

ÖNSÖZ

Önümdeki her engeli aşarken daima yanımda olup bana destek veren sevgili Eşime, öğrenim hayatım boyunca tüm yükümü omuzlarında taşıyan, aileme, her karşılaştığım problemi çözebilmek için bana yol gösteren ve yardımını esirgemeyen Yrd. Doç Dr. Engin ORAKDÖĞEN'e, tez çalışmamın başından sonuna kadar bilgileriyle aydınlandığım değerli hocam Prof. Dr. Hasan ENGİN'e içten teşekkürlerimi sunarım.

Ocak 1999

Tunç YAVUZ



İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
SEMBOL LİSTESİ	vii
ÖZET	viii
SUMMARY	x
1. GİRİŞ	1
1.1. Konu ile İlgili Çalışmalar	2
2. PROBLEMİN TANIMI, TEMEL DENKLEMLER VE ÇÖZÜM	7
2.1. Problemin Tanımı	7
2.2. Dairesel Plak Diferansiyel Denklemi	8
2.2.1. Dairesel plağa ait moment ve kesme kuvveti ifadeleri	10
2.3. Silindire Ait Yanal Yerdeğiştirme İfadesi	15
3. SINIR KOŞULLARI VE SABİTLERİN BULUNMASI	17
3.1. Plâğın Radyal Doğrultuda Yatay Açılım Yapmaması ve Silindirin Uzun Kabuk Olması Durumu	17
3.1.1. Probleme ilişkin çözümler	17
3.1.2. Sınır koşulları	17
3.1.3. Bilinmeyen sabitlerin doğrusal denklem takımı	20
3.2. Plâğın Radyal Doğrultuda Yatay Açılım Yapmaması ve Silindirin Kısa Kabuk Olması Durumu	23
3.2.1. Problemin yerdeğiştirme fonksiyonu	23
3.2.2. Sınır koşulları	24
3.2.3. Bilinmeyen sabitlerin doğrusal denklem takımı	28
3.3. Plâğın Radyal Doğrultuda Yatay Açılım Yapması ve Silindirin Uzun Kabuk Olması Durumu	32
3.3.1. Probleme ilişkin çözümler	32
3.3.2. Sınır koşulları	32
3.3.3. Bilinmeyen sabitlerin doğrusal denklem takımı	35

4. SONUÇLAR	37
4.1. Sayısal Sonuçlar	37
4.1.1. Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için örnekler	38
4.1.2. Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin kısa kabuk olması durumu için örnek	56
4.1.3. Dairesel plağın yatay açılım yapması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için örnek	58
4.2. Sonuçların Yorumu	60
 KAYNAKLAR	 62
ÖZGEÇMİŞ	64



TABLO LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 1.1. : Çeşitli zemin türleri için ortalama “k” değerleri	3



ŞEKİL LİSTESİ

		Sayfa No
Şekil 2.1	:Elastik zemine oturan sıvı tankı	7
Şekil 4.1	:Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için Plak düşey yerdeğiştirme grafikleri	38-39
Şekil 4.2	:Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için Kabuk yanal yer değıştirme grafikleri	40-41
Şekil 4.3	:Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için Plak eğilme momenti grafikleri	42-43
Şekil 4.4	:Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için Kabuk eğilme momentleri grafikleri	44-45
Şekil 4.5	:Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için Plak kesme kuvvetleri grafikleri	46-47
Şekil 4.6	:Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için Kabuk kesme kuvvetleri grafikleri	48-49
Şekil 4.7	:Yatak katsayısı 5000kN/m ³ ve tankın içi boş olması durumu için Plak ve Kabuk yerdeğiştirme grafikleri	50-51
Şekil 4.8	:Yatak katsayısı 5000kN/m ³ ve sıvı yoğunluğu 50kN/m ³ olması durumu için Plak ve Kabuk yerdeğiştirme grafikleri	52-53
Şekil 4.9	:Yatak katsayısı 50000kN/m ³ ve sıvı yoğunluğu 10kN/m ³ olması durumu için Plak ve Kabuk yerdeğiştirme grafikleri	54-55
Şekil 4.10	:Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin kısa kabuk olması durumu için Plak ve Kabuk yerdeğiştirmeleri grafikleri	56-57
Şekil 4.11	:Dairesel plağın yatay açılım yapması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için Plak ve Kabuk yerdeğiştirmeleri grafikleri	58-59

SEMBOL LİSTESİ

W_p	:Plak düşey yerdeğiştirmesi
W_s	:Kabuk yanal yerdeğiştirmesi
M_r	:Plak eğilme momenti
M_x	:Kabuk eğilme momenti
Q_r	:Plak kesme kuvveti
Q_x	:Kabuk kesme kuvveti
D_p	:Plak rijidliğı
D_s	:Silindirik kabuk rijidliğı
γ_{su}	:Su (sıvı) özgül ağırlığı
γ_{sil}	:Silindir özgül ağırlığı
h_p	:Plak kalınlığı
h_s	:Silindir kalınlığı
d	:Su (sıvı) yüksekliğı
H	:Silindirik kabuk yüksekliğı
a	:Plak yarıçapı
ν	:Poisson oranı
E	:Elastisite modülü
k_y	:Zemin yatak katsayısı

ELASTİK ZEMİNE OTURAN SİLİNDİRİK SIVI TANKI PROBLEMİNİN İNCELENMESİ

ÖZET

Bu çalışmada elastik zemine oturan daire tabanlı içi sıvı dolu silindirik tankların davranışı incelenmiştir. Dairesel taban üniform su basıncı altında Winkler zeminine oturan dairesel plak, sıvı tankı ise doğrusal değişen radyal iç basınç etkisindeki ince silindirik kabuk olarak alınmıştır. Çözüm sonunda plağın yerdeğiştirmesi moment ve kesme kuvveti ile silindirin radyal açılması, eğilme momenti ve kesme kuvveti değişimi çeşitli plak ve silindir kalınlıkları, zemin yatak katsayıları ve sıvı özgül ağırlıkları için elde edilmiştir. Çalışmada çözüm üç farklı durumun karşılaştırılması şeklinde tasarlanmıştır.

Bunlar;

- 1-Plağın kendi düzleminde açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu;
- 2-Plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin kısa kabuk olması durumu
- 3-Plağın yatay açılım yapması ve silindirin uzun kabuk olması durumlarıdır.

Çalışma dört bölümden oluşmaktadır.

Birinci Bölümde elastik zeminin oldukça karışık ve belirsiz elastik ve plastik deformasyon yapabilme özelliğinden dolayı yapılan idealleştirmeler ve kabuller üzerinde durulmuştur. Elastik zemine oturan kiriş problemi ile ilgili Winkler tarafından ortaya konan Winkler zemin teorisi, bununla ilgili yapılan kabuller, uygulandığı problemler hakkında bilgi verilmiştir. Çeşitli araştırmacıların yatak katsayısının belirlenmesi konusundaki çalışmaları farklı zemin türleri için ortalama yatak katsayısı değerleri, farklı elastik zemin modelleri ile elastik zemine oturan plak ve kiriş problemlerine ilişkin çalışmalardan örnekler verilmiştir.

İkinci Bölümde problemin tanımı, giriş bölümünde açıklanan üç farklı durum için dairesel plağa ve silindirik kabuğa ait çözümler ortaya konulmuştur. Dairesel plağın çözümünde Kelvin Fonksiyonları, silindirik kabuğun çözümünde ise üstel ve trigonometrik fonksiyonlar kullanılmıştır. Elde edilen çözüm denklemlerinden faydalanılarak gerekli türev işlemlerinden sonra plak ve kabuğa ait , eğilme momenti ve kesme kuvveti ifadeleri elde edilmiştir.

Üçüncü Bölümde başlangıçta verilen üç farklı durum için sınır koşulları yazılmıştır. Sınır koşulları, plağın orta noktasında sonlu yerdeğiştirme olması, plak ve silindirin birleşim bölgesinde dönmelerin ve momentlerin eşitliği ile sınırdaki plak kesme kuvvetlerinin silindirin ağırlığına eşit olması şeklindedir. Plakta radyal doğrultuda açılma olması halinde bu açılma silindirin sınırdaki yanal yerdeğiştirmesine eşit alınmıştır. Silindirik tankın kısa kabuk olması durumunda serbest uçta kesme kuvveti ve moment sıfır olmaktadır.

Dördüncü bölümde, sınır şartlarına bağlı olarak elde edilen denklem takımları değişik plak ve silindir kalınlıkları, yatak katsayıları ve sıvı özgül ağırlıkları kullanılarak bilinmeyen katsayılar hesaplanmış, plağın çökmesi, silindirik kabuğun yanal açılması, plak ve silindire ait moment ve kesme kuvvetlerinin değişimi grafikler yardımı ile gösterilmiştir. Son kısımda, elde edilen sayısal sonuçların kısa bir yorumu yapılmıştır.



ANALYSIS OF CYLINDRICAL TANKS ON ELASTIC FOUNDATION

SUMMARY

In this Msc. Thesis, behaviour of cylindrical tanks with circular bottom plate on elastic foundation, subjected to hydrostatic pressure are studied. Foundation of the system is considered as a circular thin plate on elastic foundation subjected to uniform liquid pressure and cylindrical tank is considered as a thin cylindrical shell subjected to linearly varying radial liquid pressure.

At the end of the solution, deflections, bending moments and shear forces of circular plate and shell are investigated for various plate and shell thicknesses, modulus of the foundation and the density of the shell and liquid. Three different problem are solved and then compared with each others. These problems are,

- 1) Infinite cylindrical tank with bottom plate in which radial deformations are neglected.
- 2) Shallow cylindrical tank with bottom plate in which radial deformations are neglected.
- 3) Infinite cylindrical tank with bottom plate in which radial deformations are considered.

The thesis is composed of four chapters.

In the first chapter, the idealisations and assumptions on the subgrade due to the uncertain elastic and plastic deformability characteristics. For this purpose, Winkler's hypothesis and assumptions on it are given and applicability of the hypothesis to various problems is discussed. Some research on modulus of foundation, average values of modulus of foundation for various subgrades, elastic subgrade models and examples about beams and plates on elastic foundation, are also given in this chapter.

In the second chapter, definition of the problem and governing equations of circular plate and cylindrical shell are given for three different problem explained in the first chapter. Kelvin functions are used for the solution of circular plate and exponential - trigonometric functions are used together for the solutions of cylindrical shell. Derivations the solutions of differential equations, bending moment and shear force statements for both plate and shell are obtained.

In the third chapter, boundary conditions are applied to three different problem given in the first chapter. These conditions are finite deflection at the midpoint of the plate, equality of slopes and bending moments along the intersection line between plate and shell and equality of total shear forces in the plate edge to the total weight of the shell. In state of in-plane deflection of plate are considered, the deflection at the bottom of the cylindrical shell is equated to the plate radial deflection. If the cylindrical tank is a shallow shell, shear forces and bending moment at the free edge are equal to zero.

In the fourth chapter, the set of equations obtained depending on the boundary conditions are solved for various plate and shell thicknesses, modulus of the foundation. Then, plate deflections, radial deflections of the shell, shear forces and bending moments of plate and shell are obtained separately. Variations of these values over the plate and shell are also presented graphically. After that, the results obtained from several numerical examples are also discussed.



1.GİRİŞ

Elastik zemine oturan kirişler ve plaklara ait bir problemin matematiksel bağıntılarla belirlenmesi için zeminin oldukça karışık ve belirsiz elastik ve plastik deformasyon yapabilme özelliğinden dolayı bazı idaelleştirmeler gerektirir. Bu da matematiksel çözümlerin geçerliliğini daima sınırlar. Bu yüzden, bu tür problemlerde zeminin elastikliğini bazı kabullere göre göz önüne almak zorunluluğu vardır. Elastik zemine oturan kirişler ve plaklara ait çalışmalarda esas hipotez genellikle zemin hakkında yapılan hipotezler olmuştur. Zeminin fiziksel ve mekanik özelliklerini değişik araştırmacılar, değişik şekillerde düşünmüş ve tanımlamışlardır.

Elastik zemine oturan kiriş problemi önce Winkler [1] tarafından incelenmiş ve teoremin esasları verilmiştir. Çeşitli yük etkisi altındaki elastik ve prizmatik bir kirişin, elastik yatak üzerinde bulunduğu ve herhangi bir noktasındaki taban basıncının aynı noktadaki çökme ile orantılı olduğu varsayılmıştır. Bu hipotez yatak ortamının elastik olduğunu, diğer bir deyişle zemin malzemesinin Hooke kanununa uyduğunu belirtir. Zemin basınç deneyleri, yük belirli bir değeri aşmadıkça, deformasyonların yük ile orantılı olduğunu gösterir. Hipotez küçük şekil değiştirmeler durumuna uygulanabilir. Bu zemin modelinde yatak katsayısının taban basıncından bağımsız olduğu ve bütün temel yüzeyi boyunca sabit kaldığı varsayılır. Bu hipotez problemin çözümünü oldukça kolaylaştırır. Bununla birlikte zeminin homogen olmaması nedeniyle yatak katsayısı noktadan noktaya değiştiği de göz önüne alınabilir. Diğer bir husus da zemine etkiyen kuvvetlerin yalnız etkidiği noktada şekil değişimi yapmasıdır; yani bu durumda zemin birbirinden bağımsız, birbirine sonsuz yakın ve sıkışarak serbestçe hareket edebilen düşey yaylardan oluşan mekanik bir sistem olarak düşünülmesidir. Burada komşu yayın taban basıncı dikkate alınmaz. Bunun sonucu olarak zemin tamamen süreksiz bir ortam olarak göz önüne alınmış olur. Zeminin fiziksel özellikleri böyle basit bir bağıntı ile ifade edilmekten daha karışık bir durum arzeder. Yalnız belirli durumlar için zeminin elastik bir ortam olarak davrandığı görülür.

Mühendislikte Winkler hipotezine dayanarak iyi sonuçlar veren bazı önemli problemler vardır. Bina döşemeleri ve köprü tabliyelerinin karakteristik konstrüksiyonu olan ızgara sistemler, bir ve iki doğrultuda sürekli temeller, gemi kaburgaları, dönel kabuklar, yatay yük etkisindeki düşey kazıklar ve palplanşlar bunlara bazı önemli örneklerdir. Özellikle temel sistemlerinde Winkler hipotezini doğrulayan bazı önemli hususlar görülmüştür. Bu düşüncelerden hareketle, basitliğine rağmen Winkler hipotezinin, gerçek temel zemini durumunu bazı karmaşık bağıntılarla verilen hipotezlere göre gerçeğe daha yakın bir şekilde ifade ettiği sonucuna varılabilir. [2]

Sonsuz, yarı sonsuz ve sonlu uzunlukta kirişlerin davranışlarını etki çizgileri yardımıyla inceleyen dolaylı çözümler geliştirilmiştir. Ancak bu tür çözümlerin zaman alıcı olmaları nedeniyle geniş bir uygulama alanları yoktur. Son yıllarda bilgisayarların yaygın olarak devreye girmesiyle bu sakıncalar büyük ölçüde giderilmiştir.

1.1. Konu İle İlgili Çalışmalar

Yatak katsayısının değeri bir çok etkene, özellikle zeminin elastik özelliklerine ve yüklü alanın boyutlarına bağlıdır. Bu faktörlerin etkisi ve uygulamada yatak katsayısının sayısal değerinin ne alınabileceği konusunda birçok araştırma yapılmıştır. Yatak katsayısı kavramı uygulamalı mekaniğe önce Winkler tarafından getirilmiş ve Zimmerman [3] tarafından, bütün uzunlukları boyunca balast üzerine oturan demiryolu traverslerinin hesabı amacıyla kullanılmış ve bu araştırmacılar özel uygulamalarında belirli türdeki zeminler için buldukları ve kullandıkları “k” değerlerini vermişlerdir.

Engesser, kiriş genişliği arttıkça yatak katsayısı değerinin azaldığını işaret etmiştir. Hayashi ve Freund, yatak katsayısı değerinin taban basıncına bağlı olacağı düşüncesiyle “p” taban basıncı değeri arttıkça “k” yatak katsayısı değeri azalacak şekilde bir kabul yaparak çeşitli problemler çözmüşlerdir. Küçük şekil değiştirmeler için $P_{göçme}/2$ dolaylarında gerçek durumla Winkler kabulü arasındaki farklar çok küçük olduğundan böyle bir hassasiyetin pratik yönden sonuçları etkilemesi yok denecek kadar azdır. Hayashi [4] elastik zemine oturan kirişler konusundaki ayrıntılı çalışmasında “k” yatak katsayısının yükleme deneyleri sonuçlarının yüklü alanın büyüklüğüne bağlı olduğu gerçeğinden söz etmemiştir.

Mühendislik problemlerinin çözümü için gerekli “k” yatak katsayılarının sayısal değerleri, yayınlanmış gözlemlere dayanarak yaklaşık benzeşimle, ya da yapının inşa edileceği zeminde yapılacak arazi deneyleri sonuçlarından elde edilebilir. Bir fikir vermek amacıyla, çeşitli zemin türleri için “k” yatak katsayılarının değerleri bir tabloda derlenmiştir (Tablo 1.1) [5] .

Sonlu kirişler hesabı en basit olarak etki çizgileri yardımıyla yapılabilir. Bu amaçla çeşitli yazarlar tarafından ayrıntılı çizelgeler düzenlenmiştir. Bunlardan gelişmiş olanı Keskinel [6] ve Grasshoff [7] tarafından yayınlanan çizelgelerdir. Grasshoff diğer bir çalışmasında, yatak katsayısının kabulündeki hataları ortadan kaldırabilmek için kiriş üzerine Levington hesap yöntemi uygulayıp değişken yatak katsayısını kullanmıştır. Burada yatak katsayısı üniform yükten oluşan oturma kalıplarının verilmesiyle hesaplanmaktadır. Bu yöntem Grasshoff tarafından daha da geliştirilmiştir.

Tablo 1.1. Çeşitli zemin türleri için ortalama
“k” değerleri.

Zemin Türü	k (t/m³)
Balık; turba	< 200
Kil, plastik	500 - 1000
Kil, yarı sert	1000 - 1500
Kil, sert	1500 - 3000
Dolma toprak	1000 - 2000
Kum, gevşek	1000 - 2000
Kum, orta sıkı	2000 - 5000
Kum, sıkı	5000 - 10000
Kum-çakıl, sıkı	10000 - 15000
Sağlam şist	> 50000
Kaya	>200000

Durelli ve Parks [8] tarafından, elastik zemin üzerine oturan sonlu ve sonsuz uzunluktaki kirişlerin fotoelastik incelemesi yapılmıştır. Kirişler bir ve iki noktadan yüklenerek davranışları incelenmiş, bulunan sonuçlar kuramsal çözümle karşılaştırılmıştır.

Bakioğlu ve Özkan [9] yaptıkları çalışmada temellerin çökmeleri ile eğilme momenti arasındaki diferansiyel denklemi, sonlu farklar denklemleri şeklinde yazıp, taban basıncının bu noktalar arasında parabolik değiştiğini varsaymıştır. Bu çalışmada taban basınçları cinsinden ifade edilen moment bağıntılarından yararlanarak, çökmeler ile taban basınçları arasında lineer denklem takımları elde edilmiştir.

Weistman [10], yalnızca basınca çalışan Winkler ve Reissner modelini kullanarak, elastik zemin üzerine oturan ortasında tekil yükü yüklü sonlu kirişin, çökme ve kesit tesirlerine ait grafikler vermiştir.

Ting [11], elastik Winkler zeminine oturan iki ucundan basit mesnetle mesnetlenmiş, yayılı yükü yüklü sonlu bir kirişin çökme ve kesit tesirlerine ait tablolar vermiştir.

Elastik zemin üzerine oturan, sonlu uzunlukta ahşap ve betonarme kirişlerin davranışı Elmas [12] tarafından incelenmiş ve orta noktadan etki eden tekil yükün limit değeri araştırılmıştır. Ayrıca kirişin davranışına ve limit yüke, farklı malzeme ve boyutların etkisi incelenmiştir.

Tüm bu çalışmalardan ayrı olarak Winkler zemini dışında Pasternak, Vlassov, Filonenko-Borodich, Reissner, Hetenyi zemini gibi elastik ve viskoelastik zemin türlerini alarak bunlar üzerindeki kiriş ve plakların davranışını, Kerr [13], Tsai [14], Shirima [15], Nogami ve O'Neill [16] gibi bir çok araştırmacı incelemiştir.

Bazı araştırmacılar elastik çözümlerin yanısıra, hem kirişi hem zemini plastik veya zemini elastik, kirişi ise plastik kabul eden çalışmalar da yapmıştır. Özgen [17], bu son çalışmada, elastik zemine oturan plastik kiriş, rijit-tam plastik alınarak sonsuz kirişe bir noktada etkiyen düşey yükün limit değeri araştırılmıştır.

Willagio [18] yalnız basınca çalışan elastik zemine oturan dikdörtgen plak problemi incelemiştir. Dikdörtgen plak sınırı ve değme eğrisi üzerinde basitleştirici bir kabul yapılarak bilinmeyenler için doğrusal olmayan bir denklem takımı elde edilmiş ve yaklaşık çözümü yapılmıştır. Her iki çalışmada da değme eğrisinin tekil yükün şiddetinden bağımsız olduğu görülmüştür.

Çekme ve basınçta davranışı farklı olan zeminlere oturan dairesel plakların sonlu şekil değiştirmesi Kamiya [19] tarafından, Pasternak tipi zeminlere oturan kiriş ve plakların

değme yüzeyi dışında da zeminin yer değiştirmesi göz önüne alınarak Kerr [13], Coffin ve Kerr [20] tarafından incelenmiştir.

Elastik-plastik zemine oturan ağırlıksız kiriş ve ince dairesel plakların tekil yük altında davranışı Engin [21] tarafından incelenmiştir. Zeminin yalnız basınç gerilmesi aktardığı ve belirli bir yerdeğiştirmede plastikleştiği kabul edilmiştir. Çözümün sonunda, plastik-elastik ve yapının zeminden ayrıldığı sınırın tekil yükün şiddeti ve plağın yarıçapı ile değişimi gözlenmiştir.

Özdoğan [22] çekme gerilmesi olmayan pasternak zeminine oturan dönel simetrik yüklü dairesel plaklarda plağın zeminden ayrılma koşullarını incelemiştir.

Kimençe ve Ergüven [23] elastik zemine oturan dairesel plak ve üzerindeki silindirik kabuğun zeminle etkileşimini incelemişlerdir. Tek tabakalı zemin olarak, Vlasov modeli gözönüne alınmış, elastik zemin parametreleri için düşey doğrultudaki yer değiştirmeler üstel yaklaşım fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. Plak diferansiyel denklemi, kenar yükleri ve düzgün yayılı yük için Bessel ve Hankel fonksiyonları cinsinden hesap edilmiştir. Silindir ile plağın birleşim noktasındaki yerdeğiştirmeler ve bilinmeyen kenar kuvvetleri birleşim noktasındaki süreklilik denklemleri kullanılarak hesaplanmıştır. Vlasov modelindeki çözümler ile Winkler modeli ve elastik yarı sonsuz uzay çözümlerinin sonuçları karşılaştırılmıştır.

Bu tez çalışmasında ise elastik zemine oturan dairesel plak tabanlı silindirik sıvı tankı incelenmiştir. Dairesel plak ve silindirik kabuğa ait düşey ve yanal deplasmanları ile eğilme momenti ve kesme kuvvetlerinin çözümleri üzerinde durulmuştur. Çalışmada çözüm üç farklı durumun karşılaştırılması şeklinde tasarlanmıştır. Bunlar; 1- Plağın kendi düzleminde açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu; 2- Plağın kendi düzleminde açılım yapmaması ve silindirin kısa kabuk olması durumu; 3- Plağın kendi düzleminde açılım yapması ve silindirin uzun kabuk olması durumları olarak belirlenmiştir. Elastik zemin Winkler zemini olarak düşünülmüştür.

Dairesel plağa ait diferansiyel denklem Kelvin Fonksiyonları yardımıyla çözülmüştür. Dairesel plağa ve silindirik kabuğa ait çözüm denklemlerinden faydalanılarak plak ve kabuğa ait eğilme momenti ve kesme kuvveti ifadeleri elde edilmiştir. Ele alınan bu üç durum için sınır koşulları yazılarak bilinmeyen katsayıların çözüm denklemlerine

ulařılmıştır. Bu sonuç denklemleri karřılařtırılması dűřűnűlen çeřitli geometrik durumlar için hesaplanarak, katsayılar belirlenmiřtir. Bu katsayılar yardımıyla plaėın dűřey deplasmanları, eėilme momenti, kesme kuvveti ile silindirin yatay deplasmanı, moment ve kesme kuvvetleri kűűk aralıklarla hesaplanarak grafikleri çizilmiřtir.



2.2.Dairesel Plak Diferansiyel Denklemi :

Üzerinde bir yayılı “q” yükü etkisinde ve rijidliği “D_p” olan bir dairesel plak için diferansiyel denklemi aşağıdaki biçimde tanımlamak mümkündür.

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \left(\frac{d^2 W_p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW_p}{dr} \right) = \frac{q}{D_p} \quad (2.1)$$

Burada “W_p” plağın düşey yerdeğiştirmesini göstermektedir. Bu ifadede “q” yayılı yükü yerine “q-k_y.W_p” yayılı yükü alınırsa elastik zeminin etkisi hesaba girmiş olur. Buna göre 2.1 denklemi :

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \left(\frac{d^2 W_p}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW_p}{dr} \right) = \frac{q - k_y \cdot W_p}{D_p} \quad (2.2)$$

olur. Burada “k_y” yatak katsayısı veya zemin parametresi olarak adlandırılmaktadır. Bu diferansiyel denklemi aşağıdaki tanımlamaları kullanarak Kelvin Fonksiyonları yardımı ile çözebiliriz.

$$k^4 = \frac{k_y}{D_p} \quad \nabla^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \quad (2.3)$$

$$\nabla^4 W_p + k^4 W_p = \frac{q}{D_p} \quad (2.4)$$

$$(\nabla^4 + k^4) W_p = \frac{q}{D_p} \quad (2.5)$$

Plak üzerindeki su derinliği “d” ise, plağın kendi ağırlığının ihmal edilmesi halinde “q” yayılı yükü “q = γ_{su} . d” olarak alınabilir. Burada “γ_{su}” sıvının özgül ağırlığını ifade eder.

$$(\nabla^2 + ik^2)(\nabla^2 - ik^2) W_p = \frac{\gamma_{su} \cdot d}{D_p} \quad (2.6)$$

Homojen çözüm için “ W_p ” fonksiyonunun aşağıdaki koşulları sağlayan “ W_1 ” ve “ W_2 ” gibi iki parçaya ayıralım. “ $W_p=W_1+W_2$ ” olmalıdır.

$$(\nabla^2 - ik^2)W_2 = 0 \quad (2.7)$$

$$(\nabla^2 + ik^2)W_1 = 0 \quad (2.8)$$

$$(\nabla^2 - ik^2)W_2 = 0 \quad \text{ifadesinin çözümünü irdelersek, [24]}$$

$$\frac{d^2 W_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW_2}{dr} - ik^2 W_2 = 0 \quad k_1^2 = -ik^2 \quad (2.9)$$

$$W_2 = A_1 J_0(k_1 r) + B_1 Y_0(k_1 r) \quad k_1 = \mp \sqrt{-i} k = \mp i^{3/2} k \quad (2.10)$$

$$W_2 = A_1 J_0(kr i^{3/2}) + B_1 Y_0(kr i^{3/2}) \quad (2.11)$$

$$W_2 = A_1 J_0(kr i^{3/2}) + B_1 K_0(kr i^{1/2}) \quad (W_1 = \overline{W_2} \text{ 'dir.}) \quad (2.12)$$

$$J_0(kr i^{3/2}) = ber(r) + i.bei(r) \quad (2.13)$$

$$K_0(kr i^{1/2}) = ker(r) + i.kei(r) \quad (2.14)$$

$$W_p = A.ber(kr) + B.bei(kr) + C.ker(kr) + D.kei(kr) + \frac{\gamma_{su}.d}{D_p} \quad (2.15)$$

Buradan ber, bei, ker ve kei fonksiyonlar Kelvin fonksiyonları olarak bilinmektedir. [24]

“ $r=0$ ” noktasında “ W_p ” sonlu ve simetri nedeniyle “ $W_p' = 0$ ” olması gerekmektedir.

$r \rightarrow 0$ için $\ker(kr)|_{r=0} \rightarrow \infty$ ve $\ker(kr)|_{r=0} \rightarrow -\infty$ olmaları nedenleri ile $C=D=0$ olmalıdır. Buna göre çözüm;

$$W_p = A.\ker(kr) + B.\ker(kr) + \frac{\gamma_{su}.d}{D_p} \quad (2.16)$$

olur.

2.2.1.Dairesel plağa ait moment ve kesme kuvveti ifadeleri

Moment ve kesme kuvveti ifadelerinde kullanılacak olan çeşitli türev ifadeleri aşağıda çıkartılmıştır.

$$W_p = A.\ker(kr) + B.\ker(kr) + \frac{\gamma_{su}.d}{D_p} \quad (2.17)$$

$$W_p' = A.\ker'(kr) + B.\ker'(kr) \quad (2.18)$$

$$\ker'(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\ker_1(kr) + \ker_1(kr)) \quad (2.19)$$

$$\ker'(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\ker_1(kr) + \ker_1(kr)) \quad (2.20)$$

$$W_p' = \frac{Ak}{\sqrt{2}}(\ker_1(kr) + \ker_1(kr)) + \frac{Bk}{\sqrt{2}}(-\ker_1(kr) + \ker_1(kr)) \quad (2.21)$$

İkinci Türev:

$$W_p'' = A.\ker''(kr) + B.\ker''(kr) \quad (2.22)$$

$$\ker''(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\ker_1''(kr) + \ker_1''(kr)) \quad (2.23)$$

$$\ker_1''(kr) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\ker(kr) + \ker(kr)) - \frac{1}{kr}\ker_1(kr) \quad (2.24)$$

$$bei_1'(kr) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(bei(kr) - ber(kr)) - \frac{1}{kr}bei_1(kr) \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} ber''(kr) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}(ber(kr) + bei(kr)) - \frac{1}{kr}ber_1(kr) - \frac{1}{\sqrt{2}}(bei(kr) - ber(kr)) - \frac{1}{kr}bei_1(kr) \right] \\ ber''(kr) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-\frac{1}{kr}(ber_1(kr) + bei_1(kr)) - \frac{2}{\sqrt{2}}bei(kr) \right] \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$ber''(kr) = -bei(kr) - \frac{1}{kr\sqrt{2}}(ber_1(kr) + bei_1(kr)) \quad (2.27)$$

$$\sqrt{2}bei''(kr) = -ber_1'(kr) + bei_1'(kr) \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} bei''(kr) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}(ber(kr) + bei(kr)) - \frac{1}{kr}ber_1(kr) \right] + \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}(bei(kr) - ber(kr)) - \frac{1}{kr}bei_1(kr) \right] \right] \\ bei''(kr) &= \frac{1}{2}(ber(kr) + bei(kr)) + \frac{1}{kr\sqrt{2}}ber_1(kr) - \frac{1}{2}(bei(kr) - ber(kr)) - \frac{1}{kr\sqrt{2}}bei_1(kr) \\ bei''(kr) &= ber(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}}(ber_1(kr) - bei_1(kr)) \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} W_p'' &= A \left[-bei(kr) - \frac{1}{kr\sqrt{2}}(ber_1(kr) + bei_1(kr)) \right] + B \left[ber(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}}(ber_1(kr) - bei_1(kr)) \right] \\ W_p'' &= Ak^2 \left[-bei(kr) - \frac{1}{kr\sqrt{2}}(ber_1(kr) + bei_1(kr)) \right] + Bk^2 \left[ber(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}}(ber_1(kr) - bei_1(kr)) \right] \end{aligned} \quad (2.30)$$

Üçüncü Türev:

$$W_p''' = A.ber'''(kr) + B.bei'''(kr) \quad (2.31)$$

$$ber'''(kr) = \frac{1}{kr\sqrt{2}}(ber_1''(kr) + bei_1''(kr)) \quad (2.32)$$

$$ber_1''(kr) = (ber_1'(kr))' \quad (2.33)$$

$$ber_1''(kr) = \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}(ber(kr) + bei(kr)) - \frac{1}{kr}ber_1(kr) \right]' \quad (2.34)$$

$$ber_1'''(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(ber'(kr) + bei'(kr) + \frac{1}{k^2 r^2}ber_1(kr) - \frac{1}{kr}ber_1'(kr) \right) \quad (2.35)$$

$$ber_1''(kr) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(ber_1(kr) + bei_1(kr)) + \frac{1}{\sqrt{2}}(-ber_1(kr) + bei_1(kr)) \right] + \frac{1}{k^2 r^2}ber_1(kr) - \frac{1}{kr} \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}(ber(kr) + bei(kr)) - \frac{1}{kr}ber_1(kr) \right] \quad (2.36)$$

$$ber_1''(kr) = -bei_1(kr) + \frac{1}{k^2 r^2}ber_1(kr) + \frac{1}{k^2 r^2}ber_1(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}}(ber(kr) + bei(kr)) \quad (2.37)$$

$$ber_1''(kr) = -bei_1(kr) + \frac{2}{k^2 r^2}ber_1(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}}(ber(kr) + bei(kr)) \quad (2.38)$$

$$bei_1''(kr) = \left[-\frac{1}{kr}bei_1(kr) - \frac{1}{\sqrt{2}}(bei(kr) - ber(kr)) \right]' \quad (2.39)$$

$$bei_1''(kr) = \left[\frac{1}{k^2 r^2}bei_1(kr) - \frac{1}{kr}bei_1'(kr) - \frac{1}{\sqrt{2}}(bei'(kr) - ber'(kr)) \right] \quad (2.40)$$

$$bei_1''(kr) = \left[\frac{1}{k^2 r^2}bei_1(kr) - \frac{1}{kr} \left[-\frac{1}{kr}bei_1(kr) - \frac{1}{\sqrt{2}}(bei(kr) - ber(kr)) \right] \right] \quad (2.41)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{\sqrt{2}}(-ber_1(kr) + bei_1(kr)) - \frac{1}{\sqrt{2}}(ber_1(kr) + bei_1(kr)) \right] \quad (2.42)$$

$$bei_1''(kr) = \left[\frac{1}{k^2 r^2}bei_1(kr) + \frac{1}{k^2 r^2}bei_1(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}}(bei(kr) - ber(kr)) - \frac{1}{2}(-ber_1(kr) + bei_1(kr)) - \frac{1}{2}(-ber_1(kr) - bei_1(kr)) \right] \quad (2.43)$$

$$bei_1''(kr) = \left[\frac{2}{k^2 r^2}bei_1(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}}(bei(kr) - ber(kr)) - ber_1(kr) \right] \quad (2.44)$$

$$bei_1'''(kr) = -ber_1(kr) + \frac{2}{k^2 r^2} bei_1(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}} (bei(kr) - ber(kr)) \quad (2.45)$$

$$ber'''(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}} (ber_1'''(kr) + bei_1'''(kr)) \quad (2.46)$$

$$ber'''(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-bei_1(kr) + \frac{2}{k^2 r^2} ber_1(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}} (ber(kr) + bei(kr)) \right. \\ \left. -ber_1(kr) + \frac{2}{k^2 r^2} bei_1(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}} (bei(kr) - ber(kr)) \right] \quad (2.47)$$

$$ber'''(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-(ber_1(kr) + bei_1(kr)) + \frac{2}{k^2 r^2} (ber_1(kr) + bei_1(kr)) + \frac{2}{kr\sqrt{2}} bei(kr) \right]$$

$$ber'''(kr) = \left[\frac{1}{kr} bei(kr) + \frac{2}{\sqrt{2} k^2 r^2} (ber_1(kr) + bei_1(kr)) - \frac{1}{\sqrt{2}} (ber_1(kr) + bei_1(kr)) \right]$$

$$ber'''(kr) = \left[\frac{1}{kr} bei(kr) + \left(\frac{2}{k^2 r^2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (ber_1(kr) + bei_1(kr)) \right] \quad (2.48)$$

$$bei'''(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-ber_1'''(kr) + bei_1'''(kr)) \quad (2.49)$$

$$bei'''(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[- \left[-bei_1(kr) + \frac{2}{k^2 r^2} ber_1(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}} (ber(kr) + bei(kr)) \right] \right. \\ \left. + \left[ber_1(kr) + \frac{2}{k^2 r^2} bei_1(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}} (bei(kr) + ber(kr)) \right] \right] \quad (2.50)$$

$$bei'''(kr) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[bei_1(kr) - ber_1(kr) + \frac{2}{k^2 r^2} (bei_1(kr) - ber_1(kr)) + \frac{1}{kr\sqrt{2}} (-2ber(kr)) \right]$$

$$bei'''(kr) = \left[-\frac{1}{kr} ber(kr) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{k^2 r^2 \sqrt{2}} \right) (bei_1(kr) - ber_1(kr)) \right] \quad (2.51)$$

$$W_p^m = A.ber'''(kr) + B.bei'''(kr) \quad (2.52)$$

$$W_p''' = A \left[\frac{1}{kr} \text{bei}(kr) + \left(\frac{2}{k^2 r^2 \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (\text{ber}_1(kr) + \text{bei}_1(kr)) \right] + B \left[-\frac{1}{kr} \text{ber}(kr) + \left(\frac{2}{k^2 r^2 \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (\text{bei}_1(kr) - \text{ber}_1(kr)) \right] \quad (2.53)$$

Eğilme momenti

$$M_r = -D_p \left[\frac{d^2 W_p}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dW_p}{dr} \right] \quad (2.54)$$

şekline ifade edilir. Burada “ ν ” Poisson oranıdır. Bu formülde yukarıda elde edilmiş olan türev ifadeleri kullanılıp gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$M_r = -D_p k^2 \left\{ A \left[-\text{bei}(kr) - \frac{1}{kr\sqrt{2}} (\text{ber}_1(kr) + \text{bei}_1(kr)) + \frac{\nu}{kr} \frac{1}{\sqrt{2}} (\text{ber}_1(kr) + \text{bei}_1(kr)) \right] + B \left[\text{ber}(kr) + \frac{1}{kr\sqrt{2}} (\text{ber}_1(kr) - \text{bei}_1(kr)) + \frac{\nu}{kr} \frac{1}{\sqrt{2}} (-\text{ber}_1(kr) + \text{bei}_1(kr)) \right] \right\} \quad (2.55)$$

veya

$$M_r = D_p k^2 \left\{ A \left[-\text{bei}(kr) + \left[(\text{ber}_1(kr) + \text{bei}_1(kr)) \left(\frac{\nu-1}{kr\sqrt{2}} \right) \right] \right] + B \left[\text{ber}(kr) + \left[(\text{ber}_1(kr) - \text{bei}_1(kr)) \left(\frac{1-\nu}{kr\sqrt{2}} \right) \right] \right] \right\} \quad (2.56)$$

elde edilir. “ Q_r ” kesme kuvveti ifadesi ise,

$$Q_r = D_p \left[\frac{d^3 W_p}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2 W_p}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{dW_p}{dr} \right] \quad (2.57)$$

veya

$$Q_r = \frac{D_p k^3}{\sqrt{2}} \{ A(\text{ber}_1(kr) - \text{bei}_1(kr)) + B(\text{bei}_1(kr) + \text{ber}_1(kr)) \} \quad (2.58)$$

şeklinde ifade edilir.

2.3.Silindire Ait Yanal Yerdeğiştirme İfadesi

Silindire ait yanall yerdeğiştirme ifadesini aşığıdaki biçimde ifade edebiliriz [25].

$$W_s = e^{\beta x} [C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x] + e^{-\beta x} [C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x] - \frac{\gamma_{su} (d-x) a^2}{E h_s} \quad (2.59)$$

şeklindedir. Bu sonuç dönel simetrik silindirik kabukların en genel ifadesidir. Burada

“ $\beta = \left[\frac{3(1-\nu^2)}{a^2 \cdot h_{sil}^2} \right]^{1/4}$ ” ifadesi ile tanımlanır. Yukarıda verilen (2.59) çözümünde

“ $\beta \cdot x \geq 5$ ” olması durumunda “ $e^{\beta x}$ ” çarpanının çok büyük olması nedeniyle sonlu yerdeğiştirme için $C_1=C_2=0$ alınabilir. Bu durumda ifade,

$$W_s = e^{-\beta x} [C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x] - \frac{\gamma_{su} (d-x) a^2}{E h_s} \quad (2.60)$$

olarak tanımlanır. Moment ifadesi ise,

$$M_x = -D_s \cdot \left(\frac{d^2 W_s}{dx^2} \right) \quad (2.61)$$

$$\frac{dW_s}{dx} = -\beta e^{-\beta x} [C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x] + e^{-\beta x} \cdot \beta [-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x] + \frac{\gamma_{su} \cdot a^2}{E h_s} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_s}{dx^2} &= \beta^2 e^{-\beta x} [C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x] - \beta^2 e^{-\beta x} [-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x] \\ &\quad - \beta^2 e^{-\beta x} [-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x] + \beta^2 e^{-\beta x} [-C_3 \cos \beta x - C_4 \sin \beta x] \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\frac{d^2 W_s}{dx^2} = -2 \cdot \beta^2 e^{-\beta x} [-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x]$$

$$M_x = 2 D_s \cdot \beta^2 \cdot e^{-\beta x} [-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x] \quad (2.64)$$

olur.

Kesme kuvveti ifadesi de,

$$Q_x = -D_s \left[\frac{d^3 W_s}{dx^3} \right] \quad (2.65)$$

$$Q_x = -2D_s \beta^3 e^{-\beta x} [C_3 (-\sin \beta x + \cos \beta x) + C_4 (\cos \beta x + \sin \beta x)] \quad (2.66)$$

şeklinde tanımlanır.



3. SINIR KOŞULLARI VE SABİTLERİN BULUNMASI

Silindir ve plağa ait aşağıdaki denklemlere bir önceki bölümde ulaşılmıştır. Bu bölümde ise sınır koşullarını kullanarak sabitlerin hesabı üzerinde durulacaktır. Plağın kendi düzleminde açılım yapması ve yapmaması ile silindirin kısa ve uzun kabuk olması durumunu incelenecektir.

3.1. Plağın Radyal Doğrultuda Yatay Açılım Yapmaması ve Silindirin Uzun Kabuk Olması Durumu

3.1.1. Probleme ilişkin çözümler:

$$W_s = e^{-\beta x} [C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x] - \frac{\gamma_{su} (d-x)a^2}{E h_s},$$

$$W_p = A.ber(kr) + B.bei(kr) + \frac{\gamma_{su}.d}{D_p}$$

olarak bulunmuştur. Burada bilinmeyen katsayılar “A, B, C₃ ve C₄” olur.

3.1.2. Sınır koşulları

1. Sınır Koşulu :

Silindir ve plağın birleşim çemberi boyunca dönmeler birbirine eşit olmalıdır.

$$\left. \frac{dW_p}{dr} \right|_{r=a} = - \left. \frac{dW_s}{dx} \right|_{x=0} \quad (3.1)$$

Burada (2.21) ve (2.62) bağıntıları kullanılarak,

$$\frac{k}{\sqrt{2}} [A[ber_1(ka) + bei_1(ka)] + B[-ber_1(ka) + bei_1(ka)]] = \beta[C_3] - \beta[C_4] - \frac{\gamma_{su} \cdot a^2}{Eh_{sil}} \quad (3.2)$$

elde edilir.

2. Sınır Koşulu:

Silindir ve plağın birleşim çemberi boyunca eğilme momentleri birbirine eşit olmalıdır.

$$M_r|_{r=a} = -M_x|_{x=0} \quad (3.3)$$

$$-D_p \left[\frac{d^2 W_p}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dW_p}{dr} \right] \Big|_{r=a} = - \left[-D_s \left[\frac{d^2 W_s}{dx^2} \right] \right] \Big|_{x=0} \quad (3.3)$$

(2.56) ve (2.64) denklemlerine sınır koşullarının uygulanması ile

$$\begin{aligned} -D_p k^2 \left\{ A \left[-bei(ka) - \frac{1}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) + \frac{\nu}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right] \right. \\ \left. + B \left[ber(ka) + \frac{1}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) - bei_1(ka)) + \frac{\nu}{ka\sqrt{2}} (-ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right] \right\} \\ = -2D_s \beta^2 C_4 \end{aligned}$$

veya gerekli düzenlemeler yapılarak

$$\begin{aligned} D_p k^2 \left\{ A \left[-bei(ka) + (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \left(\frac{\nu-1}{ka\sqrt{2}} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + B \left[ber(ka) + (ber_1(ka) - bei_1(ka)) \left(\frac{1-\nu}{ka\sqrt{2}} \right) \right] \right] \right\} = 2D_s \beta^2 C_4 \end{aligned} \quad (3.5)$$

denklemini elde edilir.

3. Sınır Koşulu:

Plak radyal doğrultuda açılım yapmamalıdır yani silindirin alt ucu yanal deplasman yapamaz.

$$W_s|_{x=0} = 0 \quad (3.6)$$

$$W_s|_{x=0} = \left[e^{-\beta x} [C_3 \cdot \cos \beta x + C_4 \cdot \sin \beta x] - \frac{\gamma_{su} \cdot (d-x) \cdot a^2}{E \cdot h_s} \right]_{x=0} \quad (3.7)$$

$$C_3 = \frac{\gamma_{su} \cdot d \cdot a^2}{E \cdot h_s} \quad (3.8)$$

4. Sınır Koşulu:

Plağın silindire birleştiği noktadaki kesme kuvveti üzerinde taşıdığı silindirin ağırlığına eşit olmalıdır.

$$Q_\rho|_{\rho=a} = -\gamma_{sil} \cdot h_{sil} \cdot H \quad (3.9)$$

$$Q_\rho = D \left[\frac{d^3 W_p}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2 W_p}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{dW_p}{dr} \right] \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} Q_\rho = D_p k^3 A \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (ber_1(ka) - bei_1(ka)) + \frac{1}{ka} bei(ka) + \frac{2}{k^2 a^2 \sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right. \\ \left. - \frac{1}{ka} bei(ka) - \frac{1}{k^2 a^2 \sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) - \frac{1}{k^2 a^2 \sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right\} \\ + D_p k^3 B \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) - \frac{1}{ka} ber(ka) + \frac{2}{k^2 a^2 \sqrt{2}} (bei_1(ka) - ber_1(ka)) \right. \\ \left. + \frac{1}{ka} ber(ka) + \frac{1}{k^2 a^2 \sqrt{2}} (ber_1(ka) - bei_1(ka)) - \frac{1}{k^2 a^2 \sqrt{2}} (-ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

biçiminde olup cebirsel işlemlerle şu yalın ifadeye ulaşılır.

$$A(ber_1(ka) - bei_1(ka)) + B(ber_1(ka) + bei_1(ka)) = -\frac{\sqrt{2}}{D_p k^3} \gamma_{sil} h_{sil} H \quad (3.12)$$

3.1.3. Bilinmeyen sabitlerin doğrusal denklem takımı

(3.2) , (3.5) , (3.9) ve (3.12) denklemlerinden A, B ve C4 bilinmeyenlerinin hesaplanabilmesi için plak ve silindirik kabukta aşağıdaki geometrik ve fiziksel büyüklükler kullanılmıştır.

$$\gamma_{sil} = 78,5 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_{su} = 10 \text{ kN/m}^3$$

$$\nu = 0,25$$

$$E = 2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$k = \left(\frac{k_y}{D_p} \right)^{1/4} \quad [1/m] \quad (3.13)$$

$$\beta = \left[\frac{3(1 - \nu^2)}{a^2 \cdot h_{sil}^2} \right]^{1/4} \quad [1/m] \quad (3.14)$$

$$a = 3 \quad [m] \quad (\text{Plak yarıçapı}) \quad (3.15)$$

$$D_p = \frac{E H_p^3}{12(1 - \nu^2)} \quad [kN.m] \quad (\text{Plak rijidliği}) \quad (3.16)$$

$$D_s = \frac{E H_s^3}{12(1 - \nu^2)} \quad [kN.m] \quad (\text{Silindir rijidliği}) \quad (3.17)$$

$ber(kr)$, $bei(kr)$, $ber_1(kr)$ ve $bei_1(kr)$ fonksiyonlarının seri açılımları ise [24]

$$ber(kr) = X(kr) = \left[1 - \frac{\left(\frac{1}{2}kr\right)^4}{(2!)^2} + \frac{\left(\frac{1}{2}kr\right)^8}{(4!)^2} - \dots \right] , \quad (3.18)$$

$$bei(kr) = Y(kr) = \left[\left(\frac{1}{2}kr\right)^2 - \frac{\left(\frac{1}{2}kr\right)^6}{(3!)^2} + \dots \right] , \quad (3.19)$$

$$ber_1(kr) = Z(kr) = -\frac{kr}{2\sqrt{2}} \left\{ 1 + \frac{\left(\frac{1}{2}kr\right)^2}{1!2!} - \frac{\left(\frac{1}{2}kr\right)^4}{2!3!} - \frac{\left(\frac{1}{2}kr\right)^6}{3!4!} + \dots \right\} , \quad (3.20)$$

$$bei_1(kr) = W(kr) = \frac{kr}{2\sqrt{2}} \left\{ 1 - \frac{\left(\frac{1}{2}kr\right)}{1!2!} - \frac{\left(\frac{1}{2}kr\right)^4}{2!3!} + \frac{\left(\frac{1}{2}kr\right)}{3!4!} + \dots \right\} \quad (3.21)$$

şeklinde. Bu serilerde “kr”nin en az 20. kuvvetine kadar olan terimler alınarak yeterli yaklaşım sağlanmıştır.

Bilinmeyen Sabitlerin Doğrusal Denklem Takımı:

$$\frac{k}{\sqrt{2}} [A(ber_1(ka) + bei_1(ka)) + B(-ber_1(ka) + bei_1(ka))] = \beta.C_3 - \beta.C_4 - \frac{\gamma_{su}.a^2}{E.h_{sil}} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} & D_p k^2 \left\{ A \left[-ber(ka) + (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \left(\frac{\nu-1}{ka\sqrt{2}} \right) \right] + B \left[ber(ka) + (ber_1(ka) - bei_1(ka)) \left(\frac{1-\nu}{ka\sqrt{2}} \right) \right] \right\} \\ & = 2D_s \cdot \beta^2 \cdot C_4 \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$C_3 = \frac{\gamma_{su} \cdot d \cdot \alpha^2}{E \cdot h_{sil}} \quad (3.24)$$

$$\{A(ber_1(ka) - bei_1(ka)) + B(ber_1(ka) + bei_1(ka))\} = -\frac{\sqrt{2}}{D_p k^3} \gamma_{sil} h_{sil} H \quad (3.25)$$

Denklemler düzenlenerek

$$\frac{Ak}{\sqrt{2}}(ber_1(ka) + bei_1(ka)) + \frac{Bk}{\sqrt{2}}(-ber_1(ka) + bei_1(ka)) + \beta C_4 = \frac{\beta \gamma_{su} \cdot d \cdot \alpha^2}{E h_{sil}} - \frac{\gamma_{su} \cdot \alpha^2}{E h_{sil}} \quad (3.26),$$

$$A \left[-bei(ka) + (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \left(\frac{\nu-1}{ka\sqrt{2}} \right) \right] + B \left[ber(ka) + (ber_1(ka) - bei_1(ka)) \left(\frac{1-\nu}{ka\sqrt{2}} \right) \right] \\ = -\frac{2D_s \cdot \beta^2}{D_p \cdot k^2} C_4 \quad (3.27),$$

$$A(ber_1(ka) - bei_1(ka)) + B(ber_1(ka) + bei_1(ka)) = -\frac{\sqrt{2} \gamma_{sil} h_{sil} H}{D_p k^3} \quad (3.28)$$

olur.

Çözümü kolaylaştırmak için aşağıdaki tanımlamalar yapılırsa

$$T = -\frac{\sqrt{2} \gamma_{sil} h_{sil} H}{D_p k^3}$$

$$P = -\frac{2D_s \cdot \beta^2}{D_p \cdot k^2}$$

$$N = \frac{\nu-1}{ka\sqrt{2}}$$

$$M = \frac{\beta \gamma_{su} \cdot d \cdot \alpha^2}{E h_{sil}} - \frac{\gamma_{su} \cdot \alpha^2}{E h_{sil}}$$

$$ber(ka) = X(ka)$$

$$bei(ka) = Y(ka)$$

$$ber_1(ka) = Z(ka)$$

$$bei_1(ka) = V(ka)$$

$$L(ka) = -Z(ka) + V(ka)$$

$$S(ka) = Z(ka) + V(ka)$$

Bu tanımlamalarla A, B ve C₄ için,

$$A \left[\frac{k}{\sqrt{2}} S(ka) \right] + B \left[\frac{k}{\sqrt{2}} L(ka) \right] + C_4 [\beta] = M \quad (3.29)$$

$$A[-Y(ka) + S(ka).N] + B[X(ka) + L(ka).N] + C_4[P] = 0 \quad (3.30)$$

$$A[-L(ka)] + B[S(ka)] = T \quad (3.31)$$

sonuç denklemleri elde edilir.

3.2. Plağın Radyal Doğrultuda Yatay Açılım Yapmaması ve Silindirin Kısa Kabuk Olması Durumu

3.2.1. Problemin yerdeğiştirme fonksiyonu

Kabuğun kısa kabuk olması durumunda W_s çözüm ifadesine C₁ ve C₂ katsayıları da dahil olacaktır. Bu durum için yerdeğiştirmelere ait genel çözümler önceki bölümde verilmişti.

$$W_s = e^{\beta x} (C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)) + e^{-\beta x} (C_3 \cdot \cos(\beta x) + C_4 \cdot \sin(\beta x)) - \frac{\gamma_{su} \cdot (d - x) \cdot \alpha^2}{E \cdot h_{sil}}$$

$$W_p = A.ber(kr) + B.bei(kr) + \frac{\gamma_{su}.d}{D_p}$$

Bu denklemlerde bilinmeyen katsayılar “A, B, C₁, C₂, C₃ ve C₄” olur.

3.2.2.Sınır koşulları:

1. Sınır Koşulu :

Silindir ve plağın kesişim çemberi boyunca dönmeler birbirine eşit olmalıdır.

$$\left. \frac{dW_p}{dr} \right|_{r=a} = \left. \frac{dW_s}{dx} \right|_{x=0}, \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{dW_s}{dx} = & \beta.e^{\beta.x}(C_1.\cos \beta.x + C_2.\sin \beta.x) + \beta.e^{\beta.x}(-C_1.\sin \beta.x + C_2.\cos \beta.x) \\ & - \beta.e^{\beta.x}(C_3.\cos \beta.x + C_4.\sin \beta.x) + e^{-\beta.x}(-C_3.\sin \beta.x + C_4.\cos \beta.x) + \frac{\gamma_{su}.a^2}{E.h_{sil}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\left. \frac{dW_s}{dx} \right|_{x=0} = \beta.C_1 + \beta.C_2 - \beta.C_3 + \beta.C_4 + \frac{\gamma_{su}.a^2}{E.h_{sil}} \quad (3.34)$$

(2.21) Bağıntısına sınır koşulunu uygularsak,

$$\begin{aligned} \left. \frac{dW_p}{dr} \right|_{r=a} &= \frac{k}{\sqrt{2}} [A(ber_1(ka) + bei_1(ka)) + B(-ber_1(ka) + bei_1(ka))] \\ \frac{k}{\sqrt{2}} [A(ber_1(ka) + bei_1(ka)) + B(-ber_1(ka) + bei_1(ka))] &= -\beta(C_1 + C_2 - C_3 + C_4) - \frac{\gamma_{su}.a^2}{E.h_{sil}} \end{aligned} \quad (3.35)$$

sonucu elde edilir.

2. Sınır Koşulu:

Silindir ve plağın kesişim çemberi boyunca momentler birbirine eşit olmalıdır.

$$M_r|_{r=a} = -M_x|_{x=0} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \frac{dW_s}{dx} = & \beta e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + \beta e^{\beta x} (-C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x) \\ & - \beta e^{\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x) + \frac{\gamma_{su} a^2}{E h_{sil}} \end{aligned}$$

ikinci türev ise

$$\frac{d^2 W_s}{dx^2} = 2\beta^2 e^{-\beta x} (-C_1 \sin(\beta x) + C_2 \cos(\beta x)) - 2\beta^2 e^{-\beta x} (-C_3 \sin(\beta x) + C_4 \cos(\beta x)) \quad (3.37)$$

olur.

$$-D_p \left[\frac{d^2 W_p}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dW_p}{dr} \right]_{r=a} = D_s \left[\frac{d^2 W_s}{dx^2} \right]_{x=0}$$

(2.56) ifadesine sınır koşulunu uygulayıp eşitlikte yerine yazarsak,

$$\begin{aligned} -D_p k^2 \left\{ A \left[-bei(ka) - \frac{1}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) + \frac{\nu}{ka} \frac{1}{\sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right] \right. \\ \left. + B \left[ber(ka) + \frac{1}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) - bei_1(ka)) + \frac{\nu}{ka} \frac{1}{\sqrt{2}} (-ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right] \right\} \Big|_{r=a} = \\ -D_s \left[2\beta^2 e^{\beta x} (-C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x) - (2\beta^2 e^{\beta x} (-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x)) \right] \Big|_{x=0} \end{aligned}$$

olarak bulunur.

Bu ifade yalınlaştırılarak,

$$D_p \cdot k^2 \left\{ A \left[-bei(ka) + \frac{(v-1)}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right] + \right. \\ \left. B \left[ber(ka) + \frac{(1-v)}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) - bei_1(ka)) \right] \right\} = -D_s (2\beta^2 C_2 - 2\beta^2 C_4) \quad (3.38)$$

ifadesi elde edilir.

3. Sınır Koşulu:

Plak radyal doğrultuda açılım yapmamalıdır yani silindirin alt ucu yanal deplasman yapamaz.

$$W_s|_{x=0} = 0 \quad (3.39)$$

$$\left[e^{\beta x} (C_1 \cdot \cos \beta x + C_2 \cdot \sin \beta x + e^{-\beta x} (C_3 \cdot \cos \beta x + C_4 \cdot \sin \beta x)) - \frac{\gamma_{su} \cdot (d-x)a^2}{E h_{sil}} \right]_{x=0} = 0$$

$$C_1 + C_3 = \frac{\gamma_{su} \cdot d \cdot a^2}{E h_{sil}} \quad (3.40)$$

olarak bulunur.

4. Sınır Koşulu:

Plağın silindire birleştiği noktadaki kesme kuvveti üzerinde taşıdığı silindirin ağırlığına eşit olmalıdır.

$$Q_p = D_p \left[\frac{d^3 W_p}{dr^3} + \frac{1}{r} \frac{d^2 W_p}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \frac{dW_p}{dr} \right] \quad (3.41)$$

$$\frac{D_p k^3}{\sqrt{2}} \{A(ber_1(kr) - bei_1(kr)) + B(bei_1(kr) + ber_1(kr))\}_{r=a} = -\gamma_{sil} h_{sil} H \quad (3.42)$$

eşitliği yazılabilir.

5. Sınır Koşulu:

Silindirin üst ucunda moment sıfır olmalıdır.

$$M_s|_{x=H} = 0 \quad (3.43)$$

$$\frac{d^2 W_s}{dx^2} = 2\beta^2 e^{\beta x} (-C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x) - 2\beta^2 e^{-\beta x} (-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x) \quad (3.44)$$

bu türev yerine yazılırsa,

$$-D_s [2\beta^2 e^{\beta H} (-C_1 \sin(\beta H) + C_2 \cos(\beta H)) - 2\beta^2 e^{-\beta H} (-C_3 \sin(\beta H) + C_4 \cos(\beta H))] = 0 \quad (3.45)$$

ifadesi 5. denklem olarak bulunur.

6. Sınır Koşulu :

Silindirin üst ucunda kesme kuvveti sıfır olmalıdır.

$$Q_x = -D_s \left(\frac{d^3 W_s}{dx^3} \right) \Big|_{x=H} = 0 \quad (3.46)$$

ifadesini çözmek için gerekli türev ifadelerini oluşturursak,

$$\frac{d^2 W_s}{dx^2} = 2\beta^2 e^{\beta x} (-C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x) - 2\beta^2 e^{-\beta x} (-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x) \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 W_s}{dx^3} = & 2\beta^3 e^{\beta x} (-C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x) + 2\beta^3 e^{\beta x} (-C_1 \cos \beta x - C_2 \sin \beta x) + \\ & 2\beta^3 e^{-\beta x} (-C_3 \sin \beta x + C_4 \cos \beta x) - 2\beta^3 e^{-\beta x} (-C_3 \cos \beta x - C_4 \sin \beta x) \end{aligned} \quad (3.48)$$

bu ifadeyi yerine yazarsak,

$$\begin{aligned} & 2\beta^3 e^{\beta H} (-C_1 \sin(\beta H) + C_2 \cos(\beta H)) + 2\beta^3 e^{\beta H} (-C_1 \cos(\beta H) - C_2 \sin(\beta H)) + \\ & 2\beta^3 e^{-\beta H} (-C_3 \sin(\beta H) + C_4 \cos(\beta H)) - 2\beta^3 e^{-\beta H} (-C_3 \cos(\beta H) - C_4 \sin(\beta H)) = 0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

eşitliğine ulaşılır.

3.2.3. Bilinmeyen sabitlerin doğrusal denklem takımı

Kısa Kabuğa ait elde edilen doğrusal denklemler:

1. denklem,

$$\frac{k}{\sqrt{2}} [A(ber_1(ka) + bei_1(ka)) + B(-ber_1(ka) + bei_1(ka))] + \beta(C_1 + C_2 - C_3 + C_4) = -\frac{\gamma_{su} a^2}{E h_{sil}} \quad (3.50)$$

2. denklem,

$$\begin{aligned} D_p k^2 \left\{ A \left[-bei(ka) + \frac{(v-1)}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right] + \right. \\ \left. B \left[ber(ka) + \frac{(1-v)}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) - bei_1(ka)) \right] \right\} = -D_s (2\beta^2 C_2 - 2\beta^2 C_4) \end{aligned} \quad (3.51)$$

3. denklem,

$$C_1 + C_3 = \frac{\gamma_{su} \cdot d \cdot \alpha^2}{E \cdot h_{sil}} \quad (3.52)$$

4. denklem,

$$\frac{D_p \cdot k^3}{\sqrt{2}} \{A(ber_1(ka) - bei_1(ka)) + B(bei_1(ka) + ber_1(ka))\} = -\gamma_{sil} \cdot h_{sil} \cdot H \quad (3.53)$$

5. denklem,

$$-D_s \left[2\beta^2 \cdot e^{\beta H} (-C_1 \cdot \sin(\beta \cdot H) + C_2 \cdot \cos(\beta \cdot H)) - 2\beta^2 \cdot e^{-\beta H} (-C_3 \cdot \sin(\beta \cdot H) + C_4 \cdot \cos(\beta \cdot H)) \right] = 0 \quad (3.54)$$

6. denklem,

$$2\beta^3 \cdot e^{\beta H} (-C_1 \cdot \sin(\beta \cdot H) + C_2 \cdot \cos(\beta \cdot H)) + 2\beta^3 \cdot e^{\beta H} (-C_1 \cdot \cos(\beta \cdot H) - C_2 \cdot \sin(\beta \cdot H)) + \\ 2\beta^3 \cdot e^{-\beta H} (-C_3 \cdot \sin(\beta \cdot H) + C_4 \cdot \cos(\beta \cdot H)) - 2\beta^3 \cdot e^{-\beta H} (-C_3 \cdot \cos(\beta \cdot H) - C_4 \cdot \sin(\beta \cdot H)) = 0 \quad (3.55)$$

Çözümü kolaylaştırmak için deklemlerde aşağıdaki tanımlamaları yapılarak:

$$ber(ka) = X(ka),$$

$$bei(ka) = Y(ka),$$

$$ber_1(ka) = Z(ka),$$

$$bei_1(ka) = V(ka),$$

$$S(ka) = Z(ka) + V(ka),$$

$$L(ka) = -Z(ka) + V(ka),$$

$$U = \frac{\sqrt{2} \cdot \beta}{k},$$

$$I = -\frac{\gamma_{su} \cdot a^2 \cdot \sqrt{2}}{E \cdot h_{sil} \cdot k},$$

$$N = \frac{\nu - 1}{ka \sqrt{2}},$$

$$P = -\frac{2 \cdot D_s \cdot \beta^2}{D_p \cdot k^2},$$

$$J = \frac{\gamma_{su} \cdot d \cdot a^2}{E \cdot h_{sil}},$$

$$T = -\frac{\sqrt{2} \cdot \gamma_{sil} \cdot h_{sil} \cdot H}{D_p \cdot k^3},$$

Bu ifadeler yerlerine yazılıp düzenlenerek,

Katsayılar Matrisi :

$$[A] = \begin{bmatrix} S(ka) & L(ka) & U & U & -U & U \\ -Y(ka) + N \cdot S(ka) & X(ka) + N \cdot L(ka) & 0 & -P & 0 & P \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -L(ka) & S(ka) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{-\beta H} \sin(\beta H) & e^{\beta H} \cos(\beta H) & e^{-\beta H} \sin(\beta H) & -e^{-\beta H} \cos(\beta H) \\ 0 & 0 & -e^{\beta H} (\sin \beta H + \cos \beta H) & e^{\beta H} (\cos \beta H - \sin \beta H) & e^{\beta H} (-\sin \beta H + \cos \beta H) & e^{\beta H} (\cos \beta H + \sin \beta H) \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Çözüm matrisi :

$$\begin{bmatrix} I \\ 0 \\ J \\ T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(3.57)

Bilinmeyenler matrisi :

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}$$

(3.58)

olarak denklem takımları ifade edilebilir.

3.3. Plağın Radyal Doğrultuda Yatay Açılım Yapması ve Silindirin Uzun Kabuk Olması Durumu

3.3.1. Probleme ilişkin çözümler :

$$W_s = e^{-\beta x} [C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x] - \frac{\gamma_{su} (d-x) a^2}{E h_s}$$

$$W_p = A.ber(kr) + B.bei(kr) + \frac{\gamma_{su} \cdot d}{D_p}$$

olarak bulunmuştur. Burada bilinmeyenler “A, B, C₃ ve C₄” olur.

3.3.2. Sınır koşulları:

1. Sınır Koşulu :

Silindir ve plağın kesişim çemberi boyunca dönmeler birbirine eşit olmalıdır.

$$\left. \frac{dW_p}{dr} \right|_{r=a} = \left. \frac{dW_s}{dx} \right|_{x=0} \quad (3.59)$$

Burada (2.2.1.5) ve (2.3.4) bağıntıları kullanılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\frac{k}{\sqrt{2}} [A[ber_1(ka) + bei_1(ka)] + B[-ber_1(ka) + bei_1(ka)]] = +\beta[C_3] - \beta[C_4] - \frac{\gamma_{su} a^2}{E h_s} \quad (3.60)$$

sonucu elde edilir.

2. Sınır Koşulu :

Silindir ve plağın kesişim çemberi boyunca momentler birbirine eşit olmalıdır.

$$M_r|_{r=a} = -M_x|_{x=0} \quad (3.61)$$

$$-D_p \left[\frac{d^2 W_p}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{dW_p}{dr} \right]_{r=a} = D_s \left[\frac{d^2 W_s}{dx^2} \right]_{x=0} \quad (3.62)$$

(2.56) ve (2.64) denklemlerine sınır koşullarının uygulanması ile,

$$\begin{aligned} -D_p k^2 \left\{ A \left[-bei(ka) - \frac{1}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) + \frac{\nu}{ka} \frac{1}{\sqrt{2}} (ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right] \right. \\ \left. + B \left[ber(ka) + \frac{1}{ka\sqrt{2}} (ber_1(ka) - bei_1(ka)) + \frac{\nu}{ka} \frac{1}{\sqrt{2}} (-ber_1(ka) + bei_1(ka)) \right] \right\} \\ = -2D_s \beta^2 C_4 \end{aligned} \quad (3.63)$$

veya,

$$\begin{aligned} D_p k^2 \left\{ A \left[-bei(ka) + \left[(ber_1(ka) + bei_1(ka)) \left(\frac{\nu-1}{ka\sqrt{2}} \right) \right] \right] \right. \\ \left. + B \left[ber(ka) + \left[(ber_1(ka) - bei_1(ka)) \left(\frac{1-\nu}{ka\sqrt{2}} \right) \right] \right] \right\} = 2D_s \beta^2 C_4 \end{aligned} \quad (3.64)$$

sonucuna ulaşılır.

3. Sınır Koşulu :

Dairesel plağın kendi düzlemi içinde yatay açılım hesabı

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu \sigma_\theta) = \frac{1-\nu}{E} \sigma_0 \quad (3.65)$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial U_r}{\partial r} \quad (3.66)$$

$$U_r = \frac{1-\nu}{E} \cdot \sigma_0 \cdot r \quad (3.67)$$

$$\sigma_0 = \frac{Q_{sl}|_{x=0}}{h_p} \quad \text{olduğundan}$$

$$W_s|_{x=0} = -\left(\frac{1-\nu}{E} \cdot a\right) \frac{Q_{sl}|_{x=0}}{h_p} \quad (3.68)$$

$$Q_s = -D_s \left[\frac{d^3 W_s}{dx^3} \right] \quad (3.69)$$

$$Q_s|_{x=0} = -D_s \left[2\beta^3 \cdot e^{-\beta x} (-C_3 \cdot \sin \beta x + C_4 \cdot \cos \beta x) - 2\beta^3 \cdot e^{-\beta x} (-C_3 \cdot \cos \beta x - C_4 \cdot \sin \beta x) \right] \quad (3.70)$$

$$Q_s|_{x=0} = -2D_s \cdot \beta^3 \cdot C_4 - 2D_s \cdot \beta^3 \cdot C_3 \quad (3.71)$$

$$W_s|_{x=0} = \frac{(1-\nu) \cdot a}{E} \cdot \frac{(-2D_s \cdot \beta^3)(C_3 + C_4)}{h_p} \quad (3.72)$$

olur. Cebirsel işlemlerle,

$$W_s|_{x=0} = \frac{(1-\nu)(-2D_s \cdot \beta^3 \cdot a)}{h_p} (C_3 + C_4) \quad (3.73)$$

ifadesine ulaşılır. Diğer yandan (2.60) denklemini “x=0” için

$$W_s|_{x=0} = C_3 - \frac{\gamma_{su} \cdot d \cdot a^2}{E \cdot h_s} \quad (3.74)$$

olarak bulunur.

Bu iki ifadenin denkliğinden,

$$C_3 \left(1 - \frac{(\nu - 1)(2D_s \cdot \beta^3 \cdot a)}{E \cdot h_p} \right) - C_4 \left(\frac{(\nu - 1)(2D_s \cdot \beta^3 \cdot a)}{E \cdot h_p} \right) = \frac{\gamma_{su} \cdot d \cdot a^2}{E \cdot h_s} \quad (3.75)$$

eşitliğine ulaşılır.

4. Sınır Koşulu :

Silindir ve plağın kesişim çemberi boyunca kesme kuvveti, üzerinde taşıdığı silindirin ağırlığına eşittir.

$$Q_\rho \Big|_{\rho=a} = -\gamma_{sil} \cdot h_{sil} \cdot H \quad (3.76)$$

$$\frac{D_p \cdot k^3}{\sqrt{2}} \{ -A(ber_1(ka) + bei_1(ka)) + B(bei_1(ka) - ber_1(ka)) \} = -\gamma_{sil} \cdot h_{sil} \cdot H \quad (3.77)$$

eşitliğini yazılabilir.

3.3.3. Bilinmeyen sabitlerin doğrusal denklem takımı

Aşağıdaki tanımlamalar kullanılarak,

$$U = \frac{\sqrt{2} \cdot \beta}{k},$$

$$I = -\frac{\gamma_{su} \cdot a^2 \cdot \sqrt{2}}{E \cdot h_{sil} \cdot k},$$

$$P = -\frac{2D_s \cdot \beta^2}{D_p \cdot k^2},$$

$$R = 1 + \frac{(\nu - 1)(2D_s \beta^3 \cdot a)}{E \cdot h_p},$$

$$M = \frac{(1-\nu)(2D_s \cdot \beta^3 \cdot a)}{E h_p},$$

$$N = \left(\frac{\nu - 1}{ka\sqrt{2}} \right),$$

$$J = \frac{\gamma_{su} \cdot d \cdot a^2}{E \cdot h_s},$$

$$T = -\frac{\gamma_{sil} h_{sil} \cdot H \cdot \sqrt{2}}{D_p \cdot k^3},$$

$$ber(ka) = X(ka),$$

$$bei(ka) = Y(ka),$$

$$ber_1(ka) = Z(ka),$$

$$bei_1(ka) = V(ka),$$

$$L(ka) = -Z(ka) + V(ka),$$

$$S(ka) = Z(ka) + V(ka),$$

Denklem takımlarında yukarıdaki kısaltmalar yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa:

$$A.S(ka) + B.L(ka) - U.C_3 + U.C_4 = I \quad (3.78)$$

$$A.[-Y(ka) + N.S(ka)] + B[X(ka) + N.L(ka)] + P.C_4 = 0 \quad (3.79)$$

$$C_3.R - C_4.M = J \quad (3.80)$$

$$A.[-L(ka)] + B.[S(ka)] = T \quad (3.81)$$

şeklindeki sonuç denklemleri elde edilir.

4.SONUÇLAR

4.1.Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde üçüncü bölümde ulaşılan üç farklı duruma ait denklem takımları aşağıda belirtilen fiziksel değişkenler için hesaplanıp bunlara ait grafikler verilmiştir.

1-Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması hali

Yatak katsayısı 5000kN/m^3 sıvı yoğunluğu 10kN/m^3 olması durumunda (Örnek 1)

$W_p, W_s, M_r, M_x, Q_r, Q_x,$

Yatak katsayısı 5000kN/m^3 sıvı yoğunluğu 0 kN/m^3 (tankın içi boş) olması durumunda (Örnek 2) $W_p, W_s,$

Yatak katsayısı 5000kN/m^3 sıvı yoğunluğu 50kN/m^3 olması durumunda (Örnek 3)

$W_p, W_s,$

Yatak katsayısı 50000kN/m^3 sıvı yoğunluğu 10kN/m^3 olması durumunda (Örnek 4)

$W_p, W_s,$

2-Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin kısa kabuk olması durumunda (Örnek 5) $W_p, W_s,$

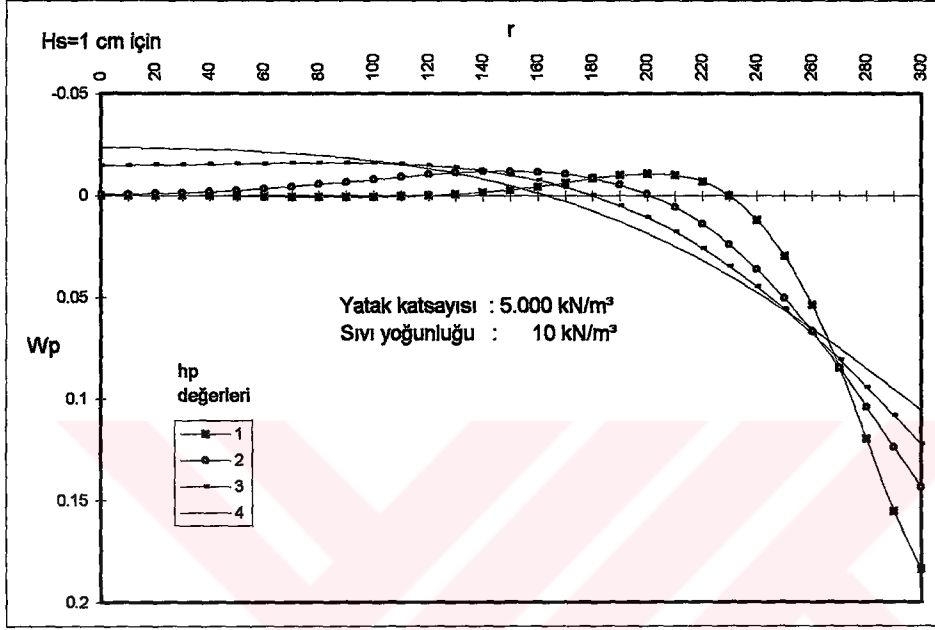
3-Dairesel plağın yatay açılım yapması ve silindirin uzun kabuk olması durumunda (Örnek 6) W_p, W_s değerlerinin değişimleri grafikler yardımıyla verilmiştir.

Grafiklerde x eksenini olarak plakta yarıçap uzunluğu, kabukta silindirin yüksekliği alınmıştır. Her bir grafikte plak – silindir kalınlığı ikilisinden biri sabit tutulmuş diğeri değiştirilmiştir. Dairesel plak ve silindirik tankla ilgili diğer malzeme ve geometrik özellikler bölüm 3.1.3'te açıklandığı gibidir.

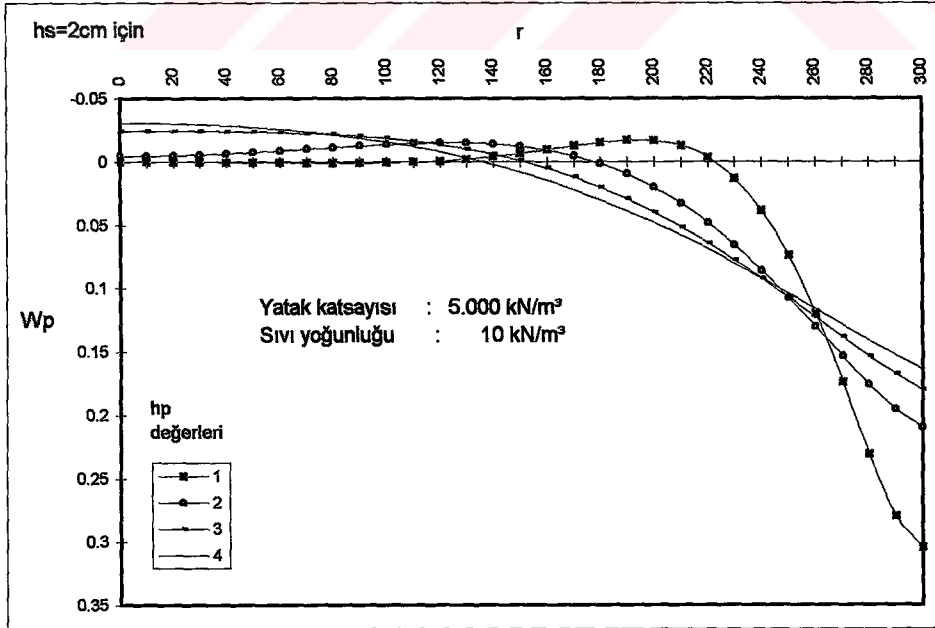
4.1.1. Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin uzun kabuk olması durumu için örnekler

Örnek 1. Yatak katsayısı 5000 kN/m^3 , sıvı yoğunluğu 10 kN/m^3 için elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir. Grafikler yarı plak boyunca veya silindirik kabuğun yüksekliğince çizilmiştir.

Plak düşey yer değiştirme - plak yarıçapı grafikleri (W_p-r)

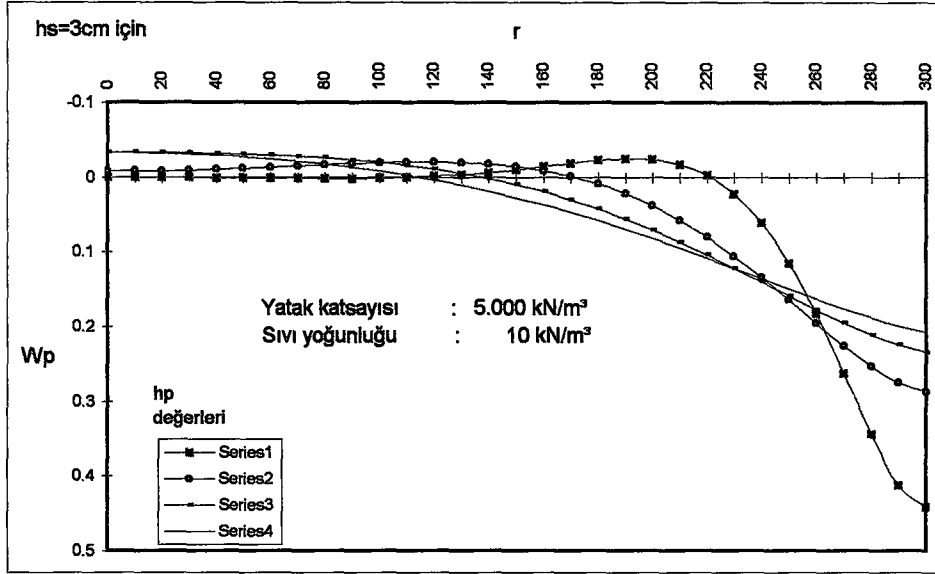


(a) $H_s = 1 \times 10^{-2} \text{ m}$

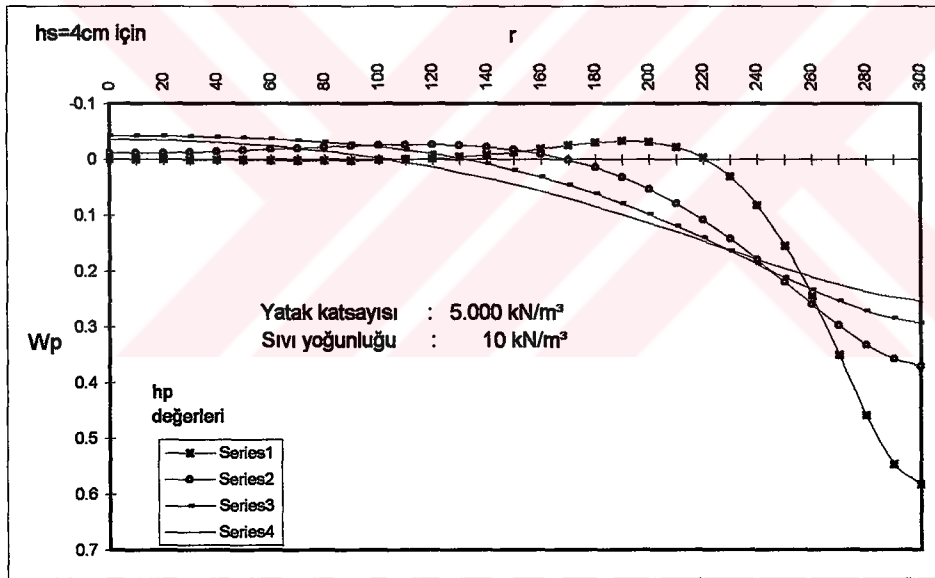


(b) $H_s = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$

Şekil 4.1



(c) $H_s=3 \times 10^{-2} \text{m}$

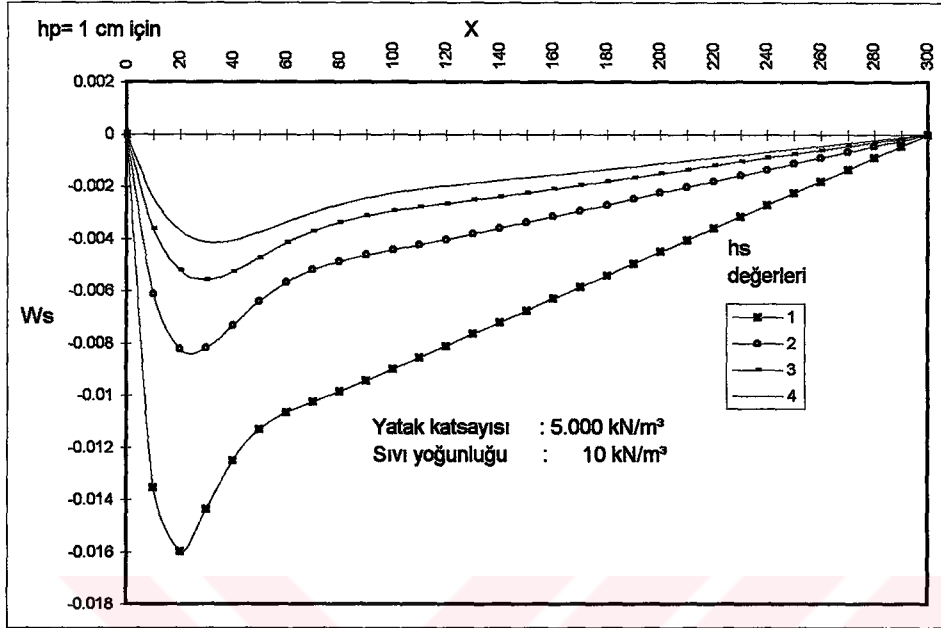


(d) $H_s=4 \times 10^{-2} \text{m}$

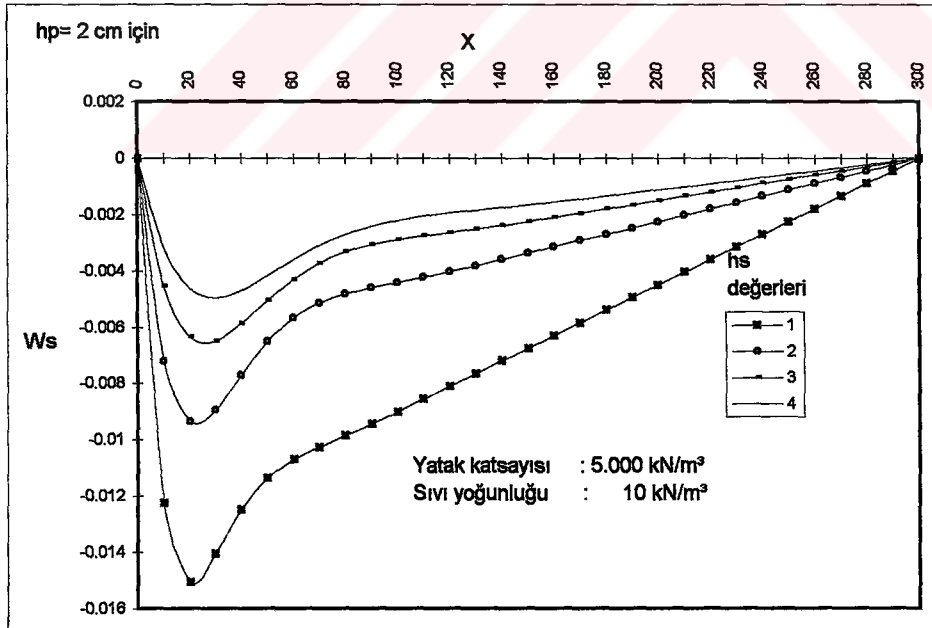
Şekil 4.1 (Devam)

Şekil 4.1 a-b-c-d incelendiğinde kabuk kalınlığı sabitken plak kalınlığı arttıkça, rijidlik arttığından sınır noktasındaki düşey deplasman azalmaktadır. Silindirin kalınlığı arttığında ise plağın sınırındaki tekil yükün artışının düşey yerdeğiştirmelere olan etkisi görülmektedir.

Kabuk yanal yer değistirmeleri (W_s-x) Silindir kalınlığının $1,2,3,4 \times 10^{-2}$ m değerleri için H_p sabit tutularak çizilmiştir.

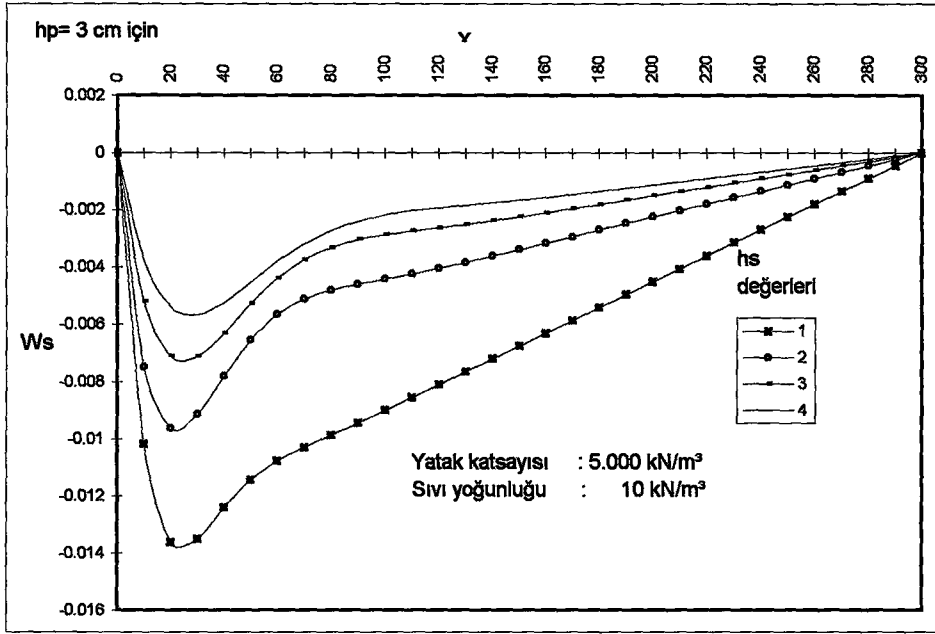


(a) $H_p=1 \times 10^{-2}$ m

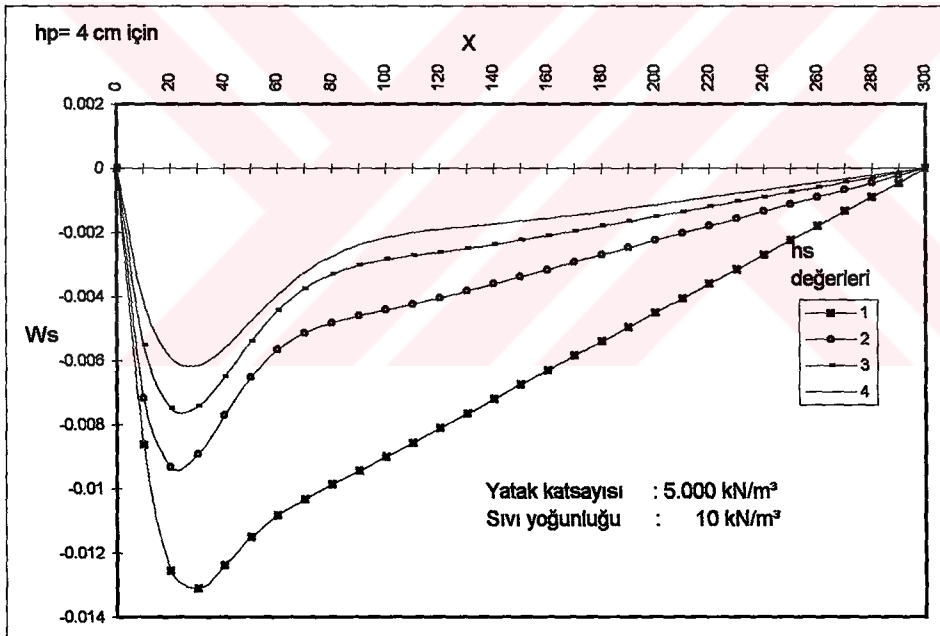


(b) $H_p=2 \times 10^{-2}$ m

Şekil 4.2



(c) $H_p=3 \times 10^{-2} \text{ m}$

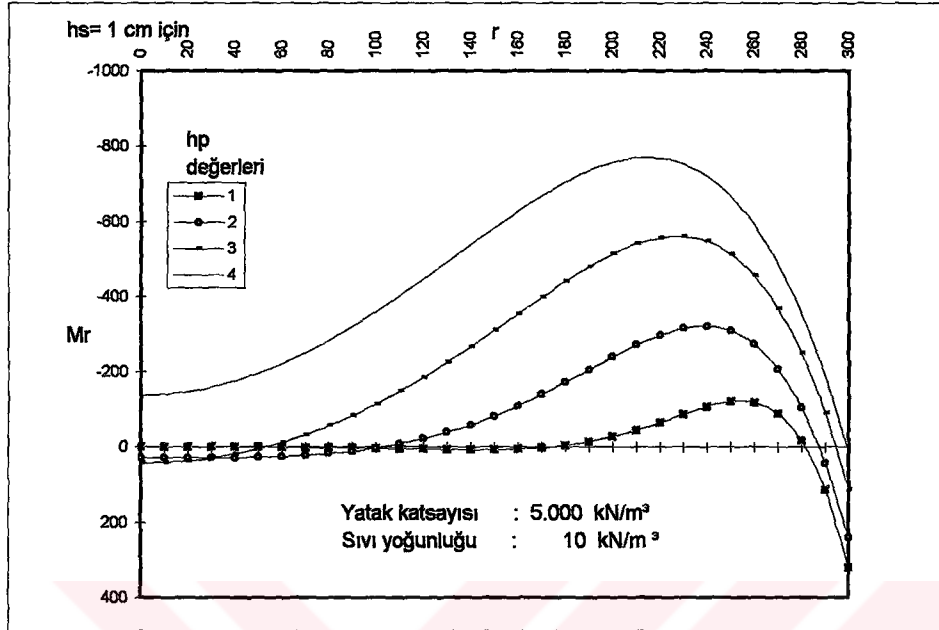


(d) $H_p=4 \times 10^{-2} \text{ m}$

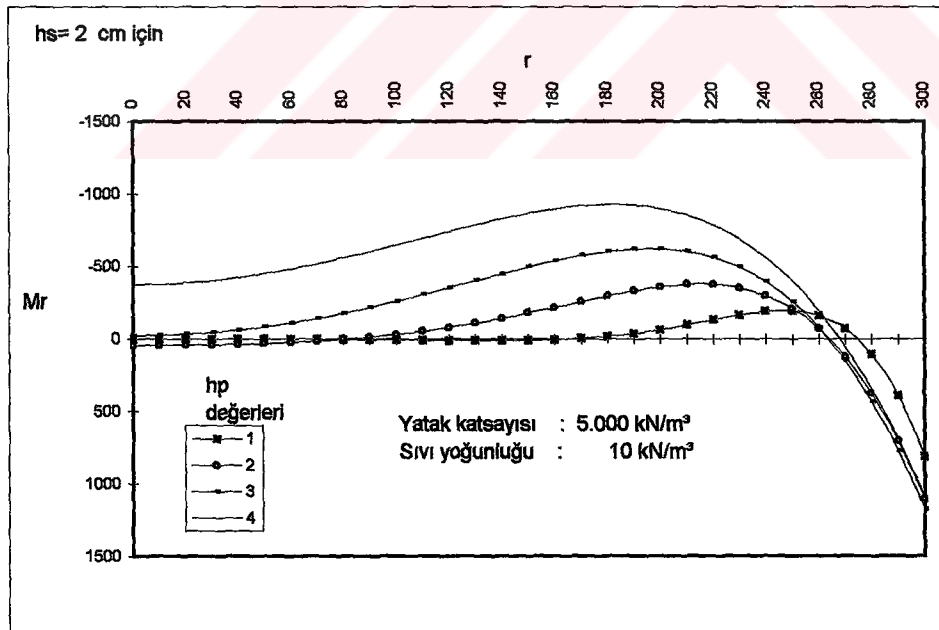
Şekil 4.2 (Devam)

Şekil 4.2 a-b-c-d incelendiğinde yanal deplasmanlar sıvı basıncı etkisi ile dışarı doğru gerçekleşmektedir. Silindirin kalınlığı arttıkça rijidliğin etkisi ile deplasmanlar azalmaktadır. Ayrıca plak kalınlığındaki artış plak rijidliğini, dolayısıyla plak sınırındaki dönmeyi küçültmekte bu durumda kabuğun sınıra yakın bölgelerdeki yerdeğiştirmesinin düştüğü görülmektedir.

Plak eğilme momentleri plak yarıçapı boyunca (M_r-r), plak kalınlığının $1,2,3,4 \times 10^{-2} \text{ m}$ değerleri için H_s sabit tutularak çizilmiştir.

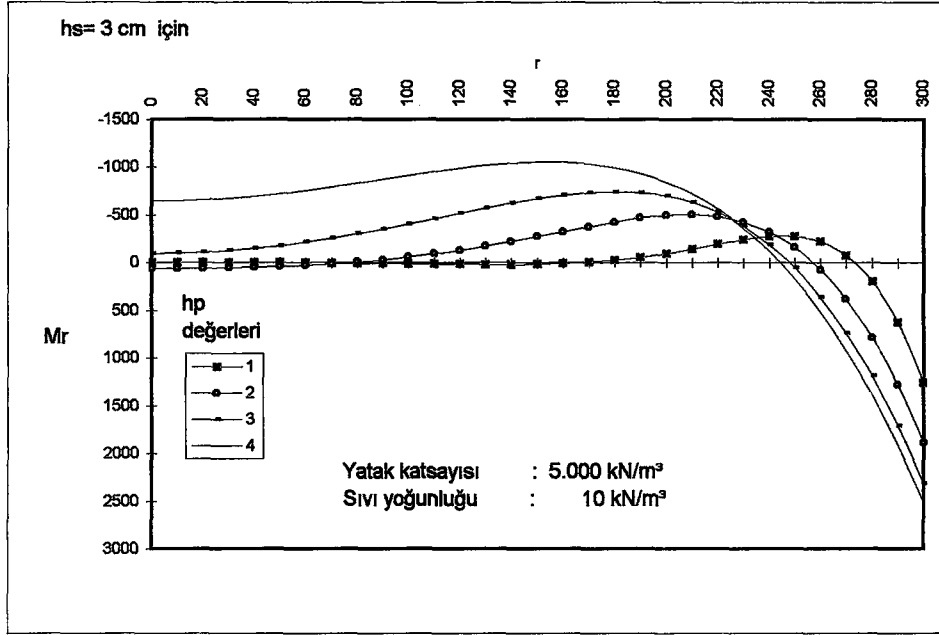


(a) $H_s=1 \times 10^{-2} \text{ m}$

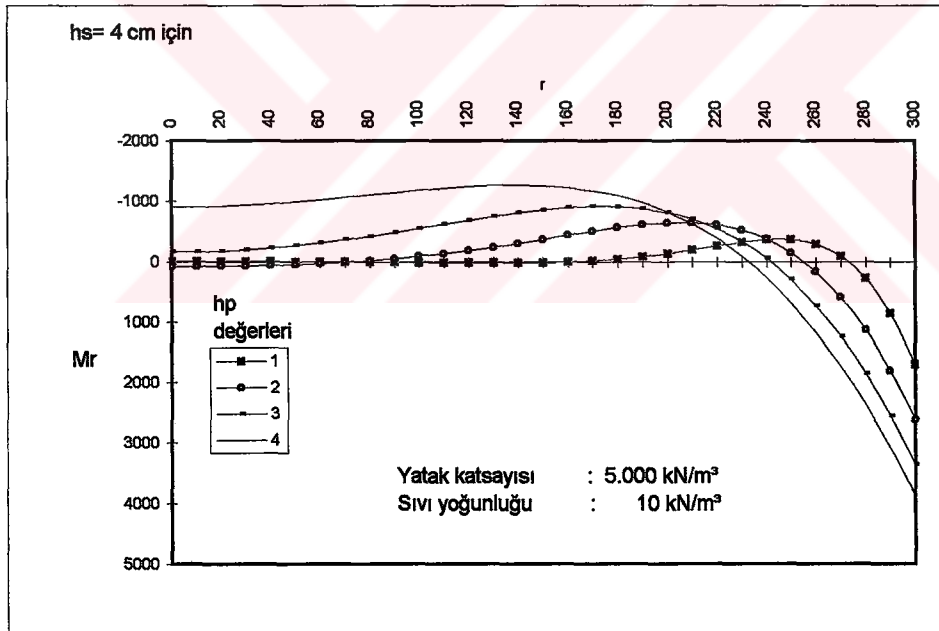


(b) $H_s=2 \times 10^{-2} \text{ m}$

Şekil 4.3



(c) $H_s=3 \times 10^{-2} \text{ m}$

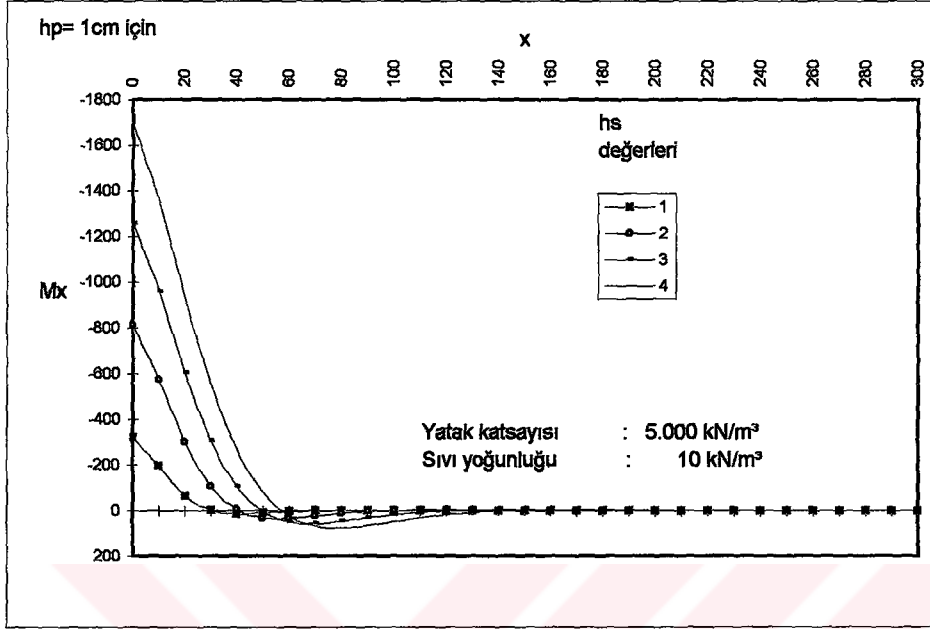


(d) $H_s=4 \times 10^{-2} \text{ m}$

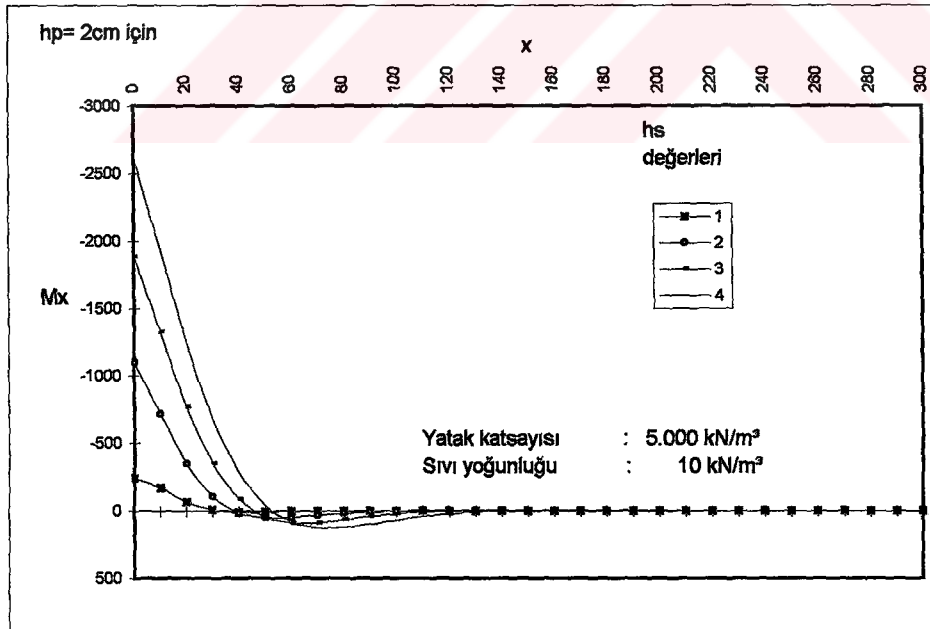
Şekil 4.3 (Devam)

Şekil 4.3 a-b-c-d incelendiğinde plak eğilme momentinin plağın sınırına yakın bölgede etkili, plak rijidliği ile orantılı olduğu, silindir kalınlığı arttıkça momentin de arttığı görülmüştür.

Kabuk Eğilme Momenti değişimi (M_x-x) silindir kalınlığının $1,2,3,4 \times 10^{-2} \text{ m}$ değerleri için h_p sabit tutularak çizilmiştir.

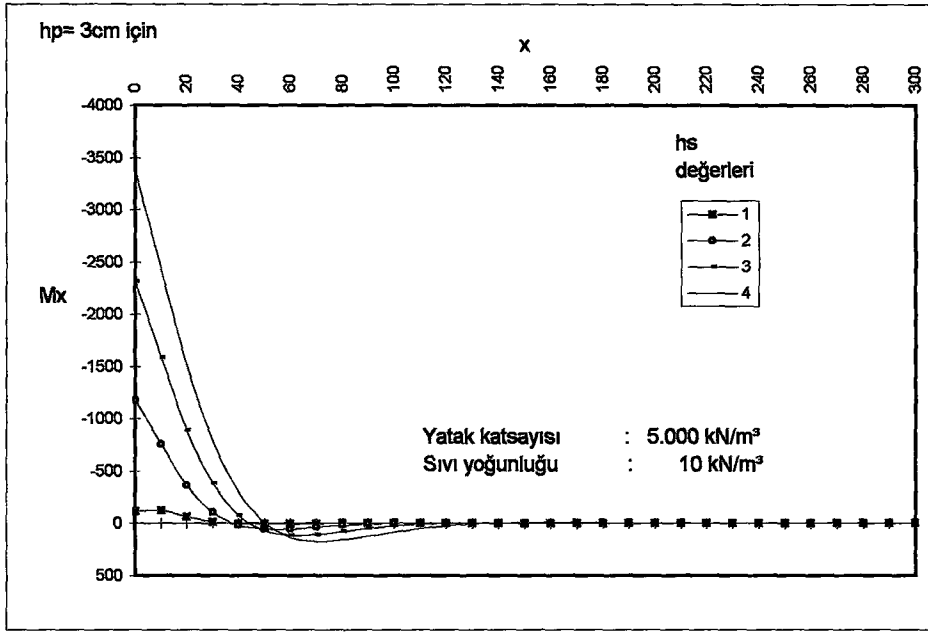


(a) $H_p=1 \times 10^{-2} \text{ m}$

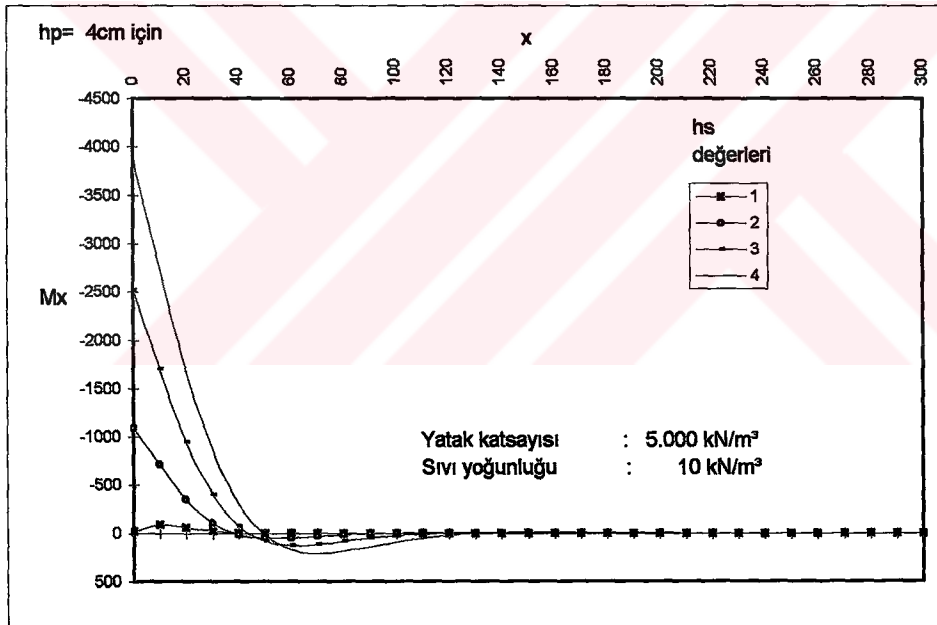


(b) $H_p=2 \times 10^{-2} \text{ m}$

Şekil 4.4.



(c) $H_p=3 \times 10^{-2} \text{ m}$

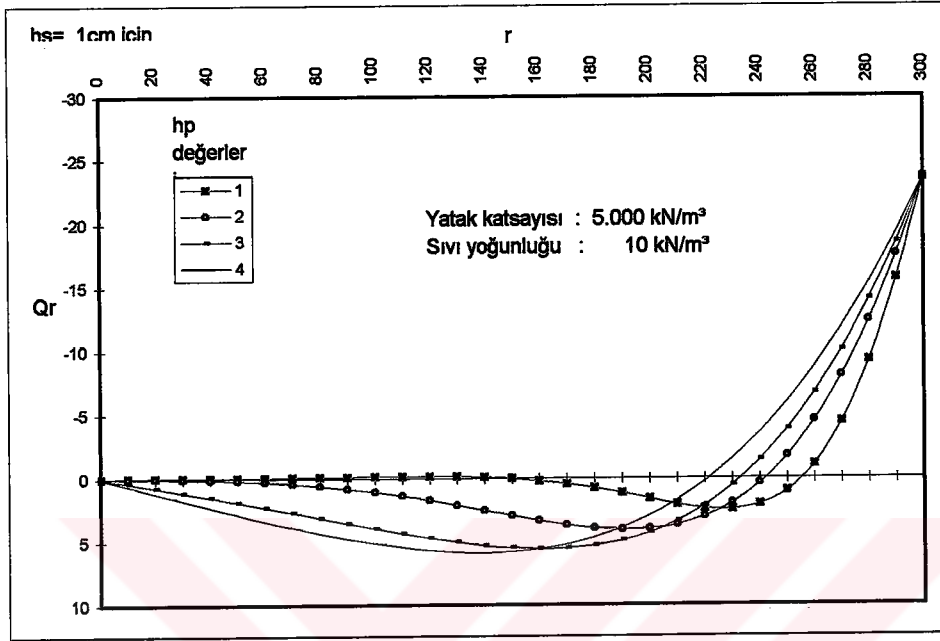


(d) $H_p=4 \times 10^{-2} \text{ m}$

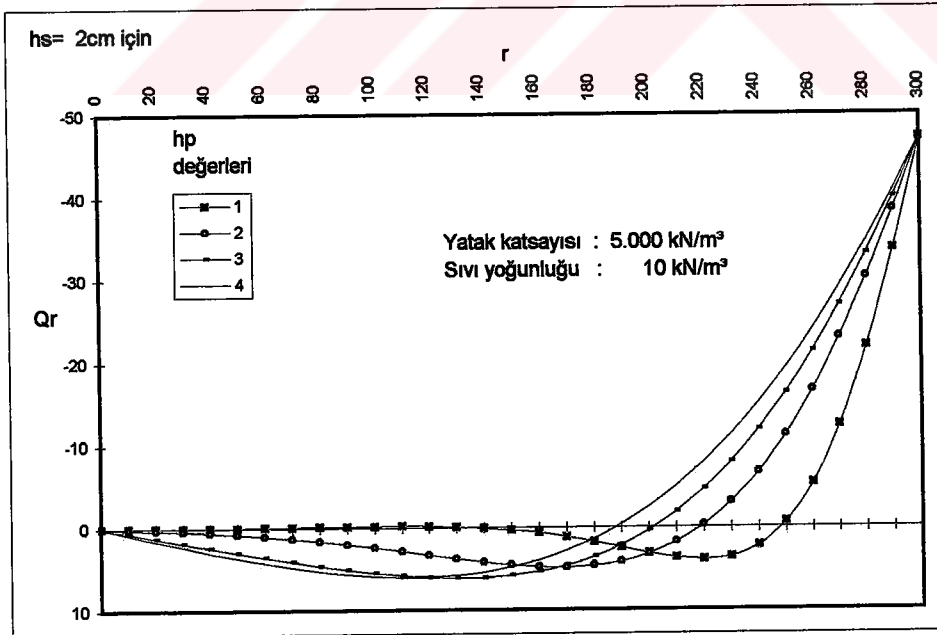
Şekil 4.4 (Devam)

Şekil 4.4.a-b-c-d incelendiğinde kabuk eğilme momentinin plağın sınırına yakın bölgede etkili, kabuk rijidliği ile orantılı olduğu, silindir yüksekliğinin yaklaşık üçte bir mesafesinden sonra sönümlendiği görülmektedir.

Plak Kesme Kuvvetleri (Q_r - r) plak kalınlığının $1,2,3,4 \times 10^{-2}$ m değerleri için H_s sabit tutularak çizilmiştir.

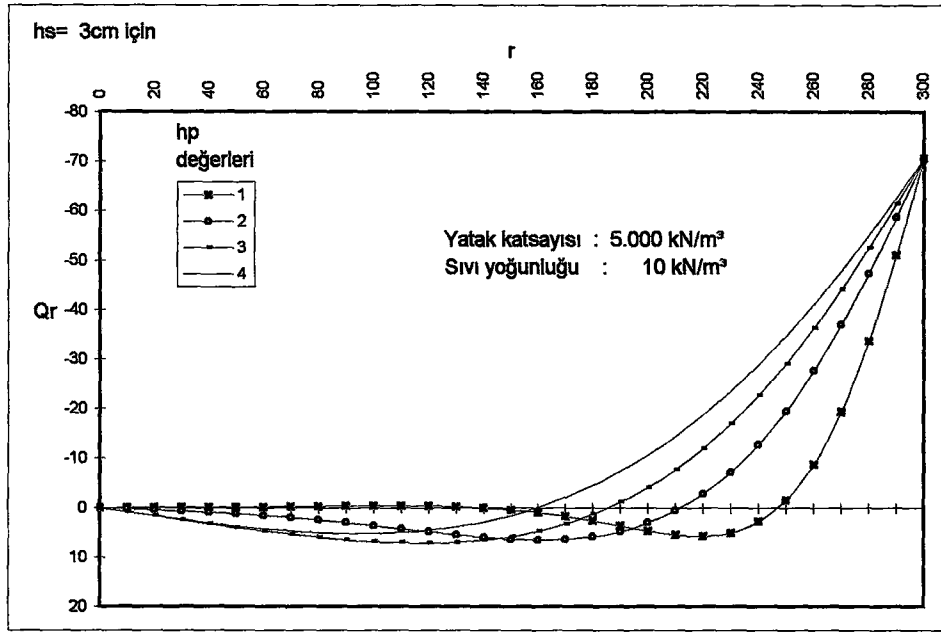


(a) $H_s=1 \times 10^{-2}$ m

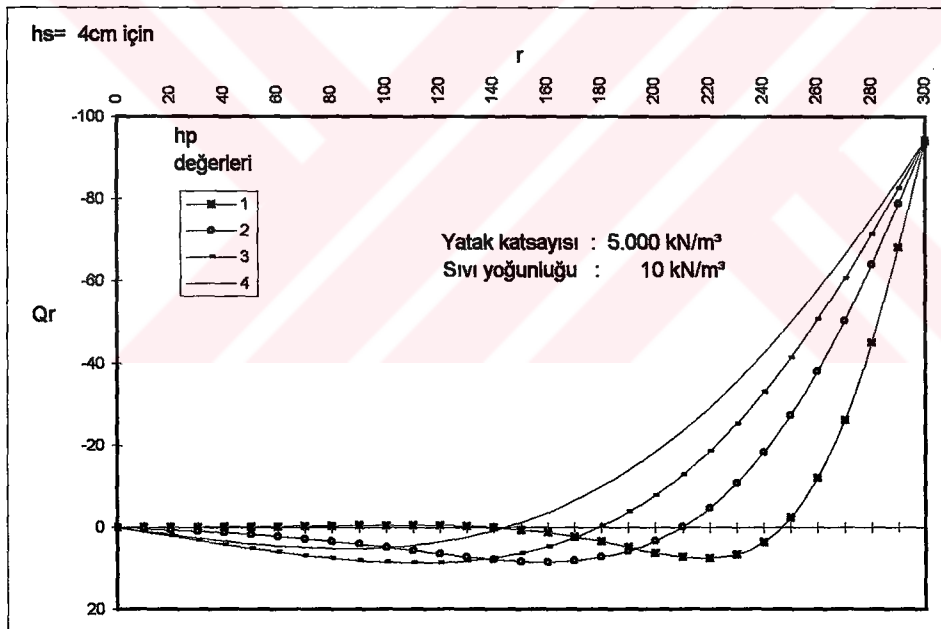


(b) $H_s=2 \times 10^{-2}$ m

Şekil 4.5



(c) $H_s=3 \times 10^{-2} \text{m}$

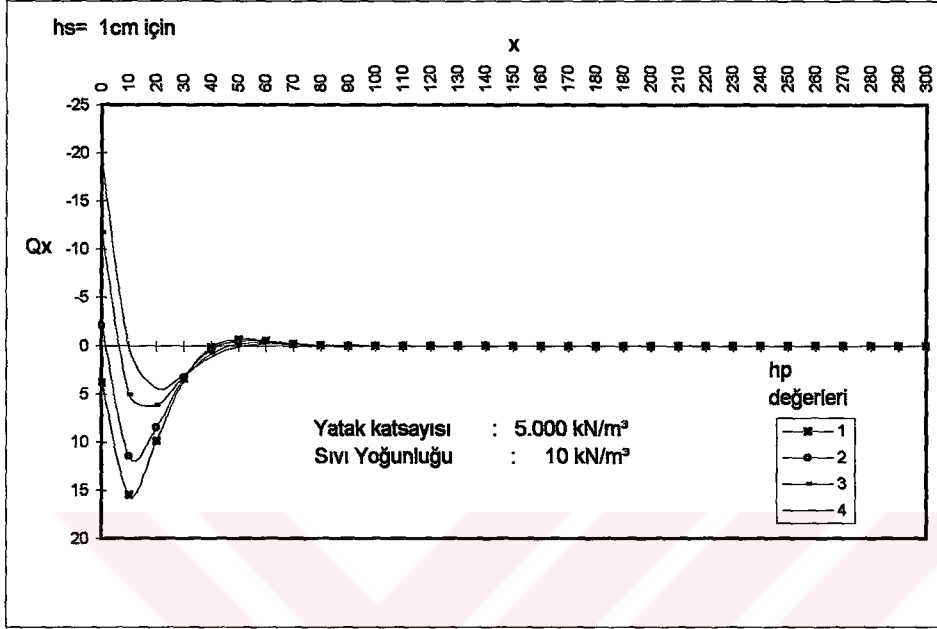


(d) $H_s=4 \times 10^{-2} \text{m}$

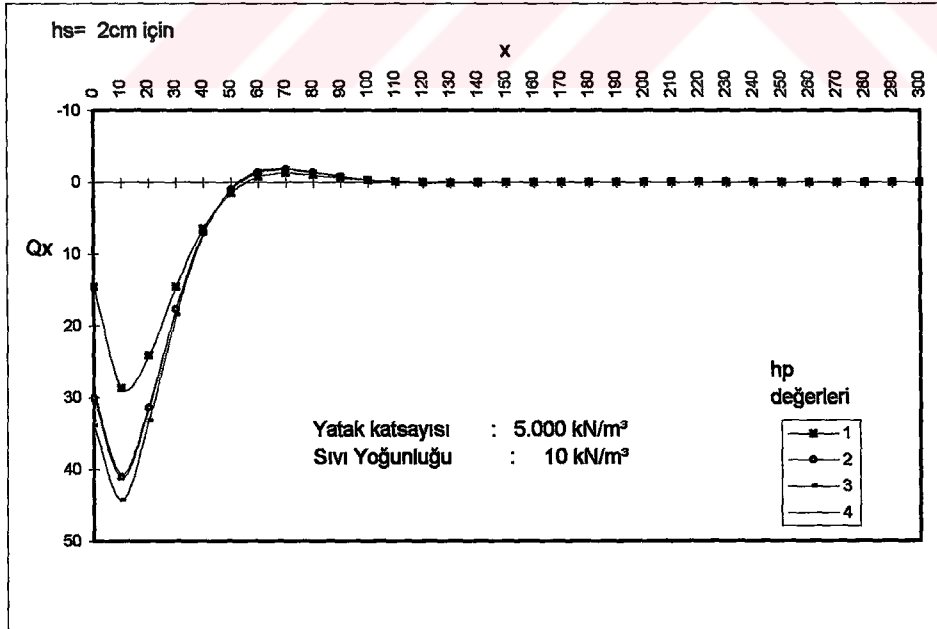
Şekil 4.5 (Devam)

Şekil 4.5.a-b-c-d incelendiğinde plak kesme kuvvetlerinin plak kalınlığı ve silindir kalınlığı ile orantılı olduğu, sınırda H_p 'den bağımsız olarak silindirin ağırlığına eşit olduğu görülmektedir.

Kabuk Kesme Kuvveti değişimi (Q_x - x) silindir kalınlığının $1,2,3,4 \times 10^{-2}$ m değerleri için H_p sabit tutularak çizilmiştir.

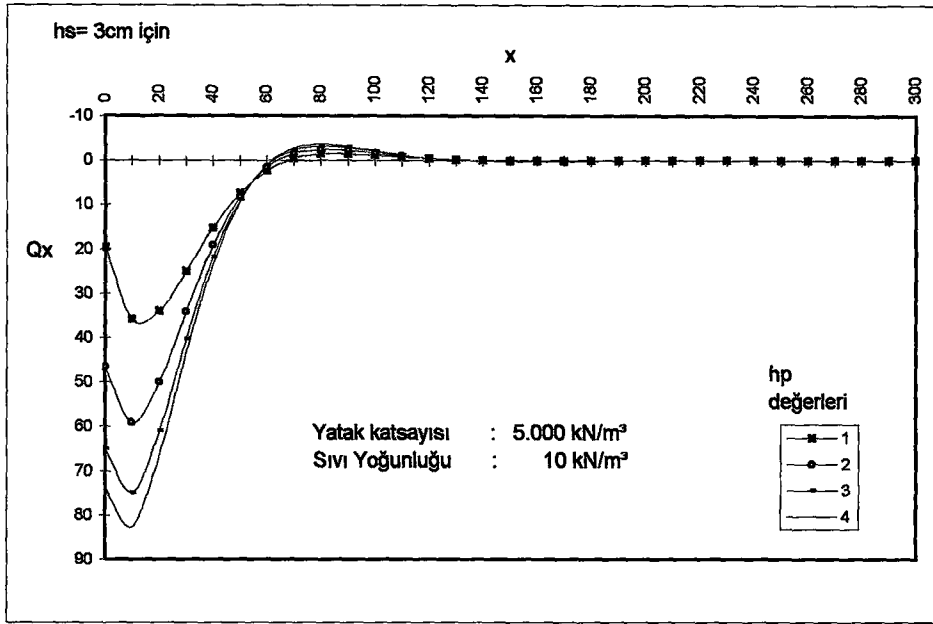


(a) $H_p=1 \times 10^{-2}$ m

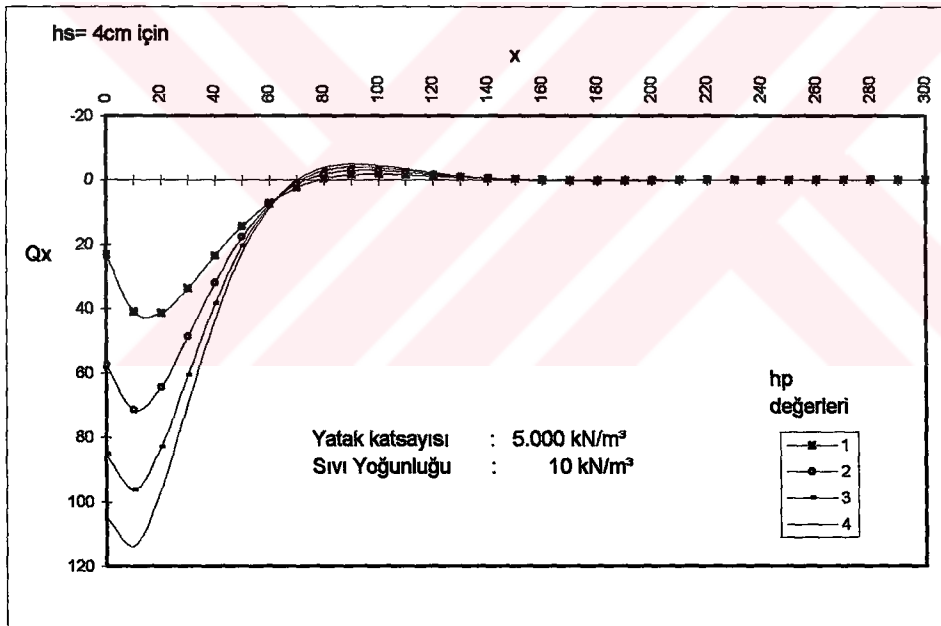


(b) $H_p=2 \times 10^{-2}$ m

Şekil 4.6



(c) $H_p=3 \times 10^{-2} \text{m}$



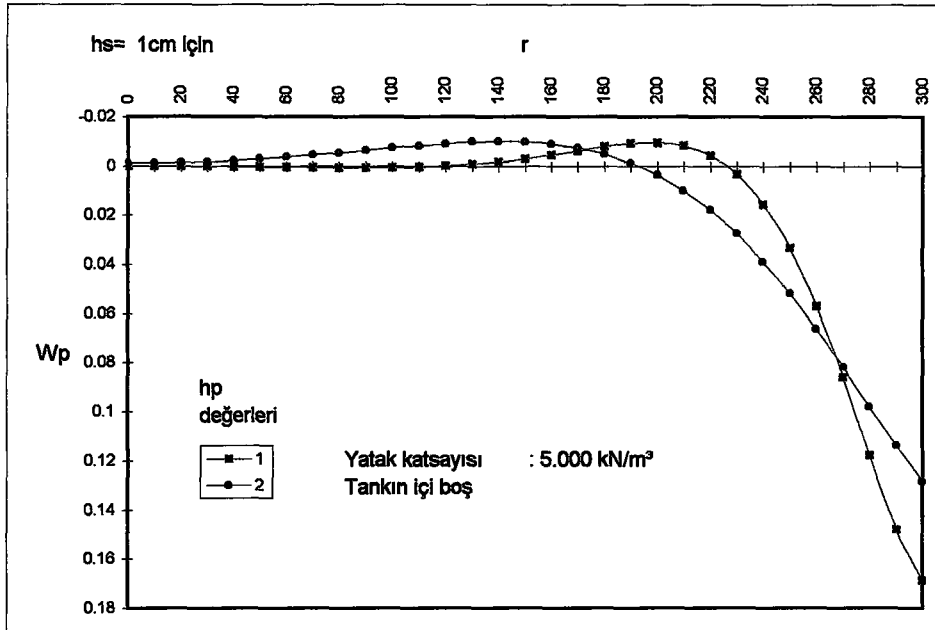
(d) $H_p=4 \times 10^{-2} \text{m}$

Şekil 4.6 (Devam)

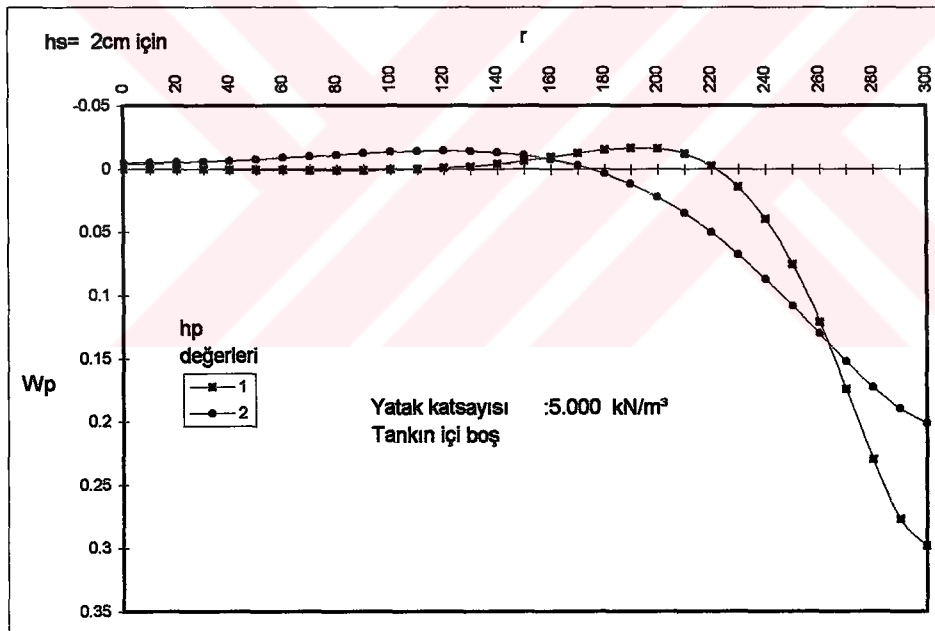
Şekil 4.6.a-b-c-d incelendiğinde kabuk kesme kuvvetlerinin sınırda etkili olduğu silindir yüksekliğinin yaklaşık üçte birlik bölümünden sonra sönümlendiği görülmektedir.

boyunca veya silindirik kabuğun yüksekliğince çizilmiştir.

Plak düşey (W_p-r) ve kabuk yanal (W_s-x) yer değiştirmeleri

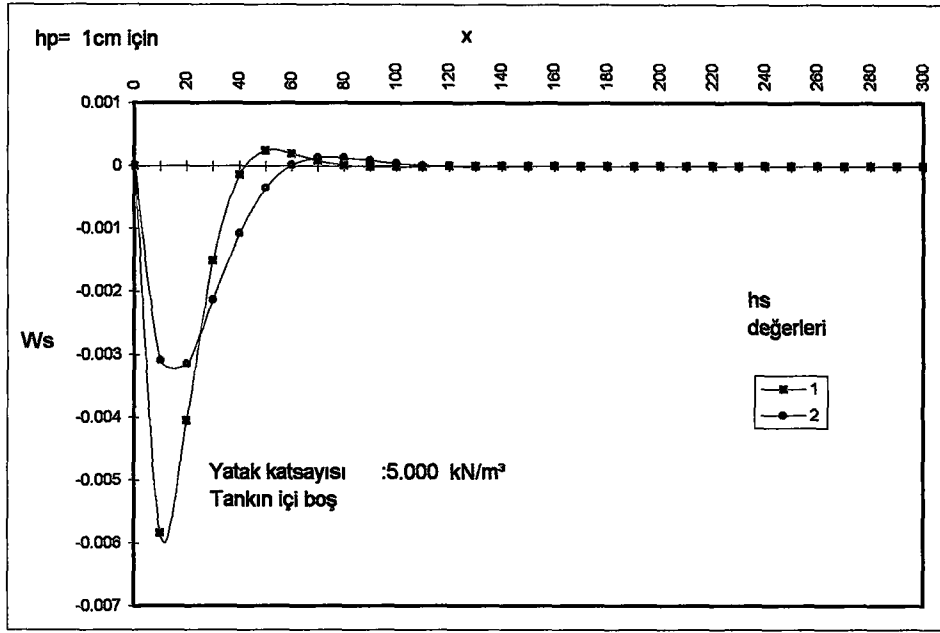


(a) W_p-r ($H_s=1 \times 10^{-2} m$)

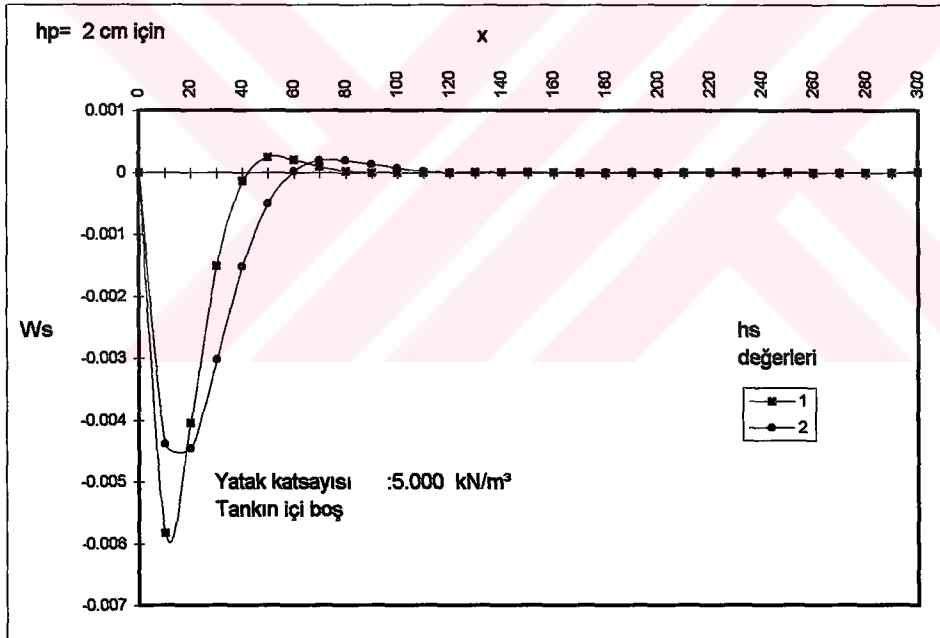


(b) W_p-r ($H_s=2 \times 10^{-2} m$)

Şekil 4.7



(c) W_s-x ($H_p=1 \times 10^{-2} \text{ m}$)



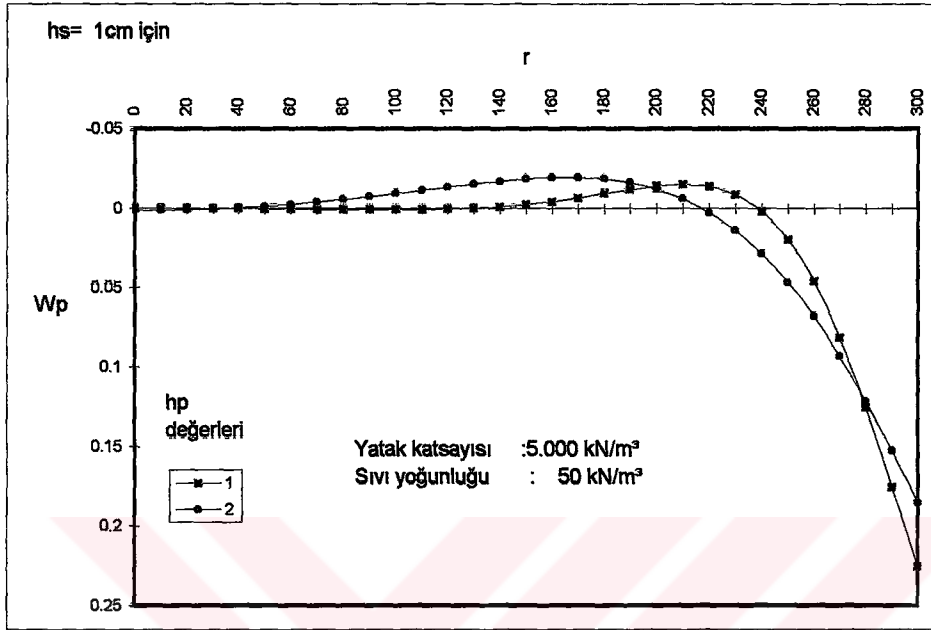
(d) W_s-x ($H_p=2 \times 10^{-2} \text{ m}$)

Şekil 4.7 (Devam)

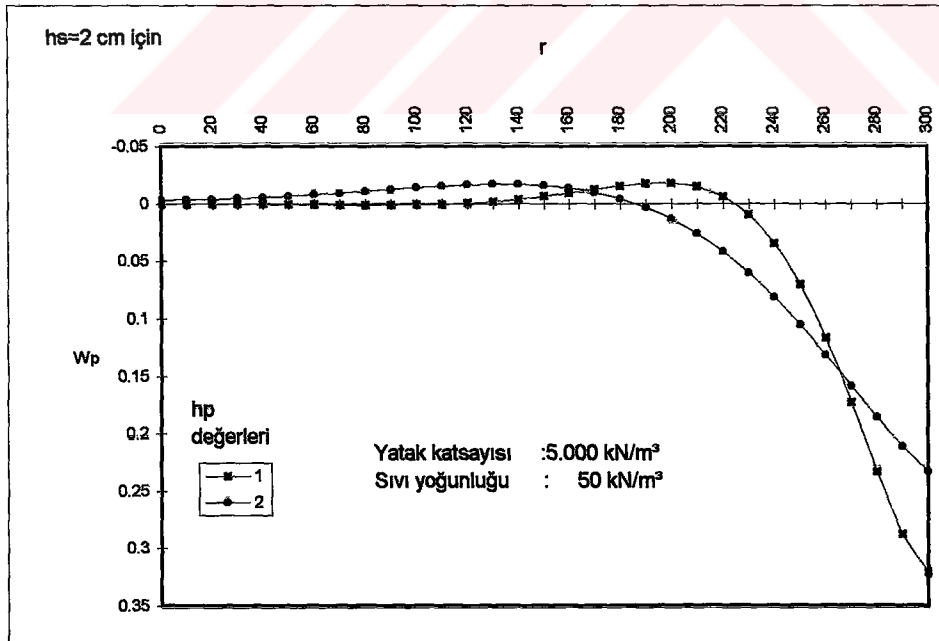
Şekil 4.7.a-b-c-d incelendiğinde, Şekil 4.1'de verilen sıvı yoğunluğunun 10 kN/m^3 olması durumuyla küçük farklılıklar gösterdiği, yanal deplasmanlarda sıvı basıncı ortadan kalktığı için içeri doğru da yerdeğiştirme yaptığı görülmektedir.

Örnek 3. Yatak katsayısı 5000 kN/m^3 , sıvı yoğunluğu 50 kN/m^3 için elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir. Grafikler yarı plak boyunca veya silindirik kabuğun yüksekliğince çizilmiştir.

Plak düşey (W_p-r) ve kabuk yanal (W_s-x) yer değiştirmeleri

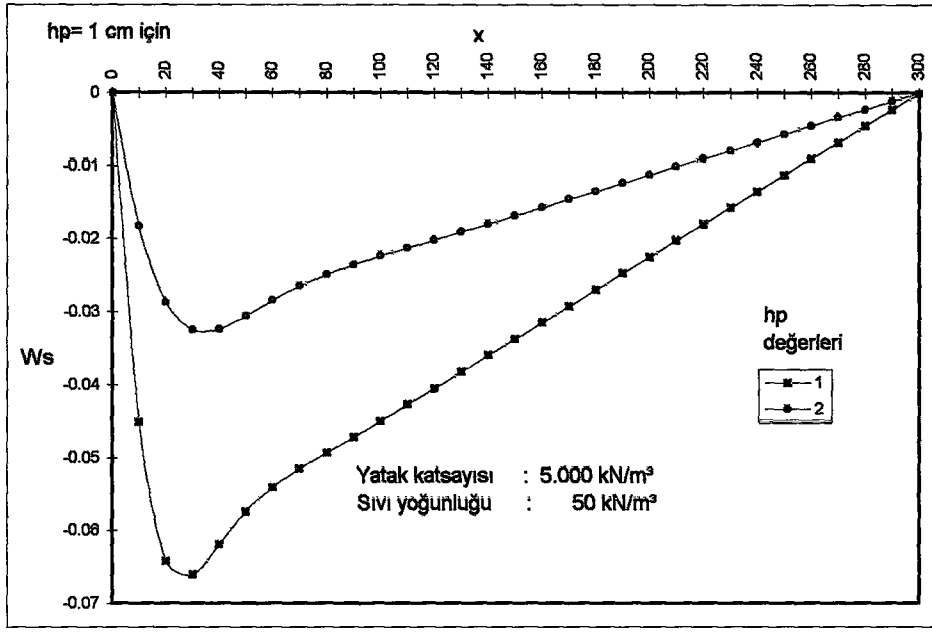


(a) W_p-r ($H_s=1 \times 10^{-2} \text{ m}$)

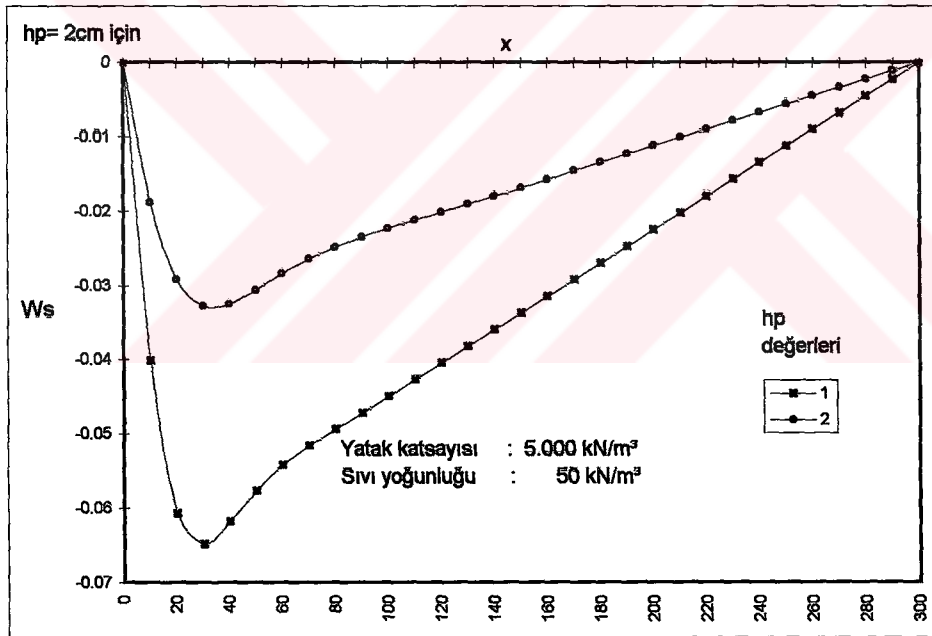


(b) W_p-r ($H_s=2 \times 10^{-2} \text{ m}$)

Şekil 4.8



(c) Ws-x (Hp=1x10⁻²m)



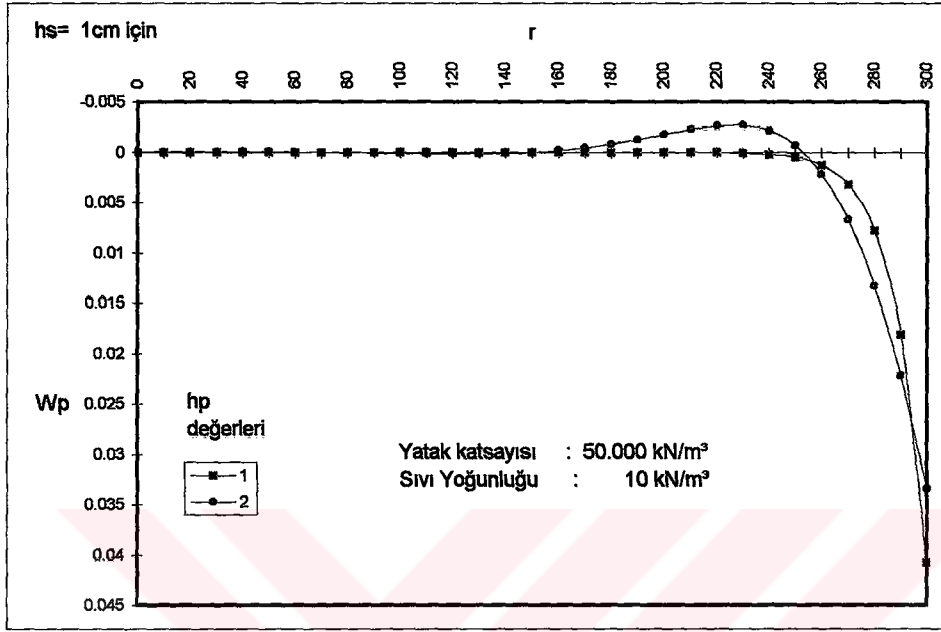
(d) Ws-x (Hp=2x10⁻²m)

Şekil 4.8 (Devam)

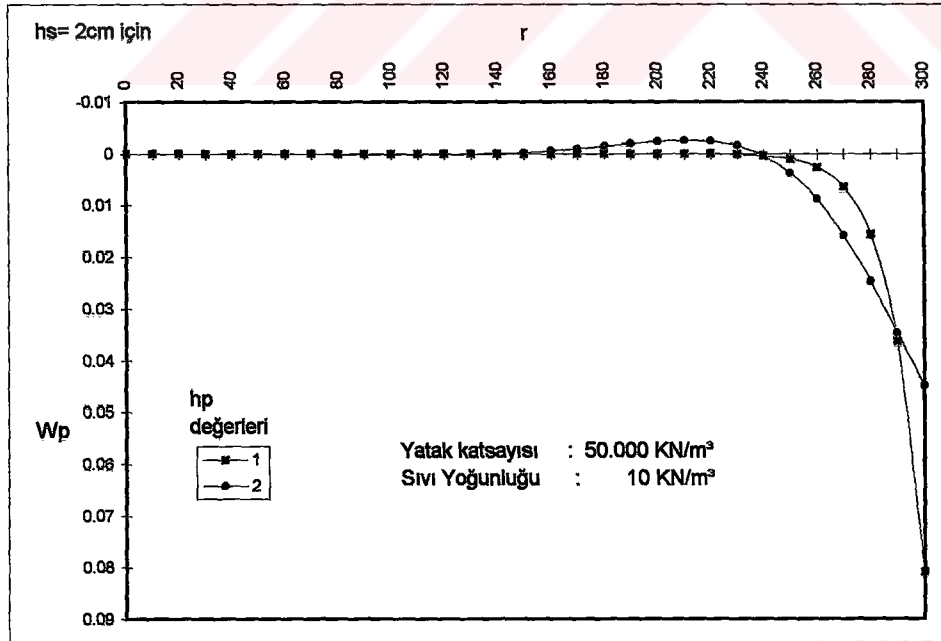
Şekil 4.8.a-b-c-d incelendiğinde, Şekil 4.1 ve 4.7'de verilen sıvı yoğunluğunun 0kN/m³ ve 10kN/m³ olması durumuna göre basıncın dolayısıyla deplasmanların arttığı görülmüştür.

Örnek 4. Yatak katsayısı 50000 kN/m^3 , sıvı yoğunluğu 10 kN/m^3 için elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir. Grafikler yarı plak boyunca veya silindirik kabuğun yüksekliğince çizilmiştir.

Plak düşey (W_p-r) ve kabuk yanal (W_s-x) yer değiştirmeleri

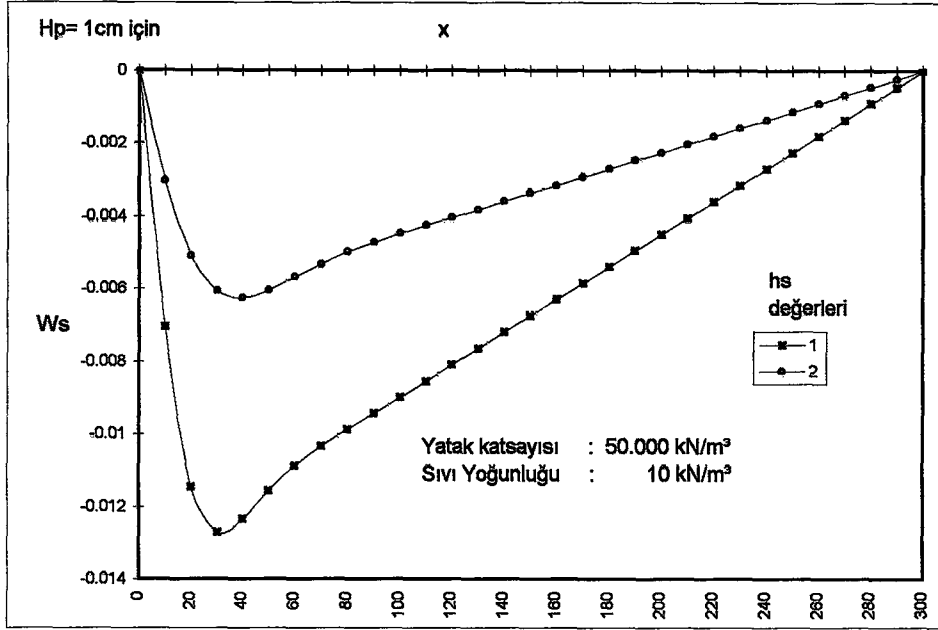


(a) W_p-r ($H_s=1 \times 10^{-2} \text{ m}$)

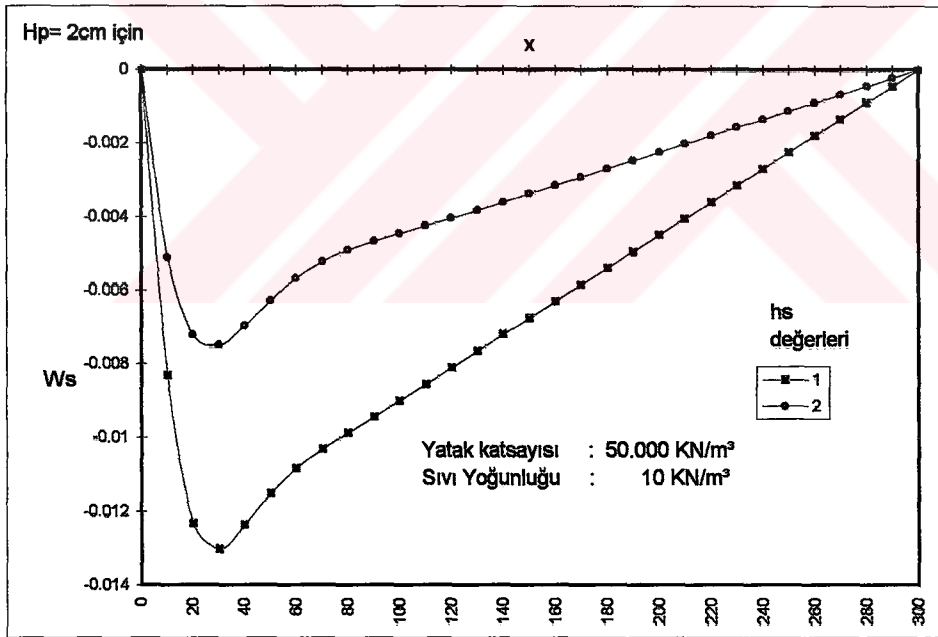


(b) W_p-r ($H_s=2 \times 10^{-2} \text{ m}$)

Şekil 4.9



(c) Ws-x (Hp=1x10⁻²m)



(d) Ws-x (Hp=2x10⁻²m)

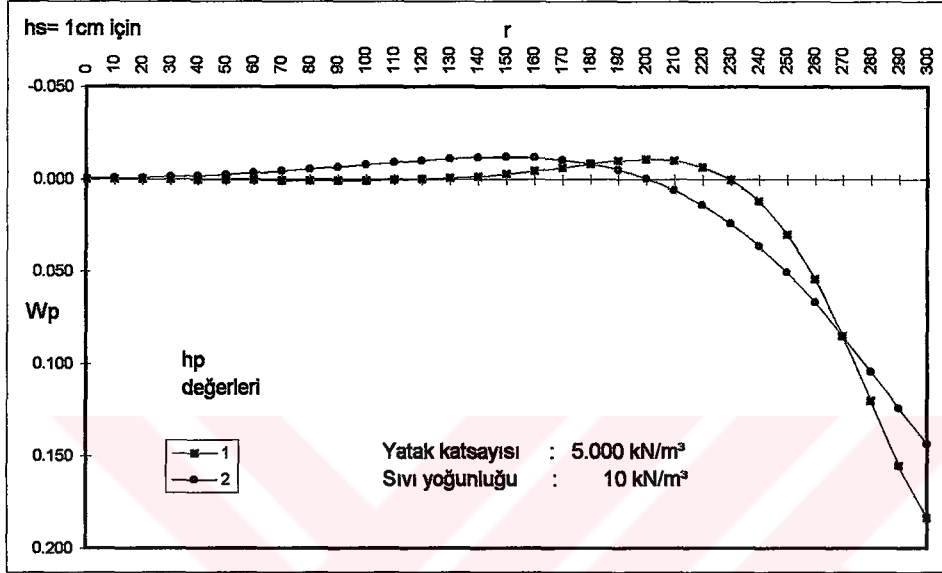
Şekil 4.9 (Devam)

Şekil 4.9.a-b-c-d incelendiğinde, plağın orta bölgelerdeki deplasmanlarının çok azaldığı buna karşılık sınırdaki deplasmanların arttığı, yanıl deplasmanlardaki değişimin düşük kaldığı görülmüştür.

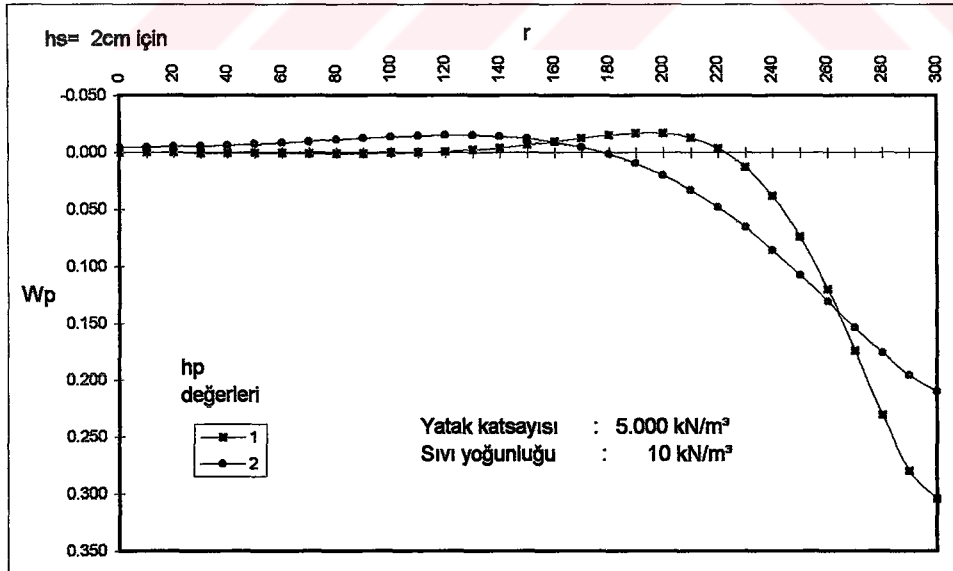
4.1.2. Dairesel plağın yatay açılım yapmaması ve silindirin kısa kabuk olması durumu

Örnek 5. Yatak katsayısı 5000 kN/m^3 , sıvı yoğunluğu 10 kN/m^3 için elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir. Grafikler yarı plak boyunca veya silindirik kabuğun yüksekliğince çizilmiştir.

Plak düşey (W_p-r) ve kabuk yanal (W_s-x) yer değiştirmeleri



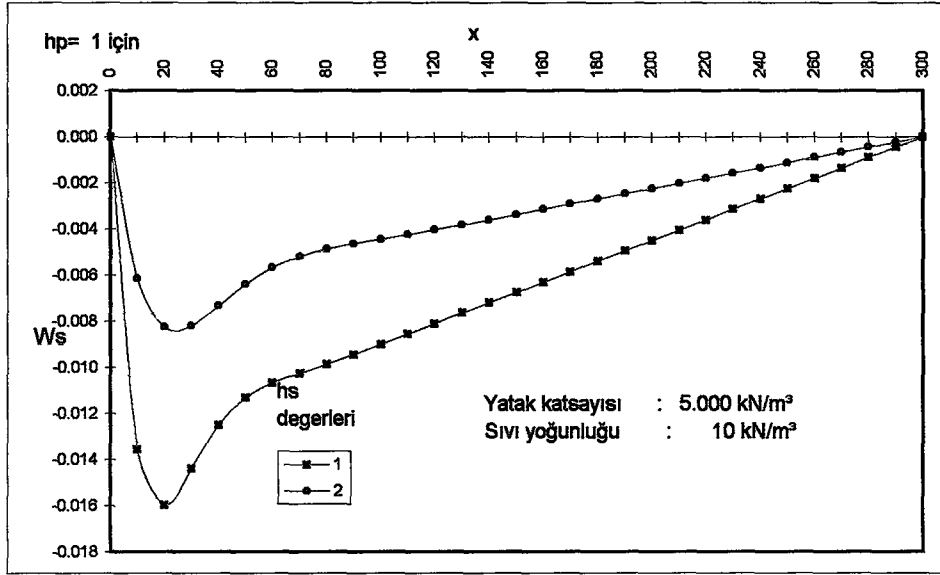
(a) W_p-r ($H_s=1 \times 10^{-2} \text{ m}$)



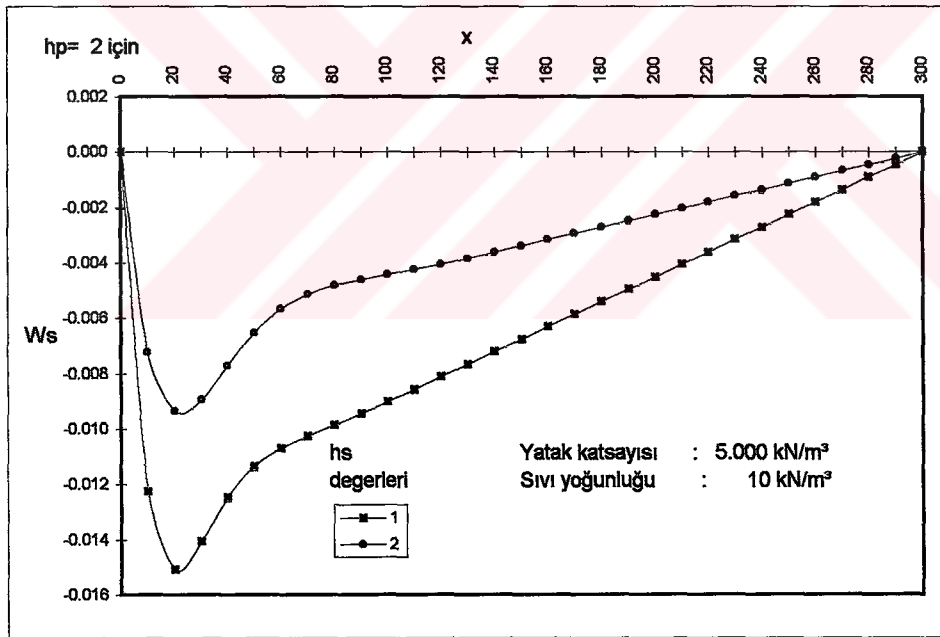
(b) W_p-r ($H_s=2 \times 10^{-2} \text{ m}$)

Şekil 4.10

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ



(c) W_s-x ($H_p=1 \times 10^{-2} \text{ m}$)



(d) W_s-x ($H_p=2 \times 10^{-2} \text{ m}$)

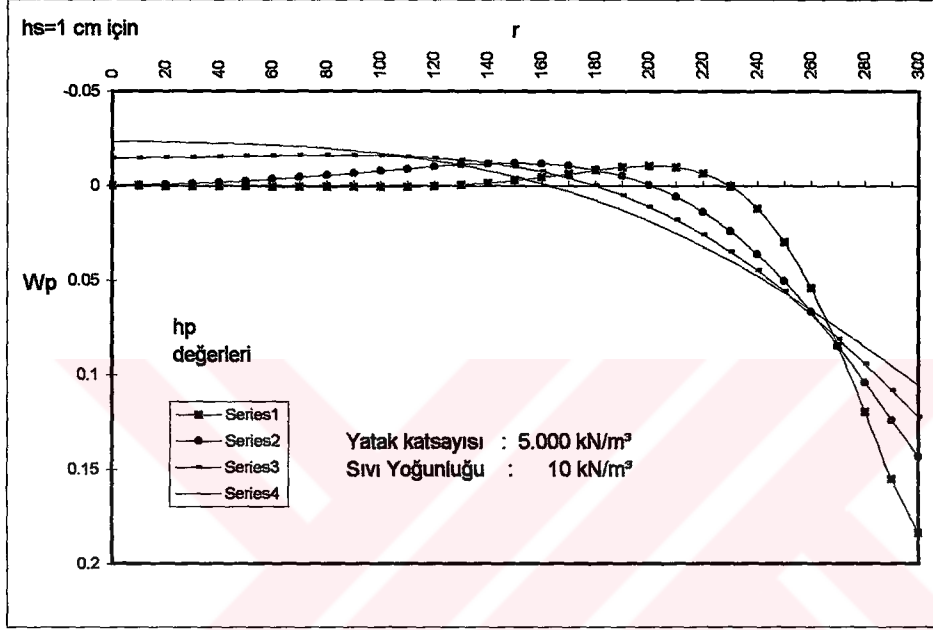
Şekil 4.10 (Devam)

Şekil 4.10.a-b-c-d incelendiğinde, silindirin uzun kabuk olarak kabul edilmesiyle ihmal edilen terimlerin plak ve kabuk deplasmanlarına seçilen geometrik koşullar altında etkisinin olmadığı görülmüştür.

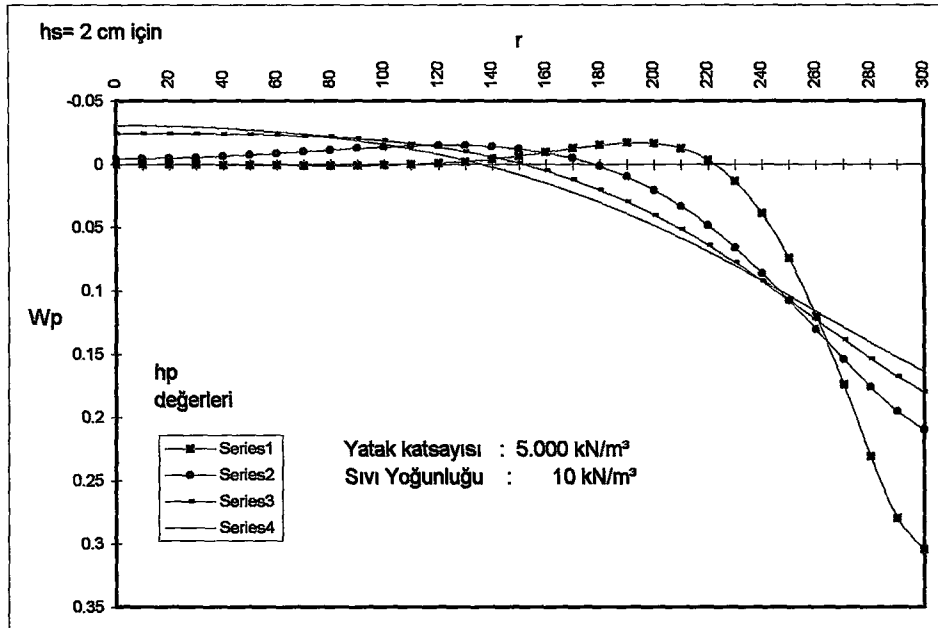
4.1.3. Dairesel plağın yatay açılım yapması ve silindirin uzun kabuk olması durumu

Örnek 6. Yatak katsayısı 5000 kN/m^3 , sıvı yoğunluğu 10 kN/m^3 için elde edilen sonuçlar aşağıda verilmiştir. Grafikler yarı plak boyunca veya silindirik kabuğun yüksekliğince çizilmiştir.

Plak düşey (W_p-r) ve kabuk yanal (W_s-x) yer değiştirmeleri

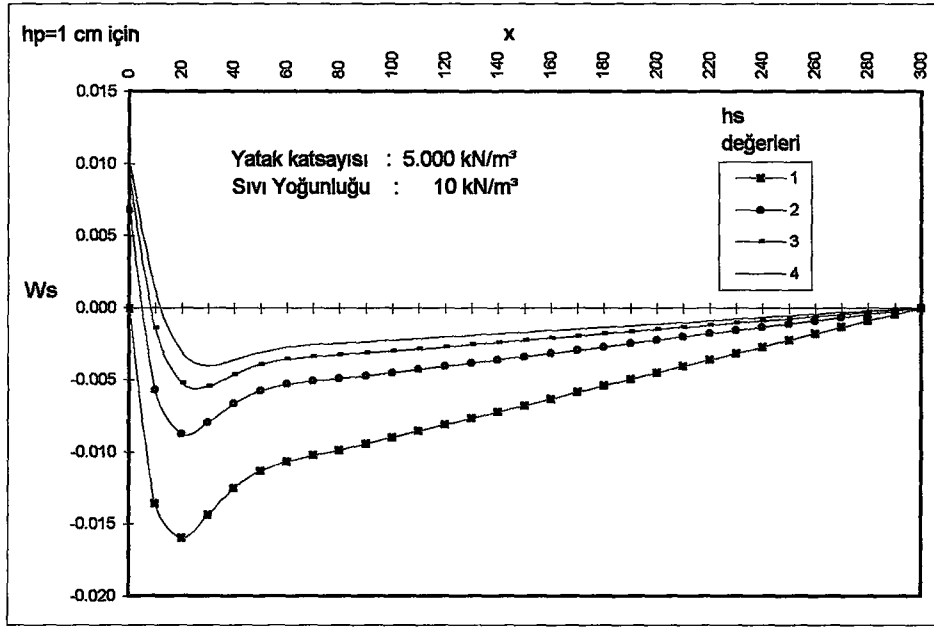


(a) W_p-r ($H_s=1 \times 10^{-2} \text{ m}$)

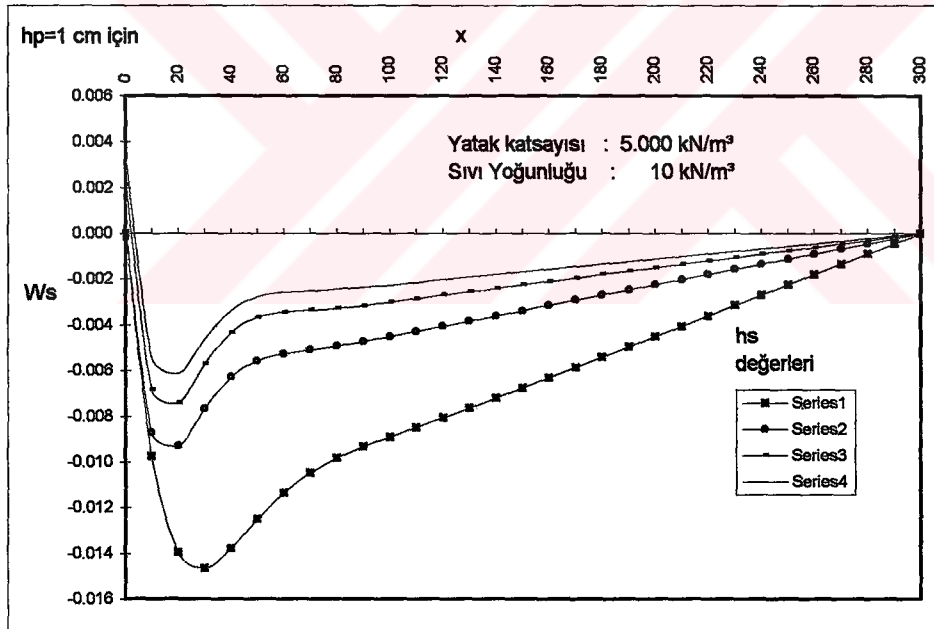


(b) W_p-r ($H_s=2 \times 10^{-2} \text{ m}$)

Şekil 4.11



(c) Ws-x (Hp=1x10⁻²m)



(d) Ws-x (Hp=2x10⁻²m)

Şekil 4.11 (Devam)

Şekil 4.11.a-b-c-d incelendiğinde, plağın yatay açılımına izin verilmesi halinde elde edilen sonuçların açılım yapmaması ile bulunan değerle hemen hemen aynı olduğu görülmüştür.

4.2. Sonuçların Yorumu

Bu çalışmada Winkler zeminine oturan dairesel tabanlı içi sıvı dolu silindirik kabuk probleminin çözümü yapılmıştır. Çözümde önce dairesel plak ele alınmış ve Kelvin fonksiyonları yardımı ile çözüm yapılmıştır. Doğrusal değişen iç basınç ile yüklü silindirik kabuk da üstel-trigonometrik fonksiyonlar kullanılarak çözülmüştür. Plak ile silindirin birleşim yerinde eğimlerin ve momentlerin eşitliği ile plak kesme kuvvetinin silindirin yanal ağırlığına eşit olması koşulları kullanılmıştır.

Zemin yatak katsayısı, plak ve silindirin kalınlıkları, elastisite modülü, poisson oranı, plak yarıçapı, kabuk yüksekliğinin seçimi sonucu plakta yarıçap boyunca düşey yerdeğiştirme, eğilme momenti ve kesme kuvveti, kabukta da yanal açılma, boyuna doğrultuda eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri hesaplanmış elde edilen sonuçlar grafikler yardımı ile verilmiştir.

Grafikler incelendiğinde;

Plak düşey yerdeğiştirmesi sınırdaki kabuğun ağırlığının etkisiyle pozitif yönde (zeminin içine doğru) ve büyük, plağın orta bölümlerinde ise plak kalınlığının küçük değerlerinde sıfıra yakın kalınlık büyüdüğünde rijidliğinin artması ve Winkler zemini etkisiyle negatif yöne geçmektedir.

Plağa ait moment değişiminde düşey deplasman grafiği ile benzeşim göstermekte sınırdaki pozitif orta bölgelerde zeminin etkisiyle sıfıra yakın veya negatif olmaktadır. Kesme kuvveti ise sınırdaki kabuk ağırlığına eşit olarak başlayıp plağın merkezinde sıfırlanmaktadır. Her ikisinin de plağın sınırlarında ortaya göre daha etkili olduğu görülmektedir.

Kabuk yanal yerdeğiştirmesi su basıncının etkisiyle pozitif yönde (dışarı doğru) olup plak sınırına yakın bölgede en büyük değerlerine ulaşarak üst uçta (serbest uç) sıfırlanmaktadır. Tankın içinin boş olması durumunda deplasmanlar negatif yöne doğru salınım yapıp yaklaşık $H_s/3$ mesafesinde sıfırlanmaktadır.

Kabuk eğilme momentleri su basıncı etkisiyle sınırdan negatif en büyük değerini alıp üst uca doğru sıfırlanmakta, kesme kuvveti de benzeri bir eğilim göstermektedir. Kabuğa ait moment ve kesme kuvveti ifadelerinin sönümlendiği x değerleri yaklaşık olarak kabukların kısa kabuk olarak alınma koşulu olan “ $\beta \cdot x < 5$ ” şartının sağlandığı değerlere karşılık gelmektedir.

Plâğın yatay açılım yapması veya kabuğun kısa kabuk olarak öngörülmesiyle oluşan fark, çözülen geometrik şartlar için ihmal edilebilecek düzeyde olup pratikte bu durumları gözönünde bulundurmadan yapılan çözümlerin yeterli doğrulukta olacağı görülmektedir.



KAYNAKLAR

- [1] Winkler, E. , 1867. Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit, Prag.
- [2] Keskinel, F., Kumbasar, N. , 1970. Elastik Zemin Oturan Sonlu Kiriş Tesir Çizgileri ve Sürekli Temellerin Çözümüne Uygulanması, İstanbul.
- [3] Zimmerman, K., 1942. Die Berechnung der Sockelverteilung unter Gründungskörpern, Der Bauingenieur.
- [4] Hayashi, K., 1921. Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage, J. Springer, Berlin.
- [5] Aka, İ. , Keskinel, F., Arda, T.S., 1988. Betonarme Yapı Elemanları, Birsan Kitabevi, İstanbul.
- [6] Keskinel, F. , 1961. Elastik Zemin Oturan İki İstikamette Mükemmel Sistemlerin Etüdü, İ.T.Ü. Mimarlık Fakültesi, İstanbul.
- [7] Grashoff, H., 1957. Influence of Flexural Rigidity on Superstructure on the Distribution of contact Press and Bending Moments of an Elastic Combined Footing, *Proc.4, Intern. Conf. of Soil Mech. and Eng. Foundation, London.*
- [8] Durelli, A.J., Parks, V. J., Mok C.K.C. and Lee, H., 1969. Photoelastic study of Beams resting on Elastic Foundations, *J. Struc. Div. Proc. ASCE. pp(1715-1725)*
- [9] Bakioğlu, M., Özkan, T., 1980. Sonlu Kalınlıkta Zemin Üzerine Oturan Yüzeysel Temellerin Hesabı Hakkında Bir Yöntem, *Tübitak, VII. Bil. Kon.*
- [10] Weistman, Y., 1970. On Foundations That React in Compression only, *Journal of Applied Mechanics*, vol 37, pp 1019-1030.
- [11] Ting, B. Y., 1983. M. ASCE and MOCKRY, E.F.A.M. ASCE. Beam on Elastic Foundation Finite Element, *J. Appl. Mech.*, Vol.109, No:6.
- [12] Elmas, M., 1988. Elastik Zemin Oturan Sonlu Kirişlerin Deneysel İncelenmesi, İ.T.Ü. Fen Bil. Enst., *Doktora Tezi*, İstanbul.
- [13] Kerr, A.D., 1964. Elastic and Viscoelastic Foundation Models, *J. Appl. Mech.* Vol. 31, pp 491-498

- [14] Tsai, N.C., Westman, R. A., 1967. Beam on Tensionless Foundation, *J. Appl. Mech. Eng. Div., ASCE*, 93, EM10, 1-12.
- [15] Shirima, L. M. and Giger, M. W., 1992. Timoshenko Beam Element Resting on Two Parameter Elastic Foundation, *J. of Eng. Mech. ASCE*, March., Vol 118, No.2.
- [16] Nogami, T. and O'Neill, M. W., May. 1985. Beam on Generalized Two-Parameter Foundation, *J. of Eng. Mech. ASCE*, Vol.111. No:5.
- [17] Özgen, K. , 1982. Elastik Zemin Oturan Betonarme Kirişlerin Limit Analizi, *Doğa Bilim Dergisi, Müh./ Çevre. Cilt 6*.
- [18] Willagio, P., 1983. A free boundry value problem in Plate Theory, ASME, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.50, pp (297-302)
- [19] Kamiya, N., 1964. Circular Plates Resting on Bimodulus and No-Tension Foundations, ASCE, *Journal of the Engineering Mechanics* Vol. 103.
- [20] Kerr, A.D., and Coffin, D. W. , 1991. Beams on a Two- Dimensional Pasternak Base Subjected to Loads That Cause Lift-Off, *Int. J. Solids Structures*, Vol.26, No:4
- [21] Engin, H., Haziran, 1992. Elasto-Plastik Zemin Oturan Kiriş ve Plaklar, İ.T.Ü. İnş. Fak., İnşaat Mühendisliğinde *Bilgisayar Kullanımı, III. Sempozyum*, İstanbul.
- [22] Özdoğan, M. G., 1995. Yalnız Basınç Aktaran Pasternak Zeminine Oturan Dairesel Plaklar, *Yüksek Lisans Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [23] Kimençe, B., Ergüven, E., 1993. Interaction Between Cylindrical Shell and Circular Raft on The Vlasov Model Foundation, *Bulletin of the Tecnichal University of İstanbul*, Vol. 46, Number.1.
- [24] Mc Lachlan, N. W., 1948. Bessel Functions For Engineers, Oxford University Press, London.
- [25] Timoshenko, S., Woinowsky-Krieger, S., 1959. Theory of Plates and Shells, McGraw Hill Book Company, New York.

ÖZGEÇMİŞ

Tunç Yavuz 1972 yılında Ankara’da doğdu. İlk öğrenimini Avcılar Gümüşpala İlkokulu’nda, Orta öğrenimini İstanbul 50. Yıl Avcılar İnşa Lisesi’nde, Lise öğrenimini ise İstanbul Şehremini Lisesi’nde tamamladı.

1989 yılında girdiği Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünden 1993 yılında mezun oldu. Aynı yıl İ.T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Mekanik Programında Lisansüstü öğrenimine başladı.



TEKİRDAĞ İZMİR KÜLTÜR
MERKEZİ