used in nonlinear time series modeling methods with no clear seasonality and trend effects. The other time series are monthly change of soil temperature, which has strong seasonality and trend effects. For the modelling study, time series are divided into three parts. The first one is used for training, second one is used for validation and last one is used for testing. For observing generalization capabilities and performances of modelling approaches performance indices are calculated for the testing part for each methods.

By looking results of comparisons for the sun spots time series, the fuzzy approaches ADT2 based and ANFIS outperformed ARMO model family distinctly but also ADT2 have more better performance over ANFIS approach especially for the testing phase, for the change of monthly soil temperature time series ADT2 based model also has better performance than other two methods but not as intense performance as sun spot time series' performance, because the trend and seasonal components have strong influence than residual part of time series..

Therefore, in consequence of results it can be said that ADT2 fuzzy cluster based modelling approach has capability of handling uncertainty and represent nonlinearity. However, many parameters must be determined for modelling with ADT2 fuzzy cluster based approach furthermore the computational cost of ADT2 based modeling is rather high. Therefore, someone who wants to use ADT2 fuzzy clustering approach for modelling of a process must determine process's uncertainties and nonlinearities to decide the trade of between handling uncertainties, nonlinearities and parameter counts, computation costs.

1. GİRİŞ

Zaman serilerini kullanarak süreçleri modellemesi ve süreçlerin gelecek çıktılarını tahmin etme uygulamaları ekonomi, mühendislik, jeoloji, meteoroloji gibi birçok alanda etkin bir şekilde kullanılmaktadır (Brockwell & Davis, 2002). Klasik yaklaşımda, zaman serileriyle süreçlerin modellenmesinde doğrusal istatistiksel modeller kullanılmaktadır. Ancak modellenmek istenen süreçlerde var olan belirsizlikler ve doğrusal olmayan karakteristik özellikler nedeniyle doğrusal modeller çoğu zaman süreçleri doğru bir şekilde ifade edememektedirler.

Doğrusal olmayan süreçlerin modellenmesi için en etkili yöntemlerden biri bulanık modellemedir. Bilindiği gibi bulanık modeller doğrusal olmayan ve belirsizlik içeren süreçleri ifade etmede oldukça başarılıdır. Son yıllarda literatürde Tip-2 bulanık kümelerle ilgili birçok başarılı çalışma sunulmuştur (Hagras, 2007), (Jammeh, Fleury, Wagner, & Ghanbari, 2009). Çünkü Tip-2 bulanık sistemler sahip olduğu belirsizlik izdüşümü (FOU) sayesinde belirsizliğin üstesinden gelmede Tip-1 bulanık sistemlere göre daha başarılıdır. Bu çalışmada Tip-2 kümelerin özel bir halin olan Aralık Değerli Tip-2(ADT2) bulanık sistemleri ile zaman serilerinin modellenmesi üzerinde çalışılmıştır.

Bu amaçla (Babuska, 1998) tarafından önerilen Tip-1 bulanık öbekleme yöntemleri ile modelleme yaklaşımı, ADT2 bulanık sistemlerine genişletilmiştir. Bilindiği gibi öbekleme yöntemleri gözetimsiz öğrenme yöntemleridir. Bu sayede öbekleme yöntemleri sayesinde üzerinde çalışılan veri hakkında çok az bilgi sahibi olunsu bile veri hakkında bilgi edimi sağlanmış olur. Bu çalışmada bulanık sistemin öncül kısımları belirlemek için kullanılan Tip-1 bulanık kümelerle öbekleme yöntemi yerine ADT2 bulanık kümelerle öbekleme yöntemi kullanılmıştır. Literatürde ADT2 bulanık kümeler için önerilmiş ADT2 bulanık c-ortalama (FCM) öbekleme algoritması genişletilerek Tip-1 bulanık kümeler için önerilen Gustafson-Kessel(GK) algoritması için ADT2 bulanık kümelerle öbekleme yöntemi geliştirilmiştir. ADT2 bulanık modelin sonuç parametrelerinin belirlenmesinde ise doğrusal olmayan optimizasyon

yöntemleri kullanılmıştır. Önerilen modelleme yöntemin başarımını göstermek için değişik karakteristiğe sahip zaman serilerinin modelleme ve tahminleme çalışılması yapılmış ve modellerin başarımları doğrusal ARMA modelleri ve literatürde sıklıkla kullanılan ANFIS yöntemi (Jang, 1993) karşılaştırılmıştır.

Bu çalışma giriş hariç 5 bölümden oluşmaktadır. 2.Bölümde Tip-1 ve ADT2 bulanık sistemleri hakkında genel bilgi verilmiştir. 3. Bölümde ise Tip-1 ve Tip-2 bulanık öbekleme yöntemleri incelenmiş ve 4. Bölümde ise genel olarak zaman serilerinin analizi, zaman serilerinin modellenmesinde kullanılan doğrusal ve doğrusal olmayan model yapılarından bahsedilmiştir. 5. Bölümde öne sürülen modelleme yaklaşımı anlatılmış ve modelin başarımını diğer modelleme yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Son olarak 6. bölümde sonuçlar ve tartışma kısmı yer almaktadır.

2. BULANIK KÜMELER ve BULANIK SİSTEMLER

Bulanık kümeler kavramı ilk defa Zadeh tarafından sunulmuştur (Zadeh, 1965). Klasik ya da keskin kümelerde bir nesne ya o kümeye aittir ya da değildir. Yani bir nesne kümenin elemanı olduğunda (1) kümenin elemanı olmadığı zaman (0) değerini alır. Bu sebepten dolayı keskin kümeler ile sistemleri yeterince doğru modellemek her zaman mümkün olmamaktadır, çünkü keskin kümeler ile modellemede veriler kesin bir ifade ile tanımlanmalıdır. Bulanık mantık kavramı ise bu zorluğun üstesinden gelir ve modelleri dilsel ifadeler ile tanımlanması sağlar, bu sayede bulanık küme(BK)'ler ile tanımlanmış modeller gerçek dünyayı daha iyi ifade ederler. Çünkü gerçek hayatta “doğru” ya da “yanlış” ifadelerin yanında “kısmen doğru” ya da “kısmen yanlış gibi ifadelerde yer alır. Bu yüzden bulanık kümelerde bir nesne A olarak tanımlanan BK'ye tamamen ait olmak ya da olmamak durumunda değildir. Bir nesnenin bir BK'ye aitliği 0 ve 1 arasında bir değerle ifade edilir. Keskin kümelerde olduğu gibi eğer bir nesne bulanık A kümesine tamamen aitse 1 değerini almakta ya da A kümesine hiç ait değilse 0 değerini almaktadır. Bundan dolayı BK'ler keskin kümelerin genişletilmiş halleridir. Bu bölümde genel olarak bulanık kümeler ve bulanık sistemler anlatılmaktadır. Bölüm 2.1'de Tip-1 ve ADT2 BK'ler anlatılmış ve bölüm 2.2'de ise Tip-1 ve ADT2 bulanık sistemlerden bahsedilmiştir.

2.1 Bulanık Kümeler

2.1.1 Tip-1 bulanık kümeler

A keskin bir küme ve X evrensel küme olsun , A keskin kümesi karakteristik fonksiyon cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Klir & Bo, 1995):

$$X_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (2.1)$$

Karakteristik fonksiyon, X evrensel kümesine ait elemanlardan hangilerinin A kümesine ait olduklarını belirtir. Yani karakteristik fonksiyon X kümesinin elemanlarını $\{0,1\}$ kümesine eşleyen bir fonksiyondur:

$$X_A : X \rightarrow \{0,1\} \quad (2.2)$$

Eğer Denklem 2.2, X kümesinin elemanları (0) ya da (1) yerine tanımlı bir aralığa eşleyecek şekilde genelleştirilirse bu fonksiyona üyelik fonksiyonu denir. Üyelik fonksiyonunda aralığın üst sınırına yakın değerler daha yüksek aitliği gösterir. Genelde üyelik fonksiyonun eşlediği aralık birim aralık olarak ifade edilir:

$$u_A = X \rightarrow [0,1] \quad (2.3)$$

Denklem 2.4'den görüldüğü gibi bulanık A kümesi, tanımlı X evrensel kümesinde üyelik fonksiyonları cinsinden ifade edilir:

$$A = \int_X \frac{\mu_A(x)}{x} \quad (2.4)$$

Burada X kümesine söylem evreni, bulanık A kümesi ise dilsel terim olarak ifade edilir(çok, az, yüksek, kısa vb.). Genellikle bulanık üyelik fonksiyonu $u_A(x)$, x e bağlı parametrik parçalı fonksiyonlar tarafından ifade edilir. Örneğin üç parametre ile ($\ddot{u}_{sol}$, $\ddot{u}_m$, $\ddot{u}_{sağ}$) ile tanımlanan üçgen tipi üyelik fonksiyonun $\mu_{\ddot{u}çgen}(x)$ ifadesi aşağıdaki gibi verilmiştir:

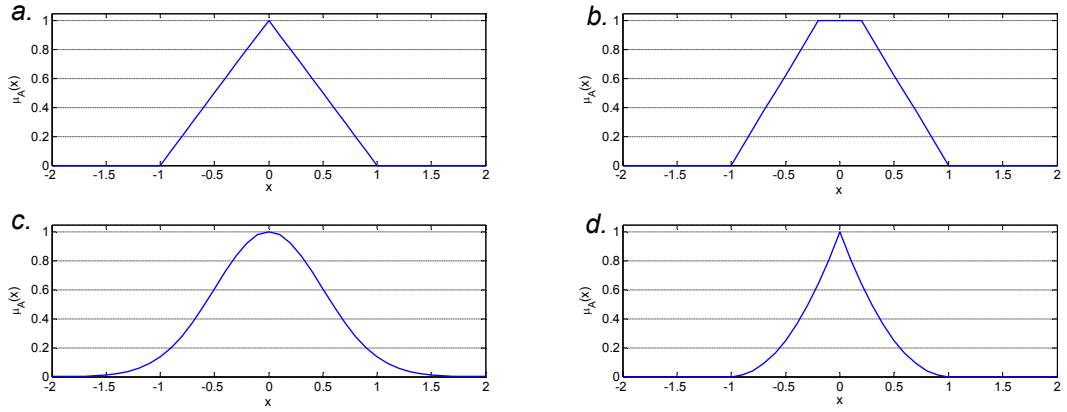
$$\mu_{\ddot{u}çgen}(x) = \begin{cases} \frac{x - \ddot{u}_{sol}}{\ddot{u}_m - \ddot{u}_{sol}}, & x < \ddot{u}_m \text{ ve } x \geq \ddot{u}_{sol} \\ 1, & x = \ddot{u}_m \\ \frac{\ddot{u}_{sağ} - x}{\ddot{u}_{sağ} - \ddot{u}_m}, & x > \ddot{u}_m \text{ ve } x \leq \ddot{u}_{sağ} \end{cases} \quad (2.5)$$

Şekil 2.1'de $X = [-2,2]$ de tanımlı “yaklaşık 0” dilsel terimi için değişik üyelik fonksiyonları ile ifade edilen bulanık kümeler verilmiştir.

2.1.2 Aralık Değerli Tip-2 bulanık kümeler

Literatürdeki çalışmaların gösterdiği gibi Tip-1 bulanık kümeler modellemedeki belirsizlikleri ifade etme ve belirsizliklerin etkilerini gidermede yetersiz

kalmaktadırlar (Hagras, 2004). Çünkü Tip-1 kümelerin üyelik fonksiyonları ile ifade edilen aitlikleri keskin sayılardır (Dongrui, 2010). Bu sebepten ötürü son dönemlerde Tip-2 BK ile (Zadeh, 1975) ilgili çalışmalara ilgi yoğunlaşmıştır. Fakat Tip-2 BK'ler ile yapılan hesaplamaların işlemsel yük ve karmaşıklığı çok fazla olduğu için Tip-2 BK'lerin özel bir tipi olan ADT2 BK'ler $\tilde{A}$ önerilmiştir (Mendel, 2001).



Şekil 2.1 : “Yaklaşık 2” dilsel teriminin değişik üyelik fonksiyonları ile ifade edilmesi: a. Üçgen, b. Trapezoid, c. Gauss, d. Üçgen².

Bir ADT2 BK üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilir:

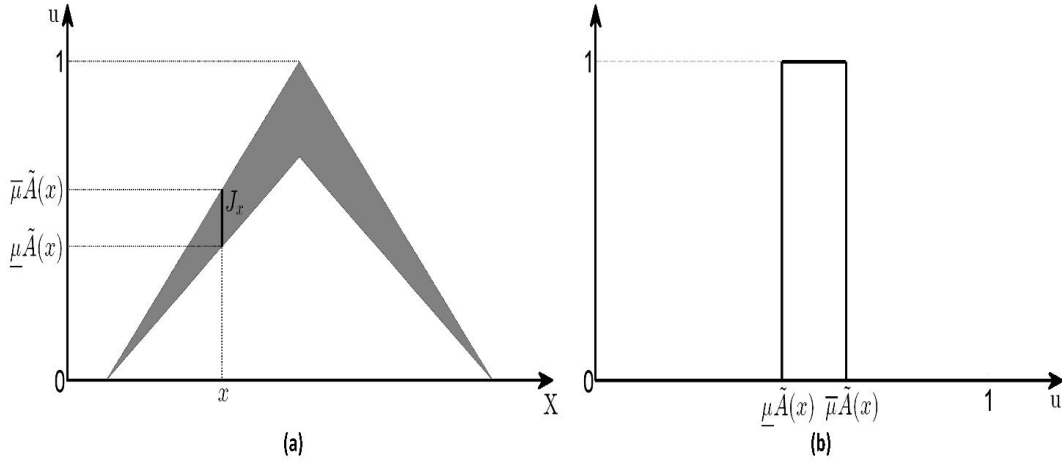
$$\tilde{A} = \int_{x \in \tilde{X}} \int_{u \in J_x \subseteq [0,1]} \mu_{\tilde{A}}(x, u) / (x, u) \quad (2.6)$$

Burada x değişkeni $\tilde{X}$ evrensel kümesinde tanımlı birinci değişken, $u \in [0,1]$ değişkeni ise $J_x \in [0,1]$ aralığında tanımlı ikincil değişkendir. J_x $\tilde{A}$ Tip-2 BK'sinin birincil üyeliği ya da ikincil üyelik fonksiyonun desteği olarak tanımlanır. $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ fonksiyonu ise bir Tip-1 BK'sini ifade eder ve $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ fonksiyonun boyutu $\tilde{A}$ 'sinin ikincil aitliğini gösterir. $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ fonksiyonu, ADT2 BK'leri için aşağıdaki özelliği gösterir:

$$\mu_{\tilde{A}}(x, u) = \forall u \in J_x \subseteq [0,1] \quad (2.7)$$

Şekil 2.2'de örnek olarak üçgen tipi ADT2 BK'si gösterilmiştir. Şekil 2.2 (a)'da görülebileceği gibi ADT2 BK'si iki Tip-1 BK'si tarafından sınırlandırılmıştır. ADT2 BK'sini üstten sınırlayan Tip-1 BK'si, $\bar{A}$ üst üyelik fonksiyonu (ÜÜF) $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ ile ve alttan sınırlayan Tip-1 BK'si $\underline{A}$ ise alt üyelik fonksiyonu (AÜF) $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ olarak ifade

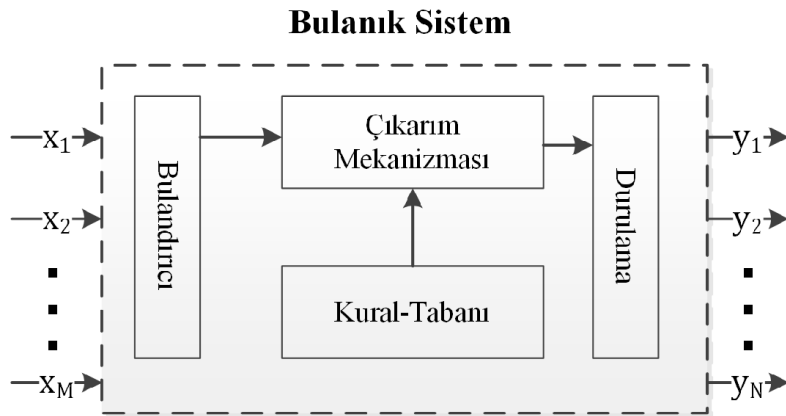
edilir. Burada $\bar{A}$ ve $\underline{A}$ kümeleri arasında kalan alan, belirsizlik izdüşümü (Footprint of Uncertainty–FOU) olarak tanımlanır. FOU J_x 'te varolan belirsizliği ifade eder. Şekil 2.2(b)'de görüldüğü gibi ADT2 bulanık kümesinde ikincil üyelik fonksiyonu aralık olarak tanımlanmıştır (Karnik, Mendel, & Liang, 1999).



Şekil 2.2 : Üçgen Tipi ADT2 bulanık kümesinin gösterimi: (a) üçgen tipi birincil üyelik fonksiyonu (b) aralık değerli ikincil üyelik fonksiyonu.

2.2 Bulanık Sistemler

Bulanık kümeler ve bu kümelerle ilgili matematiksel yapıyı içeren, statik veya dinamik sistemlere “bulanık sistem” denir (Zadeh, 1965). Bulanık sistemler genelde **EĞER - O HALDE** kural-tabanlı bağıntılarla ifade edilirler. Bu tür sistemlere “kural tabanlı bulanık sistemler” adı verilir. Şekil 2.3'te M adet giriş N adet çıkışlı kural tabanlı bulanık bir sistemin içyapısı verilmiştir.



Şekil 2.3 : Kural tabanlı bulanık bir sistemin içyapısı.

Şekil 2.3'te de görüldüğü gibi bulanık bir sistemin ana yapıları bulandırıcı, bulanık kural tabanı ve çıkarım mekanizması ve durulamadır:

- Bulandırıcı: Keskin değerli sayıları bulanık değerli sayılara döndürür. Literatürde iki tip bulandırıcı tanımlanmıştır. Tekli ve tekli olmayan bulandırıcılar (üçgen, gauss, trapezoidal vb.).

Bulanık kural tabanı: Bulanık sistemlerde oluşturulan bulanık model, modelde bulunan bulanık kuralların türüne göre adlandırılır. Kural tabanında, aşağıdaki yapıda verilen bulanık **EĞER – O HALDE** kuralları bulunur (Zadeh, 1965):

EĞER <öncül önerme> **O HALDE** <sonuç önerme>

Burada öncül önerme her zaman " x, A ise" şeklinde tanımlanan bulanık bir önermedir. " x " bulanık sistemin girişlerini oluşturan dilsel değişken ve A ise dilsel terimlerle ifade edilen bulanık bir kümedir. Örneğin "eğer hava sıcak ise" önermesinde hava dilsel değişken, sıcak ise dilsel terimdir. Önermenin doğruluk değeri, dilsel değişken, dilsel terim arasındaki benzerliğin derecesidir. Bu benzerlik A yı ifade eden Denklem 2.3 ve 2.4 te tanımlı üyelik fonksiyonu $u_A(x)$ 'nin boyutu ile tanımlanır. Bulanık önermedeki sonuç önermesinin yapısına göre temelde iki adet bulanık kural tabanı bulunur:

- i. Mamdani tipi bulanık kurallar: Bu bulanık kural tipinde sonuç önermeleri de birer bulanık önermedir.
 - ii. Takagi-Sugeno(T-S) tipi bulanık kurallar: Bu kural tipinde sonuç önermeleri birer gerçek fonksiyon olarak ifade edilir. Bu çalışmada kullanılan bulanık sistemlerde T-S tabanlı kurallar kullanılmaktadır. T-S tabanlı kurallar ile detaylı bilgi Bölüm 2.3.1 de verilmiştir.
- Çıkarım mekanizması: Bulanık sistemlerde çıkarım mekanizması temel olarak bulanık kümeleri, bulanık kümelere eşler. Çıkarım mekanizmasının iki ana işlevi bulunur. Girişlerin değerlerine bağlı olarak kural tabanında hangi kuralların ateşlendiğini belirler ve ateşlenen bu kural ve girişleri kullanarak, bulanık sistemde kullanılan kural tipine uygun olacak bir şekilde bulanık sistemdeki çıkarım işlemlerini gerçekleştirir.
 - Durulayıcı: Birçok uygulama için bulanık sistemlerden çıkan değer keskin bir sayı olması gerekmektedir. Durulayıcı, çıkarım mekanizması sonucunda

oluşan bulanık sayıyı keskin sayıya dönüştürür. Literatürde birçok durulayıcı yöntemi vardır (Ağırlık merkezi, alanlar toplamının merkezi, en büyük değeri merkezi gibi). Bu çalışmada ağırlık merkezi yöntemi kullanılmıştır.

2.2.1 Tip-1 Takagi-Sugeno tipi bulanık tabanlı sistemler

Takagi-Sugeno Tipi bulanık modelde kurallar, çok girişli ve tek çıkışlı bir sistem için aşağıdaki yapıda ifade edilir:

$$k_j \text{ EĞER } x_1, A_1^j \text{ ise ve } x_2, A_2^j \text{ ise ve } \dots \text{ ve } x_r, A_r^j \text{ ise O HALDE } y = F_j(x_1, x_2, x_r), \\ j = 1, 2, \dots, N$$

Burada $A_1^j, A_2^j, \dots, A_r^j, x_1, x_2, \dots, x_r$ söylev uzayında tanımlı birer Tip-1 bulanık küme, N kural sayısı ve F_j ise girişlere bağlı olarak ifade edilen keskin değerli bir fonksiyondur. Burada j 'ninci kurala ait toplam ateşleme değeri, öncülerde bulunan Tip-1 bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları cinsinden aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$f^j = \mu_{A_1^j}(x_1) * \mu_{A_2^j}(x_2) * \dots * \mu_{A_r^j}(x_r) \quad (2.8)$$

Burada $*$ operatörü Takagi-Sugeno modellerde “ve operatörü” olarak sıklıkla kullanılan çarpım t-normudur. Durulama yöntemi olarak ağırlık merkezi kullanılırsa göre çıkışlar Denklem 2.9’a göre hesaplanır:

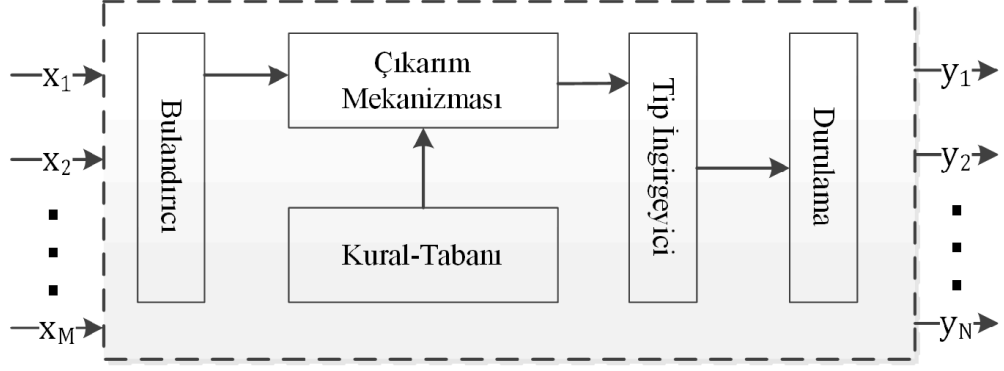
$$y(x) = \frac{\sum_{j=1}^N f^j F_j}{\sum_{j=1}^N f^j} \quad (2.9)$$

Yukarıdaki yapıda görüldüğü gibi Takagi-Sugeno (T-S) bulanık modelinin sonuç kısmında, belirgin bir fonksiyon mevcuttur. Dolayısıyla bu model hem matematiksel, hem de dilsel ifadelerle oluşturulan bir model olarak görülebilir.

2.2.2 Arahık Değerli Tip-2 Takagi-Sugeno tipi bulanık sistemler

Bir bulanık sistemde kural tabanında tanımlı bulanık kümelerden biri ADT2 bulanık küme ise o bulanık sisteme ADT2 bulanık sistem denir (Dongrui, 2010). Şekil 2.4’te çok giriş ve çok çıkışlı ADT2 bulanık sistem gösterilmiştir.

Aralık Değerli Tip-2 Bulanık Sistem



Şekil 2.4 : ADT2 bulanık sistem.

Şekil 2.4'ten de görüldüğü gibi ADT2 bulanık sistemlerde Tip-1 bulanık sisteme benzer şekilde, ADT2 bulandırıcı, kural tabanı, çıkarım mekanizması ve durulayıcı bulunmaktadır. Bu bilşenlere ek olarak ADT2 bulanık sistemde tip-indirgeyici yapısı bulunmaktadır. Burada tip-indirgeyici çıkarım sonucunda oluşan ADT2 kümenin Tip-1 BK'ye indirgenmesinde kullanılmaktadır. ADT2-TS bulanık sistemin kural yapısı aşağıdaki gibi verilebilir:

k_j **EĞER** $x_1, \tilde{A}_1^j$ ise ve $x_2, \tilde{A}_2^j$ ise ve ... ve $x_r, \tilde{A}_r^j$ ise **O HALDE**

$y = Y^j, j = 1, 2, \dots, N$

Burada $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_r, x_1, x_2, \dots, x_r$ söylev uzayında tanımlı birer ADT2 BK, N kural sayısı ve f_j ise girişlere bağlı olarak ifade edilen keskin değerli bir fonksiyondur. $Y^j = [\underline{y}^j, \bar{y}^j]$ ise aralık bir değerdir. Bu çalışmada $\underline{y}^j = \bar{y}^j = F_j(x_1, x_2, \dots, x_r)$ alınıp kural çıkışları girişlere bağlı gerçek bir fonksiyon olarak alınmıştır. Öncül kısımda ADT2 ile ifade edilen dilsel terimler ÜÜF, $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ ve AÜF, $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ cinsinden ifade edilirse, ADT2 bulanık kümelerinin ateşleme aralıkları aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}_1^j}(x, u) &= [\underline{\mu}_{\tilde{A}_1^j}(x_1), \bar{\mu}_{\tilde{A}_1^j}(x_1)] \\ \mu_{\tilde{A}_2^j}(x, u) &= [\underline{\mu}_{\tilde{A}_2^j}(x_2), \bar{\mu}_{\tilde{A}_2^j}(x_2)] \\ &\vdots \\ \mu_{\tilde{A}_r^j}(x, u) &= [\underline{\mu}_{\tilde{A}_r^j}(x_r), \bar{\mu}_{\tilde{A}_r^j}(x_r)] \end{aligned} \quad (2.10)$$

Dolayısıyla bir j'ninci kural için toplam ateşleme kümesi f^j aşağıdaki gibi verilir.

$$f^j = [\underline{f}^j, \bar{f}^j] \quad (2.11)$$

Burada,

$$\underline{f}^j = \underline{\mu}_{\bar{A}_1^j}(x_1) * \underline{\mu}_{\bar{A}_2^j}(x_2) * \dots * \underline{\mu}_{\bar{A}_r^j}(x_r) \quad (2.12)$$

ve

$$\bar{f}^j = \bar{\mu}_{\bar{A}_1^j}(x_1) * \bar{\mu}_{\bar{A}_2^j}(x_2) * \dots * \bar{\mu}_{\bar{A}_r^j}(x_r) \quad (2.13)$$

olarak ifade edilir. Burada ateşleme kümesi f^j 'de yer alan ilgili kural çıkışlarını birleştirmek için Karnik-Mendel (KM) tip indirgeme yöntemi kullanılırsa (Mendel, 2001) tip indirgenmiş aralık y_{TR} aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$y_{TR} = [y_l, y_r] \quad (2.14)$$

KM yöntemine göre (Mendel, 2001):

$$y_l = \min_{L \in [1, N-1]} \frac{\sum_{j=1}^L \bar{f}^j \underline{y}^j \sum_{j=L+1}^N \underline{f}^j \underline{y}^j}{\sum_{j=1}^L \bar{f}^j \sum_{j=L+1}^N \underline{f}^j} \quad (2.15)$$

ve

$$y_r = \max_{R \in [1, N-1]} \frac{\sum_{j=1}^R \underline{f}^j \bar{y}^j \sum_{j=R+1}^N \bar{f}^j \bar{y}^j}{\sum_{j=1}^R \underline{f}^j \sum_{j=R+1}^N \bar{f}^j} \quad (2.16)$$

olarak hesaplanır. Burada L ve R noktaları aşağıdaki özellikleri sağlayan belirlenen optimal anahtarlama noktalarıdır:

$$\bar{y}^L \leq y_l \leq \bar{y}^{L+1} \quad (2.17)$$

$$\bar{y}^R \leq y_r \leq \bar{y}^{R+1} \quad (2.18)$$

Denklem 2.15'in hesaplanması için $\underline{y}^j$ çıkışlarının ve Denklem 2.16'nın hesaplanması için $\overline{y}^j$ çıkışlarının küçükten büyüğe sıralanması gerekmektedir. Denklem 2.14'de verilen indirgenmiş Tip-1 BK bulunduktan sonra, keskin çıkış indirgenmiş Tip-1 BK durulararak bulunur:

$$y(x) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (2.19)$$

Burada y_l ve y_r çıkışlarının hesaplanması için iteratif KM algoritması önerilmiştir (Mendel, 2001). KM algoritmasının en önemli özellikleri yenilikçi(novelty) ve uyarlanabilirlik(adaptiveness) olmasıdır (Wu, 2013). Burada yenilikçi özelliği ADT2 bulanık kümenin AÜF ve ÜÜF fonksiyonlarının tip indirgenmiş kümede aynı anda kullanılmayacağı belirtir. Uyarlanabilirlik özelliği ise tip indirgenmiş aralık değerinin ADT2 bulanık sistemin girişlerine bağlı olarak değişmesini ifade etmektedir (Wu, 2013). KM algoritması aşağıda verilmiştir:

y_l Değerinin Hesaplanması:

1. $\underline{y}^j$ ($j = 1, 2, \dots, N$) çıkışlarını küçükten büyüğe sırala. Çıkışlara göre sıralanmış yeni indislere bağlı olarak $\underline{f}^j$ ve $\overline{f}^j$ ateşleme değerlerini sırala.
2. f_j başlangıç değerini oluştur ve f_j 'ye bağlı y çıkış değerini hesapla:

$$f_j = \frac{\underline{f}^j + \overline{f}^j}{2}, j = 1, 2, \dots, N, \quad y = \frac{\sum_{j=1}^N f_j \underline{y}^j}{\sum_{j=1}^N f_j}$$

3. y değerine bağlı L anahtarlama noktasını bul:

$$\overline{y}^L \leq y \leq \overline{y}^{L+1}$$

4. Yeni f_j değerini belirle ve yeni y değeri y' 'yi hesapla:

$$f(x) = \begin{cases} \overline{f}^j, & j \leq L \\ \underline{f}^j, & j > L \end{cases}, y = \frac{\sum_{j=1}^N f_j \underline{y}^j}{\sum_{j=1}^N f_j}$$

5. Eğer $y = y'$ ise algoritmayı durdur, değilse 3. adıma geç

y_r Değerinin Hesaplanması:

- $\overline{y}^j$ ($j = 1, 2, \dots, N$) çıkışlarını küçükten büyüğe sırala. Çıkışlara göre sıralanmış yeni indislere bağlı olarak $\underline{f}^j$ ve $\overline{f}^j$ ateşleme değerlerini sırala.

- f_j başlangıç değerini oluştur ve f_j ye bağlı y çıkış değerini hesapla:

$$f_j = \frac{f^j + \bar{f}^j}{2}, j = 1, 2, \dots, N, \quad y = \frac{\sum_{j=1}^N f_j \bar{y}^j}{\sum_{j=1}^N f_j}$$

- y değerine bağlı R anahtarlama noktasını bul:

$$\bar{y}^R \leq y \leq \bar{y}^{R+1}$$

- Yeni f_j değerini belirle ve yeni y değeri $\hat{y}$ 'yi hesapla:

$$f(x) = \begin{cases} f^j, & j \leq R \\ \bar{f}^j, & j > R \end{cases}, y = \frac{\sum_{j=1}^N f_j \bar{y}^j}{\sum_{j=1}^N f_j}$$

- Eğer $y = \hat{y}$ ise algoritmayı durdur, değilse 3. adıma geç

3. BULANIK ÖBEKLEME YÖNTEMLERİ

Kompleks ve doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesi için etkin bir yaklaşım veriyi alt kümelerle ayırmak ve her bir alt küme için basit bir model oluşturmaktır. (Babuska, 1998). Bulanık öbekleme özellikle veriye ait alt kümelerinin geçişleri birbirine göre sürekli ise etkin bir yöntemdir. Bu bölümde bulanık öbekleme yaklaşımı ve temel bulanık öbekleme algoritmaları anlatılmıştır. Bölüm 3.1’de öbek ve öbekleme yöntemleriyle ilgili temel kavramlar, Bölüm 3.2’de ise keskin ve bulanık bölme özellikleri verilmiştir. Bölüm 3.3’te klasik Bulanık c-Ortalama Algoritması ve özellikleri verilir, Bölüm 3.4’te ise Bulanık c-Ortalama Algoritması’nın uzantıları olan Gustaffson Kessel (Gustafson & Kessel, 1979) ve Gath Geva (Gath & Geva, 1989) algoritmalarına yer verilmiştir. Bu bölümdeki notasyon ve terminoloji Bezdek ve Babuska tarafından kullanılan gösterimi kullanmaktadır (Bezdek J. , 1981), (Babuska, 1998).

3.1 Öbekleme Analizi

Öbekleme analizinin amacı, nesneleri birbirlerine göre sınıflandırmak ve veriyi kendi içinde alt kümelerle ayırmaktır. Öbekleme teknikleri önsel sınıf tanımlayıcıları kullanmadıkları için gözetimsiz öğrenme yöntemlerine dâhildir ve bundan dolayı veriye ait çok az önsel bilginin bulunması halinde oldukça kullanışlıdır. Öbekleme yöntemleri sınıflandırma ve örüntü algılama alanlarında kullanılmalarının haricinde modelleme ve optimizasyonda karmaşanın azaltılmasında oldukça kullanışlıdır (Babuska, 1998).

3.1.1 Öbeklemede kullanılan veri yapısı

Öbekleme yöntemlerinde kullanılan veri fiziksel süreçlerden gözlemlenen verilerden oluşmaktadır. Her bir gözlem n adet farklı gözlemde değişkeninden oluşan vektörden oluşmaktadır:

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} z_{1k} \\ \vdots \\ z_{nk} \end{bmatrix}, \mathbf{z}_k \in \mathbf{R}^n \quad (3.1)$$

Burada Denklem 3.1’de verilen N adet $\mathbf{z}_k$ gözlem vektörü bir araya gelerek, $n \times N$ boyutlu veri matrisi (desen) $\mathbf{Z}$ ‘yi oluştururlar:

$$\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_k | k = 1, 2, \dots, N\} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n1} & \cdots & z_{n1} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Desen matrisi $\mathbf{Z}$ de her bir kolon farklı bir nesneyi temsil ederler. Satırlar ise nesnelere ait özellikleri temsil ederler. Örneğin, bir hastalığa ait bir teşhiste desen matrisi $\mathbf{Z}$ ’nin kolonları, hastaları temsil ederken, satırlar ise hastalara ait semptomları ve tahlilleri belirtirler. Dinamik sistemlerin modellenmesinde ise, kolonlar t anında toplanmış sinyalleri gösterirken satırlar ise sistemlerin fiziksel değerlerine ait (sıcaklık, volt, hız vb.) verilerdir.

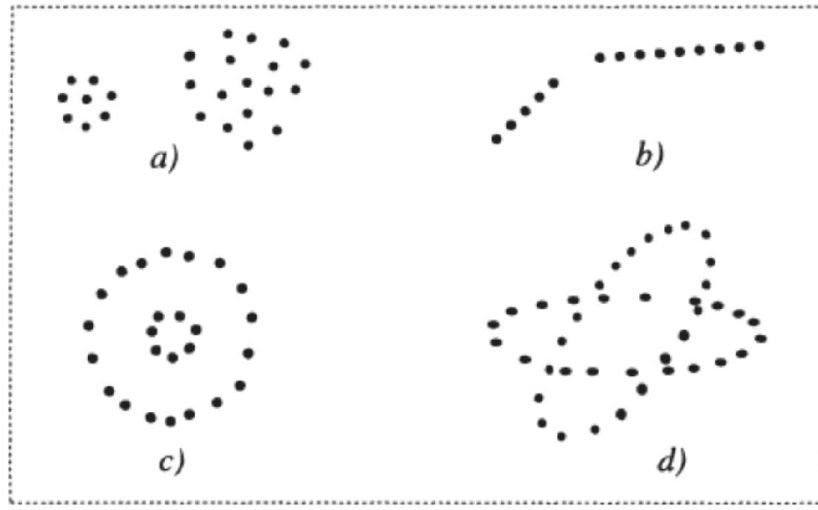
3.1.2 Öbek Tanımı

Genel tanıma göre bir öbek, birbirine diğer kümelerin içindeki nesnelerden daha benzer nesnelerin oluşturduğu küme ile ifade edilebilir (Bezdek J. , 1981), (Jain & Dubes , 1988). Burada benzerlik kavramı matematiksel benzerlik olarak algılanmalıdır. Metrik uzayda ise benzerlik genelde mesafe normu ile ifade edilir. Mesafeler desen matrisi vektörleri arasındaki uzaklık ile hesaplanabileceği gibi, desen matrisi vektörünün, bir öbeğe ait prototip nesnesine olan uzaklığı ile de hesaplanabilirler. Genelde prototipler önceden bilinemezler ve öbekleme yöntemleri ile eş zamanlı olarak bulunurlar. Prototipler gözlem boyutlu vektörler olabileceği gibi, bir fonksiyona ait alt kümelerde olabilirler (Babuska, 1998).

Bir veriye ait öbekler Şekil 3.21’de görüldüğü gibi değişik şekil, boyut ve yoğunlukta olabilir. Bununla birlikte öbekleme algoritmaları sadece öbeklerin geometrik dağılımlarından değil öbeklerin iyi ayrışıp ayrışmadığı, örtüşüp örtüşmediği gibi sebeplerden de etkilenirler.

3.1.3 Öbekleme Yöntemleri

Öbekler bir veri kümesinin alt kümeleri olarak görüldüğü için öbekleme yöntemleri alt kümelerin keskin veya bulanık olup olmadıklarına göre sınıflandırabilirler. Keskin öbekleme yöntemleri klasik küme teorisine dayandığı için bir nesne tek bir öbeğe ait olmak zorundadır. Bulanık öbekleme yöntemleri ise bir nesnenin aynı anda birçok öbeğe ait olmasına izin verirler. Bulanık öbeklerde nesnelerin sınıflara aitliği $[0,1]$ aralığında derecelerle ifade edilirler. Birçok durumda bulanık öbekleme yöntemleri gerçek dünyayı daha iyi ifade ederler. Çünkü genellikle nesnelere ait sınıflar arasında keskin çizgiler bulunmaz.



Şekil 3.1 : Değişik hacim ve geometrik şekillere sahip öbekler, (Babuska, 1998).

Bulanık öbekleme yöntemleri genellikle bir amaç fonksiyonuna bağlı olarak öbeklemeyi gerçeklerler. Buna ek olarak bu yöntemler en küçük kareler ile optimizasyon yöntemini kullanırlar. Dolayısıyla amaç fonksiyonuna bağlı öbekleme yöntemleri ve istatiksel regresyon yöntemleri arasında yakın bir ilişki vardır. Aynı zamanda bulanık öbekleme yöntemlerindeki amaç fonksiyonları türevlenebilir olması iyileşme yöntemlerinin kullanılmasında rahatlık sağlarlar.

3.2 Keskin ve Bulanık Bölmeler

Bulanık bölmeler keskin kümelerden türeyen keskin bölmelerin daha genelleştirilmiş halidir. Bulanık bölmeler özellikle bulanık öbekleme analizi ve bulanık öbekler ile sistem modelleme yaklaşımı için önemli bir kavramdır.

3.2.1 Keskin bölmeler

Öbekleme yönteminin amacı Denklem 3.2’de verilen $\mathbf{Z}$ veri matrisini c adet öbeğe ayırmaktır. Eğer ön bilgi olarak öbek sayısı c biliniyorsa; $\mathbf{Z}$ veri kümesinin keskin bölmesi klasik kümeler teorisi kullanılarak aşağıda verilen alt kümeler ile ifade edilebilir (Denklem 3.3):

$$\{A_i | 1 \leq i \leq c\} \subset P(\mathbf{Z}) \quad (3.3)$$

Burada $P(\mathbf{Z})$ veri matrisi $\mathbf{Z}$ ’yi bölme işlemidir. Bölme işleminden çıkan A_i alt kümelerinin özellikleri aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\bigcup_{i=1}^c A_i = \mathbf{Z} \quad (3.4)$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset, \quad 1 \leq i \neq j \leq c, \quad (3.5)$$

$$\emptyset \subset A_i \subset \mathbf{Z} \quad 1 \leq i \leq c. \quad (3.6)$$

Denklem 3.4’ten görüldüğü gibi alt küme A_i lerin birleşimi tüm $\mathbf{Z}$ matrisini oluştururlar. Denklem 3.5’te ifade edildiği gibi tüm alt kümeler ayrık olmalı ve hiçbir alt küme boş küme olmalı veya tüm veriyi kapsamamalıdır. Denklem 3.4, 3.5 ve 3.6 üyelik fonksiyonları (karakteristik fonksiyonlar) açısından aşağıdaki gibi ifade edilebilirler.

$$\bigvee_{i=1}^c \mu_{A_i} = \mathbf{Z} \quad (3.7)$$

$$\mu_{A_i} \wedge \mu_{A_j} = 0, \quad 1 \leq i \neq j \leq c, \quad (3.8)$$

$$0 < \mu_{A_i} < 1 \quad 1 \leq i \leq c. \quad (3.9)$$

Burada 0 ve 1 , sıfır ve bir fonksiyonlarıdır. Burada μ_{A_i} ise A_i alt kümesinin üyelik fonksiyonudur. Gösterim kolaylığı olarak bundan sonra μ_{A_i} yerine μ_i kullanılmıştır. Buna ek olarak $\mu_i(\mathbf{z}_k)$ gösterimini yerine ise μ_{ik} kullanılarak bölmelerin matris

notasyonu gösterimi sağlanmıştır. Eğer bir cxN boyutlu matris $U = [\mu_{ik}]$ ancak ve ancak aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa keskin bölmedir:

$$\mu_{ik} \in \{0,1\}, \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N, \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \quad 1 \leq k \leq N, \quad (3.11)$$

$$0 < \sum_{i=1}^N \mu_{ik} < N \quad 1 \leq i \leq c. \quad (3.12)$$

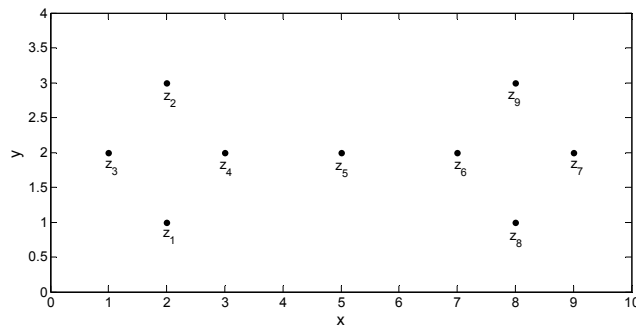
Keskin bölme matrisi U 'nun i . satırı, $\mathbf{Z}$ veri kümesinin i . alt kümesine A_i 'ye olan ait karakteristik fonksiyonun değerlerini içerir. Yukarıda özellikleri verilen keskin bölme uzayı aşağıdaki gibi özetlenmiştir (Bezdek J. , 1981):

$\mathbf{Z} = \{\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2, \dots, \mathbf{z}_N\}$ keskin bir küme ve $2 \leq c < N$ tam sayı olsun. $\mathbf{Z}$ için keskin bölme uzayı aşağıda verilen kümedir:

$$M_{hc} = \{\mathbf{U} \in R^{cxN} | \mu_{ik} \in \{0,1\}, \forall i, k; \sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \forall k; \\ 0 < \sum_{k=1}^N \mu_{ik} < N, \forall i\} \quad (3.13)$$

Örnek olarak Şekil 3.2'de gösterilen R^2 te tanımlı $\mathbf{Z} = \{z_1, z_2, \dots, z_9\}$ veri kümesi aşağıdaki gibi verilsin:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 3 & 5 & 7 & 9 & 8 & 8 \\ 1 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$



Şekil 3.2 : R^2 'de tanımlı veri kümesi.

Şekil 3.2’den de görüldüğü gibi veri görsel olarak analiz edildiğinde $\{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ ve $\{z_6, z_7, z_8, z_9\}$ olmak üzere iki farklı ayrılmış öbek ve iki öbeğin tam sınırında olan z_5 nesnesi olduğu görülebilir. Eğer veri iki alt kümeye ayrılırsa olası keskin bölme $U \in M_{hc}$ aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Yukarıda bahsedildiği gibi Denklem 3.15’in ilk satırı Denklem 3.14’te tanımlı Z ’ye ait ilk alt küme olan A_1 ’e ait noktasal karakteristik fonksiyonu tanımlarken, ikinci satır ikinci alt küme A_2 ’ye ait olan noktasal karakteristik fonksiyonu tanımlar. Dikkat edilirse keskin bir bölmede her bir veri örneği bir öbeğe tamamen ait olmalıdır. Bu sebepten z_5 verisi A_2 alt kümesine atanmıştır. Yukarıdan görüldüğü gibi keskin bölme her zaman gerçek verinin doğru bir temsilini vermez. Burada z_5 verisi A_1 ve A_2 alt kümelerin ikisine de ait özellikler taşır ve aslında tek bir altkümeye tamamen ait olamaz. Bu problem bulanık bölme kavramı ile aşılabilir.

3.2.2 Bulanık bölmeler

Keskin bölmenin genelleştirilerek bulanık bölme matrisini ifade eden üyelik fonksiyonları μ_{ik} ’nın $[0,1]$ aralığında değer alması (Ruspini, 1970) tarafından ifade edilmiştir. Buna göre bulanık bölme matrisi için gereklilikler aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\mu_{ik} \in [0,1], \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N, \quad (3.16)$$

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \quad 1 \leq k \leq N, \quad (3.17)$$

$$0 < \sum_{k=1}^N \mu_{ik} < N \quad 1 \leq i \leq c. \quad (3.18)$$

$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_N\}$ keskin bir küme ve $2 \leq c < N$ tam sayı olsun. Z veri kümesi için bulanık bölme uzayı aşağıda verilen kümedir:

$$M_{fc} = \left\{ \mathbf{U} \in R^{cxN} \mid \mu_{ik} \in [0,1], \forall i, k; \sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, \forall k; \right. \\ \left. 0 < \sum_{k=1}^N \mu_{ik} < N, \forall i \right\} \quad (3.19)$$

Denklem 3.19'dan anlaşılacağı üzere bulanık bölme matrisi $\mathbf{U}$ 'nun i . satırı, $\mathbf{Z}$ veri kümesinin i . alt kümesine A_i 'ye ait olan üyelik fonksiyonun değerlerini içerir. Dikkat edilirse Denklem 3.17 $\mathbf{U}$ matrisinin her bir kolonunun toplamının bire eşit olmasını gerektirir dolayısıyla her bir $\mathbf{z}_k \in \mathbf{Z}$ nesnesinin toplamdaki üyeliği bire eşit olur.

Örnek olarak Denklem 3.14'de verilen veri kümesi $\mathbf{Z}$ için olası bulanık bölme matrislerden biri aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0.8 & 0.5 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.5 & 0.8 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Denklem 3.20'de gösterildiği gibi iki öbeğin sınırlarında bulunan $\mathbf{z}_5$ nesnesi artık iki öbeğe de 0.5 üyelik derecesi ile aittir.

3.3 Bulanık C-Ortalama Öbekleme Yöntemi

Bulanık c-ortalama(Fuzzy C-Means) fonksiyonel tanımı (Dunn, 1974) tarafından önerilmiştir. Literatürdeki birçok bulanık öbekleme yöntemi, FCM amaç fonksiyonunu iyileştirmeye dayanır.

3.3.1 Bulanık c-ortalama fonksiyoneli

FCM için amaç fonksiyonu (Bezdek, 1981) tarafından formülleştirilmiştir:

$$J(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m \|\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i\|_A^2 \quad (3.21)$$

Burada $\mathbf{U}$, $\mathbf{Z}$ veri kümesine ait bulanık bölme matrisidir.

$$\mathbf{U} = [\mu_{ik}] \in M_{fc} \quad (3.22)$$

$\mathbf{V}$ ise öbek prototiplerini (merkezlerini) $\mathbf{v}_i \in R^n$ içiren $n \times c$ boyutlu matris olarak tanımlanmıştır.

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_c] \quad (3.23)$$

$\|z_k - v_i\|_A^2$ normu ise iç-çarpım mesafe normu olarak tanımlanır.

$$D_{ikA}^2 = \|z_k - v_i\|_A^2 = (z_k - v_i)^T A (z_k - v_i) \quad (3.24)$$

m parametresi ise öbeklerin bulanıklığını belirleyen üssel terimdir.

$$m \in [1, \infty] \quad (3.25)$$

Denklem 3.21'deki tanımlanmış benzeşmezlik her z_k nesnesinin, öbek merkezleri v_i 'ye olan karesel mesafesi olarak tanımlanmıştır ve bu mesafe, bu nesnenin ilgili öbeğe ait olan üyelik derecesinin üssü ile ağırlıklandırılır. Denklem 3.21'de tanımlı amaç fonksiyonu z_k 'nın v_i 'ye olan varyanslarının toplamı olarak görülebilir (Babuska, 1998).

3.3.2 Bulanık c-ortalama algoritması

Denklem 3.21'de tanımlı fonksiyonelin küçültülmesi, doğrusal olmayan bir optimizasyon problemidir. Literatürde bu optimizasyon probleminin çözülmesi için genetik algoritma (Babu & Murty, 1994) benzetimli tavlama (simulated annealing) (DeSarbo, 1982) gibi birçok yöntem önerilmiştir. Fakat en çok kullanılan yöntem Picard iterasyonudur. Picard iterasyonu Denklem 3.21'de tanımlı fonksiyonelin durağan noktaları için birinci dereceden koşulları kullanır.

Denklem 3.21'deki tanımlı olan amaç fonksiyonundaki durağan noktalar, amaç fonksiyonu J 'ye Denklem 3.17'deki kısıtın Langrange çarpımı olarak eklenmesiyle bulunur:

$$\bar{J}(Z, U, V) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m \|z_k - v_i\|_A^2 + \sum_{k=1}^N \lambda_k \left[\sum_{i=1}^c \mu_{ik} - 1 \right] \quad (3.26)$$

Denklem 3.26'da tanımlanan $\bar{J}$ fonksiyonunun U, V ve λ 'ya göre gradyanının 0'a eşitlenmesiyle, Denklem 3.24'te tanımlı mesafe normunun $D_{ikA}^2 > 0, \forall i, k$ ve bulanıklaştırma parametresi $m > 1$ olma şartı altında, eğer:

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m-1)}}, \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N, \quad (3.27)$$

ve

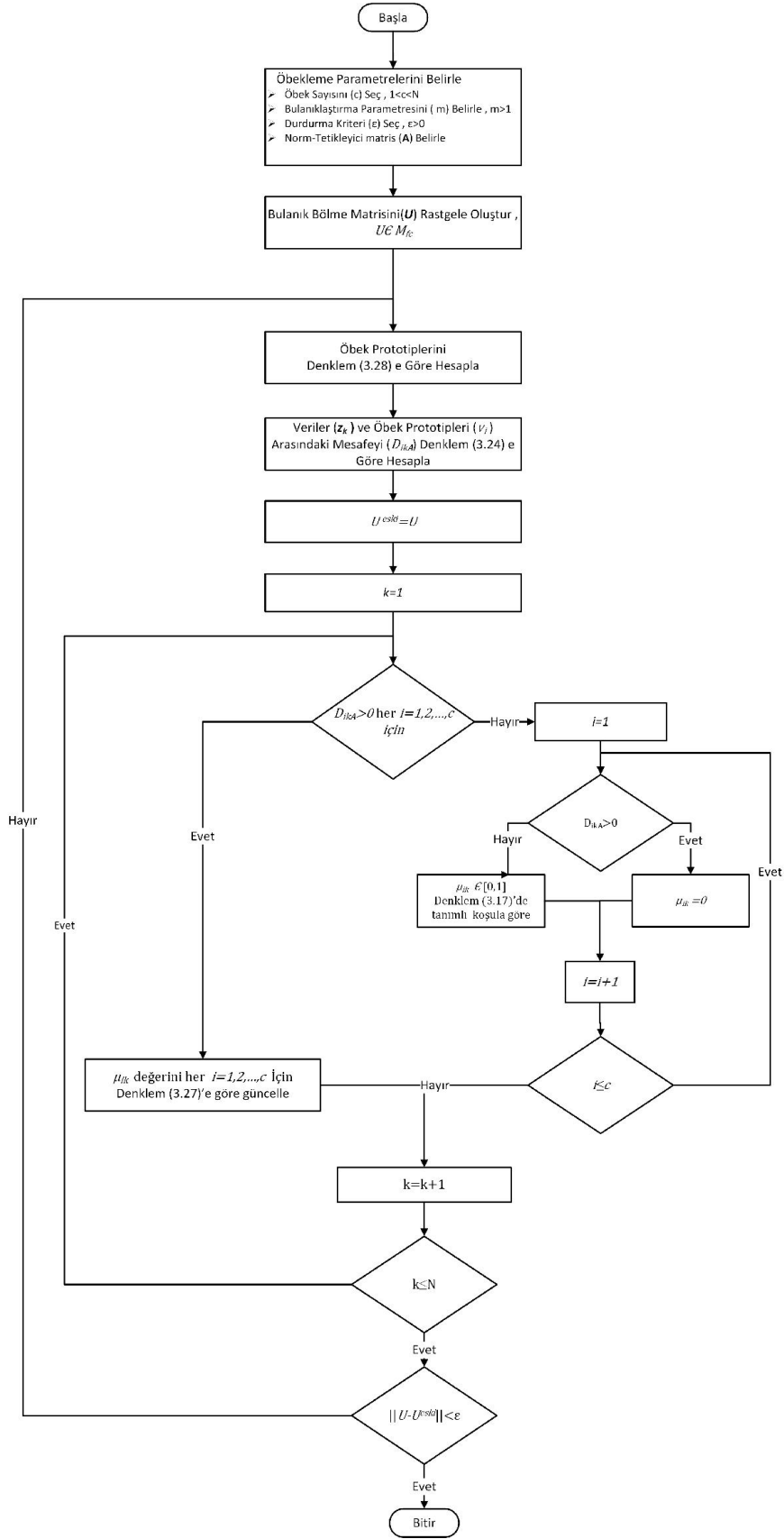
$$\mathbf{v}_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m}, \quad 1 \leq i \leq c, \quad (3.28)$$

ise $(\mathbf{U}, \mathbf{V}) \in M_{fc} \mathcal{X} R^{n \times c}$ olmak üzere Denklem 3.21'i minimize eden çözümü verir. Aynı zamanda yukarıdaki çözüm Denklem 3.16 ve 3.18'de tanımlanmış olan kısıtları da sağlar. Dikkat edilirse Denklem 3.28 deki öbek prototipleri $(\mathbf{v}_i)$, öbeğe ait olan verilerin $(\mathbf{z}_k)$ ağırlıklı ortalamaları olarak verilir. Burada ağırlıklar verilerin üyelik dereceleridir. Picard iterasyonu aynı zamanda FCM algoritması olarak adlandırılır. FCM algoritması Şekil 3.3'te verilmiştir. Bazı durumlarda nadiren de olsa öbek prototiplerin bazı nesneler $\mathbf{z}_k$ ile mesafesi sıfır çıkabilir. Bu durumda algoritmadan da görüleceği gibi mesafesi 0 çıkan $\mathbf{z}_k$ nesnelerin öbeğe aitliği Denklem 3.17 koşulunu sağlayacak şekilde rastgele verilir. Öbeğe mesafesi sıfırdan büyük çıkan verilerin öbeğe aitliği ise sıfır kabul edilir.

3.3.3 Bulanık c-ortalama algoritma parametreleri

Şekil 3.3'ten de görüleceği gibi FCM algoritmasının kullanılabilmesi için durdurma kriteri ϵ , bulanıklaştırma üsseli m , öbek sayısı c ve norm-tetikliyeci matris $\mathbf{A}$ parametrelerinin seçilmesi gerekmektedir. Bu parametrelerin seçimi aşağıda verilmiştir (Babuska, 1998):

- Durdurma Kriteri (ϵ): İteratif Bulanık c-ortalama algoritması $\|\mathbf{U} - \mathbf{U}^{eski}\|$ normu belli bir ϵ kriterinin altına geldiği zaman sona erer. Durdurma kriterindeki hata normu genellikle $\max_{ik}(|\mu_{ik} - \mu_{ik}^{eski}|)$ olarak seçilir. Genellikle durdurma kriteri olarak $\epsilon = 0.001$ seçilir, fakat birçok durum için $\epsilon = 0.01$ almak yeterlidir.
- Bulanıklaştırma üsseli (m): Bulanık bölmeleri belirgin bir şekilde etkilediği için oldukça önemli bir parametredir. m parametresi üsten 1 e yaklaştıkça ortaya çıkan bölmeler daha keskin olmakta dolayısıyla $\mathbf{v}_i$ öbek prototipleri öbeklerin sıradan ortalamaları olarak hesaplanmaktadır.



Şekil 3.3 : Bulanık c-ortalama öbekleme algoritması.

m parametresi sonsuza yaklaştıkça bölmeler tamamıyla bulanık olmaktadır ($\mu_{ik} = 1/c$). Genellikle m değeri olarak 2 değeri önerilmektedir.

- **Öbek Sayısı (c):** Öbek sayısının seçimi diğer parametrelerin yanında öbeklemeyi etkileyene en önemli parametredir. Öbek sayının belirlenmesi için genellikle bir takım geçerlilik ölçütleri kullanılmaktadır. Geçerlilik ölçütleri öbekleme sonucunda elde edilen bulanık bölmelerin iyi olup olmadıkları hakkında fikir veren başarımlı indisleridir. Burada kullanılan başarımlı indisine göre indis maksimize ya da minimize edecek öbek sayısı seçilir. Öbekleme algoritmaları genelde iyi ayrılmış ve sıkı öbekler oluşturmayı amaçlarlar. Eğer doğru öbek sayısı belirlenebilirse, öbekleme algoritmalarından veri kümesinde yer alan öbeklemeleri doğru bir şekilde tanımları beklenir. Bu sebepten genelde geçerlilik ölçütleri öbeklerin iyi ayrıştığına ve sıkılığına bakarlar. Literatürde geçerlilik indisleri için birçok yöntem önerilmiştir (Bezdek J. , 1981), (Gath & Geva, 1989), (Xie & Beni, 1991).
- **Norm-Tetikleyici Matris:** Öbekleme algoritması sonucunda ortaya çıkan öbeklerin geometrik şekilleri, mesafe ölçütünü belirleyen Denklem 3.24'teki A matrisinin seçilmesiyle belirlenir. Burada en yaygın seçim A matrisini birim matris olarak almaktır. Eğer $A = I$ olarak alınırsa öbeklerin şekilleri standart Öklid normuna göre belirlenir:

$$D_{ikA}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i) \quad (3.29)$$

A matrisi eğer $n \times n$ boyutlu diyagonal matris olarak seçilirse, norm-tetikleyici matris Z veri kümesinin her bir boyutunun birbirlerinden farklı varyanslara sahip olduğunu dikkate alır:

$$A_D = \begin{bmatrix} 1/\sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2^2 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1/\sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

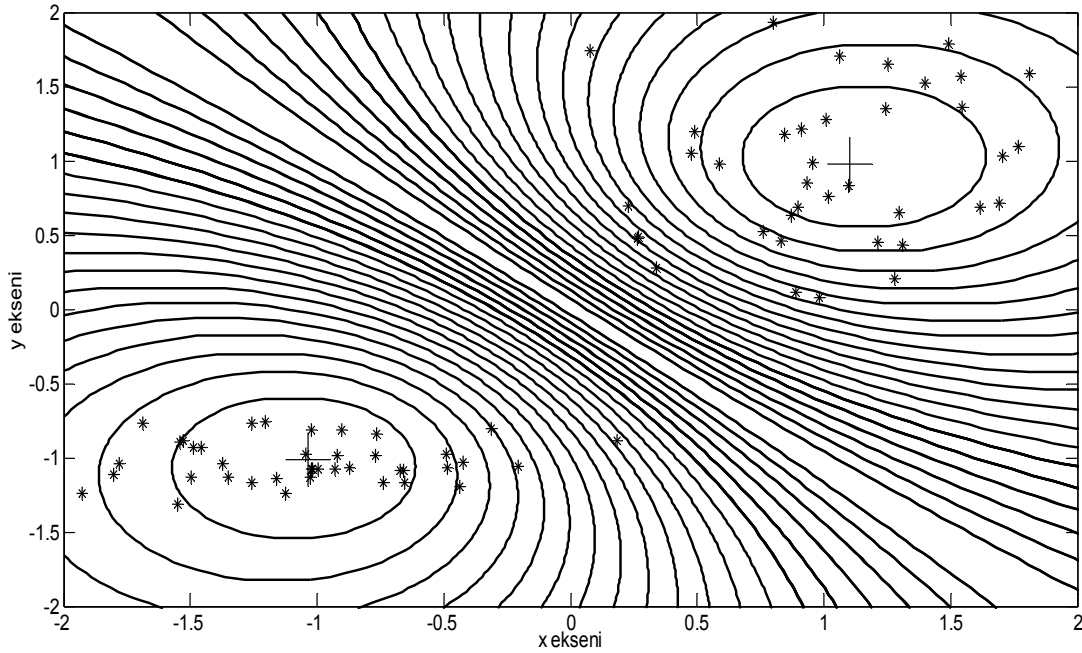
Burada σ_j $m \in [1,2,n]$. Z matrisinin j . boyutuna ait vektörün standart sapmasıdır. Seçilen A_D matrisi R^n de diyagonal norm tetikler. Aynı zamanda A matrisi Z veri kümesinin $n \times n$ boyutlu kovaryans matrisinin tersi olarak alınabilir:

$$A_M = R^{-1} = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (z_k - \bar{z})(z_k - \bar{z})^T \right]^{-1} \quad (3.31)$$

Burada $\bar{z}$, verinin ortalamasıdır. A_M matrisi R^n de Mahalaonobis normu tetikler. Normlar öbeklemeyi benzeşmezlik ölçüsünü yani mesafe tanımını değiştirerek etki ederler. Öklid normu hiper-küresel öbekler tetiklerken, diyagonal ve Mahalaonobis normu hiper- eliptik hacimsel öbekler tetikler.

3.4 Bulanık c-Ortalama Algoritma Yönteminin Uzantıları

FCM algoritmasının kısıtlarından biri sabit bir mesafe normu kullanmasıdır. Sabit mesafe kullanımı Denklem 3.26’da tanımlı amaç fonksiyonunun öbek mesafe normu tarafından tetiklenen öbek şeklinin veride yer almasa bile o şekilde ait öbekler bulmaya zorlamaktadır. Bu durum aşağıdaki örnekte verilmiştir.



Şekil 3.4 : Bulanık c-ortalama algoritmasının veri kümesinde belirlediği öbekler.

Şekil 3.4’de görüldüğü gibi R^2 iki iyi ayrılmış öbeğe ait sentetik veri üretilmiştir. Burada “+” terimleri öbek merkezlerini, “*” terimleri veri noktalarını, eğriler ise aitlik derecelerini göstermektedir. Sağ üstteki öbeğe ait verilerde x ve y eksenine ait standart sapmalar 0.55 iken sol alttaki öbeğin x eksenı 0.55 standart sapmaya y eksenı ise 0.15

standart sapmaya sahiptir. FCM algoritmasında norm-tetikleyici matris olarak $A = I$ seçilmiş ve bulanıklaştırma üsseli $m = 2$ alınmıştır. Şekil 3.4’de öbeklere ait üyelik eğrileri verilmiştir. Burada en içteki eğriler 0.975 aitliği gösterirken, en dıştaki eğriler 0.525 aitliğe sahiptir. Üyelik eğrilerin şeklinde de görüleceği üzere sol alttaki öbekteki nesnelerin geometrik dağılımları farklı olmasına rağmen alt öbek dairesel bir şekle ait olmaya zorlanmıştır. Yukarıda görüldüğü gibi bir veri kümesindeki öbekler farklı şekil ve yönere sahip olabilirler. Bu sebeple literatürde her bir öbek için farklı bir mesafe normu uyarlayabilen FCM algoritmasının uzantısı yöntemler önerilmiştir. Bu kısımda Gustafson–Kessel (Gustafson & Kessel, 1979) algoritması ile bulanık maksimum benzerlik kestirim algoritması (Gath & Geva, 1989) anlatılmıştır.

3.4.1 Gustafson-Kessel algoritması

Gustafson ve Kessel geleneksel FCM algoritmasını uyarlanabilir mesafe normu ile genişleterek veri kümesinde yer alan değişik şekillerdeki öbeklerin bulunmasını sağlamışlardır (Gustafson & Kessel, 1979). Önerilen Gustafson & Kessel (GK) algoritması yönteminde her bir öbek kendine ait norm-tetikleyici matrise A_i sahiptir:

$$D_{ikA_i}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T A_i (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i) \quad (3.32)$$

A_i matrisleri Denklem 3.21’de bulunan amaç fonksiyonuna optimizasyon değişkeni olarak eklenmiştir. Bu sayede her bir öbeğin veri setine göre kendi mesafe normunu uyarlaması sağlanmıştır. A c-çoklu norm etkili matrisleri ifade etsin:

$$A = (A_1, A_2, \dots, A_c) \quad (3.33)$$

Buna göre GK algoritması için amaç fonksiyoneli aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$J(\mathbf{Z}; \mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{A}) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m D_{ikA_i}^2, \quad m > 1, \quad \mathbf{U} \in M_{fc}, \quad \mathbf{V} \in R^{n \times c}. \quad (3.34)$$

Burada A_i matrisinin keyfi belirlenebilmesi ile D_{ikA_i} mesafesi 0’a yaklaşmakta ve bundan dolayı amaç fonksiyonu J , A_i ’ye bağlı olarak doğrudan minimize edilememektedir (Höppner, Klawonn, Kruse, & Runkler, 2000). Uygun bir çözümün

eldesi için bir yöntem A_i matrisinin determinantını bir p_i 'ye bağlı olarak sabit tutmaktır:

$$|A_i| = p_i, \quad p_i > 0, \quad \forall_i \quad (3.35)$$

A_i matrisinin değişirken, determinantının sabit tutulması ile birlikte, öbek şekli optimize edilirken, öbek b sabit kalmıştır. Langrange çarpanların metodu ile A_i matrisi aşağıdaki gibi ifade edilir (Gustafson & Kessel, 1979):

$$A_i = [p_i \det(F_i)]^{1/n} F_i^{-1} \quad (3.36)$$

Burada F_i matrisi i'inci öbeğe ait bulanık kovaryans matrisi olarak tanımlanır:

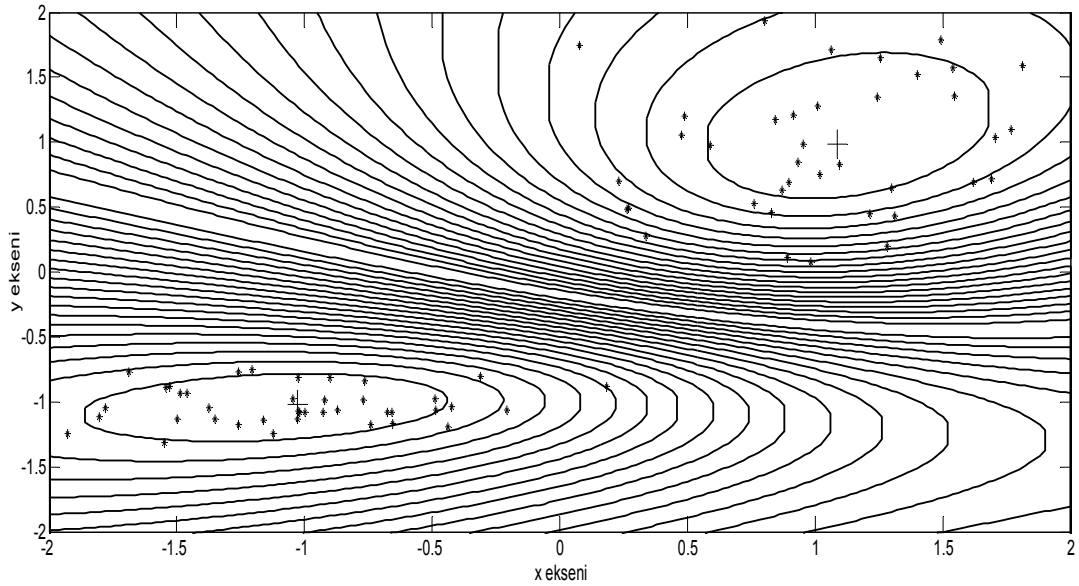
$$F_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m} \quad (3.37)$$

Yukarıdaki görüleceği gibi Denklem 3.36 ve 3.37'in Denklem 3.32'ye koyulmasıyla $\mathbf{z}_k$ ve öbek prototipi $\mathbf{v}_i$ arasında genelleştirilmiş karesel Mahalanobis mesafesi aşağıdaki gibi bulunur:

$$D_{ikA_i}^2 = (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T [p_i \det(F_i)^{1/n} F_i^{-1}] (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i), \quad 1 \leq i \leq c \quad 1 \leq k \leq N \quad (3.38)$$

GK algoritmasında, FCM algoritmasından farklı olarak algoritmanın başlatılması için norm-tetikleyici $\mathbf{A}$ matrisi belirlenmesine gerek yoktur, fakat burada p_i öbek hacmi parametrelerinin belirlenmesi gerekmektedir. Eğer veri hakkında öncül bilgi yoksa $p_i=1$ olarak alınır. Bu yüzden GK algoritması sonucunda ortaya çıkan öbekler nerdeyse aynı hacme sahip olmaktadır. Bununla birlikte GK algoritması FCM algoritmasından üstün olarak değişik şekil ve yönlü öbekleri belirleyebilir. Bunu göstermek için Şekil 3.4'de verilen örnek için GK algoritması ile öbekleme yapılmıştır. Şekil 3.5'ten de görüldüğü gibi GK-algoritmasının sağ üstteki öbek için belirlediği şekil dairesel iken alt sol taraftaki öbek için belirlediği şekil elipsoiddir. Dolayısıyla GK algoritmasının belirlediği öbekler FCM algoritmasının belirlediği öbeklere nazaran daha doğrudur. Ancak GF algoritmasında her bir iterasyonu için Denklem 3.37'de mesafenin hesaplanması ve bu yüzden her bir iterasyonda F_i kovaryans matrisinin determinantı ve matris tersi alınması gerekmektedir, bu yüzden

GK algoritmasında işlem yükü bulanık c-ortalama algoritmasına göre daha fazla olmaktadır. GK Algoritması Şekil 3.6’da verilmiştir.



Şekil 3.5 : Şekil 3.4’te verilen veri için Gustafson-Kessel algoritması tarafından bulunan öbekler ve üyelik eğrileri.

3.4.2 Bulanık maksimum benzerlik kestirim öbekleme yöntemi

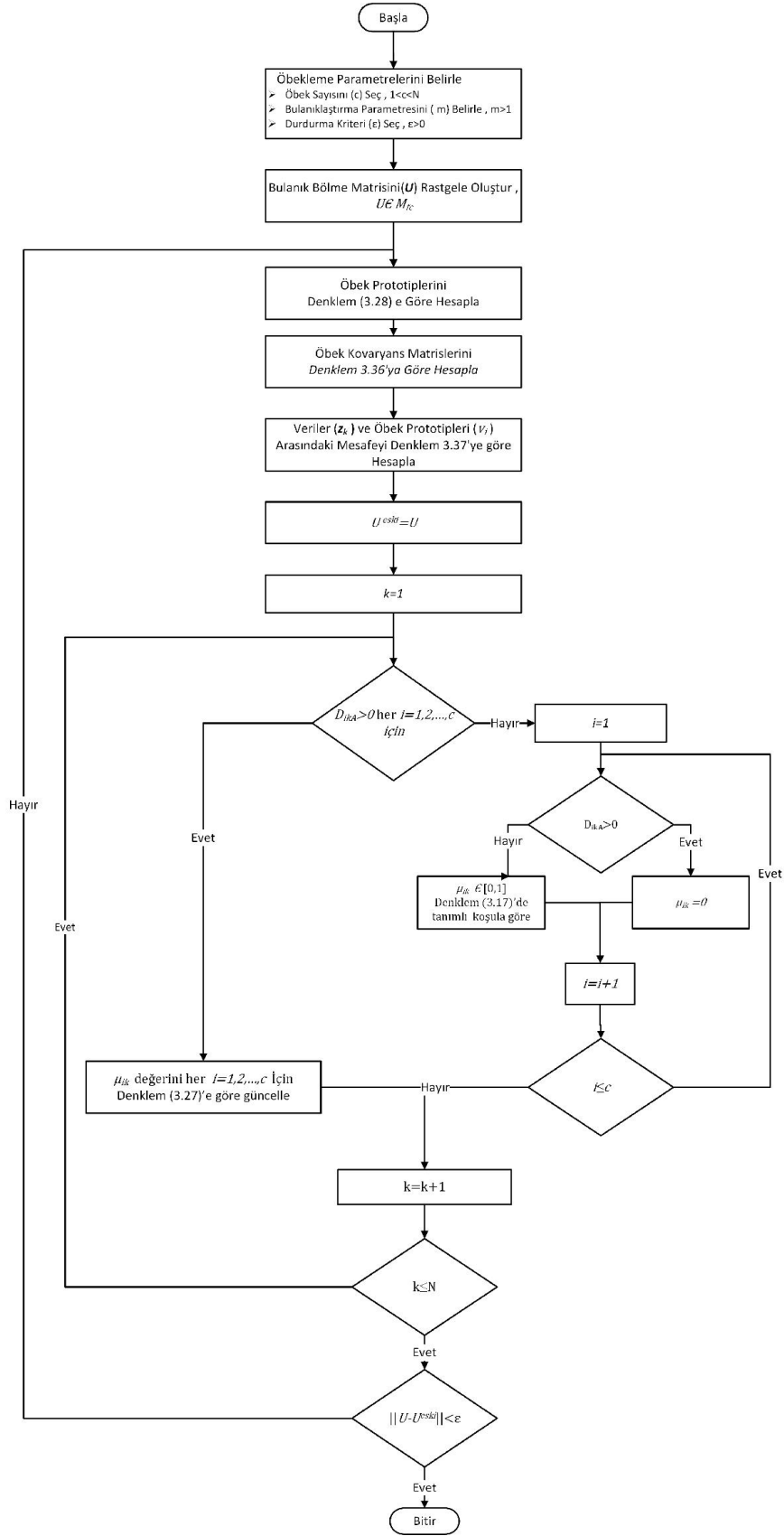
Bulanık maksimum benzerlik kestirim (FMLE) öbekleme algoritması Bezdek ve Dunn tarafından önerilen bulanık maksimum benzerlik kestirimine dayanan mesafe normunu kullanmaktadır (Bezdek & Dunn, 1975):

$$D_{ik\Sigma_i} = \frac{[\det(\Sigma_i)]^{0.5}}{P_i} e^{\left[\frac{1}{2}(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)^T \Sigma_i^{-1} (\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i)\right]} \quad (3.39)$$

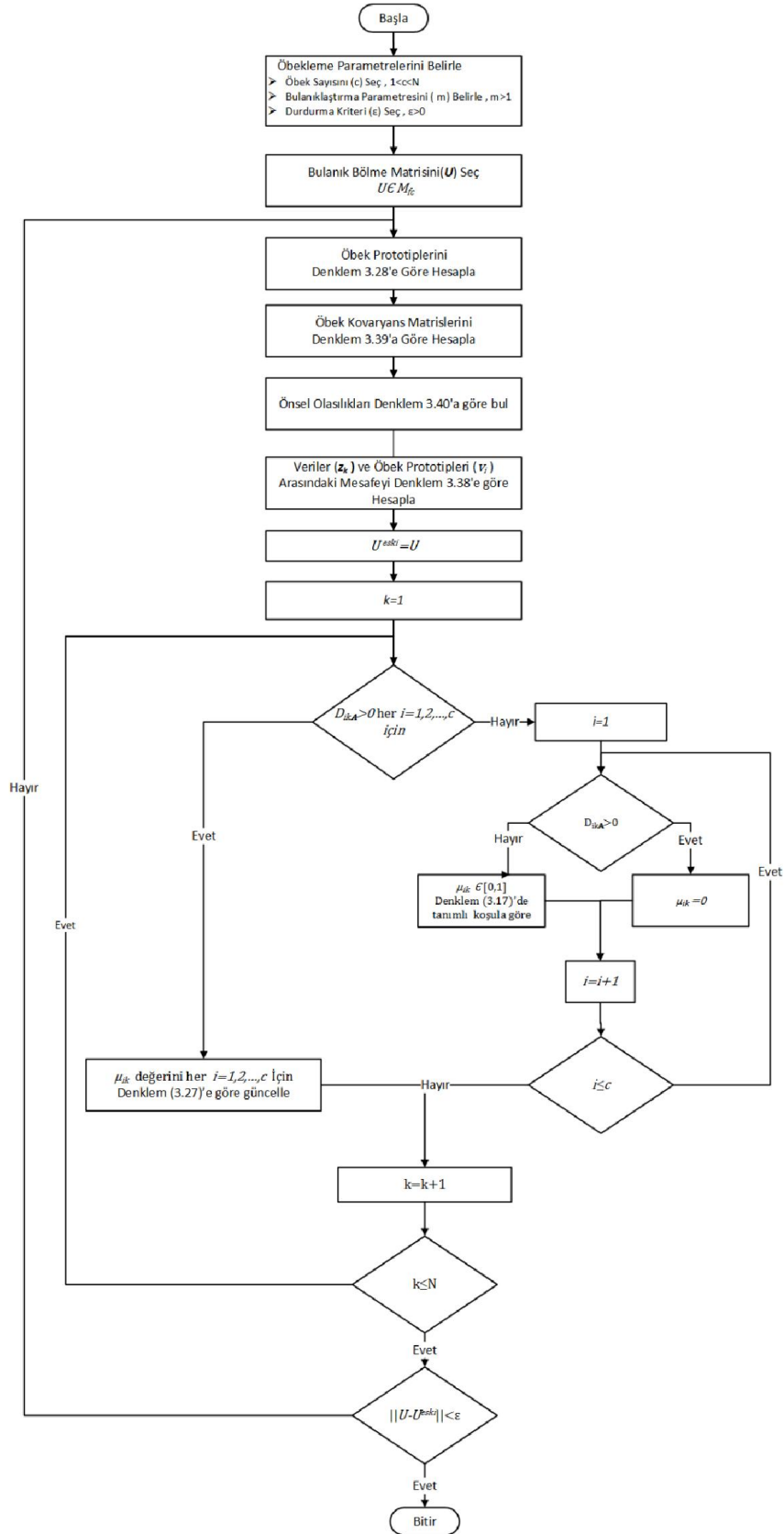
Yukarıda tanımlanan kovaryans matrisinin Σ_i Denklem 3.37’de tanımlı kovaryans matrisi F_i ’den farkı burada bulanıklaştırma üsseli m parametresinin olmayışıdır. P_i ise i ’inci öbeğe ait öncül seçilme olasılığı olarak verilmektedir.

$$P_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mu_{ik} \quad (3.40)$$

Klasik maksimum benzerlik kestirim yöntemine benzer bir şekilde $\mathbf{z}_k$ nesnesinin i ’inci öbeğin içinde olma sonsal olasılığı μ_{ik} aitlik dereceleri tarafından belirtilmektedir.



Şekil 3.6 : Gustafson-Kessel algoritması.



Şekil 3.7 : Bulanık-Maksimum Benzerlik Kestirim öbekleme algoritması.

FMLE algoritmasında öbekler sabit bir hacim ile kısıtlanmadığı ve öbek kovaryans matrisi Denklem 3.39'de exponansiyel mesafe ile birlikte kullanıldığı için FMLE algoritması veri kümesi içindeki değişik boyut ve hacimdeki öbekleri bulabilmektedir (Gath & Geva, 1989). Fakat FMLE algoritmasında exponansiyel mesafe normu kullanıldığı için kolayca yerel minimum noktalarına takılabilmektedir. Bu yüzden FMLE algoritmasının başlangıcı için iyi bir U bulanık bölme matrisini belirlemek gerekmektedir. Bu yüzden algoritmanın başlangıcında bulanık bölme matrisinin belirlenmesi için öncelikle FCM ya da GK algoritması kullanılabilir (Höppner, Klawonn, Kruse, & Runkler, 2000). FMLE algoritmasının akış diyagramı Şekil 3.7 de verilmiştir.

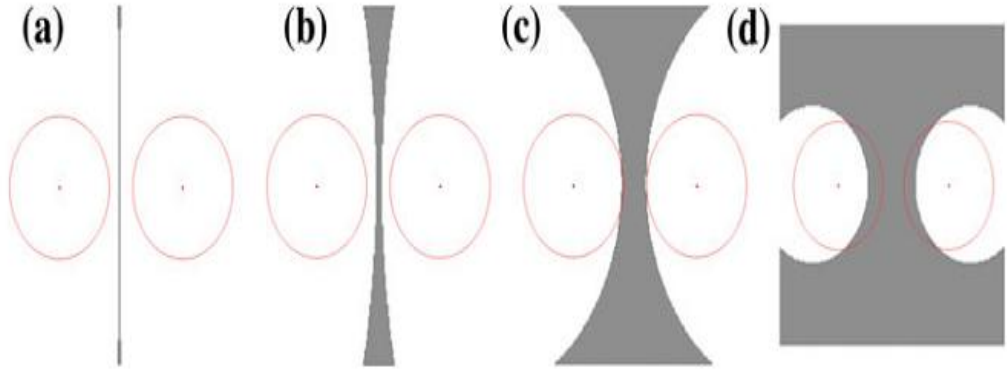
3.5 Aralık Değerli Tip-2 Bulanık Kümelerle Öbekleme

Bir çok uygulamada öbekleme yapılacak veriyle ilgili yeterince bilgiye sahip olunamadığı için, öbekleme sonucunda çıkan bölmeler yeterince iyi olmamaktadır. Bundan dolayı öbekleme gerçekleştirilmeden çeşitli belirsizlik tipleri dikkate alınmalıdır. Örneğin Bölüm 3.4 te verilen FCM tabanlı öbekleme algoritmaları için esafe ölçütü, bulanıklaştırma üsseli, prototip seçiminden kaynaklanan çeşitli belirsizlik tipleri bulunmaktadır. (Rhee F. C.-H., 2007). Bu bölümde bulanıklaştırma üsseli m 'e bağlı belirsizliğin üstesinden gelmesini amaçlayan aralık değerli Tip-2 bulanık-c algoritması (ADT2-FCM) anlatılmıştır. (Hwang & Rhee, 2007).

3.5.1 Aralık Değerli Tip-2 Bulanık c-Ortalama algoritması

Bölüm 3.3.3'te verildiği gibi bulanıklaştırma parametresi m veri kümesindeki elemanların öbeklere bağlı olan üyeliklerini etkilemektedir. Örneğin Şekil 3.8'de bir veri kümesi iki adet benzer hacme ve yoğunluğa sahip öbeğe sahip olsun ve öbeklerin v_1 (sol) ve v_2 (sağ) olarak verilen iki adet merkezi olsun. Eğer m 1 olarak seçilirse iki öbek merkezinin tam ortasından geçen doğrunun solunda yer alan tüm elemanların v_1 merkezliğe öbeğe aitliği 1 olur. Benzer bir şekilde $m = \infty$ alınırsa öbek merkezlerde yer almayan tüm elemanların aitliği 0.5 olarak atanır. Yani m parametresinin seçimi Şekil 3.8'de gösterildiği gibi maksimum bulanık bölgenin sınırlarını değiştirmektedir. Eğer Şekil 3.8'de verilen öbekler gibi öbeklerin yoğunlukları benzerse m parametresinin değişimi öbekleme performansını etkilememektedir (Rhee & Choi,

2013). Fakat (Hwang & Rhee, 2007)'de gösterildiği gibi öbekler birbirinden birbirinden farklı yoğunluğa sahipse m 'nin yanlış seçimi öbek merkezlerinin istemeyen şekilde belirlenmesine neden olabilir. Bu durumun üstesinden gelmenin bir yolu Şekil 3.8'de gösterilen maksimum bulanık bölgeyi daha uygun bir şekilde ifade etmektir. Eğer maksimum bulanık bölge tek bir m parametresi yerine birden çok m parametresi kullanılarak ifade edilmeye çalışılırsa istenilen bölge elde edilebilir (Hwang & Rhee, 2007).



Şekil 3.8 : m bulanıklaştırma parametresine bağlı olarak FCM algoritmasındaki bulanık bölgenin değişimi: (a): 1.1, (b) 2.0 (c) 5.0 (d) 10.0. (Rhee & Choi, 2013).

Yukarıda anlatılan m parametresine bağlı bu belirsizliğin üstesinden gelmek için Hwang ve Rhee tarafından ADT2 FCM algoritması önerilmiştir (Hwang & Rhee, 2007). Önerilen bu algorithmada yukarıda verilen maksimum bulanık bölgenin sınırları m_1 ve m_2 bulanıklaştırma parametrelerine bağlı olarak ifade edilmektedir. Bu sayede m 'e bağlı belirsizlik m_1 ve m_2 bulanıklaştırma parametrelerine bağlı olarak ifade edilen FOU ile kontrol edilebilmektedir. Buna göre Denklem 3.22'de verilen bulanık bölme matrisi aralık değerli Tip-2 bulanık kümelerin alt ve üst üyelik fonksiyonları cinsinden ifade edilir:

$$\mathbf{U} = [\underline{U}, \overline{U}] \left[\underline{\mu}_{ik}, \overline{\mu}_{ik} \right], \underline{\mu}_{ik}, \overline{\mu}_{ik} \in [0,1], \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N \quad (3.41)$$

Denlem 3.41'den görüleceği üzere keskin bölme matrisi artık keskin sayılardan oluşmamakta aralık değerle ifade edilmektedir. Burada $\underline{\mu}_{ik}$ ve $\overline{\mu}_{ik}$ ADT2-BK'yı ifade eden alt ve üst üyelik fonksiyonlarıdır:

$$\bar{\mu}_{ik} = \begin{cases} \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_1-1)}} & \text{eğer } \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_1-1)}} > \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_2-1)}} \\ \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_2-1)}} & \text{eğer } \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_1-1)}} \leq \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_2-1)}} \end{cases} \quad (3.42)$$

ve

$$\underline{\mu}_{ik} = \begin{cases} \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_1-1)}} & \text{eğer } \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_1-1)}} \leq \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_2-1)}} \\ \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_2-1)}} & \text{eğer } \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_1-1)}} > \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m_2-1)}} \end{cases}. \quad (3.43)$$

olarak hesaplanır. Öbek merkezi $\mathbf{v}_i$ hesaplanmasında ise ağırlık merkezi tabanlı tip indirgiyeci kullanılırsa tip indirgemmiş öbek merkezi aralığı $\mathbf{v}_{TR_i}$ Denklem 2.15, 2.16 ve 3.28'den yararlanılarak aşağıdaki gibi bulunur:

$$\mathbf{v}_{TR_i} = [\mathbf{v}_{L_i}, \mathbf{v}_{R_i}] \quad (3.44)$$

Burada,

$$\mathbf{v}_{L_i} = \min_{L \in [1, N-1]} \frac{\sum_{k=1}^L (\bar{\mu}_{ik})^m \mathbf{z}_k + \sum_{k=L+1}^N (\underline{\mu}_{ik})^m \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^L (\bar{\mu}_{ik})^m + \sum_{k=L+1}^N (\underline{\mu}_{ik})^m} \quad 1 \leq i \leq c \quad (3.45)$$

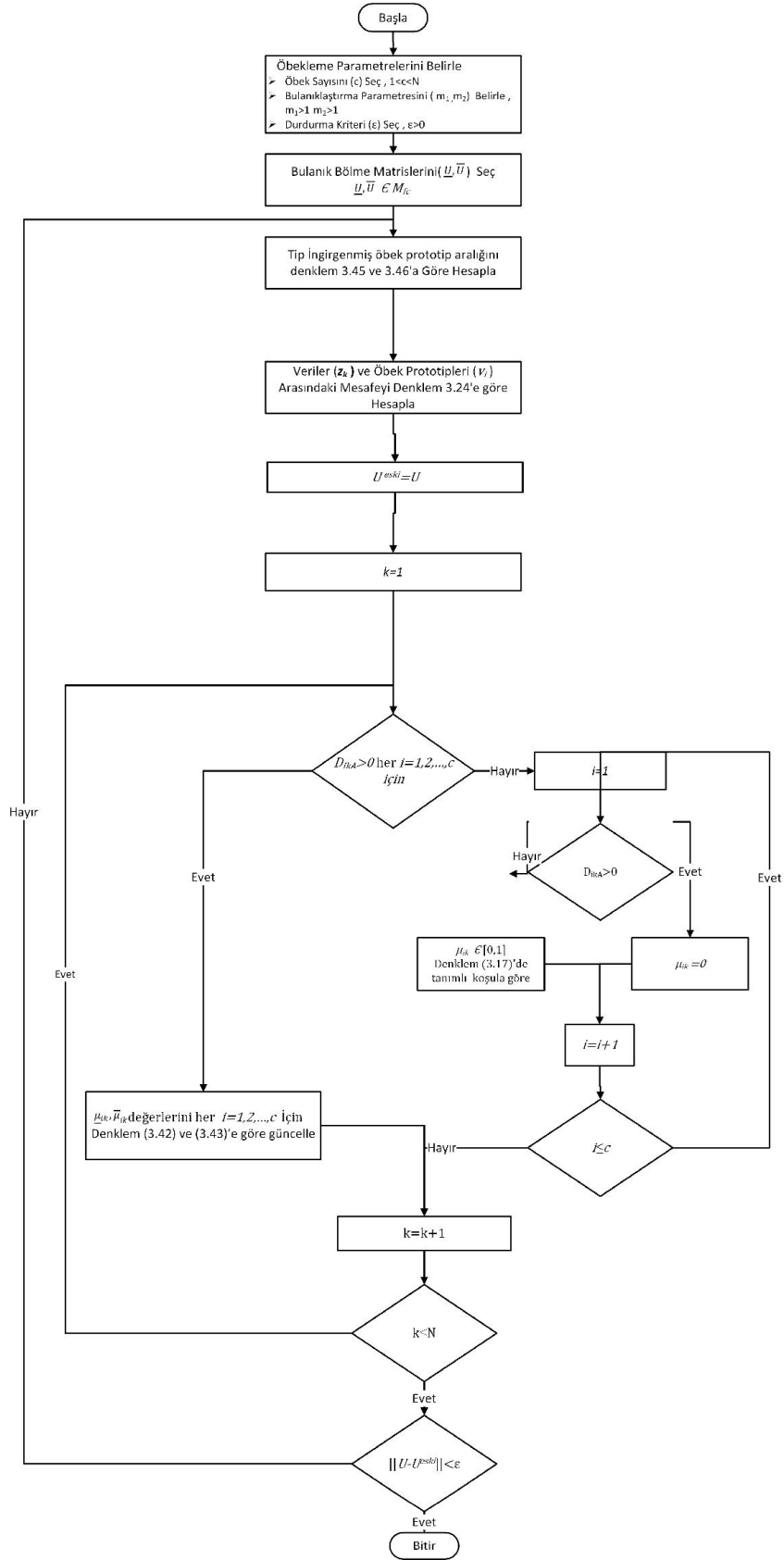
ve

$$\mathbf{v}_{R_i} = \max_{R \in [1, N-1]} \frac{\sum_{k=1}^R (\underline{\mu}_{ik})^m \mathbf{z}_k + \sum_{k=R+1}^N (\bar{\mu}_{ik})^m \mathbf{z}_k}{\sum_{k=1}^R (\underline{\mu}_{ik})^m + \sum_{k=R+1}^N (\bar{\mu}_{ik})^m} \quad 1 \leq i \leq c \quad (3.46)$$

olarak hesaplanır. Denklem 3.45 ve 3.46'da kullanılan m parametresinin keyfî bir değer alınması önerilmiştir (Hwang & Rhee, 2007). Bu çalışmada $m = (m_1 + m_2)/2$ olarak alınmaktadır. Keskin öbek merkezi $\mathbf{v}_i$ ise Denklem 2.19'a göre aşağıdaki gibi bulunur:

$$\mathbf{v}_i = \frac{\mathbf{v}_{L_i} + \mathbf{v}_{R_i}}{2} \quad (3.47)$$

Yukarıdaki denklemlere bağlı olarak ADT2-FCM algoritması Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 3.9 : ADT2 tabanlı FCM öbekleme algoritması.

3.5.2 Aralık Değerli Tip-2 Gustafson-Kessel algoritması

Bir önceki bölümde verilen ADT2-BK tabanlı FCM yöntemine benzer bir şekilde Gustafson-Kessel Algoritması’da ADT2 bulanık kümeler genişletilebilir. Gustafson-Kessel yönteminde Denklem 3.38’de ifade edilen Mahalanobis mesafesi kullanıldığı için Denklem 3.37 deki bulanık kovaryans matrisinin hesaplanması gerekir. Ancak ADT2-BK’lerle işlem yapıldığı için keskin bulanık kovaryans matrisinin eldesi için öncesinde matris elemanların her biri için tip indirgenmiş aralığın bulunması ve durulamanın yapılması gerekmektedir. Buna göre bir öbeğe ait kovaryans matrisi aşağıdaki gibi tanımlansın:

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} f_{11} & \cdots & f_{1j} & \cdots & f_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{t1} & \cdots & f_{tj} & \cdots & f_{tn} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & \cdots & f_{nj} & \cdots & f_{nn} \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_i \in \mathbf{R}^{n \times n} \quad (3.48)$$

Buna göre f_{tj} ’nin hesaplanmasında aşağıdaki denklemler kullanılır:

$$f_{TR_{tj}} = [f_{L_{tj}}, f_{R_{tj}}] \quad (3.49)$$

Burada,

$$f_{L_{tj}} = \min_{L \in [1, N-1]} \frac{\sum_{k=1}^L (\bar{\mu}_{ik})^m (z_{tk} - \mathbf{v}_{ti})(z_{jk} - \mathbf{v}_{ji}) + \sum_{k=L+1}^N (\underline{\mu}_{ik})^m (z_{tk} - \mathbf{v}_{ti})(z_{jk} - \mathbf{v}_{ji})}{\sum_{k=1}^L (\bar{\mu}_{ik})^m + \sum_{k=L+1}^N (\underline{\mu}_{ik})^m} \quad (3.50)$$

ve

$$f_{R_{tj}} = \max_{R \in [1, N-1]} \frac{\sum_{k=1}^R (\underline{\mu}_{ik})^m (z_{tk} - \mathbf{v}_{ti})(z_{jk} - \mathbf{v}_{ji}) + \sum_{k=R+1}^N (\bar{\mu}_{ik})^m (z_{tk} - \mathbf{v}_{ti})(z_{jk} - \mathbf{v}_{ji})}{\sum_{k=1}^R (\underline{\mu}_{ik})^m + \sum_{k=R+1}^N (\bar{\mu}_{ik})^m} \quad (3.51)$$

olarak hesaplanır. Buradan:

$$f_{tj} = \frac{f_{L_{tj}} + f_{R_{tj}}}{2} \quad (3.52)$$

olarak bulunur.

4. ZAMAN SERİLERİ ve ZAMAN SERİLERİNİN MODELLENMESİNDE KULLANILAN SÜREÇ MODELLERİ

Zaman serileri, belirli bir t anında kaydedilmiş gözlemlerden x_t oluşan kümelere $\{x_t, t = 0, \pm 1 \dots\}$ denir. Ayrık zaman serileri belirli bir p aralığı ile kaydedilen verilerden oluşur. p aralığı saatlik, haftalık, yıllık gibi değerlerden oluşabilir. Sürekli zaman serileri ise sürekli kaydedilen verilerden oluşmaktadır. Bu çalışmada ele alından zaman serileri ayrık zaman serileridir.

Zaman serileri ekonomi, mühendislik, jeoloji, meteoroloji gibi birçok dalda kullanılmaktadır. Zaman serileri genel olarak geçmiş ve günümüzdeki verileri kullanarak süreçlerin modellenmesinde ve bu modelden yararlanılarak süreçlerin gelecekteki değerlerinin tahminlenmesinde kullanılmaktadır. Bu bölümde genel olarak zaman serilerinin modellenmesi için genel bir yaklaşım ve modellemede kullanılan doğrusal ve doğrusal olmayan model yapılarından bahsedilecektir. Bölüm 4.1’de zaman serilerine örnek verilmiştir. Bölüm 4.2’de ise zaman serileri için önemli bir kavram olan durağanlık kavramından bahsedilmiştir. Bölüm 4.3’te ise bulanık zaman serilerin modellenmesinde kullanılan genel yaklaşım anlatılmıştır. Bölüm 4.4’te ise zaman serilerin modellenmesinde kullanılan doğrusal ve doğrusal olmayan süreç modelleri gösterilmiştir.

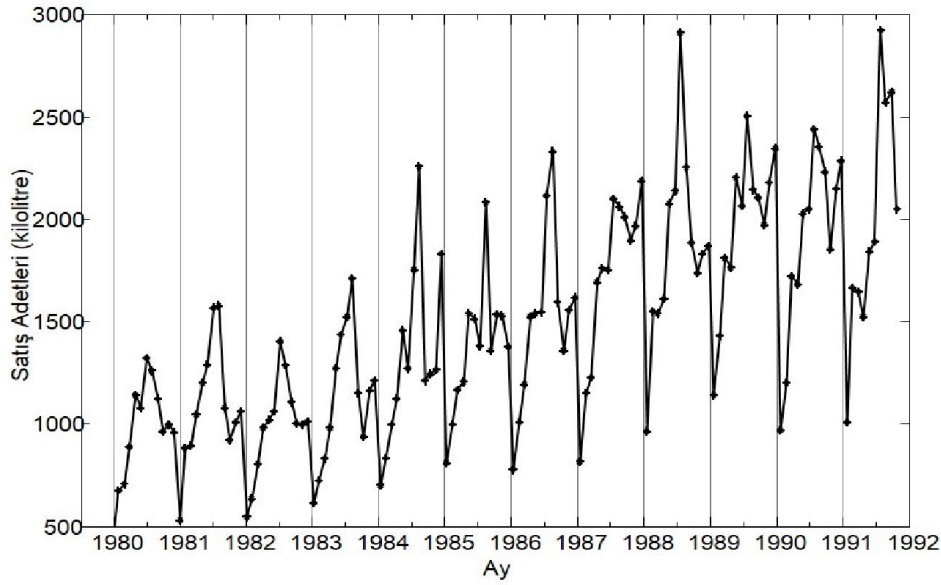
4.1 Örnek Zaman Serileri

Bu bölümde, değişik karakteristiklere sahip örnek zaman serileri verilmiştir:

Örnek 1 Kırmızı şarap satışları (Brockwell & Davis, 2002):

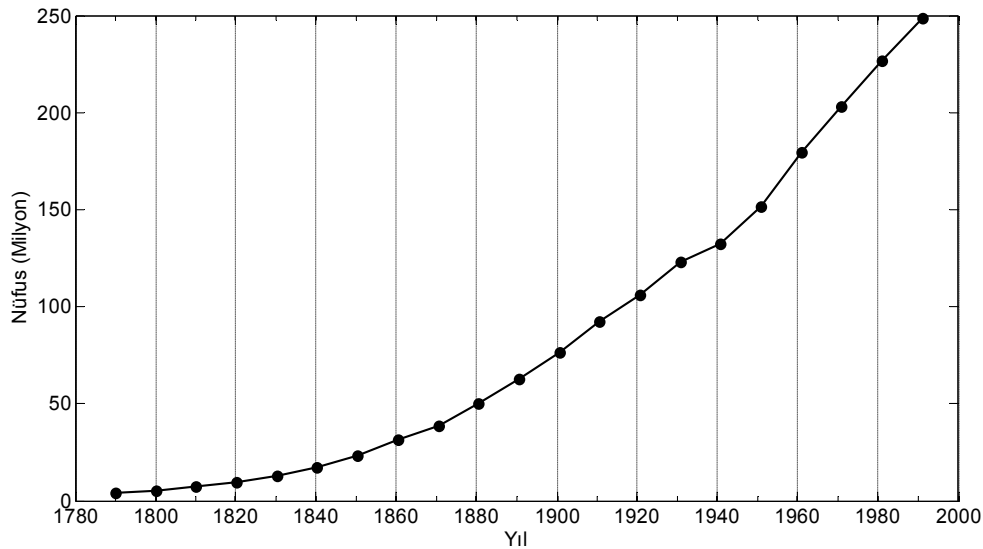
Şekil 4.1’de Avustralya’da 1980 Ocak -1991 Kasım aralığında gerçekleşen aylık kilolitre bazında şarap satışları gözükmemektedir. Şekil 4.1’ten de görüldüğü gibi şarap satışında yıllık sürekli bir yükseliş vardır. Dolayısıyla şarap satışlarında yukarı yönlü bir trend mevcuttur. Aynı zamanda her bir yılın içinde gerçekleşen satışlarda haziran ayında maksimum ve yılbaşında

minimum olmaktadır. Böylelikle şarap satışlarında sezonsal bir etkide söz konusudur.



Şekil 4.1 : Avusturalya’da gerçekleşen kırmızı şarap satışları.

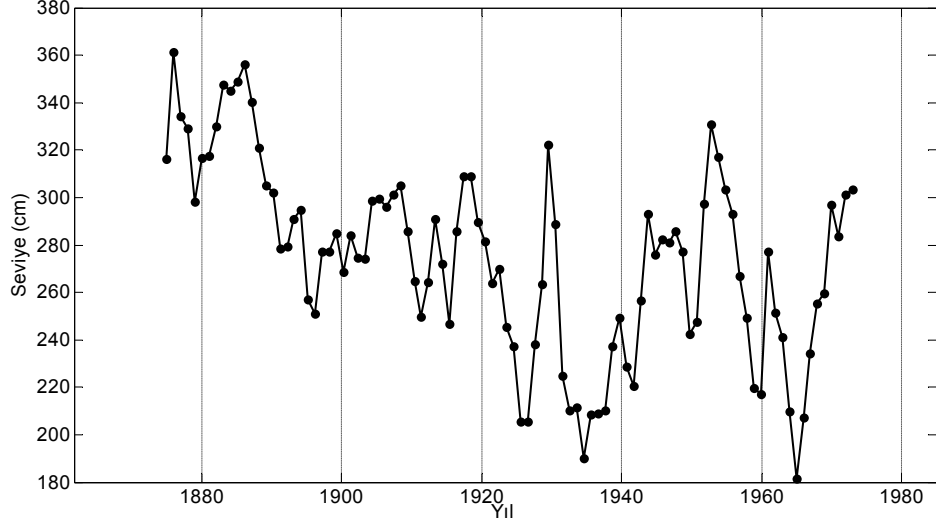
- Örnek 2 ABD’de gerçekleşen nüfus artışı (Brockwell & Davis, 2002):
Şekil 4.2’de ABD’de 1790-1990 yılları arasında gerçekleşen nüfus artışları 10 yıllık aralıklarla verilmiştir. Dikkat edilirse veride sezonsal bir etki olmayıp belirgin bir şekilde eksponansiyel bir trend vardır.



Şekil 4.2 : ABD 1790-1990 arası gerçekleşen nüfus artışı.

- Örnek 3 Huron Gölü'nün seviyesi (Brockwell & Davis, 2002):

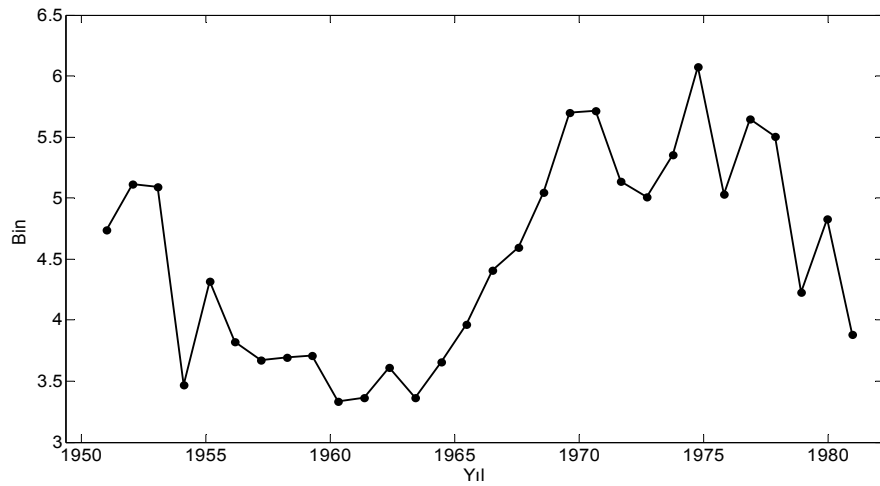
Şekil 3'de Huron Gölü'ndeki 1875-1972 yılları arasında gerçekleşen seviye değişikliği verilmiştir. Şekil 4.3'den anlaşılabacağı üzere gölün seviyesi yıllar içinden kabaca doğrusal bir trend içinde azalmıştır.



Şekil 4.3 : Huron Gölü'nün 1875-1972 arası seviye değişikliği.

- Örnek 4 ABD'de gerçekleşen yıllık grev sayıları:

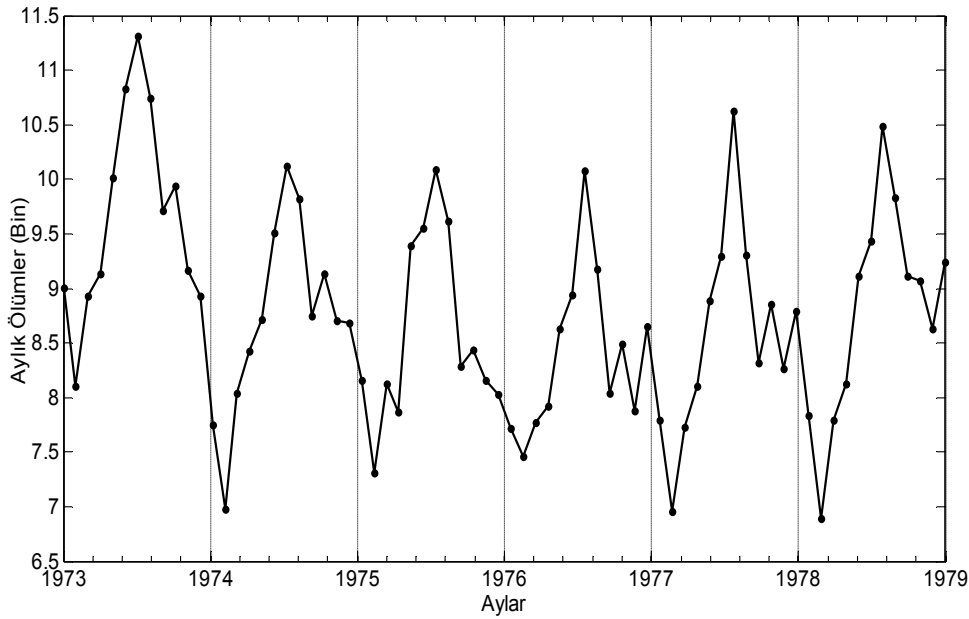
Şekil 4.4'te ABD'de bir yıl içinde gerçekleşen 1951-1980 arası yıllık grev sayıları verilmiştir. Şekil 4.4'ten de görüleceği gibi grev sayıları yıl içinde yavaş bir değişim göstermekte ancak zaman zaman ani düzensiz sıçrayışlar gösterilmektedir.



Şekil 4.4 : ABD'de 1951-1980 arası gerçekleşen yıllık grev sayıları.

- Örnek 5 ABD’de gerçekleşen kaza sonucu ölümler (Brockwell & Davis, 2002):

Şekil 4.5’te 1973-1978 yılları arasında ABD’de gerçekleşen aylık, kaza sonucu ölüm sayıları verilmiştir. Şekil 4.5’ten de görüleceği gibi zaman serisi belirgin bir sezonsallığa sahiptir. Temmuz ayında ölümler maksimuma ulaşmakta, Şubat ayında ise minimuma inmektedir. Bu örnekte trend ise çok belirgin olarak görülememektedir.



Şekil 4.5 : ABD’de gerçekleşen kaza sonucu ölümler.

4.2 Durağanlık Kavramı

Genel anlamda eğer $\{x_t, t = 0, \pm 1 \dots\}$ zaman serisi eğer tüm h tam sayıları kadar kaydırılmış zaman serileri ile $\{x_{t+h}, t = 0, \pm 1 \dots\}$ aynı istatistiksel özellikleri gösteriyorsa $\{x_t, t = 0, \pm 1 \dots\}$ zaman serisi durağandır. Eğer bu istatistiksel özellikler x_t zaman serisinin birinci ve ikinci momentleri $E(x_t)$, $E(x_t^2)$ olmak üzere, sadece zaman serisinin birinci ve ikinci momentlerine bağlı olarak kısıtlanır ve zaman serisi aşağıda tanımlanan özelliklere sahipse x_t (eksik)durağandır denilenebilir. (Brockwell & Davis, 2002).

$E(x_t^2) < \infty$ olmak üzere:

- $m_x(t)$ t 'den bağımsız ise,

ii. $\gamma_x(t + h, t)$ her bir h için t 'den bağımsız ise.

Burada $m_x(t)$ 'ye x_t 'nin ortalama fonksiyonu denir:

$$m_x(t) = E(x_t) \quad (4.1)$$

$\gamma_x(t + h, t)$ ise kovaryans fonksiyonu olarak tanımlanır:

$$\gamma_x(t + h, t) = Cov(E(x_{t+h}), E(x_t)) = E((x_{t+h} - m_x(t + h))(x_t - m_x(t))) \quad (4.2)$$

Örnek olarak beyaz gürültü (WN) 0 beklenen değerli ve σ standart sapmaya sahip normal dağılım ile tanımlıdır, $x_t = WN(0, \sigma)$. Yukarı tanımdan t 'den bağımsız olarak $m_x(t) = 0$ ve $WN(0, \sigma)$ 'nin kovaryans fonksiyonu $\gamma_x(t + h, t)$ aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\gamma_x(t + h, t) = \begin{cases} \sigma, & h = 0 \text{ ise} \\ 0, & h \neq 0 \text{ ise} \end{cases} \quad (4.3)$$

Denklem 4.3'te görüleceği üzere $\gamma_x(t + h, t)$ t 'den bağımsız olduğu için $WN(0, \sigma)$ durağandır.

4.3 Zaman Serilerin Modellemesinde Genel Yaklaşım Yöntemi

Bir zaman serisi $\{x_t, t = 0, \pm 1, \dots\}$ 'nin modellenmesi ve tahmin edilmesinde sistematik olarak aşağıdaki yaklaşım belirlenebilir (Brockwell & Davis, 2002).

- Zaman serisinde var olan trend, sezonsal bileşenler, ani değişimler ve aykırı değerler gözlenir.
- Zaman serisinden aykırı değerler temizlenir, sezonsal ve trend bileşenleri kaldırılarak durağan seriler, artıklar (residuals) elde edilir.
- Geriye kalan artık serileri için uygun bir model elde edilir.
- Tahmin veya öngörülme istenen gelecek değerler için artıklar tahmin edilir. Elde edilen artık bileşenine determinist bileşenler, trend ve sezonsallık eklenir.

Temel olarak bir zaman serisinden trend ve sezonsal bileşenin kaldırılması için iki farklı yöntem vardır. Birinci yöntemde bir süreç aşağıda verilen klasik ayrışım modeline bağlı olarak gerçekleşir:

$$x_t = n_t + s_t + y_t \quad t = 1, \dots, n \quad E(y_t) = 0 \quad s_{t+d} = s_t \quad \sum_{j=1}^d s_j = 0 \quad (4.4)$$

Burada n_t , yavaş değişen trend fonksiyonu, s_t d periyodu bilen sezonsal bileşen, y_t ise durağan gürültü bileşenidir. Burada amaç deterministik n_t, s_t bileşenlerini belirleyip ve n_t, s_t bileşenlerini x_t zaman serisinden kaldırıldıktan sonra geriye kalan y_t kalıntı serisinin durağan olmasıdır (Brockwell & Davis, 2002).

Durağan bir seri elde etmek için başka bir yöntemde x_t zaman serisinin durağan bir seri elde edene kadar farkını almaktır (Box, Gwilym, & Gregory, 2008). Böylelikle geriye kalan artık seri için uygun bir model oluşturulabilir.

Bu çalışmada trend ve sezonsal bileşenlerinin kaldırılması için birinci yöntem ele alınacaktır. Sezonsal ve trend bileşenlerine kaldırılmasına örnek olarak Şekil 4.6'da verilen ABD'de gerçekleşen kaza sonucu ölümler alınmıştır. Denklem 4.5'te de görüldüğü gibi zaman serisi x_t içinde trend sezonsallık ve gürültü bileşenleri iç içe geçmiş durumdadır.

Bu sebepten dolayı ilk olarak x_t içindeki sezonsal ve gürültü bileşenlerinin bastırılması amacıyla kayan ortalama filtresi uygulanır ve kaba trend bileşeni elde edilir:

$$\hat{n}_t = (0.5x_{t-q} + x_{t-q+1} + \dots + x_{t+q-1} + 0.5x_{t+q})/d, q < t \leq n - q \quad (4.5)$$

Burada d periyodu çift ise $q = d/2$ alınır ve kaba trend Denklem 4.6'ya göre hesaplanır, eğer d periyodu tek ise $q = (d - 1)/2$ alınır ve kaba trend aşağıdaki denkleme göre hesaplanır:

$$\hat{n}_t = \sum_{j=-q}^q (x_{t-j})/d, q + 1 \leq t \leq n - q \quad (4.6)$$

$x(t)$ serisinde $t \leq 0$ ve $t > n$ değerleri gözlenmediği için, yukarıda verilen denklemler $t \leq q$ veya $t > n - q$ için hesaplanamaz. Bu sebepten yukarıdaki denklemlerde $t \leq 1$ için $x_t = X_1$ ve $t > n$ için $x_t = X_n$ alınır. Şekil 4.6'da verilen

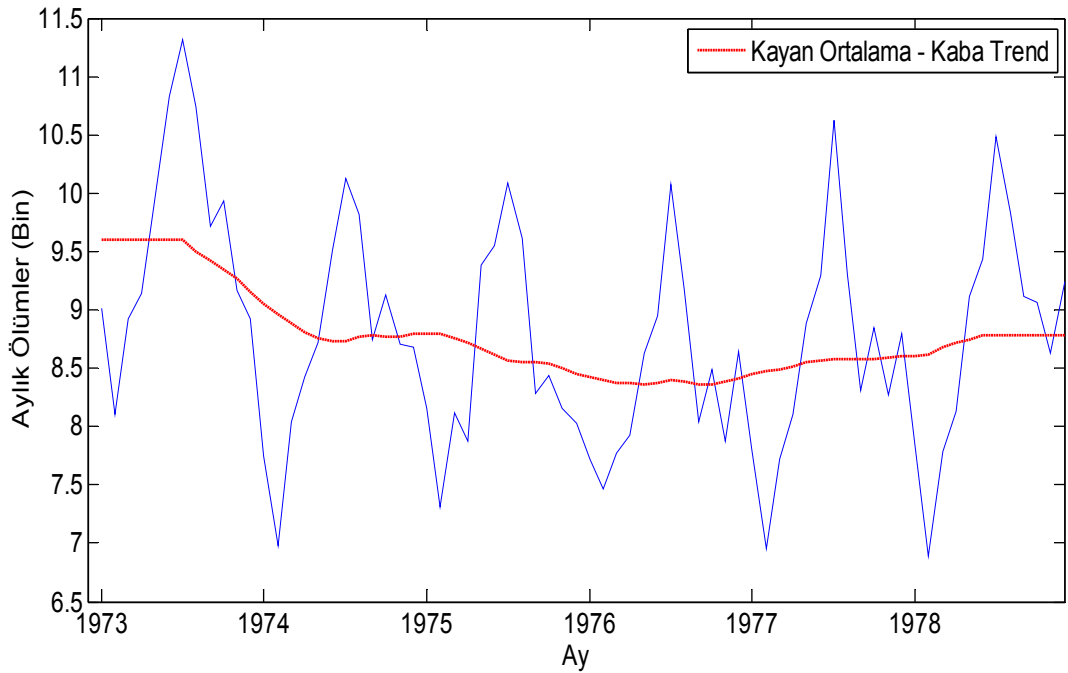
ABD’de gerçekleşen kaza sonucu ölümler zaman serisine bakıldığında sezonsallık periyodun 12 ay olduğu görülmektedir. Eğer bu zaman serisine $q = 6$ alınarak Denklem 4.6’ya göre hesaplanan kaba trend $\hat{n}_t$ Şekil 4.7’de gösterilmiştir.

Kaba trendin eldesinden sonraki adım ise x_t serisinden kaba trend $\hat{n}_t$ serisini kaldırarak sesonsal bileşeni hesaplamaktır. Buradan $k = 1, \dots, d$ için ortalama sapma w_k hesaplanır:

$$w_k = (x_{k+jd} - \hat{n}_{k+jd}) / (r + 1) \quad q < k + jd \leq n - q \quad j = 0, 1, \dots, r \quad (4.7)$$

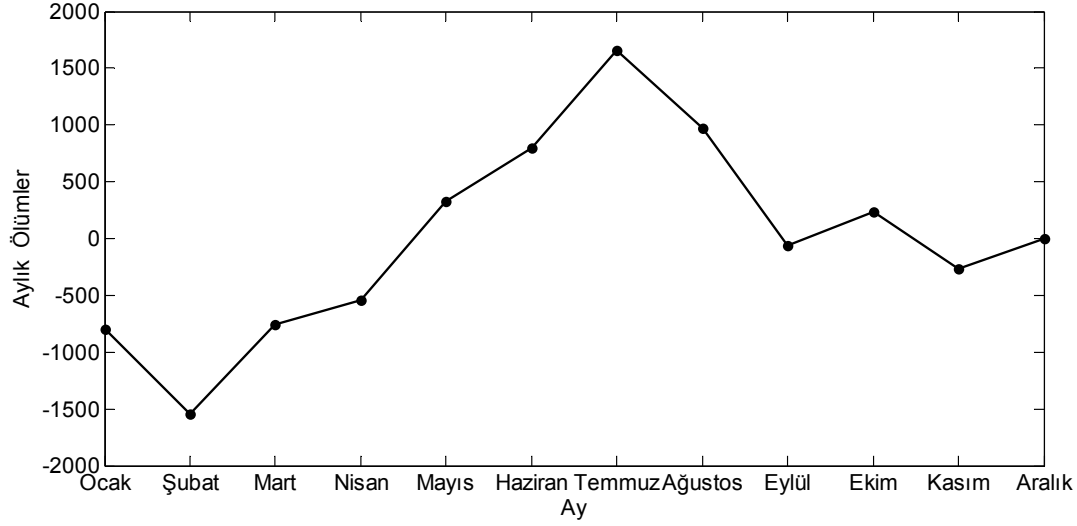
Hesaplanan w_k $k = 1, \dots, d$ değerlerinin toplamı sıfıra eşit olmak zorunda olmadığı için sezonsal bileşen aşağıdaki gibi bulunur:

$$\hat{s}_k = w_k - \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d w_i \quad k = 1, \dots, d. \quad (4.8)$$



Şekil 4.6 : Şekil 4.6’da gösterilen zaman serisi için kayan ortalama ile bulunan kaba trend serisi $\hat{n}_t$.

Denklem 4.8 ve 4.9 ile bulunan Sezonsal bileşen $\hat{s}_k$ Şekil 4.8’de verilmiştir. Şekil 4.8’den görüleceği gibi ölümler Temmuz ayında maksimuma çıkmakta, Şubat ayında ise minimuma inmektedir.

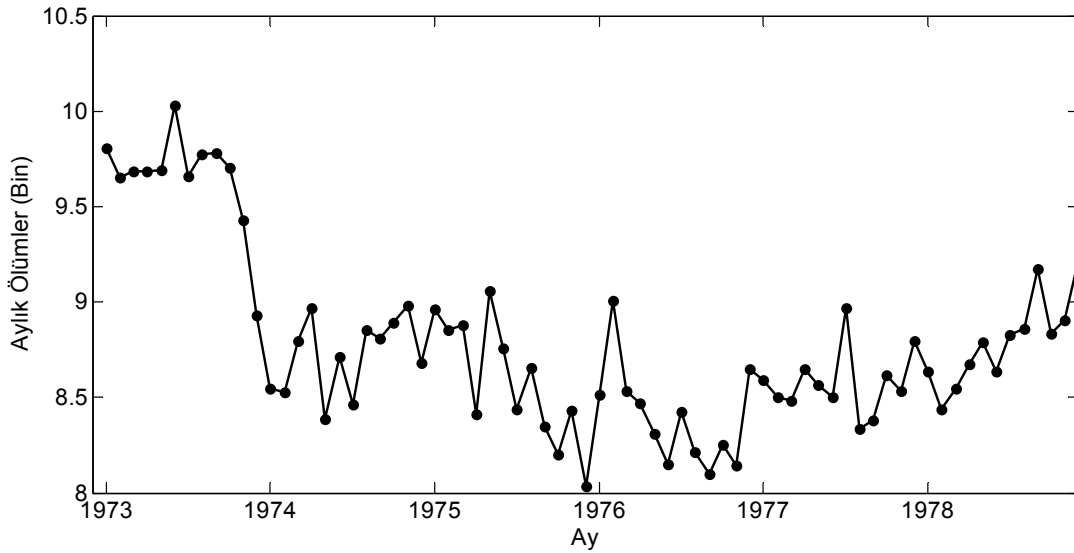


Şekil 4.7 : Sezonlar bileşen $\hat{s}_k$.

Şekil 4.8 de gösterilen sezonlar bileşen zaman serisi x_t 'den çıkartılarak zaman serisinde sadece trend ve gürültü kalmaktadır:

$$d_t = x_t - \hat{s}_t \quad (4.9)$$

Denklem 4.10'da hesaplanan sezonsallığı kaldırılmış veri d_t Şekil 4.9'da verilmiştir.



Şekil 4.8 : Sezonsallığı kaldırılmış veri d_t .

Seride yer alan doğru trend fonksiyonu bulmak için sezonsallığı kaldırılmış veriye en küçük kareler yardımıyla birinci ya da ikinci dereceden polinom uydurulabilir. Şekil 4.9'dan görüldüğü gibi aylık ölümler 1976 yılının sonuna kadar azalmakta, 1977

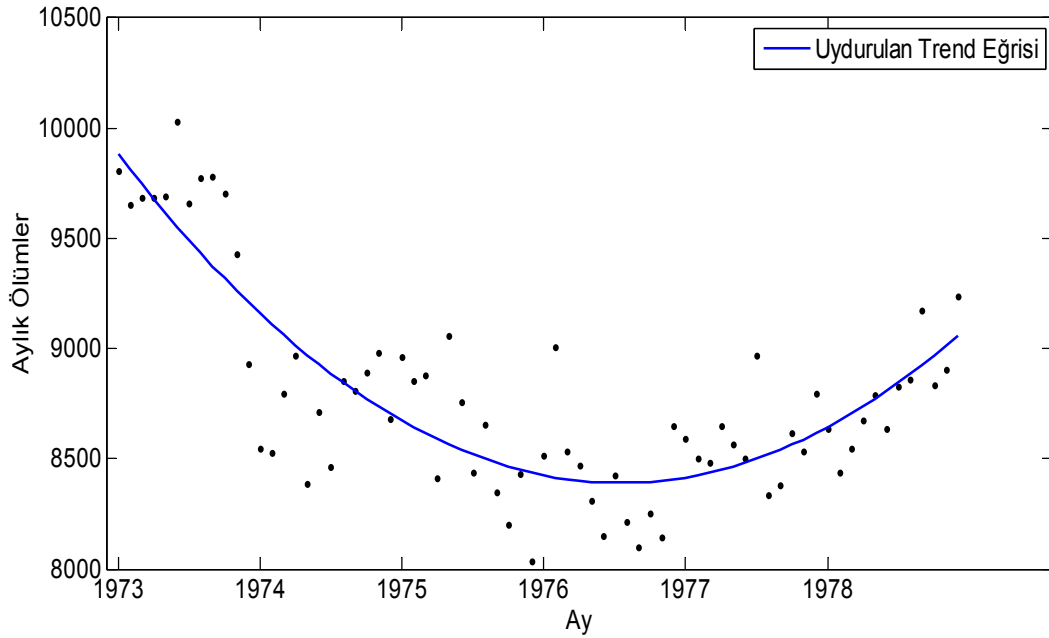
yılından sonra ise tekrardan artış göstermektedir. Bu sebeple trend için en küçük kareler yöntemiyle ikinci dereceden bir polinom uydurulmuştur:

$$\hat{n}_t = 0.8256t^2 + -71.8717t + 9954.56107 \quad (4.10)$$

Şekil 4.10'da uydurulan 2. Dereceden polinom gösterilmiştir. Bulunan trend bileşeni sezonsallığı kaldırılmış seri d_t ' den çıkartılarak geriye artık veri y_t elde edilmiştir:

$$\hat{y}_t = d_t - \hat{n}_t \quad (4.11)$$

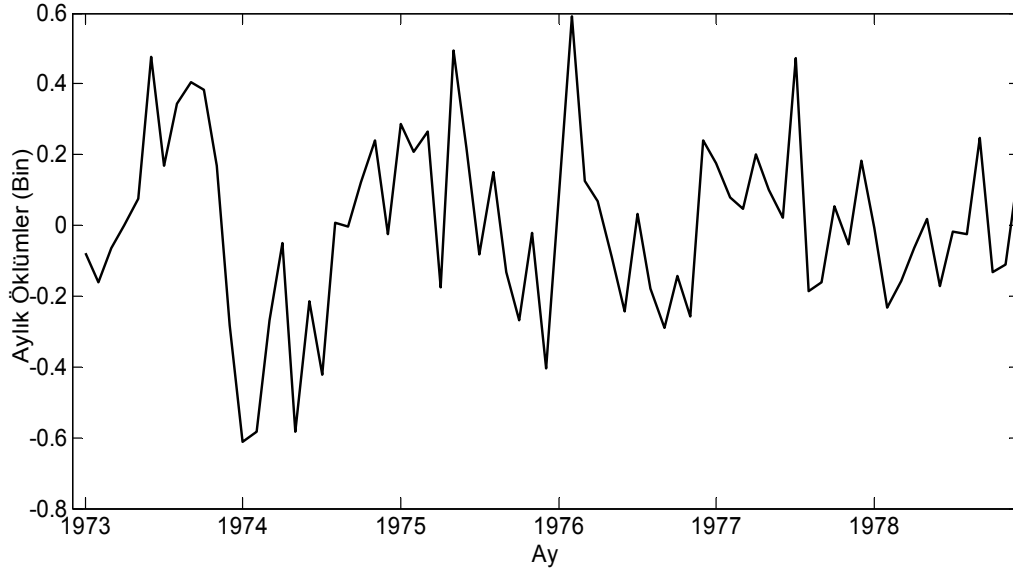
Elde edilen gürültü verisi $\hat{y}_t$ ise Şekil 4.10'da gösterilmiştir.



Şekil 4.9 : Veriye uydurulan trend fonksiyonu.

4.4 Özbağlanımlı ve Kayan Ortalamalı Süreçler

Bölüm 4.3'de anlatıldığı gibi zaman serisinden sezonsallık ve trend bileşeni kaldırıldığı zaman, geriye durağan olduğu varsayılan gürültü verisi kalmaktadır. Geriye kalan gürültü verisini modellemek için bir yaklaşım doğrusal olasılıksal süreç modellerini kullanılmaktadır. Bu model ailesine özbağlanımlı ve kayan ortalamalı süreçler (Autoregressive and Moving Average- ARMA) denir. ARMA süreçleri genel olarak üç ana kısma ayrılabilir:



Şekil 4.10 : Sezonsallığı ve trend bileşeni kaldırılmış gürültü verisi $\hat{y}_t$.

- **Özbağımlı Süreçler (AR):** Bu süreçlerde, sürecin t anındaki değeri y_t sürecin ağırlıklandırılmış son p çıkışına ve t anındaki gürültü e_t 'ye bağlıdır:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + e_t \quad (4.12)$$

Burada $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ sürecin önceki değerlerinin ağırlık parametreleridir. AR süreçleri $AR(p)$ ile gösterilir. Burada e_t gözlenen süreç çıkışı y_t ile süreç modeli çıkışı $\hat{y}_t$ arasında farktır, bu fark gürültü bileşeni olarak alınır:

$$e_t = y_t - \hat{y}_t \quad (4.13)$$

$AR(p)$ süreçlerinin modellenmesinde bulunması gereken p adet ϕ ağırlık parametresi ve gürültü varyansı olmak üzere $p+1$ parametre vardır.

- **Kayan Ortalamalı Süreçler (MA):** Bu süreçlerde sürecin t anındaki değeri y_t , sürecin ağırlandırılmış son q gürültü değerine bağlıdır.

$$y_t = \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots + \theta_q e_{t-q} + e_t \quad (4.14)$$

Burada $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ sürecin önceki gürültü değerlerinin ağırlık parametreleridir. MA süreçleri $MA(q)$ ile gösterilir. Burada AR süreçlerine benzer şekilde $MA(q)$ süreçlerinin modellenmesinde bulunması gereken q

adet ϕ ağırlık parametresi parameresi ve gürültü varyansı olmak üzere $p+1$ parametre vardır.

- Özbağlanımlı ve kayan ortalamalı süreçler (ARMA) : Bu süreçlerde sürecin t anındaki değeri y_t , $AR(p)$ ve $MA(q)$ süreçlerinin birleşimi olarak ifade edilir:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots + \theta_q e_{t-q} + e_t \quad (4.15)$$

$ARMA$ süreçleri $ARMA(p, q)$ ile gösterilir. $ARMA(p, q)$ süreçlerinde bulunması gereken p adet AR parametresi, q adet MA parametresi ve hata varyansı olmak üzere $p+q+1$ parametre vardır.

4.5 Doğrusal Olmayan Özbağlanımlı ve Kayan Ortalamalı Süreçler

Bölüm 4.4'te gösterilen doğrusal süreç modelleri, doğrusal olmayan süreçlerin içerdiği karakteristikleri yansıtamadıkların için, ARMA modelleri doğrusal olmayan süreçleri yetersiz kalmaktadır. Bu sebepten ARMA modelleri genişletilerek doğrusal olmayan model ailesi (NARMA) oluşturulmuştur: NARMA modelleri üç ana kısımda gösterilebilir:

- Doğrusal olmayan özbağlanımlı süreçler (NAR) : Doğrusal modellere benzer şekilde t anında modelin çıkış değeri $\hat{y}_t$, y_t 'nin önceki değerine doğrusal olmayan ilişki ile bağlıdır:

$$\hat{y}_t = B(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}) \quad (4.16)$$

Denklem 4.17'de verilen sistemler $NAR(p)$ ile gösterilir. Burada p sistem derecesi $B(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})$, fonksiyonu ise bölüm 2 de anlatılan bulanık sistemler ile ifade edilir. Örneğin $NAR(p)$ süreci Tip-1 T-S bulanık sistemi ile ifade edilirse bulanık sistemde kurallar aşağıdaki yapıda ifade edilir.

$$\begin{aligned} & k_j: \text{EĞER } y_{t-1}, A_1^j \text{ ise ve } y_{t-2}, A_2^j \text{ ise ve } \dots \text{ ve } y_{t-p}, A_p^j \text{ ise} \\ & \text{O HALDE } y = C_j(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}), j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (4.17)$$

Denklem 4.18'ten de görüldüğü gibi bulanık sistemin giriş sayısı p parametresine bağlı olarak belirlenir.

- Doğrusal olmayan çıkış hataları süreçleri (NOE) : MA(q) modeline benzer şekilde, $NOE(q)$ modelinde sürecin çıktıları yerine sürecin geçmişteki tahminlerini içerir:

$$\hat{y}_t = B(\hat{y}_{t-1}, \hat{y}_{t-2}, \dots, \hat{y}_{t-q}) \quad (4.18)$$

- Doğrusal olmayan özbağlanımlı ve kayan ortalama süreçler (NARMA):
Bu yapıda sürecin geçmiş değerleri ve kestirim hataları yer alır. Dolayısıyla NARMA(p,q) yapısı, süreçteki bozucuları ifade etmek için ilave bir serbestlik derecesi verir (Babuska, 1998):

$$y_t = B(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}, e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-q}) \quad (4.19)$$

5. ZAMAN SERİLERİNİN ARALIK DEĞERLİ TİP-2 BULANIK KÜMELERLE MODELLENMESİ

Bu bölümde yapısı Denklem 4.17’de verilen NAR(p) tipi doğrusal olmayan süreçlerin ADT2 T-S bulanık sistemler ile modellenmesi için önerilen yöntem anlatılmıştır. Önerilen yöntem genel olarak Babuska’nın Tip-1 bulanık sistemlerin modellenmesinde kullandığı yaklaşımı ele almaktadır (Babuska, 1998). Bölüm 5.1’de doğrusal olmayan NAR(p) tipi sürecin ADT2 bulanık sistem ile modellenmesi için gereken adımlar anlatılmıştır. Bölüm 5.2’de ise önerilen yöntem için açıklayıcı bir örnek verilmiştir. Bölüm 5.3’te ise Bölüm 4.1’de verilen örnek zaman serileri için önerilen yöntemin başarımı ölçülmüştür.

5.1 NAR(p) Tipi Süreçlerin Aralık Değerli Tip-2 Bulanık Kümelerle Modellenmesi

Denklem 4.18’de Tip-1 bulanık sistemler için kural yapısı verilen NAR(p) süreçleri için önerilen Tip-1 T-S bulanık sistemin kural yapısı aşağıda gibi ifade edilirse tip bulanık sistem ADT2-Bulanık sisteme genişletilebilir:

$$\begin{aligned} & \mathbf{k}_i: \text{EĞER } y_{t-1}, \tilde{A}_1^j \text{ ise ve } y_{t-2}, \tilde{A}_2^j \text{ ise ve } \dots \text{ ve } y_{t-p}, \tilde{A}_p^j \text{ ise} \\ & \text{O HALDE } \mathbf{y} = C_i(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}), i = 1, 2, \dots, c \end{aligned} \quad (5.1)$$

Burada c bulanık modeldeki kural sayısını ifade eder. Denklem 5.1’de de görüldüğü gibi önerilen ADT2 bulanık modelin öncül kısmı ADT2 bulanık kümelerden, sonuç önermesi ise fonksiyonlardan oluşmaktadır. NAR(p) tipi, ADT2 bulanık sistemin modellemesi için önerilen yöntem iki ana adımdan oluşmaktadır. İlk adımda ADT2-GK öbekleme algoritması ile veriden, bulanık modelin öncül kısmındaki ADT2 bulanık kümeler gözetimsiz olarak belirlenmektedir. İkinci adımda ise öncül kısımlarda belirlenen ADT2 kümelerden yararlanılarak çıkış önermelerinde bulunan

fonksiyonlarının parametrelerin belirlenmesinde gözetimli öğrenme yöntemi kullanılmaktadır.

5.1.1 Öncül kısım üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi

Yukarıda bahsedildiği gibi modellemedeki ilk adım, ADT2 bulanık modelin öncül kısımlarında kullanılan ADT2-BK'in belirlenmesidir. ADT2-BK'ların belirlenmesi aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır.

- NAR(p) bulanık sistem ile ifade edilmek istenen model için öbeklemede kullanılacak $\mathbf{Z}$ desen matrisinin oluşturulması gerekmektedir. $\mathbf{Z}$ matrisinin yapısı aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_{t-1} & y_t & y_{t+1} & \cdots & y_{N-p-1} & y_{N-p} \\ y_2 & y_3 & \cdots & y_t & y_{t+1} & y_{t+2} & \cdots & y_{N-p} & y_{N-p+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ y_p & y_{p+1} & \cdots & y_{p+t-2} & y_{p+t-1} & y_{p+t} & \cdots & y_{N-2} & y_{N-1} \\ y_{p+1} & y_{p+2} & \cdots & y_{p+t-1} & y_{p+t} & y_{p+t+1} & \cdots & y_{N-1} & y_N \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Denklem 5.2'de de görüldüğü gibi $\mathbf{Z}$ matrisinin boyutu $(p+1) \times (N-p)$ 'dir. Burada y_t , $t = 1, 2, N$ olmak üzere sürecin t anlarında gözlemlenen değerleri ifade eder. Bulanık modelin girişi p parametresi ile belirlendiği için $\mathbf{Z}$ matrisin ilk p satırı bulanık model girişlerinin aldığı değerleri son satırı ise model çıkışını ifade eder.

- Denklem 5.2'de belirlenen $\mathbf{Z}$ matrisi için ADT2-GK algoritması çalıştırılarak $\mathbf{Z}$ veri kümesinin Denklem 3.41'de verilen bulanık bölme matrisi $\mathbf{U}$ elde edilir. Bu adımda kritik olan ADT2-GK algoritması için gerekli parametrelerin belirlenmesidir. Özellikle m_1, m_2 parametreleri ADT2 bulanık kümelerdeki FOU'yu, öbek sayısı c ise bulanık sistemin kural sayısını belirler ve her 3 parametrede Bölüm 3'te de gösterildiği gibi öbekleme performansına doğrudan etki ederler.
- Bölüm 3.5'de verildiği gibi öbekleme sonucunda $\bar{\mu}_{ik}$ ve $\underline{\mu}_{ik}$ olmak üzere bulanık kümelerin alt ve üst üyelik fonksiyonlarına ait iki adet bulanık bölme matrisi elde edilmektedir. Bu adımda amaç bulunan bulanık sistemdeki her bir giriş için bölme matrislerini kullanarak alt ve üst üyelik fonksiyonlarının belirlenmesidir. Buna göre NAR(p) tipi, c adet öbek sayısı ile öbeklenmiş

sistemde belirlenmesi gereken üyelik fonksiyonu sayısı $2xcxp$ adettir. Önerilen yöntemde tüm üyelik fonksiyonların gauss tipi üyelik fonksiyonlar olduğu varsayılmaktadır. Gauss tipi üyelik fonksiyonları aşağıda verilmiştir:

$$\mu(x) = \exp\left(\frac{-(x - m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5.3)$$

Denklem 5.3'te görüldüğü gibi gauss tipi üyelik fonksiyonlarında belirlenmesi gereken ortalama m ve standart sapma σ olmak üzere iki adet parametre vardır. Buna göre bulanık sistemdeki girişler $n = 1, \dots, p$, öbekler $i = 1, \dots, c$ ve V Denklem 3.23'te tanımlanan öbek protorip matrisi olmak üzere i 'inci öbeğe ve n 'inci girişe ait $\overline{\mu g}_{in}(x)$ ve $\underline{\mu g}_{in}(x)$ üst ve alt üyelik fonksiyonlarının $\overline{m}_{in}$ ve $\underline{m}_{in}$ parametreleri doğrudan i 'inci öbeğe ait v_i öbek prototipinden belirlenmektedir. Denklem 3.23'ten görüleceği gibi v_i öbek prototipi p boyutlu bir vektördür:

$$v_i = \begin{bmatrix} v_{1i} \\ \vdots \\ v_{pi} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

v_{ni} , v_i 'inci vektöre ait n . eleman olmak üzere $\overline{m}_{in}$ ve $\underline{m}_{in}$ aşağıdaki ifade edilir:

$$\overline{m}_{in} = \underline{m}_{in} = v_{ni} \quad (5.5)$$

Gauss üyelik fonksiyonlarına ait sigma parametreleri ise her bir Z_{nk} ve $\overline{\mu}_{in}(\underline{\mu}_{in})$ elemanı için bulunan sigma değerlerinin ortalamasıdır. Burada üst üyelik fonksiyon sigma değeri için büyük sigma değeri ve alt üyelik fonksiyon sigma değeri için ise küçük sigma parametresi seçilir.

$$\overline{\sigma}_{in} = \max \left(\frac{\sum_{k=1}^{k=N-p} \sqrt{\frac{-(Z_{nk} - v_{ni})^2}{2 * \log(\underline{\mu}_{ik})}}}{N - p}, \frac{\sum_{k=1}^{k=N-p} \sqrt{\frac{-(Z_{nk} - v_{ni})^2}{2 * \log(\overline{\mu}_{ik})}}}{N - p} \right) \quad (5.6)$$

$$\sigma_{in} = \min \left(\frac{\sum_{k=1}^{k=N-p} \sqrt{\frac{-(Z_{nk} - v_{ni})^2}{2 * \log(\underline{\mu}_{ik})}}}{N - p}, \frac{\sum_{k=1}^{k=N-p} \sqrt{\frac{-(Z_{nk} - v_{ni})^2}{2 * \log(\overline{\mu}_{ik})}}}{N - p} \right) \quad (5.7)$$

5.1.2 Sonuç önermesinde yer alan fonksiyonların belirlenmesi

Bu adımda bulanık modelin sonuç kısmında yer alan fonksiyonların parametreleri modelden üretilen çıkış $\hat{y}_k$ ile gözlenen çıkış y_k arasındaki tanımlanan hata kriterinden yararlanarak gözetimli öğrenme yardımıyla elde edilmektedir. Bulanık modelde i. kurala ait fonksiyonun yapısı aşağıdaki gibidir:

$$C_i(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p}) = \phi_{i1}y_{t-1} + \phi_{i2}y_{t-2} + \dots + \phi_{ip}y_{t-p} + s_i \quad (5.8)$$

Burada s_i sabit bir sayıdır. $\phi_{i1}, \dots, \phi_{ip}$ ise girişlere ait parametrelerdir. Buna göre parametrelerin elde edilmesinde aşağıdaki adımlar izlenir:

- Bulanık modelin öncüllerdeki giriş üyelik fonksiyonları belirlendikten Denklemler 5.2 de verilen $\mathbf{Z}$ matrisinin giriş değerleri kullanılarak $i = 1, \dots, c$ olmak üzere modeldeki her bir kurala ait alt $\overline{f}_k^i$ ve üst $\underline{f}_k^i$ ateşlenme değerleri hesaplanır:

$$\overline{f}_k^i = \overline{\mu}_{g_{j1}}(Z_{1k}) * \overline{\mu}_{g_{j2}}(Z_{2k}) * \dots * \overline{\mu}_{g_{jp}}(Z_{pk}) \quad k = 1, \dots, N - p \quad (5.9)$$

$$\underline{f}_k^i = \underline{\mu}_{g_{j1}}(Z_{1k}) * \underline{\mu}_{g_{j2}}(Z_{2k}) * \dots * \underline{\mu}_{g_{jp}}(Z_{pk}) \quad k = 1, \dots, N - p \quad (5.10)$$

olarak bulunur.

- Ateşlenme değerlerinin bulunmasından Denklem 2.15 ve 2.16 kullanılarak bulanık modelin girişlere bağlı çıkış ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\hat{y}_k = \frac{\min_{L \in [1, c-1]} \frac{\sum_{i=1}^L \overline{f}_k^i C_i \sum_{j=L+1}^N \underline{f}_k^i C_i}{\sum_{i=1}^L \overline{f}_k^i \sum_{j=L+1}^N \underline{f}_k^i} + \max_{R \in [1, c-1]} \frac{\sum_{i=1}^R \underline{f}_k^i C_i \sum_{j=L+1}^N \overline{f}_k^i C_i}{\sum_{i=1}^R \underline{f}_k^i \sum_{j=L+1}^N \overline{f}_k^i}}{2} \quad (5.11)$$

- Gözetimli öğrenme için Denklem 5.11 den hesaplanan model çıkışı ile gözlemlenen değer arasındaki hata ifadesi hata karelerin ortalamasının karekökü(RMSE- root mean square error) olarak ifade edilir:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N-p} (\hat{y}_k - y_k)^2}{N - p}} \quad (5.12)$$

Burada y_k değeri Z matrisinin $p+1$ 'inci satırının k 'nıncı kolonuna eşittir.

$$y_k = Z_{(p+1)k} \quad (5.13)$$

Gözetimli öğrenmede amaç Denklem 5.12'de tanımlı hata ifadesini minimize eden C_i $i=1, \dots, c$ fonksiyonlarının parametre değerlerini belirlemektir. Ancak ADT2 bulanık sistemin tip indirgeyici bileşeninde kullanılan KM algoritmasından dolayı Denklem 5.11 de görüldüğü gibi bulanık modelin çıkış ifadesi açık bir şekilde yazılmamaktadır. Bundan dolayı parametrelerin öğrenilmesinde en küçük kareler yönteminden faydalanılamamaktadır. Bu yüzden öğrenmede Denklem 5.12'de tanımlı hata kriterini küçülten lineer olmayan lokal veya global optimizasyon yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmada optimizasyon algoritması olarak sıralı karesel programlama (sequential quadratic programming-SQP) yöntemi seçilmiştir. SQP yöntemi lineer olmayan lokal bir optimizasyon yöntemidir. Bundan dolayı SQP yönteminin hızlı bir şekilde ve anlamlı bir lokal noktaya yakınsaması için alt, üst sınırlara ve başlangıç vektörüne ihtiyaç duymaktadır. Θ_0 başlangıç vektörü olarak tanımlansın. Burada Θ_0 vektörü en küçük kareler yöntemiyle hesaplanır. ADT2 bulanık modele ait iki ateşleme değeri $\bar{f}_k^i$ ve $\underline{f}_k^i$ dikkate alınarak, iki farklı tip1 bulanık model olduğu varsayılır ve bu iki model için ayrı ayrı en küçük kareler problemi çözülerek C_i fonksiyonlarına ait iki farklı çözüm bulunur. Burada Θ_0 bu iki çözümün ortalaması olarak ifade edilir. Y gözlenen çıkış değerlerini içeren vektör olarak tanımlansın:

$$Y = \begin{bmatrix} Z_{(p+1)1} \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad Y \in R^{N-P} \quad (5.14)$$

Buna göre $\bar{f}_k^i$ ateşleme vektörüne ait en küçük kareler çözümü aşağıdaki gibi verilir:

$$\bar{\Theta}_0 = (A_1' A_1)^{-1} A_1' * Y \quad (5.15)$$

Burada A_1 matrisi denklem 5.2 ve 5.8'e göre aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{\bar{f}_1^1 \phi_{11} Z_{11}}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_1^i} & \dots & \frac{\bar{f}_1^1 \phi_{1p} Z_{p1}}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_1^i} & \frac{s_1}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_1^i} & \dots & \frac{\bar{f}_1^c \phi_{c1} Z_{11}}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_1^i} & \dots & \frac{\bar{f}_1^c \phi_{cp} Z_{p1}}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_1^i} & \frac{s_c}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_1^i} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\bar{f}_h^1 \phi_{11} Z_{1h}}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_h^i} & \dots & \frac{\bar{f}_h^1 \phi_{1p} Z_{ph}}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_h^i} & \frac{s_1}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_h^i} & \dots & \frac{\bar{f}_h^c \phi_{c1} Z_{1h}}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_h^i} & \dots & \frac{\bar{f}_h^c \phi_{cp} Z_{ph}}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_h^i} & \frac{s_c}{\sum_{i=1}^c \bar{f}_h^i} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Benzer bir şekilde $\underline{f}_k^i$ ateşleme vektörüne ait en küçük kareler çözümü aşağıdaki gibidir:

$$\underline{\Theta}_0 = (A_2' A_2)^{-1} A_2' * Y \quad (5.17)$$

A_2 matrisi ise aşağıdaki gibi bulunur:

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{\underline{f}_1^1 \phi_{11} Z_{11}}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_1^i} & \dots & \frac{\underline{f}_1^1 \phi_{1p} Z_{p1}}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_1^i} & \frac{s_1}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_1^i} & \dots & \frac{\underline{f}_1^c \phi_{c1} Z_{11}}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_1^i} & \dots & \frac{\underline{f}_1^c \phi_{cp} Z_{p1}}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_1^i} & \frac{s_c}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_1^i} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\underline{f}_h^1 \phi_{11} Z_{1h}}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_h^i} & \dots & \frac{\underline{f}_h^1 \phi_{1p} Z_{ph}}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_h^i} & \frac{s_1}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_h^i} & \dots & \frac{\underline{f}_h^c \phi_{c1} Z_{1h}}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_h^i} & \dots & \frac{\underline{f}_h^c \phi_{cp} Z_{ph}}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_h^i} & \frac{s_c}{\sum_{i=1}^c \underline{f}_h^i} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Buna göre Θ_0 aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Theta_0 = \frac{\bar{\Theta}_0 + \underline{\Theta}_0}{2} \quad (5.19)$$

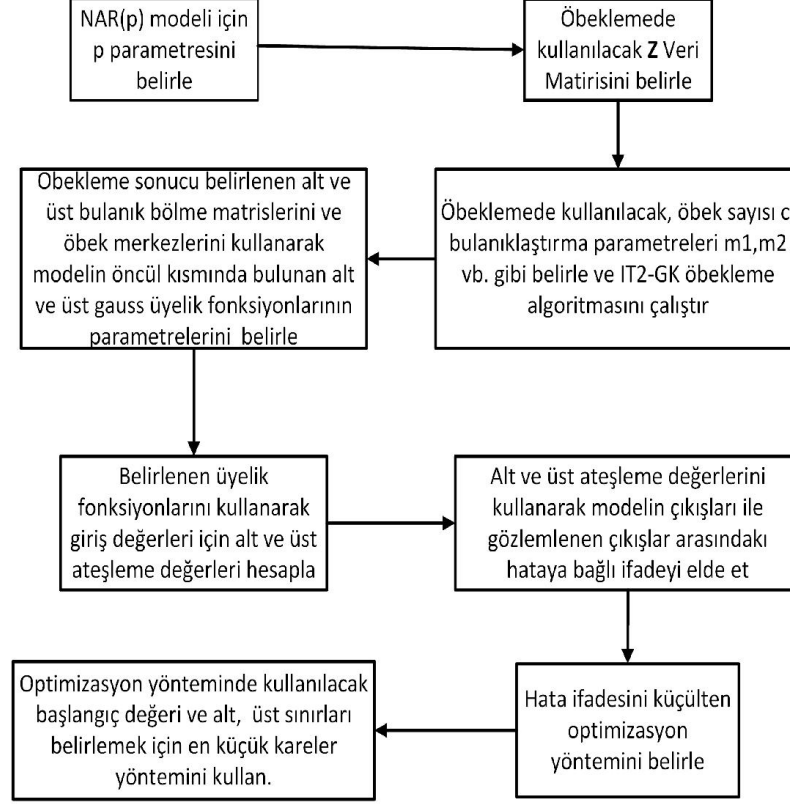
SQP algoritmasının alt ve üst sınır değerleri ise yukarıda bulunan $\bar{\Theta}_0$, $\underline{\Theta}_0$ vektörleri sezgisel bir şekilde genişletilerek bulunur. Buna göre Θ_L alt sınır ve Θ_U ise üst sınır vektörü olarak tanımlanırsa:

$$\Theta_L = \min(\bar{\Theta}_0, \underline{\Theta}_0) + h_L * \text{abs}(\min(\bar{\Theta}_0, \underline{\Theta}_0)) \quad (5.20)$$

ve

$$\theta_U = \max(\bar{\theta}_0, \underline{\theta}_0) + h_U * \text{abs}(\max(\bar{\theta}_0, \underline{\theta}_0)) \quad (5.21)$$

olarak bulunur. Burada h_L ve h_U vektörlerin genişleme miktarlarını belirleyen skaler bir sayıdır. Zaman serilerin ADT2 bulanık sistemler ile modellenmesinde gerçekleştirilecek adımlar Şekil 5.1’de gösterilmiştir.



Şekil 5.1 : Zaman serilerin ADT2 bulanık sistemler ile modellenmesi.

Çizelge 5.1 : Örnek çalışma için kullanılan zaman serisi verileri.

t	y_t
1	-6
2	1
3	4
4	13
5	-3
6	1
7	0
8	10
9	-2
10	9
11	4
12	-4

5.2 Örnek Çalışma

Bu bölümde ADT2 bulanık kümelerle modelleme için verilen yöntemin adımlarının daha iyi anlaşılması için örnek bir çalışma yapılmıştır. Bu amaçla bir sürecin Çizelge 5.1’de $t = 1, \dots, 12$ için gözlemlenen zaman serisi verileri kullanılarak $p = 2$ için sürecin ADT2 bulanık modeli NAR(2) elde edilmiştir. Buna göre tanımı Denklem 5.2’de verilen öbekleme için kullanılacak Z desen matrisi Denklem 5.22’deki gibi olur.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 4 & 13 & -3 & 1 & 0 & -10 & -2 & -9 \\ 1 & 4 & 13 & -3 & 1 & 0 & -10 & -2 & -9 & 4 \\ 4 & 13 & -3 & 1 & 0 & -10 & -2 & -9 & 4 & -4 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

ADT2-GK algoritması için öbek sayısı $c = 2$ alınırsa, öbekleme sonucu prototiplerinin merkezleri gösteren V matrisi Denklem 5.23’de verilmiştir.

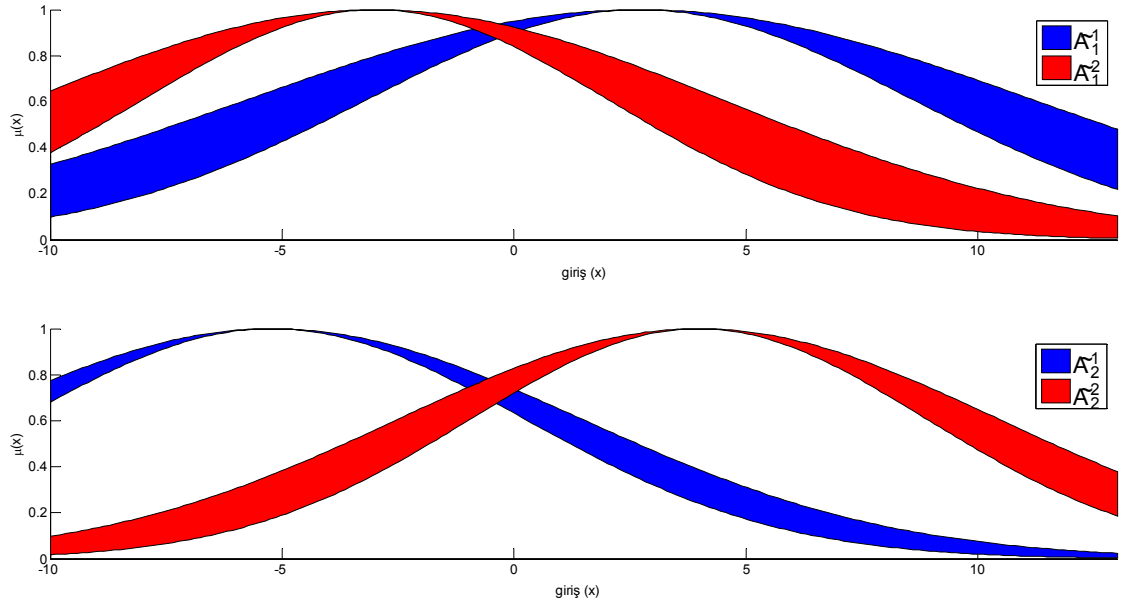
$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 2.7122 & -2.9894 \\ -5.2136 & 3.9753 \\ -2.0335 & 1.8375 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

Denklem 5.23’teki prototip merkezleri ve Şekil 5.2’deki bölme matrislerini kullanarak hesaplanan bulanık sistemin öncüllerde yer alan LMF/UMF parametreleri Çizelge 5.2’de verilmiştir.

Çizelge 5.2 : Bulanık sistemin öncül kısmında kullanılan LMF ve UMF parametreleri.

Öbek(i)	Giriş(n)	LMF/UMF ($\underline{\mu}_{in}/\overline{\mu}_{in}$)	Merkez ($\overline{m}_{in} = \underline{m}_{in}$)	Standart sapma ($\underline{\sigma}_{in}/\overline{\sigma}_{in}$)
1	1	$\underline{\mu}_{11}$	2.7122	5.9091
1	1	$\overline{\mu}_{11}$	2.7122	8.5038
1	2	$\underline{\mu}_{12}$	-5.2136	5.4463
1	2	$\overline{\mu}_{12}$	-5.2136	6.6804
2	1	$\underline{\mu}_{21}$	-2.9894	5.0350
2	1	$\overline{\mu}_{21}$	-2.9894	7.5074
2	2	$\underline{\mu}_{22}$	3.9753	4.9208
2	2	$\overline{\mu}_{22}$	3.9753	6.4782

Çizelge 5.2’deki parametreler kullanılarak oluşturulan ADT2 bulanık kümeler $\tilde{A}_n^j$ ve belirsizlik izdüşümleri Şekil 5.2’te gösterilmiştir.



Şekil 5.2 : Öbekleme sonucu elde edilen ADT2 bulanık kümeler

Bulanık modelin sonuç kısmında yer alan fonksiyonların parametrelerin belirlenmesinde öncelikle Çizelge 5.2’de verilen üyelik fonksiyonları kullanılarak Denklem 5.22’deki Z matrisinin her bir kolonu için bulanık modeldeki her bir kuralın ateşlenme değerleri hesaplanır. Hesaplanan ateşlenme değerleri Çizelge 5.3’te verilmiştir.

Çizelge 5.3 : Bulanık modeldeki kuralların ateşlenme değerleri.

$\underline{f}_1$	$\bar{f}_1$	$\underline{f}_2$	$\bar{f}_2$
0,1759	0,6966	0,3839	0,8304
0,2292	0,7306	0,378	0,8683
0,0036	0,0710	0,02404	0,2457
0,2023	0,0024	0,4554	0,0580
0,3269	0,8330	0,5178	0,9000
0,6064	0,5272	0,7227	0,7193
0,6117	0,0149	0,7353	0,0902
0,0831	0,1815	0,2914	0,4226
0,5714	0,0303	0,7304	0,1334
0,0335	0,4904	0,1496	0,7258

Kuralların ateşlenme değerlerin elde edilmesinden sonra, fonksiyon parametrelerin bulunmasında Denklem 5.12 de tanımlı hata kriterini küçülten SQP optimizasyon algoritması kullanılır. Ancak optimizasyon algoritmasının çalıştırılmasından önce

parametrelere ait başlangıç vektörüne Θ_0 , alt ve üst sınır değerlerine ihtiyaç vardır. Buna göre Denklem 5.15 ve Denklem 5.16'ya göre $\bar{\Theta}_0$ aşağıdaki gibi bulunur:

$$\bar{\Theta}_0 = [2.8488 \quad -5.8474 \quad -55.5027 \quad 3.0350 \quad -4.0225 \quad 45.1734] \quad (5.24)$$

Benzer bir şekilde Denklem 5.17 ve Denklem 5.18'e göre $\underline{\Theta}_0$ aşağıdaki gibi bulunur:

$$\underline{\Theta}_0 = [3.8869 \quad -8.0565 \quad -93.6347 \quad 3.1731 \quad -6.2538 \quad 84.0644] \quad (5.25)$$

Buradan Θ_0 aşağıdaki gibi bulunur:

$$\Theta_0 = [3.3678 \quad -6.9520 \quad -74.5687 \quad 3.1040 \quad -5.1382 \quad 64.6189] \quad (5.26)$$

ve Denklem 5.20 ve 5.21'den Θ_L ve Θ_U ise aşağıdaki gibi hesaplanır. Burada h_L ve h_U 0.5 olarak alınmıştır.

$$\Theta_L = [1.4244 \quad -12.0848 \quad -140.4520 \quad 1.5175 \quad -9.3807 \quad 22.5867] \quad (5.27)$$

$$\Theta_H = [5.8304 \quad -2.9237 \quad -27.7514 \quad 4.7597 \quad -2.0113 \quad 126.0965] \quad (5.28)$$

Nihayet Θ_0 , Θ_L ve Θ_H vektörleri kullanılarak SQP algoritması çalıştırılırsa, optimizasyon sonucunda bulunan $C_i(y_{t-1}, y_{t-2})$ ($i = 1, 2$) fonksiyonun parametreleri Çizelge 5.4'te verilmiştir.

Çizelge 5.4 : ADT2 Bulanık modelin çıkış fonksiyonlarının parametreleri.

Kural İndisi(i)	Φ_{i1}	Φ_{i2}	s_i
1	3.2049	-7.0847	-74.6806
2	3.1209	-4.9726	64.1333

5.3 Değerlendirme Çalışması

Bu bölümde önerilen ADT2 bulanık kümelerle modelleme yönteminin başarımları ölçülmüştür. Bu amaçla önerilen yöntem, klasik ARMA yöntemi ve Jang (1993) tarafından önerilen ANFIS(Adaptive-Network-based Fuzzy Inference Systems) yöntemi ile karşılaştırılmıştır. ANFIS modelinde öncüllerdeki bulanık kümeler eksiltici bulanık öbekleme (subtractive clustering) yöntemi (Chiu, 1994) ile belirlenmektedir. Bu yöntemin bir avantajı önceden öbek sayısının bilinmesine ihtiyaç

duyulmamasıdır. Karşılaştırma için iki farklı karakteristiğe sahip veri seti kullanılmıştır. Her üç yöntem içinde modelin geçmişe ait girişler sabit tutulup 2 alınmıştır. Yani ARMA(p,q) modelinin AR kısmı ARMA(2,q) alınmış ve ANFIS, ADT2 tabanlı model için NAR(2) olarak alınmıştır. Modellemede kullanılan veri eğitim verisi, doğrulama verisi ve test verisi olmak üzere 3 parçaya ayrılmıştır.

- Eğitim verisi, modelleme safhasında kullanılan verilerdir. Modelleme safhasında, model için gereken katsayılar eğitim verisi kullanılarak belirlenir.
- Doğrulama verisi, doğrulama safhasında kullanılmaktadır. Bu safhada modelleme öncesi belirlenmesi gereken parametreler doğrulama verisi kullanılarak seçilir. Belirlenmesi gereken parametreler bu karşılaştırmada ARMA modelleri için $q = \{0,1,2\}$, ANFIS modelleri için epok sayısı $epok = \{1,2,\dots,200\}$, eksiltici öbekleme yöntemi için merkezlerin etki mesafesini belirleyen yarıçap $r_{sub} = \{0.5\}$ ve ADT2 tabanlı modeller için $m_1 = \{2,2.05,2.1,\dots,30\}$, $m_2 = \{m_1, m_1 + 0.05, \dots, m_1 + 0.5\}$, $c = \{2,3,4,5\}$ parametre kümelerinin arasından seçilmektedir. Bu amaçla yukarıdaki her bir parametre kümesinin elemanları ile eğitim kümesi kullanılarak modelleme yapılmakta ve bulunan bu modeller ile doğrulama kümesindeki veriler ile kestirimde bulunmaktadır (r_{sub} parametresi sabit alınmıştır). Böylelikle modellemede ezberlenmenin önüne geçilmeye çalışılır. Genel olarak yapılan kestirimler ile doğrulama kümesindeki gerçekleşen çıkışlar arasındaki hata ifadesi Denklem 5.12'de tanımlı RMSE kriteri olarak tanımlanırsa RMSE kriterini minimum yapan parametreler modelleme öncesi için gerekli parametreler olarak belirlenir. Sadece ADT2 tabanlı modelleme yönteminde m_1 ve m_2 parametreleri en iyi RMSE kriterine göre değil, m_1 ve m_2 parametrelerine ait vektörlere bağlı olarak bulunan RMSE matrisin satır ve sütun ortalamalarına göre belirlenmiştir. Buna göre ($m \times n$) RMSE matrisinin satırları m_1 parametresine bağlı olarak değişsin, sütunları ise m_2 parametresine bağlı olarak değişsin. RMSE Matrisin her bir satır ortalamalarından en küçük değere sahip olan m. satır m_1 parametre vektörünün m. elemanı m_1 parametresi benzer bir şekilde RMSE Matrisin her bir sütun ortalamalarından en küçük değere sahip olan olan n. satır m_2 parametre vektörünün n. elemanı olarak m_2 parametresi olarak belirlenir.

- Test verisi doğrulama kümesi ile seçilen parametreler ile belirlenen modelin başarımını ölçmek için kullanılan veridir. Test verisi eğitim ve doğrulama safhalarında kullanılmadığı için modelleme aşamasından tamamen bağımsızdır dolayısıyla bu safhada modellerin genelleştirme başarımları ölçülür. Başarımların ölçülmesinde denklem 5.12 de tanımlı RMSE kriterine ek olarak PMAD ve VAF(variance accounted for) kriterleri kullanılmaktadır. PMAD(Percent Mean Absolute Deviation) kriteri model çıkışı ile gerçekleşen değer arasındaki mutlak sapmanın ortalama yüzdesi olarak tanımlanır:

$$PMAD = 100 * \frac{\sum_{k=1}^N |(\hat{y}_k - y_k)|}{\sum_{k=1}^N |y_k|} \quad (5.29)$$

Denklem 5.29'den görüleceği gibi kestirim ve gerçek süreç çıkışları birbirine eşitse PMAD değeri %100 olur. Model ve süreç çıkışları arasındaki farklar arttıkça PMAD değeri yükselir. VAF kriteri ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$VAF = 100 * \left(1 - \frac{var(\hat{y}_k - y_k)}{var(y_k)}\right) \quad (5.30)$$

Yukarıdaki tanıma göre. model ve süreç çıkışları birbirine eşitse VAF kriteri %100 olur. Model ve süreç çıkışları arasındaki farklar arttıkça farklılaştıkça VAF değeri azalır.

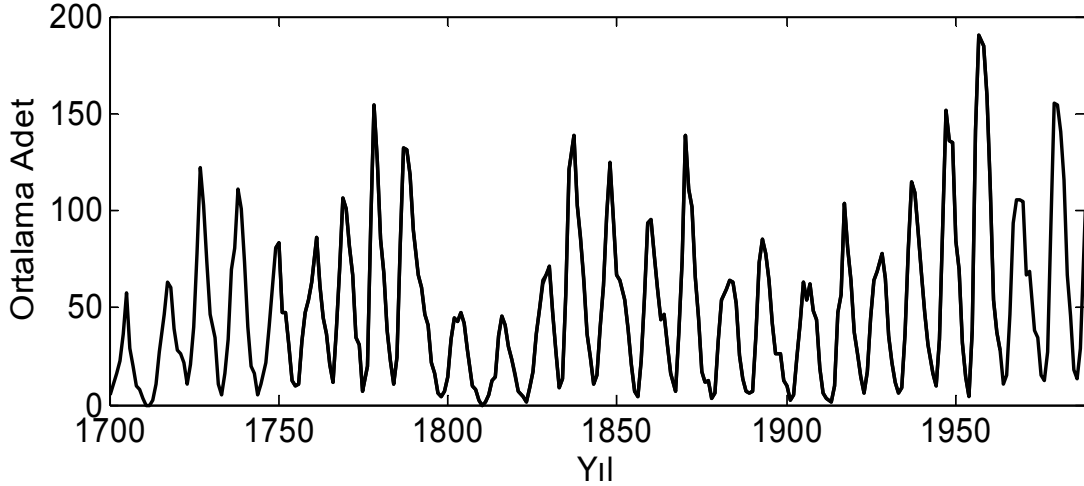
Çizelge 5.5 : Güneş lekeleri zaman serisinin modellenmesinde yöntemler için belirlenen parametreler.

Modelleme Yöntemi	Parametre	Değer
ARMA	q	0
ANFIS	$Epok$	1
ANFIS	r_{sub}	0.5
ADT2	c	3
ADT2	m_1	2.8
ADT2	m_2	2.85

5.3.1 Güneş lekeleri zaman serisi

İlk değerlendirmede modellenmek istenen zaman serisi olarak gözlenen güneş lekesi adetlerinin 1700-1988 seneleri arasındaki her bir yıl için günlük ortalamaları alınmıştır (Tong, 1993). Güneş lekeleri serisi literatürde özellikle doğrusal olmayan

zaman serileri için üretilen modellerin başarımlarının karşılaştırılmasında sıklıkla kullanılmaktadır. Güneş leke sayılarının yıllara göre değişimi Şekil 5.3'te verilmiştir. Çalışma için ilk 189 yıl eğitim verisi, sonraki 50 yıl doğrulama verisi ve son 50 sene test verisi olarak alınmıştır. Modelleme için seçilen parametreler Çizelge 5.5'te verilmiştir.



Şekil 5.3 : 1700-1988 seneleri arasında gözlenen günlük güneş lekeleri adetlerinin yıllık ortalamaları.

Şekil 5.3'ten de görüldüğü gibi güneş lekeleri zaman serisinde belirgin bir sezonsallık veya trend bileşeni görülmemektedir. Bu yüzden bu örnekte modelleme için her hangi bir ayrıştırma yapılmamıştır. Modelleme yöntemlerinin doğrulama ve test safhalarındaki başarımları Çizelge 5.6 ve 5.7'de verilmiştir. Şekil 5.4'te ise test safhası için model ve gerçek süreç çıkışları ve Şekil 5.5'te ise modellerin kestirim hataları verilmiştir.

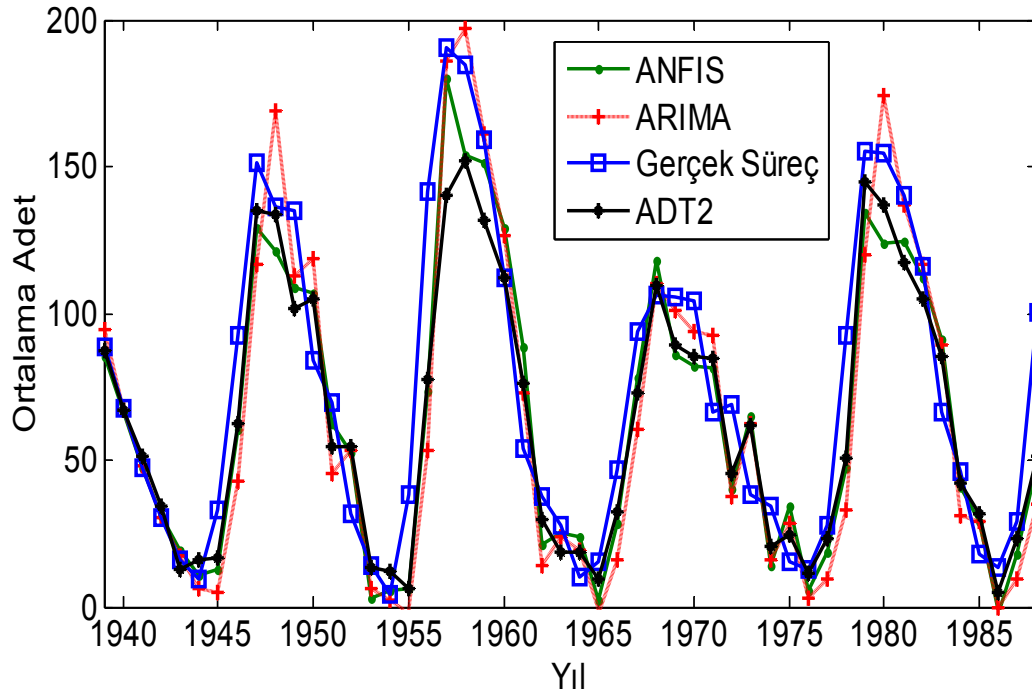
Çizelge 5.6 : Güneş lekeleri zaman serisi için yöntemlerinin doğrulama safhası için başarımlar kriterleri.

Yöntem	Başarım Kriteri	Değer
ARMA(2,0)	RMSE	15.95
ARMA(2,0)	PMAD	%29.17
ARMA(2,0)	VAF	%75.76
ANFIS	RMSE	13.65
ANFIS	PMAD	%25.77
ANFIS	VAF	%80.40
ADT2	RMSE	13.29
ADT2	PMAD	%25.80
ADT2	VAF	%81.38

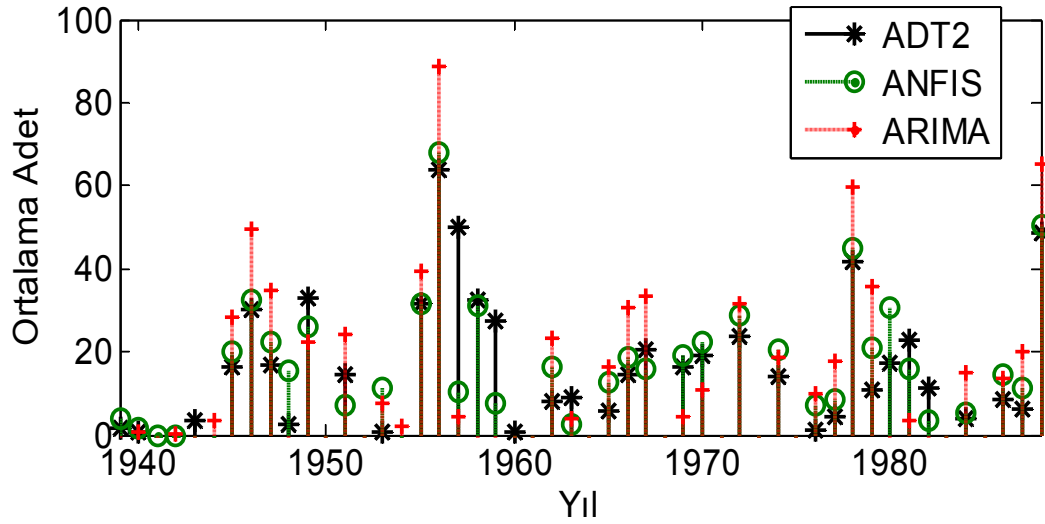
Çizelge 5.7 : Güneş lekeleri zaman serisi için yöntemlerinin test safhası için başarımları kriterleri.

Yöntem	Başarımları Kriteri	Değer
ARMA(2,0)	RMSE	26.76
ARMA(2,0)	PMAD	%27.37
ARMA(2,0)	VAF	%76.26
ANFIS	RMSE	22.16
ANFIS	PMAD	%24.27
ANFIS	VAF	%84.55
ADT2	RMSE	21.38
ADT2	PMAD	%22.42
ADT2	VAF	%86.03

Çizelge 5.6 ve 5.7 den görüldüğü gibi, ANFIS ve ADT2 yöntemi klasik ARIMA(2,0) yöntemine göre belirgin bir şekilde iyileştirme göstermişlerdir. ADT2 yönteminin ANFIS yönteminden doğrulama safhasında her üç kriter içinde pek bir farkı olmamasına rağmen, test safhasında ANFIS yöntemi daha iyi bir başarımları göstermiştir. Buna göre ANFIS yöntemi RMSE kriterini ARMA yöntemine göre %17.17 iyileştirirken, ADT2 yöntemi %20.09 iyileştirmiştir. PMAD ve VAF kriterleri içinse yaklaşık %2’lik bir iyileştirme söz konusudur.



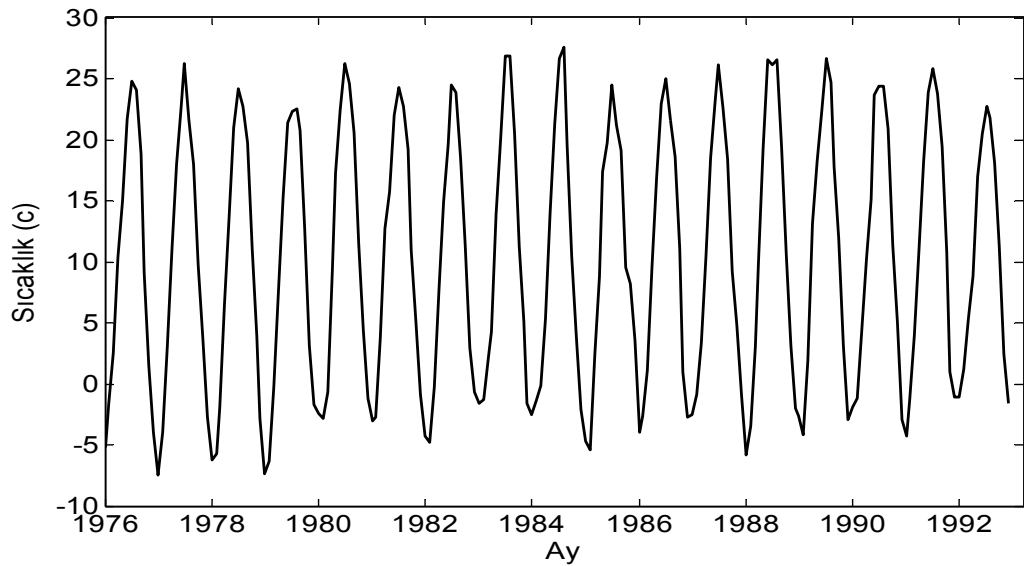
Şekil 5.4 : Test safhası için model ve gerçek süreç çıkışları.



Şekil 5.5 : Test safhası için modelleme hataları.

5.3.2 Toprak sıcaklıkları zaman serisi

İkinci çalışmada örnek olarak Nebraska’da 20 cm derinlikte topraktan ölçülen aylık ortalama sıcaklık verileri alınmıştır (Weisberg, 2005). Sıcaklıkların aylık değişimi Şekil 5.6’da verilmiştir. Çalışma için ilk 144 ay eğitim verisi, sonraki 42 ay doğrulama verisi ve son 42 ay ise test verisi olarak ayrılmıştır. Modelleme için seçilen parametreler ise Çizelge 5.8’te verilmiştir.

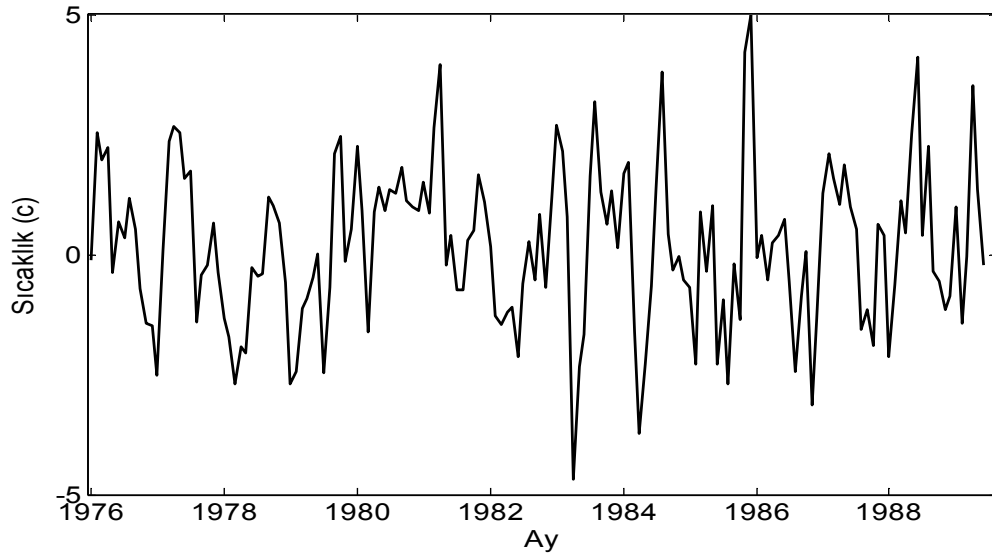


Şekil 5.6 : 1976-1992 seneleri arasındaki 20 cm. derinlikteki toprağın aylık ortalama sıcaklık değişimleri.

Çizelge 5.8 : Toprak sıcaklıkları zaman serisinin modellenmesinde yöntemler için belirlenen parametreler.

Modelleme Yöntemi	Parametre	Değer
ARMA	q	0
ANFIS	$Epok$	76
ANFIS	r_{sub}	0.5
ADT2	c	4
ADT2	m_1	2.4
ADT2	m_2	2.65

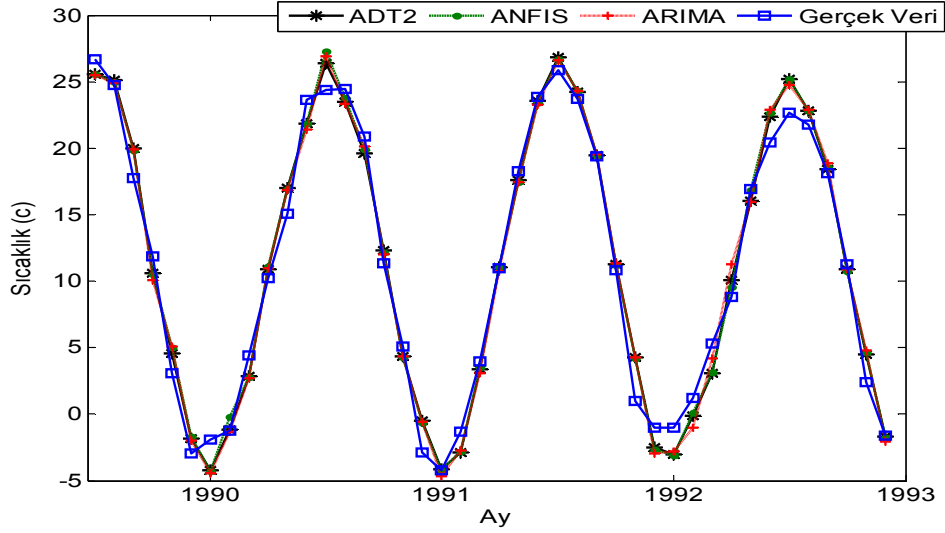
Şekil 5.6'tende görüldüğü gibi toprak sıcaklıklarının değişimde mevsimlere bağlı olarak 12 aylık tekrar eden bir döngü vardır, aynı zamanda yıllara gören artan bir trend gözlemlenmektedir. Dolayısıyla sıcaklık zaman serisinin modellenmesi öncesinde veri Bölüm 4.3.1'de anlatıldığı gibi sezonsallık ve trend bileşenlerine ayrılmıştır. Ayırıştırma için sezonsallık indisi 12, trend polinomunun derecesi ise 1 olarak alınmıştır. Bu örnekte ayırıştırma sonucu elde edilen gürültü verisinin modellenmesi amaçlanmaktadır. Modellenmek istenen gürültü verisi Şekil 5.7'de verilmiştir. Bu çalışmada ayırıştırma eğitim ve doğrulama verilerini kullanarak yapılmıştır. Ancak test verileri için sezonsallık ve trend bileşenlerinin hesaplanmasında eğitim ve doğrulama verilerin ayırıştırılması ile elde edilen bileşenler kullanılmıştır.



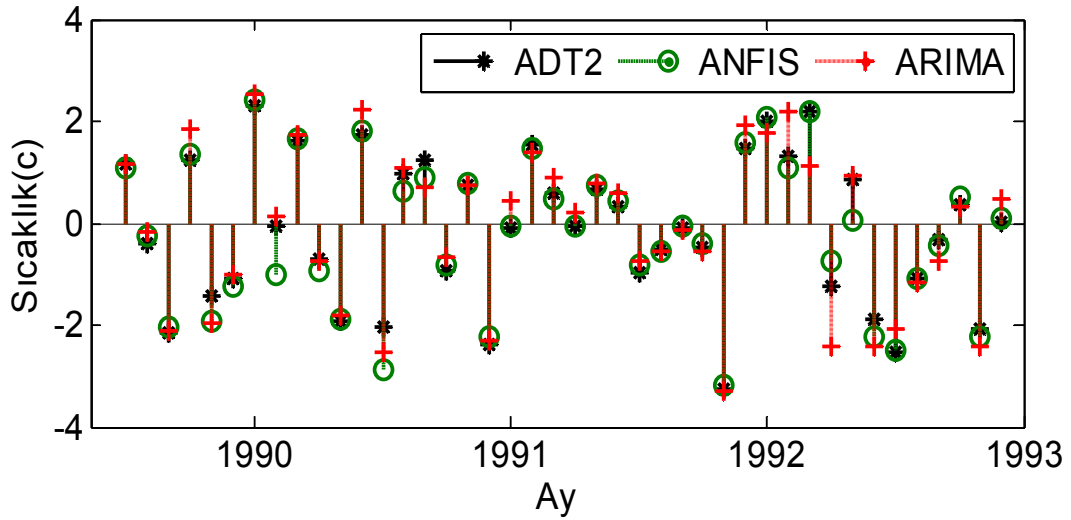
Şekil 5.7 : Model ayırıştırılması sonucu elde edilen gürültü bileşeni.

Modelleme yöntemlerinin doğrulama ve test safhalarındaki başarımları çizelge 5.10 ve 5.11'de verilmiştir. Şekil 5.8 te ise test safhası için model ve gerçek süreç çıkışları

ve Şekil 5.9'da ise modellerin kestirim hataları verilmiştir. Doğrulama safhası için sadece gözlenen gürültü ve modelin ürettiği çıktı arasındaki hata dikkate alınırken, test safhasında için modelin ürettiği çıktı, sezonsallık ve trend bileşenlerinin toplamının gerçekleşen sıcaklıklara olan farkı dikkate alınmıştır.



Şekil 5.8 : Test safhası için model ve gerçek süreç çıkışları.



Şekil 5.9 : Test safhası için modelleme hataları.

Çizelge 5.9'da görüldüğü gibi, doğrulama safhası için her üç yöntemin gürültüyü modellemedeki başarımları çok iyi değildir. Ancak ADT2 ve ANFIS yöntemi doğrulama safhasında ARMA yöntemine göre daha iyidir. ADT2 VAF ve RMSE indisleri açısından en başarılı, ANFIS yönteminin ise PMAD indisi daha başarılıdır. Ancak test safhasında her üç yöntemde başarımları birbirine çok yakındır. Bu durum

model çıkışında trend ve sezonsallık bileşeninin gürültü bileşenine göre baskın olmasından kaynaklanmaktadır. Şekil 5.8’de de görüldüğü gibi gürültü bileşeninin genliği oldukça küçüktür. Dolayısıyla gürültü bileşeninin modelinin başarımının genel üzerindeki etkisi çok belirgin değildir. Çizelge 5.11’e bakıldığında ANFIS ve ADT2 yöntemi ARIMA yöntemine göre başarımların daha iyidir. RMSE indisini ANFIS yöntemi ARIMA yöntemine göre %4.72, ADT2 yöntemi ise %7.25 iyileştirmiştir. ANFIS ve ADT2 yöntemlerinin birbirlerine göre başarımları her üç indis içinde çok yakın çıktığı (sadece ADT2 başarımlarda kusur olarak biraz daha düşüktür) iki yöntem hakkında karşılaştırma yapmak mümkün değildir.

Çizelge 5.9 : Toprak sıcaklıkları zaman serisi için yöntemlerinin doğrulama safhası için başarımlar kriterleri.

Yöntem	Başarımlar Kriteri	Değer
ARMA(2,0)	RMSE	1.4861
ARMA(2,0)	PMAD	%99.78
ARMA(2,0)	VAF	%2.7
ANFIS	RMSE	1.4123
ANFIS	PMAD	%91.52
ANFIS	VAF	%12.08
ADT2	RMSE	1.4048
ADT2	PMAD	%90.44
ADT2	VAF	%12.93

Çizelge 5.10 : Toprak sıcaklıkları zaman serisi yöntemlerinin test safhası için başarımlar kriterleri.

Yöntem	Başarımlar Kriteri	Değer
ARMA(2,0)	RMSE	1.5452
ARMA(2,0)	PMAD	%10.80
ARMA(2,0)	VAF	%97.65
ANFIS	RMSE	1.4722
ANFIS	PMAD	%10.01
ANFIS	VAF	%97.89
ADT2	RMSE	1.4321
ADT2	PMAD	%9.86
ADT2	VAF	%97.99

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada zaman serilerinin ADT2 bulanık sistemlerle modellenmesi yönelik yeni bir modelleme yaklaşımı önerilmiştir. Önerilen yaklaşım ADT2 bulanık kümeler ile öbeklemeye dayanmaktadır. Literatürde sıklıkla belirtildiği gibi Tip-2 kümeler özellikle belirsizliğin üstesinden gelmekte oldukça başarılıdır. Bu yüzden çalışmadaki amaçlardan biride Tip-2 kümelerin belirsizliğin üstesinden gelme özelliklerini zaman serileri üzerinde incelemektir. Bu doğrultuda öncelikle literatürdeki Tip-1 bulanık öbekleme yöntemleri ve ADT2 bulanık öbekleme yöntemi incelenmiştir. Önerilen ADT2 ile önerilen yöntemden yararlanılarak GK bulanık öbekleme yöntemi için ADT2 tabanlı öbekleme yöntemine genişletilmiştir. Öbekleme yönteminin geliştirilmesinden sonra doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serileri incelenmiştir. Modelleme için önerilen yöntem iki adımdan oluşmaktadır. İlk olarak ADT2 öbekleme yöntemiyle bulanık sistemin öncüllerdeki ADT2 bulanık kümeleri belirlenmektedir. İkinci adım ise bulanık sistemin çıkışlarındaki yer alan doğrusal fonksiyonların parametrelerin belirlenmesidir. Ancak bu parametreler ADT2 bulanık modelde yer alan tip indirgeyicinin İteratif yapısı nedeniyle en küçük kareler gibi yaklaşımlarla doğrudan belirlenememektedir. Bu yüzden bu parametrelerin belirlenmesinde lineer olmayan optimizasyon yöntemlerine başvurulmuştur. Optimizasyonda arama uzayını alt ve üst noktalarla kısıtlamak için en küçük karelerden yararlanılarak sezgisel bir yöntem ileri sürülmüştür. Önerilen modelleme yaklaşımı, iyi bilinen Tip-1 bulanık modelle yaklaşımı ANFIS (Jang, 1993), ve geleneksel modelleme tekniği ARMA modelleri ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmada gerçek hayattan iki farklı zaman serisi ele alınmıştır. İlk kullanılan seri literatürde özellikle doğrusal olmayan zaman serileri için önerilen modellerin başarımı ölçmekte kullanılmaktadır. İkinci seri ise zaman serilerinde sıklıkla görülen baskın bir sezonsallığa ve trende sahip olan bir veridir. Karşılaştırmalar sonucunda özellikle ilk örnek için doğrusal olmayan modellerin başarımlarının klasik ARMA yöntemine göre çok daha iyi olduğu gözlenmiştir. ADT2 tabanlı bulanık model ise özellikle test safhasında ANFIS modeline göre daha iyi

sonuçlar vermiştir. İkinci örnekte ise her üç örnekte doğrulama safhasında yer alan gürültü bileşenini modellemede göreceli olarak başarısız kalmışlardır. Test safhasında ise gürültü modellerinin, genelde sağladığı iyileştirmelerin okta belirgin olmadığı gözlenmiştir. Bu durum ayrıştırılmış modelde sezonsallık ve trend bileşeninin gürültü bileşeninin yanında çok baskın olmasından kaynaklanmaktadır. Buna rağmen bulanık tabanlı modeller ARMA yöntemine göre daha iyi bir başarıyı göstermişlerdir. ADT2 modeli ise ufak bir farkla ARIMA göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Bulanık modeller için sezonsallığı ve trendi içiren modellerde yapılacak bir iyileştirme modelleri ayrıştırmadan direkt olarak modellemek olabilir. Böyle bir modelleme yaklaşımında sezonsallığı içeren zaman modele girdi olarak verilmelidir. Böylelikle sezonsallık ve trend bileşeninden kaynaklanan belirsizlerin önüne geçilebilir. Genel olarak sonuçlardan ADT2 bulanık modelleme yaklaşımının zaman serilerindeki belirsizliğin üstesinden geldiği söylenebilir. ADT2 bulanık modellerdeki bu niteliğin FOU ile sağlanan serbestlik derecesinden kaynaklandığı düşünölebilir. Modelleme çalışılması sırasında en büyük kritik ve görece zor adımlardan biri modelleme öncesinde belirlenmesi gereken modelleme parametreleridir. Bu parametrelerden en belirgin olanları öncelikle her üç model içinde zamanda ne kadar geriye bakmaları belirleyen p parametresidir. ARMA modelinde için geçmişe ait gürültü serileri de modellemede kullanılmaktadır, dolayısıyla q parametresinde karar verilmelidir. ANFIS modelinde ise epok sayısı ve eksiltici bulanık öbeklemede kullanılan merkezlerin etki yarıçapı belirlenmelidir. ADT2 tabanlı modelde ise bulanık öbekleme için kullanılacak öbek sayısı ve bulanıklaştırma parametreleri belirlenmelidir. Modellerde parametrelerin belirlenmesindeki geçen sürelele bakıldığında işlem zamanı basit modelden karmaşık modele göre doğru artmaktadır. Bu durumda modellenmek istenen sürecin sahip olduğu doğrusal olmayan nitelik ve belirsizlik gibi özelliklere bakarak ADT2 bulanık sistemlerle modelleme yapılp yapılmamasına karar verilmelidir.

KAYNAKLAR

- Babu, G., & Murty, M.** (1994). Clustering with evolution strategies. *Pattern Recognition*, 321-329.
- Babuska, R.** (1998). *Fuzzy Modeling For Control*. New York: Springer.
- Bezdek, J.** (1981). *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function*. New York: Plenum Press.
- Bezdek, J., & Dunn, J.** (1975). Optimal fuzzy partition: a heuristic for estimating the parameters in a mixture of normal distributions. *IEEE Trans. Computers* , 835-838.
- Box, G. E., Gwilym, M. J., & Gregory, C. R.** (2008). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Brockwell, P. J., & Davis, R. A.** (2002). *Introduction to Time Series to Time Series Second Edition*. New York: Springer-Verlag.
- Brockwell, P. J., & Davis, R. A.** (2002). *Introduction to Time Series to Time Series Second Edition*. New York: Springer-Verlag.
- Chiu, S.** (1994). Fuzzy Model Identification Based on Cluster Estimation. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2(3).
- DeSarbo, W.** (1982). New models for general nonhierarchical clustering analysis. *Psychometrika*, 449-476.
- Dunn, j.** (1974). A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters. *J. Cybern.* , 32-57.
- Gath, I., & Geva, A.** (1989). Unsupervised optimal fuzzy clustering. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 773-781.
- Gustafson, D., & Kessel, W.** (1979). Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix. *IEEE CDC*, (s. 761-766). San Diego,CA, USA.
- Hagras, H.** (2004). A hierarchical type-2 fuzzy logic control architecture for autonomous mobile robots. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 12, 524-539.
- Hagras, H.** (2007). Type-2 FLCs: A new generation of fuzzy controllers. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2, 30-43.
- Höppner, F., Klawonn, F., Kruse, R., & Runkler, T.** (2000). *Fuzzy Cluster Analysis Methods For Classification, Data Analysis And Image Recognition*. West Sussex: John Wiley & Sons.
- Hwang, C., & Rhee, F. C.-H.** (2007). Uncertain Fuzzy Clustering: Interval Type-2 Fuzzy. *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, 15(1), 107-119.

- Jain, A., & Dubes, R.** (1988). *Algorithms for Clustering Data*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Jammeh, E. A., Fleury, M., Wagner, C., & Ghanbari, M.** (2009). Interval type-2 fuzzy logic congestion control for video streaming across IP networks,. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 17(5), 1123–1142.
- Jang, J.** (1993). ANFIS: Adaptive-Network-based Fuzzy Inference Systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 23, 665-685.
- Karnik, N. N., Mendel, J. M., & Liang, Q.** (1999). Type-2 fuzzy logic systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 643-658.
- Klir, G. J., & Bo, Y.** (1995). *Fuzzy Set and Fuzzy Logic Theory and Applications*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Mendel, J. M.** (2001). *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- Rhee, F. C-H.** (2007, Şubat). Uncertain Fuzzy Clustering: Insights and Recommendations. *IEEE COMPUTATIONAL INTELLIGENCE MAGAZINE*.
- Rhee, F.-H., & Choi, B.-I.** (2013). Interval Type-2 Fuzzy Membership Function Generation Methods for Representing Sample Data. A. Sadeghian, J. M. Mendel, & H. Tahayori içinde, *Advances in Type-2 Fuzzy Sets and Systems Theory and Applications* (s. 165-184). Springer .
- Ruspini, E.** (1970). Numerical methods for fuzzy clustering. *Inf. Sci.*, 319-350.
- Tong, H.** (1993). *Non-Linear Time Series: A Dynamical System Approach*. Oxford University Press.
- Weisberg, S.** (2005). *Applied Linear Regression, 3rd edition* (3rd b.). New York: Wiley.
- Wu, D.** (2013). Approaches for reducing the computational cost of interval type-2 fuzzy logic controllers: overview and comparison. *IEEE Transactions on Fuzzy*, 80-89.
- Xie, X. L., & Beni, G. A.** (1991). A validity measure for fuzzy clustering. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 841-847.
- Zadeh, L. A.** (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*.
- Zadeh, L. A.** (1975). The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I. *Information Sciences*, 199-249.
- Dongrui, W.** (2010). A Brief Tutorial on Interval Type-2 Fuzzy Sets and Systems. Alındığı tarih: 27.04. 2014, adres: <https://sites.google.com/site/drwu09/publications/completepubs>

ÖZGEÇMİŞ



Ad Soyad: Mehmet Furkan Dodurka

Doğum Yeri ve Tarihi: Üsküdar 28.04.1986

Adres: Sinanpaşa Mah. Şair Veysi Sk. Yor Ap: No:21/1 Beşiktaş/İstanbul/Türkiye

E-Posta: dodurka12@hotmail.com

Lisans: İTÜ Kontrol Mühendisliği Bölümü 2012 Mezunu

Yayınlar:

Ulusal Konferans Yayınları :

- Yeşil E., **Dodurka F.**, Yükselen A., Kumbasar T., 2011. Kaskat Kontrol yapıları için Bulanık PID Kontrolör Tasarım Yöntemi, TOK'2011 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, İzmir.
- Yeşil E., **Dodurka F.**, Tufan K., 2012.pH Nötrleştirme Süreci için Kazanç Ayarlamalı PID Kontrolör Tasarımı ve Uygulaması, Türkiye Otomatik Kontrol Komitesi Ulusal Toplantısı – TOK'2012, Niğde, Türkiye

Uluslar Arası Konferans Yayınları:

- Yeşil E., **Dodurka F.**, 2013, Goal-Oriented Decision Support using Big Bang-Big Crunch Learning Based Fuzzy Cognitive Map: An ERP Management Case Study, FUZZ-IEEE 2013, Hyderabad , Hindistan
- Yeşil E., Öztürk C., **Dodurka F.**, Sakallı A., 2013, Fuzzy Cognitive Maps Learning Using Artificial Bee Colony Optimization, FUZZ-IEEE 2013, Hyderabad , Hindistan
- E. Yesil, **M. F. Dodurka**, A. Sakalli, C. Ozturk, C. Guzey , Self-tuning PI Controllers via Fuzzy Cognitive Maps, Artificial Intelligence Applications and Innovations, 567-576, 2013
- **M. F. Dodurka**, E. Yesil, C. Ozturk, A. Sakalli, C. Guzey , Concept by Concept Learning of Fuzzy Cognitive Maps, Artificial Intelligence Applications and Innovations, 577-586, 2013
- E. Yesil, C. Ozturk, **M.F. Dodurka**, A. Sahin, Control engineering education critical success factors modeling via Fuzzy Cognitive Maps, Information Technology Based Higher Education and Training (ITHET), 2013
- A.Sakallı, E. Yesil, C. Ozturk, **M.F. Dodurka** Heuristic bubble algorithm for a linehaul routing problem: An extension of a vehicle routing problem with pickup and delivery, Computational Intelligence and Informatics (CINTI) 2013 IEEE 14th International Symposium on, 435-439, 2013
- E. Yeşil, **M.F. Dodurka**, L. Urbas Triangular Fuzzy Number Representation of Relations in Fuzzy Cognitive Maps, IEEE WCCI 2014, Beijing, China
- **M. F. Dodurka**, T. Kumbasar, E. Yeşil, Boundary Function based Karnik- Mendel Type Reduction Method for Interval Type-2 Fuzzy PID Controllers, IEEE WCCI 2014, Beijing, China
- A.Sakallı , T. Kumbasar , E. Yeşil, **M.F. Dodurka**, The Simplest Interval Type-2 Fuzzy PID Controller: Structural Analysis, IEEE WCCI 2014, Beijing, China

Uluslar Arası Kitap Bölümü:

- Kaya M., Yeşil E., **Dodurka M.F.**, Sıradağ S., 2014. Fuzzy Forecast Combining for Apparel Demand Forecasting, Intelligent Fashion Forecasting Systems: Models and Applications (Eds. Choi, T.M., C.L. Hui, Y. Yu), Springer