<u>İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ</u>

BULANIK REEL OPSİYONLARLA RİSKLİ YATIRIM PROJELERİNİN ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Çevre Müh. İrem UÇAL

Anabilim Dalı : ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ

Programı : MÜHENDİSLİK YÖNETİMİ

HAZİRAN 2008

<u>İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ</u>

BULANIK REEL OPSİYONLARLA RİSKLİ YATIRIM PROJELERİNİN ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Çevre Müh. İrem UÇAL

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 5 Mayıs 2008

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Cengiz KAHRAMAN**

Diğer Jüri Üyeleri **Doç. Dr. Oktay TAŞ**

Yrd. Doç. Dr. Cafer Erhan BOZDAĞ

HAZİRAN 2008

ÖNSÖZ

Günümüzün riskli ve belirsiz ekonomik dünyasında yatırım kararlarındaki belirsizliği en aza indiren yatırım değerlendirme yöntemleri gittikçe önem kazanmaktadır. Bu yöntemlerden en öne çıkanlardan biri olan reel opsiyon değerleme yöntemi yatırıma dair dinamik bir karar verme süreci sağlar. Karar verme sürecindeki mevcut belirsizliğin bulanık mantık ile ifade edilmesi ve reel opsiyon değerleme yöntemlerinin bu çerçevede uygulanması ile gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilmesi beklenir.

Çalışmalarım sırasında önerileriyle yol gösteren ve yardımlarını esirgemeyen sayın hocam Prof. Dr. Cengiz Kahraman'a ve her zaman beni destekleyen annem ve babama çok teşekkür ederim.

Mayıs, 2008 **İREM UÇAL**

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR

CBOT	: Chicago Menkul Kıymetler Borsası
BOFM	: Binom Opsiyon Fiyatlandırma Modeli
DCF	: İskontolu Nakit Akışı Yaklaşımı
ROV	: Reel Opsiyon Değeri
FROV	: Bulanık Reel Opsiyon Değeri
PVM	: Fiyat Değişke Çarpanı

TABLO LİSTESİ

ŞEKİL LİSTESİ

SEMBOL LİSTESİ

r	: Risksiz Faiz Oranı
t	: Zaman
σ	: Standart Sapma
ρ	: Korelasyon
i	: Faiz Oranı
$\mathbf{i_r}$	: Kesikli İskontolama Faiz Oranı
δ	: Kullanıma Uygunluk Verimi
$\mathbf{i_\delta}$	: Kesikli İskontolama Kullanıma Uygunluk Verim Oranı
μ	: Üyelik Derecesi
α	: İyimserlik İndisi
S	: Yatırım Gelirleri
X	: Yatırım Giderleri
τ	: Ağırlık Dengeleme Katsayısı

BULANIK REEL OPSİYONLARLA RİSKLİ YATIRIM PROJELERİNİN ANALİZİ

ÖZET

Özellikle son yıllarda giderek artan bir hızla köklü teknolojik gelişmelerin yaşanması ve dünya ekonomisinin istikrarsız seyretmesi, yatırım kararlarının çok yönlü incelenmesi gerekliliğini beraberinde getirmektedir. Karar alırken belirsiz parametrelerin çokluğu kararın gerçekçiliğini olumsuz yönde etkilemekte ve yapılan eksik değerlendirmeler sonucunda yatırım fırsatlarının kaçırılmasına neden olabilmektedir. Bu nedenle özellikle riskli yatırımlarda ve belirsizliğin yoğun olduğu ekonomilerde, belirsizliği en aza indiren yatırım değerleme yöntemleri tercih edilmektedir. Bu yöntemlerden en çok gündemde olan reel opsiyon değerleme yöntemleri geleneksel değerleme yöntemlerinden, yatırımın ertelenmesi genişletilmesi daraltılması gibi seçenekleri de inceleyerek dinamik bir karar verme süreci oluşturmasıyla ayrılır.

Karar verme süreci birçok değişkenden etkilenmesi ve karar vericinin bakış açısıyla doğrudan değişkenlik gösterebilmesi nedeniyle mevcut belirsizlik üzerinde tetikleyici bir etkiye sahiptir. Yatırım kararı verme sürecinde ortaya çıkan bu belirsizliği daha iyi ifade eden, bulanık mantık ile reel opsiyon değerleme yöntemlerini birleştiren bulanık bir reel opsiyon değerleme yöntemi kullanarak gerçeğe daha yakın sonuçlara ulaşılabilmektedir.

Bulanık reel opsiyon değerleme yöntemlerinden en popüler olanlarından Carlsson ve Fuller'in önerdiği hibrit yaklaşımı sürekli iskontolama kullanmakta ve işlem kolaylığı sağlamak için yatırım parametrelerinden bazılarını nispeten erken durulaştırmaktadır. Bu çalışmada, yatırımın nakit akışlarının getirisini daha iyi ifade ettiğinden kesikli iskontolama durumu için hibrit yaklaşımı incelenmekte ve parametrelerin durulaştırılması ertelenerek yatırımı en gerçekçi biçimde değerlendirecek yeni bir reel opsiyon değerleme modeli önerilmektedir.

Çalışmada, önerilen model petrol havzası yatırımı verileri üzerine uygulanmış ve erken durulaştırmanın getirdiği bilgi kaybı tespit edilmiştir. Aynı zamanda diğer yatırım değerleme teknikleri ile önerilen model karşılaştırılmış ve farklı yöntemlerin sonuçları incelenmiştir.

FUZZY REAL OPTION ANALYSIS ON RISKY INVESTMENT PROJECTS

SUMMARY

In recent years increasing number of radical technological reforms and the unstable course of the world economy, have brought along the necessity to examine the investment decisions multi-dimensionally. The multitude of the uncertain parameters during the decision making process affects the realism of the relevant decision and may result in missing the investment opportunities as a result of insufficient valuation. Therefore, especially for risky investments and in economies where uncertainty is a rule, investment valuation methods are preferred that minimizes the uncertainty. The most favored one of these methods, namely the real option valuation methods, differ from traditional valuation methods, as it forms a dynamic decision making process by examining the options such as postponing, broadening, restricting the investment.

Decision making process has a triggering effect on forthcoming uncertainty as it can be affected by many variables and can change depending upon the perspective of the decision maker. It’s possible to reach results that are closer to reality by using a fuzzy real option valuation method that expresses this uncertainty appearing in investment decision making process and combines fuzzy logic and real option valuation methods.

One of the most popular fuzzy real option valuation methods, namely the hybrid approach suggested by Carlsson and Fuller utilizes a continuous discounting, and defuzzifies some of the investment parameters at an early stage in order to provide a process convenience.

In this study, hybrid approach is examined for a case of discrete discounting as it better expresses the gaining of the investment cash flows, and a new real option valuation model is suggested that will evaluate the investment in a realist way by postponing the defuzzification of parameters. The suggested model has been applied on the data of an oil field investment, and therefore the loss of information caused by early-defuzzification has been determined and other investment valuation methods and the suggested model have been compared to each other, and the results of these methods have been examined.

1. GİRİŞ

Yaşam şartlarının her geçen gün değişmesi ve teknolojinin hızla ilerlemesi, gelecek için yapılan değerlendirmelerde belirsizliği arttırmaktadır. Günümüzde sağlıklı karar verebilmek için gelecekteki belirsizliği göz önüne alarak değerlendirme yapan karar verme yöntemlerinin kullanılması kaçınılmaz olmuştur. Özellikle yatırım kararları alınırken piyasa şartlarındaki dalgalanmanın yaratacağı olumsuz etki ve yatırım kararının zaman içerisinde geçerliliğini yitirmesi sonucunda geleneksel yatırım değerlendirme yöntemleri yetersiz kalabilmektedir.

Geleneksel yatırım yöntemleri, teknolojik gelişmelerin ivme kazanması ve politik, sosyal ve kültürel değişimler ile dünya ekonomisinin belirsizliğinin artması sonucunda; yerlerini, yatırım kararını farklı yönlerden inceleyebilen, çok yönlü, yeni yatırım değerlendirme tekniklerine bırakmaktadır. Reel opsiyon yöntemi bu teknikler arasında geniş kullanıma sahip uygulanabilirliği nispeten daha kolay olan bir yöntemdir. Reel opsiyon değerleme yöntemi yatırımın, opsiyon fiyatlandırma yöntemleri esas alınarak bir finansal opsiyonmuş gibi değerlendirildiği bir yöntemdir. Yatırımın ertelenmesi, yeni teknoloji gelişimi sonucu genişletilmesi, daraltılması veya vazgeçilmesi gibi değişik seçeneklerin yatırım yapılmadan incelendiği ve gelecekteki olası koşulların önceden öngörülüp, değer biçilerek yatırımın sadece maddi getirisi ile yetinmeyip, sağladığı ve sağlayacağı imkanlar ile bir bütün olarak düşünüldüğü reel opsiyon değerleme yöntemi, bu özellikleri ile belirsizliğin etkisini azaltmaktadır.

Reel opsiyon değerleme yöntemi belirsizliğin etkisini en aza indirmekle beraber tamamen ortadan kaldıramamaktadır. Bulanık mantık belirsizlik durumlarında daha güvenilir sonuçlar almayı sağlayan bir tekniktir. Bu çalışmada gelecek ile ilgili belisizlik durumunun yatırım kararı üzerine etkisini en aza indirmek için reel opsiyon değerleme yöntemi bulanık mantık ile harmanlanmış ve bulanık bir reel opsiyon değerleme modeli geliştirilmiştir. Modelde yatırımın reel opsiyon değerini etkileyen faktörler, teker teker bulanıklaştırılarak etkileri ayrı ayrı ve bir bütün olarak gözlenmiştir.

Çalışmanın bundan sonraki bölümünde reel opsiyon kavramının daha iyi anlaşılabilmesi için reel opsiyonların temel alındığı finansal türevler hakkında bilgi verilecektir. Üçüncü bölümde reel opsiyonlar başlığı altında reel opsiyon kavramı incelenecek, finansal opsiyonlar ile reel opsiyonlar karşılaştırılıp, geleneksel değerleme yöntemleri ve reel opsiyon değerlemede kullanılan yöntemler anlatılarak, geleneksel değerleme yöntemleri ile reel opsiyon değerleme yöntemleri karşılaştırılacaktır. Dördüncü bölümde bulanık mantık temelleri anlatılacak ve literatürde yer alan bulanık reel opsiyon değerleme yöntemleri incelenecektir. Beşinci bölümde ise riskli yatırımların analizi için bulanık bir reel opsiyon değerleme modeli geliştirilecek ve geliştirilen model bir petrol havzası yatırımı verileri üzerinde uygulanarak sonuçlar irdelenecektir.

2. FİNANSAL TÜREVLER

Finansal türevler; değerleri başka varlıkların değerlerine bağlı olan araçlar sınıfı olarak tanımlanabilir. Finansal türevler küresel sermaye pazarında devrim niteliğindedir. Vadeli kontratlar, gelecek tipi vadeli kontratlar, opsiyonlar, swaplar ve diğer türev araçlarında sağlam pazarların ortaya çıkışı, borçlanarak satın alma ve yatırım davranışlarını ve risk yönetim aktivitelerini önemli bir şekilde değiştirmiştir. Finansal türevlerin önemli ekonomik faydaları arasında riskli durumlarda ticarete ve satın almaya olanak sağlaması, fiyat risklerini ve sentez yatırımları büyük verimlilik ve düşük maliyetlerle önleme yeteneği ve finansal varlıkların likiditesini arttırması sayılabilir **(Das, 2004)**.

Günlük hayatta opsiyonların birçok örneği görülmektedir. Tarihçiler ve arkeolojistler keşiflerinde ilkel opsiyonlarla karşılaşmışlardır. Bu anlaşmalar modern opsiyonlara benzeseler de, bugün kullanılan opsiyon pazarının kökü hisse senetlerinin alım satımının gerçekleştiği 19. yüzyıla dayanır **(Chance, 1995)**.

Sabit bir fiyattan belirlenmiş bir yer ve zamanda neyin teslimatının yapılacağının belirtildiği anlaşmalarla ileriye doğru teslimat kavramı antik Yunan ve Roma devrinde de bulunmaktaydı. Muhtemelen vadeli kontratlar ile yapılan ilk organize ticari değişim 1700lü yıllarda Japonya'da gerçekleşmiştir. Avrupa Birliği'nde gerçekleşen ilk resmi mal değişimi 1848 yılında Chicago Menkul Kıymetler Borsası (CBOT_Chicago Board of Trade) tarafından gerçekleştirilmiştir **(Dubofsky, 1992)**. 83 tüccarın bir araya gelmesiyle kurulan CBOT, 1849-50 yıllarında gelecek zamanlı un, yem ve saman teslimi için kullanılacak ilk anlaşmaları yapmıştır. 1865'te "Gelecek tipi vadeli kontratlar" olarak adlandırılan standart anlaşmalar CBOT tarafından geliştirilerek buğday ticareti yeniden biçimlendirilmiştir **(CBOT_Websitesi, 2008)**.

2.1 Finansal Opsiyonlar

Opsiyon, bir finansal varlığı, gelecekte belirlenen bir tarihte veya belirli bir zaman süresi içinde, prim karşılığında, önceden belirlenmiş bir fiyattan satma veya satın alma hakkını veren bir anlaşmadır. Opsiyon anlaşması, taraflardan birine anlaşmadaki hakları kullanmak veya bu haklardan vazgeçmek seçeneğini tanırken, diğer tarafa, hak sahibinin sözleşmedeki haklarını kullanmayı seçmesi durumunda, anlaşmanın gereklerini yerine getirme sorumluluğu yüklemektedir. Buna göre opsiyon anlaşmaları, taraflardan birine seçim hakkı tanırken, karşı tarafa da yükümlülük getirmektedir. Opsiyon anlaşması ile hak sahibi olan taraf prim ödeyerek seçme hakkını elde etmekte, karşı taraf ise prim karşılığında risk altına girmektedir **(Alpan, 1999)**.

Opsiyonlar, sahiplerine kendine özgü nitelikler kazandıran ve takas yolu ile bir varlığın sahibinden başka birine transferini sağlayan anlaşmalardır. Opsiyon sahibinin faydasına olan koşullar sağlanıyorsa, sahip takas yoluna gider, aksi halde faydasına olmayan durumlarda, opsiyon primini ödeme durumunda kalır. Opsiyonlarda opsiyonun sahibinin riski opsiyon primi ile sınırlıdır **(Hoffman ve Williams, 2001)**.

2.2 Diğer Finansman Teknikler

2.2.1 Vadeli Kontratlar

Vadeli kontratlar, vadesi, miktarı ve fiyatı önceden belirlenmiş bir menkul kıymetin veya herhangi bir malın (döviz, faiz, metalürjik veya tarımsal ürün) ileri bir tarihte teslimini öngören anlaşmalardır. Vadeli işlem ile belirli bir malın, menkul değerin veya dövizin belli bir tarihte, anlaşmanın yapıldığı tarihte belirlenen fiyattan alımı veya satımı öngörülmektedir. Vadeli kontratlar, sahibini, söz konusu edilen finansal varlığı, belli tarihte ve belli fiyattan almaya mecbur tutan anlaşmalardır **(Alpan, 1999)**.

Vadeli kontratlar sadece finansal araçlar olarak önemli bir rol oynadıklarından değil aynı zamanda birçok farklı karmaşık yapılı finansal aracın kısa ve uzun vadeli, vadeli kontratların çeşitli birleşimleri şeklinde ayrıştırılıp şekillendirilmesinde oynadıkları rol ile de önemlidirler **(Kolb, 2002)**.

2.2.2 Gelecek Tipi Vadeli Kontratlar (Futures)

Gelecek tipi vadeli kontratlar, belli nitelikteki ve miktardaki bir malın veya menkul kıymetin, anlaşmanın yapıldığı tarihte belirlenen fiyattan, gelecekte belirlenen tarihte teslimini öngören yasal bir anlaşmadır. Gelecek tipi vadeli kontratlar, ileri bir tarihte gerçekleşecek olan bir alım veya satım işleminin fiyatını, bugünden belirleyip anlaşmaya bağlamaktadır **(Alpan, 1999)**.

Gelecek tipi vadeli kontratlar, standart miktar ve kalitede bir varlığı önceden belirlenmiş bir fiyattan gelecekte belirli bir tarihte teslim etme ya da teslim almaya ilişkin yasal bir sözleşmedir. Gelecek tipi vadeli kontratların dayandığı ya da yazıldığı varlık fiziksel bir mal olabileceği gibi finansal bir ürün ya da gösterge olabilir. İlk halde mal-emtia gelecek tipi vadeli kontratlarından, ikinci halde ise finansal gelecek tipi vadeli kontratlardan söz edilmektedir. Bir tür özel vadeli işlem olarak tanımlanabilecek olan gelecek tipi vadeli kontratların alışılmış vadeli işlemlerden ne farkı vardır? Gelecek tipi vadeli kontratlar, organize borsalarda işlem gören standart sözleşmelerdir. Zira kontrat büyüklükleri ve vadeler standarttır, tüm katılımcılar mevcut kontrat tiplerinden haberdardırlar. Buna karş1ılık vadeli kontratlar iki tarafça imzalanan özel anlaşmalardır **(Ersan, 1998)**.

Bir gelecek tipi vadeli kontrat, aslında nizamlı bir finansal borsada işlem gören bir vadeli kontrattır. Gelecek tipi vadeli kontrat pazarı ilk olarak 1800lü yılların ortalarında Chicago’da buğday, mısır gibi tarım ürünleri ile başlamıştır. Finansal gelecek tipi vadeli kontratlar ise finansal bir aracı ya da finansal indeksleri temel alan anlaşmalardır. Günümüzde finansal gelecek tipi vadeli kontratları para ve borç araçları olarak da kullanılmaktadır (**Kolb, 2002)**.

Opsiyonların gelecek tipi vadeli kontratlara göre avantajları aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

- Opsiyon satın alan yatırımcının sınırlı riski vardır.
- Bazı opsiyon stratejileri fiyatların fazla değişmediği ürünlerde dahi kazanç elde etmeyi sağlar.
- Opsiyon hem gelecek tipi vadeli kontrat pozisyonlarının hem de fiziki ürünlerin koruma (Hedge Enstrümanı) aracı olarak kullanılabilir.

Opsiyonların gelecek tipi vadeli kontratlara göre dezavantajları ise aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

- Opsiyon satın alan yatırımcı için opsiyon, değerini yitiren bir üründür. Bu nedenle üzerine opsiyon yazılan finansal varlığın fiyatı değişmese bile opsiyonun fiyatında değişme olabilmektedir.
- Opsiyon fiyatları üzerine yazıldıkları ürünlerin fiyatından bağımsızdır.
- Opsiyon satın alan yatırımcı opsiyonun fiyatını peşin olarak ödemek zorundadır **(Alpan, 1999)**.

2.2.3 Swaplar

Swap İngilizce kökenli bir sözcük olup değiştirme, kaydırma ve takas anlamına gelmektedir. Finans dilimize iyice yerleşmiş olan swap, kur ve faiz riski yönetiminde en önemli türevsel ürünlerin başında gelmektedir. Swap ilk kez 1923 yılında Avusturya Merkez Bankası tarafından spot pazarda İngiliz Sterlin'i karşısında ulusal paranın satılıp, vadeli olarak geri satın alınması ile denenmiştir **(Ersan, 1998)**.

Swap iki firma arasında gelecekte nakit akışlarını karşılıklı değiştirmek için yapılan bir anlaşmadır. Anlaşma nakit akışlarının ne zaman ödeneceğini ve nasıl hesaplanacağını tanımlar. Genellikle nakit akışlarının hesaplanması faiz oranının gelecek değerini, değiştirme oranını veya diğer pazar değişkenlerini içerir **(Hull, 2005)**.

Swapların en önemli iki türü faiz swapları ve döviz swaplarıdır. Faiz swapında bir taraf serbest kur temelli faiz oranında ödeme yapabilirken, diğer taraf sabit bir oran üzerinden ödeme yapar. Döviz swapında ise örneğin bir taraf dolar üzerinden serbest oranda ödeme yaparken diğer taraf Japon yeni üzerinden sabit oranda ödeme yapmak durumundadır. Faiz oranındaki değişiklikler faiz swapında kazanan ve kaybedeni belirler. Buna karşılık döviz swapında her iki ülkedeki faiz oranındaki değişiklikler ve çapraz döviz kurundaki değişiklikler kazanan ve kaybedeni belirler. Swapların temel amacı iş yaşamında ticari faaliyetlerde faiz ve döviz kurlarının değişiminden ortaya çıkan riski şekillendirme ve yönetmektir **(Kolb, 2002)**.

2.3 Opsiyon Çeşitleri

Piyasada birden fazla opsiyon çeşidi bulunmaktadır. Bunlardan en çok kullanılanlar Avrupa tipi opsiyonlar, Amerikan opsiyonları ve ebedi opsiyonlardır.

Avrupa Opsiyonları: Sadece opsiyonun vade sonu tarihinde alım veya satım hakkı veren opsiyonlardır. Vade sonu tarihi öncesinde opsiyonun kullanılması mümkün değildir.

Amerikan Opsiyonları: Opsiyonun vade sonu tarihine kadar kadar istenilen zamanda alım veya satım hakkı veren opsiyonlardır. Vade sonu tarihine kalan zaman Amerikan opsiyonlarının değerini belirler.

Ebedi Opsiyonlar: Belirli bir zaman ile sınırlandırılmamış istenildiği zaman kullanılabilen opsiyonlardır. Ebedi opsiyonlar; genellikle toprak kullanımı gibi büyük ölçekli yatırımlarda yararlanılan bir opsiyon çeşididir.

2.4 Opsiyonlarla İlgili Temel Kavramlar

Opsiyon Alıcısı: Bir finansal varlığı önceden belirlenen bir fiyattan vade tarihinde veya daha önce satın alma veya satma hakkını elinde bulunduran ancak bu hakkı kullanma zorunluluğu bulunmayan kişidir.

Opsiyon Yazıcısı: Bir finansal varlığı önceden belirlenen bir fiyattan vade tarihinde veya daha önce satın alma veya satma hakkını elinde bulunduran kişinin istemesi durumunda satın alma veya satma ile yükümlü kişidir.

Opsiyon Primi (Opsiyon fiyatı): Opsiyon alıcısının, opsiyon satıcısına ödediği, tarafların kendi aralarında belirlenen, opsiyonun kullanılmaması durumunda dahi geri ödenmeyen ücrettir.

Kullanım Fiyatı: Geçerlilik süresi sonu için yatırımcının hisse fiyatının veya genel olarak yatırımın değerinin alacağını düşündüğü değer veya karşılaştırma değeridir.

Stok fiyatı: Hisse senedi veya genel olarak yatırımın bedelidir.

Değişkenlik: Son 12 ay içinde günlük fiyat hareketlerine dayalı olarak bir hisse senedi fiyatının iniş ve çıkış eğiliminin ölçümüdür.

Dayanak Varlık: Bir opsiyonla alma ya da satma hakkı tanınan varlıktır.

Türev varlık: Değerleri dayanak varlıkların değerlerinin türetilmesi ile belirlenen aktiflerdir.

Vade sonu tarihi: Bir opsiyona yatırım yapma ya da opsiyonu satma hakkının geçerliliğini yitirdiği tarihtir.

2.5 Alım- Satım Opsiyonları

2.5.1 Alım (Satın Alma) Opsiyonları

Satın alma opsiyonu iki taraf arasında yapılan bir anlaşmadır. Hisse senedi satın alma opsiyonu, taraflardan birine, önceden karar verilmiş bir tarih için belirlenen bir fiyat üzerinden diğer tarafın belli sayıdaki hisse senedini satın alma hakkını vermektedir **(Alpan, 1999)**.

Opsiyonun yazıldığı menkul kıymetin ya da ürünün gelecekte fiyatının artmasını bekleyen yatırımcı, menkul kıymetin veya ürünün fiyatını sabitlemek için alım opsiyonu satın alır. Vade sonu tarihinde piyasa fiyatıyla opsiyonun kullanım fiyatı arasında değerlendirme yapan yatırımcı opsiyonu kullanma ya da terk etme kararı alabilmektedir.

2.5.2 Satım (Satma) Opsiyonları

Satım opsiyonu iki taraf arasında yapılan bir anlaşmadır. Taraflardan biri diğerine belirlenen miktarda hisse senedini, yine belirlenen bir fiyattan, belirlenen bir tarihte satma hakkı vermektedir. Hisse senedini satma hakkını alan taraf için hiçbir zorlama yoktur, opsiyonun vadesi geldiğinde ister satma hakkını kullanarak hisse senetlerini karşı tarafa satar ya da eğer istemezse satma hakkını kullanmaz ve hisse senetlerini karşı tarafın almasını istemez **(Alpan, 1999)**.

Opsiyonun yazıldığı menkul kıymetin ya da ürünün gelecekte fiyatının azalmasını bekleyen yatırımcı menkul kıymetin veya ürünün fiyatını sabitlemek için satım opsiyonu satın alır. Vade sonu tarihinde piyasa fiyatıyla opsiyonun kullanım fiyatı arasında değerlendirme yapan yatırımcı opsiyonu kullanma ya da terk etme kararı alabilmektedir.

Opsiyonların terk edilmesi durumunda ödenen opsiyon primi geri alınamayacağından alıcı opsiyon primi kadar bir zarar, yazıcı opsiyon primi kadar bir kar eder.

2.6 Opsiyon Fiyatlandırılmasında Kullanılan Temel Modeller

Bu bölümde opsiyon fiyatlandırma ile ilgili temel bilgiler verildikten sonra iki terimli fiyatlandırma modelleri, Black&Scholes fiyatlandırma modeli, risk nötral değerleme, oyun teorisi ve kesin eşdeğerlik yaklaşımı incelenecektir.

2.6.1 Alım- Satım Opsiyonlarında Temel Fiyatlandırma Bilgileri

2.6.1.1 Alım-Satım Opsiyonları Arasındaki İlişki

Kayacan ve diğ. (1999) alım-satım değer eşitliğinden, yani aynı kullanma fiyatı ve geçerlilik tarihine sahip bir alım opsiyonu ile bir satım opsiyonu arasındaki ilişkiden yola çıkılarak, alım-satım opsiyonları arasındaki fiyat ilişkisinin;

P: Avrupa satım opsiyonunun piyasa cari fiyatı

C: Avrupa alım opsiyonunun piyasa cari fiyatı

r: Risksiz faiz oranı

t: Opsiyonun vade sonuna kalan zaman

K: Opsiyonun kullanım fiyatı

S: Opsiyonun üzerine yazıldığı ürünün piyasa cari fiyatı

e^{-rt}: Eksponansiyel bugünkü değer faktörü olmak üzere

$$P = C + Ke^{-rt} - S, \tag{2.1}$$

veya

$$C = P + S - Ke^{-rt}, \tag{2.2}$$

şeklinde formüle edilebileceğini belirtmiştir.

2.6.1.2 Opsiyon Fiyatını Etkileyen Faktörler

Opsiyon fiyatını etkileyen faktörler; asli değer faktörleri ve opsiyonun zaman değerini oluşturan faktörler olarak ikiye ayrılmıştır. Asli değer faktörleri; opsiyonun türü, dayanak varlık ve kullanım fiyatı faktörlerini içermektedir. Hisse senedinin spot piyasa değeri, vadeye kalan süre, hisse senedinin değişkenliği ve risksiz faiz oranı, opsiyonun zaman değerini oluşturan faktörlerdir **(Usta, 2006)**.

Bir alım opsiyonu gelecekteki bir zaman diliminde kullanıldığında, ödeme, stok fiyatının kullanım fiyatını aştığı miktarda olacaktır. Bundan dolayı alım opsiyonları stok fiyatı arttıkça daha değerli olmakta, kullanım fiyatı arttıkça daha değersiz olmaktadır. Satım opsiyonu gelecekteki bir zaman diliminde kullanıldığında, ödeme, stok fiyatının kullanım fiyatını aştığı miktarda olacaktır. Bu nedenle satım opsiyonu alım opsiyonunun tersine stok fiyatı arttıkça değerini yitirmekte, kullanım fiyatı arttıkça değerlenmektedir. Hem alım opsiyonlarında hem satım opsiyonlarında, Amerikan opsiyonları kullanım zamanına kalan süre ile doğru orantılı olarak değerlenmektedir. Avrupa opsiyonlarında ise bu durum her zaman olmamakla birlikte genellikle geçerlidir. Stok fiyatının değişkenliği gelecek stok fiyatının hareketleri konusunda ne kadar belirsiz olduğumuzun bir göstergesidir. Değişkenlik arttıkça stok fiyatının çok fazla artma ya da çok fazla azalma ihtimali artar. Her iki opsiyon türünde de alınan risk opsiyon fiyatı ile sınırlı olduğundan ve kazanımların yüksek olma şansı değişkenlik arttıkça arttığından, hem alım hem satım opsiyonlarında, opsiyon değerleri değişkenlik arttıkça artmaktadır. Risksiz faiz oranı opsiyon fiyatını dolaylı yoldan etkiler. Ekonomide faiz oranı arttıkça yatırımcılar tarafından gerekli görülen stoktan beklenen geri dönüş, artma eğilimi gösterir. Buna ek olarak faiz oranı arttıkça, bir opsiyon sahibinin gelecekte elde edeceği herhangi bir nakit akışının şimdiki değeri azalmaktadır. Bu iki etkinin birleşimiyle risksiz faiz oranı arttıkça alım opsiyonlarının değeri artmakta, satım opsiyonlarının değeri azalmaktadır **(Hull, 2005)**.

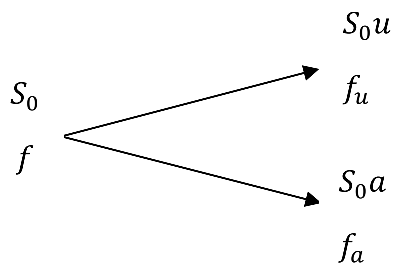
2.6.2 İki Terimli Opsiyon Fiyatlandırma Modeli

İki terimli model 1978 senesinde William Sharpe tarafından önerilmesine rağmen 1979 yılında John Cox, Stephen Ross ve Mark Rubenstein tarafından yayımlanmasıyla geniş kullanım alanı kazanmış olan bir modeldir. İki terimli modelde gelecek stok değerinin olasılık dağılımı, her bir kesikli zaman diliminde meydana gelen yukarı ve aşağı hareketlenmenin büyüklüğü ile belirlenmektedir. Bu hareketlerin büyüklüğü geçmişteki stok değerlerinin değişkenliğini yansıtmaktadır **(Brach, 2003)**.

İki terimli opsiyon fiyatlandırma modeli (İTFM), opsiyon bitiş tarihi ve değerlendirme zamanı arasındaki, verilen sayıda zaman basamaklarında, iki terimli kafes (ağaç) yolu ile opsiyonun anahtar temel değişkenlerinin evrimini izlemek için kesikli zaman yapısı kullanır. BOFM iki basamaklı bir prosestir, önce iki terimli kafes inşa edilir, sonra karar kafesi inşa edilir **(Li ve Su, 2007)**.

2.6.2.1 Bir Aşamalı İki Terimli Model (Tek Dallı İki Terimli Ağacı)

Tek aşamalı iki terimli modelde opsiyonun belirlenmiş ömrü tek bir zaman dilimi olarak ele alınır. İki terimli model stok fiyatının değişik oranlarda yukarı ya da aşağı çekilmesine olanak tanır. İki terimli olasılık dağılımı sadece iki çıktının ya da durumun olduğu dağılımdır **(Chance, 1995)**. S_0 bugünkü stok değeri, f bu stok için hazırlanmış olan ve T zaman sonra sonlanacak bir opsiyonun bugünkü fiyatı olmak üzere, opsiyonun ömrü boyunca stok fiyatı S_0'dan daha yüksek olan yeni bir S_0u değerine artabilir veya S_0 değerinden daha düşük olan yeni bir S_0a değerine azalabilir ($u > 1;\ a < 1$). Artış olduğunda stok fiyatındaki nispi artış $(u-1)$; azalma durumunda nispi azalış $(1-a)$ 'dır. Stok fiyatı S_0u seviyesine arttığında opsiyonun ödemesinin f_u, stok fiyatı S_0a seviyesine düştüğünde opsiyonun ödemesinin f_a olduğunu farz edersek bir aşamalı gösterim Şekil 2.1' deki gibi olur.



Şekil 2.1: Stok Fiyatlarının Tek Dallı İki Terimli Ağacı

Bu durumda portföy değeri, r; risksiz faiz oranı ve $p = (e^{rT} - a)/(u - a)$ olmak üzere

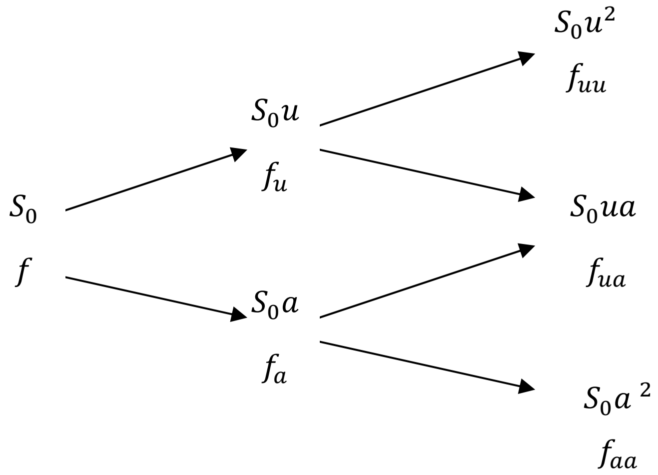
$$f = e^{-rT}[pf_u + (1-p)f_a], \tag{2.3}$$

ile ifade edilir **(Hull, 2002)**.

2.6.2.2 İki Aşamalı İki Terimli Model

Bir dönemli iki terimli dağılımda stok fiyatı aşağı ya da yukarı yönde değişim gösterebilir yani sadece iki olası gelecek stok değeri vardır. Gerçekçiliği arttırmak için bir dönem daha eklenerek iki aşamalı iki terimli model elde edilir. İki aşamalı iki terimli model ile bir aşamalı iki terimli modelin mantığı aynıdır ve iki aşamalı iki terimli model ile fiyat hesaplanırken birinci dönem sonunda belirlenen stok fiyatlarının artacağı veya azalacağı mantığıyla hareket edilir **(Chance, 1995)**.

Stok fiyatlarının iki dallı iki terimli ağacı Şekil 2.2‘ de gösterilmiştir.



Şekil 2.2: Stok Fiyatlarının İki Dallı İki Terimli Ağacı

Risksiz faiz oranı r ve zaman aşaması uzunluğu δt yıl olarak ele alındığında aşağıdaki formüller elde edilir **(Hull, 2002)**.

$$f_u = e^{-r\delta t}[pf_{uu} + (1-p)f_{ua}], \tag{2.4}$$

$$f_a = e^{-r\delta t}[pf_{ua} + (1-p)f_{ua}], \tag{2.5}$$

$$f = e^{-r\delta t}[pf_u + (1-p)f_a], \tag{2.6}$$

$$f = e^{-2r\delta t}[p^2 f_{uu} + 2p(1-p)f_{ua} + (1-p)^2 f_{aa}] \tag{2.7}$$

2.6.3 Black Scholes/Merton Modeli

Black ve Scholes (1973) bugün opsiyon prim fiyatlandırmasında en çok kullanılan formülü içeren dengeli opsiyon değerleme teorisini geliştirdiler. Çalışmada ideal koşulların gerçekleştiği varsayımıyla kısa dönem faiz oranının sabit bir bilinen değer olduğu, stok geri dönüş oranının varyansının sabit olduğu, opsiyonun Avrupa tipi olduğu yani sadece olgunluk zamanında kullanılabileceği, stok ya da opsiyon alım satımında herhangi bir muamele giderinin olmadığı, kısa dönem faiz oranında opsiyonu tutma veya alma güvenlik fiyatının her hangi bir kesrinin ödünç alınabileceği ve kısa dönemli satıma ceza olmadığı kabulleri yapılmıştır. Bu kabuller ışığında aşağıdaki eşitlikler geliştirilmiştir.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{x}{c}\right) + \left(r + \frac{1}{2}v^2\right)(t^* - t)}{v\sqrt{t^* - t}}, \tag{2.8}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{x}{c}\right) + \left(r - \frac{1}{2}v^2\right)(t^* - t)}{v\sqrt{t^* - t}}, \tag{2.9}$$

iken

$$w(x,t) = xN(d_1) - ce^{r(t-t^*)}N(d_2), \tag{2.10}$$

Bu eşitlikte $N(d)$ kümülatif standart normal yoğunluk fonksiyonunu, x stok değerini, c kullanım fiyatını, t^* vade sonu tarihini, t şimdiki zamanı, v^2 stok üzerine geri dönüş oranının varyansını ve $w(x,t)$ opsiyon değerini ifade etmektedir. **Merton (1973)** Black-Scholes formülünü inceleyerek genişletmiştir. Opsiyonlar çok özel bir amaçla geliştirilmiş ve nispeten önemsiz finansal araçlar olduklarından hem Black ve Scholes hem Merton, ortak mesuliyetler için değerleme teorisi geliştirirken aynı basit yaklaşımın uygulanabileceğini göstermiştir **(Merton, 1974)**.

Aşağıda Black&Scholes opsiyon fiyatlandırma yaklaşımı **Grafström ve Lundquist (2002)** tarafından incelenmiş olan geliştirilmemiş bir petrol havzasının değerinin hesaplanmasında kullanılan veriler üzerine uygulanmıştır.

Ayrıntıları 3.5.1 numaralı bölümde verilen iskontolu nakit akış yaklaşımı ile işletme giderlerinin net şimdiki değeri $c = 197.942.107\$$ ve işletme gelirlerinin net şimdiki değeri $x = 283.498.090\$$ olarak hesaplanmaktadır. Proje 12 yıllık bir proje olup standart sapma %33,66 ve risksiz faiz oranı 0,05'tir.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{x}{c}\right) + \left(r + \frac{1}{2}v^2\right)(t^* - t)}{v\sqrt{t * -t}} \frac{\ln\left(\frac{283.498.090}{197.942.107}\right) + \left(0{,}05 + \frac{1}{2}0{,}3366^2\right)(12)}{0{,}3366\sqrt{(12-0)}}$$

$$d_1 = 1{,}4057$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{x}{c}\right) + \left(r - \frac{1}{2}v^2\right)(t^* - t)}{v\sqrt{t * -t}} = \frac{\ln\left(\frac{283.498.090}{197.942.107}\right) + \left(0{,}05 - \frac{1}{2}0{,}3366^2\right)(12)}{0{,}3366\sqrt{(12-0)}}$$

$$d_2 = 0{,}2396$$

$$\begin{aligned} w(x,t) &= xN(d_1) - ce^{r(t-t^*)}N(d_2) \\ &= 283.498.090 * 0{,}9272 - 197.942.107 * e^{0{,}05*12} * 0{,}5948 \\ &= 48.330.513{,}3 \end{aligned}$$

Yukarıda belirtilen işlemler sonucunda petrol havzasının değeri Black&Scholes yaklaşımına göre 48.330.513,3$ olarak hesaplanmıştır.

2.6.4 Risk-Nötral Değerleme

Risk-nötral değerleme, iki terimli ağaçtaki bütün düğümleri karara bağlayan aşağı veya yukarı hareketlenme olasılığını belirleyerek yatırımın değerlendirilmesine katkı sağlar. Risk nötral değerleme herkesin riske kayıtsız olduğu ve yatırım yapmak için risk değerleriyle ayartılamayacağı, risksiz bir dünyada yaşadığımızı kabul eder. Bu bütün gelecekte beklenen teminat ödemelerinin risksiz faiz oranı ile iskonto edilebileceğini yani türev teminatların bugünkü değerinin gelecekteki ödemelerinin risksiz faiz oranı ile bugüne iskonto edilmiş hali olduğunu gösterir.

Başlangıçta B ile ifade edilen miktarda para kullanılarak ve C opsiyon primine sahip bir alım opsiyonu yazılarak, dayanak varlıktan N adet hisse alındığında $NS - C = B$ eşitliği geçerlilik kazanmaktadır. Şekil 2.3'te risksiz faiz oranı r olmak üzere, risk nötral değerleme ile stok fiyatının dönem sonunda yukarı veya aşağı hareket edişinin sonucu değiştirmediği ve hareketin yaratacağı dalgalanmanın oluşturduğu riskin ortadan kaldırıldığı gösterilmektedir.

$$
\begin{tikzcd}[column sep=large]
 & NS_u - C_u = B(1+r) \\
NS - C = B \arrow[ur] \arrow[dr] & \\
 & NS_a - C_a = B(1+r)
\end{tikzcd}
$$

Şekil 2.3: Risk Nötral Değerlendirmede Stok Fiyatının Aşağı ve Yukarı Hareketleri

Olasılıkların hesaplanması için genelleştirilmiş formül; p: dönem sonunda yukarı hareketlenme olasılığı; d: bir artı taban stok değerinin geri dönüşü ($d = S_a/S$); u: bir artı tavan stok değerinin geri dönüşü ($u = S_u/S$) ve r: risksiz faiz oranı olmak üzere aşağıda verilmiştir **(Chacko ve diğ. , 2006)**.

$$p = \frac{(1+r) - d}{u - d} \tag{2.11}$$

2.6.5 Oyun Teorisi

Oyun teorisi şirketler arası rekabet ilişkilerini analiz eder. Oyun, firmaların kararlarının birbirinden bağımsız olduğu durumlarda stratejik bir kaynağı betimler. Oyun teorisi bir firmanın rakip firmalara karşı stratejik pozisyonunu veya endüstriyel rekabet şiddetini etkilemek için nasıl stratejik hareket edeceğini gösterir. Yaklaşım; firmaların hareketlerinin ve stratejilerinin, diğer oyuncuların hareketleri üzerine belirlendiği oligopolistik (az sayıda satıcının yer aldığı piyasa tipi) pazar şartlarında, senet kırdırma, pazarlık etme veya açık arttırma koşullarında yatırımı analiz etme ile ilgilidir. Oyun teorisi ekonomide, sezgisel argümanları sayısallaştırmak ve somutlaştırmak için kullanılmaktadır **(Smit ve Trigeorgis, 2004)**.

Oyun teorisi endüstriyel organizasyon, kurumsal finansman ve finansal aracılık gibi ekonominin bazı önemli alanlarının analizinde temel araç olarak başlıca ekonomi kitaplarında yer almaktadır. Opsiyonların oyun teorisi ile analizi yöntemi opsiyon fiyatlandırma ve oyun teorisinin birleştirilme girişimidir. Her bir oyuncunun beklenen faydası için vekil olarak bir opsiyon değeri kullanmaya dayanır. Opsiyonların oyun teorisi ile analizi özellikle oyuncuların beklenen faydalarının direkt değerlendirilmesi kullanışsız olduğunda, stratejik etkileşimleri incelemek için kullanılmaktadır. Bu durum belirsizlik ve zaman gibi birçok nedenden ötürü ortaya çıkabilmektedir **(Ziegler, 1999)**.

2.6.6 Belirlilik Eşdeğeri Yaklaşımı

Belirlilik eşdeğeri, tamamlanmamış kur riskine karşı korunma ve finans pazarının verimliliği ile ilgili standart hipotezlerin yokluğunda önemli bir standart finans teorisi aracıdır **(Simonelli, 2001)**. Belirlilik eşdeğeri kar etme isteğimize karşı verebileceğimiz maksimum para miktarıdır. Alternatif olarak belirlilik eşdeğeri, bizi riske karşı koruması için ödeyebileceğimiz minimum primdir.

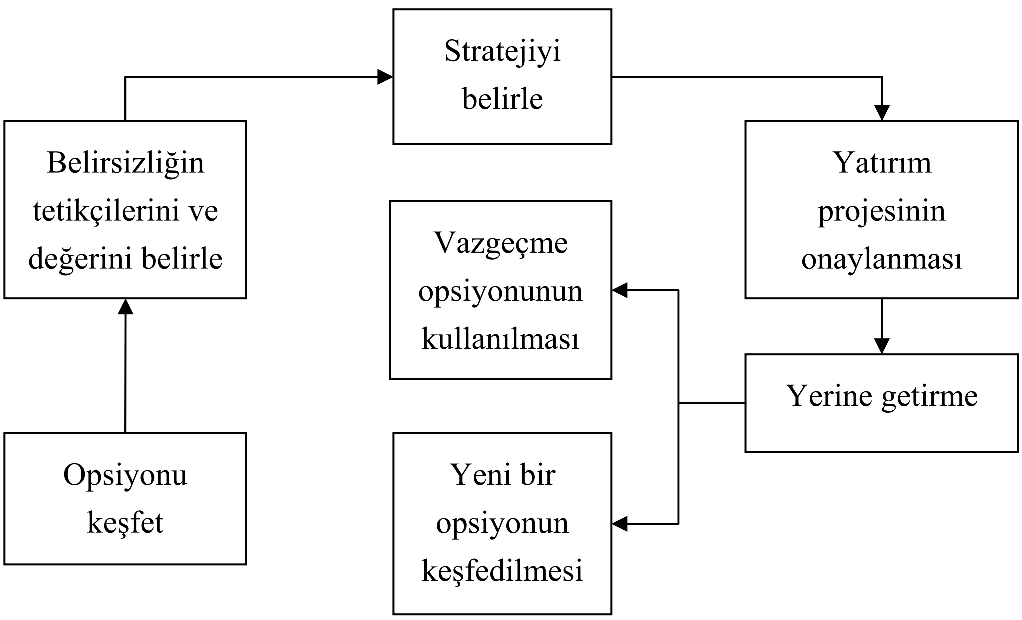
Belirlilik eşdeğeri yaklaşımının arkasında yatan temel fikir nakit akışlarının zamanlaması ile riskliliği birbirinden ayırmaktır. Nakit akışları, risksiz (belirli) nakit akışlarına çevrilerek risksiz faiz oranı ile iskontolanır. Genellikle risksiz faiz oranı olarak hazine bono faiz oranı kabul edilmektedir. Belirlilik eşdeğeri yaklaşımında ilk olarak projenin beklenen nakit akışları tahmin edilir. Ardından belirlilik eşdeğeri faktörleri veya belirli olan nakit akışlarının beklenen nakit akışlarına oranları belirlenir. Belirlilik eşdeğeri ile beklenen nakit akışları çarpılarak kesin nakit akışları hesaplanır ve kesin nakit akışları risksiz faiz oranı ile iskontolanarak projenin nakit akışlarının şimdiki değeri belirlenir. İlk yatırım maliyeti projenin nakit akışlarının şimdiki değerinden çıkarılarak net şimdiki değer elde edilir. Ve son olarak net şimdiki değer sıfıra eşit veya büyükse yatırımın kabul edilebilir olduğu aksi takdirde yatırımın reddedilmesi gerektiği kararına ulaşılır **(Groppelli ve Nikbaht, 2006)**.

3. REEL OPSİYONLAR

3.1 Reel Opsiyonlara Giriş

Reel opsiyon, eski Latin kelimesi olan “realis”ten gelir ve mallara bağlı olan opsiyon anlamındadır. Reel sabit, kalıcı veya taşınmaz malları ifade eder. Reel opsiyonların anahtar avantajı yönetimsel esnekliği değerleme sürecine adapte edebilmesi ve bu sayede en iyi kararların verilmesine yardımcı olmasıdır **(Brach, 2003)**.

Reel opsiyonlar, isminden de anlaşılabileceği üzere, opsiyon teorisini finansal varlıkların, bonoların ve tahvillerin aksine fiziksel veya gerçek varlıkları değerlendirmek için kullanırlar. Aslında reel opsiyonlar geçmişte, sıkıntılı firmaları ve araştırma geliştirme konularında ortak firmaları analiz etmede, önemli miktarda belirsizlik altında, önemli miktarda yönetsel esneklik sağlayarak kullanılmış olmalarına rağmen, genellikle son yıllarda büyük önem kazanmaya başlamıştır **(Mun, 2002)**. Şekil 3.1’de gösterildiği üzere her reel opsiyon keşfedilme, biçimlendirme, başlatma, büyüme, olgunluk ve çöküş evrelerini içeren doğal bir yaşam döngüsüne sahiptir **(Brach, 2003)**.



Şekil 3.1: Bir Reel Opsiyonun Yaşam Döngüsü

3.2 Reel Opsiyonların Tarihçesi

Gerçek varlıklar üzerine opsiyon ticareti parayla yapılan işlemlerden çok daha eskiye dayanır. Bugünkü Suriye ve Irak sınırlarının arasında kalan bölgede M.Ö. 1800-1500 yılları arasında yazılmış, opsiyon ve gelecek tipi vadeli kontratların kanıtları olan 20000'den fazla antik tablet bulunmuştur. Bu anlaşmalar paradan çok daha önce, metal veya buğday gibi gerçek bir varlığın yerine kullanılan veya onun türevi olan eşyalardır. Japonya'da 1600lü yıllardan başlayarak Japon tüccarlar, arazi sahiplerinden, üzerinde yazan miktarda pirinç alım hakkı veren kuponlar yani alım opsiyonları satın almaya başlamışlardır. Böylece beklenen pirinç ihtiyacı değişirse, tüccarlar kuponları kullanma hakkına sahip olmaktaydı. Aynı zaman diliminde Hollandalı orta sınıf, Türkiye'den aldıkları laleleri Hollanda'ya satarken gerçek lale opsiyonları kullanmaktaydı. 17. yüzyılın başlarında laleler Hollanda'da en değerli mal halini almıştır. 1637 yılının başında lale fiyatları 20 kat gibi korkunç oranlarda artınca insanlar ellerindeki lale soğanlarını satmaya başlamış ve tarihte gözlemlenen ilk krizlerden biri meydana gelmiştir. 19. yüzyıl başlarında finansal opsiyonların ticareti başladıktan sonra akademik araştırmacılar ortak teminatları, firmaların varlıkları üzerine yazılmış alım veya satım opsiyonları gibi görmeye başlamışlardır. 1977'de Stewart Myers finansal yatırımlardan reel opsiyonları oluşturma fikrini ortaya atmış ve reel opsiyon kavramını türetmiştir. Myers; finansal yatırım fırsatlarını geleneksel iskontolu nakit akışı yaklaşımı (DCF) ile değerlendirmenin, riskli yatırım projelerinde ve belirsizlikte ortaya çıkan diğer seçeneklerin değerlerini ihmal ettiğini savunmaktaydı **(Brach, 2003)**.

3.3 Finansal Opsiyonlar ve Reel Opsiyonların Karşılaştırılması

Finansal opsiyon hâlihazırda bulunan ve standart formda (hisse senedi, bono vb.) aktif olarak finansal pazarda işlem gören finansal varlıkları alma veya satma opsiyonudur. Buna karşılık reel opsiyon firmanın gerçek, fiziksel veya entelektüel aktivitesini değiştirme opsiyonudur **(Howell ve diğ. , 2001)**.

Finansal opsiyonlar ve reel opsiyonlar, belirsizlik altında gerçekleştirilen yatırımlarda ve geri dönüşü olmayan yatırımlarda kullanılmaları ve iki veya daha fazla alternatif arasından seçim yapabilme özellikleri ile benzeşirler. Buna karşın aralarında kavramsal farklılıklar bulunmaktadır. Finansal opsiyonlarda vade sonu geldiğinde karar verilmesi için gereken bütün değişkenler bilinmektedir. Reel opsiyonlarda ise bütün belirsizlikler çözülmemiş olabilmekte ve bu durumda dahi karar verilmek zorundadır. Finansal opsiyonların olgunluk zamanı bilinmekte ancak reel opsiyonlarda bu pek mümkün olmamaktadır. Opsiyon değerini belirleyen kaynaklar da farklılık göstermektedir. Finansal opsiyonlarda opsiyon fiyatı kullanım fiyatıyla yüksek potansiyel arasındaki sayısal fark olarak kolayca hesaplanabilmekte buna karşılık reel opsiyonlarda verilen bir firma için opsiyon değerinin bir kısmı temel yeterlilik, mevcut pazar veya teknoloji konumu, pazara girişler için olası engeller, bilgi veya tecrübe gereksinimleri, teknik yetkinlik veya mevcut marka isminin sonucunda doğal olarak ortaya çıkmaktadır **(Brach, 2003)**. Finansal opsiyonlarla reel opsiyonların farklılıkları Tablo 3.1'de gösterilmiştir **(Mun, 2002)**.

Tablo 3.1: Finansal Opsiyonlarla Reel Opsiyonların Karşılaştırılması

FİNANSAL OPSİYONLAR	REEL OPSİYONLAR
Genellikle kısa süreli ömürleri vardır.	Genellikle uzun süreli ömürleri vardır.
Değerinin belirlenmesinde temel değişken finansal varlığın fiyatıdır.	Değerinin belirlenmesinde temel değişkenler talep, yönetim ve rekabet tarafından belirlenen nakit akışlarıdır.
Değerleri genellikle küçüktür.	Değerleri genellikle çok büyüktür.
Opsiyon değeri stok fiyatlarıyla oynanarak kontrol edilemez.	Yönetsel kararlar ve esneklik ile stratejik opsiyon değeri arttırabilir.
Pazar veya rekabet etkileri, opsiyon değeri ve fiyatlandırılmasıyla ilgisizdir.	Pazar veya rekabet etkileri stratejik opsiyonun değerini belirler.
Otuz yıldan uzun süredir gündemde olup kullanılmaktadır.	Şirket finansal aktivitelerinde son yıllarda kullanılmaya başlanmış yeni bir gelişmedir.
Genellikle kapalı formda kısmi diferansiyel denklemler ve benzetim, varyans azaltma teknikleri ile çözülür.	Genellikle kapalı formda denklemler ve temel değişkenlerin benzetimleriyle, iki terimli kafeslerle çözülür.
Fiyat bilgisi ve benzeri ile ticari güvenlikli ve pazarlanabilirdir.	Pazar benzerleri yoktur ve doğal olarak özeldirler ve ticari değillerdir.
Değerlemesinde yönetim kabulleri ve hareketleri etkili değildir.	Yönetim kabulleri ve hareketleri reel opsiyon değerini belirler.

3.4 Finansal Opsiyonların Reel Opsiyonlara Uygulanması

Çeşitli projelerin işletim esneklikleri ve stratejik açıdan değerlendirilebilmesi, başlangıç zamanında belirsiz olan gelecekteki olaylara bağımlılıkları ve ihtiyari asimetrik doğası gereği DCF teknikleri ile yakalanamamaktadır. Ancak bu önemli bakış açıları, yatırım fırsatlarını, gerçek varlıklar üzerine hazırlanmış opsiyonların bir toplamı gibi ele alınarak analiz edebilir. Finansal opsiyonlardaki bugünkü stok değeri reel opsiyonlarda şimdiki değer veya beklenen nakit akışlarına yerini bırakırken, opsiyon kullanma fiyatı yatırım maliyetine, bitiş zamanı fırsat ortadan kalkana kadar olan zamana ve stok değeri belirsizliği proje değeri belirsizliğine karşılık gelmektedir **(Trigeorgis, 1996)**.

Finansal opsiyonlar ile reel opsiyonlar arasında kavramsal kıyaslama Tablo 3.2'de özetlenmektedir **(Brach, 2003)**.

Tablo 3.2: Reel Opsiyonlar ve Finansal Opsiyonların Değişkenler Açısından Karşılaştırılması

FİNANSAL OPSİYON	DEĞİŞKEN	REEL OPSİYON
Kullanım Fiyatı	K	Edinme masrafı
Stok fiyatı	S	Varlıktan kaynaklanan gelecek nakit akışlarının şimdiki değeri
Vade sonu tarihi	t	Opsiyonun geçerlilik tarihine olan zaman
Stok geri dönüş varyansı	σ^2	Varlığın riskliliği, En iyi ve en kötü senaryonun varyansı
Risksiz geri dönüş oranı	r	Risksiz geri dönüş oranı

3.5 Geleneksel Değerleme Yaklaşımları

3.5.1 İskontolu Nakit Akışları

Gelecekteki nakit akışlarının şimdiki eşdeğerini bulmaya odaklanan bir değerleme yöntemidir. **Russell (1970)**, karar vericinin, alternatif çözümleri aktivitelerin zamanlanmasına göre değerlendirdiğinden, seçme sırasında aynı aktivite kümesinden oluşmuş ancak farklı zamanlarda sıralanmış kuramsal projelerin etkisi altında kaldığını ve bundan dolayı seçimin yapılmasında uygun bir kriterin kullanımının gerekli olduğunu belirtmiştir ve nakit akışlarının belirli bir faiz oranında projenin başlangıç tarihine iskontolanmasıyla elde edilen şimdiki değer temelli bir kriterin en iyi seçimi gösterebileceğini söylemiştir.

İskontolu nakit akışları yaklaşımında nakit akışları denkliği temel oluşturur. Etkin faiz oranı yardımıyla gelecekte yapılan nakit giriş çıkışlarının şimdiki değeri hesaplanır. F; paranın gelecekteki değeri, P; paranın şimdiki değeri, i; kesikli iskontolu faiz oranı, r; sürekli iskontolu faiz oranı, n; faiz dönemi sayısı, A; n dönem devam eden düzgün serilerde dönem sonu ödemeleri olmak üzere eşitlik 3.1'de kesikli iskontolu tek ödeme formülü, eşitlik 3.2'de sürekli iskontolu tek ödeme formülü ve eşitlik 3.3'de kesikli iskontolu düzgün seri formülü verilmiştir **(Tolga ve Kahraman, 1994)**.

$$F = P(1+i)^n, \tag{3.1}$$

$$F = Pe^{rn}, \tag{3.2}$$

$$P = A\frac{((1+i)^n - 1)}{i * (1+i)^n} \tag{3.3}$$

Bu bölümde iskontolu nakit akışları yaklaşımı **Grafström ve Lundquist (2002)** tarafından incelenmiş olan geliştirilmemiş bir petrol havzasının değerinin hesaplanmasında kullanılan veriler üzerine uygulanmıştır. Net şimdiki değer yönteminde kullanılan finansal parametreler Tablo 3.3'de, beklenen gelecek nakit akışı değerleri Tablo 3.4'te verilmektedir. İşletmeyi sonlandırma ve ilk yatırım maliyetleri vergilendirilmemektedir.

Tablo 3.3: Net Şimdiki Değer Yönteminde Kullanılan Parametreler.

Parametre	Veri	
Başlangıçta bulunan petrol hacmi	113.000.000	stok deposu varil
Teknik olarak çıkarılabilecek petrol hacmi	19.500.000	stok deposu varil
Üretim gecikmesi	3	yıl
Kurumlar vergisi oranı	15%	
Risk-uyarlanmış sürekli ıskonto oranı	6,72%	
2004 senesi için kabul edilen varil başı Brent fiyatı	$20	

Tablo 3.4: Beklenen Gelecek Nakit Akışları

Yıl	Yıllık Varil Sayısı	İşletme Masrafları
2001	-	132.662.000
2002	-	-
2003	-	-
2004	7.793.487	25.542.000
2005	3.312.984	12.834.000
2006	1.988.994	9.129.000
2007	1.489.489	7.761.000
2008	1.191.591	6.992.000
2009	1.074.237	6.723.000
2010	965.911	6.491.000
2011	869.621	6.308.000
2012	625.886	6.138.000
2013	156.472	9.133.000

Tablo 3.5: Giderlerin Şimdiki Değerleri

Yıl	N	Yıllık Varil Miktarı	Petrol Fiyatı/Varil	Giderler	Giderlerin Şimdiki Değeri =Giderler*(1+0,672)^n
2001	0			132.662.000	132.662.000
2002	1				0
2003	2				0
2004	3	7.793.487	20	21.710.700	17.862.259
2005	4	3.312.984	20	10.908.900	8.410.033
2006	5	1.988.994	20	7.759.650	5.605.483
2007	6	1.489.489	20	6.596.850	4.465.414
2008	7	1.191.591	20	5.943.200	3.769.638
2009	8	1.074.237	20	5.714.550	3.396.374
2010	9	965.911	20	5.517.350	3.072.686
2011	10	869.621	20	5.361.800	2.798.031
2012	11	625.886	20	5.217.300	2.551.184
2013	12	156.472	20	9.133.000	4.184.694
				Toplam	188.777.795

Tablo 3.5'te giderlerin şimdiki değerleri toplamı 188.777.795$ olarak hesaplanmıştır.

Tablo 3.6: Gelirlerin Şimdiki Değerleri

Yıl	N	Yıllık Varil Miktarı	Petrol Fiyatı/Varil	Giderler	Giderlerin Şimdiki Değeri =Giderler*(1+0,672)n
2001	0			0	0
2002	1			0	0
2003	2			0	0
2004	3	7.793.487	20	132.489.279	109.004.214
2005	4	3.312.984	20	56.320.728	43.419.518
2006	5	1.988.994	20	33.812.898	24.426.054
2007	6	1.489.489	20	25.321.313	17.140.020
2008	7	1.191.591	20	20.257.047	12.848.588
2009	8	1.074.237	20	18.262.029	10.853.817
2010	9	965.911	20	16.420.487	9.144.789
2011	10	869.621	20	14.783.557	7.714.731
2012	11	625.886	20	10.640.062	5.202.836
2013	12	156.472	20	3.129.440	1.433.893
				Toplam	241.188.460

Tablo 3.6'da işletme gelirlerinin şimdiki değeri $241.188.460\$$ olarak hesaplanmıştır.

İşletmenin net gelirlerinin şimdiki değeri $241.188.460 - 188.777.795 = 52.410.665\$$ olarak hesaplanmaktadır.

3.5.2 Rölatif Değerleme

Rölatif değerlemede varlıklara, benzer varlıkların mevcut pazarda nasıl fiyatlandırıldığını temel alarak değer biçme amaçlanmaktadır. İki farklı yöntem üzerinden rölatif değerleme yapılmaktadır. Bunlardan ilki fiyatların genellikle kazanımların katlarına çevrilerek veya defter değerleri ya da satışlar cinsinden standardize edilmesi ile genel bir değişken kullanarak varlıkları rölatif olarak değerlendirmedir. İkincisi ise değerlenen firmayla endüstrideki benzer diğer firmaların karşılaştırılabilir olması ve pazarda bu firmaların doğru fiyatlandırıldığı kabulleriyle firmanın endüstri-ortalama fiyat/gelir oranının kullanılmasıdır. Fiyat/ satışlar oranı, fiyat/nakit akışlar, fiyat/kar payı ve pazar değeri/yenileme değeri oranları geniş kullanıma sahip diğer rölatif değerleme oranlarıdır. Benzer firmalar bulunması, aynı işi yapan firmaların bile riske dayanıklılıkları, büyüme potansiyelleri ve nakit akışları farklılık gösterebileceğinden kolay olmamaktadır. Birden fazla firmayı çapraz karşılaştırma yaparken bu farklılıkların nasıl kontrol edileceği anahtar nokta haline gelmektedir **(Damodaran, 1996)**.

3.6 Reel Opsiyonlar Yaklaşımı İle Geleneksel Değerleme Yaklaşımları Arasındaki Farklar

Reel opsiyonlarda, yönetimin verilen değişiklikleri iş ortamına uyarlama esnekliklerinin olduğu, dinamik ve gelecek zaman odaklı bir karar serisi kabul edilirken, geleneksel yaklaşımda statik bir karar verme yeteneği kabul edilmiştir **(Mun, 2002)**. Standart net şimdiki değer yaklaşımı, yatırımların yapılıp yapılmaması kararını doğrudan etkileyebilecek olan yatırım masraflarının ertelenmesi fikri ile ilgilenmez **(Tolga ve Kahraman, 1994)**. Yatırımın ertelenmesi durumuna dikkat edildiğinde, net şimdiki değer, projenin başlangıcını ertelemek veya beklemek gibi yönetimsel seçenekleri tanımaz. Öte yandan, reel opsiyonlar kararın ertelenebileceğini göz önüne alır **(Luehrman, 1998)**. Tablo 3.7. 'de iskontolu nakit akışı ile reel opsiyonlar karşılaştırılmaktadır **(Brach, 2003)**.

Tablo 3.7: İskontolu Nakit Akış Yöntemi ve Reel Opsiyon Değerleme Yönteminin Karşılaştırılması

İSKONTOLU NAKİT AKIŞ YÖNTEMİ	REEL OPSİYON DEĞERLEME YÖNTEMİ
Verilen kararlar gelecekte değiştirilemez.	Yeni bilgiye ulaşılmasıyla askıya alınmış yönsel değişikliklerin gerçekleştirilmesi mümkündür.
Beklenen nakit akışları kümesi temel alınır.	Nakit akışları gelecekteki belirsiz durumlara bağlıdır.
Duyarlılık ve senaryo analizleri yapılır, statiktir.	Değişen koşullara ayak uydurmak için yönetsel esnekliği vardır.

Luehrman (1998) ancak ve ancak projenin son kararının bir daha ertelenemez olduğu durumda yani firmanın opsiyonunun vade sonuna ulaşılmışsa, net şimdiki değer ve reel opsiyon değerlerinin birbirine eşit olacağına işaret etmektedir. Bunun nedeni belirsizlik durumunun ortadan kalkmış olmasıdır. Yani belirsizlik ortamında ve yatırım kararı ertelenebildiği sürece net şimdiki değer ve opsiyon değerleri farklılık gösterecektir.

3.7 Reel Opsiyon Çeşitleri

Bu bölümde literatürde en sık rastlanan reel opsiyon çeşitleri ele alınmaktadır **(Trigeorgis, 1996)**.

3.7.1 Vazgeçme Opsiyonu

Eğer market koşulları şiddetli düşüş yaşıyorsa yönetimin mevcut işlemlere devam etmeme ve varlıkları nakde çevirme opsiyonudur. Daha çok finansal hizmetlerde, belirsizlik içeren pazarlara yeni ürün girişiminde ve yoğun sermayeli endüstrilerde (hava yolları taşımacığı gibi) önemli bir opsiyondur.

3.7.2 Genişletme Opsiyonu

Pazar koşulları tahmin edildiğinden daha fazla elverişli ise, firma üretim miktarını arttırabilir veya hammadde faydalanma oranını arttırabilir. Madencilikte, moda bazlı sektörlerde, tüketim ürünlerinde önemli yeri olan bir opsiyon çeşididir.

3.7.3 Daraltma Opsiyonu

Pazar koşulları tahmin edildiğinden daha elverişsiz ise, operasyonların ölçeği küçültülebilir. Çok aşırı durumlarda imalat durdurulup yeniden başlatılabilir. Madencilikte, moda bazlı sektörlerde, tüketim ürünlerinde önemli yeri olan bir opsiyon çeşididir.

3.7.4 Erteleme Opsiyonu

Yönetim değerli bir alan ya da hammadde üzerine alma opsiyonu kullanabilir. Bu durumda çıktı değerlerinin inşa, çalıştırma veya geliştirme maliyetlerini karşılayıp karşılamadığını görmek için bir süre bekleyebilir. Bütün doğal kaynaklarda, gayrimenkul edinmede, çiftçilikte ve kağıt ürünlerinde önemli kullanım alanına sahiptir.

3.7.5 Kullanımı Değiştirme Opsiyonu

Eğer fiyatlar veya talep değişirse, yönetim tesisin ürün karması (ürün esnekliği) değiştirebilir. Alternatif olarak aynı çıktılar farklı girdiler kullanılarak (süreç esnekliği) üretilebilir. Çıktı değişikliği opsiyonu istikrarsız taleplere bağlı tüm ürünlerde, oyuncaklarda, makine parçalarında ve otomobillerde kullanılmaktadır.

Girdi değişikliği opsiyonu tüm hammaddeye bağımlı tesislerde, elektrik gücünde ve kimyasallarda kullanılır.

3.7.6 Birleşik Opsiyonlar

Birleşik opsiyonlar temelinde başka bir opsiyonun olduğu opsiyonlardır. Belirgin prim ve birleşik opsiyon hakkı kullanılırsa daha sonradan ödenen çapraz prim olmak üzere iki elemanı bulunur. Belirgin prim çapraz primde belli bir opsiyonu alma ya da satma hakkı getirir. Normal opsiyonlardan daha ucuz olması ve geniş manivela gücü gibi avantajları vardır. Eğer bütün opsiyonlar kullanılırsa birleşik opsiyonların toplam primi normal tekil opsiyondan daha pahalı olur.

3.7.7 Kademeli Yatırım Opsiyonu

Bir yatırımı masraflar serisi olarak basamaklandırmak, eğer yeni bilgiler elverişsiz olursa kullanılabilecek olan anında yatırımdan vazgeçilmesi opsiyonunu yaratır. Özellikle ilaç olmak üzere bütün araştırma-geliştirme yoğun endüstrilerde ve uzun geliştirme süresine sahip sermaye yoğun projelerde önemlidir.

3.7.8 Büyüme Opsiyonu

Büyüme opsiyonu yatırımın ölçeğini arttıran bir opsiyondur. Özellikle ilk yatırım geri dönüşü olumlu olduğunda yatırımın büyüme opsiyon değeri araştırma-geliştirme çalışmalarının düzeyinin belirlenmesinde önemli rol oynar. Büyüme opsiyonu özellikle yeni ürün çeşitleri için kullanılması ile genişletme opsiyonundan farklılık göstermektedir.

3.7.9 Çok yönlü etkileşen opsiyonlar

Gerçek hayatta projeler birçok çeşit opsiyonu birden içerir. Bu durumda opsiyonların birbirlerinden etkilenmeleri sonucunda opsiyonların birleşik değeri ayrı ayrı değerlerinin toplamından farklı olabilir.

4. BULANIK REEL OPSİYON MODELLERİ

4.1 Bulanık Mantık

Klasik matematikte rakamlar kesin olarak mevcudiyeti ifade etmektedirler. Belirsizlik altındaki durumlarda, mevcudiyetin tam olarak varlığından emin olunamadığında, durumu rakamlarla ifade etmek zorlaşmakta, neredeyse imkansız olmaktadır. Özellikle öznesel betimlemelerde (şişman olma-olmama, uzun olma-olmama…) biraz cevabının karşılığının klasik küme teorisinde ifade edilmesinin mümkün olmaması, bulanık mantığın kullanım alanının yaygınlaşmasına neden olmuştur. Bulanık mantık, üyelik fonksiyonu yardımıyla belirsizlik altındaki, mevcudiyetin tamamen onaylanamadığı durumlarda bile aidiyet durumunu ifade edebilme özgürlüğü tanımaktadır.

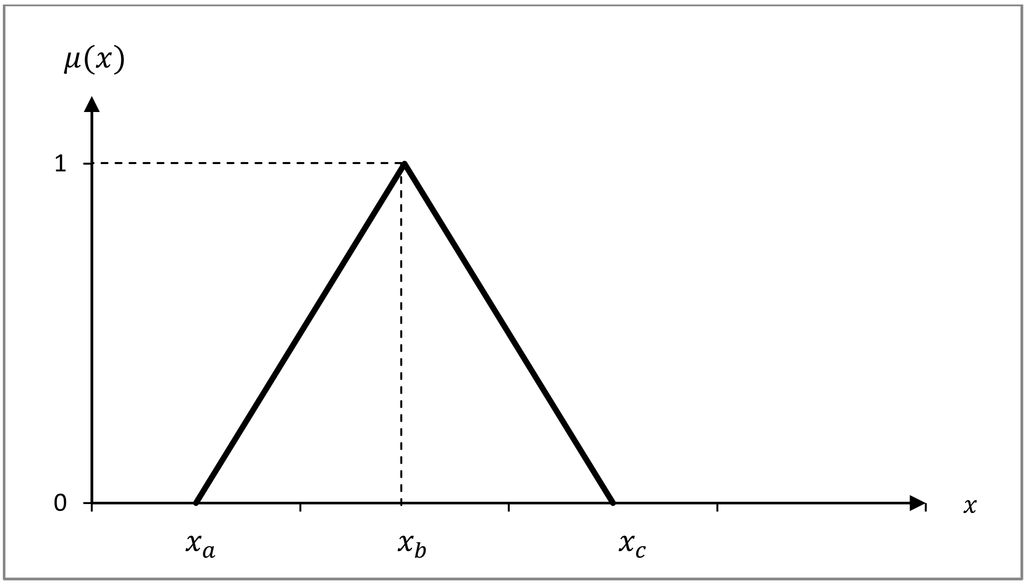
4.2 Bulanık Kümeler ve Üyelik Fonksiyonu

1965 yılında Zadeh tarafından öne sürülen bulanık küme teorisi, belirsizlik durumlarında karar vermeyi kolaylaştırma amacıyla ortaya atılmıştır. Günümüzde bulanık mantık her alanda uygulanmakta ve karar vericilere büyük kolaylık sağlamaktadır. Zadeh bulanık kümeyi, sürekli dizi halindeki üyelik dereceleri olan nesnelerden oluşan bir sınıf olarak tanımlamıştır. Bu tip bir küme, her bir nesneye 0 ile 1 arasında bir üyelik derecesi atayan bir üyelik fonksiyonu ile tanımlanır **(Zadeh, 1965)**. Burada 0 sayısı ilgili nesnenin kümenin üyesi olmadığını, 1 sayısı ilgili nesnenin kümenin tam üyesi olduğunu ve bu iki değer arasındaki herhangi bir sayı ise ilgili nesnenin kümeye üyelik derecesini veya kısmi üyeliğini gösterir **(Özkan, 2003)**. Klasik kümelerde üyelik fonksiyonu eşitlik 4.1'de gösterildiği gibi 0 veya 1 değerini alabilmektedir, bulanık kümelerde ise üyelik fonksiyonu eşitlik 4.2'de gösterildiği gibi [0,1] kapalı aralığında bir değer almaktadır **(Ross, 1995)**.

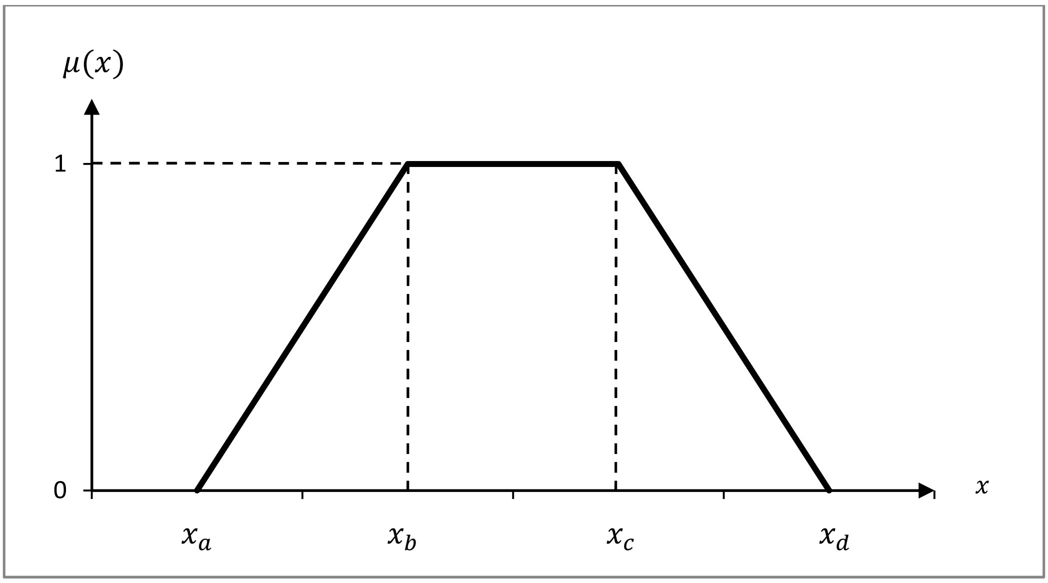
$$\mathcal{X}_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A' \end{cases} \tag{4.1}$$

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x; a, b, c) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} & ; \quad a \leq x \leq b \\ \dfrac{c-x}{c-b} & ; \quad b \leq x \leq c \\ 0 & ; \; x \geq c \; veya \; x \leq a \end{cases} \tag{4.2}$$

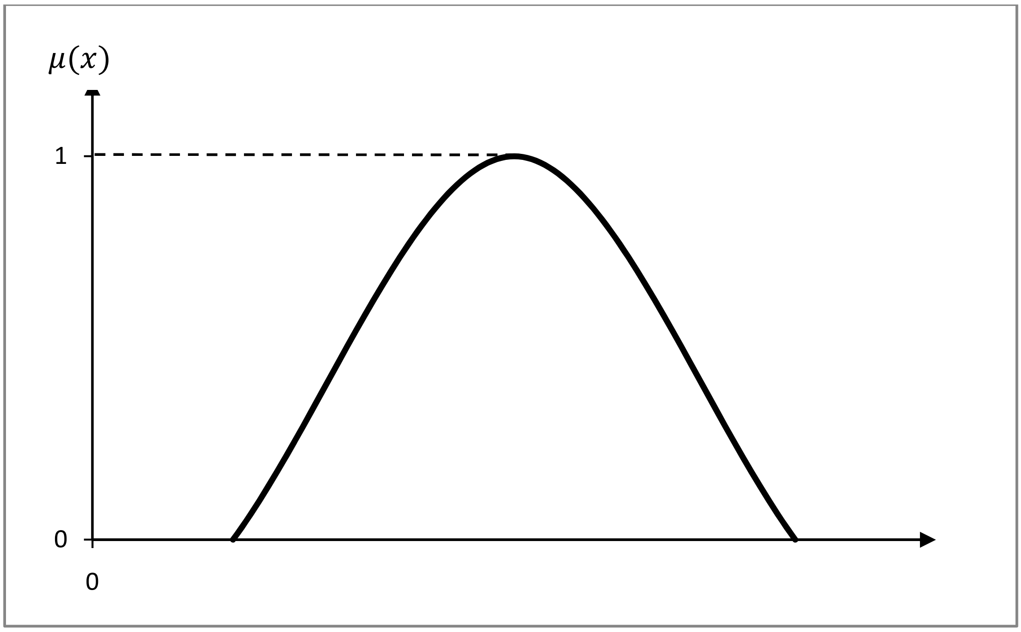
Bulanık sayılar üçgen, yamuk ve çan eğrisi üyelik fonksiyonlarına sahip olabilirler (bkz. Şekil 4.1-4.2-4.3) **(Şen, 2004)**.



Şekil 4.1: Üçgen Üyelik Fonksiyonu



Şekil 4.2: Yamuk Üyelik Fonksiyonu



Şekil 4.3: Çan Eğrisi Üyelik Fonksiyonu

Bulanık bir küme, bir nesne ve bu nesnenin ilgili kümeye üyelik derecesini gösteren sıralı çiftler halinde ifade edilir.

$$\tilde{A} = \left(x, \mu_{\tilde{A}}(x)\right), \forall x \in U \tag{4.3}$$

Evrensel kümenin sonlu olması halinde bulanık bir küme aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\tilde{A} = \sum_{i}^{n} \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \cdots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n}, \tag{4.4}$$

Evrensel kümenin sonsuz olması durumunda ise bulanık bir küme aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\tilde{A} = \int \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i}, \forall x_i \in U, \tag{4.5}$$

Bu ifadelerde kullanılan $\sum$, $\int$, / ve + işaretleri cebirsel anlamlarını ifade etmemektedir. Toplam ve integral işaretleri, bulanık çiftlerin sırasıyla kesikli ve sürekli evrenlerde bir araya getirilmesini ifade eder. / simgesi, matematiksel olarak $\left(x, \mu_{\tilde{A}}(x)\right)$ çiftini ifade etmek için kullanılan bir ayraçtır. + işareti ise bu bulanık sayı çiftlerinin birleşimini gösteren bir simgedir **(Özkan, 2003)**.

4.3 Bulanık Sayılar ve İşlemler

Bulanık sayılar, bulanık kümelerin özel bir alt kümesidir. Bulanık kümelerde geçerli olan birleşim, kesişim, α-kesimi, genişleme kuralı gibi küme teorik işlemler bulanık sayılara da kolayca uygulanabilir. Bulanık sayıların kullanım alanları arasında bulanık regresyon, bulanık programlama ve bulanık karar verme ön plana çıkmaktadır **(Özkan, 2003)**.

Aralık halinde ifade edilen sayılar için temel cebirsel işlemler aşağıdaki gibidir.

Toplama:

$$[a,b]+[c,d]=[a+c,b+d] \tag{4.6}$$

Çıkarma:

$$[a,b]-[c,d]=[a-d,b-c] \tag{4.7}$$

Çarpma:

$$[a,b]*[c,d]\cong[\min(a*c,a*d,b*c,b*d),\max(a*c,a*d,b*c,b*d)] \tag{4.8}$$

Bölme:

$$\frac{[a,b]}{[c,d]}\cong[\min(a\div c,a\div d,b\div c,b\div d),\max(a\div c,a\div d,b\div c,b\div d)],$$

$$c\neq 0,d\neq 0 \tag{4.9}$$

Ters alma:

$$[a,b]^{-1}=[\min(1\div a,1\div b),\max(1\div a,1\div b)];a\neq 0,b\neq 0 \tag{4.10}$$

Skalar *k* sayısı ile çarpma:

$$k*[a,b]=[k,k]*[a,b]=[k*a,k*b];k>0 \tag{4.11}$$

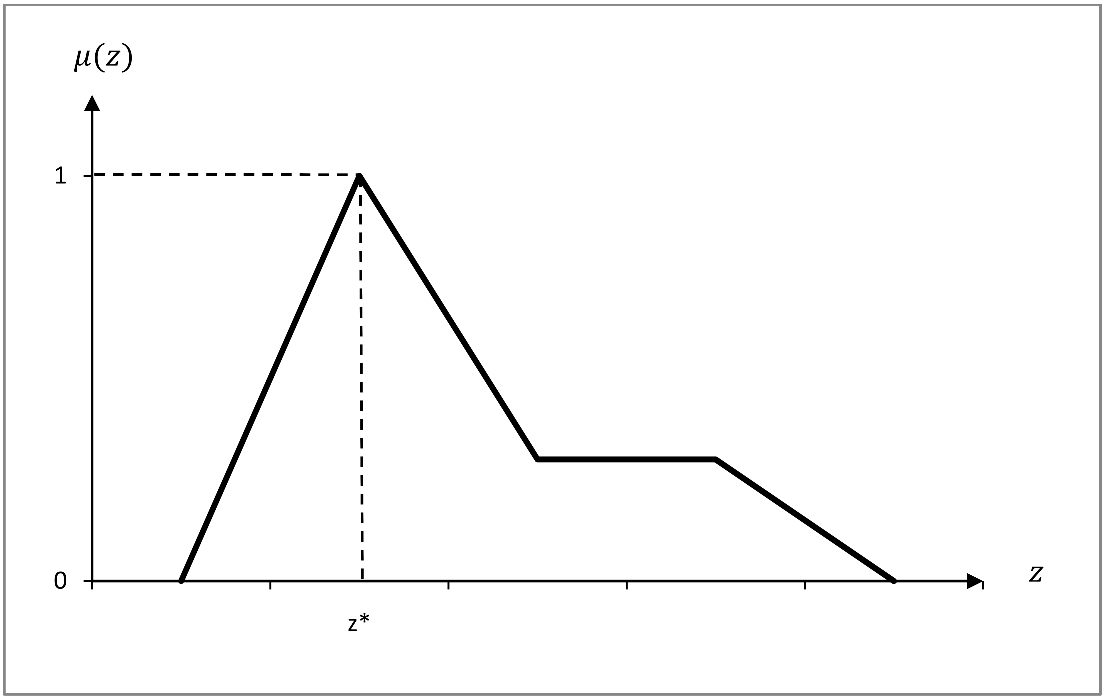
4.4 Durulaştırma Yöntemleri

Literatürde birçok farklı durulaştırma yöntemi kullanılmaktadır. Bu bölümde en sık kullanılan durulaştırma yöntemleri açıklanacaktır **(Ross, 1995)**.

4.4.1 En Fazla Üyelik Prensibi Yöntemi

En fazla üyeliğe sahip nokta alınarak durulaştırma yapılır. Sistem güvenilirliği önemli olduğunda; özellikle su borusundaki basınç gibi güvenli tarafta kalma zorunluluğu bulunan durumlarda, en yüksek üyeliğe sahip değer alınarak sistemin güvenli tarafta kalması sağlanır. Yöntemin matematiksel gösterimi eşitlik 4.12'de, üyelik fonksiyonu grafiği ise Şekil 4.4' te gösterilmektedir.

$$\mu_{\tilde{C}}(z^*) \geq \mu_{\tilde{C}}(z), \qquad \forall z \in Z \tag{4.12}$$

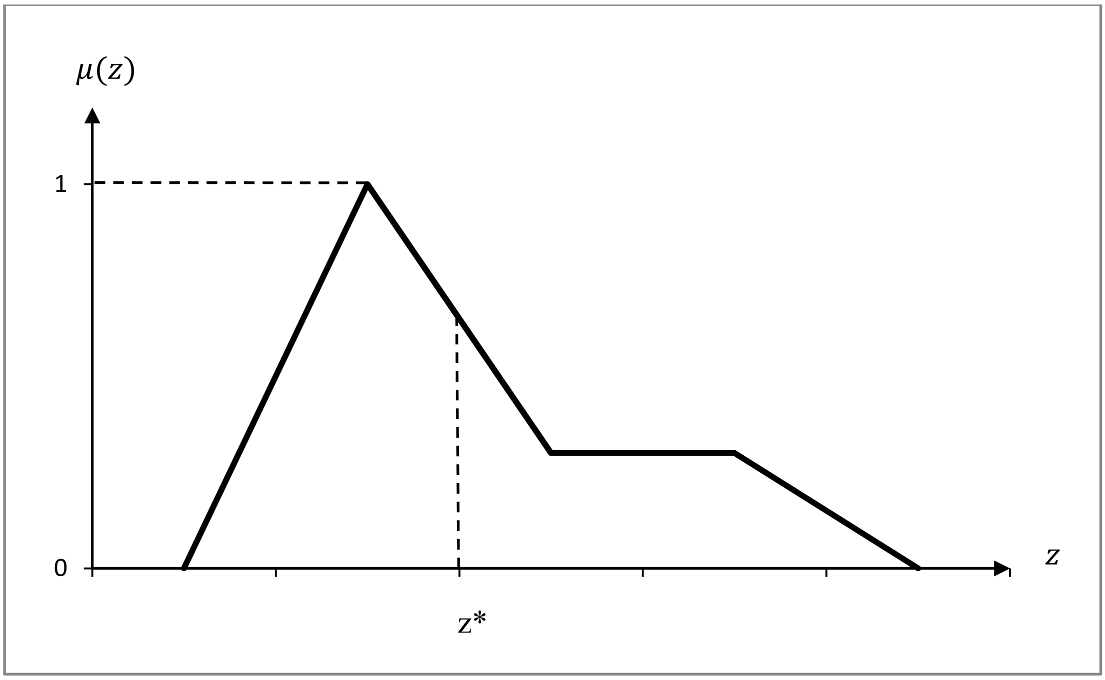


Şekil 4.4: En Fazla Üyelik Prensibi Yöntemi

4.4.2 Sentroid Yöntemi

Alanların merkezi olarak da adlandırılan bu yöntem, en sık kullanılan yöntemlerden biridir. Eşitlik 4.13'te verilen denklem ile ifade edilmektedir. Eşitlikte yer alan $\int$ cebirsel integrali ifade etmektedir. Yöntemin üyelik fonksiyonu grafiği üzerinde ifadesi Şekil 4.5'te gösterilmektedir.

$$z^* = \frac{\int \mu_{\tilde{C}}(z).zdz}{\int \mu_{\tilde{C}}(z)dz} \tag{4.13}$$

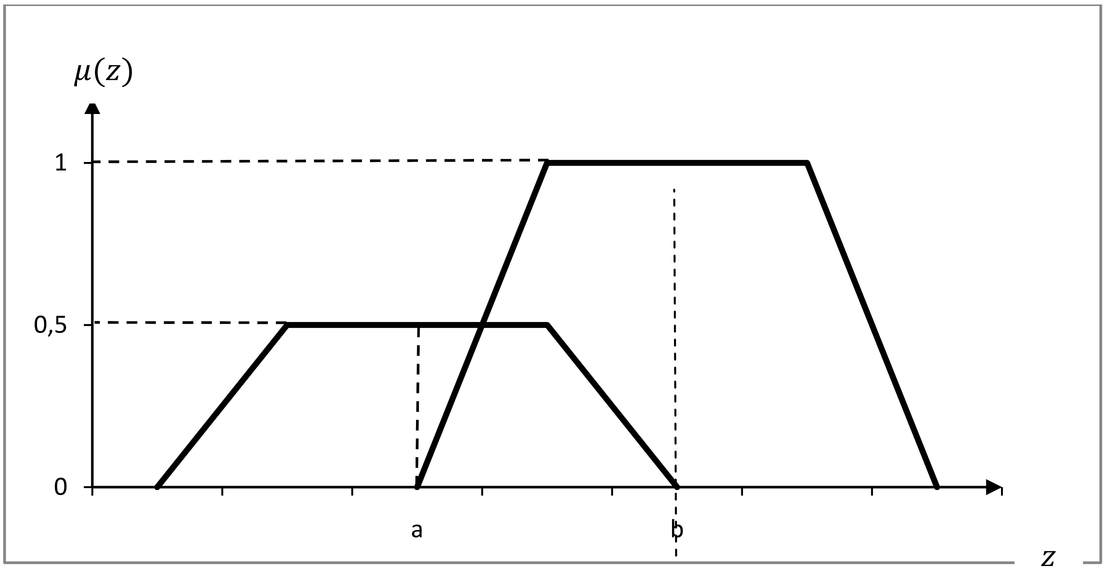


Şekil 4.5: Sentroid Yöntemi

4.4.3 Ağırlıklı Ortalama Yöntemi

Sadece simetrik üyelik fonksiyonuna sahip bulanık sayılar için kullanılabilen bir yöntemdir. Yöntemin matematiksel gösterimi eşitlik 4.14'te, üyelik fonksiyonları üzerinde gösterilmesi Şekil 4.6'da verilmektedir.

$$z^* = \frac{\sum \mu_{\tilde{C}}(\bar{z}).\bar{z}}{\sum \mu_{\tilde{C}}(\bar{z})} \tag{4.14}$$



Şekil 4.6: Ağırlıklı Ortalama Yöntemi

Ağırlıklı ortalama yönteminde her bir üyelik fonksiyonunun en yüksek üyelik değerine oranla ağırlandırılması yolu izlenir. Şekil 4.6'da gösterilen üyeliklere sahip iki bulanık fonksiyonun durulaştırılması aşağıdaki gibi yapılır.

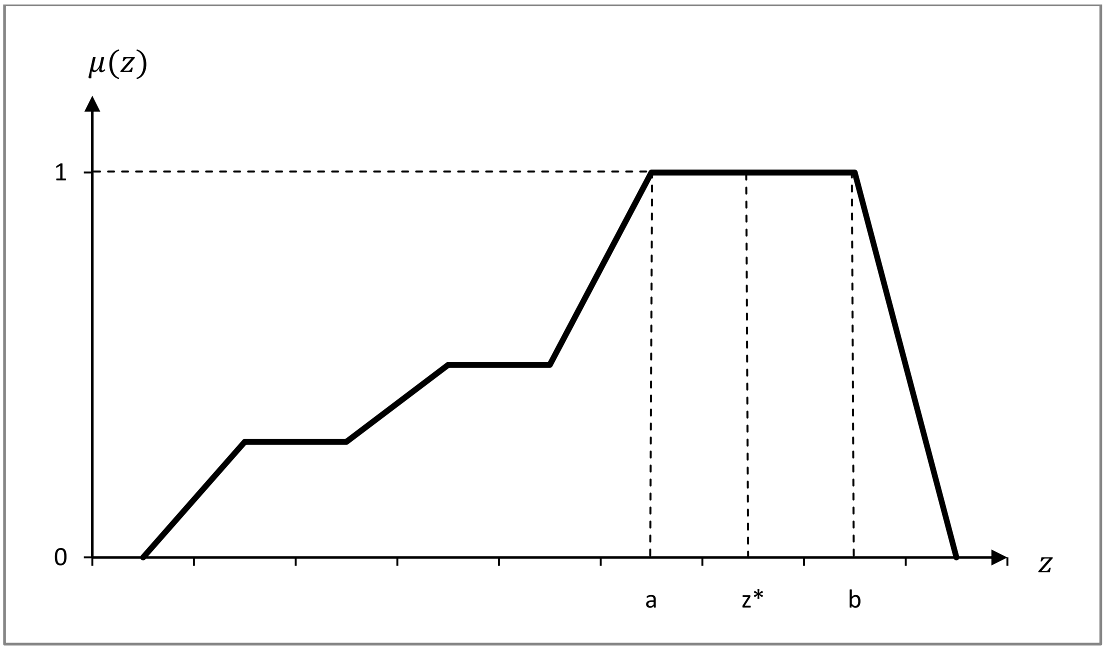
$$z^* = \frac{0,5 * (a) + 1 * (b)}{0,5 + 1}$$

Bu yöntem simetrik üyelik fonksiyonları ile sınırlandırıldığından, a ve b değerleri şekillerin orta noktalarını göstermektedir.

4.4.4 En Fazla Üyelik Orta Noktası Yöntemi

Bu yöntem ilk yöntemle bağlantılı olup en fazla üyeliğin bulunduğu nokta sayısı birden fazla olduğunda kullanılır. Şekil 4.7'de üyelik fonksiyonu gösterilen bulanık sayı için eşitlik 4.15 ile ifade edilmektedir.

$$z^* = \frac{a + b}{2} \tag{4.15}$$

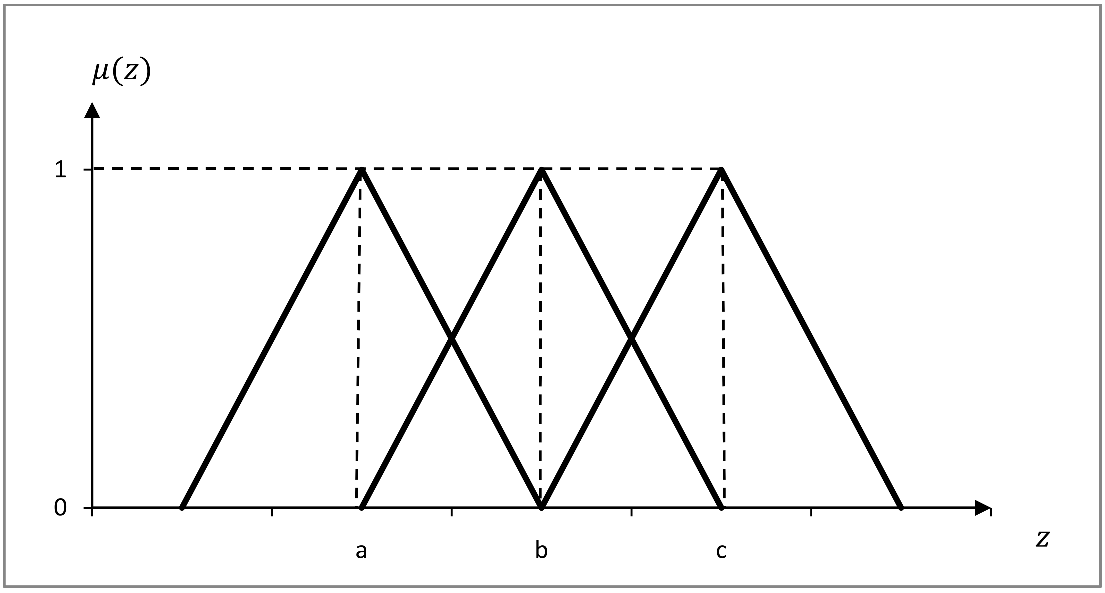


Şekil 4.7: En Fazla Üyelik Orta Noktası Yöntemi

4.4.5 Toplamların Merkezi

Farklı çıktılara sahip bulanık kümelerin birleşimi yerine ayrı ayrı cebirsel toplamını içeren bir yöntemdir. Bu yöntemde kesişim kümesi iki kez hesaba katılmaktadır.

Şekil 4.8'de üyelik fonksiyonları gösterilen $\tilde{C}_1$ ve $\tilde{C}_2$ bulanık kümelerinin durulaştırılmış z^*değeri eşitlik 4.16 ile bulunmaktadır.



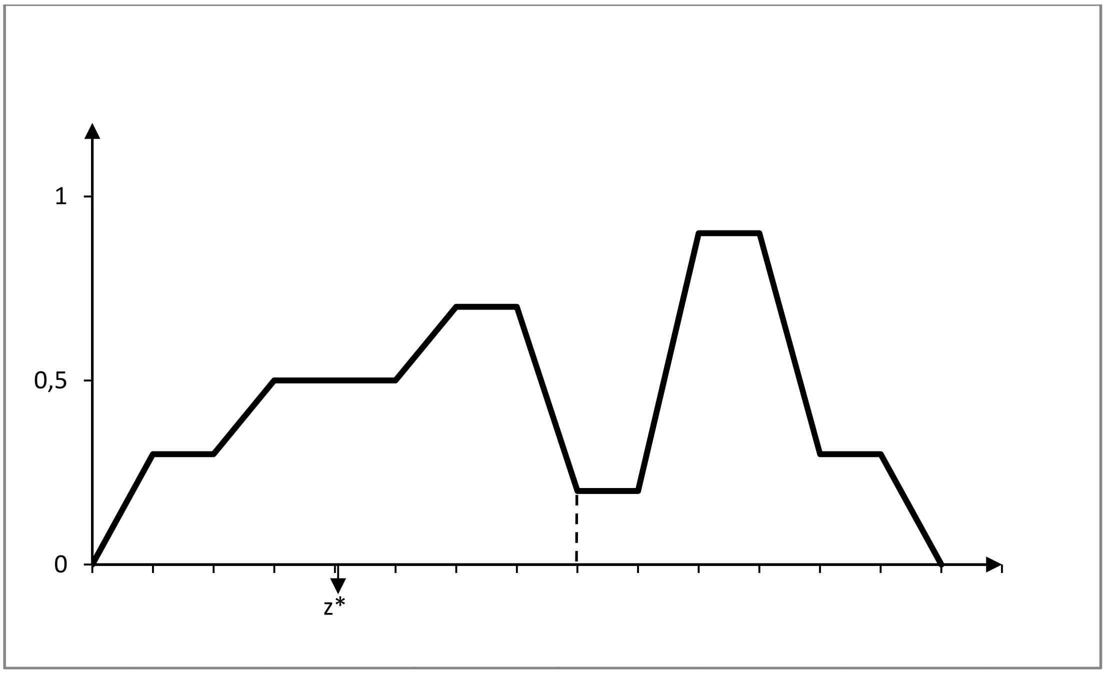
Şekil 4.8: Toplamların Merkezi Yöntemi

$$z^* = \frac{\int_Z \; z \sum_{k=1}^{n} \mu_{\tilde{C}_k}(z) dz}{\int_z \; \sum_{k=1}^{n} \mu_{\tilde{C}_k}(z) dz} \tag{4.16}$$

4.4.6 En Büyük Alanın Merkezi

Eğer bulanık kümenin çıktısı en az iki dışbükey alt alana sahipse, en büyük alana sahip dışbükey alt alanın ağırlık merkezi ile durulaştırılmış değer z^* elde edilir. Grafik olarak Şekil 4.9'da gösterilen bu durum, cebirsel olarak $\tilde{C}_m$; en büyük alana sahip dışbükey alt alan olmak üzere eşitlik 4.17 ile ifade edilmektedir.

$$z^* = \frac{\int \mu_{\tilde{C}_m}(z) z dz}{\int \mu_{\tilde{C}_m}(z) dz} \tag{4.17}$$



Şekil 4.9: En Büyük Alanın Merkezi Yöntemi

4.4.7 Toplam Entegral Değer Yöntemi

Liou ve Wang (1992) üçgen bulanık sayıları derecelendirmek için toplam entegral değer metodu geliştirmişlerdir. ; karar vericinin belirlediği kapalı aralığında değerler alabilen iyimserlik indeksi olmak üzere, üçgen bulanık sayısının toplam entegral değeri aşağıdaki eşitlikte verilmektedir.

4.5 Bulanık Net Şimdiki Değer Yöntemi

Bölüm 3.5.1'de petrol havzası değeri net şimdiki değer yöntemiyle olarak hesaplanmıştır. Bulanık net şimdiki değer analizinde yıllık varil miktarı, petrol fiyatı ve işletme masrafları bulanıklaştırma oranı kullanılarak bulanıklaştırılmıştır. Bu yöntemde bulanık sayılar, bulanık cebirsel işlemler kullanılarak eşitlik 3.3 ile bugüne iskontolanmıştır. Tablo 4.1'de bulanıklaştırılmış yıllık çıkarılması planlanan varil miktarı ve bulanık petrol fiyatları, Tablo 4.2'de bulanık işletme gelirleri ve Tablo 4.3'te bulanık işletme giderleri gösterilmektedir.

Tablo 4.1: Bulanık Yıllık Varil Miktarları ve Bulanık Petrol Fiyatları

N	Yıllık Varil Miktarı			Petrol Fiyatı		
0-2	-	-	-	-	-	-
3	7.403.825	7.793.500	8.183.175	19	20	21
4	3.147.350	3.313.000	3.478.650	19	20	21
5	1.889.550	1.989.000	2.088.450	19	20	21
6	1.415.025	1.489.500	1.563.975	19	20	21
7	1.131.925	1.191.500	1.251.075	19	20	21
8	1.020.300	1.074.000	1.127.700	19	20	21
9	917.700	966.000	1.014.300	19	20	21
10	826.025	869.500	912.975	19	20	21
11	594.700	626.000	657.300	19	20	21
12	148.675	156.500	164.325	19	20	21

Tablo 4.2: Bulanık İşletme Gelirleri

N	Gelirler		
0			
1			
2			
3	140.672.675	155.870.000	171.846.675
4	59.799.650	66.260.000	73.051.650
5	35.901.450	39.780.000	43.857.450
6	26.885.475	29.790.000	32.843.475
7	21.506.575	23.830.000	26.272.575
8	19.385.700	21.480.000	23.681.700
9	17.436.300	19.320.000	21.300.300
10	15.694.475	17.390.000	19.172.475
11	11.299.300	12.520.000	13.803.300
12	2.824.825	3.130.000	3.450.825

Tablo 4.3: Bulanık İşletme Giderleri

N	Giderler		
0	-86.230.300	-132.662.000	-179.093.700
1			
2			
3	-24.264.900	-25.542.000	-26.819.100
4	-12.192.300	-12.834.000	-13.475.700
5	-8.672.550	-9.129.000	-9.585.450
6	-7.372.950	-7.761.000	-8.149.050
7	-6.642.400	-6.992.000	-7.341.600
8	-6.386.850	-6.723.000	-7.059.150
9	-6.166.450	-6.491.000	-6.815.550
10	-5.992.600	-6.308.000	-6.623.400
11	-5.831.100	-6.138.000	-6.444.900
12	-8.676.350	-9.133.000	-9.589.650

Bulanıklaştırılmış verilere göre %15 vergi oranı dikkate alınarak bulanık net şimdiki değer $(23.342.183; 52.408.855; 82.682.460)\$$ olarak hesaplanmıştır.

Bulanık net şimdiki değer Tablo 4.4'te farklı iyimserlik indeksleri için toplam entegral değer metoduyla durulaştırılmıştır.

Tablo 4.4: Farklı İyimserlik İndeksleri için Net Şimdiki Değerler

α	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
NPV	44.264.230	48.487.284	52.710.338	56.933.392	61.156.446

4.6 Bulanık Reel Opsiyon Modelleri

Carlsson ve Fuller (2003) reel opsiyon değerlemesi için bir bulanık yaklaşım geliştirmişlerdir. Bölüm 4.6.1'de detaylı olarak anlatılan bu makalede beklenen nakit akışları ve beklenen maliyetleri yamuk bulanık sayılar olarak değerlendirilerek bulanık kümelerde sezgisel bir reel opsiyon kuralı oluşturulmuştur. Bulanık sayıların olabilirlik ortalama değeri ve varyansı yardımıyla en iyi kullanım zamanını belirlenmiştir. **Garcia (2004)** bulanık reel opsiyon değerleme modelini enerji sektöründe gerçek yatırım projelerinde kullanmıştır. Bu makalede güç istasyonu için çeşitli yatırım alternatiflerinin zamanlama kararı ve seçiminde Carlsson ve Fuller'in önerdiği model kullanılmıştır. **Han ve Zheng (2005)** bulanık opsiyonları Çin'de kentsel bonolar için geçerli risk analizlerine uygulamıştır. **Zeng ve diğ. (2007)** enerji şebeke yatırım projelerindeki belirsizliği analiz ederek, hem yatırım maliyetlerinin hem de nakit akışlarının bulanık sayılar olması durumunda yatırım kararının nasıl verileceğini tartışarak, yatırım değerlendirmede geleneksel net şimdiki değer metodu uygulamasını reel opsiyonlarla karşılaştırmışlardır. Makalenin sonunda doğruluğu göstermek amacıyla bir benzetim gerçekleştirmişlerdir. **Tao ve diğerleri (2007)** nükleer güç istasyonunda bilgi teknolojileri yatırımını değerlendirme için bulanık risk değerlendirme ve reel opsiyon yaklaşımı temelli olan kapsamlı bir yöntem geliştirmişlerdir. **Allenotor ve Thulasiram (2007)** bölüm 4.6.3'te detaylı olarak anlatılan makalelerinde şebeke hesaplama kaynaklarının fiyatlandırılmasını reel opsiyon fiyatlandırma problemi olarak ele alıp bulanık reel opsiyon kullanarak, şebeke kaynakların değerlendirilmesi için bir model oluşturmuşlardır.

4.6.1 Carlsson-Fuller Modeli

Bulanık reel opsiyon uygulamalarında en çok kullanılan model **Carlsson ve Fuller (2003)** tarafından geliştirilen bulanık hibrit yaklaşımıdır. Çalışmada Black-Scholes opsiyon fiyatlandırma formülünün **Leslie ve Michaels (1997)** tarafından reel opsiyonlara uygulanmasıyla oluşmuş aşağıdaki formül reel opsiyon fiyatlandırmasında temel alınmıştır.

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/X) + \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \qquad (4.19)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \qquad (4.20)$$

olmak üzere

$$ROV = S_0 e^{-\delta T} N(-d_1) - X e^{-rT} N(d_2), \qquad (4.21)$$

Yukarıdaki formüllerde geçen S_0 beklenen nakit akışının şimdiki değerini, $N(d)$ standart normal dağılım eğrisinde d'den daha düşük değer alabilme olasılığını, X sabit maliyetlerin nominal değerini, r yıllık sürekli bileşik faiz oranını, T vade sonuna kalan süreyi (yıl), σ beklenen nakit akışlarının belirsizliğini, δ opsiyon süresince kaybedilen değeri ve ROV reel opsiyon değerini temsil etmektedir.

Bir şirketin ertelenebilir yatırım imkanları için cevap vermesi gereken asıl soru, "T zaman periyodunda yatırımı ne kadar ertelemeliyiz" olmalıdır. Bu sorunun cevabını bulmak için **Benaroch ve Kauffman (2000)**, en uygun yatırım stratejisi için karar kuralı önermişlerdir.

T azami erteleme süresi olmak üzere, $0 \leq t^* \leq T$ şartını sağlayan t^* zamanındaki opsiyon fiyatının pozitif olduğu ve azami değerine ulaştığı (C_{t^*}) anında yatırım yapılmalıdır. Opsiyon fiyatının azami değeri cf_t, t zamanında beklenen nakit akışı ve β_p risk ayarlı iskonto oranı iken 4.24 numaralı eşitlikle ifade edilmektedir.

$$V_t = PV(cf_0, \dots, cf_T, \beta_p) - PV(cf_0, \dots, cf_t, \beta_p) = PV(cf_{t+1}, \dots, cf_T, \beta_p), \qquad (4.22)$$

yani

$$V_t = cf_0 + \sum_{j=1}^{T} \frac{cf_j}{(1+\beta_p)^j} \ - cf_0 - \sum_{j=1}^{t} \frac{cf_j}{(1+\beta_p)^j} \ = \sum_{j=t+1}^{T} \frac{cf_j}{(1+\beta_p)^j} \qquad (4.23)$$

olmak üzere

$$C_{t^*} = \underset{t=0,1,\dots,T}{maks} \ C_t = V_t e^{-\delta t} N(d_1) - X e^{-rt} N(d_2). \qquad (4.24)$$

Carlsson ve Fuller (2003) makalede yer alan bulanık hesaplamalarda yamuk bulanık sayılar kullanmışlardır. $A = (a, b, \alpha, \beta)$ yamuk bulanık sayısı, $[A]^{\gamma} =, [a - (1-\gamma)\alpha, b + (1-\gamma)\beta]$, $\forall \gamma \in [0,1]$ olarak gösterilir ve A; $(a - \alpha, b + \beta)$ tarafından desteklenir.

A sayısının beklenen değeri ve varyansı sırasıyla aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$E(A) = \int_0^1 \gamma \, [a - (1-\gamma)\alpha + b + (1-\gamma)\beta] d\gamma = \frac{a+b}{2} + \frac{\beta - \alpha}{6}, \qquad (4.25)$$

$$\sigma^2(A) = \frac{(b-a)^2}{4} + \frac{(b-a)(\alpha+\beta)}{6} + \frac{(\alpha+\beta)^2}{24}. \qquad (4.26)$$

Genellikle beklenen nakit akışlarının şimdiki değeri tek bir sayıyla ifade edilemez. Buna rağmen yazarların giga-yatırımlar üzerine Waeno araştırma projesi, yöneticilerin $\tilde{S}_0 = (s_1, s_2, \alpha, \beta)$ formundaki yamuk olasılık dağılım kullanarak nakit akışlarının şimdiki değerini tahmin edebilir nitelikte olduğunu göstermektedir. Burada beklenen nakit akışlarının şimdiki değerleri en büyük olasılıkla $[s_1, s_2]$ aralığında bulunur ve $(s_2 + \beta)$ nakit akışlarının şimdiki değerinin üst potansiyeli, $(s_1 - \alpha)$ alt potansiyelidir.

Aynı mantıkla yamuk olasılık dağılımı kullanarak beklenen giderler $\tilde{X} = (x_1, x_2, \alpha', \beta')$ olarak tahmin edilir.

Bu şartlar altında $\tilde{S}_0 = (s_1, s_2, \alpha, \beta), \tilde{X} = (x_1, x_2, \alpha', \beta')$ olmak üzere ve $E(\tilde{S}_0)$; beklenen nakit akışlarının şimdiki olası değerini, $E(\tilde{X})$; beklenen giderlerin olası ortalama değerini, $\sigma = \sigma(\tilde{S}_0)$; beklenen nakit akışlarının şimdiki değerinin olası varyansını belirtmek üzere bulanık reel opsiyon değeri ($FROV$) için 4.29 numaralı eşitlik türetilmiştir.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{E(\tilde{S}_0)}{E(\tilde{X})}\right) + \left(r - \delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \tag{4.27}$$

ve

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}, \tag{4.28}$$

iken

$$FROV = \tilde{S}_0 e^{-\delta T} N(d_1) - \tilde{X} e^{-rT} N(d_2), \tag{4.29}$$

Yamuk bulanık sayılar için kullanılan aritmetik işlemlerle 4.30 numaralı eşitliğe ulaşılmaktadır.

$$FROV = (s_1, s_2, \alpha, \beta)e^{-\delta T}N(d_1) - (x_1, x_2, \alpha', \beta')e^{-rT}N(d_2) = (s_1 e^{-\delta T}N(d_1) - x_2 e^{-rT}N(d_2), s_2 e^{-\delta T}N(d_1) - x_1 e^{-rT}N(d_2), \alpha e^{-\delta T}N(d_1) + \beta'^{e^{-rT}}N(d_2), \beta e^{-\delta T}N(d_1) + \alpha' e^{-rT}N(d_2)). \tag{4.30}$$

Makalede aynı zamanda bulanık yapı için en uygun yatırım stratejisi için olasılık karar kuralı genelleştirilmiştir. T azami erteleme süresi ve $0 \leq t^* \leq T$ olmak üzere, $\tilde{C}_{t^*}$'nin azami değerine ulaştığı t^* zamanında yatırım yapılmalıdır.

$$\tilde{V}_t = PV(\widetilde{cf}_0, \dots, \widetilde{cf}_T, \beta_P) - PV(\widetilde{cf}_0, \dots, \widetilde{cf}_t, \beta_P) = PV(\widetilde{cf}_{t+1}, \dots, \widetilde{cf}_T, \beta_P) \tag{4.31}$$

Yani

$$\tilde{V}_t = \widetilde{cf}_0 + \sum_{j=1}^{T} \frac{\widetilde{cf}_j}{(1+\beta_P)^j} - \widetilde{cf}_0 - \sum_{j=1}^{t} \frac{\widetilde{cf}_j}{(1+\beta_P)^j} = \sum_{j=t+1}^{T} \frac{\widetilde{cf}_j}{(1+\beta_P)^j} \tag{4.32}$$

İken ve $\widetilde{cf}_t$ t zamanında beklenen bulanık nakit akışları ve β_p risk ayarlanmış iskonto oranı olmak üzere aşağıdaki formülle $\tilde{C}_{t^*}$ hesaplanabilmektedir.

$$\tilde{C}_{t^*} = \max_{t=0,1,\dots,T} \tilde{C}_t = \tilde{V}_t e^{-\delta t} N(d_1) - \tilde{X} e^{-rt} N(d_2) \tag{4.33}$$

Aşağıda petrol havzası yatırım örneği bu modelle incelenmiştir.

Tablo 3.5 ve 3.6'da hesaplanmış olan işletme gelir ve giderlerinin şimdiki değerleri, %33,66 standart sapmayı sağlayacak şekilde bulanıklaştırılmış ve 4.27, 4.28 ve 4.29 numaralı eşitliklere uygulanarak bulanık reel opsiyon değeri hesaplanmıştır.

$S_{0=}241.188.460$ \$, $\tilde{S}_0 = (229.129.037, 253.247.883, 176.197.913, 176.197.913)$

$X = 188.777.796$ \$, $\tilde{X} = (179.338.906, 198.216.686, 100.000.000, 100.000.000)$

$$E(\tilde{S}_0) = \frac{229.129.037 + 253.247.883}{2} + \frac{176.197.913 - 176.197.913}{6}$$
$$= 241.188.460\$$$

$$s_2 - s_1 = 253.247.883 - 229.129.037 = 24.118.846$$

$$\alpha + \beta = 176.197.913 + 176.197.913 = 352.395.826$$

$$\sigma(\tilde{S}_0) = \sqrt{\frac{(s_2 - s_1)}{4} + \frac{(s_2 - s_1)(\alpha + \beta)}{6} + \frac{(\alpha + \beta)^2}{24}}$$
$$= \sqrt{\frac{24.118.846}{4} + \frac{24.118.846 * 352.395.826}{6} + \frac{352.395.826^2}{24}}$$
$$= 81.184.035\ \$$$

$$\sigma(\tilde{S}_0) = 33{,}66\%$$

$$E(\tilde{X}) = \frac{(179.338.906 + 198.216.686)}{2} + \frac{100.000.000 - 100.000.000}{6}$$
$$= 188.777.796\$$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{241.188.460}{188.777.796}\right) + \left(0{,}05 - 0{,}052 + \frac{0{,}3366^2}{2}\right)12}{0{,}3366\sqrt{12}} = 0{,}7725$$

$$N(d_1) = 0{,}7801$$

$$d_2 = 0{,}7725 - 0{,}3366\sqrt{12} = -0{,}3935$$

$$N(d_2) = 0{,}3445$$

$$FROV = (229.129.037,253.247.883,176.197.913,176.197.913) * e^{-0,052*12} * 0,7801$$

$$-(179.338.906,198.216.686,100.000.000,100.000.000) * e^{-0,05*12} * 0,3445$$

$$= 0,417975206 * (229.129.037,253.247.883,176.197.913,176.197.913)$$

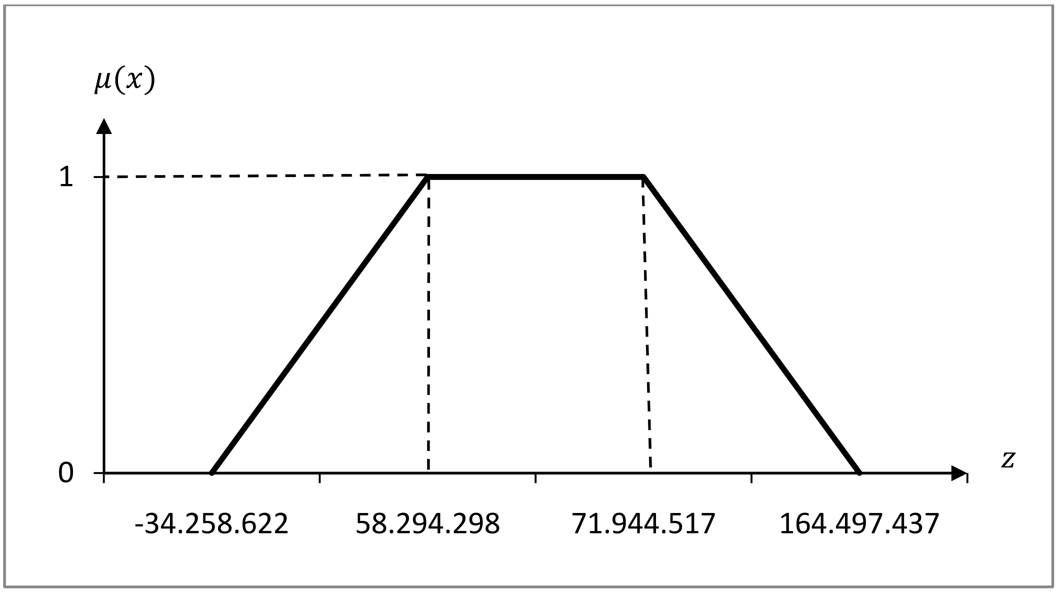
$$-(179.338.906,198.216.686,100.000.000,100.000000) * 0,189065608$$

$$= (95.770.256,105.851.336,73.646.359,73.646.359)$$

$$-(33.906.819,37.475.958,18.906.561,18.906.561)$$

$$FROV = (58.294.298; 71.944.517; 92.552.920; 92.552.920)\$$$

Durulaştırma sürecinde; olabilirlik dağılımının ağırlık merkezlerini temel alan sentroid (ağırlık merkezi) yöntemi kullanılmıştır. Şekil 4.10'te üyelik fonksiyonu gösterilen $\widetilde{FROV} = (58.294.298; 71.944.517; 92.552.920; 92.552.920)\$$ sayısı için 4.13 numaralı eşitlik kullanılarak durulaştırma gerçekleştirilmiştir.



Şekil 4.10: $\widetilde{FROV}$ Sayısının Üyelik Fonksiyonu

$$z^* = \frac{\int_{-34.258.622}^{58.294.298} \frac{(z+34.258.622)}{92.552.920} z dz + \int_{58.294.298}^{71.944.517} z dz + \int_{71.944.517}^{164.497.437} \left(\frac{164.497.437 - z}{92.552.920}\right) z dz}{\int_{-34.258.622}^{58.294.298} \frac{(z+34.258.622)}{92.552.920} dz + \int_{58.294.298}^{71.944.517} dz + \int_{71.944.517}^{164.497.437} \left(\frac{164.497.437 - z}{92.552.920}\right) dz}$$

$$= 65.119.407{,}5\$$$

Yatırımın bulanık reel opsiyon değeri sentroid yöntemi ile durulaştırılarak 65.119.407,5$ olarak bulunmuştur.

4.6.2 Belirlilik Eşdeğeri Yöntemi ve Bulanık Belirlilik Eşdeğeri Yöntemi

Bu bölümde petrol havzası yatırım örneği ilk olarak belirlilik eşdeğeri yöntemiyle daha sonar bulanık belirlilik eşdeğeri yöntemi ile değerlendirilmektedir.

4.6.2.1 Belirlilik Eşdeğeri Yöntemi

Reel opsiyon değerlemede kullanılan ve Tablo 4.5'te verilmiş olan parametrelerden S; petrol varilinin peşin fiyatını, δ; kullanıma uygunluk verimini, r; risksiz faiz oranını, α; ortalama uygunluk verimini, $\rho_{S,\delta}$; Wiener artışları arasındaki korelasyonu, σ_δ; uygunluk veriminin standart sapması ve σ_S; petrol fiyatının standart sapmasını ifade etmektedir.

Tablo 4.5: Reel Opsiyon Değerlemede Kullanılan Parametreler

S	δ	r	α	η	$\rho_{S,\delta}$	λ	σ_δ	σ_S
$24,30	5,20%	5,00%	0,1183	5,2988	0,56	0,1461	67,14%	33,66%

Belirlilik eşdeğeri yaklaşımında, petrol varil fiyatlarının gelecek tipi vadeli kontrat eşdeğerleri kullanılarak reel opsiyon analizi yapılmıştır. Gelecek tipi vadeli kontrat değerleri 4.35 numaralı eşitlik doğrultusunda hesaplanmıştır.

$$A(T) = \left(r - \alpha + \frac{\lambda\sigma_\delta}{\eta} + \frac{\sigma_\delta^2}{2\eta^2} - \frac{\sigma_\delta\sigma_S\rho}{\eta}\right)T + \frac{\sigma_\delta^2(1 - e^{-2\eta T})}{4\eta^3}$$

$$+\left(\alpha - \frac{\lambda\sigma_\delta}{\eta}\eta + \sigma_\delta\sigma_S\rho - \frac{\sigma_\delta^2}{\eta}\right)\frac{1 - e^{-\eta T}}{\eta^2} \tag{4.34}$$

olmak üzere

$$F(S,\delta,T) = S * \exp\left[-\delta\frac{1 - e^{-\eta T}}{\eta} + A(T)\right. \tag{4.35}$$

Elde edilen gelecek tipi vadeli kontrat değerleri net şimdiki değer yönteminde sürekli iskontolama durumunda varil fiyatları yerine kullanılmaktadır. Reel opsiyon hesaplamalarında 4.36 numaralı eşitlik kullanılmıştır.

$$ROV = -k + \sum e^{-rt}[(Q_t F(S,\delta,T) - C_t)\,(1-h_t) + h_t D_t] \qquad (4.36)$$

Eşitlikte yer alan k ilk yatırım maliyetini, N petrol havzasının ömrünü, r on yıllık hazine bonosu verimini, Q_t t yılında çıkarılan varil miktarını, C_t t yılında üretimin toplam maliyetini, h_t t yılındaki vergi oranını, D_t t yılında planlanan amortismanı ve ROV yatırımın reel opsiyon değerini göstermektedir **(Grafström ve Lundquist, 2002)**. Amortisman bedeli hariç tutularak Tablo 4.6'da detaylı olarak gösterilen hesaplamalarla yatırımın net şimdiki değeri 41.523.076$ olarak hesaplanmıştır.

Tablo 4.6: Belirlilik Eşdeğeri Yöntemiyle Değerleme

Yıl	N	Gelecek Tipi Vadeli Kontrat Değeri	Yıllık Varil Sayısı	İşletme Giderleri	İşletme Gelirleri	Yıllık Net Şimdiki Değerler
2001	0	24,30	-	132.662.000	-	-132.662.000
2002	1	23,01	-	-	-	-
2003	2	21,55	-	-	-	-
2004	3	20,18	7.793.487	25.542.000	157.289.017	96.386.352
2005	4	18,90	3.312.984	12.834.000	62.614.785	34.643.500
2006	5	17,70	1.988.994	9.129.000	35.203.189	17.260.608
2007	6	16,57	1.489.489	7.761.000	24.687.482	10.658.529
2008	7	15,52	1.191.591	6.992.000	18.495.143	6.890.208
2009	8	14,54	1.074.237	6.723.000	15.614.265	5.065.994
2010	9	13,61	965.911	6.491.000	13.147.692	3.607.820
2011	10	12,75	869.621	6.308.000	11.084.942	2.462.757
2012	11	11,94	625.886	6.138.000	7.471.187	653.804
2013	12	11,18	156.472	9.133.000	1.749.130	-3.444.500
						41.523.076

4.6.2.2 Bulanık Belirlilik Eşdeğeri Yöntemi

Tablo 4.6'te yer alan gelecek tipi vadeli kontrat değerleri ±5% oranıyla bulanıklaştırıldığında Tablo 4.7'da yer alan varil fiyatlarının bulanık gelecek tipi vadeli kontrat eşdeğerlerine ulaşılmıştır.

Tablo 4.7: Varil Fiyatlarının Bulanık Gelecek Tipi Vadeli Kontrat Eşdeğerleri

N	F		
0	23,085	24,3	25,515
1	21,86178	23,0124	24,16302
2	20,47383	21,5514	22,62897
3	19,17301	20,18211	21,19122
4	17,95482	18,89982	19,84481
5	16,81404	17,69899	18,58394
6	15,74574	16,57446	17,40319
7	14,74532	15,52139	16,29745
8	13,80845	14,53521	15,26198
9	12,93112	13,6117	14,29229
10	12,10952	12,74687	13,38421
11	11,34013	11,93698	12,53383
12	10,61962	11,17855	11,73747

Tablo 4.1'de verilen bulanık yıllık varil miktarı, Tablo 4.2'de verilen bulanık işletme gelirleri, Tablo 4.3'te verilen bulanık işletme giderleri ve Tablo 4.7'da verilen varil fiyatlarının bulanık gelecek tipi vadeli kontrat değerleri bulanık cebirsel işlemler kullanılarak eşitlik 4.36'e uygulanmış ve yapılan hesaplamalar sonucunda bulanık belirlilik eşdeğeri yöntemiyle yatırımın reel opsiyon değeri $(22.265.894;\ 40.913.702;\ 60.736.186)\$$ olarak hesaplanmıştır. Tablo 4.8'de toplam entegral değer yöntemi ile farklı iyimserlik indisleri için durulaştırılan yatırımın reel opsiyon değerleri verilmiştir.

Tablo 4.8: Farklı İyimserlik İndisleri için Yatırımın Net Şimdiki Değerleri

α	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
NŞD	37.360.342	39.283.856	41.207.371	43.130.886	45.054.400

4.6.3 Bulanık Reel Opsiyon Kullanarak Şebeke Kaynakların Değerlendirilmesi Modeli

Allenotor ve Thulasiram (2007) reel opsiyonlarda üç terimli modele bulanık mantık uygulayarak belirsizliği azaltmış ve bir bulanık üç terimli model oluşturmuşlardır. Makalede ilk olarak finansal opsiyon ve çeşitleri açıklanmış ardından şebeke kaynakların özellikleri belirtilip fiyatlandırma esaslarına değinilmiştir. Şebeke kaynaklar işlemci döngüsü, diskler, işlemci ve çeşitli ölçümler ve düzenleme araçları gibi depolanamayan bilgisayar/hesaplama ürünleridir. Bunların depolanamayan özellikleri nedeniyle risk ayarlı spot fiyat modeline uymaları mümkün olmadığından makalede kuramsal şebeke sistemleri hesaplamada iki kabul yapılmıştır: (1) Temel teşkil eden şebeke kaynakların $t_1,t_2,...,t_n$ zamanlarındaki fiyatı, belirsizliğin bazı aşamalarıyla ve yeni teknolojiye, daha fazla yada daha az erişilebilir hesaplama ürünlerini gerektirebilecek geliştirilmiş çözüm metodolojisine bağlı değişenlerle ve tedarik edilen yeni donanım ve yazılım fiyatlarıyla ilişkilidir. (2) Şebeke hesaplama döngüleri için talep stokastik bir süreç izlediğinden, fiyatlandırma modelinde şebeke kaynak fiyatlandırması spot fiyatlarından çok gelecek fiyatlarına bağlıdır. Çalışmada (1) numaralı kabule dayanarak, bir fiyat değişke (varyant) çarpanı (PVM) olarak α_f öne sürülmüştür.

PVM; $0 \leq \alpha_f \leq 1$ üyelik fonksiyonuna sahip olarak tanımlanan bir bulanık sayıdır. Temel teşkil eden kaynakların $t_1, t_2, \dots, t_n$ zamanlarındaki fiyatları α_f değerine bağlıdır. t_1 zamanında daha fazla hesaplama servisleri ve aynı teknolojiyle α_f daha küçük değerler alırken, t_n'e yaklaştıkça yeni teknolojiyle α_f, 1'e yaklaşan daha büyük değerler almaya başlayacaktır. Bu nedenle, model $(\alpha_f)^{-1}$ değeri ile ayarlanmıştır. (2) numaralı kabul risk nötral yaklaşımın modele uygulanmasında kolaylık sağlamaktadır.

Model, varlıkların fiyatlarında zamanla oluşan değişimin matematiksel açıklamasını sağlayan sürekli stokastik süreç (geometrik brownian hareketi) ile başlar. Bu, varlık fiyatı (S) in, sabit anlık sapma μ , ve oynaklığa (volatility_ σ) ulaşabilmek için orantılı olarak değiştiğini kabul eder. Stokastik diferansiyel denklem dS; son derece küçük zaman aralıkları olan dt sürecinde varlık fiyatındaki artmayı ve dz; temel teşkil eden modeli süren ve Wiener sürecinde dt zamanında bazı artan değerleri gösteren belirsizliği ifade ederken aşağıdaki gibidir.

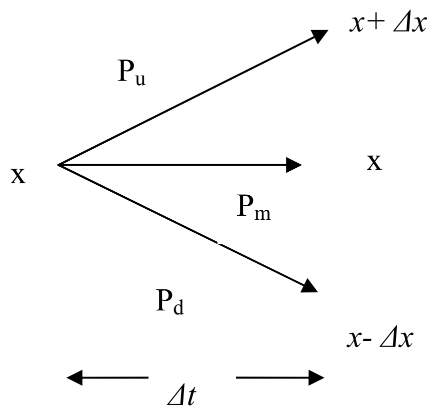
$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \qquad (4.37)$$

Şebeke kaynaklar kapasite tipi depolanamayan kaynaklardır ve erişilebilirlikleri gelecekteki hesaplama ürünlerinin fiyatlarındaki yüksek derecedeki belirsizlik tarafından yönetilir. Önceden kullanılmamış bir kapasite mevcut zamanda değer sahibi olmayabilir. Bu sebeple fiyat dalgalanmalarını ve şebeke kaynakların spot fiyatlarındaki sıçramaları eşitlemek için bir envanter oluşturmak çok zordur. Benzer şekilde sayısal talebi karşılamak için gereken rezervasyonların miktarını belirlemek de zordur. Bu nedenlerle bir şebeke kaynağın, kaynakları fazladan bağlamak ve hizmet kalitesi garantileri ile uzlaşma dışında erişilebilirliğini garanti etmek zordur.

Şebeke kaynakları; şebeke hesap döngülerinin geçici erişilebilirliği, hesap döngülerinin erişilebilirliği ve hesap döngüleri ile ilişkili fiyatların oynaklığının değeri temelli modellenmiştir. Verilen olgunluk zamanı t, risk nötral değerinin bekleneni $(\hat{E})$ olmak üzere şebeke kaynaklar üzreine bir kontratın gelecek fiyatı aşağıdaki eşitlikle ifade edilmektedir.

$$F(t) = \hat{E}[S(t)] = S(0)e^{\int_0^t \mu(\tau)d\tau} \tag{4.38}$$

Opsiyon fiyatının kısmi diferansiyel denklemini kesin sonlu farklar metoduyla çözmek, iskonto edilmiş tahminleri üç terimli ağaca uygulamayla eşdeğerdir. Varlık fiyatının üç terimli modeli göz önüne alınırsa, Δt küçük zaman aralıkları, Δx varlık fiyatındaki artış veya azalış, p_m tutarlı olma olasılığı, p_u yukarı hareket olasılığı ve p_d aşağı hareket olasılığı olmak üzere bir aşamalı üç terimli ağaç Şekil 4.11'de gösterilmektedir.



Şekil 4.11: Bir Aşamalı Üç terimli Kafes

Makalede varlık fiyatının hesaplama ve oynaklık parametrelerinin $\Delta x, p_u, p_m$ ve p_d'yi kullanılarak basitleştirilmiş kesikli süreç ile bulunabildiği belirtilmektedir. $\Delta x = \sigma\sqrt{3\Delta t}$ kullanılarak boşluk adımı hesaplanmıştır. Bağlantılı olasılıklar aşağıda türetilmiştir.

$$p_u = 0{,}5 * \left(\frac{\sigma^2 \Delta t + v^2 \Delta t^2}{(\Delta x)^2 + \frac{v \Delta t}{\Delta x}} \right) \tag{4.39}$$

$$p_m = 1 - \left(\frac{\sigma^2 \Delta t + v^2 \Delta t^2}{\Delta x^2}\right) \tag{4.40}$$

$$p_d = 0{,}5 * \left(\frac{(\sigma^2 \Delta t + v^2 \Delta t^2)}{\Delta x^2} - \left(\frac{v \Delta t}{\Delta x}\right)\right) \tag{4.41}$$

Şebekenin n (erişilebilir şebeke kaynakları sayısı) sonlu bir sayı olmak üzere $cc_i = \{cc_1, cc_2, \dots, cc_n\}$ çoklu kaynaklarından oluşan bir kaynaklar sistemi olduğu düşünülürse, çoklu kaynaklı sistemi fiyatlandırmak için beklenen büyüme oranı cc_μ ve herbir kaynak için ayrı ayrı oynaklıklar cc_σ gibi başka değişkenlere bağlı reel opsiyon kullanılabilir. cc'nin herbir türevi için geçerli olan 4.42 numaralı eşitlik yazılır ve sırasıyla her bir c için fiyatlar $p = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ olarak tanımlanırsa 4.43 numaralı eşitlik elde edilir.

$$\frac{dcc_i}{cc_i} = cc_\mu dt + cc_\sigma dz_i \tag{4.42}$$

$$dlnS = \frac{dp_i}{p_i} = \mu_i dt + \sigma_i dz \tag{4.43}$$

Ortalama değiştirme faktörü modeldeki fiyat dalgalanmalarını engellediğinden opsiyon fiyatlandırmaya ortalama değiştirme süreci uygulanır ve a ortalama değiştirme faktörü ve stokastik terim σdz olmak üzere, 4.44 numaralı eşitlik elde edilir.

$$lnS = [cc(t) - alnS]dt + [stokastik\ terim] \tag{4.44}$$

Çoklu varlık problemini için eşitlik 4.44 düzenlenirse eşitlik 4.45 elde edilir **(Allenotor ve Thulasiram, 2007).**

$$dlnS_i = [cc_i(t) - alnS_i]dt + \sigma_i dz_i|_{i=1,2,\dots,n} \tag{4.45}$$

5. RİSKLİ YATIRIMLARIN ANALİZİ İÇİN BULANIK BİR REEL OPSİYON MODELİ

Carlsson ve Fuller (2003)'in önerdiği model, günümüzde en sık referans gösterilen bulanık reel opsiyon değerleme modelidir. Bu çalışmada Carlsson ve Fuller'in önerdiği model temel alınarak, sürekli iskontolama yerine kesikli iskontolama kullanılması durumunda formül uyarlanmıştır. Temel alınan modelde yer alan gelir (S) ve gider (X) değerleri modelde durulaştırıldığından daha ileri aşamalarda durulaştırılmış ve ayrıca iskonto oranlarının ve olasılıkların bulanıklaştırılması ile model incelenerek geliştirilmiştir.

5.1 Kesikli İskontolama Durumu

Sürekli iskontoloma kullanılmış olan Carlsson ve Fuller bulanık reel opsiyon formülünde kesikli iskontoloma kullanılarak değişiklik yapılmıştır.

$$F = Pe^{rn} = P(1+i)^n \tag{5.1}$$

olarak düşünülmüş ve buradan aşağıdaki işlemlerle faiz oranı çekilmiştir. Kesikli faiz oranı;

$$e^{rn} = (1+i_r)^n \rightarrow rn = \ln(1+i_r)^{\mathrm{n}} \rightarrow r = \ln(1+i_r) \rightarrow i_r = e^r - 1 \tag{5.2}$$

ve aynı şekilde

$$i_\delta = e^{\delta-1} \tag{5.3}$$

olarak bulunur. Bulanık reel opsiyon formülünde elde edilen kesikli faiz formülleri 4.28, 4.29 ve 4.30 numaralı eşitliklerde sürekli faiz yerine kullanıldığında aşağıdaki formüller elde edilir.

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right) + \left(\ln(1+i_r) - \ln(1+i_\delta) + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{\mathrm{T}}} \tag{5.4}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right) + \ln\left(\frac{1+i_r}{1+i_\delta}\right)^T + \frac{T\sigma^2}{2}}{\sigma\sqrt{T}} \tag{5.5}$$

$$FROV = \tilde{S}_0(1+i_\delta)^{-T}N(d_1) - \tilde{X}(1+i_r)^{-T}N(d_2) \tag{5.6}$$

İşlem kolaylığı için 5.7 numaralı eşitlikte ω değişkeni atanmış ve sadeleştirilmeler sonucunda 5.8 ve 5.9 numaralı eşitlikler elde edilmiştir.

$$\omega = \left(\frac{1+i_r}{1+i_\delta}\right) \tag{5.7}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)\left(\frac{1+i_r}{1+i_\delta}\right)^T\right) + \frac{T\sigma^2}{2}}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)\omega^T\right) + ln(e^{\frac{T\sigma^2}{2}})}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$= \frac{\ln\left(\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)\omega^T\right)(e^{\frac{T\sigma^2}{2}})\right)}{\sigma\sqrt{T}} = ln\left(\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)\omega^T\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}} e^{\left(\frac{\frac{T\sigma^2}{2}}{\sigma\sqrt{T}}\right)}\right)$$

$$= ln\left(\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)\omega^T\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}} \omega^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right)$$

$$d_1 = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}} \omega^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) \tag{5.8}$$

$$d_2 = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}} \omega^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) - \sigma\sqrt{T} \tag{5.9}$$

5.2 FROV değerinin i_r ve i_δ değerlerine göre incelenmesi

Bu bölümde eşitlik 5.7'te yer alan ω ifadesinin aldığı değerlerin formüller üzerine ve reel opsiyon değeri üzerine etkisi incelenmiştir.

5.2.1 $i_r = i_\delta$ olması durumunda

$$\omega = \left(\frac{1+i_r}{1+i_\delta}\right) = 1$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)(\omega^T)\right) + \frac{T\sigma^2}{2}}{\sigma\sqrt{T}} = \frac{\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)\right) + \frac{T\sigma^2}{2}}{\sigma\sqrt{T}} \quad (5.10)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)\right) + \frac{T\sigma^2}{2}}{\sigma\sqrt{T}} - \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)\right) + \frac{T\sigma^2}{2} - \sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)\right) - \frac{T\sigma^2}{2}}{\sigma\sqrt{T}} \quad (5.11)$$

$$FROV = (1+i_\delta)^{-T}[\tilde{S}_0 N(d_1) - \tilde{X} N(d_2)] \quad (5.12)$$

olarak sadeleştirilebilmektedir.

5.2.2 Diğer durumlar

5.4, 5.5 ve 5.6 numaralı eşitlikler kullanılmaktadır. i_r değeri i_δ değerine göre değer kazandıkça $FROV$ değeri artmaktadır. Aksi durumda yani i_δ değer i_r değerine göre değer kazandıkça $FROV$ değeri düşmektedir. FROV değeri i_δ ve i_r değerleri küçüldükçe artış göstermektedir.

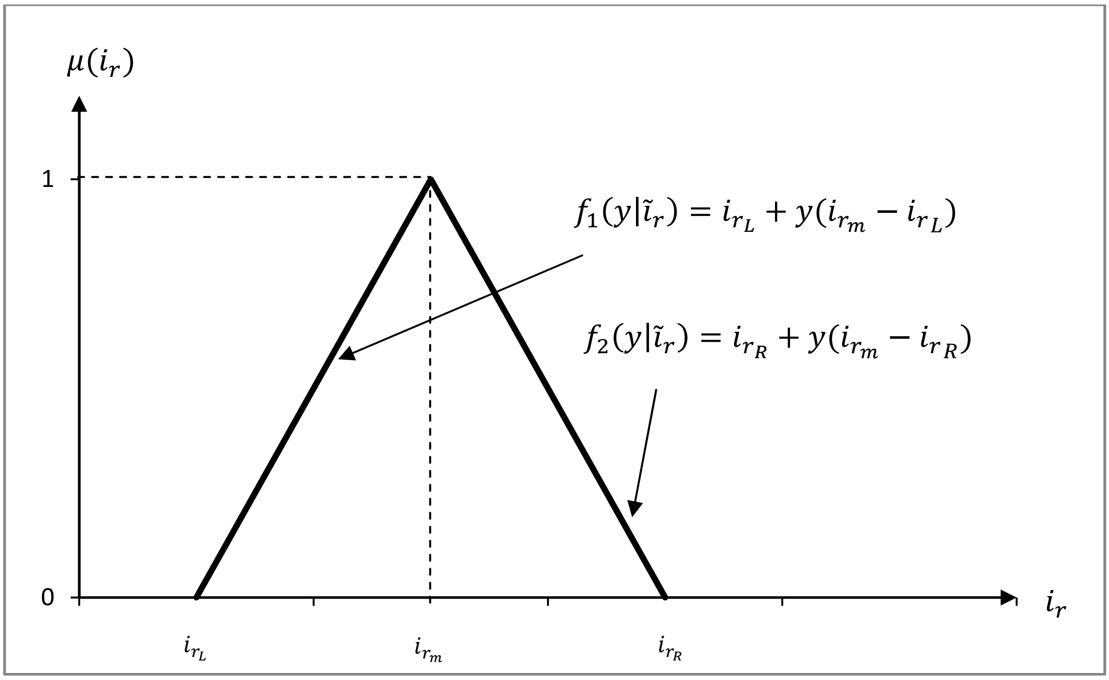
5.3 Kesikli İskonto Oranlarının Bulanıklaştırılması

Bir üçgen bulanık sayısı $(\widetilde{M})$ için; $m_1 < m_2 < m_3$iken $f_1(y|\widetilde{M})$; $0 \leq y \leq 1$ aralığında tanımlı $f_1(0|\widetilde{M}) = m_1$ ve $f_1(1|\widetilde{M}) = m_2$ şartlarını sağlayan sürekli artan bir fonksiyon ve $f_2(y|\widetilde{M})$; $0 \leq y \leq 1$ aralığında tanımlı $f_2(1|\widetilde{M}) = m_2$ ve $f_2(0|\widetilde{M}) = m_3$ şartlarını sağlayan sürekli monoton azalan bir fonksiyonu olmak üzere, üyelik fonksiyonu 5.13 eşitliğinde gösterildiği gibidir ve $i = 1{,}2$ ve negatif $\widetilde{F}$ için $k = i$ pozitif $\widetilde{F}$ için $k = 3 - i$ olmak üzere, fonksiyon 5.14 numaralı eşitlikle ifade edilir.

$$\mu(x|\widetilde{M}) = \left(m_1, \frac{f_1(y|\widetilde{M})}{m_2}, \frac{m_2}{f_2(y|\widetilde{M})}, m_3\right) \tag{5.13}$$

$$f_{ni}(y|\widetilde{M}) = f_i(y|\tilde{F})(1 + f_k(y|\tilde{r})^{-n} \tag{5.14}$$

Şekil 5.1'de i_r faiz oranın üyelik fonksiyonu verilmektedir. i_r fonksiyonuna sağdan ve soldan yaklaşımı ifade eden 5.15 ve 5.16 numaralı eşitlikler aşağıda verilmektedir.

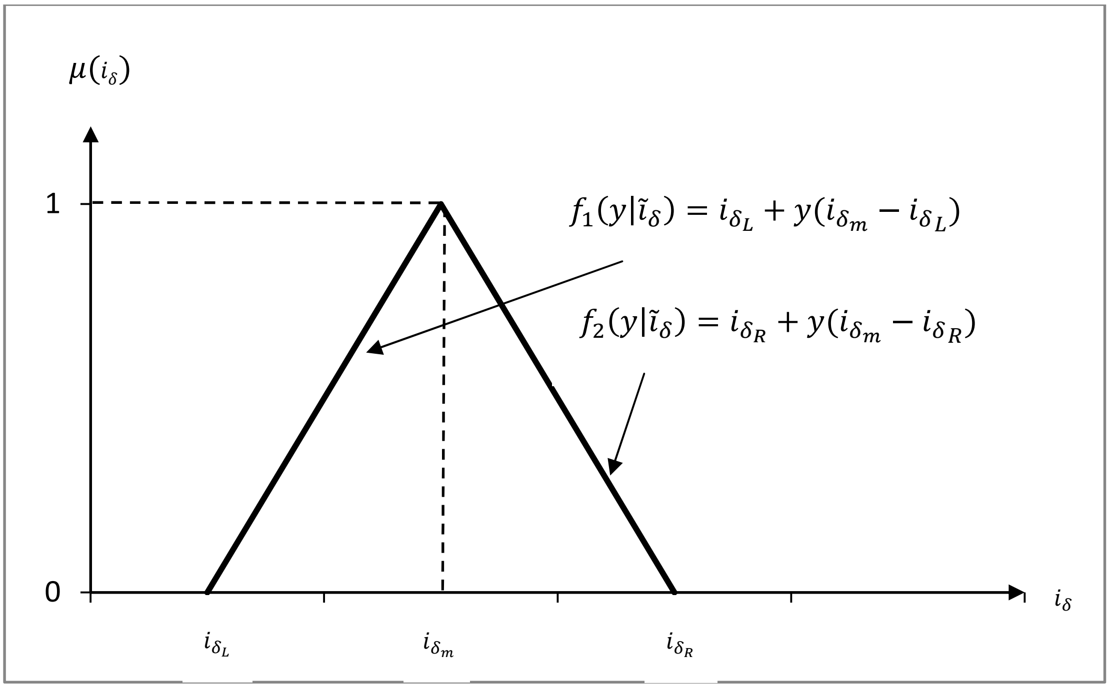


Şekil 5.1: i_r Faiz Oranının Üyelik Fonksiyonu

$$f_1(y|\tilde{\imath}_r) = i_{r_L} + y(i_{r_m} - i_{r_L}) \tag{5.15}$$

$$f_2(y|\tilde{\imath}_r) = i_{r_R} + y(i_{r_m} - i_{r_R}) \tag{5.16}$$

Şekil 5.2'de i_δ faiz oranın üyelik fonksiyonu verilmektedir. i_δ fonksiyonuna sağdan ve soldan yaklaşımı ifade eden 5.17 ve 5.18 numaralı eşitlikler aşağıda verilmektedir.



Şekil 5.2: i_δ Faiz Oranının Üyelik Fonksiyonu

$$f_1(y|\tilde{\imath}_\delta) = i_{\delta_L} + y\left(i_{\delta_m} - i_{\delta_L}\right) \tag{5.17}$$

$$f_2(y|\tilde{\imath}_\delta) = i_{\delta_R} + y\left(i_{\delta_m} - i_{\delta_R}\right) \tag{5.18}$$

$k = 3 - i$ ve $i = 1,2$ olmak üzere aşağıdaki eşitlik yazılır.

$$\omega = \left(\frac{1 + i_r}{1 + i_\delta}\right) = \left(\frac{1 + f_k(y|i_r)}{1 + f_i(y|i_\delta)}\right) \tag{5.19}$$

5.19 numaralı eşitlik, 5.8 ve 5.9 eşitliklerinde yerine konularak d_1 ve d_2 değerleri için aşağıdaki formüller oluşturulur.

$$d_1 = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}} \left(\frac{1 + f_k(y|i_r)}{1 + f_i(y|i_\delta)}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right)$$

$$= ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}} \left(\frac{1 + i_{r_R} + y\left(i_{r_m} - i_{r_R}\right)}{1+i_{\delta_L} + y\left(i_{\delta_m} - i_{\delta_L}\right)}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) \tag{5.20}$$

$$d_2 = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+f_k(y|i_r)}{1+f_i(y|i_\delta)}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) - \sigma\sqrt{T}$$

$$= \left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_R}+y\left(i_{r_m}-i_{r_R}\right)}{1+i_{\delta_L}+y\left(i_{\delta_m}-i_{\delta_L}\right)}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) - \sigma\sqrt{T} \qquad (5.21)$$

5.6 denklemi bulanık kesikli faiz oranı için aşağıdaki şekilde uyarlanır:

$$FROV = \tilde{S}_0\left(1+f_i(y|i_\delta)\right)^{-T} N\left(\widetilde{d_1}\right) - \tilde{X}\left(1+f_k(y|i_r)\right)^{-T} N\left(\widetilde{d_2}\right) \qquad (5.22)$$

i=1 ve y=0,1 için;

$$d_1 = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+f_2(y|i_r)}{1+f_1(y|i_\delta)}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right)$$

$$= \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_R}+y\left(i_{r_m}-i_{r_R}\right)}{1+i_{\delta_L}+y\left(i_{\delta_m}-i_{\delta_L}\right)}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) \qquad (5.23)$$

i=2 ve y=0,1 için

$$d_1 = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+f_1(y|i_r)}{1+f_2(y|i_\delta)}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right)$$

$$= \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_L}+y\left(i_{r_m}-i_{r_L}\right)}{1+i_{\delta_R}+y\left(i_{\delta_m}-i_{\delta_R}\right)}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) \qquad (5.24)$$

En düşük olası d_1 değeri için risksiz faiz oranına soldan y=0 durumunda yaklaşılır yani i=2, k=1 iken y = 0 durumunda d_{11} elde edilir:

$$d_{11} = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_L}}{1+i_{\delta_R}}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) \qquad (5.25)$$

En olası d_1 değeri için faiz oranına soldan veya sağdan y=1 durumunda yaklaşılır yani i=1,2 iken y = 1 durumunda d_{12} elde edilir:

$$d_{12} = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_R}+\left(i_{r_m}-i_{r_R}\right)}{1+i_{\delta_L}+\left(i_{\delta_m}-i_{\delta_L}\right)}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right)$$

$$= \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_m}}{1+i_{\delta_m}}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) \tag{5.26}$$

En yüksek olası d_1 değeri için risksiz faiz oranına sağdan yaklaşılır yani i=1, k=2 iken y = 0 durumunda d_{13} elde edilir.

$$d_{13} = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_R}}{1+i_{\delta_L}}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) \tag{5.27}$$

Bu durumda d_1 üçgen bulanık sayısı aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$d_1 = (\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_R}}{1+i_{\delta_L}}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right);$$

$$\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_m}}{1+i_{\delta_m}}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right);$$

$$\ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\left(\frac{1+i_{r_L}}{1+i_{\delta_R}}\right)^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right)) \tag{5.28}$$

Bulunan d_1 bulanık sayısı normal dağılım gösteren bulanık sayılar için önerilen durulaştırma yöntemi ile durulaştırıldıktan sonra d_2 değeri hesaplanır ve 5.22 denkleminde yerine konularak bulanık reel opsiyon değeri elde edilir.

En düşük olası bulanık reel opsiyon değerini bulmak için i=1 iken y=0 durumunda yani soldan yaklaşıldığında aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$FROV_1 = \tilde{S}_0\left(1 + f_1(y|i_\delta)\right)^{-T} N(d_1) - \tilde{X}\left(1 + f_2(y|i_r)\right)^{-T} N(d_2)$$

$$= \tilde{S}_0\left(1 + i_{\delta_L}\right)^{-T} N(d_1) - \tilde{X}\left(1 + i_{r_R}\right)^{-T} N(d_2) \qquad (5.29)$$

En olası bulanık reel opsiyon değerini bulmak için faiz oranına soldan veya sağdan y=1 durumunda yaklaşılır yani i=1,2 iken y = 1 durumunda aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$FROV_2 = \tilde{S}_0\left(1 + i_{\delta_L} + i_{\delta_m} - i_{\delta_L}\right)^{-T} N(d_1) - \tilde{X}\left(1 + i_{r_R} + i_{r_m} - i_{r_R}\right)^{-T} N(d_2)$$

$$= \tilde{S}_0\left(1 + i_{\delta_m}\right)^{-T} N(d_1) - \tilde{X}\left(1 + i_{r_m}\right)^{-T} N(d_2) \qquad (5.30)$$

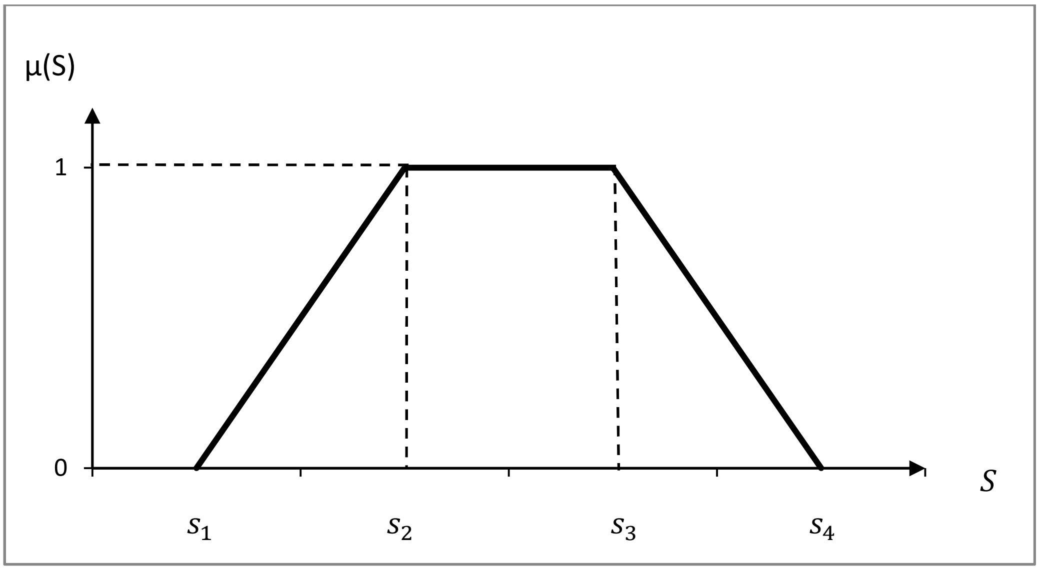
En yüksek olası bulanık reel opsiyon değerini bulmak için faiz oranına sağdan y=0 durumunda yaklaşılır yani i=2 iken y = 0 durumunda aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$FROV_3 = \tilde{S}_0\left(1 + f_2(y|i_\delta)\right)^{-T} N(\widetilde{d_1}) - \tilde{X}\left(1 + f_1(y|i_r)\right)^{-T} N(\widetilde{d_2})$$

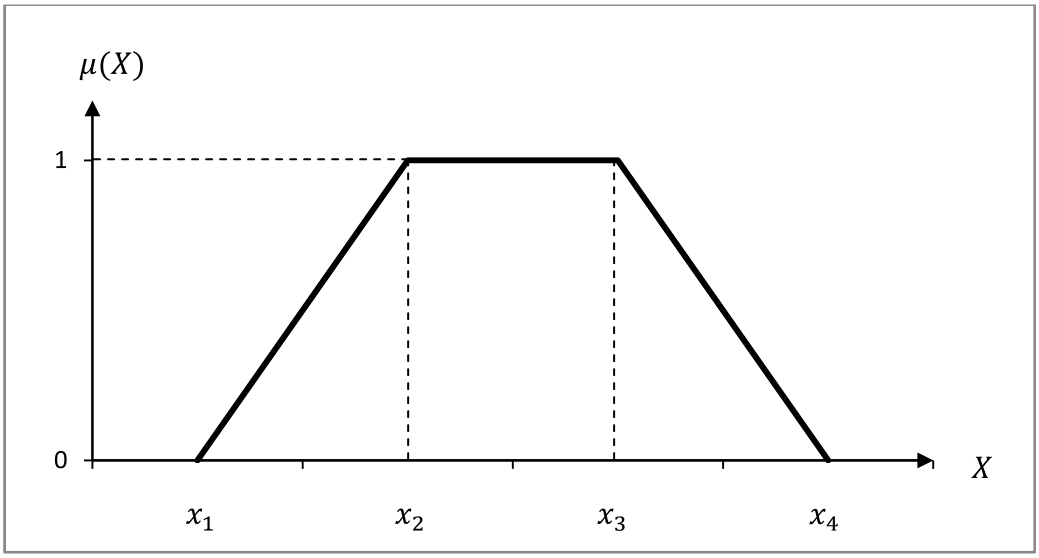
$$= \tilde{S}_0\left(1 + i_{\delta_R}\right)^{-T} N(\widetilde{d_1}) - \tilde{X}\left(1 + i_{r_L}\right)^{-T} N(\widetilde{d_2}) \qquad (5.31)$$

5.4 Gelir ve giderlerin durulaştırılmasının ertelenmesi durumu

$\tilde{S}_0 = (s_1, s_2, s_3, s_4)$ ve $\tilde{X} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ yamuk bulanık sayılar olmak üzere gelir ve giderlerin üyelik fonksiyonları Şekil 5.3 ve Şekil 5.4’de gösterilmektedir.



Şekil 5.3: Gelirlerin Üyelik Fonksiyonu



Şekil 5.4: Giderlerin Üyelik Fonksiyonu

5.8 numaralı eşitlikte yer alan $\ln\left(E[\tilde{S}_0]/E[\tilde{X}]\right)$ ifadesi $\tilde{S}_0$ ve $\tilde{X}$ bulanık sayıları yerine konulduğunda 5.32 numaralı eşitlik elde edilir.

$$\ln\frac{E[\tilde{S}_0]}{E[\tilde{X}]} = \ln\left[\frac{s_1}{x_4},\frac{s_2}{x_3},\frac{s_3}{x_2},\frac{s_4}{x_1}\right] = \left[\ln\frac{s_1}{x_4}, ln\frac{s_2}{x_3}, ln\frac{s_3}{x_2}, ln\frac{s_4}{x_1}\right] \tag{5.32}$$

5.32 numaralı eşitlik 5.8 numaralı eşitlikte yerine konulduğunda aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned} d_1 = [&\ln\left(\left(\frac{s_1}{x_4}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\omega^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}}e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right), \ln\left(\left(\frac{s_2}{x_3}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\omega^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}}e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right), \\ &\ln\left(\left(\frac{s_3}{x_2}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\omega^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}}e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right), \ln\left(\left(\frac{s_4}{x_1}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}}\omega^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}}e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right)] \end{aligned} \tag{5.33}$$

$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$ ifadesinde $\sigma\sqrt{T}$ bulanık eşdeğeri olarak $\sigma\sqrt{T} = (\sigma\sqrt{T}, \sigma\sqrt{T}, \sigma\sqrt{T}, \sigma\sqrt{T})$ yazılabilir ve eşitlikte yerine konulursa 5.34 numaralı eşitlik elde edilir.

$$d_2 = (d_{11} - \sigma\sqrt{T}, d_{12} - \sigma\sqrt{T}, d_{13} - \sigma\sqrt{T}, d_{14} - \sigma\sqrt{T}) \tag{5.34}$$

5.4.1 Olasılıkların Bulanıklaştırılması

5.4.1.1 $i_r = i_\delta$ durumunda

$N(\widetilde{d_1}) = N(d_{11}, d_{12}, d_{13}, d_{14})$ ve $N(\widetilde{d_2}) = N(d_{21}, d_{22}, d_{23}, d_{24})$ olan yamuk bulanık sayılar olmak üzere; bulanık reel opsiyon değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$FROV = (1 + i_r)^{-T}\left[\tilde{S}_0 N(\widetilde{d_1}) - \tilde{X}N(\widetilde{d_2})\right] = (1 + i_r)^{-T}\left[\tilde{S}_0 N(d_{11}, d_{12}, d_{13}, d_{14}) -\right.$

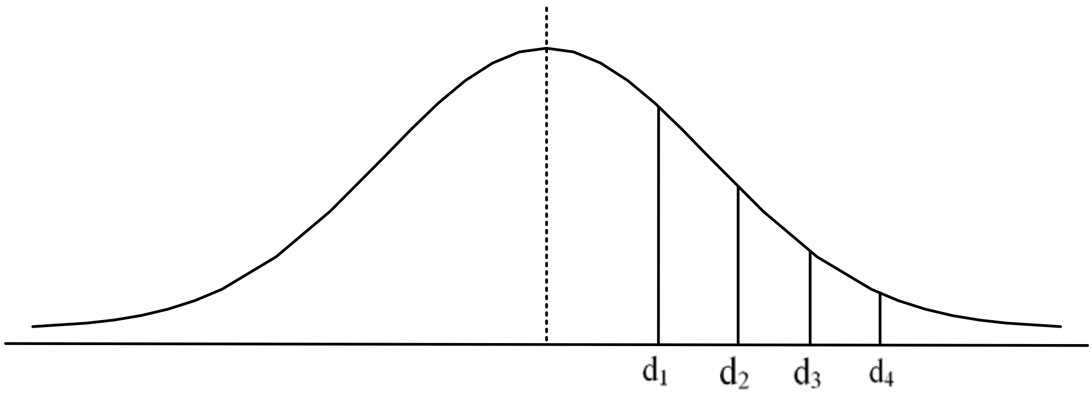
XNd21,d22,d23,d24=1+ir−T[s1Nd11−x4Nd24,s2Nd12−x3Nd23,s3Nd13−x 2Nd22,s4Nd14−x1Nd21 *(5.35)*

5.4.1.2 Diğer durumlarda

$N(\widetilde{d_1}) = N(d_{11}, d_{12}, d_{13}, d_{14})$ ve $N(\widetilde{d_2}) = N(d_{21}, d_{22}, d_{23}, d_{24})$ olan yamuk bulanık sayılar olmak üzere; bulanık reel opsiyon değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$
\begin{aligned}
FROV &= \tilde{S}_0(1 + i_\delta)^{-T}N(\widetilde{d_1}) - \tilde{X}(1 + i_r)^{-T}N(\widetilde{d_2}) \\
&= (1 + i_\delta)^{-T}\tilde{S}_0 N(d_{11}, d_{12}, d_{13}, d_{14}) - (1 + i_r)^{-T}\tilde{X}N(d_{21}, d_{22}, d_{23}, d_{24}) \\
&= (1 + i_\delta)^{-T}\left(\left(s_1 N(d_{11}), s_2 N(d_{12}), s_3 N(d_{13}), s_4 N(d_{14})\right)\right. \\
&\quad - (1 + i_r)^{-T}\left(x_1 N(d_{21}), x_2 N(d_{22}), x_3 N(d_{23}), x_4 N(d_{24})\right)
\end{aligned}
\tag{5.36}
$$

5.4.1.3 Normal Dağılım için Durulaştırma Yöntemi



Şekil 5.5: Olasılıkların Dağılımı

Şekil 5.5 normal dağılım sergileyen d değerlerini grafik üzerinde göstermektedir. Olasılık değerlerini dengelemek için kullanılan ağırlıklar sırasıyla τ_1, τ_2, τ_3 ve τ_4 olarak kabul edilirse, normal dağılımda gözlenen çan eğrisinin tepe noktasına doğru dengeleme yapılması gerektiğinden Şekil 5.5 için bu değerlerin $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3 > \tau_4$ eşitsizliğini sağlaması gerekmektedir. Bu şartlar altında normal dağılım sergileyen bulanık sayıları durulaştırma için 5.37 numaralı eşitlik önerilmektedir.

$$d = \frac{\tau_1 d_1 + \tau_2 d_2 + \tau_3 d_3 + \tau_4 d_4}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4} \tag{5.37}$$

5.5 Uygulama

5.5.1 Kesikli İskontolama Durumu

Aşağıda, 5.2, 5.3 ve 5.7 numaralı denklemlere petrol havzası yatırım örneği verileri uygulanarak kesikli iskontoloma durumunda kullanılacak faiz oranları elde edilmiştir.

$$i_r = e^r - 1 = e^{0,05} - 1 = 0,0513$$

$$i_\delta = e^{\delta - 1} = e^{0,052} - 1 = 0,0534$$

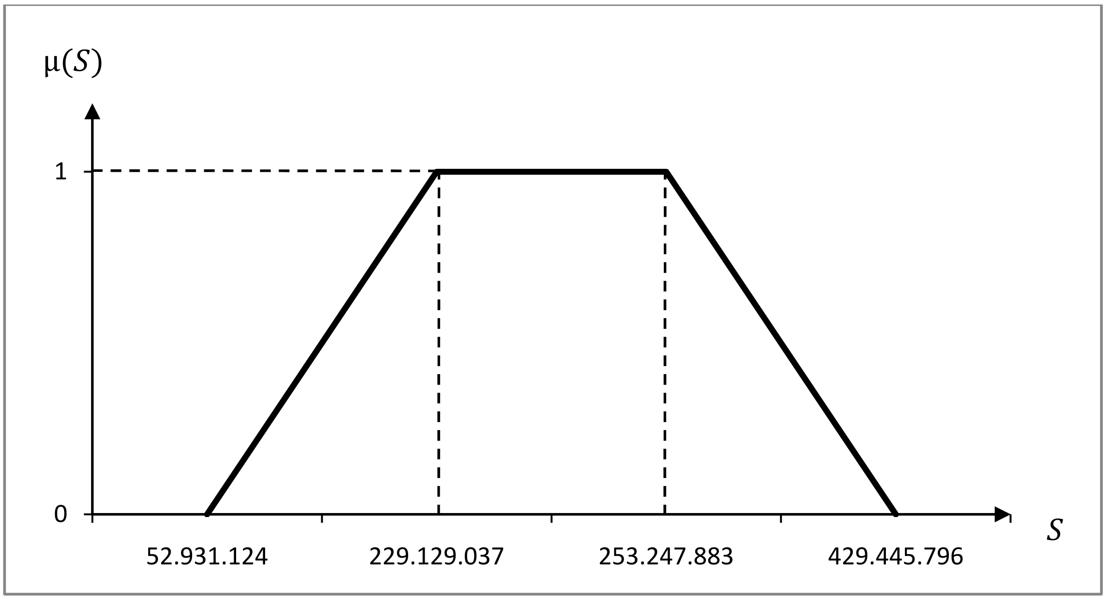
$$\omega = \left(\frac{1 + i_r}{1 + i_\delta}\right) = 0,998$$

Bulanık işletme gelirleri ve bulanık işletme giderleri;

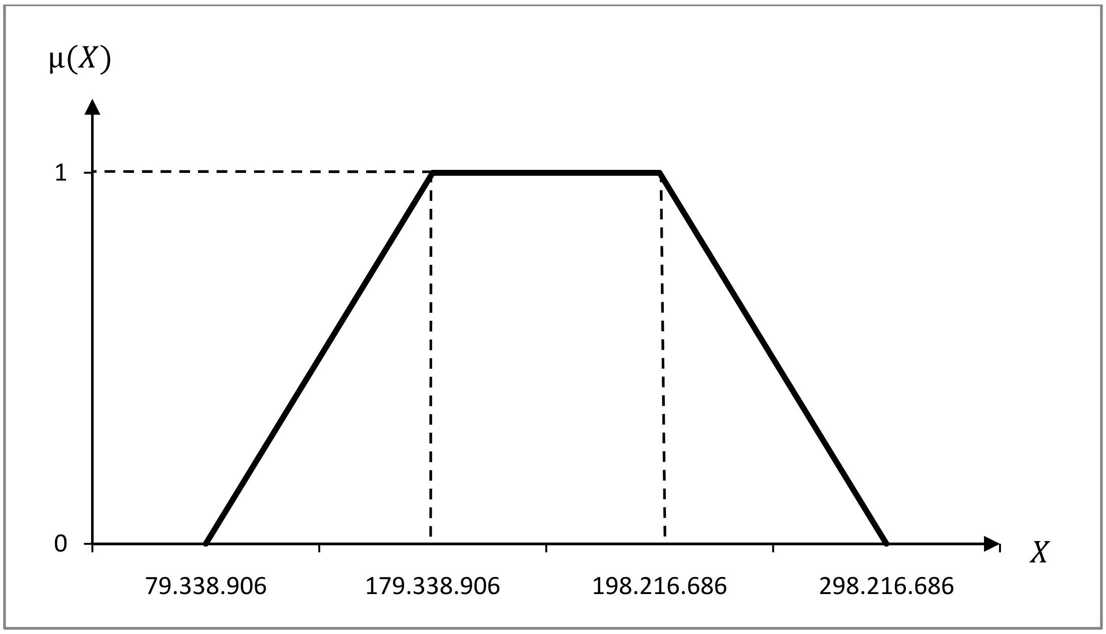
$$\tilde{S}_0 = (52.931.124, 229.129.037, 253.247.883, 429.445.796)$$

$$\tilde{X} = (79.338.906, 179.338.906, 198.216.686, 298.216.686)$$

olmakla beraber Şekil 5.6 ve Şekil 5.7’de üyelik fonksiyonları gösterilmektedir



Şekil 5.6: Gelirlerin Üyelik Fonksiyonu Grafiği



Şekil 5.7: Giderlerin Üyelik Fonksiyonu Grafiği

Bölüm 4.6.1 ‘de hesaplanan beklenen değerler aşağıda tekrar verilmektedir.

$$E(\tilde{S}_0) = \frac{229.129.037 + 253.247.883}{2} +$$

$$\frac{(229.129.037 - 52.931.124) - (429.445.796 - 253.247.883)}{6} = 241.188.460$$

$$E(\tilde{X}) = \frac{(179.338.906 + 198.216.686)}{2} +$$

$$\frac{(179.338.906 - 79.338.906) - (298.216.686 - 198.216.686)}{6} = 188.777.796$$

Değerler 5.6, 5.8 ve 5.9 numaralı denklemlerde yerlerine konulduğunda bulanık reel opsiyon değeri aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$d_1 = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}} \omega^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right)$$

$$= \ln\left(\left(\frac{241.188.460}{188.777.796}\right)^{\frac{1}{0,3366\sqrt{12}}} (0,998)^{\frac{\sqrt{12}}{0,3366}} e^{\frac{0,3366\sqrt{12}}{2}}\right) = 0,7726$$

$$d_2 = \ln\left(\left(\frac{E(\tilde{S})}{E(\tilde{X})}\right)^{\frac{1}{\sigma\sqrt{T}}} \omega^{\frac{\sqrt{T}}{\sigma}} e^{\left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right)}\right) - \sigma\sqrt{T} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$= 0,7726 - 0,3366\sqrt{12} = -0,3934$$

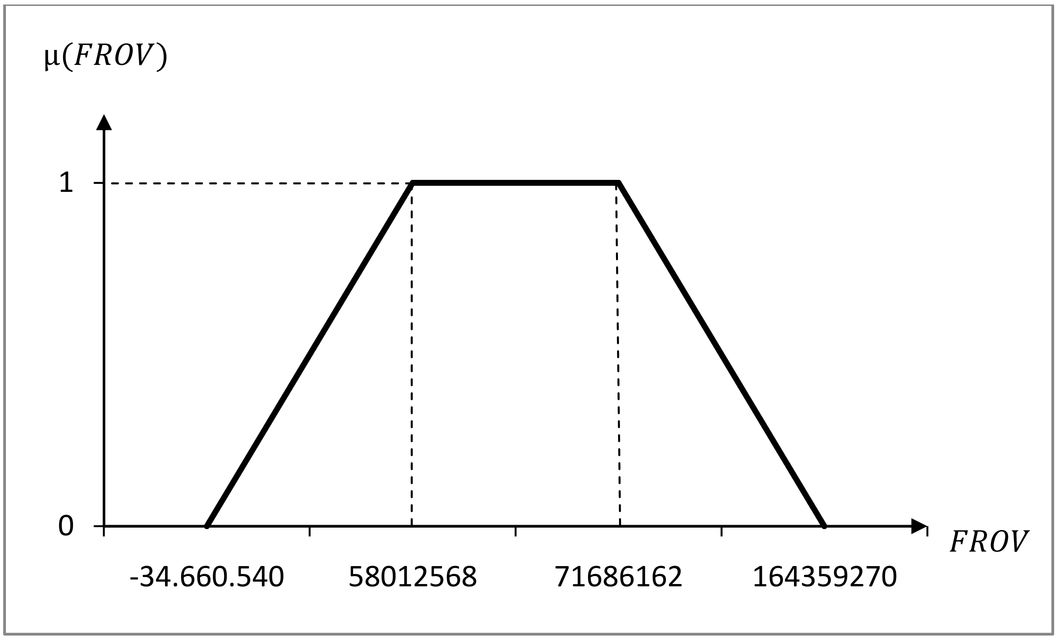
$$N(d_1) = 0,78012$$

$$N(d_2) = 0,34701$$

$$FROV = \tilde{S}_0(1,0534)^{-12}0,78012 - \tilde{X}(1,0513)^{-12}0,34701$$

$$\begin{aligned} FROV = {} & (52.931.124; 229.129.037; 253.247.883,429.445.796) \\ & * (1 + 0,0534)^{-12}0,78012 \\ & - (79.338.906,179.338.906,198.216.686; 298.216.686) \\ & * (1 + 0,0513)^{-12}0,34701 \\ & = (-34.660.540; 58.012.568; 71.686.162; 164.359.270) \end{aligned}$$

$$FROV = (-34.660.540; 58.012.568; 71.686.162; 164.359.270)$$



Şekil 5.8: $\widetilde{FROV}$ Sayısının Üyelik Fonksiyonu

$$z^* =$$

$$\frac{\int_{-34.660.540}^{58.012.568} \frac{z + 34.660.540}{92.673.108} zdz + \int_{58.012.568}^{71.686.162} zdz + \int_{71.686.162}^{164.359.270} \left(\frac{164.359.270 - z}{92.673.108}\right) zdz}{\int_{-34.660.540}^{58.012.568} \frac{z + 34.660.540}{92.673.108} dz + \int_{58.012.568}^{71.686.162} dz + \int_{71.686.162}^{164.359.270} \left(\frac{164.359.270 - z}{92.673.108}\right) dz}$$

$$= 64.849.365\ \$$$

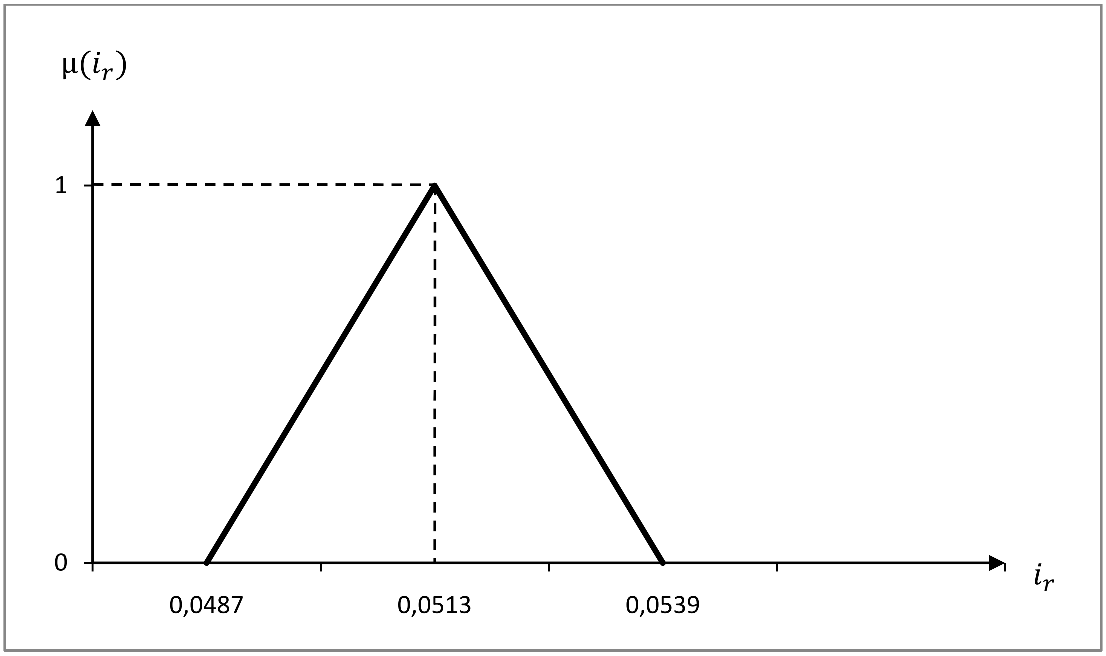
Şekil 5.8'de üyelik fonksiyonu gösterilen yatırımın bulanık reel opsiyon değeri sentroid yöntemi ile durulaştırılarak olarak 64.849.365 $ bulunmuştur.

5.5.2 Kesikli İskonto Oranlarının Bulanıklaştırılması

i_r ve i_δ ±%5 oranında bulanıklaştırılmış ve Şekil 5.9 ve Şekil 5.10'da üyelik fonksiyonlarının grafikleri gösterilmektedir.

$$i_r = (0{,}0487; 0{,}0513; 0{,}0539)$$

$$i_\delta = (0{,}0507; 0{,}0534; 0{,}0561)$$



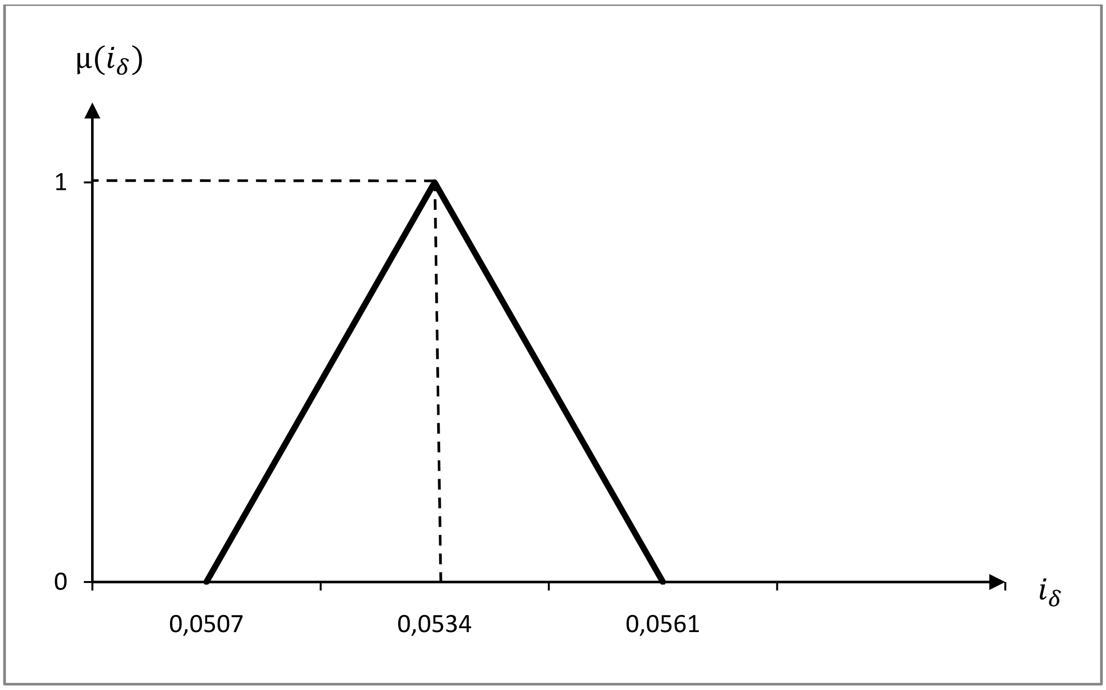
Şekil 5.9: i_r Üyelik Fonksiyonu Grafiği

Veriler 5.15 ve 5.16 numaralı denklemlere uygulandığında i_r için aşağıdaki üyelik fonksiyonları elde edilmektedir.

$$f_1(y|\tilde{\imath}_r) = i_{r_L} + y\left(i_{r_m} - i_{r_L}\right) = 0{,}0487 + y(0{,}0513 - 0{,}0487)$$
$$= 0{,}0487 + 0{,}0026y$$

$$f_2(y|\tilde{\imath}_r) = i_{r_R} + y\left(i_{r_m} - i_{r_R}\right) = \ 0{,}0539 + y(0{,}0513 - 0{,}0539$$
$$= 0{,}0539 - 0{,}0026y$$

Soldan yaklaşıldığında; y=0 iken $f_1(y|\tilde{\imath}_r) = 0{,}0487$, y=1 iken $f_1(y|\tilde{\imath}_r) = 0{,}0513$, sağdan yaklaşıldığında; y=0 iken $f_2(y|\tilde{\imath}_r) = 0{,}0539$, y=1 iken $f_2(y|\tilde{\imath}_r) = 0{,}0513$ değerleri elde edilir.



Şekil 5.10: i_δ Üyelik Fonksiyonu Grafiği

Veriler 5.17 ve 5.18 numaralı denklemlere uygulandığında i_r için aşağıdaki üyelik fonksiyonları elde edilmektedir.

$$f_1(y|\tilde{\imath}_\delta) = i_{\delta_L} + y\left(i_{\delta_m} - i_{\delta_L}\right) = 0{,}0507 + y(0{,}0534 - 0{,}0507)$$
$$= 0{,}0507 + 0{,}0027y$$

$$f_2(y|\tilde{\imath}_\delta) = i_{\delta_R} + y\left(i_{\delta_m} - i_{\delta_R}\right) = 0{,}0561 + y(0{,}0534 - 0{,}0561)$$
$$= 0{,}0561 - 0{,}0027y$$

Soldan yaklaşıldığında; y=0 iken $f_1(y|\tilde{\imath}_\delta) = 0{,}0507$, y=1 iken $f_1(y|\tilde{\imath}_\delta) = 0{,}0534$, sağdan yaklaşıldığında; y=0 iken $f_2(y|\tilde{\imath}_\delta) = 0{,}0561$, y=1 iken $f_2(y|\tilde{\imath}_\delta) = 0{,}0534$ değerleri elde edilir.

$\widetilde{d_1}$ bulanık sayısı 5.25, 5.26 ve 5.27 numaralı eşitlikler yardımıyla aşağıda hesaplanmıştır.

$$d_{11} = \ln\left(\left(\frac{241.188.460}{188.777.796}\right)^{\frac{1}{0{,}3366\sqrt{12}}}\left(\frac{1+0{,}0487}{1+0{,}0561}\right)^{\frac{\sqrt{12}}{0{,}3366}} e^{\frac{0{,}3366\sqrt{12}}{2}}\right) = 0{,}720767$$

$$d_{12} = \ln\left(\left(\frac{241.188.460}{188.777.796}\right)^{\frac{1}{0,3366\sqrt{12}}}\left(\frac{1+0,0513}{1+0,0534}\right)^{\frac{\sqrt{12}}{0,3366}} e^{\frac{0,3366\sqrt{12}}{2}}\right) = 0,772595$$

$$d_{13} = \ln\left(\left(\frac{241.188.460}{188.777.796}\right)^{\frac{1}{0,3366\sqrt{12}}}\left(\frac{1+0,0539}{1+0,0507}\right)^{\frac{\sqrt{12}}{0,3366}} e^{\frac{0,3366\sqrt{12}}{2}}\right) = 0,824428$$

$\widetilde{d_1} = (0,720767; 0,772595; 0,824428)$

Normal dağılım gösteren bulanık sayılar için önerilen durulaştırma yöntemi kullanılarak $\widetilde{d_1} = (0,720767; 0,772595; 0,824428)$ durulaştırılır ve d_2 hesaplanır.

$\tau_{11} = 0,50; \tau_{12} = 0,30; \tau_{13} = 0,20$ olarak kabul edilirse;

$$d_1 = \frac{0,50 * 0,720767 + 0,30 * 0,772595 + 0,20 * 0,824428}{0,50 + 0,30 + 0,20} = 0,757048$$

$$d_2 = 0,7570476 - 0,3366\sqrt{12} = -0,408968$$

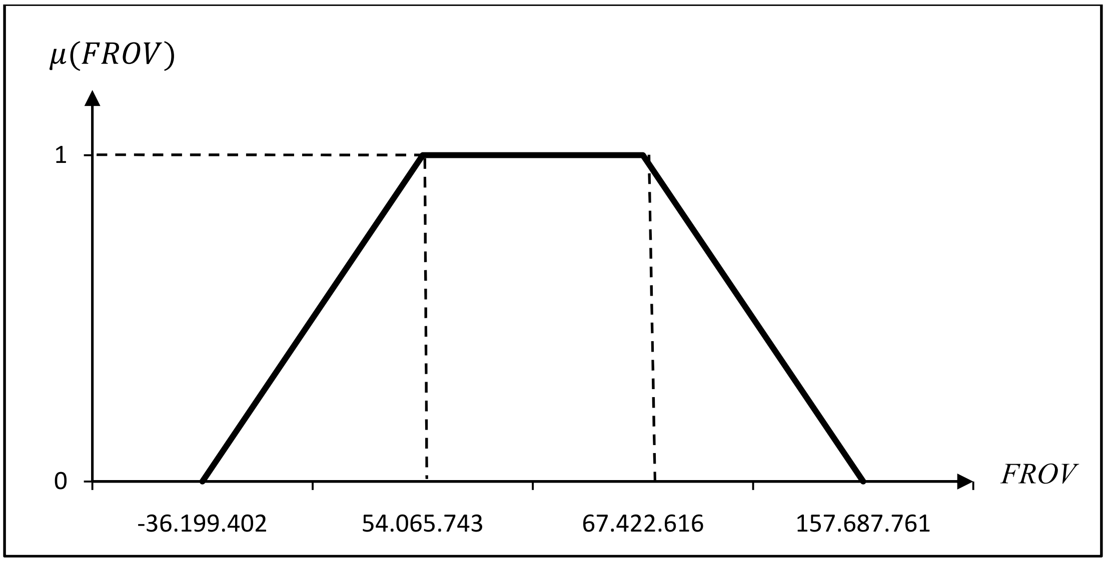
Standart normal dağılım eğrisinin altında kalan alanlar d_1 ve d_2 için aşağıda verilmiştir.

$N(d_1) = 0,775489$

$N(d_2) = 0,341281$

5.29, 5.30 ve 5.31 numaralı eşitlikler yardımıyla bulanık reel opsiyon değeri hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} FROV_1 = {} & (52.931.124, 229.129.037, 253.247.883, 429.445.796)(1 \\ & + 0,0561)^{-12} * 0,775489 \\ & - (79.338.906, 179.338.906, 198.216.686, 298.216.686) \\ & * (1 + 0,0487)^{-12} * 0,341281 \\ & = (-36.199.402; 54.065.743; 67.422.616; 157.687.761) \end{aligned}$$



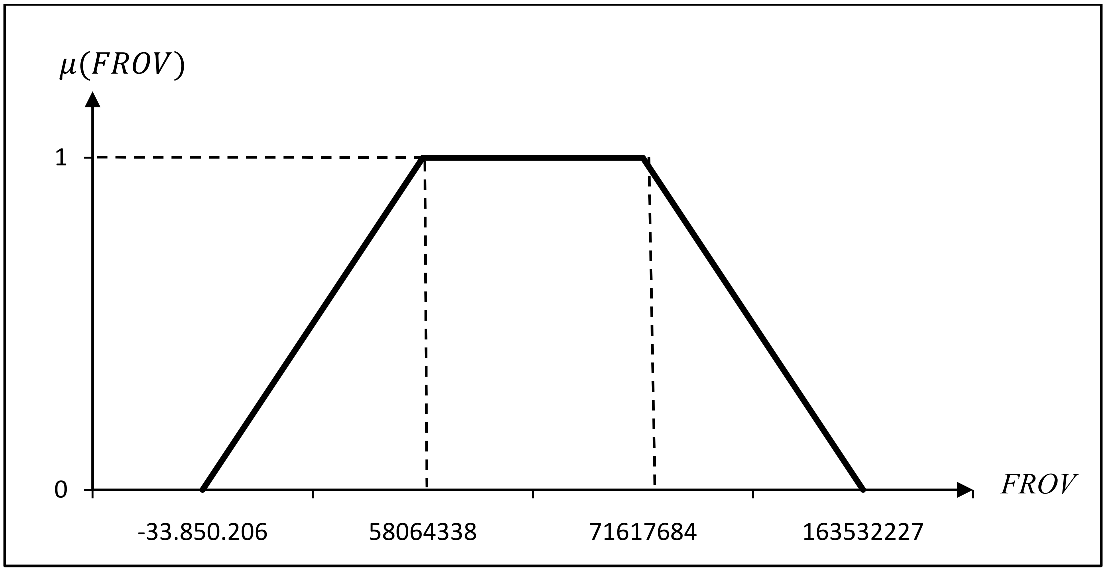
Şekil 5.11: $\widetilde{FROV}_1$ Sayısı Üyelik Fonksiyonu

Şekil 5.13'de üyelik fonksiyonu gösterilen $\widetilde{FROV}_1$ sentroid yöntemi ile durulaştırılarak $FROV_1$ bulunur.

$$FROV_1 = \frac{\int_{-36.199.402}^{54.065.743} \frac{z+36.199.402}{90.265.145} zdz + \int_{54.065.743}^{67.422.616} zdz + \int_{67.422.616}^{157.687.761} \left(\frac{157.687.761-z}{90.265.145}\right) zdz}{\int_{-36.199.402}^{54.065.743} \frac{z+36.199.402}{90.265.145} dz + \int_{54.065.743}^{67.422.616} dz + \int_{67.422.616}^{157.687.761} \left(\frac{157.687.761-z}{90.265.145}\right) dz}$$

$$= 60.744.179{,}5 \ \$$$

$$\begin{aligned} FROV_2 = {} & (52.931.124, 229.129.037, 253.247.883, 429.445.796)(1 \\ & + 0{,}0534)^{-12} * 0{,}775489 \\ & - (79.338.906, 179.338.906, 198.216.686, 298.216.686) \\ & * (1 + 0{,}0513)^{-12} * 0{,}341281 \\ & = (-33.850.206; 58.064.338; 71.617.684; 163.532.227) \end{aligned}$$



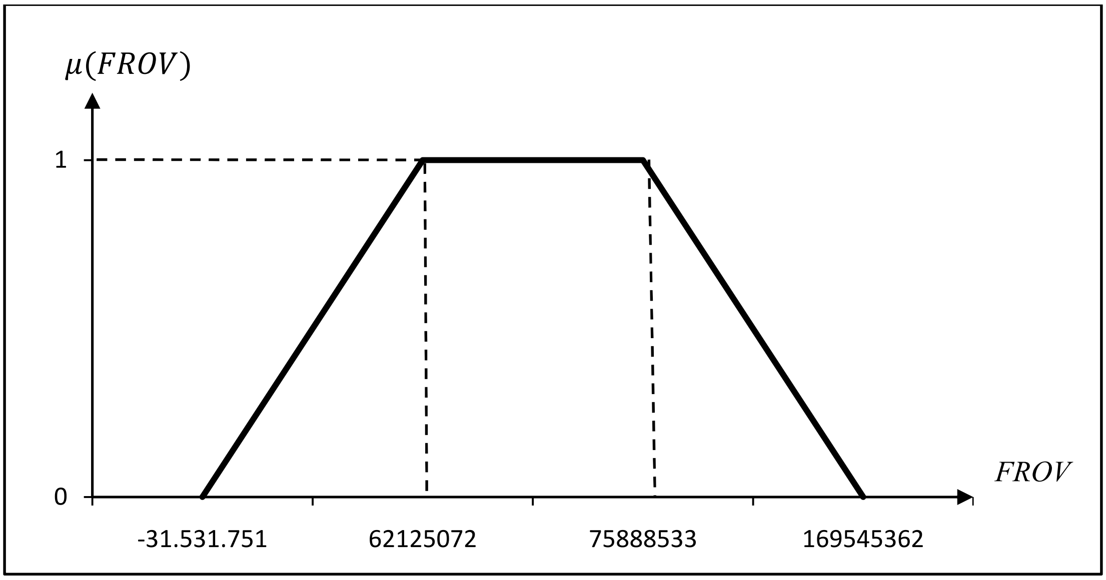
Şekil 5.12: $\widetilde{FROV}_2$ Sayısı Üyelik Fonksiyonu

Şekil 5.12'de üyelik fonksiyonu gösterilen $\widetilde{FROV}_2$ sentroid yöntemi ile durulaştırılarak $FROV_2$ bulunur.

$$FROV_2 = \frac{\int_{-33.850.206}^{58.064.338} \frac{z+33.850.206}{91.914.544} zdz + \int_{58.064.338}^{71.617.684} zdz + \int_{71.617.684}^{163.532.227} \left(\frac{163.532.227 - z}{91.914.543}\right) zdz}{\int_{-33.850.206}^{58.064.338} \frac{z+33.850.206}{91.914.544} dz + \int_{58.064.338}^{71.617.684} dz + \int_{71.617.684}^{163.532.227} \left(\frac{163.532.227 - z}{91.914.543}\right) dz}$$

$$= 64.841.010{,}68\ \$$$

$$\begin{aligned} FROV_3 &= (52.931.124, 229.129.037, 253.247.883, 429.445.796)(1 \\ &\quad + 0{,}0507)^{-12} * 0{,}775489 \\ &\quad - (79.338.906, 179.338.906, 198.216.686, 298.216.686) \\ &\quad * (1 + 0{,}0539)^{-12} * 0{,}341281 \\ &\quad = (-31.531.751; 62.125.072; 75.888.533; 169.545.362) \end{aligned}$$



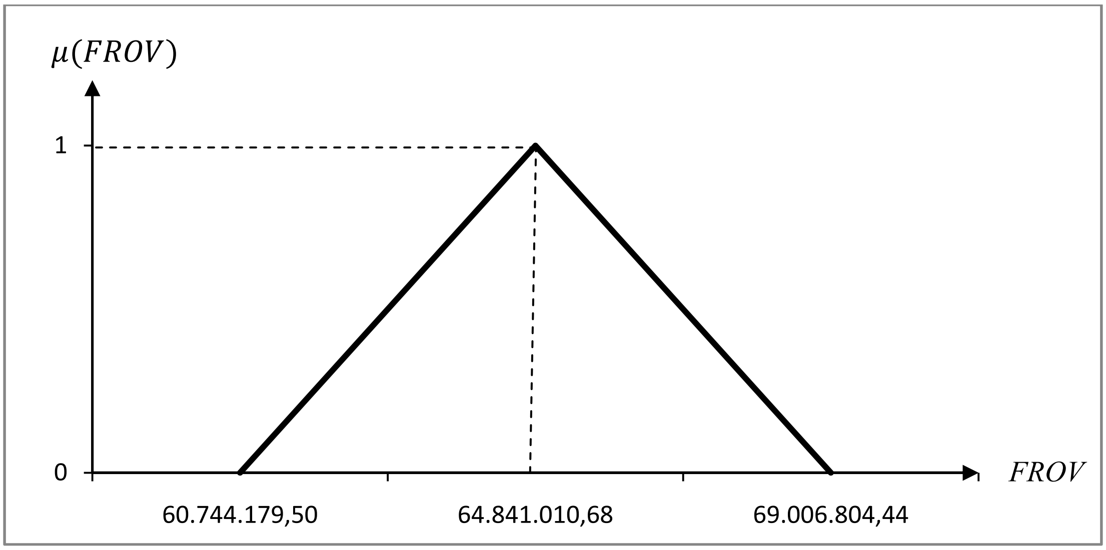
Şekil 5.13: $\widetilde{FROV}_3$ Sayısı Üyelik Fonksiyonu

Şekil 5.11’de üyelik fonksiyonu gösterilen $\widetilde{FROV}_3$ sentroid yöntemi ile durulaştırılarak $FROV_3$ bulunur.

$$FROV_3 = \frac{\int_{-31.531.751}^{62.125.072} \frac{z + 31.531.751}{93.656.829} zdz + \int_{62.125.072}^{75.888.533} zdz + \int_{75.888.533}^{169.545.362} \left(\frac{169.545.362 - z}{93.656.829}\right) zdz}{\int_{-31.531.751}^{62.125.072} \frac{z + 31.531.751}{93.656.829} dz + \int_{62.125.072}^{75.888.533} dz + \int_{75.888.533}^{169.545.362} \left(\frac{169.545.362 - z}{93.656.829}\right) dz}$$

$= 69.006.804,44\$$

$FROV = (60.744.179,5; 64.841.010,68; 69.006.804,44)\$$



Şekil 5.14: $\widetilde{FROV}$ Sayısı Üyelik Fonksiyonu

Şekil 5.14'de üyelik fonksiyonu gösterilen $\widetilde{FROV}$ sentroid yöntemi ile durulaştırılarak $FROV$ bulunur.

$$FROV = \frac{\int_{66.929.370,24}^{70.256.880}\left(\frac{z-66.929.370,24}{14.683.240}\right)zdz + \int_{70.256.880}^{84.940.120}\left(\frac{84.940.120-z}{14.683.240}\right)zdz}{\int_{66.929.370,24}^{70.256.880}\left(\frac{z-66.929.370,24}{14.683.240}\right)dz + \int_{70.256.880}^{84.940.120}\left(\frac{84.940.120-z}{14.683.240}\right)dz}$$

$$= 74.042.123,41\$$$

5.5.3 Gelir ve giderlerin durulaştırılmasının ertelenmesi durumu

Petrol havzası yatırım örneğindeki veriler 5.33 ve 5.34 numaralı denklemlere uygulanarak durulaştırma ertelenerek d_1 ve d_2 değerleri bulunmuştur.

$$d_1 = (\ln\left(\left(\frac{52.931.124}{298.216.686}\right)^{\frac{1}{0,3366\sqrt{12}}}\left(\frac{1+0,0513}{1+0,0534}\right)^{\frac{\sqrt{12}}{0,3366}} e^{\left(\frac{0,3366\sqrt{12}}{2}\right)}\right),$$

$$\ln\left(\left(\frac{229.129.037}{198.216.686}\right)^{\frac{1}{0,3366\sqrt{12}}}\left(\frac{1,0513}{1,0534}\right)^{\frac{\sqrt{12}}{0,3366}} e^{\left(\frac{0,3366\sqrt{12}}{2}\right)}\right),$$

$$\ln\left(\left(\frac{253.247.883}{179.338.906}\right)^{\frac{1}{0,3366\sqrt{12}}}\left(\frac{1,0513}{1,0534}\right)^{\frac{\sqrt{12}}{0,3366}} e^{\left(\frac{0,3366\sqrt{12}}{2}\right)}\right),$$

$$\ln\left(\left(\frac{429.445.796}{79.338.906}\right)^{\frac{1}{0,3366\sqrt{12}}}\left(\frac{1,0513}{1,0534}\right)^{\frac{\sqrt{12}}{0,3366}} e^{\left(\frac{0,3366\sqrt{12}}{2}\right)}\right))$$

$$d_1 = (-1,041530; 0,565438;\ 0,737106;\ 1,889470)$$

$$d_2 = (-1,041530 - 0,3366\sqrt{12}; 0,565438 - 0,3366\sqrt{12};$$

$$0,737106 - 0,3366\sqrt{12}; 1,889470 - 0,3366\sqrt{12})$$

$$d_2 = (-2,207547; -0,598500; -0,428911; 0,723453\ )$$

5.5.3.1 Olasılıkların durulaştırılması durumu

Normal dağılım gösteren üyelik fonksiyonlarının durulaştırılması için önerilen modelde; $\tau_{11} = 0,11; \tau_{12} = 0,41; \tau_{13} = 0,39; \tau_{14} = 0,09$ ağırlıkları kullanılarak $d_1 = (-1,041530; 0,565438;\ 0,737106;\ 1,889470)$ bulanık sayısı,

$\tau_{21} = 0{,}08;\ \tau_{22} = 0{,}35;\ \tau_{23} = 0{,}40;\ \tau_{24} = 0{,}17$ ağırlıkları kullanılarak $d_2 = (-2{,}207547; -0{,}598500; -0{,}428911; 0{,}723453\ )$ bulanık sayısı durulaştırılmıştır.

$$d_1 = \frac{0{,}11 * (-1{,}041530) + 0{,}41 * 0{,}565438 + 0{,}39 * 0{,}737106 + 0{,}09 * 1{,}889470}{0{,}11 + 0{,}41 + 0{,}39 + 0{,}09} = 0{,}5748$$

$$d_2 = \frac{0{,}08 * (-2{,}207547) + 0{,}35 * (-0{,}598500) + 0{,}40 * (-0{,}428911) + 0{,}17 * 0{,}723453}{0{,}08 + 0{,}17 + 0{,}35 + 0{,}40} = -0{,}4346$$

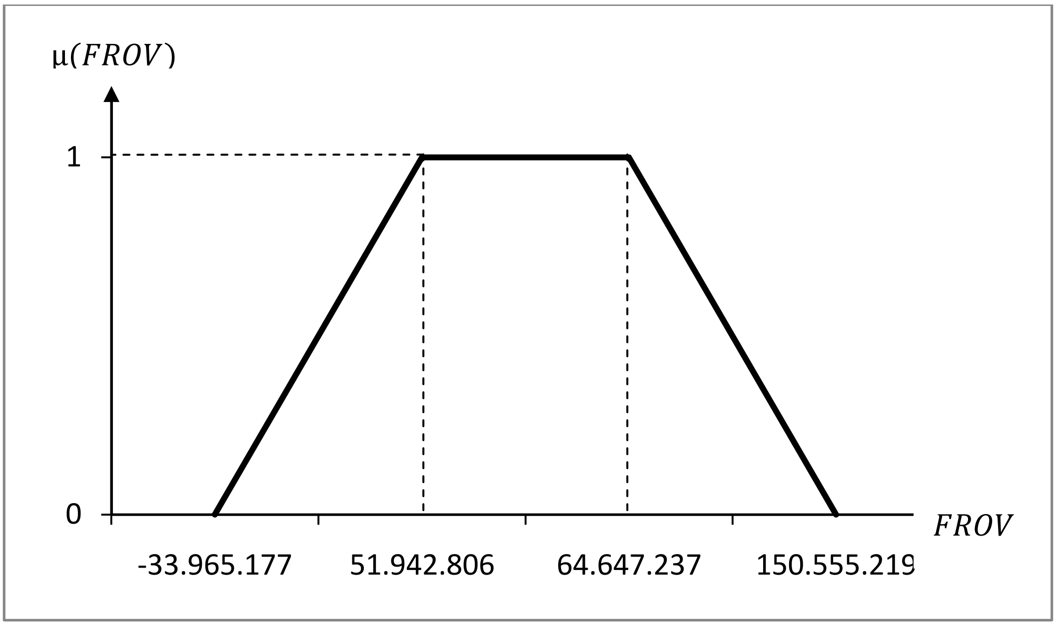
$$N(d_1) = 0{,}7173$$

$$N(d_2) = 0{,}3319$$

Değerler 5.6 numaralı denklemde yerine koyularak elde edilen yatırımın bulanık reel opsiyon değerinin üyelik fonksiyonu grafiği Şekil 5.15' de verilmiştir.

$$FROV = \tilde{S}_0(1{,}0534)^{-12}0{,}7173 - \tilde{X}(1{,}0513)^{-12}0{,}3319$$

$$\begin{aligned} FROV &= (52.931.124; 229.129.037; 253.247.883{,}429.445.796) * 0{,}3842 \\ &\quad - (79.338.906; 179.338.906{,}198.216.686{,}298.216.686) * 0{,}1821 \\ &= (-33.965.177; 51.942.806; 64.647.237; 150.555.219)\$ \end{aligned}$$



Şekil 5.15: $\widetilde{FROV}$ Sayısının Üyelik Fonksiyonu

Hesaplanan $\widetilde{FROV}$ değeri sentroid yöntemi ile durulaştırılarak yatırımın reel opsiyon değeri bulunur.

$$FROV = \frac{\int_{-33.965.177}^{51.942.806} \left(\frac{z + 33.965.177}{85.907.983}\right) dz + \int_{51.942.806}^{64.647.237} zdz + \int_{64.647.237}^{150.555.219} \left(\frac{150.555.219 - z}{85.907.982}\right) zdz}{\int_{-33.965.177}^{51.942.806} \left(\frac{z + 33.965.177}{85.907.983}\right) dz + \int_{51.942.806}^{64.647.237} dz + \int_{64.647.237}^{150.555.219} \left(\frac{150.555.219 - z}{85.907.982}\right) dz}$$

$$= 58.295.021{,}18 \ \$$$

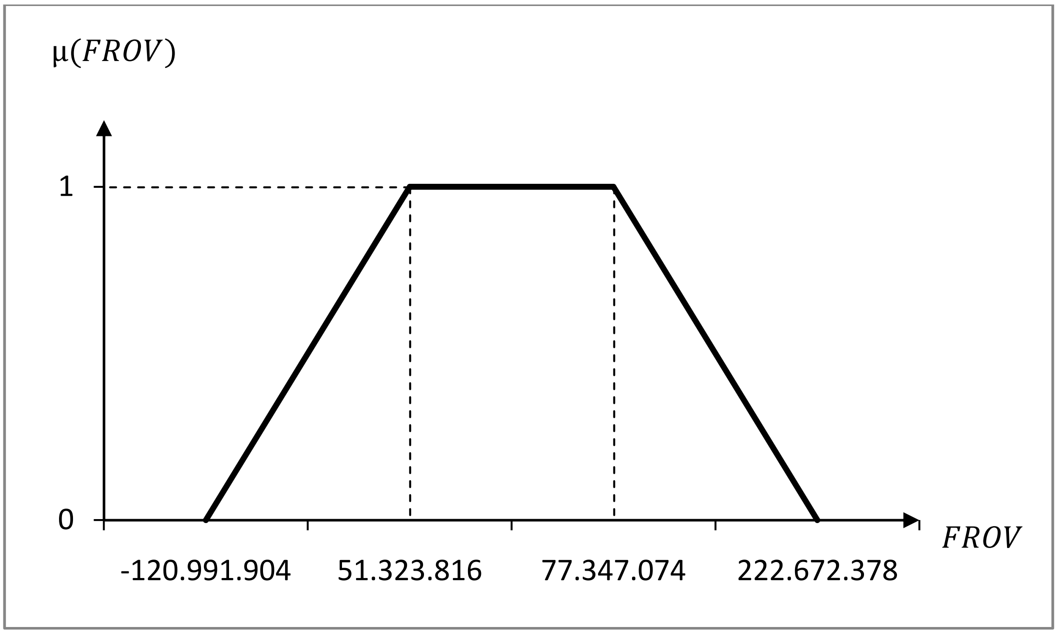
5.5.3.2 Olasılıklar durulaştırılmadan bulanık reel opsiyon değerlendirmesi

5.36 numaralı denklem kullanılarak olasılıklar durulaştırılmadan bulanık reel opsiyon değeri hesaplanır.

$$\begin{aligned} FROV = (1 + 0{,}0534)^{-12}\big(&52.931.124 * N(-1{,}04153); 229.129.037 \\ &* N(0{,}5654); 253.247.883 * N(0{,}7371); 429.445.796N(1{,}8895)\big) \\ &- (1 + 0{,}0513)^{-12}\big(79.338.906 * N(-2.207547); 179.338.906 \\ &* N(-0{,}598500); 198.216.686 * N(-0{,}428911); 298.216.686 \\ &* N(0{,}723453)\big) \end{aligned}$$

$$= (1{,}0534)^{-12}((52.931.124 * 0{,}148815; 229.129.037 * 0{,}714112; 253.247.883 * 0{,}769471; 429.445.796 * 0{,}970586) - (1{,}0513)^{-12}(79.338.906 * 0{,}013638; 179.338.906 * 0{,}274753; 198.216.686 * 0{,}333994; 298.216.686 * 0{,}765299)$$

$$FROV = (-120.991.904; 51.323.816; 77.347.074; 222.672.378)$$



Şekil 5.16: $\widetilde{FROV}$ Sayısının Üyelik Fonksiyonu

Şekil 5.16'de üyelik fonksiyonu gösterilen $\widetilde{FROV}$ sentroid yöntemi ile durulaştırılarak $FROV$ bulunur.

$$FROV = \frac{\int_{-120.991.904}^{51.323.816}\left(\frac{z+120.991.904}{172.315.720}\right)zdz + \int_{51.323.816}^{77.347.074} zdz + \int_{77.347.074}^{222.672.378}\left(\frac{222.672.378-z}{145.325.304}\right)zdz}{\int_{-120.991.904}^{51.323.816}\left(\frac{z+120.991.904}{172.315.720}\right)dz + \int_{51.323.816}^{77.347.074} dz + \int_{77.347.074}^{222.672.378}\left(\frac{222.672.378-z}{145.325.304}\right)dz}$$

$$= 55.655.293{,}82 \, \$$$

5.5.4 Uygulama Sonuçlarının Yorumlanması

Literatürdeki yöntemlerin uygulanmasında elde edilen sonuçlar Tablo 5.1'de verilmiştir. Bu yöntemlerden en düşük yatırım değeri veren belirlilik eşdeğeri yöntemi olmuştur, en yüksek yatırım değeri Carlsson ve Fuller değerleme yöntemi ile elde edilmiştir.

Tablo 5.1: Değişik Yöntemlerle Elde Edilen Yatırım Değerleri

YÖNTEM	BULANIK SONUÇ	DURULAŞTIRILMIŞ SONUÇ
DCF	-	52.410.665$
Black&Scholes Yöntemi		48.330.513$
Bulanık DCF	(23.342.183;52.408.855,82.682.460)$	α=0,5 için 52.710.338$
Belirlilik Eşdeğeri Yöntemi	-	41.523.076$
Bulanık Belirlilik Eşdeğeri Yöntemi	(22.265.894;40.913.702;60.736.186)$	α=0,5 için 41.207.371$
Carlsson&Fuller Yöntemi	(-34.258.622; 58.294.298; 71.944.517;164.497.437)$	65.119.407,5$

Carlsson ve Fuller'den yola çıkılarak çeşitli parametrelerin bulanıklaştırılması ile elde edilen sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmektedir.

Tablo 5.2: Önerilen Modelle Elde Edilen Sonuçlar

BULANIKLIK DURUMU	BULANIK SONUÇ	DURULAŞTIRILMIŞ SONUÇ
Bulanık Kesikli İskontolama	(-34.660.540;58.012.568; 71.686.162; 164.359.270)$	64.849.365$
Bulanık Faiz Oranı	(60.744.179,5;64.841.010,68; 69.006.804,44)$	74.042.123,41$
Olasılıklar Durulaştırılarak Gelir ve Giderlerin Durulaştırılmasının Ertelenmesi	(-33.965.177;51.942.806; 64.647.237; 150.555.219)$	58.295.021,18$
Olasılıklar Durulaştırılmadan Gelir ve Giderlerin Durulaştırılmasının Ertelenmesi	(-120.991.904;51.323.816; 77.347.074; 222.672.278)$	55.655.293,82$

Oluşturulan yeni model ile elde edilen sonuçlar Tablo 5.2'de gösterilmektedir. Olasılıklar durulaştırılmadan gelir ve giderlerin durulaştırılmasının ertelenmesi durumunda elde edilen uygulama sonucu ile erken durulaştırma durumunda elde edilen uygulama sonucu arasındaki fark erken durulaştırma ile kaybedilen bilgiyi göstermektedir. Tablo 5.2'de önerilen modelle elde edilen uygulama sonuçları bir arada görülmektedir. Çalışmada en son elde edilen değer en hassas değerdir. Yani olasılıklar durulaştırılmadan gelir ve giderlerin durulaştırılmasının ertelenmesi durumu en fazla bilgiyi içermektedir. Bundan dolayı, en büyük genişliğe sahip bulanık sayı, olasılıklar durulaştırılmadan, gelir ve giderlerin durulaştırılmasının ertelenmesi durumunda elde edilen sonuçtur.

6. SONUÇ

Reel opsiyon değerleme yöntemi; geleneksel yatırım değerleme yöntemlerinden farklı olarak gelecekteki belirsizliği hesaba kattığından gerçeğe daha yakın değerleme yapan bir yöntemdir. Özellikle riskli yatırımların analizlerinde reel opsiyon değerleme yöntemi kullanılarak yanlış kararların önüne geçilebilmektedir. İskontolu nakit akış değerleme yöntemi ile şimdiki değeri negatif olduğu için reddedilen bir yatırım reel opsiyonlarla incelendiğinde yatırımın ertelenmesi durumunda pozitif değer verebilmekte ve erteleme opsiyonunu dikkate almayan bir yöntem kullanıldığı için yatırım fırsatı kaçırılabilmektedir.

İnsanlar tarafından gerçekleştirilen tahminler kesin sınırları olmayan, çok yönlü bir yapıya sahip olduğundan klasik matematik yerine bulanık mantık ile daha iyi şekilde ifade edilebilmektedir. Bu nedenle reel opsiyon değerleme yönteminde kullanılan parametrelerin bulanık olarak ele alınması daha gerçekçi sonuçlar elde etmeyi sağlayacaktır.

Yatırım kararlarının analizinde bulanık reel opsiyon değerleme yöntemlerinin kullanılması, belirsizliği en aza indirmekte ve yatırımın değerlendirmesinin gerçeğe en yakın şekilde yapılmasını sağlamaktadır. Literatür araştırmasında Carlsson ve Fuller'in önerdiği model, bulanık reel opsiyon değerleme yöntemleri arasında en sık kullanılan yöntem olarak tespit edilmiştir. Bu modelde bulanık gelir ve gider değerlerinin nispeten erken durulaştırıldığı görülmektedir. Bulanık parametrelerin erken durulaştırılması bilgi kaybına neden olmaktadır. Bu tezde bilgi kaybını önlemek için reel opsiyonların değerlendirilmesinde bulanık parametrelerin durulaştırılması geciktirilerek yeni bir model oluşturulmuştur. Çalışmada her aşama grafikleri ile detaylı olarak gösterilerek, Carlsson ve Fuller'in önerdiği model kesikli iskontolama durumu için düzenlendikten sonra, gelir ve giderlerin durulaştırılması geciktirilmiş, olasılıkların durulaştırılması ve durulaştırılmaması durumları için geçerli denklemler oluşturulmuştur. Oluşturulan yeni model ile yapılan uygulama ve erken durulaştırma ile yapılan uygulama arasındaki fark erken durulaştırma ile kaybedilen bilgiyi göstermektedir.

Bu çalışmanın devamı olarak oyun teorisi ve iki terimli değerleme modelleri gibi geniş kullanım alanına sahip diğer reel opsiyon değerleme yöntemlerinin de bulanıklaştırılarak belirsizliğin getirdiği bilgi kaybının ölçülmesi önerilmektedir.

KAYNAKLAR

Allenotor, D. and Thulasiram, R., 2007. Grid Resources Pricing A Fuzzy Real Option Model , *Third IEEE International Conference on e-Science and Grid Computing* ,Bangalore, India, 10-13 Dec., pp 388-395.

Alpan, F., 1999. Örneklerle Futures Anlaşmalar ve Opsiyonlar, Literatür Yayıncılık, İstanbul.

CBOT Website, 2008. http://www.cbot.com/cbot/pub/page/0,3181,942,00.html, 29 Nisan.

Benaroch, M. ve Kauffman, R. J., 2000. Justifying Electronic Banking Network Expansion Using Real Options Analysis, *MIS Quarterly*, **vol 24. issue 2**, 197-225.

Black, F. and Scholes, M., 1973. The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy*, **vol. 81, no. 3,** 637-654.

Brach, M. A. , 2003. Real Options in Practice, John Wiley&Sons, USA.

Carlsson, C. ve Fuller, R., 2003. A Fuzzy Approach to Real Option Valuation, *Fuzzy Sets and Systems*, **vol. 139, no. 2,** 297-312.

Chacko, G. C., Dessain, V., Hecht P. A. ve Sjöman, A., 2006. Financial Instruments & Markets, John Wiley &Sons, New Jersey.

Chance, D. M., 1995. An Introduction to Derivatives_ third edition, The Dryden Press Harcourt Brace College Publishers,USA.

Damodaran, A., 1996. Investment Valuation_ Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset, John Wiley&Sons, New York.

Das, S., 2004, Swaps/Financial Derivatives Products, Pricing, Applications and Risk Management, 3rd edition_volume 1, John Wiley&Sons(Asia)Pte Ltd, Singapore.

Dubofsky, D. A., 1992. Options and Financial Futures: Valuation and Uses, McGraw-Hill**,** New York.

Ersan, İ., 1998. Finansal Türevler, 2.basım, Literatür Yayıncılık, İstanbul.

Garcia, F. A. A., 2004. Fuzzy real option valuation in a power station reengineering project, *Soft Computing with Industrial Applications - Proceedings of the Sixth Biannual World Automation Congress*, Seville, Spain, 28 June-1 July, 2004, 281-287.

Grafström, C. and Lundquist, L., 2002. Real Option Valuation vs. Valuation: An application to a North Sea Oilfield, Thesis in Financial Economics, 2002.

Smit, H. T. and J., Trigeorgis, L., 2004. Strategic Investment Real Options and Games, Princeton University Press, USA.

Han, L. and Zheng, C., 2005. Fuzzy options with application to default risk analysis for municipal bonds in China, *Nonlinear Analysis,* **Vol. 63**, pp. 2353-2365.

Hoffman, A. and Williams, M., 2001. Fundamentals of Options Markets, McGraw-Hill Companies. New York.

Howell, S. , Stark, A., Newton, D., Paxson, D., Cavus, M. , Pereira, J. and Patel, K. , 2001. Real Options Evaluating Corporate Investment Opportunities in a Dynamic World, Pearson Education, Great Britain

Hull, J. C., 2002, Fundamentals of Futures and Options Markets, Fourth edition, Prentice Hall, New Jersey.

Hull, J. C., 2005, Options, Futures, and other derivatives, sixth edition, Pearson Prentice hall, New Jersey.

Kayacan, M., Bolat, M. Yılmaz, M. K., Başaran, M. Y. ve Ustaoğlu, Z. M., 1999. Sermaye Piyasası Araçlarına Dayalı “Future” ve “Option” sözleşmelerinin Fiyatlaması, Vadeli İşlemler Piyasası Müdürlüğü Çalışma Grubu, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, İstanbul.

Kolb, R. W., 2002. Futures, Options, and Swaps, 4th Edition, Blackwell Publishing.

Leslie, K. J. and Michaels, M.P., 1997. The real power of real options, *The McKinsey Quart. 3*, 5–22.

Li, J. and Su, X., 2007. Making Cost effective security decision with real option thinking, *International conference on Software Engineering Advances* (ICSEA 2007) IEEE, 25-31 August,French Riviera, France, p. 14.

Liou, T. S. and Wang, M. J., 1992. Ranking fuzzy numbers with integral value, *Fuzzy Sets and Systems*, **vol. 50**, pp. 247–255.

Luehrman, T. A., 1998. Investment opportunities as real Options: getting started on the numbers. , *Harvard Business Review*, **76-4**, pp51-64.

Merton, R. C., 1973. Theory of rational option pricing, *The Bell Journal of Economics and Management Science*, **4**, 141–183.

Merton, R. C., 1974. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates, *The Journal of finance*, **28**, 449–470.

Mun, J., 2002. Real Options Analysis Tools and techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions, John Wiley&Sons, USA.

Özkan, M. M., 2003. Bulanık Hedef Programlama, Ekin Kitabevi, İstanbul.

Ross T. J., 1995. Fuzzy Logic With Engineering Applications, Mc-Graw Hill, USA.

Russell, A. H., 1970. Cash Flows in Networks, *Management Science*, **16**, s. 357-373.

Simonelli, M. R., 2001. Fuzziness in valuing financial instruments by certainty equivalents, *European Journal of Operational Research*,, **135**,296-302.

Şen, Z., 2004. Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Mantık ile Modelleme Prensipleri, Su Vakfı Yayınları, İstanbul.

Tao C., Jinlong, Z. , Shan, L. and Benhai, Y., 2007. *Fuzzy Real Option Analysis for IT Investment in Nuclear Power Station*, pp 953-959, Lecture Notes on Computer Science, **vol. 4489**, Springer, Berlin.

Tolga, E., Kahraman, C., 1994. Mühendislik Ekonomisi, İstanbul Teknik Üniversite Matbaası, İstanbul.

Trigeorgis, L., 1996. Real Options, The MIT Press, London.

Usta, H., 2006. Vadeli işlemler ve opsiyon borsaları, İstanbul Ticaret Odası, İstanbul.

Zadeh, L., 1965. Fuzzy sets. *Inform and Control* 8, pp. 338–353.

Zeng, M., Wang, H., Zhang, T. , Ting, Li, B., Huang, S., 2007. Research and Application of Power Network Investment Decision-making Model based on Fuzzy Real Options, *Service Systems and Service Management, 2007 International Conference on*, 9-11 June.

Ziegler, A., 1999. A Game Theory Analysis of Options Contributions to the Theory of Financial Intermediation in Continuous Time, Springer-Verlag.

ÖZGEÇMİŞ

İrem Uçal, 1981 yılında Almanya'da doğmuştur. 1999 yılında Vefa Anadolu Lisesi'ni daha sonra 2004 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Çevre Mühendisliği bölümünü bitirmiştir. 2005 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı Mühendislik Yönetimi Programı yüksek lisans çalışmalarına başlayan İrem Uçal, 2006 yılından beri İstanbul Teknik Üniversitesi İşletme Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.