

2223

SİLİNDİRİK KABUKLARIN GERİLME DURUMUNA DELİK ETKİSİ

(DOKTORA TEZİ)

Yük. Müh. Metin AYDOĞAN

Tezin Dekanlığa Verildiği Tarih : 23 Eylül 1980

Tezin Müdafaa Edildiği Tarih : 5 Ocak 1981

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof. Dr. Kemal ÖZDEN

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Rifat YARAR

Prof. Yusuf BERDAN

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
İNŞAAT FAKÜLTESİ MATBAASI

1981

Y. G.
Yükseköğretim Kurulu
Dokümantasyon

İÇİNDEKİLER

NOTASYON	I - IV
ÖZET	V - VI
SUMMARY	VI- XI
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1. Konu	1
1.2. Konu İle İlgili Çalışmalara Toplu Bakış	2
1.2.1. Kabuklarda Delik Problemi İle İlgili Teorik ve Deneysel Çalışmalar	2
1.2.2. Silindirik Kabuk Sistemlerine Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulanması	3
BÖLÜM 2. SİLİNDİRİK KABUK TEORİSİNİN ESAS BAĞINTILARI	7
2.1. Varsayımlar	7
2.2. Yüzey Geometrisi İle İlgili Tanımlar	7
2.3. Şekil Değiştirme-Yer Değiştirme Bağıntıları	10
2.4. Elastisite Bağıntıları ve Kesit Tesirleri	13
2.5. Denge Denklemleri	16
2.6. İç Kuvvetlerin İş İfadeleri	18
BÖLÜM 3. SONLU ELEMANLAR METODU İLE YAPI SİSTEMLERİNİN HESABI	19
3.1. Metodun Esası	19
3.2. Tanımlar	19
3.3. Sonlu Elemanlar Metodu Denklemlerinin Elde Edilmesi	20
3.3.1. Eleman Analizi	20
3.3.2. Sistem Analizi	24
3.4. Yakınsaklık Kriterleri	26

BÖLÜM 4. ALAN KOORDİNATLARI (ÜÇGENSEL KOORDİNATLAR)	29
4.1. Giriş	29
4.2. Alan Koordinatları	30
4.3. Koordinat Sistemleri Arasındaki Bağlantılar ...	31
4.3.1. Alan Koordinatları İle Global Koordinat Sistemi Arasındaki Bağlantılar	31
4.3.2. Global Koordinat Sistemleri İle Yerel Koordinat Sistemleri Arasındaki Bağlantılar	32
4.4. Bazı Geometrik Bağlantıların Çıkarılması	33
4.5. $f=f(L_1, L_2, L_3)$ Fonksiyonunun Muhtelif Koordinatlardaki Türev İfadeleri	35
4.5.1. Global Koordinatlarda Türev İfadeleri	35
4.5.2. Yerel Koordinatlarda Türev İfadeleri	35
4.6. Alan Koordinatlarında İntegral İşlemi	36
BÖLÜM 5. SİLİNDİRİK ÜÇGEN SONLU ELEMAN	37
5.1. Yer Değiştirme Fonksiyonlarının Seçilişi	37
5.1.1. Eksen Takımı	37
5.1.2. Eleman Uç Serbestlikleri Sayısı ve Yer Değiştirme Fonksiyonlarının Genel İfadeleri	39
5.1.3. Yer Değiştirme Fonksiyonlarının Elde Edilişi	40
5.1.3.1. c_{u10} , c_{v10} Sabitlerinin Bulunması	46
5.1.3.2. c_{w19} , c_{w20} , c_{w21} Sabitlerinin Bulunması	50
5.1.4. Rijit Yer Değiştirme Kriterinin İrdelenmesi	62
5.2. Kesit Tesirleri ve Uç Deplasmanları Arasındaki Bağlantılar	64
5.3. Eleman Rijitlik Matrisi	66
5.4. Eleman Yükleme Matrisi	68
5.5. Sayısal Örnekler	70

BÖLÜM 6. SİLİNDİRİK KABUKLARIN GERİLME DURUMUNA	
DELİK ETKİSİNİN PARAMETRİK İNCELENMESİ	77
6.1. Kapsam	77
6.2. Altında Kenarları Kalınlaştırılmış Deliği Olan Alttan Ankastre Silindirik Sıvı Haznelerinde Gerilme Durumu	78
6.2.1. Parametrik İnceleme Sonuçları	84
6.3. Ortasında Deliği Olan Alttan-Ankastre Silindirik Kabuğa Yalnız Üstten Burulma Momenti Etkimesi Hali	86
6.3.1. Parametrik İnceleme Sonuçları	92
6.4. Eksenlere Göre Simetrik Olarak Yerleşmiş ve Kenarları Kalınlaştırılmış Delikleri Olan Zati Ağırlığının Etkisindeki Tonoza Gerilme Durumu	93
6.4.1. Parametrik İnceleme Sonuçları	99
BÖLÜM 7. ELEKTRONİK HESAP MAKİNASI PROGRAMI	103
7.1. Giriş	103
7.2. Programın Yapısı ve Çalışma Düzeni	103
7.3. Programın Kullanılması	108
7.3.1. Giriş Bilgileri	108
7.3.2. Çıkış Bilgileri	110
SONUÇLAR	111-114
KAYNAKLAR	
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

NOTASYON

$[]$	: Matris gösterilimi
$\{ \}$	: Kolon vektör gösterilimi
$[]^T, \{ \}^T$	: Matris ve vektörün transpozunu
X_i	: Kartezyen koordinatlar
$\vec{i}_m$	: Kartezyen koordinatlara ait birim vektörler
s_α	: Eğrisel koordinatlar
a_α, a_3	: Kovariant baz vektörünün teğetsel bileşenleri, yüzeye dik bileşeni
$\vec{e}_i$	: Kovariant baz vektörü bileşenleri doğrultusundaki birim vektörler
$\vec{r}$	: Yer vektörü
$\vec{V}$	: Yer değiştirme vektörü
R	: Silindirin yarıçapı
A, B	: Baz vektörün teğetsel bileşenlerinin boyları, delik boyutları
ψ	: Silindir üzerindeki bir noktanın başlangıçtan itibaren gördüğü merkez açısı
h	: Kabuk kalınlığı
κ_α	: s_α eğrilerine ait eğrilikler
u, v, w	: Teğetsel ve normal yer değiştirmeler
ϵ_α	: Uzama şekil değiştirmesi
$\gamma_\alpha, \gamma_{12}$	: Doğrultu değişimleri, toplam kayma şekil değiştirmesi
β_α	: s_α koordinatlarına ait teğetlerin dönmeleri
β_z	: Kabuk normal etrafındaki dönme

II

- χ_{α} : Asal eğrilik değişimleri
 τ : Burulma eğriliği
 $\sigma_{\alpha}, \sigma_{12}$: Eksenel gerilmeler, kayma gerilmesi
 E, ν : Elastisite modülü, Poisson oranı
 N_{α}, N_{12} : Eksenel kuvvetler, kayma kuvveti
 $M_{\alpha}, M_{12} = M_b$: Eğilme momentleri, burulma momenti
 Q_{α} : Kesme kuvvetleri
 B, D : Uzama ve eğilme rijitlikleri
 q_{α}, q_3 : Yük bileşenleri
 $\{f\}$: Yer değiştirme fonksiyonlarından oluşan vektör
 $[N]$: Birim durum fonksiyonlarından meydana gelen matris
 $[N_p]$: Yük için seçilmiş enterpolasyon fonksiyonları matrisi
 $\{\delta^i\}, \{\delta\}^e$: i düğüm noktası ve eleman serbestliklerinden oluşan vektörler
 $[B]$: Yer değiştirmeleri şekil değiştirmelere bağlayan matris
 $[\partial]$: Diferansiyel operatör matrisi
 $\{\sigma\}, \{\sigma_0\}$: Gerilme vektörü, başlangıç gerilmeleri vektörü
 $\{\epsilon\}, \{\epsilon_0\}$: Şekil değiştirme vektörü, başlangıç şekil değiştirme vektörü
 $[D]$: Elastisite matrisi
 $\{F^i\}, \{F\}^e$: i düğüm noktası ve eleman eşdeğer düğüm nokta kuvvetlerinden oluşan vektör
 $\{F\}_p, \{F\}_{\epsilon_0}, \{F\}_{\sigma_0}$: Yayılı yük, başlangıç şekil değişimleri ve başlangıç gerilmelerine ait eşdeğer düğüm nokta kuvvetlerinden oluşan vektörler

III

- $\{p\}$: Yayılı yük vektörü
- $\{P\}$: Yük bileşenleri fonksiyonlarından oluşan vektör
- $[k], [K]$: Eleman ve sistem rijitlik matrisleri
- $\{R\}$: Sisteme düğüm noktalarında etkiyen dış kuvvetlerden oluşan vektör
- W_m : m. integral noktasının ağırlık katsayısı
- L_i : Üçgen içindeki bir noktanın alan koordinatları
- x_i, y_i : Global kartezyen koordinatlar
- a_i, b_i : Global kartezyen koordinat farkları
- n_i, t_i : Yerel koordinatlar
- ℓ_i, d_i : Üçgen yükseklikleri ve karşı köşenin kenara izdüşümünün o kenar üzerindeki t_i koordinat başlangıcına olan uzaklığı
- A : Üçgenin alanı
- A_{jk} : j,k noktaları ve orijinin teşkil ettiği üçgenin alanı
- λ_i : d_i/ℓ_i
- μ_i : $1-\lambda_i$
- s, y : Silindirin çember ve ana doğrusu boyunca olan eksenleri
- c_u, c_v, c_w : Yer değiştirme fonksiyonlarının polinomlarına ait sabitler
- $\theta_{,n}$: Ayrıta dik dönme
- N_{rm}^i : i düğüm noktasında m. birim durumda oluşan r yer değiştirme fonksiyonu
- $\delta_x, \delta_y, \delta_z$: X,Y,Z eksen takımına ait 0 başlangıç noktasının yer değiştirme bileşenleri

IV

- $\theta_x, \theta_y, \theta_z$: X,Y,Z eksen takımına ait 0 başlangıç noktasının dönme bileşenleri
- $\{r\}$: Rijit yer değiştirme vektörü
- $[N_R]$: Silindirin herhangi bir noktasının serbestliklerini rijit yer değiştirme vektörüne bağlayan matris bağıntısı
- $[U_R]$: Silindirin herhangi bir noktasının u,v,w deplasman bileşenlerini, rijit yer değiştirme vektörüne bağlayan matris bağıntısı
- ℓ : Kabuk boyu
- b, d : Tonoz kenar kirişinin boyutları
- θ : Silindirik dikdörtgen elemanın yarı merkez açısı
- c_i : Deplasman fonksiyonlarının katsayıları
- $[A]$: Deplasman fonksiyonları matrisi
- $[A_d]$: $[A]$ da düğüm noktalarının koordinatları konularak elde edilen kare matris
- G, S : Ağırlık merkezi, kayma merkezi
- S_i, D_i : Kiriş eleman uç kuvvet ve deplasmanları
- z_s, y_s : Kayma merkezinin asal eksenlere olan uzaklıkları
- EI_z, EI_y : Kirişte asal z,y eksenlerine göre eğilme rijitlikleri
- GJ_t : Kirişin burulma rijitliği
- $\{p_o\}$: Kiriş dış yüklerinin ankastrelik tesirlerinden oluşan vektör
- $[T_1], [T_2], [T_3], [T_4]$: Dönüşüm matrisleri

ÖZET

Tesisat endüstrisinde, borularda, tonozlarda, sıvı haznel-
rinde bacalarda ve benzeri delikli dönel silindirik yapı sistemle-
rinde delik problemi, delikten dolayı oluşan yer ve şekil değiştir-
me ve gerilme dağılımları ve özellikle delik civarındaki gerilme
yığılmaları önem kazanmaktadır.

Kabuklarda delik problemi üzerinde yapılan teorik ve deney-
sel çalışmalar problemin güçlüğü nedeniyle sınırlı kalmış, son yıl-
larda bilgisayarların hızlı gelişimi dolayısıyla araştırmacılar sa-
yısal hesap yöntemlerine yönelmişlerdir.

Bu çalışmada silindirik kabuk sistemlerinin sonlu elemanlar
metodu ile hesabında kullanılmak üzere her türlü sınır koşuluna uya-
bilen, yani sistemde varolan düzgün olmayan sınır bölgelerinde uy-
gulama olanağı olan, dış etkilerin, kalınlığın sürekli veya ani de-
ğişimlerini dikkate alabilen üçgen bir silindirik sonlu eleman gelişt-
tirilmiştir. Bu eleman yardımıyla silindirik kabuk sistemlerinin
statik yükler altında hesabı yapılabilmektedir.

Delik boyutlarının kabuk boyutlarına oranını parametre ola-
rak alıp çeşitli yükleme şekilleri için gerilme dağılımlarını veren
bir çalışmaya, bilindiği kadarıyla, raslanamamıştır. Bu çalışmada ay-
rıca, simetrik olarak yerleşmiş dört deliği olan, boylam doğrultu-
sunda diyaframlara oturmuş tonozlarda; civarı kademeli olarak kalın-
laştırılmış deliği haiz sıvı haznelerinde ve yalnız burulma momenti
etkisinde olan delikli, alttan ankastre silindirik kabuklarda delik
problemi incelenmiş, çeşitli delik boyutları için gerilmeler hakkın-
da fikir veren eğri ve tablolar sunulmuştur.

Yedi bölümden oluşan bu çalışmanın birinci bölümü, kabuklar-
daki delik problemi hakkında yapılmış çalışmaların ve kabuk sistemle-

rin hesabı için kullanılmış yüzeyssel sonlu elemanların kısaca tanıtılmasına ayrılmıştır.

İkinci bölümde, ince elastik silindirik kabuklar teorisinin esas bağıntıları özetlenmiştir.

Üçüncü bölümde virtüel iş teoreminden hareket ederek sonlu elemanlar deplasman metodu denklemleri çıkarılmış, eleman ve sistem rijitlik ve yükleme matrislerinin hesabına esas olan tanımlar yapılmıştır. Bu bölümde ayrıca metodun yakınsaklığı açısından yer değiştirme fonksiyonlarının özellikleri irdelenmiştir.

Dördüncü bölüm, beşinci bölümde geliştirilen üçgen eğrisel elemana ait formülasyonda kullanılan, alan koordinatlarının anlatımına ayrılmıştır.

Beşinci bölümde silindirik üçgen sonlu elemanın rijitlik ve yükleme matrisleri çıkarılmıştır. Burada yüzeye teğetsel yer değiştirmeler için üçüncü, normal yer değiştirme için beşinci dereceden tam polinomlar seçilmiş, bu fonksiyonlara bir takım kısıtlamalar getirilerek, hesabın duyarlılığı pratik olarak bozulmaksızın, serbestlik derecesi düşürülmüştür. Elemanın toplam serbestlik derecesi 36 dır. Bu bölümde elemanla ilgili özelliklerin irdelenmesi de yapılmış ve örnekler sunulmuştur.

Altıncı bölümde çeşitli delik ve yükleme tipleri için yapılan parametrik araştırmalara ait diyagram ve tablolar verilmiştir.

Yedinci bölümde sayısal uygulamalar için hazırlanan ve FORTRAN IV dilinde kodlanmış EHM programının çalışma düzeni ve kullanma esasları anlatılmaktadır. Bu program yardımıyla en genel bir yapı sistemi sonlu elemanlar metodu ile her türlü yükleme ve sınır koşulları altında çözülebilmektedir.

Ek Bölümde, beşinci bölümde kullanılan sayısal integrasyona ait nokta koordinatları ve ağırlıkları, geliştirilen programın listesi, parametrik araştırmalarda kullanılan dikdörtgen silindirik elemanın formülasyonu, tonoz kenar kirişine ait rijitlik ve gerekli dönüşüm matrisleri verilmiştir.

SUMMARY

In the pipes, barrel vaults, pressure vessels and the similar revolving cylindrical structural systems, the hole effect and the displacements and deformations due to the hole, and also the stress distributions -especially the stress concentrations around the hole- are very important.

Theoretical and experimental studies on the shells for the hole effect have been limited because of the difficulty in the problem. But during the last years, since the computers so speedily develop, the researchers are motivated to work on more and more numerical methods.

In this thesis, in order to apply finite element method to cylindrical shells, a triangular finite element is developed. This element can fit to all boundary conditions, that is it can be adopted to the complex boundary regions existing in the system, and to the continuous and sudden changes of the external effects and of the thickness.

For the engineers to design the structural systems the knowledge of the stress distributions which occur depending on the ratio of the hole dimensions to the shell dimensions under various load effects is essential. As far as in the knowledge of the author, such a parametrical study does not exist.

This study examines three different cases :

Firstly, the barrel vaults having symmetrically placed four holes under the effect of statical loads are investigated. In this case, the barrel vault is supported on the curved edges to diaphragms and the remaining edges are simply supported or supported on the edge beams.

In the second case, the pressure vessels having a hole whose edges are gradually reinforced are examined.

VIII

In the third case, the stress concentrations in clamped cylindrical shells which are subjected to torsional moments are studied.

The shape of the holes are rectangular. For these systems, curves showing the degrees of stress concentrations differing for various dimensions of holes are obtained. The values which are dependent on the dimensions of the holes are determined for the regions where the hole effect diminishes.

Also some results are obtained for the characteristic shapes of the diagrams showing the cross sectional effects for various sizes of the holes.

For these parametric studies, a curved rectangular finite element is used.

This thesis has seven sections. In the first section the theoretical and experimental studies which have been worked out for the hole problem in shells are summarized. Also, the curved finite elements which have been used for the computation of shell systems are introduced.

In the second section, the assumptions for the thin, elastic, cylindrical shell theory, the relations between displacement and deformation, the elasticity relations, the internal forces, equilibrium equations and work expressions are summarized in accordance to Novozhilov's theory.

In the third section, the basic definitions of the finite element method are introduced. The equations for finite element displacement method are obtained, using the virtual work theorem. Also the definitions essential for the rigidity and loading matrices of the element and the system are given.

For the convergence of the method, the properties of the displacement model which is selected are emphasized.

In the fourth section the area coordinates which are going to be used in the fifth section for the formulation of the triangular finite element are introduced. In this section, the relations between the local and global coordinates and the area coordinates are given. Also, the derivative expressions of the function $f(L_1, L_2, L_3)$ are obtained.

In the fifth section, the rigidity and loading matrices of a curved element are obtained by using the area coordinates. This element has a triangular projection on the horizontal plane. For the tangential displacement components of the middle surface 3^o complete polynomials and for the normal displacement component 5^o complete polynomial are used. For the nodal degrees of freedom; u, v, w displacement components, the derivatives of the tangential displacement components to the curvilinear coordinates : $\frac{\partial u}{\partial s}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial s}, \frac{\partial v}{\partial y}$, the rotations around the tangents of the curvilinear coordinates : $\beta_y = \frac{\partial w}{\partial y}, \beta_s = -\frac{\partial w}{\partial s} + \frac{v}{R}$ and the curvatures $\chi_s, 2\tau, \chi_y$ are selected. Displacement functions are obtained for every unit displacement conditions where one of the degrees of freedom has unit value while all the remaining ones are zero. Although the 3^o complete polynomials contain 10 constants, each of u and v polynomials have 9 boundary conditions. The tenth constant is obtained for the displacement function in such a way that the constant strain criterion is provided together with the linear strain condition. In this way, the real situation can be represented better.

Although the 5^o polynomials contain 21 constants, there exists 18 boundary conditions for w function. The remaining 3 constants are obtained by constraining a 4^o polynomial to a 3^o polynomial for a rotation function normal to the side, so that the normal

rotations along the common sides of the neighbour elements are equalized.

The obtained element provides the 2 rigid body motions instead of 6. Although the displacement functions are chosen as high degree polynomials, the numerical examples have proved, for the practical finite element mesh, that the rigid body motions can be represented very close to the reality. Since the terms involved in the stress expression are selected as degrees of freedom the stresses in the neighbour elements at the nodes come out to be the same. Appropriate polynomials can be selected as the loading functions on the element. The integration of rigidity and loading matrices are numerically computed.

At the end of the section, this element is applied to the problems that can be frequently seen in the literature and the results are given on diagrams and comparisons are made.

In the sixth section parametrical applications are made. At the end of these studies increases in internal forces due to the hole effect and the regions where the hole effect diminishes are summarized for the above-mentioned system and loading conditions. The characteristic of the diagrams related to these studies are also given.

In the seventh section, the logic and the flow charts of the computer program are given. This program is developed for the purpose of these parametrical studies and the application of triangular element. This program is coded in Fortran IV and the operations are carried out in Burroughs 3700. Also in this program, disk is used as an auxiliary unit. By means of this program, the system divided to the finite elements can be computed in every loading and boundary conditions. At the end of this section the manual of this program and the input-output information are given.

XI

At the first section of the appendix the coordinates and the weights of the integration points for the numerical integration used in the fifth section are tabulated.

In the second appendix, a short formulation of the rectangular cylindrical shell finite element, which is used in the parametrical investigations, is given. This element has 7 degrees of freedom for each node and provides rigid body motion.

In the third appendix, the rigidity and loading matrices of a beam element formulated and the necessary transformations on the longitudinal edges of the barrel vault are made.

At the last appendix the program list, which belongs to the developed computer program, is given.



GİRİŞ

1.1.KONU

Tesisat endüstrisinde, borularda, tonozlarda, sıvı haznelerde, bacalarda ve benzeri delikli dönel silindirik yapı sistemlerinde delik problemi, delikten dolayı oluşan yer değiştirme, şekil değiştirme ve gerilme dağılımları ve özellikle delik civarındaki gerilme yığılmaları önem kazanmaktadır.

Her ne kadar levha ve plaklarda delik problemi tam olarak çözümlenmiş sayılmaz ise de, bu alanda epeyce çalışma yayınlanmıştır. Kabuklardaki delik problemi üzerinde yapılan çalışmalar ise, problemin diferansiyel denklemlerinin çok karışık olması nedeniyle oldukça sınırlı kalmış ve çeşitli tipte sistem ve yükler için delik boyutlarının kabuk boyuna oranını parametre olarak alan bir çalışmaya, bilindiği kadarıyla, raslanamamıştır.

Kabuklarda delik problemi üzerinde yapılan çalışmalarda önceleri teorik, teorikle birlikte sayısal ve deneysel yöntemler kullanılmıştır. Ancak, teorik çözümlerin güçlüğü, deneysel çalışmaların belirli şartlarda ve sınırlı sayıda yapılabilmesi ve özellikle son yıllarda elektronik hesap makinalarının gelişmesi ile kolay ve hızlı hesap imkânlarının artması, daha sonraları araştırmacıları sayısal hesap metodlarına yöneltmiştir.

Yüzeysel taşıyıcı sürekli sistemleri sonlu sayıda serbestliği olan ayrık bir sisteme dönüştürüp cebrik bir denklem takımını çözerek hesaplamaya dayanan sayısal hesap metodları içinde özellikle sonlu elemanlar metodu, sisteme ait özelliklerin, mesnet şartları ve dış etkilerin sürekli veya ani değişimlerini ve sistem sınırlarının düzgün olmaması halini dikkate alma olanağını sağlayarak, neticede matematik güçlükler nedeniyle çözülemeyen problemlerin

çözümüne imkân vermektedir. Ayrıca sistemin geometrisi ve gerilme değişiminin hızlı olduğu yerlerde eleman boyutlarını nisbeten küçülterek yerel etkilerin yeterli sıhhatte bulunabilmesi olanağı metodun üstünlüklerindendir.

1.2. KONU İLE İLGİLİ ÇALIŞMALARA TOPLU BAKIŞ

1.2.1- KABUKLARDA DELİK PROBLEMİ İLE İLGİLİ TEORİK ve DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Kabuklarda delik probleminin çözümünde ilk adım LURIE [1] tarafından atılmıştır. Lurie ince, sabit kalınlıklı, sonsuz uzun kapalı silindirik bir kabukta basık kabuk teorisini kullanarak eksenel çekme ve iç basınç etkisi altında ve küçük bir dairesel delik bulunması halinde gerilme dağılımlarını vermiştir. Daha sonra [2] ve [3] de burulma etkisi altında aynı problem çözülmüştür. [4] de sabit kalınlıklı basık ince bir kabukta keyfi formda eğrisel bir delik bulunması halindeki formülasyon çözümsüz olarak verilmiştir. Sonraları çeşitli araştırmacılar tarafından eksenel çekme, iç basınç, burulma; delik çevresi boyunca sabit eğilme momenti, sabit enine kesme kuvveti gibi yükleme halleri için sonsuz uzun ince silindirik kabukta dairesel delik hali incelenmiştir. [5-9]. Bunların bazılarında kısmen sayısal yöntemler kullanılmıştır. [10] da eksenel çekme etkisindeki bir silindirik kabukta elips şeklinde bir delik olması incelenmiş, [11] de kabuklarda delik problemine ait sayısal bir çözüm yöntemi verilmiştir. [12] de kalınlığı lineer değişken ve lineer yayılı iç basınca maruz sonlu boydaki basık ince bir silindirik kabukta delik problemi incelenmiştir.

Bu alanda deneysel olarak yapılmış çalışmalarda elektrikli ve mekanik strain-gage'ler ve fotoelâstik yöntemler kullanılarak silindirik ve küresel kabuklarda dairesel ve eliptik deliklerin civarındaki gerilme yığılmaları incelenmiştir.

1.2.2- SİLİNDİRİK KABUK SİSTEMLERİNE SONLU ELEMANLAR METODUNUN UYGULANMASI

Kabuk sistemlerine sonlu elemanlar metodunun uygulanmasında düzlem, halka, şerit ve yüzeysel elemanlar kullanılmıştır.

Düzlem elemanlarla idealleştirmede levha ve plak elemanlarının süperpozisyonu ile kabuk eleman elde edilir. En genel bir kabuk sistemine dahi uygulanabilmesi bakımından özellikle düzlem üçgen elemanlar çok kullanılmıştır. Ancak düzlem elemanlarla idealleştirmede gerek eksen dönüşümlerinde ve gerekse geometriye uyum gösterebilmesi için eleman boyutlarını küçültmek, dolayısıyla çok sayıda elemanla çalışmak, zorunda kalınması gibi bazı sakınca ve güçlüklerle karşılaşmaktadır.

Kabuk şekline uygun yüzeysel sonlu elemanların kullanılması bu sakıncaları önlemektedir. Silindirik kabuk sistemlerin hesabı için geliştirilen yüzeysel sonlu elemanların çoğu plânda izdüşümü dikdörtgen olan elemanlara aittir.

[16] da silindirik kabuğun hesabında yer değiştirmeler için silindir ana ve çembersel doğrultularına ait koordinatlar cinsinden polinomlar seçilmiştir. Yüzeye teğetsel bileşenler için birinci, yüzeye normal bileşenler için üçüncü derece polinomlar alınmıştır. Her bir düğüm noktasında, deplasmanlar, eğrisel koordinatlara ait teğetler etrafındaki dönmeler ve burulma eğriliği olmak üzere 6 ve elemanda toplam 24 serbestlik bulunmaktadır.

[17] de ayrıtlar boyunca geometrik uygunluk şartlarını tam olarak sağlamak amacıyla her üç yer değiştirme bileşeni için üçüncü derece polinomu kullanılmış ve toplam 48 serbestlik alınmıştır.

[18] de de çeşitli dereceden polinomlar seçilmiştir.

[19] da [16] da seçilen polinomlar rijit cisim hareketini sağlayacak şekilde değiştirilmiştir.

[20] de yukarıda belirtilen çalışmalardaki burulma eğriliği kaldırılarak, yerine yüzey normali etrafında dönme serbestlik olarak alınmıştır. Bu, eksen dönüşümü gerektiren hallerde üstünlük sağlamaktadır. Buna karşılık ayırtlar boyunca süreklilik bozulmuştur.

[21] de hem rijit cisim hareketini ve hem de dönel simetrik yük altında dönel simetrik deplasman yayılışını tam olarak sağlayan 28 serbestlik dereceli dikdörtgen bir sonlu eleman geliştirilmiştir.

Geometrinin ve sınırların düzensiz değişmesi, sistem içinde düzgün olmayan süreksizliklerin bulunması gibi durumlarda, dikdörtgen elemanlarla idealleştirme güçlük arzetymekte, dikdörtgen elemanlar bu tip düzensizliklere iyi uyum gösterememektedirler. Bu nedenle geometriye daha iyi yaklaşım sağlayabilmek ve idealleştirmede daha fazla seçenek sahibi olabilmek amacıyla yüzeysel üçgen sonlu elemanlar geliştirilmiştir.

[22] de basık kabuk teorisi kullanılarak yüzeysel bir üçgen eleman geliştirilmiştir. Burada eleman bölgesinin tanımı kabuk ortalama yüzeyinde jeodezik çizgilerle bağlı üç nokta yardımıyla yapılmakta, ortalama yüzeye ikinci derece bir polinom ile yaklaşılmaktadır. Çökmeler için parça parça sürekli lineer bir yüzey kabul edilmiştir.

[23] de çift eğrilikli üçgen bir elemanın rijitlik matrisi basık kabuk teorisi kullanılarak çıkarılmıştır. Yüzeye teğetsel yer değiştirme bileşenlerinin lineer, normal yer değiştirme bileşenlerinin ise kübik değiştiği varsayılmıştır. Formülasyonda alan koordinatları kullanılmıştır.

[24] de de çift eğrilikli üçgen elemanın basık kabuk teorisi kullanılarak rijitlik matrisi elde edilmiştir. Burada her üç yer değiştirme bileşeni için de üçüncü dereceden tam polinomlar alınmıştır.

[25] de yer değiştirme fonksiyonları için muhtelif dereceden polinomlar alınarak 15, 27 ve 51 serbestlik dereceli 3 ayrı tip sonlu eleman geliştirilmiştir. Burada sistem rijitlik matrisinin teşkilinde dönüşüme gerek göstermeyen lokal-global koordinat sistemi kullanılmıştır.

[26] da teğetsel yer değiştirmeler için üçünü dereceden tam, yüzeye normal yer değiştirme için dördüncü dereceden tam ve daha yüksek mertebeden terimler ihtiva eden polinomlar seçilmiştir. Köşe noktalarında teğetsel yer değiştirmeler ve birinci türevleri, normal yer değiştirme ve onun birinci ve ikinci türevleri ve ağırlık merkezinde teğetsel yer değiştirmeler serbestlik olarak seçilmişlerdir. Toplam serbestlik derecesi 38 dir.

[27] de her üç deplasman bileşeni için üçüncü dereceden tam polinomlar alınmıştır. Serbestlik olarak herbir bileşen için her bir düğüm noktasında yer değiştirme ve onun her iki eksene göre türevi ile üçgen ağırlık merkezindeki yer değiştirmeler alınmıştır. Bunun dışında ayrıt orta noktalarında komşu iki elemana ait ayrıt dik dönmelerin eşitliği empoze edilerek bu dönmeye ait geometrik uygunluk şartı sağlanmıştır. Elemanın toplam serbestlik derecesi 30 dur. Formülasyonda alan koordinatları kullanılmıştır.

[28] de her üç deplasman fonksiyonu için beşinci dereceden kısıtlanmış polinomlar seçilmiştir. Serbestlik olarak deplasmanlar, onların birinci ve ikinci türevleri alınmıştır. Eleman toplam serbestlik derecesi 54 dür.

Yukarıda kısaca özetlenen elemanlardaki [22-28] deplasman fonksiyonları, polinom oldukları ve trigonometrik terimleri ihtiva etmedikleri için, rijit cisim hareketini tam olarak sağlamamaktadırlar. Ancak her üç deplasman bileşeni için polinom dereceleri yükseldikçe, örneğin üçüncü derece veya daha yüksek, rijit cisim ha-

reketi, uygulamadaki eleman boyutları dikkate alınırsa, iyi bir yaklaşımla sağlanmaktadır. Bununla beraber, çok yüksek dereceden serbestliği olan eleman kullanmak, eleman ağıнын sıklaştırılması gereken yerlerde bilinmeyen sayısının ve daha önemlisi sistem rijitlik matrisine ait band genişliğinin hızla artmasına neden olmaktadır. Bu, çözüm süresini ve bellek gereksinimini oldukça artırmaktadır. Bu nedenlerle elemanın deplasman fonksiyonlarına ait seçilecek polinom derecelerinin düşük olmamaları, ancak çok yüksek dereceden seçilen polinomların getirdikleri üstünlükleri, biraz önce işaret edilen sayısal hesaptaki güçlükler nedeniyle kaybettikleri düşünülerek arada kalınması sonucuna varılmaktadır.

Bu amaçla çalışmanın beşinci bölümünde yüzeye teğetsel yer değiştirmeleri üçüncü, normal yer değiştirmesi beşinci dereceden polinomlar olan silindirik bir üçgen eleman geliştirilmiştir. Deplasman ifadeleri önce tam polinom olarak alınmışlar, daha sonra fonksiyonlar üzerinde elemanın duyarlılığını pratik olarak bozmayan bazı zorlamalar getirilerek, 41 serbestlik yerine 36 serbestlikli eleman elde edilmiştir. Serbestlikler olarak her bir düğüm noktasında teğetsel deplasman bileşenleri, birinci türevleri, normal deplasman bileşeni, dönmeler ve eğrilikler alınmıştır.

Daha sonra bazı delikli silindirik kabuk sistemleri; statik yüklere maruz tonozlar, su hazneleri, burulmaya maruz kabuklar için parametrik uygulamalar yapılarak gerilme durumu ve yığılmaları ve delik etkisi hakkında boyutlandırıcı ve mühendislere fikir veren eğriler ve sonuçlar bulunmuştur. Bu kısımda delik dikdörtgen alınmış, serbestlikleri; yer değiştirmeler, teğetler etrafındaki dönmeler ve burulma eğriliği olan ve rijit cisim hareketi koşulunu tam olarak sağlayan silindirik bir dikdörtgen eleman kullanılmıştır.

BÖLÜM 2

SİLİNDİRİK KABUK TEORİSİNİN ESAS BAĞINTILARI

Bu bölümde ince elastik silindirik kabukların lineer eğilme teorisine ait bağıntılar Novozhilov [29] teorisi esas alınarak kısaca gözden geçirilecektir.

2.1. VARSAYIMLAR :

1^o) Kabuk kalınlığı kabuk ortalama yüzeyinin (kabuk kalınlığını ortalayan noktaların geometrik yeri) plandaki boyutları ve eğrilik yarıçapına göre küçüktür.

2^o) Kabuk ortalama yüzeyine dik doğrultudaki normal gerilmeler diğer gerilmeler yanında ihmal edilebilirler.

3^o) Şekil değiştirmeden önce kabuk ortalama yüzeyine normal bir doğru parçası şekil değişiminden sonra yine ortalama yüzeye normal bir doğru parçası olur (Kirchhoff-Love Hipotezi) ve kabuğun şekil değiştirmesi esnasında bu doğru parçasının boyu değişmez.

4^o) Kabuğun bir noktasındaki yer değiştirmeler kabuk kalınlığına göre küçüktürler.

5^o) Gerilme-şekil değiştirme bağıntılarında Hooke kanunu geçerlidir.

2.2. YÜZEY GEOMETRİSİ İLE İLGİLİ TANIMLAR :

Kabuk ortalama yüzeyi x_i ($i = 1, 2, 3$) kartezyen koordinatlarında

$$x_i = f_i(s_\alpha) \quad \begin{matrix} i=1,2,3 \\ \alpha=1,2 \end{matrix} \quad (2.1)$$

şeklinde verilebilir. Burada s_α parametrelerine yüzeyin eğrisel koordinatları denir. Bir (s_1, s_2) çifti yüzey üzerinde bir P noktası tanımlar. f_i , s_α 'nın tek değerli ve sürekli fonksiyonlarıdır.

Silindirik kabuk halinde $s_1 = \text{sabit}$ eğrileri olarak silindirin ana doğruları ve $s_2 = \text{st}$ eğrileri olarak da ilkinde ortogonal enlem daireleri alınabilir (Şekil 2.1).

Yüzey üzerindeki bir P noktasının $\vec{r}$ yer vektörü genel halde

$$\vec{r} = x_1(s_\alpha) \cdot \vec{i}_1 + x_2(s_\alpha) \cdot \vec{i}_2 + x_3(s_\alpha) \cdot \vec{i}_3 \quad (2.2)$$

şeklinde yazılabilir. Dairesel silindirik kabuk halinde

$$s_1 = \psi R, \quad s_2 = x_3 \quad (2.3)$$

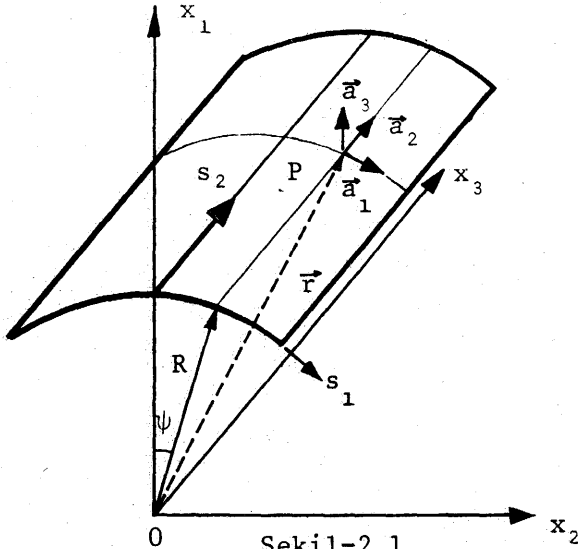
ile (Şekil 2.1) den

$$\vec{r} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \cdot \cos\left(\frac{s_1}{R}\right) \\ R \cdot \sin\left(\frac{s_1}{R}\right) \\ s_2 \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

yazılır.

$P(s_1, s_2)$ noktasında kovariant teğetsel baz vektörleri

$$\vec{a}_1 = \frac{\partial \vec{r}}{\partial s_1} = \begin{Bmatrix} -\sin\left(\frac{s_1}{R}\right) \\ \cos\left(\frac{s_1}{R}\right) \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \frac{\partial \vec{r}}{\partial s_2} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$



Şekil-2.1

ve baz vektörünün yüzeye dik üçüncü bileşeni

$$\vec{a}_3 = \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{|\vec{a}_1 \times \vec{a}_2|} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{s_1}{R}\right) \\ \sin\left(\frac{s_1}{R}\right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

bulunur.

Teğetsel baz vektörlerinin boyları A ve B ile gösterilirse

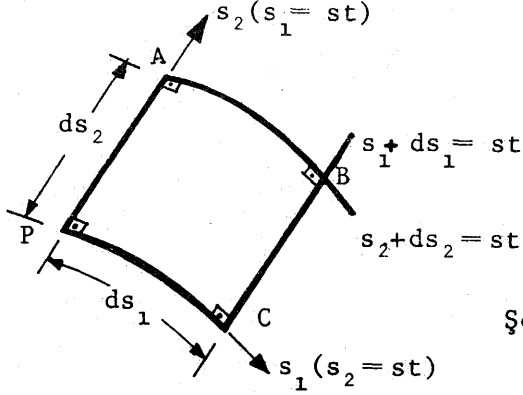
$$A = \sqrt{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_1} = 1, \quad B = \sqrt{\vec{a}_2 \cdot \vec{a}_2} = 1 \quad (2.6)$$

ve kabuk üzerindeki herhangi bir ds yay elemanının boyu

$$ds^2 = A^2 ds_1^2 + B^2 ds_2^2 = ds_1^2 + ds_2^2$$

şeklinde yazılır. Kenar boyları ds_1 ve ds_2 olan ortogonal bir yüzey parçası (Şekil 2.2) de gösterilmiştir.

Ortogonal koordinat sisteminde $s_2 = st$ ve $s_1 = st$ eğrilerine ait asal eğrilikler sırasıyla,



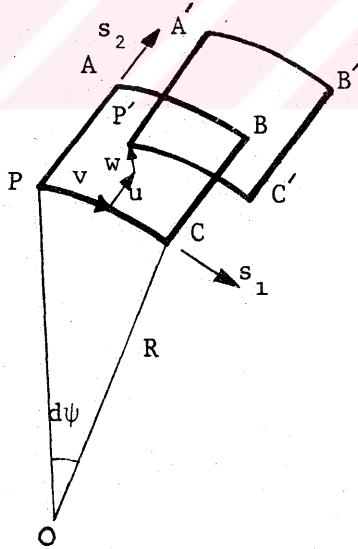
Şekil-2.2

$$\kappa_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{A^2} \cdot \vec{a}_3 \cdot \frac{\partial}{\partial s_1} (\vec{a}_1) = -\frac{1}{R} \quad (2.7a)$$

$$\kappa_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{B^2} \cdot \vec{a}_3 \cdot \frac{\partial}{\partial s_2} (\vec{a}_2) = 0 \quad (2.7b)$$

bulunur. Burada R asal eğrilik yarıçapıdır.

2.3. ŞEKİL DEĞİŞTİRME-YER DEĞİŞTİRME BAĞINTILARI:



Şekil-2.3

u ve v yer değiştirme bileşenleri sırasıyla $s_1 = st$, $s_2 = st$ eğrilerinin üzerinde ve pozitif yönleri eğrisel koordinatların artış yönünde seçilmişlerdir. w yer değiştirme bileşeni kabuk ortalama yüzeyine dik doğrultuda ve pozitif yönü R yarıçapını artıracak şekilde alınmıştır. Buna göre, $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ kovariant baz vektörleri doğrultusunda birim vektörler olmak üzere, yer değiştirme vektörü,

$$\vec{V} = v\vec{e}_1 + u\vec{e}_2 + w\vec{e}_3 \quad (2.8)$$

şeklinde yazılabilir. R eğrilik yarıçapına karşı gelen merkez aç

$$d\psi = \frac{Ads_1}{R} = \frac{ds_1}{R} \quad (2.9)$$

dır. şekil değişiminden sonra s_1 boyunca ϵ_1 uzama şekil değiştirmesi

$$\epsilon_1 = \frac{v + \frac{\partial v}{\partial s_1} ds_1 - v}{Ads_1} + \frac{(R+w)d\psi - Rd\psi}{Rd\psi} = \frac{\partial v}{\partial s_1} + \frac{w}{R} \quad (2.10)$$

olur. Burada ilk terim v'nin artımı, ikinci terim R eğrilik yarıçapının değişimi sonucu meydana gelmektedir. Benzer şekilde s_2 doğrultusundaki ϵ_2 şekil değiştirmesi :

$$\epsilon_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial s_2} = \frac{\partial u}{\partial s_2} \quad (2.11)$$

olarak bulunur. (şekil 2.3)'deki PABC elemanın s_1 doğrultusundaki yay elemanına ait γ_1 doğrultu değişimi :

$$\gamma_1 = \frac{u + \frac{\partial u}{\partial s_1} ds_1 - u}{Ads_1} = \frac{\partial u}{\partial s_1} \quad (2.12a)$$

s_2 doğrultusundaki yay elemanın γ_2 doğrultu değişimi :

$$\gamma_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial s_2} = \frac{\partial v}{\partial s_2} \quad (2.12b)$$

olup APC dik açısının değişimi, yani toplam kayma şekil değiştirmesi :

$$\gamma_{12} = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{\partial u}{\partial s_1} + \frac{\partial v}{\partial s_2} \quad (2.13)$$

olarak elde edilir.

Asal eğrilik düzlemlerinde eğrisel koordinatlara ait teğetlerin dönmeleri :

$$\beta_1 = -\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial s_1} + \frac{v}{R} = -\frac{\partial w}{\partial s_1} + \frac{v}{R} \quad (2.14a)$$

$$\beta_2 = -\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial s_2} = -\frac{\partial w}{\partial s_2} \quad (2.14b)$$

olur. χ_1 ve χ_2 asal eğrilik değişimleri için

$$\chi_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial \beta_1}{\partial s_1} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial s_1} \left(-\frac{\partial w}{\partial s_1} + \frac{v}{R} \right) = -\frac{\partial^2 w}{\partial s_1^2} + \frac{\partial v}{R \partial s_1} \quad (2.15a)$$

$$\chi_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial \beta_2}{\partial s_2} = -\frac{\partial^2 w}{\partial s_2^2} \quad (2.15b)$$

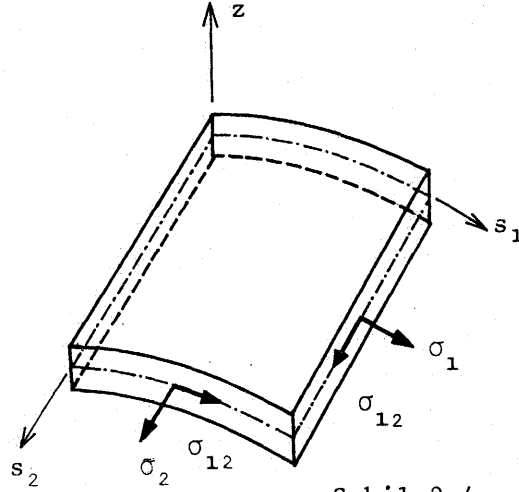
ve τ burulma eğriliği için de

$$\tau = \frac{1}{A} \frac{\partial \beta_2}{\partial s_1} - \frac{\gamma_2}{R} = \frac{1}{B} \frac{\partial \beta_1}{\partial s_2} \quad (2.16a)$$

$$\tau = -\frac{\partial^2 w}{\partial s_1 \partial s_2} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial s_2} \quad (2.16b)$$

elde edilir.

2.4. ELASTİSİTE BAĞINTILARI ve KESİT TESİRLERİ



Şekil-2.4

Kabuk ortalama yüzeyinden z uzaklıktaki bir noktada gerilme-şekil değiştirme bağıntıları, E elastisite modülü, ν Poisson oranı olmak üzere Hooke kanunu geçerli olduğuna göre :

$$\sigma_1^{(z)} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_1^{(z)} + \nu \epsilon_2^{(z)}) \quad (2.17a)$$

$$\sigma_2^{(z)} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_2^{(z)} + \nu \epsilon_1^{(z)}) \quad (2.17b)$$

$$\sigma_{12}^{(z)} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{12}^{(z)} \quad (2.17c)$$

şeklinde ifade edilirler. Gerilmelerin pozitif yönleri (Şekil 2.4) de gösterilmiştir. z uzaklığındaki şekil değiştirme bileşenlerinin (2.3) de tanımlanmış ortalama yüzey şekil değiştirme bileşenleri cinsinden ifadeleri

$$\varepsilon_1^{(z)} = \varepsilon_1 + z\chi_1 \quad (2.18a)$$

$$\varepsilon_2^{(z)} = \frac{1}{1+\frac{z}{R}} (\varepsilon_2 + z\chi_2) \quad (2.18b)$$

$$\gamma_{12}^{(z)} = \frac{1}{1+\frac{z}{R}} (\gamma_{12} + 2z.\tau) \quad (2.18c)$$

olarak bulunur.

Birim boyda gelen kesit tesiri bileşenleri, gerilme bileşenlerinin $s_1 = st$ ve $s_2 = st$ kesitlerinde kalınlık boyunca entegralleri olarak tarif edilebilir :

$$N_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_1^{(z)} dz \quad (2.19a)$$

$$N_{12} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{12}^{(z)} dz \quad (2.19b)$$

$$M_1 = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_1^{(z)} dz \quad (2.19c)$$

$$M_{12} = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_{12}^{(z)} dz \quad (2.19c)$$

$$N_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_2^{(z)} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \quad (2.19e)$$

$$N_{21} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{21}^{(z)} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \quad (2.19f)$$

$$M_2 = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_2^{(z)} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \quad (2.19g)$$

$$M_{21} = \int_{-h/2}^{h/2} z \sigma_{21}^{(z)} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \quad (2.19h)$$

$h \ll R$ varsayımı gereğince

$$1 + \frac{z}{R} \approx 1 \quad (2.20)$$

alınır ve

$$B = \frac{Eh}{1-\nu^2}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.21)$$

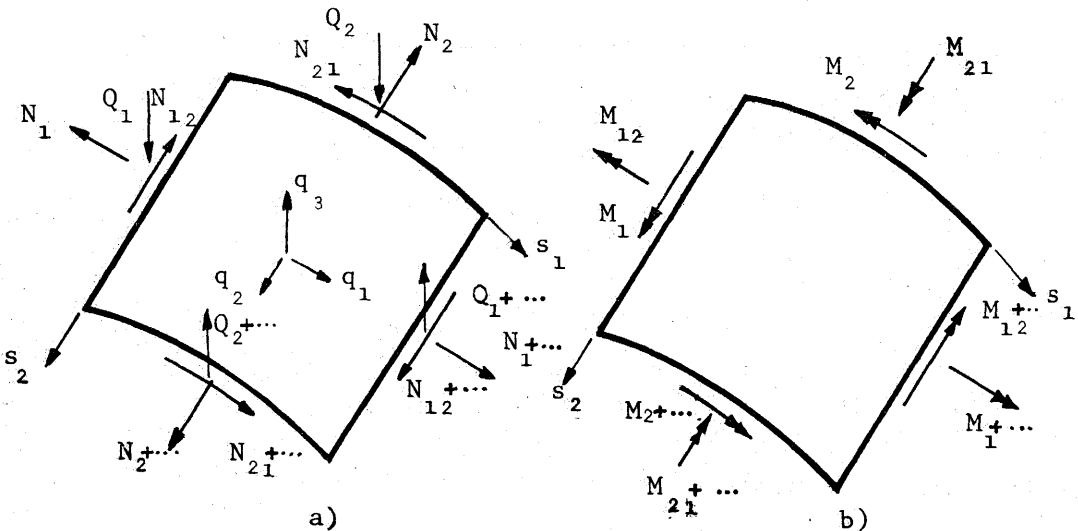
kısaltmaları yapılırsa, kesit tesirleri

$$[N] = \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_{12} \approx N_{21} \end{Bmatrix} = B \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \approx \gamma_{21} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

ve

$$[M] = \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_{12} \approx M_{21} \end{Bmatrix} = D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ 2\tau \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

bulunur. Bunların pozitif yönleri (Şekil 2.5) de gösterilmiştir.



Şekil-2.5

2.5. DENGİ DENKLEMLERİ

(Şekil 2.5) deki iç kuvvetler ve dış yükler altında kabuk elemanın denge denklemleri, ikinci mertebeden büyüklükler ihmal edilerek :

$$\Sigma P_1 = 0 \quad \frac{\partial N_1}{\partial s_1} + \frac{\partial N_{21}}{\partial s_2} + \frac{Q_1}{R} + q_1 = 0 \quad (2.24a)$$

$$\Sigma P_2 = 0 \quad \frac{\partial N_{12}}{\partial s_1} + \frac{\partial N_2}{\partial s_2} + q_2 = 0 \quad (2.24b)$$

$$\Sigma P_3 = 0 \quad \frac{\partial Q_1}{\partial s_1} + \frac{\partial Q_2}{\partial s_2} - \frac{N_1}{R} + q_3 = 0 \quad (2.24c)$$

$$\Sigma M_1 = 0 \quad \frac{\partial M_1}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{21}}{\partial s_2} - Q_1 = 0 \quad (2.24d)$$

$$\Sigma M_2 = 0 \quad \frac{\partial M_{21}}{\partial s_1} + \frac{\partial M_2}{\partial s_2} - Q_2 = 0 \quad (2.24e)$$

$$\Sigma M_3 = 0 \quad N_{12} - N_{21} + \frac{M_{12}}{R} = 0 \quad (2.24f)$$

yazılır.

Yüzey normalı etrafındaki moment denge denklemindeki N_{12} , N_{21} ve M_{12} yerine (19.b,f,d) bağıntılarındaki gerilme bileşenleri cinsinden ifadeleri

$$N_{12} + \frac{M_{12}}{R} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{12} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \quad (2.25)$$

$$N_{21} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{21} \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \quad (2.26)$$

şeklinde yazılır ve (2.24f) denge denkleminde yerine konursa

$$N_{12} + \frac{M_{12}}{R} - N_{21} = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_{12} - \sigma_{21}) \left(1 + \frac{z}{R}\right) dz \quad (2.27)$$

bulunur. Buradan

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} \quad (2.28)$$

sonucu özdeş olarak sağlanır.

$$N = N_{12} + \frac{M_{12}}{R} = N_{21} \quad (2.29)$$

ve

$$M_b = \frac{M_{12} + M_{21}}{2} \quad (2.30)$$

şeklinde tanımlanan fiktif kayma kuvveti ve burulma momenti kesit tesirleri-şekil değiştirme ifadelerindeki

$$N = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \gamma_{12} \quad \text{ve} \quad M_b = \frac{Eh^3}{12(1+\nu)} \tau \quad (2.31)$$

ifadelerine uymaktadır. Burulma momentlerinin kabuklarda küçük olması dolayısıyla

$$N \approx N_{12} \approx N_{21} \quad \text{ve} \quad M_b \approx M_{12} \approx M_{21} \quad (2.32)$$

alınabilir.

Q_1 ve Q_2 yüzeye normal kesme kuvvetleri (2.24 d,e) den bulunur. (2.24) denge denklemlerinin ilk beşinde Q_1 ve Q_2 yok edilirse sözkonusu denklemleri,

$$F_i (N_1, N_2, N, M_1, M_2, M_b) + q_i = 0 \quad (i=1,2,3) \quad (2.33)$$

izdüşüm denge denklemlerine indirgemek mümkündür. Kesit tesirleri yer değiştirmeler cinsinden ifade edilirse denklemler :

$$G_i(u, v, w) + q_i = 0 \quad (i=1,2,3) \quad (2.34)$$

haline dönüşür.

2.6. İÇ KUVVETLERİN İŞ İFADELERİ

Silindirik kabuk elemanında dış yüklerle dengede olan (i) iç kuvvet durumunun geometrik uygunluk şartlarını sağlayan bir (j) yer değiştirme durumunda yaptığı iş için

$$I_{ij} = \iiint \{ \sigma_{1i}^{(z)} \cdot \epsilon_{1j} + \sigma_{2i}^{(z)} \cdot \epsilon_{2j} + \sigma_{12i}^{(z)} \cdot \gamma_{12j}^{(z)} \} \left(1 + \frac{z}{R}\right) ds_1 ds_2 dz \quad (2.35)$$

hacim entegrali yazılabilir. Gerilme ve şekil değiştirme bileşenleri ortalama yüzeyin şekil değiştirme bileşenleri cinsinden ifade edilir , $z \ll R$ varsayımı dikkate alınır ve kalınlık boyunca entegrasyon yapılırsa :

$$I_{ij} = B \iint \{ (\epsilon_1 + \nu \epsilon_2)_i \cdot \epsilon_{1j} + (\epsilon_2 + \nu \epsilon_1)_i \cdot \epsilon_{2j} + \frac{(1-\nu)}{2} \gamma_{12i} \cdot \gamma_{12j} \} ds_1 ds_2 \\ + D \iint \{ (\chi_1 + \nu \chi_2)_i \cdot \chi_{1j} + (\chi_2 + \nu \chi_1)_i \cdot \chi_{2j} + 2(1-\nu) \tau_i \cdot \tau_j \} ds_1 ds_2 \quad (2.36)$$

şeklinde yüzey entegrali elde edilir.

BÖLÜM 3

SONLU ELEMANLAR METODU İLE YAPI SİSTEMLERİNİN HESABI

3.1. METODUN ESASI

Plaklar, kabuklar, barajlar gibi iki ve üç boyutlu yapılar içten hiperstatiklik derecesi sonsuz olan sistemler olarak düşünülebilir. Bu tip yapıların bazı özel hallerde hakim diferansiyel denkleminin kapalı çözümü verilebilir. Ancak bu tür çözümler düzgün olmayan geometri, karmaşık yükleme tarzı, malzemenin lineer veya homogen olmaması, karmaşık sınır koşulları gibi nedenlerle uygulamada karşılaşılan pek çok boyutlandırma probleminin çözümünü içermezler. Bu gibi durumlarda mühendis, ya gerçek yapıyı kapalı çözümü verilebilen bir duruma idealleştirerek yaklaşık bir çözüme gider, ya da sayısal hesap metodlarına başvurur.

Sonlu elemanlar metodunda sürekli bir sisteme ait diferansiyel denklemin entegrasyonu ayrık bir sisteme ait cebrik bir denklem takımının çözümüne indirgenmektedir. Bu bölümde özel olarak yapı sistemlerinde sonlu elemanlar deplasman metodunun uygulanışından bahsedilecektir.

3.2. TANIMLAR

Sonlu elemanlar metodunda sürekli sistemden genel bir çizgisel veya yüzeysel ağ geçirilir. Bu ağı belirleyen çizgi veya yüzeyler arasında kalan sürekli ortam parçalarına "sonlu eleman" denir. Eleman çevresindeki ağ da elemanın sınırları olmaktadır. Ayrıtların kesişme noktalarına "düğüm noktaları" denir. Elemanların birbirlerine sınırları üzerinde yerleşmiş bu düğüm noktaları ile bağlı oldukları varsayılacaktır. Sonlu elemanın şekil değiştirmesi yalnız düğüm nok-

talarının yer değiştirme bileşenleri ve bunların serbest değişkenlere göre muhtelif türevlerinden oluşan düğüm nokta parametrelerine bağlı olarak ifade edilir. Böylece bu parametrelerin tayini sistemde yer değiştirme yüzeyi ve bunun sonucu olarak her noktada şekil değiştirme ve kesit zorlarının bulunmasına yetecektir.

3.3. SONLU ELEMANLAR METODU DENKLEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ

Sonlu eleman metodunda iki esas aşama vardır. Bunlar ;

- 1) Eleman Analizi,
- 2) Sistem Analizi

dir.

3.3.1. Eleman Analizi

Bu aşamada önce elemanla ilgili karakteristiklerin tanımı yapılacaktır [30].

a) Yer değiştirme fonksiyonu

(i,j,k,...) düğüm noktaları ve ayrıtları ile tanımlı bir "e" sonlu elemanın içerisinde veya sınırlarında bulunan herhangi bir noktadaki {f} yer değiştirme fonksiyonları

$$\{f\} = [N] \{\delta\}^e = [[N^i], [N^j], [N^k], \dots] \begin{Bmatrix} \{\delta^i\} \\ \{\delta^j\} \\ \{\delta^k\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

şeklinde yazılabilir. Serbestliklerle yer değiştirme fonksiyonları arasındaki [N] bağıntısı eleman koordinatlarının fonksiyonudur. Bir $[N^i]$ alt matrisinin herhangi bir N_{kl}^i elemanı i düğüm noktasındaki l. serbestliğin birim, diğer bütün serbestliklerin sıfır olması halinde k. yer değiştirme fonksiyonunun eleman yüzeyi ve sınırlarındaki değişimini ifade eden fonksiyon olarak tanımlanır.

b) Şekil değiştirmeler

Eleman şekil değiştirme vektörü $\{\epsilon\}$ ve yer değiştirmeleri şekil değiştirmelere bağlayan matris $[B]$ ile gösterilirse,

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}^e \quad (3.2)$$

yazılabilir. $[B]$ matrisi, $[N]$ üzerinde diferansiyel operatörler uygulayarak elde edilir. $[\partial]$ bir diferansiyel operatör matrisi olmak üzere, $[B]$ matrisi

$$[B] = [\partial][N] \quad (3.3)$$

olur.

c) Gerilmeler

Eleman gerilmeleri veya kesit tesirlerinden oluşan vektör $\{\sigma\}$ ile gösterilirse

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (3.4a)$$

bağıntısı yazılabilir. Burada şekil değiştirmeleri gerilmelere bağlayan $[D]$ elastisite matrisi homogen ve izotrop malzeme halinde E elastisite modülü ve ν Poisson oranına tabidir. Eleman $\{\epsilon_0\}$ başlangış şekil değiştirmelerine (rneğin sıcaklık değişimi gibi) ve $\{\sigma_0\}$ başlangış gerilmelerine maruz ise, bu başlangış gerilme ve şekil değiştirmeleri (3.4a) bağıntısına eklenerek

$$\{\sigma\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad (3.4b)$$

bağıntısı elde edilir.

d) Eşdeğer düğüm nokta kuvvetleri

Eleman eşdeğer düğüm nokta kuvvetleri, $\{F\}^e$,

$$\{F\}^e = \begin{Bmatrix} \{F^i\} \\ \{F^j\} \\ \{F^k\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

eleman üzerindeki ve sınırlarındaki yüklere statikçe eşdeğer düğüm nokta kuvvetlerinden oluşur. Her $\{F^i\}$ alt vektörü $\{\delta^i\}$ alt vektöründeki serbestliklere eşit sayıda ve onlara tekabül eden doğrultularda bileşen ihtiva eder.

e) Yayılı yükler

$\{p\}$ yayılı yük vektörü eleman içinde ve herhangi bir noktada birim hacme gelen değeri ile tanımlanır. O noktada $\{f\}$ yer değiştirme fonksiyonlarına eşit sayıda ve onlara tekabül eden doğrultularda bileşen ihtiva eder.

Eleman rijitlik matrisinin çıkarılması için virtüel yer değiştirme prensibi kullanılmıştır. Bu amaçla, elemana bağlarıyla uygun keyfi bir virtüel yer değiştirme vermek ve bu esnada muhtelif dış yükler ve iç kuvvetler tarafından yapılan dış ve iç işleri eşitlemek yeterlidir. Böyle bir virtüel yer değiştirme $d\{\delta\}^e$ olsun. Bu yer değiştirmeden oluşan yer değiştirme fonksiyonu ve şekil değiştirmeler (3.1) ve (3.2) den,

$$d\{f\} = [N] d\{\delta\}^e \quad (3.6)$$

$$d\{\epsilon\} = [B] d\{\delta\}^e \quad (3.7)$$

olur. Düğüm nokta kuvvetleri tarafından yapılan iş,

$$(d\{\delta\}^e)^T \cdot \{F\}^e \quad (3.8)$$

'e eşittir. Benzer olarak birim hacimde gerilmeler ve yayılı yükler tarafından yapılan iş,

$$d\{\epsilon\}^T \cdot \{\sigma\} - d\{f\}^T \cdot \{p\} = (d\{\delta\}^e)^T ([B]^T \{\sigma\} - [N]^T \{p\}) \quad (3.9)$$

olarak bulunur. İç ve dış virtüel işler eşitlenip hacim üzerinde entegre edilirse,

$$(d\{\delta\}^e)^T \{F\}^e = (d\{\delta\}^e)^T \left(\int_V [B]^T \{\sigma\} dV - \int_V [N]^T \{p\} dV \right) \quad (3.10)$$

olur.

(3.10) eşitliği her virtüel yer değiştirme için geçerli olduğundan, eşitliğin iki tarafındaki birinci çarpanlar gidebilir. $\{\sigma\}$ yerine (3.4b) deki ifadesi konularak

$$\begin{aligned} \{F\}^e = & \left(\int_V [B]^T [D] [B] dV \right) \{\delta\}^e - \int_V [N]^T \{p\} dV - \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dV \\ & + \int_V [B]^T \{\epsilon_0\} dV \end{aligned} \quad (3.11)$$

bağıntısı elde edilir. (3.11) eşitliğinin sağındaki ilk terimin parantez içindeki ilk çarpanı olan

$$[k]^e = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (3.12)$$

eleman rijitlik matrisidir. $[k]^e$, eleman toplam serbestlik derecesi (N) ile gösterilirse, $(N \times N)$ boyutunda simetrik bir matris olup onun herhangi bir k_{rs} elemanı s. serbestlik birim, diğer bütün serbestlikler sıfır iken r. serbestliğin olduğu noktada ve r. serbestlik doğrultusunda oluşan düğüm noktası kuvvetinden ibarettir.

(3.11) eşitliğinin sağındaki ikinci terim

$$\{F\}_p^e = - \int_V [N]^T \{p\} dV \quad (3.13)$$

yayılı yüklerden oluşan düğüm nokta kuvvetlerini, üçüncü terim

$$\{F\}_{\epsilon_0}^e = - \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dV \quad (3.14)$$

başlangıç şekil değiştirmelerinden oluşan düğüm nokta kuvvetlerini, son terimi ise,

$$\{F\}_0^e = \int_V [B]^T [D] \{\epsilon_0\} dV \quad (3.15)$$

başlangıç gerilmelerinden oluşan düğüm nokta kuvvetlerini göstermektedir.

3.3.2. Sistem Analizi

Bu aşamada amaç, sistem denklemlerini kurmak ve onun çözümünü, yani düğüm noktası serbestliklerini bulmaktır.

Bunun için sistem boyunca;

- a) Geometrik uygunluk,
- b) Denge şartları

sağlanmalıdır.

Sisteme düğüm noktalarında etkiyen dış kuvvetler :

$$\{R\} = \begin{Bmatrix} \{R^i\} \\ \{R^j\} \\ \vdots \\ \{R^n\} \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

olsun. Herhangi bir $\{R^i\}$ alt vektörü (i) düğüm noktasının serbestliğine eşit sayıda bileşen ihtiva eder. n , sistemdeki toplam düğüm noktası sayısıdır.

Sisteme ait tipik bir (i) düğüm noktasında denge şartı, $\{R^i\}$ nin (i) düğüm noktasında birleşen elemanların oluşturdukları

iç kuvvetlerin toplamına eşitlenmesi ile tesis edilir. Yani,

$$\{R^i\} = \sum_{\ell} \{F^i\}^{\ell} \quad (3.17)$$

olur. Burada $\{F^i\}^{\ell}$, (ℓ) nolu sonlu elemanın (i) düğüm noktasına katkısı olan kuvvetlerini temsil etmektedir. Toplam, (i) düğüm noktasında birleşen eleman sayısı kadar olacak ve (i) isimli düğüm noktası ihtiva etmeyen elemanların bu toplama katkıları olmayacaktır. (3.11) den $\{F^i\}^{\ell}$ yerine eşitlerini koymakla (3.17) yerine,

$$\begin{aligned} \{R^i\} = & \left(\sum_{\ell} [k_{i1}]^{\ell} \right) \{\delta^1\} + \left(\sum_{\ell} [k_{i2}]^{\ell} \right) \{\delta^2\} + \dots \\ & \dots + \left(\sum_{\ell} [k_{in}]^{\ell} \right) \{\delta^n\} + \sum_{\ell} \{F^i\}_p^{\ell} + \sum_{\ell} \{F^i\}_{\epsilon_o}^{\ell} + \sum_{\ell} \{F^i\}_{\sigma_o}^{\ell} \end{aligned} \quad (3.18)$$

yazılabilir. Burada eleman rijitlik matrisleri sistem eksenine, yani global eksene dönüştürülmüş matrislerdir. Benzer olarak bütün noktalar için (3.18) şeklinde denge denklemleri yazılır ve matris formunda ifade edilirse

$$\{R\} = [K] \{\delta\} + \{F\}_p + \{F\}_{\epsilon_o} + \{F\}_{\sigma_o} \quad (3.19a)$$

veya,

$$[K] \{\delta\} = \{R\} - \{F\}_p - \{F\}_{\epsilon_o} - \{F\}_{\sigma_o} \quad (3.19b)$$

olur. Burada alt matrisler :

$$\begin{aligned}
[K_{ij}] &= \sum_{\ell} [k_{ij}]^{\ell} \\
\{F^i\}_p &= \sum_{\ell} \{F^i\}_p^{\ell} \\
\{F^i\}_{\varepsilon_0} &= \sum_{\ell} \{F^i\}_{\varepsilon_0}^{\ell} \\
\{F^i\}_{\sigma_0} &= \sum_{\ell} \{F^i\}_{\sigma_0}^{\ell}
\end{aligned}
\tag{3.20.a,b,c,d}$$

dir.

$[K]$ sistem rijitlik matrisi olarak adlandırılır. Bunun herhangi bir K_{rs} terimi, sistemde (s.) serbestliğin birim diğer bütün serbestliklerin sıfır olması durumunda (r.) serbestliğin bulunduğu noktada ve (r.) serbestlik doğrultusunda oluşan kuvveti gösterir. $\{\delta\}$, sistem serbestliklerinden oluşan vektördür.

(3.19) lineer denklem takımında sisteme ait sınır şartları yerine konulup denklem çözülerek $\{\delta\}$ vektörü, yani problemin bilinmeyenleri elde edilir. Daha sonra her elemanda

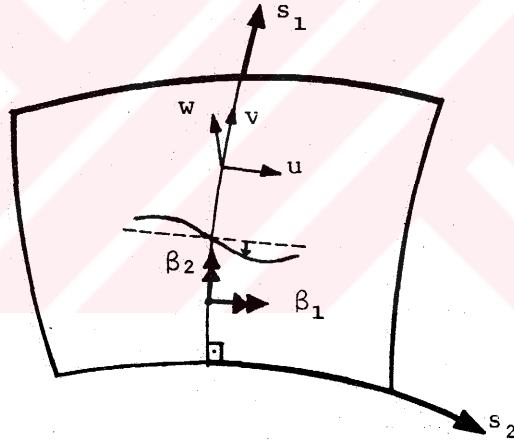
$$\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\}^e - [D]\{\varepsilon_0\} + \{\sigma_0\} \tag{3.20}$$

bağıntısı kullanılarak gerilmeler veya kesit tesirleri bulunur ve boyutlandırmaya geçilir.

3.4. YAKINSAKLIK KRİTERLERİ

Sonlu elemanlar metodunda gerçek sonuçlara yakınsama hızının artması, seçilmiş olan yer değiştirme durumunun gerçek durumu iyi bir şekilde temsil etmesi ile mümkündür. Yer değiştirme durumunu belirleyen fonksiyonların yakınsaklık kriterleri olarak adlandırılan bazı özellikleri sağlaması yakınsaklığın temini bakımından önemlidir [30] Bu kriterler şöyle özetlenebilir :

1^o) Seçilen yer değiştirme fonksiyonları ayrıtlar boyunca süreklilik şartlarını sağlamalıdırlar. Zira (3.19) denklem takımını elde ederken seçilen yer değiştirme fonksiyonlarının ayrıtlar boyunca süreklilik şartlarını sağladığı, yani geometrik uygunluğun olduğu varsayılmıştı. Örneğin (Şekil 3.1) deki bir kabuk yüzeyinden geçen bir ayrıt boyunca geometrik uygunluk şartlarının sağlanması için yüzeysel yer değiştirmede yalnız u ve v yer değiştirme bileşenlerinin sürekliliği yeterlidir. Yüzeye normal yer değiştirmede ise, w yer değiştirmesi ile birlikte $\frac{\partial w}{\partial s_1}$ ve $\frac{\partial w}{\partial s_2}$ türevlerine bağlı olarak β_1 ve β_2 ayrıta paralel ve dik dönme bileşenlerinin sürekliliğinin de sağlanması gerekmektedir. Herhangi bir yer değiştirme bileşeninin bir ayrıt üzerinde o ayrıta komşu her



Şekil-3.1

iki elemanda aynı olabilmesi için değişimin sadece o ayrıt üzerindeki ortak düğüm noktalarının serbestlikleri cinsinden belirlenmiş olması zorunludur. Bunun sonucu olarak yüzeysel bir sonlu elemanda u ve v yer değiştirmeleri değişiminin en az iki parametre ile, örneğin 1^o. polinomu ile, w yer değiştirmesi değişiminin ise en az 4 parametre ile, örneğin 3^o. polinomu ile verilmesi gerekir.

Ayrıtlar boyunca geometrik uygunluk şartlarının sağlanmaması halinde (3.19) eşitliği kesinliğini kaybedecekse de, eleman boyutlarının küçültülmesi ile sonuçların gerçek değerlere yakınsadığı bilinmektedir [31-32].

b) Eleman düğüm noktaları rijit cisim hareketi yaptığında, elemanda şekil değişimi oluşmamalıdır. Bu kriterin sağlanmaması elemanın, dolayısıyla sistemin dengesinin bozulmasına yol açacaktır.

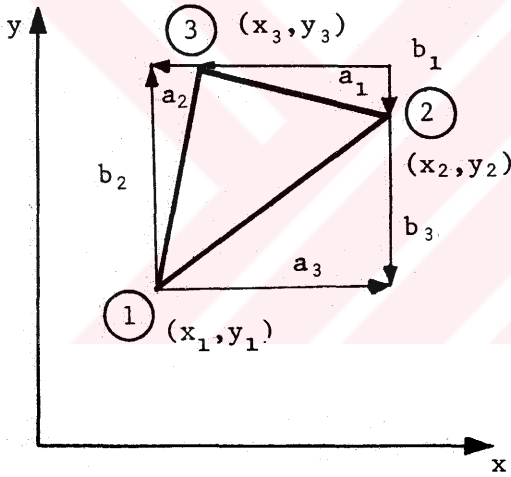
c) Seçilen yer değiştirme fonksiyonları elemanda sabit gerilme yayılımı verebilmelidirler. Zira eleman boyutları küçüldükçe klasik elastisite teorisinden eleman içinde gerilme yayılımının sabit hale geleceği bilindiğinden, ancak bu kriterin sağlanması halinde gerçek değerlere yakınsama mümkün olacaktır.

BÖLÜM 4

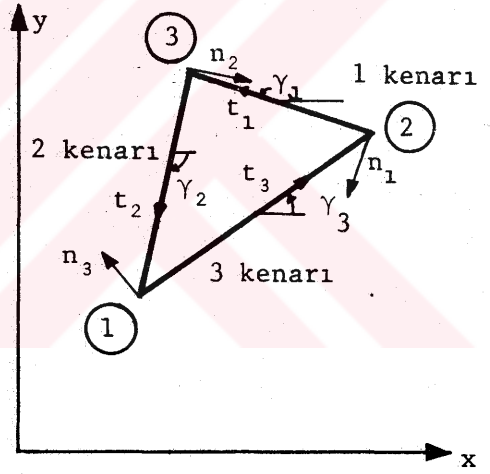
ALAN KOORDİNATLARI (ÜÇGENSEL KOORDİNATLAR)

4.1. GİRİŞ

(xyz) global kartezyen koordinat sisteminin (xy) düzlemindeki 123 üçgeninin köşe koordinatları (x_i, y_i) , global eksenle koordinat farkları a_i, b_i olsun ($i=1,2,3$) (Şekil 4.1).

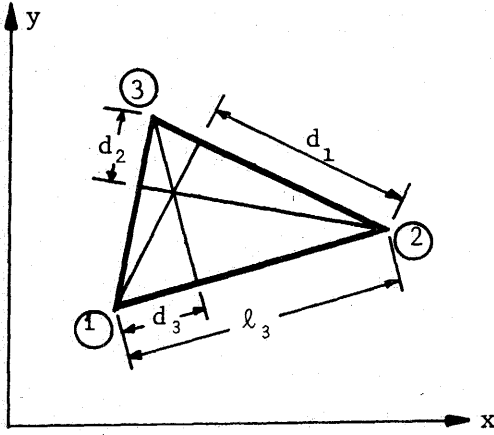


Şekil-4.1

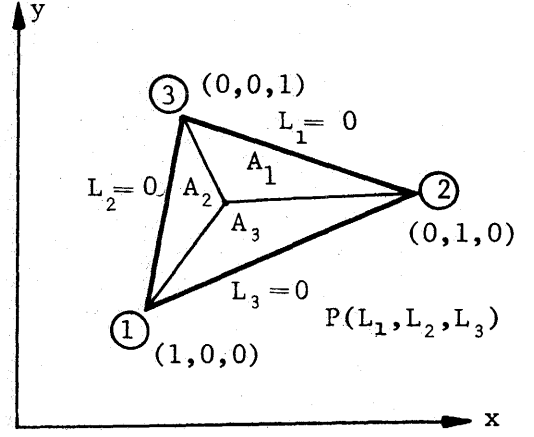


Şekil-4.2

t_i ($i=1,2,3$) yerel koordinat sistemi ayrıtlar boyunca ve saat ibresinin aksine yönlenmiştir. n_i ($i=1,2,3$) koordinat sistemi de t_i koordinat sistemi ile saat ibresinin aksi yönde dik açı yapmaktadır (Şekil 4.2). Kenarlara karşı köşelerin isimleri verilmiş, kenar uzunlukları ℓ_i , yükseklikler h_i , karşı köşelerin kenarlara izdüşümü d_i ve yatayla pozitif t_i eksenlerinin teşkil ettiği açılar γ_i ile gösterilmiştir (Şekil 4.3).



Şekil-4.3



Şekil-4.4

4.2. ALAN KOORDİNATLARI

Üçgen içinde veya ayrıtları üzerindeki bir P noktasının koordinatları şöyle tanımlanabilir :

P noktası ile 23, 31 ve 12 kenarlarının teşkil ettikleri alanlar sırasıyla A_1 , A_2 , A_3 olsun (Şekil 4.4). P noktasının alan veya üçgensel koordinatları,

$$L_i = \frac{A_i}{A} \quad (i=1,2,3) \quad (4.1)$$

olarak tarif edilir. Burada $A = A_1 + A_2 + A_3$ üçgenin alanı olup,

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1. \quad (4.2)$$

dir. P noktasının alan koordinatları bir üçgeni diğerine dönüştüren bütün lineer dönüşümlerde değişmez. L_i ($i=1,2,3$) koordinatları boyutsuz, homojen, genel referans sisteminden ve elemanın şeklinden bağımsızdır.

$L_i = \text{st}$ eşitliği i kenarına paralel hatları, $L_i = 0$, i kenarını ifade eder. Üçgenin geometrik merkezinin alan koordinatları $(1/3, 1/3, 1/3)$ dür.

4.3. KOORDİNAT SİSTEMLERİ ARASINDAKİ BAĞINTILAR

Bu bağıntılarda i indisi 1'den 3'e gitmekte, j ve k, i'nin 1. ve 2. dairesel permütasyonlarını göstermektedir.

4.3.1. Alan Koordinatları İle Global Koordinat Sistemi Arasındaki Bağıntılar

Bu bağıntılar matris formunda,

$$\begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

olarak tanımlanır. İnvers işlemi yardımıyla

$$\begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 & y_2 - y_3 & x_3 - x_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 & y_3 - y_1 & x_1 - x_3 \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 & y_1 - y_2 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

yazılır.

$$2A_{jk} = x_j y_k - x_k y_j$$

$$b_i = y_j - y_k$$

$$a_i = x_k - x_j$$

(4.5a,b,c)

kısaltmaları ile

$$\begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} 2A_{23} & b_1 & a_1 \\ 2A_{31} & b_2 & a_2 \\ 2A_{12} & b_3 & a_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

olur. Burada A_{jk} , j , k ve orijinin belirttiği üçgenin alanıdır. a_i ve b_i koordinat farkları için

$$\sum_{i=1}^3 a_i = 0, \quad \sum_{i=1}^3 b_i = 0 \quad (4.7)$$

yazılabilir.

(4.3) den faydalanarak kısmî türev ifadeleri için

$$\frac{\partial L_i}{\partial x} = \frac{b_i}{2A}, \quad \frac{\partial L_i}{\partial y} = \frac{a_i}{2A} \quad (4.8.a,b)$$

$$\frac{\partial x}{\partial L_i} = x_i, \quad \frac{\partial y}{\partial L_i} = y_i \quad (4.9.a,b)$$

elde edilir.

4.3.2. Global Koordinat Sistemi İle Yerel Koordinat Sistemleri Arasındaki Bağlılıklar

Bu bağıntılar,

$$\begin{Bmatrix} t_i \\ n_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_i & \sin \gamma_i \\ -\sin \gamma_i & \cos \gamma_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x-x_j \\ y-y_j \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

şeklindedir. (Şekil 4.1,2) den

$$\sin \gamma_i = -\frac{b_i}{l_i}, \quad \cos \gamma_i = \frac{a_i}{l_i} \quad (4.11)$$

olduğu dikkate alınır,

(Şekil 4.5) den,

$$\begin{aligned} d_3 &= \ell_2 \cos \alpha = \ell_2 \cos [180^\circ - (\gamma_2 + \gamma_3)] \\ &= \ell_2 [-\cos \gamma_3 \cos \gamma_2 - \sin \gamma_3 \sin \gamma_2] \end{aligned}$$

$\cos \ell_i$ ve $\sin \ell_i$ 'ler (4.11) den alınıp yerine konulursa

$$d_3 = -\frac{1}{\ell_3} (a_2 a_3 + b_2 b_3)$$

bulunur. Dairesel permütasyon özelliğinden

$$d_i = -\frac{1}{\ell_i} (a_i a_k + b_i b_k) \quad (4.16)$$

elde edilir. Keza (Şekil 4.6) dan

$$h_i = \frac{2A}{\ell_i} \quad (4.17)$$

$$\ell_i^2 = a_i^2 + b_i^2 \quad (4.18)$$

$$\lambda_i = \frac{d_i}{\ell_i} = -\frac{a_i a_k + b_i b_k}{\ell_i^2} \quad (4.19)$$

$$\mu_i = 1 - \lambda_i = -\frac{a_i a_j + b_i b_j}{\ell_i^2} \quad (4.20)$$

$$2A = a_j b_i - a_i b_j \quad (4.21)$$

yazılabilir.

4.5. $f = f(L_1, L_2, L_3)$ FONKSİYONUNUN MUHTELİF KOORDİNATLARDAKİ TÜREV İFADELERİ

4.5.1. Global Koordinatlarda Türev İfadeleri

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{b_m}{2A} \quad \frac{\partial f}{\partial L_m} = \frac{1}{2A} \left(\frac{\partial f}{\partial L_1} b_1 + \frac{\partial f}{\partial L_2} b_2 + \frac{\partial f}{\partial L_3} b_3 \right) \quad (4.22.a,b)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{a_m}{2A} \cdot \frac{\partial f}{\partial L_m} = \frac{1}{2A} \left(\frac{\partial f}{\partial L_1} a_1 + \frac{\partial f}{\partial L_2} a_2 + \frac{\partial f}{\partial L_3} a_3 \right)$$

olarak bulunur.

4.5.2. Yerel Koordinatlarda Türev İfadeleri

$$\frac{\partial f}{\partial n_i} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial n_i} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial n_i}$$

dir. Buradan (4.12.a,b) ve (4.22.a,b) bağıntıları yardımıyla

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial n_i} &= \frac{1}{2A} \left(\frac{b_i}{\ell_i} b_m \frac{\partial f}{\partial L_m} + \frac{a_i}{\ell_i} a_m \frac{\partial f}{\partial L_m} \right) \\ &= \frac{1}{2A} \left[\frac{\partial f}{\partial L_i} \left(\frac{b_i}{\ell_i} b_i + \frac{a_i}{\ell_i} a_i \right) + \frac{\partial f}{\partial L_j} \left(\frac{b_i}{\ell_i} b_j + \frac{a_i}{\ell_i} a_j \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial f}{\partial L_k} \left(\frac{b_i}{\ell_i} b_k + \frac{a_i}{\ell_i} a_k \right) \right] \end{aligned}$$

bulunur. (4.16 ve 21) bağıntıları ile,

$$\frac{\partial f}{\partial n_i} = \frac{1}{2A} \left\{ \ell_i \frac{\partial f}{\partial L_i} + (d_i - \ell_i) \frac{\partial f}{\partial L_j} - d_i \frac{\partial f}{\partial L_k} \right\} \quad (4.23)$$

elde edilir. Benzer şekilde

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial t_i} &= \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t_i} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t_i} = \frac{1}{2A} \left[\frac{a_i}{\ell_i} b_m \frac{\partial f}{\partial L_m} - \frac{b_i}{\ell_i} a_m \frac{\partial f}{\partial L_m} \right] \\
&= \frac{1}{2A} \left[\frac{\partial f}{\partial L_i} \left(\frac{a_i b_i}{\ell_i} - \frac{a_i b_i}{\ell_i} \right) + \frac{\partial f}{\partial L_j} \left(\frac{a_i b_j}{\ell_i} - \frac{b_i a_j}{\ell_i} \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial f}{\partial L_k} \left(\frac{a_i b_k}{\ell_i} - \frac{b_i a_k}{\ell_i} \right) \right] \\
\frac{\partial f}{\partial t_i} &= \frac{1}{2A} \left[\frac{\partial f}{\partial L_j} \left(-\frac{2A}{\ell_i} \right) + \frac{\partial f}{\partial L_k} \left(\frac{2A}{\ell_i} \right) \right] = \frac{1}{\ell_i} \left(\frac{\partial f}{\partial L_k} - \frac{\partial f}{\partial L_j} \right) \quad (4.24)
\end{aligned}$$

bulunur.

4.6. ALAN KOORDİNATLARINDA İNTEGRAL İŞLEMİ

$m, n, p \geq 0$ ve tam sayılar olmak üzere

$$f(L_1, L_2, L_3) = L_1^m L_2^n L_3^p$$

şeklinde bir terimin integrali

$$I = \int_A L_1^m L_2^n L_3^p dA = 2A \frac{m! n! p!}{(m+n+p+2)!} \quad (4.25)$$

ile ifade edilir. (4.25) bağıntısının çıkarılması [33] de verilmiştir.

BÖLÜM 5

SİLİNDİRİK ÜÇGEN SONLU ELEMAN

Dairesel silindirik kabukların daire enkesitli silindirik sonlu elemanlarla hesabı için çeşitli çalışmalar yayınlanmıştır. Bu çalışmaların çoğu, plânda izdüşümü dikdörtgen olan sonlu elemanlara aittir [16-21].

Bu bölümde, düzgün olmayan sınırlar ve geometriye daha iyi uyum gösterebilmesi bakımından, plânda izdüşümü üçgen olan bir silindirik sonlu eleman geliştirilecektir. Bu eleman rijitlik matrisinin formülasyonunda alan (veya üçgensel) koordinatları kullanılacak, yer değiştirmelere ait şekil fonksiyonları bu koordinatlar cinsinden çıkarılacaktır.

5.1. YER DEĞİŞTİRME FONKSİYONLARININ SEÇİLİŞİ

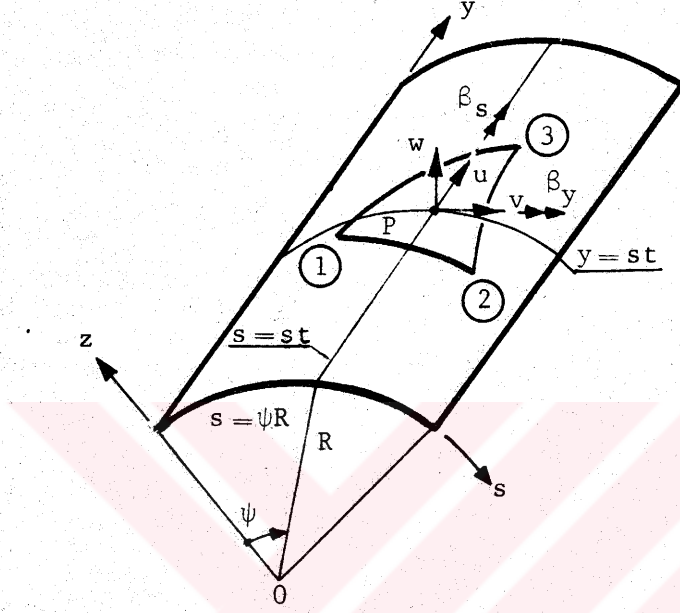
5.1.1. Eksen Takımı

Silindirik üçgen sonlu elemenda seçilen koordinat sistemi, u, v teğetsel ve w yüzeye normal yer değiştirme bileşenleri ile (s, y) koordinatlarına ait teğetlerin dönme vektörleri doğrultusunda olan β_s ve β_y dönme vektörü bileşenleri (Şekil 5.1) de gösterilmiştir.

Silindirik kabuğun herhangi bir P noktası eğrisel koordinatların $(s = st, y = st)$ değer çifti ile belirlenir. Burada

$$s = \psi \cdot R \quad (5.1)$$

olup, R silindirin yarıçapını, ψ de 0 başlangıç noktasından itibaren P noktasının gördüğü merkez açığı ifade etmektedir. u, v sırasıyla y ve s doğrultusunda, w 'de yüzey normali doğrultusundaki yer



Şekil-5.1

değiştirme bileşenleridir. w yer değiştirme bileşeninin pozitif yönü yarıçapı artıracak şekilde seçilmiştir. (Şekil 5.1) deki yönler ile β_y ve β_s dönme vektörü bileşenleri,

$$\beta_y = \frac{\partial w}{\partial y} \quad , \quad \beta_s = -\frac{\partial w}{\partial s} + \frac{v}{R} \quad (5.2a,b)$$

olur. Eleman köşeleri saat ibresinin aksi yönde numaralanmıştır.

5.1.2. Eleman ve Uç Serbestlikleri Sayısı ve Yer Değiştirme Fonksiyonlarının Genel İfadeleri

Yüzeysel yer değiştirmeler için her bir köşe düğüm noktasında u , v yer değiştirmeler ile, $\frac{\partial u}{\partial s}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ ve $\frac{\partial v}{\partial s}$, $\frac{\partial v}{\partial y}$ türevleri ve normal yer değiştirme için de, w normal yer değiştirme, β_s , β_y teğetsel dönmeleri ve χ_s , 2τ , χ_y eğrilikleri uç serbestlikleri olarak seçilmişlerdir. Eğriliklerin yer değiştirmeler cinsinden ifadeleri Bölüm 2'de verilmiştir.

Uç serbestlikleri için matris formunda

$$\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} \{\delta^1\} \\ \{\delta^2\} \\ \{\delta^3\} \end{Bmatrix} \quad (5.3a)$$

yazılabilir. Burada i düğüm noktasının serbestliklerinden oluşan $\{\delta^i\}$ vektörü

$$\{\delta^i\} = \left\{ u, \frac{\partial u}{\partial s}, \frac{\partial u}{\partial y}, v, \frac{\partial v}{\partial s}, \frac{\partial v}{\partial y}, w, \beta_s, \beta_y, \chi_s, 2\tau, \chi_y \right\}_i \quad (5.3b)$$

dir. $\{\delta\}^e$ de eleman serbestliklerinden oluşan vektördür.

Böylece her bir düğüm noktasının 12 ve elemanın 36 serbestliği bulunmaktadır.

Yer değiştirme fonksiyonları (3.1) bağıntısından

$$\{f\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [N] \{\delta\}^e \quad (5.4a,b)$$

(3x36) (36 x1)

$$= \left[[N^1], [N^2], [N^3] \right] \begin{Bmatrix} \{\delta^1\} \\ \{\delta^2\} \\ \{\delta^3\} \end{Bmatrix}$$

olarak yazılabilir. Burada (3x12) boyutundaki $[N^i]$ ($i=1,2,3$) matrisinin herhangi bir kolonunu teşkil eden satırlar o kolona karşı gelen serbestliğin birim, diğer bütün serbestliklerin sıfır olması halinde, sırasıyla u,v,w yer değiştirme yüzeylerini ifade eden N_u^i , N_v^i , N_w^i interpolasyon fonksiyonlarıdır.

u ve v yüzeyel yer değiştirmeleri için interpolasyon fonksiyonları olarak alan koordinatları cinsinden genel halde üçüncü derece

$$f_u = c_{u1}L_1^3 + c_{u2}L_2^3 + c_{u3}L_3^3 + c_{u4}L_1^2L_2 + c_{u5}L_1^2L_3 + c_{u6}L_2^2L_1 + c_{u7}L_2^2L_3 + c_{u8}L_3^2L_1 + c_{u9}L_3^2L_2 + c_{u10}L_1L_2L_3 \quad (5.5a)$$

ve

$$f_v = c_{v1}L_1^3 + c_{v2}L_2^3 + c_{v3}L_3^3 + c_{v4}L_1^2L_2 + c_{v5}L_1^2L_3 + c_{v6}L_2^2L_1 + c_{v7}L_2^2L_3 + c_{v8}L_3^2L_1 + c_{v9}L_3^2L_2 + c_{v10}L_1L_2L_3 \quad (5.5b)$$

ile w yer değiştirme bileşeni için de beşinci derece

$$f_w = c_{w1}L_1^5 + c_{w2}L_2^5 + c_{w3}L_3^5 + c_{w4}L_1^4L_2 + c_{w5}L_1^4L_3 + c_{w6}L_2^4L_1 + c_{w7}L_2^4L_3 + c_{w8}L_3^4L_1 + c_{w9}L_3^4L_2 + c_{w10}L_1^3L_2L_3 + c_{w11}L_1^3L_2L_3 + c_{w12}L_1^3L_3L_2 + c_{w13}L_1^3L_2^2 + c_{w14}L_2^3L_1^2 + c_{w15}L_2^3L_1^2 + c_{w16}L_2^3L_3^2 + c_{w17}L_3^3L_1^2 + c_{w18}L_3^3L_2^2 + c_{w19}L_1^2L_2^2L_3 + c_{w20}L_1^2L_2^2L_3 + c_{w21}L_1L_2^2L_3^2 \quad (5.5c)$$

tam polinomları alınmıştır.

5.1.3. Yer Değiştirme Fonksiyonlarının Elde Edilişi

Herhangi bir düğüm noktasındaki herhangi bir serbestliğin birim, diğer bütün serbestliklerin sıfır olması "birim durumu" nda bu sınır koşullarından faydalananarak (5.5-a,b,c) deki f_u , f_v ve f_w polinomlarına ait katsayılar, dolayısıyla (5.4) bağıntısındaki $[N]$

matrisinin birim olan serbestliğe ait kolonundaki satırlar, yani N_u, N_v, N_w fonksiyonları, elde edilir. Bu amaçla önce f_u ve f_v polinomlarının s ve y eksenlerine göre birinci, f_w polinomunun da birinci ve ikinci türevleri alınacaktır. Bölüm 4'deki tanım ve notasyonlarla

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_u}{\partial s} = \frac{1}{2A} [& c_{u1} \cdot 3b_1 L_1^2 + c_{u2} \cdot 3b_2 L_2^2 + c_{u3} \cdot 3b_3 L_3^2 + \\ & + c_{u4} (2L_1 L_2 b_1 + b_2 L_1^2) + c_{u5} (2L_1 L_3 b_1 + L_1^2 b_3) + \\ & + c_{u6} (2L_2 L_1 b_2 + L_2^2 b_1) + c_{u7} (2L_2 L_3 b_2 + L_2^2 b_3) + \\ & + c_{u8} (2L_3 L_1 b_3 + L_3^2 b_1) + c_{u9} (2L_3 L_2 b_3 + L_3^2 b_2) + \\ & + c_{u10} (b_1 L_2 L_3 + b_2 L_3 L_1 + b_3 L_1 L_2)] \end{aligned} \quad (5.6)$$

olur. (5.6) da b_i ($i=1,2,3$)'ler yerine u_i ($i=1,2,3$)'ler konursa $\frac{\partial f_u}{\partial y}$, her iki türev ifadesinde de c_{um} 'ler yerine c_{vm} ($m=1,10$) ler konulursa $\frac{\partial f_v}{\partial s}$ ve $\frac{\partial f_v}{\partial x}$ türevleri elde edilir.

Benzer şekilde,

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_w}{\partial s} = \frac{1}{2A} [& c_{w1} \cdot 5b_1 L_1^4 + c_{w2} \cdot 5b_2 L_2^4 + c_{w3} \cdot 5b_3 L_3^4 + \\ & + c_{w4} (4b_1 L_1^3 L_2 + b_2 L_1^4) + c_{w5} (4b_1 L_1^3 L_3 + b_3 L_1^4) + \\ & + c_{w6} (b_1 L_1^4 + 4b_2 L_2^2 L_1^3) + c_{w7} (b_3 L_2^4 + 4b_2 L_2^3 L_3) + \\ & + c_{w8} (4b_3 L_1 L_3^3 + b_1 L_3^4) + c_{w9} (b_2 L_3^4 + 4b_3 L_2 L_3^3) + \\ & + c_{w10} (3b_1 L_1^2 L_2 L_3 + b_2 L_1^3 L_3 + b_3 L_1^3 L_2) + c_{w11} (b_1 L_1^3 L_2 + \\ & + 3b_2 L_2^2 L_1 L_3 + b_3 L_2^3 L_1) + c_{w12} (b_1 L_1^3 L_2 + b_2 L_1 L_3^3 + 3b_3 L_1 L_2 L_3^2) + \\ & + c_{w13} (3b_1 L_1^2 L_2^2 + 2b_2 L_2^3 L_1) + c_{w14} (3b_1 L_1^2 L_2^2 + 2b_3 L_3^3 L_1) + \\ & + c_{w15} (2b_1 L_1 L_2^3 + 3b_2 L_2^2 L_1^2) + c_{w16} (3b_2 L_2^2 L_3^2 + 2b_3 L_3^3 L_2) + \\ & + c_{w17} (2b_1 L_1 L_3^3 + 3b_3 L_2^2 L_1^2) + c_{w18} (2b_2 L_2 L_3^3 + 3b_3 L_2^2 L_3^2) + \\ & + c_{w19} (2b_1 L_1 L_2^2 L_3 + 2b_2 L_2^2 L_1 L_3 + b_3 L_2^2 L_1^2) + \\ & + c_{w20} (2b_1 L_1 L_2 L_3^2 + b_2 L_2^2 L_1^2 + 2b_3 L_2^2 L_1 L_3) + c_{w21} (b_1 L_2^2 L_3^2 + \\ & + 2b_2 L_1 L_2 L_3^2 + 2b_3 L_1 L_2^2 L_3)] \end{aligned}$$

bulunur. b_i 'ler yerine a_i 'ler konulursa (5.7) ifadesinden $\frac{\partial f}{\partial y}$ elde edilir. f_w 'nin s 'e göre ikinci türevi,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 f_w}{\partial s^2} = & \frac{1}{4A^2} \cdot \left\{ c_{w1} \cdot 20b_1 (b_1 L_1^3) + c_{w2} \cdot 20b_2 (b_2 L_2^3) + c_{w3} \cdot 20b_3 (b_3 L_3^3) + \right. \\
 & + c_{w4} [4b_1 (3b_1 L_1^2 L_2 + b_2 L_1^3) + 4b_2 (b_1 L_1^3)] \\
 & + c_{w5} [4b_1 (3b_1 L_1^2 L_3 + b_3 L_1^3) + 4b_3 (b_1 L_1^3)] + c_{w6} [4b_2 (3b_2 L_2 L_1 L_2 + b_1 L_2^3) \\
 & + 4b_1 (b_2 L_2^3)] + c_{w7} [4b_2 (3b_2 L_2 L_3 + b_3 L_2^3) + 4b_3 (b_2 L_2^3)] \\
 & + c_{w8} [4b_3 (3b_3 L_3 L_1 L_3 + b_1 L_3^3) + 4b_1 (b_3 L_3^3)] + c_{w9} [4b_3 (3b_3 L_3 L_2 L_3 + \\
 & + b_2 L_3^3) + 4b_2 (b_3 L_3^3)] + c_{w10} [3b_1 (2b_1 L_1 L_2 L_3 + b_2 L_1^2 L_3 + b_3 L_1^2 L_2) \\
 & + b_2 (3L_1^2 L_3 + b_1 L_1^3) + b_3 (3b_1 L_1^2 L_2 + b_2 L_1^3)] + c_{w11} [b_1 (3b_2 L_2 L_3 + \\
 & + b_3 L_2^3) + 3b_2 (b_1 L_2^3 + b_3 L_1 L_2^2) + b_3 (b_1 L_2^2 + 2b_2 L_1 L_2)] + \\
 & + c_{w12} [b_1 (3b_3 L_3 L_2 + b_2 L_3^3) + b_2 (b_1 L_3^3 + 3b_3 L_1 L_2) + 3b_3 (2b_1 L_1 L_2 + b_2 L_1^2 L_2 + \\
 & + b_2 L_3^3 L_1)] + c_{w13} [6b_1 (b_1 L_1 L_2^2 + b_2 L_1^2 L_2) + 2b_2 (3b_1 L_1^2 + b_3 L_1^3)] + \\
 & + c_{w14} [6b_1 (b_1 L_1 L_3^2 + b_3 L_1^2 L_3) + 2b_3 (3b_1 L_1^2 + b_2 L_1^3)] + \\
 & + c_{w15} [2b_1 (b_1 L_1^3 + 3b_2 L_2^2 L_1) + 6b_2 (b_2 L_2 L_1^2 + b_1 L_2^2 L_1)] + \\
 & + c_{w16} [2b_3 (b_3 L_2^3 + 3b_2 L_2^2 L_3) + 6b_2 (b_2 L_2 L_3^2 + b_3 L_2^2 L_3)] + \\
 & + c_{w17} [2b_1 (b_1 L_1^3 + 3b_3 L_3^2 L_1) + 6b_3 (b_3 L_3 L_1^2 + b_1 L_3^2 L_1)] + \\
 & + c_{w18} [2b_2 (b_2 L_2^3 + 3b_3 L_3^2 L_2) + 6b_3 (b_3 L_3 L_2^2 + b_2 L_3^2 L_2)] + \\
 & + c_{w19} [2b_1 (b_1 L_2^2 L_3 + 2b_2 L_1 L_2 L_3 + b_3 L_1 L_2^2) + 2b_2 (2b_1 L_1 L_2 L_3 + \\
 & + b_2 L_2^2 L_3 + b_3 L_2^2 L_1) + 2b_3 (b_1 L_1 L_2^2 + b_2 L_1^2 L_2)] + c_{w20} [2b_1 (b_1 L_2 L_3^2 + \\
 & + b_2 L_1 L_3^2 + 2b_3 L_1 L_2 L_3) + 2b_2 (b_1 L_1 L_3^2 + b_3 L_3^2 L_1) + 2b_3 (2b_1 L_1 L_2 L_3 + \\
 & + b_2 L_2^2 L_3) + c_{w21} \cdot [2b_1 (b_2 L_2 L_3^2 + b_3 L_2^2 L_3) + 2b_2 (b_1 L_2 L_3^2 + b_3 L_1 L_3^2 + \\
 & + 2b_3 L_1 L_2 L_3) + 2b_3 (b_1 L_2^2 L_3 + 2b_2 L_1 L_2 L_3 + b_3 L_1 L_2^2)] \left. \right\} \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

olur. (5.8) ifadesinde b_i 'ler yerine a_i 'ler konulursa $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, yuvanlık parantez içerisindeki b_i 'ler yerine a_i 'ler konulursa $\frac{\partial^2 f}{\partial s \partial y}$ ifadeleri bulunur.

(5, 6-8) türev ifadelerinin yazılmasından sonra 1 düğüm noktasındaki serbestliklere ait birim durumlar sırasıyla incelenecektir. Her birim durum için c_u , c_v , c_w katsayılarından sıfırdan farklı olanların değer veya ifadeleri yazılacaktır. Bu arada mevcut sınır koşullarının sabitlerden az olması nedeniyle, şimdilik belirli olmayan, ancak daha sonra bulunacak olan, katsayılar $\neq 0$ ve i düğüm noktasında m . birim durumda oluşan r yer değiştirme fonksiyonu N_{rm}^i ile gösterilecektir.

1⁰) $u_1 = 1$ birim durumu

$$\begin{aligned} c_{u1} &= 1, & c_{u4} &= c_{u5} = 3, & c_{u10} &\neq 0 \\ N_{v1}^1 &= 0, & N_{w1}^1 &= 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

2⁰) $(\frac{\partial u}{\partial s})_1 = 1$ birim durumu

$$\begin{aligned} c_{u4} &= a_3, & c_{u5} &= -a_2, & c_{u10} &\neq 0 \\ N_{v2}^1 &= 0, & N_{w2}^1 &= 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

3⁰) $(\frac{\partial u}{\partial y})_1 = 1$ birim durumu

$$\begin{aligned} c_{u4} &= -b_3, & c_{u5} &= b_2, & c_{u10} &\neq 0 \\ N_{v3}^1 &= 0, & N_{w3}^1 &= 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

4⁰) $v_1 = 1$ birim durumu

$$\begin{aligned} N_{u4}^1 &= 0 \\ c_{v1} &= 1, & c_{v4} &= c_{v5} = 3, & c_{v10} &\neq 0 \\ N_w^1 &= -\frac{1}{R} N_{w7}^1 \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$5^{\circ}) \quad \underline{\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_1 = 1 \text{ birim durumu}}$$

$$N_{u5}^1 = 0$$

$$c_{v4} = a_3, \quad c_{v5} = -a_2, \quad c_{v10} \neq 0 \quad (5.13)$$

$$N_{w5}^1 = -\frac{1}{R} N_{w10}^1$$

$$6^{\circ}) \quad \underline{\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_1 = 1 \text{ birim durumu}}$$

$$N_{u6}^1 = 0$$

$$c_{v2} = b_2, \quad c_{v5} = -b_3, \quad c_{v10} \neq 0 \quad (5.14)$$

$$N_{w6}^1 = -\frac{1}{R} N_{w11}^1$$

$$7^{\circ}) \quad \underline{w_1 = 1 \text{ birim durumu}}$$

$$N_{u7}^1 = 0, \quad N_{v7}^1 = 0$$

$$c_{w1} = 1, \quad c_{w4} = c_{w5} = 5, \quad c_{w10} = 20, \quad c_{w13} = c_{w14} = 10,$$

$$c_{w19} \neq 0, \quad c_{w20} \neq 0, \quad c_{w21} \neq 0 \quad (5.15)$$

$$8^{\circ}) \quad \underline{(\beta_s)_1 = 1 \text{ birim durumu}}$$

$$N_{u8}^1 = 0, \quad N_{v8}^1 = 0$$

$$c_{w4} = -a_3, \quad c_{w5} = a_2, \quad c_{w10} = -4(a_3 - a_2) \quad (5.16)$$

$$c_{w13} = -4a_3, \quad c_{w14} = 4a_2, \quad c_{w19} \neq 0, \quad c_{w20} \neq 0, \quad c_{w21} \neq 0$$

9^o) $(\beta_y)_1 = 1$ birim durumu

$$N_{u_3}^1 = 0, \quad N_{v_8}^1 = 0$$

$$c_{w_4} = b_3, \quad c_{w_5} = -b_2, \quad c_{w_{10}} = 4(b_3 - b_2) \quad (5.17)$$

$$c_{w_{13}} = 4b_3, \quad c_{w_{14}} = -4b_2, \quad c_{w_{19}} \neq 0, \quad c_{w_{20}} \neq 0, \quad c_{w_{21}} \neq 0$$

10^o) $(\chi_s)_1 = 1$ birim durumu

$$N_{u_{10}}^1 = 0, \quad N_{v_{10}}^1 = 0$$

$$c_{w_{10}} = a_2 a_3, \quad c_{w_{13}} = -\frac{1}{2} a_3^2, \quad c_{w_{14}} = -\frac{1}{2} a_2^2 \quad (5.18)$$

$$c_{w_{19}} \neq 0, \quad c_{w_{20}} \neq 0, \quad c_{w_{21}} \neq 0$$

11^o) $(\tau)_1 = 1$ birim durumu

$$N_{u_{11}}^1 = 0, \quad N_{v_{11}}^1 = 0$$

$$c_{w_{10}} = -(b_3 a_2 + a_3 b_2), \quad c_{w_{13}} = b_3 a_3, \quad c_{w_{14}} = b_2 a_2 \quad (5.19)$$

$$c_{w_{19}} \neq 0, \quad c_{w_{20}} \neq 0, \quad c_{w_{21}} \neq 0$$

12^o) $(\chi_y)_1 = 1$ birim durumu

$$N_{u_{12}}^1 = 0, \quad N_{v_{12}}^1 = 0$$

$$c_{w_{10}} = b_2 b_3, \quad c_{w_{13}} = -\frac{1}{2} b_3^2, \quad c_{w_{14}} = -\frac{1}{2} b_2^2 \quad (5.20)$$

$$c_{w_{19}} \neq 0, \quad c_{w_{20}} \neq 0, \quad c_{w_{21}} \neq 0$$

5.1.3.1. c_{u10} , c_{v10} Sabitlerinin Bulunması

Önce N_{u1}^i , N_{v4}^i ($i=1,2,3$) yer değiştirme fonksiyonlarına ait c_{u10}^i , c_{v10}^i sabitleri bulunacaktır.

$u_1=1$ birim durumunda elemanın herhangi bir m noktasının y doğrultusundaki yer değiştirmesi $N_{u1}^1 (L_1^m, L_2^m, L_3^m)$ dir. Keza $u_2=1$, $u_3=1$ birim durumlarında bu yer değiştirme sırasıyla $N_{u1}^2 (L_i^m)$, $N_{u1}^3 (L_i^m)$ olur. $u_1=u_2=u_3=1$ ve diğer tüm serbestlikler sıfır iken elemanın herhangi bir noktasının y doğrultusundaki yer değiştirmesi süperpozisyonla

$$u_m = N_{u1}^1 \cdot u_1 + N_{u1}^2 \cdot u_2 + N_{u1}^3 \cdot u_3 = \sum_{i=1}^3 N_{u1}^i \quad (5.21)$$

olarak bulunur. Bu yer değiştirme durumunda elemanın y doğrultusunda rijit öteleme şartını sağlaması için

$$u_m = u_1 = u_2 = u_3 = 1 \quad (5.22)$$

olmalıdır. (5.9) ve (5.21) bağıntılarından yararlanarak

$$\begin{aligned} u_m &= L_1^3 + 3L_1^2 L_2 + 3L_1^2 L_3 + c_{u10}^1 L_1 L_2 L_3 \\ &+ L_2^3 + 3L_2^2 L_3 + 3L_2^2 L_1 + c_{u10}^2 L_1 L_2 L_3 \\ &+ L_3^3 + 3L_3^2 L_1 + 3L_3^2 L_2 + c_{u10}^3 L_1 L_2 L_3 \\ &= (L_1 + L_2 + L_3)^3 + (c_{u10}^1 + c_{u10}^2 + c_{u10}^3 - 6) L_1 L_2 L_3 \\ &= 1 - (c_{u10}^1 + c_{u10}^2 + c_{u10}^3 - 6) L_1 L_2 L_3 \end{aligned} \quad (5.23)$$

bulunur. (5.22) eşitliğinin sağlanması için (5.23) bağıntısındaki $L_1 L_2 L_3$ teriminin katsayısı sıfır, yani

$$c_{u10}^1 = c_{u10}^2 = c_{u10}^3 = 6 \quad (5.24)$$

olmalıdır. Buradan, dairesel permütasyon esnasında sabit sayıların

her üç köşe için aynı değeri alacağı düşünülerek,

$$c_{u10}^1 = c_{u10}^2 = c_{u10}^3 = 2 \quad (5.25)$$

elde edilir. Aynı yol izlenerek N_{v4}^i ($i=1,2,3$) yer değiştirme fonksiyonlarına ait c_{v10}^1 , c_{v10}^2 , c_{v10}^3 katsayıları da

$$c_{v10}^1 = c_{v10}^2 = c_{v10}^3 = 2 \quad (5.26)$$

bulunur.

Yüzeysel yer değiştirmelere ait diğer birim durum fonksiyonlarının c_{u10} , c_{v10} sabitlerinin belirlenmesi amacıyla (5.10-11) bağıntılarıyla verilmiş olan

$$N_{u2}^1 = a_3 L_1^2 L_2 - a_2 L_1^2 L_3, \quad N_{u3}^1 = -b_3 L_1^2 L_2 + b_2 L_1^2 L_3 \quad (5.27)$$

polinomları dikkate alınsın. Bu ifadeler üçüncü dereceden olup $L_1 L_2 L_3$ terimini ihtiva etmedikleri için "tam polinom" değildirler. $L_1 L_2 L_3$ terimi $L_1^2 L_2$, $L_1^2 L_3$, ..., $L_3^2 L_2$ yer değiştirme formlarına aynı bir α oranında eklenerek (5.27) bağıntısıyla verilmiş olan yer değiştirme yüzeylerinde temsil edilebilirler. Yani,

$$\begin{aligned} N_{u2}^1 &= a_3 (L_1^2 L_2 + \alpha L_1 L_2 L_3) - a_2 (L_1^2 L_3 + \alpha L_1 L_2 L_3) \\ N_{u3}^1 &= -b_3 (L_1^2 L_2 + \alpha L_1 L_2 L_3) + b_2 (L_1^2 L_3 + \alpha L_1 L_2 L_3) \end{aligned} \quad (5.28)$$

yazılabilir. Burada α , ileride bulunacak olan bir sabittir.

Seçilen yer değiştirme fonksiyonunun gerçek çözüme yakınsaması yakınsaklık kriterlerinin sağlanmasına bağlıdır. Bu kriterlerden birisi sabit şekil değiştirme kriteri idi. Gerçek çözüm sabit şekil değiştirme halini içerdiği gibi, olabilecek diğer şekil değiştirme değişimlerini, örneğin lineer, quadratik... gibi, de içerir. Seçilen yer değiştirme fonksiyonunun sabit şekil değiştirme kriterini sağlaması yanında lineer şekil değiştirme halini de içermesi onun

gerçek çözümü daha iyi temsili ve ona daha hızlı yakınsaması anlamına gelecektir.

Yüzeysel şekil değiştirmeler birinci türevlerle ilgili olduklarından lineer şekil değiştirme oluşturacak herhangi bir yer değiştirme durumu genel halde

$$u = A_1 L_1 L_1 + A_2 L_2 L_3 + A_3 L_3 L_1 + A_4 L_1^2 + A_5 L_2^2 + A_6 L_3^2 \quad (5.29)$$

şeklinde bir ikinci derece tam polinomdur. Burada A_i 'ler polinomun sabitleridir.

Elemena (5.29) formunda bir u yüzeysel yer değiştirmesi empoze edilsin. Bu durumda şekil değiştirme ifadesine giren türevler

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial s} = \frac{1}{2A} \{ & A_1 (b_1 L_2 + b_2 L_1) + A_2 (b_3 L_2 + b_2 L_3) + A_3 (b_1 L_3 + b_3 L_1) \\ & + 2A_4 b_1 L_1 + 2A_5 b_2 L_2 + 2A_6 b_3 L_3 \} \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2A} \{ & A_1 (a_1 L_2 + a_2 L_1) + A_2 (a_3 L_2 + a_2 L_3) + A_3 (a_1 L_3 + a_3 L_1) \\ & + 2A_4 a_1 L_1 + 2A_5 a_2 L_2 + 2A_6 a_3 L_3 \} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

(5.29) ifadesinde verilen u yer değiştirmesi ve $\frac{\partial u}{\partial s}$ türevinin 1,2,3 düğüm noktalarındaki değerleri

$$u_1 = A_4, \quad u_2 = A_5, \quad u_3 = A_6$$

(5.31a)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)_1 = \frac{1}{2A} (A_1 b_2 + A_3 b_3 + 2A_4 b_1)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)_2 = \frac{1}{2A} (A_1 b_1 + A_2 b_3 + 2A_5 b_2)$$

(5.31b)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)_3 = \frac{1}{2A} (A_2 b_2 + A_3 a_3 + 2A_6 b_3)$$

olur ve $(\frac{\partial u}{\partial y})_i$ türevleri de (5.31b) de b_i yerine a_i konularak elde edilir. Yer değiştirme fonksiyonunun (5.4) ifadesindeki tarifinden

$$u = \sum_{i=1}^3 \left[N_{u1}^i u_i + N_{u2}^i \left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)_i + N_{u3}^i \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_i \right] \quad (5.32)$$

yazılabilir. (5.32) de $u_i, \left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)_i$ ve $\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_i$ 'ler yerine (5.31) den eşitleri konur ve A_m ($m=1,6$)'lere göre düzenlenirse

$$\begin{aligned} u = \frac{1}{2A} & \left[A_1 (b_2 N_{u2}^1 + a_2 N_{u3}^1 + b_1 N_{u2}^2 + a_1 N_{u2}^2) + \right. \\ & + A_2 (b_3 N_{u2}^2 + a_3 N_{u3}^2 + b_2 N_{u2}^3 + a_2 N_{u2}^3) + \\ & + A_3 (b_1 N_{u2}^3 + a_1 N_{u3}^3 + b_3 N_{u2}^1 + a_2 N_{u2}^1) + \\ & + A_4 (2b_1 N_{u2}^1 + 2a_1 N_{u3}^1 + 2A_1 N_{u1}^1) + A_5 (2b_2 N_{u2}^2 + \\ & \left. + 2a_2 N_{u3}^2 + 2A_2 N_{u1}^2) + A_6 (2b_3 N_{u2}^3 + 2a_3 N_{u3}^3 + 2A_3 N_{u1}^3) \right] \end{aligned} \quad (5.33)$$

bulunur. (5.33) bağıntısında $N_{u1}^i, N_{u2}^i, N_{u3}^i$ ($i=1,2,3$)'ler yerine (5.28) den eşitleri konulur ve bu bağıntı ile (5.29) bağıntısının özdeş olabilmesi için her iki ifadedeki A_m sabitlerine ait çarpanların karşılıklı olarak eşitliği düşünülürse, örneğin A_1 sabitinin çarpanları için

$$\begin{aligned} L_1 L_2 = \frac{1}{2A} & \left[L_1^2 L_2 (b_2 a_3 - a_2 b_3) + L_2^2 L_1 (a_1 b_3 - a_3 b_1) + \right. \\ & \left. + L_1 L_2 L_3 (b_2 a_3 - a_2 b_3 - b_1 a_3 + a_1 b_3) \cdot \alpha \right] \end{aligned} \quad (5.34a)$$

ve

$$2A = b_2 a_3 - a_2 b_3 = b_3 a_1 - a_3 b_1 \quad \text{ile}$$

$$L_1 L_2 = L_1 L_2 (L_1 + L_2 + 2\alpha L_3) \quad (5.34b)$$

bulunur. Burada $L_1 + L_2 + L_3 = 1$ eşitliği dikkate alınırsa (5.34b) bağıntısının sağlanması için

$$\alpha = \frac{1}{2} \quad (5.35)$$

olması gerektiği sonucuna varılır. Diğer A_m ($m=2,6$) katsayılarının çarpanlarının eşitliğinden de aynı sonuca varılmaktadır. Benzer işlemler v yüzeysel yer değiştirme fonksiyonu için de tekrarlanabilir. Sonuçta N_{u2}^i ve N_{v5}^i fonksiyonlarının aranan sabitleri

$$c_{u10}^i = c_{v10}^i = \frac{a_k - a_j}{2} \quad (i=1,3) \quad (5.36)$$

ve N_{u3}^i ve N_{v6}^i fonksiyonlarına ait sabitler de

$$c_{u10}^i = c_{v10}^i = \frac{b_j - b_k}{2} \quad (i=1,3) \quad (.37)$$

olarak elde edilir. (5.36-37) bağıntılarındaki j ve k, i'nin 1. ve 2. dairesel permütasyonlarıdır.

5.1.3.2. c_{w19} , c_{w20} , c_{w21} Sabitlerinin Bulunması

Birim durumlarda radyal yer değiştirme bileşenine ait N_w fonksiyonları için tayini gereken 21 katsayıya karşılık 18 sınır koşulunun var olması nedeniyle c_{w19} , c_{w20} , c_{w21} katsayıları belirle-nememiş, ancak bu katsayılar diğer sınır koşullarını ifade eden eşitliklere girmediğinden, diğer sabitler bunlardan bağımsız olarak elde edilmişti.

Herhangi bir birim durumunda elemanın bir ij ayrıtı boyunca N_w yer değiştirmesi beşinci dereceden bir polinom olarak seçilmiştir. Bu durumda N_w ve onun t eksenine göre $\frac{\partial N_w}{\partial t}$ türevinin, süreklilik şartı gereği, iki komşu elemanda aynı olabilmeleri için ij ayrıtının i ve j düğüm noktalarında w , β_s , β_y , χ_s , τ , χ_y uç serbestlikleri olarak alınmıştır. Çünkü bu halde N_w ile N_w' 'nin t'ye göre birinci ve ikinci türevleri komşu iki elemanda ortak, dolay-

sayı ile polinomun sabitleri tek değerli olurlar. Aynı ayrıtta N_w yer değiştirmesinin ayrıta dik dönmesini ifade eden eğri dördüncü dereceden olacak ve beş sabit ihtiva edecektir.

Bölüm 4'den yararlanarak, N_w yer değiştirme fonksiyonunun ayrıta dik türevi, $\theta_{,n}$,

$$\theta_{,n} = \frac{\partial N_w}{\partial n} = \frac{\partial N_w}{\partial s} \cdot \frac{\partial s}{\partial n} + \frac{\partial N_w}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial n} \quad (5.38)$$

ve $\theta_{,n}$ 'in ayrıt boyunca türevi, $\theta_{,nt}$

$$\theta_{,nt} = \frac{\partial^2 N_w}{\partial n \partial t} = \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial N_w}{\partial n} \right) \cdot \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial N_w}{\partial n} \right) \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \quad (5.39)$$

olur. Herhangi bir k kenarında

$$\frac{\partial s}{\partial n_k} = - \frac{\partial y}{\partial t_k} = \frac{b_k}{l_k}, \quad \frac{\partial s}{\partial t_k} = \frac{\partial y}{\partial n_k} = \frac{a_i}{l_i}$$

olduğu 4. bölümden hatırlanarak

$$(\theta_{,n})_{ij} = \frac{\partial N_w}{\partial s} \cdot \frac{b_k}{l_k} \frac{\partial N_w}{\partial y} \cdot \frac{a_k}{l_k} \quad (5.40)$$

$$(\theta_{,nt})_{ij} = \frac{a_k b_k}{l_k^2} \left(\frac{\partial^2 N_w}{\partial s^2} - \frac{\partial N_w}{\partial y^2} \right) + \frac{(a_k^2 - b_k^2)}{l_k^2} \cdot \frac{\partial^2 N_w}{\partial s \partial y} \quad (5.41)$$

yazılabilir. Herhangi bir birim durumda ij ayrıtındaki $\theta_{,n}$ eğrisini tayin etmek için, i ve j noktalarındaki $\theta_{,n}$ ve $\theta_{,nt}$ değerleri olmak üzere, 4 uç değeri vardır. Dolayısıyla $\theta_{,n}$ eğrisi iki komşu elemanda ortak olmamaktadır. Bu halde süreklilik şartlarından biri olan "ayrıta dik dönme uygunluğu" sağlanmamaktadır.

Bu mahzuru giderebilmek için iki yol önerilebilir :

- 1^o) Ayrıt orta noktasında ayrıta dik dönmeyi de serbestlik olarak almak.

Bu durumda geometrik uygunluk şartı sağlanmakta, ancak bilinmeyen sayısı ve sistem rijitlik matrisinin band genişliği önemli miktarda artmakta, dolayısıyla elektronik hesap makinesindeki bellek ve süre gereksinimi de fazlalaşmaktadır.

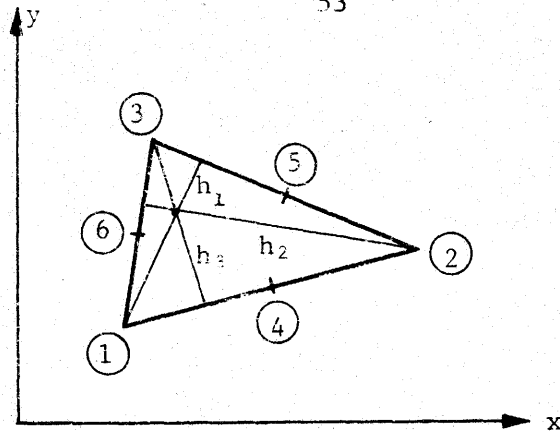
2°) Ayrıt boyunca $(\theta_{,n})$ eğrisini, bu çalışmada yapıldığı gibi, üçüncü dereceye zorlamak.

Bu halde $\theta_{,n}$ eğrisi, sadece uç serbestlikleri ile belirlenebilen, böylece komşu iki elemanda ortak ve tek değerli olan, üçüncü derece bir eğriye zorlanmaktadır. Yapılan bu yaklaşıklıkla karşılık 1°.yolda belirtilen mahzurlar ortadan kalkmaktadır.

İkinci yolda yapılan yaklaşım birim durumlara ait N_w ifadelerindeki c_{w19} , c_{w20} ve c_{w21} sabitlerinin bulunmasına imkân vermektedir. Bu amaçla iki ayrı yol izlenebilir :

Birinci yolda eleman ayrıntılarında ayrıta dik dönme ifadeleri yazılır. Bu ifadede ayrıtın karşı köşesindeki düğüm noktasıyla ilgili alan koordinatı ayrıt boyunca sıfır olduğundan geriye diğer iki alan koordinatını ihtiva eden terimler kalır. $\sum_{i=1}^3 L_i = 1$ bağıntısı da dikkate alınarak $\theta_{,n}$ ifadesi koordinatlardan birine göre düzenlenip dördüncü dereceden terimin katsayısı sıfıra eşitlenerek bir denklem bulunur. Bu işlem her üç ayrıtta yapılarak üç eşitlik elde edilir. Üçgensel koordinatların simetrisinden ötürü her bir eşitlik sadece bir bilinmeyen, yani c_{w19} , c_{w20} ve c_{w21} sabitlerinden birini, ihtiva etmektedir. 3 adet 1 bilinmeyenli denklemden sabitler bulunur. Alan koordinatların kullanılması gerek formülasyonda, gerekse sayısal hesapta önemli kısalık ve kolaylık sağlamaktadır.

İkinci yolda önce ayrıt ortalarında ayrıta dik dönmeler de serbestlik olarak alınıp her bir birim durumda N_w için 21 sabit belirlenir. Bu halde elemanın 3 köşe noktası ve 3 de kenar orta noktası olmak üzere 6 düğüm noktası vardır (Şekil 5.2). Bu 6 nokta ile elde edilmiş N_w fonksiyonları $\bar{N}_w$ ile gösterilsin. 4,5 ve 6 düğüm noktalarındaki ayrıta dik dönme birim durumları için 21 sınır koşulu yardımıyla $\bar{N}_w^i$ ($i=4,5,6$) ifadeleri



Şekil-5.2

$$\bar{N}_w^4 = 16 h_3 L_1^2 L_2^2 L_3$$

$$\bar{N}_w^5 = 16 h_1 L_2^2 L_3^2 L_1$$

$$\bar{N}_w^6 = 16 h_2 L_3^2 L_1^2 L_2$$

(5.42a,b,c)

olarak elde edilir. Bu durumda köşe düğüm noktalarına ait herhangi bir birim konumda N_w fonksiyonunun 4,5,6 noktalarında ayrıta dik türevi sıfır olacaktır. Ancak $\theta_{,n}$ eğrisi dördüncü dereceden üçüncü dereceye zorlandığında bu türev, yani $\theta_{,n}$ polinomunun 4,5,6 noktalarındaki değeri, artık sıfır değildir. Üçüncü derece bir polinomun orta noktasındaki değerinin, uçlardaki fonksiyon değerleri ve 1^o türevleri cinsinden ifadesi hatırlanarak kenar ortalarındaki ayrıta dik dönmeler için

$$(\theta_{,n})_4 = \frac{1}{2} (\theta_{,n1} + \theta_{,n2}) + \frac{l_3}{8} (\theta_{,nt1} - \theta_{,nt2})$$

$$(\theta_{,n})_5 = \frac{1}{2} (\theta_{,n2} + \theta_{,n3}) + \frac{l_1}{8} (\theta_{,nt2} - \theta_{,nt3})$$

$$(\theta_{,n})_6 = \frac{1}{2} (\theta_{,n3} + \theta_{,n1}) + \frac{l_2}{8} (\theta_{,nt3} - \theta_{,nt1})$$

(5.43a,b,c)

yazılabilir. (5.40-41) ifadeleri yardımıyla

$$\begin{aligned}
(\theta_{,n})_m = & \frac{1}{2\epsilon_k} \left[b_k \left(\frac{\partial N_w^i}{\partial s} + \frac{\partial N_w^j}{\partial s} \right) + a_k \left(\frac{\partial N_w^i}{\partial y} + \frac{\partial N_w^j}{\partial y} \right) \right] \\
& + \frac{1}{8\epsilon_k} \left[a_k b_k \left(\frac{\partial^2 N_w^i}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 N_w^j}{\partial s^2} - \frac{\partial^2 N_w^i}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 N_w^j}{\partial y^2} \right) \right. \\
& \left. + (a_k^2 - b_k^2) \left(\frac{\partial^2 N_w^i}{\partial s \partial y} - \frac{\partial^2 N_w^j}{\partial s \partial y} \right) \right] \quad (5.44)
\end{aligned}$$

$m = 4, 5, 6$
 $i = 1, 2, 3$
 $j = 2, 3, 1$
 $k = 3, 1, 2$

şeklinde bulunur. Herhangi bir birim durumda birim yapılan serbestliğin bulunduğu noktanın koordinatları (5.44) formülünde yerine konulduğunda bulunan değer, zorlamadan ötürü m orta noktasında oluşan ayrıta dik dönme, $(\theta_{,n})'$ dir.

O halde herhangi bir birim durumda zorlanmış halde oluşan yer değiştirme yüzeyi, $\bar{N}_w$ yer değiştirme yüzeyi ile o birim konumda oluşan $(\theta_{,n})_m$ değerlerinin $\bar{N}_w^m$ ($m = 4, 5, 6$) ile çarpımından oluşan yüzeylerin süperpozisyonuna eşittir. Yani,

$$N_w = \bar{N}_w + \sum_{m=4}^6 (\theta_{,n})_m \cdot N_w^m \quad (5.45)$$

olup, bu da o birim durum için aranan yer değiştirme fonksiyonunu verir.

Aşağıda sırasıyla her bir birim durum için yukarıda önerilen yollardan biri ile c_{w19} , c_{w20} ve c_{w21} sabitleri bulunacaktır.

1⁰) $w_1 = 1$ birim durumu

Bu durumda N_w ifadesi, Bölüm (5.1.3) de

$$N_{w7}^1 = 6L_1^5 + 15L_1^4 + 10L_1^3 + c_{w19} L_1^2 L_2^2 L_3 + c_{w20} L_1^2 L_2 L_3^2 + c_{w1} L_1 L_2^2 L_3^2 \quad (5.46)$$

olarak elde edilmişti. Bölüm 4'den faydalanarak, örneğin 3 kenarında, ayrıca dik türev

$$\frac{\partial N_{w7}^1}{\partial n_3} = \frac{1}{2A} \{ (d_3 - \ell_3) \frac{\partial N_{w7}^1}{\partial L_1} - d_3 \frac{\partial N_{w7}^1}{\partial L_2} + \ell_3 \frac{\partial N_{w7}^1}{\partial L_3} \} \quad (5.47a)$$

olur ve N_{w7}^1 ifadesinin ilgili türevleri alınıp (5.47a) bağıntısının da yerine konulursa

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{w7}^1}{\partial n_3} = \frac{1}{2A} \{ & (d_3 - \ell_3) (30L_1^4 - 60L_1^3 + 30L_1^2 + 2c_{w19} L_1 L_2 L_3^2 + \\ & + 2c_{w20} L_1 L_2^2 L_3 + c_{w21} L_2^2 L_3^2) - d_3 (2c_{w19} L_1^2 L_2 L_3 + \\ & + c_{w20} L_1^2 L_3^2 + 2c_{w21} L_1 L_2 L_3^2) + \ell_3 (c_{w19} L_1^2 L_2^2 + 2c_{w20} L_1^2 L_2 L_3 + \\ & + 2c_{w21} L_1 L_2^2 L_3) \} \end{aligned} \quad (5.47b)$$

bulunur. Önerilen birinci yol kullanılsın. Bu durumda 3 kenarı için

$$L_3 = 0, \quad L_2 = 1 - L_1$$

yazılabileceğinden (5.47b) ifadesinde L_2 çarpanlı terimler düşer ve ifade L_1 'e göre düzenlenirse

$$\frac{\partial N_{w7}^1}{\partial n_3} = \frac{1}{2A} \{ (d_3 - \ell_3) \cdot 30L_1 (L_1^2 - 2L_1 + 1) + \ell_3 [c_{w19} L_1^2 (1 - L_1^2)^2] \} \quad (5.48)$$

olur ve L_1 'e göre dördüncü dereceden terimin katsayısı

$$30 (d_3 - \ell_3) + \ell_3 c_{w19}$$

sıfıra eşitlenerek

$$c_{w19} = 30 \left(1 - \frac{d_3}{\ell_3}\right) = 30 \mu_3 \quad (5.49a)$$

olarak elde edilir. Benzer olarak 1 kenarında

$$\frac{\partial N_{w7}^1}{\partial n_1} = \frac{1}{2A} \{ \ell_1 [c_{w21} L_2^2 (1-L_2)^2] \}$$

ve 4^o terimin katsayısının sıfır olması şartından

$$c_{w21} = 0 \quad (5.49b)$$

bulunur. Benzer işlemler 2 kenarında tekrarlanırsa

$$c_{w20} = 30 \frac{d_2}{\ell_2} = 30 \lambda_2 \quad (5.49c)$$

olarak elde edilir.

$$2^o) \quad \underline{\beta_s = 1 \text{ durumu}}$$

Bu birim durum için

$$\begin{aligned} N_{w8}^1 = & -a_3 L_1^4 L_2 + a_2 L_1^4 L_3 - 4(a_3 - a_2) L_1^3 L_2 L_3 - 4a_3 L_1^3 L_2^2 + 4a_2 L_1^2 L_2^2 + \\ & + c_{w19} L_1^2 L_2^2 L_3 + c_{w20} L_1^2 L_2 L_3^2 + c_{w21} L_1 L_2^2 L_3^2 \end{aligned}$$

olarak bulunmuştu. Bu fonksiyon için de 3 kenarında ayrıta dik dönme yazılırsa,

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial N_{w8}^1}{\partial n_3} \right) = & \frac{1}{2A} \{ \ell_3 [a_2 L_1^4 - 4(a_3 - a_2) L_1^3 L_2 + 8a_2 L_1^3 L_3 + c_{w19} L_1^2 L_2^2 + \\ & + 2c_{w20} L_1^2 L_2 L_3 + 2c_{w21} L_1 L_2^2 L_3] + (d_3 - \ell_3) [-4a_3 L_1^3 L_2 + \\ & + 4a_2 L_1^3 L_3 - 12(a_3 - a_2) L_1^2 L_2 L_3 - 12a_3 L_1^2 L_2^2 + 12a_2 L_1^2 L_3^2 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2c_{w19} L_1 L_2^2 L_3 + 2c_{w20} L_1 L_2 L_3^2 + c_{w21} L_2^2 L_3^2] + (-d_3) \cdot [-a_3 L_1^4 - \\
& - 4(a_3 - a_2) L_1^3 L_3 - 8a_3 L_1^3 L_2 + 2c_{w19} L_1^2 L_2 L_3 + c_{w20} L_1^2 L_3^2 + \\
& + 2c_{w21} L_1 L_2 L_3^2] \}
\end{aligned} \quad (5.51)$$

olur.

Önerilen yollardan ikincisi kullanılsın. (5.33) ifadesinde 3 kenarının 4 orta noktasında $L_3 = 0$, $L_1 = L_2 = \frac{1}{2}$ yerine konur, dönme sıfıra eşitlenirse ;

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial N_{w8}^1}{\partial n_3} \right) &= \frac{1}{32A} \{ -7a_3 d_3 + (12a_3 + 5a_2 + c_{w19}) \ell_3 \} = 0 \\
c_{w19} &= -7a_3 \mu_3 + 5a_1
\end{aligned} \quad (5.52a)$$

olarak bulunur. Benzer işlemler 5 ve 6 düğüm noktalarında yapılırsa sırasıyle

$$c_{w21} = 0 \quad (5.52b)$$

$$c_{w20} = 7a_2 \lambda_2 - 5a_1 \quad (5.52c)$$

elde edilir. $(\beta_s)_1 = 1$ birim durumunda 4,5 ve 6 noktalarında zorlamadan ötürü oluşan dönmeler (5.44) bağıntısından sırasıyle

$$\begin{aligned}
(\theta_{,3})_4 &= \frac{1}{2\ell_3} \left[b_3 \left(\frac{\partial \bar{N}_{w8}^1}{\partial s} \right) \right] = - \frac{b_3}{2\ell_3} \\
(\theta_{,1})_5 &= 0
\end{aligned} \quad (5.53a,b,c)$$

$$(\theta_{,2})_6 = \frac{1}{2\ell_2} \left[b_2 \left(\frac{\partial \bar{N}_{w6}^1}{\partial s} \right) \right] = - \frac{b_2}{2\ell_2}$$

olur.

$$N_{w8}^1 = \bar{N}_{w8}^1 - \frac{b_3}{2\ell_3} 16h_3 L_1^2 L_2^2 L_3 - \frac{b_2}{2\ell_2} 16h_2 L_1^2 L_2 L_3^2 \quad (5.54)$$

ve $h_1 \ell_1 = 2A$ olduğu düşünülerek

$$c_{w19} = -7a_3 \mu_3 + 5a_1 - \frac{16Ab_3}{\ell_3^2} \quad (5.55a,b,c)$$

$$c_{w20} = 7a_2 \lambda_2 - 5a_1 - \frac{16Ab_2}{\ell_2^2}$$

$$c_{w21} = 0$$

elde edilir.

Aynı katsayılar, önerilen birinci yolla

$$c_{w19} = -15a_3 \mu_3 - 3a_1$$

$$c_{w20} = 15a_2 \lambda_2 + 3a_1 \quad (5.56a,b,c)$$

$$c_{w21} = 0$$

bulunur. Birinci yolla bulunan katsayıların diğer yolla bulunana denk olduğunu kontrol etmek için her iki yolla bulunan katsayılar, örneğin c_{w19} , eşitlenir ve düzenlenirse

$$-16 \frac{Ab_3}{\ell_3^2} - 7a_3 \mu_3 + 5a_1 = -15a_3 \mu_3 - 3a_1$$

$$-16Ab_3 + 8a_3(-a_3 a_1 - b_3 b_1) + 8a_1(a_3^2 + b_3^2) = 0$$

$$-2Ab_3 - a_3^2 a_1 - a_3 b_3 b_1 + a_1 a_3^2 + a_1 b_3^2 = 0$$

$$-2Ab_3 + b_3(-a_3 b_1 + a_1 b_3) = 0$$

ve

$$2A = -a_3 b_1 + a_1 b_3$$

bağıntısı yardımıyla

$$0 \equiv 0$$

özdeşliği elde edilir. Benzer özdeşlik c_{w20} katsayısı için de vardır.

3^o) $\beta_y = 1$ durumu

Bu birim durumdaki N_{w9}^1 ifadesi N_{w8}^1 den a_i yerine $-b_i$ konularak elde edilir. Buna göre aranan katsayılar

$$c_{w19} = 15 b_3 \mu_3 + 3a_1 \quad (5.57a,b,c)$$

$$c_{w20} = -15 b_2 \lambda_2 - 3a_1$$

$$c_{w21} = 0$$

olur.

4^o) $\chi_s = 1$ birim durumu

Bu durumda N_{w10}^1 ifadesi,

$$\begin{aligned} N_{w10}^1 = & a_2 a_3 L_1^3 L_2 L_3 - \frac{1}{2} a_3^2 L_1^3 L_2^2 - \frac{1}{2} a_2^2 L_1^3 L_3^2 + c_{w19} L_1^2 L_2^2 L_3 + \\ & + c_{w20} L_1^2 L_2 L_3^2 + c_{w21} L_1 L_2^2 L_3^2 \end{aligned} \quad (5.58)$$

olarak bulunmuştu. 3 kenarında ayrıta dik dönme ifadesi

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{w10}^1}{\partial n_3} = & \frac{1}{2A} \{ (d_3 - \ell_3) \left[-\frac{3}{2} a_3^2 L_1^2 (1-L_1)^2 \right] \\ & + (-d_3) \left[-a_3^2 L_1^3 (1-L_1) \right] \ell_3 \left[a_2 a_3 L_1^3 (1-L_1) c_{w19} L_1^2 (1-L_1)^2 \right] \} \end{aligned} \quad (5.59)$$

yazılır ve dördüncü derece terimin katsayısı

$$d_3 \left(-\frac{5}{2} a_3^2 \right) + \ell_3 \left(\frac{3}{2} a_3^2 - a_2 a_3 + c_{w19} \right)$$

sıfıra eşitlenirse

$$c_{w19} = \frac{5}{2} a_3^2 \lambda_3 - \frac{3}{2} a_3^2 + a_2 a_3 = -\frac{5}{2} a_3^2 \mu_3 - a_3 a_1 \quad (5.60a)$$

olur. Benzer yol izlenerek

$$c_{w20} = -\frac{5}{2} a_2^2 \lambda_2 - a_1 a_2 \quad (5.60 \text{ b,c})$$

$$c_{w21} = 0$$

bulunur.

5^o) $\tau = 1$ birim durumu

Bu birim durumda N_{w11}^1 ifadesi, $\chi_s = 1$ durumuna ait olan N_{w10}^1 den a_i^2 yerine $-2a_i b_i$ ve $a_i a_j$ yerine $-(a_i b_j + a_j b_i)$ konularak elde edilir. Buna göre

$$\begin{aligned} c_{w19} &= 5a_3 b_3 \mu_3 + (a_3 b_1 + a_1 b_3) \\ c_{w20} &= 5a_2 b_2 \lambda_2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1) \end{aligned} \quad (5.61a,b,c)$$

$$c_{w21} = 0$$

olur.

6^o) $\chi_y = 1$ birim durumu

Bu duruma ait katsayılar $\chi_s = 1$ durumuna ait olan katsayılarından a_i 'ler yerine b_i 'ler konularak elde edilir. Yani,

$$\begin{aligned} c_{w19} &= -\frac{5}{2} b_3^2 \mu_3 - b_1 b_3 \\ c_{w20} &= -\frac{5}{2} b_2^2 \lambda_2 - b_1 b_2 \\ c_{w21} &= 0 \end{aligned} \quad (5.62a,b,c)$$

olur.

Böylece (3×36) lık $[N]$ matrisinin $[N^1]$ alt matrisine ait elemanlar tamamen belirlenmiş olmaktadır. $[N^1]$ alt matrisi

$$[N^1] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ N_{u1}^1 & N_{u2}^1 & N_{u3}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{v4}^1 & N_{v5}^1 & N_{v6}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{N_{w7}^1}{R} & -\frac{N_{w10}^1}{R} & -\frac{N_{w11}^1}{R} & N_{w7}^1 & N_{w8}^1 & N_{w9}^1 & N_{w10}^1 & N_{w11}^1 & N_{w12}^1 \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

şeklinde olup matrisin elemanları açık ve toplu halde yazılırsa

$$N_{u1}^1 = L_1^3 + 3L_1^2 L_2 + 3L_1^2 L_3 + 2L_1 L_2 L_3$$

$$N_{u2}^1 = a_3 L_1^2 L_2 - a_2 L_1^2 L_3 + \frac{a_3 - a_2}{2} L_1 L_2 L_3$$

$$N_{u3}^1 = -b_3 L_1^2 L_2 + b_2 L_1^2 L_3 + \frac{b_3 - b_2}{2} L_1 L_2 L_3$$

(5.64a-l)

$$N_{v4}^1 = N_{u1}^1$$

$$N_{v5}^1 = N_{u2}^1$$

$$N_{v6}^1 = N_{u3}^1$$

$$N_{w7}^1 = L_1^5 + 5L_1^4 L_2 + 5L_1^4 L_3 + 10L_1^3 L_2^2 + 10L_1^3 L_2 L_3 + 20L_1^3 L_2 L_3 + \\ + 30\mu_3 \cdot L_1^2 L_2^2 L_3 + 30\lambda_2 \cdot L_1^2 L_2 L_3^2$$

$$N_{w8}^1 = -a_3 L_1^4 L_2 - a_2 L_1^4 L_3 - 4(a_3 - a_2) L_1^3 L_2^2 L_3 - 4a_3 L_1^3 L_2^2 a_2 L_1 L_3 + \\ (-15a_3 \mu_3 - 3a_1) L_1^2 L_2^2 L_3 + (15a_2 \lambda_2 - 3a_1) L_1^2 L_2 L_3^2$$

$$N_{w9}^1 = b_3 L_1^4 L_2 - b_2 L_1^4 L_3 - 4(b_3 - b_2) L_1^3 L_2^2 L_3 - 4b_3 L_1^3 L_2^2 L_3 - 4b_2 L_1^3 L_3^2 + \\ (15b_3 \mu_3 - 3a_1) L_1^2 L_2^2 L_3 + (-15b_2 \lambda_2 - 3a_1) L_1^2 L_2 L_3^2$$

$$N_{w10}^1 = a_2 a_3 L_1^3 L_2 L_3 - \frac{1}{2} a_2^2 L_1^3 L_2^2 - \frac{1}{2} a_2 L_1^3 L_3^2 + \\ (-\frac{5}{2} a_3^2 \mu_3 - a_3 a_1) L_1^2 L_2^2 L_3 + (-\frac{5}{2} a_2^2 \lambda_2 - a_1 a_2) L_1^2 L_2 L_3^2$$

$$N_{w11}^1 = -(b_{32}a_{23} + b_{23}a_{32})L_1^3L_2L_3 + b_{33}a_{31}L_1^3L_2^2 + b_{22}a_{21}L_1^3L_3^2 +$$

$$+ (5a_{33}b_{33}\mu + a_{31}b_{31} + a_{13}b_{13})L_1^2L_2^2L_3 + (5a_{22}b_{22}\lambda + a_{21}b_{21} + a_{12}b_{12})L_1^2L_2L_3^2$$

$$N_{w12}^1 = b_{23}b_{31}L_1^3L_2L_3 - \frac{1}{2}b_{31}^2L_1^3L_2^2 - \frac{1}{2}b_{21}^2L_1^3L_3^2 +$$

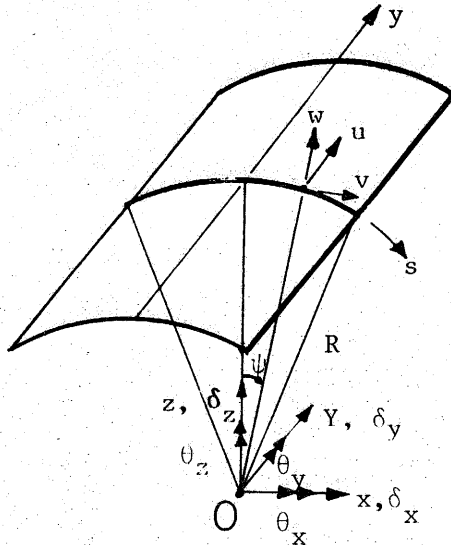
$$+ (-\frac{5}{2}b_{33}^2\mu - b_{31}b_{13})L_1^2L_2^2L_3 + (-\frac{5}{2}b_{22}^2\lambda - b_{21}b_{12})L_1^2L_2L_3^2$$

olur.

$[N^2]$ ve $[N^3]$ ün elemanları da $[N^1]$ den dairesel permütasyonla elde edilir.

5.1.4. Rijit Yer Değiştirme Kriterinin İrdelenmesi

Üçgen silindirik sonlu elemanın belirli bir rijit yer değiştirmesinde herhangi bir noktanın yer değiştirme, dönme ve eğrilik bileşenleri, (Şekil 5.3) de gösterilen yer değiştirme ve dönme bileşenleri cinsinden (5.65) matris bağıntısı ile verilebilir.



Şekil-5.3

$$\begin{Bmatrix} u \\ \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \\ v \\ \frac{\partial v}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ w \\ \beta_s \\ \beta_y \\ \chi_s \\ 2\tau \\ \chi_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -R\cos\psi & R\sin\psi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\psi & \cos\psi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi & R & -y\sin\psi & -y\cos\psi \\ 0 - \frac{\sin\psi}{R} & \frac{\cos\psi}{R} & 0 & -\frac{y}{R}\cos\psi & \frac{y}{R}\sin\psi & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin\psi & -\cos\psi \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi & 0 & y\cos\psi & -y\sin\psi \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\psi & -\sin\psi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \delta_y \\ \delta_x \\ \delta_z \\ \theta_y \\ \theta_x \\ \theta_z \end{Bmatrix} = [N_R] \{r\} \quad (5.65)$$

Eleman ve uç serbestliklerinin rijit yer değiştirmedeki değerleri, $\{\delta_R\}$, $[N_R]$ matrisinde (y, ψ) ye dğüm noktalarının koordinatları verilerek

$$\{\delta_R\} = [N_R]_{\delta} \{r\} \quad (5.66)$$

$$(36 \times 1) \quad (36 \times 6) \quad (6 \times 1)$$

elde edilir. $[N_R]$ matrisinin u, v ve w ye ait satırlarından oluşan (3×6) lık matris $[U_R]$ ile gösterilirse, rijit yer değiştirme kriterinin elemanda tümüyle sağlanması için

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [U_R] \{r\} \quad (5.67)$$

eşitliği gerçekleşmelidir ve (5.66) ifadeleri dikkate alınırsa bu eşitlik

$$[N] \{\delta_R\} = [U_R] \cdot \{r\} \quad (5.68a)$$

ve

$$[N] [N_R]_{\delta} = [U_R] \quad (5.68b)$$

haline dönüşür. (5.64) bağıntıları yardımıyla verilen $[N]$ matrisinin $[U_R]$ nin 1. ve 4. kolonlarına karşı gelen δ_y yer değiştirmesi ve θ_y dönmesine ait rijit cisim hareketini tam olarak sağladığı, ancak diğer yer değiştirme ve dönmelere ait rijit cisim hareketini sağlamadığı (5.68b) çarpımı yapılarak kontrol edilmiştir.

Eğrisel elemanlarda rijit cisim hareketini tam olarak sağlamak için yer değiştirme fonksiyonlarına trigonometrik terimlerin alınması gerektiği (5.65) bağıntısından görülmektedir. δ_y ve θ_y rijit cisim hareketine ait kolonlarda trigonometrik terimler bulunmadığından bunlara ait rijit cisim hareketi sağlanmaktadır. Ancak, bu çalışmadaki gibi, yer değiştirme fonksiyonları olarak yüksek dereceden polinomlar seçildiği takdirde, trigonometrik ifadelerin seriye açılımı düşünülürse, sayısal uygulama sonuçları rijit cisim hareketinin gerçeğe yakın bir şekilde temsil edildiğini göstermektedir.

5.2. KESİT TESİRLERİ ve UÇ DEPLASMANLARI ARASINDAKİ BAĞINTILAR

Silindirik kabuklara ait şekil değiştirmeler ve yer değiştirmeler arasındaki (5.69) bağıntısı Bölüm 2'den bilinmektedir. Bu diferansiyel ifadelerde rijit cisim hareketine karşı gelen yer değiştirmelerden dolayı şekil değişimi oluşmamaktadır [34]. Dolayısıyla kullanılan teori sonlu eleman teşkiline uygundur.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon \\ \chi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_y \\ \epsilon_s \\ \epsilon_{ys} \\ \chi_y \\ \chi_s \\ 2\tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial s} & \frac{1}{R} \\ \frac{\partial}{\partial s} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 0 & \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial s} & -\frac{\partial^2}{\partial s^2} \\ 0 & \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial y} & -2\frac{\partial^2}{\partial s \partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = [\partial] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (5.69)$$

(3.2a,b) bağıntılarından

$$[B] = [\partial] [N] \quad (5.70)$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon \\ \chi \end{Bmatrix} = [B] \{\delta\} \quad (5.71)$$

yazılabilir. Eleman kesit tesirlerinden oluşan matris, $\{\sigma\}$

$$\{\sigma\}^T = \{ N_y \ N_s \ N_{ys} \ M_y \ M_s \ M_b \} \quad (5.72)$$

olup homogen, elastik, izotrop malzeme için

$$B = \frac{Eh}{1-\nu^2}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (5.80)$$

uzama ve eğilme rijitliği adı verilen sabitler yardımıyla

$$\{\sigma\} = [D] \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \chi \end{Bmatrix} \quad (5.81)$$

bağıntısı verilebilir. Burada $[D]$ elastisite matrisi

$$[D] = \begin{bmatrix} B \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (5.82)$$

şeklindedir.

Bu çalışmada önerilen elemana ait şekil değiştirme vektörüne giren büyüklükler; uzama, kayma şekil değiştirmesi ve eğrilikler, uç serbestlikleri olarak seçildiklerinden herhangi bir düğüm noktasındaki kesit tesirleri sadece o noktanın serbestlikleri yardımıyla bulunabilmektedir. Uç serbestlikleri cinsinden i düğüm noktasındaki kesit tesirleri

$$\{\sigma\} = [D] \begin{Bmatrix} \epsilon \\ \chi \end{Bmatrix}_i = [D] \{ \delta_3, \delta_5 + \frac{\delta_7}{R}, \delta_2 + \delta_6, \delta_{12}, \delta_{10}, \delta_{11} \} \quad (5.83)$$

olur.

5.3.ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ

(3. 12) bağıntısı ile eleman rijitlik matrisi genel halde

$$[k]^e = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (5.84 a)$$

şeklinde verilmişti. Kalınlığın sabit olması halinde (5.70-71) bağıntıları yardımıyla simetrik

$$[k]^e = \int_A [N]^T [\partial]^T [D] [\partial] [N] dA \quad (5.84b)$$

matrisi elde edilir.

(5.84b) bağıntısındaki integrali almak için ya Bölüm 4'de verilmiş olan integral formülü kullanılır, ya da sayısal integrasyon uygulanır. Bu çalışmada, elektronik hesap makineleri için daha uygun ve sistematik olduğundan, sayısal integrasyon yöntemi kullanılmıştır.

Kalınlığın değişken olması halinde değişim koordinatlar cinsinden formüle edilerek elektronik hesap makinası programında sayısal integral işlemini yapan çevrimin içine sokulur. Herhangi bir integral noktasındaki entegrandda o noktadaki kalınlık esas alınarak bulunan uzama ve eğilme rijitlikleri kullanılır. Örneğin kalınlığın üçgen alan içinde lineer değişmesi halinde kalınlık ifadesinin, t_i i düğüm noktasındaki kalınlığı göstermek üzere, alan koordinatları cinsinden

$$t = f(L_1, L_2, L_3) = \sum_{i=1}^3 t_i L_i \quad (5.85)$$

şeklinde yazılarak sayısal integral çevriminin içine sokulması yeterlidir.

Burada [35] dan alınarak (Ek 1) de koordinat ve ağırlıkları verilmiş olan 12 noktalı integral formülü esas alınmıştır. Bu formül altıncı dereceden olan polinomlara kadar (altıncı derece dahil) kesin sonuç vermektedir. Bu çalışmadaki eleman rijitlik matrisinde karşılaşılan en büyük polinom derecesi 10'dur. Polinom derecesi 10 olan bir terimin bu formülle bulunan değerinin kesin değerine göre relatif hatası mühendislik uygulamaları bakımından gerekli duyarlılık sınırları içinde kalmaktadır.

5.4. ELEMAN YÜKLEME MATRİSİ

Eleman üzerinde herhangi bir şekilde yayılı $P = P(s,y)$ yükünün eleman içinde ve sınırlarındaki dağılımı

$$\{P\} = [N_p] \{p\}^e \quad (5.86)$$

ile verilebilir. Burada $[N_p]$ matrisi yük için seçilmiş enterpolasyon fonksiyonunu, $\{p\}^e$ yüklerin düğüm noktalarındaki değerlerinden, $\{P\}$ de yer değiştirme bileşenlerine eşit sayıda ve onların doğrultusunda yük fonksiyonlarından oluşan vektörü göstermektedir.

Bu çalışmada önerilen elemanda, $\{P\}$ nin u, v, w doğrultusundaki bileşenleri olan P_u, P_v, P_w 'nin eleman içinde ve sınırlarındaki dağılımları lineer olarak alınmıştır. Basit olmayan yükleme halleri için dağılımı temsil eden polinom derecesi yükseltilebilir. Bu durumda yükün yayılışı daha iyi temsil edilebilmekte ancak düğüm noktalarında verilmesi gereken dış yük değerlerinin sayısı artmaktadır. Önerilen eleman için yapılan sayısal hesaplar, pratik eleman boyutları ve pratikte karşılaşılan yükleme durumları için, lineer yaklaşımın sıhhat derecesinin kabul edilebilir mertebede olduğunu göstermektedir. Buna göre P_u, P_v, P_w yük bileşenleri fonksiyonları

$$P_u = \sum_{i=1}^3 p_u^i L_i, \quad P_v = \sum_{i=1}^3 p_v^i L_i, \quad P_w = \sum_{i=1}^3 p_w^i L_i \quad (5.87a,b,c)$$

olmaktadır. $p_u^i, p_v^i, p_w^i, (i=1,2,3)$ dış yüklerin düğüm noktalarında yer değiştirme bileşenleri doğrultusundaki değerleridir.

$$\{p^i\} = \{p_u^i \quad p_v^i \quad p_w^i\} \quad (5.88)$$

$$\{r\}^e = \{\{p^1\} \quad \{p^2\} \quad \{p^3\}\} \quad (5.89)$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} \{P\} &= \begin{Bmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & L_2 & 0 & 0 & L_3 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & 0 & L_2 & 0 & 0 & L_3 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 & 0 & 0 & L_2 & 0 & 0 & L_3 \end{bmatrix} \{P\}^e \\ &= [N_p] \{p\}^e \end{aligned} \quad (5.90)$$

yazılabilir.

Eleman üzerinde yayılı $\{P\}$ dış yüklerine eşdeğer ve eleman serbestliği sayısında bileşen ihtiva eden fiktif düğüm nokta yüklerinden oluşan $\{F\}_p$ vektörünün elde edilmesinde virtüel yer değiştirme prensibinden faydalanılacaktır. P yayılı yüklerinin df virtüel yer değiştirmede yaptıkları dW_e virtüel işi ;

$$dW_e = \int_A P(L_1, L_2, L_3) \cdot df(L_1, L_2, L_3) \, dA \quad (5.91)$$

ve bu esnada tekil $\{F\}_p^e$ fiktif yüklerinin düğüm noktalarındaki virtüel $d\{\delta\}^e$ yer değiştirmede yaptıkları iş

$$dW_n = \{F\}_p^{eT} \cdot d\{\delta\}^e \quad (5.92)$$

olacaktır. Virtüel yer değiştirme prensibinden

$$dW_e = dW_n \quad (5.93a)$$

ve (5.91-92) ifadeleri (5.93a) da yerlerine konularak,

$$\int_A P \cdot df \, dA = \{F\}_p^{eT} \cdot d\{\delta\}^e \quad (5.93b)$$

yazılabilir. (5.86- 90) ve

$$df = [N] d\{\delta\}^e$$

bağıntıları dikkate alınırsa

$$\begin{matrix} \{F\}^e \\ P \end{matrix} = \int_A [N]^T [N_P] dA \cdot \{p\}^e \quad (5.94)$$

(36x1) (36x9) (9x1)

elde edilir. Buradaki entegrasyon işlemi (Ek 1) deki 12 noktalı integral formülü yardımıyla sayısal ve kesin olarak yapılır.

5.5. SAYISAL ÖRNEKLER

Bu bölümde geliştirilen eleman yardımıyla sayısal örnekler yapılarak çözülmüş örneklerle karşılaştırılmıştır.

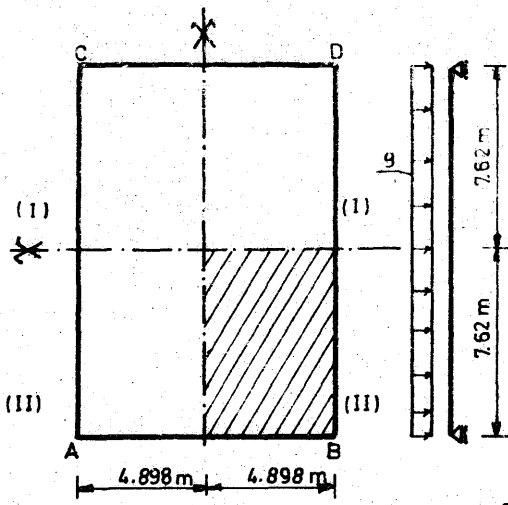
5.5.1. Örnek : 1

(Şekil 5.5) de plân ve kesitleri görülen dairesel silindirik tonozun, kendi ağırlığı altında hesabı yapılacaktır. Malzeme sabitleri $E = 2.109 \times 10^6 \text{ t/m}^2$, $\nu = 0.30$ 'dur. Tonoz AB ve CD kenarlarında kayıcı mesnetli, AC ve BD kenarlarında ise sabit mesnetlidir. Çift simetriden dolayı kabuğun 1/4'ü ile hesap yapmak yeterlidir.

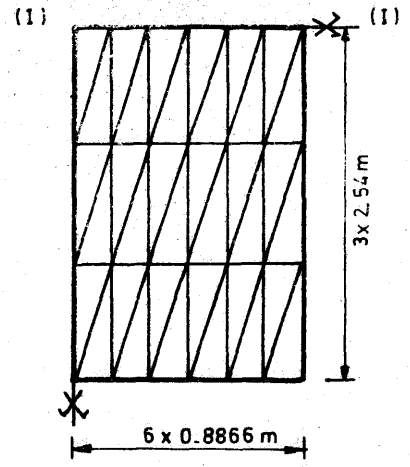
Kabuğun 1/4'lük kısmı (Şekil 5.5) de görülen (6x3) lük eleman ağı yardımıyla hesaplanarak bulunan sonuçlardan bir kısmı (Şekil 5.6) daki diyagramlarda verilmiştir. Bu sonuçlar [19] da (8x8) lik eleman ağıyla bulunanlara çok yakındır.

5.5.2. Örnek : 2

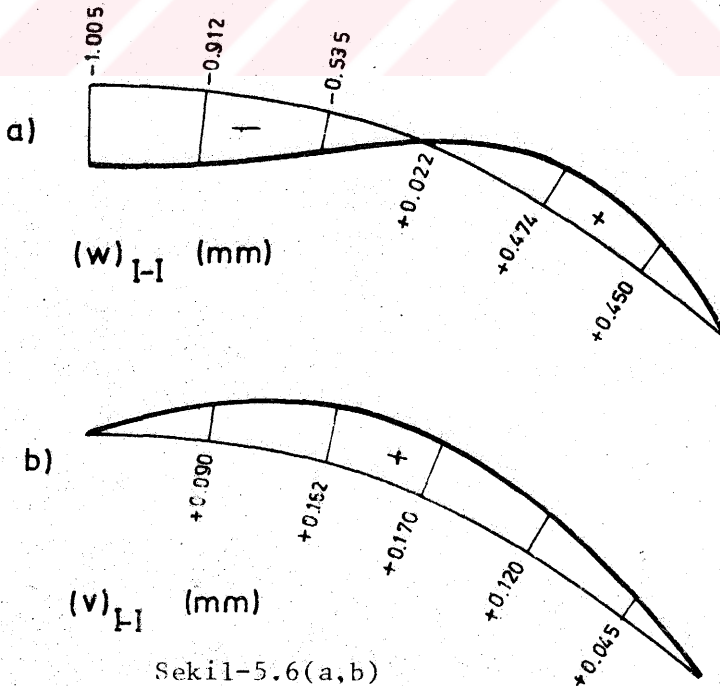
5.5.1'deki örnek AC ve BD kenarlarının boşta olması hali için çözülmüştür. Bu halde (8x4) lük bir eleman ağı kullanılmıştır. Bulunan sonuçlardan bir kısmı (Şekil 5.7) de verilmiştir. Bu değerler [19] da (8x8) lik eleman ağı ile bulunan sonuçlara tamamen uymaktadır.



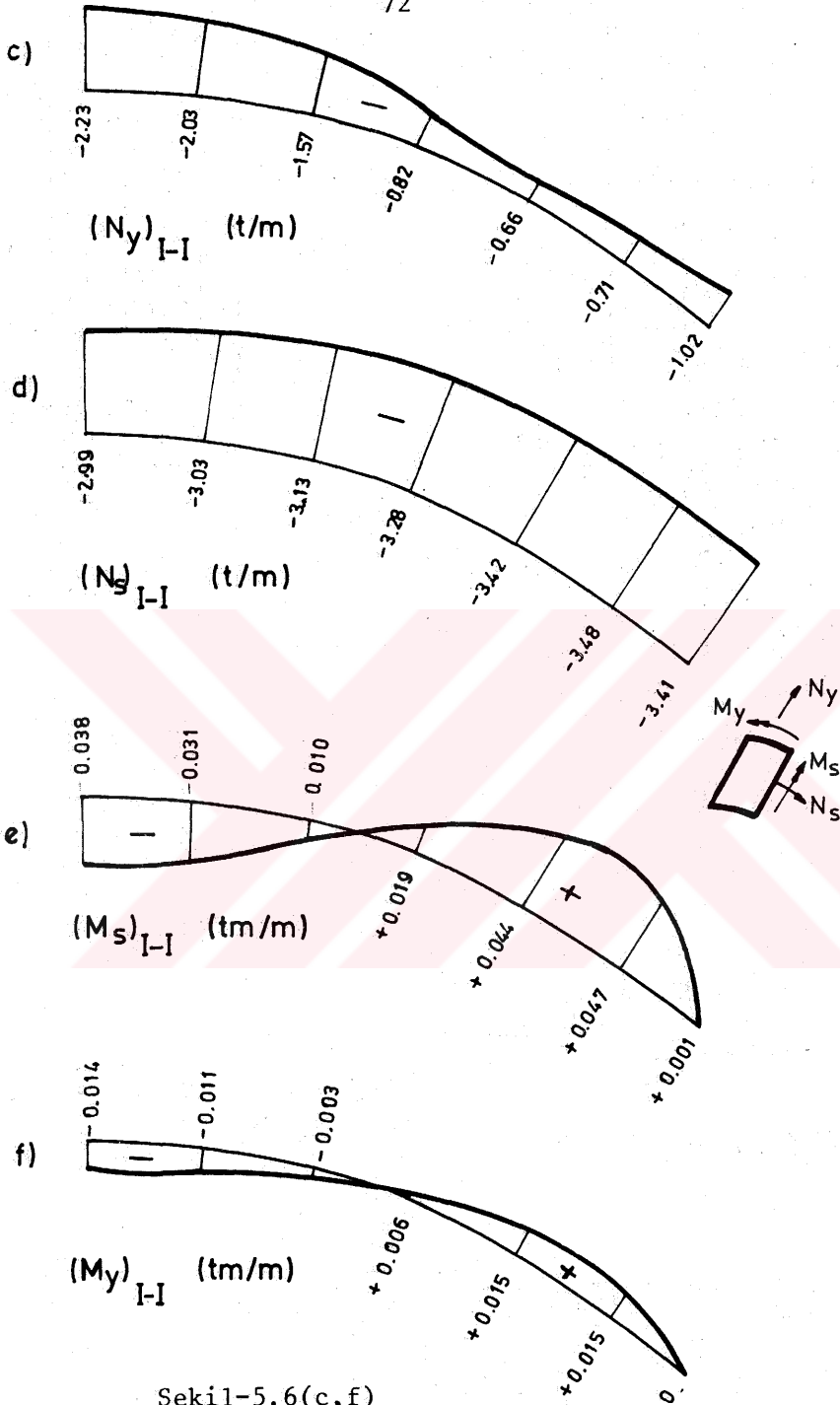
Şekil-5.4



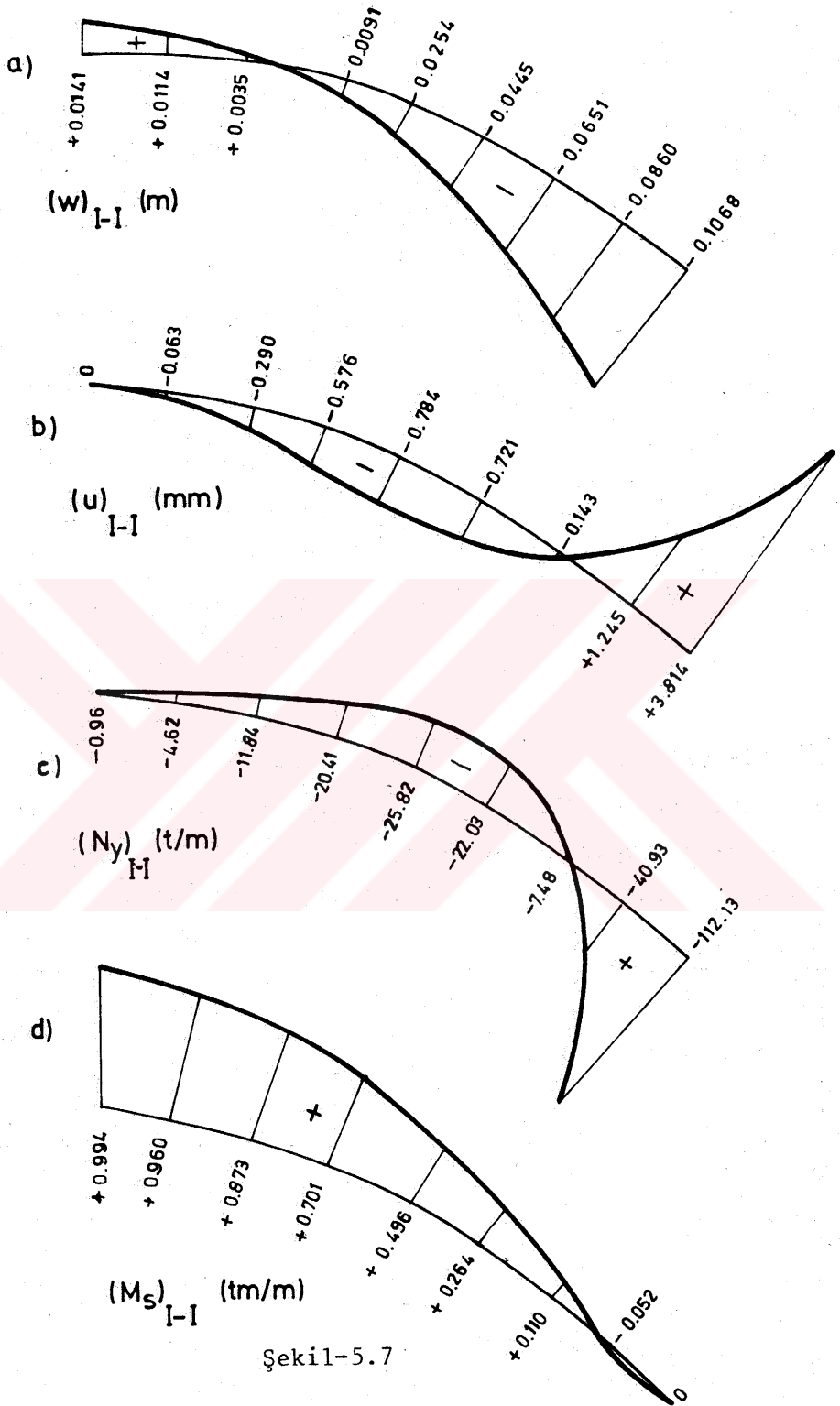
Şekil-5.5



Şekil-5.6(a,b)

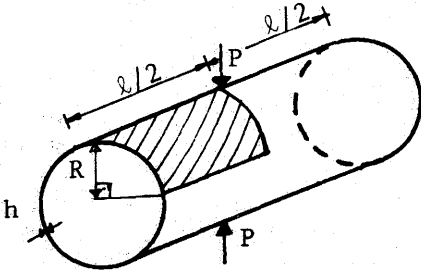


Şekil-5.6(c,f)



5.5.3. Örnek : 3

Bu çalışmada geliştirilen üçgen silindirik sonlu elemanın yakınsaklığını denemek amacıyla, (Şekil 5.8) de görülen, uçları boşta ve ortasından bir çap boyunca iki tekil P yükünün etkisindeki silindirik kabuk çözülmüştür.



Şekil-5.8

Sistem Boyutları ve Malzeme

Sabitleri :

$$R = 12.581 \text{ cm}$$

$$l = 26.29 \text{ cm}$$

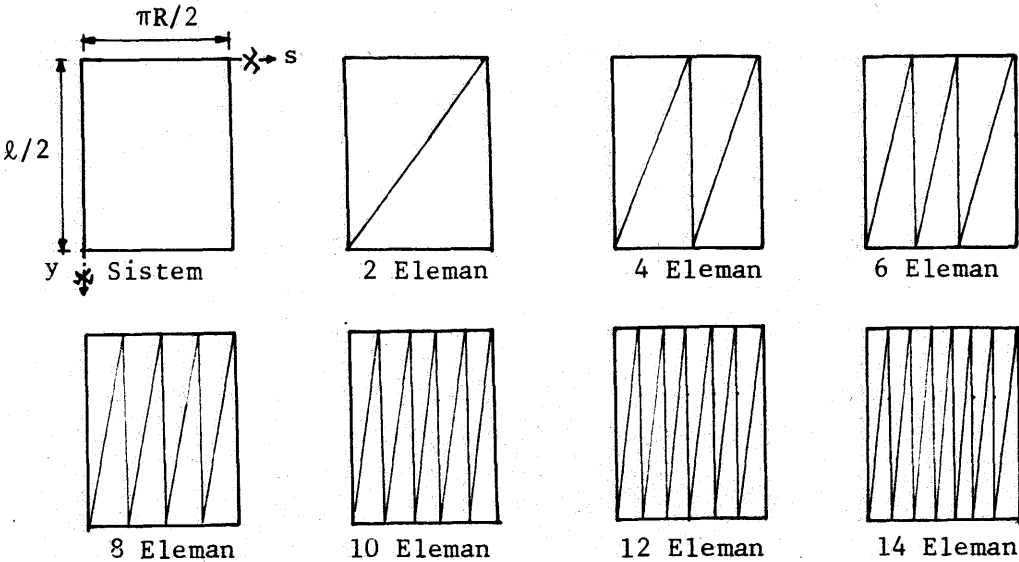
$$h = 2.39 \text{ mm}$$

$$P = 45.36 \text{ kg}$$

$$E = 7.38 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\nu = 0.3125$$

Simetri koşullarından yararlanarak silindirin 1/8'i ile hesap yapılabilir. Bu bölge (Şekil 5.9) da verilmiş 7 ayrı eleman ağına bölünerek deplasman yüzeyinin karakteristik bir değeri olan tekil yüklü nokta altındaki w çökmeleri bulunmuştur.



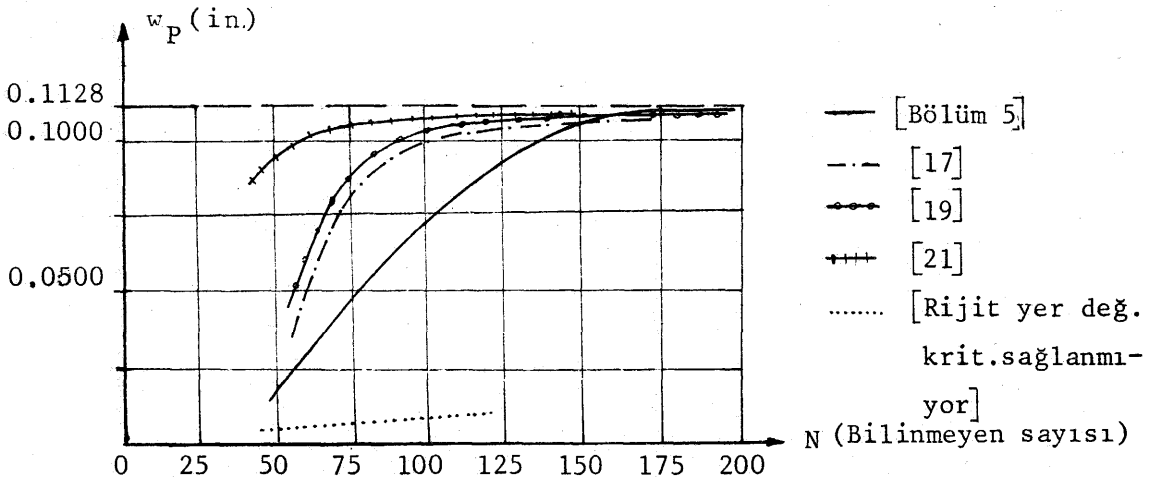
Şekil-5.9

Bulunan sonuçlar ve denklem sayıları (Tablo 5.1) de gösterilmiştir. [17] ve rijit cisim hareketinin tam olarak sağlatıldığı [19] ve [21] deki elemanlara ait (w_p - Bilinmeyen sayısı) eğrisi (Şekil 5.10) da gösterilmiştir. Burada ayrıca rijit yer değiştirme kriterinin sağlanmaması hali de gösterilmiştir.

Tablo-5.1.

Problem No.	Eleman Ağı	Denklem Sayısı	w_p (in)
1	1x1	48	0.01084
2	1x2	72	0.03420
3	1x3	96	0.06510
4	1x4	120	0.09033
5	1x5	144	0.10300
6	1x6	168	0.10823
7	1x7	192	0.11152

Aynı çökme değeri, normal kuvvetten dolayı boy değişmesi- nin ihmal edilmesi halinde, [36] da $w_p = 0.1084$ in. olarak bulunmuş- tur. Bu bölümde geliştirilen eleman, tümüyle rijit cismin hareke-



tini sağlamamasına rağmen, Bölüm 5.1.4'de açıklanan nedenlerle, çembersel doğrultuda eleman sayısı artırıldıkça gerçek sonuca yakınsamaktadır. [19] da (2x49) luk eleman ağı ile bulunan $w_p = 0.1128$ in. değeri gerçek sonuç olarak alınır, (7x1) lik eleman ağı ile bulunan sonucun relatif hatası % 1 mertebesinde-
dir.

Yukarıda verilen örnekler ve yapılmış benzer çalışmalar-
la karşılaştırılmalar, geliştirilen silindirik üçgen elemanın, çok
kaba eleman ağları kullanılması dışında, ağ sıklaştırıldıkça ger-
çek sonuçlara yakınsadığını, makul mertebelerde bilinmeyen sayı-
sı ile pratik olarak gerçek çözüm elde edildiğini göstermektedir.

SİLİNDİRİK KABUKLARIN GERİLME DURUMUNA DELİK ETKİSİNİN PARAMETRİK İNCELENMESİ

6.1. KAPSAM

Bu bölümde silindirik kabukların gerilme durumuna delik etkisi ;

1^o) Alttan ankastre ve delik kenarları kademeli olarak kalınlaştırılmış sıvı haznelerinde,

2^o) Yalnız üstten burulma momenti etkileyen alttan ankastre silindirik kabuklarda,

3^o) Statik yükler etkisinde olan eğrisel kenarları diyafram-
lara, diğer kenarları

a) Basit mesnetli ,

b) Kenar kirişlere oturan

tonozlarda çeşitli delik boyutları için parametrik olarak incelenmiştir.

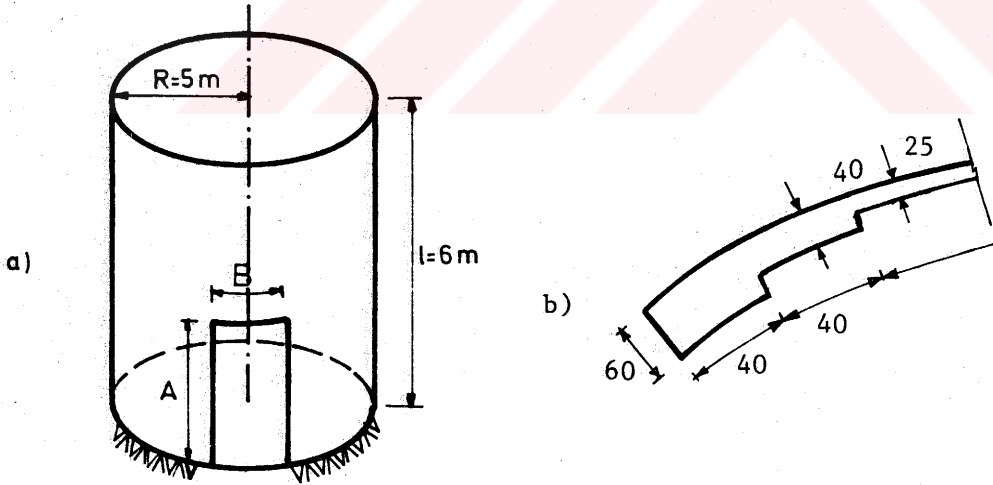
Bu incelemede delik dikdörtgen alınmıştır. Dolayısıyla parametrik uygulamalarda dikdörtgen silindirik eleman kullanılmıştır. Bu elemanda u ve v yer değiştirmeleri için 3^o, w için 3^o ve daha yüksek mertebeden terimler ihtiva eden polinomlar alınmış ve bu ifadeler rijit cisim hareketini sağlayacak şekilde düzeltilmiştir. Düzgüm noktası serbestlikleri olarak

$$u, v, w, \beta_s = \frac{\partial w}{\partial s} - \frac{v}{R}, \quad \beta_y = \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \beta_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial s} \right), \quad \tau = -\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial s} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial y}$$

deplasman bileşenleri alınmıştır. Bu elemanda seçilen deplasman fonksiyonları ve rijitlik matrisinin formülasyonu (Ek-2) de verilmiştir.

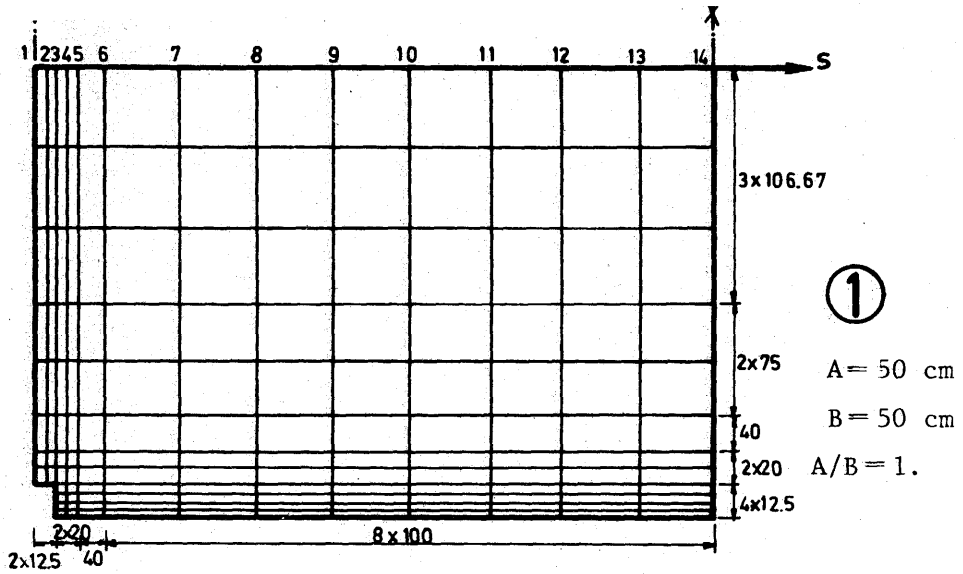
6.2. ALTINDA KENARLARI KALINLAŞTIRILMIŞ DELİĞİ OLAN ALT TAN ANKASTRE SİLİNDİRİK SIVI HAZNELERİNDE GERİLME DURUMU

Mühendislik uygulamalarında altında deliği bulunan alttan ankastre silindirik sıvı haznelere sık olarak raslanmaktadır. Pratikte delik civarı, gerilmelerin artacağı düşüncesiyle, kalınlaştırılmaktadır. Bu bölümde boyutları 0.50 ~ 1.00 m. arasında değişen ve kenarları iki kademeli olarak kalınlaştırılmış dikdörtgen delikler civarındaki gerilme artışları araştırılmıştır. Yarıçapı ve boyu (Şekil 6.1a) da gösterilmiş, malzeme sabitleri, $E = 2.1 \times 10^6$ t/m², $\nu = 1/6$ olan, içi su dolu alttan ankastre bir su haznesinin altına, sırasıyla ana ve çembersel doğrultuda $A \times B$ boyutları 0.50x0.50 lx0.50, 0.50xl.0 mxm olan delikler konmuştur. Deliğin hemen kenarında 1,6h genişlikli ilk kısım 2,4h ve yine 1,6h genişlikli ikinci kısım 1,6h mertebesinde kademeli olarak kalınlaştırılmıştır. $h = 25$ cm alınmıştır. Delik kenarından itibaren alınmış bir kesit (Şekil 6.1b) de gösterilmiştir.

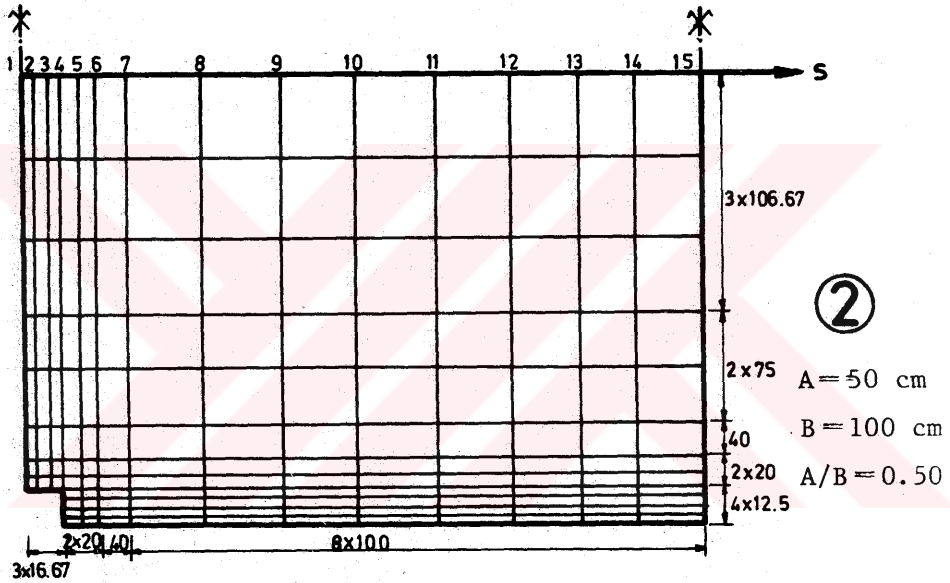


Şekil-6.1

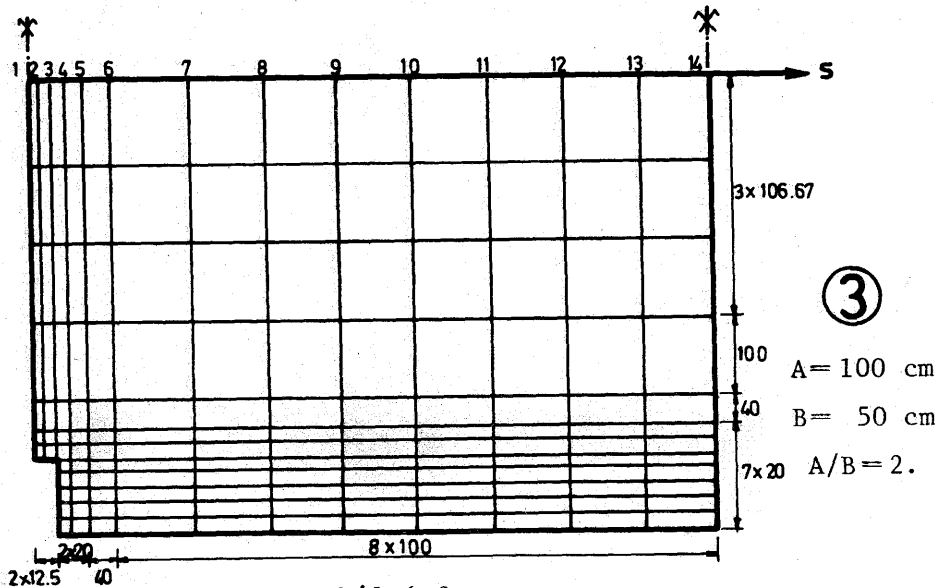
a)



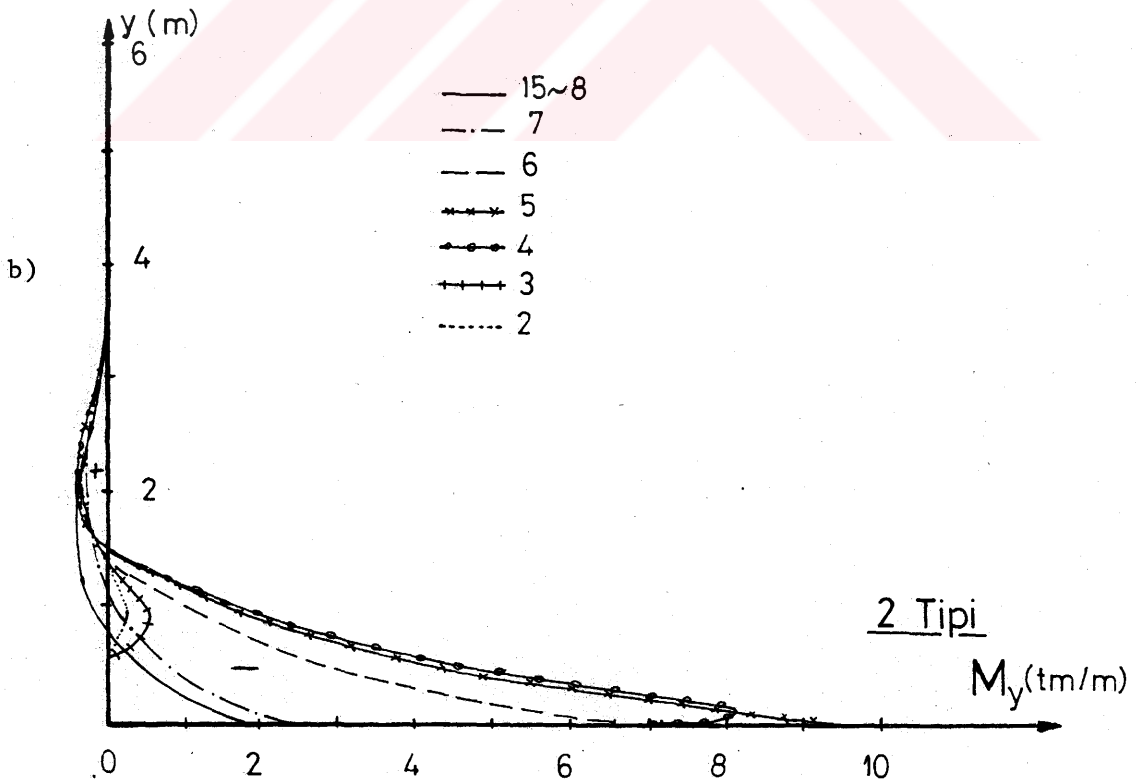
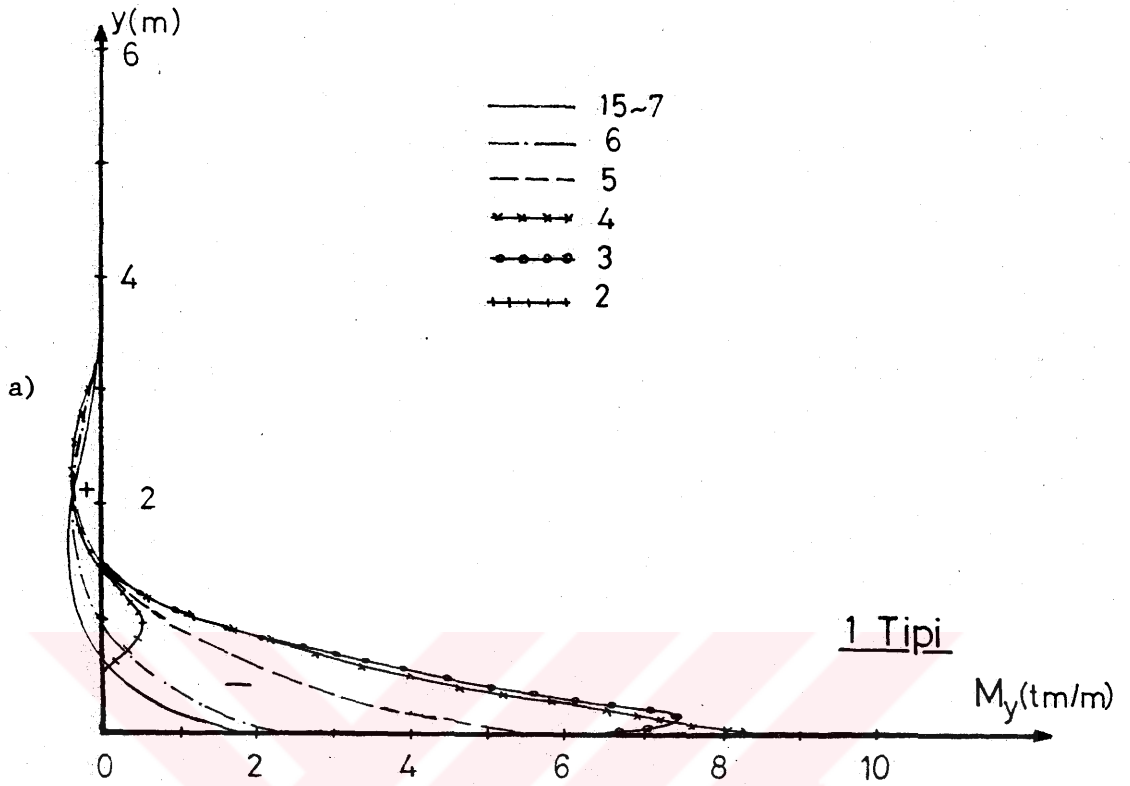
b)



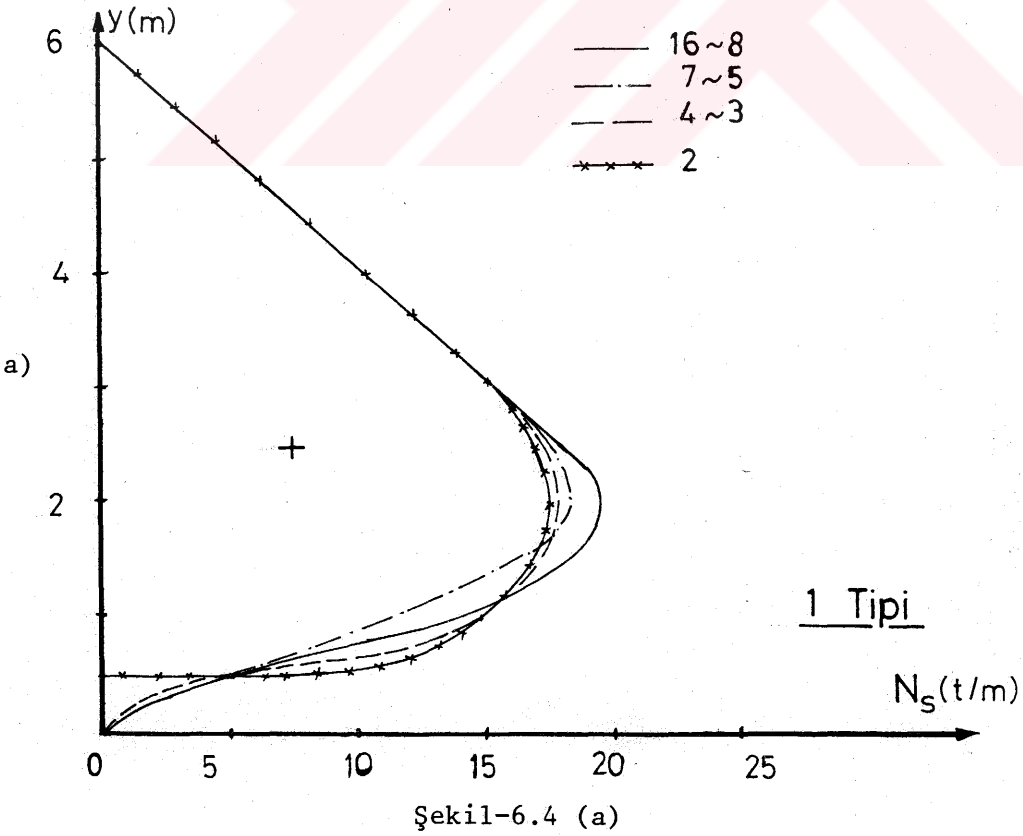
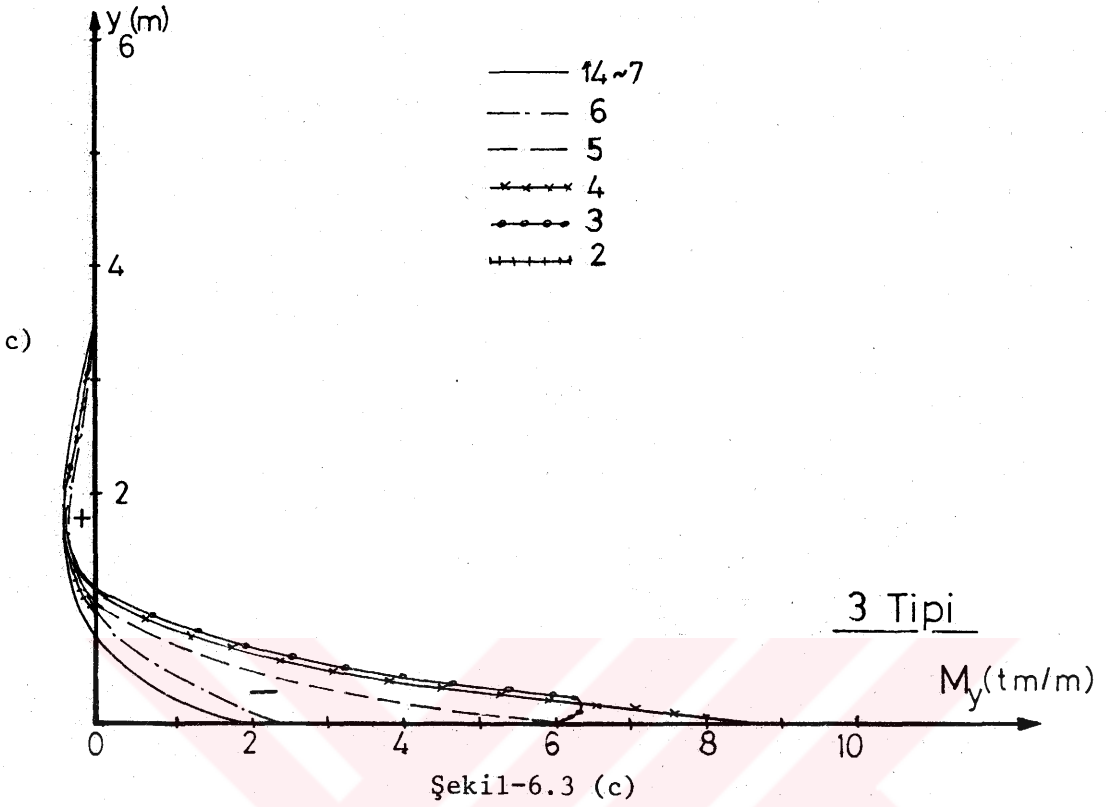
c)

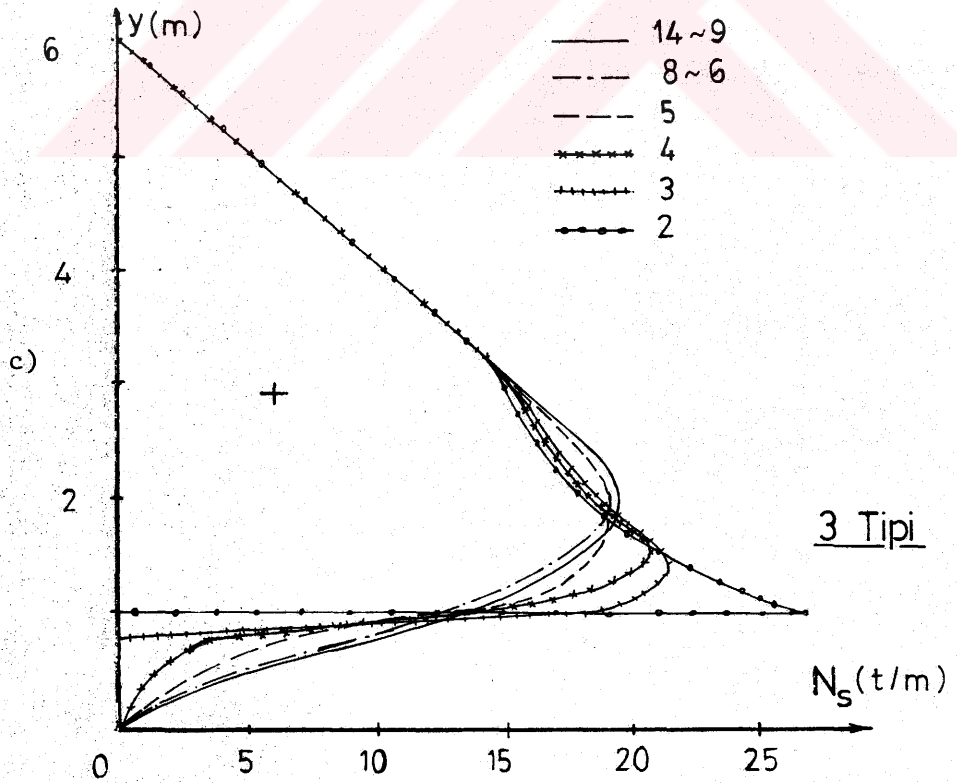
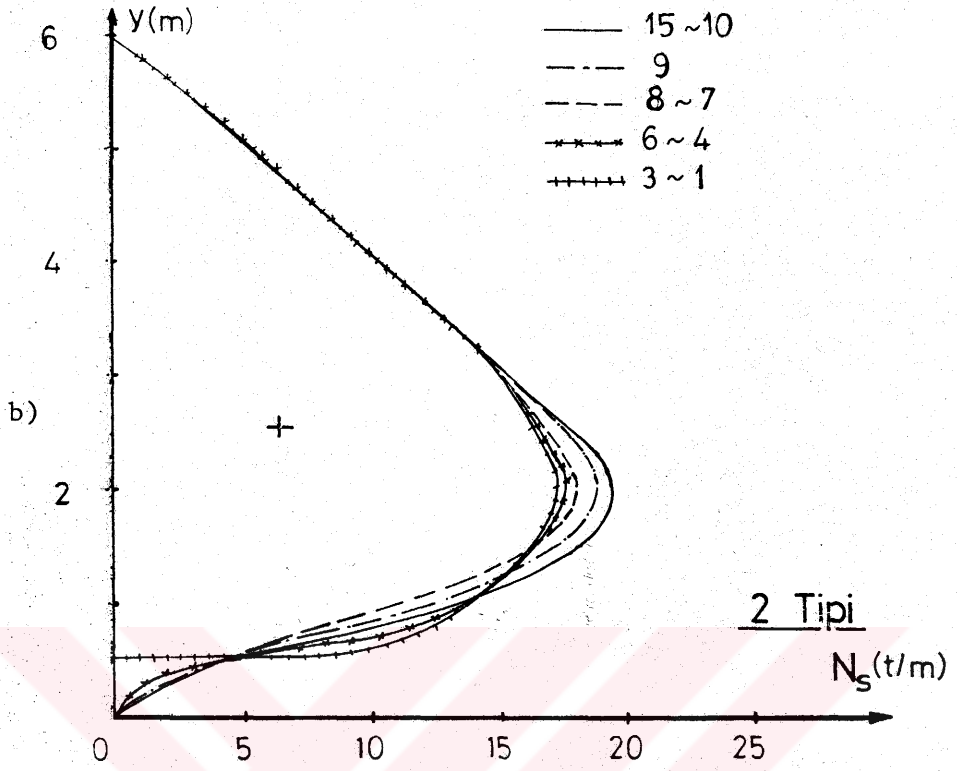


Şekil-6.2



Şekil-6.3 (a-b)





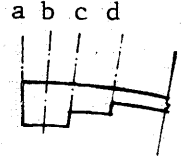
Şekil-6.4 (b-c)

6.2.1. Parametrik İnceleme Sonuçları

a) Delik kenarından itibaren tabanda yatay bir kesite ait a,b,c,d noktalarındaki M_y moment değerleri ve deliksiz durumdaki değere oranları Tablo 6.1 de verilmiştir.

Tablo-6.1

Tip	A/3	a	b	c	d	Dönel sim.Hal.
1	1.0	-7.45	-8.38	-6.10	-2.35	-1.89
		3.9	4.7	3.2	1.24	
2	0.5	-8.30	-9.94	-6.52	-2.40	
		4.40	5.20	3.50	1.30	
3	2.0	-6.10	-8.31	-5.90	-2.27	
		3.20	4.40	3.1	1.20	



M_y momenti en büyük değerini (b) de almaktadır. M_y değeri, (b) de deliksiz haldekinin 4,5 ~ 5,5 katı, (c)-(d) arasındaki bölgede 3 ~ 3,5 katı, kalınlığın normale indiği bölgede ise 1,20 ~ 1,30 katı civarında değişmektedir. Bütün bu oranlar, A/B azaldıkça artmaktadır.

Çembersel doğrultuda M_y momenti bakımından delik etki mesafeleri :

- 1 halinde $\sim 4.00 \text{ m} = 8B = 0.13 \times 2\pi R$
- 2 " $\sim 6.50 \text{ m} = 6.5B = 0.21 \times 2\pi R$
- 3 " $\sim 4.00 \text{ m} = 8B = 0.13 \times 2\pi R$

olarak bulunmaktadır. Bu mesafeler B boyutu ile artmaktadır.

Düşey doğrultuda her üç hal için alttan itibaren $\sim 0.70 \ell$ 'de M_y tesirleri sönmektedir.

Delik üst kenarında yatay çizgiler boyunca max. M_y değerleri Tablo 6.2 de özetlenmiştir.

Tablo-6.2

Tip \ Yer	a	b	c	d	Deliksiz durumda
1	-4.25	-4.0	-2.50	-0.60	-0.20
2	-3.25	-3.25	-2.00	-0.55	-0.20
3	~ 0.	~ 0.	~ 0.	0.10	0.35

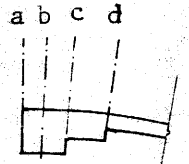
Burada max. değerler, A'nın küçük olduğu ve A/B oranının 1.0'e yakın olduğu hallerde oluşmaktadır. A boyutu arttıkça, M_y 'nin işareti (+) olmaktadır. $M_y = 0$ noktası 0,16 ~ 0,20l, $(+M_y)$ 'nin maks. olduğu yer 0.42 ~ 0.45l civarında değişmekte ve deliksiz haldekinin 0.70'i mertebesinde bulunmaktadır.

b) A/B oranının 1 veya daha küçük olması ve A boyutunun küçük olması hallerinde N_s eğrisinin y boyunca değişiminde deliksiz haldeki maks. değer olduğu yer civarında (~0.34l) düşey bir teğeti vardır ve değeri deliksiz haldeki değerin ~0.90 katı civarında olmaktadır. A/B oranı ve A boyutu arttıkça, maks. değer deliksiz haldeki ni aşmakta (~ 1,25 katı) ve yeri deliğe doğru kaymaktadır.

Tablo 6.3 de her üç tip için delik üst kenarındaki yatay çizgi boyunca N_s değerleri ve bunların dolu haldeki N_s değerlerine oranları verilmiştir.

Tablo-6.3

Tip \ Yer	a	b	c	d	Delik üst kenarı 1/4 ünde	Deliksiz halde
1	-6.34	-5.07	-5.13	-5.31	-8.19	-5.50
	1.15	0.92	0.93	0.97	1.49	
2	-6.52	-5.25	-5.26	-5.39	-7.91	-5.50
	1.19	0.95	0.96	0.98	1.44	
3	-18.65	-12.90	-12.13	-12.21	-26.81	-13.60
	1.37	0.95	0.89	0.90	1.97	

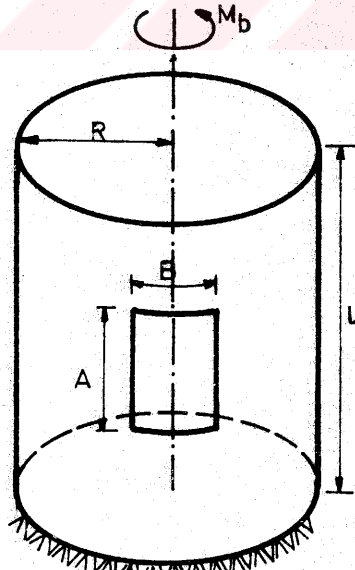


Burada max. değerler delik üst kenarında köşeden itibaren delik eksenine doğru $0.25 \sim 0.30B$ mesafede oluşmakta ve A değeriyle artmaktadır. Artış oranı $1.45 \sim 2.00$ civarında değişmektedir.

Kabuğun üst yarısında bu tip deliklerin hiçbir etkisi olmamaktadır. N_s kuvveti bakımından s eksenini doğrultusunda M_y momenti için verilen mesafelerin altında delik etkisi sönmektedir.

6.3. ORTASINDA DELİĞİ OLAN ALTTAN ANKASTRE SİLİNDİRİK KABUĞA YALNIZ ÜSTTEN BURULMA MOMENTİ ETKİMESİ HALİ

Bu hali incelemek amacıyla $R=3$ m yarıçaplı, $\ell=6$ m boyunda ve kalınlığı $h=20$ cm olan bir silindirik kabuk gözönüne alınmıştır. Kabuk malzemesine ait sabitler $E=2,1 \times 10^6$ t/m², $\nu=1/6$ 'dır (Şekil 6.6). Ortada bulunan deliğin $A \times B$ boyutları sırasıyla 1.00×1.00 , 1.00×2.00 ve 2.00×1.00 mm olarak alınmışlardır. Üstten etkiyen M_b burulma momentinin, tüpdekine benzer şekilde, kalınlık üzerinde üniform kayma gerilmeleri verdiği varsayılarak, bunlardan



Şekil-6.6

oluşan üst kenarda yayılı kayma kuvvetleri dış yük olarak etkitilmiştir. Yani birim boya gelen T kayma kuvveti olarak

$$T = \frac{M_b}{2\pi R^2} \quad (6.1)$$

alınmıştır.

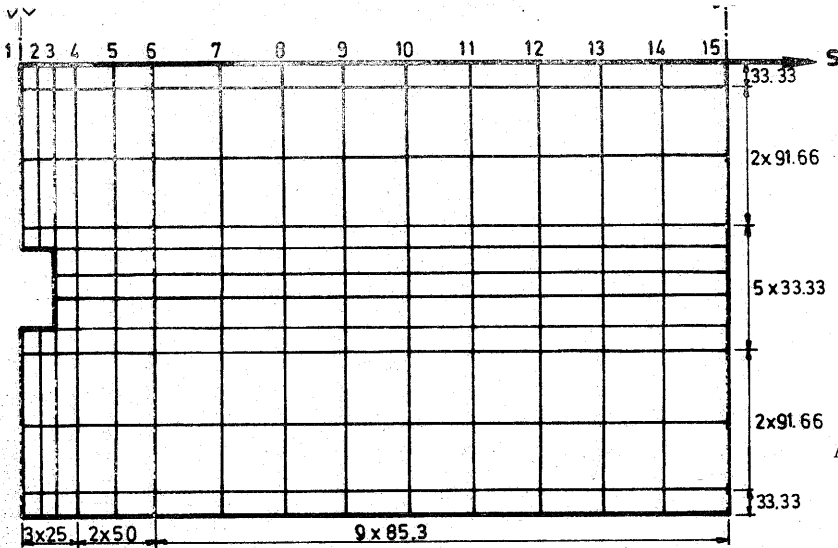
Sistem simetrik, yükleme antimetrik olduğu için delik ortası ve silindir ekseninden geçen düşey düzlem üzerinde antimetrik koşulları yazılarak sistemin yarısıyla hesap yapılmıştır. Her üç delik halindeki sonlu eleman ağı (Şekil 6.7) de gösterilmiştir. Bu incelemede $T=1$ t/m alınmıştır.

N_s kuvvetlerinin s koordinatı boyunca değişimleri (Şekil 6.8) de verilmiştir. Burada dairenin sol yarısına çizilmiş değerler delik üzerinden geçen çizgiye, sağ yarısına çizilmiş değerler delik altından geçene aittir. N_s 'in en büyük değerleri deliğin üst ve alt kenarlarında, sırasıyla basınç ve çekme şeklinde, oluşmaktadır. Delik ortalarındaki N_s değerleri, örnek olarak 2 hali için (Şekil 6.9) da gösterilmiştir. Diğer hallerde de 2 haline benzer bir değişim sözkonusu olmaktadır.

N_y kuvvetinin y boyunca değişimi her üç hal için delik düşey kenarı (1 ve 3 hali için 3, 2 hali için 5 çizgisi), onun sonunda (1 ve 3 hali için 2, 2 hali için 4 çizgisi) ve sağındaki (1 ve 3 hali için 4, 2 hali için 6 çizgisi) düşey çizgiler boyunca çizilmiştir (Şekil 6.10).

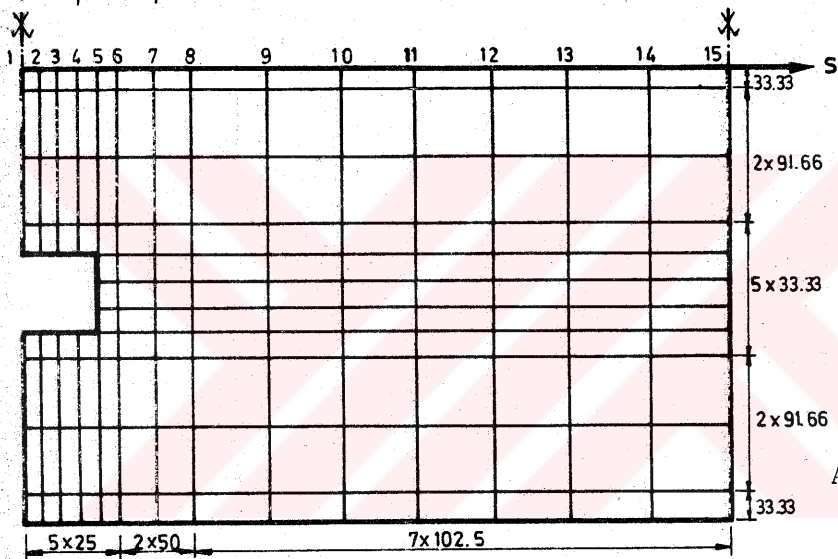
N_{ys} kayma kuvvetlerine ait değerler, deliğe doğru yaklaşan düşey çizgiler boyunca 2 hali için çizilmiştir (Şekil 6.11). Diğer hallerde de benzer diyagramlar elde edilmektedir.

c)



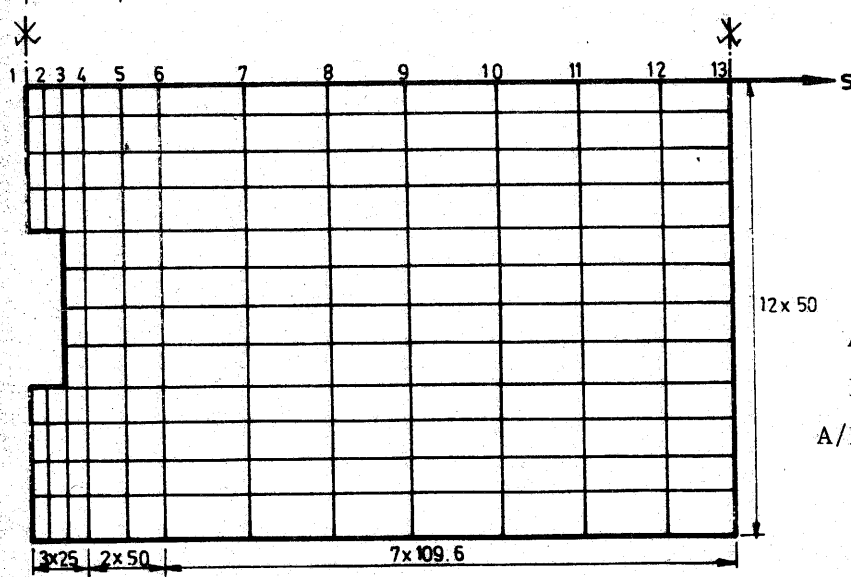
①
 $A = 1 \text{ m}$
 $B = 1 \text{ m}$
 $A/B = 1.$

d)



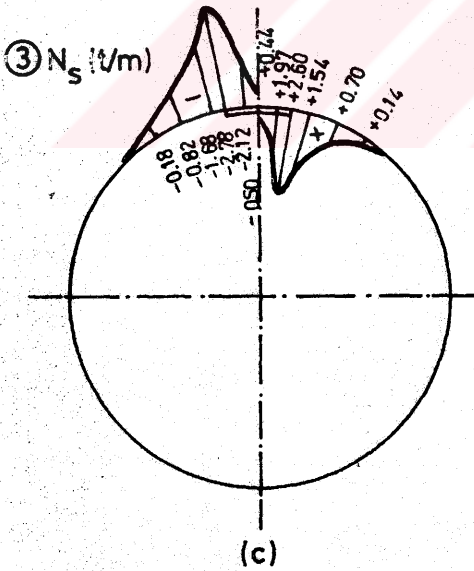
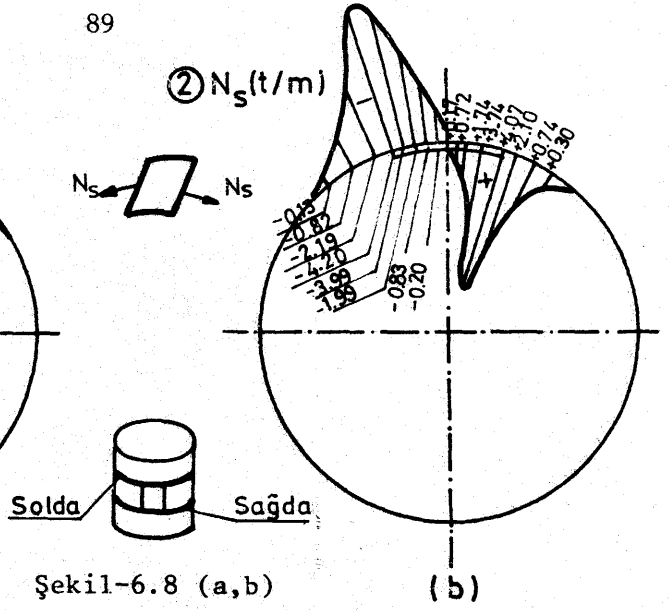
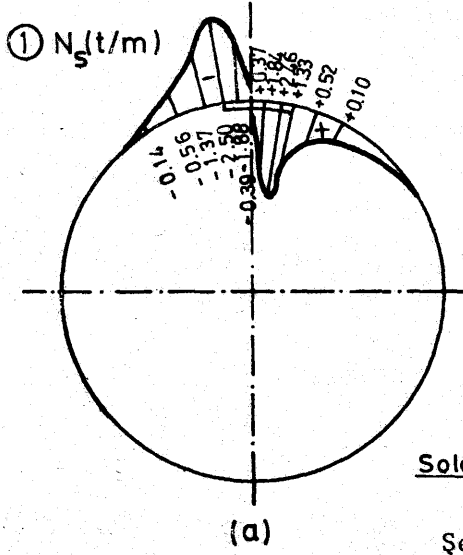
②
 $A = 1 \text{ m}$
 $B = 2 \text{ m}$
 $A/B = 0.50$

f)

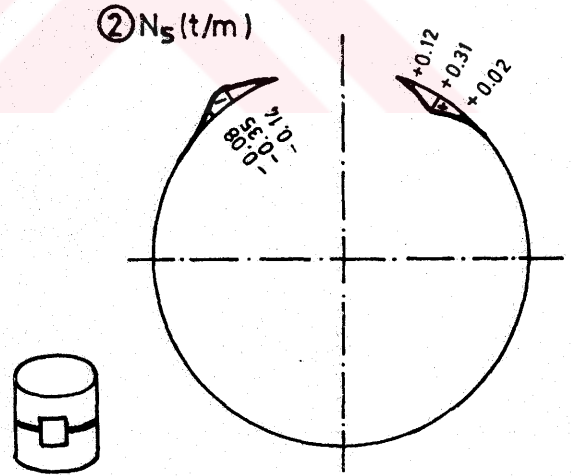


③
 $A = 2 \text{ m}$
 $B = 1 \text{ m}$
 $A/B = 2.$

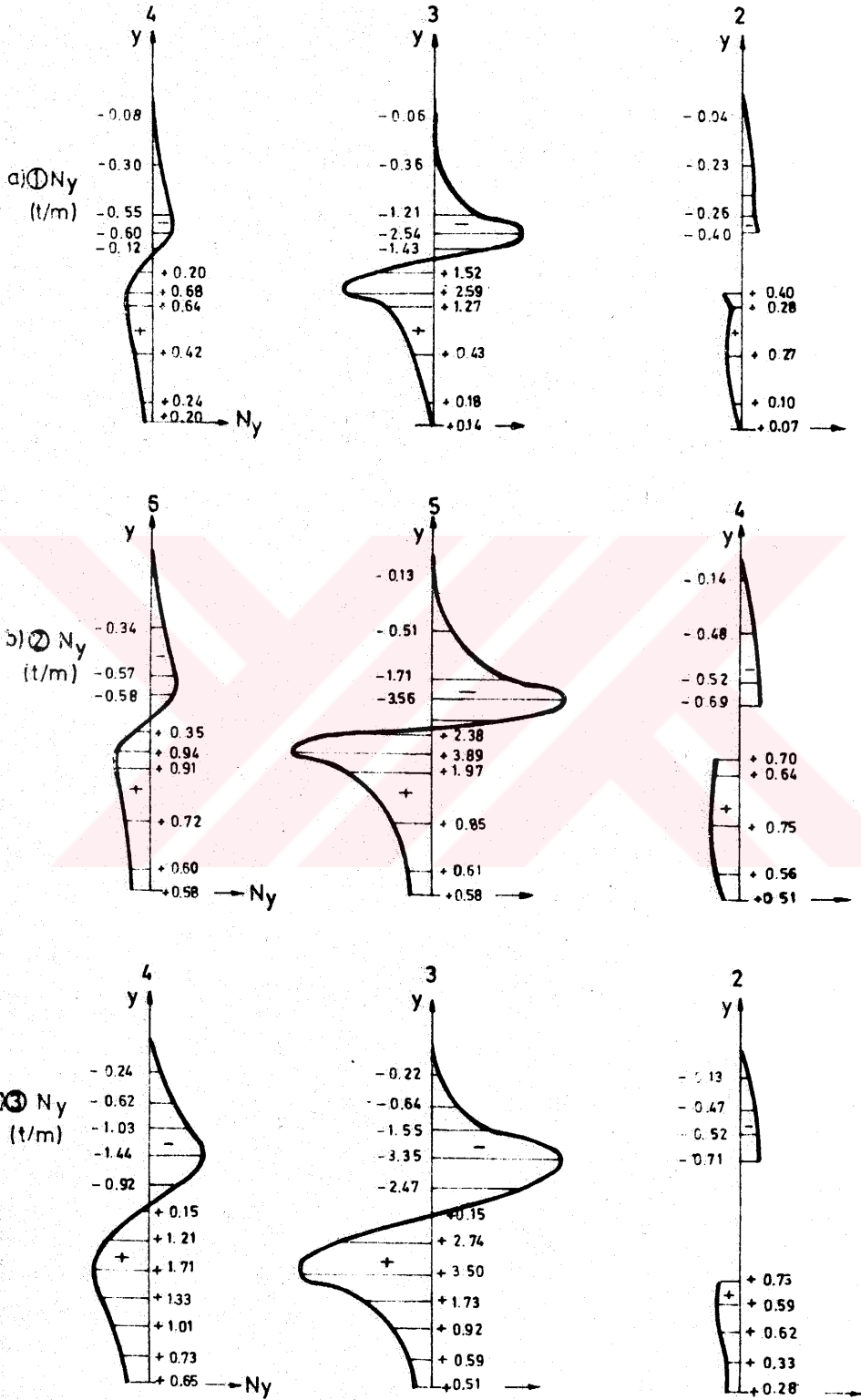
Şekil-6.7



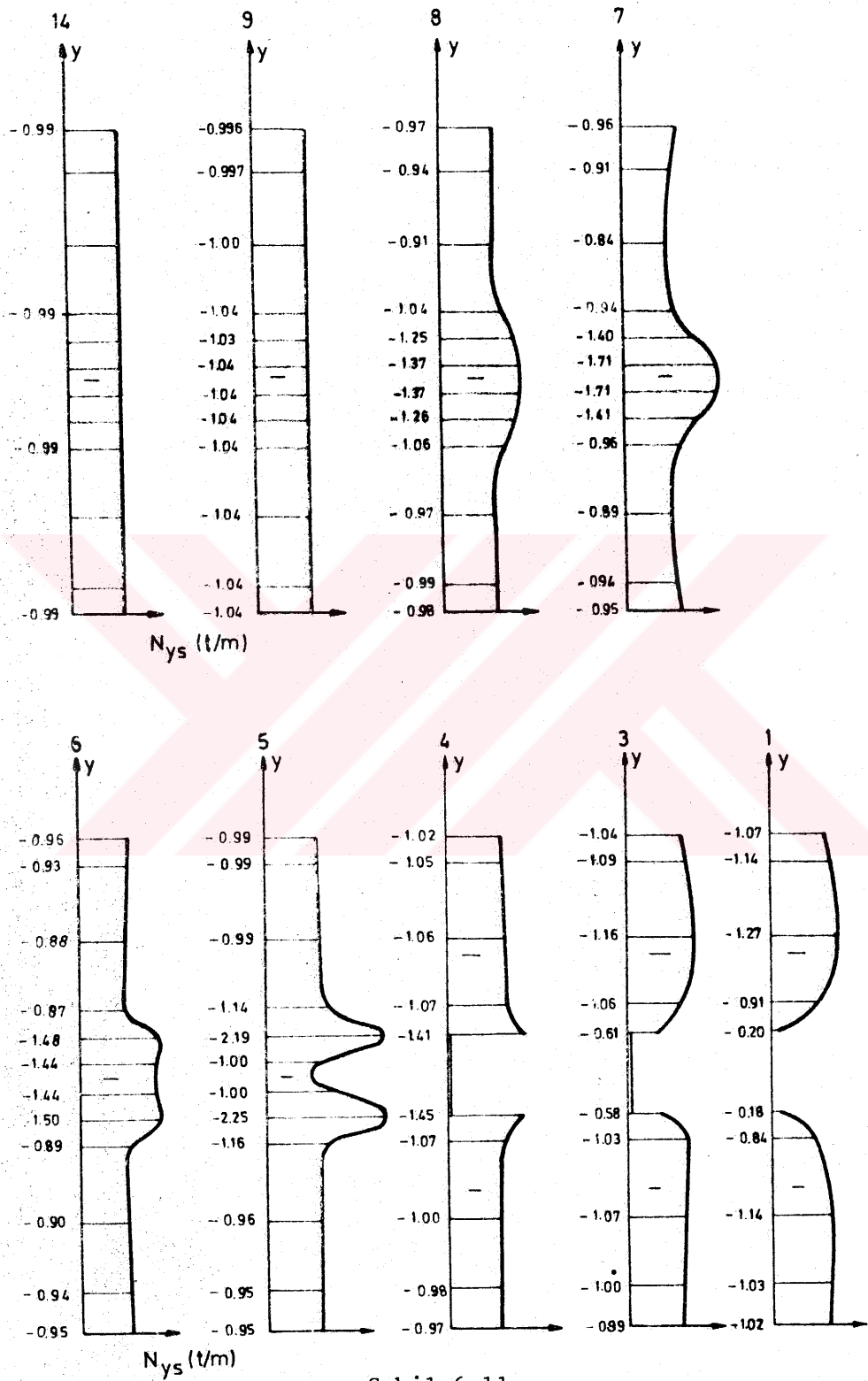
Şekil-6.8c



Şekil-6.9



Şekil-6.10



6.3.1. Parametrik İnceleme Sonuçları

a) N_{ys} kayma kuvvetlerinin maksimum değerleri delik köşelerinde oluşmaktadır. Delik tiplerine göre maks. N_{ys} değerleri Tablo 6.4 de gösterilmiştir.

Tablo 6.4

Tip		1	2	3
A/B		1.0	0.50	2.0
N_{ys}	üst köşe	1.60	2.20	1.85
	alt köşe	1.59	2.25	1.80

A/B azaldıkça ve B boyutu arttıkça N_{ys} değeri fazlalaşmaktadır. Deliksiz haldekine göre artış katsayısı 1.60 ~2.25 arasında değişmektedir.

Çembersel doğrultuda delik etki bölgesi olarak :

$$1 \text{ tipi için } \sim 7.0 \text{ m} = 7B = 0.37 \times 2\pi R$$

$$2 \text{ " " } \sim 8.6 \text{ m} = 4.30B = 0.45 \times 2\pi R$$

$$3 \text{ " " } \sim 8.0 \text{ m} = 3B = 0.42 \times 2\pi R$$

elde edilmiştir. Delik N_{ys} iç kuvvetleri bakımından, çevrenin 0.37~0.45'i kadar bir bölgede etkili olmaktadır. y doğrultusunda çizilen N_{ys} eğrisi, mesnetlere doğru deliksiz haldeki değeri almaktadır.

b) N_y değeri de maks.değerlerini delik köşelerinde almaktadır. Üst ve alt delik köşelerinde N_y nin aldığı değerler delik tipleri için aşağıda Tablo 6.5'de özetlenmiştir.

Tablo 6.5

Tip	A/B	Üst köşede N_y (t/m)	Alt köşede N_y (t/m)
1	1.0	-2.54	2.45
2	0.50	-3.56	3.89
3	2.0	-3.35	3.45

N_y değerleri delik ortasında işaret değiştirmekte, A/B oranı azaldıkça ve B boyutu arttıkça artmaktadır. N_y nin etkisi çembersel doğrultuda çevrenin (0.20 ~ 0.30) katı kadar bir kısımda kalmaktadır.

c) N_s kuvvetleri de maks.değerlerini delik köşelerinde almaktadırlar. Çeşitli delik tipleri için bu değerler Tablo 6.6 da özetlenmiştir.

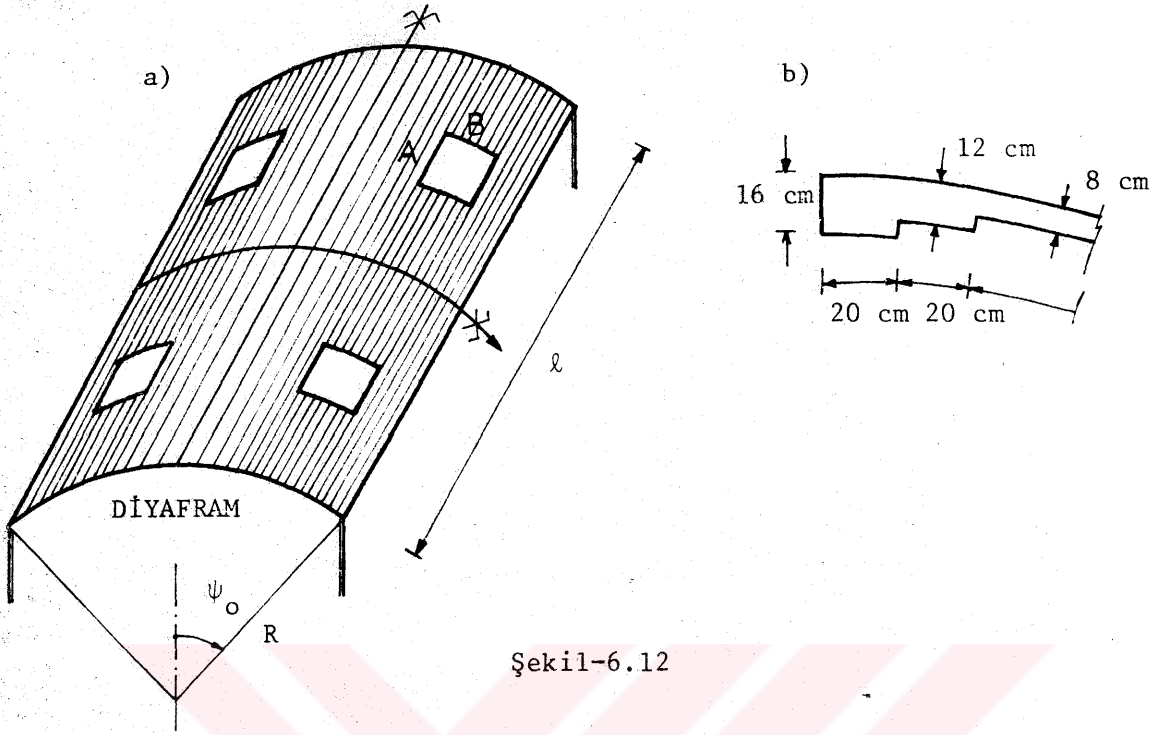
Tablo 6.6

Tip	A/B	Delik üst köşesinde N_s (t/m)	Delik alt köşesinde N_s (t/m)
1	1.00	-2.50	2.46
2	0.50	-4.20	4.05
3	2.00	-2.78	2.60

N_s değerleri de A/B oranı azaldıkça ve B boyutu arttıkça artmaktadır. N_s in çembersel doğrultuda etki bölgesi 9 ~ 10B mertebesinde dir.

6.4. EKSENLERE GÖRE SİMETRİK OLARAK YERLEŞMİŞ VE KENARLARI KALINLAŞTIRILMIŞ DELİKLERİ OLAN ZATİ AĞIRLIĞININ ETKİSİNDEKİ TONOZDA GERİLME DURUMU

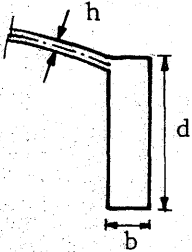
Bu hali incelemek amacıyla $R=8$ m yarıçapında, $\ell=2R=16$ m uzunluğunda, $h=8$ cm kalınlıklı ve merkez açısı $2\psi_0=80^\circ$ olan açık bir dairesel silindirik kabuk gözönüne alınmıştır (Şekil 6.12a). Kabuk malzemesi Bölüm 6.2 dekinin aynıdır. Deliklerin AxB boyutları sırasıyla 1.50x3.00 , 3.00x1.50 , 2.50x2.50 mxm olarak alınmışlardır. Kabuğun üzerinde betonarme ağırlığına ek olarak kaplama v.s.den ötürü 0.166 t/m^2 lik bir zati yük alınmıştır. Kabuk kalınlığı delik kenarına doğru 2,5h uzunluklu bölgelerde 1,5h ve 2h değerlerine artırılmıştır (Şekil 6.12b). Kabuğun eğrisel kenarları diyaframlara oturmuştur. Boyuna kenarların ise,



Şekil-6.12

- a) Basit mesnetli,
b) Kenar kirişli,
olduğu 2 ayrı hal gözönüne alınmıştır.

İkinci halde, yüksekliği $\ell/20 = 80$ cm ve genişliği $b = 15$ cm olan dik-dörtgen enkesitli bir kiriş gözönüne alınmıştır. Kiriş-kabuk birleşimi (Şekil 6.13) de gösterilmiştir.

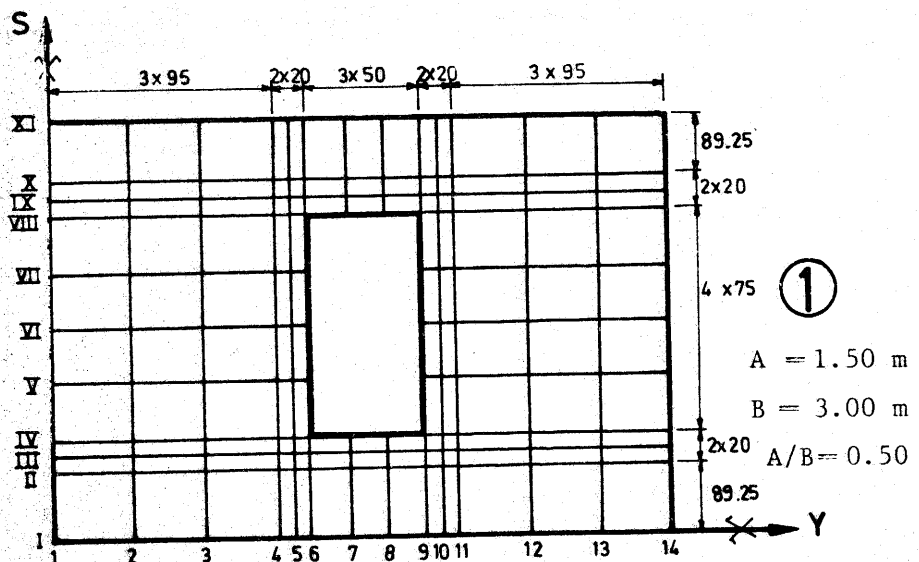
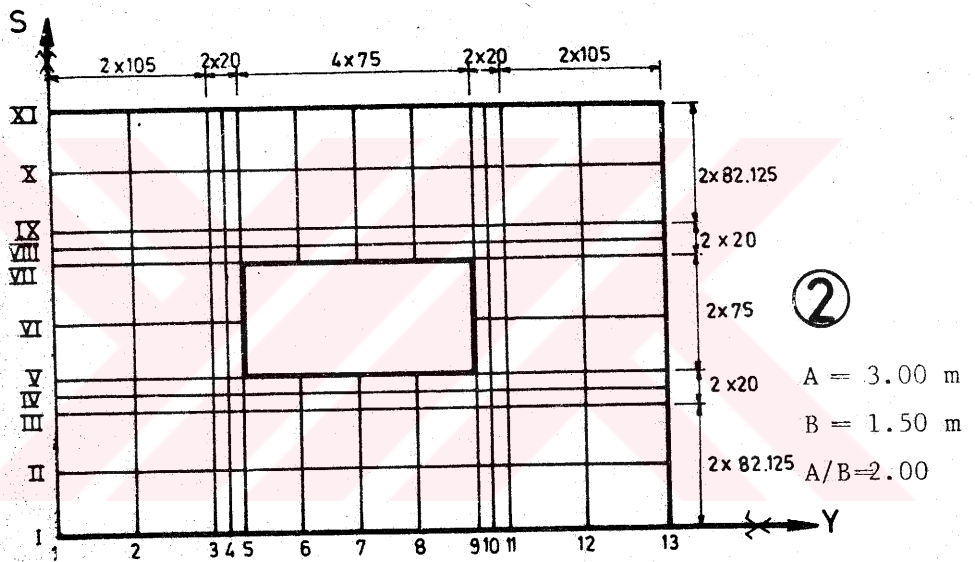
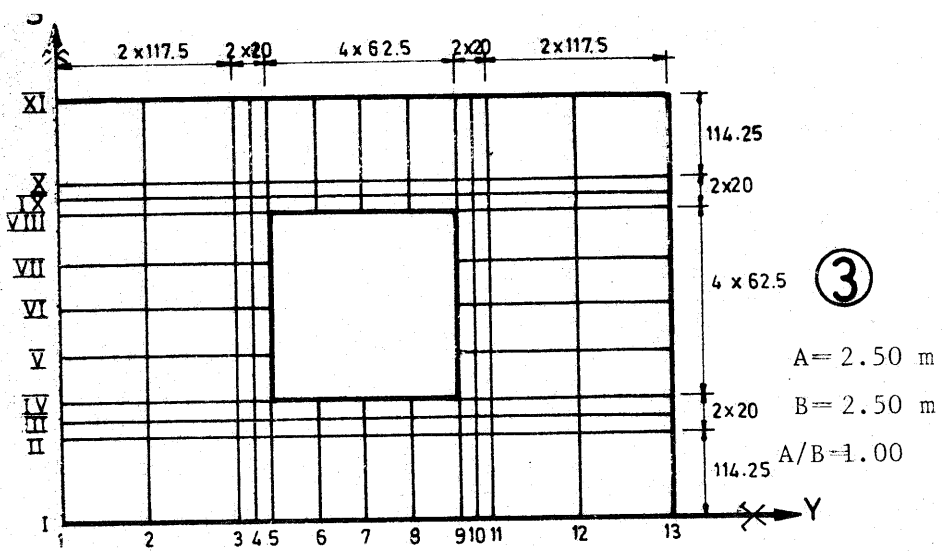


Şekil-6.13

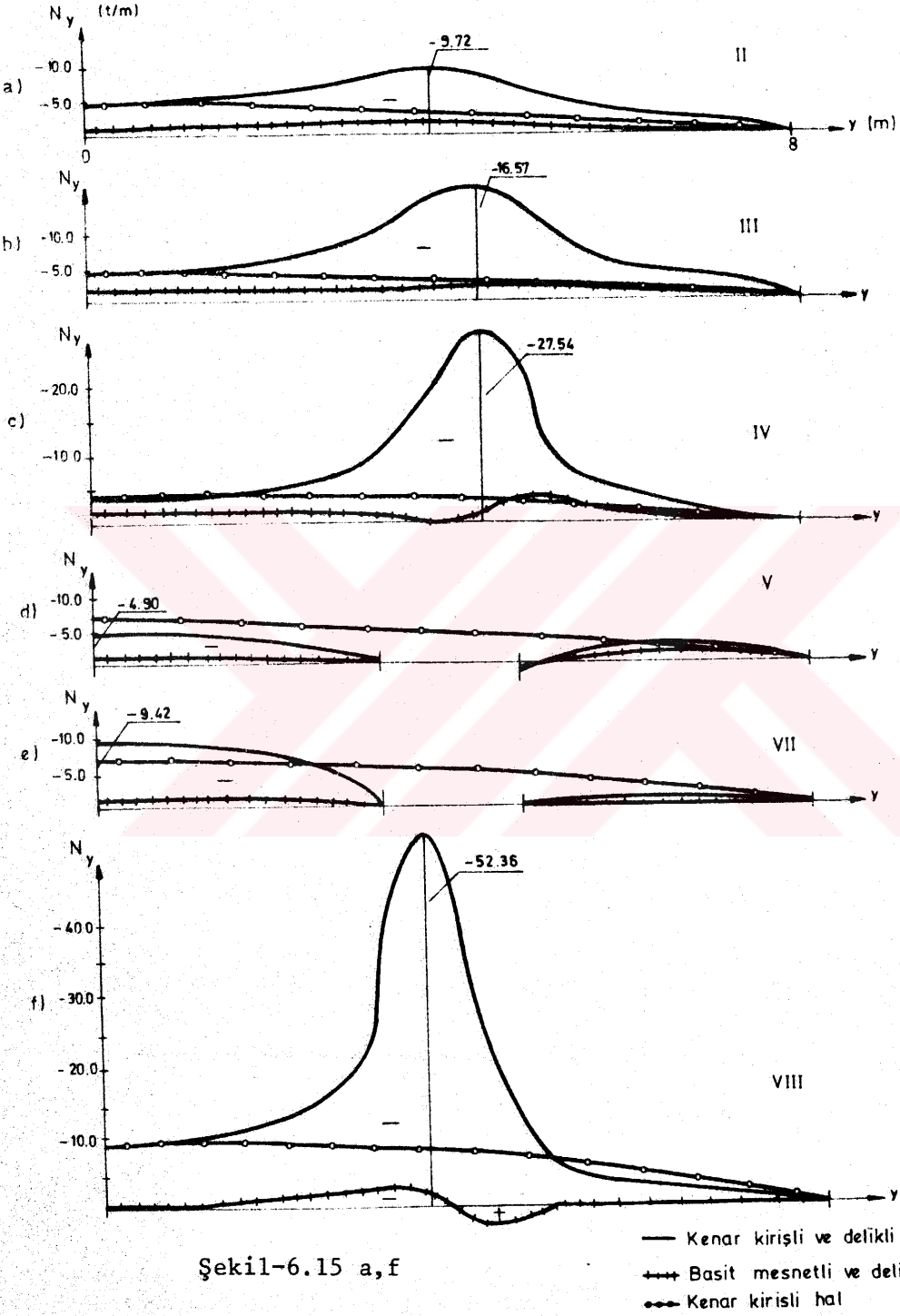
Kenar kirişin simetrik olmayan bir enkesiti haiz olması halinde ve uçlarında çarpılmaya karşı tutulmadığı varsayımıyla bu kiriş elemanlara ait rijitlik matrisi ve gerekli eksen dönüşümleriyle ilgili formülasyon (Ek-3) de verilmiştir.

Simetriden ötürü sistemin $1/4$ ü ile hesap yapılmıştır. Her üç delik haline ait sonlu eleman ağırları (Şekil 6.14) de gösterilmiştir.

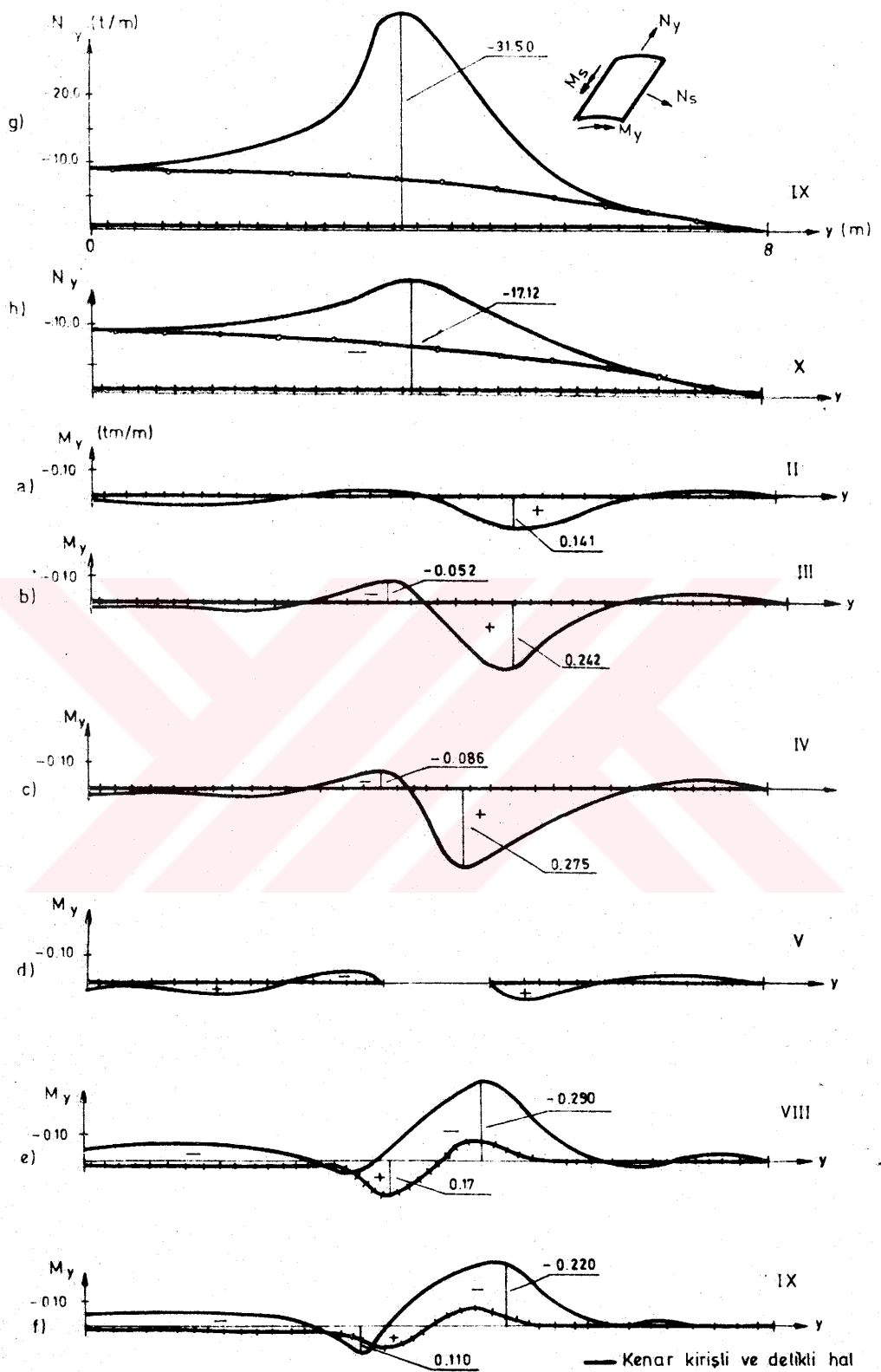
1 hali için basit mesnetli ve kenar kirişli duruma ait N_y, M_y, N_s eğrileri (Şekil 6.15-17) de verilmiştir. Bu eğriler (Şekil 6.14) de gösterilen boyuna II, III, ... ve enine 4, 5, ... çizgileri boyunca çizilmiştir. 2 ve 3 halleri için de benzer eğrilerle karşılaşılmaktadır.



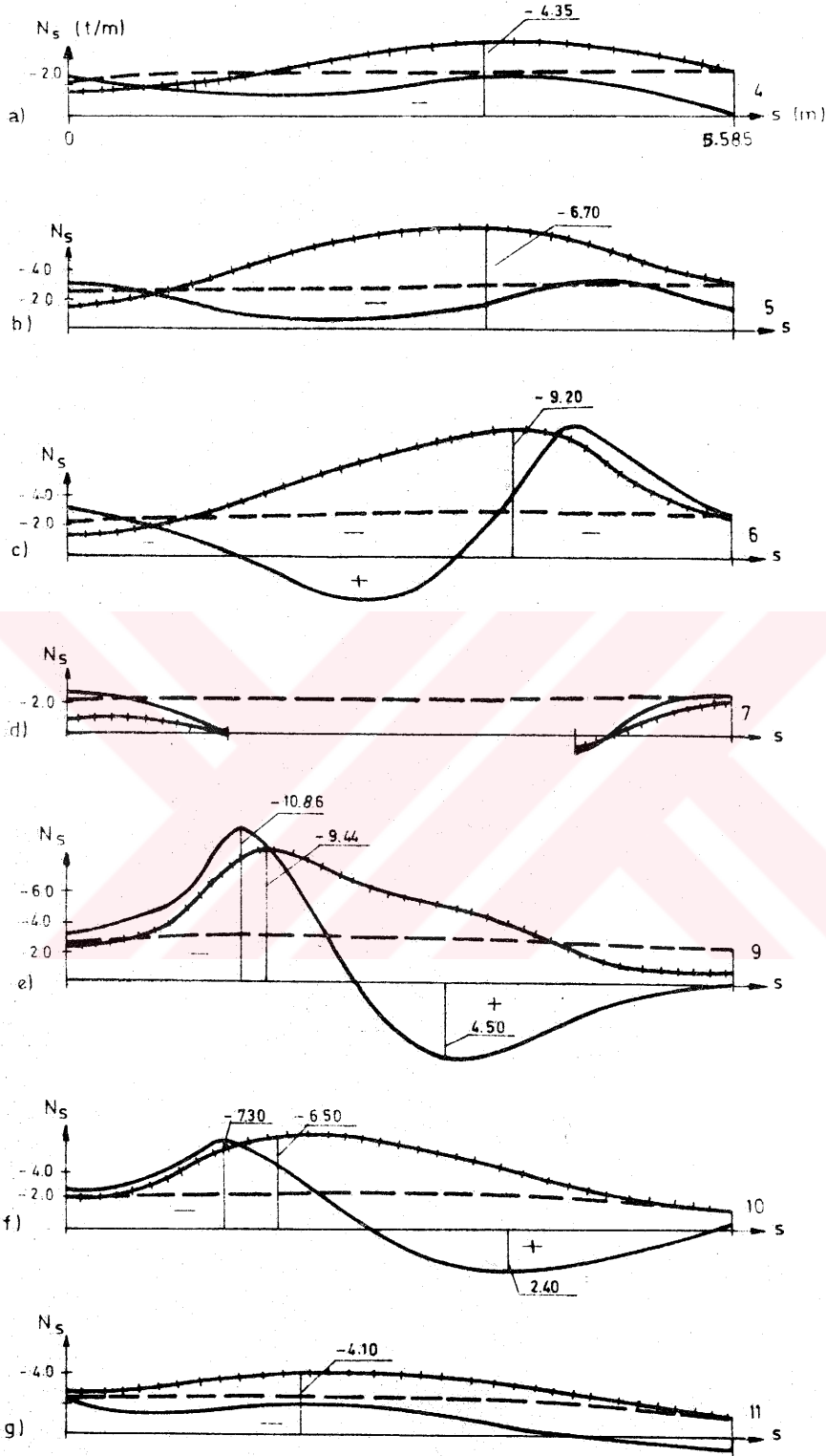
Şekil-6.14



Şekil-6.15 a,f



Şekil-6.16 a,f



Şekil-6.17 a,g

— Kenar kirişli ve delikli hal
 — Basit mesnetli ve delikli hal
 --- Basit mesnetli hal

6.4.1. Parametrik İnceleme Sonuçları

Herhangi bir nokta,düşey ve yatay çizgilerin kesim noktası olarak , Lâtin ve Romen rakam çifti ile belirtilecek, delik civarlarındaki enine ve boyuna çizgiler boyunca oluşan en büyük değerler ve yerleri verilecektir.

a) N_y kuvveti bakımından,

Bu kesit tesiri için oluşan en büyük değerler ve yerleri Tablo 6.7 de özetlenmiştir.

Tablo 6.7

Tip No.	Basit mesnetli hal		Kenar kirişli hal	
	Yer	Değer (t/m)	Yer	Değer (t/m)
1	II,7	-2.47	II,7	-9.72
	III,9	-2.60	III,8	-16.57
	IV,9	-5.07	VI,8	-27.54
	VIII,6	-3.28	VIII,7	-52.36
	IX,6	-0.70	IX,6	-31.50
	X,9	-1.40	X,7	-17.12
2	III,7	-1.39	III,8	-6.60
	IV,8	-3.16	IV,9	-11.30
	V,9	-7.77	V,9	-18.40
	VIII,5	-6.71	VIII,6	-32.40
	IX,5	-1.24	IX,5	-25.22
	X,9	-1.39	X,6	-15.94
3	III,8	-2.30	III,8	-7.74
	IV,10	-2.83	IV,8	-13.41
	V,9	-7.77	V,9	-22.50
	VIII,5	-5.56	VIII,6	-46.49
	IX,8	-1.90	IX,5	-31.40
	X,10	-1.07	X,6	-18.49

Delik köşeleri civarında N_y kuvvetleri en büyük değerlerine ulaşmakta, kenar kiriş olması halinde,basit mesnetli hale göre, çok büyük değerler almaktadır.Bu artış oranı A/B azaldıkça artmaktadır.

b) N_s kuvveti bakımından,

Bu hale ait en büyük değerler ve yerleri Tablo 6.8 de özetlenmiştir.

Tablo 6.8

Tip No.	Basit mesnetli hal		Kenar kirişli hal	
	Yer	Değer (t/m)	Yer	Değer (t/m)
1	VII,4	-4.35	VII,4	-3.03
	VII,5	-6.70	VIII,5	-5.94
	VII,6	-9.20	VIII,6	-9.05
	V,9	-9.44	IV,9	-10.86
	V,10	-6.50	IV,10	-7.30
	V,11	-4.10	V,11	-2.64
2	VI,3	-5.66	VI,3	-4.20
	VI,4	-11.20	VI,4	-6.10
	VI,5	-17.65	VII,5	-9.10
	V,9	-19.11	V,9	-10.90
	V,10	-11.43	V,10	-6.80
	V,11	-5.49	VI,11	-3.60
3	VII,3	-5.22	VII,3	-2.38
	VII,4	-8.34	VIII,4	-5.40
	VII,5	-8.94	VIII,5	-10.54
	V,10	-13.89	IV,10	-7.20
	V,11	-9.20	V,11	-3.40
	V,12	-4.95	V,12	-2.20

Basit mesnetli halde A/B oranı arttıkça N_s kuvvetleri artmaktadır. N_s kuvvetleri de köşeler civarında en büyük değerlerini almakta, kenar kirişli durumda oluşan tesirler basit mesnetli hal-den daha küçük bulunmaktadır. N_s , kenar kirişli durumda, delik civarında kirişe doğru işaret değiştirerek çekme olmaktadır (Şekil 6.17).

c) M_y momenti bakımından,
 M_y momenti her iki durumda, delik civarları dışında, küçük değerler almaktadır. Delik civarlarında kenar kirişli durumda bulunan değerler basit mesnetliye oranla fazladır. M_y nin en büyük olduğu değerler ve yerleri Tablo 6.9 da özetlenmiştir.

Tablo 6.9

Tip No.	Basit mesnetli hal		Kenar kirişli hal	
	Yer	Değer (t/m)	Yer	Değer (t/m)
1	II,7	-0.055	II,9	0.141
	III,7	-0.133	III,9	0.242
	IV,7	-0.205	IV,8	0.275
	VIII,6	0.170	VIII,8	-0.290
	IX,6	0.100	IX,8	-0.220
	X,6	0.040	X,9	-0.093
2	III,7	-0.120	III,11	0.119
	IV,7	-0.290	IV,10	0.197
	V,7	-0.420	V,7	-0.228
	VII,7	-0.350	VII,7	-0.496
	VIII,7	-0.240	VIII,8	-0.352
	IX,7	-0.090	IX,7	-0.137
3	II,7	-0.100	II,11	0.131
	III,7	-0.260	III,10	0.225
	IV,7	-0.380	IV,9	0.191
	VIII,8	-0.270	VIII,8	-0.393
	IX,8	-0.190	IX,7	-0.273
	X,8	-0.070	X,7	-0.107

d) M_s momentleri bakımından,

En büyük M_s değerleri ve yerleri Tablo 6.10 da özetlenmiştir.

Tablo 6.10

Tip No.	Basit mesnetli hal		Kenar kirişli hal	
	Yer	Değer (t/m)	Yer	Değer (t/m)
1	VII,4	0.110	IV,4	0.161
	VII,5	0.287	IV,5	0.442
	VII,6	0.414	IV,6	0.594
	VI,9	0.231	V,9	0.602
	VI,10	0.158	V,10	0.420
	VI,11	0.057	IV,11	0.169
2	VII,3	0.148	V,3	0.229
	VII,4	0.390	VI,4	0.701
	VII,5	0.584	VI,5	0.965
	V,9	0.460	VI,9	0.623
	V,10	0.290	VI,10	0.437
	V,11	0.110	VI,11	0.163
3	VII,3	0.155	V,3	0.235
	VII,4	0.408	V,4	0.591
	VII,5	0.597	V,5	0.770
	VI,10	0.390	V,10	0.488
	VI,11	0.264	V,11	0.179
	VI,12	0.099	V,12	0.032

M_s değerleri de köşeler civarında en büyük değerlerini almakta ve A/B oranı arttıkça artmaktadır ve büyük bir kabuk bölgesinde üstte çekme kuvveti oluşturacak şekilde bulunmaktadır.

ELEKTRONİK HESAP MAKİNASI PROGRAMI

7.1. Giriş

Bölüm 5'de geliştirilen sonlu elemanın sayısal örnekler ve parametrik araştırmalara uygulanması amacıyla bir elektronik hesap makinası programı hazırlanarak FORTRAN IV dilinde kodlanmıştır. Programın geliştirilmesi ve uygulanması için İ.T.Ü.E.H.B.E.nin olanaklarından faydalanılmıştır. Program B3700 sisteminde ve disk yardımcı ünitesi kullanılacak şekilde geliştirilmiştir.

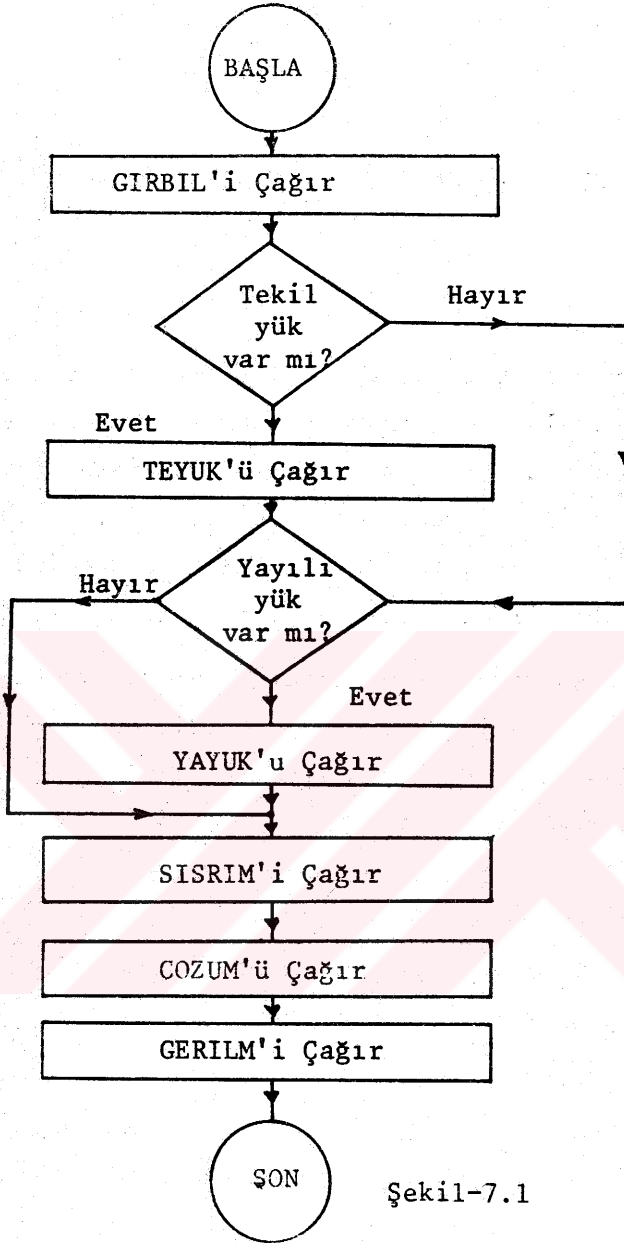
Programı oluşturan alt programlar, eleman rijitlik ve yükleme matrisini hesaplayanlar dışında, geneldir. Bu program yardımıyla genel olarak sonlu elemanlara idealleştirilmiş herhangi bir sistemin birinci mertebe teorisi ile statik hesabı yapılabilmektedir.

7.2. PROGRAMIN YAPISI ve ÇALIŞMA DÜZENİ

Program esas olarak altı alt program ve onların çağırdığı alt programlardan oluşmaktadır. Ana programın akış diyagramı (Şekil 7.1) de gösterilmiştir.

(Şekil 7.1) de gösterilen alt programların yaptıkları işler aşağıda açıklanacak ve bazılarının akış diyagramları verilecektir.

GIRBIL : Bu alt programda önce toplam düğüm nokta sayısı, eleman sayısı, serbestlik derecesi, eleman tip noları, sınır koşulları gibi sistemle ilgili büyüklükler, malzeme tip ve özellikleri okunmaktadır. Kullanılan sonlu eleman ağının düzgün veya karmaşık oluşuna göre okutulan bir veya daha fazla kart grubu yardımıyla eleman düğüm nokta noları, düğüm nokta koordinatları hesaplanmakta veya dışa-



Şekil-7.1

rıdan verilmektedir. Bu bilgiler yardımıyla sisteme ait katsayılar matrisinin band genişliği hesaplanmakta ve bir noktada birleşen eleman sayısı ve numaraları, okunan sınır koşulları yardımıyla sıfır olan serbestlik numaralarını içeren diziler üretilmektedir. Daha sonra elemanlar üzerinde bir çevrim yapılarak farklı tipteki eleman sayısı kadar rijitlik, varsa gerilme ve yükleme tesir matrisleri hesaplanarak diske yazılmaktadır. Nihayet girişte okunan bilgiler çıkışın başına yazdırılmaktadır.

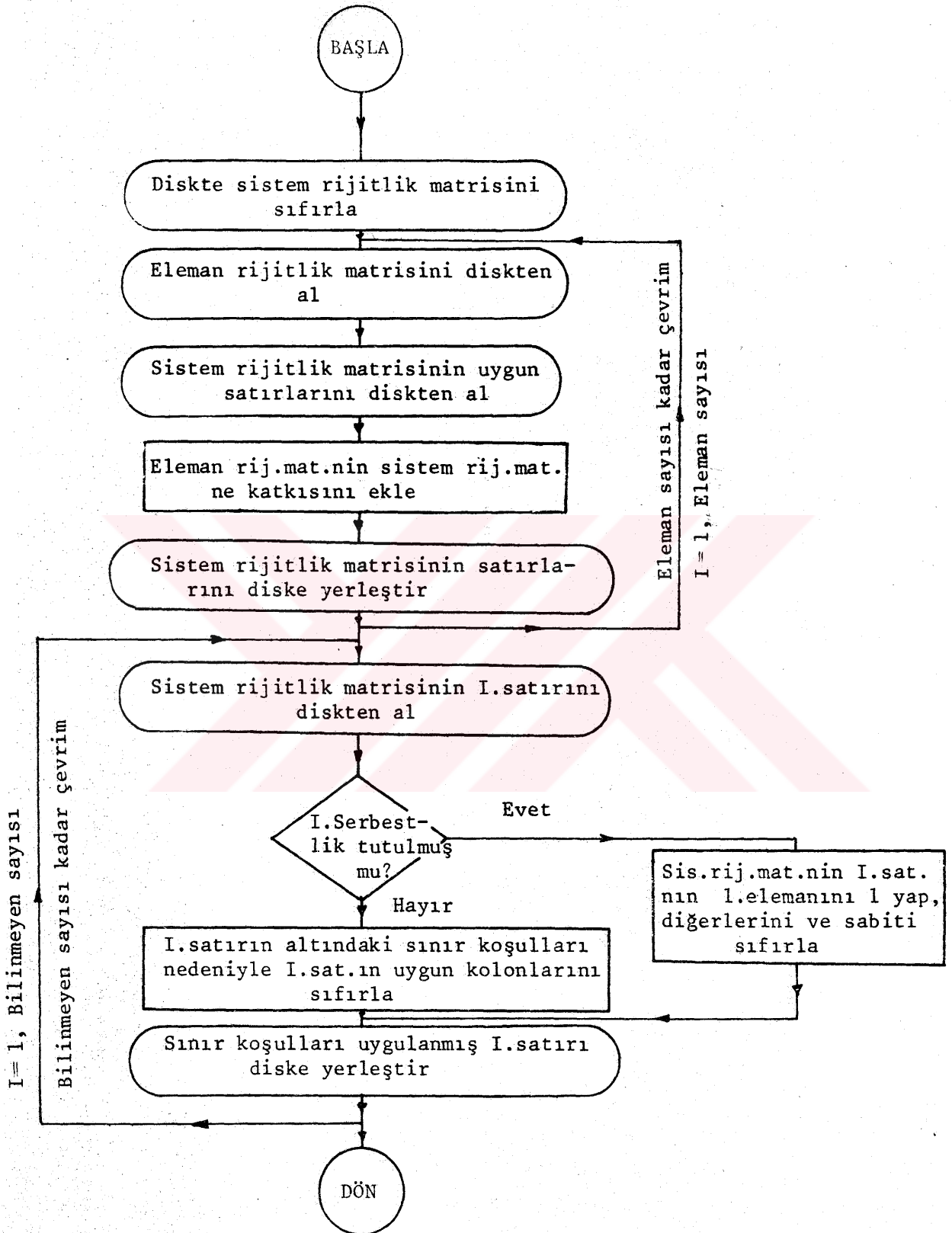
TEYUK : Eğer sistemde tekil yük varsa bu alt program çağırılmaktadır. Burada tekil yükler okunarak sistem yükleme kolonunun uygun yerlerine yerleştirilmektedir.

YAYUK : Eleman üzerinde varolan, herhangi bir şekilde yayılı yüklerle eşdeğer fiktif düğüm noktası yükleri bu alt program yardımıyla hesaplanmaktadır. Bu amaçla elemanlar üzerinde çevrim yapılır. Eleman üzerinde yayılı yükün düğüm noktasındaki değerleri çağırılan YÜKLEM alt programı yardımıyla belirlenir. Bu değerler diskten alınan o elemana ait yükleme tesir matrisiyle çarpılarak o elemanın sistem yükleme kolonuna katkısı bulunup uygun satırlara eklenir.

SISRIM : Sistem rijitlik matrisinin kurulması ve sınır koşullarının uygulanışı bu alt program çağırılarak yapılmaktadır. Sistem rijitlik matrisinin satır sayısı bilinmeyen sayısına, kolon sayısı da band genişliğine eşittir. Önce bu matrise ait, uzunluğu band genişliğine eşit olan, bilinmeyen adette kayıt sıfırlanarak diske yazılır. Sonra elemanlar üzerinde çevrim yapılarak herhangi bir elemanın herhangi bir bilinmeyene ait satıra katkısı bulunur ve bu satır diskteki o bilinmeyen nolu kayıta eklenir. Bu işlem bütün elemanlar için yapılarak sistem rijitlik matrisi diskte kurulur. GIRBIL'de üretilmiş sıfır olan deplasmanları içeren dizi yardımıyla sistem rijitlik matrisine sınır koşulları uygulanır. Bu alt programa ait akış diyagramı (Şekil 7 .2) de verilmiştir.

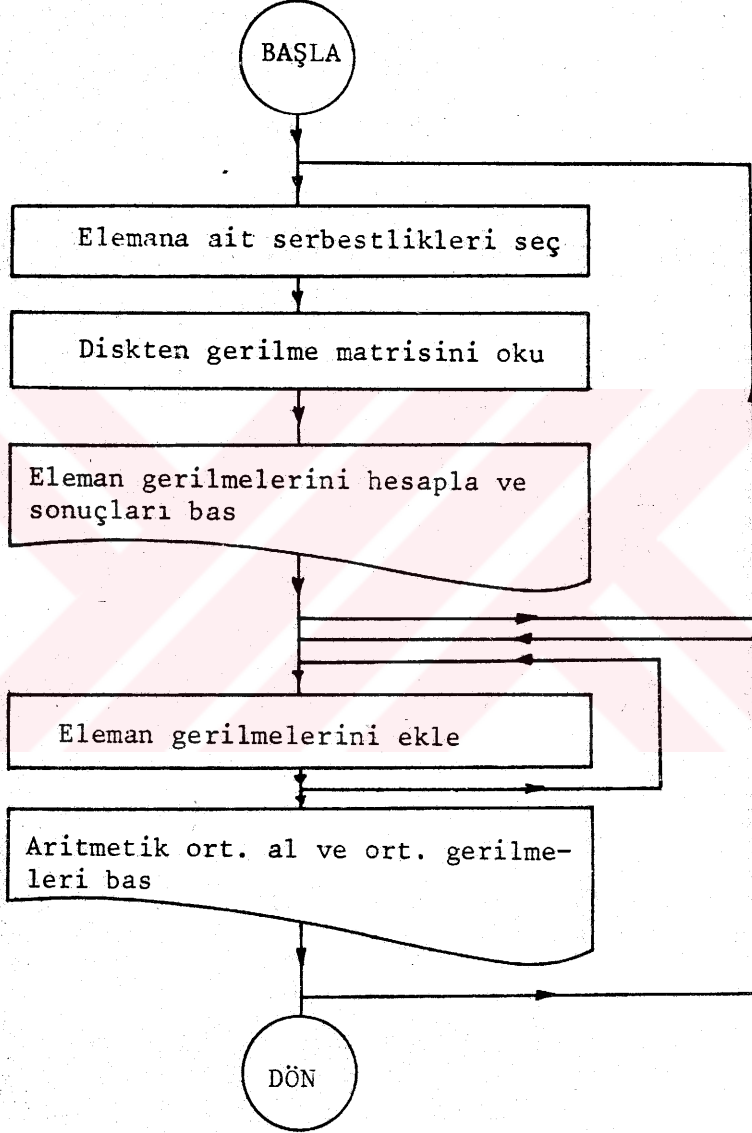
COZUM : Bu alt program diskte kurulmuş olan lineer denklem takımının Gauss eliminasyonu ile çözümünü yapmakta ve sonuçları basmaktadır.

GERILM : Bu alt programda elemanlar üzerinde çevrim yapılarak o elemana ait olan serbestlikler seçilir. Sonra diskten gerilme matrisi alınarak eleman gerilmeleri bulunur ve bastırılır. Eğer bir noktada gerilmeler farklı ise onların aritmetik ortalamaları da bulunarak



Şekil-7.2

sonuçlar bastırılmaktadır. Bu alt programa ait akış diyagramı (Şekil 7.3) de verilmiştir.



Şekil -7.3

7.3.PROGRAMIN KULLANILMASI :

7.3.1.Giriş Bilgileri :

Tekil yükleme dışındaki bütün giriş bilgileri GIRBIL alt programında okunmaktadır. (Tablo 7.1) de okunan kart veya kart grupları formatlarıyla özetlenmiştir. Burada NP sistemdeki düğüm noktası sayısını, NE eleman sayısını, NB sınır düğüm noktası sayısını, NDF bir noktadaki serbestlik derecesini, NMAT farklı malzeme tipi sayısını, NTE tekil yüklü düğüm noktası sayısını, NYA yayılı yükle ilgili bir sayacı göstermektedir. TKK kabuk kalınlığını, R silindirin yarıçapını, YG herhangi yayılı bir yükün hesabı için gerekli bir sabiti ifade etmektedir. IAG, sonlu eleman ağının teşkili için bir sayaçtır. Ağın düzgün olduğunu ifade eden $IAG = 0,1,2,3$ hallerinde bir veya birkaç kart okutularak ağ üretilebilir. $IAG = 4$ olması halinde ağ karmaşıktır ve gerek düğüm noktası koordinatları ve gerekse eleman no ve köşe düğüm nokta numaraları dışarıdan okutulmalıdır.

INT eleman tipleriyle ilgili, IMAL malzeme ile ilgili, IKAL eleman kalınlıklarıyla ilgili bir sayacı ifade etmektedirler. Bunların sıfır olması bütün elemanların tip, malzeme ve kalınlıklarının aynı olduğunu gösterir ve dışarıdan herhangi bir bilgi okumaya gerek yoktur. Sıfırdan farklı olmaları halinde dışarıdan okuma yapılacaktır (Tablo 7.1).

NBTIP sınır tipi sayısını, NFIX(I,J), I nolu sınır tipinde J nolu serbestliğin tutulup tutulmadığını göstermektedir. $NFIX(I,J) = 1$ J.serbestliğin tutulduğunu, $NFIX(I,J) = 0$ ise serbest bırakıldığını ifade etmektedir.

Nihayet son grupta, varsa, TEYUK alt programında NTE sayıda karttan tekil yüklü düğüm nokta noları (NQ) ve yük bileşenleri ($R7(I), I = 1, NDF$) okunmaktadır.

Tablo 7.1

Kart Grup No.	Okunanlar ve Açıklamalar	Format	Kart Sayısı
1	Problemin adı	Serbest	1
2	NP, NE, NB, NDF, NMAT, NBTIP, NTE, NYA	(815)	1
3	TKK , R , YG	(3F10.4)	1
4	(N, (ORT(N, I), I = 1, 2), N = 1, NMAT)	(15, F10.1, F10.4)	NMAT
5	IAG, INT, IMAL, IKAL	(415)	1
6	IAG'a bağlı olarak okunur. Kullanılan ağa göre değişmektedir.		
7	INT = 0 ise okunur. (NTIP(I), I = 1, NE)	(40.12)	Her 40 el. için 1
8	IMAL = 0 ise okunur. (IMAT(I), I = 1, NE)	(8011)	Her 80 el. için 1
9	IKAL = 0 ise okunur. Kalınlığı farklı elemanlar okunacak (NKAL(I), I = 1, IKAL) Bu elemanların kalınlıkları okunacak (TKAL(NKAL(I), I = 1, IKAL)	(4012) (8F10.4)	Her 40 el. için 1 Her 8 el. 1
10	NBTIP sayıda tip no ve sınır koşulu okunacak. (I, (NFIK(I, J), J = 1, NDF), I = 1, NBTIP) NB sayıda sınır noktası okunacaktır. (NBC(I), I = 1, NB) NB sayıda sınır noktasının sınır tipleri okunacak. (NBTIP(NBC(I)), I = 1, NB)	(5(I3, 12I1)) (2014) (4012)	Her 5 tip için 1 Her 20 sınır nok. sı için 1 Her 40 sın. nok. için 1
11	NTE = 0 ise okunur. Tekil yüklü olan ve serbestlik sayısında tekil yük bil. okunacaktır. NQ, (R7(I), I = 1, NDF)	(15, 12(1x, F6.2))	NTE

7.3.2. Çıkış Bilgileri :

Bu kısımda problemin adı, girişte okunan bilgiler, denklem takımının sabitleri, bilinmeyenler, herbir elemandaki gerilmeler ve gerekiyorsa bunların ortalama değerleri bastırılmaktadır.



SONUÇLAR

1. Bu çalışmada silindirik kabuklara uygulanmak üzere üçgen silindirik bir sonlu eleman geliştirilmiştir. Yüzeye teğetsel yer değiştirmeler için 3° den, normal yer değiştirme için 5° den tam polinomlar seçilmiş ve bu polinomlara, elemanın pratik olarak duyarlılığını bozmaksızın, bazı kısıtlamalar getirilerek her bir düğüm noktasında 12 serbestliği olan bir üçgen silindirik sonlu eleman tarif edilmiştir. Alan koordinatları kullanılarak birim durumlara ait yer değiştirme fonksiyonları elde edilmiş, rijitlik ve yükleme matrisleri çıkarılmıştır.

Eleman, düzgün olmayan sınırları ve süreksizlikleri bulunan her türlü silindirik kabuk sistemlerine uygulanabilmektedir.

Sayısal örnekler, elemanın mühendislik uygulamaları için yeterli yakınsaklığa sahip olduğunu ve iyi sonuç verdiğini göstermiştir.

2. Parametrik incelemelerde kullanılmak üzere, evvelce geliştirilmiş dikdörtgen bir silindirik sonlu eleman, bir serbestlik teriminin eklenmesiyle ıslah edilmiştir. Buna ait rijitlik matrisi çıkarılmış ve iyi sonuç alınmıştır.

3. Üçgen silindirik sonlu elemanla hesap yapmak ve parametrik incelemelerde uygulamak üzere bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Bu program, disk yardımcı ünitesi kullanacak şekilde ve FORTRAN IV dilinde kodlanmıştır. Program genel olup, herhangi bir sonlu eleman probleminin çözümünde, ilgili rijitlik ve yükleme matrisleri yer değiştirilerek, kullanılabilir. Ayrıca bu program yardımıyla farklı elemanlardan (üçgen eleman, dikdörtgen, kiriş eleman gibi...) müteşekkil sistemlerin çözümü de yapılabilir.

4. Ankastre, altında dikdörtgen boşluğu olan silindirik su haznelerinde, pratikte uygulanan delik boyut, teşkil ve oranları için yapılan parametrik incelemelerden ;

- Delik etkisinin çembersel doğrultuda boşluk ekseninden itibaren her iki tarafa doğru çevrenin 0.07~ 0.11'i kadar bir bölgeden sonra söndüğü, boyuna mesnet momenti M_y nin delik kenarında dönel simetrik haldekinin 4,5 ~ 5,00 katı olabildiği ve bu yığılma katsayısının deliğin ana doğrultuya paralel boyutunun çembersel doğrultudakine oranı ile ters orantılı olduğu sonucuna varılmaktadır.

- N_s çembersel kuvveti, deliğin ana doğrultuya paralel boyutu ile artmakta, en büyük değerini delik üstünde almaktadır. Bu değer deliksiz haldekinin 1,50 ~ 2,00 katı civarında olmaktadır.

5. Ortasında deliği olan, alttan ankastre mesnetli silindirik kabağa üstten yalnız burulma momenti etkimesi halinde şu sonuçlara varılmaktadır :

- N_{ys} kayma, N_y ana doğrultuda eksenel ve N_s çembersel kuvvetleri delik köşelerinde en büyük değerlerini almaktadırlar.

- Bu kuvvetlerin delik köşelerindeki değerleri boşluğun çembersel doğrultuya paralel boyutu arttıkça ve bu boyutun diğerine oranı azaldıkça artmaktadırlar.

- N_{ys} kuvvetinin deliksiz haldekine oranı, incelenen delik boyut ve oranları için, 1,60 ~ 2,25 aralığında değişmektedir.

- Araştırılan delik tipleri için çembersel doğrultuda delik ekseninden itibaren her iki tarafa doğru deliğin etkisi çevrenin, N_{ys} için 0,18 ~ 0,23'ü , N_y için 0,10 ~ 0,15'i ve N_s için ~0,25'i civarında sönmemektedir.

6. Eksenlerine göre simetrik olarak yerleşmiş ve kenarları kalınlaştırılmış delikleri olan, zati ağırlığının etkisindeki tonoz halinde yapılan incelemelerden şu sonuçlara varılmaktadır :

- N_y kuvvetleri boyuna kenarın kırılgan olması halinde delik civarına yaklaştıkça çok artmaktadırlar. İncelenen delik tipleri için deliksiz haldekine göre artış katsayısı 4. ~ 6,5 mertebesinde bulun-

makta, bu katsayının değeri, deliğin ana doğrultuya paralel boyutunun çembersel doğrultudakine oranı, yani A/B oranı ile ters orantılı olmaktadır.

Aynı kenarın basit mesnetli olması halinde oldukça küçük değerler alan N_y kuvvetleri delik civarlarında çekme olabilmekte ise de, bunlar da küçük mertebeden değerlerdir.

- N_s çembersel kuvvetleri, basit mesnetli halde kenar kirişli duruma göre genellikle daha fazla olmakta, incelenen delik tipleri için bazı delik köşelerinde deliksiz haldekinin 3. ~ 6. katı değerler almaktadır.

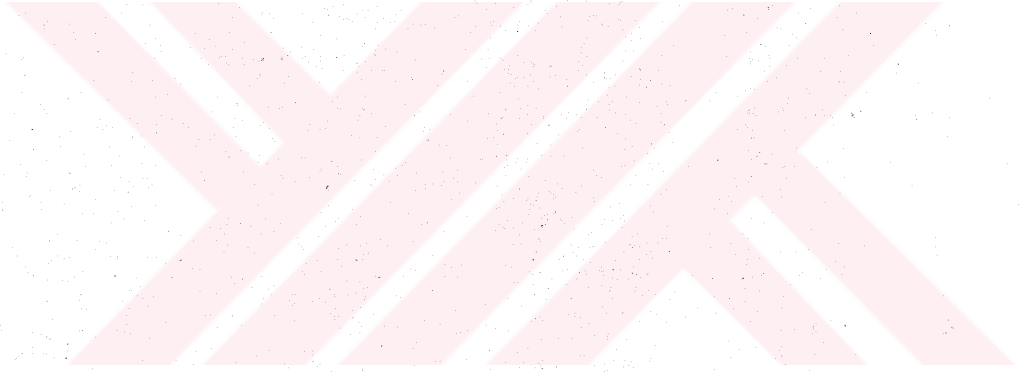
Kenar kirişli halde delik civarındaki artışlar deliksiz haldekinin 1,5 ~ 3,0 katı mertebesinde bulunmaktadır. Bu halde deliğin çembersel kenarlarında çekme kuvvetleri oluşmakta, ancak bunların en büyük değeri aynı çembersel çizgi boyunca meydana gelen en büyük basınç kuvvetinin (0,30 ~ 0,50) si mertebesinde elde edilmekte, küçük değerler almaktadır.

- M_y momentleri, basit mesnetli halde çok küçük değerler almaktadırlar. Kenar kirişli durumda en büyük değerleri delik köşelerinde deliksiz haldekinin 3. ~ 5. katı değerde bulunan M_y momentleri tepeye yakın delik köşelerinde üstte çekme, kirişe yakın delik köşelerinde altta çekme yapacak şekilde oluşmaktadırlar. M_y nin en büyük değerleri A/B oranı ile artmaktadırlar.

- M_s momenti her iki mesnetlenme durumunda büyük bir tonoz bölgesinde üstte çekme yapacak şekilde oluşmakta, maks M_s değerleri kenar kirişli halde, basit mesnetliye göre, daha büyük değerler (~ 1,5-2,5 katı) almaktadır. M_s momenti de delik köşelerinde en büyük olmakta ve A/B ile artmaktadır.

7. Tonozun boyuna kenarlarının kenar kirişli olması durumunda silindirik kabuğa ait sonlu elemanın kabuk normali etrafında dönme serbestliği (β_z) ihtiva etmemesi, özellikle kabuktaki çembersel

kuvvetlerin değişiminin sapmasına neden olmaktadır. Yapılan sayısal hesaplar ve karşılaştırmalardan, kenar kirişli tonozlarda, bilhassa kiriş rijitlik matrisinin dönüşümünün gerektiği hallerde, kabukta normal etrafında dönme bileşeninin de serbestlik olarak alınması gerektiği sonucuna varılmaktadır.



KAYNAKLAR

- [1] LURIE, A.T., "Concentration of Stresses in the Vicinity of an Aperture in the Surface of a Circular Cylinder". (Rusca) Prikladnaya Matematikai Mekhanika, Vol.10, 1946.
- [2] SHEVLIÁKOV, I.A., and ZÍGEL, F., "The Torsion of an Empty Cylinder with a Hole on its Side Surface", Dopovidi Annaly, USSR, Vol.1, 1954.
- [3] WITHUM., "The Cylindrical Shell with a Circular Hole Under Torsion", Ingenieur-Archiv, Vol.27, 1958.
- [4] SAVIN, G.N., "The Stress Distribution in a Thin Shell with an Arbitrary Hole", Problem of Cont.Mech. Philadelphia, 1961.
- [5] KLINE, L.V., DIXON, R.C., JORDAN, N.F. and ERİNGEN, A.C., "Stresses in Pressurized Cylindrical Shell with Circular Cutout", General Tech.Corp.TR.3-1, 1961.
- [6] LEKKERKERKER, J.G., "Stress Concentration Around Circular Holes in Cylindrical Shells", Proceedings of the 11.Int. Congress of Applied Mech., Springer-Verlag. Berlin, Germany, 1964.
- [7] VAN DYKE, P., "Stresses About a Circular Hole in a Cylindrical Shell", AIAA.Jour.Vol.3, No:9, 1965.
- [8] NAGHDI, A.K., ERİNGEN, A.C., "Stress Analysis of a Circular Cylindrical Shell with Circular Cutout", General Tech. Corp., 1963.
- [9] LIND, N.C., "Stress Concentration of Holes in Pressurized Cylindrical Shells", AIAA.Journal, Vol.6, No:7, 1968.

- [10] MURTHY,M.V.V., "Stresses Around an Elliptic Hole in a Cylindrical Shell", Jour.of App.Mech. March,1969.
- [11] AKTAŞ,Z., HUANG,TI., "Stress Distribution Around on Arbitrarily Shaped Opening in a Circular Cylindrical Shell", Fritz Eng.Lab.Rep.No:354.398.Lehigh Univ., USA.May, 1959.
- [12] ERDÖL,R., "Kalınlığı Değişken Silindirik Kabukta Dairesel Delik Problemi" . Doktora Tezi.İ.T.Ü.İnş.Fak. 1972.
- [13] HOUGHTON,D.S., ROTHWELL,A., "Stresses Around Some Unreinforced Cutouts Under Various Loading Conditions", College of Aeronautics,Rep.146,1961.
- [14] HOUGHTON,D.S., ROTHWELL,A., "The Effect of Curvature on the Stress Concentrations Around Holes in Shells", The College of Aeronautics,Rep.156,May,1962.
- [15] AUGUST J.DURELLI, CARLOS,J.del RIO, VINCENT,J.P. and HENRY F., "Stresses in a Pressurized Cylinder with a Hole", Jour.of Str.Div.Proc.of ASCE,10,1967.
- [16] GALLAGHER,R.H., "The Development and Evaluation of Matrix Methods For Thin Shell Structural Analysis", Ph.D.Univ. of Buffalo,New York,1966.
- [17] BOGNER,F.K., FOX,R L., SCHMIT,L.A., "A Cylindrical Shell Discrete Element",AIAA.Jour.No:4,1967.
- [18] FETTE,H., "Gekrümmte Finite Elemente Zur Berechnung von Schalentragerwerken,Ph.D.Univ.Braunschweig,1969.
- [19] CANTIN,G., CLOUGH,R.W., "A Curved Cylindrical Shell Finite Element, AIAA.Jour.No:6,1968.

- [20] TEZCAN, S., "Silindirik Kabukların Sonlu Elemanlar Metodu ile Çözümü", TÜBİTAK, Mag-192, 1970.
- [21] SAYGUN, A., "Yüzeysel Taşıyıcı Sistemlerin Hesabı İçin Eğrisel Sonlu Elemanlar", Doktora Tezi. İ.T.Ü. İnş. Fak. 1974.
- [22] UTKU, Ş., "Stiffness Matrices for Thin Triangular Elements of Nonzero Gaussian Curvature. AIAA. Journal, Vol. 5, No: 9, 1967.
- [23] STRICKLAND, G., LODEN, W. A., "A Doubly Curved Triangular Shell Element" AFFDL-TR-68-150.
- [24] BONNES, G., DHATT, G., GIROUX, Y. M., ROBICHAUD, L. P. A., "Curved Triangular Elements for the Analysis of Shells", AFFDL-TR-68-150.
- [25] MAY, B., "Zur Berechnung von Schalentragerwerken Mit Hilfe Gekrümmte Dreieckelemente", Ph.D. Univ. Ruhr, Bochum, 1970.
- [26] LINDBERG, G. M., OLSON, M. D., "A High Precision Triangular Cylindrical Shell Finite Element", AIAA. Journal, Vol. 9, No: 3, 1971.
- [27] GALLAGHER, R. H., THOMAS, G. R., "A Triangular Thin Shell Finite Element, Linear Analysis" NASA CR-2483, July, 1975.
- [28] DAWE, D. J., "High Order Triangular Finite Element for Shell Analysis", Int. J. Solids Str. Vol. 11, 1975.
- [29] NOVOZHILOV, V. V., "The Theory of Thin Shells", P. Nordhoff Publ. Co., Gröningen, Netherlands, 1959.
- [30] ZIENKIEWICZ, O. C., "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw-Hill, 1971.

- [31] CLOUGH, R.W., TOCHER, J.L., "Finite Element Stiffness Matrices for Analysis of Plate Bending", Proc. of Conf. on Matrix Met. in Str. Mech., Wright-Patterson AFB, Ohio, 1965.
- [32] ZIENKIEWICZ, O.C., CHEUNG, Y.K., "Plate and Shell Problems, Finite Element Displacement Approach", Int. Symp. Use of Electr. Dig. Comp. in Str. Eng. Newcastle, 1966.
- [33] EISENBERG, M.A., MALVERN, L.E., "On the Finite Element Integration in Natural Coordinates", Int. Jour. for Num. Met. in Eng. Vol. 7, No: 4, 1973.
- [34] CANTIN, G., "Strain-Displacement Relationships for Cylindrical Shells", AIAA Journal, Vol. 6, No. 9, 1968.
- [35] COWPER, G.R., "Gaussian Quadrature Formulas for Triangles" Int. Jour. for Num. Met. in Eng. Vol. 7, No: 3, 1973.
- [36] TIMOSHENKO, S., "Plaklar ve Kabuklar Teorisi", Çev: M. İnan, F. Sönmez, İTÜ. İnşaat Fakültesi Yayını, 1964.
- [37] İNAN, M., "Cisimlerin Mukavemeti", Arı Kitabevi, 1970.



E K L E R

EK.1 SAYISAL İNTEGRASYON

El.1 İntegral Formülü

Alanı A olan bir üçgen üzerinde bir $f(L_1, L_2, L_3)$ fonksiyonunun sayısal integrasyonu

$$I = \int_A f(L_1, L_2, L_3) dA = A \cdot \sum_{m=1}^N W_m f(L_1^m, L_2^m, L_3^m) \quad (El.1)$$

formülü yardımıyla yapılır. Burada L_i^m , ($m=1, N$) m. integrasyon noktasının alan koordinatlarını, W_m de o noktanın ağırlık katsayısını göstermektedir. Bu bir Gauss tipi sayısal integral formülü olup üçgenin üç köşesine göre tam simetriktir. Üçgensel simetriden ötürü integral noktaları altılı, üçlü ve tekli gruplar halinde bulunurlar. Eğer bir integral noktası (α, β, γ) gibi birbirinden farklı 3 alan koordinatını haiz ise, ağırlık katsayıları aynı olan simetrik 5 integral noktası daha vardır ki, bunların alan koordinatları (β, α, γ) , (β, γ, α) , (γ, α, β) , (γ, α, β) ve (γ, β, α) dır. Eğer integral noktası iki eşit alan koordinatını haiz ise, örneğin (α, β, β) gibi, eşit ağırlıklı iki (β, α, β) ve (β, β, α) integral noktası daha vardır. Tek olan integral noktası da her üç koordinatı birbirine eşit olan, $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$, üçgenin ağırlık merkezidir.

El.2 İntegral nokta koordinatları ve ağırlıkları

Bu amaçla [35]den faydalanarak hazırlanmış Tablo El.1 in 1. kolonu entegralin duyarlık derecesini, 2. , 3. ve 4. kolonları integral noktasının alan koordinatlarını, 5. kolon o noktanın ağırlık katsayısını, 6. kolon noktanın kaçlı gruba ait olduğunu ve 7. nokta da toplam nokta sayısını göstermektedir. 1. kolondaki duyarlık derecesi, formülün hatasız olarak entegre ettiği en yüksek dereceden polinomu ifade etmektedir.

TABLO -E1.1

Duyarlık Derecesi	ENTEGRAL NOKTASININ ALAN KOORDİNLARI			Entegral Noktasının Ağırlık Katsayısı W_i	Ent. Nok.	Toplam Nokta Sayısı
	α	β	γ			
2	2/3	1/6	1/6	1/3	3	3
2	1/2	1/2	0.	1/3	3	3
3	1/3 3/5	1/3 1/5	1/3 1/5	-27/48 25/48	1 3	4
3	0.659027622374092	0.231933368553031	0.109039009072877	1/6	6	6
4	0.816847572980459 0.108103018168070	0.091576213509771 0.445948490915965	0.091576213509771 0.445948490915965	0.109951743655322 0.223381589678011	3 3	6
4	1/3 0.736712498968435	1/3 0.237932366472434	1/3 0.025355134559132	3/8 5/48	1 6	7
5	1/3 0.797426985353087 0.470142064105115	1/3 0.101286507323456 0.470142064105115	1/3 0.101286507323456 0.059715871789770	9/40 0.125939180544827 0.132394152788506	1 3 3	7
5	0.124949503233232 0.797112651860071	0.437525248383384 0.165409927389841	0.437525248383384 0.037477420750088	0.205950504760887 0.063691414286223	3 6	9
6	0.873821971016996 0.501426509658179 0.636502499121399	0.063089014491502 0.249286745170910 0.310352451033785	0.063089014491502 0.249286745170911 0.053145049844816	0.050844906370207 0.116786275726379 0.082851075618374	3 3 6	12
7	1/3 0.479308067841923 0.869739794195568 0.638444188569809	1/3 0.260345966079038 0.065130102902216 0.312865496004875	1/3 0.260345966079038 0.065130102902216 0.048690315425316	-0.14957004467670 0.175615257433204 0.053347235608839 0.077113760890257	1 3 3 6	13

EK 2. DİKDÖRTGEN SİLİNDİRİK SONLU ELEMAN

Bu çalışmada dikdörtgen deliğin incelenmesi amacıyla kullanılan dikdörtgen silindirik sonlu elemana ait yer değiştirme fonksiyonları [20] de verilen silindirik sonlu elemanın herbir köşesine τ burulma eğriliği serbestliğinin ve dolayısıyla w yer değiştirme fonksiyonuna, polinomdaki simetriyi bozmayacak şekilde, yüksek mertebeden 4 terimin eklenmesiyle elde edilmiştir.

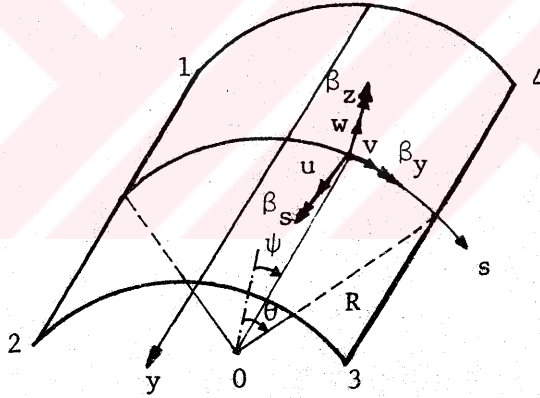
Düğüm noktası serbestlikleri olarak :

u, v, w yer değiştirmeleri,

$$\beta_s = \frac{\partial w}{\partial s} - \frac{v}{R}, \quad \beta_y = -\frac{\partial w}{\partial y}, \quad \beta_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial s} \right) \text{ dönmeleri,} \quad (E2.1)$$

$$\tau = -\frac{\partial^2 w}{\partial s \partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{burulma eğriliği}$$

seçilmiştir. Eleman , koordinat eksenleri ve yer değiştirmeler (Şekil E2.1) de gösterilmiştir.



Şekil-E2.1

Seçilen yer değiştirme fonksiyonları ;

$$u = c_1 + c_2 y + c_3 s + c_4 y s + c_5 s^2 - c_{10} \frac{s^3}{b^2} - c_{11} y s^2 + c_{12} \frac{s^3 y}{b^2} - c_6 \cdot R \sin \psi - c_{14} R (\cos \psi - \cos \theta) \quad (E2.2)$$

$$v = c_5 \cos\psi + c_6 y \cdot \cos\psi + c_7 s + c_8 \cdot sy - c_9 \frac{y^3 s}{a^2} + c_{10} \cdot \frac{y^3}{a^2} + c_{11} y^2 s - c_{12} y^2 - c_{13} \cdot \sin\psi - c_{14} y \sin\psi - c_{15} R(1 - \cos\theta \cos\psi)$$

$$w = c_5 \sin\psi + c_6 y \sin\psi + c_{13} \cos\psi + c_{14} y \cos\psi + c_{15} R \sin\psi \cos\theta + c_{16} y^2 + c_{17} sy + c_{18} s^2 + c_{19} y^3 + c_{20} sy^2 + c_{21} ys^2 + c_{22} s^3 + c_{23} \cdot y^3 s + c_{24} s^3 y + c_{25} y^2 s^2 + c_{26} y^3 s^2 + c_{27} y^2 s^3 + c_{28} y^3 s^3$$

şeklindedir.

(E2.1,2) bağıntısı yardımıyla serbestlik ifadelerini c_i ($i=1,28$) katsayılarına bağlayan ifade matris formunda

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ \beta_s \\ \beta_y \\ \beta_z \\ \tau \end{Bmatrix} = [A] \{c\} \quad (E2.3)$$

olur. $[A]$ matrisinde düğüm noktalarının koordinatları yerine konularak düğüm nokta serbestliklerini katsayılarla bağlayan bağıntı

$$\{d\} = [A_d] \{c\} \quad (E2.4)$$

olarak bulunur. Buradan

$$\{c\} = [A_d]^{-1} \{d\}$$

elde edilir. Yer değiştirme ve gerilmeler ise

$$\{\epsilon\} = [\partial] [u] = [\partial] [A] [A_d]^{-1} \{d\} \quad (E2.5)$$

$$[B] = [\partial] [A] \quad (E2.6)$$

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} = [D] [B] [A_d]^{-1} \{d\} \quad (E2.7)$$

olur. Virtüel iş teoreminden yararlanarak dış kuvvetlerin işi deformasyon işine eşitlenmekle $[k]$ eleman rijitlik matrisi

$$[k] \{d\} = \int_V \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dV$$

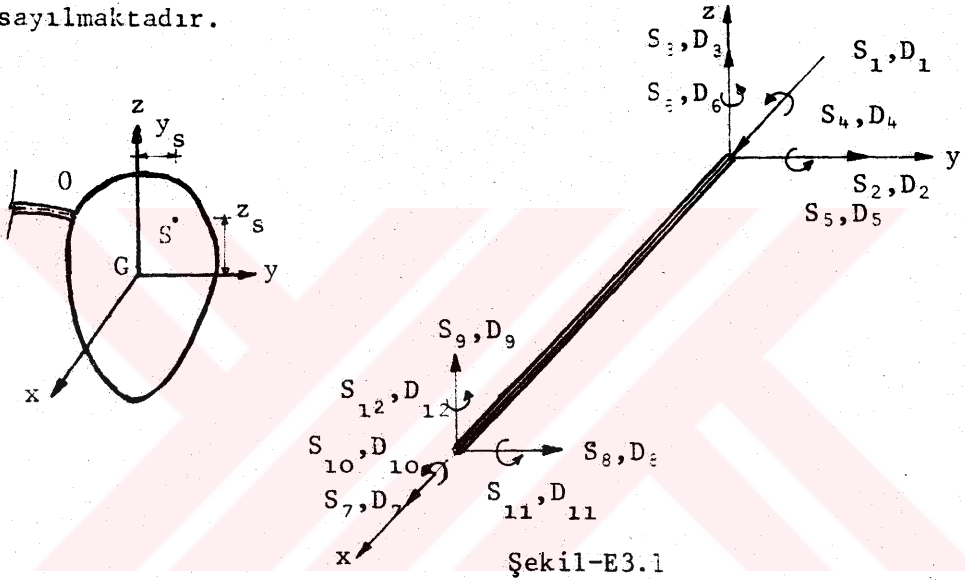
$$[k] = ([A_d]^{-1})^T \int_V [B]^T [D] [B] dV [A_d]^{-1} \quad (E2.8)$$

olarak elde edilir.

EK 3. KİRİŞ ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ ve TONOZ BOYUNA KENARINDA GEREKLİ DÖNÜŞÜMLER

E3.1. KİRİŞ RİJİTLİK, YÜKLEME MATRİSLERİ

Genel halde simetrik olmayan bir kiriş elemanın enkesiti, koordinat eksenleri, uç kuvvet ve deplasman bileşenleri (Şekil E3.1) de gösterilmiştir. Kirişin uçlarından çarpılmaya karşı tutulmadıkları varsayılmaktadır.



Şekil-E3.1

Burada y ve z , enkesite ait asal eksenler, x , kiriş eksenidir. G , kesitin ağırlık merkezini, S de kayma merkezini göstermektedir. z_s ve y_s , kayma merkezinin sırasıyla y ve z eksenlerine olan uzaklıklarıdır.

Basit mukavemet hallerinin tanımından bilindiği gibi, [37], ağırlık merkezi ile kayma merkezi çakışmayan kesitlerde eksenel kuvvet ve eğilme momentlerinin tarifi eskisi gibi, yani ağırlık merkezine indirgenmiş olarak, kaldığı halde burulma momenti ve kesme kuvvetlerinin S kayma merkezine indirgenmeleri gerekir. Çünkü bileşkesi G ağırlık merkezinden geçen kayma gerilmeleri kesitte burulma etkileri de doğurmaktadır.

Kirişin (i) düğüm noktasında; S_1 , G den geçen keside dik olan kuvveti, S_5 ve S_6 , G den geçen asal eksenlere göre hesaplanan eğilme momentlerini, S_2 ve S_3 , G den geçen ve kesit düzlemi içinde olan kesme kuvvetlerini gösterirse, $S_4 = \bar{S}_4 - S_2 \cdot z_s + S_3 y_s$, G den geçen keside dik eksen etrafında burulma momentini gösterecektir. Burada $\bar{S}_4$, S den geçen eksene göre olan burulma momentidir.

i düğüm noktasında, bu kuvvetlere karşı gelen deplasman bileşenlerinin birim durumlarında oluşan uç kuvvetleri, yani (ij) çubukunun $[k]$ rijitlik matrisine ait $[k_{ii}]$ alt matrisi, simetri de gözönünde tutularak

$$[k_{ii}] = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline k_{11} & & & & & \\ \hline & k_{22} & & k_{24} & & k_{26} \\ \hline & & k_{33} & k_{34} & k_{35} & \\ \hline & & & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ \hline \text{SİMETRİK} & & & & k_{55} & \\ \hline & & & & & k_{66} \\ \hline \end{array} \quad (E3.1)$$

$$k_{11} = EF/\ell, \quad k_{22} = 12EI_z/\ell^3, \quad k_{24} = -12EI_z z_s/\ell^3, \quad k_{26} = 6EI_z/\ell^2,$$

$$k_{33} = 12EI_y/\ell^3, \quad k_{34} = 12EI_y y_s/\ell^3, \quad k_{35} = -6EI_y/\ell^2,$$

$$k_{44} = GJ_t/\ell + 12EI_z/\ell^3 \cdot z_s + 12EI_y/\ell^3 y_s, \quad k_{45} = -6EI_y y_s/\ell^2,$$

$$k_{46} = -6EI_z/\ell^2, \quad k_{55} = 4EI_y/\ell, \quad k_{66} = 4EI_z/\ell$$

şeklinde bulunmaktadır. Burada, ℓ , çubuk boyunu, F, enkesit alanını, EI_y, EI_z , y ve z eksenlerine göre eğilme rijitliklerini, GJ_t , burulma rijitliğini göstermektedir. $[k_{ji}]$ alt matrisi, $[k_{ii}]$ den

$$S_7 = -S_1, \quad S_8 = -S_2, \quad S_9 = -S_3, \quad (E3.2)$$

$$S_{10} = -S_4, \quad S_{11} = -S_3 \ell - S_5, \quad S_{12} = S_2 \ell - S_6$$

çubuk denge denklemleri yardımıyla; $[k_{ij}]$ alt matrisi, $[k_{ij}] = [k_{ji}]^T$ ile ve $[k_{jj}]$ alt matrisi de $[k_{ii}]$ den (E3.2) denge denklemleri yardımıyla elde edilirler.

Kiriş üzerindeki yük için . düğüm nokta deplasmanlarının sıfır olması konumunda oluşan $\{p_o\}$ fiktif düğüm nokta kuvvetleri, yani ankastrelik tesirler, hesaplanır. Örneğin, ağırlık merkezinde etkiyen ve asal eksenler doğrultusundaki bileşenleri g_y ve g_z olan üniform yayılı yük halinde $\{p_{oi}\}$ alt vektörü

$$\{p_{oi}\}^T = \{0, -g_y \frac{\ell}{2}, -g_z \frac{\ell}{2}, 0, g_z \frac{\ell^2}{12}, g_y \frac{\ell^2}{12}\} \quad (E3.3)$$

olur.

E3.2. EKSEN DÖNÜŞÜMLERİ

Kabuk ortalama yüzeyinin kiriş ile temas ettiği 0 noktasına (Şekil (E3.1)) ötelenmiş kiriş eksen takımı bu noktada sistem eksenlerine döndürülerek kiriş rijitliğinin sistem rijitliğine katkısı sağlanmalıdır. Bu amaçla önce G noktasındaki $\{d\}$ yer değiştirmelerini 0 noktasındaki $\{\bar{d}\}$ yer değiştirmelerine bağlayan $[T_1]$ matrisi yazılacaktır. Bu matris,

$$\{d\} = \begin{bmatrix} \bar{D}_1 \\ \bar{D}_2 \\ \bar{D}_3 \\ \bar{D}_4 \\ \bar{D}_5 \\ \bar{D}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & z & -y \\ & 1 & & -z & & \\ & & 1 & y & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix} = [T_1] \{d\} \quad (E3.4)$$

şeklinde dir.

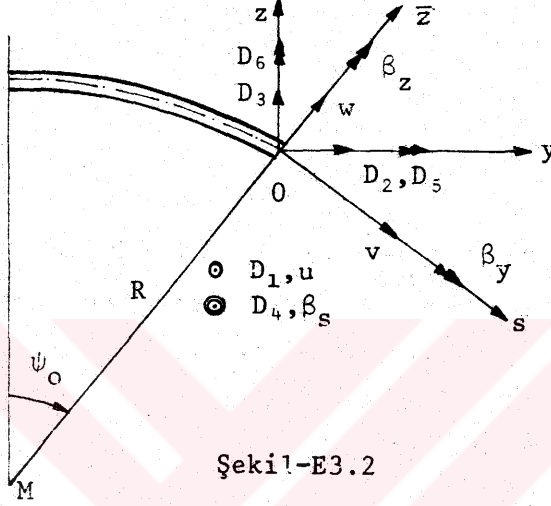
$$\begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_1] & [0] \\ [0] & [T_1] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [T_1]^{-1} & [0] \\ [0] & [T_1]^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \end{Bmatrix} = [T_2] \begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \end{Bmatrix} \quad (E3.5)$$

bağıntıları ile 0 noktasına taşınmış $[\bar{k}]$ rijitlik ve $[\bar{p}_o]$ yükleme matrisleri

$$[\bar{k}] = [T_2]^T [k] [T_2] \quad , \quad \{\bar{p}_0\} = [T_2]^T \{p_0\} \quad (E3.6)$$

olurlar.

0 noktasında kabuğa ve kirise ait serbestlikler (Şekil E3.2) de gösterilmiştir. Burada ψ_0 , kabuk kenarının başlangıçtan itibaren gördüğü merkez açısıdır. Global koordinat sistemi olarak silindire



Şekil-E3.2

ait eğrisel koordinatlar kullanıldığından (x, s, z) koordinat sistemine dönüşüm gerekmektedir. $\{d\}$ deplasmanlarını $\{d_s\}$ sistem deplasmanlarına dönüştüren matris

$$\{d_s\} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \beta_s \\ \beta_y \\ \beta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \cos\psi_0 & -\sin\psi_0 & & & \\ & \sin\psi_0 & \cos\psi_0 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & \cos\psi_0 & -\sin\psi_0 \\ & & & & \sin\psi_0 & \cos\psi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix} = [T_3] \{d\} \quad (E3.7)$$

şeklinde olur.

$$[T_4] = \begin{bmatrix} [T_3]^{-1} & [0] \\ [0] & [T_3]^{-1} \end{bmatrix} \quad (E3.8)$$

matrisi yardımıyla global eksenlerde yazılmış $[k_s]$ kiriş rijitlik ve yükleme matrisleri

$$\begin{aligned} [k_s] &= [T_4]^T [k] [T_4] \\ \{p_{so}\} &= [T_4]^T \{p_o\} \end{aligned} \quad (E3.9)$$

ve (E3.6) bağıntıları ile

$$\begin{aligned} [k_s] &= [T_4]^T [T_2]^T [k] [T_2] [T_4] \\ \{p_{so}\} &= [T_4]^T [T_2]^T \{p_o\} \end{aligned} \quad (E3.10)$$

olur.

E3.3. SÜPERPOZİSYON

Sisteme ait denklem takımı çözülüp sistem deplasmanları bulunduğundan sonra

$$\{p_s\} = [k_s] \{u_{\text{sistem}}\} + \{p_{so}\} \quad (E3.11)$$

bağıntısı ile 0 noktasında sistem eksenlerindeki kiriş uç kuvvetleri bulunur.

$$\{p_o\} = [T_4]^T [T_2]^T \{p\} \quad (E3.12)$$

bağıntısı yardımıyla; kiriş (x,y,z) eksenlerindeki $\{p\}$ uç kuvvetleri

$$\begin{aligned} \{p\} &= [[T_4]^T [T_2]^T]^{-1} \{p_s\} \\ &= ([T_2]^T)^{-1} ([T_4]^T)^{-1} \{p_s\} \end{aligned} \quad (E3.13)$$

şeklinde elde edilir.

Burada bulunan burulma momenti (Şekil E3.1) de gösterilen G den geçen eksen etrafındaki burulma momentidir.

S kayma merkezinden geçen eksen etrafındaki gerçek burulma momenti ise

$$\bar{S}_4 = S_4 + S_2 z_s - S_3 y_s \quad (E3.14)$$

olacaktır.



EK 4. PROGRAM LISTESİ

```

IDENT METE
SEGMENT ELRIJU,ELRIJD,ELRIJK
FILE C1=SISMAT,UNIT=DISK,RECORD=650,RANCOM,LOCK
FILE C7=GERMA,UNIT=DISK,RECORD=4050,RANDUM
FILE C9=YUKMAT,UNIT=DISK,RECORD=1950,RANCOM
FILE C8=ELMAT,UNIT=DISK,RECORD=4000,RANDUM
C
C      SUNLU ELEMANLAR METODU ILE YAPI SİSTEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ İÇİN
C      ÇELİŞTİRİLEN PROGRAM
C      METİN AYDILGAN, 1978/1980
C      COMMON/CONTR/NP,NE,NE,NDF,NMAT,NSZF,NBAND,NBTIP,NTE,NYA,NT,R,YG
C
C      ANA PROGRAM
C
C      CALL GIRBIL
C      IF(NTE.EQ.0) GO TO 108
C      CALL TETUK
108  IF(NYA.EQ.0) GO TO 1108
C      CALL YAYUK
1108 CALL SISRIH
C      CALL CCZUM
C      CALL GERILH
C      STOP
C      ENG

SUBROUTINE GIRBIL
COMMON/CONTR/NP,NE,NE,NDF,NMAT,NSZF,NBAND,NBTIP,NTE,NYA,NT,R,YG
1. KIS
COMMON/MC1/R5(864),R1(666),CORD(120,2),TKAL(120),Y&K(36,9),PD(14)
1. F(28),F1(28)
COMMON/MC2/MOL(120,6),NKL(120),NDF(120,4),NBTIF(120),IKS(120),
1. IKA1(120),ORT(4,2),LM(6,4)
COMMON/MC3/LSIN(300)
DIMENSION NFIX(15,12),NBC(70),NBTIF(121),CO(20),CP(20)
DIMENSION NKAL(50),TITLE(12)
C
C      BL ALI PROGRAMDA GİRİŞ BİLGİLERİ OKUNUR VE YAZDIRILIR
C
C      READ(5,70) TITLE
C      WRITE(6,71) TITLE
71  FORMAT(1H1,12A6)
70  FORMAT(12A6)
C      READ(5,11) NP,NE,NB,NDF,NMAT,NBTIP,NTE,NYA,NKS
C      WRITE(6,11) NP,NE,NB,NDF,NMAT,NBTIP,NTE,NYA,NKS
C      NSZF=NP,NDF
C      READ(5,14) TKK,R,YG
14  FORMAT(5F10.4)
C      READ(5,74) (N,(ORT(N,1),I=1,2),N=1,NMAT)
C      WRITE(6,75) (N,(ORT(N,1),I=1,2),N=1,NMAT)
C      READ(5,74) (N,(ORT(N,1),I=1,2),N=1,NMAT)
C      WRITE(6,74) (N,(ORT(N,1),I=1,2),N=1,NMAT)
11  FORMAT(16I5)
C      READ(5,11) IAG,INT,IMAL,IKAL,NKS
C      GO 122 I=1,NE
122  IKAL(I)=TKK
1505 IF(NKS.GT.0) GO TO 506
C      READ(5,54) (IKS(I),I=1,NE)
C      GO TO 507
506  GO 123 I=1,NE
123  IKS(I)=NKS
507  CONTINUE
C      IF(IAG.LT.4) GO TO 501
C      READ(5,92) (I,(CORD(I,J),J=1,2),I=1,NP)
C      READ(5,11) (N,(NDF(N,M),M=1,4),N=1,NE)
C      GO TO 502
501  CALL AGURET
502  IF(INT.EQ.0) GO TO 503
C      READ(5,93) (NBTIP(I),I=1,NE)
503  GO 120 I=1,NE
120  NBTIP(I)=1
C      IF(IMAL.EQ.0) GO TO 504
C      READ(5,94) (IMAT(I),I=1,NE)
504  GO 121 I=1,NE
121  IMAT(I)=1
C      IF(IKAL.EQ.0) GO TO 505
C      READ(5,93) (NKAL(I),I=1,IKAL)
C      READ(5,97) (TKAL(NKAL(I)),I=1,IMAL)
505  CONTINUE
C      READ(5,77) (I,(NFIX(I,J),J=1,NDF),I=1,NBTIF)
C      READ(5,106) (NEC(I),I=1,NE)
C      READ(5,105) (NBTIF(NBC(I)),I=1,NE)
108  FORMAT(10I3)
109  FORMAT(30I1)
C
C      SIFIR OLAN SERBESTLİK NUMARALARINI İÇEREN DİZİNİN ÜRETİLMESİ

```

```

KTS=0
DO 490 N=1,NB
  I=NBC(N)
  IB=NBTIP(I)
  NROWB=(I-1)*NDF
  DO 490 M=1,NDF
    NROWB=NROWB+1
    IF(NFIX(IB,M).EQ.0) GO TO 490
    KTS=KTS+1
    LS(IN(KTS)=NROWB
490 CONTINUE
    WRITE(6,100) (LSIN(I),I=1,KTS)
100 FORMAT(20I5)
    WRITE(6,75)
    WRITE(6,76) (N,(CORD(N,M),M=1,2),N=1,NP)
    WRITE(6,81)
    WRITE(6,83) (N,(NOP(N,M),M=1,4),INAT(N),INAL(N),NTIP(N),
  1 IKS(N),N=1,NL)
    WRITE(6,80)
    WRITE(6,77) (I,(NFIX(I,J),J=1,NDF),I=1,NBTIP)
    WRITE(6,101)(NBC(I),NBIF(NBC(I)),I=1,NB)
C
C
BAND GENISLIGI HESABI
MAXDIF=0
DO 670 J=1,NE
  NCN1=IKS(I)
  DO 670 J=1,NCN1
    DO 670 K=1,NCN1
      LL=ABS(NOP(I,J)-NOP(I,K))
      IF(LL.GT.MAXDIF) MAXDIF=LL
670 CONTINUE
  NBAND=NDF*(MAXDIF+1)
  DO 341 I=1,NP
    NKL(I)=0
    DO 341 J=1,6
      NUL(I,J)=0
      DO 310 IE=1,NE
        NCN1=IKS(IE)
        DO 310 IA=1,NCN1
          KSI=N.P(IE,IA)
          DO 320 J=1,6
            IF(NUL(KSI,J).GT.0) GO TO 320
            NUL(KSI,J)=1
            NKL(KSI)=NKL(KSI)+1
          GO TO 310
320 CONTINUE
310 CONTINUE
78 FORMAT(2I5)
90 FORMAT(20X,"SINIR KUSULLARI")
76 FORMAT(110,2F10.3)
101 FORMAT(100(13,12),30X)
74 FORMAT(110,2F10.1)
IF(L=4)
104 FORMAT(50I1)
79 FORMAT(20X,"DUGUM NUKTALARI")
81 FORMAT(20X,"ELEMANLAR")
75 FORMAT(20X,"MALZEME OZELLIKLERI")
47 FORMAT(8F10.0)
404 FORMAT(5F10.5)
77 FORMAT(5(12,1X,(2I1))
72 FORMAT(1(15,2F10.5)/)
93 FORMAT(40I2)
94 FORMAT(80I1)
13 FORMAT(6I5,F10.5,2I5)
WRITE(6,85) NBAND
85 FORMAT(12X,"NBAND = ",15)
DO 600 I=1,NSZF
600 RS(I)=0.
C
C
TIP ELEMANLARIN RIJITLIK,YUK TESTIR,GERILME MATRISLERI HESAPLANIP
DISKE YAZDIRILIR
NT=1
DO 400 I=1,NE
  IMA=INAT(I)
  IF(ORTA(IMA,1).EQ.0.)
100 TO 400
  K=IKS(I)
  GO TO (2,3,4),K
2 CALL ELRIJK(I)
GO TO 400
3 CALL ELRIJD(I)
GO TO 400
4 CALL ELRIJD(I)
400 CONTINUE
RETURN
END

```

SUBROUTINE AGURET


```

C      KULLANILAN AGA GÖRE
C      KULLANICI TARAFINDAN
C      ÜRETİLECEKTİR.
      RETURN
      END

```

```

C      SUBROUTINE TEYUK
C      COMMON/CONTR/NP,NE,NB,NDF,NMAT,NSZF,NBAND,NBTIP,NTE,NYA,NT,R,YG
C      COMMON/MC1/R5(664),R1(66),CONC(120,2),TAPAL(120),YUK(36,9),PQ(14)
C      DIMENSION RY(20)

```

```

C      TEKİL YÜKLER OKUNARAK SİSTEM YÜK MATRİSİNE EKLENİR

```

```

      WRITE(6,109)
      DO 165 I=1,NIE
      CC 161 I=1,NDF
161  RY(I)=0.
      READ(5,28) NO,(RY(I),I=1,NDF)
      WRITE(6,29) NO,(RY(K),K=1,NDF)
      DO 170 K=1,NDF
      IC=(N2-1)*NDF+K
170  R5(IC)=RY(K)+R5(IC)
165  CONTINUE
28  FORMAT(110,6F10.0/10X,6F10.0/)
29  FORMAT(13,2X,12F6.2)
109  FORMAT(1X,"LOADS")
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE YAYUK
      COMMON/CONTR/NP,NE,NB,NDF,NMAT,NSZF,NEAND,NBTIP,NTE,NYA,NT,R,YG
      COMMON/MC1/R5(664),R1(66),CONC(120,2),TAPAL(120),YUK(36,9),PQ(14)
      I ,F(28),F1(28)
      COMMON/MC2/NOL(120,6),NKL(120),NUP(120,4),N1IP(120),IKS(120),
      1IMAT(120),ORT(4,2),EM(6,4)
      DIMENSION UNYB(10),P1(10),P2(10),P3(10),Y4(36)

```

```

C      ELEMANLAR ÜZERİNDEKİ YAYILI YÜKLERİN FİKTİF ESDEĞERLERİ HESAPLANIR
C      VE SİSTEM YÜK MATRİSİNE KATKISI EKLENİR

```

```

      DO 400 I=1,NE
      IMA=IMAT(I)
      IF(ORT(IMA,1).EQ.0.) GO TO 400
      DO 80 IA=1,36
80  Y4(IA)=0.
      K=IKS(I)
      DO 10 (2,3,4)*K
10  IM=NOL(1,1)
      JM=NOL(1,2)
      READ(09,N1IP(I))
1  (PQ(L),L=1,14)
      DO 208 IS=1,14
208 Y4(IS)=PQ(IS)
      DO 400 KT=1,7
      IM1=(IM-1)+7*K1
      JM1=(JM-1)+7*K1
      KT1=KT+7
      R5(IM1)=R5(IM1)+Y4(KT1)
      R5(JM1)=R5(JM1)+Y4(KT1)
400  CONTINUE
      DO 10 400
10  IM=NOL(1,1)
      JM=NOL(1,2)
      KM=NOL(1,3)
      C17=1./R
      READ(09,N1IP(I)) ((YUK(I1,JJ),JJ=1,9),I1=1,36)
      KW=IM
      KW1=1
      CALL YUKLEM(KW,KW1,P1,P2,P3,YG)
      KW=JM
      KW1=2
      CALL YUKLEM(KW,KW1,P1,P2,P3,YG)
      KW=KM
      KW1=3
      CALL YUKLEM(KW,KW1,P1,P2,P3,YG)
      DO 156 IA=1,3
156  DNYB(IA)=P1(IA)
      DNYB(IA+1)=P2(IA)
      DNYB(IA+2)=P3(IA)
      DO 308 IA=1,36
      TY=0.
      DO 309 J=1,9
309  TY=TY+YUK(IA,J)*DNYB(J)
308  Y4(IA)=TY
      DO 50 IA=4,26,12
      Y4(IA)=Y4(IA)-(17*Y4(IA+4)
      Y4(IA+1)=Y4(IA+1)-(17*Y4(IA+6)
50  Y4(IA+2)=Y4(IA+2)-C17*Y4(IA+7)
      DO 404 KI=1,NDF

```



```

350 CONTINUE
351 CONTINUE
400 CONTINUE

```

C
C

SINIR KOSULLARININ SİSTEM RIJ. MATRİSİNE UYGULANMASI

```

MTS1=1
DO 420 I=1, NSZF
  READ(1=1)(SK(NH), NH=1, NBAND)
  IF(LSIN(KTS1), NE.1) GO TO 421
  SK(1)=1.
  RS(1)=0.
  DO 441 J=2, NBAND
441 SK(J)=0.
  KTS1=KTS1+1
  GO TO 419
421 DO 422 J=KTS1, MTS
  KSI=LSIN(J)-1+1
  IF(KSIF, GT, NBAND) GO TO 419
422 SK(KSIF)=0.
419 WRITE(1=1)(SK(NH), NH=1, NBAND)
420 CONTINUE
RETURN
END

```

SUBROUTINE COZUM

```

COMMON/CONTR/NE, NE, NH, NDF, NHAT, NB, LB, NBTIP, NTE, NYA, NT, R, Y6
COMMON/MC1/SO(84), S(600), SI(108)
COMMON/MC3/II(108)
DIMENSION R(12)
LS(I, J)=NB*(J-1)+1
LC(I, J)=LB*(J-1)+(J+1-(J-1)*(J-1))/2

```

C
C

GAUSS İNDİRGE ME METODUYLA DENKLEM TAKİMİNİN ÇÖZÜMÜ

```

LY=1
DO 2 I=1, LB
2 SI(I)=0.
  IO=NB+1
  WRITE(01=10) SI
  DO 11 I=1, LB
11 IT(I)=0
  NB1=NB-1
  LB1=LB-1
  READ(01=NB) SI(1)
  DO 1 I=1, LB1
  LA=LB-1
  LC=NB-1
  1 READ(01=LC) (SI(LB-J, I)), J=LA, LB1, SI(I+1)
  DO 17 I=1, NB1
  IF(SI(1).EQ.0.) GO TO 99
  S1=1./SI(1)
  DO 14 J=1, LB1
  S2=S1*SI(J+1)
  IF(S2, LC, 0.) GO TO 14
  DO 10 IY=1, LY
  LA=LS(NB-J-1+1, IY)
  LC=LS(NB-1+1, IY)
10 SO(LA)=SO(LA)-S2*SO(LC)
  DO 13 K=J, LB1
  J1=J+1(K-J+1)
  K1=K+1(K-J+1)
  IF(K1, LE, LB1) GO TO 12
  J1=K1-LB1
  K1=K-J+1
12 LA=LC(J1, K1)
  S(LA)=S(LA)-S2*S(K+1)
13 CONTINUE
14 CONTINUE
  LA=NB-1+1
  WRITE(01=LA) (SI(J), J=1, LB)
  IF(1.EQ. NB1) GO TO 17
  LA=LA-LB
  IF(LA, LE, 0) LA=NB+1
  READ(01=LA) (SI(J), J=1, LB)
  DO 16 J=1, LB1
  J1=1+IT(J)
  K1=J+1(K-J)
  LA=L(J1, K1)
  SAK=S(LA)
  S(LA)=SI(J)
  SI(J)=SAK
  IT(J)=1+(J)+1
  LB2=LB-J
  IF(IT(J), GE, LB2) IT(J)=0
16 CONTINUE
17 CONTINUE
  DO 21 I=1, LY
21 SO(LS(1, I))=SO(LS(1, I))/S(1+IT(1))
  DO 23 I=2, NB
  READ(01=1) (SI(J), J=1, LB)

```



```

EM(4,L) = BE
EM(5,L) = BE*PS
EM(6,L) = BL*C2
DO 117 I=1,666
117 RI(I)=0.
DO 149 J=1,36
DO 149 J=1,9
149 YUN(I,J)=0.
MINI=12
DO 118 M=1,MINT
UC=U(1,M)*U(2,M)*U(3,M)
HA=U(1,M)*U(2,M)*A(3)+U(2,M)*U(3,M)*A(1)+U(3,M)*U(1,M)*A(2)
HB=U(1,M)*U(2,M)*B(3)+U(2,M)*U(3,M)*B(1)+U(3,M)*U(1,M)*B(2)
IF(M.EQ.1.OR.M.EQ.2.OR.M.EQ.3) WG=0.C5C8449C
IF(M.EQ.4.OR.M.EQ.5.OR.M.EQ.6) WG=0.11678E27
IF(M.EQ.7) W6=C.CF285107
DO 120 I=1,3
CALL FERM(I,J,K)
L=3-I-2
LI=6-I-5
X=U(1,M)
Y=U(2,M)
Z=U(3,M)
FIN(I)=U(1,M)
AX=A(1)
AY=A(2)
AZ=A(3)
BX=B(1)
BY=B(2)
BZ=B(3)
F01=X*X
F02=F01*X
F03=F02*X
F04=F03*X
F05=X*Y*Z
F06=F01*Y
F07=F01*Z
F08=F06*Y
F09=F06*Z
F10=F03*Y
F11=F03*Z
F12=F08*Y
F13=F08*Z
F14=F09*Y
F15=F09*Z
F16=F02*Z*Z
PAR(L)=2
PAR(L+1)=0.50*(AZ-AY)
PAR(L+2)=0.50*(BY-BZ)
CALL MAS8(X,Y,Z,AX,AY,AZ,BX,BY,BZ,ALF,AL,BBY,BEL,DL,F25,J,K)
1F2E=F27*F28*F29*F31*F32*F33*F34*F35*F36*F37*F38*F39*F40*F41*F42)
DOX = 2.*(F25*F25*Z+2.*BZ*F25*X*Y+2.*HX*BY*X*Y*Z)
DOY = 2.*(F26*F26*Z+2.*AZ*F26*X*Y+2.*AX*AY*X*Y*Z)
DOZ = 2.*(X*Y*Y*ALF(J)+X*X*Y*ALF(I)+2.*X*Y*Z*ALF(K))+
1 Z*(BY*AY*X*X*AX*BX*Y*Y))
YIX = 2.*(Y*F27*F27*Z+2.*BY*X*Z*F27*2.*HX*BZ*X*Y*Z)
YIY = 2.*(Y*F28*F28*Z+2.*AY*X*Z*F28*2.*AX*AZ*X*Y*Z)
YIZ = 2.*(X*Z*Z*ALF(K)+X*X*Z*ALF(I)+2.*X*Y*Z*ALF(J))+
1 Y*(AZ*BZ*X*X*AX*BX*Z*Z))
F3C=2.*F01-3.*X*1.
WX(I)=30.*C15*(2.*BX*BX*X*F30+BEL(K)*DOX*GL(J)*YIX)
WY(I)=30.*C15*(2.*AX*AX*X*F30+BEL(L)*DOY*GL(J)*YIY)
WXY(I)=30.*C15*(2.*AX*AX*X*F30+BEL(N)*DOZ*GL(J)*YIZ)
WXXX(I)=C15*(48.*AL*BX*F01*(1.-X)+12.*EX*BX*X*(2.-3.*X)*F31+
1 DOX*F32*YIX*F33)
WXYX(I)=C15*(12.*AX*AX*X*(2.-3.*X)*F31*DOY*F32*YIY*F33)
WXXY(I)=C15*(24.*AL*AX*F01*(1.-X)+12.*AX*BX*X*(2.-3.*X)*F31+
1 DOZ*F32*YI2*F33)
WYXX(I)=C15*(12.*EX*BX*X*(2.-3.*X)*F34*DOX*F35*YIX*F36)
WYYY(I)=C15*(48.*AL*AX*F01*(1.-X)+12.*AX*AX*X*(2.-3.*X)*F34+
1 DOY*F35*YIY*F36)
WXYX(I)=C15*(24.*AL*EX*F01*(1.-X)+12.*AX*BX*X*(2.-3.*X)*F34+
1 DOZ*F35*YI2*F36)
WXXX(I)=C15*(48.*AL*AL*F02*12.*AL*BX*F01*F31+3.*BX*BX*X*F31*F31+
1 DOX*F37*YIX*F38)
WXXY(I)=C15*(6.*AL*AX*F01*F31+3.*BX*AX*X*F31*F31+DOZ*F37*YI2*F38)
WXXY(I)=C15*(3.*AX*AX*X*F31*F31*DOY*F37*YIY*F38)
WYYX(I)= (3.*EX*BX*X*F34*F34*DOX*F39*YIX*F40)*C15
WYYY(I)=C15*(4.*AL*AL*F02*12.*AL*AX*F01*F34*3.*AX*AX*X*F34*F34+
1 DOY*F39*YIY*F40)
WYYX(I)=C15*(6.*AL*BX*F01*F34*3.*AX*BX*X*F34*F34*DOZ*F39*YI2*F40)
WYYY(I)=C15*(12.*AL*BX*F01*F34*6.*EX*BX*X*F31*F34*DOX*F41*YIX*
1 F42)
WXYYY(I)=C15*(12.*AL*AX*F01*F31*6.*AX*AX*X*F31*F34*DOY*F41*YIY*
1 F42)
WXYXY(I)=C15*(4.*AL*AL*F02*6.*AX*F01*F34*AL*6.*BX*AL*F01*F31+
1 6.*AX*BX*X*F31*F34*DOZ*F41*YI2*F42)
1 THX(L)=C16*(6.*X*(1.-X)*AX*PAR(L)*HA)
1 THX(L+1)=C16*(2.*X*AX*F31*PAR(L+1)*HA)
1 THX(L+2)=C16*(2.*X*AX*F34*2.*AL*F01*PAR(L+2)*HA)
1 THS(L)=C16*(6.*X*(1.-X)*BX*PAR(L)*HB)
1 THS(L+1)=C16*(2.*X*BX*F31*2.*AL*F01*PAR(L+1)*HB)

```

```

THS(L+2)=C16*(2.*X*BX*F34+PAR(L+2)*HB)
W(L)=6.*F04-15.*F03+10.*F02+50.*(SEL(X)*F14+DL(J)*F15)
W(L+1)=2.*F10-AY*F11+4.*(AZ-AY)*F13+4.*AZ*F12-
1 4.*AY*F16+F32*F14+F33*F15
W(L+2)=-BZ*F10+BY*F11-4.*(BZ-BY)*F13-4.*BZ*F12+
1 4.*BY*F16+F35*F14+F36*F15
W(L+3)=-AY*AZ*F13+0.50*(AZ*AZ*F12+AY*AY*F16)+F37*F14+F38*F15
W(L+4)=ALF(I)*F13-(BZ*AZ*F12+UY*AY*F16)+F41*F14+F42*F15
W(L+5)=-LY*BZ*F13+0.50*(BZ*BZ*F12+EY*BY*F16)+F39*F14+F40*F15
TH(L)=F01*(3.-2.*X)*PAH(L)*F05
TH(L+1)=F01*F11*FAH(L+1)*F05
TH(L+2)=F01*F14*PAR(L+2)*F05
120 CONTINUE
SERIAL DEGIJIRME DEPLASMAN MATRISI (SDT)
DO 123 I=1,36
DO 123 J=1,6
123 SDT(I,J)=0.
DO 125 I=1,7*3
LL=I-3
LK=2*I-1
SDT(LL+1,I)=THX(I)
SDT(LL+1,I+1)=THX(I+1)
SDT(LL+2,I)=THX(I+2)
SDT(LL,I)=THS(I)
SDT(LL+1,I)=THS(I+1)
SDT(LL+2,I)=THS(I+2)
SDT(LL+3,I)=THS(I)
SDT(LL+4,I)=THS(I+1)
SDT(LL+5,I)=THS(I+2)
SDT(LL+3,I)=THX(I)
SDT(LL+4,I)=THX(I+1)
SDT(LL+5,I)=THX(I+2)
SDT(LL+3,I)=C17*THS(I)
SDT(LL+4,I)=C17*THS(I+1)
SDT(LL+5,I)=C17*THS(I+2)
SDT(LL+3,I)=C18*THX(I)
SDT(LL+4,I)=C18*THX(I+1)
125 SDT(LL+5,I)=C18*THX(I+2)
L2=7
DO 124 I=1,13*6
SDT(L2+2,I)=C17*W(I)
SDT(L2+1,I+2)=C17*W(I+1)
SDT(L2+2,I+2)=C17*W(I+2)
SDT(L2+3,I+2)=C17*W(I+3)
SDT(L2+4,I+2)=C18*W(I+4)*0.50
SDT(L2+5,I+2)=C18*W(I+5)*0.50
124 L2=L2+12
L3=7
DO 126 I=1,3
SDT(L3+4,I)=WXY(I)
SDT(L3+1,I+4)=WXXX(I)
SDT(L3+2,I+4)=WYYY(I)
SDT(L3+3,I+4)=WXXY(I)
SDT(L3+6,I+4)=2.*WXXX(I)*0.50
SDT(L3+5,I+4)=WYYY(I)
SDT(L3+5,I)=WXX(I)
SDT(L3+1,I+5)=WXXX(I)
SDT(L3+2,I+5)=WXXX(I)
SDT(L3+3,I+5)=WXXX(I)
SDT(L3+4,I+5)=2.*WXXX(I)*0.50
SDT(L3+5,I+5)=WXXX(I)
SDT(L3+6,I+5)=2.*WXY(I)
SDT(L3+1,I+6)=2.*WXXY(I)
SDT(L3+2,I+6)=2.*WXY(I)
SDT(L3+3,I+6)=2.*WXXY(I)
SDT(L3+4,I+6)=4.*WXXY(I)*0.50
SDT(L3+5,I+6)=2.*WYXY(I)
126 L3=L3+12
DO 133 I=4,28*12
DO 133 J=1,6
SDT(I,J)=SDT(I,J)-C17*SDT(I+4,J)
SDT(I+1,J)=SDT(I+1,J)-C17*SDT(I+6,J)
133 SDT(I+2,J)=SDT(I+2,J)-C17*0.50*SDT(I+7,J)*2.
DO 301 I=1,36
DO 301 J=1,9
301 YUKI(I,J)=0.
IF=0
DO 420 IR=1,36
WP(I)=EM(I,IL)*SDT(IR,1)*EM(2,IL)*SDT(IR,2)
WP(2)=EM(2,IL)*SDT(IR,1)*EM(1,IL)*SDT(IR,2)
WP(3)=EM(3,IL)*SDT(IR,3)
WP(4)=EM(4,IL)*SDT(IR,4)*EM(5,IL)*SDT(IR,5)
WP(5)=EM(5,IL)*SDT(IR,4)*EM(4,IL)*SDT(IR,5)
WP(6)=EM(6,IL)*SDT(IR,6)
DO 420 IC=1,IR
IP=IP+1
SP=C.
DO 421 JV=1,6
421 SP=SP+SDT(IC,JV)*WP(JV)
RI(IP)=RI(IP)+SP*WG*AL
420 CONTINUE
IF(NTA.EQ.0)

```



```

160 TO 118
A1=0
DO 342 L=1,7,3
VEK(1)=TH(L)
VEK(2)=TH(L+1)
VEK(3)=TH(L+2)
CALL VVECA(VEK,FIR,VF,3,3)
DO 351 I=1,3
CU 351 J=1,3
K1=1+K1
YUK1(K1,1,J)=VF(1,J)
351 YUK1(K1,1,3,J+3)=VF(1,J)
349 K1=K1+12
N=C
DO 352 L=1,7,3
L1=2*L-1
VEK(1)=W(L1)
VEK(2)=W(L1+1)
VEK(3)=W(L1+2)
VEK(4)=W(L1+3)
VEK(5)=W(L1+4)
VEK(6)=W(L1+5)
CALL VVECA(VEK,FIR,VF,6,3)
DO 353 I=1,6
CU 353 J=1,3
KJ=1+KJ
353 YUK1(KJ,1,6)=VF(1,J)
352 KJ=KJ+12
DO 304 I=1,36
DO 304 J=1,9
304 YUK(I,J)=YUK(I,J)+WG*AL*YUK1(I,J)
118 CONTINUE
WRITE(C6=NIIP(NA)) RI
IF(NTA-EQ,0)
160 TO 450
WRITE(C09=NIIP(NA)) ((YUK(I,J),J=1,9),I=1,36)
450 NT=NT+1
210 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PERM(IS,JS,KS)
XS=IS
JS=(-1.5)*XS*XS+5.5*XS-2.
KS=1.5*XS*XS-6.5*XS+8.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE VVECA(F,PX,YX,MV,NV)
DIMENSION F(12),PX(12),YX(12,12)
DO 150 I=1,MV
CU 150 J=1,NV
150 YX(I,J)=F(I)*PX(J)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MAS8(X,Y,Z,AX,AY,AZ,BX,BY,BZ,ALF,AL,BBY,BEL,DL,F25,J,K)
F26=F27,F28,F29,F31,F32,F33,F34,F35,F36,F37,F38,F39,F40,F41,F42)
DIMENSION ALF(3),BBY(3),BEL(3),DL(3)
F26=BX*Y+BY*X
F27=AX*Y+AY*X
F28=BX*Z+BZ*X
F29=AX*Z+AZ*X
F31=AZ*Y-AY*Z
F32=16.*AL*BZ*BBY(K)+7.*AZ*BEL(K)-5.*AX
F33=16.*AL*BY*BBY(J)-7.*AY*DL(J)+5.*AX
F34=BY*Z-BZ*Y
F35=16.*AL*AZ*BBY(K)-7.*BZ*BEL(K)+5.*BX
F36=16.*AL*AY*BY(J)+7.*BY*DL(J)-5.*BX
F37=4.*AL*AZ*BZ*BBY(K)+0.50*AZ*AZ*BEL(K)-AZ*AX
F38=4.*AL*AY*BY*BBY(J)+0.50*AY*AY*DL(J)-AY*AY
F39=4.*AL*AZ*BZ*BBY(K)+0.50*BZ*BZ*BEL(K)-BZ*BX
F40=4.*AL*AY*BY*BBY(J)+0.50*BY*BY*DL(J)-BY*BY
F41=4.*AL*BBY(K)*(AZ*AZ-BZ*BZ)-BZ*AZ*BEL(K)+ALF(J)
F42=4.*AL*BBY(J)*(AY*AY-BY*BY)-BY*AY*DL(J)+ALF(K)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE YUKLEM(KWS,KWS1,PLS,P2S,P3S,ZYS)
COMMON/CONTR/NP,NE,NB,NDF,NMAT,NSZF,NBAND,NBTIP,NIE,NYA,NT,R,YG
COMMON/MC1/R5(664),R1(666),CORD(120,2),TKAL(120),YUK(36,9),PO(14)
DIMENSION PLS(10),P2S(10),P3S(10)

```

YUKLEME DURUMUNA GORE PLS,P2S,P3S FONKSIYONLARI BELIRLENIR.

```

P13(KWS1)=0.
P25(KWS1)=ZYS*SIN(CORD(KWS,1)/R)
P35(KWS1)=-ZYS*COS(CORD(KWS,1)/R)
RETURN

```

C
C

END

```
SUBROUTINE ELRIJD(NA)
COMMON/CONTR/NP,NE,NB,NDF,NMAT,NSZF,NBAND,NBTIP,NTE,NYA,NT,R,G6
COMMON/MC1/RS(26,1),SIL(666),CORD(120,2),TKAL(120),YUK(36,5)
1 PJ(1,4)=F(28),F1(28)
COMMON/MC2/NOL(120,6),NKL(120),NOP(120,4),NTIP(120),IKS(120),
1 IMAT(170),URT(4,2),EM(G,4)
DIMENSION SE(28,28),T(28,28),H(28,28),IS(28,28),G(6,28),Y4(28),
1 F(28),PI(28),GM(28,28),EN(28,28),TH(28,28)
DOUBLE PRECISION BA,B,R,SB,CB,CC,SS
```

C
C
C

DIKDORTGEN SILINDRIK ELEMEN RIJ.,YUK TESIR,GERILME MAT.NIN KUR.

```
N=NA
IF(NTIP(NA).LT.NT) GO TO 210
NLIEL=28
IM=NOP(N,1)
JM=NOP(N,2)
KM=NOP(N,3)
LM=NOP(N,4)
IL=IMAT(N)
IKK=IKAL(N)
EI=URT(IL,1)
PO=URT(IL,2)
A=CORU(JM,2)-CORD(IM,2)
B=CORU(LM,1)-CORD(IM,1)
A=A/2.
B=B/2.
DO 105 I=1,28
F(I)=0.
F1(I)=0.
P(I)=0.
P1(I)=0
DO 105 J=1,28
H(I,J)=G.
T(I,J)=0.
SE(I,J)=0.
105 CONTINUE
AKA=A*A
AKU=A*AKA
ABE=AKA*AKU
AYE=ABE*AKA
A3=AKU/3.
A5=ABE/5.
A7=AYE/7.
BKA=B*B
BKU=B*BKA
BBE=BKA*BKA
BYE=BBE*BKA
B3=BKU/3.
B5=BBE/5.
B7=BYE/7.
C2=(1.-PO)*0.50
C17=1./R
C19=C17*C17
BA=B*C17
K2=R*R
R3=R*R2
K4=R*H3
NB=NLIEL*(NLIEL+1)/2
DM=EL*TF/(1.-PO*PO)
BE=EL*IKK*IKK*IKK/(12.*(1.-PL*PC))
E1=DM
E2=PO*E1
E3=C2*E1
D1=BE
D2=PO*D1
D3=C2*D1
SB=0.5IN(B/R)
CB=0.5COS(B/R)
H(2,7)=A*B*E1
H(2,7)=A*B*E2
H(2,11)=-A*B3*E1+B*A3*E2
H(2,16)=A3*H*E2+C17
H(2,18)=B3*A*E2+C17
H(2,25)=A3*B3*E2*C17
H(3,3)=A*B*E3
H(4,4)=B3*A*E1+A3*B*E3
H(4,12)=E1*BKU*A/5.
1 -E3*A3*B
H(4,20)=E2*A3*B3*C17
H(4,22)=E2*B5*A*C17
H
1 (4,27)=E2*A3*E5*C17
H(7,7)=E1*A*P+(1-A*B*C19
H(7,11)=-E2*E3*A*E1*A3*B*D1*A3*B*C19
H(7,16)=E1*A3*B*C17-2.*D2*A*B*
1 C17
H(7,18)=E1*B3*A*C17-2.*D1*A*B*C17
H(7,25)=E1*A3*B3*C17
```


1 -2.*D2*B3*A*C17-2.*E1*A3*B*C17
 H(8,8)=E1*A3*B*(E3*B3*A+D1*A3*B*C19+
 1 4.*D3*B3*A*C19
 H(8,9)=-B1*AKU*B/5.*E3*B3*A-D1*AKU*B*C19/5.-
 1 4.*D3*A*B3*C19
 H(8,19)=E1*A5*B*C17-6.*D2*A3*B*C17
 H(8,21)=
 1 E1*A3*B3*C17-2.*E1*A3*B*C17-8.*D3*B3*A*C17
 H(8,26)=E1*B3*A5*C17-
 1 6.*D2*B3*A3*C17-2.*D1*A5*B*C17-24.*D3*A3*B3*C17
 H(9,9)=E1*AKU*B/7.
 1 1.8*B3*A*E3+D1*AKU*B*C19/7.+7.2*A*B3*C19*D3
 H(9,19)=-E1*A*B3*B*C17/7.+1.2*AKU*B*C17*D2
 H(9,21)=-AKU*B3*C17/E1/5.
 1 0.4*D1*AKU*B*C17+6.*B3*A*C17*D2
 H(9,25)=-A*E1*B3*E1*C17/7.
 1 0.4*AKU*B*C17*D2+2.*A*B*B*D1*C17/7.+4.8*AKU*BKU*C17*D3
 H(10,10)=1.6*A4*B3/7.2.*A*B*C19*B3
 H(10,17)=1.6*A4*B3*C17*D3
 H(10,21)=-7.2*AKU*B*D3
 H(10,24)=-12.*A*B3*D3*C17
 H(10,28)=-21.6*AKU*B3*C17*D3
 H(11,11)=A*B5*E1-2.*A3*B3*E2+B*A5*E1+
 1 D1*A5*B*C19+16.*A3*B3*D3*C19
 H(11,16)=E1*A9*B*C17-E2*A3*B3*C17-2.*C
 1 2*A3*B*C17
 H(11,18)=E1*A3*B3*C17-E2*A3*B5*C17-2.*D1*A3*B*C17
 H(11,25)=E1*A5*B3*C17-E2*A3*B5*C17-2.*D2*A3*B3*C17-2.*D1*A5*B*C17
 1 -32.*D3*A3*B3*C17
 H(12,12)=E1*BKU*A/7.
 1 1.8*B*A3*E3+16.*D3*A3*B*C19
 H(12,20)=E2*BKU*A3*C17/5.+16.*D3*A3*B
 1 *C17
 H(12,22)=E2*BBE*A*C17/7.
 H(12,27)=E2*A3*BBE*C17/7.+48.
 1 *D3*A3*B3
 H(16,16)=E1*A5*B*C19+4.*D1*A*B
 H(16,18)=E1*A3*B3+
 1 C19+4.*C2*A*B
 H(16,25)=E1*A5*B3*C19+4.*A*B3*D1+4.*A3*B*D2
 H(17,17)=E1*A3*B3*C19+4.*D3*A*B
 H(17,23)=E1*A5*B3*C19+12.*D3*A3*B
 H(17,24)=E1*A3*B5*C19+12.*D3*A*B3
 H(17,28)=E1*A5*B5*C19+36.*D3+
 1 A3*B3
 H(18,18)=E1*A*B5*C19+4.*D1*A*B
 H(18,25)=E1*A3*B5*C19+
 1 4.*D2*A*B3+4.*D1*A3*B
 H(19,19)=E1*A7*B*C19+36.*C1*A3*B
 H(19,21)=E1*A5*B3*C19+12.*D2*A3*B
 H(19,26)=E1*A7*B3*C19+36.*D1*A3+
 1 B3+12.*D2*A5*B
 H(20,20)=E1*A5*E3*C19+4.*D1*A*B3+16.*D3*A3*B
 H(20,22)=E1*A3*B5*C19+12.*D2*A*B3
 H(20,27)=E1*A5*B5*C19+4.*D1*A*B5+
 1 12.*D2*A3*B3+4.*D3*A3*B3
 H(21,21)=E1*A3*B5*C19+4.*C1*A3*B+16.*D3
 1 *A*E3
 H(21,26)=E1*A5*B5*C19+12.*D3*A3*B3+4.*D1*A5*B+48.*D3*A3*B3
 H(22,22)=E1*A*B7*C19+36.*D1*A*B3
 H(22,27)=E1*A3*B7*C19+12.*D2*A*B5+
 1 36.*D1*A3*B3
 H(23,23)=E1*A7*B3*C19+36.*D1*A3*B3+36.*D3*A5*B
 H(23,24)=E1*A5*B5*C19+36.*D2*A3*B3+36.*D3*A3*B3
 H(23,26)=E1*A7*B5*C19+36.*D1*A3*B5+36.*D2*A5*B3
 1 *A3*B3
 H(24,24)=E1*A3*B7*C19+36.*D1*A3*B3+36.*D3*A*B5
 H(24,26)=E1*A5*B7*C19+36.*D2*A3*B5+36.*D1*A5*B3+106.*D3*A3*B5
 H(25,25)=E1*A5*B5*C19+4.*D1*A*B5+4.*D1*A5*B+8.*D2*A3*B3+64.*D3+
 1 A3*B3
 H(26,26)=E1*A7*B5*C19+36.*D1*A3*B5+4.*D1*A7*B+24.*D2*A5*B3+
 1 144.*D3*A5*B3
 H(27,27)=E1*A5*B7*C19+144.*A3*B5*D3+4.*D1*A*B7+24.*D
 1 2*A3*B5+16.*D1*A5*B3
 H(28,28)=E1*A7*B7*C19+324.*D3*A5*B5+
 1 36.*D1*A3*B7+72.*D2*A5*B5+36.*C1*A7*B3
 DD 36 M=2,28
 NR=M-1
 CD 36 N=1,NR
 36 H(M,N)=H(N,M)
 DD 35 I=1,28
 DD 35 J=1,28
 35 H(I,J)=4.*H(I,J)
 CD 65 I=1,4
 I=7+11-6
 I2=6+11-5
 DD TO(21,22,23,24),11
 21 Y=-A
 S=-B
 DD TO 25
 22 Y=A
 S=-B

```

GO TO 25
23 Y=A
S=B
GO TO 25
24 Y=-A
S=B
25 CONTINUE
Y2=Y*Y
Y3=Y*Y2
S2=S*S
S3=S*S2
SS=DSIN(S/R)
CC=DCOS(S/R)
T(1,1)=1.
T(1,2)=Y
T(1,3)=S
T(1,4)=Y*S
T(1,6)=-R*SS
T(1,9)=S2
T(1,10)=-S3/BKA
T(1,11)=-Y*S2
T(1,12)=S3/Y/BKA
T(1,13)=CC
T(1,16)=Y*CC
T(1,17)=S
T(1,18)=S*Y
T(1,19)=-Y3*S/AKA
T(1,1,10)=Y3/AKA
T(1,1,11)=Y2*S
T(1,1,12)=-Y2
T(1,1,13)=-SS
T(1,1,14)=-Y*SS
T(1,1,15)=-R*SS*SS
T(1,2,5)=SS
T(1,2,6)=Y*SS
T(1,2,13)=CC
T(1,2,14)=Y*CC
T(1,2,15)=R*SS*S*CB
T(1,2,16)=Y2
T(1,2,17)=S*Y
T(1,2,18)=S2
T(1,2,19)=Y3
T(1,2,20)=S*Y2
T(1,2,21)=S2*Y
T(1,2,22)=S3
T(1,2,23)=Y3*S
T(1,2,24)=S3*Y
T(1,2,25)=S2*Y2
T(1,2,26)=Y3*S2
T(1,2,27)=Y2*S3
T(1,2,28)=Y3*S3
T(1,3,7)=S*CI7
T(1,3,8)=-S*Y*CI7
T(1,3,9)=Y3*S*CI7/AKA
T(1,3,10)=-Y3*CI7/AKA
T(1,3,11)=-Y2*S*CI7
T(1,3,12)=Y2*CI7
T(1,3,15)=1.
T(1,3,17)=Y
T(1,3,18)=2*S
T(1,3,20)=Y2
T(1,3,21)=2*Y*S
T(1,3,22)=3*S2
T(1,3,23)=Y3
T(1,3,24)=3*S2*Y
T(1,3,25)=2*S*Y2
T(1,3,26)=2*Y3*S
T(1,3,27)=3*Y2*S2
T(1,3,28)=3*Y3*S2
T(1,4,6)=-SS
T(1,4,14)=-CC
T(1,4,16)=-2*Y
T(1,4,17)=-S
T(1,4,19)=
1 -3*Y2
T(1,4,20)=-2*Y*S
T(1,4,21)=-S2
T(1,4,23)=
1 -3*Y2*S
T(1,4,24)=-S3
T(1,4,25)=-2*Y*Y2
T(1,4,26)=-3*Y2*S2
T(1,4,27)=-2*Y*Y3
T(1,4,28)=-3*Y2*S3
T(1,5,3)=-0.50
T(1,5,4)=-0.50*Y
T(1,5,6)=CC
T(1,5,8)=
1 0.50*S
T(1,5,9)=-15*Y2*S*0.1/AKA-S
T(1,5,10)=1.5*Y2/AKA
1 1.5*S2/AKA

```

```

T(1.5,11)=2.*Y*S
T(1.5,12)=-Y-1.5*S2*Y/BKA
T(1.5,14)=-S5
T(1.6,6)=CC*C17
T(1.6,14)=-S5*C17
T(1.6,17)=1.
T(1.6,20)=2.*Y
T(1.6,21)=2.*S
T(1.6,23)=3.*Y2
T(1.6,24)=3.*S2
T(1.6,25)=4.*Y*S
T(1.6,26)=-6.*Y2*S
T(1.6,27)=-6.*Y*S2
T(1.6,28)=-9.*Y2*S2
T(1.6,6)=0.
T(1.6,14)=0.
DD 168 M=1.6
DD 168 N=1.28
168 G(1,M,N)=0.
G(1,2)=1.
G(1,4)=S
G(1,11)=-S2
G(1,12)=S3/BKA
G(2,7)=1.
G(2,8)=Y
G(2,9)=-Y3/AKA
G(2,11)=Y2
G(2,16)=Y2*C17
G(2,17)=Y*S*C17
G(2,18)=S2*C17
G(2,19)=Y3*C17
G(2,20)=S*Y2*C17
G(2,21)=Y*S2*C17
G(2,22)=S3*C17
G(2,23)=Y3*S*C17
G(2,24)=S3*Y*C17
G(2,25)=Y2*S2*C17
G(2,26)=Y3*S2*C17
G(2,27)=Y2*S3*C17
G(2,28)=Y3*S3*C17
G(3,3)=1.
G(3,4)=Y
G(3,8)=S
G(3,9)=2.*S-3.*Y2*S/AKA
G(3,10)=-3.*S2/BKA+3.*Y2/AKA
G(3,12)=3.*S2*Y/BKA-2.*Y
G(4,16)=-2.
G(4,19)=-6.*Y
G(4,20)=-2.*S
G(4,23)=-6.*Y*S
G(4,25)=-2.*S2
G(4,26)=-6.*Y*S2
1 G(4,27)=-2.*S3
G(4,28)=-6.*Y*S3
G(5,7)=C17
G(5,8)=Y*C17
G(5,9)=-Y3*C17/AKA
G(5,11)=Y2*C17
G(5,18)=-2.
G(5,21)=-2.*Y
G(5,22)=-6.*
1 S
G(5,24)=-6.*Y*S
G(5,25)=-2.*Y2
G(5,26)=-2.*Y3
G(5,27)=-6.*Y2*S
G(5,28)=-6.*Y3*S
G(6,8)=2.*S*C17
G(6,9)=-6.*Y2*S*C17/AKA
G(6,10)=6.*Y2*C17/AKA
G(6,12)=-4.*Y*C17
G(6,17)=-2.
G(6,20)=-4.*Y
G(6,21)=-4.*S
G(6,23)=-6.*Y2
G(6,24)=-6.*S2
G(6,25)=-8.*Y*S
G(6,26)=-12.*Y2*S
G(6,27)=-12.*Y*S2
G(6,28)=-12.*Y2*S2
G(6,11)=4.*Y*S*C17
DD 66 J=1.28
GM(12,J)=E1*G(1,J)+E2*G(2,J)
GM(12+1,J)=E2*G(1,J)+E1*G(2,J)
GM(12+2,J)=E3*G(3,J)
GM(12+3,J)=D1*G(4,J)+D2*G(5,J)
GM(12+4,J)=D2*G(4,J)+D1*G(5,J)
GM(12+5,J)=D3*G(6,J)
66 CONTINUE
65 CONTINUE
CALL MATIN8(T,28,15,0,DET)

```

```

CALL MMACACGH,T,GN,24,28,28)
WRITE(07=NTIP(NA)) ((GN(I,J),J=1,28),I=1,24)
DO 166 I=1,28
DO 166 J=1,28
TH(I,J)=0.
166 TS(I,J)=T(J,I)
CALL MMACA(TS,H,TH,28,28,28)
CALL MMACA(TH,I,SE,28,28,28)
101 FORMAT(14(1X,E8.2)/)
P1,P YUK TESIR VEKTORLERI
YUKLEMEYE BAGLI OLARAK
TESKIL EDILECEKTIR.
X1=(3.*BA*BA-6.*J)*SB-(BA*BA*BA-6.*BA)*CB)*R4
X2=(3.*BA*BA-2.*J)*SB+2.*3A*CB)*R3
X3=(SB-BA*CB)*R2
P(7)=4.*A*X3
P(11)=4.*AKU*X3/3.
P(13)=-4.*A*B
P(16)=-4.*AKU*SB/R/3.
P(18)=-4.*A*X2
P(25)=-4.*AKU*X2/3.
P1(5)=4.*A*B
P1(12)=-4.*AKU*R*SB/3.
P1(15)=-4.*A*X3
P1(20)=4.*AKU*X3/3.
P1(22)=4.*A*X1
P1(27)=4.*AKU*X1/3.
DO 67 I=1,28
V1=0.
V2=0.
DO 68 J=1,28
V1=V1+TS(I,J)*P(J)
68 V2=V2+TS(I,J)*P1(J)
F(I)=V1
67 F1(I)=V2
WRITE(06,101) (F(I),I=1,28),(F1(I),I=1,28),(P(I),I=1,28)
1, (P1(I),I=1,28)
DO 107 I=1,28
DO 107 J=1,28
K=(I-1)*28+J-(I-1)*I/2
307 SIL(K)=SE(I,J)
WRITE(08=NTIP(NA)) (SIL(I),I=1,NB)
WRITE(09=NTIP(NA)) (P(I),I=1,28),(P1(I),I=1,28)
NT=NT+1
210 RETURN
END

SUBROUTINE MATIN8(A,N,B,M,DET)
DIMENSION A(28,28),B(28,28),IPVOT(28),INDEX(28,2),PIVOT(28)
EQUIVALENCE (IROW,JROW),(ICOL,JCOL)
C
C
C
MATRIS INVERSININ ALINMASI
5/ DET=1.
DO 17 J=1,N
17 IPVOT(J)=0
DO 135 I=1,N
I=0.
DO 5 J=1,N
IF(IPVOT(J).EQ.1) GO TO 9
13 DO 23 K=1,N
IF(IPVOT(K)-1) 43,23,81
43 IF(ABS(T).GE.ABS(A(J,K))
1) GO TO 23
83 IROW=J
ICOL=K
T=A(J,K)
23 CONTINUE
9 CONTINUE
IPVOT(ICOL)=IPVOT(ICOL)+1
IF(IROW.EQ.ICOL) GO TO 109
73 DET=-DET
DO 12 L=1,N
T=A(IROW,L)
A(IROW,L)=A(ICOL,L)
12 A(ICOL,L)=T
IF(M.LE.0) GO TO 109
33 DO 2 L=1,N
T=B(IROW,L)
1L B(IROW,L)=B(ICOL,L)
2 B(ICOL,L)=T
109 INDEX(1,1)=IROW
INDEX(1,2)=ICOL
PIVOT(1)=A(ICOL,ICOL)
DET=DET*PIVOT(1)
A(ICOL,ICOL)=1.
DO 205 L=1,N
205 A(ICOL,L)=A(ICOL,L)/PIVOT(1)
IF(M.LE.0) GO TO 347
66 DO 52 L=1,M

```

```

52 B(ICOL,L)=B(ICOL,L)/PIVOT(I)
347 DO 135 L=1,N
IF(LI.EQ.ICOL) GO TO 135
21 T=A(L1,ICOL)
A(L1,ICOL)=0.
DO 89 L=1,N
69 A(L1,L)=
1A(L1,L)-A(ICOL,L)*I
IF(M.E.0) GO TO 135
12 DO 66 L=1,M
66 B(L1,L)=B(L1,L)-B(ICOL,L)*T
135 CONTINUE
222 DO 3 I=1,N
L=N-1+I
IF(INDEX(L,1).EQ.INDEX(L,2)) GO TO 3
19 JROW=INDEX(L,1)
JCOL=INDEX(L,2)
DO 549 K=1,N
I=A(K,
1 JROW)
A(K,JROW)=A(K,JCOL)
A(K,JCOL)=I
549 CONTINUE
3 CONTINUE
WRITE(6,107) DET
107 FORMAT(2X,E15.6)
81 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MMAL(CA,CB,CC,M,N,IP)
DIMENSION CA(28,28),CB(28,28),CC(28,28)
DO 180 I=1,M
DO 180 K=1,IP
CC(I,K)=0.0
DO 180 J=1,N
180 CC(I,K)=CC(I,K)+CA(I,J)*CB(J,K)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ELRIJK(NA)
COMMON/CONTR/NP,NE,NB,NDF,NMAT,NSZF,NBAND,NBTIF,NTE,NYA,NT,R,G6
COMMON/MC1/R5(864),SIL(66),CORD(120,2),TKAL(120),YUK(36,5)
1,PD(14)
COMMON/MC2/NOL(120,6),NKL(120),NOP(120,4),NTIP(120),IKS(120),
1 IMAT(120),ORT(4,2),EM(6,4)
DIMENSION SIL(6,6),PI(12),T24(6,6),S(14,14),T7(7,7),T42K(6,6)

```

C
C
C

KIRIS ELEMAN (GENEL) RIJITLIK VE YUKLEME MAT.NIN KURULMASI

```

N=NA
IF(NTIP(NA).LT.NT) GO TO 200
IN=NOP(N,1)
JM=NOP(N,2)
IL=IMAT(N)
LL=ORT(IL,1)
PUT=ORI(IL,2)
READ(5,901) A,B,ZS,YS,YGX,YGY,FI,EJ,AY,AZ
901 FORMAT(6F10.5/4F15.10)
BK=CORD(JM,2)-CORD(IM,2)
103 FORMAT(6(1X,F10.4)/)
B=-B
BK=C.50*EL/(1.+PO1)
BK2=BK*BK
BK3=BK2*BK
DO 71 I=1,6
PI(I)=0.
PI(I,6)=C.
DO 71 J=1,6
SI(I,J)=0.
71 T24(I,J)=C.
DO 72 I=1,14
PO(I)=0.
DO 72 J=1,14
72 S(I,J)=0.
DO 73 I=1,7
EG 73 J=1,7
73 T7(I,J)=0.
CF=COS(FI)
SF=SIN(FI)
SI(1,1)=EL*F/BK
SI(2,2)=12.*EL*AZ/BK3
SI(2,6)=6.*EL*AZ/BK3
SI(1,3)=12.*EL*AY/BK3
SI(1,5)=-6.*EL*AY/BK2
SI(5,3)=-6.*EL*AY/BK2
SI(5,5)=4.*EL*AY/BK
SI(6,2)=6.*EL*AZ/
1 BK2
SI(6,6)=4.*EL*AZ/BK
SI(2,4)=-12.*EL*AZ*7S/BK3

```

```

S1(3,4)=12.*EL*AY*YS/BK3
S1(4,4)=C+A*EJ/BK1)/12.*EL*AZ/BK3)*2S+(12.*EL*AY*YS/BK3)
S1(4,5)=-6.*EL*AS*AY/BK2
S1(4,6)=-6.*EL*AZ*YS/BK2
S1(4,2)=S1(2,4)
S1(4,3)=S1(3,4)
S1(5,4)=S1(4,5)
S1(6,4)=S1(4,6)
P1(2)=-0.50*YGY*BK
P1(3)=-0.50*YVZ*BK
P1(5)=YVZ*BK2/12.
P1(6)=-YGY*BK2/12.
P1(8)=P1(2)
P1(9)=P1(3)
P1(11)=-P1(5)
P1(12)=-P1(6)
T24(1,1)=1.
T24(1,5)=-A*CF+B*SF
T24(1,6)=-A*SF+B*CF
T24(2,2)=CF
T24(2,3)=SF
T24(2,4)=A
T24(3,2)=-SF
T24(3,4)=E
T24(3,3)=CF
T24(4,4)=1.
T24(5,5)=CF
T24(5,6)=SF
T24(6,5)=-SF
T24(6,6)=CF
DO 65 I=1,6
DO 65 K=1,6
T42K(I,K)=0.
DO 65 J=1,6
65 T42K(I,K)=T42K(I,K)+T24(J,I)*S1(J,K)
DO 66 I=1,6
DO 66 K=1,6
S(I,K)=0.
DO 66 J=1,6
66 S(I,K)=S(I,K)+T42K(I,J)*T24(J,K)
DO 67 I=1,3
DO 67 J=1,3
T7(I,J)=T24(I,J)
T7(I,3,3)=T24(I,J)
67 T7(I,3,J)=T24(I,J,3)
PO(2)=P1(2)*CF-P1(3)*SF
PO(3)=P1(2)*SF+P1(3)*CF
PO(4)=P1(2)*A+P1(3)*B
PO(5)=P1(5)*CF-P1(6)*SF
PO(6)=P1(5)*SF+P1(6)*CF
PO(9)=P1(6)*CF-P1(9)*SF
PO(10)=P1(6)*SF+P1(9)*CF
PO(11)=P1(6)*A+P1(9)*B
PO(12)=P1(11)*CF-P1(12)*SF
PO(13)=P1(11)*SF+P1(12)*CF
DO 68 J=1,6
S(8,J)=-S(1,J)
S(9,J)=-S(2,J)
S(10,J)=
1-S(1,J)
S(11,J)=-S(4,J)
S(12,J)=-S(3,J)*BK-S(5,J)
68 S(13,J)=S(2,J)*BK-S(6,J)
DO 69 I=1,7
DO 69 J=8,14
69 S(I,J)=S(J,I)
WRITE(6,101) ((S(I,J),J=1,14),I=1,14)
1,((FL(I),I=1,14)
DO 70 J=8,14
S(8,J)=-S(1,J)
S(9,J)=-S(2,J)
S(10,J)=-S(3,J)
S(11,J)=-S(4,J)
S(12,J)=-S(3,J)*BK-S(5,J)
70 S(13,J)=S(2,J)*BK-S(6,J)
DO 307 I=1,14
DO 307 J=1,14
K=(I-1)*14+J-(I-1)*1/2
307 SIL(K)=S(I,J)
WRITE(6,109=ATIP(NA)) (SIL(K),K=1,105)
WRITE(6,101) (P1(I),I=1,12)
WRITE(6,103) ((I7(I,J),J=1,6),I=1,6)
101 FORMAT(14(1X,E6.2)/)
104 FORMAT(14(1X,E6.2)/)
WRITE(6,103) ((S(I,J),J=1,6),I=1,6)
WRITE(6,104) ((S(I,J),J=1,14),I=1,14),(PO(I),I=1,14)
DO 80 I=7,12
PO(I)=PO(I+1)
DO 80 J=1,14
80 S(I,J)=S(I+1,J)

```



```

WRITE(6,104) ((S(I,J),J=1,14),I=1,14),(FO(I),I=1,14)
WRITE(07=NTIP(N)) ((S(I,J),J=1,14),I=1,12),((I7(I,J),J=1,6),
1 I=1,6),(FO(I),I=1,12)
NT=NT+1
200 RETURN
END

```

C
C

```

SUBROUTINE GERILM
COMMON/CONTR/NP,NE,NB,NCF,NMAT,NSZF,NBANC,NSTIP,NTE,NYA,NT,R,YG
COMMON/MC1/50(864),FORCE(120,24),R6(36),CN(24,28)
1,SS(14,12),I7(6,6),PO(12)
COMMON/MC2/NOL(120,6),NKL(120),NOF(120,4),NTIP(120),IKS(120),
1 IMAT(120),ORT(4,2),EM(6,4)

ELEMEN IC KUVVETLERININ HESABI

DO 84 I=1,NE
DO 84 J=1,24
84 FORCE(I,J)=0.
WRITE(6,101)
101 FORMAT(1X,"ELEMEN",1X,"NOKTA",1X,"K.TESIRI:1",2X,"K.TESIRI:2",
12X,"K.TESIRI:3",2X,"K.TESIRI:4",2X,"K.TESIRI:5",2X,"K.TESIRI:6")
DO 200 N=1,NE
IL=IMAT(N)
IF(ORT(IL,1).EQ.0) GO TO 302
NCN=IKS(N)
DO 260 I=1,NCN
M=NOF(N,I)
K=(I-1)*NOF
K1=(M-1)*NOF
DO 240 J=1,NCF
IJ=J*K
IK=J*K1
240 R6(IJ)=SD(IK)
260 CONTINUE
GO TO (2,3,4),NCN
2 READ(07=NTIP(N)) ((SS(I,J),J=1,14),I=1,12),((I7(I,J),J=1,6),
1 I=1,6),(PO(I),I=1,12)
DO 57 IG=1,12
FORCE(N,IG)=PO(IG)
DO 57 JG=1,14
57 FORCE(N,IG)=FORCE(N,IG)+SS(IG,JG)*R6(JG)
DO 58 I=1,6
FORCE(N,1+12)=0.
FORCE(N,1+18)=0.
DO 58 J=1,6
FORCE(N,1+12)=FORCE(N,1+12)+I7(J,J)*FORCE(N,J)
58 FORCE(N,1+18)=FORCE(N,1+18)+I7(J,J)*FORCE(N,J+6)
GO TO 302
3 L=1
DO 300 I=1,13,6
FORCE(N,1)=EM(1,IL)*R6(L+2)+EM(2,IL)*(H6(L+4)+R6(L+6)/R)
FORCE(N,1+1)=EM(2,IL)*R6(L+2)+EM(1,IL)*(R6(L+4)+R6(L+6)/R)
FORCE(N,1+2)=EM(3,IL)*(R6(L+1)+R6(L+5))
FORCE(N,1+3)=EM(4,IL)*R6(L+1)+EM(5,IL)*R6(L+9)
FORCE(N,1+4)=EM(5,IL)*R6(L+1)+EM(4,IL)*R6(L+9)
FORCE(N,1+5)=EM(6,IL)*R6(L+10)
300 L=L+NOF
GO TO 302
4 READ(07=NTIP(N)) ((CN(I,J),J=1,28),I=1,24)
DO 55 IG=1,24
FORCE(N,IG)=0.
DO 55 JG=1,28
55 FORCE(N,IG)=FORCE(N,IG)+CN(IG,JG)*R6(JG)
302 WRITE(6,102) N,NOP(N,1),(FORCE(N,IL),IL=1,6),NOP(N,2),(FORCE(N,
1IL),IL=7,12),NOP(N,3),(FORCE(N,IL),IL=13,18),NOP(N,4),
2 (FORCE(N,IL),IL=19,24)
102 FORMAT(2X,14,3X,13,6(2X,E10.4)/9X,13,6(2X,E10.4)/9X,13,6(2X,
1 E10.4)/9X,13,6(2X,E10.4)/)
200 CONTINUE
IF(MKS.EQ.4) GO TO 700
GO TO 701
700 DO 605 I=1,NP
C=0.
IC=NKL(I)
A1=C.
A2=0.
A3=0.
A4=0.
A5=0.
A6=0.
DO 606 IS=1,IC
IMA=NOL(I,IS)
IEM=IMAT(IMA)
IF(ORT(IEM,1).EQ.0.) GO TO 606
607 DO 608 LI=1,ACN
LL=NOP(IMA,LI)
IF(1.EQ.NOP(IMA,LI)) GO TO 609
608 CONTINUE
609 IA=6*(LI-1)+1
A1=A1+FORCE(IMA,IA)

```

```

      A2=A2+ FORCE(IMA,IA+1)
      A3=A3+FORCE(IMA,IA+2)
      A4=A4+
      1 FORCE(IMA,IA+3)
      A5=A5+FORCE(IMA,IA+4)
      A6=A6+FORCE(IMA,IA+5)
      C=C+1.
606  CONTINUE
      C=1./C
      A1=C*A1
      A2=C*A2
      A3=C*A3
      A4=C*A4
      A5=C*A5
      A6=C*A6
610  WRITE(6,610) I,A1,A2,A3,A4,A5,A6
605  FORMAT(2X,15,3X,10(1X,E10.4,1X),/)
701  CONTINUE
      RETURN
      END

```


TEŞEKKÜR

Çalışmalarımın her kesiminde sürekli teşvik ve yardımlarını gördüğüm Sayın Hocam Prof.Dr.Kemal ÖZDEN'e, değerli ilgi ve yardımlarını esirgemeyen Sayın Doç.Dr.Ahmet SAYGUN'a ve ayrıca İ.T.Ü. E.H.B.E. personeline teşekkürlerimi sunarım.

ÖZGEÇMİŞ

Metin AYDOĞAN 1951 yılında Van'da doğmuş, ilkokulu Kırıkkale Tınaz İlkokulunda bitirmiş, orta ve lise öğrenimini Vefa Lisesinde tamamlamıştır. 1968 yılında İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi'ne girmiş, 1973 Haziran döneminde Tatbiki Mekanik kolundan mezun olmuştur.

Bir süre proje mühendisliği yapmış ve 1974 yılında Betonarme ve Yüksek Mukavemet Kürsüsünde asistanlık görevine başlamıştır.

Halen aynı kürsüde çalışmaktadır.