

46562

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

BİR DÜZLEM ZEMİN ÜZERİNDEKİ ATMOSFERE İLİŞKİN

BİR BOYUTLU TERS PROFİL PROBLEMİ

DOKTORA TEZİ

Y. Müh. Cahit KARAKUŞ

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 31 Ocak 1995

Tezin Savunulduğu Tarih : 13 Nisan 1995

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Alınur BÜYÜKAKSOY

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Mithat İDEMEN

NİSAN 1995

ÖNSÖZ

Bu çalışmamda büyük emeği geçen ve tezin her aşamasında bana her türlü desteği veren sayın hocalarım Doç. Dr. İbrahim AKDUMAN, Prof. Dr. Mithat İDEMEN ve Prof. Dr. Alinur BÜYÜKAKSOY' a, ayrıca, Elektromagnetik Alanlar Anabilim Dalındaki tüm öğretim üye ve yardımcılara kalpten teşekkürü bir borç bilirim.

Istanbul, 1995

Cahit KARAKUŞ



İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	iv
SUMMARY	v
BÖLÜM 1. GİRİŞ	1
1.1. Konu ve Önemi	1
1.2. Tezin Amacı ve İçeriği	3
BÖLÜM 2. BİRİNCİ TÜRDE PROBLEMLER	7
2.1. Problemin Formülasyonu	7
2.2. Problemin Bir Entegral Denkleme Dönüştürülmesi	10
2.3. $\hat{u}_o$ Alanı	13
BÖLÜM 3. İKİNCİ TÜRDE PROBLEMLER	15
3.1. Problemin Formülasyonu	15
3.2. $\hat{u}_o$ Alanı	18
BÖLÜM 4. TERS SAÇILMA PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	20
4.1. Problemin Bir Fredholm Entegral Denklemine Dönüştürülmesi	20
4.2. Ters Problemin Regülerize Edilmiş Çözümü	22
BÖLÜM 5. ÖRNEK UYGULAMALAR	26
BÖLÜM 6. SONUÇLAR VE GELECEK ÇALIŞMALARA YÖNELİK ÖNERİLER	44
KAYNAKLAR	46
ÖZGEÇMİŞ	48

ÖZET

Bu çalışmada geçirgen bir homogen ortam tarafından alttan sınırlanan atmosferin elektromagnetik parametrelerini, sınıra paralel olarak yerleştirilmiş düz çizgiler üzerinde yapılan ölçmelerle bulunan alan değerlerine dayanarak elde etmeye elverişli bir yöntem verilmiştir. Söz konusu alanın bu uzay içerisine yerleştirilmiş bir çizgisel kaynak tarafından yaratıldığı varsayılmıştır. Böyle bir problem atmosferin o anki koşullarına bağlı olarak iki ana grupta incelenebilir. Bunlardan birincisinde atmosferin özellikleri yerden itibaren tümüyle bilinmemektedir ve alanın kaynağı ile ölçme düzenleri bu bilinmeyen ortamın içerisinde yer almaktadır. İkincisinde ise, atmosferin özellikleri yerden belirli bir yüksekliğe kadar bilinir ve alanın kaynağı ile ölçme düzenleri bu bilinen bölgenin içerisine yerleştirilmiştir. Geliştirilen teori, önce problemi bir fonksiyonel denklemin çözümüne indirgemiş ve bu denklem Born yaklaşımı altında birinci çeşit bir Fredholm integral denklemine dönüştürülmüştür. Çok iyi bilindiği gibi, bu problem kötü kurulmuş (ill-posed) bir problemdir. Çözümün üzerinde kötü kurulmuşluğun etkisini azaltmak için, problem, Tikhonov anlamında regülerize edilmiştir. Regülerizasyon parametresinin uygun değeri ayrık denklemin matrisinin elemanları incelenerek tespit edilebilir. Bu, her satırdaki köşegen elemanı diğerlerinden daha büyük yapan en küçük sayıdır. Elde edilen teoremin doğruluğu ve uygulanabilirliği bazı örnekler üzerinde gösterilmiştir.

SUMMARY

ONE-DIMENSIONAL PROFILE INVERSION OF AN ATMOSPHERE OVER A PLANE GROUND

1. Introduction

As is well known, the atmosphere we extensively use as an intermediate media for our communication systems includes two main layers which are not sharply separated from each other. The lower layer, which includes the troposphere and stratosphere, extends for a height about 50 km and is the region where all kinds of meteorological phenomena take place. Although this region may very often be considered as to be free space, the basic meteorological agents such as humidity, pressure, temperature, dust etc effect and change the permittivity as well as the conductivity of this region. These agents depend on the boundary conditions on the earth's surface through, for instance, the evaporation from sea, cooling of warm air by water, radiation from the soil, fronts and sea breeze, transpiration from the forest etc. All these factors cause the permittivity as well as the conductivity of the lower region to vary in both vertical and horizontal directions.

As to the upper region, which consists of the ionosphere and extends from about 50 km to 400 km, it involves ions due to radiation from outside the earth (especially to solar radiation). The density of these ions depends obviously on the solar radiation (diurnal and seasonal variations), sudden bursts of emission from the sun, clouds of electrons, meteors, earth's magnetic field, etc. If one neglects the effect of the magnetic field as well as the Lorentz polarization, the effect of the ionosphere on the propagation of electromagnetic waves can be interpreted as that of a simple conducting (nonmagnetic) medium having a dielectric constant *lesser* than unity (see [1, p:399]). The apparent permittivity as well as the apparent conductivity of the ionosphere depend on the density of the ions and, hence, are changed with latitude, longitude and time.

Since the above-mentioned nonhomogeneous constitutive parameters effect the propagation of the electromagnetic wave very seriously (via the curvature of the rays [1, Sec. 6.30], formation of the ducts [1, Sec. 6.32] etc), one has sometimes to know them instantaneously, which can not always be done by direct measurements. Hence, one has to contrive some indirect methods to reveal an electromagnetic profile of the atmosphere. The aim of this paper is to investigate this problem by considering it as an inverse scattering problem.

There is a huge number of publications in the open literature devoted to the investigation of profile inversion problems. Almost all of the investigations of this kind of problems, which is the subject of the present work, are based on the knowledge of the reflection and/or transmission coefficients as a function of the wave number (for example; see: [2]-[16]). In order to obtain this coefficients one has to locate the sources and measurement equipments beyond the region in interest. But this is not possible in the present case. For that reason the problem must be formulated by considering this fact.

As to the earth surface it can be characterized by a boundary condition. In the present study we will assume that the earth's surface is a transparent surface and the underground is an homogeneous half-space with known permittivity and conductivity. Notice that this parameters takes different values depending on the earth surface, i.e.: sandy, rocky, sea etc.

The aim of this work is to solve the one-dimensional profile inversion problem connected with an atmosphere terminated by a homogeneous conducting half-space. The problem can be divided into two categories according to the sudden meteorological conditions:

a) The problems of the first kind: If the atmospheric conditions change at the points which are close to the earth surface, for example if there is snow or if we are over a sea surface which is evaporating in a warm weather, the atmosphere is then completely unknown and the problem must be formulated by considering this fact. In this case the sources, say S , and observation points are in the unknown region (see fig-1).

b) The problems of the second kind: In some cases, the parameters of the atmosphere does not differ until a certain height. In such a case, one can consider that there is a known homogeneous slab between the earth surface and the atmosphere to be determined (see fig-2). Then, the sources and observation points are located inside the known region.

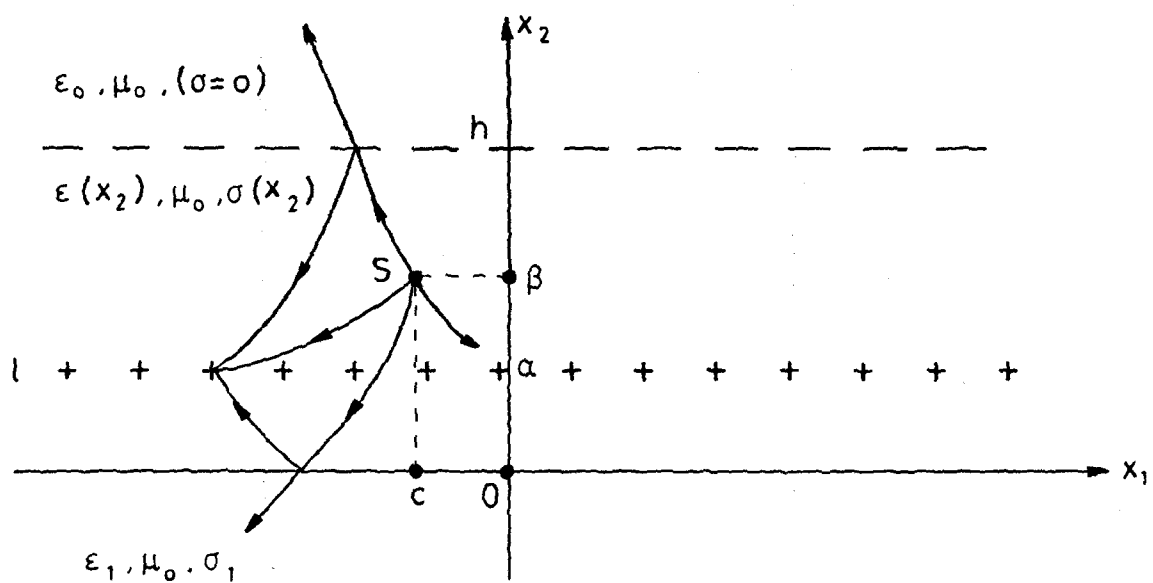


Fig-1. Geometry of the problem of the first kind

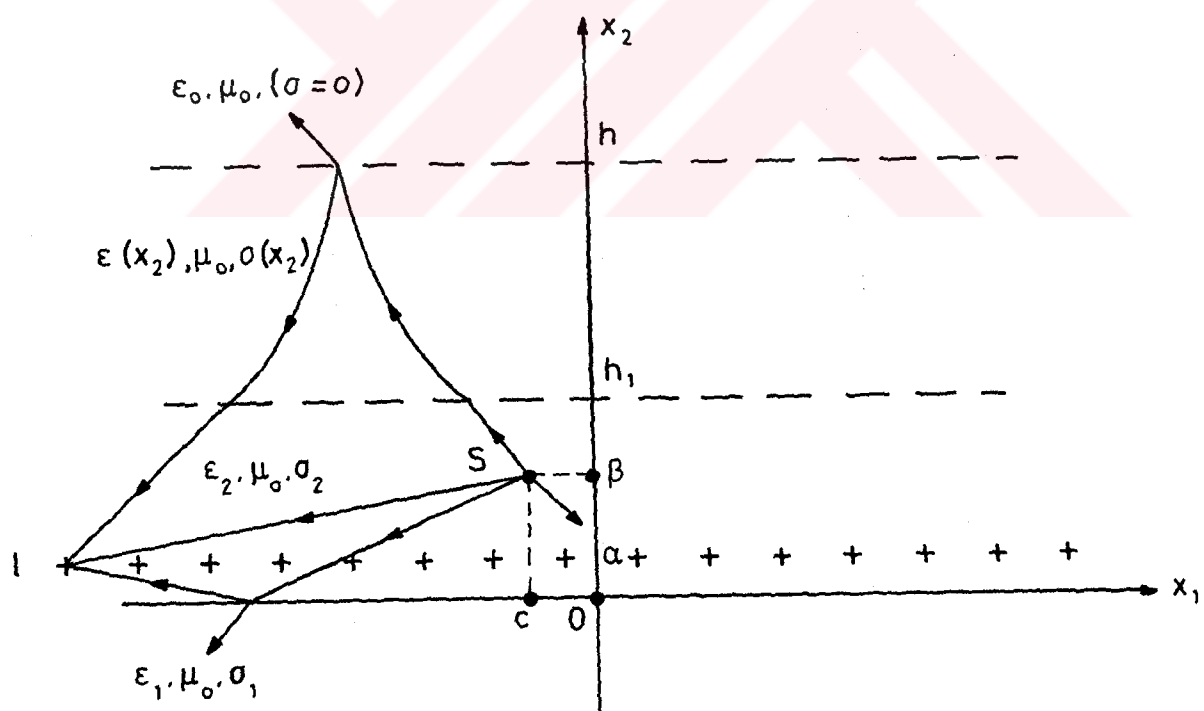


Fig-2. Geometry of the problem of the second kind

The problem is then to recover the electromagnetic parameters of the atmosphere; i.e. : $\varepsilon(x_2)$ and $\sigma(x_2)$ from the field measurements performed along the line

$$l = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 \in (-\infty, +\infty) , \ x_2 = \alpha \in (0, h) , \ x_3 = 0\} \quad (1)$$

This measurements are the electric field values created by the line source

$$S = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 = c , \ x_2 = \beta \in (0, h) , \ x_3 \in (-\infty, +\infty)\} \quad (2)$$

2. The problems of the First Kind

Consider the configuration shown in fig-1 and denote the current and charge densities connected with the source S by $\vec{J}(x_1, x_2)$ and $\rho(x_1, x_2)$, respectively. By definition, $\vec{J} = J(x_1, x_2)\vec{e}_3$ with

$$J(x_1, x_2) = I\delta(x_1 - c)\delta(x_2 - \beta) , \quad (3)$$

where $\vec{e}_3$ stands for the unit vector parallel to Ox_3 while $\delta(x)$ is the Dirac's delta distribution. In this case the Maxwell's equations are written as follows:

$$rot\vec{E} - iw\mu_o\vec{H} = 0 \quad (4.a)$$

$$rot\vec{H} + iw\varepsilon'(x_2)\vec{E} = \vec{J}(x_1, x_2) \quad (4.b)$$

$$div[\varepsilon(x_2)\vec{E}] = \rho(x_1, x_2) \quad (4.c)$$

$$div\vec{H} = 0 , \quad (4.d)$$

where $\varepsilon(x_2)$ and $\varepsilon'(x_2)$ stand, respectively, to the real and complex permittivities of the space. It is evident that

$$\varepsilon'(x_2) = \varepsilon(x_2) + i\frac{\sigma(x_2)}{w} = \begin{cases} \varepsilon_o & , \ x_2 > h \\ \varepsilon(x_2) + i\frac{\sigma(x_2)}{w} & , \ x_2 \in (0, h) \\ \varepsilon_1 + i\frac{\sigma_1}{w} & , \ x_2 < 0 \end{cases} \quad (4.e)$$

By eliminating these equations we get

$$\Delta E + k^2(x_2)E = -iw\mu_o J \quad (5.a)$$

and

$$\vec{H} = \frac{1}{iw\mu_o} \left\{ \frac{\partial E}{\partial x_2} \vec{e}_1 - \frac{\partial E}{\partial x_1} \vec{e}_2 \right\} \quad (5.b)$$

Notice that in accordance with the assumptions we have $\vec{E} = E(x_1, x_2)\vec{e}_3$ and

$$k^2(x_2) = w^2 \mu_o \varepsilon'(x_2) \quad (5.c)$$

In a direct problem $J(x_1, x_2)$ and $k(x_2)$ are all known. In the inverse problem which constitutes the subject of this work, it is the function $k(x_2)$ or, more precisely, $\varepsilon(x_2)$ and $\sigma(x_2)$ that are to be determined. To this end, in addition to $J(x_1, x_2)$ and h , the field function $E(x_1, x_2)$ is also known on the line l defined by (1). In (5.a) write

$$E = u + u_o, \quad (6.a)$$

where u_o satisfies the equation

$$\Delta u_o + \tilde{k}^2(x_2)u_o = -iw\mu_o J \quad (6.b)$$

in the sense of distribution under the radiation condition. In (6.b) we put

$$\tilde{k}(x_2) = \begin{cases} k_o & , \quad x_2 > 0 \\ k_1 & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (6.c)$$

where $k_o^2 = w^2 \varepsilon_o \mu_o$ and $k_1^2 = w^2 \varepsilon_1 \mu_o + iw\sigma_1 \mu_o$. From (6.a, b) one can conclude that the field $u(x_1, x_2)$ is due to the deviation of the atmosphere from the empty space. It satisfies the equation

$$\Delta u + \tilde{k}^2(x_2)u = -k_o^2 v(x_2)E \quad (7.a)$$

in the sense of distribution under the radiation condition for $x_2 \rightarrow \pm\infty$. Here we put

$$v(x_2) = \frac{\varepsilon'(x_2)}{\tilde{\varepsilon}(x_2)} - 1 \quad (7.b)$$

with

$$\tilde{\varepsilon}(x_2) = \begin{cases} \varepsilon_o & , \quad x_2 > 0 \\ \varepsilon_1 + i\frac{\sigma_1}{w} & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (7.c)$$

The function $v(x_2)$ is called "the object function". The inverse problem will be solved by considering a relation connecting the function $v(x_2)$ with the field function $u(x_1, x_2)$ measured on the line $x_2 = \alpha$. The equation (7.a) can be reduced in a more simple form by taking its Fourier transform with respect to x_1 , namely;

$$\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial x_2^2} + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2)\hat{u} = -k_o^2 v(x_2)\hat{E}, \quad \nu \in \mathbb{L} \quad (8.a)$$

where

$$\hat{u}(\nu, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x_1, x_2) e^{-i\nu x_1} dx_1, \quad \nu \in \mathbb{L} \quad (8.b)$$

Consider now the Green's function $\hat{G}(x_2, \xi, \nu)$ connected with the equation (8.a). By definition, it satisfies the equation

$$\frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2)\hat{G} = -\delta(x_2 - \xi) \quad (9.a)$$

in the sense of distribution under the radiation condition and permits us to convert the differential equation (8.a) into the following integral equation which is much more adequate for our purpose:

$$\hat{u}(\nu, x_2) = k_o^2 \int_0^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) v(\xi) \hat{E}(\nu, \xi) d\xi \quad (9.b)$$

In the following analysis we need only an explicit expression of $\hat{G}$ for $x_2 > 0$, $\xi > 0$. After some simple straightforward manipulations we get

$$\hat{G}(\nu, x_2, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{2\gamma_o} [e^{\gamma_o(\xi-x_2)} + R(\nu)e^{-\gamma_o(\xi+x_2)}] & , \quad x_2 > \xi > 0 \\ \frac{1}{2\gamma_o} [e^{-\gamma_o(\xi-x_2)} + R(\nu)e^{-\gamma_o(\xi+x_2)}] & , \quad \xi > x_2 > 0 \\ \frac{1}{2\gamma_o} T(\nu)e^{-\gamma_o\xi} e^{\gamma_1 x_2} & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (9.c)$$

where $R(\nu)$ and $T(\nu)$ are the reflection and transmission coefficients at the plane $x_2 = 0$, respectively, and are given by

$$R(\nu) = \frac{\gamma_o - \gamma_1}{\gamma_o + \gamma_1} \quad (9.d)$$

$$T(\nu) = \frac{2\gamma_o}{\gamma_o + \gamma_1} \quad (9.e)$$

γ_o and γ_1 appearing in (9.c - e) stand for the square-root functions

$$\gamma_o(\nu) = \sqrt{\nu^2 - k_o^2} \quad , \quad \gamma_1(\nu) = \sqrt{\nu^2 - k_1^2} \quad (10.a)$$

defined by the following relations

$$\gamma_o(0) = -ik_o \quad , \quad \gamma_1(0) = -ik_1 \quad (10.b)$$

The equation (9.b) can be written in a compact form as follows:

$$(I - A)\hat{u} = A\hat{u}_o \quad (11.a)$$

where

$$A\hat{u}(\nu, x_2) = k_o^2 \int_0^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) v(\xi) \hat{u}(\nu, \xi) d\xi \quad (11.b)$$

(11.a) is a relation between field values $u(x_1, \alpha)$ measured along the line $x_2 = \alpha$ and $v(x_2)$ appearing in A . The solution will be based on this relation.

The field $\hat{u}_o$ appearing in (11.a) is that which is created by the source given by (3) and one can easily show that it can be written as

$$\hat{u}_o(\nu, x_2) = iw\mu_o I e^{-i\nu c} \hat{G}(\nu, x_2, \beta) \quad (12)$$

3. The problems of the Second Kind

When the atmosphere is modelled as in fig-2, following the procedure made in (sec.2), one can easily show that the field due to the deviation of the atmosphere from the empty space satisfies the equation

$$\Delta u + \tilde{k}^2(x_2)u = -k_o^2 v(x_2)(u + u_o) \quad (13.a)$$

in the sense of distribution under the radiation condition for $x_2 \rightarrow \pm\infty$. Here we put

$$\tilde{k}^2(x_2) = w^2 \mu_o \tilde{\varepsilon}(x_2) \quad (13.b)$$

and

$$v(x_2) = \frac{\varepsilon(x_2) + i \frac{\sigma(x_2)}{w}}{\tilde{\varepsilon}(x_2)} - 1 \quad (13.c)$$

with

$$\tilde{\varepsilon}(x_2) = \begin{cases} \varepsilon_o & , \quad x_2 > h_1 \\ \varepsilon_2 + i \frac{\sigma_2}{w} & , \quad x_2 \in (0, h_1) \\ \varepsilon_1 + i \frac{\sigma_1}{w} & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (13.d)$$

The function $v(x_2)$ is the object function and zero outside the region $x_2 \in (h_1, h)$. The function u_o appearing in (13.a) is the solution of the equation

$$\Delta u_o + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2)u_o = -iw\mu_o J \quad (14)$$

under the radiation condition.

The Fourier transform of (13.a) yields

$$\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \hat{u}(\nu, x_2) + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2) \hat{u}(\nu, x_2) = -k_o^2 v(x_2) (\hat{u}(\nu, x_2) + \hat{u}_o(\nu, x_2)) \quad (15.a)$$

which can be converted into an integral equation of the form

$$\hat{u}(\nu, x_2) = k_o^2 \int_{h_1}^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) v(\xi) (\hat{u} + \hat{u}_o) d\xi \quad (15.b)$$

through the Green's function $\hat{G}(x_2, \xi, \nu)$ satisfying the equation

$$\frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2) \hat{G} = -\delta(x_2 - \xi) \quad (16.a)$$

in the sense of distributions under the radiation condition. The solution of (16.a) can be obtained after straightforward manipulations:

$$\hat{G}(\nu, x_2, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{2\gamma_o} [e^{\gamma_o(\xi-x_2)} + R(\nu)e^{-\gamma_o(\xi+x_2)}] & , \quad x_2 > \xi > h_1 \\ \frac{1}{2\gamma_o} [e^{-\gamma_o(\xi-x_2)} + R(\nu)e^{-\gamma_o(\xi+x_2)}] & , \quad \xi > x_2 > h_1 \\ \frac{1}{2\gamma_o} [A(\nu)e^{-\gamma_o\xi}e^{\gamma_2x_2} + B(\nu)e^{-\gamma_o\xi}e^{-\gamma_2x_2}] & , \\ & x_2 \in (0, h_1) , \xi > h_1 \\ \frac{1}{2\gamma_o} [T(\nu)e^{-\gamma_o\xi}e^{\gamma_1x_2}] & , \quad x_2 < 0 , \xi > h_1 \end{cases} \quad (16.b)$$

where

$$A(\nu) = \frac{2\gamma_o(\gamma_2 + \gamma_1)e^{\gamma_o h_1}}{(\gamma_2 + \gamma_1)(\gamma_2 + \gamma_o)e^{\gamma_2 h_1} + (\gamma_2 - \gamma_1)(\gamma_2 - \gamma_o)e^{-\gamma_2 h_1}} \quad (16.c)$$

$$B(\nu) = \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} A(\nu) \quad (16.d)$$

$$T(\nu) = \frac{2\gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} A(\nu) \quad (16.e)$$

$$R(\nu) = \frac{2\gamma_2 e^{\gamma_2 h_1}}{\gamma_2 - \gamma_o} A(\nu) - \frac{\gamma_2 + \gamma_o}{\gamma_2 - \gamma_o} e^{2\gamma_o h_1} \quad (16.f)$$

For the source distribution given in (3) the solution of (14) is given by

$$\hat{u}_o(\nu, x_2) = iw\mu_o I e^{-i\nu c} \hat{G}(\nu, x_2, \beta) \quad (17)$$

4. Solution of the Inverse Problem

The solutions of both type problems are reduced to the solution of an equation in the form

$$(\mathbf{I} - \mathbf{C})\hat{u} = \mathbf{C}\hat{u}_o \quad , \quad x_2 \in (-\infty, \infty) , \nu \in \mathbf{L} , \quad (18.a)$$

where

$$\mathbf{C}\hat{u} = k_o^2 \int_a^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) v(\xi) \hat{u}(\nu, \xi) d\xi . \quad (18.b)$$

In (18.b) the lower integration boundary a is zero for the problems of the first kind while it is h_1 for the problems of the second kind. $\hat{G}$ is the Green's function of the corresponding problem.

If one consider only the restriction of $\mathbf{C}$ into $x_2 \in (a, h)$, then it can be easily shown that it becomes a bounded operator with the norm $\|\mathbf{C}\|$ satisfying

$$\|\mathbf{C}\|^2 \leq |k_o^4| \int_a^h \int_a^h |\hat{G}(\nu, x_2, \xi)|^2 |v(\xi)|^2 d\xi dx_2 \quad (19.a)$$

$$\leq |k_o^4| \|v\|_\infty^2 \|\hat{G}\|_{L^2((a,h) \times (a,h))}^2 , \quad (19.b)$$

where we put

$$\|v\|_\infty = \max_{\xi \in (a,h)} |v(\xi)| \quad (19.c)$$

and

$$\|\hat{G}\|_{L^2((a,h) \times (a,h))}^2 = \int_a^h \int_a^h |\hat{G}(\nu, x_2, \xi)|^2 d\xi dx_2 . \quad (19.d)$$

From this we conclude that by properly adjusting the frequency w we can always make $\|\mathbf{C}\| < 1$, which permits us to write the unique solution of (18.a) in the Hilbert space $L^2[(a, h), \mathcal{C}]$ in terms of a Neumann Series as follows [19, pp:69]:

$$\begin{aligned} \hat{u} &= (\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C} \hat{u}_o \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots) \mathbf{C} \hat{u}_o , \quad x_2 \in (a, h) . \end{aligned} \quad (20)$$

If we confine ourselves to the first term, which constitutes a Born type approximation and is legitimated whenever $\|\mathbf{C}\| \ll 1$ or

$$|k_o^4| \|v\|_\infty^2 \|\hat{G}\|_{L^2((a,h) \times (a,h))}^2 \ll 1 , \quad (21.a)$$

then we can write

$$\hat{u}(\nu, x_2) \simeq \mathbf{C} \hat{u}_o , \quad x_2 \in (a, h) . \quad (21.b)$$

This relation allows us to obtain $\hat{u}$ only for $x_2 \in (a, h)$. Whereas for the second kind problems the observation points are outside the interval (a, h) , i.e: $x_2 = \alpha \notin (a, h)$. For that reason a relation like (21.b) must be obtained for the points outside the interval. To do that, let us first write $x_2 = \alpha \in (0, h_1)$ in (18.a). Since the operator acts only on $\hat{u}$ valid for $x_2 \in (a, h)$, we can write

$$\begin{aligned}\hat{u}(\nu, x_2) &= \mathbf{C}\hat{u}_o + \mathbf{C}\hat{u} \\ &\simeq \mathbf{C}\hat{u}_o + \mathbf{C}^2\hat{u}_o \quad , \quad x_2 = \alpha < h_1 \quad .\end{aligned}\tag{22.a}$$

Here we suppose that the frequency satisfying (21.a) permits us to write also

$$\mathbf{C}\hat{u}_o + \mathbf{C}^2\hat{u}_o \simeq \mathbf{C}\hat{u}_o \quad , \quad x_2 = \alpha < h_1\tag{22.b}$$

which yields

$$\hat{u} \simeq \mathbf{C}\hat{u}_o\tag{22.c}$$

The equations given in (21.b) and (21.c) now can be rewritten as

$$\mathbf{Q}v = \hat{u}(\nu, \alpha) \quad , \quad \nu \in \mathbf{L}\tag{23.a}$$

where

$$\mathbf{Q}v = k_o^2 \int_a^h [\hat{G}(\nu, \alpha, \xi)\hat{u}_o(\nu, \xi)]v(\xi)d\xi\tag{23.b}$$

which can be solved through a regularization technique in the sense of Tikhonov and one gets

$$(\lambda \mathbf{I} + \mathbf{Q}^*\mathbf{Q})v = \mathbf{Q}^*\hat{u}(\nu, \alpha)\tag{24}$$

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1. Konu ve Önemi

Çok iyi bilindiği gibi, haberleşme sistemlerimiz için bir araortam olarak kullandığımız atmosfer birbirinden keskin bir şekilde ayrılamayan iki ana tabakadan oluşur. Troposfer ve stratoposferi içeren aşağı tabaka 50 km lik bir yüksekliğe kadar devam eder ve tüm meteorolojik olaylar bu bölgede meydana gelir. Hernekadar bu bölge çoğu zaman boş uzay olarak düşünülürse de nem, basınç, sıcaklık, toz v.b. olaylar bu bölgenin dielektrik katsayısını ve iletkenliğini etkilerler ve sonuç olarak bunların noktadan noktaya değişmesine neden olurlar. Sözü edilen olaylar dünya yüzeyi üzerinde meydana gelen değişik oluşumlardan da etkilenirler. Bunlar arasında deniz üzerindeki buharlaşma, su tarafından sıcak havanın soğutulması, topraktan oluşan radyasyon ilk akla gelenlerdir. Tüm bu faktörler alt tabakanın dielektrik katsayısının ve iletkenliğinin hem dikey, hem de yatay doğrultuda değişmesine neden olacaktır.

İyonosferi oluşturan ve 50 km den başlayıp 400 km lik bir yüksekliğe kadar devam eden üst tabakaya gelince, bu bölge dünya dışında oluşan radyasyon (özellikle güneşten gelen radyasyon) nedeniyle iyonlar içerir. Bu iyonların yoğunluğu, güneşteki radyasyona, güneşteki patlamalara, elektron bulutlarına, meteorlara, dünyanın magnetik alanı v.b. etkilere sıkıca bağlıdır. Eğer magnetik alanın ve Lorentz polarizasyonunun etkisi ihmal edilecek olursa, iyonosfer elektromagnetik dalgaların yayılımı üzerindeki etkisi açısından dielektrik katsayısı birden küçük olan iletken, basit (magnetik olmayan) bir ortam olarak ele alınabilir [1, sayfa:399]. İyonosferin görünen dielektrik katsayısı ve iletkenliği iyon yoğunluğuna bağlıdır ve, böylece, yatay ve düşey doğrultularda koordinatla ve zamanla değişirler.

Yatay doğrultudaki boyutları yeter derecede küçük olan bölgeler içinde bu parametreler sadece yükseklikle değişiyor düşünülebilirler ve atmosferin bir boyutlu homogen olmayan bir ortam olmasına neden olurlar. Bunun en ilginç sonucu, geodezik çizgilerden ibaret olan ışınların eğri çizgilere dönüşmesi ve, eğer inversiyonlar da varsa, ışınları kapanlayan duct'ların oluşmasıdır [1, bölüm: 6.32]. Hem eğri ışınlar hem de doğrultular elektromagnetik dalgalar aracılığı ile yapılan haberleşmenin performansını çok derinden etkilerler. Örneğin, hem sivil hem de askeri amaçlarla kullanılan radarların menzili bu arada sayılabilir. Özellikle acil durumların söz konusu olduğu hallerde; örneğin savaşta veya kötü hava koşullarında dar denizlerde (ege denizi v.b.) kurtarma çalışmaları esnasında yukarıda sözü edilen parametreleri çok acil bir şekilde belirlemek gerekir. Bu da, atmosferin derinliklerine sondalar göndererek yapılan ölçmelerle mümkün olamaz. Bu nedenle, oldukça alçak seviyelerdeki sabit noktalara yerleştirilmiş aletlerle yapılan ölçmelere dayanılarak atmosferin bir profilinin çıkarılması önemli bir problem haline gelmiş durumdadır. Böyle bir problem bilindiği gibi, bir boyutlu ters saçılma problemidir.

Açık literatürde bir boyutlu ters profil problemlerine hasredilmiş çok sayıda yayın bulunabilir. Bu çalışmanın konusunu oluşturan bu türden problemler üzerinde yapılan araştırmaların hemen hepsi dalga sayısının bir fonksiyonu olarak yansıma ve/veya geçirme katsayılarının bilinmesine dayanır (Örneğin bk, [2]-[16]). Bu katsayıları elde etmek için kaynakları ve ölçme düzenlerini ilgilenilen bölgenin dışına yerleştirmek gerekir. Fakat burada ele alınacak problemde kaynağı ve ölçme düzenlerini bölgenin (ki bu bölge içinde bulunduğumuz atmosferdir) dışına yerleştirmek uygun değildir. Bu nedenle, problem bu hal gözönüne alınarak incelenmek zorundadır.

Atmosferin alt sınırını oluşturan dünya yüzeyine gelince: yüzeyin kayalık, ormanlık, kumluk, deniz v.b. oluşuna göre bu, uygun bir sınır koşulu ile karakterize edilebilir. Biz bu çalışma çerçevesinde, dünya yüzeyinin geçirgen bir sınır oluşturduğunu ve yeraltının, dielektrik katsayısı ve iletkenliği bilinen homogen bir ortam olduğunu kabul edeceğiz. Bu para-

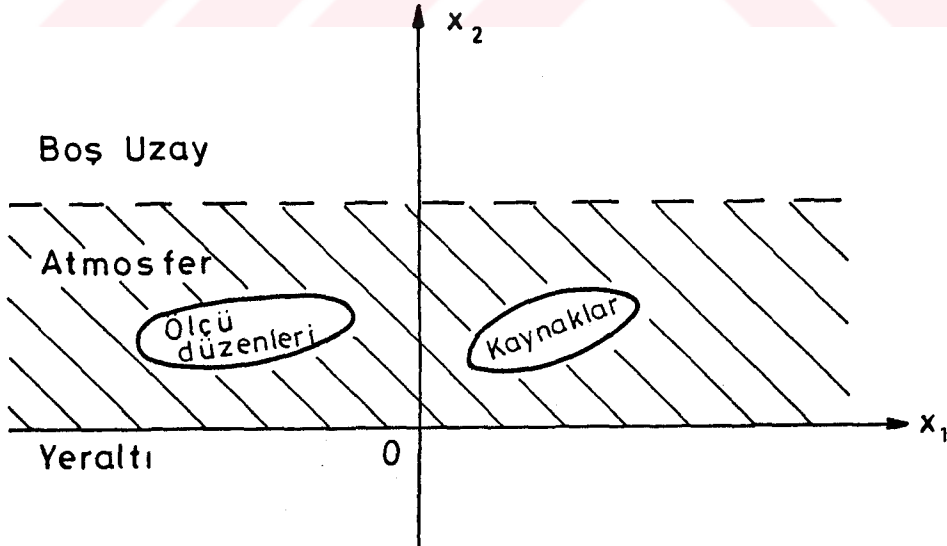
metreler, üzerinde bulunduğumuz arazinin yapısına göre değişik değerler alabilirler.

1.2. Tezin Amacı ve İçeriği

Bu çalışmanın amacı, yukarıda anlatılan problem grubuna ilişkin bir ilk örnek olmak üzere, geçirgen bir yeryüzü tarafından sınırlanan atmosfere ilişkin bir boyutlu ters saçılma problemlerini çözmektir. Böyle bir problem, belirlenmek istenilen atmosferin o anki koşullarına (yağmurlu, fırtınalı, karlı, güneşli, v.b.) göre iki grupta incelenebilir:

a) Birinci Türden Problemler:

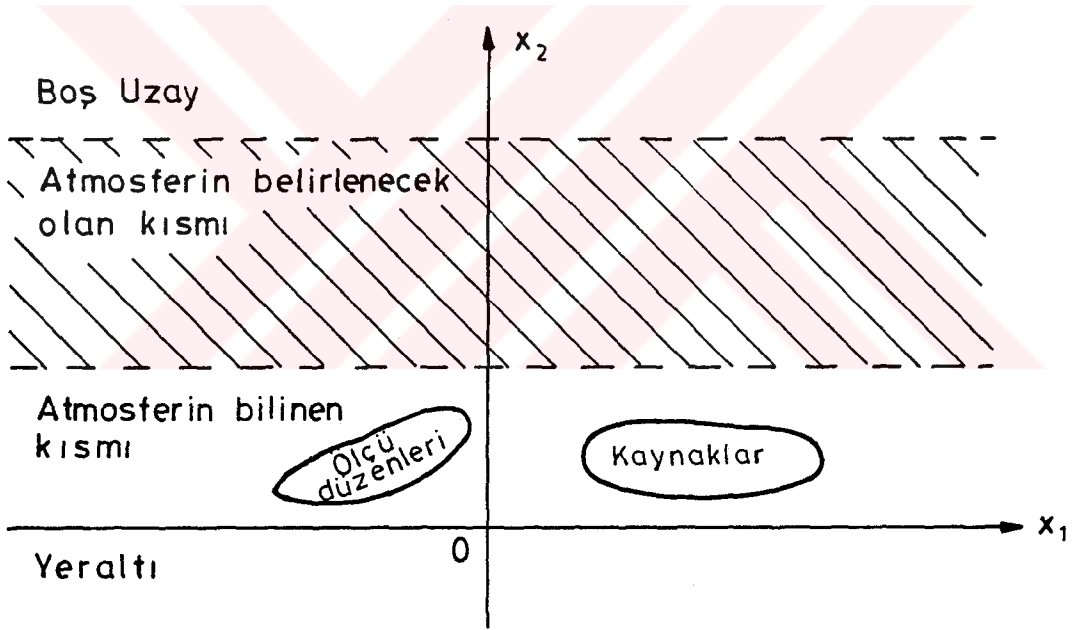
İçinde bulunulan atmosferin koşulları yere çok yakın noktalarda bile değişim gösteriyorsa, örneğin hava karlı ise veya çok sıcak bir havada buharlaşan bir denizin üzerinde bulunuluyorsa, problem incelenirken atmosferin tümüyle parametrelerinin bilinmediği düşünülerek problemin formülasyonunu yapmak gerekir (Bk. Şekil 1-1). Bu halde, kaynaklar ve ölçme düzenleri kaçınılmaz olarak bilinmeyen ortamın içerisinde yer alır.



Şekil 1-1. Birinci türden problem

b) İkinci Türden Problemler:

Bazı durumlarda atmosferin parametreleri yerden belirli bir yüksekliğe kadar değişim göstermez. Diğer bir deyişle, yeryüzü ile atmosferin belirlenecek bölgesi arasında parametreleri bilinen bir homogen tabaka olduğu düşünülebilir (Bk. Şekil 1-2). Böyle bir durum, örneğin yaz aylarında durgun bir havada olabilir. Bu halde, kaynaklar ve ölçme düzenleri bilinen bu tabakanın içerisinde yer alır ve problemin formülasyonu bu durum göz önüne alınarak yapılır.



Şekil 1-2. İkinci türden problem

Her iki türden problemde de atmosferin;

i) Önceden tahmin edilebilecek sonlu bir h yüksekliğine sahip olduğu,

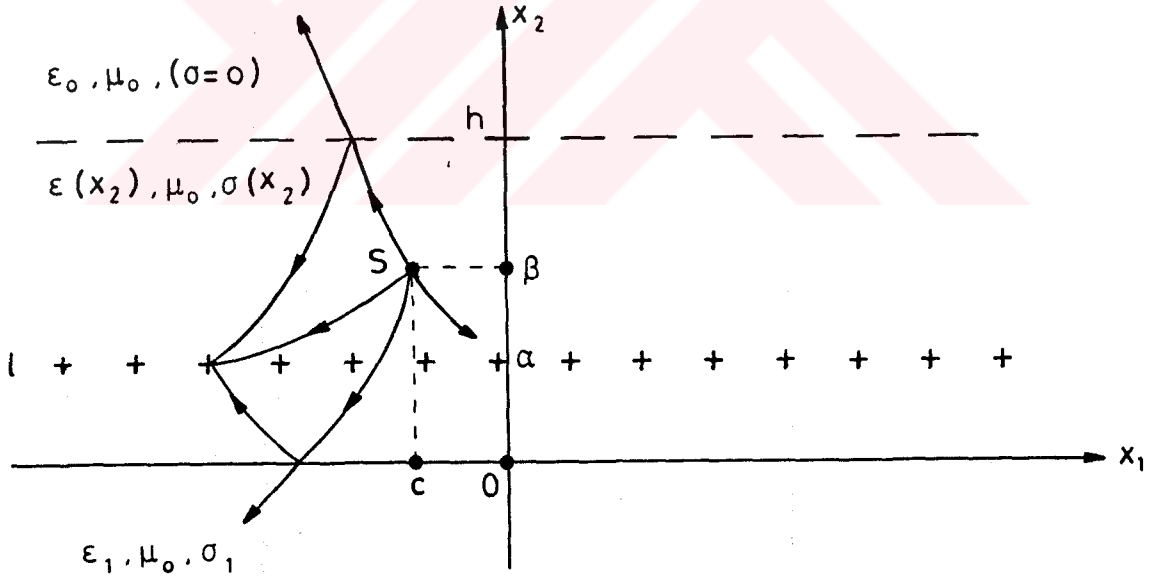
ii) Dielektrik katsayısı ve iletkenliğinin sadece x_2 -koordinatının, $\epsilon(x_2)$, ve $\sigma(x_2)$ ile gösterilen, fonksiyonları oldukları ve magnetik geçirgenliğinin de her yerde boşluğunkine eşit bulunduğu ($\mu = \mu_0$), varsayılacaktır. Bu halde, aşağıda ele alınacak olan problem,

$$l = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 \in (-\infty, +\infty) , \ x_2 = \alpha \in (0, h) , \ x_3 = 0\} \quad (1.1a)$$

çizgisi üzerinde yapılacak olan ölçmelerle $\epsilon(x_2)$ ve $\sigma(x_2)$ fonksiyonlarının belirlenmesinden ibarettir (Bk. Şekil 1-3,4). Bu ölçmeler,

$$S = \{(x_1, x_2, x_3) \mid x_1 = c , \ x_2 = \beta \in (0, h) , \ x_3 \in (-\infty, +\infty)\} \quad (1.1b)$$

çizgisi üzerine yerleştirilmiş, monokromatik bir çizgi kaynak tarafından yaratılmış olan elektrik alan değerleridir.



Şekil 1-3. Çizgi kaynak halinde bir boyutlu birinci türden problem

BÖLÜM 2

BİRİNCİ TÜRDE PROBLEMLER

2.1. Problemin Formülasyonu

Şimdi şekil 1-3 deki geometriye dönelim ve S kaynağına ilişkin akım ve yük yoğunluklarını, sırasıyla, $\vec{J}(x_1, x_2)$ ve $\rho(x_1, x_2)$ ile gösterelim. Tanım gereğince,

$$J(x_1, x_2) = I\delta(x_1 - c)\delta(x_2 - \beta) \quad (2.1a)$$

olmak üzere

$$\vec{J} = J(x_1, x_2)\vec{e}_3 \quad (2.1b)$$

dür. Burada $\vec{e}_3$, Ox_3 yönündeki birim vektörü göstermektedir. $\delta(x)$ ise Dirac distribüsyonudur. Böyle bir durumda, bu kaynağın uzayda yaratacağı toplam elektromagnetik alan için Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$\text{rot}\vec{E} - iw\mu_o\vec{H} = 0 \quad (2.2a)$$

$$\text{rot}\vec{H} + iw\varepsilon'(x_2)\vec{E} = \vec{J}(x_1, x_2) \quad (2.2b)$$

$$\text{div}[\varepsilon(x_2)\vec{E}] = \rho(x_1, x_2) \quad (2.2c)$$

$$\text{div}\vec{H} = 0. \quad (2.2d)$$

Burada $\varepsilon(x_2)$ ve $\varepsilon'(x_2)$, $x_2 \in (-\infty, \infty)$ için, sırayla, uzayın permitivitesini ve kompleks permitivitesini gösterir. Apaçık bir şekilde

$$\varepsilon'(x_2) = \varepsilon(x_2) + i\frac{\sigma(x_2)}{w} = \begin{cases} \varepsilon_o & , \quad x_2 > h \\ \varepsilon(x_2) + i\frac{\sigma(x_2)}{w} & , \quad x_2 \in (0, h) \\ \varepsilon_1 + i\frac{\sigma_1}{w} & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

olup $x_2 \in (0, h)$ bölgesinde bilinmemektedir. (2.1a, b) uyarınca $\text{div}\vec{J} = 0$ olduğundan, (2.2b) den,

$$\frac{\varepsilon'(x_2)}{\varepsilon(x_2)}\text{div}[\varepsilon(x_2)\vec{E}] + \text{grad}\left[\frac{\varepsilon'(x_2)}{\varepsilon(x_2)}\right]\varepsilon(x_2)\vec{E} = 0 \quad (2.4a)$$

yazılır. (2.4a)'nın son terimi, çarpılan vektörlerden ilki Ox_2 , ikincisi de Ox_3 yönünde olduğundan sıfırdır. Bu nedenle, (2.2c) de göz önünde bulundurularak, (2.4a) dan

$$\rho \equiv 0 \quad (2.4b)$$

çıkarılır. Buna dayanılarak (2.2c)'den önce

$$\text{grad}[\varepsilon(x_2)]\vec{E} + \varepsilon(x_2)\text{div}\vec{E} = 0 \quad (2.5a)$$

yazılır, sonra da, $\text{grad}\varepsilon // \vec{e}_2$ ve $\vec{E} // \vec{e}_3$ olduğundan,

$$\text{div}\vec{E} \equiv 0 \quad (2.5b)$$

elde edilir. Son olarak, (2.2a), (2.2b) ve (2.5b)'den

$$\Delta E + k^2(x_2)E = -iw\mu_o J \quad (2.6a)$$

ve

$$\vec{H} = \frac{1}{iw\mu_o} \left\{ \frac{\partial E}{\partial x_2} \vec{e}_1 - \frac{\partial E}{\partial x_1} \vec{e}_2 \right\} \quad (2.6b)$$

yazılır. Burada $\vec{E} = E(x_1, x_2)\vec{e}_3$ olduğu gözönünde bulundurulmuştur ve

$$k^2(x_2) = w^2\mu_o\varepsilon'(x_2) \quad (2.6c)$$

konmuştur. Bu şekilde bir probleme ilişkin düz saçılma problemi, J ve $k(x_2)$ biliniyorken (2.6a) denklemini $x_2 = 0$ ve $x_2 = h$ da sağlanacak

$$E(x_1, +0) = E(x_1, -0) \quad (2.7a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} E(x_1, +0) = \frac{\partial}{\partial x_2} E(x_1, -0) \quad (2.7b)$$

$$E(x_1, h+0) = E(x_1, h-0) \quad (2.7c)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} E(x_1, h+0) = \frac{\partial}{\partial x_2} E(x_1, h-0) \quad (2.7d)$$

sınır koşulları ile $x_2 \rightarrow \pm\infty$ için sağlanacak olan "radyasyon koşulları" altında çözmekten ibarettir. Bu son koşul, $x_2 \rightarrow \pm\infty$ olurken toplam dalganın sonsuza doğru gidiyor olmasını ifade eder.

Burada ele alınacak olan ters saçılma problemi ise, $k(x_2)$ 'nin, daha doğrusu $\varepsilon(x_2)$ ve $\sigma(x_2)$ 'nin, $x_2 \in (0, h)$ bölgesi içerisinde yapılacak olan

ölçmelerle belirlenmesidir. Bu amaçla, J ve h' nin bilinmesinin yanında $E(x_1, x_2)$ ' nin (1.1a) ile tanımlanan l çizgisi üzerinde bilindiği varsayılacaktır.

Şimdi tekrar (2.6a) denkleminde dönelim ve bunun çözümünü

$$E = u + u_o \quad (2.8)$$

şeklinde iki terimin toplamına ayıralım. u_o ,

$$\tilde{k}(x_2) = \begin{cases} k_o & , \quad x_2 > 0 \\ k_1 & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.9a)$$

halinde (2.1) deki kaynağın uyardığı toplam alandır ve

$$\Delta u_o + \tilde{k}^2(x_2)u_o = -iw\mu_o J \quad (2.9b)$$

denklemini distribüsyon anlamında ve radyasyon koşulu altında sağlar. Diğer bir deyişle, $u_o, x_2 \in (0, h)$ bölgesinin de boş uzay olması, yani atmosferin olmaması halinde uzaydaki toplam alandır. (2.9a) da $k_o^2 = w^2\varepsilon_o\mu_o$ ve $k_1^2 = w^2\varepsilon_1\mu_o + iw\sigma_1\mu_o$ olup, sırasıyla, $x_2 > 0$ ve $x_2 < 0$ bölgelerinin dalga sayılarını göstermektedir. u_o ' nın yukarıdaki tanımı, atmosferin boş uzaydan farklılığından dolayı ortaya çıkacak olan u alanının

$$\Delta u + \tilde{k}^2(x_2)u = -k_o^2 v(x_2)E \quad (2.10a)$$

denklemini distribüsyon anlamında ve radyasyon koşulu altında sağlamasını gerektirir. Burada, $\varepsilon'(x_2)$ (2.3) ile verilmek ve

$$\tilde{\varepsilon}(x_2) = \begin{cases} \varepsilon_o & , \quad x_2 > 0 \\ \varepsilon_1 + i\frac{\sigma_1}{w} & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.10b)$$

olmak üzere,

$$v(x_2) = \frac{\varepsilon'(x_2)}{\tilde{\varepsilon}(x_2)} - 1 \quad (2.10c)$$

konmuştur. $v(x_2)$ fonksiyonu, tanımı gereğince, $x_2 \in (0, h)$ bölgesinin dışında özdeşleymen sıfırdır. Reel ve sanal kısımları ise, sırasıyla, belirlenmek istenen $\varepsilon(x_2)$ ve $\sigma(x_2)$ değerleri ile orantılıdır. Bu nedenle $v(x_2)$, " cisim

fonksiyonu ” olarak adlandırılır. Burada söz konusu olan ters problemin amacı $v(x_2)$ cisim fonksiyonunu belirlemekten ibarettir. Bunu yapabilmek için $v(x_2)$ ile u' nun ölçülebilen değerleri arasında bir ilişki bulunması gerekir. Aşağıda bunu yapmaya çalışacağız.

Burada şunu da belirtmek istiyoruz ki, $v(x_2)$ ' nin (2.10c) deki tanımı, ters saçılma problemi açısından h yüksekliğinin kesin olarak bilinmesini gerektirmez. h tahmin edilenden daha büyük bir değer seçilebilir. $v(x_2)$ belirlendikten sonra, $v = 0$ olan noktaların sınırı h yüksekliğini de belirlememizi sağlar.

2.2. Problemin Bir Entegral Denkleme Dönüştürülmesi

$u(x_1, x_2)$ ' nin x_1 ' e göre Fourier dönüşümü $\hat{u}(\nu, x_2)$ olsun:

$$\hat{u}(\nu, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x_1, x_2) e^{-i\nu x_1} dx_1, \quad \nu \in \mathbb{L}, \quad (2.11a)$$

$$u(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{L}} \hat{u}(\nu, x_2) e^{-i\nu x_1} d\nu. \quad (2.11b)$$

Burada $\mathbb{L}$, kompleks ν - düzleminde $\hat{u}(\nu, x_2)$ nin mevcut olduğu ”regülerlik şeridi” içinde yer alan herhangi bir yatay çizgidir. Burada sözü edilen regülerlik şeridi, bilindiği gibi, $x_1 \rightarrow \pm\infty$ için u nun gösterdiği asimptotik davranışla belirlenir. $\varepsilon'(x_2)$ fonksiyonu x_1 ' den bağımsız olduğundan u' nun $x_1 \rightarrow \pm\infty$ olurken gösterdiği asimptotik davranış simetrik yapıdadır ve sözü edilen regülerlik şeridi, eğer varsa, reel ν - eksenini içerir. Aşağıda ele alınacak olan analiz sırasında bu çizginin reel eksenden başka birşey olmadığı gösterilecektir.

Şimdi (2.10a) denkleminin Fourier dönüşümünü alalım. Basit hesaplar sonucunda

$$\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial x_2^2} + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2) \hat{u} = -k_o^2 v(x_2) \hat{E}, \quad \nu \in \mathbb{L} \quad (2.12)$$

elde edilir. (2.12) deki problemin çözümü, radyasyon koşulunu da gözönüne alarak bir entegral denklemin çözümüne dönüştürülebilir. Sözü edilen

entegral denklem bizim amacımız bakımından daha uygundur. Bunun için, bu probleme ilişkin $\hat{G}(\nu, x_2, \xi)$ Green fonksiyonunu gözönüne almamız gerekir. Green fonksiyonu, bilindiği gibi,

$$\frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2)\hat{G} = -\delta(x_2 - \xi) \quad (2.13a)$$

denklemini radyasyon koşulu altında sağlayan fonksiyondur. Aşağıda ele alınacak problem bakımından $\hat{G}'$ nin $\xi > 0$ için ifadesine ihtiyaç vardır ve basit hesaplamalar sonucunda kolayca gösterilebilir ki,

$$\hat{G}(\nu, x_2, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{2\gamma_o} [e^{\gamma_o(\xi-x_2)} + R(\nu)e^{-\gamma_o(\xi+x_2)}] & , \quad x_2 > \xi > 0 \\ \frac{1}{2\gamma_o} [e^{-\gamma_o(\xi-x_2)} + R(\nu)e^{-\gamma_o(\xi+x_2)}] & , \quad \xi > x_2 > 0 \\ \frac{1}{2\gamma_o} T(\nu)e^{-\gamma_o\xi}e^{\gamma_1x_2} & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.13b)$$

şeklinde bir yapıya sahiptir. Burada $R(\nu)$ ve $T(\nu)$, sırasıyla, $x_2 = 0$ düzlemine ilişkin yansıma ve geçirme katsayılarıdır ve $\hat{G}(\nu, x_2, \xi) \equiv \hat{G}(\nu, \xi, x_2)$ simetri özelliği nedeniyle, ξ' den bağımsız, sadece ν ye bağlı fonksiyonlardır. Bu katsayılar

$$\hat{G}(\nu, +0, \xi) = \hat{G}(\nu, -0, \xi) \quad (2.14a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \hat{G}(\nu, +0, \xi) = \frac{\partial}{\partial x_2} \hat{G}(\nu, -0, \xi) \quad (2.14b)$$

sınır koşulları kullanılarak, kolayca,

$$R(\nu) = \frac{\gamma_o - \gamma_1}{\gamma_o + \gamma_1} \quad (2.14c)$$

$$T(\nu) = \frac{2\gamma_o}{\gamma_o + \gamma_1} \quad (2.14d)$$

olarak elde edilirler. Yukarıdaki ifadelerde görülen $\gamma_o(\nu)$ ve $\gamma_1(\nu)$ fonksiyonları

$$\gamma_o(\nu) = \sqrt{\nu^2 - k_o^2} \quad , \quad \gamma_1(\nu) = \sqrt{\nu^2 - k_1^2} \quad (2.15a)$$

den ibaret olup şekil 2-1 deki gibi kesilmiş kompleks düzlemde

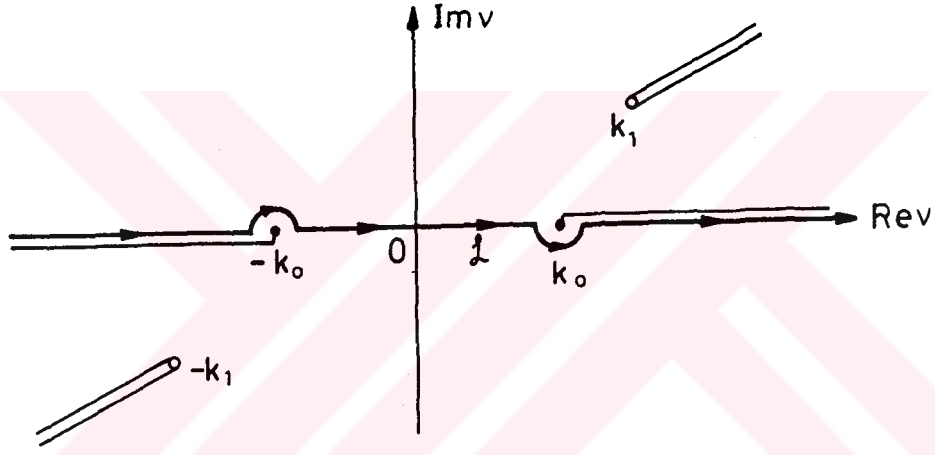
$$\gamma_o(0) = -ik_o \quad , \quad \gamma_1(0) = -ik_1 \quad (2.15b)$$

şeklinde tanımlıdır. Burada şunu belirtmek yararlı olacaktır ki, (2.13a) denklemini sağlayan Green fonksiyonu $\hat{G}(\nu, x_2, \xi)$, ($x_1 = 0$, $x_2 = \xi$) noktasına yerleştirilmiş bir çizgi kaynağın sözkonusu uzay içerisinde yaratacağı

toplam alan olan $G(x_1, x_2; 0, \xi)$ ' nin Fourier dönüşümünden başka birşey değildir. Bu alan $x_1 \rightarrow \pm\infty$ olurken $(\exp(ik_{o,1}x_1)/\sqrt{k_{o,1}x_1})$ şeklinde bir davranış gösterdiği için, bunun Fourier dönüşümü vardır ve

$$-\min(\text{Im}k_o, \text{Im}k_1) < \text{Im}\nu < \min(\text{Im}k_o, \text{Im}k_1)$$

şeridi içerisinde ν ' nün regüler bir fonksiyonudur. Mevcut durumda olduğu gibi, $\text{Im}k_o \rightarrow 0$ olursa, bu şerit şekil 2-1 deki L çizgisine dejenere olur. Bu nedenle, yukarıdaki tüm ifadelerde görünen spektral parametre bu dejenere L çizgisinin üzerindedir.



Şekil 2-1. Kompleks ν -düzlemi ve L regülerlik çizgisi

Şimdi (2.12) yi $\hat{G}$ ve (2.13a) yı da $\hat{u}$ ile çarpıp taraf tarafa çıkaralım ve elde edilen ifadeyi, x_2 ye göre, $(-\infty, +\infty)$ aralığında entegre edelim. Böylece,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{u} \frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} - \hat{G} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial x_2^2}) dx_2 = -\hat{u}(\nu, \xi) \\ + k_o^2 \int_0^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) \hat{E}(\nu, x_2) v(x_2) dx_2 \end{aligned} \quad (2.16a)$$

yazılır. Kolayca gerçekleştirilebileceği gibi, $(\hat{u} \frac{\partial \hat{G}}{\partial x_2} - \hat{G} \frac{\partial \hat{u}}{\partial x_2})|_{-\infty}^{+\infty}$ e eşit olan sol yan, $\hat{u}'$ nin ve $\hat{G}'$ nin $x_2 \rightarrow \pm\infty$ olurken radyasyon koşuluna uyması nedeniyle, sıfırdır. Bunu göz önünde bulundurarak (2.16a) dan

$$\hat{u}(\nu, x_2) = k_o^2 \int_0^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) v(\xi) \hat{E}(\nu, \xi) d\xi \quad , \quad x_2 > 0 \quad (2.16b)$$

elde ederiz. Bu, v yi çözmek için kullanacağımız bir birinci çeşit Fredholm entegral denklemidir. (2.16a) dan (2.16b) elde edilirken x_2 yerine ξ , ξ yerine de x_2 konmuş ve $\hat{G}'$ nin simetri özelliği kullanılmıştır. (2.16b) daha kompakt bir biçimde

$$(I - A)\hat{u} = A\hat{u}_o \quad (2.17a)$$

olarak yazılabilir. Burada I birim operatörü göstermektedir ve

$$A\hat{u}(\nu, x_2) = k_o^2 \int_0^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) v(\xi) \hat{u}(\nu, \xi) d\xi \quad (2.17b)$$

olarak tanımlıdır. Bu bize formel olarak

$$\hat{u}(\nu, x_2) = (I - A)^{-1} A\hat{u}_o \quad (2.17c)$$

yazma olanağını verir. (2.17c) $x_2 = \alpha$ çizgisi üzerinde ölçülen $u(x_1, \alpha)$ alan değerleri ile A da görülen $v(x_2)$ yi birbirine bağlayan bir ilişkidir ve ters problemin çözümü bu ilişkiye dayanacaktır.

Burada şunu belirtmek istiyoruz ki, bir düz saçılma probleminde (2.17a) ifadesindeki A bilinmektedir ve $\hat{u}$ çözülecektir. Bu açıdan problem, aslında, ikinci çeşit bir Fredholm entegral denklemidir ve çözümü bilinen yollarla elde edilebilir. Söz konusu denkleme ilişkin bir ters saçılma probleminde ise bilinmeyen A operatörünün kendisidir ve $\hat{u}'$ nun bilinen değerleri kullanılarak elde edilmeye çalışılır. Böyle bir problemin çözümü dördüncü bölüm de verilecektir.

2.3. $\hat{u}_o$ Alanı

Bölüm 2.1 de belirtildiği gibi u_o alanı (2.9b) denkleminin radyasyon koşulu altında çözümünden ibarettir. Aslında u_o , tanım gereği, tüm uzayın iki yarısız uzaydan oluşması halinde (2.1a, b) de verilen kaynağın

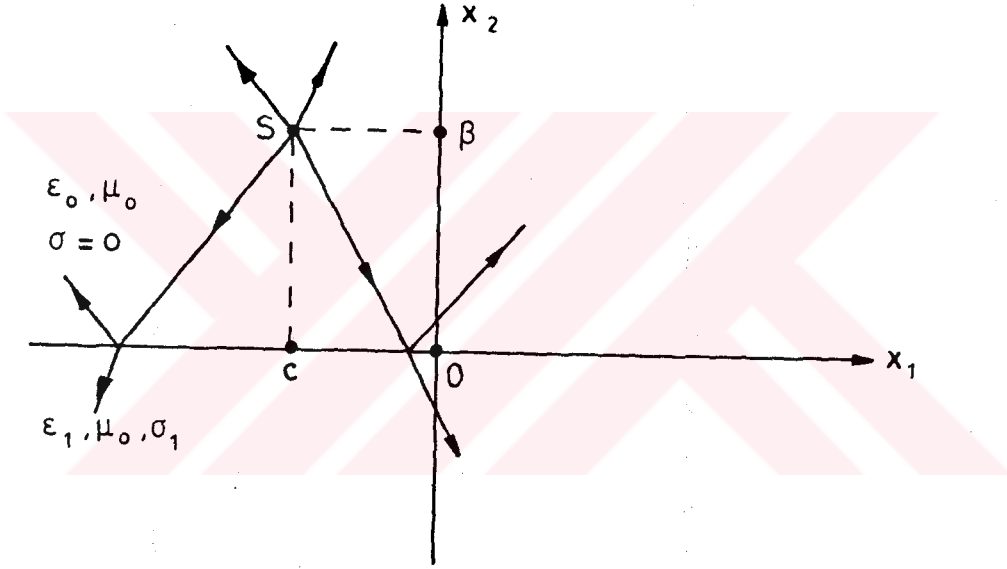
yarattığı alandan başka birşey değildir (Bk. Şekil 2-2). (2.1a), (2.9b) ye taşınır ve Fourier dönüşümü alınacak olursa,

$$\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \hat{u}_o(\nu, x_2) + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2) \hat{u}_o(\nu, x_2) = -iw\mu_o I \delta(x_2 - \beta) e^{-i\nu c} \quad (2.18a)$$

elde edilir. Kolayca görülebileceği gibi, (2.18a), sağ tarafındaki $iw\mu_o I e^{-i\nu c}$ çarpanı dışında, (2.13a) dan başka birşey değildir ve (2.13a)'nın çözümüne dayanarak, kolayca,

$$\hat{u}_o(\nu, x_2) = iw\mu_o I e^{-i\nu c} \hat{G}(\nu, x_2, \beta) \quad (2.18b)$$

yazılabilir.



Şekil 2-2. İki parçalı uzayda çizgi kaynak

BÖLÜM 3

İKİNCİ TÜRDE PROBLEMLER

3.1. Problemin Formülasyonu

Atmosferin ikinci türden bir problem şeklinde modellenmesi halinde, problemin geometrisi şekil 1-4 de verildiği gibidir ve bölüm 2.1 de yapılan analizin tekrarı ile kolayca gösterilebilir ki, atmosferin boş uzaydan farklılığından dolayı ortaya çıkacak u alanı (2.10a) yı, yani

$$\Delta u + \tilde{k}^2(x_2)u = -k_o^2 v(x_2)(u + u_o) \quad (3.1a)$$

denklemini distribüsyon anlamında ve radyasyon koşulu altında sağlar. Burada şimdi,

$$\tilde{\varepsilon}(x_2) = \begin{cases} \varepsilon_o & , \quad x_2 > h_1 \\ \varepsilon_2 + i \frac{\sigma_2}{w} & , \quad x_2 \in (0, h_1) \\ \varepsilon_1 + i \frac{\sigma_1}{w} & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (3.1b)$$

olmak üzere,

$$\tilde{k}^2(x_2) = w^2 \mu_o \tilde{\varepsilon}(x_2) \quad (3.1c)$$

ve

$$v(x_2) = \frac{\varepsilon(x_2) + i \frac{\sigma(x_2)}{w}}{\tilde{\varepsilon}(x_2)} - 1 \quad (3.1d)$$

konmuştur. $v(x_2)$ Bölüm-2 de sözü edilen cisim fonksiyonudur ve $x_2 \in (h_1, h)$ dışında özdeşleymen sıfırdır. Cisim fonksiyonun bu özelliği nedeniyle, eğer ters saçılma problemi ile ilgileniliyorsa, h_1 ve h değerlerinin tamamen bilinmesi gerekmez. h tahmin edilenden daha büyük, h_1 de tahmin edilenden daha küçük tutulabilir. $v(x_2)$ ' nin sıfır olduğu noktaların sınırları h_1 ve h yı da belirlememizi sağlar. Aşağıda ele alınacak olan ters saçılma probleminin amacı bu $v(x_2)$ cisim fonksiyonunu belirlemekten ibarettir. (3.1a) da gözüken u_o fonksiyonu, (2.9b) nin yani

$$\Delta u_o + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2)u_o = -iw\mu_o J \quad (3.2)$$

denkleminin radyasyon koşuluna uyan çözümüdür ve, aslında, $x_2 \in (h_1, h)$ bölgesinde atmosferin yerini boş uzayın doldurması halinde (2.1a, b) kaynağının uzayda yarattığı toplam alandır. Bunun bir açık ifadesi bölüm 3.2 de verilecektir.

Şimdi (3.1a) ya yeniden dönelim ve x_1' e göre Fourier dönüşümünü alalım. Bu halde,

$$\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \hat{u}(\nu, x_2) + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2) \hat{u}(\nu, x_2) = -k_o^2 v(x_2) (\hat{u}(\nu, x_2) + \hat{u}_o(\nu, x_2)) \quad (3.3)$$

elde edilir. (3.3) bağıntısı, (2.12) için yapıldığı gibi, Green fonksiyonu aracılığı ile bir integral denkleme dönüştürülebilir. $\hat{G}(\nu, x_2, \xi)$ ile gösterilecek olan bu fonksiyon

$$\frac{\partial^2 \hat{G}}{\partial x_2^2} + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2) \hat{G} = -\delta(x_2 - \xi) \quad (3.4a)$$

denklemini distribüsyon anlamında ve radyasyon koşulu altında sağlar ve (2.13b) dekine benzer şekilde, $\xi > h_1$ için

$$\hat{G}(\nu, x_2, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{2\gamma_o} [e^{\gamma_o(\xi-x_2)} + R(\nu)e^{-\gamma_o(\xi+x_2)}] & , \quad x_2 > \xi > h_1 \\ \frac{1}{2\gamma_o} [e^{-\gamma_o(\xi-x_2)} + R(\nu)e^{-\gamma_o(\xi+x_2)}] & , \quad \xi > x_2 > h_1 \\ \frac{1}{2\gamma_o} [A(\nu)e^{-\gamma_o\xi}e^{\gamma_2x_2} + B(\nu)e^{-\gamma_o\xi}e^{-\gamma_2x_2}] & , \quad x_2 \in (0, h_1) \\ \frac{1}{2\gamma_o} [T(\nu)e^{-\gamma_o\xi}e^{\gamma_1x_2}] & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (3.4b)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $R(\nu)$, $T(\nu)$, $A(\nu)$ ve $B(\nu)$ belirlenecek olan katsayılardır. Bunlar $x_2 = 0$ ve $x_2 = h_1$ da sağlanacak olan sınır koşulları kullanılarak kolayca elde edilebilirler. Bu koşullar

$$\hat{G}(\nu, +0, \xi) = \hat{G}(\nu, -0, \xi) \quad (3.5a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \hat{G}(\nu, +0, \xi) = \frac{\partial}{\partial x_2} \hat{G}(\nu, -0, \xi) \quad (3.5b)$$

$$\hat{G}(\nu, h_1 + 0, \xi) = \hat{G}(\nu, h_1 - 0, \xi) \quad (3.5c)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} \hat{G}(\nu, h_1 + 0, \xi) = \frac{\partial}{\partial x_2} \hat{G}(\nu, h_1 - 0, \xi) \quad (3.5d)$$

$\hat{G}$ yukarıdaki gibi belirlendikten sonra, Bölüm 2.2 de yapılan analiz tekrar edilerek kolayca gösterilebilir ki, $\hat{u}$ ile $v(x_2)$ cisim fonksiyonu arasında

$$\hat{u}(\nu, x_2) = k_o^2 \int_{h_1}^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) v(\xi) (\hat{u} + \hat{u}_o) d\xi \quad (3.8a)$$

ilişkisi vardır. Bu ilişki daha kompakt bir biçimde

$$(I - B)\hat{u} = B\hat{u}_o \quad (3.8b)$$

olarak da yazılabilir. Burada,

$$B\hat{u}(\nu, x_2) = k_o^2 \int_{h_1}^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) v(\xi) \hat{u}(\nu, \xi) d\xi \quad (3.8c)$$

konmuştur.

(3.8b)' nin (2.17a) den tek farkı kaynak ve gözleme noktalarının entegrasyon işleminin dışında kalması, yani $\alpha < h_1$, $\beta < h_1$ olmasıdır. Bu, yapılacak sayısal hesaplamalar yönünden önemlidir.

3.2. $\hat{u}_o$ Alanı

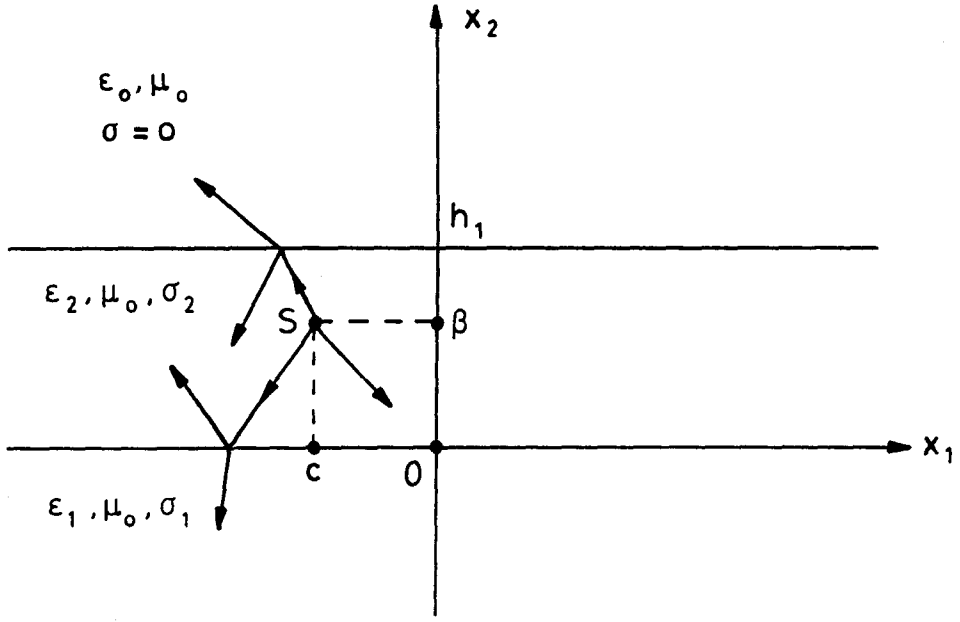
$\hat{u}_o$, (3.2) deki tanımı gereği, (2.1a) kaynağının şekil 3-2 de gösterilen uzayda yarattığı alanın Fourier dönüşümüdür ve

$$\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \hat{u}_o(\nu, x_2) + (\tilde{k}^2(x_2) - \nu^2) \hat{u}_o(\nu, x_2) = -iw\mu_o I \delta(x_2 - \beta) e^{-i\nu c} \quad (3.9a)$$

denklemini distribüsyon anlamında ve radyasyon koşulu altında sağlar ve bölüm 2.3 dekine benzer biçimde

$$\hat{u}_o(\nu, x_2) = iw\mu_o I e^{-i\nu c} \hat{G}(\nu, x_2, \beta) \quad (3.9b)$$

olarak yazılabilir. Burada $\hat{G}$, (3.4b) deki Green fonksiyonudur.



Şekil 3-2. Üç parçalı uzayda çizgi kaynak

BÖLÜM 4

TERS SAÇILMA PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

4.1. Problemin Bir Fredholm Entegral Denklemine Dönüştürülmesi

Hem birinci çeşit hem de ikinci çeşit problemler halinde ters saçılma problemi

$$(\mathbf{I} - \mathbf{C})\hat{u} = \mathbf{C}\hat{u}_o, \quad x_2 \in (-\infty, \infty), \nu \in \mathbb{L} \quad (4.1a)$$

şeklinde bir fonksiyonel denklemin çözümüne indirgenmiştir. Burada $\mathbf{C}$ ile birinci çeşit problemler halinde (2.17b) de, ikinci çeşit problemler halinde de (3.8c) de verilen operatörler kastedilmektedir. $\mathbf{C}'$ nin bir ifadesi

$$\mathbf{C}\hat{u} = k_o^2 \int_a^h \hat{G}(\nu, x_2, \xi) v(\xi) \hat{u}(\nu, \xi) d\xi \quad (4.1b)$$

şeklinde yazılabilir. Burada a , birinci çeşit problemler sözkonusu ise 0, ikinci çeşit problemler halinde ise h_1 dir. $\hat{G}$ ilgilenilen probleme ilişkin Green fonksiyonunu göstermektedir. (4.1b) de $x_2, (-\infty, \infty)$ arasında her değeri alabilir.

Şimdi (4.1b)' nin $x_2 \in (a, h)$ bölgesi içerisine kısıtlamasını ele alalım. Depo edilen elektrik enerjisi bir sabit farkıyla $|\hat{u}|^2$ ye eşit olduğu için, $\hat{u}$ fonksiyonu, x_2 ' nin fonksiyonu olarak, $C^1[(a, h), \mathcal{C}] \cap L^2[(a, h), \mathcal{C}]$ uzayının içindedir. Bu, bir başka deyişle, (4.1b) ile tanımlanan lineer operatörün $x_2 \in (a, h)$ ' a kısıtlamasının $L^2[(a, h), \mathcal{C}]$ den yine kendisine bir lineer dönüşüm olması demektir. Böylece, Schwarz eşitsizliğini kullanarak,

$$\|\mathbf{C}\hat{u}\|_{L^2(a, h)} \leq |k_o^2| \left\{ \int_a^h \int_a^h |\hat{G}(\nu, x_2, \xi)|^2 |v(\xi)|^2 d\xi dx_2 \right\}^{1/2} \|\hat{u}\|_{L^2(a, h)} \quad (4.2a)$$

yazarız. Burada,

$$\|\hat{u}\|_{L^2(a, h)} = \int_a^h |\hat{u}(\xi)|^2 d\xi \quad (4.2b)$$

konmuştur. Bu, $\mathbf{C}'$ nin yukarıdaki kısıtlamasının

$$\|\mathbf{C}\|^2 \leq |k_o^4| \int_a^h \int_a^h |\hat{G}(\nu, x_2, \xi)|^2 |v(\xi)|^2 d\xi dx_2 \quad (4.3a)$$

$$\leq |k_o^4| \|v\|_\infty^2 \|\hat{G}\|_{L^2((a,h) \times (a,h))}^2, \quad (4.3b)$$

bağıntısını sağlayan bir $\|\mathbf{C}\|$ ile sınırlı operatör olduğunu gösterir. (4.3b) de

$$\|v\|_\infty = \max_{\xi \in (a,h)} |v(\xi)| \quad (4.3c)$$

ve

$$\|\hat{G}\|_{L^2((a,h) \times (a,h))}^2 = \int_a^h \int_a^h |\hat{G}(\nu, x_2, \xi)|^2 d\xi dx_2. \quad (4.3d)$$

konmuştur. (4.3b), bize, (w) frekansı, diğer bir deyişle (k_o) dalga sayısını ayarlayarak, her zaman, $\|\mathbf{C}\| < 1$ yapabileceğimizi gösterir. Bu halde (4.1a)' dan [17, sayfa:69],

$$\begin{aligned} \hat{u} &= (\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C} \hat{u}_o \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots) \mathbf{C} \hat{u}_o, \quad x_2 \in (a, h). \end{aligned} \quad (4.4a)$$

yazılır. Eğer $\mathbf{C}$ operatörü $\|\mathbf{C}\| \ll 1$ koşulunu sağlıyorsa, yani

$$|k_o^4| \|v\|_\infty^2 \|\hat{G}\|_{L^2((a,h) \times (a,h))}^2 \ll 1 \quad (4.4b)$$

koşulu gerçekleşiyorsa (bu koşulun doğruluğu sayısal olarak kontrol edilmelidir. Bu bölümün sonundaki uyarıya bakınız.), (4.4a)' nın sadece ilk terimi ile yetinilerek $\hat{u}$ için bir çözüm elde edilebilir. Bu, (4.1a)' nın Born yaklaşımı altında çözülmesi ve

$$\hat{u}(\nu, x_2) \simeq \mathbf{C} \hat{u}_o, \quad x_2 \in (a, h) \quad (4.5)$$

yazılması demektir. (4.5) ile verilen ve $L^2[(a, h), \mathcal{C}]$ içinde olan $\hat{u}$ çözümü aynı zamanda $C^1[(a, h), \mathcal{C}]$ uzayının da içindedir. Yani $\hat{u}$, (2.12) veya (3.3)' ün yegane çözümüdür. Gerçekten, (4.1a) dan

$$\begin{aligned} &|\hat{u}'(\nu, \xi) - \hat{u}'(\nu, \eta)| \leq \\ &k_o^2 \|v\|_\infty \left\{ \int_a^h |\hat{G}'(\nu, \xi, \zeta) - \hat{G}'(\nu, \eta, \zeta)|^2 d\zeta \right\}^{1/2} \|\hat{u} + \hat{u}_o\|_{L^2(a,h)} \end{aligned}$$

yazılabilir. Burada (') x_2 ye göre türevi göstermektedir. Bu yukarıda sözü edilen iddiayı doğrular, çünkü $\hat{G} \in C^1(a, h)$ dır.

(4.5) bağıntısı bizim, $\hat{u}$ nın sadece $x_2 \in (a, h)$ daki değerlerini belirlememizi sağlar. Oysa, ikinci türden problemler sözkonusu olduğunda $x_2 = \alpha$ bu aralığın dışında kahr. Bu nedenle, $x_2 \in (a, h)$ nın dışındaki noktalar için de çözümün elde edilmesi gerekir. Bu amaçla, tüm $x_2 \in (-\infty, \infty)$ değerleri için geçerli olan (4.1a) ya yeniden dönelim ve $x_2 = \alpha \in (0, h_1)$ yazalım. Buradaki $\mathbf{C}$ operatörü sadece $x_2 \in (a, h)$ için geçerli $\hat{u}$ üzerine etkidığı için

$$\begin{aligned}\hat{u}(\nu, x_2) &= \mathbf{C}\hat{u}_o + \mathbf{C}\hat{u} \\ &\simeq \mathbf{C}\hat{u}_o + \mathbf{C}^2\hat{u}_o, \quad x_2 = \alpha \in (0, h_1)\end{aligned}\quad (4.6)$$

yazabiliriz. Burada frekansın (4.4b) koşulunu sağlayacak şekilde olduğu varsayılmıştır. Bu bize

$$\mathbf{C}\hat{u}_o + \mathbf{C}^2\hat{u}_o \simeq \mathbf{C}\hat{u}_o, \quad x_2 = \alpha \in (0, h_1) \quad (4.7a)$$

ve, sonuç olarak,

$$\hat{u} \simeq \mathbf{C}\hat{u}_o, \quad x_2 = \alpha \in (0, h_1) \quad (4.7b)$$

yazma olanağını verir. Bu son bağıntı, eğer $\mathbf{C}$ biliniyorsa, Born yaklaşımı altında $\hat{u}$ yı belirlememizi sağlar. Oysa, bizim burada ele alacağımız ters saçılma probleminde $\mathbf{C}$ ' nin kendisi bilinmemektedir ve $\hat{u}$ ' nın, $x_2 = \alpha$ için ölçülen değerlerinden elde edilmeye çalışılacaktır. Aşağıda bunu yapmaya çalışacağız.

4.2. Ters Problemin Regülerize Edilmiş Çözümü

(4.7b) bağıntısı ters saçılma problemi açısından cisim fonksiyonunu içerir ve aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir:

$$\mathbf{Q}v = \hat{u}(\nu, \alpha), \quad \nu \in \mathbf{L}. \quad (4.8a)$$

Burada Q ile,

$$\mathbf{Q}v = k_o^2 \int_a^h [\hat{G}(\nu, \alpha, \xi) \hat{u}_o(\nu, \xi)] v(\xi) d\xi \quad (4.8b)$$

lineer operatörü gösterilmektedir. (4.8b)' nin sağ tarafında görülen integral çok iyi bilinen sayısal entegrasyon tekniklerinden biri kullanılarak ayrık hale getirilebilir. Bu halde problem, (4.8a) dan cisim fonksiyonunun $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ile göstereceğimiz bazı ayrık noktalardaki değerlerinin bulunmasına indirgenmiş olur. Söz konusu ayrıştırma sonucunda (4.8a)

$$\hat{u}(\nu, \alpha) = \sum_{p=1}^n \mathbf{Q}_p(\nu) v_p, \quad \nu \in \mathbf{L} \quad (4.9)$$

şekline dönüşür. Burada $\mathbf{Q}_p(\nu)$, kullanılan entegrasyon tekniğine bağlı olan ve bilinen katsayılarıdır. $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ise n tane bilinmeyenlerdir. (4.9) da bu bilinmeyenleri elde etmek için n tane denklem üretmemiz gerekir. Bu ise ν yerine $\nu_q \in \mathbf{L}$ ($q = 1, 2, \dots, n$) ayrık değerleri konarak yapılabilir ve

$$\hat{u}(\nu_q, \alpha) = \sum_{p=1}^n \mathbf{Q}_p(\nu_q) v_p, \quad q = 1, 2, \dots, n \quad (4.10)$$

lineer cebrik denklem sistemini elde etmemizi sağlar.

(4.10) bağıntısından $v(x_2)$ cisim fonksiyonunun yaklaşık bir resmi verecek olan $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ değerleri teorik olarak çözülebilir. Fakat, bu, (4.10)' nun kötü kurulmuş bir sistem olması nedeniyle kolay değildir. Kötü kurulmuşluğun etkisini azaltmak için bir regülerize edilmiş çözüm elde edilmek zorundadır. Bu amaçla, (4.10) denklem sistemi Tikhonov anlamında regülerize edilmiştir. Bu ise, $\mathcal{C}^n$ de,

$$J(w) = \|\hat{u}(\nu_q, \alpha) - \sum_{p=1}^n \mathbf{Q}_p(\nu_q) v_p\|^2 + \lambda \|w_q\|_n^2 \quad (4.11a)$$

olmak üzere,

$$J(v) = \min_{w \in \mathcal{C}^n} \{J(w)\}, \quad v \in \mathcal{C}^n \quad (4.11b)$$

şeklinde bir minimizasyon probleminin çözülmesi demektir [20, bölüm.6]. (4.11a) da $\|\cdot\|_n$ ile $\mathcal{C}^n$ n-boyutlu uzayındaki norm gösterilmektedir. Şöyle

ki;

$$\|w_q\|_n^2 = \sum_{q=1}^n |w_q|^2 \quad (4.11c)$$

dir. λ ise regülarizasyon parametresidir ve ortaya çıkacak matrisel denklemin yapısına bakılarak tahmin edilecek pozitif bir sayıdır.

(4.11) ile verilen minimizasyon problemi, aslında,

$$(\lambda \mathbf{I} + \mathbf{Q}^* \mathbf{Q})v = \mathbf{Q}^* \hat{u}(\nu_p, \alpha) \quad (4.12)$$

denkleminin çözülmesi demektir [21]. Burada I , n - boyutlu birim matrisi göstermektedir. $\mathbf{Q}^*$ ve $\mathbf{Q}$ ise

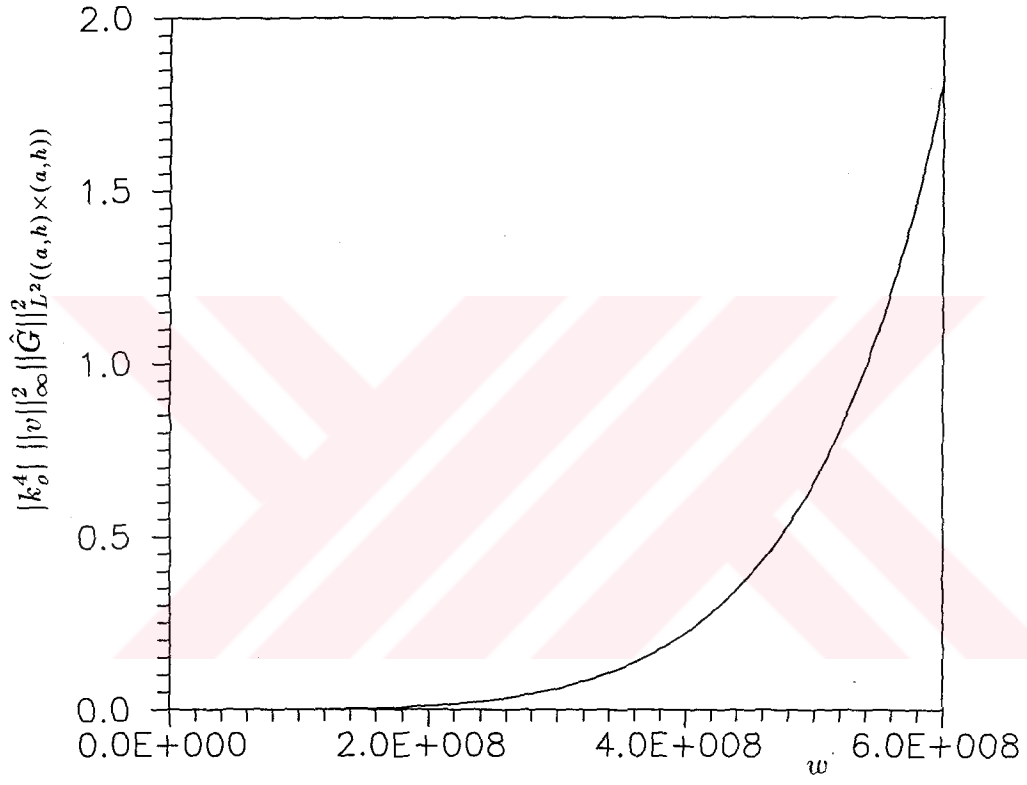
$$\mathbf{Q}_{qp} = \mathbf{Q}_p(\nu_q) \quad , \quad \mathbf{Q}_{qp}^* = \mathbf{Q}_p^*(\nu_q) \quad (4.13a)$$

olmak üzere

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_{qp}] \quad , \quad \mathbf{Q}^* = [\mathbf{Q}_{qp}^*] \quad (4.13b)$$

matrisleridir. $\mathbf{Q}_q^*$ ile kompleks eşlenik karakterize edilmektedir.

Uyarı: (4.4b) koşulunu sağlayan bir frekans aralığı, (4.4b)' nin sol tarafının w' nın bir fonksiyonu olarak çizilmesi ile bulunabilir. Şekil 4-1, $\|v\|_\infty = 0.01$, $\nu = 3.0$, $h = 2\pi$, $k_1/k_o = 1.25$ için böyle bir tipik durumu göstermektedir.



Şekil 4-1. (4.4b)' nin sağ tarafını, $\|v\|_\infty = 0.01$, $\nu = 3.0$, $h = 2\pi$, $k_1/k_o = 1.25$ için frekansa (w) göre değişimi.

BÖLÜM 5

ÖRNEK UYGULAMALAR

Önceki bölümlerde elde edilen teoremin uygulanabilirliğini ve doğruluğunu denemek amacıyla yöntem, birinci çeşit problemler halinde şekil 5-1 deki, ikinci çeşit problemler halinde de şekil 5-2 deki basit hallerine uygulanmıştır. Şekil 5-1 de $x_2 \in (0, h)$ bölgesi birbirinden $x_2 = b_1$ ve $x_2 = b_2$ düzlemleri ile ayrılmış, reel k'_1 , k'_2 ve k'_3 dalga sayılarına sahip üç basit homogen tabakadan oluşmaktadır. Diğer bir deyişle, herbir tabakaya karşı düşen cisim fonksiyonu sabit bir değere eşittir. Şekil 5-2 de ise $x_2 \in (h_1, h)$ bölgesi üç homogen tabakadan oluşmaktadır. Sayısal uygulamalarda kullanılan alan değerleri,

$$\frac{\partial^2 \hat{E}}{\partial x_2^2} + (k^2(x_2) - \nu^2) \hat{E} = -iw\mu_o \delta(x_2 - \beta) \quad (5.1a)$$

denklemini $x_2 \rightarrow \pm\infty$ için sağlanacak radyasyon koşulu ve sınır koşulları altında çözümlenerek, sentetik olarak elde edilmiştir. (5.1a) da birinci türden problemler için

$$k(x_2) = \begin{cases} k_o & , \quad x_2 > h \\ k'_3 & , \quad x_2 \in (b_2, h) \\ k'_2 & , \quad x_2 \in (b_1, b_2) \\ k'_1 & , \quad x_2 \in (0, b_1) \\ k_1 & , \quad x_2 < 0 \end{cases} \quad (5.2a)$$

yazılır. (5.4a) daki entegral $\hat{G}$ ve $\hat{u}_o$ bilindiği için kolayca hesaplanabilir. Bu halde, (4.12) deki $\mathbf{Q}$ matrisinin elemanları,

$$\mathbf{Q}_{qp} = \mathbf{Q}_p(v_q) = k_o^2 \int_{\xi_{p-1}}^{\xi_p} \hat{G}(x_2, \xi, \nu_q) \hat{u}_o(\nu_q, \xi) d\xi \quad (5.4b)$$

şeklinde olacaktır.

Aşağıda, şekil 5-3 den şekil 5-13' e kadar birinci türden problemlere ilişkin sonuçlar, şekil 5-14 ve şekil 5-15 de ise ikinci türden problemlere ilişkin sonuçlar verilmiştir. Bu tez çerçevesinde geliştirilen teori ile elde edilen profillerle bunların gerçek değerleri aynı şekiller üzerinde gösterilmiştir. Bu sonuçlarda, $\lambda_o = 2\pi/k_o$ uyarılan monokromatik dalga'nın boş uzaydaki dalga boyunu, $\lambda_1 = 2\pi/k_1$ de $x_2 < 0$ bölgesindeki dalga boyunu göstermektedir.

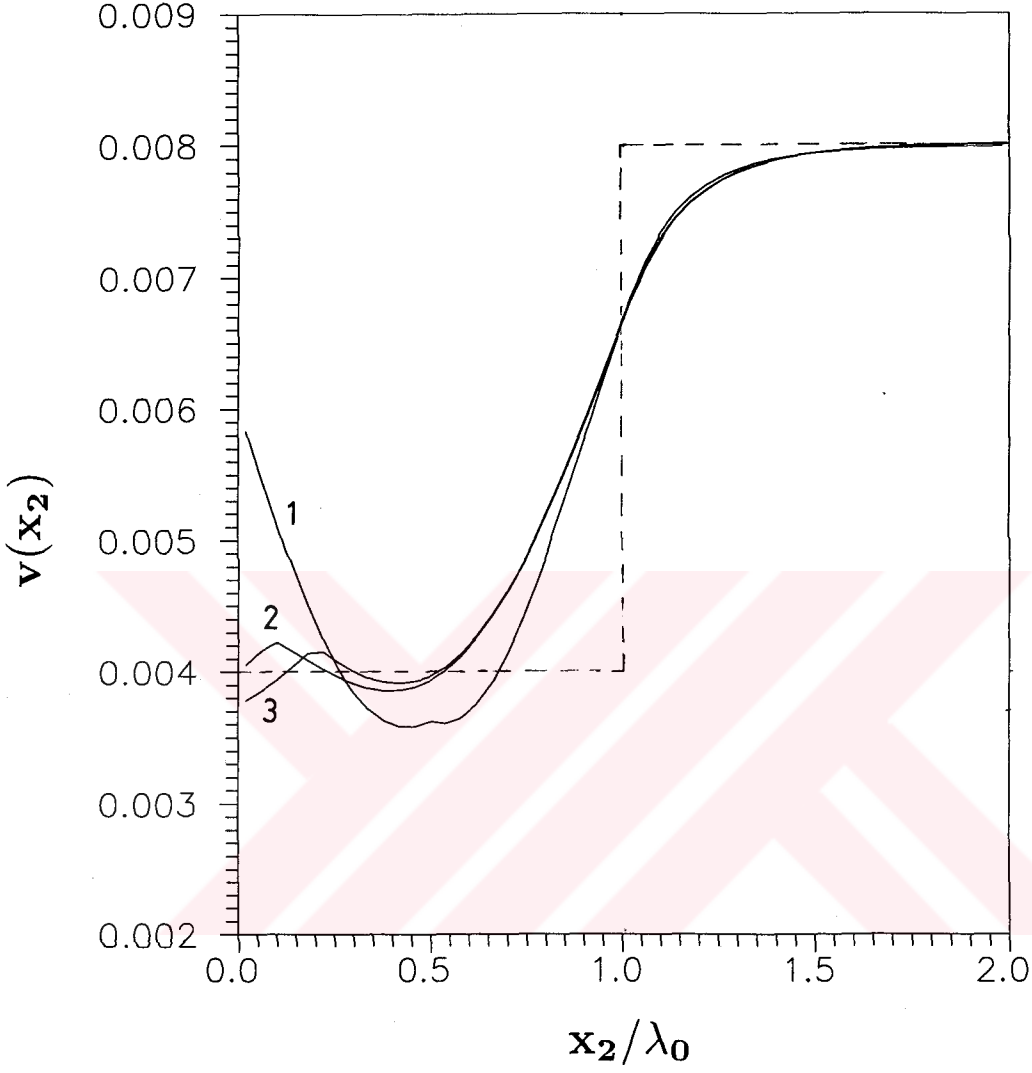
Şekil 5-3 den şekil 5-10' a kadarki şekiller $x_2 \in (0, h)$ bölgesinin kalınlıkları birbirine eşit iki homogen tabakadan oluşması halinde (Şöyle ki; $b_1 = b_2 = h/2$, $k_1' = k_2'$) elde edilen sonuçları içermektedir. Bu örneklerde alanın kaynağı ve ölçme noktaları $x_2 \in (0, b_1)$ bölgesinin içerisindedir. Şekil 5-3 kaynağın ve ölçme noktalarının aynı yükseklikte ($\alpha = \beta$) olması halinde elde edilen sonuçları göstermektedir. Şekil 5-4 deki sonuçlarda ise kaynak ve ölçme noktalarının yükseklikleri birbirinden farklıdır. Bu sonuçlardan kolayca gözlenebileceği gibi, kaynak ve ölçme noktalarının bulunduğu $x_2 \in (0, b_1)$ bölgesine ilişkin olarak elde edilen profiller gerçek değerlerden sapmalar göstermektedir. Bu durum, sözkonusu kaynak ve ölçme düzenlerinin $x_2 \in (0, b_1)$ bölgesinin içerisinde olmasından dolayı ortaya çıkmaktadır ve aslında beklenen sonuçtur. Çünkü, kaynaklar ve ölçme noktaları problemin Green fonksiyonu ile ilişkilidir ve Green fonksiyonu bu noktalar civarında tekillik gösterir. Bu olay atmosferin birinci türden bir problem olarak modellenmesi halinde kaçınılmaz olarak ortaya çıkar.

Atmosferi alttan sınırlayan ortamın parametrelerinin değişmesinin sonuçlara nasıl yansıtacağı şekil 5-5 de gösterilmiştir. Şekil 5-6, şekil 5-3 deki örnekte cisim fonksiyonunun 5 kat artması durumunda elde edilen so-

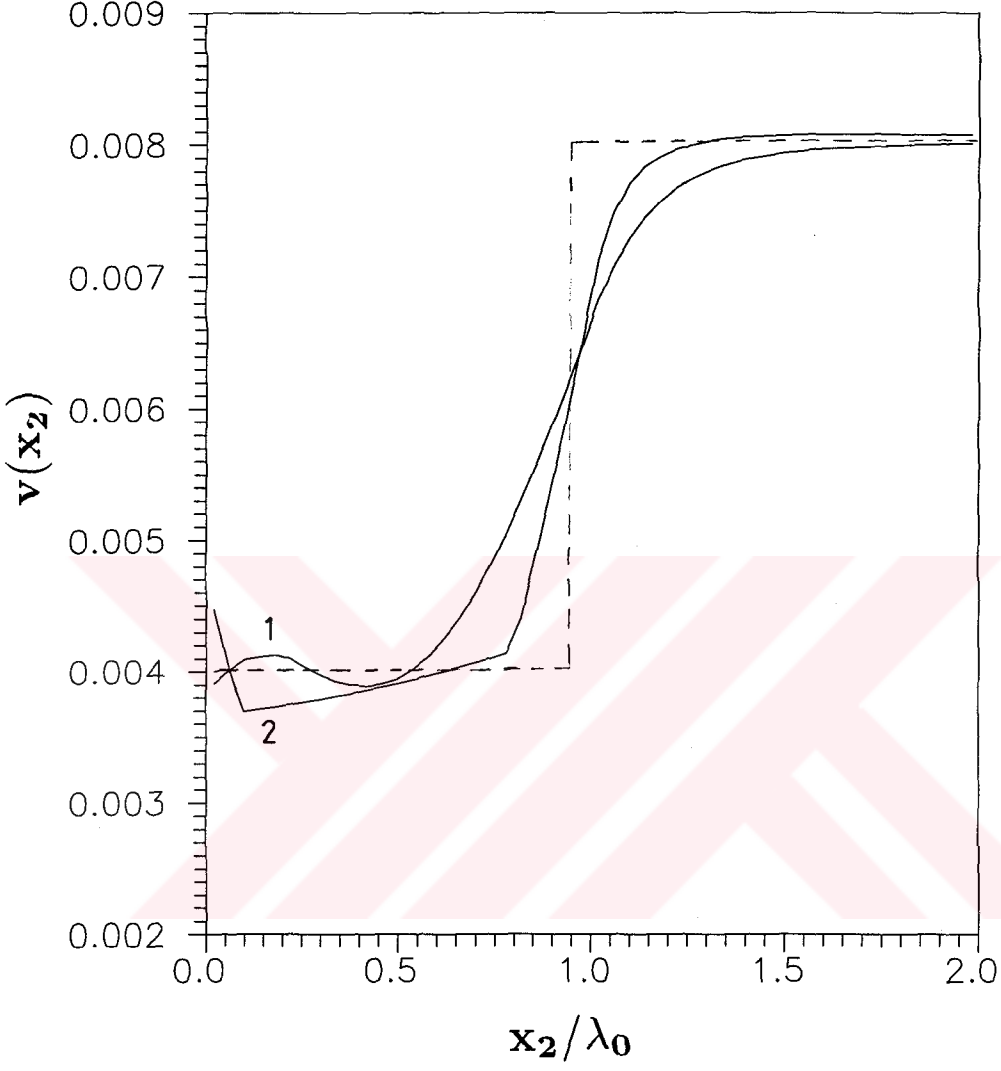
nuçları içerir. Şekil 5-7 ve şekil 5-8 de, sırasıyla, h yüksekliği iki ve üç katına çıkarıldığında bulunan sonuçlar verilmiştir. Şekil 5-9 da ise kaynağın ve ölçme noktalarının aynı yükseklikte ($\alpha = \beta$) olması halinde elde edilen sonucu göstermektedir. Şekil 5-10 dan, şekil 5-13' e kadar $x_2 \in (0, h)$ bölgesinin kalınlıkları birbirine eşit (şöyle ki, $b_1 = \frac{h}{3}$, $b_2 = \frac{2h}{3}$) üç homogen tabakadan oluşması halinde elde edilen profiller ve gerçek değerler sunulmuştur.

Şekil 5-14 ve şekil 5-15 ikinci türden problemlere ilişkin örnekleri içermektedir. Burada kaynak ve ölçme noktaları $x_2 \in (h_1, h)$ bölgesinin dışındadır ve, bu şekillerden de görüldüğü gibi, bu noktaların yerinin cisim fonksiyonu üzerinde etkisi yoktur.

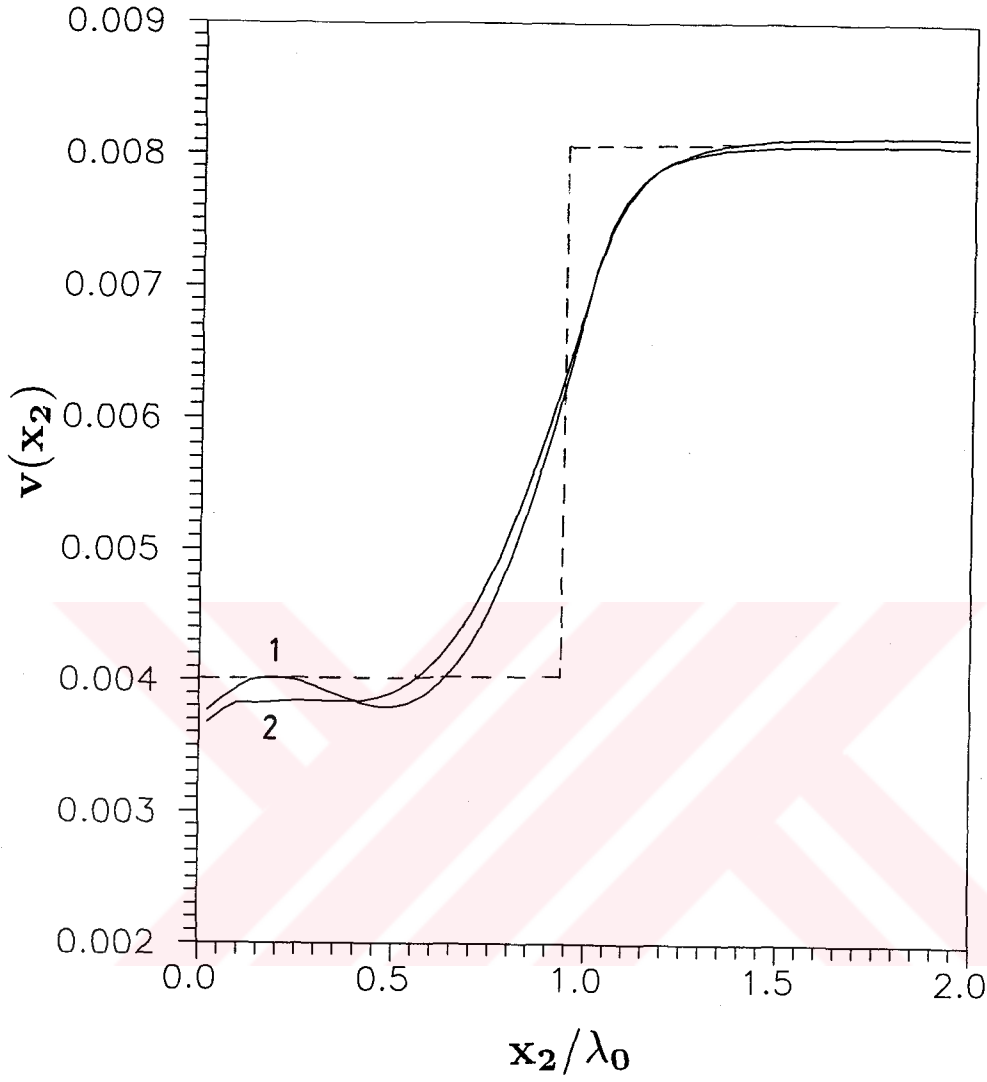




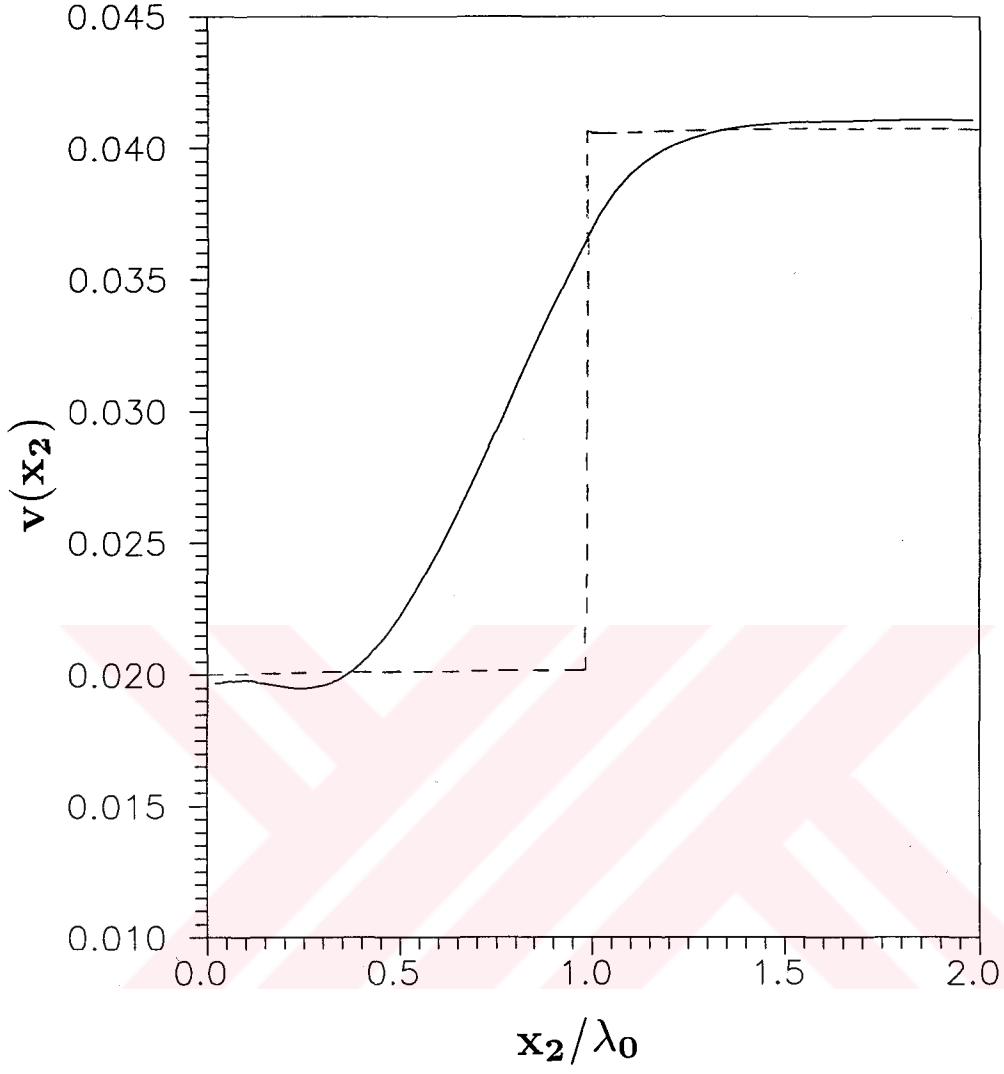
Şekil 5-3. Birinci türden problemler halinde kaynak ve gözleme noktaları aynı seviyede tutularak elde edilen cisim fonksiyonu değerleri. $h = 2\lambda_o$, $b_1 = b_2 = \lambda_o$, $\lambda_1 = 0.9\lambda_o$.
- - - : gerçek değer, 1: $\alpha = \beta = 0.5\lambda_o$,
2: $\alpha = \beta = 0.2\lambda_o$, 3: $\alpha = \beta = 0.09\lambda_o$.



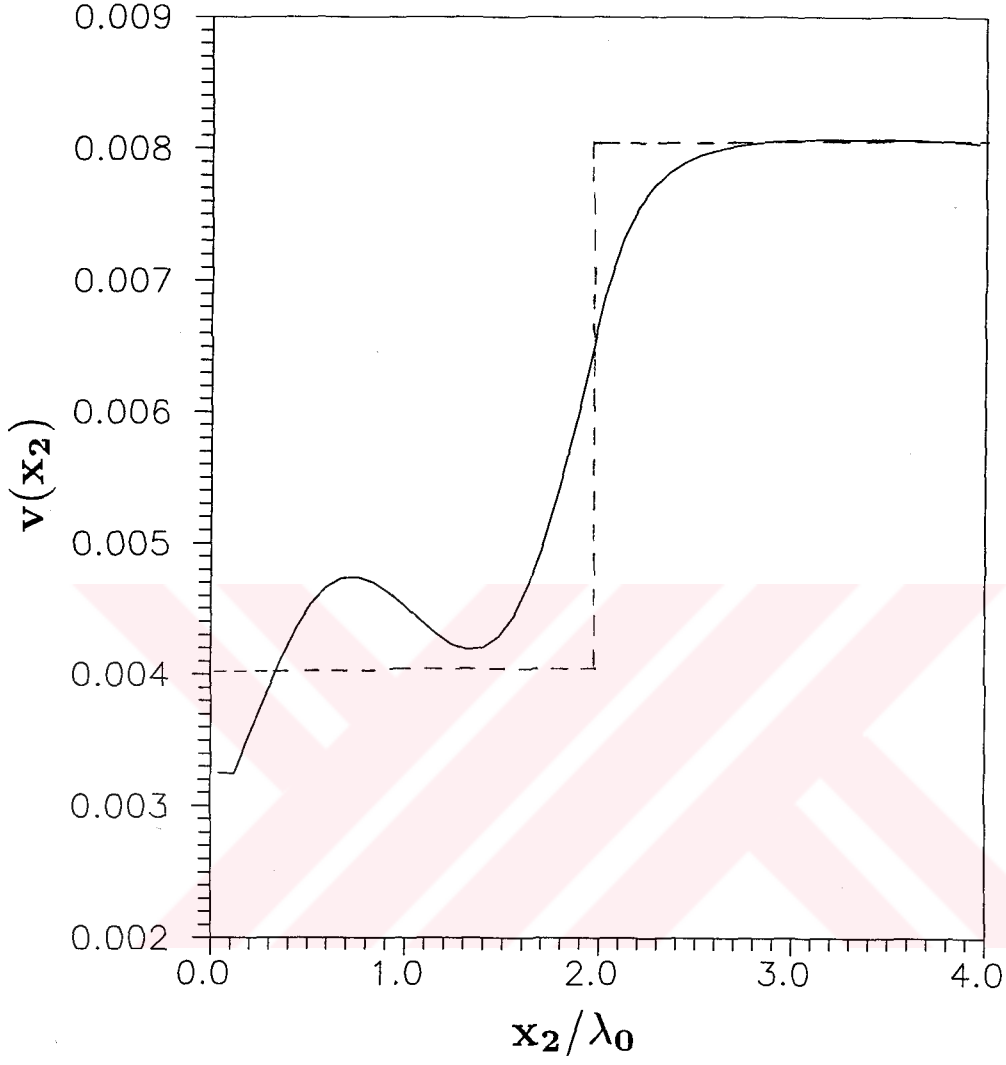
Şekil 5-4. Birinci türden problemler halinde kaynak ve gözleme noktaları farklı seviyede tutularak elde edilen sonuçlar ve gerçek değerleri. $h = 2\lambda_o$, $b_1 = b_2 = \lambda_o$, $\lambda_1 = 0.9\lambda_o$,
- - - - : gerçek değer, 1: $\alpha = 0.09\lambda_o$, $\beta = 0.2\lambda_o$,
2: $\alpha = 0.09\lambda_o$, $\beta = 0.8\lambda_o$.



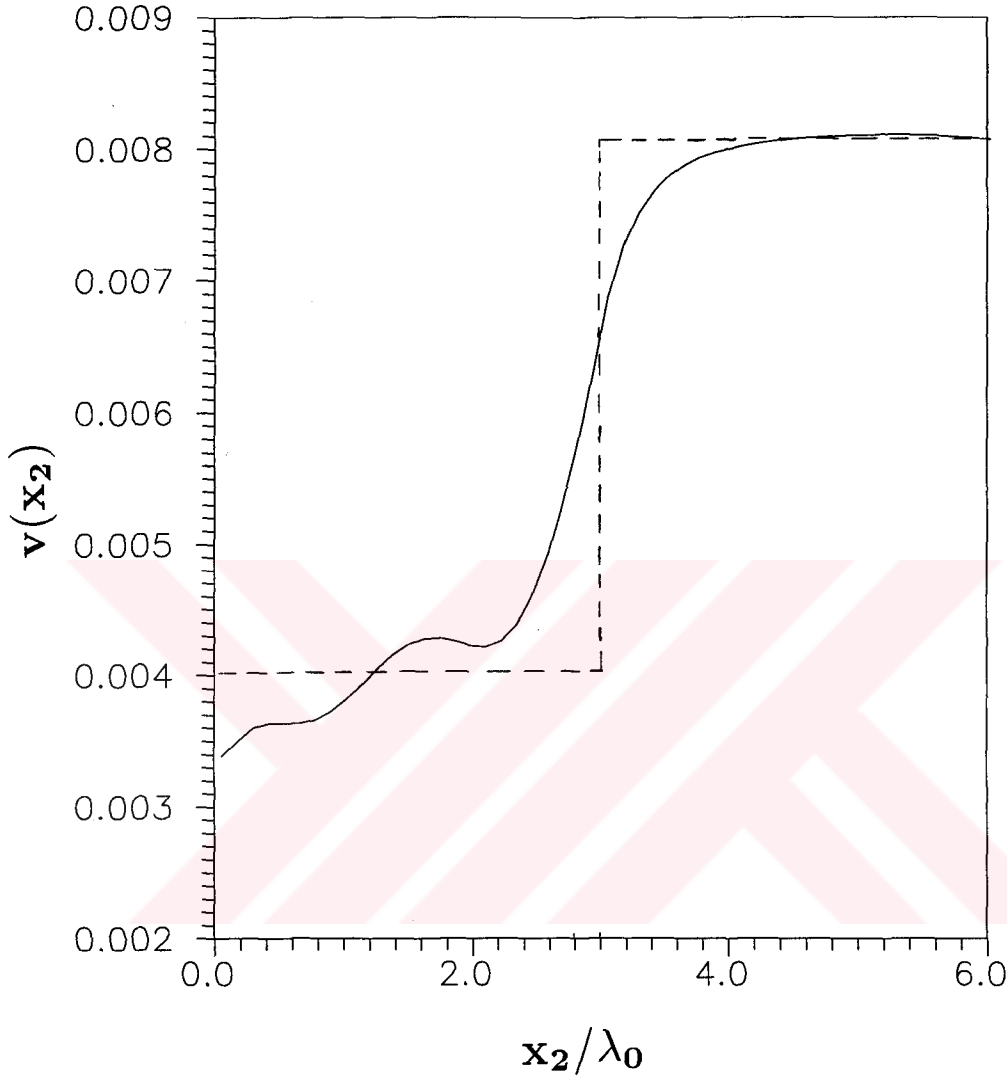
Şekil 5-5. λ_1 ' in değişik değerleri için elde edilen cisim fonksiyonları ve gerçek değerleri. $h = 2\lambda_0$, $b_1 = b_2 = \lambda_0$, $\alpha = \beta = 0.09\lambda_0$,
- - - - : gerçek değer, 1: $\lambda_1 = 1.5\lambda_0$, 2: $\lambda_1 = 2.5\lambda_0$.



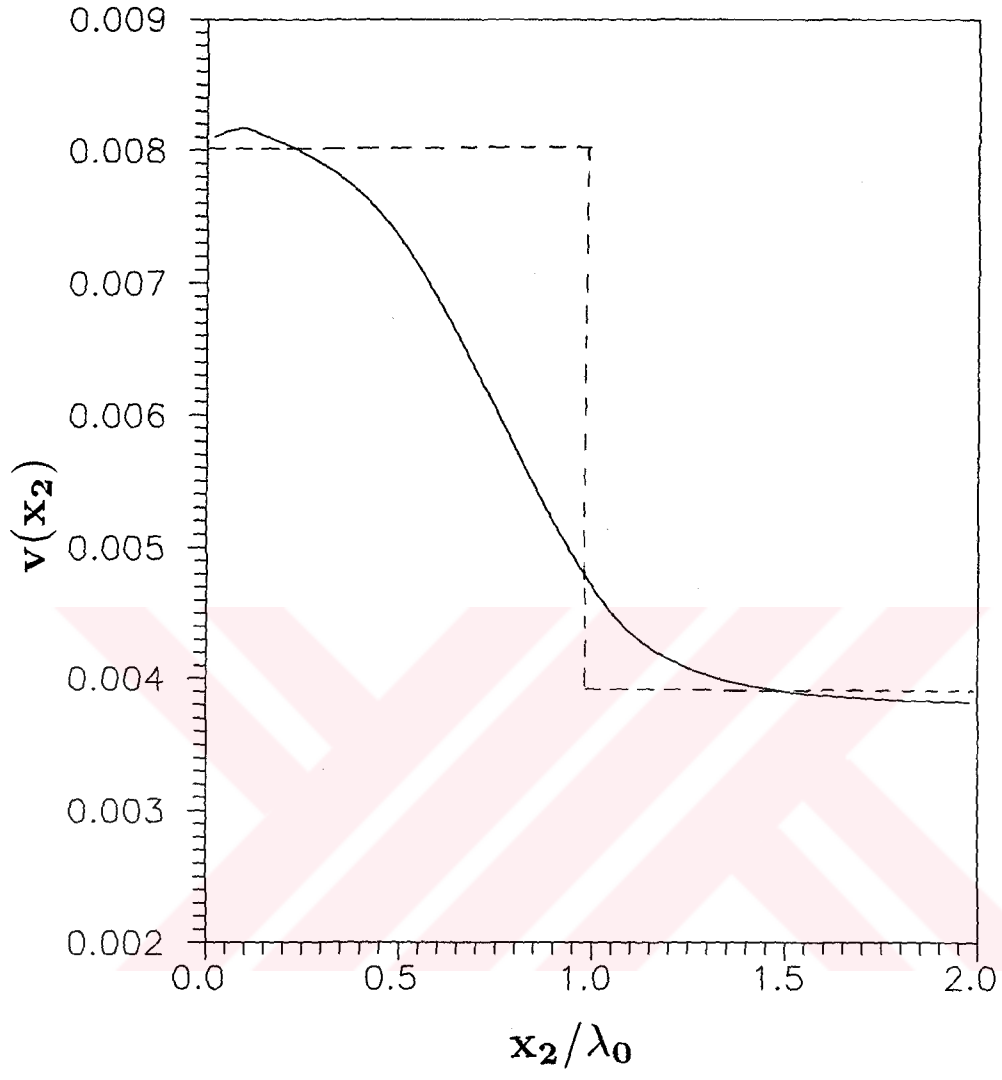
Şekil 5-6. $h = 2\lambda_o$, $b_1 = b_2 = \lambda_o$, $\lambda_1 = 0.66\lambda_o$, $\alpha = \beta = 0.09\lambda_o$ halinde elde edilen cisim fonksiyonu ve gerçekteki değeri.
- - - : gerçekteki değer.



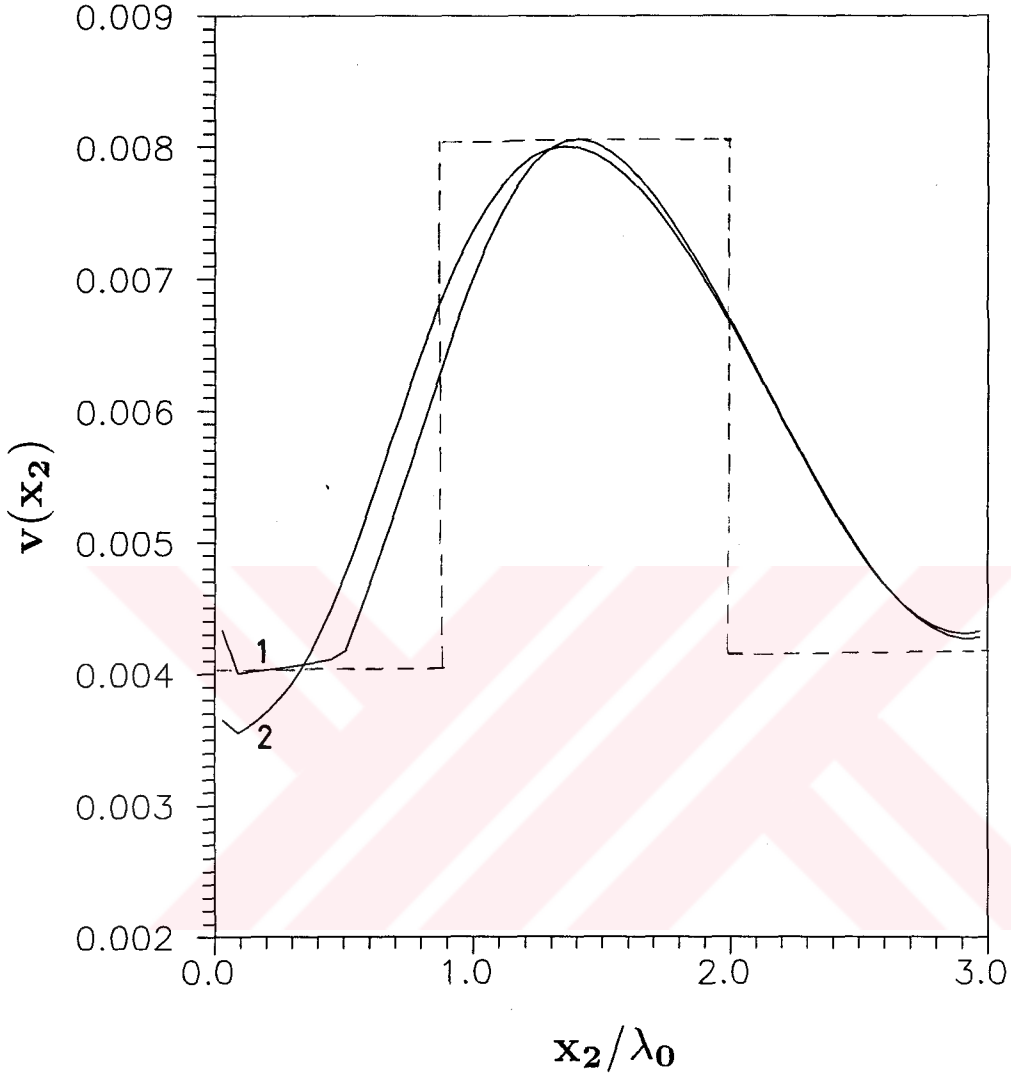
Şekil 5-7. $h = 4\lambda_o$, $b_1 = b_2 = 2\lambda_o$, $\lambda_1 = 0.66\lambda_o$ ve $\alpha = \beta = 0.09\lambda_o$ halinde elde edilen cisim fonksiyonu ve gerçek değeri.
- - - - : gerçek değer.



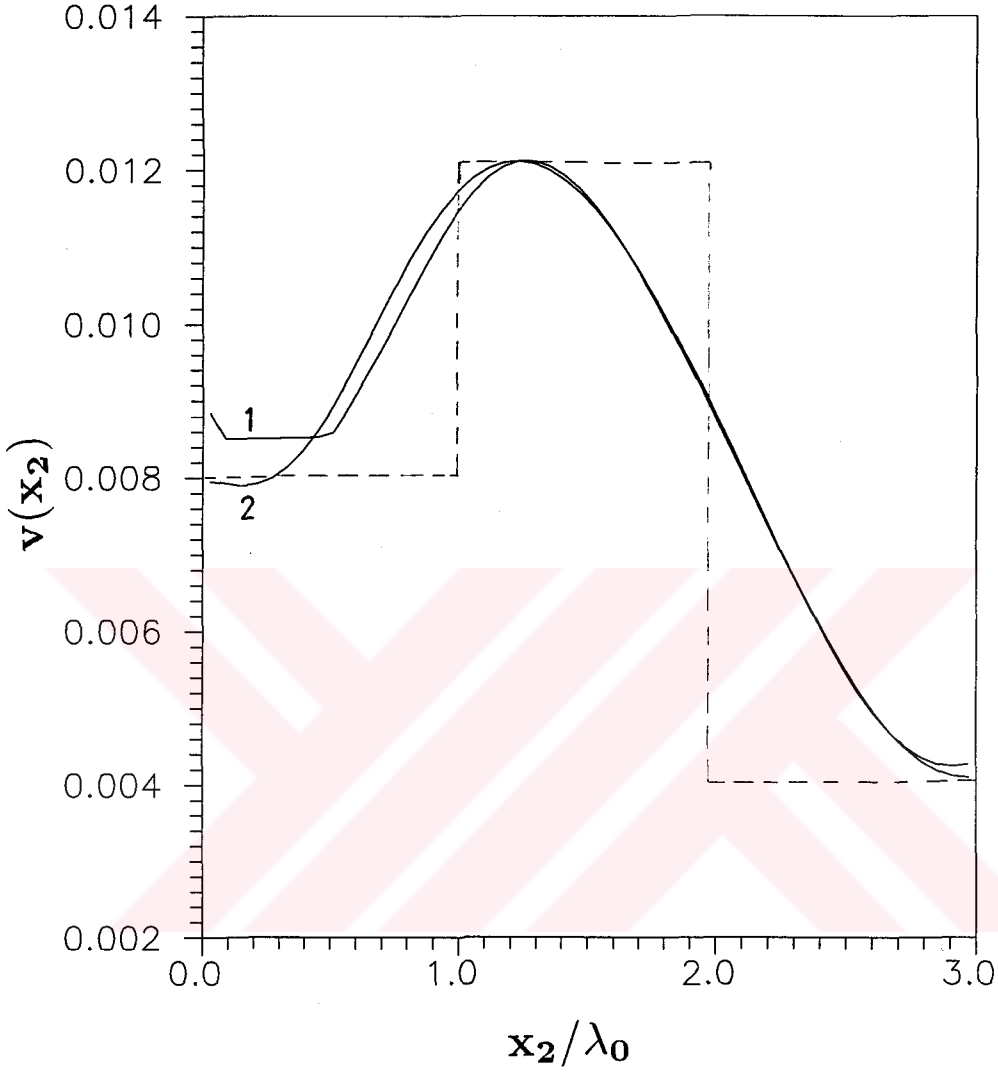
Şekil 5-8. $h = 6\lambda_o$, $b_1 = b_2 = 3\lambda_o$, $\lambda_1 = 0.66\lambda_o$ ve $\alpha = \beta = 0.09\lambda_o$ halinde elde edilen cisim fonksiyonu ve gerçek değeri.
- - - - : gerçek değer.



Şekil 5-9. $h = 2\lambda_o$, $b_1 = b_2 = \lambda_o$, $\lambda_1 = 0.95\lambda_o$ ve $\alpha = \beta = 0.09\lambda_o$ halinde elde edilen cisim fonksiyonu ve gerçek değeri.
----- : gerçek değer.



Şekil 5-10. Üç tabakalı atmosfer hali: Değişik kaynak ve gözleme noktaları için elde edilen profiller ve gerçek değeri.
 $h = 3\lambda_o, b_1 = \lambda_o, b_2 = 2\lambda_o, \lambda_1 = 0.9\lambda_o$.
- - - : gerçek değer, 1: $\alpha = 0.09\lambda_o, \beta = 0.5\lambda_o$,
2: $\alpha = 0.09\lambda_o, \beta = 0.09\lambda_o$.

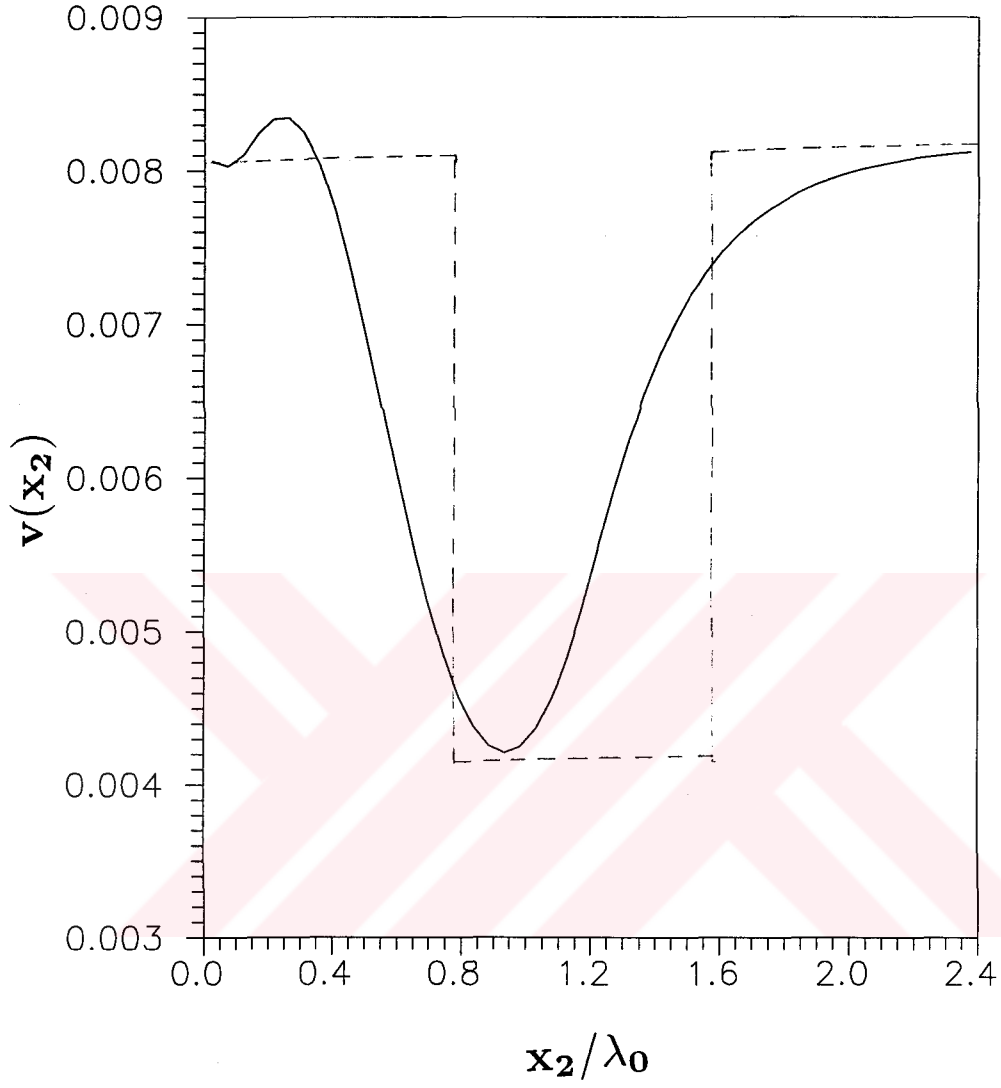


Şekil 5-11. Üç tabakalı atmosfer hali: Değişik kaynak ve gözleme noktaları için elde edilen profiller ve gerçek değeri.

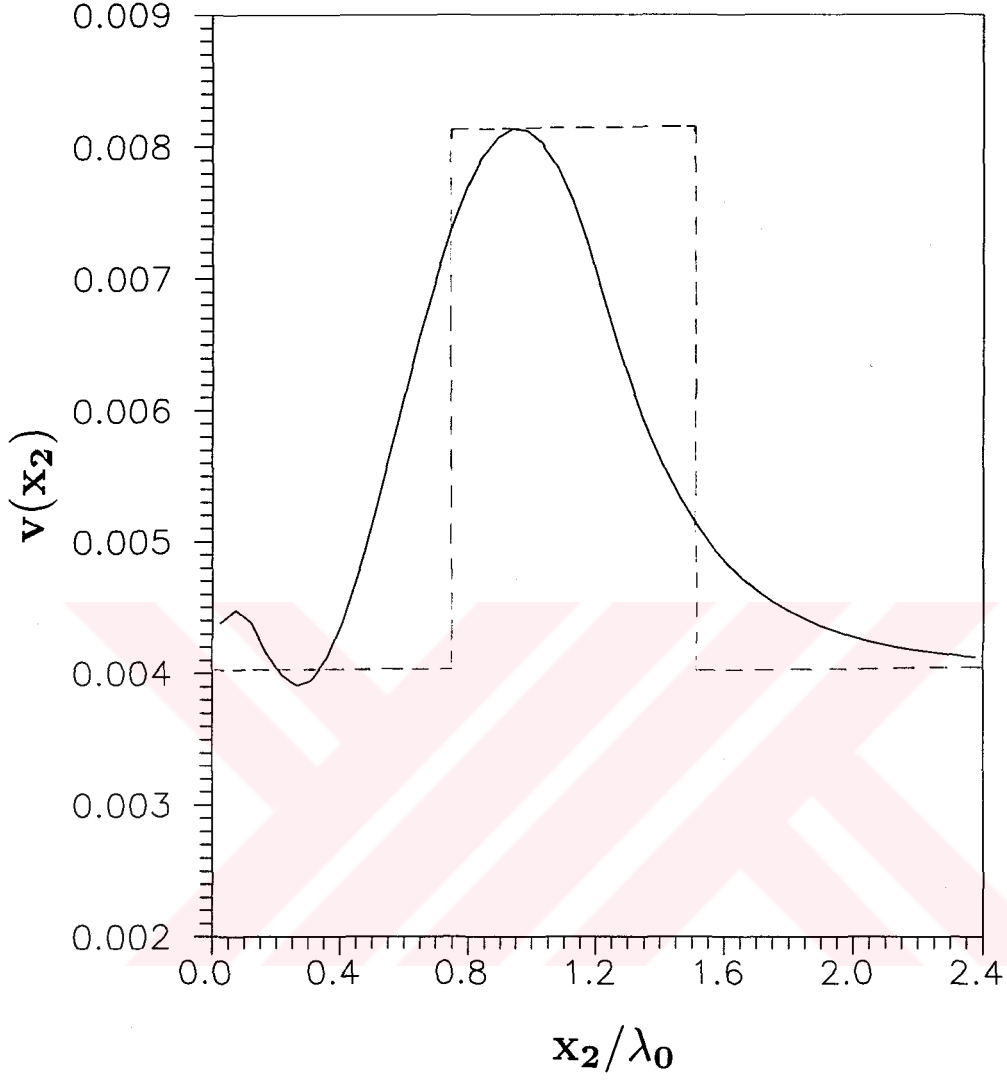
$h = 3\lambda_o$, $b_1 = \lambda_o$, $b_2 = 2\lambda_o$, $\lambda_1 = 0.9\lambda_o$.

----- : gerçek değer, 1: $\alpha = 0.09\lambda_o$, $\beta = 0.5\lambda_o$,

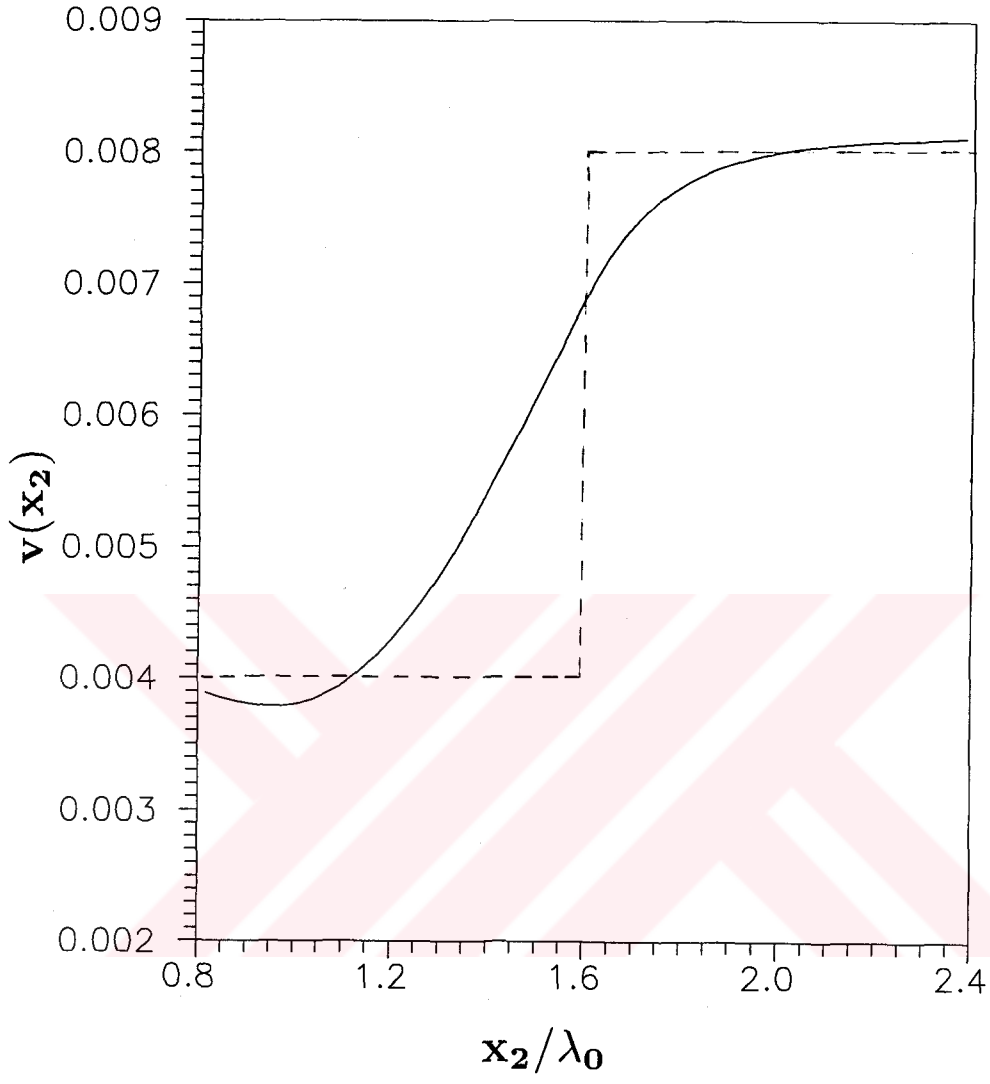
2: $\alpha = 0.09\lambda_o$, $\beta = 0.09\lambda_o$.



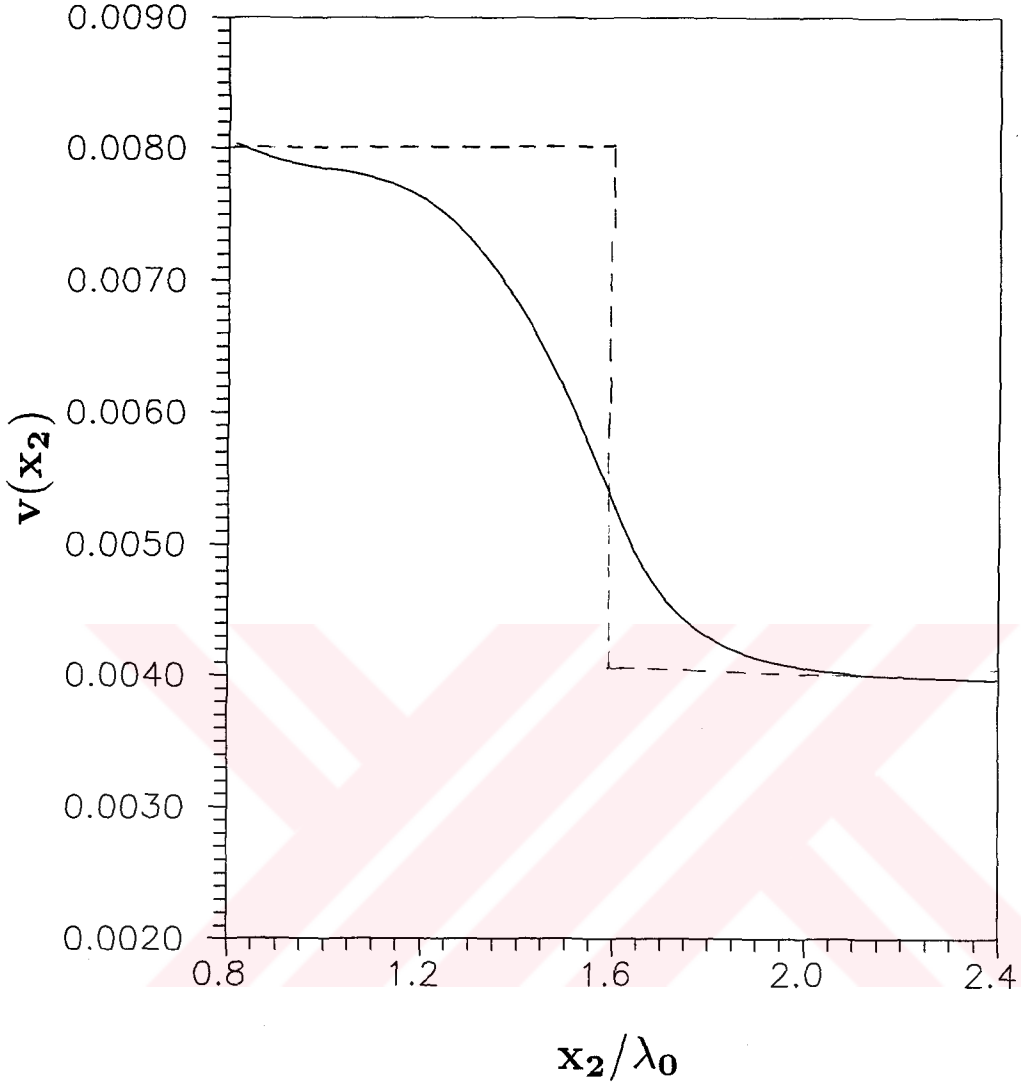
Şekil 5-12. Üç tabakalı atmosfer hali: $h = 2.4\lambda_o$, $b_1 = 0.8\lambda_o$,
 $b_2 = 1.6\lambda_o$, $\lambda_1 = 0.9\lambda_o$, $\alpha = \beta = 0.09\lambda_o$.
- - - - : gerçek değer.



Şekil 5-13. Üç tabakalı atmosfer hali: $h = 2.4\lambda_o$, $b_1 = 0.8\lambda_o$,
 $b_2 = 1.6\lambda_o$, $\lambda_1 = 0.9\lambda_o$, $\alpha = \beta = 0.09\lambda_o$.
- - - : gerçek değer.



Şekil 5-14. İkinci türden problem: $h_1 = 0.8\lambda_0$, $b_1 = b_2 = 1.6\lambda_0$
için elde edilen profil ve gerçek değeri (- - : gerçek değer).



Şekil 5-15. İkinci türden problem: $h_1 = 0.8\lambda_o$, $b_1 = b_2 = 1.6\lambda_o$
için elde edilen profil ve gerçek değeri (- - : gerçek değer).

BÖLÜM 6

SONUÇLAR VE GELECEK ÇALIŞMALARA YÖNELİK ÖNERİLER

Bölüm 2-4 de elde edilen teori ve bölüm 5 de verilen örnek uygulamalar göstermiştir ki, geçirgen bir homogen ortam tarafından alttan sınırlanan atmosferin elektromagnetik parametreleri, sınıra paralel olarak yerleştirilmiş düz çizgiler üzerinde yapılan elektrik alan ölçmeleri ile kolayca elde edilebilir. Söz konusu alan değerleri bu uzay içerisinde Ox_3 eksenine paralel olarak yerleştirilmiş bir çizgi kaynak tarafından yaratılmıştır. Teori, önce problemi bir fonksiyonel denklemin çözümüne indirgemiş ve bu denklem Born yaklaşımı altında birinci çeşit bir Fredholm integral denklemine dönüştürülmüştür. Çok iyi bilindiği gibi bu problem kötü kurulmuştur. Çözümün üzerinde kötü kurulmuşluğun etkisini azaltmak için, problem Tikhonov anlamında regülerize edilmiştir. Regülerizasyon parametresi ayrı denklemin matrisinin elemanlarını inceleyerek tespit edilebilir. Bu her bir satırdaki diyagonal elemanlarını diğerlerinden büyük yapan en küçük sayıdır.

Yapılan örnek uygulamalar göstermiştir ki, önerilen yöntem benzer problemlere ilişkin yöntemlere kıyasla, oldukça tatminkar sonuçlar vermektedir. Bu sonuçların ilginç ve üzerinde önemle durulması gereken bir yanı da birinci ve ikinci çeşit problemler halinde elde edilen profillerdeki farklılıklardır. Eğer birinci türden problemler söz konusu ise elde edilen sonuçlar kaynak ve ölçme noktaları civarında gerçek değerlerden sapmalar göstermektedir. Bu, aslında beklenen bir sonuçtur. Çünkü ölçme noktaları söz konusu uzayın Green fonksiyonu ile ilişkilidir ve (2.17b) deki entegrasyon bu noktaları da içerir. Green fonksiyonu bu noktalar üzerinde tekillik gösterdiği için, bunun etkisi çözüme de yansımaktadır. Söz konusu alanı bir çizgi kaynak yarattığı için benzer sonuçlar kaynak noktaları için de geçerlidir.

İkinci türden problemlerde ise sözkonusu kaynak ve ölçme noktaları bölgenin dışında olduğu için sonuçlarda etkileri görülmemektedir. Bu, problemin ikinci türden bir problem gibi formüle edilmesi halinde daha doğru sonuçların elde edilebileceğini gösterir.

Burada elde edilen sonuçlar, atmosferin alttan homogen bir iletken ortam tarafından sınırlanması ve atmosferin parametrelerinin sadece yükseklikle (bir boyutlu hal) değişmesi halinde geçerlidir. Alt sınırın değişik türden sınır koşulları ile modellendiği veya atmosferin parametrelerinin sadece yükseklikle değil yatay doğrultularda da değiştiği (iki veya üç boyutlu hal) haller oldukça önemlidir ve incelemeye değer bir konu oluşturmaktadır.



KAYNAKLAR

- [1] JONES D.S, Theory of Electromagnetism, Pergamon Press, N.Y. 1964
- [2] KAY I., The Inverse Scattering Problem When the Reflection Coefficient is a Rational Function, Comm. Pure and Appl. Math., Vol 13, pp: 371-393, 1960
- [3] COEN S., Inverse Scattering of a Layered and Dispersionless Dielectric Half-space, Part I: Reflection Data from Plane Waves at Normal Incidence, IEEE Trans. Ant. Propagat., Vol.AP-29(5), pp: 726-732, 1981
- [4] WESTON V.H., On the Inverse Problems for a Hyperbolic Dispersive Partial Differential Equation, J. Math. Phys., Vol.13, pp: 1952-1956, 1972
- [5] KRUEGER R.J., Numerical Aspects of a Dissipative Inverse Problem, IEEE, Trans. Ant. Propagat., Vol.AP-29(3), pp: 253-261, 1981
- [6] GE. D.B., An Iterative Technique in One-dimensional Profile Inversion, Inverse Problems, Vol.3, pp: 399-406, 1987
- [7] JAGGARD D.L., FRANGOS P.V., An Electromagnetic Inverse Scattering Problem for Layered Dispersionless Dielectrics, IEEE Trans. Ant. Propat., Vol.AP-29(2), pp: 253-261, 1981
- [8] JAGGARD D.L., OLSON K.E., Numerical Reconstruction for Dispersionless Refractive Profiles, J.Opt. Soc. Am. A2., pp: 1931-1936, 1985
- [9] LADOUCEUR H.D., JORDAN A.K., Renormalization of an Inverse Scattering Theory for Inhomogenous Dielectrics, J.Opt. Soc. Am. A2., pp: 1916-1921, 1985
- [10] BRUCKSTEIN A.M., KAILATH T., Inverse Scattering for Discrete Transmission Line Models, SIAM Rev. Vol.29, pp: 359-389, 1987

- [11] MENDEL J.M., HABIBI-ASHRAFI F., A Survey of Approaches to Solving Inverse Problems for Lossless Layered Media Systems, IEEE Trans. Geosci and Remote Sensing, Vol.18, pp: 320-330, 1980
- [12] SOMERSALO E., One-dimensional Electromagnetic Inverse Reflection Problem: Formulation as a Riemann-Hilbert Problem and Imaging of Discontinuities, SIAM J. Appl. Math., Vol.49(3), pp: 944-951, 1989
- [13] TIJHUIS A.G., Born-type Reconstruction of Material Parameters of an Inhomogeneous, Lossy Dielectric Slab from Reflected-field Data, Wave Motion, Vol.11, pp: 151-173, 1989
- [14] LESSELIER D., Optimization Techniques and Inverse Problems: Reconstruction of Conductivity Profiles in Time Domain, IEEE Trans. Ant. propagat., Vol.AP-35(12), pp: 1455-1466, 1987
- [15] MOSTAFAVI M., MITTRA R., Remote Probing of Inhomogeneous Media Using Parameter Optimization Technique, Radio Sci. 7, pp: 1105-1111, 1972
- [16] UNO T., ADACHI S., Inverse Scattering Method for One-dimensional Inhomogeneous Layered Media, IEEE Trans. Ant. Propagat., Vol. AP-35(12), pp: 1455-1466, 1987
- [17] YOSIDA K., Functional Analysis, pp: 148, Springer-Verlag, Berlin, 1971
- [18] KRESS R., Linear Integral Equations, Springer-Verlag, Berlin, 1980
- [19] BERTERO M., MOL D.C and PIKE E.R., " Linear Inverse Problems With Discrete Data: II. Stability and Regularisation ". Inverse Problems 7, pp: 573-594, 1988

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ
ÖZGEÇMİŞ

1960 yılında Malatya'da doğan Cahit KARAKUŞ, ilk, orta ve lise öğrenimini Malatya' nın Yeşilyurt ilçesinde tamamladı. 1984 yılında İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesinden mezun olan KARAKUŞ, 1987 yılında yüksek lisans öğrenimini aynı üniversitede tamamlayarak İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme bölümünde doktora eğitimine başladı.

1984-1988 yılları arasında İ.T.Ü. Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü, Elektromagnetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Ana Bilim Dalı' nda Araştırma Görevlisi olarak çalıştı. Halen NETAŞ' ın Araştırma-Geliştirme bölümünde, sayısal donanım ve yazılım mühendisi olarak çalışmakta olan KARAKUŞ evli ve iki çocuk babasıdır.