

126 975

**DÜZ ALIN DIŞLI ÇARK MEKANİZMALARINDA DIŞ ÇİFTİNİN
SÖNÜMLEME ÖZELLİĞİ ÜZERİNE BİR İNCELEME**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Makina Müh. Tuğçe DARCAN
(503001207)**

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANİSTASYON MERKEZİ**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 13 Mayıs 2002
Tezin Savunulduğu Tarih : 30 Mayıs 2002**

**Tez Danışmanı : Doç.Dr.M. Sait YÜCENUR
Diğer Jüri Üyeleri Prof. Dr. Metin GÜRGÖZE
Yrd. Doç. Dr. Vedat TEMİZ**

[Handwritten signatures of the thesis advisor and jury members]

126975

MAYIS 2002

ÖNSÖZ

Dişliler ile ilgili dinamik modeller kurulmuş ve çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmaların sonuçları çoğunlukla dinamik faktör-çevre hızı diyagramlarına aktarılmıştır. Bunlara bakıldığında ana ve rezonans tepelerindeki dinamik faktörün sönüm katsayısına önemli ölçüde bağlı olduğu görülmektedir. Sönüm katsayısının ya da bunun bir karakteristik sönüme oranlanması ile bulunan sönüm oranının ne alınacağı konusu belirsizliğini korumaktadır. Bugüne kadar bu değerler için tahmini değerler kullanılmıştır. Literatürde bu değerlerin belirlenmesi için herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu çalışmada diş sönümünün yaklaşık da olsa belirlenmesi amaçlanmıştır.

Çalışmalarında bana yardımlarından dolayı sayın Doç. Dr. Sait Yücenur'a, Arş. Gör. Ali Aydeniz'e, Arş. Gör. Dilek Bayrak'a, bana her konuda destek olan End. Müh. Kutlu Akçoral'a ve aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tuğçe Darcan

Mayıs 2002

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	ix
ÖZET	x
SUMMARY	xi
1. GİRİŞ	1
2. TİTREŞİM YAPAN MEKANİK SİSTEMLERDE SÖNÜM, EŞDEĞER SÖNÜM	7
2.1. Tek Serbestlik Dereceli Sistemde Doğal Frekans	7
2.2. Sönüm	8
2.2.1. Viskoz sönüm	8
2.2.2. Spesifik sönüm	11
2.2.3. Histeritik Sönüm(Malzeme Sönümü)	12
2.2.4. Coulomb Sönümü	13
2.3. Seri Bağlı Sistemlerde Eşdeğer Yaylanma ve Eşdeğer Sönüm	15
2.4. Temasta Olan Diş Çiftinin Eşdeğer Yaylanma Sayısı ve Sönüm Katsayısı	17
2.5. Alın Dişli Mekanizması İçin Karakteristik Frekans ve Kritik Sönüm	17
3. DIŞLI ÇARK VE DIŞLI ÇARK MEKANİZMALARI	19
3.1. Dişli Çark Mekanizması Türleri	19
3.2. Evolvent ve Özellikleri	22
3.3. Alın Dişli Çark Mekanizması	24
3.4. Kavrama Açısı, İmalat Kavrama Açısı, Eş Çalışma Kavrama Açısı	29
3.5. Temasta Olan Diş Çiftinin Kinematığı	31
4. DIŞ ÇİFTİNİN YAYLANMA ÖZELLİKLERİ	33
5. DIŞ ÇİFTİNDE DIŞLER ARASINDAKİ YAĞ FİLMİ VE ÖZELLİKLERİ	35
5.1. Reynolds Diferansiyel Denklemi	36
5.2. Eğri Yüzeylerin Teması, Hertz Basınçları ve Deformasyonları	38
5.3. Yuvarlanma ve Kaymalı Yuvarlanma Hareketi Yapan Cisimler Arasındaki Akışkan Filmleri	40
5.4. İki Silindir Arasındaki Yağ Filminin Rijitlik Katsayısı	44

5.5. Yağ Filminin Sönüm Katsayısı	45
6. ÖRNEK UYGULAMA VE SONUÇLARI	48
6.1. Sayısal Olarak İncelenen Mekanizma ve Özellikleri	48
6.2. Parametreler	49
6.3. Hesap sonuçları	52
7. GENEL SONUÇLAR	63
KAYNAKLAR	65
EKLER	67
ÖZGEÇMİŞ	78



KISALTMALAR

BTK	: Birinci tekil kavrama noktası
ITK	: İkinci tekil kavrama noktası
BHH	: Basit harmonik hareket



TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 3.1 Dişli çark mekanizmaları.....	20
Tablo 3.2 Düz dişli çarkların hesap büyüklükleri.....	26
Tablo 6.1 Örnek dişli mekanizmasına ait büyüklükler.....	48
Tablo 6.2 Kavrama doğrusu ile ilgili büyüklükler.....	49
Tablo 6.3 Sonuçlar.....	62



ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1	2
Şekil 1.2	2
Şekil 1.3	4
Şekil 1.4	5
Şekil 1.5	5
Şekil 1.6	6
Şekil 2.1	7
Şekil 2.2	8
Şekil 2.3	8
Şekil 2.4	9
Şekil 2.5	11
Şekil 2.6	12
Şekil 2.7	14
Şekil 2.8	15
Şekil 2.9	17
Şekil 2.10	18
Şekil 3.1	19
Şekil 3.2	22
Şekil 3.3	22
Şekil 3.4	23
Şekil 3.5	23
Şekil 3.6	24
Şekil 3.7	24
Şekil 3.8	25
Şekil 3.9	28
Şekil 3.10	28
Şekil 3.11	29
Şekil 3.12	30
Şekil 3.13	31
Şekil 3.14	31
Şekil 3.15	32
Şekil 4.1	33
Şekil 4.2	34
Şekil 5.1	36
Şekil 5.2	37
Şekil 5.3	38

Şekil 5.4	İki elastik silindirin temasında şekil değişimi ve basınç dağılımı.....	39
Şekil 5.5	İki elastik silindirin temasının eşdeğeri.....	40
Şekil 5.6	İki silindir arasındaki yağ filmi	41
Şekil 5.7	Grubin modelinde film geometrisi ve basınç dağılımı.....	43
Şekil 5.8	Sayısal çözümlerle elde edilen film geometrisi ve basınç değişimi	43
Şekil 5.9	Basınç dağılımı.....	45
Şekil 6.1	F_n olarak bir tek kuvvet vektörü ile gösterilen normal kuvvet	50
Şekil 6.2	Bir diş çifti için diş normal kuvvetinin kavrama kıtası boyunca değişimi (E_n [mm])	51
Şekil 6.3	Kavrama kıtası boyunca eğrilik yarıçaplarının değişimi.....	52
Şekil 6.4	Kavrama kıtası boyunca yuvarlanma hızları	52
Şekil 6.5	Kavrama kıtası boyunca yağ filmi kalınlığı	53
Şekil 6.6	Dönme hızı-Film kalınlığı ilişkisi	54
Şekil 6.7	Kuvvet-Film kalınlığı ilişkisi	54
Şekil 6.8	Viskozite-Film kalınlığı ilişkisi.....	55
Şekil 6.9	Kuvvet-Temas bandı yarı genişliği	55
Şekil 6.10	Yağ filminin Grubin ve Dawson-Higginson'a denklemlerinin kullanılması ile elde edilmiş yaylanma sayılarının kavramam boyunca değişimine bir örnek	56
Şekil 6.11	Kavrama boyunca Hertz basınçlarının değişimi.....	56
Şekil 6.12	Herhangi bir temas noktasında Hertz temas bandı (yağ filmi genişliği) boyunca viskozitenin değişimi	57
Şekil 6.13	Yağ(film) yastığı etkisi ile oluşan basıncın temas yarı genişliği boyunca değişimi.....	57
Şekil 6.14	Yağ (film) yastığı etkisi ile oluşan basınç dağılımının hesaba katılması ile elde edilen taşıma(basınç kuvvetlerinin bileşkesi)	58
Şekil 6.15	Pinyon ve çarkın dişlerinin yaylanma sayılarının kavrama boyunca değişimi	58
Şekil 6.16	Dişliler çiftinin yaylanma sayısının kavrama boyunca değişimi. Bu değişimde film etkisi yoktur.....	59
Şekil 6.17	Dişler ve yağ filmi birlikte düşünüldüğünde elde edilen eşdeğer yaylanma sayısının kavrama boyunca değişimine bir örnek.....	59
Şekil 6.18	Filmin esnekliği dikkate alınmadan ve alınarak elde edilen yaylanma sayısı değişimi.....	60
Şekil EK.A1	Parametreler $F=5000N$, $V=20m/s$ ve $\eta_0=75cP$ için piezo-viskozite katsayısının sonuçlara etkisi.....	67
Şekil EK.A2	Parametreler $F=10000N$, $V=20m/s$ ve $\eta_0=75cP$ için piezo-viskozite katsayısının sonuçlara etkisi.....	68
Şekil EK.A3	Parametreler $F=15000N$, $V=20m/s$ ve $\eta_0=75cP$ için piezo-viskozite katsayısının sonuçlara etkisi	69
Şekil EK.A4	Parametreler $F=10000N$, $V=20m/s$ ve $\eta_0=15cP$ için piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına etkisi	70
Şekil EK.A5	Parametreler $F=10000N$, $V=20m/s$ ve $\eta_0=250cP$ için piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına etkisi	71
Şekil EK.A6	Parametreler $F=10000N$, $V=5m/s$ ve $\eta_0=75cP$ için piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına etkisi	72
Şekil EK.A7	Parametreler $F=10000N$, $V=50m/s$ ve $\eta_0=75cP$ için piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına etkisi	73

SEMBOL LİSTESİ

B	: Dişli genişliği
b	: Temas yarı genişliği
E	: Elastiklik modülü
F_n	: Normal kuvvet
F_t	: Teğetsel kuvveti
f_t	: Toplam kuvvet
r₀	: Taksimat dairesi yarıçapı
r_b	: Temel daire yarıçapı
r_a	: Baş dairesi yarıçapı
r_f	: Taban dairesi yarıçapı
r_w	: Yuvarlanma dairesi yarıçapı
p	: Taksimat
p_b	: Temel daire taksimatı
z	: Diş sayısı
m	: Modül
ε	: Kavrama oranı
e	: Kavrama kıtası uzunluğu
R_{1,2}	: Eğrilik yarıçapı
t	: Zaman
V_K	: Kayma hızı
V	: Yaklaşma hızı
U	: Yuvarlanma hızı
μ	: Sürtünme katsayısı
η	: Viskozite
v	: Poison oranı
E_n	: Eksantriklik
K_v	: Dinamik faktör
m	: Kütle
P	: Basınç
k	: Yaylanma katsayısı
ω_n	: Doğal frekans
h	: Histeritik sönüm katsayısı
F	: Kuvvet
x	: Yer değişimi
k_{eş}	: Eşdeğer yaylanma sayısı(film yay. kat. katılmadan)
k_{eş0}	: Eşdeğer yaylanma sayısı(film yay. kat ile beraber)
m_{eş}	: Eşdeğer kütle
J_p	: Pinyonun eylemsizlik momenti
J_ç	: Çarkın eylemsizlik momenti
i₁₂	: Çevrim oranı
R_{kr}	: Kritik sönüm katsayısı
D	: Sönüm oranı

DÜZ ALIN DIŞLI ÇARK MEKANİZMALARINDA DIŞ ÇİFTİNİN SÖNÜMLEME ÖZELLİĞİ ÜZERİNE BİR İNCELEME

ÖZET

Dişli çark mekanizmalarının dinamik davranışını incelemek üzere bugüne kadar çok sayıda çalışma yapılmıştır. Bu incelemelerin büyük çoğunluğu model bazlı incelemelerdir ve kurulan modellerde sistem belirli sayıda kütle, yay ve sönüm elemanı ile temsil edilir. Bilgisayarın ortaya çıkışı ile birlikte daha karmaşık ve gerçekçi modeller kurulabilmiştir.

Mekanizmada mevcut sönüm etkileri içinde temasta olan diş çiftinin sönümü sistemin dinamik davranışını en fazla etkileyen sönümdür. Yapılan çeşitli incelemeler, özellikle ana ve parametrik rezonans bölgelerinde sistemdeki yer değiştirmelerin genliklerini ve dolayısıyla dinamik diş kuvvetini ve bu kuvvetin neden olduğu gerilmeleri belirleyici olan parametrenin diş sönümü olduğunu göstermiştir. Literatürde diş sönümünün büyüklüğünü belirlemek için yapılmış herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Çeşitli araştırmacılar kendi sayısal hesaplarında tahmini değerler kullanmışlardır. Bu tahmini değerlerin geniş bir aralıkta değiştiği görülmektedir.

Bu çalışma esas olarak diş çiftinin sönüm katsayısı için gerçekçi değerler elde etmek amacıyla yapılmıştır. Sönümün iki ana nedeni yük altında şekil değiştiren diş çiftindeki malzeme iç sönümü ile dişler arasında oluşan elastohidrodinamik yağ filminin neden olduğu sönümdür. Çelik malzemeden yapılmış dişlilerde malzeme sönümünün etkisinin fazla olması beklenmemelidir. Yapılan incelemede diş sönümünün nedeni olarak yağ filmi alınmıştır.

Teklif edilen metotta temasta olan dişler ve aradaki yağ filmi seri olarak bağlanmış doğrusal yaylar ve bunlara paralel viskoz sönüm elemanları olarak düşünülmüş ve bunlara karşılık gelen eşdeğer yaylanma sayısı ve eşdeğer sönüm aranmıştır. Kurulan modelde yağ viskozitesinin basınca bağlılığı dikkate alınmıştır.

Teklif edilen metodun uygulanması için bir bilgisayar programı yazılmış ve düşük kavrama oranlı bir düz dişli çark mekanizması için çözümler elde edilmiştir. Sonuçlar, diş çiftinin sönüm katsayısına kavrama boyunca önemli ölçüde değiştiğini, tek diş çifti temasının olduğu bölgedeki sönümün çift diş teması olan bölgelere göre önemli ölçüde büyük olduğunu göstermiştir. Artan diş yükünün sönüm etkisini artırdığı, çevre (dönme) hızı arttıkça sönümün küçüldüğü görülmüştür. Yapılan inceleme sönüm etkisi üzerindeki en etkili parametrenin yağlama yağının piezo-viskozite sabiti olduğunu göstermiştir.

AN INVESTIGATION ON THE DYNAMIC PROPERTIES OF TOOTH PAIR OF SPUR GEAR MECHANISMS

SUMMARY

The tooth load of gear mechanisms is called 'dynamic tooth load' or shortly 'dynamic load'. Dynamic load mainly consists of static load which corresponds to the transmitted power. The latter is a cyclic load, which is caused by imperfections of mating gears and this load is called 'dynamic increment'. The ratio of dynamic load to the static load is 'Dynamic factor' of individual tooth load. Also, it is possible to define and obtain dynamic factor of tooth stresses using instead of tooth loads.

So far, too many investigations have been made to understand the static and dynamic behaviors of gear mechanism. Particularly computers have played a significant role in the developments of several simulation models to investigate the problem. Most of these models are lumped-mass models that systems elements are represented by several masses and springs. Of course, models should have some damping elements.

There are several reasons of dissipation of mechanical energy in the gear mechanisms such as friction of tooth contact, damping of mating tooth pair, material damping of shafts and gear bodies, friction and damping of bearings etc. Particularly first two of above dissipative effect are much more important for the dynamic behavior of the gear mechanisms. Tooth contact friction can be represented in the models using a separate frictional force. Damping effect of mating tooth pairs is one of the most important and also the most indefinite parameters for the analyses of dynamics of gear mechanisms. It considerably influences the amplitudes of oscillations and forces of main and parametric resonance peaks.

It has not been found any investigation in the literature on the determination of the magnitude of damping coefficient, which represents the tooth damping. Several investigators have used some estimated values during numerical treatments of their models. Those values of the damping coefficients disperse within a wide range.

This investigation has been made to determine the more realistic values of damping coefficient of the mating teeth. Two principal reasons of the damping of mating teeth are material damping(hysteretic damping) of the deformed teeth and the damping of the elastohydrodynamic oil film which forms between teeth.

In the proposed method, the pair of mating teeth and the oil film between them were thought serially connected linear springs and a parallel viscous damping element for each of them. The equivalent stiffness and damping coefficients were obtained.

Well known Grubin equation was used for elastohydrodynamic film thickness. The equation was rearranged as $F=(h_0)^3$ that F and h_0 denote tooth normal load and film thickness, respectively. Derivation of tooth load with respect to h_0 , gives stiffness coefficient of the film. The film damping occurs by squeezing the lubricant between

surfaces. Dependency of the viscosity to the film pressure was considered an equation $\eta = \eta_0 \cdot e^{\alpha \cdot P}$ was used for this dependency that α is piezo-viscosity constant.

A computer program has been written to apply the proposed method. A computation was carried out for a low contact ratio spur gear mechanisms. Total normal load was shared between tooth pairs in the double contact regions. Considering the results of computation it is possible to say following conclusions for the damping coefficients of tooth pair;

1. An investigating variation of the damping coefficient was observed along the contact line. The value of coefficient of single contact region is considerably higher than the value of double contact regions.
2. Higher tooth loads give thinner film as expected. Damping of thin films is greater than the damping of thick films.
3. Lower damping coefficients were observed with increasing rotational speed.
4. The effect of piezo-viscosity constant on the damping is extremely high. The greater constants gives higher damping



1. GİRİŞ

Makinalarda güç iletimi amacıyla kullanılan mekanizmalardan en önemlisi olan dişli çark mekanizmalarındaki dişlilerin gerek statik, gerekse dinamik yükler altındaki zorlanma durumları günümüzde bile tam olarak anlaşılabilmiş değildir.

Bir alın dişli çark mekanizmasında çok küçük dönme hızlarında, iletilmekte olan gücün de sabit olması durumunda kayda değer eylemsizlik kuvvetleri oluşmaz ve bu durumdaki diş kuvvetlerine **statik kuvvetler** ve bu kuvvetler etkisi altındaki zorlanma durumuna **statik zorlanma** denilebilir. Statik durumda temasta olan diş çiftine ve çiftlerine etki eden toplam kuvvet kolaylıkla hesaplanabilir. Mekanizmanın hızı arttıkça çeşitli nedenlerle bazı eylemsizlik kuvvetleri ortaya çıkar ve gerçek diş kuvvetlerinin hesabı basit yollarla yapılamaz. Sistem artık statik değil, dinamik bir sistem gibi davranmaya başlar.

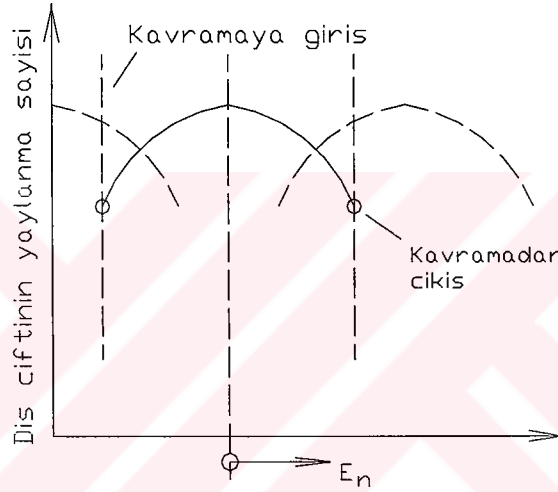
Sistemin dinamik davranışını incelemek için kurulacak fiziksel modelde dişlileri, milleri ve milleri destekleyen yatakları dikkate aldığımızda bir dizi yay ve kütleden oluşan ayrıklaştırılmış bir sistem ortaya çıkar. Temasta olan diş çifti, diş temas kuvveti etkisi altında önemli ölçüde şekil değiştirir ve bu diş çifti bir yay gibi düşünülebilir. Ek olarak millerin eğilme ve burulma esneklikleri de birer yay ile temsil edilebilir. Çalışma sırasında sistemdeki elemanlar çeşitli titreşim hareketleri yapacaktır ve bunun sonucu olarak da diş çiftlerine ait diş temas kuvvetleri statik durumdakinden farklı olacaktır.

Fiziksel modelde yay ve kütlelerle temsil edilen sistem, döndüren ve döndürülen, yanlardan etki eden momentler tarafından ikaz edilebilir. Bu momentlerde zamana göre bir değişim varsa bu durum sistemin davranışını, dolayısıyla diş kuvvetlerini etkileyebilir. Bu momentlerde zaman içinde bir değişim olmasa bile sistemde dişlilerden kaynaklanan bir iç ikaz söz konusudur. Bu ikaz birkaç nedenle olmaktadır. Bunlar;

1) Hareket sırasında temasta olan diş çifti sayısı periyodik olarak değişir. Örnek olarak, düz alın çark mekanizmalarında temasta olan diş çifti sayısı 1 ve 2 arasında sürekli değişim gösterir. Diş çiftlerini iki dişliye ait göbekleri birbirine bağlayan birer

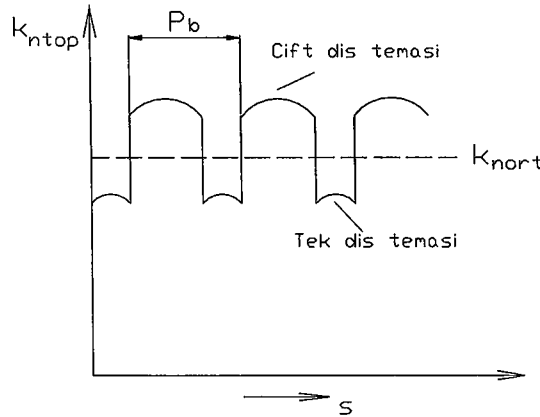
yay olarak düşündüğümüzde paralel bağlı bu yayların sayısı bir artıp bir azalacaktır. Bu ardışık olarak yumuşama ve sertleşme demektir. Sistemde titreşimlere neden olan bu duruma **parametrik ikaz** denir. Helisel dişlilerde kavramadaki diş çifti sayısı daha fazla olduğundan bu yumuşama ve sertleşme daha az belirgindir. Helisel dişlilerde parametrik ikaz daha az etkili olur.

2) Bir diş çiftinin yaylanma sayısı kavramaya girişinden çıkışına kadar Şekil 1.1'deki gibi önemli ölçüde değişim gösterir. Dişleri sabit yaylanma sayılı yaylar olarak düşünmek doğru değildir. Şekil 1.1 evolvent dişli çark mekanizmasında bir diş çiftinin yaylanma sayısının kavrama boyunca değişimini göstermektedir.



Şekil 1.1. Bir diş çiftinin yaylanma sayısının kavrama boyunca değişimi (E_n , temas noktasının normal doğrultudaki eksantrikliğidir.)

Şekil 1.2'de ise temasta olan diş çiftlerinin toplam yaylanma sayısını hareket sırasında değişimini göstermektedir.



Şekil 1.2 Bir düz dişli çark mekanizmasında kavramadaki diş çiftlerinin toplam yaylanma sayısının hareket sırasındaki değişimi. Yaylanma sayısı temasta olan dişlerin normalleri istikametinde tanımlanmış ise s, aynı istikamette alınan yoldur.

3) Dişlilerde ve dişlerinde ideal geometriye göre imalat toleransları içinde kalsa bile bazı sapmalar(hatalar) söz konusudur. Bu sapmalar için çok çeşitli tanımlar yapılmışsa da montajı yapılmış mekanizmada bu sapmalar üç grupta toplanabilir. Bunlar profil, taksimat ve diş doğrultusu hatalarıdır.

Dışarıdan bir ikaz olmasa da dişli çark mekanizmasında dinamik davranış yukarıda açıklanan etkilerden önemli ölçüde etkilenir ve diş kuvvetleri de statik duruma göre önemli ölçüde farklı olur. Dişlere dinamik durumda gelen kuvvetlerin ve bu kuvvetler etkisindeki zorlanmaların büyüklüğünü göstermek amacıyla dinamik faktör adı verilen bir boyutsuz sayı tanımlanır. K_v ile göstereceğimiz **dinamik faktör** diş kuvvetleri için tanımlanmış ise,

$$K_v = \frac{\text{Dinamik halde dişe etki eden en büyük kuvvet}}{\text{Statik halde hatasız dişlideki diş kuvveti}} \quad (1.1)$$

şeklinde dir. İstenirse kuvvet yerine zorlanmalar(gerilmeler) cinsinden de benzer dinamik faktörler tanımlanabilir. Dinamik diş kuvvetinin yada dinamik faktörün gerçek değerini belirleyebilmek için, sistemi dinamik davranışı için modelleyebilmek ve çözebilmek gerekir. Dişli çark mekanizmalarının bir dizi kütle ve yaydan oluşan ayrıklaştırılmış modellerle incelenmeleri gerektiği 1930'lerden beri bilinmektedir. İlk modeller nispeten basit, çözümü kolay modellerdir. Bilgisayarların gelişmesi sayısal çözüm olanağının ortaya çıkması ile daha karmaşık modeller 1960'larda itibaren kullanılmaya başlanmıştır.[1] Bu modellerde yay ve kütlelerin yanında doğal olarak sönüm elemanları da bulunmaktadır.

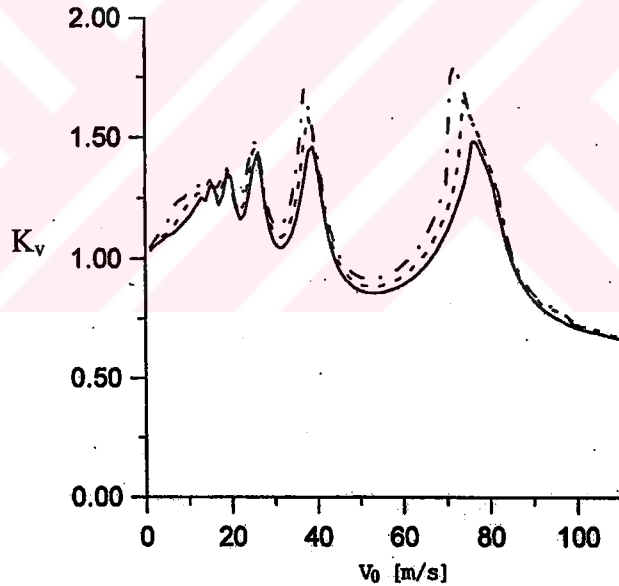
Dişli çark mekanizmalarında mekanik enerjinin ısıya dönüşmesine neden olan çok sayıda neden söz konusudur. Bunlar,

- Diş çiftinin yaylanma özelliği ile birlikte bulunan sönüm özelliği. Bu sönüm, dişlerin şekil değişimi sırasındaki malzeme iç sürtünmesi(histerisis) ve dişler arasında oluşan yağ filminde yağ yastığı etkisi(squeeze film effect) sonucu oluşan sönümlerden kaynaklanır.
- Diş çiftinde profillerin temas yüzeyindeki izafi kaymadan kaynaklanan kayıplar.
- Millerin yataklarındaki sürtünmeler.
- Millerde ve dişli göbeklerinde ortaya çıkan şekil değişimleri sonucu oluşan malzeme iç sürtünmesinden kaynaklanan kayıplar.

- Dişlilerin, mekanizmada mevcut yağı sürüklemesi, çalkalaması sonucu ortaya çıkan kayıplar,

şeklinde sıralanabilir. Bu disipatif etkiler modellerde çeşitli şekillerde dikkate alınabilir. Bunlar içinde ilk ikisi sistemin dinamik davranışı üzerinde önemli ölçüde etkilidir. İkinci sıradaki kayma sürtünmesi modellere kolay bir şekilde yerleştirilebilir. Bu kayıp için sürtünme katsayısının değerinin belirlenmesi bir ölçüde zorluk taşır.

Diş çiftinin sönümleme özelliği dinamik davranış bakımından en önemli ve belirsizliği en fazla olan parametredir. Yapılan birçok çalışmada çeşitli tahmini değerlerle yapılan çözümler özellikle rezonans bölgelerindeki genliklerin ve ortaya çıkan dinamik kuvvetlerin büyüklüğünün bu sönüme önemli ölçüde bağlı olduğunu göstermiştir. Örnek olarak, Şekil 1.3 bir düz dişli çark mekanizmasına ait dinamik faktörün çevre(dönme) hızına göre değişimi görülmektedir.[2]

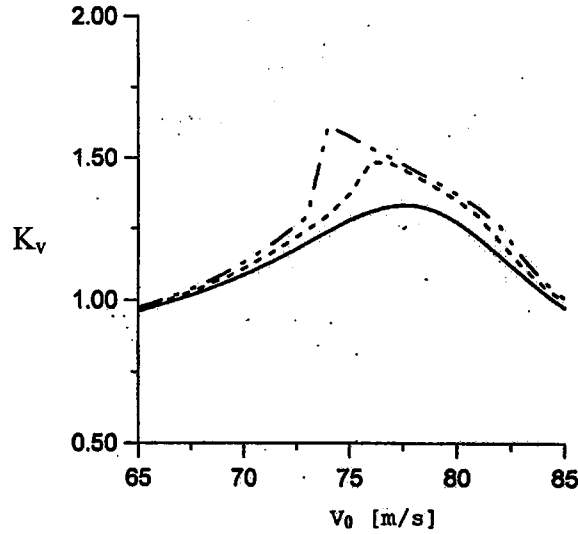


Şekil 1.3. Statik yükler 15000 N (—), 10000 N (---), ve 5000 N (· · ·) için, iletilen yükün her bir diş yükünün dinamik faktörü üzerine etkisi

Şekil 1.4'de ise ana rezonans bölgesindeki dinamik faktörün diş sönümünden nasıl etkilendiği gösterilmiştir.

Diş sönümü modellerde bir viskoz sönüm elemanı ile temsil edilmektedir. Bu sönüm tam bir viskoz sönüm karakteri göstermese de asıl belirsizlik sönüm katsayısının büyüklüğündedir. Yapılan literatür incelemesinde bu sönüm için kullanılması gereken sönüm katsayısının belirlenmesi amacıyla yapılmış teorik veya deneysel bir

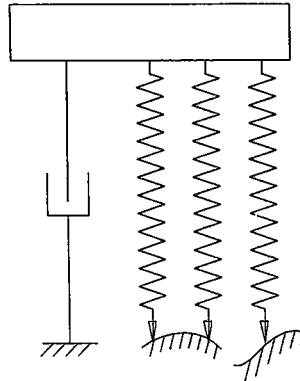
çalışmaya rastlanmamıştır. Çeşitli incelemelerde çok farklı sönüm katsayıları kullanılmıştır.[3]



Şekil 1.4. 0.035 (—), 0.030 (---) ve 0.025 (....) değerleri için sönüm oranının esas rezonansın en üst noktasına etkisi.

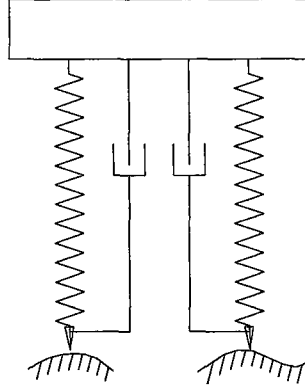
Diş sönümünü temsil eden sönüm katsayısı bir karakteristik kritik sönüm ile oranlandığında diş sönümünü temsil eden boyutsuz sönüm faktörü(sönüm oranı) elde edilir. Karakteristik sönüm olarak, düz alın dişli çark mekanizmalarında Şekil 1.2’de gösterilen ortalama yaylanma sayısı ve dişlilerin dönme eylemsizlik momentlerine göre elde edilen doğal frekans ve bu frekansa karşılık gelen kritik sönüm esas alınmaktadır. Sönüm faktörü için başka karakteristik sönümler de kullanılabilir.

Dinamik modellerde diş sönümünün temsil edilmesi için iki farklı yaklaşım söz konusudur. Bunlardan biri, temasta olan diş çifti sayısını dikkate almadan bir tek sönüm elemanı kullanmaktır. Diş esnekliklerini temsil eden yay sayısı ne olursa olsun mevcut diş sönümlerini bir tek sönüm elemanı temsil eder. (Şekil 1.5)



Şekil 1.5. Diş sönümlerinin bir sönüm elemanı ile temsil edilmesi

Daha gerçekçi modellerde ise diş esnekliğini temsil eden yaya o dişteki sönümü temsil eden bir sönüm elemanı eşlik eder.(Şekil 1.6)

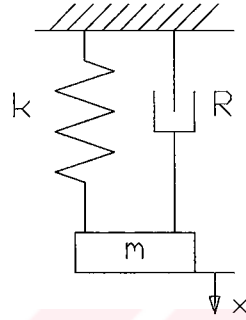


Şekil 1.6. Diş sönümünün her diş çiftine ait sönüm elemanları ile temsil edilmesi

Bu çalışmada diş sönümünü temsil eden sönüm katsayısının büyüklüğünün belirlenmesi için bir teorik inceleme yapılmıştır. Temasta olan dişler ve aralarında oluşan yağ filmi seri olarak bağlanmış bir dizi yay ve viskoz sönüm elemanı olarak düşünülmüş bu sönümleri temsil eden eşdeğer sönüm katsayısı aranmıştır.

2. TİTREŞİM YAPAN MEKANİK SİSTEMLERDE SÖNÜM, EŞDEĞER SÖNÜM

2.1 Tek Serbestlik Dereceli Sistemde Doğal Frekans



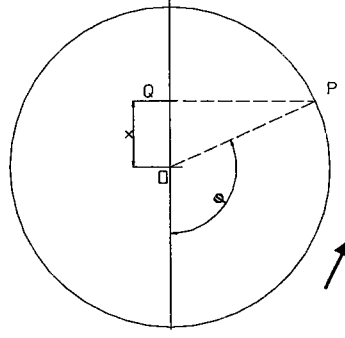
Şekil 2.1. Tek serbestlik dereceli sistem

Mekanik titreşimlerden bilindiği gibi m kütleli ve k yaylanma sayılı(yay sabitli) sistemde sönümsüz serbest titreşimlerin frekansına doğal frekans denir ve açısal frekans cinsinden bilindiği gibi,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.1)$$

dir(Şekil 2.1). Sistemde bir sönümleyici varsa gerek serbest gerekse zorlanmış titreşimler bu sönümden etkilenecektir. Mekanik enerjiyi ısıya çeviren değişik türde sürtünmelerin olduğu bilinmektedir.

Periyodik hareketin en basit şekli harmonik harekettir ve BHH olarak gösterilebilir. BHH düzgün bir hızla daire boyunca hareket eden bir P noktasının çap üzerindeki Q iz düşümünün hareketi olarak tarif edilebilir. Şekil 2.2'den yararlanılarak $OP = x_0$ şeklinde yazılabilir. BHH hareketin matematiksel ifadesi, $x = x_0 \cdot \sin \omega t$ olarak yazılabilir. [4]

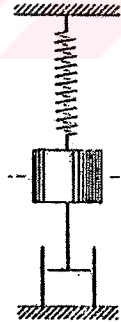


Şekil 2.2 Basit harmonik hareket

2.2 Sönüm

2.2.1 Viskoz sönüm

Tek bir yay ve bir kütleden oluşan tek serbestlik dereceli basit sisteme Şekil 2.3'deki gibi bir daşpot eklenmiştir. Bir daşpot, içi su ya da yağ gibi gerçek bir akışkanla dolu bir silindir içindeki gevşek bir pistonu ifade eder. Piston, m kütesine bağlanmıştır. Fakat ideal durumda pistonun kütlesi göz ardı edilebilir. Akışkanın pistonun etrafındaki açıklıktan, bir taraftan diğer tarafa akabilmesi için piston ile silindir gevşek bırakılmıştır. Bu akış, basınç farkı, akışkan viskozitesi, ve pistonun hızı olan hacim değişim süresi ile orantılı olacaktır. Sönüm kuvveti $F = -r \cdot v$ şeklinde ifade edilmiştir. Daşpotun sönüm sabiti r olarak gösterilir.



Şekil 2.3. Daşpot (Direnç kutusu)

Eksi işareti, sönüm kuvvetinin hız yönüne ters olduğunu belirtir. Birimi N.s/m dir.

Yay, kütle ve damperden oluşan tek bir serbestlik dereceli bir sistem için hareket denklemi,

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0 \quad (2.2)$$

Bu denklem düzenlendiğinde, aşağıdaki gibi sabit katsayıları olan ikinci dereceden bir diferansiyel denklem olduğu görülür. Bu denkleme ilişkin karakteristik denklem

$$s^2 + \frac{r}{m}s + \frac{k}{m} = 0$$

olan

$$s_{1,2} = -\frac{r}{2m}t \pm \sqrt{\frac{r^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} \quad (2.3)$$

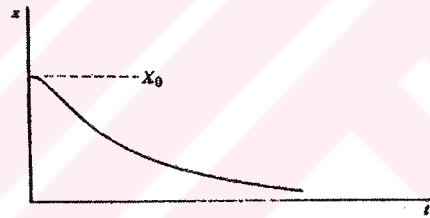
kökleri bulunur. Buradan yer değıştirme için genel çözüm,

$$x = e^{-(r/2m)t} \left[C_1 e^{+\sqrt{(r^2/4m^2) - (k/m)}t} + C_2 e^{-\sqrt{(r^2/4m^2) - (k/m)}t} \right] \quad (2.4)$$

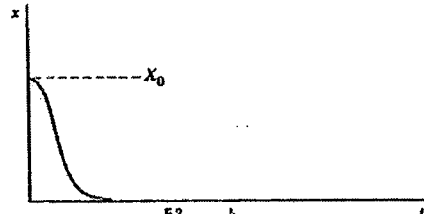
C_1 ve C_2 hareketin başlangıç koşullarına bağı keyfi sabitlerdir. İkinci mertebeden bir diferansiyel denklemin çözümünde iki keyfi sabit bulunmalıdır.

Matematiksel olarak bu üstel bir fonksiyondur, ancak fiziksel olarak, yer değıştirme-

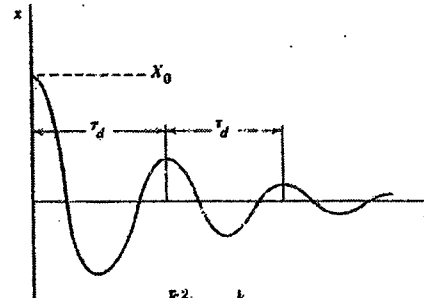
zaman eğrisinin, $\sqrt{\frac{r^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}$ kökünün üç farklı şekli söz konusudur.



(a) $\frac{r^2}{4m^2} > \frac{k}{m}$



(b) $\frac{r^2}{4m^2} = \frac{k}{m}$



(c) $\frac{r^2}{4m^2} < \frac{k}{m}$

Şekil 2.4. Viskoz sönüme ait durumlar[5]

Durum I. $\frac{r^2}{4m^2} > \frac{k}{m}$. Bu durumda kök gerçektir ve sistemin hareketi sönümleme ile bastırılmaktadır. Yer değiştirme ve sistem dengeye üstel olarak yaklaşacaktır. Salınım gerçekleşmez ve teorik olarak sistem eski konumuna asla dönmez. Bu hareket Şekil 2.4 (a)'da gösterilmektedir.

Durum II. $\frac{r^2}{4m^2} = \frac{k}{m}$. Şekil 2.4 b'de görülen bu durumda, kök sıfırdır ve sistem kritik olarak sönümlenmiştir denir. Sistemin kritik olarak sönümlendiği durumlardaki sönümlenme katsayısının değerine **kritik sönüm sabiti** denir ve r_{kr} ile gösterilir. Değeri sistem katsayıları m ve k nin bir fonksiyonu olarak ifade edilir.

$$r_{kr}^2 = 4mk \quad , \quad r_{kr} = \sqrt{4mk} = 2m\omega_n \quad (2.5)$$

Gerçek sönüm katsayısının, kritik sönüm katsayısına oranı, **sönüm oranı**'dır ve D ile gösterilir. D boyutsuz bir parametredir.

Kritik olarak sönümlenmiş harekette, sönümlenmiş sistem en kısa sürede ve salınımsız olarak dengeye ulaşır. Durgun hal değerlerini ölçmek için kullanılan cihazlar, genellikle kritik olarak sönümlenmiştir. Matematiksel olarak, hareket denkleminin kökleri s_1 ve s_2 aynıdır. Bu durumda yer değiştirme,

$$x = (C_1 + C_2 t) e^{-\left(\frac{r}{2m}\right)t} \quad (2.6)$$

olur.

Durum III. $\frac{r^2}{4m^2} < \frac{k}{m}$. Bir denge konumu civarında, birbirini izleyen genliklerin bir önceki genliğe göre azaldığı, salınının gerçekleştiği sönümlenmiş harmonik durumudur. Denklem(2.4) yeniden düzenlenerek yer değiştirme şu şekilde ifade edilebilir.

$$x = e^{-(r/2m)t} \left[C_1 e^{i\sqrt{(k/m) - (r^2/4m^2)}t} + C_2 e^{-i\sqrt{(k/m) - (r^2/4m^2)}t} \right] \quad (2.7a)$$

ya da trigonometrik olarak,

$$x = e^{-(r/2m)t} [A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t] \quad (2.7b)$$

**Y.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

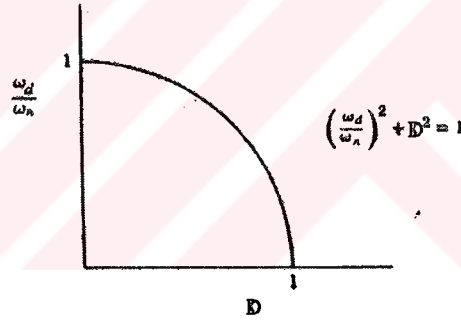
Sönümlenmiş harmoniğin her bir saniyesindeki radyan cinsinden frekansı verir ve A, B, C₁ ve C₂ keyfi sabitlerdir.

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}$$

Sönümlenmiş doğal frekans ve sönümlenmemiş doğal frekans birbirleri ile sönüm oranı D üzerinden ilişkilidir. Viskoz sönümlenmiş doğal frekans daima sönümlenmemişten daha azdır.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - D^2} \quad (2.8)$$

Sönümlenme miktarındaki artış ile doğal frekanstaki azalış ilişkisi Şekil 2.5’de gösterilmiştir. Sistemin kritik olarak sönümlenmesi için gerekli olan sönümleme miktarı mevcut sönüme göre çok küçük olmadıkça frekanstaki azalmanın çok küçük olacağı açıkça görülmektedir.[5]



Şekil 2.5. Sönümleme miktarı ile doğal frekans arasındaki ilişki[5]

2.2.2 Spesifik sönüm

Spesifik sönüm hareketin her bir çevriminde harcanan enerjinin titreşim sisteminin toplam enerjisine oranıdır $\Delta U / U$. Tek genelleştirilmiş koordinatlı basit bir sistem için, spesifik sönüm faktörü logaritmik azaltma ve sönüm oranı ile doğrudan ilişkilidir.

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{\pi r \omega x_0}{\frac{1}{2} k x_0^2} \quad (2.9)$$

Toplam enerji U, max. potansiyel enerji, $\frac{1}{2} k x_0^2$ olarak ifade edilebilir. Sadece hafif sönümler için $D < 0,01$ tanımlanabileceğinden mekanik titreşimlerde spesifik sönüm

sıkça kullanılmaz. Mühendislik malzemelerinin sönüm kapasitelerinin karşılaştırılmasında faydalandır.[5]

2.2.3 Histeritik Sönüm (Malzeme Sönümü)

Eğer viskoz sönümleyicisinin elastik bir yayla paralel olma durumunu ele alırsak, Şekil 2.6 (a)'daki gibi F_{top} toplam kuvveti sönüm kuvveti ile yay kuvvetinin toplamı olur.

$$f_t = kx + r\dot{x} \quad (2.10)$$

Eğer yine basit harmonik hareketi kullanırsak, $x = x_0 \cdot \sin \omega t$ toplam kuvvetin x yönündeki bileşeni,

$$f_t = kx_0 \sin \omega t + r\omega x_0 \cos \omega t$$

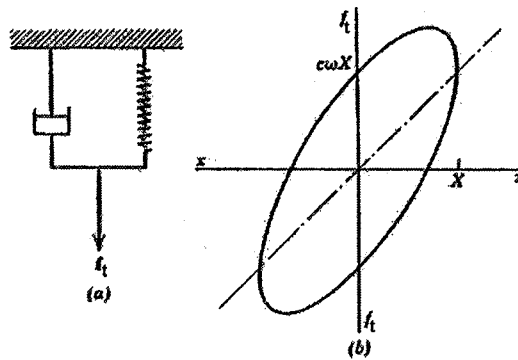
olur. Kuvveti yer değiştirmenin x yönündeki fonksiyonu olarak çizmemiz sonucu Şekil 2.6 (b)'deki histerisis eğrisini elde ederiz.

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{f_t - kx}{rx_0\omega}\right)^2 = 1$$

Kuvvetin sistem sabitleri ve max. yer değiştirme cinsinden ifadesi,

$$f_t = kx \pm r\omega \sqrt{x_0^2 - x^2}$$

Eğer sönüm olmasaydı, kuvvet sapma eğrisi kapalı bir şekil yerine tek bir doğru olurdu, $F = k \cdot x$ olurdu.



Şekil 2.6. a) Basit histerisis sönüm örneği ve b)bu sisteme ait histerisis eğrisi (Kelvin-Voight modeli)

Malzemelerin içsel sönümünü ya da inşa edilmiş bir yapının sönümünü göstermek üzere viskoz sönümü kullanmak ciddi bir hatayı da beraberinde getirir. Viskoz

sönümde çevrim başına harcanan enerji frekansla artar. Katı sönümlenme, yapısal sönümleme ya da histeritik sönümleme terimlerinin hepsi içsel sönümü ifade eder. İçsel sönümde çevrim başına harcanan enerji her zaman frekanstan bağımsızdır. Ya da artan frekansla çok az azalma gösterir.

İç sönümü göstermenin en basit yolu, sönüm kuvvetinin hızla doğru, frekansla ters orantılı olduğunu varsaymaktır. Histerisis döngüsü ile doğrudan ilişki kurulabileceği için bu çeşit sönüme **histeritik sönüm** denir. $r\omega$ çarpımı yerine h histeritik sönüm sabiti adındaki katsayı kullanılır. Yay sabiti için kullanılan birimler h için de geçerlidir. [5]

$$f_t = kx + \frac{h}{\omega} \dot{x} \quad (2.11)$$

2.2.4 Coulomb Sönümü

Üçüncü önemli sönüm çeşidi Coulomb ya da kuru sürtünme sönümüdür. Sönüm kuvveti, yer değiştirme ve türevlerinden bağımsız olduğu ve sadece kayan yüzeyler arasındaki normal kuvvetlere bağlı olduğu için, sabit(constant) sönüm de denir. Sürtünme kuvvetinin yönü hareket yönüne ters olduğu için, hareket yönü değişince sürtünme kuvvetinin işareti de değişecektir. Bu yüzden, hareket denklemi için, birisi bir yön için geçerli ve diğeri hareketin tersi için geçerli olmak üzere, iki çözüm söz konusudur. Çözümler ayrı ayrı doğrusaldır ancak her bir yarı-çevrimden sonra süresizdirler.

Şekil 2.7'deki sağdan sola gelişteki yarı-çevrim için hareket denklemi $\sum F = m\ddot{x}$;

$$-kx + \mu N = m\ddot{x}$$

halini alır. Burada μ sürtünme katsayısı ve N normal kuvvet için çözüm;

$$x = A_1 \cos \omega_n t + B_1 \sin \omega_n t + \frac{\mu N}{k} \quad (2.12)$$

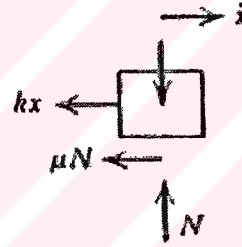
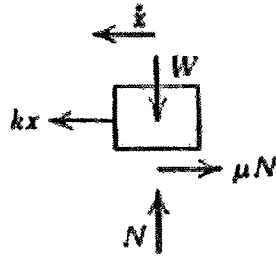
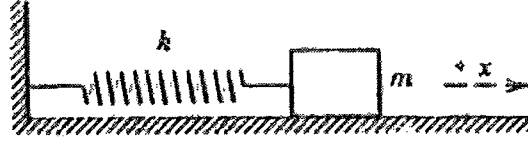
olur. Hareket soldan sağa olduğunda hareket denklemi;

$$-kx - \mu N = m\ddot{x}$$

halini alır ve çözüm;

$$x = A_2 \cos \omega_n t + B_2 \sin \omega_n t - \frac{\mu N}{k} \quad (2.13)$$

olur.



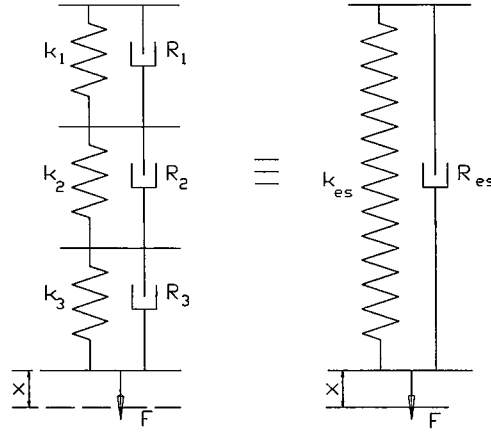
Şekil 2.7. Coulomb sönümü

A_1 , B_1 , A_2 , ve B_2 keyfi sabitlerdir. $\frac{\mu N}{k}$ ifadesi sabit olup, eğer statik bir kuvvet uygulansaydı, μN sürtünme kuvveti altında bu sabit, yayın sanal yer değiştirmesi olurdu.

Herbir yarı-çevrim için hareket harmoniktir ve yer değiştirme-zaman eğrisi, her yarı-çevrimde denge konumu $\frac{\mu N}{k}$ ile $-\frac{\mu N}{k}$ arasında değişen, yarı-sinüs eğrisidir.

Coulomb sönümü ya da kuru sürtünme sönümünün iki önemli yönü vardır. Birincisi, sadece kuru sürtünme sönümü hareketi durdurabildiği için, tüm gerçek sönümler bir parça da olsa coulomb sönümü olmak zorundadır. Viskoz sönümü ve histeritik sönümde, hareket teorik olarak, ölçülemeyecek kadar küçük genliklere sahip olsa da, sonsuza kadar sürer. İkincisi ise kuru sürtünme sönümü doğal frekansı etkilemez. [5]

2.3 Seri Bağlı Sistemlerde Eşdeğer Yaylanma ve Eşdeğer Sönüm



Şekil 2.8. Dişli çark çiftindeki durum

Şekil 2.8’de gösterildiği gibi bir dizi seri bağlanmış yay ve viskoz sönüm elemanlarından oluşan sistemde bir uçtaki yer değiştirme x ile gösterilirse bu yer değiştirme yay ve sönüm elemanından oluşan çiftlerin yer değiştirmelerinin toplamı olacaktır. Yani,

$$x = x_1 + x_2 + x_3 \quad (2.14)$$

olur. Yay ve sönüm elemanı çiftine gelen kuvvet F ile gösterilirse bu kuvvet her yay ve sönüm elemanı çifti için aynı olacaktır. Bu kuvvet için,

$$\begin{aligned} F &= k_1 \cdot x_1 + R_1 \cdot \dot{x}_1 \\ F &= k_2 \cdot x_2 + R_2 \cdot \dot{x}_2 \\ F &= k_3 \cdot x_3 + R_3 \cdot \dot{x}_3 \\ \hline F &= k_{es} \cdot x + R_{es} \cdot \dot{x} \end{aligned} \quad (2.15)$$

yazılır. Buradan hareketle yer değişimleri,

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{F}{k_1} - \frac{R_1}{k_1} \cdot \dot{x}_1 \\ x_2 &= \frac{F}{k_2} - \frac{R_2}{k_2} \cdot \dot{x}_2 \\ x_3 &= \frac{F}{k_3} - \frac{R_3}{k_3} \cdot \dot{x}_3 \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$x = \frac{F}{k_{eş}} - \frac{R_{eş}}{k_{eş}} \cdot \dot{x}$$

şeklinde elde edilir. Toplam şekil değişimi (yer değiştirme) ise,

$$x = x_1 + x_2 + x_3 = F \cdot \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right) - \left(\frac{R_1}{k_1} \cdot \dot{x}_1 + \frac{R_2}{k_2} \cdot \dot{x}_2 + \frac{R_3}{k_3} \cdot \dot{x}_3 \right) \quad (2.17)$$

olur. Buradan yayları temsil eden eşdeğer yayın, yaylanma sayısı için

$$\frac{1}{k_{eş}} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right) \quad (2.18)$$

olacaktır. Diğer taraftan sağdaki ikinci terim dikkate alındığında,

$$\frac{R_{eş}}{k_{eş}} \cdot \dot{x} = \left(\frac{R_1}{k_1} \cdot \dot{x}_1 + \frac{R_2}{k_2} \cdot \dot{x}_2 + \frac{R_3}{k_3} \cdot \dot{x}_3 \right) \quad (2.19)$$

$$R_{eş} \cdot \dot{x} = \frac{k_{eş}}{k_1} \cdot R_1 \cdot \dot{x}_1 + \frac{k_{eş}}{k_2} \cdot R_2 \cdot \dot{x}_2 + \frac{k_{eş}}{k_3} \cdot R_3 \cdot \dot{x}_3 \quad (2.20)$$

yazılır. Hızlar için,

$$\dot{x} = \dot{x}_1 + \dot{x}_2 + \dot{x}_3 \quad (2.21)$$

olduğu kolaylıkla görülebilir. Şekildeki gibi bir sistemde x 'in yaylardaki şekil değişimleri arasında nasıl paylaşılacağı tartışılabilir.

Sert yay, düşük sönüm için x_1, x_2, x_3 paylaşımında belirleyici olan elemanlar yaylardır. Bu şekil değişiklikleri yayların rijitlikleri ile ters orantılı olması gerekir. Buna göre paylaşım

$$x_1 = \frac{k_{eş}}{k_1} \cdot x \quad x_2 = \frac{k_{eş}}{k_2} \cdot x \quad x_3 = \frac{k_{eş}}{k_3} \cdot x \quad (2.22)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda hızlar için,

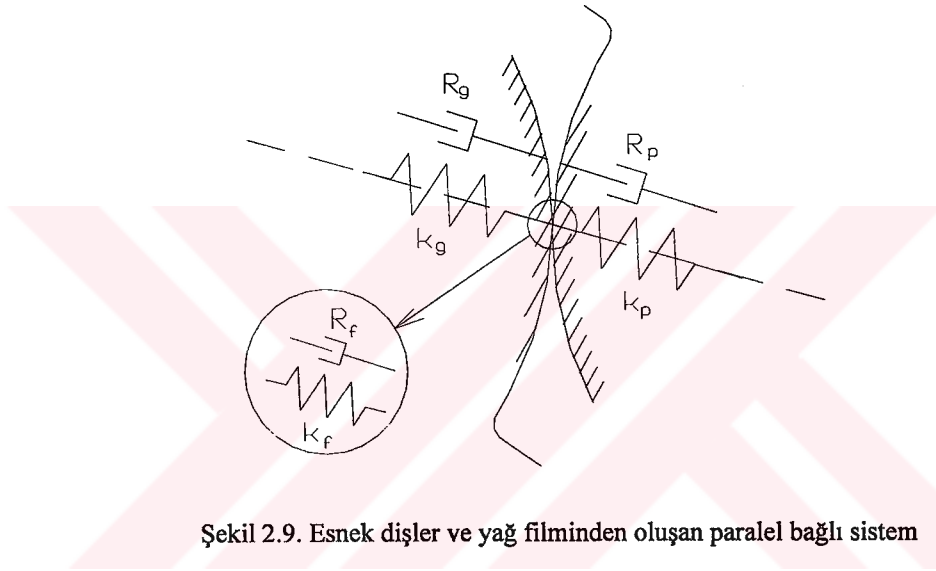
$$\dot{x}_1 = \frac{k_{eş}}{k_1} \cdot \dot{x} \quad \dot{x}_2 = \frac{k_{eş}}{k_2} \cdot \dot{x} \quad \dot{x}_3 = \frac{k_{eş}}{k_3} \cdot \dot{x} \quad (2.23)$$

yazıldığında eşdeğer sönüm için aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$R_{es} = \left[\left(\frac{k_{es}}{k_1} \right)^2 \cdot R_1 + \left(\frac{k_{es}}{k_2} \right)^2 \cdot R_2 + \left(\frac{k_{es}}{k_3} \right)^2 \cdot R_3 \right] \quad (2.24)$$

2.4 Temasta Olan Diş Çiftinin Eşdeğer Yaylanma Sayısı ve Sönüm Katsayısı

Dişli çark mekanizmasında temasta olan diş çifti ve bunlar arasında oluşan yağ filmi dikkate alındığında (Şekil 2.9); dişler birer yay ve viskoz sönüm elemanı ile temsil edilecek, yağ filmi de hem yay hem de sönüm elemanı gibi davranacaktır. Buradaki yayların doğrusal yay, sönümlerinde viskoz sönüm olduğu varsayılırsa daha önce açıklandığı gibi eşdeğer yay ve sönüm bulunabilir.

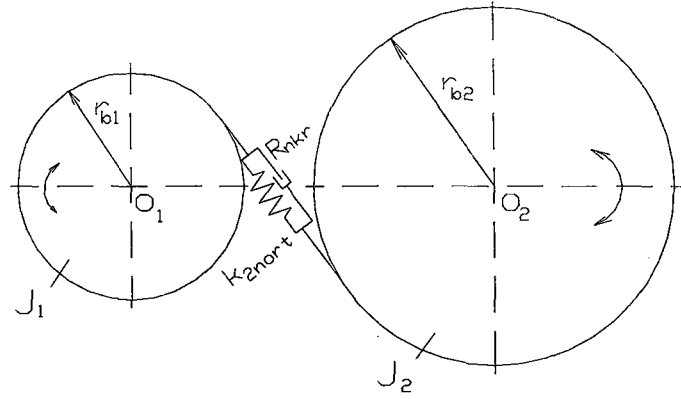


Şekil 2.9. Esnek dişler ve yağ filminden oluşan paralel bağlı sistem

Şekilde k_p ve k_g döndüren ve döndürülen dişlerin anlık yaylanma sayısı olarak kullanılmıştır. Bu büyüklükler kavrama boyunca bir değişim gösterir. R_p ve R_g dişlerin şekil değişimi sırasında malzeme iç sürtünmesinden kaynaklanan sönümü temsil eden viskoz sönüm katsayılarını gösterebilir. İki diş arasında oluşan yağ filminin rijitlik katsayısı ise k_f ile gösterilecektir. Birçok değişik parametreye bağlı olan çıkan bu katsayı kavrama boyunca değişim gösterir. R_f ise yağ filminin sönüm katsayısıdır. Elde edilecek eşdeğer yaylanma sayısı k_{es} ile gösterilecektir ve diş çiftinin diş normalleri doğrultusundaki yaylanma sayısı anlamına gelmektedir. Elde edilecek sönüm katsayısı R_{In} ile gösterilecektir.

2.5 Alın Dişli Mekanizması İçin Karakteristik Frekans ve Kritik Sönüm

Alın dişli çark mekanizmaları ile ilgili modellerde özellikle sönüm ile ilgili büyüklükleri boyutsuz hale getirmek için bir karakteristik doğal frekans ve bu frekansla elde edilen bir kritik sönüm söz konusudur.



Şekil 2.10. Düz dişli çark mekanizmasında frekans ve kritik sönüm için model

Karakteristik frekans olarak dişlilerin göbeklerinin dönme eylemsizlik momentleri ve dişlerin ortalama yaylanma sayıları kullanılarak elde edilen frekans alınır. Düz dişli çark mekanizmasında temasta olan diş çifti sayısı 1 ile 2 arasında değişir. Ortalama yaylanma sayısı k_{2nort} ile, dönme eylemsizlik momentleri J_1 ve J_2 ile gösterildiğinde Şekil 2.10' daki tek serbestlik dereceli sistemin doğal frekansı,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_n}{m_{eş}}} \quad (2.25)$$

eşdeğer kütle için ise,

$$m_{peş} = \frac{J_p}{r_{a1}^2}$$

$$m_{geş} = \frac{J_p}{r_{a2}^2}$$

$$m_{eş} = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

olduğundan kritik sönüm katsayısı ,

$$R_{nkr} = 2m_{eş} \cdot \omega_n \quad (2.26)$$

elde edilir. Modellerdeki diş sönüm katsayıları R_{nkr} oranlanarak sönüm oranlarına ulaşılır.

3. DİŞLİ ÇARK VE DİŞLİ ÇARK MEKANİZMALARI

Motor ve iş makinası arasında, motorun gücünü ileten ve aynı zamanda dönme hızının değerini ve yönünü de değiştiren elemanlar kullanılmaktadır. Bu elemanlardan en çok kullanılanı dişli çark mekanizmalarıdır. [6]

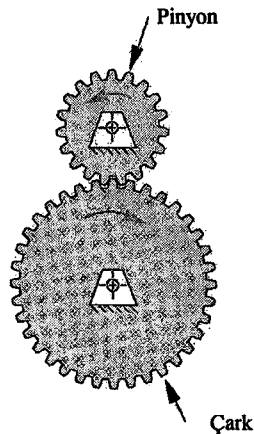
3.1 Dişli Çark Mekanizması Türleri

Dişliler, uygulamaların büyük bir çoğunluğunda moment ve açısal hız iletiminde kullanılırlar. Bir çok dişli çeşidi vardır. Bu çalışmada, dişli çeşitleri arasındaki en basit ve en yaygın olarak kullanılan düz(alın) dişlileri ile ilgilenilecektir.

Dişliler büyük ölçüde diş çeşit ve boyutlarına göre standartlaştırılmışlardır.

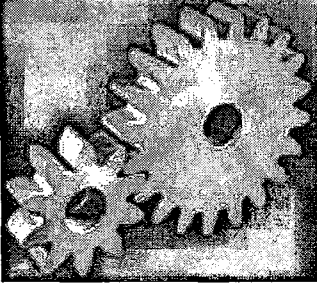
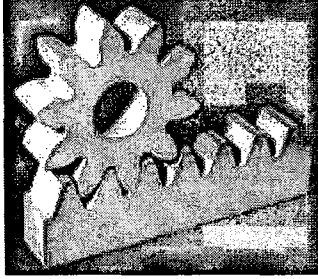
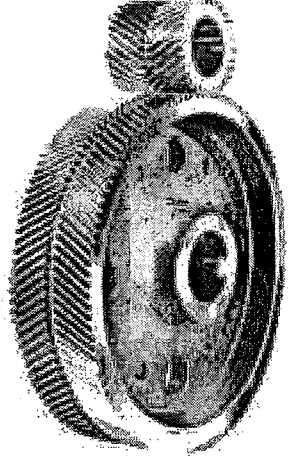
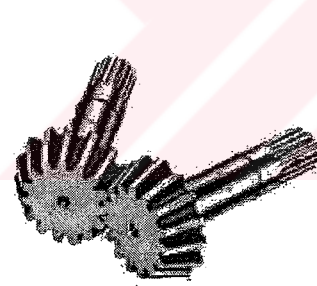
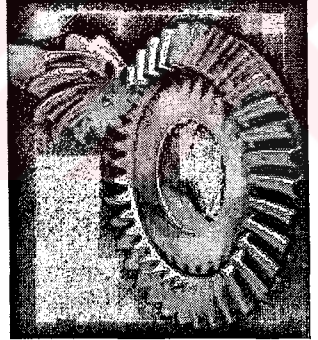
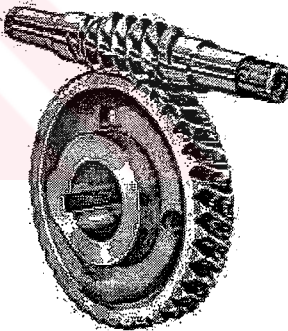
Dişli çarklar, aralarında kayma oluşmadan iki mil arasında kuvvet ve hareket ileten elemanlardır. Dişli çark mekanizması ise eş çalışan en az iki dişli çarkın meydana getirdiği bir sistemdir. Dişli çark mekanizmalarında millerin birbirlerine göre konumları **paralel**, **kesişen** veya **aykırı** durumda olabilir.[7]

Tablo 3.1’de dişli çeşitlerinden bazıları gösterilmektedir. Dişli çark mekanizmaları güç ve hareket ileten ve biri döndüren, diğeri döndürülen olmak üzere iki elemandan oluşan bir sistemdir. Genellikle mekanizmanın küçük dişlisine **pinyon**, diğesine **çark** denir. Burada, döndüren eleman 1 ve ona ait faktörler 1 indisi ile; döndürülen eleman ise 2 ve döndürülen elemana ait faktörler 2 indisi gösterilecektir.(Şekil 3.1) Örnek olarak dönme sayıları n_1 ve n_2 ve güçleri P_1 ve P_2 ile gösterilebilir.[6]



Şekil 3.1. Dişli mekanizması [8]

Tablo 3.1. Dişli çark mekanizmaları[7]

		
Eksenleri aynı düzlemde paralel olan iki mil arasında güç ve devir ileten silindirik düz dişli çark. Pinyon diş sayısı 10, çark diş sayısı 20.	Herhangi bir dişli çarkın yarıçapı sonsuz yapıldığında kremayer dişli eleman elde edilmektedir. Düz kremayer mekanizması	Helisel dişliler birbirlerine paralel millerle bağlanmış olmalarına rağmen dişler bu mil eksenine paralel olarak yerleştirilmemiştir.
		
Eksenleri aynı düzlemde olduğu halde kesişen iki mil arasında güç ve devir ileten konik dişli çark.	Eksenleri aynı düzlemde olmayan ve kesişmeyen hipoid konik dişli.	Uzayda eksenleri birbirine dik olan sonsuz vida dişlisi

Güç ve hareket iletim elemanlarında, dönme hızının değer ve yön değişimi:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlanan ve **çevrim oranı** denilen bir faktör ile ifade edilir.

Dişli çarklarda hareket çevriminin sürekli olması için dönmenin her anında çevrim oranının sabit olması istenir. Yuvarlanma dairelerinin çevresel hızları:

$$V_1 = r_1 \cdot \omega_1 \quad , \quad V_2 = r_2 \cdot \omega_2 \quad (3.2)$$

olarak gösterilir. Yuvarlanma dairelerinin kaymadan birbirleri üzerinde yuvarlanabilmeleri için çevresel hızlarının eşit olması gerekir. Bu teğetsel hız Şekil 3.8 (iii)'de V ile gösterilmektedir.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow r_1 \cdot \omega_1 = r_2 \cdot \omega_2 \quad (3.3)$$

Bu eşitlikten yararlanılarak çevrim oranı için;

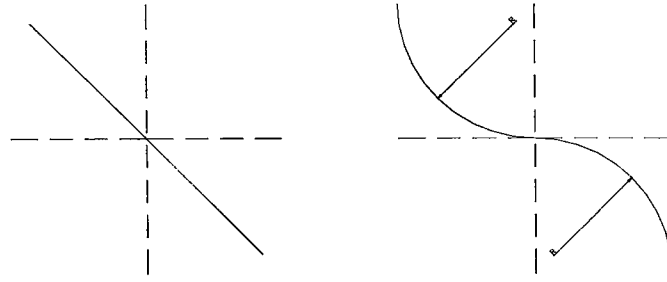
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (3.4)$$

elde edilir. Dönmenin her anında çevrim oranının sabit kalmasını rast gele seçilen herhangi bir diş şekline sahip çarklarla sağlamak mümkün değildir. Bunun sağlanabilmesi için eş çalışma süresinde birbirleri ile temas halinde olmaları ve birbirleri üzerinde yuvarlanarak hareket etmeleri gerekmektedir. Hareketli iki cismin birbirleri ile sürekli temas halinde kalabilmelerinin kinematik şartı temas noktalarındaki normal hızlarının birbirine eşit olmasıdır.

Bir dişin karşı dişi kavradığı ilk andan ayrıldığı ana kadar temas noktalarının meydana getirdikleri eğriye **kavrama eğrisi** adı verilir.

Kavrama eğrisi verilen profile bağlı olarak herhangi bir şekle sahip olabilir. Ancak verilen profil ile eş çalışacak profilin bulunabilmesi için, verilen profilin her bir noktasında profile çizilen normallerin yuvarlanma dairesini mutlaka kesmesi gerekir. Yoksa bu profile eş çalışacak, birbirlerini kavrayacak profil mevcut değildir, çizilemez.

Kavrama eğrisi iki daire yayından meydana geliyorsa, elde edilen diş profili **sikloid**, bir doğru parçasından meydana geliyorsa **evolvent** olarak adlandırılır. (Şekil 3.2) Pratikte en çok rastlanan dişli profilleri **evolvent** dişli profilleridir. Evolvent profilili bir dişli ile eş çalışan dişlinin profili de evolvent olacaktır. Kavrama eğrisi de bu profile sahip dişliler için bir doru olur. Günümüzde kullanılan dişlilerin hemen hemen tamamı saf ya da bir miktar değiştirilmiş evolvent profillere sahiptir.



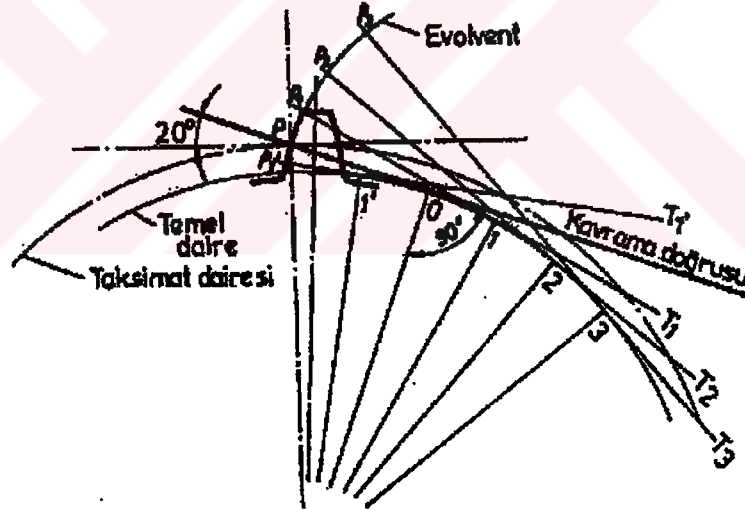
(a) Evolvent

(b) Sikloid

Şekil 3.2. Evolvent ve sikloid profilli dişlerde kavrama eğrisi

3.2 Evolvent ve Özellikleri

Evolvent bir daire üzerinde kaymadan yuvarlanan bir doğrunun herhangi bir noktasının çizdiği eğridir. (Şekil 3.3) Yuvarlanan doğru temel daireye teğet ve evolvente diktir. Yani profilin normalidir.



Şekil 3.3. Evolvent profil

Şekil 3.4'den görülebileceği gibi, T noktasından geçen ana doğru bu noktada temel daireye teğettir. Bu durumda evolvente ait nokta ise P noktasıdır. Ana doğru temel daire üzerinde kayma olmadan yuvarlandığından Şekil 3.4'de $\widehat{AT}$ yayı $\overline{PT}$ doğru parçasına eşit olmak durumundadır. Bu durum dikkate alınarak,

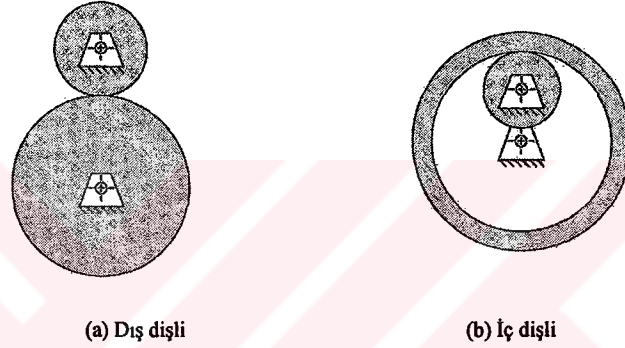
$$\widehat{AT} = \overline{PT}$$

$$\widehat{AT} = (\alpha + \theta) \cdot r_b$$

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} \quad (3.6)$$

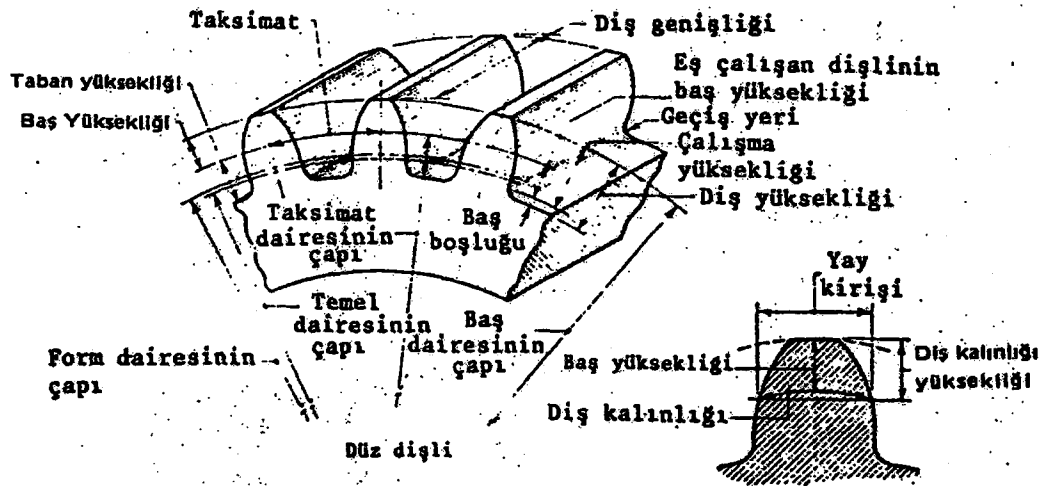
3.3 Alın Dişli Çark Mekanizması

Eksenleri paralel miller arasında kullanılan mekanizmalar alın dişli çark mekanizmalarıdır. Silindirik dişli çarklar, dişlerin doğrultusu çark eksenine paralel olduğu durumda düz dişli çark, eğik olduğu durumda helisel dişli çark adını alırlar. Silindirik dişli çarklar birbirlerinin dışında veya içinde yuvarlanma durumuna göre de dış veya iç silindirik dişliler olarak ayrılabilirler. Dış silindirik dişli çark (a)'da ve iç dişli çark (b)'de gösterilmektedir. (Şekil 3.6)

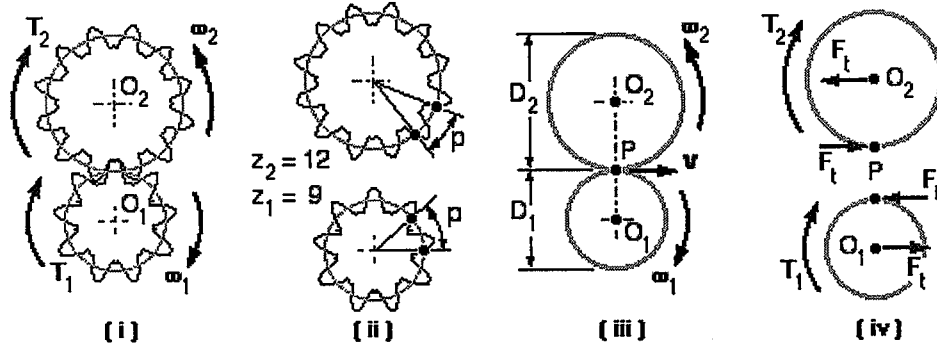


Şekil 3.6. Dış ve iç silindirik dişli çarklar

Şekil 3.7'de düz bir dişli çarkın boyutları gösterilmektedir. Taksimat daire, taksimat, diş sayısı ve modül ana boyutlardır.



Şekil 3.7. Dişliye ait ana boyutlar



Şekil 3.8. Dişli çark mekanizmasına ait bazı büyüklükler

Diş sayısı: Tüm dairedeki toplam diş sayısıdır. Şekil 3.8 (ii)' de örnek olarak z_1, z_2 diş sayıları verilmiştir.

Diş genişliği: Eksenel yöndeki diş uzunluğu. (B)

Taksimat: Taksimat dairesi üzerinde ölçülen ve birbirini izleyen iki sağ ve iki sol yan yüzey arasındaki yay uzunluğudur. Şekil 3.8 (ii)'de taksimat gösterilmektedir.(p)

Taksimat dairesi çapı: Üzerinde dişlerin taksimatının yapıldığı ve esas dişli çarkın büyüklüğünü belirleyen dairedir. (Şekil 3.7)

$$d_0 = \frac{p}{\pi} \cdot z \quad (3.7)$$

Modül: Dişlinin taksimat dairesi çapının milimetre olarak, diş sayısına bölünmesi ile elde edilir.

$$\pi \cdot d_0 = z \cdot p$$

$$d_0 = \frac{p}{\pi} \cdot z$$

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (3.8)$$

m modül değeri bulur. Modül değerleri standartlaştırılmıştır. Genellikle standart değerler kullanılır.

Baş dairesi: Diş başlarından geçen dairedir. (Şekil 3.7)

Taban dairesi: Diş tabanlarından geçen dairedir.(Şekil 3.7)

Diş boyutları: İmalat bakımından kolaylık sağlamak amacıyla, dişlilerin boyutları referans profili denilen teorik bir profil üzerinde belirlenmiştir. Basit olması

nedeniyle referans profil olarak kremayer dişlinin profili seçilmiştir. Bu profil, modül ve yan yüzeylerin açısı α_0 olmak üzere iki faktör tarafından belirlenir. Modül ve α_0 'ın değeri standarttır. Genellikle $\alpha_0=20^\circ$ kullanılmaktadır.

Referans profiline göre, takım referans profili belirlenir. Takım referans profiline göre de diş açan takımların boyutları belirlenir ve bu takımlarla çarkın dişleri oluşturulur.

Tablo 3.2. Düz dişli çarkların hesap büyüklükleri

Tanımlama	Sembol	Formül
Diş sayısı	z	$\frac{d_0}{m}$
Modül	m	$\frac{p}{\pi}; \frac{d_0}{z}$
Taksimat	p	$m \cdot \pi$
Diş kalınlığı	s_0	$\frac{p}{2}$
Diş boşluğu	e_0	$\frac{p}{2}$
Taksimat dairesi çapı	d_0	$m \cdot z$
Diş başı yüksekliği	h_b	$1 \cdot m$
Diş taban yüksekliği	h_t	$1,2 \cdot m$
Toplam diş yüksekliği	h	$h_b + h_t = 1 \cdot m + 1,2 \cdot m = 2,2 \cdot m$
Baş dairesi çapı	d_a	$d_0 + 2 \cdot h_b = m(z + 2)$
Taban dairesi çapı	d_f	$d_0 - 2 \cdot h_t = m(z - 2,4)$
Temel dairesi çapı	d_b	$d_0 \cdot \cos \alpha_0$
Eksenler arası mesafe	a_0	$\frac{(d_{01} + d_{02})}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$
Kavrama açısı	α_0	20°
Çevrim oranı	i	$\frac{z_2}{z_1} = \frac{d_{02}}{d_{01}} = \frac{n_1}{n_2}$
Diş genişliği	b	

- **Yuvarlanma daireleri:**

Yuvarlanma dairesi yalnız çalışma sırasında meydana gelen bir dairedir. Bu nedenle dişli çarka değil, dişli çark mekanizmasına ait bir dairedir. Yuvarlanma daireleri, dişlilerin çalışma sırasında birbirleri üzerinde kaymadan yuvarlandıkları daireler olarak da tanımlanabilir. Yuvarlanma dairesi d_w , üzerindeki bir nokta için basınç açısı α_w ile gösterilirse, taksimat dairesi ile yuvarlanma dairesi arasında,

$$r_b = r_w \cdot \cos \alpha_w = r_0 \cdot \cos \alpha_0 \quad (3.9)$$

bağıntısı vardır. Buradan

$$d_{w1} = d_{01} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_w} \quad (3.10)$$

yazılabilir.

- **Eksenler arası mesafe:**

Dişli çarkların O_1 ve O_2 merkezleri arasındaki uzaklıktır. (Şekil 3.8)

$$a = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} \quad (3.14)$$

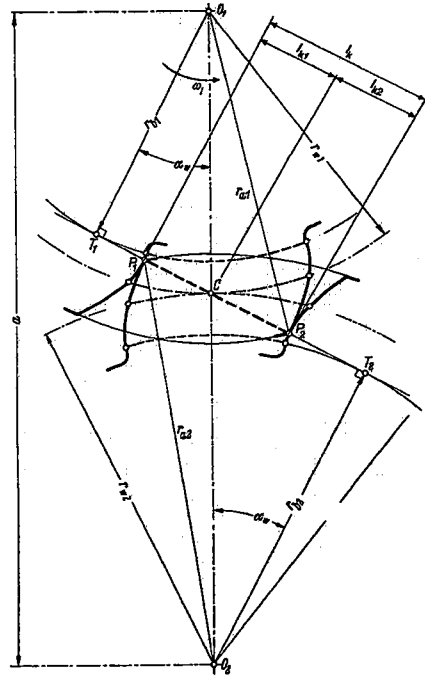
$$a = \frac{d_{01} + d_{02}}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha}$$

$$a = a_0 \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_w} \quad (3.15)$$

şeklinde yazılabilir. Sıfır ve sıfır kaydırmalı mekanizmalarda kavrama açısı α , referans yüzeyinin α_0 açısı ile eşittir. $\alpha = \alpha_0$ iken $a = a_0$ olduğu ise yukarıdaki formüllerde görülebilmektedir.

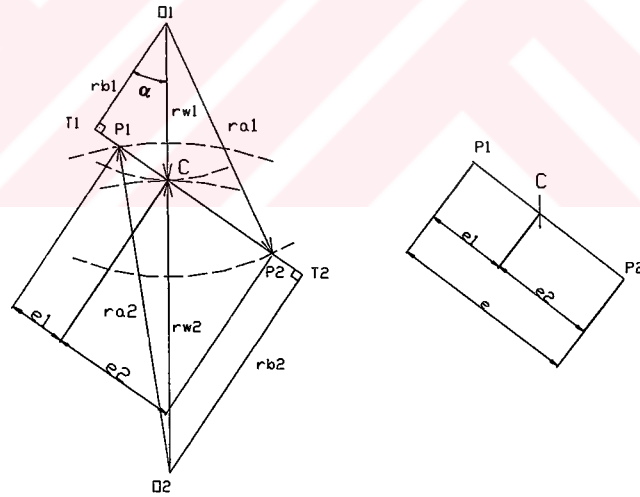
- **Kavrama doğrusu, kavrama kıtası ve kavrama oranı:**

Evolvent profilli dişli çarklarda belli bir eksen aralığı için iki temel dairenin ortak teğeti olan doğru kavrama doğrusudur (Şekil 3.9). Bu doğrunun merkezler doğru ile kesiştiği nokta ise (C) noktası, yuvarlanma noktası olacaktır. Kavrama doğrusunun iki diş başı dairesi ile sınırlanmış olan bölümü diş çiftinin temasında kullanılan bölümdür. Bu bölüme **kavrama kıtası** denir. ($\overline{AE}$) mekanizma daha farklı bir eksen aralığında monte edildiği takdirde yeni bir kavrama kıtası ortaya çıkar.



Şekil 3.9. Kavrama boyu

Kavrama kıtası aşağıdaki şekilde e ile gösterilmektedir.



Şekil 3.10. Kavrama boyu, eksantriklik

Şekil 3.10 dikkate alınarak aşağıdaki ilişkiler yazılabilir. Bu şekilde P₁ kavrama başlangıcı ve P₂ ise kavramanın sonunu göstermektedir.

$$\overline{P_2T_1} = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} \quad (O_1P_2T_1 \text{ üçgeninden})$$

$$\overline{OT_1} = \sqrt{r_{w1}^2 - r_{b1}^2} \quad (O_1OT_1 \text{ üçgeninden})$$

bu üçgenlerden yararlanılarak e_2 ,

$$e_2 = \overline{P_2O} = \sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} - \sqrt{r_{w1}^2 - r_{b1}^2} \quad (3.16)$$

$$\overline{P_1T_2} = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} \quad (O_2P_1T_2 \text{ üçgeninden})$$

$$\overline{OT_2} = \sqrt{r_{w2}^2 - r_{b2}^2} \quad (O_2OT_2 \text{ üçgeninden})$$

$$e_1 = \overline{P_1O} = \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - \sqrt{r_{w2}^2 - r_{b2}^2} \quad (3.17)$$

Kavrama uzunluğu yukarıdaki denklemlerden yararlanılarak,

$$e = e_1 + e_2 \quad (3.18)$$

olarak bulunur.

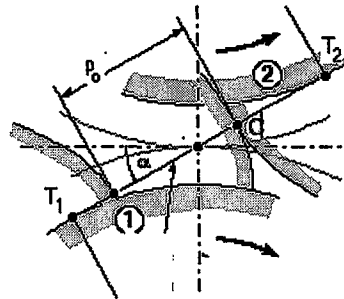
Kavrama, döndürülen dişlinin diş başı dairesinin kavrama doğrusunu kestiği P_1 noktasında başlar, döndüren dişlinin diş başı dairesinin kavrama doğrusunu kestiği P_2 noktasında son bulur.

Kavrama kıtası uzunluğunun, temel daire taksimatına oranına **kavrama oranı** denir. Bu kavrama süresince sıfır kaydırmalı mekanizmalar için kavrama oranı:

$$\alpha_w = \alpha_0, \quad a = a_0 \text{ için,} \quad \varepsilon = \frac{e}{p_b} \quad (3.19)$$

3.4 Kavrama Açısı, İmalat Kavrama Açısı, Eş Çalışma Kavrama Açısı

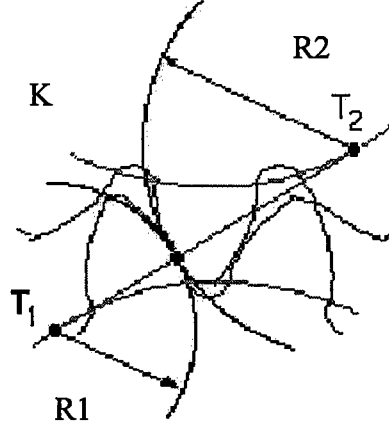
Kavrama açısı ile yuvarlanma dairelerinin ortak teğeti arasındaki açıdır. (Şekil 3.11) Daha öncede belirtildiği gibi sıfır ve sıfır kaydırmalı mekanizmalarda kavrama açısı ile referans yüzeyinin açısı birbirine eşittir. Kaydırmalı mekanizmalarda ise; kavrama açısı α_w , referans profilinin açısı α_0 ' dan farklıdır.



Şekil 3.11. Kavrama açısı

- **Temas noktasında profillerin eğrilik yarıçapı ve eşdeğer eğrilik yarıçapı:**

Kavrama boyu üzerinde bir K noktasında, iki dişin temas noktasında iki silindir varmış gibi düşünülebilir.(Şekil 3.12)



Şekil 3.12. Temas noktasında varolduğu kabul edilen silindiler

$$|KT_1| = R_1$$

$$|KT_2| = R_2$$

olmak üzere aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} R_1 &= r_{w1} \cdot \sin \alpha_w + E = r_{b1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w + E \\ R_2 &= r_{w2} \cdot \sin \alpha_w - E = r_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w - E \end{aligned} \quad (3.20)$$

İki silindirin temasında eşdeğer silindirin çapı ise,

$$\frac{1}{R_{eş}} = \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \quad (3.21)$$

$$R_{eş} < R_1, \quad R_{eş} < R_2 \quad \Rightarrow \quad R_{eş} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 \pm R_2} \quad (3.22)$$

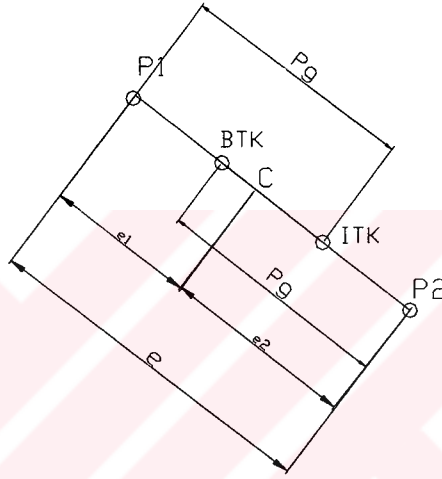
şeklinde hesaplanır. + iki dış silindir, - ise bir dış bir iç silindir temasını göstermektedir. 0-mekanizması veya V-0 mekanizmasında $\alpha_w = \alpha_0$, $a = a_0$,

$$r_{w1} = r_{01} = \frac{m \cdot z_1}{2} \text{ ve } r_{w2} = r_{02} = \frac{m \cdot z_2}{2} \text{ olduğundan } R_{eş},$$

$$R_{eş} = \frac{(r_{b1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 + E) \cdot (r_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_0 - E)}{(r_{b1} + r_{b2}) \cdot \operatorname{tg} \alpha_0} \quad (3.23)$$

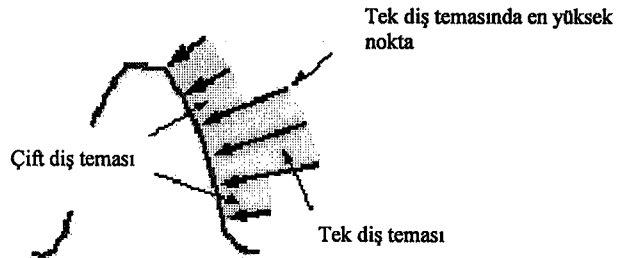
yazılabilir.

Birinci dişli tüm yükü taşıırken arkasından gelen dişlinin yükü paylaşmaya başlamadan önceki anda birinci tekil kavrama noktası (BTK) oluşur. BTK noktasına gelmeden önce temas eden dişliler yükü kendi başına taşımaktadır. Sonra yük arkadan gelen diş ile paylaşılmaktadır. Bu olay tüm dişliler için sırasıyla tekrarlanmaktadır. BTK noktası ile ikinci tekil kavrama noktası arasında (ITK) temel daire taksimatı kadar bir uzaklık vardır. Kavrama boyu boyunca, $e < 2 \cdot p_b$ olarak yazılabilir. BTK ve ITK noktaları Şekil 3.13’de gösterilmektedir.



Şekil 3.13. BTK ve ITK noktaları

Şekil 3.14’de hatasız dişlide statik diş kuvvetinin temas noktasına göre değişimi iki tekil kavrama noktası arasında normal kuvvetin tamamı o dişe gelir.

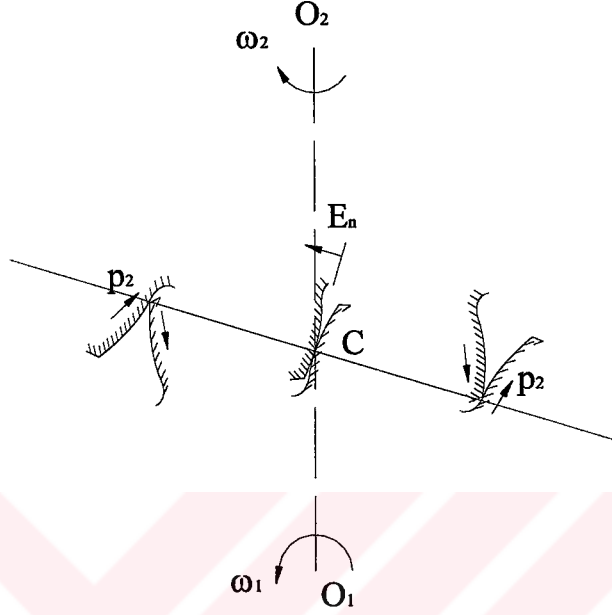


Şekil 3.14. Hatasız dişlide statik diş kuvvetinin temas noktasına göre değişimi. İki tekil kavrama noktası arasında normal kuvvetin tamamı o dişe gelir.

3.5 Temasta Olan Diş Çiftinin Kinematığı

Şekil 3.15’de bir diş çiftini kavramanın başlangıcında, yuvarlanma noktasında ve kavramanın sonunda göstermektedir.

Bilindiği gibi diş çiftinin hareketi bir kaymalı yuvarlanma hareketidir. Temas noktasındaki izafi kayma hızı dış dişlilerde $V_K = E_n \cdot (\omega_1 + \omega_2)$ 'dir. Temas yuvarlanma noktasında (C noktası) iken ideal yuvarlanma söz konusudur.



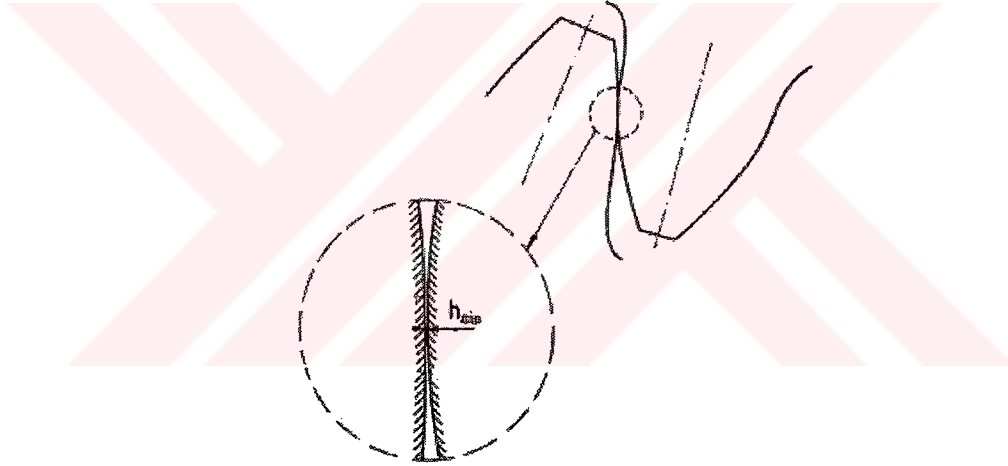
Şekil 3.15. Kayma hızları ve yönü

Kayma hızlarının yönleri şekilde gösterilmiştir.

4. DİŞ ÇİFTİNİN YAYLANMA ÖZELLİKLERİ

Mekanizmadaki dişler diş yükü etkisi altında şekil değiştirir. Bu dişler dişli gövdelerine bağlı birer ankastre kiriş gibidir. Ancak bu kirişler kısa, küt kirişlerdir. Diş çiftini temsil eden yayın yaylanma sayısı gerek statik yükün paylaşımı gerekse dinamik davranışın modellenmesi için gerekecektir.

Yapılan incelemeler diş çiftini temsil eden yayın yaylanma sayısında kavrama doğrusu boyunca önemli değişimler olduğunu göstermiştir. Bu konuda yapılan ilk önemli çalışma Weber tarafından yapılmıştır.[9]



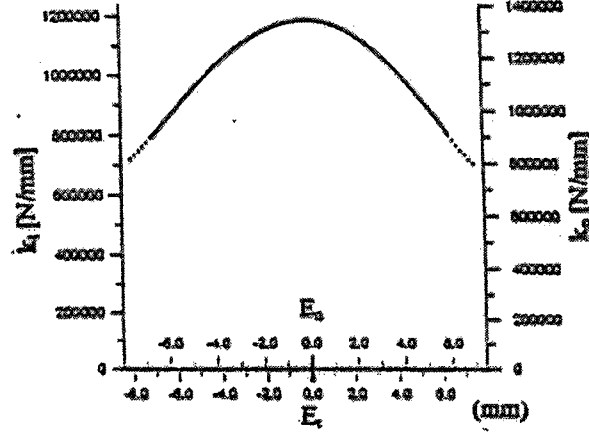
Şekil 4.1. Temas bölgesi

Dişler kısa küt kirişler olduğu için eğilme değişimlerinin yanında diğer şekil değişimleri de dikkate alınmıştır. Diş çiftinin yaylanma sayısını belirlemek amacıyla yapılan analitik incelemelerde,

- 1) Dişlerin eğilme deformasyonları(şekil değişimleri)
- 2) Kayma şekil değişimleri
- 3) Dişin, dişli gövdesine bağlandığı bölgedeki şekil değişimleri
- 4) Temas bölgesindeki (Şekil 4.1) Hertz şekil değişimi ve civarındaki bölgede oluşan bazı şekil değişimleri,

hesaba katılır.

Evolvent profili bir düz alın dişli çark mekanizmasında diş çiftinin yaylanma sayısını kavrama boyunca değişimi Şekil 4.2’de gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Kavrama kıtasındaki yaylanma katsayısı (Normal ve teğetsel)

Görüldüğü gibi temasın orta bölgesinde diş çifti yanlara göre daha rijit bir yay gibi davranmaktadır. Toplam şekil değişiminin bileşenlerinden temas noktası civarında oluşan şekil değişimi nonlinear karakterdedir. Bunun nedeni Hertz deformasyonu sonucu temas bandının yük arttıkça genişlemesidir. Toplam şekil değişimi içindeki payı sınırlı olduğu için bu nonlinearliğin dişleri temsil eden yayın yaylanma karakteristliğindeki etkisi sınırlıdır. Birçok çalışmada bu etki ihmal edilerek diş çifti doğrusal bir yay gibi düşünülebilir. İstenirse bu durum hesaplarda dikkate alınabilir.

Diş çiftinde oluşan şekil değişimleri için daha fazla bilgi ilgili literatürde bulunabilir.[10]

5. DİŞ ÇİFTİNDE DİŞLER ARASINDAKİ YAĞ FİLMİ VE ÖZELLİKLERİ

Birbirine göre hareket eden ve birbirini etkileyen yüzeylerin bilimi ve teknolojisine günümüzde **Triboloji** adı verilmiştir. Sürtünme, triboloji çerçevesi içinde en fazla öneme sahip konulardan biridir. Birbirine göre hareketli yüzeyler arasındaki sürtünme olayında üç farklı durum olduğu söylenebilir. Bunlar,

- Kuru sürtünme:

Yüzeyler arasında herhangi üçüncü madde, yağlayıcı yoktur. Sürtünme kuvvetini ve boyutsuz bir büyüklük olan sürtünme katsayısını belirleyici olan yüzeylerin malzemeleri ve mikro geometrisidir.

- Sınır sürtünme:

Yüzey bölgesinde bir üçüncü madde söz konusudur. Bu üçüncü madde çoğunlukla bir yağlayıcıdır. Bu tür sürtünmede üçüncü madde yüzeylerde katı cisim temasını tam engellemediği halde çok zaman sürtünme olayı ve sürtünme katsayısı kuru sürtünmeye göre önemli ölçüde farklıdır.

- Sıvı sürtünme:

Yüzeyleri ayıran ince bir akışkan filmi(tabakası) şu veya bu şekilde oluşabilir. Bu tür sürtünme olayında sürtünme direncinde belirleyici olan bu filmin geometrisi ve akışkanının özellikleridir.

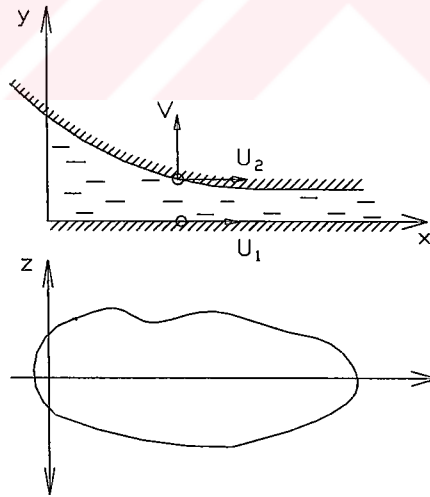
Dişli çark mekanizmalarında da yukarıda sıralanan sürtünme türlerinin her üçünde rastlanılabilir. Bazı plastik dişliler düşük hız ve yüklerde çalışmak üzere yağsız çalıştırılabilir. Bunlarda kuru sürtünme söz konusudur. Metal malzemeden dişlilerde yüzeylerin makro ve mikro geometrisinin uygun olmaması, hızların düşük olması gibi nedenlerle bir yağlayıcı bulunsa bile bir sıvı film oluşamaz ve sınır sürtünme şartlarında çalışma söz konusudur. Önemli uygulamalarda kullanılan daha büyük güçler iletmek için yapılan ve hızı nispeten yüksek olan mekanizmalarda ise dişler arasında bir yağ filmi oluşur ve sıvı sürtünme şartları geçerli olur.

5.1 Reynolds Diferansiyel Denklemini

Dişli çark dişleri arasında oluşan sıvı filmler dahil her türlü ince film de oluşan basınçla ilgili denklem **Reynolds diferansiyel denklemdir**. İlk formu fizikçi O. Reynolds tarafından 1886'da çıkan denklemin genelleştirilmiş şekli Şekil 5.1 dikkate alındığında,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho \cdot h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho \cdot h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right) = (U_1 - U_2) \cdot \frac{\partial(\rho \cdot h)}{\partial x} + 12 \cdot \rho \cdot V \quad (5.1)$$

şeklindedir. Denklem en genel halinde filmin geometrisinin zaman içinde değişimini, akışkanının viskozite ve yoğunluğunu film içinde x ve z istikametinde değişimini de hesaba katabilmeye izin verir. Çeşitli akışkan filmlerine uygulanırken başka ek bağlantılara da gerek duyulabilir. Denklemin sağ tarafındaki akışkan filmi sınırlayan yüzeyler ile ilgili terimler basınç oluşumunda iki farklı etkinin söz konusu olduğunu göstermektedir. Film içinde oluşan akışkan basıncı, yüzeylerin U_1 ve U_2 ile gösterilen hızlarının akışkanı dar olan aralığa sürüklemesiyle oluşur. Buna kama etkisi ile oluşan basınç denir. Bu nedenle, sağdaki birinci terime **kama etkisi terimi** denir. (Şekil 5.1)



Şekil 5.1. Akışkan filminin geometrisi ve yüzey hızları

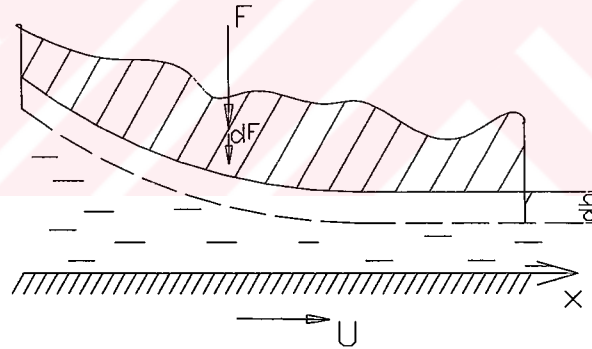
Basınç oluşumunda yüzeylerin birbirine göre filme dik yönde hareketinde etkili olabilir. (Pozitif basınç oluşumu için şekildeki V hızının tersi yönde bir hız olmalıdır. Yani bu hızın işareti negatif olmalıdır.) Bu tür basınca **film(yağ) yastığı etkisi** (squeeze film effect) ile oluşan basınç denir. En genel halde bu basınçlar film içinde oluşan basınçların bileşenleridir.

Reynolds diferansiyel denkleminin yapısı bu iki basıncın ortak sınır şartları ile ayrı ayrı hesaplanmasına imkan verir. Ek olarak film içinde viskozite ve yoğunluk değişimi varsa bu ayrık hesaplamada aynı viskozite ve yoğunluk değişimleri kullanılmalıdır.

Çeşitli uygulamalar için Reynolds diferansiyel denklemini uygulamanın özelliğine bağlı olarak çeşitli basitleştirmeler yapılarak çözümü daha kolay formları elde edilir.

Eğri yüzeylerin teması gibi yüksek basınçların söz konusu olduğu durumlarda, yüzeyleri ayıran bir film varsa akışkan basıncı sonucunda filmi sınırlayan yüzeylerin geometrisinde değişim olur. Bu tür yoğunlaşmış temaslarda bu değişim dikkate alınmalıdır. Sıvı filmlerle ilgili bu tür incelemeler **elastohidrodinamik** konusu kapsamında ele alınır. Dişli çark dişleri arasındaki temaslarda da bu durum söz konusudur.

Basınç oluşumuna neden olan iki farklı yüzey hızı film bir yay ve bir viskoz sönüm elemanından oluşan bir eleman çifti ile temsil edilmek istendiğinde bu elemanların belirlenmesi açısından önem kazanır.



Şekil 5.2. Yağ filminin yükün yavaş değişimlerine tepkisi

Kama etkisi ile oluşan basınç ve bu basınçla taşınan yük, filmin geometrisi ile değişecektir. Yük arttırıldığında film uyum sağlayarak geometrisini değiştirir ve daha ince bir film oluşur. (Şekli 5.2) Yani basınç dağılımı artan yükü karşılayacak bir taşıma oluşturur. Buradan, filmin yükteki yavaş değişimler bir yay gibi tepki verdiği görülecektir. Filmi temsil eden yaylanma sayısı,

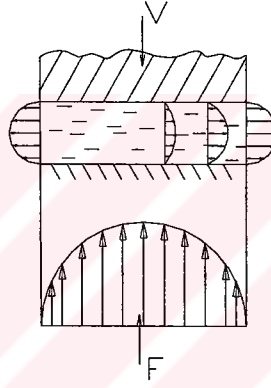
$$k_{film} = \frac{dF}{dh} \quad (5.2)$$

olur.

Film(yağ) yastığı ile oluşan basınç ise sönüm elemanının sönüm katsayısının belirlenmesinde esas alınır. Şekil 5.3'deki gibi bir durum dikkate alındığında birbirine doğru bir V hızı ile itilen iki plaka arasındaki basınç ve bu basıncın bileşkesi olan taşıma dikkate alındığında bir sönüm katsayısı yazılabilir. Sönüm katsayısı,

$$R_{film} = \frac{F}{V} \quad (5.3)$$

olacaktır. Aynı sınır şartları ve viskozite değişimi ile iki farklı basıncın ve bunlarla ilgili taşımaların bağımsız olarak hesaplanabilmesi, filmi temsil eden yaylanma sayısı ve sönüm katsayısının gerektiğinde ayrı ayrı hesaplanmasına imkan verecektir.



Şekil 5.3. Basit bir modelle yağ yastığı etkisinin gösterilişi

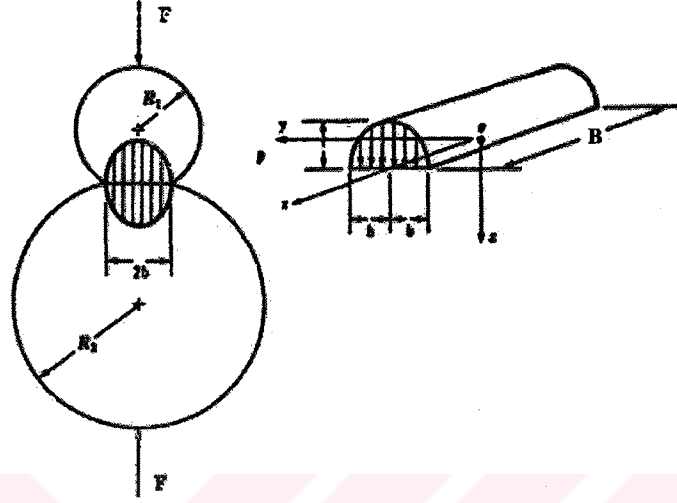
5.2 Eğri Yüzeylerin Teması, Hertz Basınçları ve Deformasyonları

Lineer elastik(Hooke Kanununa uyan) malzemelerden yapılmış eğri yüzeylerin temasında oluşan deformasyon ve yüzey basıncı dağılımı ile ilgili olan ve çok iyi bilinen bağıntılar fizikçi Hertz tarafından çıkarılan ve onun adıyla anılan bağıntılardır. Alın dişli çarklarda teorik olarak çizgi teması söz konusudur.

Deformasyon sonucu bu çizgi teması bir bant temasına dönüşür ve bu temas duruma iki silindirin teması şeklinde dönüştürülebilir. (Şekil 5.4) Silindirlerin genişliği çok büyük olduğundan genişlik doğrultusunda bir basınç değişimi olmadığı varsayılabilir. Silindirlerin malzemelerine elastiklik modülleri E_1, E_2 , Poisson oranları ν_1, ν_2 ile gösterildiğinde,

$$P = P_{\max} \left(1 - \frac{x^2}{b^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.4)$$

dır.



Şekil 5.4. İki elastik silindirin temasında şekil değişimi ve basınç dağılımı

Temas bandının yarı genişliği ise,

$$b = \left[\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \frac{F}{B} \cdot R_{eş} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.5)$$

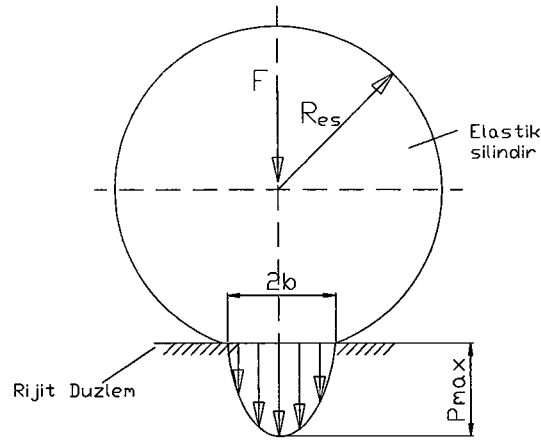
şeklinde dir. B , silindirlerin genişliği yani temas bandının uzunluğudur. Aynı cins malzemeler için $E_1=E_2$ ve $\nu_1 = \nu_2$ olacağından,

$$b = \left[\left(\frac{1-\nu^2}{E_\varphi} \right) \cdot \frac{8}{\pi} \cdot F_1 \cdot R_{eş} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.6)$$

şeklini alır. F/B birim genişliğe gelen yük tür. (F_1 , birim genişliğe gelen yük) Eşdeğer yarıçap ise,

$$\frac{1}{R_{eş}} = \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \quad , \quad R_{eş} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 \pm R_2} \quad (5.7)$$

dır. (+) işareti iki dış silindirin teması için, (-) işareti ise bir dış bir iç silindirin teması için kullanılmalıdır. İki silindirin temasında oluşan basınç ve temas bandı genişliği, $R_{eş}$ yarıçaplı bir elastik silindir ile rijit bir düzlemin temasına eşdeğerdir. (Şekil 5.5)



Şekil 5.5. İki elastik silindirin temasının eşdeğeri

F yükü ile basınç arasındaki ilişki için,

$$\begin{aligned}
 F &= \int_{-b}^b P(x) \cdot B \cdot dx \\
 &= 2B \cdot P_{\max} \cdot \int_0^b \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^{1/2} \cdot dx
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

bulunur ve,

$$P_{\max} = \frac{2}{b \cdot \pi} \cdot \frac{F}{B} \tag{5.9}$$

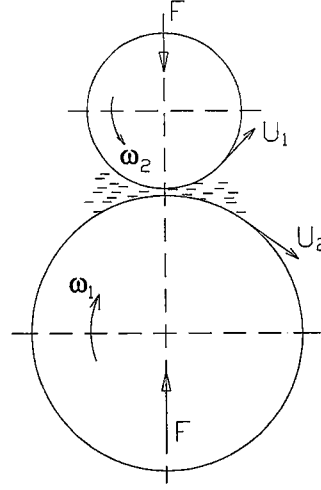
bağıntısı elde edilir. Hertz temaslarında kuvvet-şekil değişimi ilişkisi lineer değildir.

5.3 Yuvarlanma ve Kaymalı Yuvarlanma Hareketi Yapan Cisimler Arasındaki Akışkan Filmleri

Dişli çarkların dişleri anlık olarak farklı çevre hızlarına sahip iki silindir gibi düşünülebilir. Ortamda bir akışkan varsa iki silindiri ayıran ince bir akışkan filminin oluşması beklenmelidir. Bu filmde oluşan basınç ve filmin kalınlığı için Reynolds denklemi bu probleme uygun sınır şartları ile çözülmelidir.

Silindirleri birbirine bastıran kuvvet ve çevre hızları sabit ise geometrisi zamanla değişmeyen bir film oluşacaktır. Bu durumda Reynolds diferansiyel denkleminin sağ tarafındaki V hızı sıfır olacağından ikinci terim ortadan kalkar. Diğer terimdeki $(U_1 - U_2) = U_{eş}$ hızı için Şekil 5.6'daki gibi eğri yüzeylerin hızları söz konusu olduğu takdirde işaret farklılığı söz konusudur. Şekildeki örnekte her iki hız filmi sol taraftan

akışkan pompaladığı için $U_{eş}=U_1+U_2$ olmalıdır. (Şekil 5.1'deki U_2 hızının akışkan pompalama yerine boşaltma etkisi dikkate alınırsa işaretin (-) olması doğaldır.)



Şekil 5.6. İki silindir arasındaki yağ filmi

Silindirlerin genişliği fazla olduğu için Şekil 5.1'deki z doğrultusunda bir akışkan hareketi pratik olarak olamaz ve soldaki ikinci terim sıfır olur. Bu durumda sıvılarda yoğunluk değişimi de ihmal edilirse denklem,

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\rho h^3}{\eta} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 6(U_1 + U_2) \cdot \frac{dh_0}{dx} \quad (5.10)$$

şeklini alır.

Rijit silindirler ve sabit viskozite halinde uygun sınır şartları ile denklemin kapalı çözümü mümkündür ve çözüm, yük ile film kalınlığı arasında,

$$\frac{F}{B} = 2,44748 \cdot \frac{U_{eş} \cdot R_{eş} \cdot \eta}{h_0} \quad (5.11)$$

ilişkisini verir.

- **Yüzeylerin şekil değişiminin ve viskozitenin basınca bağlılığının etkisi**

Yuvarlanan elemanlar arasındaki yoğunlaşmış temaslarda filmdeki basınç nedeniyle oluşan şekil değişimleri film geometrisine yüksüz haldeki duruma göre büyük ölçüde değiştirecektir. Ek olarak, oluşan büyük basınçlarda viskoziteyi artırıcı etki yapar. Bu duruma esas olan çalışmalar sonunda elastohidrodinamik başlığı altında toplanan yeni bir dal ortaya çıkmıştır.

Elastohidrodinamik konusundaki ilk çalışmalar 1930'lara kadar gider. Bilgisayarların bulunmadığı bu ilk dönemde kapalı çözümleri esas alan çalışmalar yapılmıştır. Bunlar içinde Rus bilim adamları Ertel-Grubin tarafından yapılan çalışmanın sonuçları bugün bile kullanılmaktadır.[11]

Viskozitenin basınca bağlılığı dikkate alınmadan yapılacak çözümlerin yuvarlanma hareketi yapan parçalar arasındaki filmler için doğru sonuçlar vermediği bilinmektedir. Düşük basınçlı uygulamalar örnek olarak kaymalı yataklar için bu bağımlılık ihmal edilebilecek mertebededir. Yapılan deneysel çalışmalar viskozitenin akışkan basınç arttıkça, özellikle yüksek basınçlarda önemli derecede arttığını göstermiştir.

Viskozite-basınç ilişkisi için çok değişik matematik modeller tektif edilmiştir. Bunlar arasında ikisi mineral yağlar için bu ilişkiyi oldukça iyi bir şekilde temsil eder. Naftalitik yağlar için,

$$\eta = \eta_0 (1 + C_p)^n \quad (5.12)$$

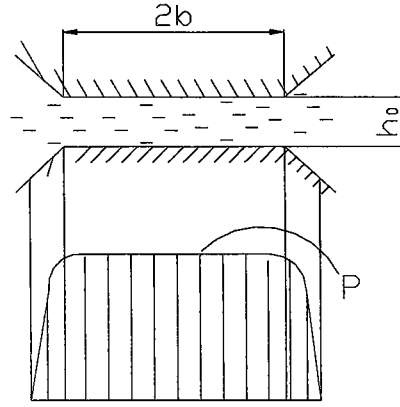
ilişkisi, mineral yağların büyük çoğunluğunu oluşturan parafinik yağlar için,

$$\eta = \eta_0 \cdot e^{\alpha \cdot P} \quad (5.13)$$

ilişkisi kullanılabilir. η_0 akışkanın atmosfer basıncındaki viskozitesidir. P, akışkanının filmin içindeki herhangi bir miktardaki basıncını gösterir. α malzemeye bağlı bir sabittir ve piezo-viskozite katsayısı olarak adlandırılır. Parafinik yağlar için değeri yaklaşık $2,175 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^2/\text{N}$ civarındadır.

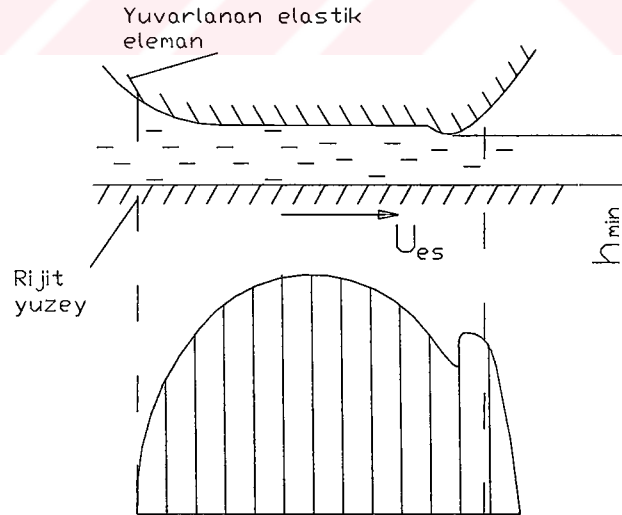
Ertel- Grubin tarafından başlatılan ve daha sonra Grubin ve Vinogradova tarafından devam ettirilen çalışmada yüzeylerdeki şekil değişimi için Hertz tarafından verilen şekil değişimi ele alınmıştır. Model ve çözümü hakkında burada daha fazla bilgi verilmeyecektir. Kuvvet ve film kalınlığı arasında aşağıda verilen ve Grubin denklemi diye bilinen ilişki elde edilmiştir. (Şekil 5.7)

$$\frac{h_0}{R} = 1,18 \cdot \frac{\left(U \cdot \eta_0 \cdot \alpha \cdot \frac{1}{R} \right)^{\frac{8}{11}}}{\left[(1 - \nu^2) \cdot \frac{F}{B \cdot E \cdot R} \right]^{\frac{1}{11}}} \quad (5.14)$$



Şekil 5.7. Grubin modelinde film geometrisi ve basınç dağılımı

Bilgisayarların ortaya çıkması ve gelişmesine paralel olarak sayısal çözüme uygun daha karmaşık modellerle incelemeler başlamıştır. Bunlar içinde elastohidrodinamik konusunda önemli bir yere sahip çalışma Dawson ve Higginson tarafından yapılan çalışmadır.[12] Bu çalışma ile yuvarlanan elemanlar arasındaki yağ filmi gerek geometri ve gerekse basınç dağılımı bakımından önemli ölçüde aydınlanmıştır. (Şekil 5.8) Reynolds diferansiyel denkleminin iteratif olarak sayısal çözümüne dayanan bu çalışma sonunda filmin hafif eğimli bir bölümün sonunda küçük bir çıkıntı ile bittiği, şekil değişimine uğrayan, düzleşen bölümün uzunluğunun Hertz temas genişliğine yakın olduğu görülmüştür.



Şekil 5.8. Sayısal çözümlerle elde edilen film geometrisi ve basınç değişimi

Çalışmaların sonunda yapılan değerlendirme ile kuvvet-minimum film kalınlığı ilişkisi için,

$$\frac{h_{\min}}{R} = \frac{(\alpha \cdot \bar{E})^{0.6} \left(\eta_0 \cdot U \cdot \frac{1}{E \cdot R} \right)^{0.7}}{\left[\frac{F}{B \cdot \bar{E} \cdot R} \right]^{0.13}} \quad (5.15)$$

verilmiştir. Bağntıdaki büyüklüklerden eşdeğer elastiklik modülü,

$$\frac{1}{\bar{E}} = \frac{1}{2} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right] \quad (5.16)$$

şeklindedir. Daha sonra yapılan birçok deneysel gözlem film geometrisi bakımından bu çalışmayı doğrulamıştır.

Grubin denklemi ile elde edilen h_0 ve Dawson-Higginson denklemi ile elde edilen $h_{\min}$ karşılaştırıldığında, h_0 'ın $h_{\min}$ 'den %20 civarında daha büyük olduğu görülür. Sayısal çözümle elde edilen film geometrisinin hafif eğimli düz kısmı dikkate alındığında buradaki ortalama film kalınlığının Grubin denkleminde elde edilen h_0 film kalınlığına oldukça yakın olduğu görülmüştür. Grubin denklemi ve elastohidrodinamik problemlerdeki geçerliliği hakkında [13] numaralı kaynakta daha fazla bilgi bulunabilir.

Grubin modeli ile elde edilen sonuçlar, basınç dağılımı bakımından sayısal sonuçlara uymasa da film kalınlığından yaklaşık olarak elde edilmesi açısından büyük kolaylık sağlaması ile halen değerini korumaktadır.

Sayısal analizlerle elde edilen basınç dağılımı bir uçtaki küçük düzgünsüzlük dışında Hertz basınç dağılımı ile oldukça büyük uyum sağlamaktadır.

5.4 İki Silindir Arasındaki Yağ Filminin Rijitlik Katsayısı

Grubin ve Dawson-Higginson tarafından verilen (5.14) ve (5.15) numaralı bağıntılar dikkate alındığında bağıntıların, diğer parametreler sabit varsayılarak (belirli bir andaki durum için) $F = f(h_0)$ ve $F = f(h_{\min})$ şeklinde yazılabileceği görülür. Bu formda yazılıp h_0 ve $h_{\min}$ 'e göre türevler alındığında Grubin denkleminde hareketle,

$$C_{f1} = \left| \frac{dF}{dh_0} \right| \quad (5.17)$$

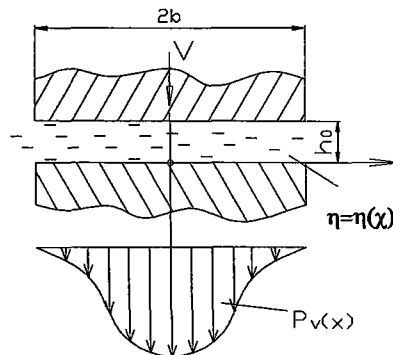
elde edilir. Dawson-Higginson denkleminde ,

$$C_{f1} = \left| \frac{dF}{dh_{\min}} \right| \quad (5.18)$$

şeklinde bulunur. Bunlar filmi temsil eden yayın yayılma sayıları olacaktır. Dişli çarkların dişlerinin temasında da kavrama doğrusu boyunca her nokta için bu büyüklükler hesaplanabilir.

5.5 Yağ Filminin Sönüm Katsayısı

Grubin ve Dawson-Higginson bağıntılarından sönüm katsayıları bulunamaz. Sönüm iki yüzeyin birbirine doğru bir V hızı ile yaklaşması (Reynolds denkleminde göre V hızı negatif işaretli olacaktır.) sonucu oluşur. Film içinde viskozitede önemli bir değişim olduğundan sönüm katsayısı hesabında bu değişim dikkate alınmalıdır. Filmde kama etkisi ile (yuvarlanma hareketi sonucu) oluşmuş bir basınç olduğundan bu basınçtan kaynaklanan viskozite değişimi mevcuttur. Bu basıncın üzerine yaklaşma hızından kaynaklanan ikinci bir basınç bileşeni gelecektir. Bu basınçta viskozite değişimi üzerine ek bir etki yapacaktır. Normal koşullarda kama etkisi ile oluşan basınç sönüm sırasında oluşacak basınca göre çok büyüktür. Bu nedenle viskozite değişiminden sorumlu basıncın yalnız kama etkisi ile oluşan basınç olduğu varsayılmıştır. Dawson-Higginson' ın ve daha sonraki birçok incelemede film içindeki basınç dağılımının Hertz basınç dağılımına büyük ölçüde benzediğini göstermiştir. Bu nedenle kama etkisi ile oluşan basınç için Hertz basınçları dikkate alınmış ve viskozite değişimi bulunmuştur. Bu viskozite değişimi,



Şekil 5.9. Basınç dağılımı

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

sönüm hesabında kullanılmıştır. Hertz deformasyonundan elde edilen $2b$ genişliğinde Grubin denkleminde bulunan h_0 kalınlığında, değişken viskoziteli bir film varsayıldığında sonsuz geniş (yan akımsız, $\frac{\partial P}{\partial z} = 0$) Reynolds diferansiyel denklemi,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_0^3}{\eta(x)} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) = -12 \cdot V \quad (5.19)$$

şeklini alır. x 'e göre integrasyonla,

$$\frac{h_0^3}{\eta(x)} \cdot \frac{dP_v}{dx} = -12V \cdot x + C_1 \quad (5.20)$$

elde edilir.

$$\frac{dP_v}{dx} = -\frac{12 \cdot V}{h_0^3} \cdot \eta(x) \cdot x + \frac{C_1 \cdot \eta(x)}{h_0^3} \quad (5.21)$$

şeklinde yazılır. Şekil 5.9' da gösterilen film simetriktir. Basınç dağılımı da simetrik olacaktır. $x = 0$ için $\frac{dP}{dx} = 0$, sınır şartından $C_1 = 0$ bulunur.

$$\frac{dP_v}{dx} = -\frac{12 \cdot V}{h_0^3} \cdot \eta(x) \cdot x \quad (5.22)$$

olur. Bu durum çözüm açısından avantaj sağlar. Basınç dağılımı problemi bir sınır değer probleminden bir başlangıç değer problemine dönüşür. $\frac{dP}{dx}$ türevi yerine sayısal çözüm için ileriye doğru farklar esas alındığında,

$$\frac{dP_v}{dx} = \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x} \quad (5.23)$$

yazılır ve

$$\begin{aligned} \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x} &= A_s \cdot x \\ P_{i+1} &= A_s \cdot x \cdot \Delta x + P_i \end{aligned} \quad (5.24)$$

başlangıç değeri olarak $x = 0$ için $P_v = 0$ kullanılarak basınç dağılımı ve

$$F_v = B \cdot \int_{-b}^b P_v(x) \cdot dx \quad (5.25)$$

ilişkisinden de taşıma değeri sayısal olarak bulunabilir. Filmin sönüm katsayısı,

$$R_{film} = \frac{F_v}{V} \quad (5.26)$$

sonuç olarak elde edilir.



6. ÖRNEK UYGULAMA VE SONUÇLARI

Şu ana kadar bölümlerde verilen bilgiler doğrultusunda, dişli çarklarla ilgili dinamik modellerde diş sönümünü temsil eden sönüm katsayısı ve bu katsayının bir karakteristik kritik sönüm ile oranlandığında bulunan boyutsuz sönüm oranını belirlemek üzere nümerik analiz yapılmıştır. Bu amaçla, verilen teorik bilgiler doğrultusunda düz dişli çark mekanizmalarında diş çiftlerinden kaynaklanan sönüm katsayısının kavrama doğrusu boyunca hesaplanmasına imkan veren bir bilgisayar programı yazılmıştır.

6.1 Sayısal Olarak İncelenen Mekanizma ve Özellikleri

Örnek mekanizma profil kaydırmaz dişlilerden oluşan 0-mekanizması'dır.

Tablo 6.1. Örnek dişli mekanizmasına ait büyüklükler

	Pinyon	Çark
Diş sayısı	24	72
Modül	2,5	
Dişli genişliği	70	
Kavrama açısı	20°	
Taksimat dairesi çapları	60	180
Baş dairesi çapları	65	185
Taban dairesi çapları	53,75	173,75
Temel dairesi çapları	56,38	169,14
Açısal hızlar	666	222
Taksimat	7,854	
Temel daire taksimatı	7,38	
Çevrim oranı	3	
Eksenler arası mesafe	120	
Diş yüksekliği	5,625	
Çalışma yüksekliği	5	
Diş kalınlığı	3,92	
Diş başı boşluğu	0,625	

Tablo 6.1’de bu mekanizmaya ait ölçüler verilmiştir. Kavrama kıtası uzunluğu, kavrama oranı, birinci ve ikinci tekil kavrama noktalarının elastikliği ise Tablo 6.2’de görülebilir.

Dişli malzemeleri çeliktir ve çelik malzeme için **Poisson oranı** $\nu_{\varphi} = 0,3$ ve **Elastiklik modülü** $E_{\varphi} = 2,1 \times 10^{-2} \text{ mm}^2 / N$ ’ dir.

Tablo 6.2. Kavrama doğrusu ile ilgili büyüklükler

Kavrama kıtası	12,59
Kavrama oranı	1,706
Birinci tekil kavrama noktası	-1,469
İkinci tekil kavrama noktası	0,695

Böylece kavrama kıtası üzerinde temas noktasının konumu, E_n eksantriklik olarak gösterilir. E_n değeri, $-e_1$ ile $+e_2$ arasında değişir. E_n temas noktası belli ise, bu noktadaki eğrilik yarıçapları ve anlık kayma hızları kolaylıkla bulunabilir.

Kavrama kıtası üzerinde belli aralıklarla kavramanın başlangıcından sonuna kadar 100 adet eşit nokta alınmış ve bu noktalardaki profillerin eğrilik yarıçapları, o noktaya karşılık gelen eşdeğer yuvarlanma hızı, profillerin kayma hızı ve önceki bölümlerde açıklandığı gibi Hertz deformasyonları ve basınçları, film kalınlığı, filmi temsil eden yaylanma sayısı ve sönüm katsayıları hesaplanmış ve diagramlar halinde verilmiştir. Eksantriklik bilindiği takdirde aynı anda bir başka diş çiftinin temasta olup olmadığı bilinmektedir(3.Bölüm). İkinci bir diş çifti varsa bu diş çiftleri arasında toplam normal yükün paylaşımı diş çiftlerinin anlık ‘konuma bağlı’ yaylanma sayıları dikkate alınarak hesaplanmıştır. Bu durum için dişlilerin hatasız imal edildiği varsayılmış, diş çiftlerinin paralel bağlı yaylar olduğu düşünülerek her bir diş çiftine gelen kuvvet bulunmuştur. Hesaplarda kavrama boyunca bu nedenle ortaya çıkan değişim dikkate alınmıştır.

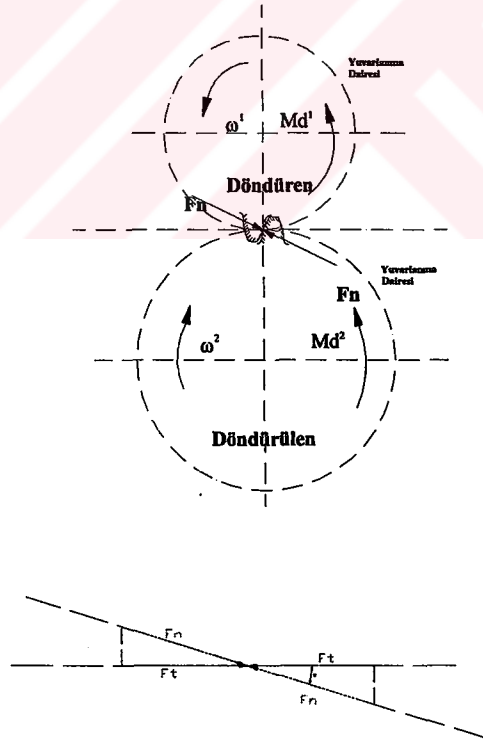
6.2 Parametreler

Çalışmanın amacı doğrultusunda birkaç parametre için farklı değerler alınarak sonuçlar bulunmuştur. Bunlardan biri mekanizmanın dönme(çevre) hızıdır. Çözümler 5, 10, 20, 50, 100 m/s çevre hızı olarak değiştirilerek sonuçlar değerlendirilmiştir.

Mekanizmaya ait normal yük, dolayısıyla döndürme momentleri incelenen mekanizma için söz konusu olan malzemelerin mukavemeti esas alınarak belirlenmiştir. Bunlar toplam normal kuvvet olarak $F=5000, 10000, 15000\text{N}$ ' dur. Bu yükler hafif, orta ve fazla yüklenmiş mekanizmaları temsil eder.

Diğer bir parametre yağ viskozitesidir. Yağ viskozitesi bu tür dişlilerin yağlanması kullanılan yağların viskozite aralığı esas alınarak belirlenmiştir. İnce yağlardan, kalın yağlara kadar söz konusu viskozite temsil etmek üzere $\eta = 15, 75, 250\text{cp}$ değerleri için çözümler yapılmıştır.

Diğer bir parametre yağlama yağının piezo-viskozite katsayısıdır. Parafinik yağlar için geçerli olan matematik model $\eta = \eta_0 \cdot e^{\alpha \cdot P}$ bağıntısındaki α ile gösterilen ve piezo-viskozite katsayısı denilen katsayı için yağlama yağlarında söz konusu olabilecek üç değer ele alınmıştır. Bunlar sırasıyla $\alpha=1,1 \times 10^{-2}; 1,5 \times 10^{-2}$ ve $2,0 \times 10^{-2} \text{ mm}^2/\text{N}$ ' dur. (EK A'da sırasıyla alfa1, alfa2 ve alfa3 olarak verilmiştir.)



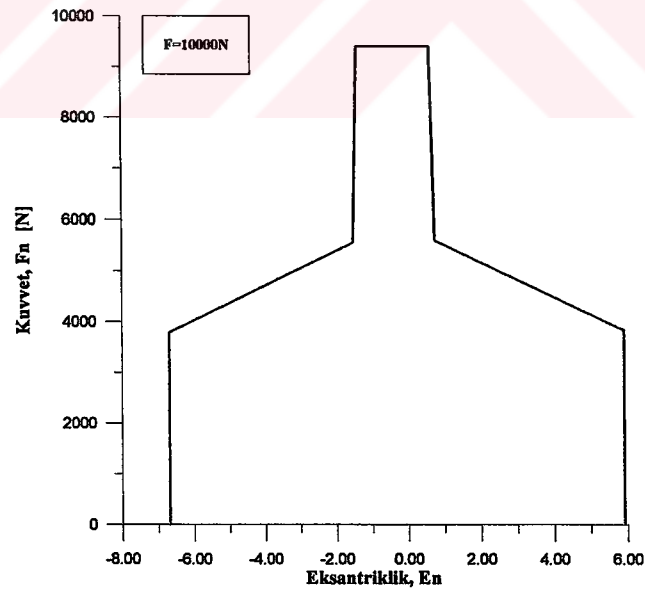
Şekil 6.1. F_n olarak bir tek kuvvet vektörü ile gösterilen normal kuvvet (temasta olan diş çiftlerinin bileşkesi)

Temasta olan diş çifti sayısı birden fazla ise yük diş çiftleri arasında paylaşılacaktır. Bu paylaşım, diş çiftlerinin anlık yaylanma sayıları dikkate alınarak paralel bağlı yaylar arasındaki yük paylaşımı gibi hesaplanabilir. (Şekil 6.1)

Bölüm 4’de açıklandığı gibi kavrama boyunca diş çiftini temsil eden yaylanma sayısında önemli bir değişim görülür. İncelenen mekanizmaya ait yaylanma sayısının değişimi Şekil 4.2’de görülebilir. Bu değişim başka bir bilgisayar programının çıktısıdır ve yazılan programda bir girdi olarak kullanılmıştır.

İncelenen mekanizmada kavrama oranı $\epsilon=1,706$ dır. Bu mekanizmada zaman zaman bir diş çifti, zaman zaman da iki diş çifti temasta olacaktır.

Herhangi bir diş çiftine ait eksantriklik bilindiği takdirde aynı anda başka bir diş çiftinin temasta olup olmadığı da bellidir. Böyle ikinci bir diş çifti de varsa kavrama doğrusu üzerindeki konumu ve o konum için yaylanma sayısı bellidir. Paralel yaylar varsayımı ile diş çiftleri arasındaki yük paylaşımı hesaplanabilir. Bunun sonucu olarak bir diş çiftine ait kuvvetin kavrama boyunca değişimi hesaplanmış ve Şekil 6.2’de verilmiştir.

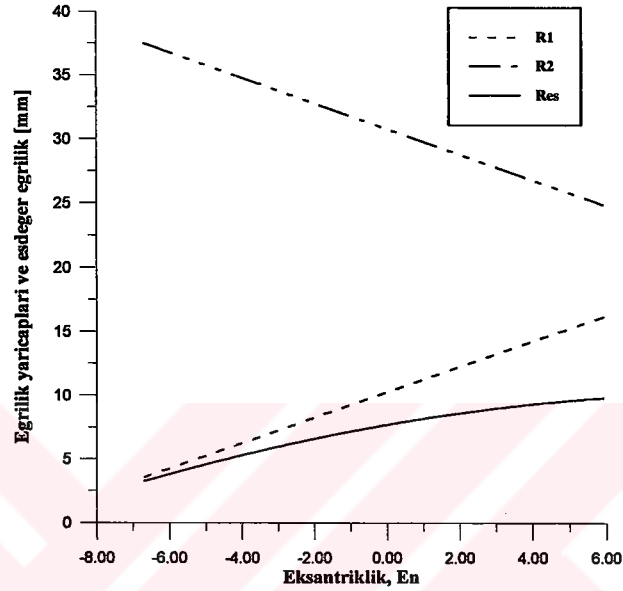


Şekil 6.2. Bir diş çifti için diş normal kuvvetinin kavrama kıtası boyunca değişimi (En [mm])

Şekilde ilk ve son tekil kavrama noktaları kolaylıkla görülebilir. Ortadaki bölge diş çiftinin, toplam normal kuvveti tek başına aldığı bölümdür.

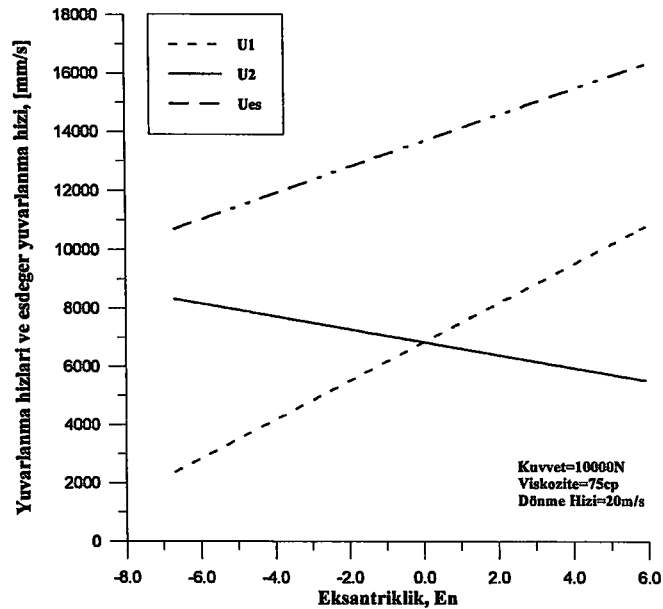
6.3 Hesap sonuçları

Temas sırasında dişlilere ait eğrilik yarıçapları R_1 ve R_2 , her adımda değişmektedir. Bu yarıçaplar ve yarıçaplara ait eşdeğer yarıçap Şekil 6.3'de temas noktası eksantrikliğine bağlı olarak verilmiştir.



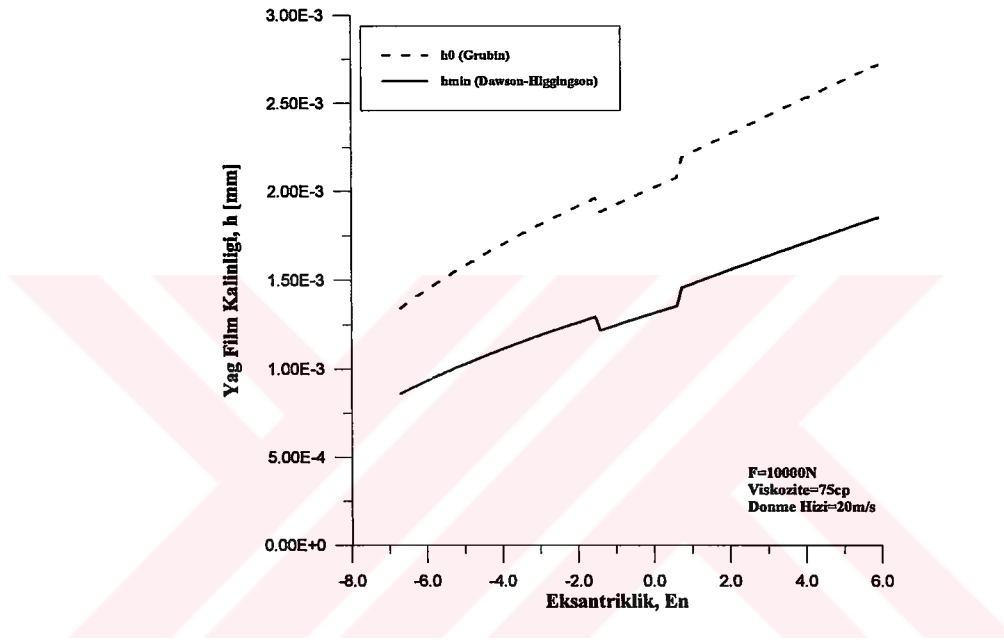
Şekil 6.3. Kavrama kıtası boyunca eğrilik yarıçaplarının değişimi

Çözümlerde pinyon döndüren, çark döndürülen olarak alınmıştır. Temas, pinyonun diş dibindeki bir nokta ile çarkın diş başının teması ile başlamaktadır. Bu ilk temas noktasında eşdeğer eğrilik yarıçapı küçüktür ve kavrama kıtası boyunca artmaktadır.



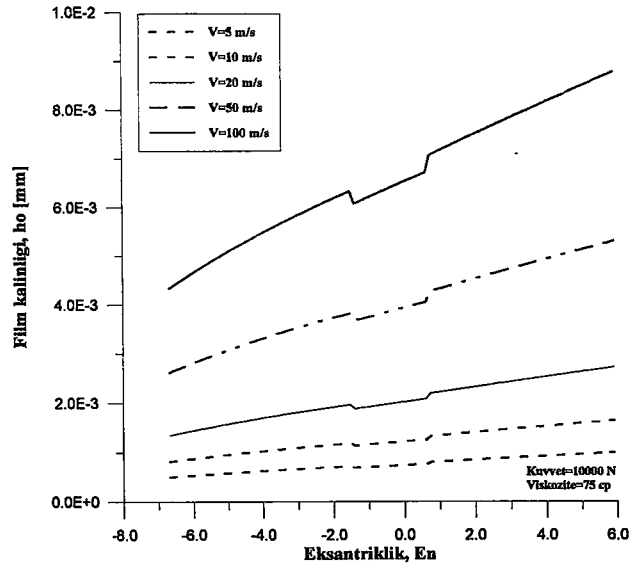
Şekil 6.4. Kavrama kıtası boyunca yuvarlanma hızları

Şekil 6.4’de temas anında birbiri üzerinde yuvarlandığı varsayılan silindirlerin çevre hızları olan U_1 ve U_2 hızlarını ve $U_{eş}$ ’in kavrama kıtası boyunca olan değişimi verilmiştir. Profillerin izafi kayma hızı $V_K = |U_1 - U_2|$ de şekilde dolaylı olarak görülebilir.



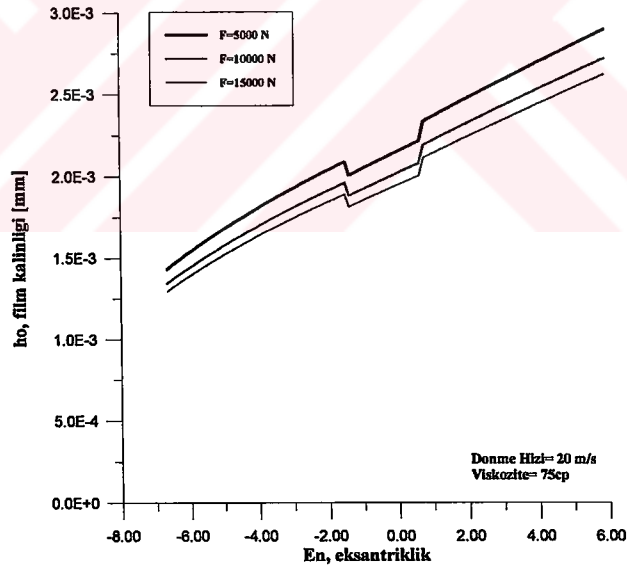
Şekil 6.5. Kavrama kıtası boyunca yağ filmi kalınlığı

Elastohidrodinamik olarak oluşan yağ filmi kalınlığının yük paylaşımı da dikkate alınarak kavrama boyunca değişimi bölüm 5’de açıklanan Grubin ve Dawson-Higginson bağıntılarına göre kıyaslama amaçlı hesaplanmış ve bir örnek Şekil 6.5’de verilmiştir. Çalışmanın geri kalan kısmında filmin yayılma ve sönüm katsayısı hesabında Grubin yaklaşımı esas alınmıştır. Yukarıda verilen film kalınlıkları (5.14) numaralı Grubin denklemi ile hesaplanmıştır. Film geometrisi içinde yine Grubin yaklaşımı söz konusudur.



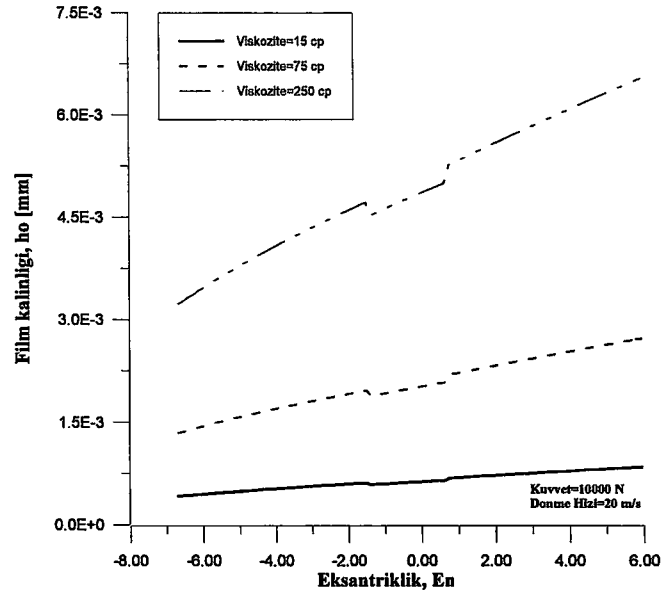
Şekil 6.6. Dönme hızı-Film kalınlığı ilişkisi

Şekil 6.6'da kavrama boyunca dişler arasındaki film kalınlığı değişimi çeşitli hızlar için verilmiştir. Beklendiği gibi hız arttıkça film kalınlığında da hemen hemen hızla orantılı bir artış söz konusudur.



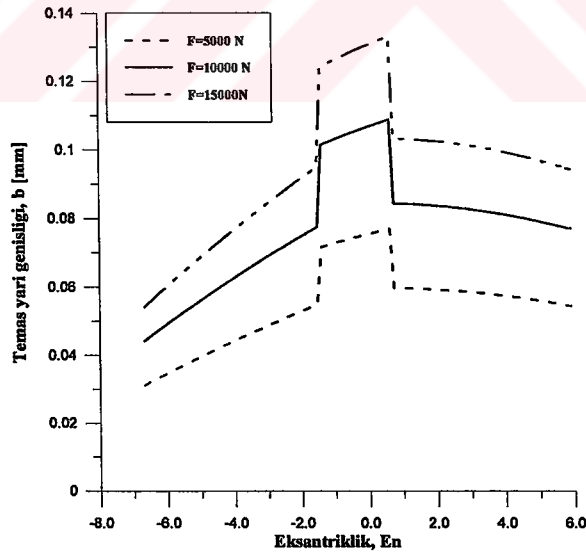
Şekil 6.7. Kuvvet-Film kalınlığı ilişkisi

Şekil 6.7'de belirli bir viskozite ve çevre hızı için diş normal kuvvetinin film kalınlığına etkisi görülmektedir. Kuvvet artışının filmde incelme oluşturması beklenen bir sonuçtur. Ancak film kalınlığının diş kuvvetine fazla duyarlı olmadığı, diş yükündeki üç katlık bir artışın filmde fazla bir incelme oluşturmadığı görülebilir.



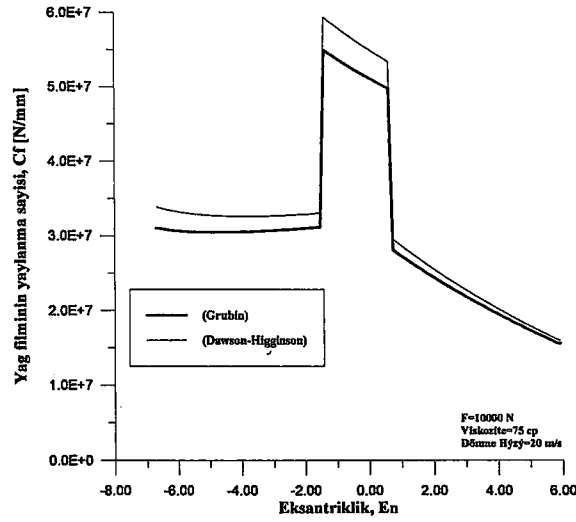
Şekil 6.8. Viskozite-Film kalınlığı ilişkisi

Şekil 6.8’de belirli bir diş normal kuvveti ve çevre hızı için, yağ viskozitesinin film kalınlığına etkisi gösterilmiştir. Şekilden film kalınlığının viskoziteye duyarlılığının oldukça fazla olduğu görülmektedir. Viskozitesi yüksek bir yağ kullanıldığında film kalınlığı önemli ölçüde artmaktadır.



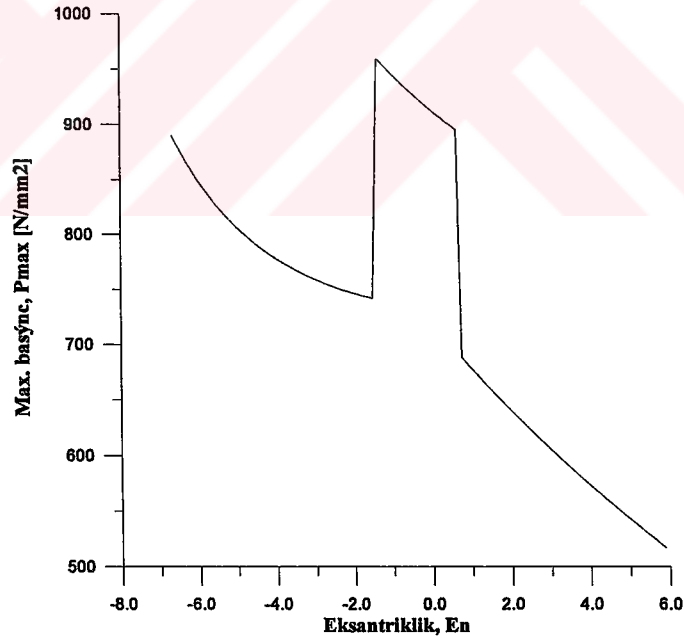
Şekil 6.9. Kuvvet-Temas bandı yarı genişliği

Önceki bölümlerde açıklandığı gibi Grubin modelinde yüzeylerde söz konusu olan deformasyonun Hertz deformasyonuna benzediği bilinmektedir. Filmin geometrisini belirlemek üzere Hertz deformasyonunda oluşan temas bandının yarı genişliği (5.6) denklemiyle hesaplanmış ve Şekil 6.9’ da gösterilmiştir.



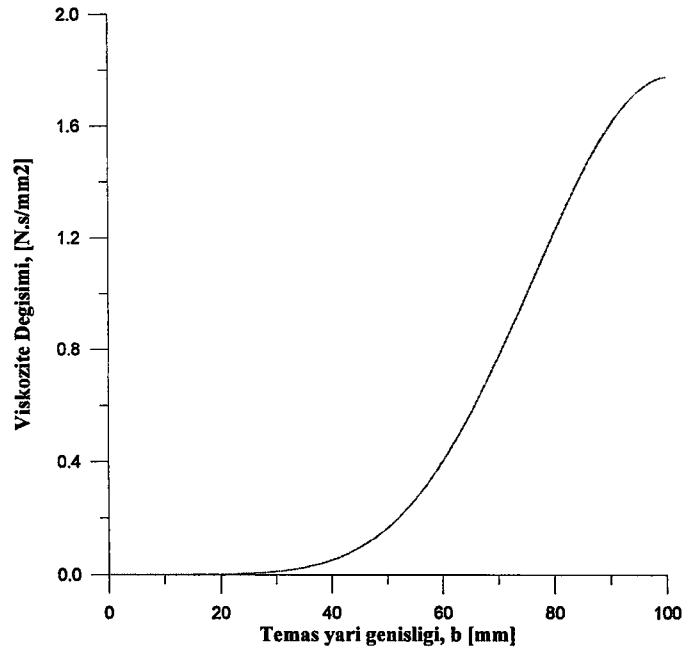
Şekil 6.10. Yağ filminin Grubin ve Dawson-Higginson'a denklemlerinin kullanılması ile elde edilmiş yaylanma sayılarının kavramam boyunca değişimine bir örnek

Grubin ve Dawson-Higginson denklemi esas alınarak elde edilen filme ait yaylanma sayısı, Şekil 6.10'dan görüldüğü gibi değişmektedir. Yağ film kalınlığının düşük olduğu bölgede yaylanma sayısı artacaktır çünkü yayın rijitliği artar.



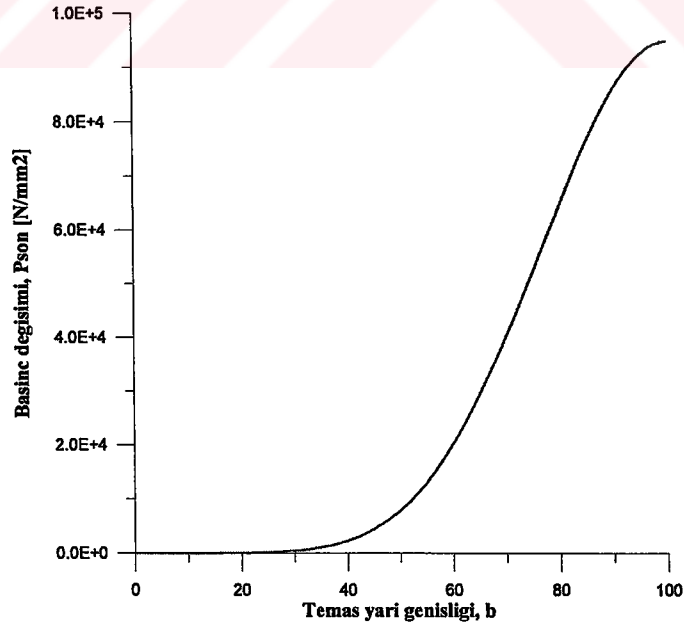
Şekil 6.11. Kavrama boyunca Hertz basınçlarının değişimi

Kavrama boyunca Hertz basınçlarının değişimi Şekil 6.11' de gösterilmektedir. Pinyonun diş dibinde eğrilik yarıçapı küçük olduğu için Hertz basıncı büyük olur.



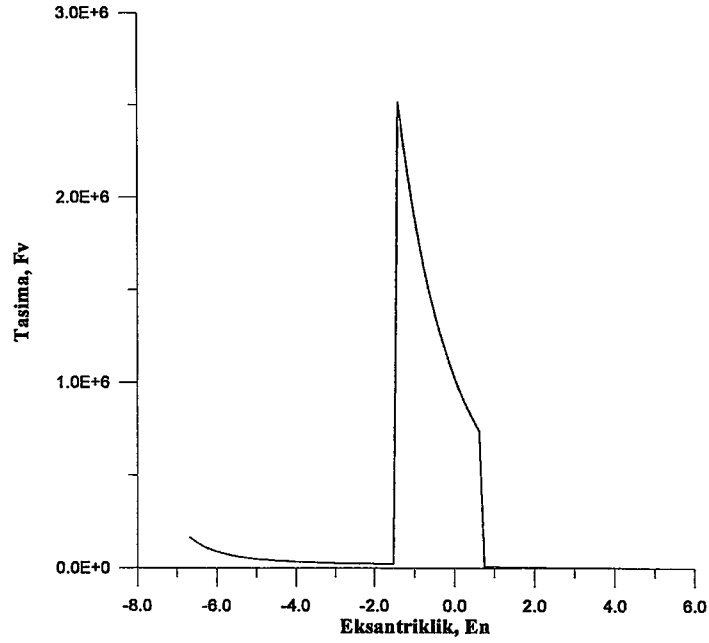
Şekil 6.12. Herhangi bir temas noktasında Hertz temas bandı (yağ filmi genişliği) boyunca viskozitenin değişimi (Değişim viskozite-basınç ilişkisi nedeniyle ortaya çıkar.)

Şekil 6.12’de herhangi bir temas noktasında Hertz temas bandı (yağ film genişliği) boyunca viskozitenin değişimi verilmiştir. Değişim viskozite-basınç ilişkisi nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Bu değişim simetrik olmaktadır. (Şekil 6.13) B temas genişliği 100 parçaya bölünmüştür.



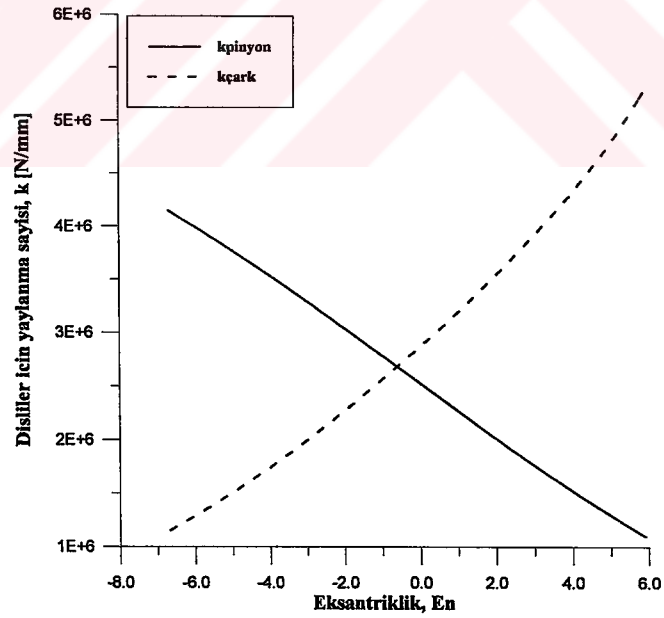
Şekil 6.13. Yağ(film) yastığı etkisi ile oluşan basıncın temas yarı genişliği boyunca değişimi

Basınç değişimi elde edildiği için eksantrikliğe göre taşıma değişimi grafik Şekil6.14’deki gibi gösterilebilir.



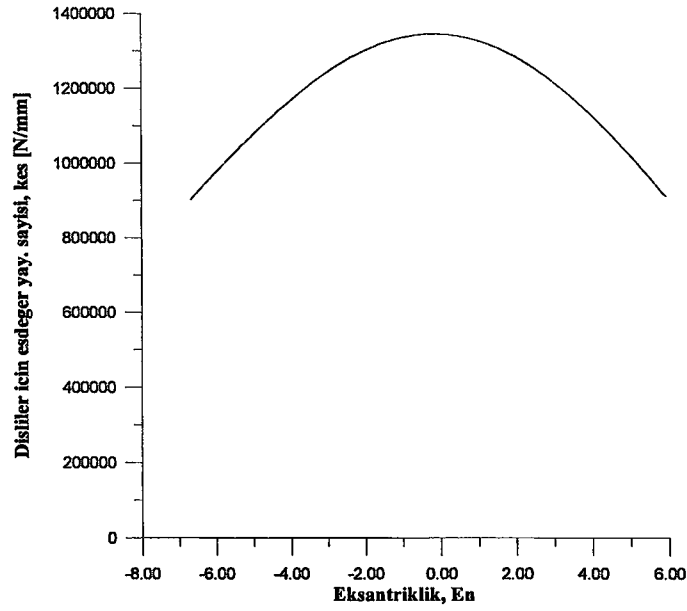
Şekil 6.14. Yağ (film) yastığı etkisi ile oluşan basınç dağılımının hesaba katılması ile elde edilen taşıma(basınç kuvvetlerinin bileşkesi)

Pinyon ve çarka ait yaylanma sayıları Şekil 6.15'te gösterilmektedir. Eşdeğer yaylanma sayısı, seri bağlı yaylar söz konusu olduğu için kolaylıkla bulunabilir.



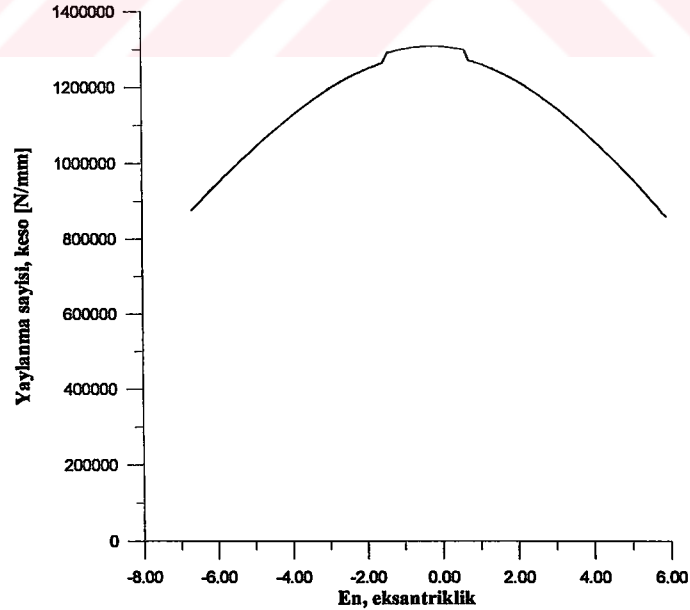
Şekil 6.15. Pinyon ve çarkın dişlerinin yaylanma sayılarının kavrama boyunca değişimi

Şekil 6.16'da diş çifti için eşdeğer yaylanma sayısının ($k_{eş}$) eksantriklik ile değişimi verilmektedir.



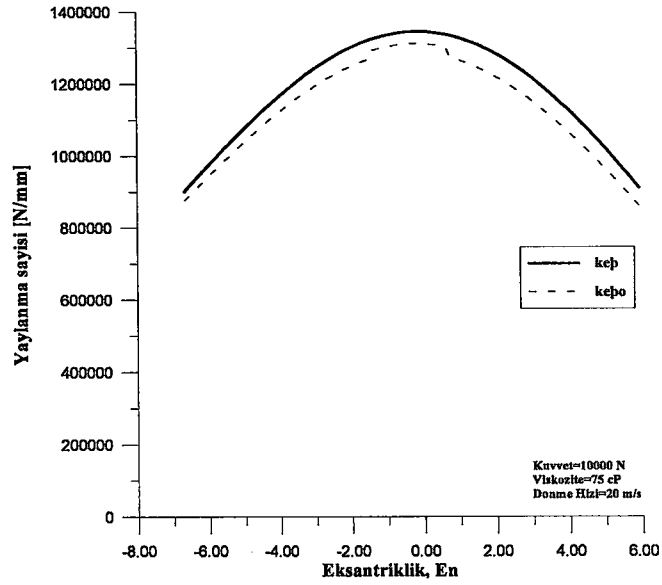
Şekil 6.16. Dişliler çiftinin yaylanma sayısının kavrama boyunca değişimi. Bu değişimde film etkisi yoktur.

Şekil 2.8 incelendiğinde dişlilere ait yaylanma sayısı yanında filme ait yaylanma sayısının da seri bağlı olarak gösterildiği açıklanmaktadır. Bu üç seri bağlı yayı temsil eden eşdeğer yaylanma sayısı $k_{e\phi o}$ bulunup Şekil 6.17’de gösterilmiştir. Bu değerlerin $k_{e\phi}$ ’den çok farklı olmadığı ise Şekil 6.18’de açıkça görülmektedir.



Şekil 6.17. Dişler ve yağ filmi birlikte düşünüldüğünde elde edilen eşdeğer yaylanma sayısının kavrama boyunca değişimine bir örnek

Film dişlere göre çok daha rijit bir yay gibi davrandığından film de eklendiğinde oluşan eşdeğer yaylanma sayısı, film dikkate alınmadan bulunan değere göre fazla farklı olmadığı şekilden görülebilir.



Şekil 6.18. Filmin esnekliği dikkate alınmadan ve alınarak elde edilen yaylanma sayısı değişimi

Bu nedenle yağ filminin katkısı ihmal edilerek $k_{eş}$ kullanılacaktır. Şekil 6.16’da gösterilen yaylanma sayısının, kavrama kıtası boyunca değişimi için ortalama yaylanma sayısı,

$$N = \frac{M + 1}{\text{Kavrama oranı}}$$

$$k_{n\text{ort}} = \frac{\sum_{i=0}^M k_n(i)}{M} \quad (6.1)$$

yazılabilir. Burada,

N = Bir taksimatlık bölgedeki nokta sayısı

$M+1$ = Kavrama kıtası uzunluğundaki nokta sayısı(100 eşit parça için 101 nokta)

$k_{n\text{ort}}$, tek diş çiftinin kavramaya girişinden çıkışına kadar geçen süre içinde yaylanma sayılarının ortalamasıdır. Bu ortalamada kavramada olabilen diğer diş çifti dikkate alınmamıştır. Giriş bölümünde açıklandığı gibi aslında kavrama kıtası boyunca tek ve çift diş temasları meydana gelmektedir.(Şekil 1.1) Bu durumda yaylanma katsayısı Şekil 1.2’de gösterildiği gibi değişir.

Bir periyotluk bölgede ki, dış temasında bir periyot kavrama doğrusu üzerinde bir temel daire taksimatı kadar yol almak için geçen süredir, dış çiftlerinin ortak yaylanma sayılarının ortalaması için aşağıdaki bağıntı yazılabilir.

$$k_{n2ort} = \frac{\sum_{i=0}^M k_n(i)}{N} \quad (6.2)$$

Bu şekilde elde edilen k_{n2ort} karakteristik bir yaylanma sayısıdır. Bu rijitliğe sahip bir yay ve dişlilerin kütleli eylemsizlik momentleri kullanılarak bir doğal frekans, karakteristik bir frekans olacaktır. Dinamik analiz ile ilgili modellerde eğer model saf burulma tipi model ise bu frekans sistemin cevabında ana frekans olarak kendini gösterir. Modellerde burulma yer değişimleri dışındaki yer değişimleri de hesaba katıldığında çözümlerde elde edilen dinamik davranıştaki frekans biraz farklı olabilir. Bu durumda bile bu frekans bir doğal frekans olmasada yine de sisteme ait karakteristik bir frekanstır. Modellerdeki sönüm katsayılarının tanımlanmasında bu frekans esas alınarak bulunan kritik sönüm kullanılır.

$$k_{2nort} \text{ için, } \omega_{n1} = \sqrt{\frac{k_{2nort}}{m_{eş}}} , R_{nkr1} = 2 \cdot m_{eş} \cdot \omega_{n1} \quad (6.3)$$

İstenirse tek bir dış çiftinin yaylanma sayısının ortalaması dikkate alınarak da bir başka frekans, bir başka kritik sönüm hesaplanabilir. Bunlarda,

$$k_{1nort} \text{ için, } \omega_{n2} = \sqrt{\frac{k_{1nort}}{m_{eş}}} , R_{nkr2} = 2 \cdot m_{eş} \cdot \omega_{n2} \quad (6.4)$$

Bölüm 2’de $m_{eş}$ formülü verilmiştir. Eşdeğer kütleli hesaplamak için dönme eylemsizlik momentleri kullanılarak pinyon ve çarka ait kütleler bulunur. Pinyon için eylemsizlik momentleri $8320[N.mm^2]$, çark için ise $56960[N.mm^2]$ değeri alınmıştır. İncelenen mekanizma için yukarıdaki frekanslar ve kritik sönümde hesaplama ve sonuçları Tablo 6.3’te verilmiştir.

Tablo 6.3 Sonuçlar

Yaylanma katsayısı	Doğal frekans	Kritik sönüm katsayısı
$k_{2nort} = 2021734$	$\omega_{n1} = 748,57$	$R_{nkr1} = 5401,57$
$k_{1nort} = 1196395$	$\omega_{n2} = 579,84$	$R_{nkr2} = 4155,23$

Bu çalışmada şekil değişimine uğrayan dişlerde ortaya çıkan iç sönüm(histeritik sönüm) diş çiftinin eşdeğer sönümünde hesaba katılmamıştır. (2.24) denkleminde malzeme iç sönümünün filmden kaynaklanan sönüme göre daha küçük olduğu bilinmektedir. Sonuçların elde edilebilmesi için yalnız filmden kaynaklanan sönüm hesaba katılmıştır.

Denklem 2.24'te $R_{eş}$ bulunabilmesi için gerekli olan dişlere ait sönüm katsayıları çok küçük olduğu için ihmal edilmektedir. Bu durumda,

k_2 : Grubin'e göre yağ filminin yaylanma sayısı(E_n 'e bağlı)

R_2 : Grubin'e göre yağ filminin sönüm katsayısı

olduğuna göre eşdeğer sönüm katsayısı denklem 2.24'den,

$$R_{eş} = \left(\frac{k_{eş}}{k_2} \right)^2 \cdot R_2 \quad (6.5)$$

elde edilir. Bu eşdeğer sönüm katsayısı değerlerinin kritik sönüme oranlanması ile sönüm oranları bulunur.

$$D = \frac{R_{eş}}{R_{kr}} \quad (6.6)$$

7. GENEL SONUÇLAR

Bu çalışmada düz alın dişli çark mekanizmalarında diş çiftinin sönüm özelliği üzerine dişler arasında oluşan yağ filminin katkısı incelenmiştir. Yağ filmi kalınlığı temas bölgesinde oluşan şekil değişimleri de dikkate alınarak ‘elastohidrodinamik’ Grubin denklemi kullanılarak hesaplanmış, filme ait rijitlik ve sönüm katsayıları bulunması için bir yol teklif edilmiştir. Bu metod örnek bir mekanizmaya uygulanmıştır ve sisteme ait parametrelerden diş normal kuvveti, dönme(çevre) hızı, yağ viskozitesi ve yağ viskozitesinin basınçla değişimini belirlemek üzere kullanılan piezo-viskozite katsayısı için pratik olarak geçerli değişik değerler alınmıştır. Toplam normal kuvvetin temasta olan diş çiftleri arasındaki paylaşımı da hesaplarda göz önünde bulundurulmuştur.

İnceleme sonucunda diş çiftlerinin sönümleme özelliği hakkında şunlar söylenebilir;

1. Nispeten büyük yüklere maruz diş çiftinde filmin sönümleme etkisi daha belirgindir. Diş yükü arttıkça sönüm katsayısı önemli ölçüde büyümektedir. Buna bağlı olarak kavrama boyunca sönüm katsayısıda tek diş temasının olduğu bölgede ani bir artış gözlenmiştir.
2. Eşdeğer eğrilik yarıçapının nispeten küçük olduğu dolayısıyla filmin ince olduğu bölgelerde sönüm daha yüksektir.
3. Mekanizmanın hızı arttıkça daha küçük sönüm katsayıları elde edilmiştir. Bu durum hız arttıkça film kalınlığında söz konusu olan artışa bağlanabilir.
4. Viskozite arttıkça film kalınlığında artış görüldüğünden sönüm etkisi azalmaktadır.
5. Sönüm üzerine en etkili parametrenin piezo-viskozite katsayısı olduğu görülmüştür. Bu katsayının sönüm üzerindeki etkisi, film kalınlığı üzerindeki etkisinden çok daha büyüktür.
6. Bugüne kadar dişli çark dinamiği ile ilgili modellerde kavrama boyunca değişmeyen sönüm oranları kullanılmıştır. Yapılan çalışma sönüm katsayısında çift diş çifti teması ile tek çifti temasının olduğu bölgelerde çok

önemli farklar olduğunu göstermiştir.Bu farklılık dinamik analizlere aktarılabilir ve temas noktasının konumuna göre sönüm katsayısı değiştirilebilir.



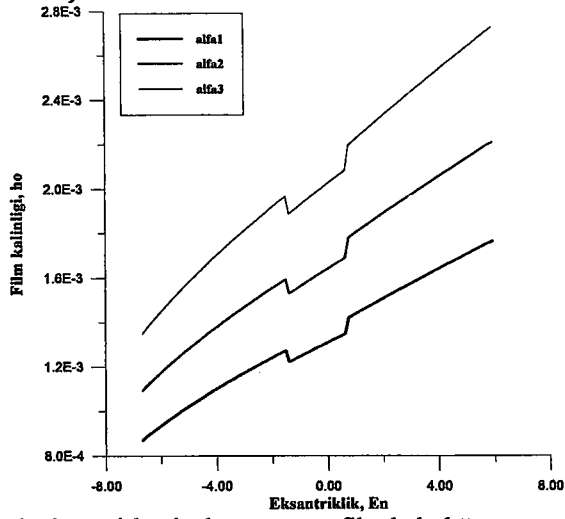
KAYNAKLAR

- [1] **Özgüven, N. and Houser, D.R.**, 1988. Mathematical Models Used in Gear Dynamics- A Review, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.121(3), 383-411
- [2] **Yücenur, S., and Didari, S.**, 1996. Influence of Off Line Action Contact on Static and Dynamic Behaviour of Spur Gear Mechanisms, *7th International Machine Design and Production Conference, September 11-13, Metü, Ankara*
- [3] **Küçükay, F.**,1981. Über das dynamische Verhalten von einstufigen Zahnradgetrieben, Fortschr.-Ber. VDI-Z, Reihe 11 Nr. 43, München
- [4] **Palavan, S.**, 1969. Mekanik Titreşim Dersleri, Ofset Matbaacılık Ltd. Şti., İstanbul
- [5] **Steidel, R.F.**, 1989. An Introduction to Mechanical Vibration, John Wiley
- [6] **Akkurt, M.**, 1997. Makine Elemanları, Birsen Yayınevi, İstanbul
- [7] **Wright, D.**, 2001. Desing and Analysis of Machine Elements, Department of Mechanical and Materials Engineering The University of Western Australia
- [8] **Norton, R.L.**, 1998. Machine Desing, Prentice-Hall inc., USA
- [9] **Yücenur, S., and Özkan Ş.**, Determination of Stiffness Coefficient of Spur Gear Tooth Comparison of Two Methods,(Yayınlanması için gönderilmiştir.), İstanbul
- [10] **Cornell, R.W. and Westerwelt, W.W.**, 1978. Dynamic Tooth Loads and Stressing for High Contract Ratio Gears, ASME,*Journal of Mechanical Design*, Vol.100 pp66-76
- [11] **Grubin, A. N., and Vinogradova, I. E.**, 1949. Central Scientific Research Institute for Technology and Mechanical Engineering , Moscow, Department of Scientific and Industrial Research, Transl.337
- [12] **Dawson, D., and Higginson, G.R.**, 1966. Elasto-Hyrodynamic Lubrication, Pergamon Press, Oxford
- [13] **Terrill, R. M.**, 1983. On Grubin's formula in Elastohydrodynamic Lubrication Theory, *Wear*, 92(1983) 67-78

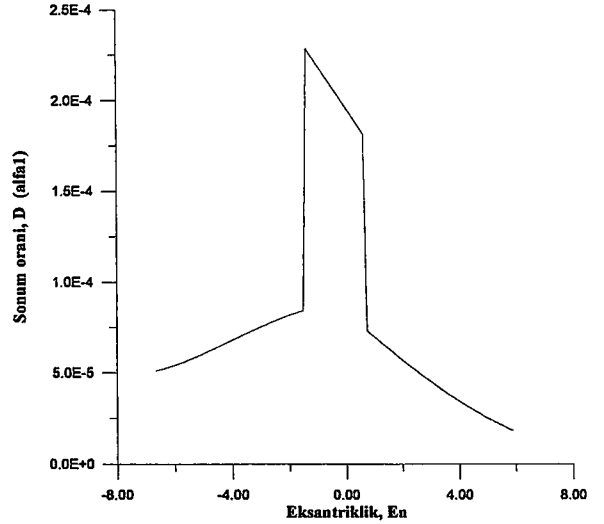
- [14] **Thomson, W.T.**, 1965. Vibration Theory and Applications, Prentice-Hall inc., USA
- [15] **Inman, D.J.**, 1996. Engineerin Vibration, Prentice-Hall inc., USA
- [16] **Seto, W.W.**, 1977. Mekanik Titreşimler, Birsen Yayınevi, İstanbul
- [17] **Cameron, A.**, 1966. Principles of Lubrication, Logmans Green Co. Ltd., London
- [18] **Hutchings., I.M.**, 1992. Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials, Edmundsbury Press Ltd., London
- [19] **Beer, S.P. and Johnston, E.R.**, 1996. Dynamics, McGraw-Hill, USA
- [20] **Stolarski, T.A.**, 1990. Tribology in Machine Desing, Industrial Press., New York
- [21] **Demir, H. Ve Öztürk, T.**, 1992. Makine Temellerinin Tasarım ve Hesabı, İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul
- [22] **Kıraç, N.**, 1994. Teknik Resim II, Uludağ Üniversitesi Basımevi, Bursa
- [23] **Altaç, Z.**, 1993. Nümerik Analiz, Osmangazi Üniversitesi Yayınları, Eskişehir

EK A1

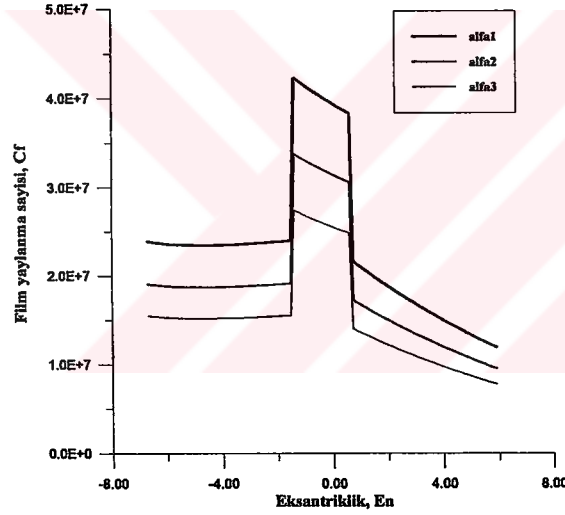
Parametreler $F=5000N$, $V=20m/s$ ve $\eta_0=75cP$ için piezo-viskozite katsayısının sonuçlara etkisi



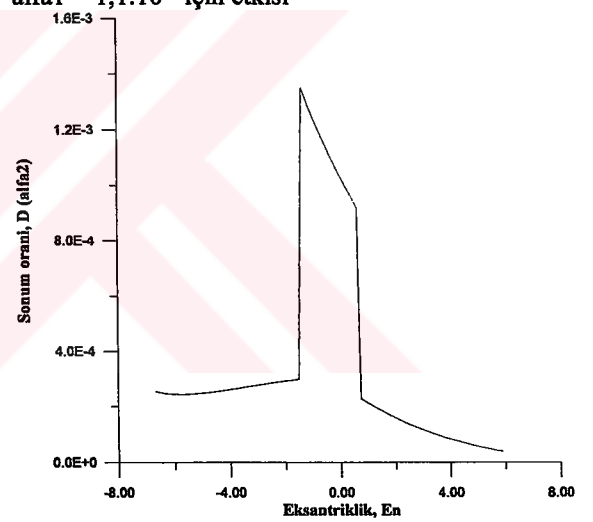
a) Piezo-viskozite katsayısının film kalınlığına etkisi



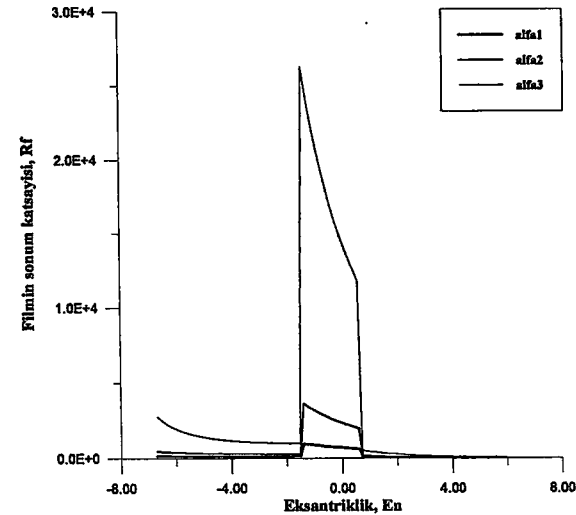
d) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına alfa1 = $1,1 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



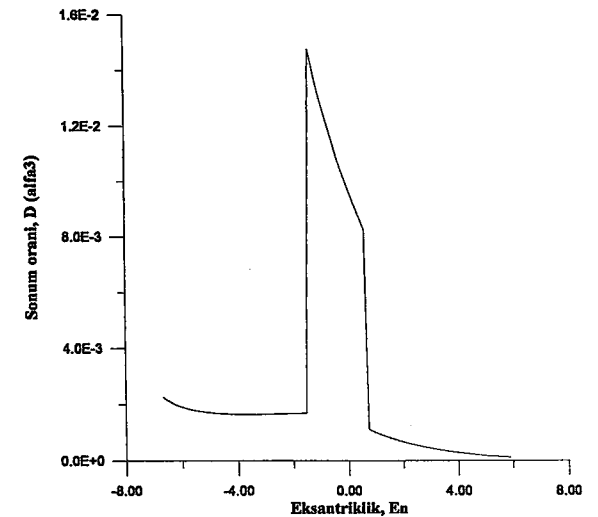
b) Piezo-viskozite katsayısının film yayılma sayısına etkisi



e) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına alfa2 = $1,5 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



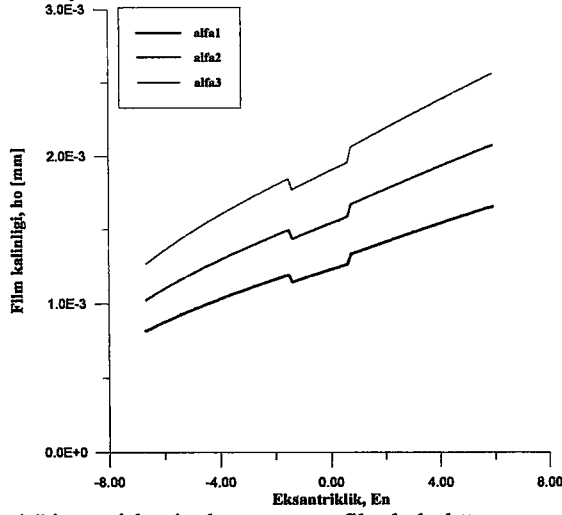
c) Piezo-viskozite katsayısının filmin sönüm katsayısına etkisi



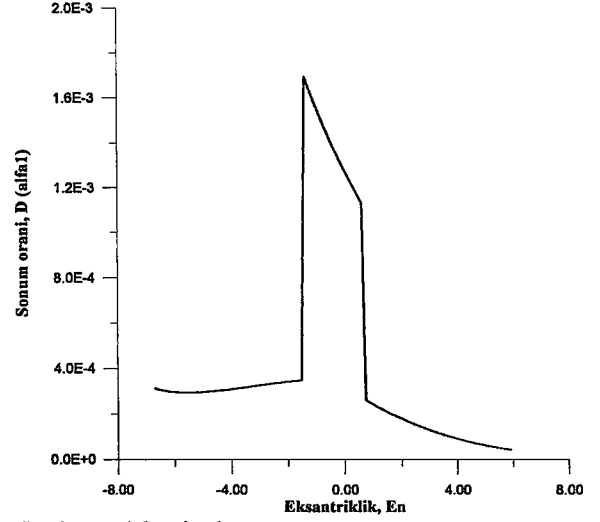
f) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına alfa3 = $2,0 \cdot 10^{-2}$ için etkisi

EK A2

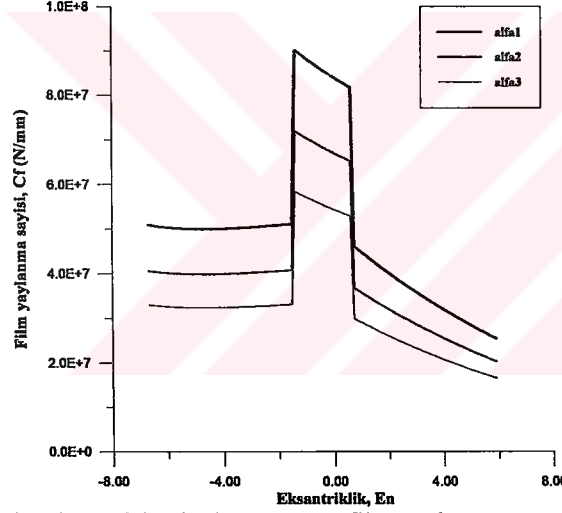
Parametreler $F=10000N$, $V=20m/s$ ve $\eta_0=75cP$ için piezo-viskozite katsayısının sonuçlara etkisi



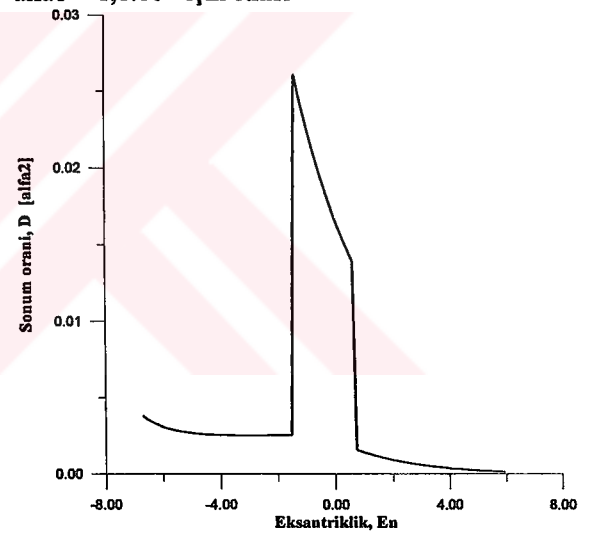
a) Piezo-viskozite katsayısının film kalınlığına etkisi



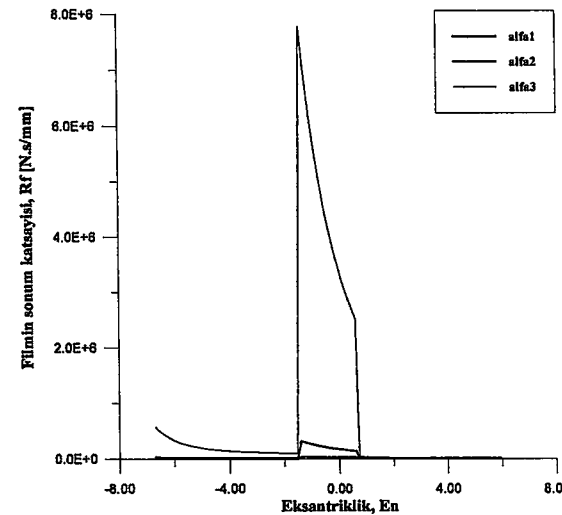
d) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_1 = 1,1 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



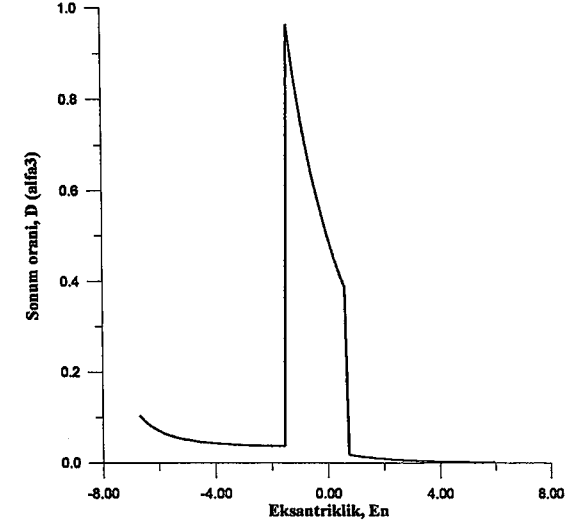
b) Piezo-viskozite katsayısının film yayılma sayısına etkisi



e) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_2 = 1,5 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



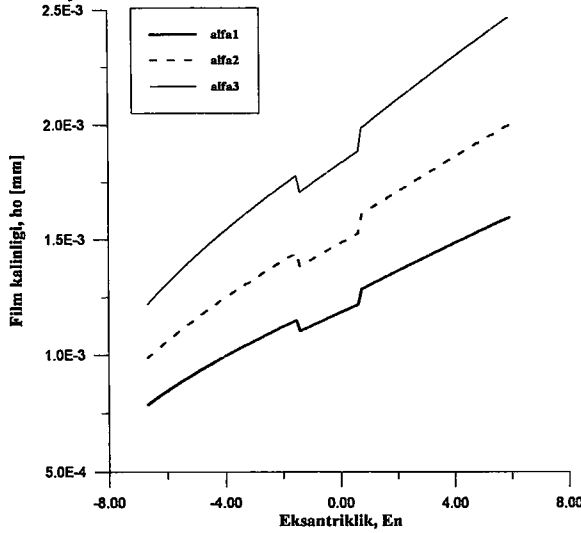
c) Piezo-viskozite katsayısının filmin sönüm katsayısına etkisi



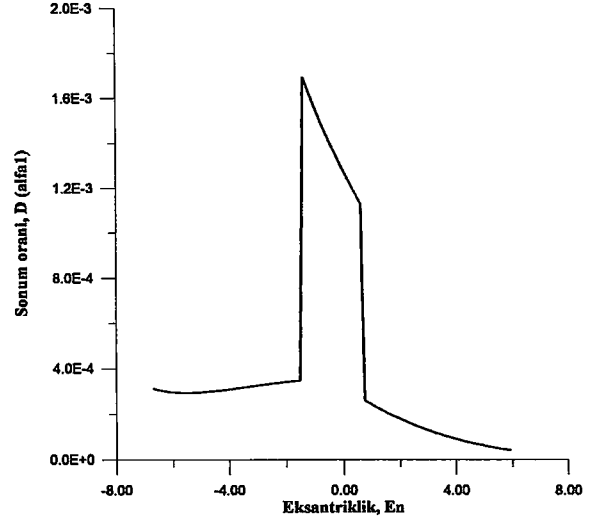
f) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_3 = 2,0 \cdot 10^{-2}$ için etkisi

EK A3

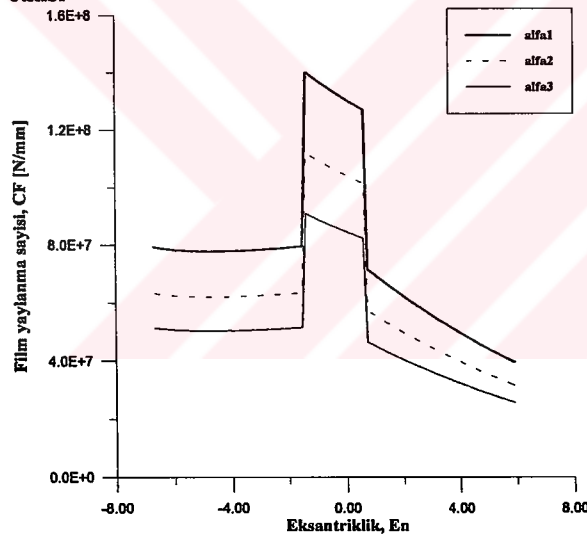
Parametreler $F=15000\text{N}$, $V=20\text{m/s}$ ve $\eta_0 = 75\text{cP}$ için piezo-viskozite katsayısının sonuçlara etkisi



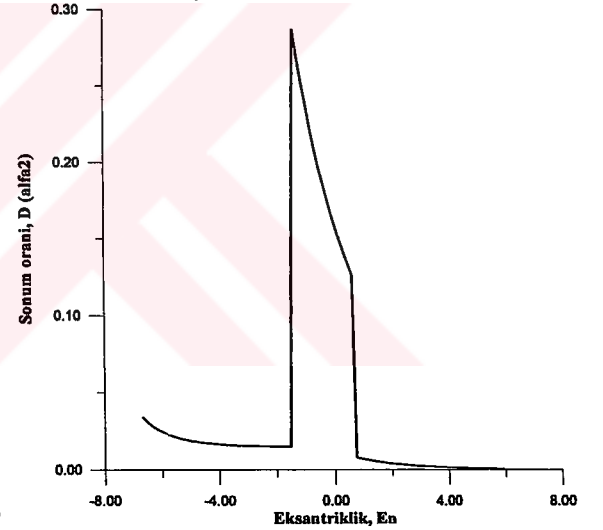
a) Piezo-viskozite katsayısının film kalınlığına etkisi



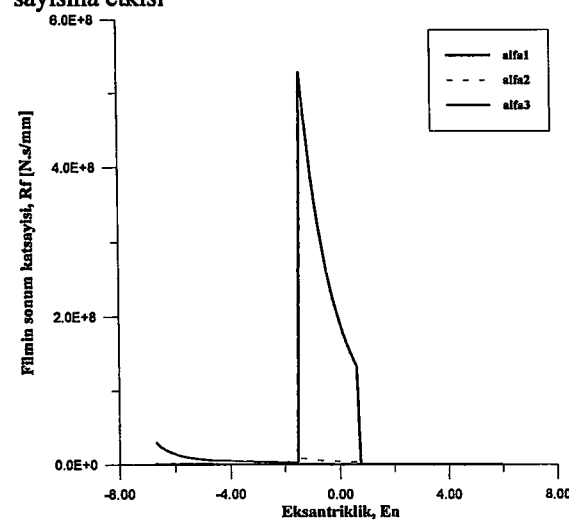
d) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_1 = 1,1 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



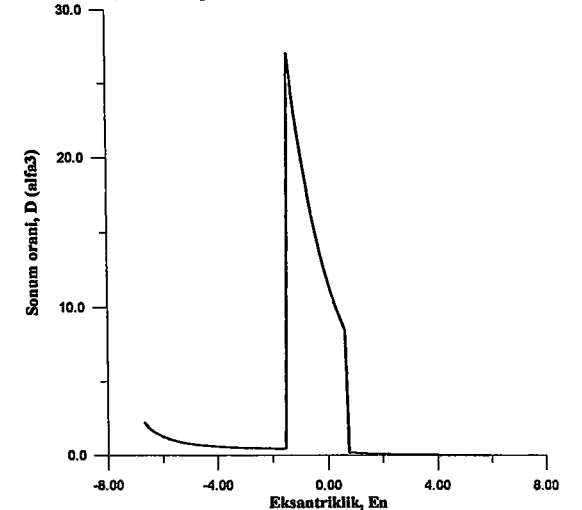
b) Piezo-viskozite katsayısının film yayılma sayısına etkisi



e) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_2 = 1,5 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



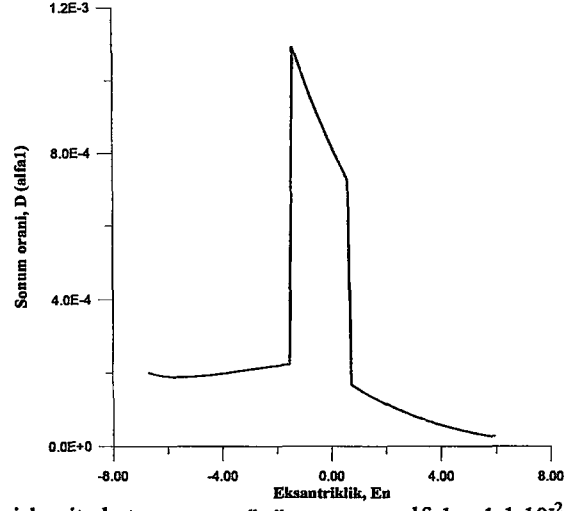
c) Piezo-viskozite katsayısının filmin sönüm katsayısına etkisi



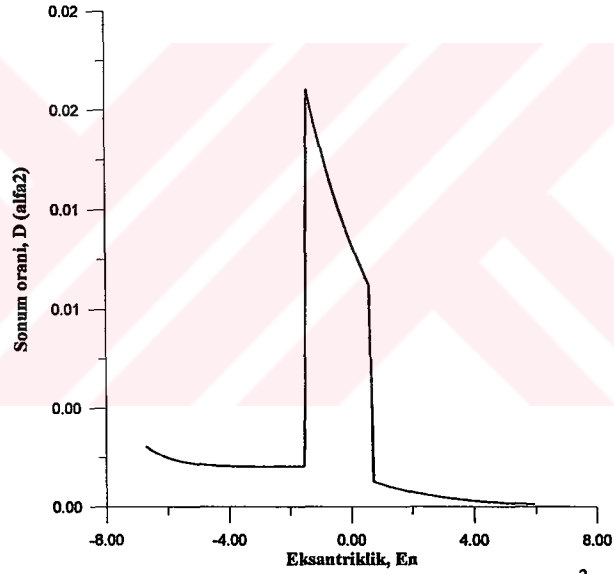
f) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_3 = 2,0 \cdot 10^{-2}$ için etkisi

EK A4

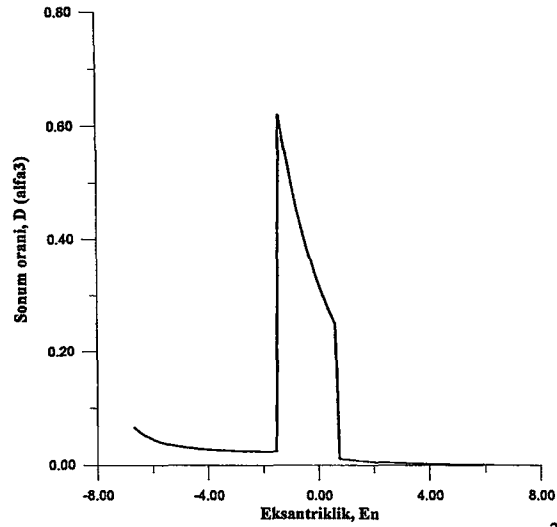
Parametreler $F=10000\text{N}$, $V=20\text{m/s}$ ve $\eta_0=15\text{cP}$ için piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına etkisi



a) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_1 = 1,1 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



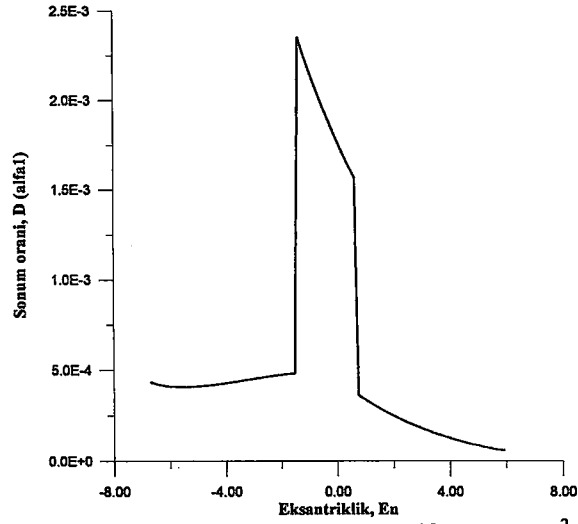
b) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_2 = 1,5 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



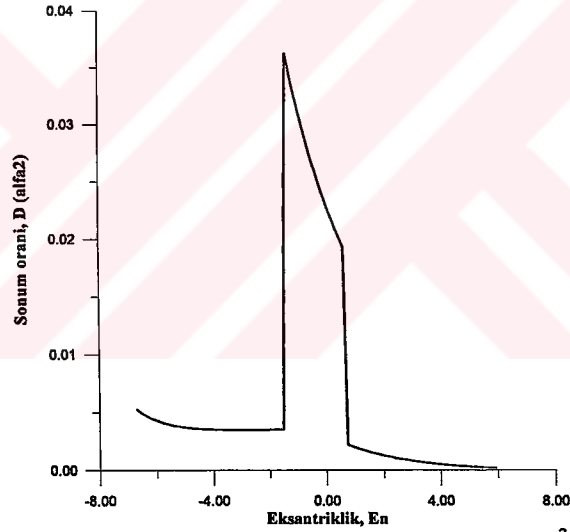
c) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_3 = 2,0 \cdot 10^{-2}$ için etkisi

EK A5

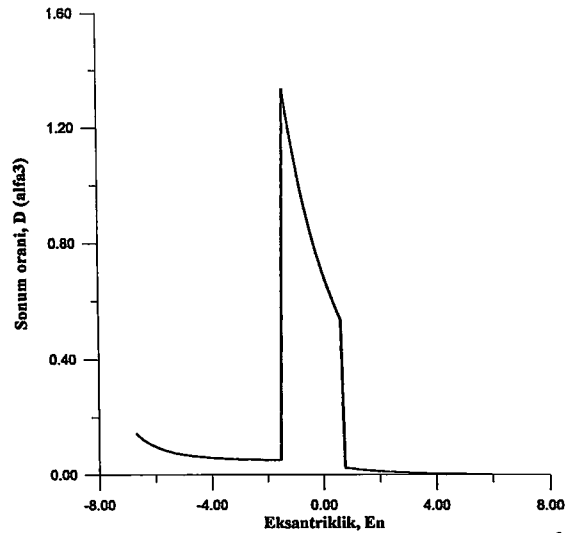
Parametreler $F=10000\text{N}$, $V=20\text{m/s}$ ve $\eta_0 = 250\text{ cP}$ için piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına etkisi



a) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_1 = 1,1 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



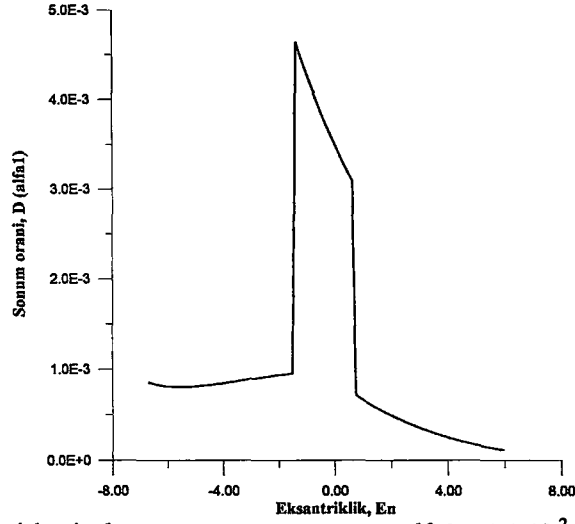
b) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_2 = 1,5 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



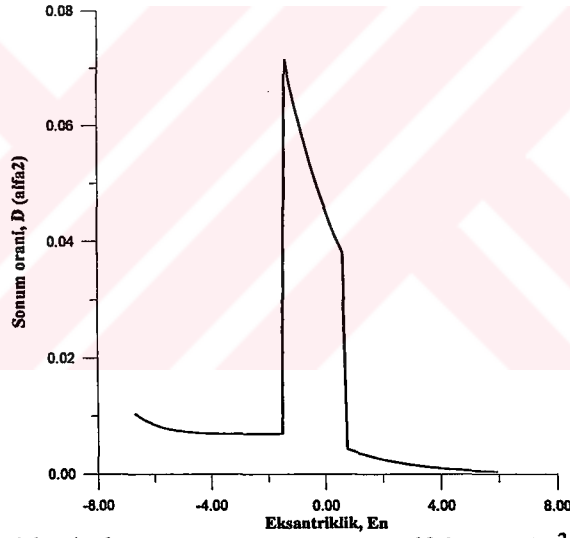
c) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_3 = 2,0 \cdot 10^{-2}$ için etkisi

EK A6

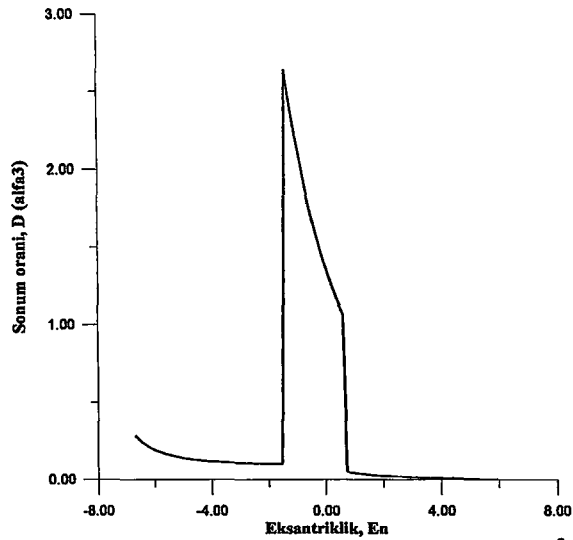
Parametreler $F=10000\text{N}$, $V=5\text{ m/s}$ ve $\eta_0 = 75\text{ cP}$ için piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına etkisi



a) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_1 = 1,1 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



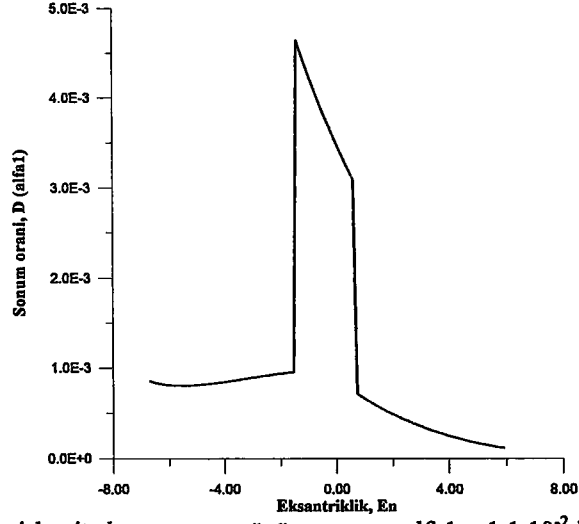
b) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_2 = 1,5 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



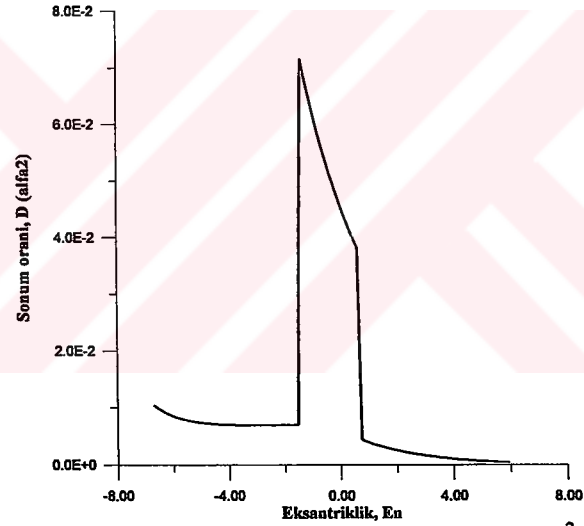
c) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_3 = 2,0 \cdot 10^{-2}$ için etkisi

EK A7

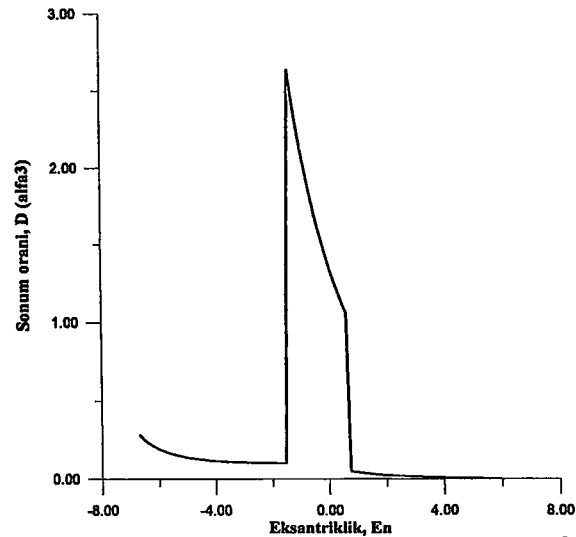
Parametreler $F=10000\text{N}$, $V=50\text{ m/s}$ ve $\eta_0 = 75\text{ cP}$ için piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına etkisi



a) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_1 = 1,1 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



b) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_2 = 1,5 \cdot 10^{-2}$ için etkisi



c) Piezo-viskozite katsayısının sönüm oranına $\alpha_3 = 2,0 \cdot 10^{-2}$ için etkisi

EK B

Örnek Mekanizma İçin Hazırlanan Program

Aşağıdaki program kullanılarak, daha önce tanımladığımız parametrelerle ilgili sonuçlar edilerek EK A'da verilmiştir.

```
C *****
C                                     SÖNÜM KATSAYISI VE SÖNÜM ORANI
C *****
IMPLICIT REAL(A-H,O-Z)
REAL M,KE1,KE2,KE,ITK,EC,VIZO,ALFA,ICO,Mpes,Mges,MES
DIMENSION FMIn(0:100),WFM(0:100)
DIMENSION E(0:100),EGR1(0:100),EGR2(0:100),ESEGR(0:100)
DIMENSION UHIZ1(0:100),UHIZ2(0:100),ESHIZ(0:100)
DIMENSION PKO(0:100),HO(0:100),CF1(0:100)
DIMENSION TCF(0:100),DK1(0:100),DCF1(0:100),DHM(0:100)
DIMENSION DTCTF(0:100),BP(0:100),PMAX(0:100),ASAG(0:100)
DIMENSION VISDEG(0:100),PSON(0:101)
DIMENSION coef1(0:100),coef2(0:100),coef5(0:100)
DIMENSION coef55(0:100),coef6(0:100)
DIMENSION RSONUM(0:100),TOPTASIMA(0:100),REStd(0:100)
DIMENSION DStd1(0:100),YAYKeso(0:100),SURKAT(0:100)
DIMENSION YAYK1(0:100),YAYK3(0:100),YAYKes(0:100)
DIMENSION DStd2(0:100)
DATA PI/3.14159/
OPEN (2,FILE='C:\tugce\KUVVET10000.DAT',STATUS='OLD')
READ (2,144)(FMIn(i),i=0,100)
OPEN (3,FILE='C:\tugce\1Npinyonyay.DAT',STATUS='OLD')
READ (3,144)(YAYK1(i),i=0,100)
OPEN (7,FILE='C:\tugce\1Ncarkyay.DAT',STATUS='OLD')
READ (7,144)(YAYK3(i),i=0,100)
144 FORMAT (F11.6)
Z1=24
Z2=72
M=2.5
VC=20000
BGEN=70
POIS=0.3
ALFA=2.0E-02
EC=2.1*10**5
VIZO=75E-09
VA=0.1
ATMp=8320
ATMg=56960
N=100
C   TAKSİMAT DAİRESİ ÇAPLARI
DO1=M*Z1
DO2=M*Z2
RO1=DO1/2
RO2=DO2/2
C   ÇEVİRİM ORANI
ICO=(DO2/DO1)
C   TAKSİMAT
P=PI*M
C   BAŞ DAİRESİ ÇAPLARI
```

$DB1=DO1+(2*M)$
 $DB2=DO2+(2*M)$
 $RB1=DB1/2$
 $RB2=DB2/2$
C TABAN DAİRESİ ÇAPLARI
 $DT1=DO1-(2*(1.25*M))$
 $DT2=DO2-(2*(1.25*M))$
C DİŞ YÜKSEKLİĞİ
 $H=2.25*M$
C ÇALIŞMA YÜKSEKLİĞİ
 $HC=2*M$
C TEMEL DAİRESİ ÇAPLARI
 $\theta=20$
 $RG1=(DO1/2)*\cos(\theta)$
 $RG2=(DO2/2)*\cos(\theta)$
 $DG1=RG1*2$
 $DG2=RG2*2$
C TEMEL DAİRE TAKSİMATI
 $PG=P*\cos(\theta)$
C DİŞ KALINLIĞI (taksimat dairesi üzerinde)
 $SO1=P/2$
C DİŞ BAŞI BOŞLUĞU
 $SB=H-HC$
C EKSENLER ARASI MESAFE
 $A=(DO1+DO2)/2$
C AÇISAL HIZLAR
 $RW1=DO1/2$
 $RW2=DO2/2$
 $W1=VC/RW1$
 $W2=W1*(Z1/Z2)$
C KAVRAMA BOYU
 $KE1=(RB2**2-RG2**2)**0.5-(RW2**2-RG2**2)**0.5$
 $KE2=(RB1**2-RG1**2)**0.5-(RW1**2-RG1**2)**0.5$
 $KE=KE1+KE2$
C KAVRAMA ORANI
 $EKAVO=KE/PG$
C BİRİNCİ VE İKİNCİ TEKİL KAVRAMA NOKTASI
 $BTK=KE2-PG$
 $ITK=-KE1+PG$
 $d=100$
 $P1=-KE1$
 $P2=KE2$
 $CCC=1$
 $BBB=CCC/11$
 $YAYK_{top}=0$
 $DO\ 221\ iz=0,100$
C EŞDEĞER YAYLANMA SAYILARI
 $YAYK_{es}(iz)=YAYK1(iz)*YAYK3(iz)/(YAYK1(iz)+YAYK3(iz))$
 $YAYK_{eso}(iz)=YAYK_{es}(iz)*TCF(iz)/(YAYK_{es}(iz)+TCF(iz))$
 $YAYK_{top}=YAYK_{top}+YAYK_{es}(iz)$
22 CONTINUE
 $YAYK_{n1ort}=YAYK_{top}/100$
 $M_{pes}=ATM_p/(RB1**2)$
 $M_{ges}=ATM_g/(RB2**2)$
 $MES=(M_{pes}*M_{ges})/(M_{pes}+M_{ges})$
C DOĞAL FREKANS VE KRİTİK SÖNÜM
 $DFREtd2=\sqrt{YAYK_{n1ort}/MES}$
 $RKRiTiK2=2*MES*DFREtd2$
 $ENN=(d+1)/EKAVO$
 $YAYK_{n2ort}=YAYK_{top}/ENN$

```

DFREtd1=SQRT(YAYKn2ort/MES)
RKRTiK1=2*MES*DFREtd1
DO 105 i=0,100
WFM(i)=FMIn(i)/(BGEN)
F=(KE/d)
E(i)=P1+(i*F)
C  EGRİLİK YARIÇAPLARI
EGR1(i)=(RO1*SIND(theta))+E(i)
EGR2(i)=(RO2*SIND(theta))-E(i)
ESEGR(i)=(EGR1(i)*EGR2(i))/(EGR1(i)+EGR2(i))
C  YUVARLANMA HIZLARI
UHIZ1(i)=EGR1(i)*W1
UHIZ2(i)=EGR2(i)*W2
ESHIZ(i)=UHIZ1(i)+UHIZ2(i)
C  YAĞ FİLM KALINLIĞI(GRUBIN)
coef1(i)=(ESHIZ(i)*VIZO*ALFA)**(8*BBB)
coef2(i)=ESEGR(i)**(4*BBB)
coef3=(1-(POIS**2))**(BBB)
coef4=1.18/coef3
PKO(i)=(coef4*coef1(i)*coef2(i))/(EC*(-BBB))
HO(i)=PKO(i)/(WFM(i)**(BBB))
C  YAYLANMA KATSAYISI(GRUBIN)
CF1(i)=(11*(PKO(i)**11))/(HO(i)**12)
TCF(i)=BGEN*CF1(i)
C  YAĞ FİLM KALINLIĞI(DAWSON-HIGGINSON)
coef5(i)=(VIZO*ESHIZ(i)/(EC*ESEGR(i)))**0.7
coef55(i)=coef5(i)*ESEGR(i)
coef6(i)=(1/(EC*ESEGR(i)))**0.13
DK1(i)=0.88*((ALFA*EC)**0.6)*(coef55(i)/coef6(i))
DHM(i)=DK1(i)*(WFM(i)**(-0.13))
C  YAYLANMA KATSAYISI(DAWSON-HIGGINSON)
DCF1(i)=7.692*(DK1(i)**7.692)*(DHM(i)**(-8.692))
DTCF(i)=BGEN*DCF1(i)
C  HERTZ TEMAS GENİŞLİĞİ ve BASINCI
BP(i)=SQRT((1-(POIS**2))*8*WFM(i)*ESEGR(i)/(EC*PI))
PMAX(i)=(2*WFM(i))/(BP(i)*PI)
C  SÖNÜM HESABI İÇİN REYNOLDS DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ
DELX=BP(i)/N
BPE=BP(i)
ASAG(i)=(-12*VA/(HO(i)**3))
PSON(0)=0
EXX=-BPE
PONE=0
DO 295 iv=1,100
coef11=(EXX**2)/(BPE**2)
coef15=SQRT(1-coef11)
PHRTZ=PMAX(i)*coef15
VISDEG(iv)=VIZO*EXP(ALFA*PHRTZ)
BSAG=ASAG(i)*VISDEG(iv)*EXX
DELPE=BSAG*DELX
PSON(iv)=PONE+DELPE
PONE=PSON(iv)
EXX=EXX+DELX
295  CONTINUE
DO 296 kt=0,100
296  CONTINUE
C  TASIMA
TASIM=0
DO 170 KC=0,99
TASIM=TASIM+(PSON(KC)*DELX)*BGEN

```

```

170  CONTINUE
    TASIM=TASIM+(PSON(100)*DELX)*(BGEN/2)
    TOPTAS=2*TASIM
    TOPTASIMA(i)=TOPTAS
C    SÜRTÜNME KATSAYISININ HESABI
    VISON=0
    DO 177 KL=0,99
    VISON=VISON+VISDEG(KL)
177  CONTINUE
    TOPV=VISON+(VISDEG(100)/2)
    VKAY=ABS(UHIZ1(i)-UHIZ2(i))
    FSUR=2*(BGEN*DELX*VKAY*TOPV/HO(i))
    SURKAT(i)=FSUR/FMIn(i)
C    SÖNÜM KATSAYISININ ve SÖNÜM ORANININ BULUNMASI
    RSONUM(i)=TOPTASIMA(i)/VA
    REStd(i)=RSONUM(i)*(YAYKes(i)/TCF(i))**2
    DStd2(i)=REStd(i)/RKRTiK2
    DStd1(i)=REStd(i)/RKRTiK1
105  CONTINUE
    STOP
    END

```



ÖZGEÇMİŞ

1977 yılında Eskişehir’de doğan Tuğçe Darcan, Süleyman Çakır Lisesinde orta okul ve lise öğrenimini tamamlayarak, 1995 yılında Osmangazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümüne girdi. Bir yıl hazırlık sınıfında İngilizce eğitimi görerek, başarı ile mezun oldu. Derslerinin büyük bir bölümünü İngilizce olarak beş kişilik bir sınıfta gördü. 2000 yılında okul dördüncüsü olarak mezun oldu. Aynı yıl İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Bölümüne Lisans Üstü çalışmalar yapmak üzere başladı.



TC YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMENTASYON BİRİMİ