

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**PERİDİNAMİK YAKLAŞIM İLE EŞ YÖNLÜ FİBER TAKVİYELİ KARMA
MALZEMELERİN MEKANİK DAVRANIŞLARININ İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Enes OCAK

Savunma Teknolojileri Anabilim Dalı

Savunma Teknolojileri Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Şafak YILMAZ

MAYIS 2025

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**PERİDİNAMİK YAKLAŞIM İLE EŞ YÖNLÜ FİBER TAKVİYELİ KARMA
MALZEMELERİN MEKANİK DAVRANIŞLARININ İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Enes OCAK
(514211035)**

Savunma Teknolojileri Anabilim Dalı

Savunma Teknolojileri Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Şafak YILMAZ

MAYIS 2025

ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL

**INVESTIGATION OF THE MECHANICAL BEHAVIOR OF
UNIDIRECTIONAL FIBER-REINFORCED COMPOSITES BY USING
PERIDYNAMIC APPROACH**

M.Sc. THESIS

**Enes OCAK
(514211035)**

Department of Defence Technologies

Defence Technologies Programme

Thesis Advisor: Prof. Dr. Şafak YILMAZ

MAY 2025

İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 514211035 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Enes OCAK, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “PERİDİNAMİK YAKLAŞIM İLE EŞ YÖNLÜ FİBER TAKVİYELİ KARMA MALZEMELERİN MEKANİK DAVRANIŞLARININ İNCELENMESİ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Şafak YILMAZ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Doç. Dr. Uğurcan EROĞLU**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Bora ŞENER
Yıldız Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : 4 Mayıs 2025
Savunma Tarihi : 15 Mayıs 2025



ÖNSÖZ

Tez çalışmalarıım süresince değerli tavsiyeleri ve bilgi birikimi ile bana yol gösteren, çalışmam boyunca desteklerini esirgemeyen sayın danışmanım Prof. Dr. Şafak YILMAZ’a en içten duygularımla teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca daima yanımda olan, zorluklar karşısında bana olan inançlarını kaybetmeyen ve bugünlere gelmemde çok büyük emekleri ve fedakarlıkları olan sevgili aileme çok teşekkür ederim.

Mayıs 2025

Enes Ocak
(Makina Mühendisi)



İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
SEMBOLLER	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xvii
ÖZET	xix
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	2
1.2 Literatür Araştırması	3
1.2.1 Yerel olmayan teoriler	5
2. PERİDİNAMİK TEORİ.....	11
2.1 Hareket Denklemleri ve Deformasyon.....	13
2.2 Bağ Bazlı Peridinamik Teori.....	15
2.3 Sıradan Durum Bazlı Peridinamik Teori.....	17
2.4 Sıra Dışı Durum Bazlı Peridinamik Teori.....	19
2.5 Hasar Tahmini	20
2.6 Adaptif Dinamik Gevşeme	24
2.7 Başlangıç ve Sınır Koşullarının Tanımlanması.....	27
2.8 Yüzey Düzeltme Faktörlerinin Hesaplanması.....	28
2.9 Hacim Düzeltme Uygulaması	35
3. MODELLEME.....	37
3.1 Peridinamik Modelde Malzeme Noktalarının Oluşturulması	37
3.1.1 Genel çözüm algoritması	40
3.1.2 Karma malzeme peridinamik RVE modellerinin oluşturulması	41
4. MODELLEME SONUÇLARI ve İRDELEME	49
4.1 %55 Fiber Hacim Oranlı Al Matris / Al ₂ O ₃ Fiber Karma Malzeme için Sonuçlar.....	49
4.2 %35 Fiber Hacim Oranlı Al Matris / Al ₂ O ₃ Fiber Karma Malzeme için Sonuçlar.....	51
4.3 %54 Fiber Hacim Oranlı Epoksi Matris / Cam Fiber Takviyeli Karma Malzeme için Sonuçlar.....	54
4.4 Eş yönlü Fiber Takviyeli Bir Karma Malzeme Elastik Modülü Hesaplamasında Geliştirilen Peridinamik Modelin Kullanılması	58
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	63
KAYNAKLAR	65
ÖZGEÇMİŞ.....	69



KISALTMALAR

PD	: Peridinamik
KSOM	: Klasik Sürekli Ortamlar Mekaniği
MMK	: Metal Matrisli Kompozit
LEKM	: Lineer Elastik Kırılma Mekaniği
SEM	: Sonlu Elemanlar Yöntemi
SDB	: Sıradan Durum Bazlı
RVE	: Representative Volume Element
YDF	: Yüzey Düzeltme Faktörü
BŞD	: Birim Şekil Değiştirme



SEMBOLLER

V	: Hacim
H	: Malzeme noktası ailesi
u	: Yer değiştirme vektörü
b(x,t)	: Gövde kuvvet yoğunluğu vektörü
δ	: Ufuk mesafesi
t	: Zaman
s	: Bağıl uzama (stretch)
w	: Mikropotansiyel
f	: Kuvvet yoğunluğu vektörü
A, B	: Mühendislik malzeme parametreleri
α	: Termal genleşme katsayısı
ρ	: Yoğunluk
s_c	: Kritik gerinim
G_c	: Kritik enerji salınım oranı
κ	: Hacim modülü
μ	: Kayma modülü
x_k	: k malzeme noktasının deformasyon öncesi konumu
y_k	: k malzeme noktasının deformasyon sonrası konumu
c	: Bağ sabiti
d	: Peridinamik malzeme parametresi
a	: Peridinamik malzeme parametresi
b	: Peridinamik malzeme parametresi
Λ	: Açısal düzeltme faktörü
θ	: Hacimsel genişleme
W	: Şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu
μ(x_j - x_k, t)	: Hasar fonksiyonu
D	: Hayali diyagonal yoğunluk matrisi
cⁿ	: n. adımdaki sönümleme katsayısı
λ_{ii}	: Yoğunluk matrisinin köşegen elemanları
K_{ij}	: Rijitlik matrisi

$\xi_{(i)(j)}$	: Deformasyon öncesi konum vektörü
${}^1K^n$	: Diyagonal yerel rijitlik matrisi
Δ	: Malzeme noktaları arası mesafe
ζ	: Yer değiştirme gradyanı
$D_{m(k)}$	: Hacim değişimi düzeltme katsayısı
$S_{m(k)}$	: Şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu düzeltme katsayısı
$g(d)$	: d parametresi düzeltme vektörü
$g(b)$	: b parametresi düzeltme vektörü
$\bar{g}_{(\beta)(k)(j)}$	: Yüzey düzeltme katsayıları ortalama vektörü
$G_{(\beta)(k)(j)}$	: Bağlı konumlara göre düzeltme katsayıları vektörü
v_c	: Hacim düzeltme katsayısı

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1	: Yerel ve yerel olmayan teoriler.	5
Şekil 2.1	: x_k ve x_j malzeme noktaları ve ailelerinin şematik gösterimi.	12
Şekil 2.2	: Peridinamik malzeme noktalarının kinematığı.	14
Şekil 2.3	: Üç farklı PD teori formülasyonu.	15
Şekil 2.4	: Bağ bazlı PD teori deformasyon ve kuvvet yoğunluk vektörleri.	16
Şekil 2.5	: SDB PD teori deformasyon ve kuvvet yoğunluk vektörleri.	18
Şekil 2.6	: SODB PD teori deformasyon ve kuvvet yoğunluk vektörleri.	20
Şekil 2.7	: Çatlak yüzeyi oluşumu.	21
Şekil 2.8	: Kuvvet yoğunluk vektörü-gerinim ilişkisi.	23
Şekil 2.9	: Başlangıç ve sınır koşullarının tanımlanması.	27
Şekil 2.10	: Serbest yüzeye yakın malzeme noktaları.	28
Şekil 2.11	: Tek eksenli basit uzama uygulaması.	29
Şekil 2.12	: Basit kesme yüklemesi.	31
Şekil 2.13	: Elipsoit üzerinde yüzey düzeltme faktörleri yönlenmesi.	32
Şekil 2.14	: $x_{(k)}$ ve $x_{(j)}$ malzeme noktaları arasındaki PD etkileşim.	33
Şekil 2.15	: Ortalama değerler ile YDF'lerin elipsoit üzerinde gösterimi.	34
Şekil 2.16	: Malzeme noktaları için hacim düzeltme işlemi.	36
Şekil 3.1	: Malzeme noktaları.	38
Şekil 3.2	: Malzeme noktaları arasındaki bağlar.	40
Şekil 3.3	: Al matris / Al_2O_3 fiber %55 hacim oranlı RVE modeli.	43
Şekil 3.4	: Al matris / Al_2O_3 fiber %35 hacim oranlı RVE modeli.	44
Şekil 3.5	: Epoksi matris / Cam fiber %54 hacim oranlı RVE modeli.	45
Şekil 3.6	: İki farklı faz içerisindeki malzeme noktalarının etkileşimi.	46
Şekil 4.1	: Matris ve fiber fazı içerisinde genleme değerlerine göre.	50
	maksimum yer değiştirme davranışı	
Şekil 4.2	: Karma malzeme iç yapısına ait modelde matris ve fiber fazda.	51
	oluşan en büyük yer değiştirmelerin konumları	
Şekil 4.3	: Matris ve fiber fazı içerisinde genleme değerlerine göre.	52
	maksimum yer değiştirme davranışı	
Şekil 4.4	: Karma malzeme iç yapısına ait modelde matris ve fiber fazda.	53
	oluşan en büyük yer değiştirmelerin konumları	
Şekil 4.5	: Matris ve fiber fazı içerisinde genleme değerlerine göre.	55
	maksimum yer değiştirme davranışı	
Şekil 4.6	: Karma malzeme iç yapısına ait modelde matris ve fiber fazda.	55
	oluşan en büyük yer değiştirmelerin konumları	
Şekil 4.7	: %55 fiber hacim oranına sahip karma malzeme iç yapısına ait.	57
	yerel fiber hacim oranları	
Şekil 4.8	: %35 fiber hacim oranına sahip karma malzeme iç yapısına ait.	57
	yerel fiber hacim oranları	
Şekil 4.9	: %54 fiber hacim oranına sahip karma malzeme iç yapısına ait.	58
	yerel fiber hacim oranları	

Şekil 4.10	: Epoksi matris/Cam fiber %20 hacim oranlı RVE modeli.....	59
Şekil 4.11	: Matris ve fiber fazı içerisinde genleme değerlerine göre..... maksimum yer değiştirme davranışı	60
Şekil 4.12	: Karma malzeme iç yapısına ait modelde matris ve fiber fazda..... oluşan en büyük yer değiştirmelerin konumları	60
Şekil 4.13	: %20 fiber hacim oranına sahip karma malzeme iç yapısına ait..... yerel fiber hacim oranları	61



ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1 : Kompozit malzemelerin deneysel verileri.....	42
Çizelge 4.1 : Elde edilen elastik modüller ve deneysel veri,.....	50
Jansson (1991)	
Çizelge 4.2 : Elde edilen elastik modüller ve deneysel veri,.....	52
Guden ve Hall (2000)	
Çizelge 4.3 : Elde edilen elastik modüller ve deneysel veri,.....	54
Riano vd. (2016)	
Çizelge 4.4 : Elde edilen elastik modüller.....	59



PERİDİNAMİK YAKLAŞIM İLE EŞ YÖNLÜ FİBER TAKVİYELİ KARMA MALZEMELERİN MEKANİK DAVRANIŞLARININ İNCELENMESİ

ÖZET

Bu çalışmada, peridinamik teori kullanılarak tek yönlü fiber takviyeli karma malzemelerin (kompozitlerin) enine (transverse) yükleme koşulları altındaki mekanik davranışları analiz edilmiştir. Peridinamik teori, klasik sürekli ortam mekaniğindeki eksiklikleri gidermek üzere geliştirilmiş, süreksizlikleri ve çatlak ilerlemelerini doğrudan modelleyebilen, integral tabanlı bir yaklaşımdır. Klasik sürekli ortamlar mekaniği teorisinde türev tabanlı denklemler süreksizliklerde tanımsız hale gelirken, peridinamik teori, türevler yerine malzeme noktaları arasındaki uzaklık ve kuvvet etkileşimlerini modellemek için uzamsal integraller kullanır. Bu özellik, çatlakların başlangıç noktalarının ve rastgele yollar boyunca ilerlemelerinin modellenmesini mümkün kılar. Özellikle kompozit malzemeler gibi karmaşık yapılarda, peridinamik teori güvenilir ve kapsamlı sonuçlar sağlayabilen güçlü bir yöntemdir.

Karma malzemeler, iki veya daha fazla farklı malzeme bileşeninin birleştirilmesiyle elde edilen üstün mekanik özelliklere sahip malzeme sistemleridir. Genellikle havacılık, otomotiv ve inşaat gibi mühendislik uygulamalarında geniş yer bulur. Metal matrisli karma malzemeler, yüksek özgül mukavemet, sertlik, aşınma direnci ve ısıl kararlılık gibi özellikleri bakımından üstünlük sunar. Metal matris olarak alüminyum gibi hafif metaller tercih edilirken, takviye elemanları sürekli elyaf, kıymık (whisker) ve parçacık gibi farklı geometrilerde olabilmektedir. Öte yandan, epoksi matrisli kompozitler ise, hafiflik ve yüksek mukavemet kombinasyonu sunarak birçok alanda yaygın olarak kullanılmaktadır. Epoksi matrislerin esnekliği, kullanılan elyafın mukavemetiyle birleşerek üstün mekanik performans sağlar.

Sunulan tez çalışmasında MATLAB yazılımı üzerinden iki boyutlu peridinamik modeller geliştirilmiştir. Temsili hacim elemanı yöntemiyle (RVE) geliştirilen peridinamik modellerde, karma malzeme içyapı geometrisi rastgele dağılmış lifler olarak modellenmiş ve matris/takviye arabağı mükemmel bağı olarak ele alınmıştır. Peridinamik yönteme ait bağı rijitliği tanımlamaları için dört farklı yaklaşım kullanılmıştır. Bu doğrultuda, peridinamik hesaplama modelinin doğruluğu literatürde bulunan metal matrisli ve epoksi matrisli olmak üzere iki farklı tip kompozit malzemeye ait deney sonuçlarıyla sınanmıştır. Metal matrisli karma malzeme olarak, iki farklı hacim oranına sahip eş yönlü uzun Al_2O_3 lifler içeren alüminyum matrisin davranışına ait literatürde verilen deney sonuçları ele alınmıştır. Polimer matrisli kompozit olarak ise, cam elyaf takviyeli epoksi matrise ait literatürde verilen deney sonuçları ele alınmıştır. Peridinamik model doğrulandıktan sonra eş yönlü elyaf takviyeli karma malzemelerin enine yöndeki mekanik davranışı, farklı fiber/matris mekanik özellikleri ve farklı hacim oranı için elde edilmiştir. Geliştirilen model ile malzeme içerisindeki lokal yer değiştirme davranışları da detaylı olarak incelenmiştir. Özellikle malzeme içerisindeki farklı bölgelerde ortaya çıkan yer değiştirme

dağılımları analiz edilerek, hangi noktaların yük altında nasıl davrandığı ve bu davranışların yapısal özellikler ve yükleme koşulları ile olan ilişkisi değerlendirilmiştir. En yüksek yer değiştirme değerini gösteren malzeme noktaları, kompozit sisteminin genel deformasyon tepkisi ile ilişkilendirilmiş ve yorumlanmıştır.

Sonuç olarak, sunulan tez çalışması peridinamik teorisinin karma malzemelerin elastik deformasyon mekanizmalarını modelleme konusundaki yetkinliğini ortaya koymaktadır. Önerilen model, yalnızca mevcut deneysel sonuçlarla uyum sağlamakla kalmamış, aynı zamanda farklı malzeme parametreleri ve yükleme koşulları altında güvenilir bir analiz aracı olarak kullanılabileceği gösterilmiştir. Ayrıca, tez çalışması literatürde bu konuya ilişkin sınırlı sayıdaki çalışmalara katkı sağlanmıştır. Peridinamik teorisinin karma malzemeler gibi modellenmesi kolay olmayan yapıların mekanik davranışlarının incelenmesindeki kullanışlılığı da sunulan tez çalışmasıyla vurgulanmaktadır.

Diğer yöntemlerle modellenmesi ve hesaplanması daha zor olan, karma malzeme içyapısında yüklemeye bağlı olarak meydana gelebilen hasarların oluşumuna ve gelişimine ait incelemelere yönelik olarak sunulan tez çalışmasıyla geliştirilen peridinamik modelleme algoritması gelecekteki çalışmalarda kullanılabilecektir.

INVESTIGATION OF THE MECHANICAL BEHAVIOR OF UNIDIRECTIONAL FIBER-REINFORCED COMPOSITES BY USING PERIDYNAMIC APPROACH

SUMMARY

This study investigates the mechanical behavior of unidirectional fiber-reinforced composite materials under transverse loading conditions using Peridynamic theory. Peridynamic theory has emerged as a revolutionary framework in material mechanics, providing a robust alternative to classical continuum mechanics. Classical mechanics, although highly effective in many engineering applications, struggles with problems involving discontinuities such as cracks. Its reliance on partial differential equations causes inherent limitations at points of singularity, where these governing equations become undefined. Peridynamic theory overcomes this limitation by utilizing spatial integral equations to model nonlocal interactions between material points. This approach naturally handles crack initiation and propagation without requiring predefined paths or additional assumptions. Consequently, peridynamic theory has become a powerful tool for analyzing advanced material systems, particularly composites, which exhibit highly anisotropic and complex behaviors.

Composite materials are engineered systems that combine two or more distinct material phases to achieve superior mechanical, thermal, and chemical properties compared to their individual components. These materials have become indispensable in modern industries such as aerospace, automotive and construction, where lightweight and high-strength materials are critical. Among composites, metal matrix composites (MMCs) and epoxy matrix composites are widely used due to their unique benefits. MMCs, composed of lightweight metals like aluminum reinforced with high strength fibers, whiskers or particulates. These materials are frequently employed in high performance applications, including aerospace structures and automotive components. Additionally, epoxy matrix composites, consisting of glass fibers embedded within a flexible epoxy matrix, are valued for their excellent strength-to-weight ratio and adaptability. However, the inherent anisotropy and heterogeneity of these materials present significant challenges for traditional modeling approaches, necessitating advanced methods like peridynamic theory.

In this study, three different composite material configurations were analyzed to evaluate their mechanical performance under elastic transverse loading conditions. These include two metal matrix composites with aluminum matrices reinforced by Al_2O_3 fibers at two different volume fractions, and an epoxy matrix composite reinforced by glass fibers. The analyses were conducted using two-dimensional peridynamics RVE models developed in MATLAB software, employing ordinary-state based formulations to capture material behavior accurately. In the developed peridynamic models, the composite material's microstructure is modeled as randomly distributed fibers, and the matrix/reinforcement interface is assumed to be perfectly bonded. The peridynamic models were first validated against existing experimental

data for regarding composite materials, ensuring their reliability. Validation involved a detailed comparison of numerical predictions with experimental results under various loading scenarios, including tensile and compressive conditions. In addition, the developed model enables a detailed investigation of the local displacement behaviors within the material. Specifically, the displacement distributions emerging in different regions of the material were analyzed, and the relationship between the behavior of specific points under loading and the structural properties and loading conditions was explained. Furthermore, the displacement differences between the fiber and matrix phases within the composite material were comprehensively modeled. The material points exhibiting the highest displacement values were correlated with and interpreted in relation to the overall deformation response of the composite system. These comparisons demonstrated that proposed peridynamics models effectively replicate the mechanical responses of the studied composites, highlighting their robustness and accuracy in capturing complex behaviors. The validation results further affirm that peridynamic theory is particularly well suited for modeling materials with highly directional properties, such as fiber reinforced composites.

A key aspect of this study involved implementing the peridynamic modeling MATLAB to accurately simulate heterogeneous materials and their interfaces. Material points were discretized in a two-dimensional domain, with each point representing a small volume of material. Specialized bonds have been defined for the interface between different material phases, such as fibers and the matrix, to reflect the mechanical behavior at these transition zones. These bonds were assigned properties like stiffness, critical stretch, and energy release rates, enabling the realistic simulation of interfacial mechanics. To accurately define the interaction between fiber and matrix phases, four different approaches were used to assign bond stiffness values depending on the local phase composition within the peridynamic horizon. These methods included both globally defined constants and locally varying values computed from fiber volume fractions around each material point. By applying these definitions, the interface bonds were able to more realistically capture the mechanical contrast between different phases. This flexible framework enabled a physically meaningful representation of interfacial properties, particularly in heterogeneous microstructures with varying fiber distributions. The results obtained from these four approaches were analyzed and compared, providing insights into how different bond definition influence the deformation behaviour of composite materials. The Adaptive Dynamic Relaxation (ADR) technique was employed to enhance the stability and efficiency of the simulation. This iterative method was integrated to MATLAB implementation to achieve convergence in the peridynamics equations of motion. The simulation setup also accounted for the horizon parameter, ensuring that each material point interacted with all other points within a finite radius, including those across the interface. This comprehensive approach allowed for a detailed representation of load transfer at the interface under transverse loading conditions.

Beyond validation, the study extended the peridynamic models to conduct detailed parametric investigations. These investigations explored the effects of varying volume fractions, fiber distribution and transverse loading conditions on the mechanical behavior of the composites. Transverse deformation was a particular focus, as it is critical for understanding the anisotropic behavior of fiber-reinforced composite materials. The parametric studies provided valuable insights into the relationship between material microstructure, volume fraction, and mechanical performance, revealing how these factors influence deformation mechanisms under transverse

loading condition. Furthermore, the study examined the role of fiber-matrix interactions and their contribution to overall mechanical stability. The outcomes of these investigations not only enhance our understanding of composite behavior but also provide practical guidance for optimizing material design and tailoring properties for specific applications.

In conclusion, this research demonstrates the capability of peridynamics theory in modeling unidirectional fiber-reinforced composites. The validated models accurately represent experimental observations and offer a reliable framework for exploring different material parameters and loading conditions. The findings highlight the versatility of peridynamic as a modern tool for analyzing complex structures, particularly in understanding transverse elastic deformation in anisotropic materials such as composites. The results of this study not only validate the applicability of peridynamics to fiber-reinforced composites but also establish it as a framework that can be extended to other material systems. Future works could explore multilayered or hybrid composites under varying environmental and dynamic conditions, further extending the scope of this powerful theory. By bridging gaps in existing modeling techniques and enhancing accuracy and efficiency, peridynamics theory has the potential to revolutionize the field of composite materials analysis, making it a vital tool in engineering design and material development.

1. GİRİŞ

Mühendislik uygulamalarında malzeme davranışını öncede tahmin etmek hayati önem taşır. Malzemelerde oluşabilecek kırılma, deformasyon, çatlak oluşumu ve ilerlemesi gibi olguları anlayabilmek adına çalışmalar yapılmıştır ve yapılmaya devam etmektedir. Havacılık, otomotiv, imalat gibi sanayilerde zaman ve maliyet çok önemlidir. Zamanı ve maliyetleri etkili olarak kontrol altında tutabilmek adına mühendislik malzemeleri üzerinde çeşitli analizler ve testler yapılmaktadır. Ayrıca sürekli gelişen teknoloji ile birlikte yenilikçi yöntemlere de ilgi duyulmaktadır.

Analizlerde ve testlerde kullanılan, mühendislerin çoğunluğunun aşına olduğu klasik sürekli ortamlar mekaniği (KSOM) teorisi malzeme davranışlarının modellenmesinde güçlü bir yaklaşım sunarken süreksizlikler ve çatlaklar gibi bulunması muhtemel durumlarda yetersiz kalabilmektedir. Bu yetersizlik, klasik teorisinin kısmi diferansiyel denklemlere dayanmasından kaynaklanmaktadır, çünkü bu denklemler süreksizlik bölgelerde tanımsız (singular) hale gelir ve doğru çözüm yapabilmek adına ek kriterler kullanılması şartını koşar. Bu problemleri çözmek amacıyla, daha esnek ve genel bir çerçeve sunan “Peridinamik Teori” (PD), Silling tarafından 2000 yılında geliştirilmiştir.

Peridinamik teori, klasik sürekli ortamlar mekaniğinden farklı olarak, yerel etkileşimlere değil, malzeme noktaları arasındaki mesafeye bağlı yerel olmayan etkileşimlere odaklanır. PD teorisi, KSOM’da kullanılan kısmi diferansiyel denklemler yerine integral ifadeleri kullanarak süreksizlikleri ve çatlak ilerlemesini doğal bir şekilde modelleme yeteneği sunar. Özellikle, çatlakların başlangıç noktalarının ve ilerleme yollarının önceden tanımlanmasına gerek kalmadan, doğası gereği çatlamanın kendiliğinden oluşmasını modelleyerek, malzemelerin hasar davranışının daha gerçekçi bir şekilde analiz edilmesine olanak tanır.

Peridinamik teori, yalnızca çatlakların veya süreksizliklerin modellenmesiyle sınırlı olmayıp, aynı zamanda anizotropik, heterojen ve viskoplastik malzemeler gibi karmaşık içyapıların anlaşılabilmesinde de etkili bir araçtır. Günümüzde, havacılık,

otomotiv, inşaat ve enerji sektörlerinde geniş bir uygulama alanı bulan bu teori mühendislik problemlerinin çözümünde önemli bir potansiyele sahiptir.

Karmaşık içyapılı malzemelerden bir tanesi de metal matrisli kompozit (MMK) malzemelerdir. Metal matrisli kompozit malzemeler, metal bir ana bileşen malzemenin içerisinde seramik, karbür veya başka bir tür takviye fazının kıymık (whisker), fiber ve parçacık (partikül) formunda ilave edilmesiyle oluşturulan, yüksek dayanım, düşük ağırlık gibi avantajlı özelliklere sahip malzemelerdir. Ancak MMK malzemeler, matris ve takviye fazı arasındaki karmaşık mekanik etkileşimler nedeniyle modellenmesi güç bir yapıya sahiptir. Peridinamik teori, MMK malzemelerin mikro ve makro düzeydeki davranışlarını anlama ve hasar mekanizmalarını inceleme konusunda da güçlü bir alternatif olarak ortaya çıkar. Metal matrisli kompozit malzeme modelleme konusundaki en zorlayıcı konulardan biri, matris ve takviye malzemesi arasındaki bağın kırılma mekanizmalarının anlaşılmasıdır. Takviye fazının boyutu, miktarı, şekli ve dağılımı malzemenin genel performansını etkilemektedir. Mikro çatlakların başlangıcı ve ilerlemesi bu etkileşimlere bağlı olarak farklı yollar izleyebilir. Geleneksel yöntemler, bu tür detaylı ve karmaşık analizlerde kalmakta, doğru sonuçları elde edebilmek için daha fazla iş yüküne sebep olmaktadır. Bu bağlamda, PD teori mikro düzeydeki kuvvet etkileşimlerini modelleme ve bu etkileşimlerin servis koşullarında veya zamanla nasıl davrandığını analiz etme kabiliyetine sahiptir.

Sunulan tez çalışmasında, metal matrisli kompozit malzemelerin mekanik davranışlarının peridinamik modelle analizi ele alınmıştır. Yaklaşımın metal matrisli kompozit malzemelerin mikro yapısından kaynaklanan özel durumlara nasıl çözüm getirebileceği incelenmiştir. Bu doğrultuda, metal matrisli kompozit malzemelerde elastik şekil değişimi incelenmiştir.

1.1 Tezin Amacı

Sunulan tez çalışmasının amacı, Peridinamik teori kullanılarak eş yönlü fiber takviyeli kompozit malzemelerin enine yükleme koşulları altındaki mekanik davranışlarının detaylı bir şekilde incelenmesidir. Çalışma kapsamında, metal ve epoksi matrisli kompozit malzemeler üzerinde geliştirilen peridinamik model sonuçlarının geçerliliği

literatürdeki deneysel sonuçlarla doğrulanmış ve bu modellerin karma malzemelerin deformasyon mekanizmalarını modellemedeki yetkinliğini ortaya konmuştur.

Ayrıca farklı fiber/matris mekanik özellikleri ve hacim oranları dikkate alınarak enine yükleme altındaki mekanik davranışlarının analizi yapılmıştır. Bu kapsamda, yükleme koşullarına bağlı olarak karma malzemelerde meydana gelen hasar oluşumunun anlaşılması hedeflenmiştir. Çalışmanın bir diğer amacı, peridinamik teorisinin literatürde sınırlı sayıda çalışılmış olan karma malzemelerin mekanik davranışlarını modellemedeki kullanışlılığını vurgulamak ve bu alandaki bilgi birikimine katkı sağlamaktır.

Sunulan tez çalışması ile, farklı malzeme parametreleri ve yükleme koşulları altında güvenilir analizler yapılabilecek bir peridinamik modelleme algoritması geliştirilmiş ve gelecekteki çalışmalarda bu modelin kullanım potansiyeli gösterilmiştir.

1.2 Literatür Araştırması

Klasik teorisinin temel varsayımlarından biri yerellik (locality) ilkesidir. Klasik sürekli ortam teorisi, bir malzeme noktasının yalnızca en yakın komşuları ile etkileşimde bulunduğunu varsayar ve dolayısıyla yerel teori olarak kabul edilir. Malzeme noktalarının etkileşimleri çeşitli denge yasaları ile yönetilir. Bu nedenle, yerel bir modelde bir malzeme noktası yalnızca çevresindeki en yakın komşu malzeme noktaları ile kütle, momentum ve enerji alışverişinde bulunur. Öte yandan klasik mekaniğe göre bir noktadaki gerilme durumu yalnızca o noktadaki şekil değişimine bağlıdır. KSOM'un bu varsayımın geçerliliğinin farklı uzunluk ölçeklerinde sorgulanabilir olduğu aşikardır. Genel olarak makro ölçekte bu varsayım kabul edilebilir. Oysa, atomik teori uzak komşu atomlar arasında da etkileşimin olduğunu açıkça ortaya koyar ve bu nedenle geometrik uzunluk ölçeği küçüldükçe (atomik ölçeğe yaklaştıkça) yerel etkileşim varsayımı geçerliliğini yitirir.

Malzemelerde çatlak oluşumunu ve büyümesini öngörmek için birçok önemli kavram geliştirilmiş olmasına rağmen, KSOM çerçevesinde bir çözüm bulmada hala büyük zorlukla karşılaşılmaktadır. Temel zorluk, bir cismin şekil değişimine uğrarken sürekli durumda kaldığını varsayan matematiksel formülasyonda yatmaktadır. Matematiksel olarak, klasik teori uzamsal kısmi diferansiyel denklemler kullanarak formüle edilir ve bu kısmi türev ifadeleri süreksizliklerde tanımsız hale gelir. Bu durum, çatlak gibi

süreksizliklerin varlığı nedeniyle klasik teorinin doğası gereği bir sınırlama meydana getirir.

Klasik sürekli ortam mekaniği çerçevesindeki çözümlemeler, Griffith (1921) tarafından yapılan çalışmalar sonucunda ortaya konulan Lineer Elastik Kırılma Mekaniğinde (LEKM) olduğu gibi çatlak uçlarındaki sonsuz (tekil) gerilmelerle sonuçlanır. LEKM kapsamında, malzemede önceden var olan bir çatlak gereklidir ve çatlak uçlarındaki gerilmeler matematiksel olarak tekildir. Bu nedenle, çatlak oluşumunun ve çatlak büyümesinin başlangıcı, klasik sürekli ortamlar mekaniğinin bir parçası olmayan kritik enerji salınım oranı gibi ek kriterler kullanılarak ayrı ayrı ele alınır.

Tekil gerilmelerin varlığı nedeniyle, gerilme yoğunluk faktörünün veya enerji salınım oranının doğru bir şekilde hesaplanması oldukça zordur. Çünkü bu değerler yükleme durumuna, geometriye ve sayısal çözüm yöntemine bağlıdır. Çatlak büyümesinin başlangıcı için ilave kriter gerekliliğine ek olarak, çatlak ilerleme ve yayılma yönü için de ilave bir kritere ihtiyaç vardır. Malzeme hasar davranışını anlamak ve tahmin etmek, tane sınırları, dislokasyonlar, mikro çatlaklar, anizotropi gibi mekanizmalarla ilişkilendirilen karmaşıklık sebebiyle oldukça zordur. Bu mekanizmaların her biri, belirli bir uzunluk ölçeğinde önemli bir rol oynamaktadır.

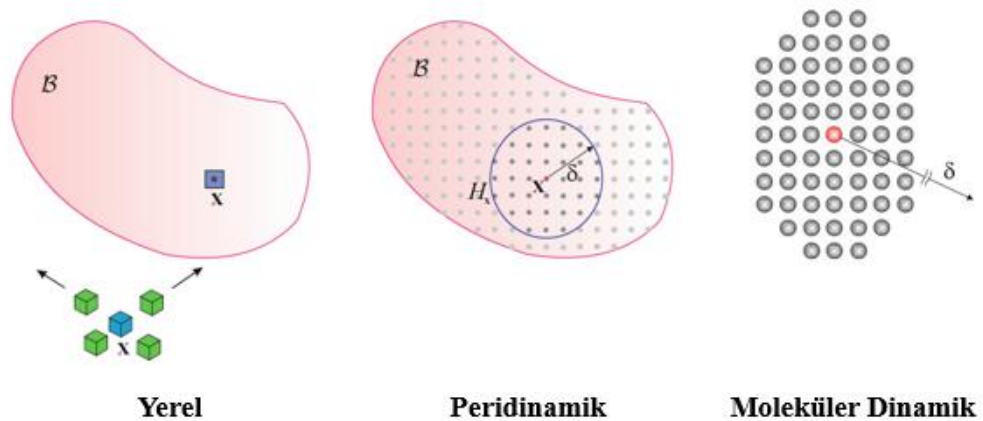
KSOM teorisi, farklı karakteristik uzunluk ölçeklerini ayırt ederek hesaba katmamasına rağmen, belirli hasar oluşumlarını yakalayabilir. Özellikler sonlu elemanlar yöntemi (SEM) kullanılarak çok çeşitli mühendislik problemlerine de uygulanabilir. SEM, özellikle gerilme alanlarını tespit etmede etkili bir yöntemdir ve karmaşık geometriye ve homojen olmayan farklı malzeme özelliklerine sahip yapılar için genel yükleme koşulları altında oldukça uygundur. Bununla birlikte SEM, klasik sürekli ortam mekaniği teorisinin önerdiği denklemleri kullandığından çatlak uçlarında veya çatlak yüzeyleri boyunca kısmi türevlerin tanımsız olduğu durumlarla karşılaştığında zorlanmaktadır.

LEKM sonlu elemanlar yöntemine adapte edildiğinde, çatlak uçlarındaki malzeme davranışını doğru bir şekilde yakalamak için özel elemanlar gerekir. Sonlu elemanlar yönteminde, çatlak ilerledikçe yer değiştirme alanındaki süreksizlik, çatlağın bir sınır olarak ele alınması gibi yöntemlerle üzerinde çalışılan cismin yeniden tanımlanmasıyla düzeltilebilir.

Kırılma mekaniği alanı, temel olarak yeni çatlak oluşumunun aksine bir cismin içindeki önceden var olan çatlakların davranışıyla ilgilenir. Çatlak ilerlemesi ele alındığında, klasik teoriyi temel alan SEM, her aşamadaki çatlak ilerlemesinden sonra yeniden eleman örgüsü (mesh) oluşturulmasını gerektirir. Buna ek olarak, mevcut kırılma modelleri, çatlak büyümesi için bir kinetik ilişki sağlama ihtiyacından da etkilenir. Bu ilişki, yerel koşullara dayalı olarak çatlak nasıl geliştiğini önceden belirleyen matematiksel bir ifadedir. Deneysel kırılma verilerini elde etmenin ve genelleştirmenin zorluğu göz önüne alındığında, çatlak büyümesi için böyle bir kinetik ilişki sağlanması kırılmanın klasik yöntemlerle modellenmesine büyük bir engel teşkil etmektedir. Çatlak ucundaki tekillik, ek kriterlere olan ihtiyaç, çatlak başlangıcını ele alamama ve cisim geometrisinin yeniden tanımlanma (remesh) gerekliliği göz önüne alındığında, birden fazla etkileşimin tesirindeki çatlak karmaşık bir şekilde ilerlediği problemi geleneksel sonlu elemanlar yöntemiyle çözmek pek mümkün olmamaktadır.

1.2.1 Yerel olmayan teoriler

Yerel olmayan sürekli ortam teorisi, klasik sürekli ortam mekaniği ile moleküler dinamik teorisi arasındaki bağlantıyı kurar. Klasik sürekli ortam modelinde, bir malzeme noktasının durumu, yalnızca yakın çevresindeki malzeme noktaları tarafından etkilenir. Yerel olmayan sürekli ortam modelinde ise, bir malzeme noktasının durumu, sınırlı bir yarıçap içinde bulunan malzeme noktalarından etkilenir. Yarıçap sonsuz büyük hale geldiğinde, yerel olmayan sürekli ortam teorisi moleküler dinamik modelinin sürekli bir çeşidi haline gelir. Bahsedilen üç farklı model arasındaki ilişki Şekil 1.1’de görülebilir.



Şekil 1.1 : Yerel ve yerel olmayan teoriler.

Geçmişte, daha yüksek dereceli yer değıştirme gradyanları ve uzamsal integralleri içeren çeşitli yerel olmayan teoriler tanıtılmıştır. Eringen ve Edelen (1972) ile Eringen (1972a,b) tarafında yapılan çalışmaları, denge yasaları ve termodinamik ifadelerde yerel olmama durumunu dikkate alan bir yerel olmayan sürekli ortam teorisiyle sonuçlanmıştır. Ancak, ortaya çıkan denklemler oldukça karmaşık hale gelmiştir. Bu araştırmacıların daha sonraki çalışmaları, denge ve kinematik denklemleri yerel formda tutarken, yerel olmama durumunu malzeme bağıntısı içinde dikkate alarak teoriyi sadeleştirmiştir (Eringen vd. 1977).

Yerel olmayan sürekli ortam teorisi, yalnızca makro ölçekli etkileri değil, aynı zamanda moleküler ve atomik ölçeklerin etkilerini de tespit edebilmesiyle dikkat çekmiştir. Eringen (1972b), yerel olmayan bir modelin geniş bir dalga boyu aralığını tahmin edebileceğini göstermiştir. Yerel olmayan teori, ortamı hala bir sürekli ortam olarak varsayar, ancak uzun mesafeli etkileri hesaba katarken moleküler dinamiğe kıyasla hesaplama açısından daha az maliyetlidir.

Bazant ve Jirasek (2002)'e göre, sürekli ortam mekaniğinde yerel olmayan bir yaklaşımı benimsemenin gerekli olduğu birçok durum vardır. Bu tür durumlar arasında, küçük ölçekli sürekli ortam modellerinde mikroyapının heterojenliğine ait etkilerin hesaba katılması yer alır. Ayrıca, deneylerde ve ayrıklaştırılmış modellemede gözlemlenen, ancak yerel modeller tarafından yakalanamayan, cisimin boyutuna bağlı mekanik özellikler üzerindeki boyut etkilerini yakalayabilmek için de yerel olmayan teori gereklidir.

Yerel olmama durumu, mikro çatlak olgusunda de kendini gösterir. Deneysel olarak gözlemlenebilen iç yapıda dağılmış yerel mikro çatlakların yerel modellerle nümerik olarak simüle edilmesi zordur ve hatta neredeyse imkansızdır. Bunun sebebi yerel modellerde mikro çatlak büyümesinin yalnızca yerel deformasyon veya yerel gerilme ile belirlenmemesidir. Sonuçlar, mikro çatlağın yalnızca merkezindeki deformasyona değil, aynı zamanda mikro çatlak çevresinde meydana gelen deformasyona da bağlı olduğunu göstermektedir (Bazant, 1991).

Yerel olmayan teori, çatlak büyümesinin tahmin edilebilmesi için de genişletilmiştir. Eringen ve Kim (1974a,b), teorinin yerel olmayan doğası nedeniyle, klasik sürekli ortam teorisinin öngördüğünün aksine, çatlak ucunun önündeki gerilme alanının asimptotik olarak sınırlı olduğunu, yani çatlak ucuna yaklaştıkça sonsuz değil, sınırlı

bir değere yaklaştığını göstermiştir. Ayrıca, Eringen ve Kim (1974a), atomik bağları bir arada tutan kohezyon gerilmesi ile maksimum gerilme değerini eşitleyerek doğal bir kırılma kriteri önermiştir. Bu kriter, süreksizlikleri ayırt etmeksizin sürekli ortamın her yerinde uygulanabilir. Yerel olmayan sürekli ortam teorileri, çatlak uçlarında sonlu gerilmelerle sonuçlanmasına rağmen, yer değiştirme alanının kısmi türevleri formülasyon korunmaktadır.

Daha sonra, Eringen vd. (1977) yerel olmayan teorilerini Griffith çatlağının modellemesine uygulamışlardır. Yerel olmayan sürekli ortam teorisinin, kırılma alanında yerel teoriye göre sağladığı avantaj, yerel olmayan modelin çatlak ucunda fiziksel olarak anlamlı, sonlu bir gerilme alanı öngörmesiyle açıkça görülmektedir. Çatlak ucunda sonsuz gerilmeler öngören yerel teorideki bu durum fiziksel olarak gerçekçi değildir, çünkü hiçbir gerçek malzeme sonsuz gerilmeleri taşıyamaz. Ari ve Eringen (1983) ayrıca, yerel olmayan elastisite kullanılarak yapılan Griffith çatlağı analiz sonuçlarının, Elliot (1947) tarafından ortaya konulan kafes modeliyle uyumlu olduğunu göstermiştir. Buna rağmen, modellerinin denklemleri uzamsal türevler kullanılarak formüle edildiğinden dolayı, bu türevler çatlaklarda anlamını yitirmektedir. Aslında, çoğu yerel olmayan model, çatlak gibi bir süreksizlik durumunda hala tam olarak başarılı sayılmamaktadır. Çünkü klasik yerel teoride olduğu gibi uzamsal türevler bu modellerinde formülasyonlarında yer almaktadır. Genellikle yerel olmayan modeller, gerilme-şekil değiştirme ilişkisine yerel olmama durumunu iki şekilde dahil etmiştir; birim şekil değiştirme ortalaması yoluyla (Eringen vd. 1977) veya standart malzeme bağıntısına birim şekil değiştirme türevlerini ekleyerek (Ozbolt ve Bazant, 1996).

Kunin (1982,1983) ve Rogula (1982) tarafından tanıtılan başka bir yerel olmayan teori türü, yer değiştirme türevleri yerine yer değiştirme alanlarını kullanarak bu zorluğu aşar. Ancak, Kunin (1982) ve Rogula (1982) tarafından yalnızca tek boyutlu bir ortam için geliştirilmiştir. Kunin (1983), sürekli bir ortamı ayrıklaştırılmış bir kafes yapısı yaklaşımı yaparak üç boyutlu bir yerel olmayan model türetmiştir. Daha yakın zamanda, Silling (2000) uzamsal türevler gerektirmeyen bir yerel teori -Peridinamik Teori- önermiştir. Kunin (1982) ve Rogula (1982) tarafından önerilen önceki yerel olmayan teoriyle karşılaştırıldığında, peridinamik teori daha geneldir. Çünkü bir boyutlu ortamın yanısıra iki ve üç boyutlu ortamları da dikkate alır. Kunin (1983)'ün yerel olmayan teorisinin aksine PD teori, yer değiştirmelerle ilgili olarak doğrusal

olmayan malzeme cevabı sağlar. Ayrıca, PD teorisinde malzeme cevabı hasarı da barındırır.

Silling (2000) tarafından ortaya konulan ve daha sonra “bağ bazlı peridinamik teori” olarak adlandırılan orijinal peridinamik formülasyon, eş büyüklükte ikili etkileşimler varsayımına dayanır. Bu durum, izotropik malzemeler için Poisson oranının $\frac{1}{4}$ olması gerekliliği gibi malzeme özelliklerine bir kısıtlama getirir. Ayrıca şekil değişimi ve hacimsel türdeki deformasyonları birbirinden ayırt etmez. Bu nedenle, plastik sıkıştırılamazlık koşulunu yakalamak veya mevcut malzeme modellerini kullanmak için tam olarak uygun değildir.

Malzeme özellikleri üzerindeki kısıtlamaları aşabilmek amacıyla, Gerstle vd. (2007), bağ bazlı peridinamik teorisindeki kuvvetlerin yanısıra ikili momentleri de dikkate alarak bir “mikropolar peridinamik model” tanıtmışlardır. Bu formülasyon, izotropik malzemeler için kısıtlamaları ortadan kaldırırsa da sıkıştırılamazlık koşulunu yakalayıp yakalayamayacağı net değildir. Bu nedenle, Silling vd. (2007) bağ bazlı peridinamik teorisinin sınırlamalarını ortadan kaldıran “durum bazlı” peridinamik teori olarak adlandırılan daha genel bir formülasyon tanıtmışlardır. Durum bazlı PD teorisi, peridinamik etkileşimlerle ilgili bilgileri içeren sonsuz boyutlu diziler kavramına dayanmaktadır. Silling (2010) ayrıca durum bazlı PD teorisini, malzeme noktaları ile diğer malzeme noktaları arasındaki dolaylı etkileşimlerin etkilerini hesaba katmak için “çift durum” (double state) konseptini tanıtarak genişletmişlerdir.

Peridinamik teori yalnızca lineer elastik malzeme davranışını değil, aynı zamanda lineer olmayan elastik (Silling ve Bobaru, 2005), plastik (Silling vd. 2007; Mitchell, 2011a), viskoelastik (Kilic, 2008; Taylor, 2008; Mitchell, 2011b) ve viskoplastik (Taylor, 2008; Foster vd. 2010) malzeme davranışlarını da modellemeye olanak tanır. Dayal ve Bhattacharya (2006), peridinamik teorisini kullanarak katılarda faz dönüşümünün kinematikini incelemişlerdir. Faz çekirdeklenmesini dinamik bir kararsızlık olarak değerlendiren bir çekirdeklenme kriteri türetmişlerdir.

PD denklemlerinin çözümü, zaman ve uzayda sayısal integrasyon gerektirir. Bu işlem için, basitliklerinden dolayı açık-aşikâr (explicit) çözüm ve Gauss quadrature teknikleri tercih edilebilir. Bu tekniklerin tanımları ve peridinamik teorisindeki uygulamaları Silling ve Askari (2005) tarafından sunulmuştur. Aynı zamanda, zaman integrasyonunun yakınsama kararlılığı kriterini sağlamış ve uzamsal integrasyon için

düzenli ayrıklaştırma hassasiyetini tartışmışlardır. Daha sonra, Emmrich ve Weckner (2007), farklı uzamsal ayrıklaştırma yöntemlerini sundular ve bunları bir boyutlu, sonsuz uzunlukta lineer mikro elastik bir malzeme üzerinde denediler.

Yakın zamanda, Bobaru vd. (2009) ve Bobaru ve Ha (2011), uzamsal integrasyon için düzensiz nokta dağılımları (gridler) ve düzensiz ufuk (horizon) boyutlarını ele aldılar. Sayısal zaman integrasyonunun doğruluğunu ve verimliliğini artırmak amacıyla, Polleschi (2010) karışık açık ve kapalı-örtük (explicit-implicit) bir zaman integrasyon şeması önerdi. Bu yöntemde zaman adımları baştan aşık, ancak her zaman adımında kapalı bir döngü yer almaktadır. Ayrıca, Mitchell (2011a,b) kapalı bir zaman integrasyon yöntemi kullandı.

Kompozit malzeme hasarı, peridinamik teori kullanılarak da modellenmiştir. PD çerçevesinde, yönlendirilmiş özelliklere sahip bir kompozit tabakayı modellemek için en basit yaklaşım, fiber yönü ve diğer yönlerde farklı malzeme özellikleri tanımlamaktır. Komşu katmanlar arasındaki etkileşimler, katmanlar arası bağlar kullanılarak tanımlanır. Askari vd. (2006) ile Colavito vd. (2007a,b), düşük hızlı darbelere maruz kalan tabakalı kompozitlerde ve statik delme yüklerine maruz kalan dokuma kompozitlerde oluşan hasarı tahmin etmiştir. Ayrıca Xu vd. (2007), çift eksenli yüklere maruz kalan çentikli tabakalı karma malzemeleri incelemişlerdir. Oterkus vd. (2010) peridinamik teorinin civatalı kompozit bağlantılarında yatak (bearing) ve kesilme (shear-out) modlarını yakalayabildiğini göstermiştir.



2. PERİDİNAMİK TEORİ

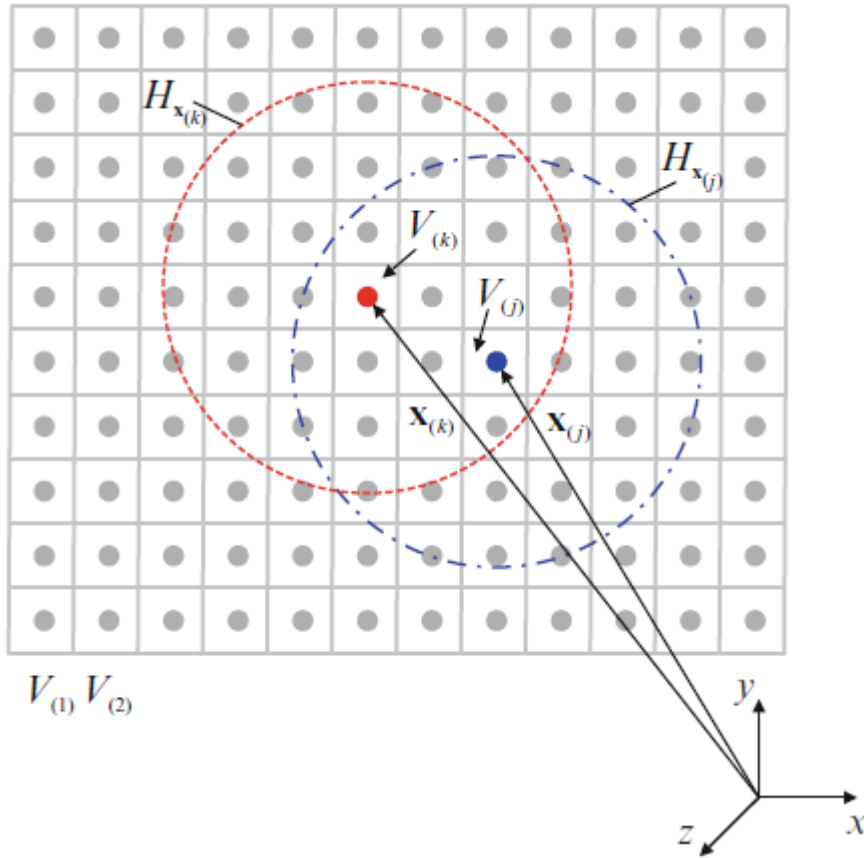
Yerel ve yerel olmayan teorilerin içyapı süreksizliklerindeki yetersizlikleri sebebiyle, Silling (2000) ve Silling vd. (2007) tarafından süreksizliklerle başa çıkmak amacıyla yine bir yerel olmayan teori olan Peridinamik teori geliştirilmiştir. Özünde peridinamik teori, klasik katı cisim mekaniğindeki hareket denkleminin reformülasyonudur. Peridinamik teori, denklemlerde yer değiştirme türevleri yerine direk olarak yer değiştirmeleri kullanır. Dolayısıyla çatlak gibi süreksizliklere sahip cisimleri modellemeye uygundur. Nispeten yeni olan bu teori, süreksizliklere uygulanabilen uzaysal integral denklemleri kullanır. Bu durum teorinin, klasik sürekli ortamlar mekaniği formülasyonunda kullanılan ve süreksizliklerde tanımlanamayan kısmi diferansiyel denklemlerin kullanılmasına göre asıl farklı yöndür.

Peridinamik denklemler kırılma yüzeylerinde tanımlıdır ve malzeme içyapısındaki hasar oluşumu bu denklemlerin doğası gereği hesaba katılabilmektedir. Bu özellikler, özel bir çatlak dallanması veya ilerlemesi kriterinin baştan belirlenmesine gerek kalmadan, çatlak başlangıcını ve ilerlemesi modellemeye olanak tanır. Süreklilik içerisindeki farklı malzemeler arasındaki arayüzler de kendine özgü malzeme özelliklerine sahip olabilmektedir.

Herhangi bir anda, malzeme içerisindeki her nokta bir malzeme parçacığının konumunu ifade eder ve bu sonsuz sayıdaki malzeme noktaları sürekli ortamı oluşturur. Şekil değiştirmemiş bir cisimde her malzeme noktası koordinatları x_k ($k=1,2,\dots,\infty$) ile tanımlanır ve bu malzeme noktaları birim hacim (V_k) ve yoğunluk $\rho(x_k)$ ile ilişkilidir. Sürekliliği oluşturan her bir malzeme noktası, belirli bir dış kuvvet, yer değiştirme veya hız alanına maruz kalabilir. Bu durum da noktalarda hareket ve deformasyona neden olur.

Kartezyen koordinat sistemine göre, x_k malzeme noktası u_k yer değiştirmesine maruz kalır ve şekil değiştirmiş durumdaki konumu y_k konum vektörü ile ifade edilir. Malzeme noktasındaki anlık yer değiştirme ve anlık kuvvet yoğunluğu vektörleri sırasıyla $u_k(x_k,t)$ ve $b_k(x_k,t)$ ile gösterilir.

PD teoriye göre, bir cismin hareketi, x_k malzeme noktasının, çevresindeki diğer malzeme noktaları x_j ($j=1,2,\dots, \infty$ - sonsuz sayıda olması mümkün-) ile etkileşimi dikkate alınarak analiz edilir. Fakat, x_k malzeme noktasının x_j ile etkileşiminin, belirli bir yerel bölgeyle (ufuk-horizon) sınırlı olduğu varsayılır ve Şekil 2.1’ de görülebileceği üzere bu ufuk bölgesi H_{x_k} ile gösterilir. Benzer şekilde x_j malzeme noktası da kendi ailesi H_{x_j} içerisindeki malzeme noktaları ile etkileşime girer. Genel olarak PD teorisi, bir malzeme noktasının belirli bir yarıçap içerisinde kalan tüm noktalarla etkileşimde bulunduğu durumu inceler (Şekil 2.1). Herhangi bir malzeme noktası x_k için bu etkileşim mesafesi δ ile tanımlanır ve “ufuk (horizon)” olarak isimlendirilir. Malzeme noktaları arasındaki etkileşim malzemenin şekil değişimi tarzına ve yapısal özelliklerine bağlı bir mikromekanik model aracılığıyla tanımlanır. Etkileşimler ufuk ile sınırlıdır ve ufuk mesafesi δ azaldıkça etkileşimler daha yerel hale gelir. Bu nedenle, klasik sürekli ortamlar mekaniği PD teorideki ufuk mesafesinin sıfıra yakınsadığı durum olarak düşünülebilir.



Şekil 2.1 : x_k ve x_j malzeme noktaları ve ailelerinin şematik gösterimi.

2.1 Hareket Denklemleri ve Deformasyon

Daha önce de bahsedildiği üzere, PD teori klasik sürekli ortamlar mekaniği hareket denklemlerinin yeniden formüle edilmiş halidir. Klasik teorideki kısmi diferansiyel denklemler yerine integro-diferansiyel ifadeler kullanılır. Klasik sürekli ortamlar mekaniği hareket denklemi

$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = \nabla\sigma(x,t) + b(x,t) \quad (2.1)$$

olarak ifade edilebilir. Denklem 2.1’de görüleceği üzere $\rho(x)$ yoğunluk, $\ddot{u}(x,t)$ ivme, $\sigma(x,t)$ Cauchy gerilme tensörü ve $b(x,t)$ gövde kuvvet yoğunluğu vektörüdür.

Bir malzeme noktasının hareket denklemi, virtüel iş prensibi kullanılarak türetilip, üzerinde Lagrange denklemleri uygulanıp çıkartılabilir. Peridinamik teori hareket denklemi de

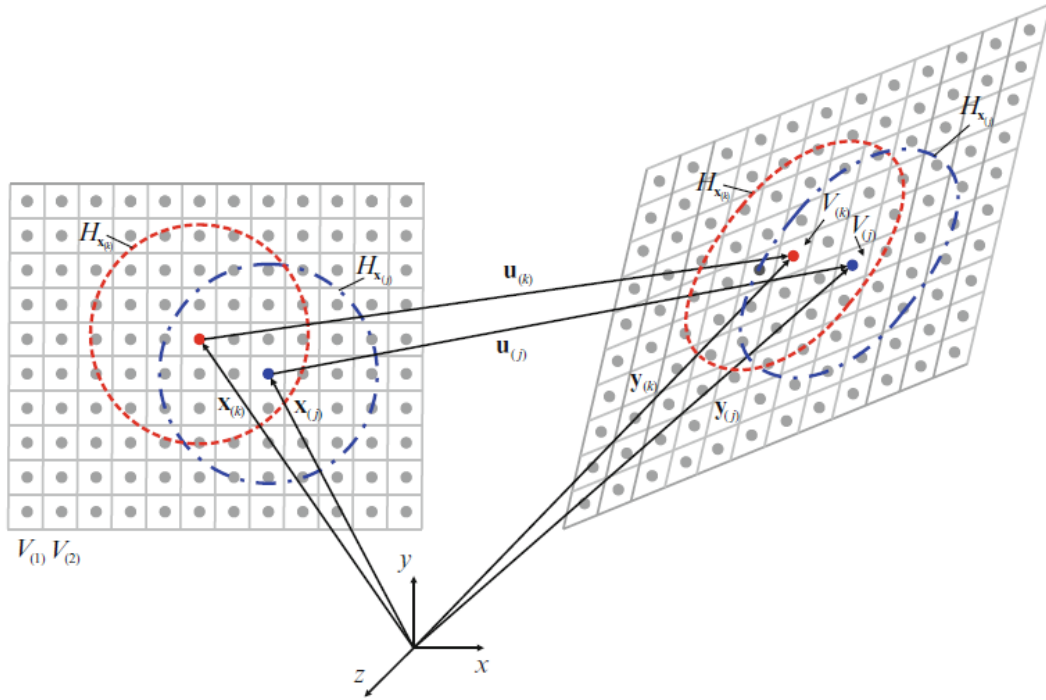
$$\rho(x)\ddot{u}(x,t) = \int_{H_x} f(u' - u, x' - x, t) dH + b(x, t) \quad (2.2)$$

olarak ifade edilebilir. Denklem 2.2’de ifade edildiği üzere $f(u' - u, x' - x, t)$ malzeme noktaları arasındaki çift yönlü kuvvet fonksiyonudur.

Peridinamik teoride malzeme noktaları arasındaki etkileşimleri fiziksel olarak gerçekçi anlamda tanımlayabilmek adına her bir malzeme noktası kendi ailesi içerisindeki diğer malzeme noktaları ile bağ yaptığı varsayılır. Bu oluşturulan bağlar her iki malzeme noktasının da malzeme özelliklerini taşır. İki malzeme noktası arasındaki bağ boyunun değişim (uzama veya kısalma) oranı (stretch-esneme) adı verilen bir kavramla tanımlanır. Birim boy değişimi değeri;

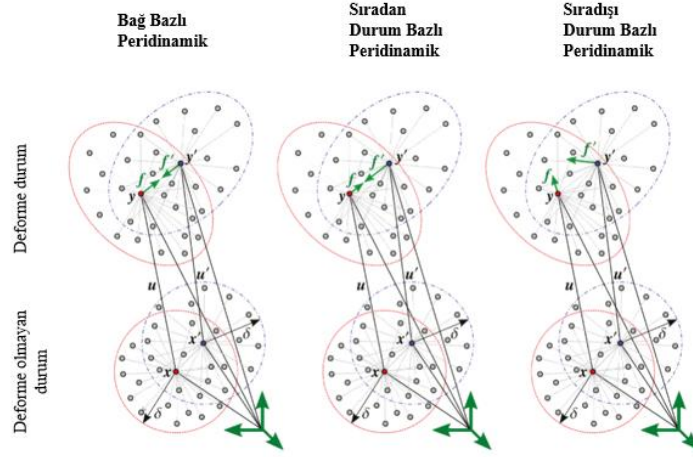
$$s_{(k)(j)} = \frac{(|y_j - y_k| - |x_j - x_k|)}{|x_j - x_k|} \quad (2.3)$$

olarak hesaplanabilir. Denklem 2.3’de bağ yapan malzeme noktalarının şekil değiştirme sonrası konumlarını y_j ve y_k , şekil değiştirme öncesi konumlarını x_j ve x_k ifade etmektedir. Şekil 2.2’de görüleceği üzere u_k ve u_j sırasıyla bağ yapan k ve j malzeme noktalarının yer değiştirme vektörlerini tanımlar. Bağ boyu için hesaplanan esneme oranı (stretch) ile malzemenin uğradığı deformasyon hakkında detaylı bilgi edinilebilir.



Şekil 2.2 : Peridinamik malzeme noktalarının kinematığı.

Uygulanan sınır koşulları veya dış kuvvet sebebiyle her malzeme noktası kendi ailesi içerisinde kalan malzeme noktaları ile birbirlerine karşılıklı kuvvet uygular. Böylece tüm malzeme sürekliliği içerisinde fiziksel bir bütünlük sağlanmış olur. Bu çift yönlü etkileşen kuvvetlerin farklı yorumlanmaları veya farklı kabullerle ele alınmasına bağlı olarak farklı hesaplama yöntemleri geliştirilmiştir. Şekil 2.3’te de görülebileceği gibi bağ temelli, sıradan durum temelli ve sıra dışı durum temeli olmak üzere genel olarak kullanılan 3 farklı yaklaşım mevcuttur.



Şekil 2.3 : Üç farklı PD teori formülasyonu.

2.2 Bağ Bazlı Peridinamik Teori

Bağ bazlı model, Peridinamik teorisinin en basit formudur. Bu model, malzeme noktaları arasındaki kuvveti bir yay benzeri, çift yönlü kuvvet olarak ele alır ve yalnızca malzeme nokta çiftleri arasındaki esnemeyi dikkate alır. Hesaplama açısından verimli ve uygulaması nispeten daha kolaydır. Homojen ve izotropik özelliklere sahip malzemeler için idealdir. Ancak, bu model sadece belirli Poisson oranlarına (3 Boyutta 1/3, 2 Boyutta 1/4) sahip malzemeleri modellemekle sınırlıdır. Bu sebeple uygulama alanı bakımından da en basit ve limitli modeldir. Şekil 2.4'te de görüleceği üzere; özel bir durum olarak kuvvet yoğunluğu vektörleri, açısal momentum dengesini sağlama şartını yerine getirmek için, deforme durumdaki bağıl konum vektörüne paralel olmanın yanı sıra büyüklük açısından da eşit olabilir.

$$\mathbf{t}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{t}) = \frac{1}{2} \mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{t}) \quad (2.4)$$

ve

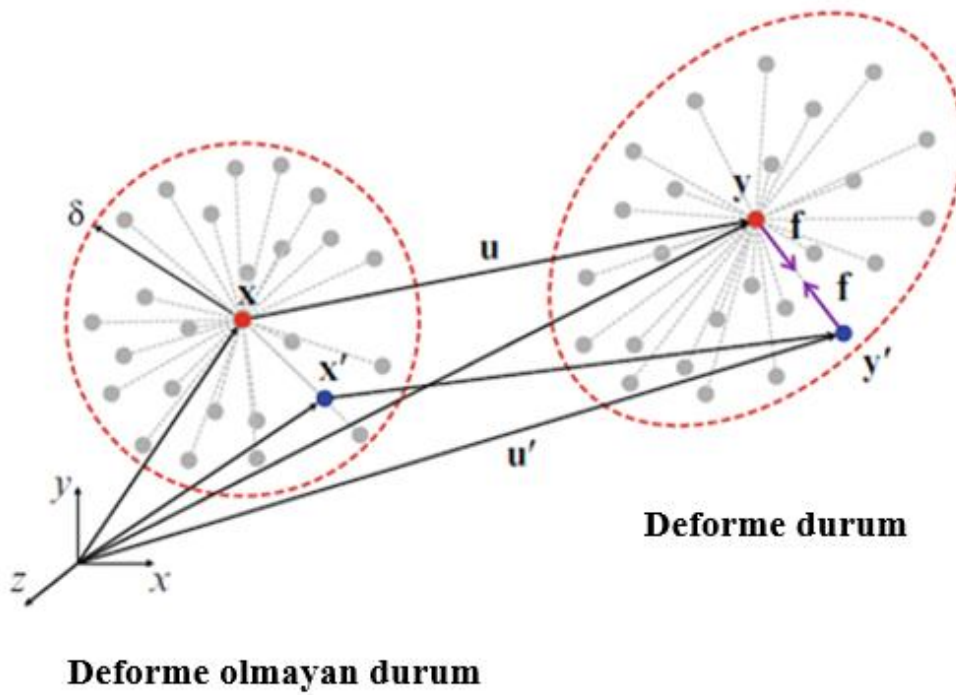
$$\mathbf{t}'(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{t}) = -\frac{1}{2} \mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{t}) \quad (2.5)$$

Denklem 2.4 ve 2.5'te görülebilen kuvvet yoğunluğu vektörlerinin bu özel formu “bağ bazlı” peridinamik olarak tanımlanır. Malzeme noktalarının çift yönlü etkileşimleri baz alınır. $\mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x})$ kuvvet yoğunluğu vektörünün, bu malzeme noktaları

arasındaki bağıl esnemeye doğrusal olarak bağımlı olduğu varsayılabilir ve şu şekilde ifade edilebilir:

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{t}) = [c_1 \mathbf{s}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x}) - c_2 T] \frac{\mathbf{y}' - \mathbf{y}}{|\mathbf{y}' - \mathbf{y}|} \quad (2.6)$$

Denklem 2.6’da $\mathbf{x}'$ ve $\mathbf{x}$ malzeme noktalarındaki sıcaklıkların ortam sıcaklığına göre ortalama değeri T ile gösterilir. Bağıl esneme ifadesi $\mathbf{s}(\mathbf{u}' - \mathbf{u}, \mathbf{x}' - \mathbf{x})$ klasik sürekli ortamlar teorisindeki birim şekil değiştirme (genleme-“strain”) olarak yorumlanabilir.



Şekil 2.4 : Bağ bazlı PD teori deformasyon ve kuvvet yoğunluk vektörleri.

İzotropik bir malzeme için, Denklem 2.6’daki peridinamik malzeme parametreleri c_1 ve c_2 , Silling ve Askari (2005) tarafından önerildiği gibi, izotropik genişleme altındaki sonsuz homojen bir cisim ele alınarak belirlenebilir. Cisim ayrıca, T kadar uniform bir sıcaklık değişimine maruz bırakılır. Peridinamik ve klasik sürekli ortam teorisindeki enerji yoğunluklarının eşitlenmesi ile;

$$c_1 = c = \frac{18\kappa}{\pi\delta^4} \quad (2.7)$$

ve

$$c_2 = c\alpha \quad (2.8)$$

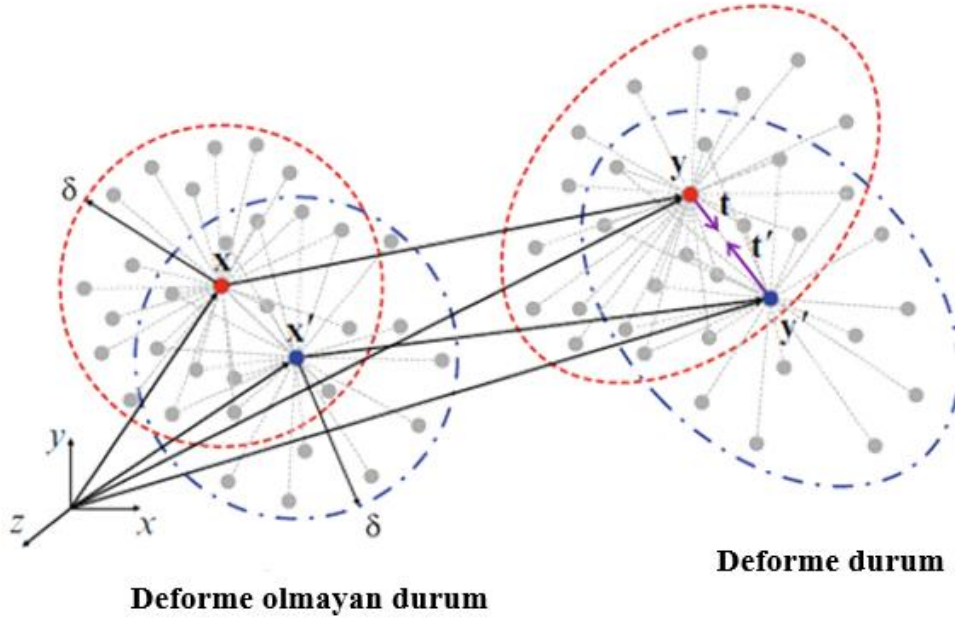
Denklem 2.7’de; bağ sabiti (bond constant) olarak adlandırılan c peridinamik malzeme parametresini, κ hacimsel elastiklik modülünü, δ ufuk mesafesini ve α ısı genleşme katsayısını ifade eder. Poisson oranı üzerindeki bu kısıtlamayla peridinamik teori bağımsız malzeme sabitlerinin sayısını izotropik malzemeler için bire indirgemektedir. Dolayısıyla bağ bazlı model, şekil değişimi ve hacimsel deformasyonları ayırt etmeden yalnızca toplam deformasyona hesaba katar. Ayrıca, plastik hacimsel sıkıştırılamazlığa (plastic incompressibility) dikkate almaz.

2.3 Sıradan Durum Bazlı Peridinamik Teori

Silling (2007) bağ bazlı PD teorisine ait sınırlamaların üstesinden gelebilmek için sıradan durum bazlı peridinamik teoriyi geliştirmiştir. Şekilde görülebildiği üzere sıradan durum bazlı PD teoride malzeme noktalarının birbirlerine uyguladığı kuvvet yoğunluk vektörlerinin yönü bağ bazlı teorideki gibi birbirleri zıt yönde olmalarına rağmen, büyüklükleri farklı değerlere sahip olabilmektedir. Bağ bazlı peridinamikten farklı olarak, sıradan durum bazlı model, malzeme noktalarının birlikte deformasyonunu ifade eder ve böylece daha genel bir modelleme kabiliyeti sunar. Bu, özellikle anizotropik, elastik-plastik ve heterojen malzemelerin analizi için büyük avantaj sağlar.

Sıradan durum bazlı peridinamik teori, etkileşimlerin tanımlanmasında klasik kuvvet vektörlerinden ziyade “durum (state)” kavramını kullanır. Bu bağlamda, deformasyon durumu ve kuvvet durumu teorisinin temel yapı taşlarını oluşturur. Deformasyon durumu, bir malzeme noktasının kendi ailesindeki diğer noktalara göre ne ölçüde yer değiştirdiğini tanımlar ve bu yer değiştirme ilişkileri, skaler ya da vektörel büyüklüklerle ifade edilir. Kuvvet durumu ise her bir bağa karşılık gelen kuvvet yoğunluğunu tanımlar ve deformasyon durumuna karşılık gelecek şekilde tanımlanır. Yani, malzemenin davranışı bu iki “durum” arasında kurulan bir bağ ile modellenir. Bu yapı sayesinde sıradan durum bazlı PD teori hem doğrusal hem de doğrusal olmayan malzeme modellerini, çok eksenli yükleme durumlarını ve anizotropik

özellikleri temsil edebilecek kabiliyete sahiptir. Özellikler elastik-plastik geçişler veya yüksek deformasyon bölgelerinde, deformasyon durumu ve kuvvet durumu arasındaki ilişki, gerilme-genleme (birim şekil değiştirme) davranışını doğru bir şekilde yakalayabilmek için kritik rol oynar.



Şekil 2.5 : Sıradan durum bazlı PD teori deformasyon ve kuvvet yoğunluk vektörleri.

$$t(u' - u, x' - x, t) = \frac{1}{2} A \frac{y' - y}{|y' - y|} \quad (2.9)$$

ve

$$t'(u' - u, x' - x, t) = -\frac{1}{2} B \frac{y' - y}{|y' - y|} \quad (2.10)$$

Denklem 2.9 ve 2.10'daki A ve B, mühendislik malzeme sabitlerine, şekil değiştirme alanına ve ufuk mesafesine bağlı olan yardımcı parametrelerdir.

İlgili ifadeler yerine koyulup gerekli matematiksel işlemler yapıldıktan sonra etkileşim halindeki malzeme nokta çiftinin birbirlerine uyguladıkları kuvvet yoğunluğu vektörü aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$t_{(k)(j)} = 2\delta \left\{ d \frac{\Lambda_{(k)(j)}}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} \left(a\theta_{(k)} - \frac{1}{2}a_2T_{(k)} \right) + b(s_{(k)(j)} - \alpha T_{(k)}) \right\} \times \frac{y_{(j)} - y_{(k)}}{|y_{(j)} - y_{(k)}|} \quad (2.11)$$

Denklem 2.11’de yer alan d, a, a₂ ve b peridinamik parametreleridir. $\Lambda_{(k)(j)}$ terimi ise deformasyon yönünü dikkate alan bir açısal düzeltme faktörü olarak düşünülür.

$$\Lambda_{(k)(j)} = \left(\frac{y_{(j)} - y_{(k)}}{|y_{(j)} - y_{(k)}|} \right) \cdot \left(\frac{x_{(j)} - x_{(k)}}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} \right) \quad (2.12)$$

2 boyutlu problem sistemi için peridinamik malzeme parametreleri ise aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$b = \frac{6\mu}{\pi h \delta^4} \quad (2.13)$$

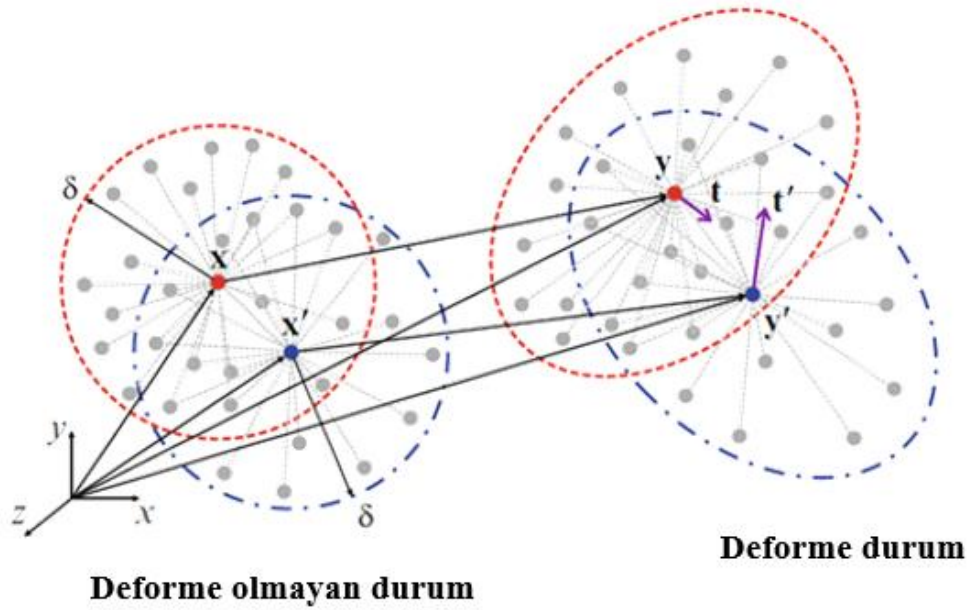
$$a = \frac{1}{2}(\kappa - 2\mu), \quad a_2 = 4\alpha a \quad (2.14 \text{ a, b})$$

$$d = \frac{2}{\pi h \delta^3} \quad (2.15)$$

2.4 Sıra Dışı Durum Bazlı Peridinamik Teori

Sıradan olmayan-sıra dışı durum bazlı PD teori, SDB PD teoriden farklı olarak, malzeme davranışını daha geniş açıdan ele alır. Bu model, malzeme noktaları arasındaki etkileşimlerin sadece doğrusal ya da basit bir bağımlılıkla sınır olmadığı durumları kapsar ve daha karmaşık yapıli malzemeler için daha doğru bir modelleme sunar. Malzeme noktaları arasındaki etkileşimler sadece bir bağın uzama veya kısalma durumuna bağıli değildir. Bunun yanısıra, Şekil 2.6’da görüldüğü üzere bağın farklı

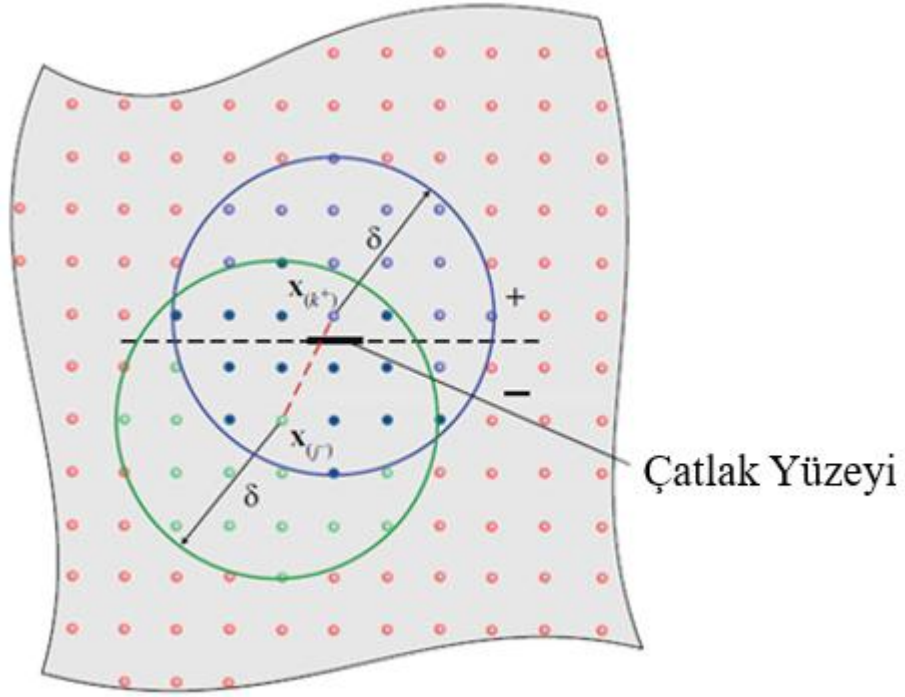
yönlerdeki davranışları yani bağın dönme etkileri gibi ek etkileşimleri de modellemeye dahil eder.



Şekil 2.6 : Sıra dışı durum bazlı PD teori deformasyon ve kuvvet yoğunluk vektörleri.

2.5 Hasar Tahmini

Peridinamik teoride malzeme hasarı, malzeme noktaları arasındaki etkileşimlerin (mikropotansiyellerin) ortadan kaldırılması yoluyla ifade edilir. İki malzeme noktası, k ve j , arasındaki esneme ($s_{(k)(j)}$) kritik bir değeri (s_c) aştığında hasar başlangıcı meydana geldiği varsayılır. Hasar, malzeme noktaları arasındaki kuvvet yoğunluğu vektörlerinin geri döndürülemez bir şekilde kaldırılmasıyla hareket denklemlerine yansıtılır. Bunun sonucunda, etki eden kuvvet cisimdeki diğer malzeme noktaları arasında yeniden dağıtılır ve bu durum hasarın otonom bir şekilde ilerlemesine yol açar. Yeni bir çatlak yüzeyi oluşturmak için, bu yüzeyi kesen $x_{(k^+)}$ ve $x_{(j^-)}$ malzeme noktaları arasındaki tüm etkileşimlerin sonlandırılması gerekmektedir. Şekil 2.7’de görüldüğü üzere $x_{(k^+)}$ malzeme noktaları çatlak yüzeyinin üzerinde, $x_{(j^-)}$ malzeme noktaları ise çatlak yüzeyinin altında yer almaktadır.



Şekil 2.7 : Çatlak yüzeyi oluşumu.

Lineer elastik deformasyon için mikropotansiyeller denklem 2.16 ve 2.17’de verilmektedir.

$$w_{(k^+)(j^-)} = A \left(|y_{(j^-)} - y_{(k^+)}| - \Lambda_{(k^+)(j^-)} |x_{(j^-)} - x_{(k^+)}| \right), \quad (2.16)$$

$$w_{(j^-)(k^+)} = B \left(|y_{(k^+)} - y_{(j^-)}| - \Lambda_{(j^-)(k^+)} |x_{(k^+)} - x_{(j^-)}| \right), \quad (2.17)$$

A ve B parametreleri iste denklem 2.18 ve 2.19’da görülebilmektedir.

$$A = \frac{4ad\delta}{|x_{(j^-)} - x_{(k^+)}|} \Lambda_{(k^+)(j^-)} \theta_{(k^+)} + 4\delta bs_{(k^+)(j^-)} \quad (2.18)$$

$$B = \frac{4ad\delta}{|x_{(k^+)} - x_{(j^-)}|} \Lambda_{(j^-)(k^+)} \theta_{(j^-)} + 4\delta bs_{(j^-)(k^+)} \quad (2.19)$$

ve

$$\theta_{(k^+)} = d\delta \sum_{i=1}^N \Lambda_{(k^+)(i)} s_{(k^+)(i)} V_{(i)} \quad (2.20)$$

$$\theta_{(j^-)} = d\delta \sum_{i=1}^N \Lambda_{(j^-)(i)} s_{(j^-)(i)} V_{(i)} \quad (2.21)$$

Denklem 2.20 ve 2.21'deki N, $x_{(k^+)}$ ve $x_{(j^-)}$ malzeme noktalarının kendi ailelerindeki toplam malzeme nokta sayısını ifade eder. Bunun yanı sıra denklem 2.22 ve 2.23'de malzeme noktalarının etkileşiminin yönel bileşim hesaplamaları verilmektedir;

$$\Lambda_{(k^+)(j^-)} = \frac{y_{(j^-)} - y_{(k^+)}}{|y_{(j^-)} - y_{(k^+)}|} \cdot \frac{x_{(j^-)} - x_{(k^+)}}{|x_{(j^-)} - x_{(k^+)}|} \quad (2.22)$$

$$\Lambda_{(j^-)(k^+)} = \frac{y_{(k^+)} - y_{(j^-)}}{|y_{(k^+)} - y_{(j^-)}|} \cdot \frac{x_{(k^+)} - x_{(j^-)}}{|x_{(k^+)} - x_{(j^-)}|} \quad (2.23)$$

Kritik esneme değerinin detaylı olarak türetilmesi Madenci ve Oterkus (2014) tarafından detaylı olarak tarif edilmiştir. Özetle, a, b ve d malzeme parametrelerini denklemlerin içerisine yerleştirildiğinde kritik enerji salınım oranı G_c ;

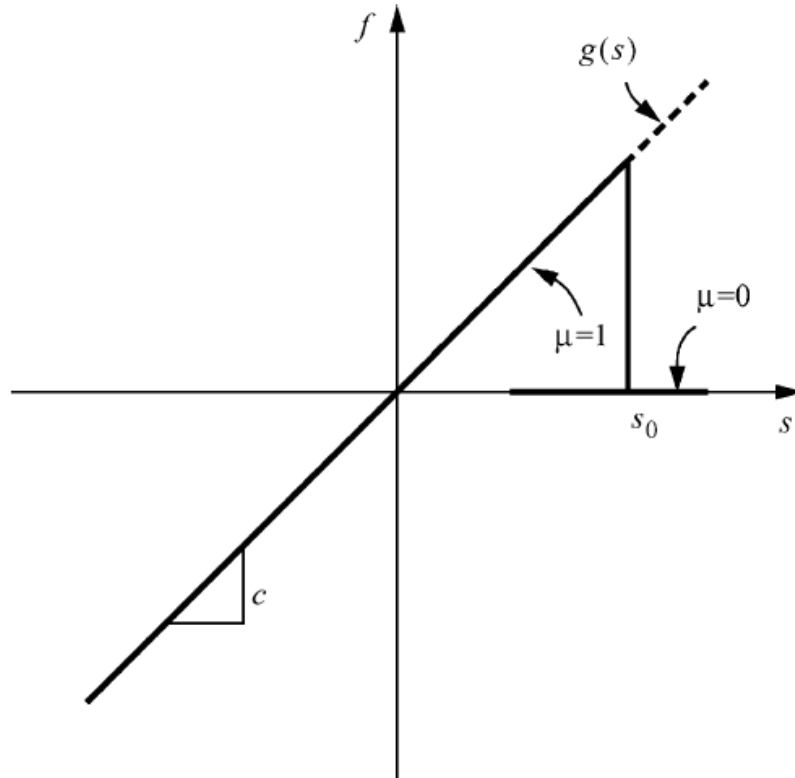
$$G_c = \begin{cases} \left(\frac{2\pi}{5} b\delta^6 + \frac{\pi^2}{8} ad^2\delta^9 \right) s_c^2 & 3B \\ \left(bh\delta^5 + \frac{8}{9} ad^2h^2\delta^7 \right) s_c^2 & 2B \end{cases} \quad (2.24)$$

$$s_c = \begin{cases} \sqrt{\frac{G_c}{(3\mu + \left(\frac{3}{4}\right)^4 (\kappa - \frac{5\mu}{3}))\delta}} & 3B \\ \sqrt{\frac{G_c}{(\frac{6}{\pi}\mu + \frac{16}{9\pi^2}(\kappa - 2\mu))\delta}} & 2B \end{cases} \quad (2.25)$$

Kritik esneme değeri peridinamik teori için temel bir parametredir. Malzeme hasarının, çatlak oluşumunun ve ilerlemesinin doğru bir şekilde modellenenebilmesini sağlar. Dolayısıyla bu parametre, malzemenin mikro ve makro ölçeklerdeki davranışını tahmin edebilmek için büyük öneme sahiptir. Malzeme davranışına hasar başlangıcını ilave edebilmek için kuvvet yoğunluğu vektörü geçmişe bağımlı skaler değerli bir fonksiyon olan μ aracılığıyla modifiye edilir.

$$\mu(x_j - x_k, t) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } s_{(k)(j)}(x_j - x_k, t') < s_c \text{ için } 0 < t' \\ 0 & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (2.26)$$

Çözüm sırasında, her bir malzeme noktasının yer değiştirmeleriyle malzeme noktaları x_k ve x_j arasındaki esneme ($s_{(k)(j)}$) hesaplanır ve iteratif olarak takip edilir. Bu malzeme noktaları arasındaki esneme, kritik değerini aştığında, hasar meydana gelir. Böylece μ sıfıra eşitlenir ve bu, kuvvet yoğunluğu vektörünün ilgili kısmını sıfıra indirir (Şekil 2.8).



Şekil 2.8 : Kuvvet yoğunluk vektörü-esneme ilişkisi.

2.6 Adaptif Dinamik Gevşeme

Peridinamik teorelin hareket denkleminin dinamik formda olmasına rağmen, yöntem dinamik gevşeme tekniği kullanılarak sanki-statik veya statik problemleri çözmede de uygulanabilir. Kilic ve Madenci (2010) tarafından açıklandığı üzere, dinamik gevşeme yöntemi, bir statik çözümün genel çözümün geçici (transient) cevabının kararlı kısmı olduğu gerçeğine dayanır. Sisteme yapay bir sönümlleme tanıtılarak, çözüm mümkün olan en hızlı şekilde kararlı hale getirilmeye çalışılır. Ancak, en etkili sönüm katsayısını belirlemek her zaman mümkün değildir. Bu nedenle, sönümlleme katsayısı her zaman adımında, Underwood (1983) tarafından geliştirilen adaptif dinamik gevşeme (ADR) yöntemi kullanılarak belirlenir.

ADR yöntemine göre, peridinamik hareket denklemi, sisteme yeni hayali atalet ve sönüm terimleri eklenerek tüm malzeme noktaları için bir dizi diferansiyel denklem olarak yazılabilir:

$$D\ddot{U}(X, t) + cD\dot{U}(X, t) = F(U, U', X, X') \quad (2.27)$$

Denklem 2.27’de; D, hayali diyagonal yoğunluk matrisi ve c ise sönüm katsayıdır. Sönüm katsayısının değerleri Greschgorin teoremi (Underwood, 1983) kullanılarak belirlenir. X ve U vektörleri ise sırasıyla malzeme noktalarının başlangıç konumlarını ve yer değiştirmelerini içerir;

$$X^T = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}, \quad (2.28)$$

ve

$$U^T = \{u(x_1, t), u(x_2, t), \dots, u(x_M, t)\} \quad (2.29)$$

M sistemdeki toplam malzeme noktası sayısını ifade eder. F vektörü ise peridinamik etkileşim kuvvetleri ile hacim kuvvetlerinden oluşur.

$$F_{(i)} = \sum_{j=1}^N (t_{(i)(j)} - t_{(j)(i)}) (v_{c(j)} V_{(j)}) + b_{(i)} \quad (2.30)$$

Merkezi farklar açılımı yönteminden faydalanılarak, bir sonraki zaman adımı (n+1) için yer değiştirme ve hız ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilebilmektedir:

$$\dot{U}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\left((2 - c^n \Delta t) \dot{U}^{n-\frac{1}{2}} + 2 \Delta t D^{-1} F^n \right)}{(2 + c^n \Delta t)} \quad (2.31)$$

ve

$$U^{n+1} = U^n + \Delta t \dot{U}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.32)$$

Fakat Denklem 2.31'deki $t^{-1/2}$ anındaki hız alanı bilinmediği için iterasyonu başlatmak amacıyla kullanılamaz; $U^0 \neq 0$ ve $\dot{U} = 0$ olduğu varsayılabilir. Bu sebeple integrasyon denklem 2.33'deki şekilde başlatılabilir:

$$\dot{U}^{\frac{1}{2}} = \frac{\Delta t D^{-1} F^0}{2} \quad (2.33)$$

Bu algoritmadaki tek fiziksel terim kuvvet vektörü F'dir. Yoğunluk matrisi D, sönüm katsayısı c ve zaman adımı büyüklüğü Δt , değişmez fiziksel nicelikler olmak zorunda değildir. Bu nedenle, bu değerler yakınsama hızını artırmak amacıyla uygun şekilde seçilebilir.

ADR yönteminde, zaman adımı büyüklüğü olarak 1 ($\Delta t = 1$) seçmek uygun bir tercihtir. Yoğunluk matrisinin köşegen elemanları (D) Greschgorin teoremine göre belirlenebilir ve şu şekilde ifade edilebilir:

$$\lambda_{ii} \geq \frac{1}{4} \Delta t^2 \sum_j |K_{ij}| \quad (2.34)$$

Denklem 2.34'te K_{ij} sistemin rijitlik matrisidir. Rijitlik matrisinin elemanları, küçük yer değiştirmeler varsayımı göz önünde bulundurularak aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\begin{aligned}
\sum_j |K_{ij}| &= \sum_{j=1}^N \frac{\partial(t_{(i)(j)} - t_{(j)(i)})}{\partial(u_{(j)} - u_{(i)})} \cdot e \\
&= \sum_{j=1}^N \frac{|\xi_{(i)(j)} \cdot e|}{|\xi_{(i)(j)}|} \frac{4\delta}{|\xi_{(i)(j)}|} \left(\frac{1}{2} \frac{ad^2\delta}{|\xi_{(i)(j)}|} (v_{c(i)}V_{(i)} + v_{c(j)}V_{(j)}) + b \right) \quad (2.35)
\end{aligned}$$

Denklem 2.35'te, $\xi_{(i)(j)}$ deformasyon öncesi konumu, e ise x-, y- veya z- yönündeki birim vektörü temsil etmektedir.

Underwood (1983) tarafından açıklandığı üzere, sönüm katsayısı sistemin en düşük frekansı kullanılarak belirlenebilir. Bu en düşük frekans, Rayleigh katsayısı yardımıyla elde edilebilir ve şu şekilde ifade edilir:

$$\omega = \sqrt{\frac{U^T K U}{U^T D U}} \quad (2.36)$$

Denklem 2.34'de verilen yoğunluk matrisinin elemanları büyük sayısal değerlere sahip olabilir ve bu durum Denklem 2.36'daki paydanın sayısal olarak hesaplanmasını zorlaştırır. Bu sorunu aşmak için Denklem 2.27 herhangi bir n iterasyonu için farklı bir biçimde yazılabilir:

$$\ddot{U}^n(X, t^n) + c^n \dot{U}^n(X, t^n) = D^{-1} F^n(U^n, U^n, X, X') \quad (2.37)$$

ve

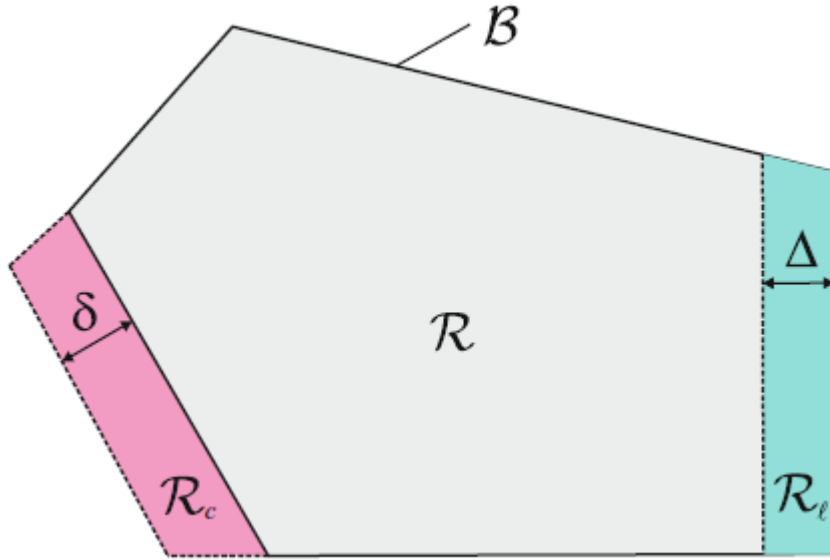
$$c^n = 2\sqrt{((U^n)^T K^n U^n) / ((U^n)^T U^n)} \quad (2.38)$$

Denklem 2.38’de ${}^1K^n$ diyagonal yerel rijitlik matrisidir ve aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$${}^1K^n_{ii} = -\left(\frac{F_i^n}{\lambda_{ii}} - \frac{F_i^{n-1}}{\lambda_{ii}}\right)/(\Delta t \dot{u}^{n-\frac{1}{2}}) \quad (2.39)$$

2.7 Başlangıç ve Sınır Koşullarının Tanımlanması

Peridinamik hareket denklemi, zaman ve uzayda tanımlanan doğrusal olmayan bir integro-diferansiyel denklemdir. Zamana bağlı türev ve uzamsal bölgede integral ifadeleri içermektedir. Bu nedenle, geometrik olarak doğrusal olmayan analizler için de uygundur. Yer değiştirmelerin kısmi türevlerini içermediğinden, peridinamik hareket denklemi, malzeme içerisinde yer değiştirme süreksizlikleri bulunsada bulunmasada her yerde geçerlidir. Çözüm alanının oluşturulması yer değiştirme ve hız alanları üzerindeki başlangıç koşullarının yanı sıra, malzeme bölgesi R ’nin sınırı B üzerindeki sınırlamalara ve/veya yükleme koşullarına bağlı olarak, zaman ve uzamsal integraller içerir.



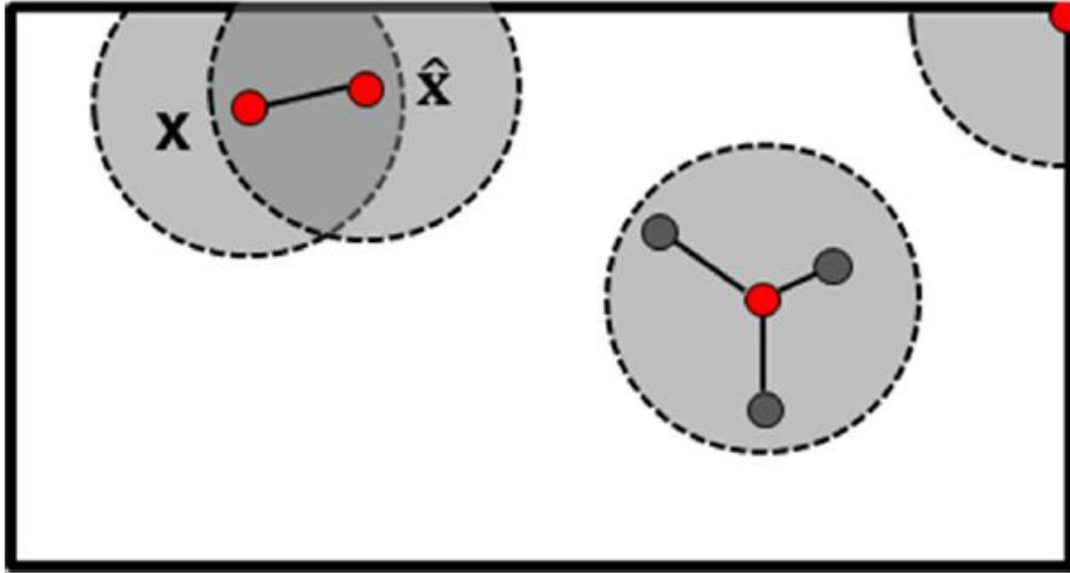
Şekil 2.9 : Başlangıç ve sınır koşullarının tanımlanması.

Sınır koşulları R malzeme alanının sınırı boyunca tanımlanan hayali malzeme tabakası aracılığıyla uygulanabilir. Şekil 2.9’da görüldüğü üzere δ kalınlığında bir hayali sınır tabakası R_c , gerçek malzeme bölgesi R ’nin sınırı boyunca yerleştirilir. Sayısal

deneylere dayalı olarak, Macek ve Silling (2007), bu hayali sınır tabakasının kalınlığının ufuk mesafesi (δ) kadar olmasını önermiştir. Bu sayede uygulanan sınır koşullarının gerçek malzeme bölgesine yeterince yansımaları sağlanabilir. Malzemeye uygulanacak dış yüklerse, gerçek malzeme üzerindeki bir sınır tabakaya hacimsel kuvvet yoğunluğu olarak uygulanabilir. Bu amaçla, dış yüklerin uygulanması için R_1 ile gösterilen ve derinliği Δ olan bir tabaka malzeme bölgesi R 'nin sınırı boyunca yerleştirilir.

2.8 Yüzey Düzeltme Faktörlerinin Hesaplanması

Peridinamik kuvvet-uzama ilişkilerinde yer alan a , b ve d parametreleri, bir malzeme noktasının dilatasyon (hacimsel genişleme) ve şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu hesaplamalarına dayanarak belirlenir. Bu noktada, söz konusu malzeme noktasının ufuk bölgesi tamamen malzemeye çevrili kabul edilir. Bu parametrelerden a dışındakilerin değerleri, doğrudan doğruya ufuk tarafından tanımlanan integrasyon bölgesine bağlıdır. Bu sebeple, malzeme noktası serbest yüzeylere yakınsa, b ve d parametrelerinde düzeltme yapılması gereklidir (Şekil 2.10).



Şekil 2.10 : Serbest yüzeye yakın malzeme noktaları.

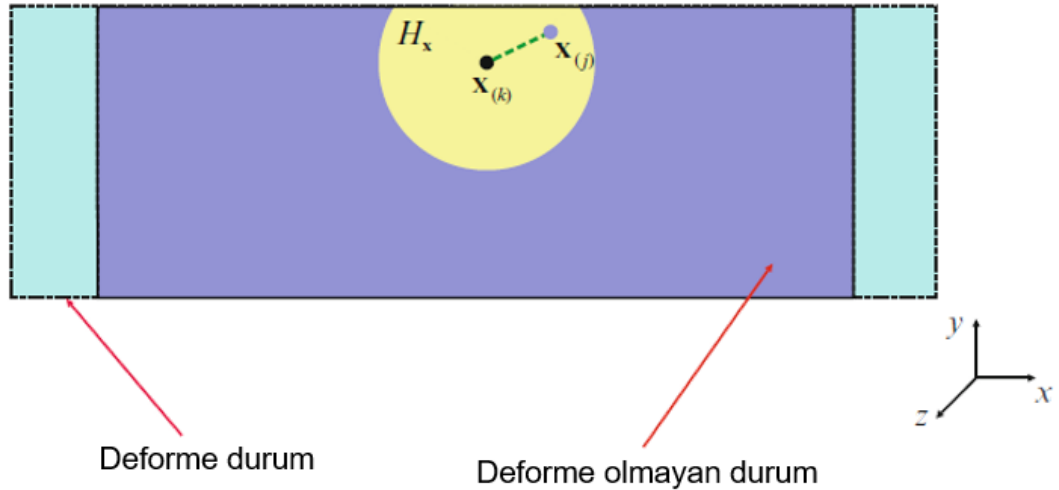
Serbest yüzeylerin bulunması, problem geometrisine ve analiz koşullarına bağlı olarak değişiklik gösterdiğinden, bu düzeltmelerin analitik olarak yapılması çoğu durumda pratik olmadığından söz konusu düzeltme işlemleri sayısal yöntemlerle gerçekleştirilir. Basit yükleme koşulları altında malzeme içerisindeki her bir malzeme

noktası için hem hacim değişimi ve hem de şekil değişimi enerjisi yoğunluğu değerleri sayısal olarak hesaplanır. Daha sonra elde edilen bu değerler, klasik sürekli ortam mekaniğinden hesaplanan karşılıklarıyla kıyaslanarak gerekli düzeltme katsayıları belirlenir. Böylece, peridinamik problem içerisindeki yüzey etkileri minimize edilmeye çalışılır. x, y, z yönlerinde uygulanan tek eksenli uzama, sabit yer değiştirme gradyanı aracılığıyla elde edilir. Bu sabit gradyan, $\frac{\partial u_\alpha^*}{\partial \alpha} = \zeta$ şeklinde tanımlanır. Burada $\alpha = x, y, z$ olacak şekilde tanımlanmıştır. Bu yükleme sonucunda, x konumunda bir malzeme noktasında oluşan yer değiştirme alanları denklem 2.40, 2.41 ve 2.42'deki gibi ifade edilebilir;

$$u_1^T(x) = \left\{ \frac{\partial u_x^*}{\partial x} x \quad 0 \quad 0 \right\}, \quad (2.40)$$

$$u_2^T(x) = \left\{ 0 \quad \frac{\partial u_y^*}{\partial y} y \quad 0 \right\}, \quad (2.41)$$

$$u_3^T(x) = \left\{ 0 \quad 0 \quad \frac{\partial u_z^*}{\partial z} z \right\}, \quad (2.42)$$



Şekil 2.11 : Tek eksenli basit uzama uygulaması.

Bu yer değiştirme alanı sonucunda, ilgili peridinamik hacim değişimi terimi $\theta_m^{PD}(x_{(k)})$ k. malzeme noktasındaki $x_{(k)}$ konumu için şu şekilde ifade edilir;

$$\theta_m^{PD}(x_{(k)}) = d\delta \sum_{j=1}^N s_{(k)(j)} \Lambda_{(k)(j)} V_{(j)} \quad (2.43)$$

Denklem 2.43’de yer alan N ifadesi $x_{(k)}$ malzeme noktası ufuk çemberi içerisinde kalan toplam malzeme noktası sayısını ifade eder. Klasik sürekli ortamlar mekaniğinde ise hacim değişimi problem alanı boyunca uniformdur ve denklem 2.44’teki gibi tanımlanır;

$$\theta_m^{CM}(x_{(k)}) = \zeta \quad (2.44)$$

Peridinamik ve klasik sürekli ortamlar mekaniğindeki hacim değişimi değerlerini elde ettikten sonra hacim değişimi düzeltme terimi;

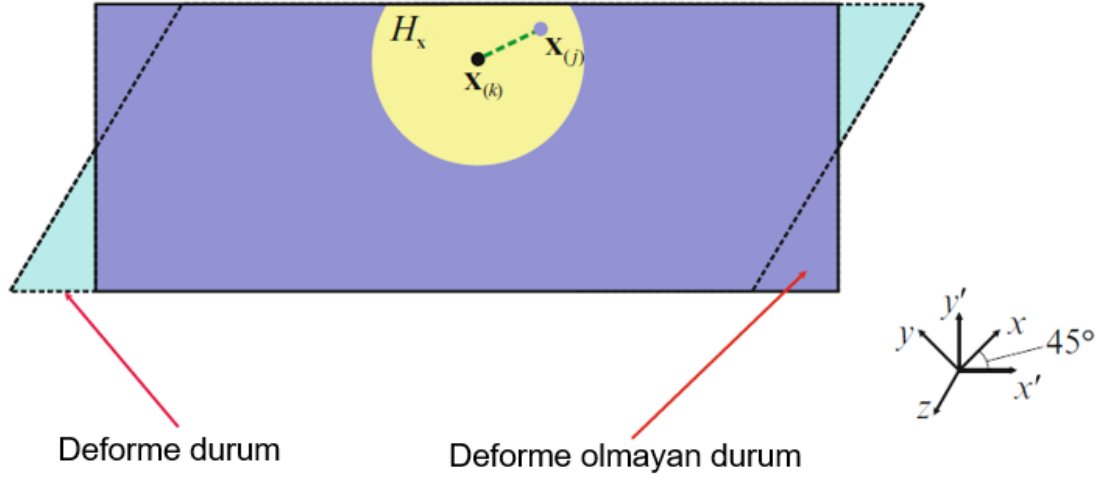
$$D_{m(k)} = \frac{\theta_m^{PD}(x_{(k)})}{\theta_m^{CM}(x_{(k)})} = \frac{\zeta}{d\delta \sum_{j=1}^N s_{(k)(j)} \Lambda_{(k)(j)} V_{(j)}} \quad (2.45)$$

olmaktadır. Benzer şekilde, herhangi bir malzeme noktasındaki şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu da $(x'-y')$, $(x'-z')$ ve $(y'-z')$ düzlemlerinde uygulanan basit kayma yüklemesi ile hesaplanır. Bu yükleme, sabit yer değiştirme gradyanı, $\frac{\partial u_\alpha^*}{\partial \beta} = \zeta$ ile elde edilir. Burada $\alpha \neq \beta$ ve $\alpha, \beta = x', y', z'$ şeklinde tanımlanır. Söz konusu düzlemler, küresel koordinat sistemindeki $(x-y)$, $(x-z)$ ve $(y-z)$ düzlemlerine göre -45 derece açıyla konumlandırılmıştır. Basit kayma yüklemesi sonucunda, herhangi bir malzeme noktasındaki x konumundaki yer değiştirme alanlar denklem 2.46, 2.47 ve 2.48’deki gibi ifade edilir:

$$u_1^T(x) = \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial u_{x'}^*}{\partial y'} x \quad -\frac{1}{2} \frac{\partial u_{x'}^*}{\partial y'} y \quad 0 \right\}, \quad (2.46)$$

$$u_2^T(x) = \left\{ 0 \quad \frac{1}{2} \frac{\partial u_{y'}^*}{\partial z'} y \quad -\frac{1}{2} \frac{\partial u_{y'}^*}{\partial z'} z \right\}, \quad (2.47)$$

$$u_3^T(x) = \left\{ -\frac{1}{2} \frac{\partial u_{z'}^*}{\partial x'} x \quad 0 \quad \frac{1}{2} \frac{\partial u_{z'}^*}{\partial x'} z \right\}, \quad (2.48)$$



Şekil 2.12 : Basit kesme yüklemesi.

Burada alt indisler (1, 2, 3) sırasıyla (x'-y'), (y'-z') ve (x'-z') düzlemlerinde uygulanan basit kayma yüklemelerini temsil etmektedir. Uygulanan yer değiştirme alanları sonucunda x_k malzeme noktasındaki PD şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$W_m^{PD}(x_{(k)}) = a \left(\theta_m^{PD}(x_{(k)}) \right)^2 + b \delta \sum_{j=1}^N \frac{1}{|x_j - x_k|} (|y_j - y_k| - |x_j - x_k|)^2 V_{(j)}, \quad (2.49)$$

Basit kayma yükü altında hacim değişimi ve şekil değişimi enerjisi yoğunluğu değerleri klasik sürekli ortamlar mekaniği ile şu şekilde hesaplanır:

$$\theta_m^{CM}(x_{(k)}) = 0, \quad (2.50)$$

$$W_m^{CM}(x_{(k)}) = \frac{1}{2} \mu \zeta^2 \quad (2.51)$$

Denklem 2.50'de hacim değişimi ifadesinin '0' olmasının sebebi denklem 2.49'da düzeltme işleminin zaten yapılmış olmasıdır. Bu nedenle, düzeltme terimi yalnızca b parametresini içeren terim için gereklidir;

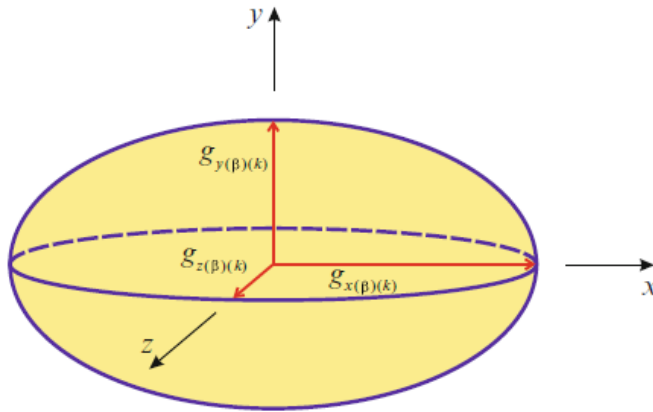
$$S_{m(k)} = \frac{W_m^{CM}(x_{(k)})}{W_m^{PD}(x_{(k)})} = \frac{\frac{1}{2}\mu\zeta^2}{b\delta \sum_{j=1}^N \frac{1}{|x_j - x_k|} (|y_j - y_k| - |x_j - x_k|)^2 V_{(j)}} \quad (2.52)$$

Elde edilen ifadelerle birlikte, hacim ve şekil değişimi enerjisi yoğunluklarındaki integral terimleri için düzeltme faktörlerinden oluşan bir vektör, x_k malzeme noktası için şu şekilde yazılabilir:

$$g_{(d)}(x_{(k)}) = \{g_{x(d)(k)}, g_{y(d)(k)}, g_{z(d)(k)}\}^T = \{D_{1(k)}, D_{2(k)}, D_{3(k)}\}^T, \quad (2.53)$$

$$g_{(b)}(x_{(k)}) = \{g_{x(b)(k)}, g_{y(b)(k)}, g_{z(b)(k)}\}^T = \{S_{1(k)}, S_{2(k)}, S_{3(k)}\}^T, \quad (2.54)$$

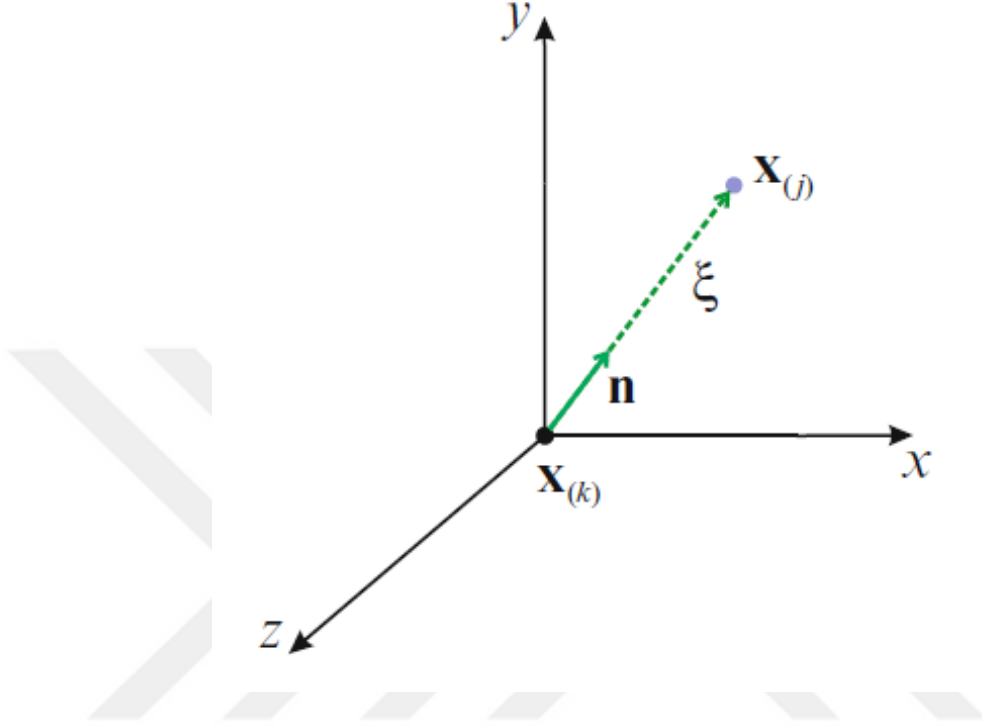
Denklem 2.53 ve 2.54'teki düzeltme faktörleri yalnızca x-, y- ve z- yönlerinde geçerlidir. Ancak, herhangi bir yöndeki yüzey düzeltme faktörünü yaklaşık olarak ifade edebilmek için, Şekil 2.13'de gösterildiği gibi bir elipsoidin asal değerleri olarak da kullanılabilirler.



Şekil 2.13 : Elipsoid üzerinde yüzey düzeltme faktörleri yönlenmesi.

Genel bir yükleme koşulunu ele aldığımızda, Şekil 2.14'te gösterilen $x_{(k)}$ ve $x_{(j)}$ malzeme noktaları arasındaki etkileşim için düzeltme faktörü, birim bağıl konum vektörleri yönünde denklem 2.55'teki gibi elde edilebilir;

$$n = \frac{x_{(j)} - x_{(k)}}{|x_{(j)} - x_{(k)}|} = \{n_x, n_y, n_z\} \quad (2.55)$$

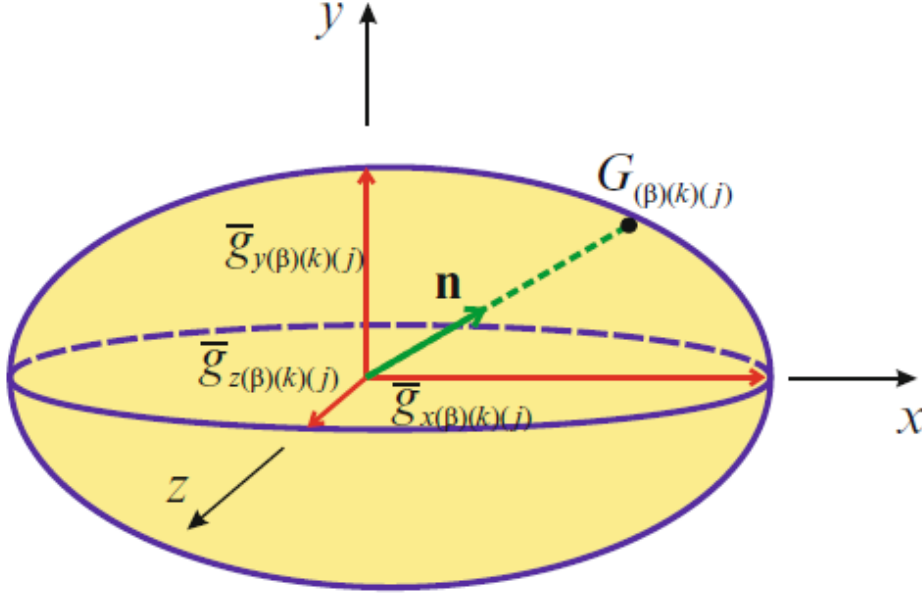


Şekil 2.14 : $x_{(k)}$ ve $x_{(j)}$ malzeme noktaları arasındaki PD etkileşim.

Yüzey düzeltme faktörleri $x_{(k)}$ ve $x_{(j)}$ malzeme noktalarında farklı değerler alır. Bu sebeple, $x_{(k)}$ ve $x_{(j)}$ malzeme noktaları arasındaki düzeltme katsayıları ortalama değerler alınarak elde edilir.

$$\bar{g}_{(\beta)(k)(j)} = \{\bar{g}_{x(\beta)(k)(j)}, \bar{g}_{y(\beta)(k)(j)}, \bar{g}_{z(\beta)(k)(j)}\}^T = \frac{g_{(\beta)(k)} + g_{(\beta)(j)}}{2} \quad (2.56)$$

Denklem 2.56'da $\beta = d, b$ değerlerini almaktadır.



Şekil 2.15 : Ortalama değerler ile yüzey düzeltme faktörlerinin elipsoit üzerinde gösterimi.

Şekil 2.15'te görülen, elipsoit ve birim bağıl konum vektörünün kesişimi ile yüzey düzeltme faktörü $x_{(k)}$ ve $x_{(j)}$ malzeme noktaları arasında aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$G_{(\beta)(k)(j)} = \left(\left[\frac{n_x}{\bar{g}_{x(\beta)(k)(j)}} \right]^2 + \left[\frac{n_y}{\bar{g}_{y(\beta)(k)(j)}} \right]^2 + \left[\frac{n_z}{\bar{g}_{z(\beta)(k)(j)}} \right]^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.57)$$

Bu bağlamda yüzey düzeltme faktörlerinin doğru şekilde uygulanması, özellikle serbest yüzey veya ara yüzeylere yakın konumlanan malzeme noktalarında, peridinamik analizlerin doğruluğunu önemli ölçüde artırmaktadır. Yüzey bölgelerinde etkileşim alanının eksik kalmasından kaynaklanan hacimsel etkiler, düzeltme faktörleriyle telafi edilerek hem hacim ve hem de şekil değişimi enerjisi yoğunluğu hesaplamalarında klasik teorilerle uyumlu sonuçlar elde edilmesine olanak sağlar. Böylece, yapay kenar etkilerinin önüne geçilerek, modelin tüm çözüm alanı boyunca fiziksel anlamlılığı korunur. Sunulan bu düzeltme yaklaşımı sayesinde, karmaşık geometrilere ve heterojen içyapıya sahip sistemlerin analizin peridinamik teorisinin uygulanabilirliği genişletilmiş olmaktadır.

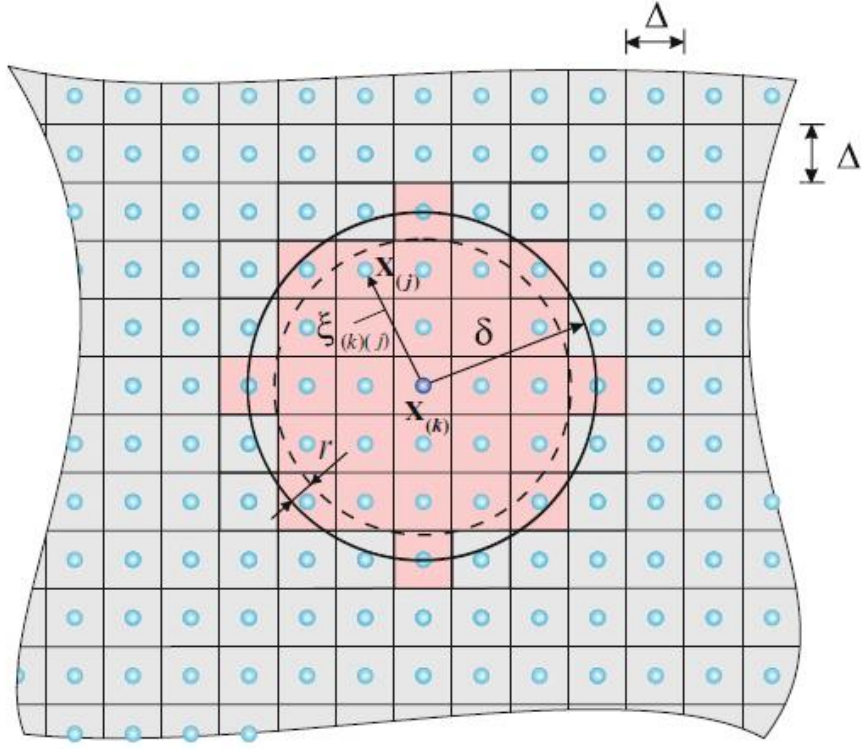
2.9 Hacim Düzeltme Uygulaması

Peridinamik analizlerde hacim düzeltme katsayıları, sayısal bütünlük ve fiziksel tutarlılığın sağlanmasında kritik bir rol oynamaktadır. Malzeme noktalarının etkileşim bölgeleri içerisinde yer alan komşu noktalarla olan ilişkileri, teorik olarak sürekli bir ortamı temsil etse de sayısal modelleme sürecinde bu ilişki yalnızca sonlu sayıdaki noktalar üzerinden hesaplanmaktadır. Bir malzeme noktası $x_{(k)}$ ile ilişki olarak, bu noktanın ufuk bölgesi içerisindeki sayısal integrasyon işlemi, o ufuk içinde kalan her bir malzeme noktası $x_{(j)}$ 'nin tamamının hacmi dikkate alınarak hesaplanmaktadır. Şekil 2.16'da da gösterildiği gibi, malzeme noktaları arasındaki mesafenin Δ ve ufuk mesafesinin $\delta = 3\Delta$ olduğu durumda, sayısal olarak $|x_{(j)} - x_{(k)}| < \delta$ şartını sağlayan tüm malzeme noktalarının hacimlerinin toplanması anlamına gelir.

Fakat bazı malzeme noktaları ufuk alanının (2B problemler için) tam olarak içerisinde yer almayabilir. Bu durumun önüne geçebilmek amacıyla sayısal integrasyonda yalnızca ufuk içindeki değil, aynı zamanda ufuk sınırına yakın olan malzeme noktalarının etkisi de göz önünde bulundurulur. Bu kapsamda, $r = \frac{\Delta}{2}$ mesafesi, ufuk yüzeyinden uzaklık olarak tanımlanır ve yeni hacim düzeltmesi $|x_{(j)} - x_{(k)}| < \delta - r$ şartını sağlayan noktalardan başlatılır. $\delta - r < \xi_{(k)(j)} < \delta$ aralığında kalan noktalar için hacim düzeltme katsayısı aşağıda ifadeyle tanımlanır.

$$v_{c(j)} = \frac{\delta + r - \xi_{(k)(j)}}{2r} \quad (2.58)$$

Bu katsayı, malzeme noktasının ufuk sınırına göre olan konumuna bağlı olarak 1 ile $\frac{1}{2}$ arasında doğrusal olarak değişir. Eğer ele alınan malzeme noktası bu aralığın dışında yer alıyorsa, hacim düzeltme katsayısı varsayılan değer olarak $v_{c(j)} = 1$ olarak alınır.



Şekil 2.16 : Malzeme noktaları için hacim düzeltme işlemi.

3. MODELLEME

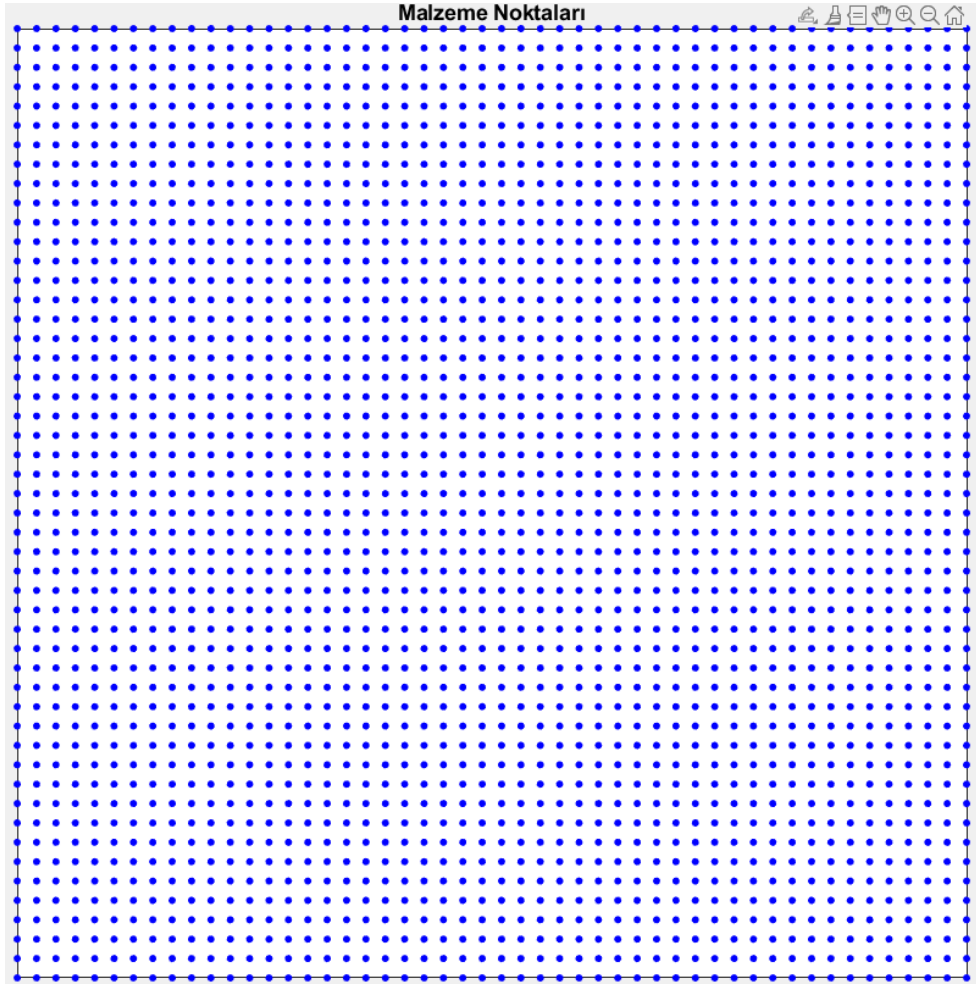
Bu bölümde, sürekli fiber takviyeli kompozit malzemelerin enine yükleme koşulu altında mekanik davranışlarının peridinamik teori ile modellenmesi ve analiz edilmesi süreci ele alınmaktadır. Sunulan çalışmada, peridinamik modeller sıradan durum-temelli (ordinary state based) yaklaşım çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Böylelikle, mekanik davranışın daha kapsamlı modellenmesi mümkün olmuştur.

Modelleme çalışmaları, iki boyutlu olarak ve MATLAB (2022) yazılımı vasıtasıyla geliştirilmiş peridinamik algoritmalar kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu kapsamda, temsili birim hücre (RVE-Representative Volume Element) modelleri oluşturulmuş, fiberler rastgele dağılım gösterecek şekilde tanımlanmıştır. RVE içerisindeki malzeme noktaları, fiber çapı ve hedef hacim oranı gibi fiziksel parametrelere uygun olacak şekilde düzenlenmiş, böylece mikroyapının istatistiksel olarak temsiliyetinin sağlanması amaçlanmıştır. Fiber-matris arayüzlerinde mükemmel bağ koşulu (perfect bonding) varsayılarak yük aktarımında transfer süreklilik korunmuştur. Peridinamik malzeme sabitleri klasik sürekli ortamlar teorisindeki parametrelerle uyumlu olacak şekilde hesaplanmış ve yüzey düzeltme faktörleri, hacim düzeltme katsayıları gibi önemli parametreler tanımlanarak modelin hassasiyeti artırılmıştır. Çözümlerde daha kararlı ve hızlı sonuçlar alabilmek amacıyla uyarlanabilir dinamik gevşeme (ADR-adaptive dynamic relaxation) yaklaşımından faydalanılmıştır. Matris-fiber fazları arasındaki arayüz bağları en uygun şekilde modellenmiştir. Yükleme bölgesi Δ değeri olarak malzeme noktaları arasındaki mesafe dikkate alınmıştır.

3.1 Peridinamik Modelde Malzeme Noktalarının Oluşturulması

İlk adımda peridinamik analizlerde kullanılacak olan malzeme noktalarının iki boyutlu bir dikdörtgen plaka üzerinde düzenli bir şekilde yerleştirilmesi gerçekleştirilmiştir. Modelde, plaka boyutları ve malzeme noktası sayıları baştan belirlenmiş olup, noktalar x ve y doğrultularında eşit aralıklı olacak şekilde yerleştirilmiştir. Bu yapı, hem merkezden çevreye düzenli bir geometri oluşturulmasını sağlamakta hem de sonraki adımda bağların kurulabilmesi için uygun bir temel oluşturmaktadır.

Şekil 3.1’de MATLAB (2022)’dan oluşturulmuş dikdörtgen plakaya düzenli olarak yerleştirilen malzeme noktaları görülmektedir. Her bir nokta, plakanın belirli bir bölgesini temsil eden fiziksel olarak belirli bir hacme ve kütleye sahip bir malzeme parçacığını temsil etmektedir. Noktalar arasında doğrudan bir süreklilik bulunmamakla birlikte, bu noktaların karşılıklı etkileşimleri yoluyla malzemenin deformasyon ve hasar davranışları modellenmektedir. Sunulan çalışmadaki modelde fiberler arasında minimum $[2.05 \times \text{Fiber yarıçapı}]$ mesafesi bırakılarak, fiberlerin üst üste binmesi engellenmiştir. Bu düzenlemeler sayesinde hem fiber-matris oranı doğru şekilde korunmuş hem de fiberlerin RVE sınırları içinde dengeli ve temsili bir dağılımı sağlanmıştır.

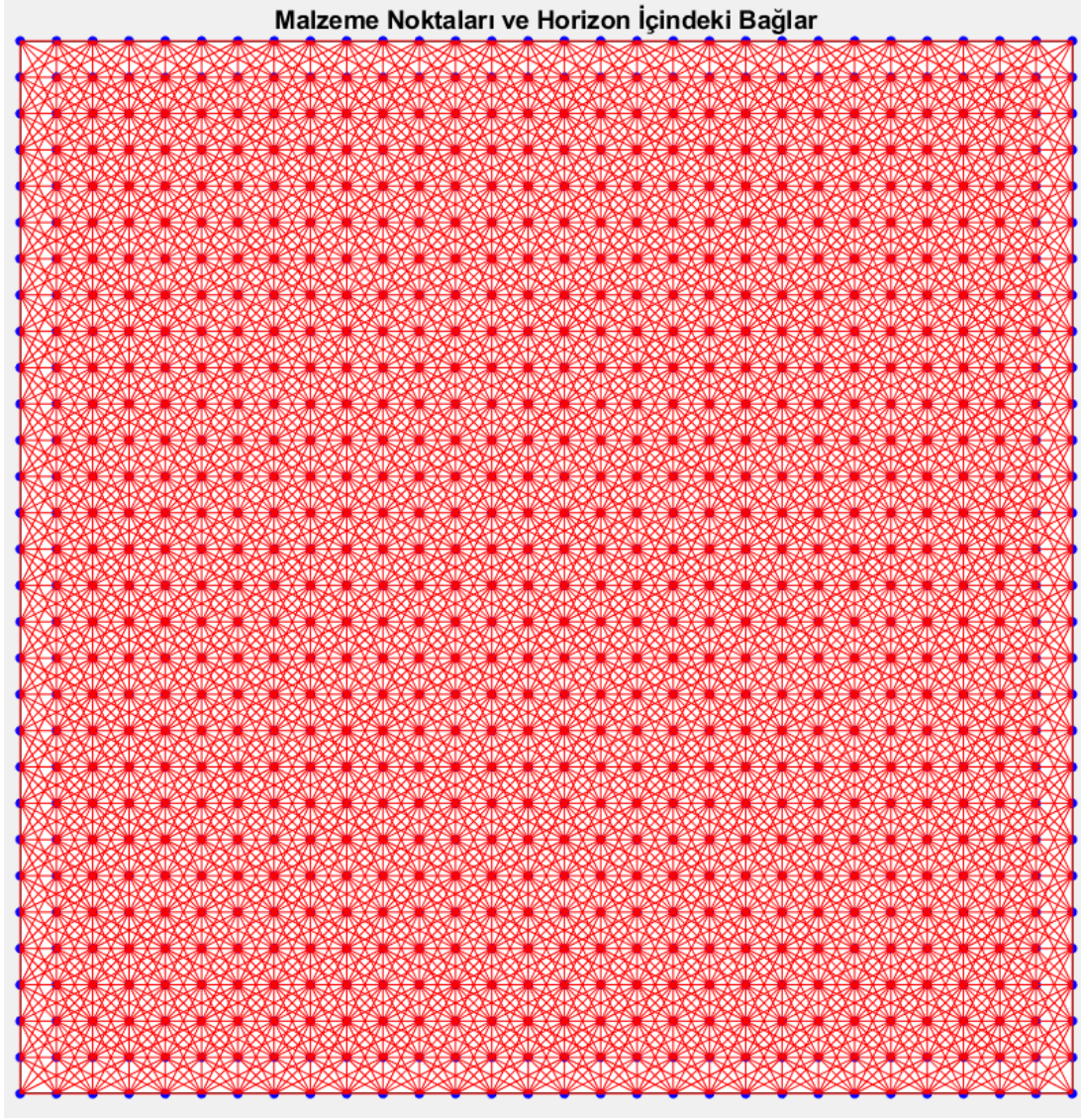


Şekil 3.1 : Malzeme noktaları.

İkinci aşamada, oluşturulan malzeme noktaları arasında peridinamik bağlar tanımlanmıştır. Her bir malzeme noktası, belirli bir etkileşim yarıçapı (ufuk-horizon)

içerisinde yer alan diğer noktalarla bağ yapmaktadır. Bu bağlar, malzemenin mekanik özelliklerini ve deformasyon davranışını taşıyan temel yapısal elemanlar olarak görev yapmaktadır. Her bir bağın, elastik özellikler (bağ rijitliği vb.), bağın kuvvet taşıma kapasitesi, kritik bağıl uzama esaslı hasar kriterleri vb. kendi özellikleri vardır. Böylelikle bağlar yalnızca deformasyonları iletmekle kalmaz, aynı zamanda malzemenin hasar oluşumu ve ilerleyişini de doğrudan kontrol eder.

Bağların kurulması, modelin fiziksel doğruluğu için kritik öneme sahiptir. Bağ uzunluklarının ufuk mesafesi içerisinde sınırlanması, malzemenin yerel olmayan davranışını temsil etmeye yeterlidir. Bu sayede her malzeme noktası sadece en yakın komşularıyla değil, belirli bir mesafe içindeki tüm diğer noktalarla da etkileşim halindedir. Bu sebeple peridinamik modellemede, her malzeme noktası için etkileşim yarıçapı (ufuk-horizon) içerisinde kalan komşu noktaların belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçlar, her malzeme noktası için bir komşuluk listesi (neighbor list) oluşturulmuştur. MATLAB (2022) ortamında bu yapı, her bir malzeme noktasının, ufuk mesafesi içerisinde kalan diğer noktaların indekslerini kayıt altına alan bir hücre dizisi (cell array) olarak tanımlanmıştır. Böylece her nokta, yalnızca fiziksel olarak etkileşimde bulunduğu noktaları kayıt altına almakta ve bağ kuvvetleri ile deformasyon hesaplamaları sadece bu noktalar arasında gerçekleştirilmektedir. Bu yaklaşım hem hesaplama maliyetini önemli ölçüde azaltmakta ve hem de peridinamik analizlerde mekanik etkileşimlerin doğru bir şekilde modellenmesini sağlamaktadır. Komşuluk listelerinin oluşturulması aşamasında, tüm malzeme noktaları arasındaki uzaklıklar hesaplanmış ve belirlenen ufuk mesafesinin altında kalan noktalar listeye dahil edilmiştir. Böylece, her malzeme noktası için kurulan bağ ilişkileri sistematik bir şekilde tanımlanmıştır. Peridinamik modellemede, malzemenin mekanik davranışını en doğru şekilde yansıtmaya amacıyla optimize edilmiş komşuluk yarıçapı mesafesinin, yan yana dizilen noktalar arasındaki mesafenin 3.015 katı olarak alınmasının uygun olduğu belirtilmektedir (Madenci ve Oterkus (2014)). Şekil 3.2’de bir malzeme ortamı için her bir malzeme noktasının ufuk mesafesi içerisinde diğer malzeme noktalarıyla oluşturduğu bağlar gösterilmiştir. Şekil 3.2’de her malzeme noktası ile komşuları arasındaki fiziksel bağlar doğrudan kırmızı çizgilerle ifade edilmiştir. Modelde oluşturulan bağ yapısında kuvvetlerin hangi noktalara paylaşıldığı açık bir şekilde görülmektedir (Şekil 3.2).



Şekil 3.2 : Malzeme noktaları arasındaki bağlar.

3.1.1 Genel çözüm algoritması

- Problem sisteminin ölçülerinin tanımlanması
- Malzeme özelliklerinin tanımlanması
- Zaman integrasyonu için stabil zaman adımı büyüklüğünün belirlenmesi. Eğer analiz adaptif dinamik rölaksasyon (ADR) tekniğini içeriyorsa, zaman adımı büyüklüğü 1 olarak alınır.
- Malzeme nokta konumlarının tanımlanması

- Her malzeme noktası ufku içinde kalan diğer malzeme noktalarının belirlenmesi ve bunların kayıt altına alınması
- Önceden var olan bir çatlak problemi durumunda, çatlak yüzeylerinden geçen peridinamik etkileşimlerin kaldırılması
- Her bir malzeme noktası için yüzey ve hacim düzeltme faktörlerinin hesaplanması
- Başlangıç koşullarının uygulanması
- Eğer analiz adaptif dinamik gevşeme (ADR) tekniğini içeriyorsa, kararlı kütle matrisinin oluşturulması
- Zaman integrasyonunun başlatılması
- Sınır koşullarının uygulanması
- Her malzeme noktası üzerinde toplam peridinamik etkileşim kuvvetlerinin hesaplanması
- Eğer malzeme noktaları arasındaki bağların bağıl uzaması kritik bağıl uzama değerini aşıyorsa ilgili peridinamik etkileşimini sonlandırılması
- Eğer analiz ADR tekniğini içeriyorsa, ADR parametrelerinin hesaplanması
- Yer değiştirme ve hız değerlerinin elde edilmesi
- Elde edilen yer değiştirme ve hız değerlerinden gerilme ve birim şekil değiştirme değerlerinin hesaplanması

3.1.2 Karma malzeme peridinamik RVE modellerinin oluşturulması

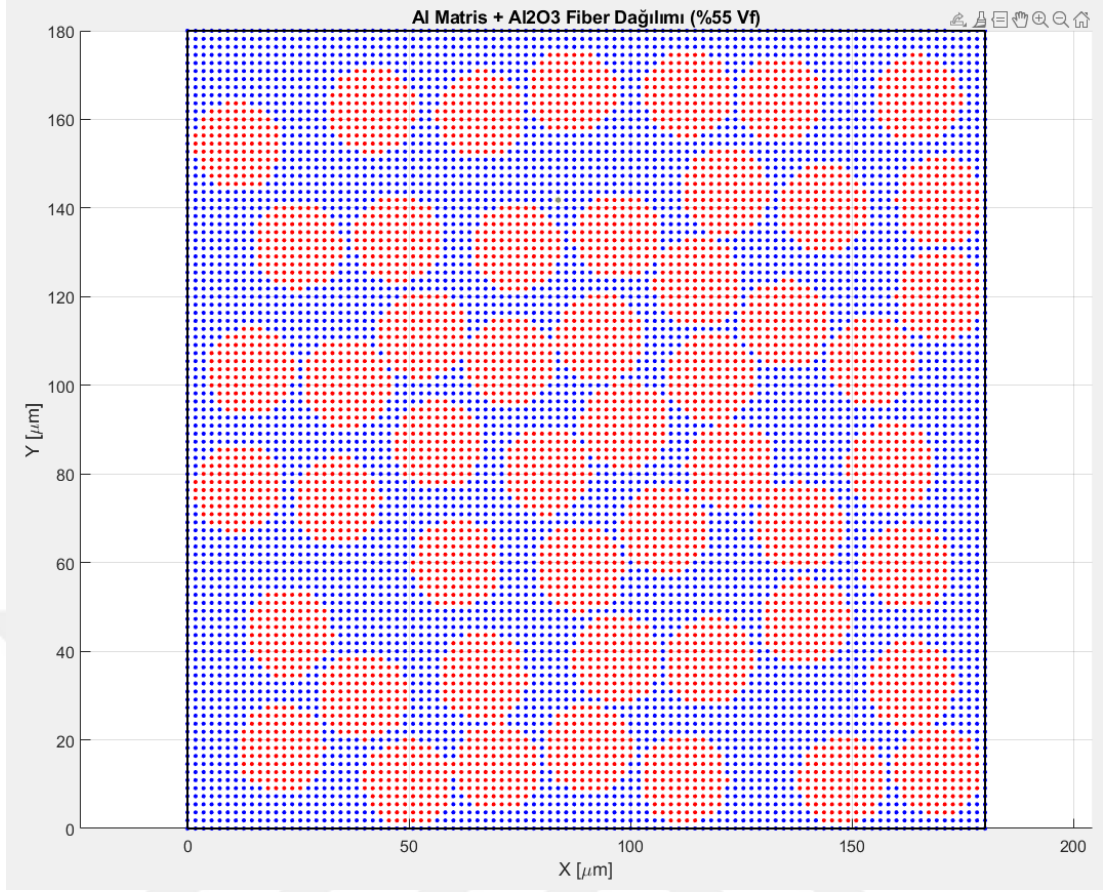
Model doğrulama sürecinde, literatürde deneysel mekanik özellikleri detaylı olarak raporlanmış üç farklı kompozit sistem esas alınmıştır: Jansson (1991)'un çalışmasında %55 hacim oranına sahip Al matris / Al_2O_3 fiber takviyeli kompozit malzemenin mekanik davranışı deneysel olarak incelenmiştir. Guden ve Hall (2000) tarafından yürütülen çalışmada basma yüklemesi altında incelenen %35 hacim oranlı Al matris / Al_2O_3 fiber kompoziti ele alınmıştır. Riano vd. (2016) çalışmasında ise %54 fiber hacim oranına sahip epoksi matris / cam fiber kompozit malzemenin mekanik davranışı incelenmiştir. Çizelge 3.1'de verilen bu malzemelerin elastik modül ve

Poisson oranı gibi mekanik özellikleri, peridinamik RVE modellerinin malzeme parametrelerinin belirlenmesinde kullanılmıştır.

Çizelge 3.1 : Kompozit malzemelerin deneysel verileri.

Malzeme	Hacim Oranı	Yükleme koşulu	Elastik Modül (GPa)	Poisson Oranı	Referans
Al Matris / Al_2O_3 Fiber	%55	Çekme	$E_{matris}=68.9$ $E_{fiber}=334.5$	0.32 0.26	Jansson (1991)
Al Matris / Al_2O_3 Fiber	%35	Basma	$E_{matris}=68.9$ $E_{fiber}=334.5$	0.32 0.26	Guden ve Hall (2000)
Epoksi Matris / Cam Fiber	%54	Çekme	$E_{matris}=2.7$ $E_{fiber}=80.0$	0.40 0.25	Riano vd. (2016)

%55 hacim oranına sahip alüminyum matrisli Al_2O_3 fiber takviyeli kompozit malzemeyi temsil edecek RVE modeli içyapısı fiber çapı sabit (20 μm) ve rastgele dağılım olarak kurulmuştur (Jansson, 1991). RVE boyutu yaklaşık olarak 180 μm x 180 μm olarak belirlenmiştir. Bu seçimde, literatürde verilen RVE boyu/fiber çapı oranının en az 8 değerinde olması önerisi dikkate alınmıştır (Riano vd. (2016)). Malzeme noktaları 100 x 100 olacak şekilde ardışık ve eşit aralıklarla konumlandırılmıştır. Dolayısıyla malzeme noktaları arasındaki mesafe yaklaşık 1.82 μm olup, komşuluk yarıçapı (ufuk- horizon) bu mesafenin 3.015 katı olarak atanmıştır. Şekil 3.3’de oluşturulan model görülmektedir.



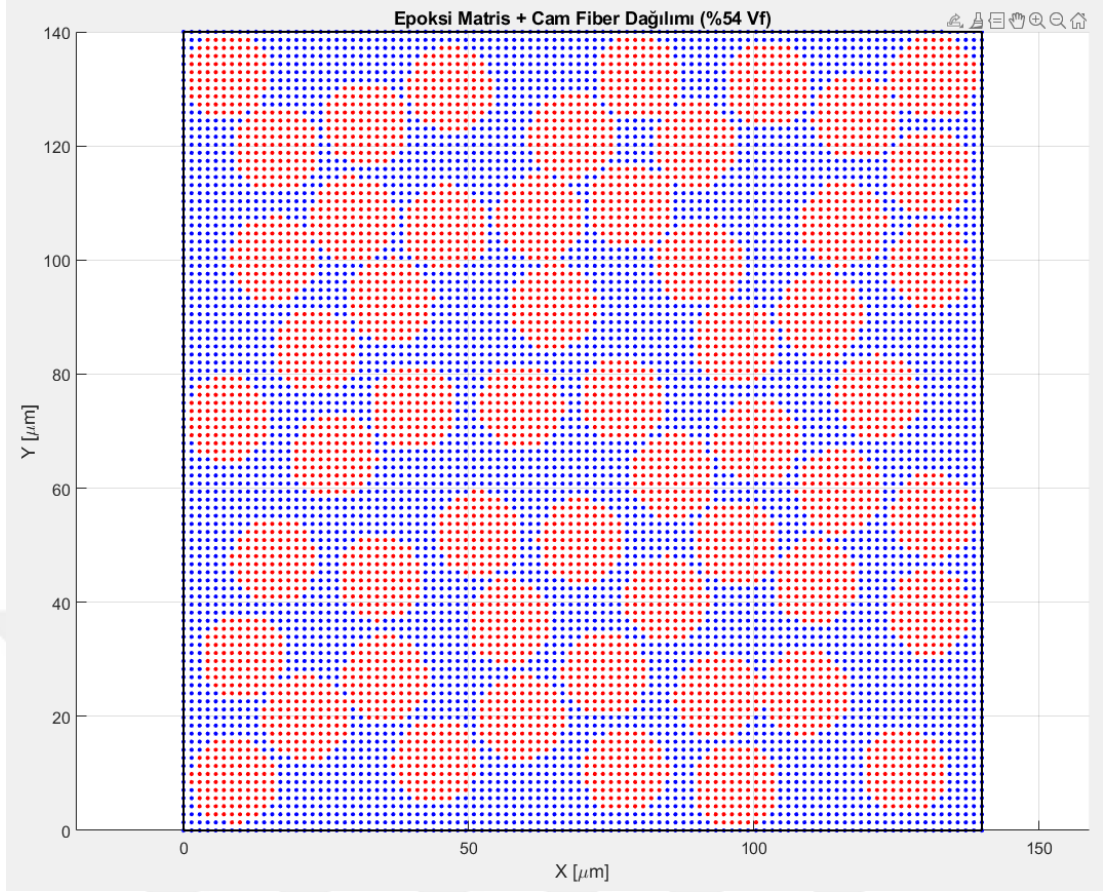
Şekil 3.3 : Al matris / Al_2O_3 fiber %55 hacim oranlı RVE modeli.

%35 hacim oranına sahip alüminyum matrisli Al_2O_3 fiber takviyeli kompozit malzemeyi temsil edecek şekilde ve yukarıda verilen modelleme değişkenleri kullanılarak oluşturulan model ise Şekil 3.4’te görülmektedir.



Şekil 3.4 : Al matris / Al_2O_3 fiber %35 hacim oranlı RVE modeli

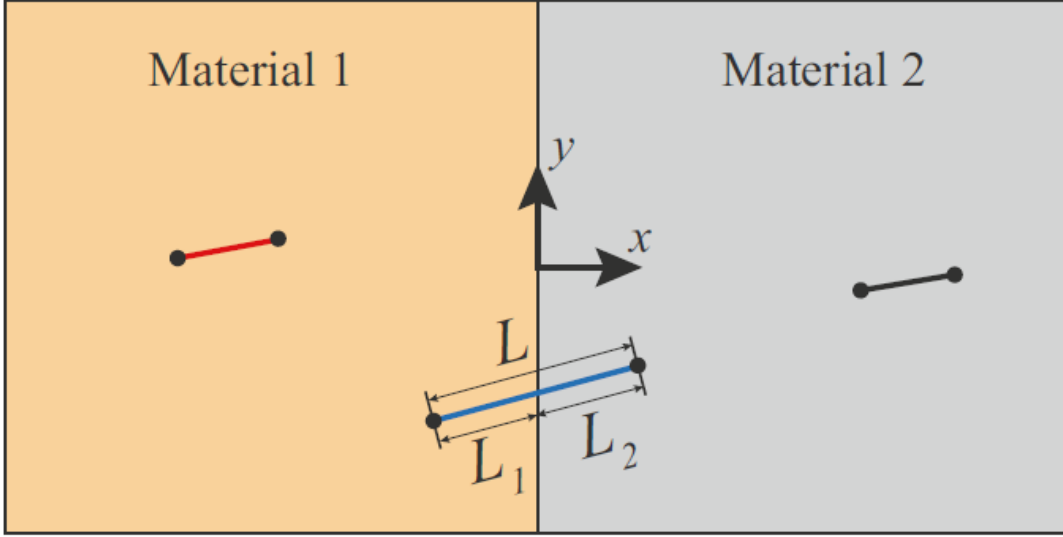
%54 fiber hacim oranına sahip epoksi matrisli ve cam fiber takviyeli kompozit malzemenin RVE modeli de aynı yöntem izlenerek oluşturulmuştur. Bu yapı için fiber çapı $15\ \mu\text{m}$ olarak belirlenmiş ve buna uygun olarak RVE boyutları $140\ \mu\text{m} \times 140\ \mu\text{m}$ olarak seçilmiştir. Böylece, RVE boyutları ile fiber çapı oranı yine literatürde belirtilen minimum değerin üzerinde tutulmuş ve istatistiksel temsiliyet kriterleri sağlanmıştır. Malzeme noktası sayısı x ve y yönünde 100'er adet olacak şekilde tanımlanmış, bu sayede malzeme noktaları arası mesafe $1.41\ \mu\text{m}$ olarak elde edilmiştir. Horizon mesafesi de daha önceki modellerde olduğu gibi malzeme noktaları arasındaki mesafenin 3.015 katı alınarak belirlenmiş ve etkileşim yarıçapı uygun şekilde ayarlanmıştır. Şekil 3.5'te oluşturulan model görülmektedir.



Şekil 3.5 : Epoksi matris / Cam fiber %54 hacim oranlı RVE modeli

Modellerin yüklenmesinde karşılıklı kenarlara her bir malzeme noktasında aynı değer olacak şekilde sabit bir yer değiştirme miktarı uygulanmıştır. Peridinamik ufuk içinde kalan noktalar tek bir fazdan oluşuyorsa o ufuk için fazın mekanik özellikleri kullanılmıştır. Ufuk içinde iki faza ait malzeme noktaları bulunduğunda ise matris-fiber arayüz bağlarının kuvvet hesaplamalarında doğru şekilde elde edilebilmesi için dört farklı yaklaşım yapılmıştır. Bu yaklaşımlar, bağın rijitliğini tanımlamamıza olanak sağlayan, Denklem 2.13 ve denklem 2.14a'da verilen a ve b peridinamik malzeme parametrelerinin hesaplanmasında kullanılan hacimsel elastisite modülü (κ) ve kayma modülü (μ) üzerinden yapılmıştır.

1. **Yaklaşım:** Nguyen vd. (2022)'nin bahsettiği malzeme sabitleri ile yapılan harmonik ortalama yaklaşım yöntemidir.



Şekil 3.6 : İki farklı faz içerisindeki malzeme noktalarının etkileşimi

Şekil 3.6'daki şematik gösterimde görülebildiği üzere bağ uzunluğunun iki ayrı faz içerisinde kalan bölümleri ele alınmıştır.

$$X = \frac{L}{\frac{L_1}{X_1} + \frac{L_2}{X_2}} \quad (3.1)$$

Denklem 3.1'de X ortalama malzeme özelliği (kayma modülü, hacimsel elastisite modülü vb.), X_1 ve X_2 ise her bir fazın ayrı ayrı malzeme özelliğidir. L_1 ve L_2 birbirine eşit kabul edilmiştir (Bobaru vd. 2017). Bu yaklaşım ile elde edilen hacimsel elastisite modülü (κ) ve kayma modülü (μ) ile a ve b peridinamik malzeme parametreleri hesaplanmıştır ve arayüz bağları bu doğrultuda tanımlanmıştır.

- 2. Yaklaşım:** L_1 ve L_2 birbirine bağ boylarını birbirine eşit kabul ederek 0,5 oranıyla çözüm arayan harmonik ortalama yaklaşımına benzer olarak, ikinci yaklaşımda 0,5 değeri yerine ufuk yarıçapındaki takviye hacim oranı kıstas alınmıştır. Bu amaçla her bir malzeme noktasının ufuk yarıçapı içerisinde kalan matris ve fiber fazına ait malzeme nokta sayısı üzerinden malzeme noktasına ait yerel bir hacim oranı belirlenebilir:

$$V_f = \frac{N_f}{N_t} \quad V_m = \frac{N_m}{N_t} \quad (3.2a, b)$$

Denklem 3.2a ve 3.2b’de N_f ilgili malzeme noktasının ufuk yarıçapı içerisinde yer alan fiber malzeme nokta sayısını, N_m matris malzeme nokta sayısını ve N_t ise toplam malzeme nokta sayısını ifade eder. Bu doğrultuda malzeme özelliğini veren homojenleştirme eşitliği olarak, karışımlar kurallarından (Voight, 1928 ve Reuss, 1929) alt sınırı ifade eden homojenleştirme eşitliğinin denklem 3.3 ile verildiği bilinmektedir:

$$\frac{1}{X_{AS}} = \frac{V_f}{X_f} + \frac{V_m}{X_m} \quad (3.3)$$

Denklem 3.3’teki X_{AS} ufuk yarıçapına ait yerel ortalama malzeme özelliğini, X_f ve X_m sırasıyla fiber ve matrise ait malzeme özelliklerini, V_f ve V_m sırasıyla fiber ve matrise ait ufuk bölgesindeki hacim oranlarını ifade eder. Birinci yaklaşımda olduğu gibi her bir ufuk bölgesi için Denklem (3.3) ile hesaplanan hacimsel elastisite modülü (κ) ve kayma modülü (μ) değerleri ile peridinamik malzeme parametreleri a ve b belirlenir.

3. Yaklaşım: Üçüncü yaklaşımda da ufuk yarıçapındaki takviye hacim oranı kıstas alınmıştır. Yerel hacim oranları 2. Yaklaşımdaki gibi hesaplanmıştır. Ancak yerel malzeme özelliğini belirlemede karışımlar kuralının (Voight, 1928 ve Reuss, 1929) üst sınırını veren denklem 3.4 ile ifade edilen homojenleştirme eşitliği kullanılmıştır:

$$X_{ÜS} = V_f X_f + V_m X_m \quad (3.4)$$

Denklem 3.4’teki $X_{ÜS}$ ufuk yarıçapına ait yerel ortalama malzeme özelliğini ifade eder. Üst sınıra ait homojenleştirme hesabıyla belirlenen hacimsel elastisite modülü (κ) ve kayma modülü (μ) değerleri ile peridinamik malzeme parametreleri a ve b belirlenir.

- 4. Yaklaşım:** Bu yaklaşımda matris ve fiber faza ait mekanik özellikleri kullanarak her bir ufuk bölgesi için; ikinci yaklaşımla hesaplanan ilgili mekanik özelliğin alt sınır değeri ile üçüncü yaklaşımla hesaplanan özelliğin üst sınır değerlerinin ağırlıklı ortalaması alınmıştır:

$$X_{Ortalama} = wX_{fAS} + (1 - w)X_{üs} \quad (3.5)$$

Denklem 3.5'teki $X_{Ortalama}$ bir malzeme noktası için ufuk yarıçapıyla sınırlı yerel bölge için hesaplanan X_{AS} ve $X_{ÜS}$ değerlerinin ağırlıklı ortalamasıdır, “w” ağırlıklandırma katsayısı X_{AS} değerinin yerel bölge özelliğine katkısını ifade eder. Uygun “w” değeri içyapı geometrisi ile ilgilidir ve deneme yanılmalarla bulunabilmektedir (Yılmaz, 2009). “w” değeri belli olduğunda Denklem (3.5) ile belirlenen hacimsel elastisite modülü (κ) ve kayma modülü (μ) değerleri ile peridinamik malzeme parametreleri a ve b belirlenir.

4. MODELLEME SONUÇLARI ve İRDELEME

Model doğrulama çalışmaları kapsamında, literatürde yer alan deneysel çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırmalar yapılmıştır. Alüminyum matrisli Al_2O_3 fiber takviyeli kompozitler ve epoksi matrisli cam elyaf takviyeli kompozit malzemeye ilişkin mekanik karakterizasyon çalışmaları kıstas alınmıştır. Bu doğrultuda, peridinamik analizler sonucunda elde edilen elastik modül değerleri Jansson (1991), Guden & Hall (2000) ve Riano vd. (2016) çalışmalarında elde edilen deneysel verilerle karşılaştırılmıştır. Doğrulama sürecinde yalnızca elastik modül değerleri değil, aynı zamanda deformasyon paternleri ve yük taşıma kapasiteleri de dikkate alınarak modelin gerçek sistem davranışını temsil edip etmediği irdelenmiştir. Yapılan bu karşılaştırmalar sonucunda, geliştirilen peridinamik modellerin elastik deformasyon bölgelerinde deneysel verilerle uyumu gösterilmiştir. Ayrıca, geliştirilen modeller aracılığıyla farklı bir fiber hacim oranındaki malzeme özelliklerinin ve fiber-matris etkileşimleri de analiz edilmiştir. Yer değiştirme dağılımları incelenmiş; fiber çevresinde oluşan yer değiştirme farklılıkları tespit edilmiştir. Matris fazı içerisinde ve fiber çevresinde oluşan yerel deformasyonların, malzemenin genel deformasyon davranışına olan etkileri değerlendirilmiştir. Böylece, farklı hacim oranlarına sahip kompozit sistemlerde mikro mekanik özelliklerin malzemenin genel mekanik davranışı üzerindeki etkileri net bir şekilde ortaya konmuştur. Peridinamik modelleme süreçleri, kullanılan analiz parametreleri, literatür doğrulama çalışmaları ve farklı fiber hacim oranlarına sahip kompozit sistemler için elde edilen analiz sonuçları detaylı olarak aşağıda sunulmaktadır.

4.1 %55 Fiber Hacim Oranlı Al Matris / Al_2O_3 Fiber Karma Malzeme için Sonuçlar

Al-Li matrisli ve Al_2O_3 fiber takviyeli %55 hacim oranına sahip kompozit malzemenin gerilme-birim şekilde değiştirme davranışı, peridinamik model sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. RVE modelinin en üst ve en alt sırasındaki malzeme noktalarına eş zamanlı ve simetrik çekme yönünde deplasman uygulanmıştır İlgili analiz 5000 zaman

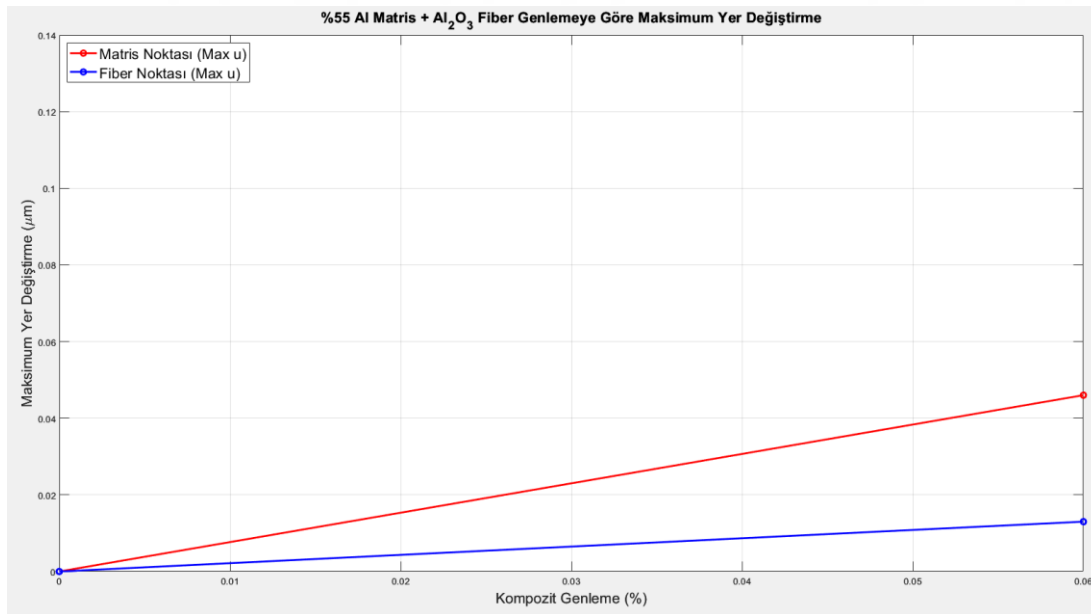
adımıyla ve ADR tekniği ($t=1$) kullanılarak çözdürülmüştür. Çizelge 4.1’de her bir yaklaşımla hesaplanan elastiklik modülleri deney sonucu ile karşılaştırılması verilmektedir.

Çizelge 4.1 : Elde edilen elastik modüller ve deneysel veri, Jansson (1991).

Deneysel Değer	1. Yaklaşım	2. Yaklaşım	3. Yaklaşım	4. Yaklaşım
E=150 GPa	E ₁ =139.42 GPa	E ₂ =136.87 GPa	E ₃ =161.63 GPa	E ₄ =150.62 GPa

Elde edilen değerler çizelge 4.1’de verilen deney sonucu değeri olan E = 150 GPa değeriyle kabul edilebilir bir uyum göstermektedir. 4. Yaklaşım için deneme yanılmalarla tespit edilen “w” ağırlıklandırma oranı 0.454 değerinin deneysel veriye en yakın sonucu verdiği belirlenmiştir. Bu “w” değerinin matris fazın hacim oranıyla çok yakın olması ayrıca dikkat çekmektedir.

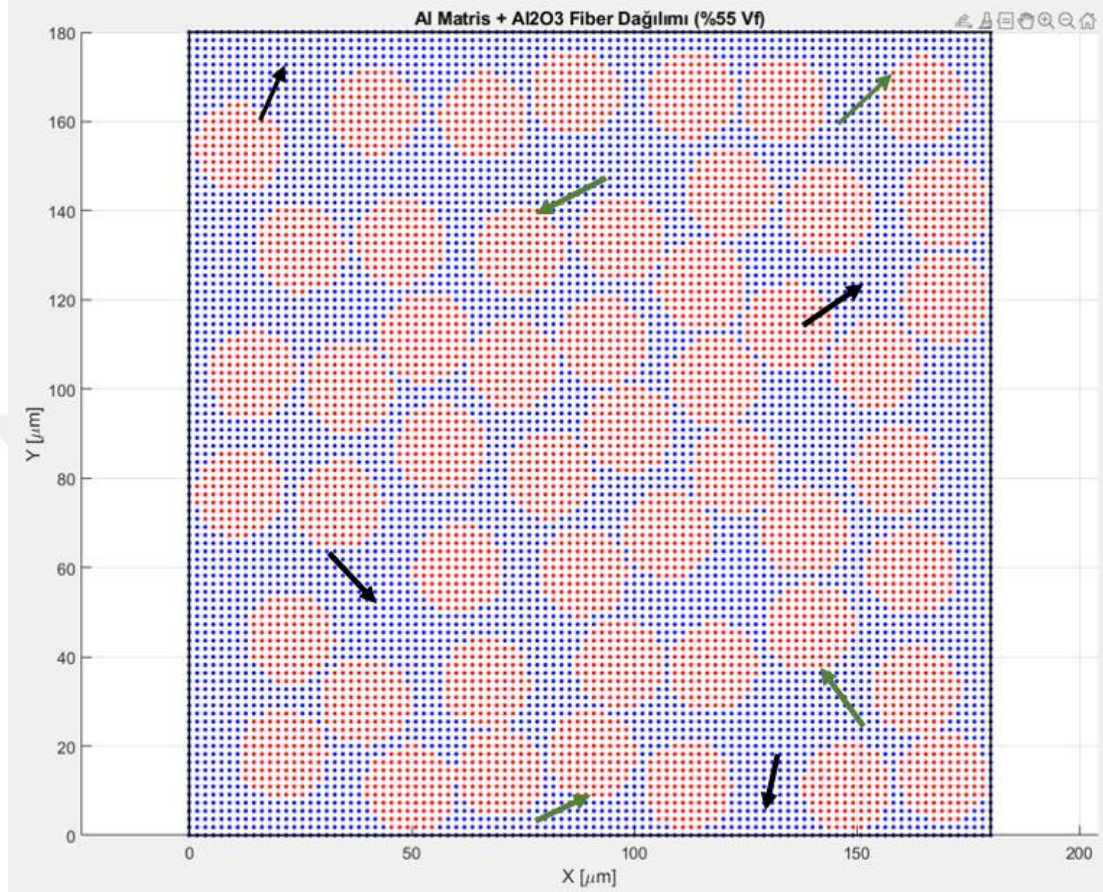
Oluşturulan peridinamik modelle elastik bölgede matris ve fiber fazın içerisinde oluşan yerel en yüksek yer değiştirmeler Şekil 4.1’de ve bu noktaların modeldeki konumları Şekil 4.2’de verilmektedir.



Şekil 4.1 : Karma malzemenin elastik birim şekil değişimine göre matris ve fiber fazda oluşan yerel en büyük yer değiştirme.

Şekil 4.1 ve Şekil 4.2 de görüldüğü üzere matris fazda, daha düşük elastik modülüne bağlı olarak beklendiği üzere, fiber fazına kıyasla daha yüksek yerel yer değiştirmeler

oluşturmuştur. Karma malzemenin %0.06 genleme seviyesine karşılık gelen uzama miktarı $0.054 \mu\text{m}$ iken matris fazındaki yer değiştirme değeri $0.046 \mu\text{m}$, fiber fazındaki maksimum yer değiştirme değeri $0.013 \mu\text{m}$ olarak hesaplanmıştır.



Şekil 4.2 : Karma malzeme iç yapısına ait modelde matris ve fiber fazda oluşan en büyük yer değiştirmelerin konumları.

Ek olarak oluşturulan RVE modellerinin temsiliyet kabiliyetlerinin irdelenmesi amacıyla, model yatay ekseninde de tüm parametreler aynı tutularak çekilmiştir. 2. Yaklaşım temel alınarak yapılan bu analizde $E_2 = 139,86 \text{ GPa}$ elastiklik modülü değeri elde edilmiştir. Düşey yönde yükleme yapılan analiz sonucu ile karşılaştırıldığında %2.18 derecesinde bir fark bulunmaktadır. Bu değer göz önüne alındığında, RVE modelinin temsiliyet kabiliyetinin yeterli seviyede olduğu değerlendirilebilir.

4.2 %35 Fiber Hacim Oranlı Al Matris / Al_2O_3 Fiber Karma Malzeme için Sonuçlar

Al-Li matrisli ve Al_2O_3 fiber takviyeli %35 hacim oranına sahip kompozit malzemenin gerilme-genleme davranışı, peridinamik model sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Çizelge

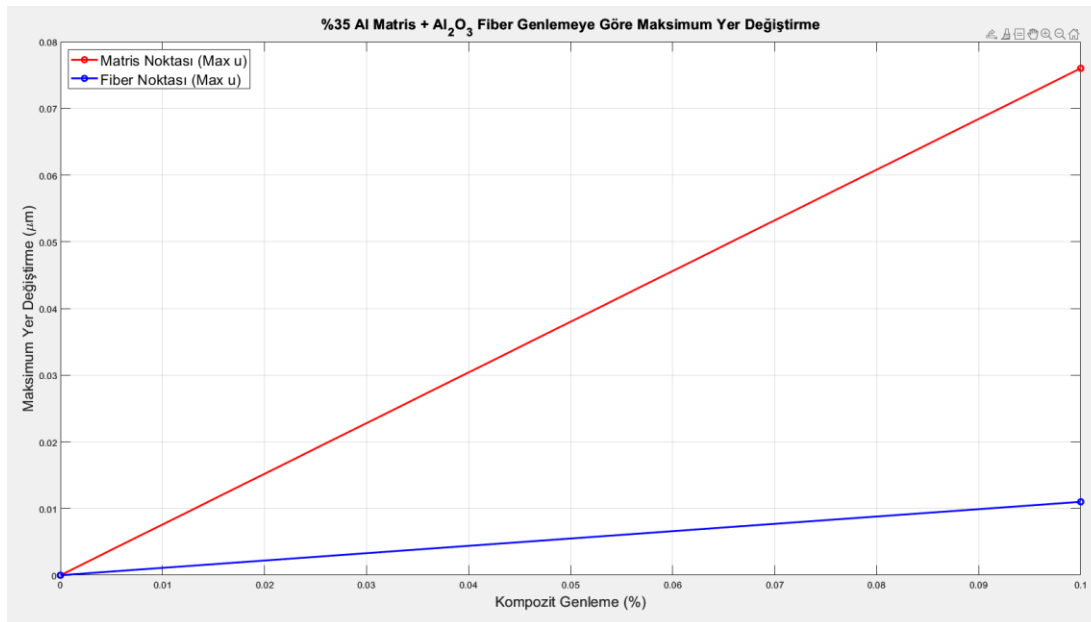
4.2’de analiz sonuçlarından elde edilen elastiklik modüllerinin deney sonucu ile karşılaştırması verilmektedir.

Çizelge 4.2 : Elde edilen elastik modüller ve deneysel veri, Guden ve Hall (2000).

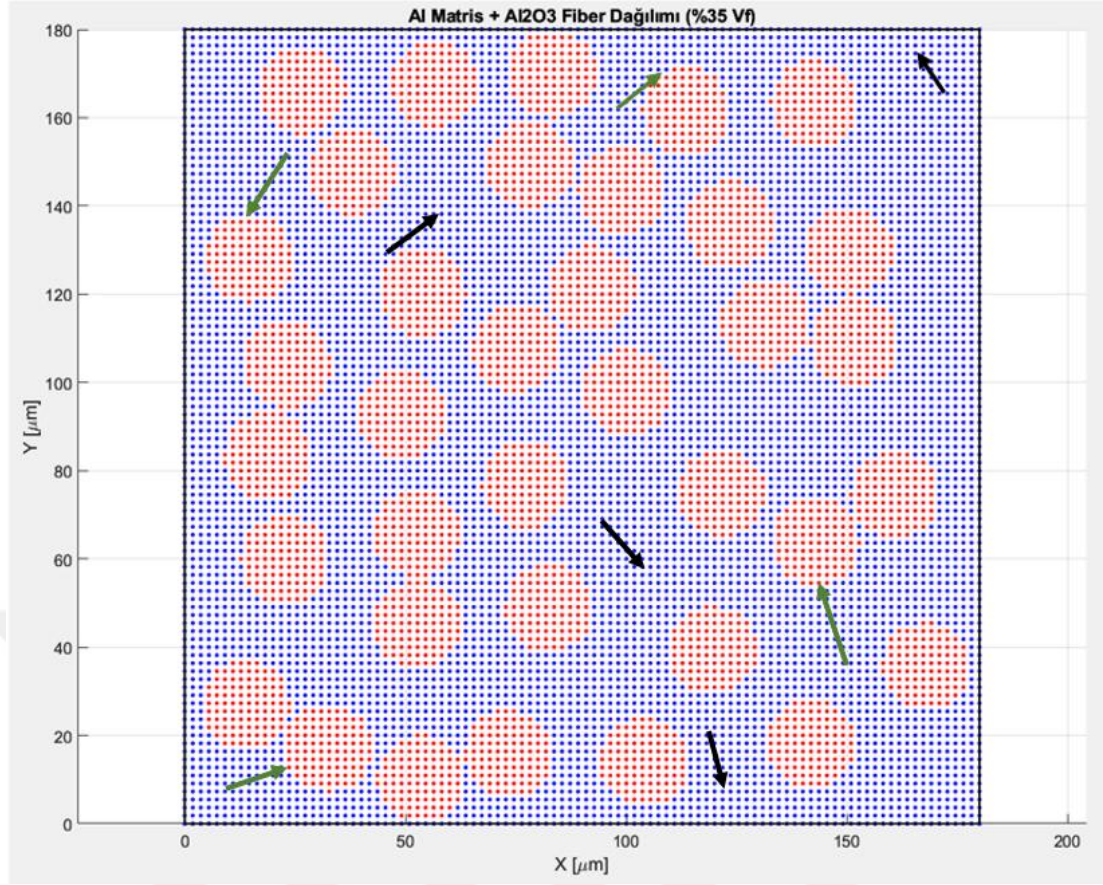
Deneysel Değer	1. Yaklaşım	2. Yaklaşım	3. Yaklaşım	4. Yaklaşım
E=125 GPa	E ₁ =105.8 GPa	E ₂ =114.3 GPa	E ₃ =138.27 GPa	E ₄ =125.48 GPa

Elde edilen değerler Çizelge 4.2’de verilen deney sonu değeri olan E = 125 GPa değerine ile kabul edilebilir bir uyum göstermektedir. 4. Yaklaşım için kullanılan ağırlıklandırma katsayısı “w” için 0.625 değerinin deneysel veriye en yakın sonucu verdiği belirlenmiştir. Bu “w” değerinin matris fazın hacim oranıyla çok yakın olması ayrıca dikkat çekmektedir.

%35 fiber hacim oranına sahip Al matrisli Al₂O₃ fiber kompozit malzemeye ait genleme artışı ile birlikte meydana gelen yer değiştirme değişimleri Şekil 4.3’te görülmektedir. Ayrıca, oluşturulan peridinamik modelle elastik bölgede matris ve fiber fazın içerisinde oluşan yerel en yüksek yer değiştirmeyi gösteren malzeme noktaların konumları Şekil 4.4’de verilmektedir.



Şekil 4.3 : Matris ve fiber fazı içerisinde genleme değerlerine göre maksimum yer değiştirme davranışı.



Şekil 4.4 : Karma malzeme iç yapısına ait modelde matris ve fiber fazda oluşan en büyük yer değiştirmelerin konumları.

Şekil 4.3 ve Şekil 4.4 de görüldüğü üzere matris fazda, daha düşük elastik modülüne bağlı olarak beklendiği üzere, fiber fazına kıyasla daha yüksek yerel yer değiştirmeler oluşmuştur. Fiber fazının maksimum yer değiştirme değerleri ise daha küçük ve daha doğrusal seyretmiştir. Fiber hacim oranının %55'lik sisteme göre daha düşük olması, matrisin deformasyona katkısını artırmış ve sistem genelinde daha belirgin bir yer değiştirme davranışı oluşturmuştur. Karma malzemenin %0.1 genleme seviyesine karşılık gelen uzama miktarı $0.09 \mu\text{m}$ iken matris fazındaki yer değiştirme değeri $0.076 \mu\text{m}$, fiber fazındaki maksimum yer değiştirme değeri $0.011 \mu\text{m}$ olarak hesaplanmıştır. Matris fazı, daha düşük elastik modülüne bağlı olarak beklendiği üzere, fiber fazına kıyasla daha yüksek yer değiştirme değerleri sergilemiştir.

Ek olarak oluşturulan RVE modellerinin temsiliyet kabiliyetlerinin irdelenmesi amacıyla, model yatay ekseninde de tüm parametreler aynı tutularak çekilmiştir. Diğer tüm parametreler aynı tutulmuş olup sadece yüklemenin yapıldığı doğrultu değiştirilmiştir. 2. Yaklaşım temel alınarak yapılan analizde $E_2 = 115,6 \text{ GPa}$ elastiklik modülü değeri elde edilmiştir. Düşey yönde yükleme yapılan analiz sonucu ile

karşılaştırıldığında %1.13 derecesinde bir fark bulunmaktadır. Bu değer göz önüne alındığında, RVE modelinin temsiliyet kabiliyetinin yeterli seviyede olduğu değerlendirilebilir.

4.3 %54 Fiber Hacim Oranlı Epoksi Matris / Cam Fiber Takviyeli Karma Malzeme için Sonuçlar

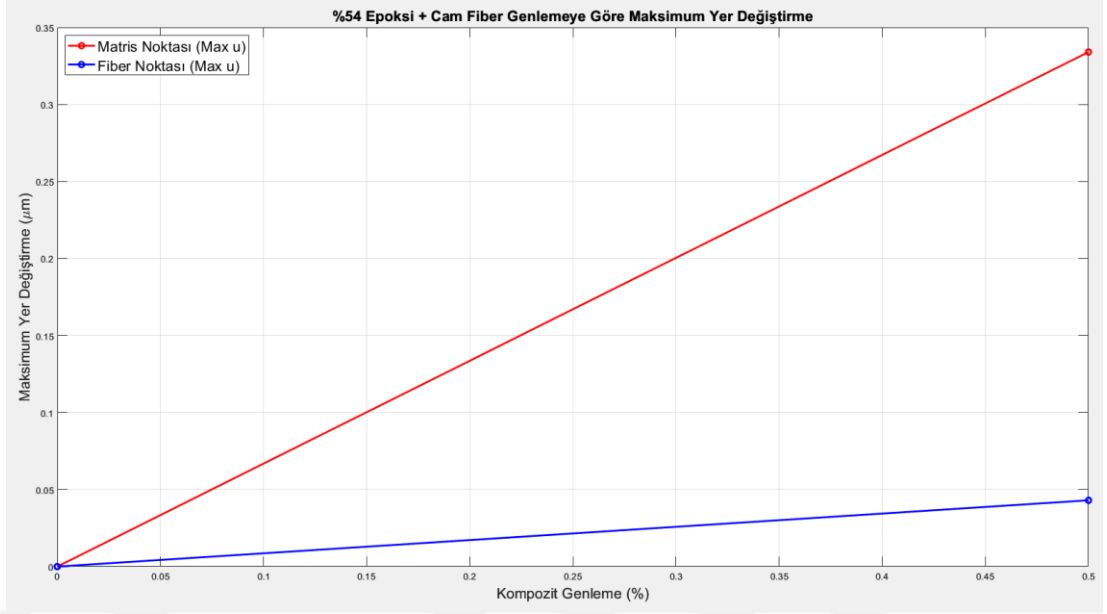
%54 fiber hacim oranına sahip epoksi matrisli ve cam fiber takviyeli kompozit malzemenin elastik gerilme-şekil değiştirme davranışı sayısal olarak modellenmiştir. Geliştirilen RVE modelin en üst ve en alt sırasındaki malzeme noktalarına eş zamanlı ve simetrik çekme yönünde strain yükleme uygulanmıştır. Zaman adımı sayısı ve ADR kullanımı bir önceki analiz ile benzer tutulmuştur. Çizelge 4.3'te analiz sonuçlarından elde edilen elastik modüllerinin deney sonucu ile karşılaştırması verilmektedir.

Çizelge 4.3 : Elde edilen elastik modüller ve deneysel veri, Riano vd. (2016).

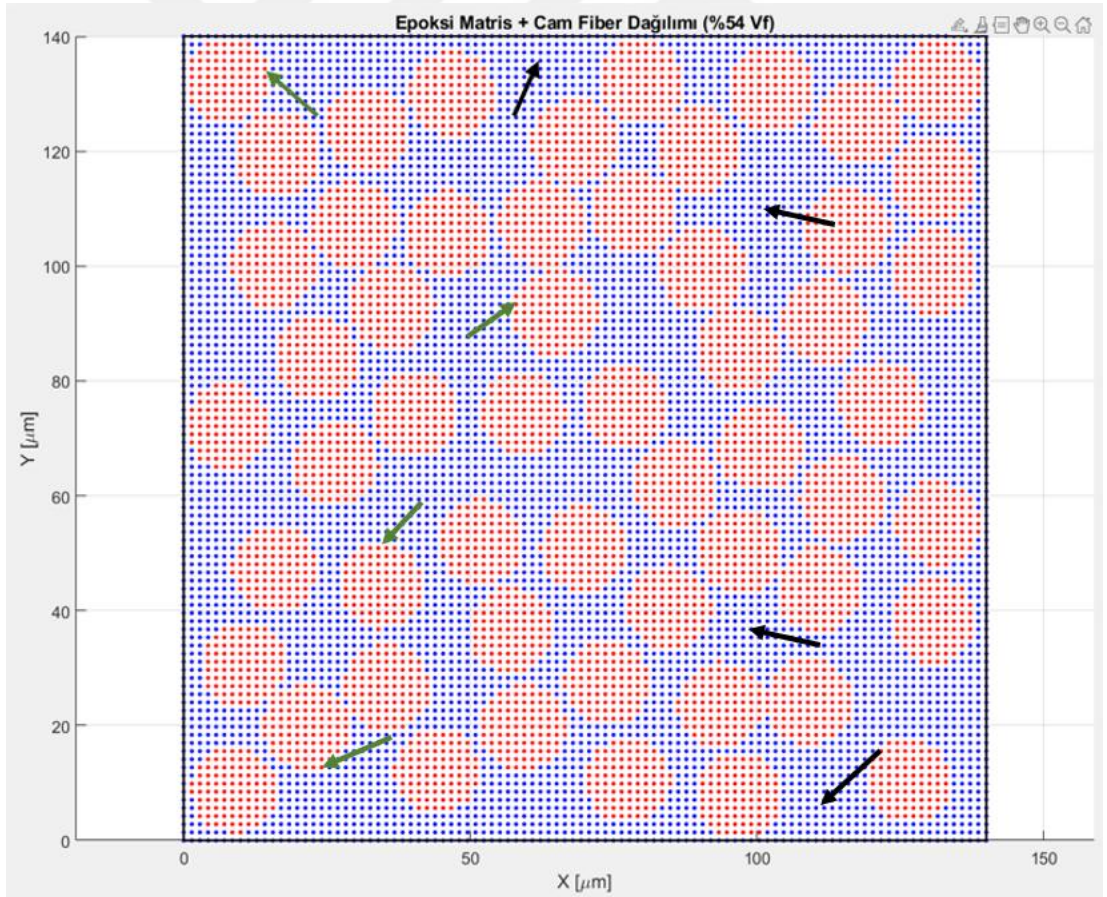
Deneysel Değer	1. Yaklaşım	2. Yaklaşım	3. Yaklaşım	4. Yaklaşım
E=8.8 GPa	E ₁ =7.95 GPa	E ₂ =7.42 GPa	E ₃ =6.96 GPa	E ₄ =8.86 GPa

Elde edilen değerler çizelge 4.3'te verilen deney sonu değeri olan $E = 8.8$ GPa değerine ile kabul edilebilir bir uyum göstermektedir. 4. Yaklaşımında kullanılan ağırlıklandırma katsayısı “w” için 0.558 değerinin deneysel veriye en yakın sonucu verdiği belirlenmiştir. Bu “w” değerinin matris fazın hacim oranıyla çok yakın olması ayrıca dikkat çekmektedir.

Oluşturulan peridinamik modelle elastik bölgede matris ve fiber fazın içerisinde oluşan yerel en yüksek yer değiştirmeyi gösteren malzeme noktaları Şekil 4.5 ve bu noktaların modeldeki konumları Şekil 4.6'da verilmektedir.



Şekil 4.5 : Matris ve fiber fazı içerisinde genleme değerlerine göre maksimum yer değiştirme davranışı.

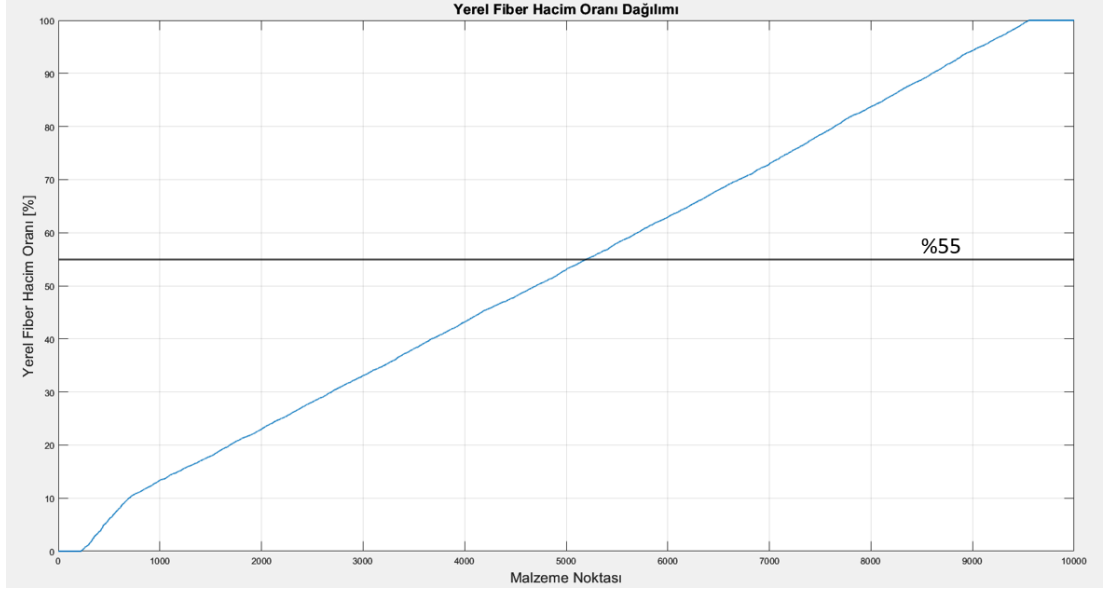


Şekil 4.6 : Karma malzeme iç yapısına ait modelde matris ve fiber fazda oluşan en büyük yer değiştirmelerin konumları.

Epoksi matrisli ve cam fiber takviyeli %54 fiber hacim oranına sahip kompozit malzeme için oluşturulan grafiklerde, matris ve fiber fazlarındaki maksimum yer değiştirme değerleri karşılaştırılmıştır. Bu malzeme sisteminde matris ve fiber fazlarının elastik modülleri arasındaki fark diğer modellerdekinden yüksektir. Şekil 3.19'da görülebileceği üzere, matris fazının maksimum yer değiştirme değerlerinin genleme artışıyla daha belirgin şekilde arttığı, fiber fazında ise oldukça düşük yer değiştirme değerlerinin kaydedildiği görülmüştür. Karma malzemenin %0.5 genleme seviyesine karşılık gelen uzama miktarı $0.35 \mu\text{m}$ iken matris fazındaki yer değiştirme değeri $0.326 \mu\text{m}$, fiber fazındaki maksimum yer değiştirme değeri $0.029 \mu\text{m}$ olarak hesaplanmıştır.

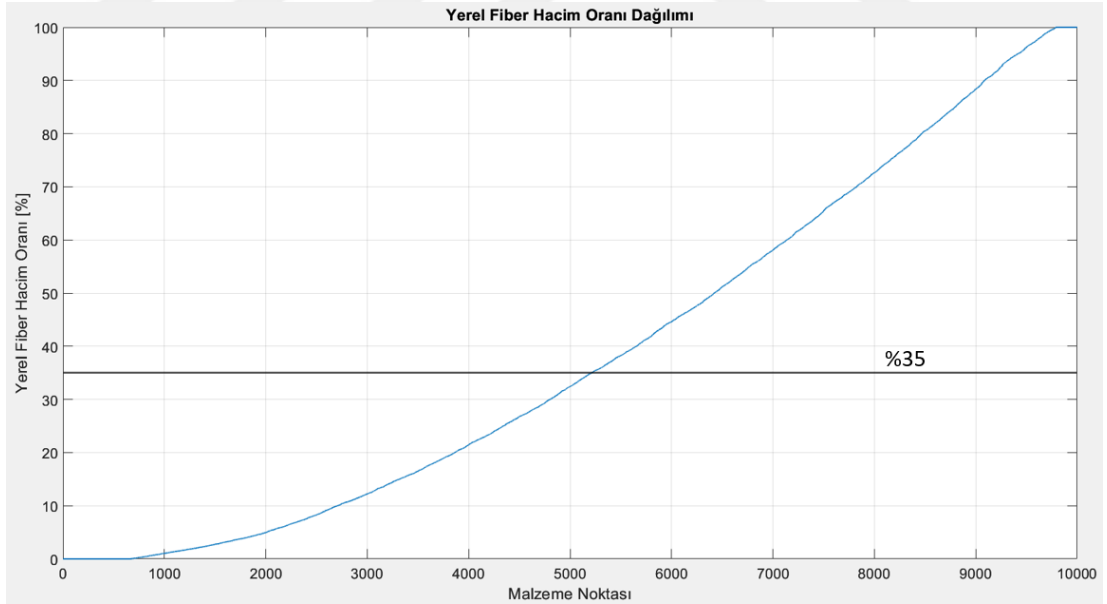
Ek olarak oluşturulan RVE modellerinin temsiliyet kabiliyetlerinin irdelenmesi amacıyla, model yatay ekseninde de tüm parametreler aynı tutularak çekilmiştir. Diğer tüm parametreler aynı tutulmuş olup sadece yüklemenin yapıldığı doğrultu değiştirilmiştir. 2. Yaklaşım temel alınarak yapılan analizde $E_2 = 7.68 \text{ GPa}$ elastiklik modülü değeri elde edilmiştir. Düşey yönde yükleme yapılan analiz sonucu ile karşılaştırıldığında %3.51 derecesinde bir fark bulunmaktadır. Bu değer göz önüne alındığında, RVE modelinin temsiliyet kabiliyetinin yeterli seviyede olduğu değerlendirilebilir.

İrdelenen 3 farklı karma malzeme iç yapısındaki malzeme noktalarının yerel fiber hacim oranları küçükten büyüğe sıralı olacak şekilde elde edilmiştir. Şekil 4.7'de %55 hacim oranına sahip karma malzemenin yerel fiber hacim oranı dağılımı gösterilmiştir. Ufuk yarıçapı içerisinde tamamen matris noktaları bulunan malzeme noktalarının oranı %2.24 iken, tamamen fiber noktaları bulunan malzeme noktalarının oranı %4.47'dir.



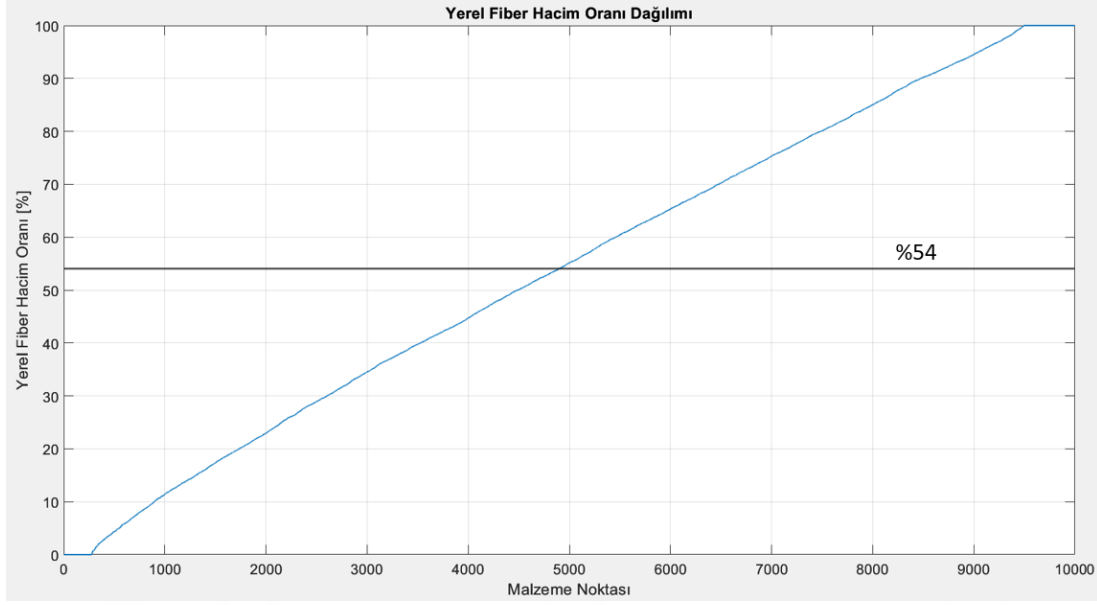
Şekil 4.7 : %55 fiber hacim oranına sahip karma malzeme iç yapısına ait yerel fiber hacim oranları.

Şekil 4.8’de %35 hacim oranına sahip karma malzemenin yerel fiber hacim oranı dağılımı gösterilmiştir. Ufuk yarıçapı içerisinde tamamen matris noktaları bulunan malzeme noktalarının oranı %8.14 iken, tamamen fiber noktaları bulunan malzeme noktalarının oranı %2.96’dır.



Şekil 4.8 : %35 fiber hacim oranına sahip karma malzeme iç yapısına ait yerel fiber hacim oranları.

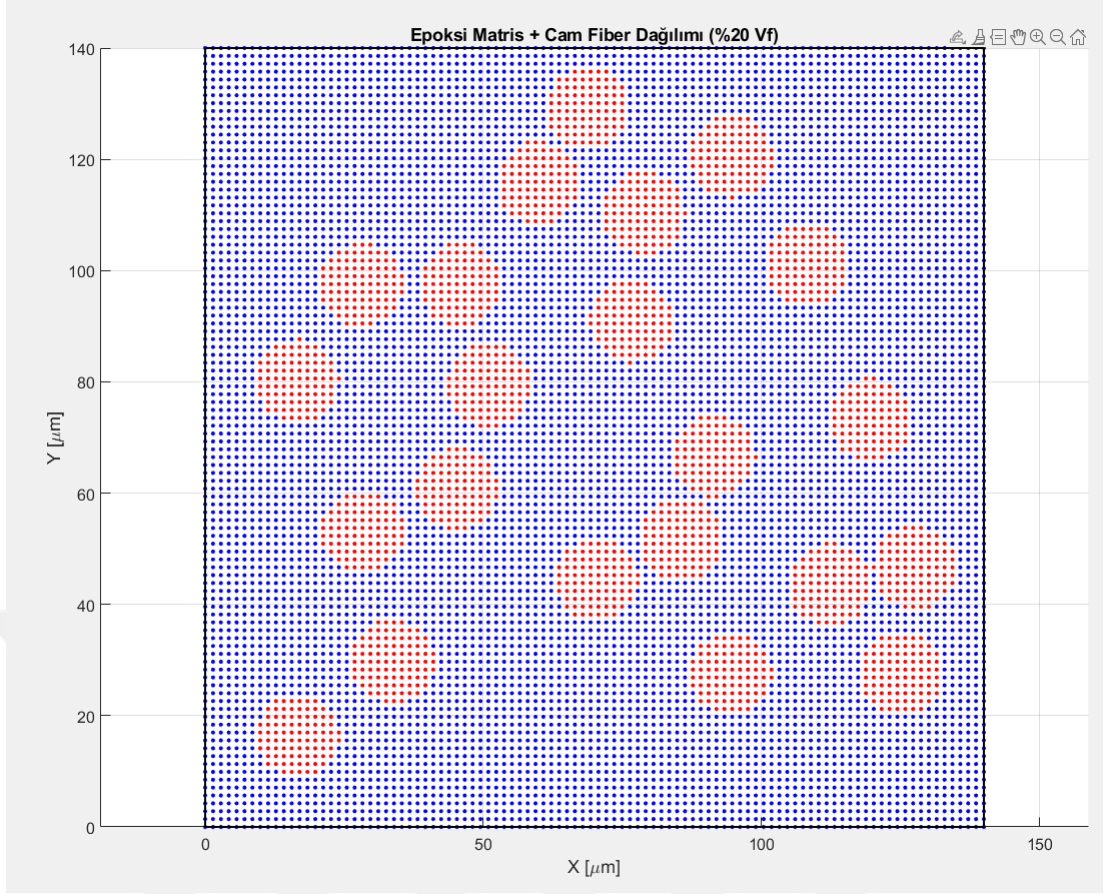
Şekil 4.9’da %54 hacim oranına sahip karma malzemenin yerel fiber hacim oranı dağılımı gösterilmiştir. Ufuk yarıçapı içerisinde tamamen matris noktaları bulunan malzeme noktalarının oranı %1.96 iken, tamamen fiber noktaları bulunan malzeme noktalarının oranı %4.61’dir.



Şekil 4.9 : %54 fiber hacim oranına sahip karma malzeme iç yapısına ait yerel fiber hacim oranları.

4.4 Eş yönlü Fiber Takviyeli Bir Karma Malzeme Elastik Modülü Hesaplamasında Geliştirilen Peridinamik Modelin Kullanılması

Yöntemin kullanılmasına ait bir örnek olması amacıyla, yukarıda doğrulaması yapılan kompozit içyapı modeli göz önüne alınarak, %20 fiber hacim oranına sahip epoksi matrisli ve cam fiber takviyeli kompozit malzemenin RVE modeli aynı yöntem izlenerek oluşturulmuştur. Fiber çapı, RVE boyutları, toplam malzeme nokta sayısı ve ufuk mesafesi sabit tutulmuştur.



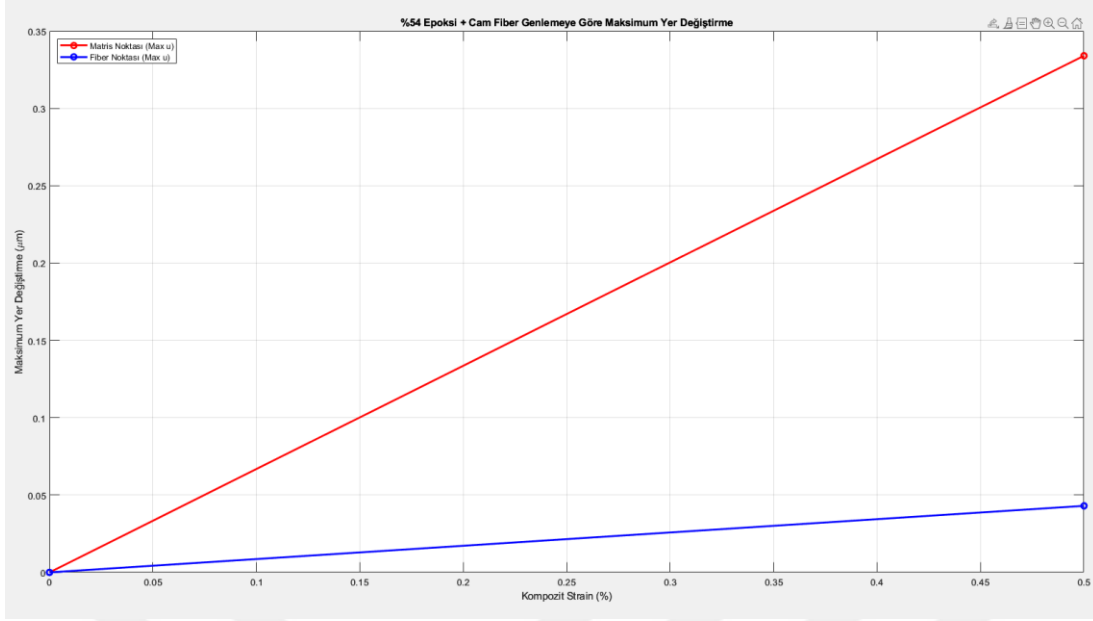
Şekil 4.10 : Epoksi matris / Cam fiber %20 hacim oranlı RVE modeli.

RVE modelinin en üst ve en alt sıralarındaki malzeme noktalarına enine yönde aksenal çekme uygulanmıştır. Zaman adımı sayısı ve ADR tekniği kullanımı bir önceki analiz ile aynı tutulmuştur. Çizelge 4.4'te analiz sonuçlarından elde edilen elastiklik modülleri verilmektedir.

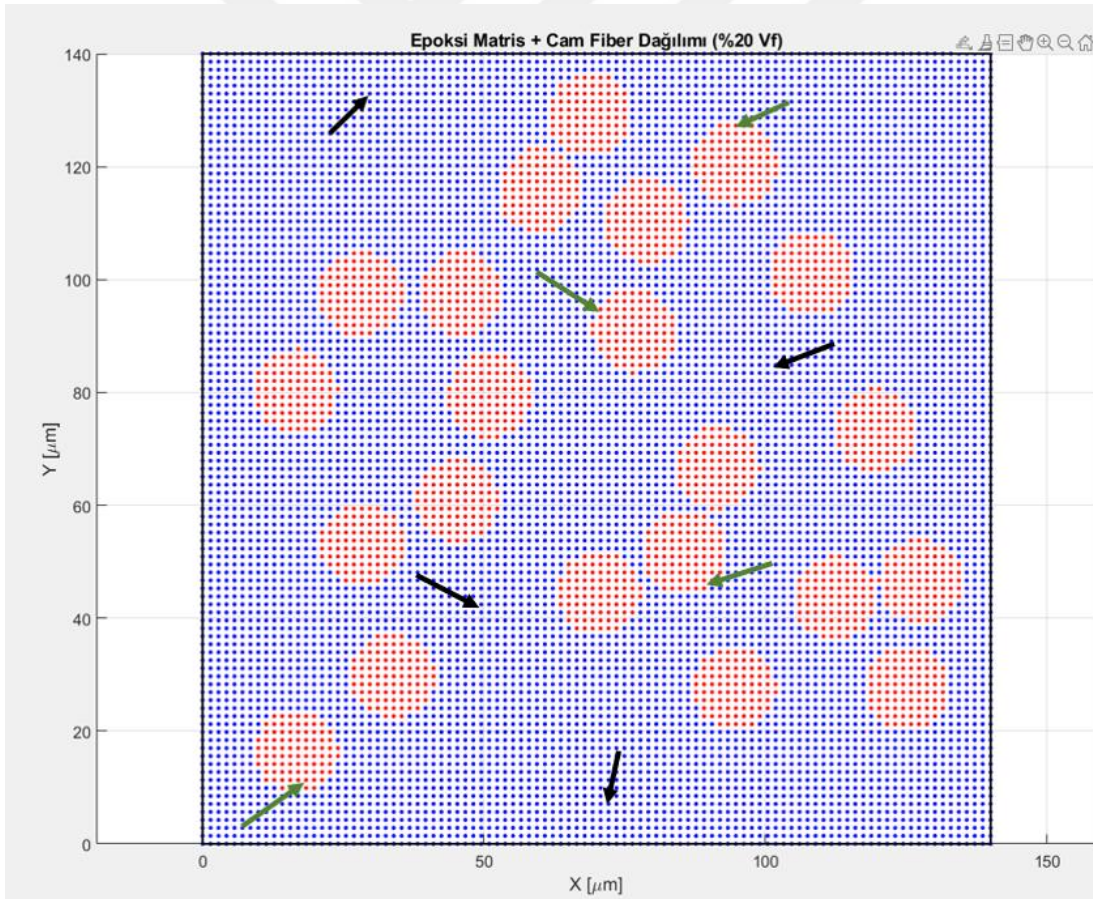
Çizelge 4.4 : Elde Edilen Elastik Modüller

1. Yaklaşım	2. Yaklaşım	3. Yaklaşım
$E_1=2.74 \text{ GPa}$	$E_2=3.16 \text{ GPa}$	$E_3=3.61 \text{ GPa}$

Oluşturulan peridinamik modelle elastik bölgede matris ve fiber fazı içerisinde oluşan yerel en yüksek yer değiştirmeyi gösteren malzeme noktaları Şekil 4.11 ve bu noktaların modeldeki konumları Şekil 4.12'de verilmektedir.



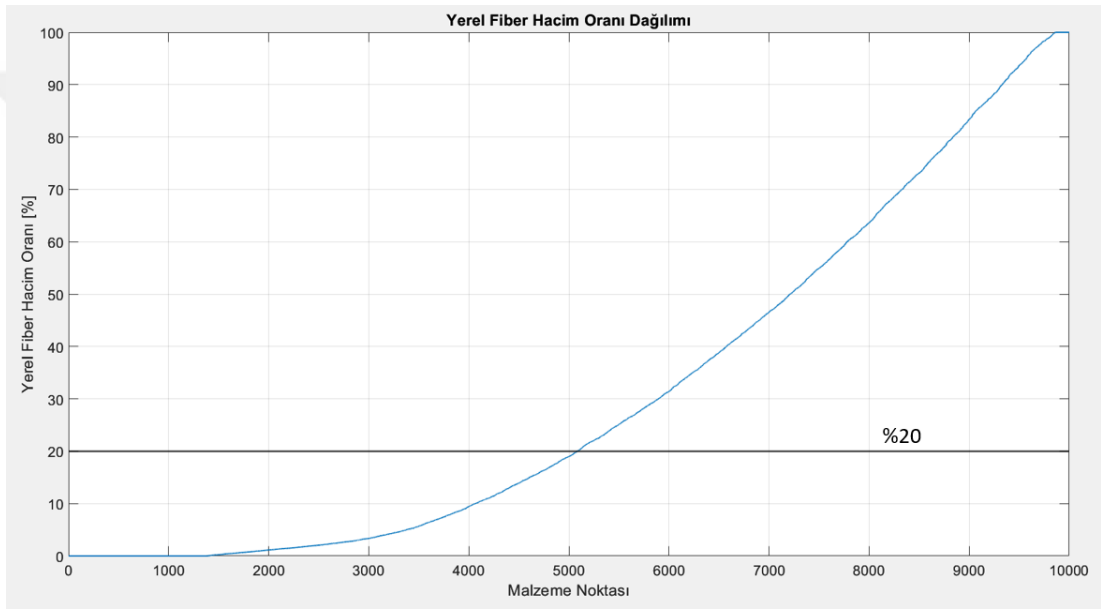
Şekil 4.11 : Matris ve fiber fazı içerisinde genleme değerlerine göre maksimum yer değiştirme davranışı.



Şekil 4.12 : Karma malzeme iç yapısına ait modelde matris ve fiber fazda oluşan en büyük yer değiştirmelerin konumları.

Epoksi matrisli ve cam fiber takviyeli %20 fiber hacim oranına sahip kompozit malzeme için oluşturulan grafiklerde, matris ve fiber fazlarındaki maksimum yer değiştirme değerleri karşılaştırılmıştır. Karma malzemenin %0.5 genleme seviyesine karşılık gelen uzama miktarı 0.35 μm iken matris fazındaki yer değiştirme değeri 0.334 μm , fiber fazındaki maksimum yer değiştirme değeri 0.043 μm olarak hesaplanmıştır.

Şekil 4.13’de %20 hacim oranına sahip karma malzemenin yerel fiber hacim oranı dağılımı gösterilmiştir. Ufuk yarıçapı içerisinde tamamen matris noktaları bulunan malzeme noktalarının oranı %14.63 iken, tamamen fiber noktaları bulunan malzeme noktalarının oranı %2.14’dir.



Şekil 4.13 : %20 fiber hacim oranına sahip karma malzeme iç yapısına ait yerel fiber hacim oranları.



5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, peridinamik teori kullanılarak eş yönlü fiber takviyeli karma malzemelerin enine yükleme altındaki mekanik davranışları incelenmiştir. Geliştirilen sıradan durum bazlı peridinamik modeller MATLAB (2022) ortamında hazırlanmış ve yükleme koşulları elastik davranışı kapsayacak şekilde düzenlenmiştir. Metal matrisli ve epoksi matrisli kompozit sistemlere ait literatürde verilen deney sonuçları peridinamik modellerin verdiği analiz sonuçlarının doğruluğunu sınamada kullanılmıştır. Literatürde verilen Al matris/ Al_2O_3 fiber (%55 ve %35 hacim oranlı) ve epoksi matris/cam fiber (%54 hacim oranlı) kompozitler için oluşturulan RVE modelleri üzerinden doğrulama gerçekleştirilmiştir. Farklı yükleme koşulları (çekme ve basma) dikkate alınmıştır. Elde edilen gerilme-genleme grafikleri ve elastik modül değerleri göz önüne alınarak yapılan karşılaştırmalar sonucunda, geliştirilen peridinamik modellerin, deneysel sonuçlarla uyumlu olduğu görülmüştür.

Karma malzeme içerisindeki matris ve fiber fazları arasındaki bağ rijitliğinin doğru şekilde tanımlanabilmesi amacıyla önerilen dört farklı yaklaşımın uygunlukları incelenmiştir. İlk yaklaşımda, fiber ve matris fazlarının malzeme özellikleri üzerinden harmonik ortalama yöntemi kullanılmıştır ve arayüz bağları bu şekilde tanımlanmıştır. İkinci yaklaşımda, her malzeme noktası için yerel fiber hacim oranı belirlenmiş ve bu oranlara bağlı olarak karışımlar kuralının alt sınır eşitliğine göre peridinamik malzeme parametreleri hesaplanmıştır. Üçüncü yaklaşımda ise benzer şekilde yerel fiber hacim oranları kullanılmış ancak bu kez üst sınır yöntemi esas alınmıştır. Dördüncü yöntemde, ikinci ve üçüncü yaklaşımlarla elde edilen alt ve üst sınır değerleri arasında bir ağırlıklandırma yapılmış olup farklı ağırlıklandırma katsayısı değerleri denenerek deneysel sonuçlara en iyi uyum sağlayan değerler elde edilmiştir. Bu yaklaşımlar ile RVE modelleri üzerinden hesaplanan elastik modül sonuçları, her bir yaklaşımın doğruluk ve uygulama etkinliği açısından değerlendirilmiştir. Doğrulama amaçlı kullanılan karma malzemelerin deney sonuçlarına en uygun peridinamik hesap sonucunun elde edilmesinde, bir ufuk bölgesindeki mekanik özelliklerin homojenleştirilmiş değerini belirlerken karışımlar kuralının alt ve üst sınır değerlerinin

ağırlıklı ortalamasının alınabileceği belirlenmiştir. Bu bağlamda, alt sınır değerin ağırlığı olarak matris fazın hacim oranının kullanılabileceği görülmüştür.

Doğrulama adımı sonrasında, yöntemin karma malzeme tasarımı uygulamasına örnek olması amacıyla, eş yönlü %20 fiber hacim oranına sahip epoksi matris/cam fiber karma malzemeye ait yeni bir model oluşturulmuş ve analizler gerçekleştirilmiştir. Peridinamik yaklaşım sonuçları fiber/hacim oranının artmasıyla kompozit sistemin genel rijitliğini arttırdığını ve düşük hacim oranlarında matris fazının deformasyon üzerindeki etkisi daha belirgin olduğunu ortaya koyarak beklentilere uygun sonuçlar vermiştir.

Sonuç olarak geliştirilen peridinamik modeller hem deneysel verilerle uyumlu sonuçlar vermiş, hem de kompozit malzemelerin mekanik davranışlarının anlaşılmasında güçlü bir analiz aracı olduğunu göstermiştir. Bu çalışmada elde edilen bulgular, gelecekte yapılacak daha ileri düzey modelleme çalışmalarına sağlam bir temel oluşturmaktadır.

Gelecek çalışmalarda, plastik deformasyon etkilerinin ve hasar ilerlemesinin daha kapsamlı bir şekilde modellenmesi sağlanabilir. Fiber-matris arayüzlerinde mükemmel bağ varsayımı yerine, arayüz kopması gibi etkiler de modele dahil edilebilir. Bu tür genişletilmiş modellemeler, daha gerçekçi sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır. Çalışmada esasen statik yükleme senaryoları incelenmiştir. Gelecek çalışmalarda, darbe etkileri ve yüksek hız yüklemeleri gibi dinamik koşullar da peridinamik modellerle analiz edilebilir. İki boyutlu analizlerin ötesine geçilerek üç boyutlu RVE yapıları oluşturulabilir. Böylece fiber yönelimi ve hacimsel deformasyonlar daha gerçekçi bir şekilde modellenebilir.

KAYNAKLAR

Ari N, Eringen AC (1983) Nonlocal stress field at Griffith crack. *Cryst Latt Defect Amorph Mater* 10:33–38.

Askari E, Xu J, Silling SA (2006) Peridynamic analysis of damage and failure in composites. Paper 2006–88 presented at the 44th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit. Grand Sierra Resort Hotel, Reno, 9–12 Jan 2006.

Bazant ZP (1991) Why continuum damage is nonlocal—micromechanics arguments. *J Eng Mech* 117:1070–1087.

Bazant ZP, Jirasek M (2002) Nonlocal integral formulations of plasticity and damage: survey of progress. *J Eng Mech* 128(11):1119–1149.

Bobaru F, Ha YD (2011) Adaptive refinement and multiscale modeling in 2D peridynamics. *Int J Multiscale Comput Eng* 9(6):635–660.

Bobaru F, Yang M, Alves LF, Silling SA, Askari E, Xu J (2009) Convergence, adaptive refinement, and scaling in 1D peridynamics. *Int J Numer Meth Eng* 77:852–877.

Bobaru, F., Foster, J. T., Geubelle, P. H., & Silling, S. A. (2017). *Handbook of Peridynamic Modeling*. CRC Press. ISBN: 978-1-4822-3043-7.

Bobaru F, Hu W (2012) The meaning, selection and use of the peridynamic horizon and its relation to crack branching in brittle materials. *Int J Fract* 176(2):215–222.

Colavito KW, Kilic B, Celik E, Madenci E, Askari E, Silling S (2007a) Effect of void content on stiffness and strength of composites by a peridynamic analysis and static indentation test. Paper 2007–2251 presented at the 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics, and materials conference, Waikiki, 23–26 Apr 2007.

Dayal K, Bhattacharya K (2006) Kinetics of phase transformations in the peridynamic formulation of continuum mechanics. *J Mech Phys Solids* 54:1811–1842.

Elliott HA (1947) An analysis of the conditions for rupture due to Griffith cracks. *Proc Phys Soc* 59:208–223.

Eringen AC, Edelen DGB (1972) On nonlocal elasticity. *Int J Eng Sci* 10:233–248.

Eringen AC (1972a) Nonlocal polar elastic continua. *Int J Eng Sci* 10:1–16.

Eringen AC (1972b) Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves. *Int J Eng Sci* 10:425–435.

Eringen AC, Speziale CG, Kim BS (1977) Crack-tip problem in non-local elasticity. *J Mech Phys Solids* 25:339–355.

Eringen AC, Kim BS (1974a) Stress concentration at the tip of crack. *Mech Res Commun* 1:233–237.

Eringen AC, Kim BS (1974b) On the problem of crack tip in nonlocal elasticity. In: Thoft- Christensen P (ed) *Continuum mechanics aspects of geodynamics and rock fracture mechanics*. Proceedings of the NATO advanced study institute held in Reykjavik, 11–20 Aug 1974. D. Reidel, Dordrecht, pp 107–113.

Foster JT, Silling SA, Chen WW (2010) Viscoplasticity using peridynamics. *Int J Numer Meth Eng* 81:1242–1258.

Gerstle W, Sau N, Silling S (2007) Peridynamic modeling of concrete structures. *Nucl Eng Des* 237(12–13):1250–1258.

Guden M, Hall IW (2000) High strain rate deformation behavior of a continuous fiber rein-forced aluminum metal matrix composite, *Computers and Structures* 76, 139-144,.

Griffith AA (1921) The phenomena of rupture and flow in solids. *Philos Trans R Soc Lond A* 221:163–198.

Jansson, S (1991) Mechanical Characterization and Modelling of Non-Linear Deformation and Fracture of a Fiber Reinforced Metal Matrix Composite, *Mechhatics of Masterials*, 12(1), 47-62.

Kilic B (2008) Peridynamic theory for progressive failure prediction in homogeneous and heterogeneous materials. Dissertation, University of Arizona.

Kunin IA (1982) Elastic media with microstructure I: one dimensional models. Springer, Berlin.

Kunin IA (1983) Elastic media with microstructure II: three-dimensional models. Springer, Berlin.

Madenci E, & Oterkus E (2014) *Peridynamic Theory and Its Applications*. Springer.

Madenci, E., & Oterkus, S. (2016). Ordinary state-based peridynamics for plastic deformation according to von Mises yield criteria with isotropic hardening. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 86, 192–219.

MATLAB (R2022b), *The MathWorks Inc.* (2022).

Mitchell JA (2011a) A nonlocal, ordinary, state-based plasticity model for peridynamics. SAND2011-3166. Sandia National Laboratories, Albuquerque.

Mitchell JA (2011b) A non-local, ordinary-state-based viscoelasticity model for peridynamics. SAND2011-8064. Sandia National Laboratories, Albuquerque.

Oterkus E, Madenci E (2012) Peridynamic analysis of fiber reinforced composite materials. *J Mech Mater Struct* 7(1):45–84.

Oterkus E, Barut A, Madenci E (2010) Damage growth prediction from loaded composite fastener holes by using peridynamic theory. In: Proceedings of the 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics, and materials conference, April 2010. AIAA, Reston, Paper 2010–3026.

Ozbolt J, Bazant ZP (1996) Numerical smeared fracture analysis: nonlocal microcrack interaction approach. *Int J Numer Meth Eng* 39:635–661.

Polleschi M (2010) Stability and applications of the peridynamic method. Thesis, Polytechnic University of Turin.

Riaño L, Belec L, Joliff Y (2016) Validation of a Representative Volume Element for unidi-rectional fiber reinforced composites: Case of a monotonic traction in its cross section. *Com-posite Structures* 154, 11–16.

Rogula D (1982) Nonlocal theory of material media. Springer, Berlin, pp 137–243.

Silling SA (2000) Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. *J Mech Phys Solids* 48:175–209.

Silling SA, Askari A (2005) A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. *Comput Struct* 83(17–18):1526–1535.

Silling SA, Lehoucq RB (2010) Peridynamic theory of solid mechanics. *Adv Appl Mech* 44:73–168.

Silling SA, Epton M, Weckner O, Xu J, Askari A (2007) Peridynamics states and constitutive modeling. *J Elast* 88:151–184.

Silling SA, Bobaru F (2005) Peridynamic modeling of membranes and fibers. *Int J Nonlinear Mech* 40:395–409.

Taylor MJ (2008) Numerical simulation of thermo-elasticity, inelasticity and rupture in membrane theory. Dissertation, University of California, Berkeley

Xu J, Askari A, Weckner O, Razi H, Silling S (2007) Damage and failure analysis of composite laminates under biaxial loads. In: Proceedings of the 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics, and materials conference, April 2007. AIAA, Reston.

Yilmaz S (2009). An approach for predicting the elastic modulus of heterogeneous materials. *Materials and Design*, 30(8), 2938–2945



ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Enes Ocak

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2021, Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği

MESLEKİ DENEYİM:

- 2021-halen: Türk Havacılık Uzay Sanayii şirketinde tasarım mühendisi olarak çalışmaktadır.