

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**TÜNEL ÜST YAPI ETKİLEŞİM PROBLEMLERİNİN
SINIR ELEMANLAR YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Hasan Nuri KIĞILI**

Anabilim Dalı : İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

Programı : YAPI MÜHENDİSLİĞİ

ŞUBAT 2006

**TÜNEL ÜST YAPI ETKİLEŞİM PROBLEMLERİNİN
SINIR ELEMANLAR YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Hasan Nuri KIĞILI
(501031113)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 19 Aralık 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 2 Şubat 2006**

Tez Danışmanı : Öğr. Gör. Dr. Bahattin KİMENÇE

Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Ertaç ERGÜVEN (İ.T.Ü.)

Doç.Dr. İrfan COŞKUN (Y.T.Ü.)

ŞUBAT 2006

ÖNSÖZ

Tezimin her aşamasında bilgi ve tecrübesi ile beni yönlendiren ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Sayın Öğr. Gör. Dr. Bahattin KİMENÇE'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca maddi ve manevi destekleriyle her zaman yanımda olan aileme bu çalışma süresince gösterdiği anlayış ve sabırlarından ötürü çok teşekkür ederim.

Aralık 2005

Hasan Nuri KIĞILI

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	V
TABLO LİSTESİ	VI
ŞEKİL LİSTESİ	VII
SEMBOL LİSTESİ	IX
ÖZET	X
SUMMARY	XI
1. GİRİŞ	1
2. ELASTİK DENKLEMLER	4
2.1. Gerilme ve Şekil Değiştirme Hali	4
2.2. Gerilme ve Şekil Değiştirme Bağlantıları	5
2.2.1. Düzlem Gerilme	7
2.2.2. Düzlem Şekil Değiştirme	7
2.3. Koordinat Dönüşümü	8
3. İNDİREKT SINIR ELEMANLAR YÖNTEMİ	10
3.1. Sınır Elemanlar Yöntemi	10
3.2. Temel Çözümler	10
3.2.1. Sonsuz Düzlem İzotrop Ortamda Temel Çözümler	11
3.2.2. Yarı-Sonsuz Düzlem İzotrop Ortamda Temel Çözümler	13
3.3. İndirekt Sınır Elemanlar Yöntemi	16
3.3.1. Fiktif Gerilme Yöntemi	16
3.3.2. Yer Değiştirme Süreksizliği Yöntemi	19
3.3.2.1. Normal Doğrultudaki Yer Değiştirme Süreksizliği	20
3.3.2.2. Kayma Yer Değiştirme Süreksizliği	22
3.4. İki Malzemeli Bölgede İndirekt Sınır Elemanlar	24
4. SAYISAL HESAP YÖNTEMİ	27
5. SAYISAL UYGULAMALAR	32
5.1. Bilgisayar Programı	32
5.1.1. Bilgisayar Programının Akış Şeması	32
5.1.2. Program Girişi İçin Teknik Terimler	33
5.1.2.1. Sınır Koşullarının Tanımı	33
5.1.2.2. İç Bölgede Hesaplanacak Noktaların Belirlenmesi	33
5.1.2.3. Simetri	33
5.2. Sayısal Örnekler	35
5.2.1. Yayılı Yükün Zemin Yüzeyine Olan Etkisi	35

5.2.2. Kiriş Ortasındaki Tekil Yükün Zemin Yüzeyine Etkisi	37
5.2.3. İç Basınç Etkisindeki Tünel İle Zeminin Etkileşimi	41
5.2.4. Zemin Yüzeyindeki Yüksek Duvar İle Tünelin Etkileşimi	43
5.2.5. Düşey Yayılı Yük Etkiyen Yapı İle Tünelin Etkileşimi	45
5.2.6. Yatay Yayılı Yük Etkiyen Yapı İle Tünelin Etkileşimi	49
6. SONUÇLAR	55
KAYNAKLAR	57
ÖZGEÇMİŞ	60

KISALTMALAR

BEM	: Sınır Elemanlar Yöntemi
DDM	: Yer Değiştirme Süreksizliği Yöntemi
FEM	: Sonlu Elemanlar Yöntemi
FSM	: Fiktif Gerilme Yöntemi
ZYE	: Zemin Yapı Etkileşimi

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 5.1. Bilgisayar programının akış şeması ..	32
Tablo 5.2. Sınır eleman sayısı ve sınır şartları	36
Tablo 5.3. Sınır eleman sayısı ve sınır şartları	38
Tablo 5.4. Sınır eleman sayısı ve sınır şartları	41
Tablo 5.5. Tünel Yüzeyindeki Yer Değiştirme ve Gerilmeler	42
Tablo 5.6. Sınır eleman sayısı ve sınır şartları	44
Tablo 5.7. Tünel Yüzeyindeki Yer Değiştirme ve Gerilmeler	44
Tablo 5.8. Tünel Yüzeyindeki Yer Değiştirme ve Gerilmeler	48
Tablo 5.9. Tünel Yüzeyindeki Yer Değiştirme ve Gerilmeler	50
Tablo 5.10. Sınır eleman sayısı ve sınır şartları	51

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 2.1 : Üç boyutlu gerilmeler	6
Şekil 2.2 : Gerilme dönüşümü	8
Şekil 3.1 : Sonsuz düzlemde tekil kuvvetler	11
Şekil 3.2 : Yarı-Sonsuz düzlemde tekil kuvvetler	13
Şekil 3.3 : Kelvin çözümünün integrali	18
Şekil 3.4 : Bir elemanın uç noktalarındaki açılar	18
Şekil 3.5 : Yer değiştirme süreksizlikleri	19
Şekil 3.6 : Zıt yönlü iki kuvvet etkisindeki eleman	20
Şekil 3.7 : Düşey doğrultuda eksenel şekil değiştirme için gerilme durumu	21
Şekil 3.8 : Kayma şekil değiştirmesi için gerilme durumu	23
Şekil 3.9 : İki malzemeli bölge	25
Şekil 3.10 : İki malzemeli bölgede sınır koşulları	26
Şekil 4.1 : Sonsuz düzlemde kapalı bölge	27
Şekil 4.2 : $x = x^*$ ve $y = y^*$ doğrularının simetri koşulları	31
Şekil 5.1 : KSYM parametresini kullanarak simetri koşullarının belirtilmesi ...	34
Şekil 5.2 : Zemin Yüzeyindeki Yayılı Yük.....	35
Şekil 5.3 : Sınır eleman bölgeleri	35
Şekil 5.4 : Yayılı Yükün Zemin Yüzeyinde Oluşturduğu Düşey Yer Değiştirme	36
Şekil 5.5 : Yayılı Yükün Zemin Yüzeyinde Oluşturduğu Düşey Gerilme	36
Şekil 5.6 : Zemine Oturan Kirişe Etkiyen Tekil Yük.....	37
Şekil 5.7 : Sınır eleman bölgeleri	37
Şekil 5.8 : Kiriş ortasındaki tekil yükün zeminde oluşturduğu yer değiştirmeler	38
Şekil 5.9 : Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme	39
Şekil 5.10 : Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilme	39
Şekil 5.11 : $n=1$ için Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirmelerin Karşılaştırması	39
Şekil 5.12 : $n=10$ için Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirmelerin Karşılaştırması	40
Şekil 5.13 : $n=1$ için Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilmelerin Karşılaştırması	40
Şekil 5.14 : $n=10$ için Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilmelerin Karşılaştırması	40
Şekil 5.15 : İç Basıncı Etkisindeki tünel	41
Şekil 5.16 : Sınır eleman bölgeleri	41
Şekil 5.17 : Radyal basıncın oluşturduğu düşey gerilme σ_y	42
Şekil 5.18 : Zemin yüzeyindeki düşey yer değiştirme	42
Şekil 5.19 : Zemin yüzeyindeki duvar ve tünel etkileşimi	43
Şekil 5.20 : İç Basıncın Zeminde Oluşturduğu Düşey Yer Değiştirmeler	43
Şekil 5.21 : Sınır eleman bölgeleri	44
Şekil 5.22 : Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme	45

Şekil 5.23 : Düşey Yayılı Yük Etkiyen Yapı İle Tünelin Etkileşimi	45
Şekil 5.24 : Yayılı Yükün Zemin Yüzeyinde Oluşturduğu Düşey Yer Değiştirme	46
Şekil 5.25 : Düşey Yayılı Yükten Dolayı Zeminde Oluşan Düşey Yer Değiştirmeler	46
Şekil 5.26 :Yayılı Yükün Zemin Yüzeyinde Oluşturduğu Düşey Gerilme	47
Şekil 5.27 : c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme	47
Şekil 5.28 : c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilme	47
Şekil 5.29 : L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme	48
Şekil 5.30 : L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilme	48
Şekil 5.31 : Yatay Yayılı Yük Etkiyen Yapı İle Tünelin Etkileşimi	49
Şekil 5.32 : Yatay yayılı yükten dolayı zeminde oluşan yatay yer değiştirmeler ...	50
Şekil 5.33 : Yatay Yükten Dolayı Zemin Yüzeyinde Oluşan Yatay Yer Değiştir ..	50
Şekil 5.34 : Sınır eleman bölgeleri	51
Şekil 5.35 : c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyinde Yatay Yer Değiştirme	52
Şekil 5.36 : c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyinde Yatay Gerilme	52
Şekil 5.37 : c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyinde Düşey Yer Değiştirme	52
Şekil 5.38 : c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyinde Düşey Gerilme	53
Şekil 5.39 : L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Yatay Yer Değiştirme	53
Şekil 5.40 : L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Yatay Gerilme	53
Şekil 5.41 : L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme	54
Şekil 5.42 : L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilme	54

SEMBOL LİSTESİ

$A_{ss}^{ij}, B_{ss}^{ij}, C_{ss}^{ij}$	: Sistem matrisleri
a	: Doğrusal sınır eleman uzunluğu
b_s^i, b_n^i	: Gerilme veya yer değiştirmenin sınır değerleri
D_i	: Yer değiştirme süreksizlikleri ($i = x, y$)
E	: Elastisite modülü
F_x, F_y	: Tekil kuvvetler
$F_j \Delta$	: Dipol gerilmesi
f_{ijk}	: Tesir fonksiyonları ($i, j, k = x, y$)
G	: Kayma modülü
g_{ij}	: Tesir fonksiyonları ($i, j = x, y$)
P, Q	: Üniform yayılı yük
S_{ijk}	: Gerilme tesir fonksiyonları ($i, j, k = x, y$)
s, n	: Elemanın teğetsel ve normal koordinatları
T_{ik}	: Yüzey gerilmeleri için tesir fonksiyonları
t_i	: Yüzey gerilmeleri
U_{ij}	: Yer değiştirme tesir fonksiyonları ($i, j = x, y$)
u_x, u_y	: Yer değiştirme bileşenleri
P	: Alan noktası
x, y	: Global koordinatlar
$\bar{x}, \bar{y}$	: Lokal koordinatlar
β	: Global koordinatlar ile lokal koordinatlar arasındaki açı
σ_{ij}	: Gerilme bileşenleri ($i, j = x, y$)
σ_1, σ_2	: Asal gerilmeler
τ_{ij}	: Kayma gerilmesi bileşenleri ($i, j = x, y, z$)
ε_{ij}	: Şekil değiştirme bileşenleri ($i, j = x, y, z$)
ϕ	: Fiktif değerler
δ	: Uzama miktarı
δ_{ij}	: Kronecker deltası
Q	: Kaynak noktası
θ	: Çatlağın yatay ile yaptığı açı
Δ	: Eleman kalınlığı
ν	: Poisson oranı
Γ	: Sınır eleman bölgesi

TÜNEL ÜST YAPI ETKİLEŞİM PROBLEMLERİNİN SINIR ELEMANLAR YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ

ÖZET

Birçok mühendislik probleminin çözümünde, sayısal hesap yöntemlerinden sınır elemanlar yöntemi (BEM) kullanılmaktadır. Sınır elemanlar yönteminde iki boyutlu problemler için bölgenin sınırındaki kapalı eğride ayrıklaştırma yapılarak problemin çözümü elde edilmektedir. Sınır elemanlar yönteminde bölgedeki ayrıklaştırma direkt veya indirekt olarak iki ayrı yaklaşımla yapılmaktadır. Direkt sınır elemanlar yönteminde sınırdaki bilinmeyenler doğrudan elde edilir. İndirekt sınır elemanlar yönteminde ise önce sınırdaki fiktif değerler elde edilir, daha sonra bu fiktif değerler yardımıyla diğer bilinmeyenler hesaplanır. Sınırdaki bu fiktif değerler ise temel bilinmeyenler bakımından incelenebilir. Buna göre sınırdaki bilinmeyenler yer değiştirme süreksizlikleridir, bu nedenle elde edilen fiktif değerler yerine yer değiştirme süreksizlikleri alınır.

Tünel problemi, genellikle elastisite problemi kaynaklarında sonsuz veya yarı - sonsuz düzlemlerde boşluk problemi olarak incelenmiştir. Bu boşluklarda genellikle dairesel kesitli veya geometrisi belirli basit bölgelerdir. Son yıllarda gerek bilgisayar teknolojisinin gelişimi gerekse sayısal hesap yöntemlerinin gelişiminden dolayı, her hangi bir kesit veya herhangi bir bölge göz önüne alınabilmektedir.

Zemindeki boşlukların üst yapı ile birlikte etkileşim problemini modellemek oldukça zordur. Çünkü zemin ve üst yapı hem malzeme açısından farklı, hem de davranış açısından farklı özellik göstermektedir. Bu yüzden etkileşim problemi üzerine çalışmaların son yıllarda arttığı gözlenmektedir.

Tünel – üst yapı etkileşiminde en büyük problem, yer yüzeyindeki oturmadan dolayı oluşan problemdir. Bu nedenle bu çalışmada yeryüzüne yakın tünellerden dolayı yüzeydeki yer değiştirmeler elde edilerek, bu yer değiştirmelerden dolayı üst yapıda oluşacak zorlamalar incelenecektir. Bunun için sınır elemanlar metodu kullanılarak elde edilen sonuçlar, sonlu elemanlar ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılacaktır. Ayrıca literatürden alınan ve yerinde ölçülerek elde edilen değerlerle karşılaştırılarak optimum çözümler önerilecektir.

Çalışma boyunca Microsoft Word, Microsoft Excel, C++ diliyle yazılmış olan hesap programı ve ANSYS 5.5 programları kullanılmıştır.

ANALYSIS BETWEEN TUNNEL AND STRUCTURE INTERACTION PROBLEMS VIA BOUNDARY ELEMENT METHOD

SUMMARY

For the solution of many engineering problems, among the numerical calculation methods, the boundary element method (BEM) is used. In the boundary element method, for problems including two dimensions, the solution is acquired by discretization on the closed contour located in the boundary of the region. In the Boundary Element Method, the region is discretized by two ways which are either direct or indirect. In direct boundary element method, the unknown values on the boundary are obtained directly. On the other hand, in indirect boundary element method, first the fictitious values on the boundary are acquired and then with the help of these fictitious values, the other unknowns are calculated. These fictitious values on the boundaries can be analyzed with regard to the basic unknowns. According to that, the unknowns on the boundaries are the displacement discontinuities; therefore, instead of the fictitious values that were obtained, the displacement discontinuities are worked on.

In elasticity problem resources, tunnel problems are in general analyzed as cavity problems on infinite or semi-infinite planes. These cavities are generally circular sectioned or geometrically determined simple regions. In recent years, computer technology and numerical calculation methods were drastically developed, so that it has been a lot easier to analyze any section or region with the help of these sources. It is really hard to model problems that are interacted in between cavities and tunnel structure. Because, soil and structure are different in terms of material and behavior. As a result, studies on interaction problems have been increased.

Tunneling through soils results in ground loss, causing surface settlements and transverse movements. It is important to estimate the effects upon the existing structure, where the tunnel drive passes below. However, the free ground deformations should not simply be imposed upon a structure, because the structure contributes to stiffening of the ground. A computational soil-structure interaction analysis is required to obtain detailed stress–deformation response. First, boundary element method is used to estimate ground movements due to a tunnel in free ground, and the results are compared with the results of finite element method and measured settlements.

The programs used in this study are as follows:

- Microsoft Word
- Microsoft Excel
- The calculation program written in C++
- ANSYS 5.5

1. GİRİŞ

Elastostatikte genel problem, herhangi bir cisimde, bilinen sınır koşulları altında cisimdeki gerilmeler ve yer değiştirmelerin hesabıdır. Bu büyüklüklerin hesaplanması, cismin diferansiyel denge denkleminin, sınır koşullarını ve uygunluk koşullarını sağlayacak şekilde çözülmesiyle mümkündür. Bazı durumlarda analitik çözümler bulmak oldukça zordur. Buna karşın sayısal hesap yöntemleri gelişmiştir. Sayısal hesap yöntemlerinden bazıları ise, sonlu farklar yöntemi, sonlu elemanlar yöntemi ve sınır elemanlar yöntemi (BEM) olarak sıralanabilir. Son yıllarda ise sınır elemanlar yönteminin kullanımının yaygınlaştığı görülmektedir. Pratikte birçok mühendislik problemlerinin çözümünde, sınır elemanlar yönteminden sıkça faydalanılmaktadır. [1-11].

Sayısal yöntemlerin hepsi yaklaşık yöntemlerdir. Sadeleştirilmiş denklemler sayısal olarak çözülebilir. Bu, sonlu elemanlar yöntemi ve sınır elemanlar yönteminin temelini oluşturur. Düzenli bölgelerde analitik (kapalı) çözümler bulmak mümkündür. Fakat bölge düzensiz ise sayısal çözüm yapmak daha uygun olabilir. Sonlu elemanlar yöntemi, elastisite denklemlerinin çözümü için elastik bölgenin tümü üzerinde bir integrasyon gerektirir. Sınır elemanlar yönteminde ise ayrıklaştırma bölgenin sınırlarında yapılmaktadır. Ayrıklaştırmanın sınırda yapılması ile problemin çözüm bölgesi bir mertebe azalır. Üç boyutlu problemler için bölgenin yüzeyinde, iki boyutlu problemler için ise bölgenin sınırındaki kapalı eğride ayrıklaştırma yapılarak problemin çözümü elde edilmektedir.

Sınır eleman denklemlerinin elde edilmesinde genelde iki farklı teknik kullanılmaktadır [9]. Bu teknikler direkt sınır eleman yöntemi ve indirekt sınır eleman yöntemidir. Direkt yöntemde Betti karşılıklı teoremi kullanılarak sınırdaki gerilmeler ve yer değiştirmeler hesaplanır. İndirekt yöntemde ise verilen sınır koşulları altında önce sınırda fiktif değerler hesaplanır, daha sonra bu fiktif değerler kullanılarak sınırda ve bölgedeki bilinmeyenler hesaplanır. İndirekt yöntem, fiktif gerilme yöntemi (FSM) ve yer değiştirme süreksizliği yöntemi (DDM) olmak üzere iki kısımda incelenir [12-31]. Fiktif gerilme yönteminde temel bilinmeyenler fiktif

gerilmeler, yer değiştirme sũreksizlięi yũnteminde temel bilinmeyenler yer değiştirme sũreksizlikleridir. İki yũntemde de Kelvin temel cũzũmleri kullanılarak sonsuz veya yarı-sonsuz dũzlemdeki sınır eleman denklemleri elde edilebilmektedir.

Zemin Yapı Etkileřimi (ZYE) problemlerinde yapının davranışı ve zeminin cẽvresi birbirine bağlıdır ve cũzũm yapı ve zeminin her ikisinin de uygun bir şekilde analiz edilmesini gerektirir. Uygulamada ise bir cõk ZYE problemlerinin analizinde geleneksel teknikler kullanılır ki bu tekniklerde yapının rijit veya lineer elastik olduğu kabul edilerek zemine yarı ampirik bir basınçla yayıldığı varsayılır. Bařka bir gercẽęe yakın olmayan yũntemde ise yapı ve zemin tek bir birleşik parcã gibi davrandıkları dũřũnũlerek; etkileşimin derecesi yapının ve cẽvre zeminin bağlı esnekliğine bağlı olduğu gũrũlũr.

Bircõk ZYE problemleri sayısal yũntemler kullanılarak analiz edilir; en etkili olan ise sonlu elemanlar yũntemidir. Sofistike ve cõk yũnlũ olmasına rağmen sonlu elemanlar yũntemi bazen biraz hantal kalabiliyor, mũhendisler de daha basit modelleri kullanmayı tercih ediyorlar. Sınır eleman yũnteminin problemin boyutunda yaptığı azaltma nedeniyle ZYE analizlerinde kullanılmasının cazip duruma geldiği C.V.Giriya Vallabhan [33]' in cãlıřmalarında da gũrũlmektedir.

Gũnũmũzde, bũyũk şehirlerde ulaşımın yeraltı yollarıyla sağlanması ihtiyaçı giderek artmaktadır. Bu nedenle şehirlerde mevcut yapıların veya ileride yapılacak olan yapıların altından tũnel hatları projelendirilmektedir. Bu projeler yapılırken, tũnelin ũst yapıya olan yakınlığı ẽnemle ũzerinde durulması gereken bir konudur. Zemin iãerisinde yapılan tũnellerden dolayı kaybedilen toprak, yũzey gũcũmelerine ve yanal hareketlere neden olur. Mevcut yapıların altından gececẽk tũnellerde, yapıların ũzerinde oluşacak etkilerin hesaplanmasının ẽnem kazandığı A.R.Selby,1999 [34]'nin cãlıřmalarında da gũrũlmektedir. Cũnũkũ mevcut bir sistemin altında aãılacak olan bir boşluk, mevcut yapıya zarar verebilir. Bunun ẽnlenenebilmesi iãin yapı ve tũnelin bir arada gũz ẽnũne alınarak etkileşimi incelenmelidir. Bu cãlıřmanın amacı, bu problemi inceleyerek, tũnelin ve ũst yapının birbirlerine olan etkisini araştırmak ve uygun cũzũmler ẽnermektir.

Bũlũm 2 de elastisite teorisinde izotrop ortam iãin iki boyutlu elastostatik problemlerde temel denklemler incelenmiştir.

Bölüm 3 de izotrop ortamda indirekt sınır eleman yöntemlerinden Fiktif gerilme yöntemi (FSM) ve Yer değiştirme süreksizliği yöntemleri (DDM) genel olarak incelenmiş olup temel çözümler kullanılarak sınır eleman denklemleri elde edilmiştir. Zeminin ve yapının malzeme açısından farklı özellikler göstermesi nedeniyle iki malzemeli bölgede indirekt sınır eleman yöntemi denklemleri incelenmiştir.

Bölüm 4 de çalışma süresince izlenecek sayısal hesap yöntemi incelenmiş ve kullanılacak denklemler ele alınmıştır.

Bölüm 5 de bilgisayar programının akış şeması verilmiş, program girişi için teknik terimler ve simetri koşulları incelenmiştir. Sayısal uygulamalarda, zemin yüzeyine etkiyen yayılı yükün yüzeyde oluşturduğu etki, giriş ortasındaki tekil yükün zemine olan etkisi, iç basınç etkisindeki tünel ile zeminin etkileşimi, zemin yüzeyindeki yüksek duvar yapısı ile iç basınç etkisindeki tünelin etkileşimi, üzerinde düşey yayılı yük bulunan yapı ile tünelin etkileşimi, tek tarafından yatay yayılı yüke maruz yapı ile tünelin etkileşimi problemleri incelenmiştir. Zemin yüzeyindeki gerilme ve yer değiştirmeler hesaplanmış, elde edilen sonuçlar grafikler ile karşılaştırılmıştır.

2. ELASTİK DENKLEMLER

2.1. Gerilme ve Şekil Değiştirme Hali

Gerilme ve şekil değiştirme en genel halde 9 bileşenli tansörle belirtilebilirler. Bu gerilmelerin bileşenleri şekil 2.1 de gösterilmiş olup matris formunda

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \tau_{xy} &= \tau_{yx} \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} \end{aligned} \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir. İndis notasyonunda gerilme tansörü σ_{ij} olarak gösterilir. Burada i ve j x, y ve z eksenlerini veya başka bir gösterim şekliyle x_1 , x_2 ve x_3 'ü gösterir. Gerilme tansörü bileşenlerinin moment dengesi koşulundan $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ simetrik olduğu elde edilir. Bir elastik cisimde problem, cismin üzerine etkiyen dış yük veya cisim kuvveti etkisi altında gerilmeler veya yer değiştirmelerin bulunmasıdır. Bu durum için elastik cisimde denge denklemleri

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + \beta_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + \beta_y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \beta_z &= 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

şeklinde yazılabilir. İndis notasyonu olarak

$$\sigma_{ij,j} + \beta_i = 0 \quad (2.3)$$

Hooke kanunları

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} = 2G[\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}] \quad (2.4)$$

burada kronecker deltası

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (2.5)$$

şeklindedir.

Görüldüğü gibi üç boyutlu elemanın dokuz bileşeninden altısı bağımsızdır. Şekil değiştirme bileşenleri de aynı bileşen sayısına sahiptir ve

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \gamma_{xy} &= \gamma_{yx} \\ \gamma_{xz} &= \gamma_{zx} \\ \gamma_{yz} &= \gamma_{zy} \end{aligned} \quad (2.6)$$

tansör formunda gösterilir.

2.2. Gerilme ve Şekil Değiştirme Bağlılıkları

Elastik malzeme düzgün bir kesit alanına ait değilse, bu takdirde gerilme ve şekil değiştirme tanımları, uygun diferansiyellerin değerlerinin sınırlanmasıyla (sonsuz küçük bir bölge üzerinden) yer değiştirmelidir. Üç boyutlularda, normal şekil değiştirmenin kayma gerilmesine tekabül eden $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ bileşenleri vardır.

Dolayısıyla, eğer u , x yönündeki yer değiştirme ise ve v de y yönündeki yer değiştirme ise,

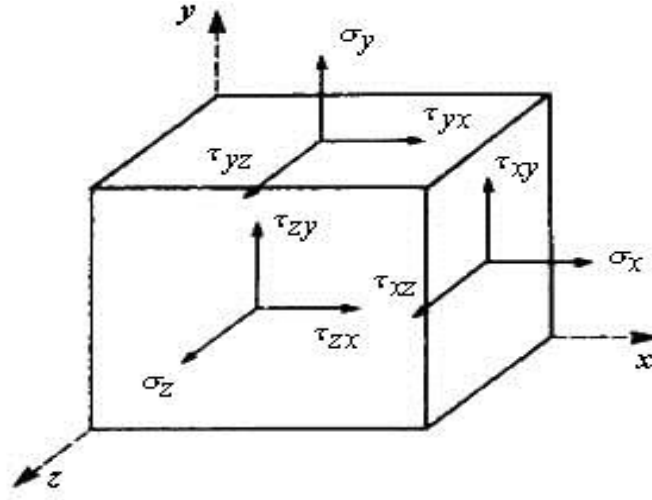
$$\varepsilon_x = \partial u / \partial x, \quad \varepsilon_y = \partial v / \partial y, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} (\partial v / \partial x + \partial u / \partial y) \quad (2.7)$$

denkleminde ulaşılır.

Şekil 2.1 de gerilmenin 9 bileşeni görülmektedir. Tansörel miktarlar olduklarından, tüm gerilme ve şekil değiştirmeleri 2 alt-indis ile yazmak doğru olacaktır. Buna rağmen, kullanılan genel kısa formlar $\varepsilon_x \equiv \varepsilon_{xx}$, $\sigma_x \equiv \sigma_{xx}$ vb. dir. Burada

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} , \quad \tau_{zy} = \tau_{yz} , \quad \tau_{yx} = \tau_{xy} \quad (2.8)$$

dir.



Şekil 2.1 Üç boyutlu gerilmeler

Hooke Yasası

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\epsilon_x + \nu(\epsilon_y + \epsilon_z) \right], \quad \tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \\ \sigma_y &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\epsilon_y + \nu(\epsilon_x + \epsilon_z) \right], \quad \tau_{xz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xz} \\ \sigma_z &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\epsilon_z + \nu(\epsilon_x + \epsilon_y) \right], \quad \tau_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{yz} \end{aligned} \quad (2.9)$$

ya da

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} \left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z) \right], \quad \epsilon_{yz} = \frac{1+\nu}{E} \tau_{yz} \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} \left[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z) \right], \quad \epsilon_{xz} = \frac{1+\nu}{E} \tau_{xz} \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} \left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y) \right], \quad \epsilon_{xy} = \frac{1+\nu}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \quad (2.10)$$

şeklinde yazılabilir. Yine de, bir problemin tamamen 3 boyutlu analizi genellikle daha zordur ve bu yüzden 2 boyutlu analiz sıklıkla kullanılır.

2.2.1. Düzlem Gerilme

Kalınlık boyunca rastlanan gerilmenin diğer gerilmelerle karşılaştırıldığında önemsiz kaldığını varsayar ($\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$). Bu varsayım, ince bir materyal levhasında yaklaşık olarak doğrudur.

Basitleştirilmiş Hooke Yasası

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y), \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad (2.11)$$

olarak verilmiştir, ε_{xy} değişmez. Eğer z yönündeki şekil değiştirme gerekiyorsa, hesaplanması

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \quad (2.12)$$

bağıntısı ile bulunur.

2.2.2. Düzlem Şekil Değiştirme

Kalınlık boyunca rastlanan şekil değiştirmenin diğer şekil değiştirmelerle ($\varepsilon_z = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0$) ile karşılaştırıldığında önemsiz kaldığını varsayar. Bu varsayım, uzun silindirde yaklaşık olarak doğrudur. Basitleştirilmiş Hooke Yasası

$$\varepsilon_x = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_x - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_y\right), \quad \varepsilon_y = \frac{1-\nu^2}{E}\left(\sigma_y - \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_x\right) \quad (2.13)$$

haline gelir, ε_{xy} yine değişmez. Düzlem şekil değiştirme hesaplamaları, eğer E, $E/(1-\nu^2)$ ile ve ν , $\nu/(1-\nu)$ ile değiştirilirse doğrudan düzlem gerilme hesaplamalarından elde edilebilir. Düzlem şekil değiştirmedeki gerilmeler

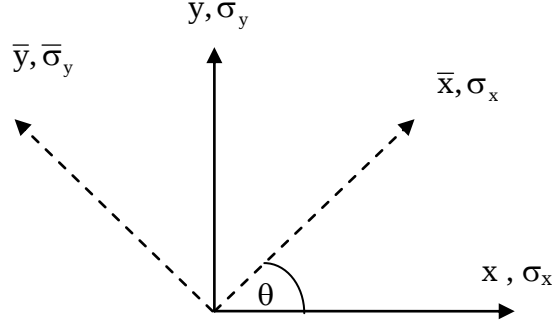
$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.14)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

şeklinde elde edilirler.

2.3. Koordinat Dönüşümü

Çoğu zaman, gerilmeleri belirli bir yönde ayırtmak (örneğin simetriden faydalanmak için) faydalı olmaktadır. Eğer şekildeki eksenlerin yerine θ açısında yeni bir eksen takımında gerilmelere gereksinim varsa (Şekil 2.2),



Şekil 2.2 Gerilme dönüşümü

$$\bar{u}_x = u_x \cos \theta + u_y \sin \theta$$

$$\bar{u}_y = -u_x \sin \theta + u_y \cos \theta \quad (2.15)$$

$$\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} \cos^2 \theta + 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta + \sigma_{yy} \sin^2 \theta$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = \sigma_{xx} \sin^2 \theta - 2\sigma_{xy} \sin \theta \cos \theta + \sigma_{yy} \cos^2 \theta \quad (2.16)$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = -(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

bağıntılarına ulaşılır. Eğer yeni eksenlerdeki kayma gerilmesi 0 olarak seçilmişse, o zaman her birinin sağ açısındaki, yani asal yönlerdeki 2θ değeri olur. Bu yönlerdeki normal gerilmeler asal gerilmelerdir ve

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left[\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (2.17)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left[\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

şeklinde ifade edilirler. Üç boyutlu bir problem için 3 asal gerilme olacaktır ve bunlar genellikle büyükten küçüğe doğru $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ şeklinde sıralanırlar. Düzlem şekil değiştirme problemlerinde, kalınlık boyunca olan gerilmeleri asal gerilmelere dâhil etmek önemlidir.

3. İNDİREKT SINIR ELEMANLAR YÖNTEMİ

3.1. Sınır Elemanlar Yöntemi

Sınır eleman denklemleri, ikinci Green teoremi kullanılarak veya mekaniğin temel ilkelerinden örneğin virtüel iş ilkesini kullanarak direkt veya indirekt formülasyonlarla elde edilebilir. Bu ilkelerin yardımıyla ve temel çözümlerin de göz önünde tutulmasıyla bölgede tam olarak gerçekleşen, sınırda ise integral denklem anlamında gerçekleşen bir sınır integral denklemi elde edilir. Problemin çözümünde integrasyon formülasyonu temel alınmış olduğundan bu yöntemde, problemin çözüm bölgesi bir mertebe azalır, yani üç boyutlu problemler için bölgenin yüzeyinde, iki boyutlu problemler için ise bölgenin sınırındaki kapalı eğride ayrıklaştırma yapılarak problemin çözümü elde edilmektedir. Ayrıklaştırma işleminde kullanılan sınırdaki elemanlar sabit, lineer, parabolik, kübik, v.b. seçilebilir. Eğer hesaplanacak iç nokta sayısı fazla ise sınır elemanlar yöntemi yerine sonlu elemanlar veya sonlu farklar yöntemi daha uygun olabilir. Bazı durumlar için sınır elemanlar yöntemiyle sonlu elemanlar yöntemi beraber kullanılabilir. Bu çalışmada iki boyutlu problemler için sınır elemanlar yöntemlerinden olan indirekt sınır eleman yöntemi kullanılmış olup aşağıda incelenmiştir.

3.2. Temel Çözümler

Sınır elemanlar yöntemi, genel anlamda, sınır integral denklem sisteminin bölgenin sınırında ayrıklaştırılmasından (sınır elemanlar kullanarak) elde edilen denklem sisteminin çözümünden ibarettir. Burada problemin diferansiyel denkleminin homojen çözümüne karşı gelen ve temel çözüm olarak adlandırılan bir çözüme gereksinim vardır. Bu çözüm üç boyutlu cisimlerde Kelvin çözümü, yarım uzay problemlerinde Kelvin ya da Mindlin çözümü olabilir. İki boyutlu problemlerde ise Flamant çözümü, Kelvin çözümü veya Melan çözümü kullanılabilir.

3.2.1. Sonsuz Düzlem İzotrop Ortamda Temel Çözümler

Sonsuz düzlemde bir Q noktasına etkiyen F kuvvetinin sebep olduğu herhangi bir P noktasındaki yer değiştirme bileşenleri

$$u_i(P) = U_{ij}(P, Q)F_j(Q) \quad (3.1)$$

bağıntısıyla elde edilebilir (Şekil 3.1). Burada $U_{ij}(P, Q)$, j yönünde Q noktasındaki birim yükten dolayı, i yönünde P noktasındaki yer değiştirme olmak üzere, düzlem şekil değiştirme için Kelvin tarafından [6]

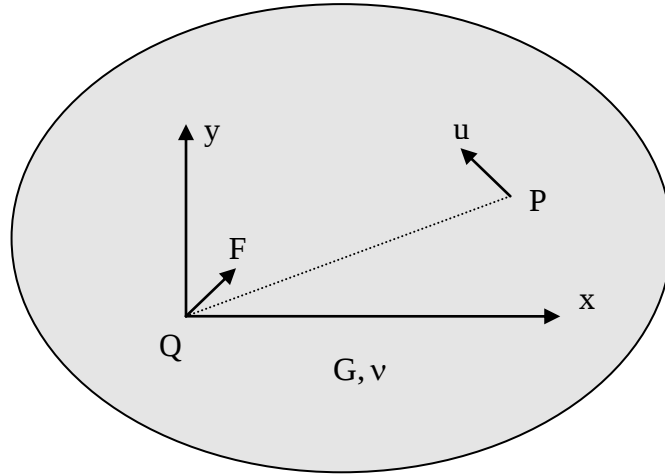
$$U_{ij}(P, Q) = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[(3-4\nu) \ln r \delta_{ij} - r_{,i} r_{,j} \right] \quad (3.2)$$

bağıntısıyla verilmiştir. Burada

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad \text{Kronecker deltası} \quad (3.3)$$

$$r_{,i} = r_i / r \quad r_i = P_i - Q_i \quad (3.4)$$

değerlerine eşittir.



Şekil 3.1 Sonsuz düzlemde tekil kuvvetler

(3.2) denklemi (x,y) dik kartezyen koordinatlarda açık olarak

$$U_{xx} = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[(3-4\nu) \ln r - \frac{x^2}{r^2} \right]$$

$$U_{xy} = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[-\frac{xy}{r^2} \right] \quad U_{yx} = U_{xy} \quad (3.5)$$

$$U_{yy} = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[(3-4\nu) \ln r - \frac{y^2}{r^2} \right]$$

şeklinde yazılabilir. Benzer şekilde herhangi bir P noktasındaki gerilme bileşenleri için, (3.1) denklemi kullanılarak

$$\sigma_{ij}(P) = S_{ijk}(P, Q) F_k(Q) \quad (3.6)$$

şeklinde elde edilirler. Cismin sınırında P noktasının dış normal $n_j(P)$ olmak üzere yüzey gerilmeleri

$$t_i(P) = \sigma_{ij}(P, Q) n_j(P) \quad (3.7)$$

veya başka bir gösterimle

$$t_i(P) = T_{ik}(P, Q) F_k(Q) \quad (3.8)$$

şeklinde elde edilir. Burada $T_{ik}(P, Q) = S_{ijk}(P, Q) n_j(P)$ olup, $S_{ijk}(P, Q)$ tesir fonksiyonları ise $U_{ij}(P, Q)$ tesir fonksiyonları kullanılarak

$$S_{ijk}(P, Q) = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \frac{1}{r} \left[(1-2\nu)(r_{,j} \delta_{ki} + r_{,i} \delta_{kj} - r_{,k} \delta_{ij}) + 2r_{,i} r_{,j} r_{,k} \right] \quad (3.9)$$

şeklinde elde edilirler. Bu fonksiyonlar (x,y) kartezyen koordinatlarda açık olarak

$$S_{xxx} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[2(1-\nu) \frac{x}{r^2} + \frac{x(x^2 - y^2)}{r^4} \right]$$

$$S_{xxy} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[2\nu \frac{y}{r^2} + \frac{y(x^2 - y^2)}{r^4} \right]$$

$$S_{yyx} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[2\nu \frac{x}{r^2} - \frac{x(x^2 - y^2)}{r^4} \right] \quad (3.10)$$

$$S_{yyy} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[2(1-\nu) \frac{y}{r^2} - \frac{y(x^2 - y^2)}{r^4} \right]$$

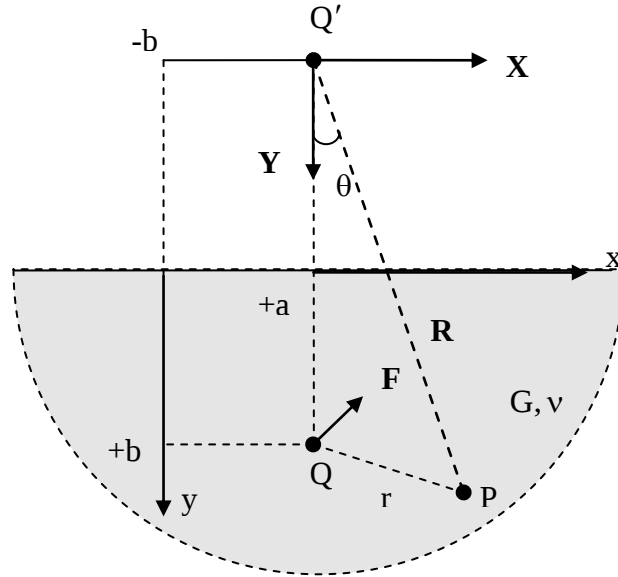
$$S_{xyx} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[(1-2\nu) \frac{y}{r^2} + \frac{2xy^2}{r^4} \right]$$

$$S_{xyy} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[(1-2\nu) \frac{x}{r^2} + \frac{2xy^2}{r^4} \right]$$

şeklinde yazılabilir.

3.2.2. Yarı-Sonsuz Düzlem İzotrop Ortamda Temel Çözümler

Yarı-sonsuz düzlemde temel çözümler, homojen izotrop ortam için *Melan* tarafından verilmiştir (Şekil 3.2) [6].



Şekil 3.2 Yarı-sonsuz düzlemde tekil kuvvetler.

Melan çözümü, *Kelvin* çözümü + Tamamlayıcı çözüm olmak üzere iki temel çözümün toplamı şeklinde göz önüne alınabilir. Kelvin çözümü sonsuz düzlemdeki çözümdür (Şekil 3.2 de kuvvetin Q noktasında olması durumunda sonsuz düzlem çözümüdür). Tamamlayıcı çözüm ise kuvvetin Q noktası yerine, bu noktanın görüntüsü olan Q' noktasında olması durumundaki çözümdür. Bu nedenle yarı-sonsuz düzlem çözümleri

$$u = u^k + u^c \quad \sigma = \sigma^k + \sigma^c \quad (3.11)$$

olarak yazılabilir. Burada u^k , σ^k sonsuz düzlemde Kelvin çözümleri, u^c , σ^c yarı-sonsuz düzlem için tamamlayıcı çözümlerdir. Tamamlayıcı çözümler, $y=0$ serbest yüzeyinde $\sigma_{xy}=0$ ve $\sigma_{yy}=0$ koşullarını gerçekleyecek şekilde sonsuz düzlem temel çözümlerine ilave edilen çözümler olup (x,y) dik kartezyen koordinatlarda [6]

$$\begin{aligned} U_{yy}^c &= K_u \left\{ -[8(1-\nu)^2 - (3-4\nu)] \ln R + \frac{[(3-4\nu)Y^2 - 2by]}{R^2} + \frac{4byY^2}{R^4} \right\} \\ U_{yx}^c &= K_u \left\{ \frac{(3-4\nu)(y-b)X}{R^2} + \frac{4byXY}{R^4} - 4(1-\nu)(1-2\nu)\theta \right\} \\ U_{xy}^c &= K_u \left\{ \frac{(3-4\nu)(y-b)X}{R^2} - \frac{4byXY}{R^4} + 4(1-\nu)(1-2\nu)\theta \right\} \\ U_{xx}^c &= K_u \left\{ -(8(1-\nu)^2 - (3-4\nu)) \ln R + \frac{[(3-4\nu)X^2 + 2by]}{R^2} - \frac{4byX^2}{R^4} \right\} \\ S_{yyy}^c &= -K_s \left\{ \frac{(3y+b)(1-2\nu)}{R^2} + \frac{2[Y(Y^2 + 2by) - 2yX^2(1-2\nu)]}{R^4} - \frac{16byX^2Y}{R^6} \right\} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}
S_{xyy}^c &= -K_s X \left\{ -\frac{(1-2\nu)}{R^2} + \frac{2[y^2 - 2by - b^2 + 2yY(1-2\nu)]}{R^4} + \frac{16byY^2}{R^6} \right\} \\
S_{xxy}^c &= -K_s \left\{ \frac{(y+3b)(1-2\nu)}{R^2} + \frac{2[Y(X^2 + 2b^2) - 2bX^2 + 2yX^2(1-2\nu)]}{R^4} + \frac{16byX^2Y}{R^6} \right\} \\
S_{xyx}^c &= -K_s X \left\{ \frac{(1-2\nu)}{R^2} - \frac{2[c^2 - y^2 + 6cy - 2yY(1-2\nu)]}{R^4} + \frac{16cyX^2}{R^6} \right\} \quad (3.13) \\
S_{yyx}^c &= -K_s \left\{ \frac{(3y+b)(1-2\nu)}{R^2} + \frac{2[(2by + X_2^2)Y - 2yY^2(1-2\nu)]}{R^4} - \frac{16byX^2Y}{R^6} \right\} \\
S_{xxx}^c &= -K_s X \left\{ \frac{3(1-2\nu)}{R^2} + \frac{2[X^2 - 4by - 2b^2 - 2yY(1-2\nu)]}{R^4} + \frac{16byY^2}{R^6} \right\}
\end{aligned}$$

şeklindedir. Burada

$$K_u = \frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \quad K_s = \frac{1}{4\pi(1-\nu)} \quad (3.14)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{X}{Y}\right) \quad R = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (3.15)$$

dir.

3.3. İndirekt Sınır Elemanlar Yöntemi

İndirekt sınır elemanlar yönteminde, verilen sınır koşulları altında, sınırdaki fiktif değerler hesaplanır, daha sonra sınırdaki ve bölgedeki bilinmeyenler bu fiktif değerler yardımıyla hesaplanırlar. Buna göre sınırdaki yer değiştirme ve gerilme bağıntıları matris formunda

$$\{u\} = \{\phi\}[U] \quad \{ \} \rightarrow \text{Kolon vektör} \quad (3.16)$$

$$\{t\} = \{\phi\}[T] \quad [] \rightarrow \text{Kare matris} \quad (3.17)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ϕ , sınırdaki fiktif değerler olmak üzere, eğer sınırdaki u yer değiştirmeler biliniyor ise (3.16) eşitliğinden ϕ fiktif değerler hesaplanır, daha sonra bu fiktif değerler kullanılarak (3.17) eşitliğinden sınırdaki t gerilmeleri hesaplanır.

Bu çalışmada iki indirekt sınır elemanlar yönteminden fiktif gerilme yöntemi (FSM) ve yer değiştirme süreksizliği yöntemine yer verilmiştir. Yer değiştirme süreksizliği yönteminde malzeme homojen, izotrop ve lineer elastik malzeme olarak göz önüne alınacaktır. İndirekt sınır elemanlar yönteminde, tesir fonksiyonları kapalı formda kesin olarak elde edilmişlerdir. Nümerik integrasyona göre avantajları; analitik tesir fonksiyonları kesindir, sayısal integrasyondaki tesir fonksiyonları yaklaşıktır. Fiktif gerilme yönteminde gerilme tekiliği çok düşük olduğundan cismin dış sınırını fiktif gerilme tesir fonksiyonları ile modellemek uygundur.

3.3.1. Fiktif Gerilme Yöntemi

Fiktif gerilme yönteminde, bölgenin sınırlarına fiktif kuvvetler uygulanarak problemin çözümü elde edilmektedir. Sınırdaki integrallerin süperpozisyonu ile elde edilen lineer denklem takımının çözülmesiyle fiktif kuvvetler elde edilir. Daha sonra bu fiktif kuvvetler kullanılarak, bölgede ve sınırlardaki gerilmeler ve yer değiştirmeler hesaplanır. Buna göre (3.1) ve (3.6) yer değiştirme ve gerilme eşitlikleri

$$u_x = F_x U_{xx} + F_y U_{xy}$$

$$u_y = F_x U_{yx} + F_y U_{yy} \quad (3.18)$$

$$\sigma_{xx} = F_x S_{xxx} + F_y S_{xxy}$$

$$\sigma_{yy} = F_x S_{yyx} + F_y S_{yyy} \quad (3.19)$$

$$\sigma_{xy} = F_x S_{xyx} + F_y S_{xyy}$$

şeklinde yazılarak, bu tekil çözümlerin sabit kuvvetler için gerilmeler ve yer değiştirmeler $(-a,a)$ aralığındaki integrasyonu (Şekil 3.3) sınırdaki herhangi bir doğrusal elemanın üzerindeki üniform yayılı yükten dolayı bölgede (x,y) noktasındaki yer değiştirme ve gerilme bileşenleri sırasıyla,

$$u_x = P_x g_{xx} + P_y g_{xy}$$

$$u_y = P_x g_{yx} + P_y g_{yy} \quad (3.20)$$

$$\sigma_{xx} = P_x f_{xxx} + P_y f_{xxy}$$

$$\sigma_{yy} = P_x f_{yyx} + P_y f_{yyy} \quad (3.21)$$

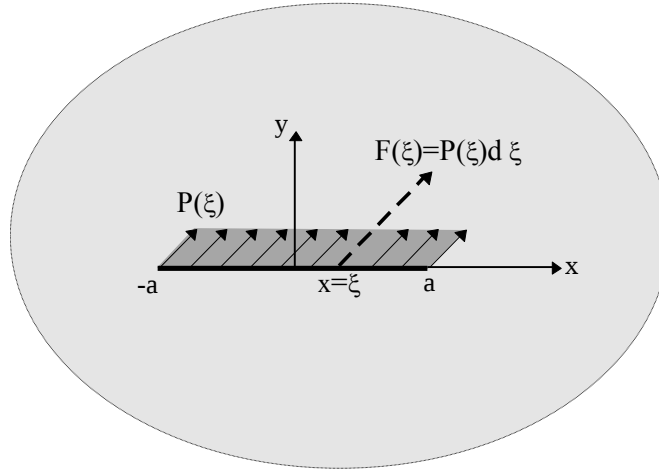
$$\sigma_{xy} = P_x f_{xyx} + P_y f_{xyy}$$

şeklinde elde edilebilir. Burada $g_{xx}, g_{xy}, \dots, f_{xxx}, f_{xxy}, \dots$ v.b. temel çözümlerin $(-a,a)$ aralığındaki integralleri olarak

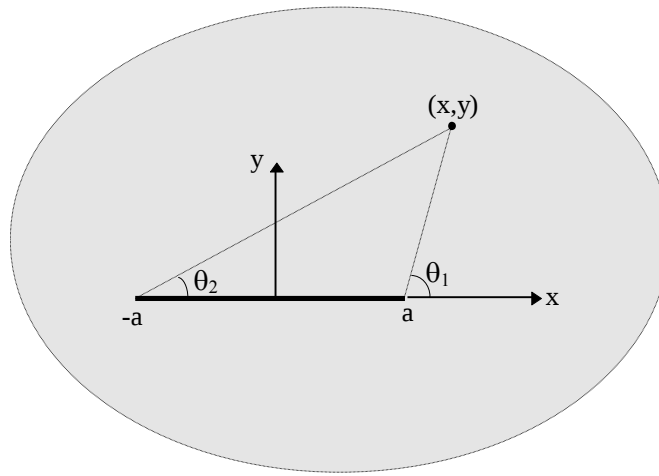
$$g_{ij}(x,y) = \int_{-a}^a U_{ij}(x-\xi,y)d\xi \quad (3.22)$$

$$f_{ijk}(x,y) = \int_{-a}^a S_{ijk}(x-\xi,y)d\xi$$

şeklinde elde edilirler. Ayrıca, bu çözümlerde $x=0$ ve $y=0$ noktasında, integral sonuçları sonlu değerlerdir.



Şekil 3.3 Kelvin çözümünün integrali



Şekil 3.4 Bir elemanın uç noktalarındaki açılar

θ açısı kaynak noktası ile alan noktası arasındaki doğrunun açısı olmak üzere (Şekil 3.4 için)

$$\theta_1 = \arctan \frac{y}{x-a} \quad \theta_2 = \arctan \frac{y}{x+a} \quad (3.23)$$

şeklinde yazılarak, elemana $y=0_-$ ve $y=0_+$ yönünde yaklaşıldığı durumda θ_1 ve θ_2 açılarının alacağı değerler

$$\lim_{y \rightarrow 0} (\theta_1 - \theta_2) = \begin{cases} -\pi, & y = 0_- \\ 0, & y = 0 \\ \pi, & y = 0_+ \end{cases} \quad (3.24)$$

şeklinde olacaktır.

3.3.2. Yer Değiştirme Süreksizliği Yöntemi

Yer değiştirme süreksizliği yönteminde çözüm yöntemi, indirekt sınır elemanlar yöntemiyle tamamen aynıdır. Farkı, bir yüzey yerine (herhangi bir elemanda) karşılıklı iki yüzey göz önüne alınmasıdır. Buna göre yüzeyler, bir eleman olarak kabul edilebilir. Yüzeylerden biri $y=0$ 'ın pozitif tarafında olup $y=0_+$ olarak gösterilir; diğeri ise negatif tarafta olup $y=0_-$ olarak gösterilir. Doğru parçasının bir tarafından diğeriye geçerken, yer değiştirmeler $D_i=(D_x, D_y)$ değerinde sabit olduğu belirtilen bir değişime uğrarlar. D_i yer değiştirme süreksizliği,

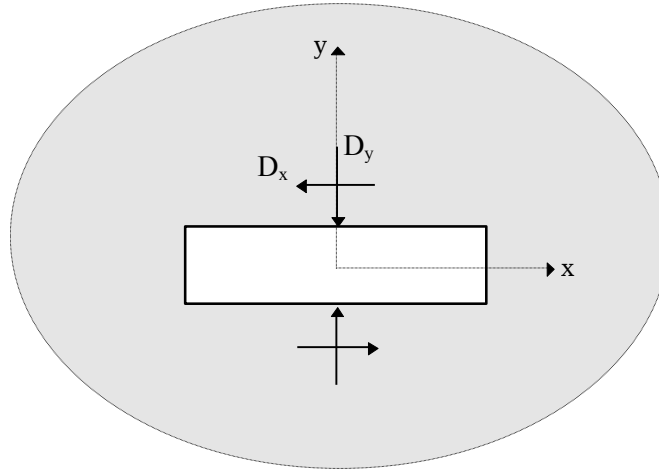
$$D_i = u_i(x, 0_-) - u_i(x, 0_+) \quad (3.25)$$

veya

$$D_x = u_x(x, 0_-) - u_x(x, 0_+) \quad (3.26)$$

$$D_y = u_y(x, 0_-) - u_y(x, 0_+)$$

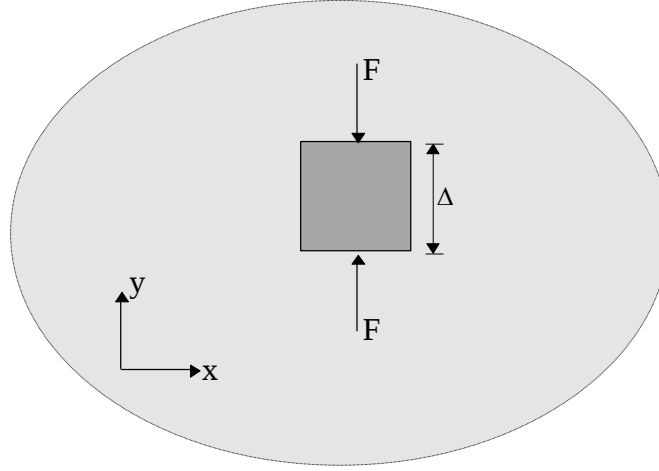
denklemlerinde görüldüğü gibi, parçanın iki tarafı arasındaki yer değiştirme farkı olarak tanımlanır (Şekil 3.5). u_x ve u_y , pozitif x ve y koordinat yönlerinde pozitif olduklarından, D_x ve D_y de pozitif olurlar. Burada önemle belirtmek gerekir ki, D_y için pozitif bir değer, çatlakın iki tarafının örtüştüğünü varsayar.



Şekil 3.5 Yer değiştirme süreksizlikleri

Yer değiştirme süreksizliğinin tesir fonksiyonları, sonsuz düzlemdeki tekil kuvvet temel çözümünü kullanılarak elde edilir. Bunun için Şekil 3.6 deki gibi tekil kuvvetler

bir elemanda karşılıklı yönde uygulanarak, söz konusu elemandaki yer değıştirmeler hesaplanmaktadır.



Şekil 3.6 Zıt yönlü iki kuvvet etkisindeki eleman

Sonsuz düzlemde bir nokta göz önüne alınsın, burada her hangi bir tekil kuvvetten oluşan tesir fonksiyonu $U_{ij}(x,y)$, alan fonksiyonu $u_i(x,y)$ ve tekil kuvvet F_j olmak üzere

$$u_i(x,y) = F_j U_{ij}(x,y) \quad (3.27)$$

şeklinde yazılarak, sonsuz bölgede kalınlığı Δ olan bir elemanda karşılıklı iki yönde tekil kuvvetler uygulandığında, yer değıştirme alan fonksiyonu

$$u_i(x,y) = F_j \left\{ \left(U_{ij} - \frac{\Delta}{2} \frac{\partial U_{ij}}{\partial y} \right) - \left(U_{ij} + \frac{\Delta}{2} \frac{\partial U_{ij}}{\partial y} \right) \right\} \quad (3.28)$$

olur. Sadeleştirme işlemi yapılarak

$$u_i(x,y) = -\frac{\partial U_{ij}}{\partial y} F_j \Delta \quad (3.29)$$

şeklinde temel çözümlerin kuvvet yönündeki türevleri cinsinden elde edilir. Burada $F_j \Delta$, dipol gerilmesi olarak isimlendirilebilir [32].

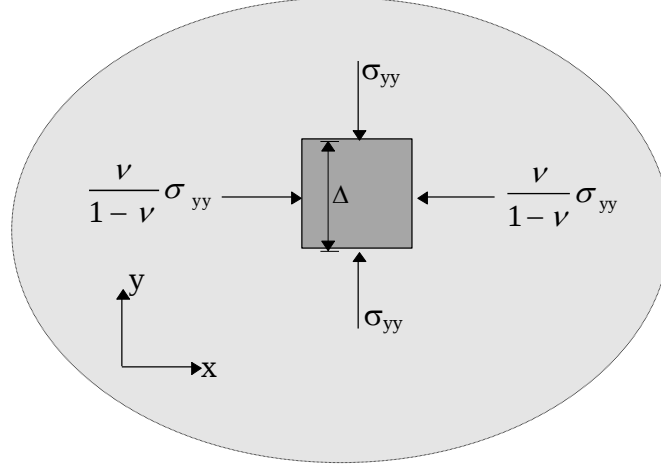
3.3.2.1. Normal Doğrultudaki Yer Değıştirme Süreksizliğı

Elastik, izotrop bir cisim için Hooke denklemleri kullanılarak, sadece eksenel şekil değıştirme halinde ($\epsilon_{yy} \neq 0$, diğer şekil değıştirmeler sıfır), gerilme ifadeleri

arasındaki bağıntılar

$$\sigma_{xx} = \sigma_{zz} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{yy} \quad (3.30)$$

şeklinde elde edilir. Bu bağıntı kullanılarak Şekil 3.7 da gösterilen elemandaki yükleme durumunda sadece düşey şekil değiştirme oluşacaktır.



Şekil 3.7 Düşey doğrultuda eksenel şekil değiştirme için gerilme durumu

Dipol gerilmesi ve Hooke kanunları kullanılarak y yönündeki yer değiştirme süreksizliği

$$D_y = \frac{\Delta F}{E} \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{(1-\nu)} \quad (3.31)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre düşey doğrultuda eksenel şekil değiştirme durumunda, (3.29) ve (3.31) eşitliklerini kullanmak suretiyle düzlem içinde bir (x,y) noktasındaki y yönünde yer değiştirme süreksizliğinden dolayı oluşan temel çözümlerde gerilme ve yer değiştirme bileşenleri

$$\sigma_{ij} = -2GD_y \frac{1-\nu}{1-2\nu} \left\{ \sigma_{ij,b}^y + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{ij,a}^x \right\} \quad (3.32)$$

$$u_j = -2GD_y \frac{1-\nu}{1-2\nu} \left\{ u_{i,b}^y + \frac{\nu}{1-\nu} u_{i,a}^x \right\}$$

şeklinde elde edilir. Burada x ve y üst indisleri, x ve y yönündeki tekil kuvvetten oluşan alan fonksiyonunu gösterirken, a ve b alt indisleri ise, bu alan

fonksiyonlarının a ve b doğrultularındaki türevlerini göstermektedir. Buna göre kartezyen koordinatlarda bu denklemlerden birim yer değiştirme süreksizliğinden dolayı gerilme ve yer değiştirme bileşenleri

$$S^d_{xy} = \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)^2} \frac{1}{r^2} \left\{ 1 - \frac{8y^2}{r^2} + \frac{8y^4}{r^4} \right\}$$

$$S^d_{yy} = \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)^2} \frac{1}{r^2} \left\{ 1 - \frac{4y^2}{r^2} - \frac{8y^4}{r^4} \right\} \quad (3.33)$$

$$S^d_{xy} = \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)^2} \frac{2xy}{r^2} \left\{ 1 - \frac{4y^2}{r^2} \right\}$$

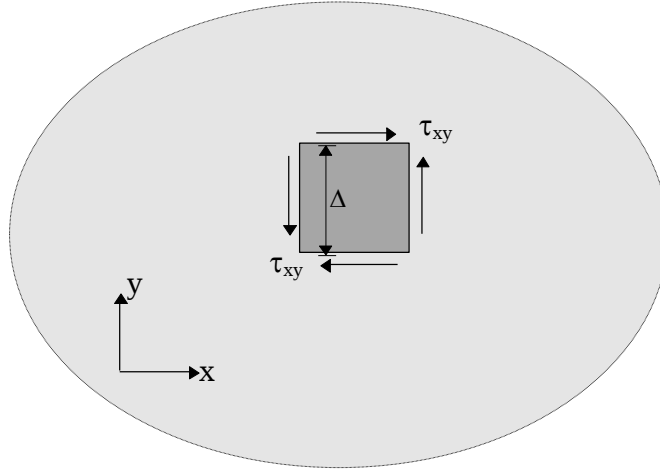
$$U^d_{xy} = \frac{(1-2\nu)}{8G\pi(1-\nu)^2} \cdot \frac{x}{r^2} \left\{ 1 - 2\nu - \frac{2y^2}{r^2} \right\}$$

$$U^d_{yy} = \frac{-(1-2\nu)}{8G\pi(1-\nu)^2} \cdot \frac{y}{r^2} \left\{ 1 - 2\nu + \frac{2y^2}{r^2} \right\} \quad (3.34)$$

şeklinde açık olarak elde edilir.

3.3.2.2. Kayma Yer Değiştirme Süreksizliği

Kayma yer değiştirmesi süreksizliği durumunda, şekil değiştirme bileşenlerinden sadece $\varepsilon_{xy} \neq 0$, diğer tüm şekil değiştirme bileşenleri sıfır olacak şekilde yükleme yapılarak elde edilebilir. Homojen, izotrop ortamdaki bir elemanter cisimde kayma yer değiştirme süreksizliği meydana getiren gerilme durumunun x-y düzlemindeki bileşenleri Şekil 3.8 de görüldüğü gibidir.



Şekil 3.8 Kayma şekil değiştirmesi için gerilme durumu

Dipol gerilmesi ve Hooke kanunları kullanılarak x yönündeki yer değiştirme süreksizliği

$$D_x = \frac{\Delta F}{G} \quad (3.35)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre, yatay doğrultuda yer değiştirme süreksizliğinden dolayı herhangi bir (x,y) noktasında oluşan temel çözümlerde gerilme ve yer değiştirme bileşenleri

$$\sigma_{ij} = -GD_x \left\{ \sigma_{ij,b}^x + \sigma_{ij,a}^y \right\} \quad (3.36)$$

$$u_i = -GD_x \left\{ u_{i,b}^x + u_{i,a}^y \right\}$$

şeklinde elde edilirler. Bu denklemler kullanılarak, birim kayma yer değiştirme süreksizliğinden dolayı (x,y) kartezyen koordinatlarda gerilme ve yer değiştirme bileşenleri sırayla

$$S_{xxx}^d = \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{2xy}{r^4} \left\{ -3 + \frac{4y^2}{r^2} \right\}$$

$$S_{yyx}^d = \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{2xy}{r^4} \left\{ 1 - \frac{4y^2}{r^2} \right\} \quad (3.37)$$

$$S_{xyx}^d = \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{r^2} \left\{ 1 - \frac{8y^2}{r^2} + \frac{8y^4}{r^4} \right\}$$

$$U^d_{xx} = \frac{1}{4G\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y}{r^2} \left\{ -3 - 2\nu + \frac{2y^2}{r^2} \right\} \quad (3.38)$$

$$U^d_{yx} = -\frac{1}{4G\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x}{r^2} \left\{ 1 - 2\nu + \frac{2y^2}{r^2} \right\}$$

olarak elde edilir. Buna göre her iki yöndeki sabit yer değiştirme süreksizliği için, bu tekil çözümlerin $(-a,a)$ aralığındaki integrasyonu ile sınırdaki her hangi bir doğrusal elemandan dolayı bölgede (x,y) noktasındaki gerilme ve yer değiştirme bileşenleri

$$u_x = D_x g_{xx} + D_y g_{xy}$$

$$u_y = D_x g_{yx} + D_y g_{yy} \quad (3.39)$$

$$\sigma_{xx} = D_x f_{xxx} + D_y f_{xxy}$$

$$\sigma_{yy} = D_x f_{yyx} + D_y f_{yyy} \quad (3.40)$$

$$\sigma_{xy} = D_x f_{xyx} + D_y f_{xyy}$$

şeklinde elde edilebilir. Burada $g_{xx}, g_{xy}, \dots, f_{xxx}, f_{xxy}, \dots$ v.b. fonksiyonları (3.33), (3.34), (3.37) ve (3.38) tekil çözümlerin $(-a,a)$ aralığındaki integralleri olup

$$g_{ij}(x,y) = \int_{-a}^a U^d_{ij}(x-\xi,y)d\xi \quad (3.41)$$

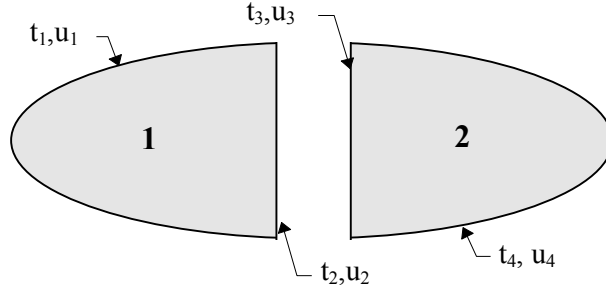
$$f_{ijk}(x,y) = \int_{-a}^a S^d_{ijk}(x-\xi,y)d\xi$$

eşitlikleriyle elde edilirler.

3.4. İki Malzemeli Bölge İndirekt Sınır Elemanlar

Bu bölümde iki malzemeli bölgede indirekt sınır eleman yöntemi denklemleri incelenecektir. Bu amaçla Şekil. 3.9'da görüldüğü gibi iki alt bölgeden oluşan bir

cisim göz önüne alınarak, malzeme her iki bölgede de homojen, izotrop ve lineer elastik olarak kabul edilmiştir. Genel olarak sınırdaki yazılan sınır eleman denklemlerine ek olarak ara yüzeydeki süreklilik koşulları kullanılarak sınır eleman denklemleri elde edilmektedir.



Şekil 3.9 İki malzemeli bölge

Ara yüzeydeki süreklilik koşulları

i) uygunluk koşulu

$$u_2 - u_3 = 0 \quad (3.42)$$

ii) ve denge koşulu

$$t_2 + t_3 = 0 \quad (3.43)$$

olmak üzere iki denklemden ibarettir. Sınır eleman denklemleri ise "1" indisi birinci bölge ve "2" indisi ikinci bölge olmak üzere

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & 0 \\ T_{21} & T_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} & T_{34} \\ 0 & 0 & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & 0 & 0 \\ U_{21} & U_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & U_{33} & U_{34} \\ 0 & 0 & U_{43} & U_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

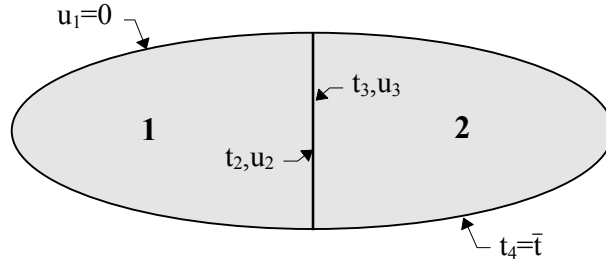
şeklinde yazılabilirler. (3.42) ve (3.43) koşulları uygulandıktan sonra (3.44) eşitliği :

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 \\ T_{21} & T_{22} & 0 \\ 0 & T_{33} & T_{34} \\ 0 & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & 0 \\ U_{21} & U_{22} & 0 \\ 0 & -U_{33} & U_{34} \\ 0 & -U_{43} & U_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_4 \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

şekline dönüşür. Örnek olarak, sınır koşulları Şekil 3.10'da tanımlandığı gibi bir problem göz önüne alındığı takdirde, bilinmeyenler u_2 , u_4 , t_1 ve t_2 olmak üzere (3.45) denklemi

$$\begin{bmatrix} T_{12} & -U_{12} & 0 & -U_{11} \\ T_{22} & -U_{22} & 0 & -U_{21} \\ T_{33} & U_{33} & T_{34} & 0 \\ T_{43} & U_{43} & T_{44} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ t_2 \\ u_4 \\ t_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_{34} \\ U_{44} \end{bmatrix} \{t_4\} \quad (3.46)$$

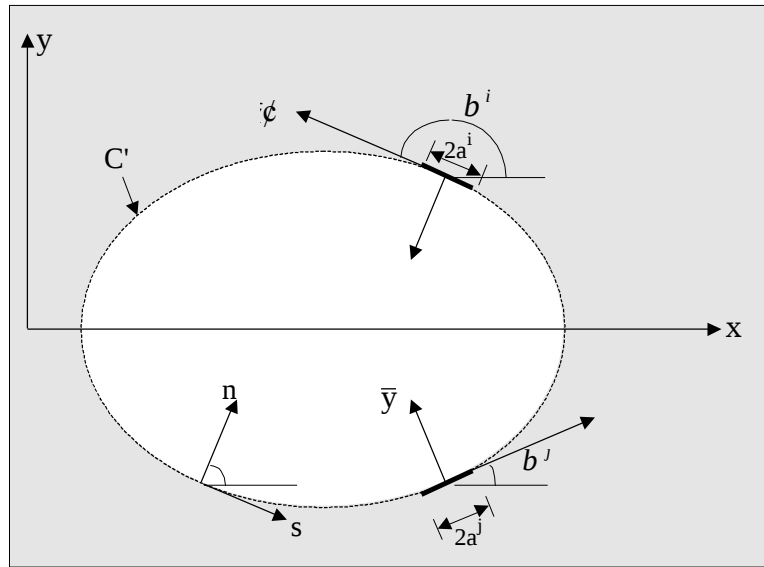
şeklinde yazılabilir. Bu lineer denklem sisteminin çözülmesiyle sınırdaki ve ara yüzeydeki bilinmeyenler elde edilir.



Şekil 3.10 İki malzemeli bölgede sınır koşulları

4. SAYISAL HESAP YÖNTEMİ

Şekil 4.1 de görüldüğü gibi sonsuz düzlemde kapalı bir boşluk göz önüne alınsın. Burada sınırlar $2a$ uzunluğunda doğrusal elemanlara bölünerek, j elemanındaki yüklemenden dolayı i elemanının orta noktasındaki gerilme ve yer değiştirmeler hesaplanacaktır. Bunun için herhangi bir doğrultuda bir eleman göz önüne alınarak tesir fonksiyonlarının o doğrultu üzerindeki integrasyonundan elde edilmesi gerekir. İzotrop ortam için direkt integrasyon sonuçlarını herhangi bir doğrultuda yazmak sonucu değiştirmemektedir. Buna göre (x,y) global koordinatlar olmak üzere koordinat dönüşümleri



Şekil 4.1 Sonsuz düzlemde kapalı bölge

$$\bar{x} = (x^i - x^j) \cos \beta + (y^i - y^j) \sin \beta \quad (4.1)$$

$$\bar{y} = -(x^i - x^j) \sin \beta + (y^i - y^j) \cos \beta$$

şeklinde yazılabilir. Bu doğrultudaki yer değiştirme ve gerilme bileşenleri ise

$$\bar{u}_x = \bar{\phi}_x \bar{g}_{xx} + \bar{\phi}_y \bar{g}_{xy} \quad (4.2)$$

$$\bar{u}_y = \bar{\phi}_x \bar{g}_{yx} + \bar{\phi}_y \bar{g}_{yy}$$

$$\bar{\sigma}_{xx} = \bar{\phi}_x \bar{f}_{xxx} + \bar{\phi}_y \bar{f}_{xxy}$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = \bar{\phi}_x \bar{f}_{yyx} + \bar{\phi}_y \bar{f}_{yyy} \quad (4.3)$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = \bar{\phi}_x \bar{f}_{xyx} + \bar{\phi}_y \bar{f}_{xyy}$$

şeklinde lokal koordinatlar cinsinden yazılabilir. Lokal koordinatlardaki yer değiştirme ve gerilme bileşenleri ise global koordinatlar cinsinden

$$\bar{u}_x = u_x \cos \beta + u_y \sin \beta$$

$$\bar{u}_y = -u_x \sin \beta + u_y \cos \beta \quad (4.4)$$

$$\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} \cos^2 \beta + 2\sigma_{xy} \sin \beta \cos \beta + \sigma_{yy} \sin^2 \beta$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = \sigma_{xx} \sin^2 \beta - 2\sigma_{xy} \sin \beta \cos \beta + \sigma_{yy} \cos^2 \beta \quad (4.5)$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = -(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin \beta \cos \beta + \sigma_{xy} (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta)$$

şeklinde yazılabilir. Herhangi bir lokal koordinatlardaki $(\bar{x}, \bar{y})$ (Şekil 4.1) yer değiştirme ve gerilme bileşenleri $(\bar{x}, \bar{y})$ lokal koordinat sistemindeki değerleri cinsinden

$$\bar{u}'_x = \bar{u}_x \cos \alpha + \bar{u}_y \sin \alpha$$

$$(4.6)$$

$$\bar{u}'_y = -\bar{u}_x \sin \alpha + \bar{u}_y \cos \alpha$$

$$\bar{\sigma}'_{xx} = \bar{\sigma}_{xx} \cos^2 \alpha - 2\bar{\sigma}_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + \bar{\sigma}_{yy} \sin^2 \alpha$$

$$\bar{\sigma}'_{yy} = \bar{\sigma}_{xx} \sin^2 \alpha + 2\bar{\sigma}_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + \bar{\sigma}_{yy} \cos^2 \alpha \quad (4.7)$$

$$\bar{\sigma}'_{xy} = (\bar{\sigma}_{xx} - \bar{\sigma}_{yy}) \sin \alpha \cos \alpha + \bar{\sigma}_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

olarak elde edilir. Burada $\alpha = \beta^i - \beta^j$ ve (s, n) her hangi bir lokal koordinat sistemi olmak üzere, $\bar{u}'_x = u_s^i$, $\bar{u}'_y = u_n^i$, $\bar{\sigma}'_{xy} = \sigma_s^i$, $\bar{\sigma}'_{yy} = \sigma_n^i$, $\bar{\phi}_x = \phi_s^i$ ve $\bar{\phi}_y = \phi_n^i$ tanımları yapılırsa her hangi bir i noktasında lokal koordinatlarda yer değiştirme ve gerilme

bileşenleri

$$u_s^i = \phi_s^j B_{ss}^{ij} + \phi_n^j B_{sn}^{ij} \quad (4.8)$$

$$u_n^i = \phi_s^j B_{ns}^{ij} + \phi_n^j B_{nn}^{ij}$$

$$\sigma_s^i = \phi_s^j A_{ss}^{ij} + \phi_n^j A_{sn}^{ij} \quad (4.9)$$

$$\sigma_n^i = \phi_s^j A_{ns}^{ij} + \phi_n^j A_{nn}^{ij}$$

şeklinde elde edilirler. Burada s ve n lokal koordinatlar olmak üzere, A_{ss}^{ij} ve B_{ss}^{ij} vb. tesir fonksiyonları yer değiştirme süreksizliği yönteminde (3.41), fiktif gerilme yönteminde (3.22) eşitliklerinin lokal koordinatlarda (-a,a) aralığındaki integrasyon sonuçları olup yer değiştirme süreksizliği yöntemi ve fiktif gerilme yöntemi için genel olarak

$$A_{ss}^{ij} = (\bar{f}_{xxx} - \bar{f}_{yyx}) \sin \alpha \cos \alpha - \bar{f}_{xyx} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$A_{sn}^{ij} = (\bar{f}_{xxy} - \bar{f}_{yyy}) \sin \alpha \cos \alpha - \bar{f}_{xyy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \quad (4.10)$$

$$A_{ns}^{ij} = \bar{f}_{xxx} \cos^2 \alpha + 2\bar{f}_{xyx} \sin \alpha \cos \alpha + \bar{f}_{yyx} \sin^2 \alpha$$

$$A_{nn}^{ij} = \bar{f}_{xxy} \cos^2 \alpha + 2\bar{f}_{xyy} \sin \alpha \cos \alpha + \bar{f}_{yyy} \sin^2 \alpha$$

$$B_{ss}^{ij} = \bar{g}_{xx} \cos \alpha + \bar{g}_{yx} \sin \alpha$$

$$B_{sn}^{ij} = \bar{g}_{xy} \cos \alpha + \bar{g}_{yy} \sin \alpha \quad (4.11)$$

$$B_{ns}^{ij} = -\bar{g}_{xx} \sin \alpha + \bar{g}_{yx} \cos \alpha$$

$$B_{nn}^{ij} = -\bar{g}_{xy} \sin \alpha + \bar{g}_{yy} \cos \alpha$$

bağıntılarından elde edilirler. (4.8) ve (4.9) eşitlikleri $j=1,...,N$ elemanları için hesaplanarak süperpozisyon yapılırsa

$$u_s^i = \sum_{j=1}^N B_{ss}^{ij} \phi_s^j + \sum_{j=1}^N B_{sn}^{ij} \phi_n^j \quad (4.12)$$

$$u_n^i = \sum_{j=1}^N B_{ns}^{ij} \phi_s^j + \sum_{j=1}^N B_{nn}^{ij} \phi_n^j$$

$$\sigma_s^i = \sum_{j=1}^N A_{ss}^{ij} \phi_s^j + \sum_{j=1}^N A_{sn}^{ij} \phi_n^j \quad (4.13)$$

$$\sigma_n^i = \sum_{j=1}^N A_{ns}^{ij} \phi_s^j + \sum_{j=1}^N A_{nn}^{ij} \phi_n^j$$

şeklinde 2N tane lineer denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımı

$$b_s^i = \sum_{j=1}^N C_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N C_{sn}^{ij} D_n^j \quad i = 1 \text{ 'den } N \text{ 'ye kadar} \quad (4.14)$$

$$b_n^i = \sum_{j=1}^N C_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N C_{nn}^{ij} D_n^j \quad i = 1 \text{ 'den } N \text{ 'ye kadar}$$

şeklinde gösterilir. Bu denklemlerde b_s^i ve b_n^i değerleri gerilme veya yer değiştirmenin bilinen sınır değerlerini göstermektedir ve C_{ss}^{ij} , vb. değerler (4.12) veya (4.13) denklemlerinden gelen ilgili tesir fonksiyonlarıdır. Bu denklem takımlarının verilen sınır koşulları altında çözülmesiyle sınırdaki fiktif değerler elde edilir. Daha sonra bu fiktif değerler kullanılarak, bölgede ve sınırlardaki gerilmeler ve yer değiştirmeler hesaplanır. Buradaki fiktif değerler, yer değiştirme süreksizliği yöntemi için yer değiştirme süreksizlikleri ($\phi = D_i$), fiktif gerilme yöntemi için de fiktif gerilmelerdir ($\phi = F_i$).

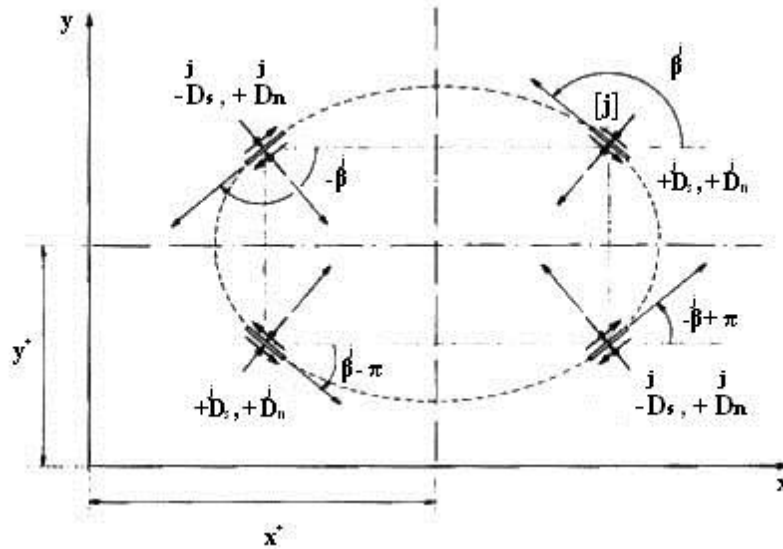
Özellikle, çatlak içeren sonsuz bir cisim problemi yer değiştirme süreksizliği yöntemi ile çözülmesi kolaydır. Bu durumda, sınır elemanları kapalı bir çevre oluşturmaz, fakat bununla beraber problemin çözümünde her birinin pozitif ve negatif taraflarının ayırt edilmesi gerekir. Her eleman için hesaplanmış olan u_s^μ ve u_n^μ yer değiştirmelerinin değerlerini yorumlayabilmek için bu ayırım gereklidir. Bu yüzden, eğer bir çatlakın i elemanının bir tarafındaki yer değiştirme isteniyorsa, bunu negatif

taraf için gerçekleştirmek gerekecektir. Problemi çözdükten sonra, öngörülen u_s^i ve u_n^i yer değiştirmelerini oluşturmak için, i elemanına uygulanması gereken s_s^i ve s_n^i kayma gerilmeleri ve normal gerilmeler hesaplanabilir. Bu gerilmeler eşzamanlı olarak elemanın her iki tarafında hareket ederler. Elemanın pozitif tarafındaki yer değiştirmeler $u_s^+ = u_s^- - D_s$ ve $u_n^+ = u_n^- - D_n$ ilişkileriyle tanımlanmıştır.

Eğer sınır elemanları kapalı bir çevre oluşturmak için birleşmişlerse, çevrenin hem iç hem de dış bölgesi için sınır değer problemleri ele alınabilir. İç (sonlu bölge) problemlerin sonuçları bulunurken; rijit cisim hareketleri, sınırın iki noktasında en az üç yer değiştirme bileşeni öngörülerek engellenebilir.

Alternatif olarak aynı etkiye, eğer söz konusu problem için mevcutsa, simetri koşulları hesaba katılarak da ulaşılabilir. Yer değiştirme süreksizliği yönteminde, uygun konumda bir eleman (asıl elemanın eksenin diğer tarafındaki görüntüsüdür) eklenerek veri bir sınır elemanına uygun bir simetri eksenini oluşturulur.

Bu işlem Şekil 4.2 de $x = x^*$ ve $y = y^*$ doğrularının her ikisinin de simetri eksenini olduğu bir durumda gösterilmiştir. Her iki eleman için yer değiştirme süreksizliğinin normal bileşenleri eşittir, ancak kayma bileşenleri her simetri eksenini geçildiğinde işaret değiştirir.



Şekil 4.2 $x = x^*$ ve $y = y^*$ doğrularının simetri koşulları

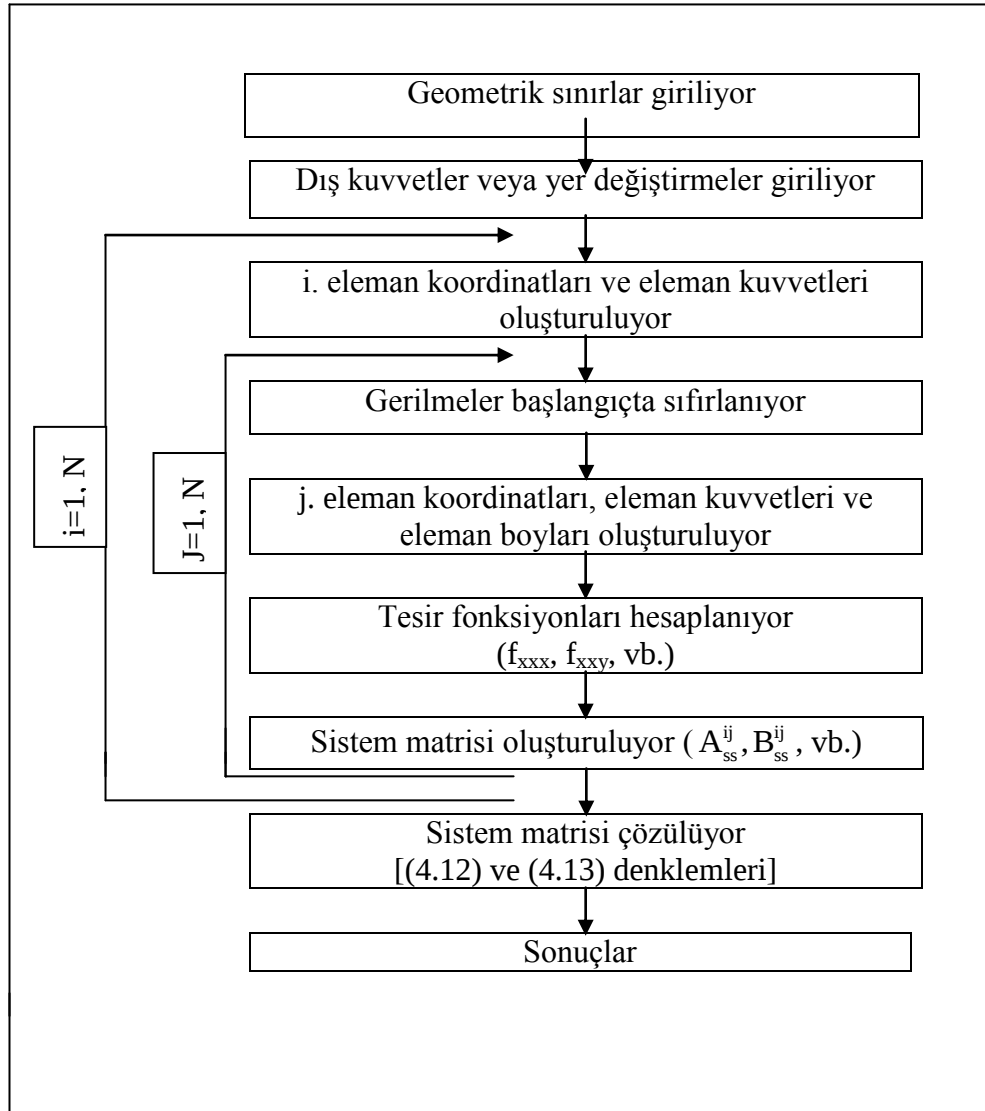
5. SAYISAL UYGULAMALAR

5.1. Bilgisayar Programı

5.1.1. Bilgisayar Programının Akış Şeması

Aşağıdaki tabloda Kimençe'nin [32] C++ diliyle yazılmış olan programı anlatılacaktır.

Tablo 5.1. Bilgisayar programının akış şeması



5.1.2. Program Girişİ İçin Teknik Terimler

5.1.2.1. Sınır Koşullarının Tanımı

Tüm sınır çevreleri uç uca eklenmiş düz doğru parçaları ile verilmiştir. Her sınır parçası (veya parçanın kısmı) NUM sınır elemanına bölünmüştür. Elemanların yerleri, başlangıcın x,y koordinatları (XBEG, YBEG), parçanın bitiş noktaları (XEND, YEND) ve NUM değeri ($NUM \geq 1$) verilerek belirlenmiştir. Böylece, bilgisayar programı sınır elemanlarını numaralandırır ve orta nokta koordinat, uzunluk ve yönelimlerini hesaplar.

Sınır elemanlarının sayısı N olarak adlandırılır. Genelde, en iyi sonuçlar sınır elemanlarının tümünün aynı uzunlukta olduğu durumlarda elde edilir.

5.1.2.2. İç Bölgede Hesaplanacak Noktaların Belirlenmesi

İç bölge noktaları ilgilenilen bölge içindeki (örneğin bir sınır üzerindeki değil) yer değiştirme ve gerilmelerin hesaplanması beklenen spesifik noktalardır. Düz bir doğru üzerindeki eşit olarak ayrılmış iç bölge noktaları, başlangıcın x,y koordinatları (XBEG, YBEG), doğrunun bitiş noktaları (XEND, YEND) ve doğru boyunca arzu edilen ara nokta sayısı (NMPB) verilerek belirlenir. Bu şekilde iç bölgede elemanları belirlemekte kullanılan düz doğru parçası sayısı NUMOS olarak adlandırılır. Bu program NUMOS değeri için herhangi bir kısıtlama getirmediğinden iç bölge noktaları sayısı isteğe bağlıdır.

5.1.2.3. Simetri

Eğer verilen bir problem için simetri koşulları mevcut ise, programın giriş veri miktarı azalabilir. KSYM, Şekil 5.1 de gösterildiği üzere, kullanılacak simetri türünü belirleyen bir parametredir.

KSYM=1, problemin simetrisi olsa bile, hiçbir simetri koşuluna bağlı kalınmayacağını;

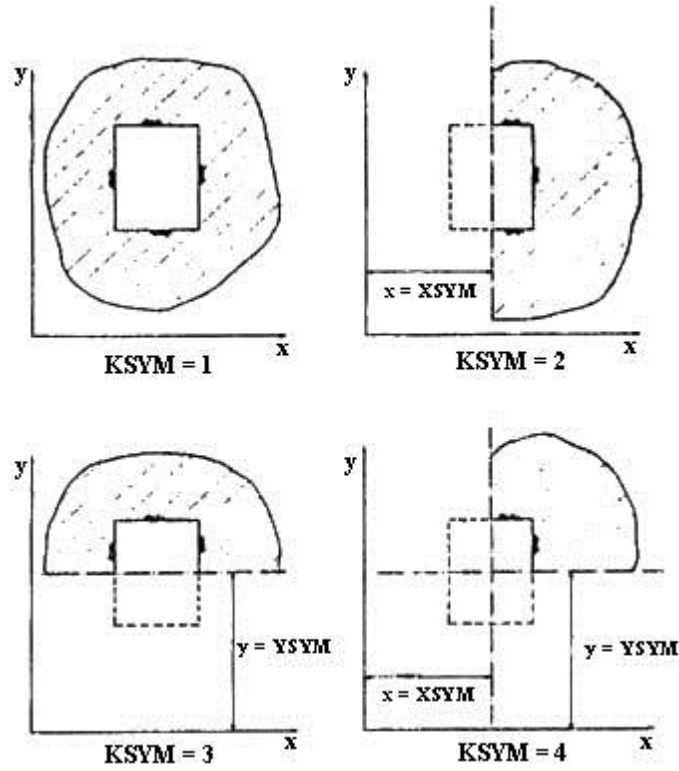
KSYM =2, y eksenine paralel bir doğrunun ($x = XSYM$) simetri doğrusu olduğunu;

KSYM =3, x eksenine paralel bir doğrunun ($y = YSYM$) simetri doğrusu olduğunu;

KSYM =4, hem $x=XSYM$ hem de $y=YSYM$ doğrularının simetri doğruları olduğunu belirtir.

Eğer problemin tek bir simetri doğrusu varsa ($KSYM=2$ veya $KSYM=3$), sınır elemanları sınır çevrelerinin $\frac{1}{2}$ 'si için belirlenmelidir; eğer problemin 2 simetri doğrusu varsa ($KSYM=4$) elemanlar sınır çevre çizgisinin $\frac{1}{4}$ 'ü için belirlenmelidir.

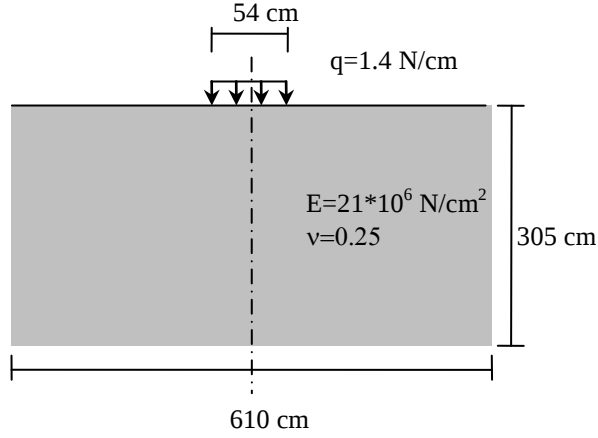
Bu program simetri içeren bir problemdeki sınır elemanlarının yerleştirilmesi konusunda 2 kısıtlama getirir: Bir sınır elemanı simetri doğrusu üzerinde yer alamaz ve bu tür bir doğruyu kesemez. Böylelikle örneğin, eğer bir elemanın bir ucu bir simetri doğrusuna değiyorsa diğer ucu değemez. Ancak, iç bölge noktaları bir simetri doğrusu boyunca seçilebilirler.



Şekil 5.1 KSYM parametresini kullanarak simetri koşullarının belirtilmesi

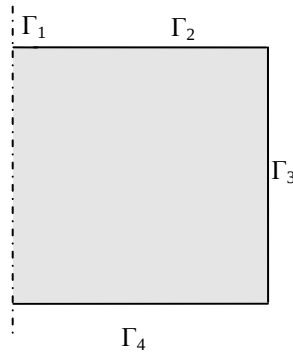
5.2. Sayısal Örnekler

5.2.1. Yayılı yükün zemin yüzeyine olan etkisi



Şekil 5.2 Zemin yüzeyindeki yayılı yük

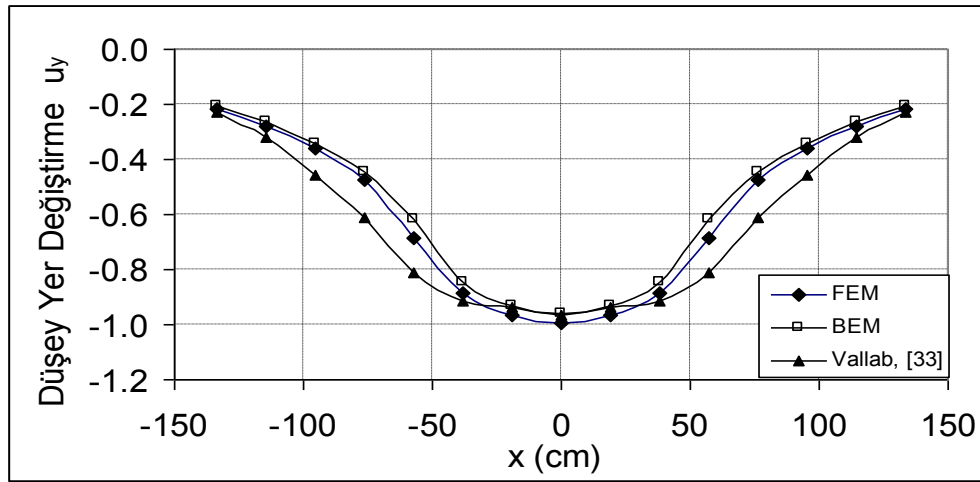
Bu örnekte 305 cm derinlikte düz rijit bir tabakaya oturan yarı sonsuz, elastik ve sürekli bir zemin üzerine etkiyen yayılı yükten dolayı zemin yüzeyinde oluşacak yer değiştirmeler ve gerilmeler incelenmiştir. Problemin detayları şekil 5.3 üzerinde mevcuttur. Zeminin elastisite modülü $E=21 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$, poisson oranı $\nu=0.25$ olarak alınmıştır. Problemin çözümünde sınır eleman yöntemine dayalı C++ dilinde yazılan program (FSM) ve sonlu eleman yöntemi ile çözüm yapan ANSYS programı kullanılmıştır. Ayrıca KSYM=2 simetri koşulundan yararlanılarak problemin 1/2'si ile çözüm yapılmıştır. Sınır eleman sayısı yükün etkidiği bölgede arttırılmış, diğer bölgelerde ise daha düşük tutulmuştur. Problemden toplam 80 sınır eleman kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar Vallabhan [33] ile karşılaştırılmış ve karşılaştırmalara ait zemin yüzeyindeki düşey yer değiştirme ve düşey gerilme grafikleri aşağıda verilmiştir.



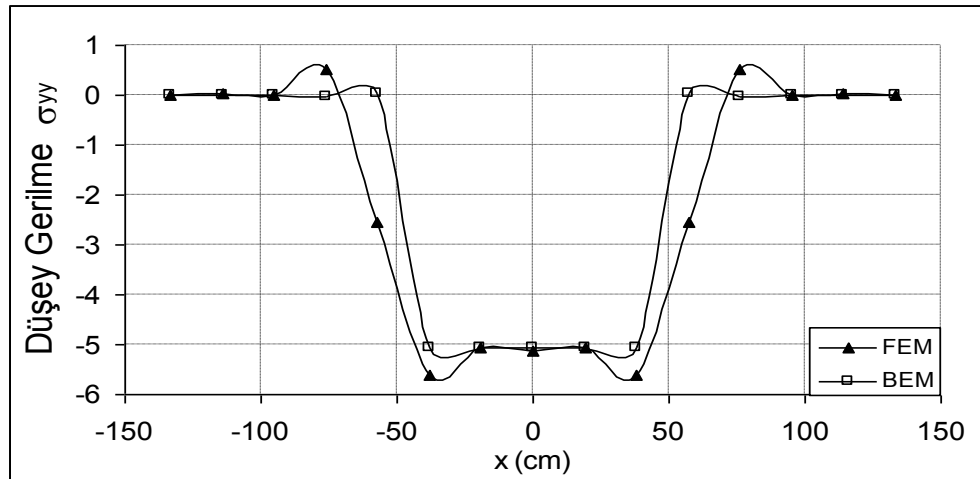
Şekil 5.3 Sınır Eleman Bölgeleri

Tablo 5.2 Sınır eleman sayısı ve sınır şartları

Sınır No.	N	Sınır Koşulları
Γ_1	20 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, \sigma_n = 2.0$
Γ_2	20 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, \sigma_n = 0.0$
Γ_3	20 eşit uzunluk	$u_s = 0.0, u_n = 0.0$
Γ_4	20 eşit uzunluk	$u_s = 0.0, u_n = 0.0$

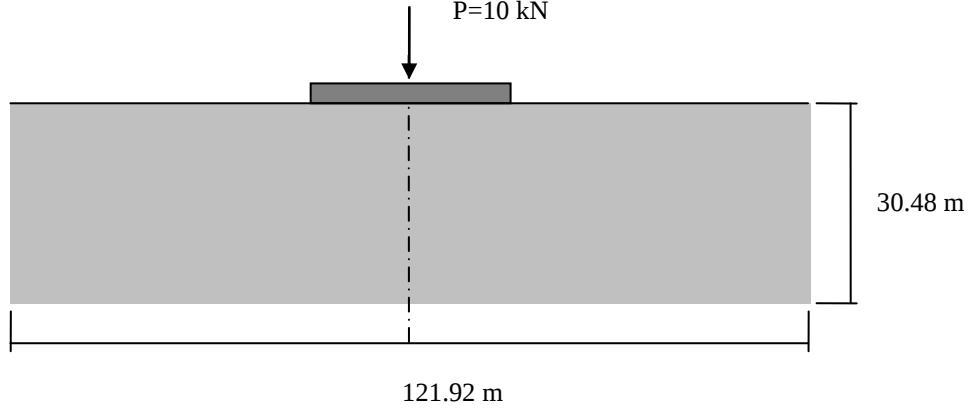


Şekil 5.4 Yayılı Yükün Zemin Yüzeyinde Oluşturduğu Düşey Yer Değiştirme



Şekil 5.5 Yayılı Yükün Zemin Yüzeyinde Oluşturduğu Düşey Gerilme

5.2.2. Kiriş ortasındaki tekil yükün zemin yüzeyine etkisi

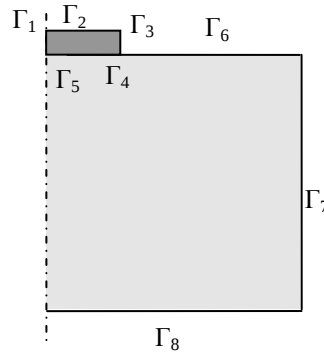


Şekil 5.6 Zemine Oturan Kirişe Etkiyen Tekil Yük

Bu örnekte sonlu bir kirişin (DDM) 30,48 metre derinlikte düz rijit bir tabakaya oturan yarı sonsuz, elastik ve sürekli bir zemin üzerinde oturduğu varsayılmaktadır. Kiriş 30.48 m uzunluğunda, kesit alanı 0.3048×3.048 m, elastisite modülü $E_b = 4.65 \times 10^6$ kN/m² ve poisson oranı $\nu = 0.20$ dir. Düşey tekil bir yükün kirişin ortasına etkidiği görülmektedir. Zeminin elastisite modülü ise E_s dir ve bu örnekte

$n = \frac{E_b}{E_s} = 1, 10, 100$ ve 1000 değerlerini almaktadır. KSYM=2 simetri koşulundan

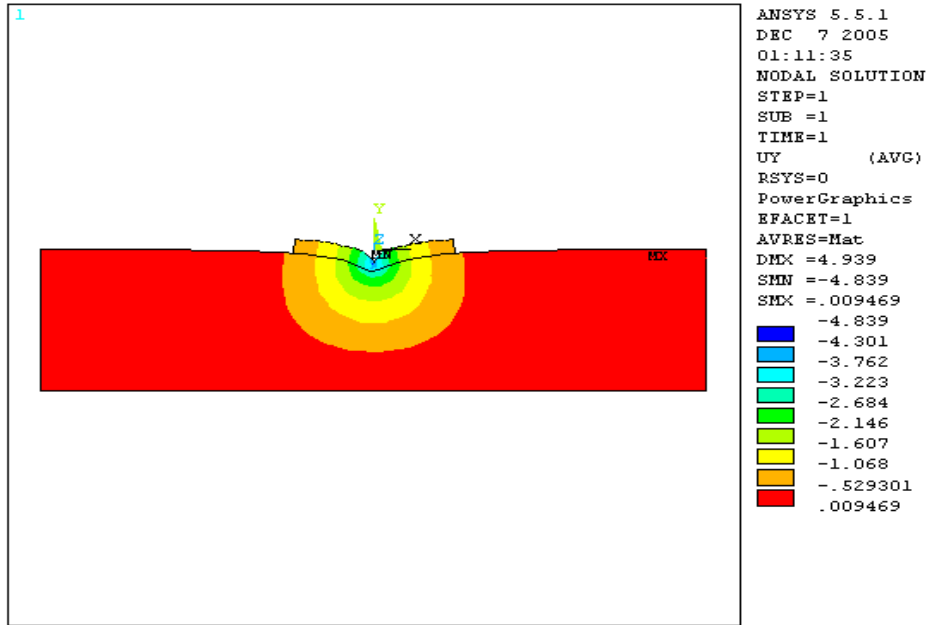
yararlanılarak problemin 1/2'si ile çözüm yapılmıştır. Toplam 140 sınır eleman kullanılmış, zemin ve kirişin etkileşim bölgesinde eleman sayısı yüksek tutulmuştur. Problemin çözümünde FSM den faydalanılmıştır. ANSYS ile yapılan çözümlerden elde edilen sonuçlar ve Vallabhan [33] deki sonuçlar karşılaştırılarak aşağıdaki yer değiştirme ve gerilme grafikleri elde edilmiştir.



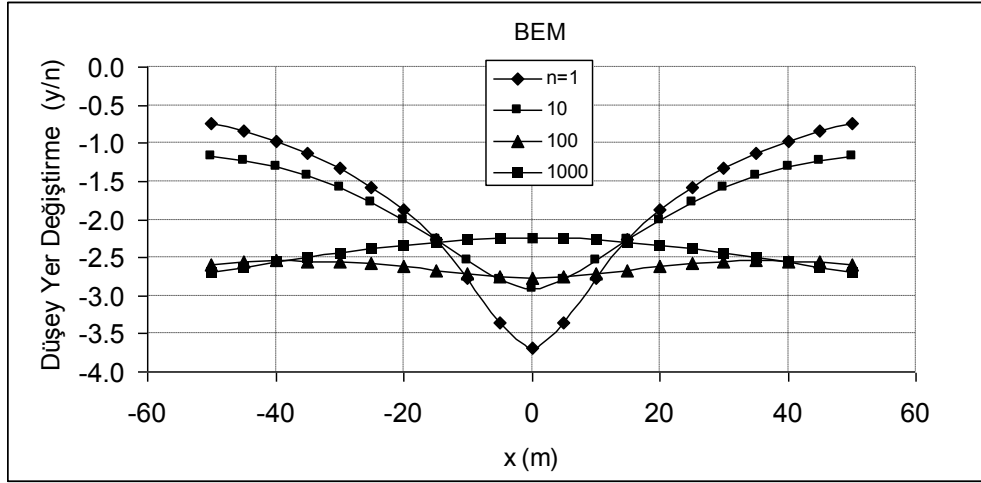
Şekil 5.7 Sınır Eleman Bölgeleri

Tablo 5.3 Sınır eleman sayısı ve sınır şartları

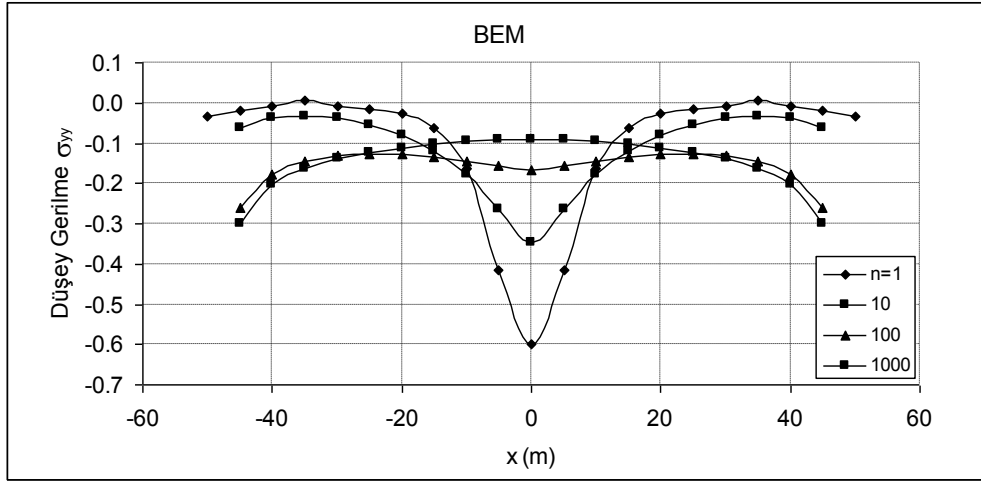
Sınır No.	N	Sınır Koşulları
Γ_1	1	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=5.0$
Γ_2	19 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=0.0$
Γ_3	10 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=0.0$
Γ_4	30 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=0.0$
Γ_5	30 eşit uzunluk	$u_s=0.0, u_n=0.0$
Γ_6	10 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=0.0$
Γ_7	20 eşit uzunluk	$u_s=0.0, u_n=0.0$
Γ_8	20 eşit uzunluk	$u_s=0.0, u_n=0.0$



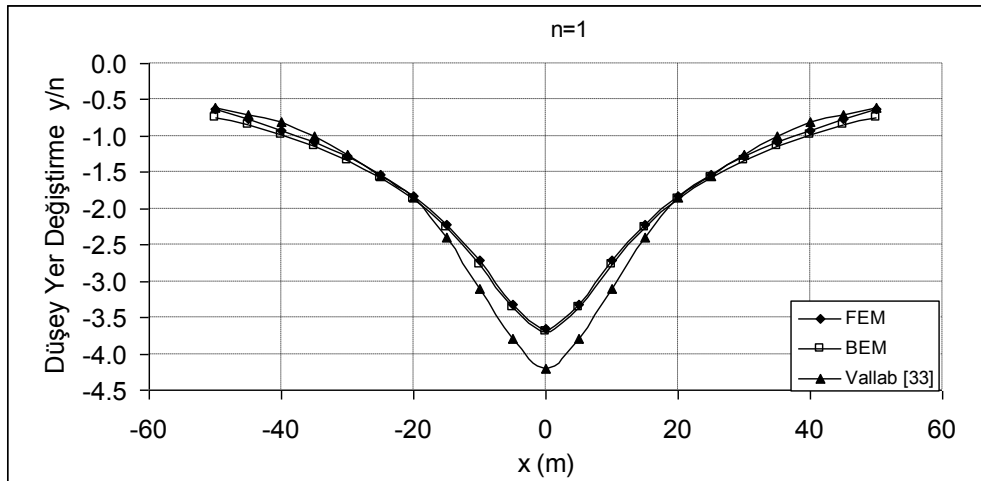
Şekil 5.8 Kiriş ortasındaki tekil yükün zeminde oluşturduğu yer değiştirmeler



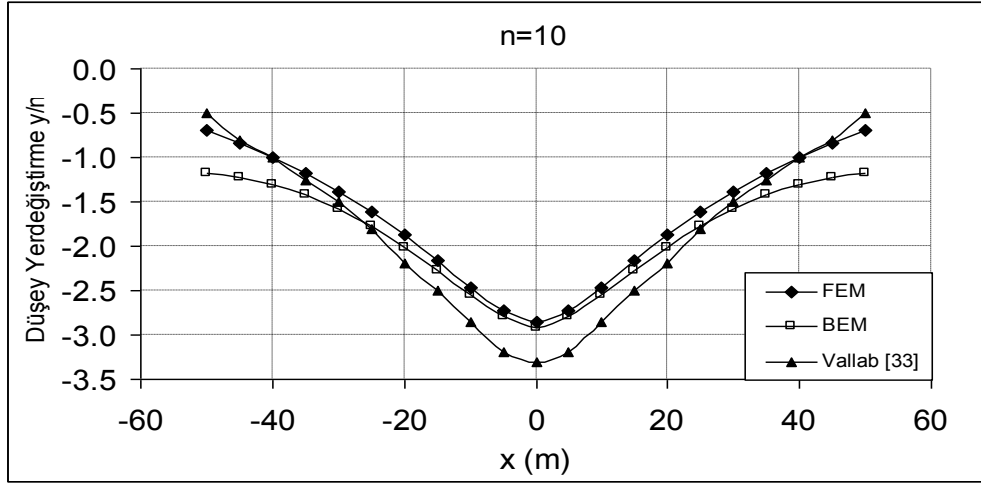
Şekil 5.9 Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme



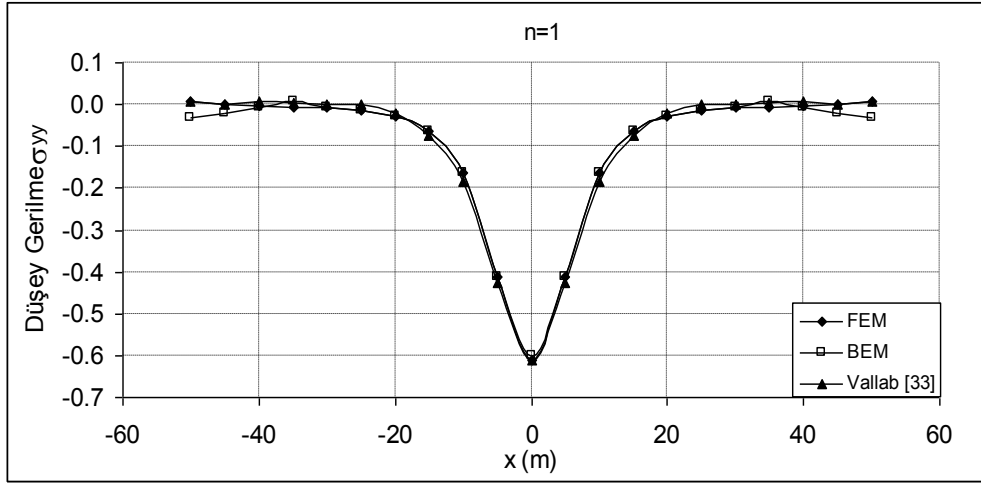
Şekil 5.10 Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilme



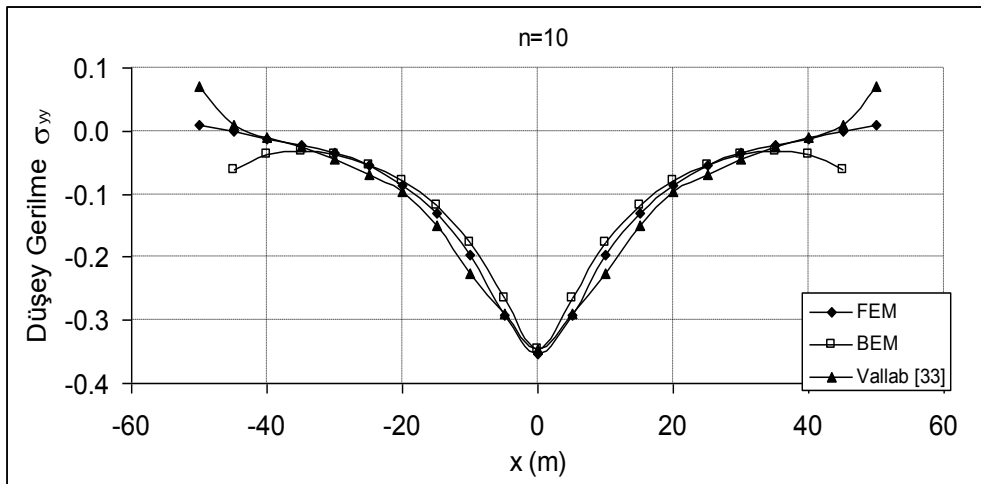
Şekil 5.11 $n=1$ için Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirmelerin Karşılaştırması



Şekil 5.12 $n=10$ için Zemin Yüzeyindeki Düsey Yer Değiştirmelerin Karşılaştırması

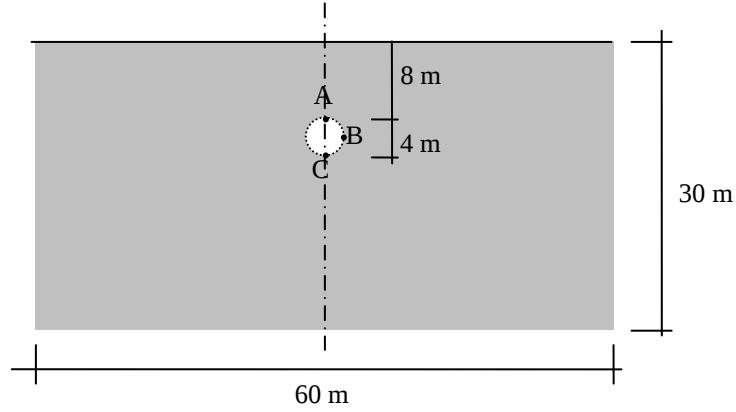


Şekil 5.13 $n=1$ için Zemin Yüzeyindeki Düsey Gerilmelerin Karşılaştırması



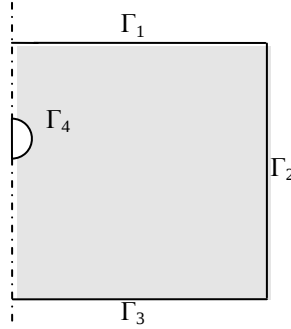
Şekil 5.14 $n=10$ için Zemin Yüzeyindeki Düsey Gerilmelerin Karşılaştırması

5.2.3. İç Basınç Etkisindeki Tünel İle Zeminin Etkileşimi



Şekil 5.15 İç Basınç Etkisindeki Tünel

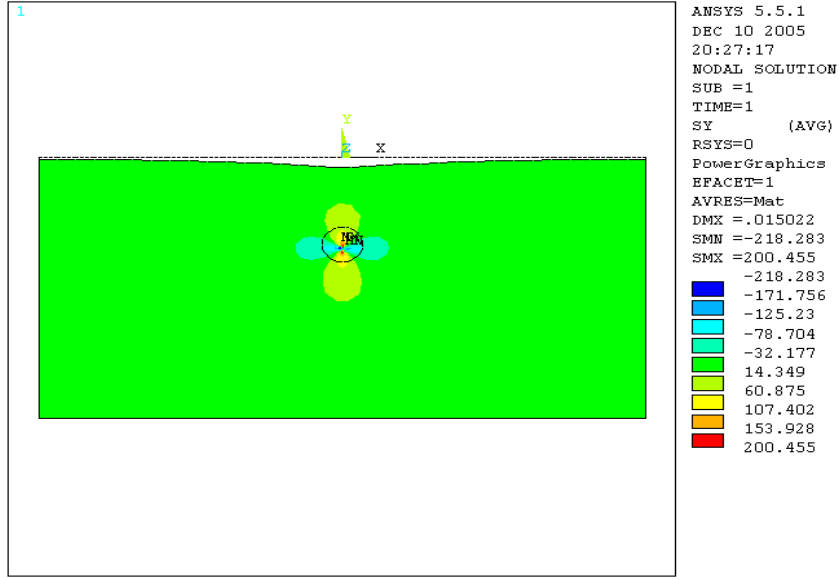
Bu örnekte killi bir zeminde aks derinliği 10 m olan 4 m çapındaki bir tünelin 200 kPa radyal basınç altındaki yer değiştirmeleri ve gerilmeleri hesaplanacaktır. Zeminin elastisite modülü $E=50$ MPa, poisson oranı $\nu=0.49$ olarak alınmıştır. Sınır eleman çözümünde (DDM) toplam eleman sayısı 90 alınmış ve tünelin bulunduğu radyal yükün etkidiği bölgede eleman sayısı arttırılmıştır. KSYM=2 simetri koşulundan yararlanılarak problemin 1/2'si ile çözüm yapılmıştır. ANSYS ile çözümden elde edilen sonuçlar Selby [34] deki sonuçlar karşılaştırılarak aşağıda zemin yüzeyindeki düşey yer değiştirme ve düşey gerilme grafikleri verilmiştir.



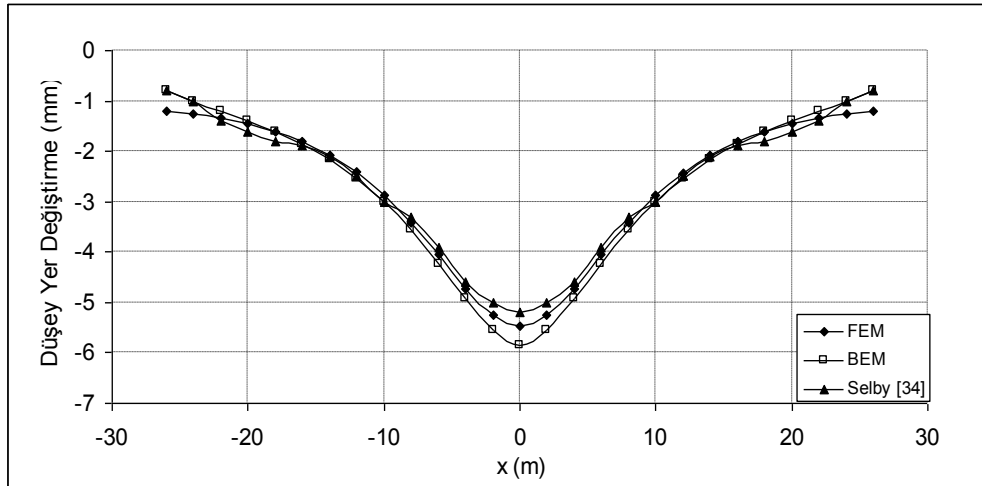
Şekil 5.16 Sınır Eleman Bölgeleri

Tablo 5.4 Sınır eleman sayısı ve sınır şartları

Sınır No.	N	Sınır Koşulları
Γ_1	30 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=0.0$
Γ_2	20 eşit uzunluk	$u_s=0.0, u_n=0.0$
Γ_3	20 eşit uzunluk	$u_s=0.0, u_n=0.0$
Γ_4	20 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=200.0$



Şekil 5.17 Radyal Basıncın Oluşturduğu Düşey Gerilme σ_y

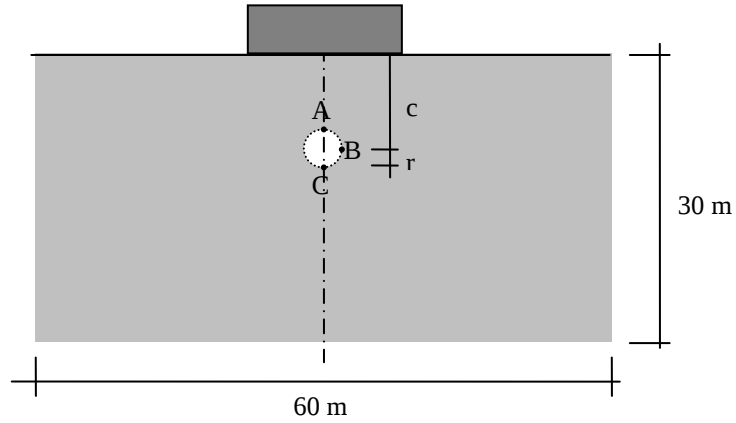


Şekil 5.18 Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme

Tablo 5.5 Tünel Yüzeyindeki Yer Değiştirme ve Gerilmeler

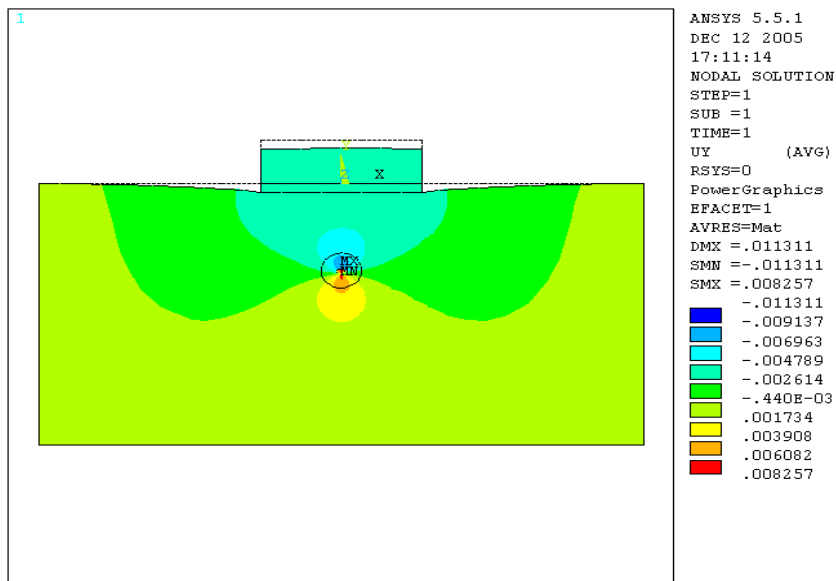
	A	B	C
u_s/r (10^{-3})	0.145	1.36	0.0786
u_n/r (10^{-3})	-7.86	-6.005	-5.0225
σ_{xx}/q (10^{-2})	11.55	99.42	11.46
σ_{yy}/q (10^{-2})	99.45	5.51	99.45

5.2.4. Zemin Yüzeyindeki Yüksek Duvar İle Tünelin Etkileşimi

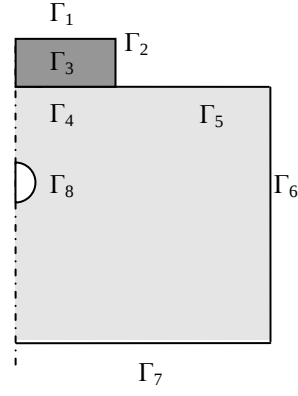


Şekil 5.19 Zemin yüzeyindeki duvar ve tünel etkileşimi

Bu örnekte killi zeminde açılan $2r=4$ m çapında, $c=10$ m aks derinliğindeki tünelin zemin yüzeyindeki 5 m yüksekliğinde ve 16 m genişliğindeki duvar ile olan etkileşimi incelenecektir. Zeminin elastisite modülü 50 MPa, poisson oranı $\nu=0.49$, duvarın elastisite modülü $10 \cdot 10^6$ kPa, poisson oranı ise $\nu=0.2$ dır. Tünel 200 kPa radyal basınç altındadır. Sınır eleman çözümünde (DDM) toplam eleman sayısı 131 alınmış ve tünelin bulunduğu radyal yükün etkidiği bölgede ve duvar ile zeminin etkileştiği bölgede eleman sayısı arttırılmıştır. KSYM=2 simetri koşulundan yararlanılarak problemin 1/2'si ile çözüm yapılmıştır. ANSYS ile çözümden elde edilen sonuçlar Selby [34] deki sonuçlar karşılaştırılarak aşağıda zemin yüzeyindeki yer değiştirme grafiği verilmiştir. $2r=4$ m ve $c=10$ m için A, B ve C noktalarındaki yer değiştirme ve gerilme değerleri de Tablo 5.7'de verilmiştir.



Şekil 5.20 İç Basıncın Zeminde Oluşturduğu Düşey Yer Değiştirmeler



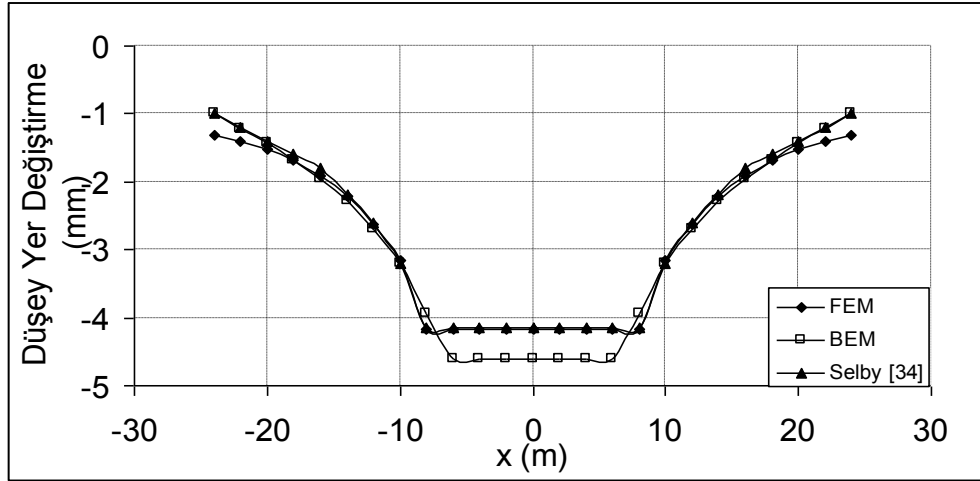
Şekil 5.21 Sınır Eleman Bölgeleri

Tablo 5.6 Sınır eleman sayısı ve sınır şartları

Sınır No.	N	Sınır Koşulları
Γ_1	8 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=0.0$
Γ_2	5 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=0.0$
Γ_3	8 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=0.0$
Γ_4	8 eşit uzunluk	$u_s=0.0, u_n=0.0$
Γ_5	22 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=0.0$
Γ_6	30 eşit uzunluk	$u_s=0.0, u_n=0.0$
Γ_7	30 eşit uzunluk	$u_s=0.0, u_n=0.0$
Γ_8	20 eşit uzunluk	$\sigma_s=0.0, \sigma_n=200.0$

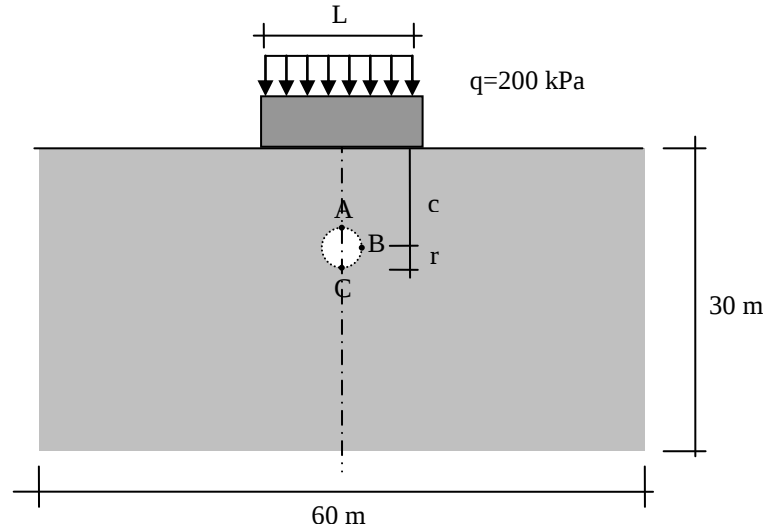
Tablo 5.7 Tünel Yüzeyindeki Yer Değiştirme ve Gerilmeler

	A	B	C
$U_s/r (10^{-3})$	0.0784	0.995	0.069
$u_n/r (10^{-3})$	-7.14	-6.02	-5.20
$\sigma_{xx}/q (10^{-2})$	9.86	99.44	10.65
$\sigma_{yy}/q (10^{-2})$	99.44	9.1	99.45



Şekil 5.22 Zemin Yüzeyindeki Düsey Yer Değiştirme

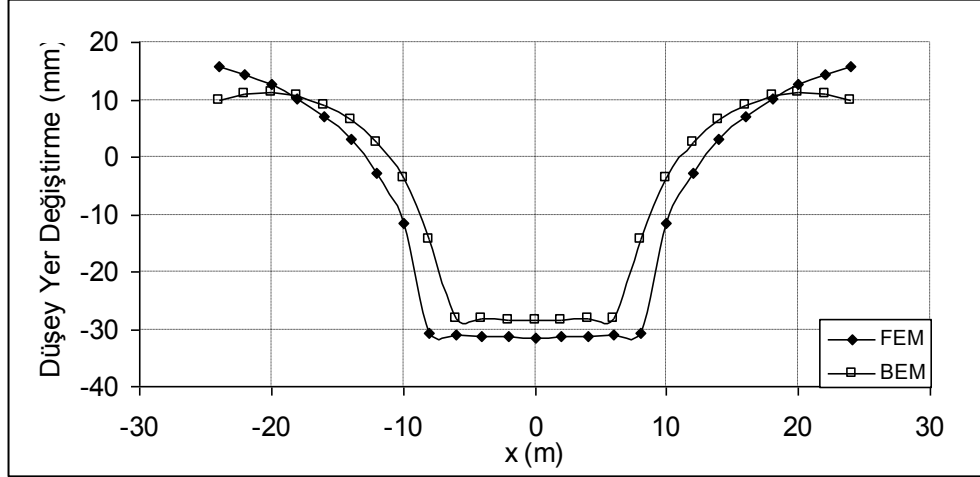
5.2.5. Düsey Yayılı Yük Etkiyen Yapı İle Tünelin Etkileşimi



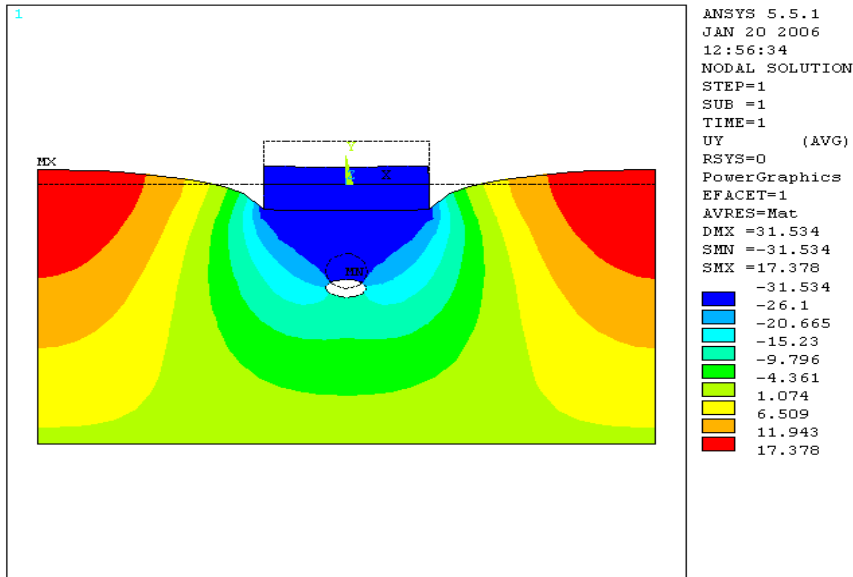
Şekil 5.23 Düsey Yayılı Yük Etkiyen Yapı İle Tünelin Etkileşimi

Bu örnekte killi zeminde açılan $2r=4$ m çapında, $c=10$ m aks derinliğindeki tünelin zemin yüzeyindeki 5 m yüksekliğinde ve 16 m genişliğindeki yapı ile olan etkileşimi incelenecektir. Zeminin elastisite modülü 50 MPa, poisson oranı $\nu=0.49$, yapı elastisite modülü $10 \cdot 10^6$ kPa, poisson oranı ise $\nu=0.2$ dır. Yapı üzerinde düşey 200 kPa bir yayılı yük bulunmaktadır. Sınır eleman çözümünde (DDM) toplam eleman sayısı 131 alınmış, tünelin bulunduğu, yükün etkidiği bölgede ve yapı ile zeminin etkileştiği bölgede eleman sayısı arttırılmıştır. KSYM=2 simetri koşulundan yararlanılarak problemin 1/2'si ile çözüm yapılmıştır. Sınır eleman modeli ve sınır eleman sayısı 5.2.4 örneği ile aynıdır, sadece yükün yeri değişmektedir. ANSYS ile çözümden elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak aşağıda yer değiştirme ve gerilme

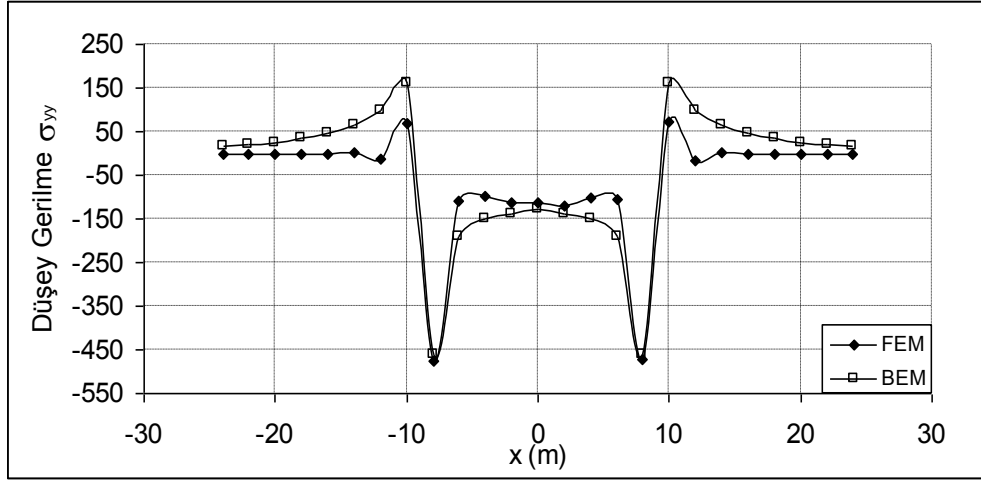
grafikleri verilmiştir. Ayrıca aynı yükleme altında $r=4$ m alınarak c/r 'nin değişen değerleri için ($L=16$ m sabit) ve aynı şekilde $c=10$ m alınarak bu seferde L/r nin değişen değerleri için ($L=16$ m sabit) problem BEM ile çözülmüş yer değiştirmeler ve gerilmelere ait grafikler aşağıda verilmiştir. $2r=4$ m ve $c=10$ m için A, B ve C noktalarındaki yer değiştirmeler ve gerilmeler de Tablo 5.8'de verilmiştir.



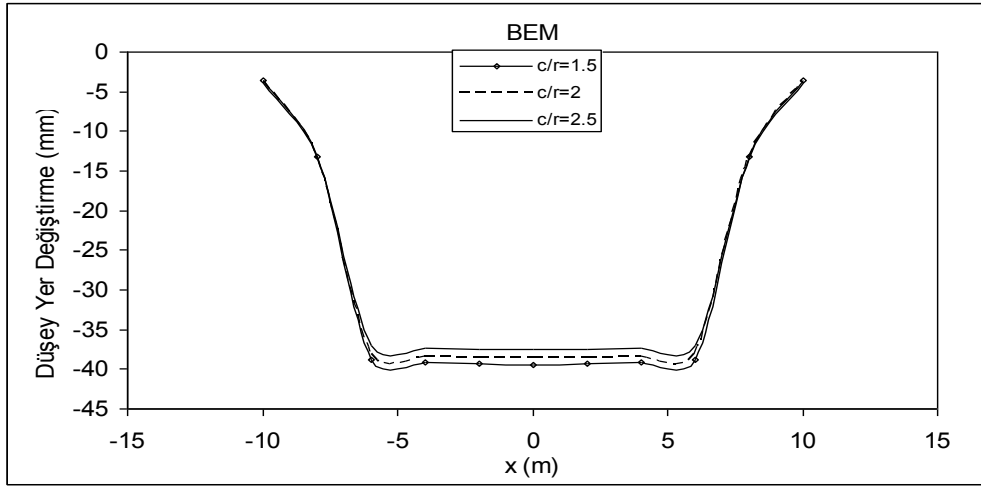
Şekil 5.24 Yayıllı Yüken Zemin Yüzeyinde Oluşturduğu Düşey Yer Değiştirme



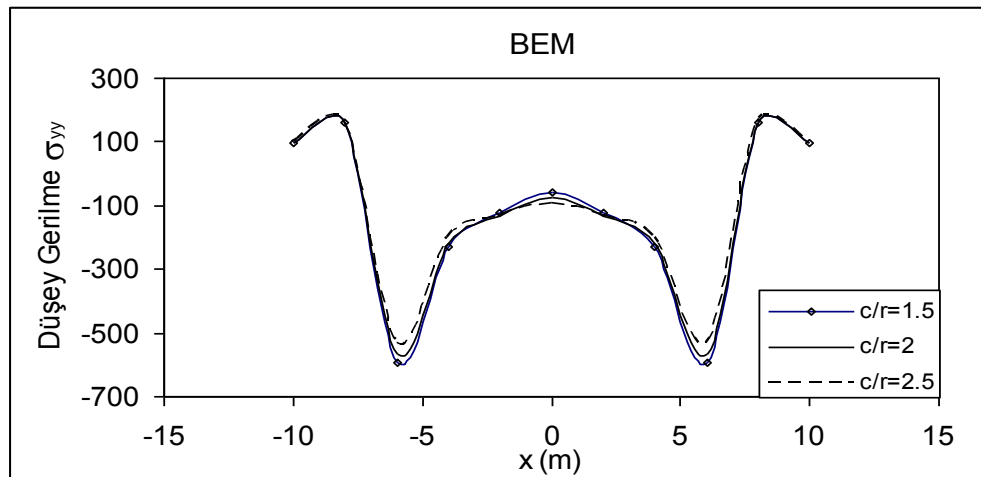
Şekil 5.25 Düşey Yayıllı Yükten Dolayı Zeminde Oluşan Düşey Yer Değiştirmeler



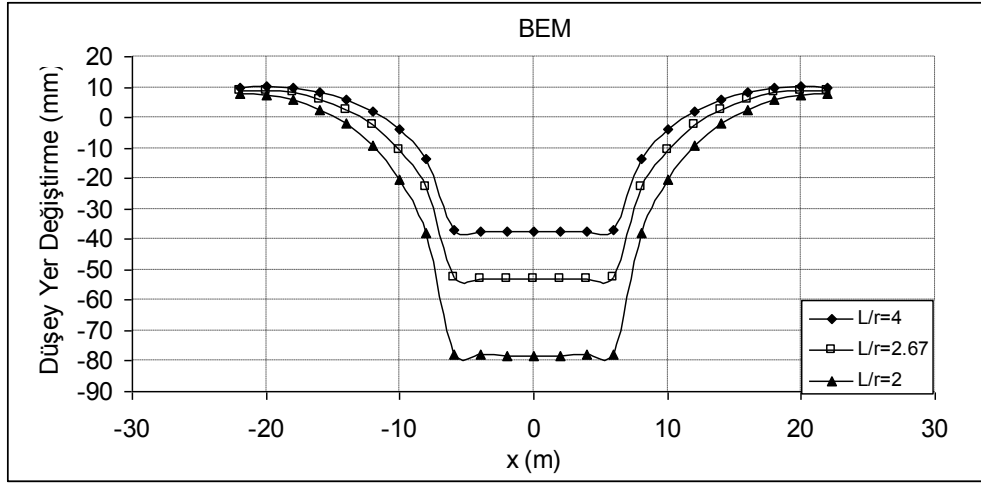
Şekil 5.26 Yayılı Yükün Zemin Yüzeyinde Oluşturduğu Düşey Gerilme



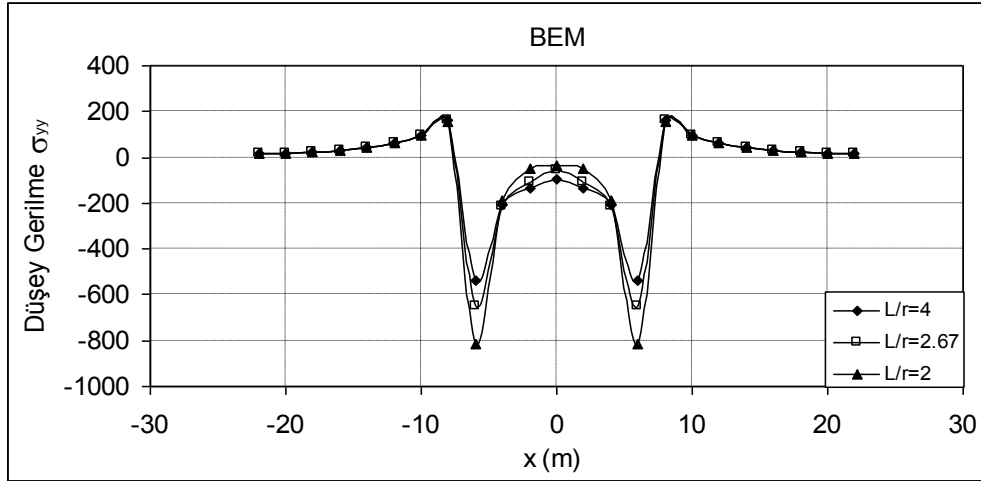
Şekil 5.27 c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme



Şekil 5.28 c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilme



Şekil 5.29 L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme

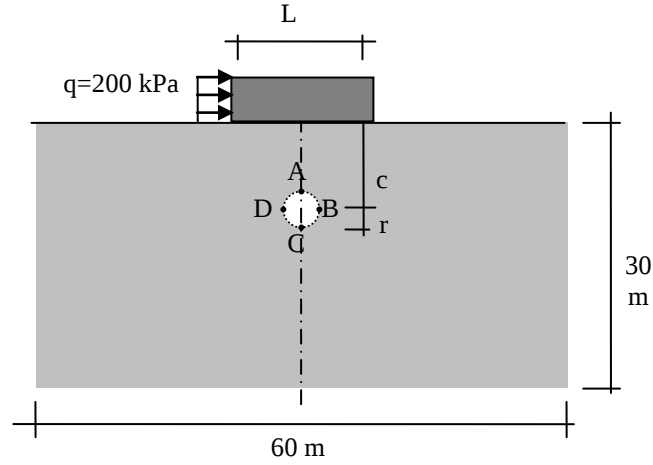


Şekil 5.30 L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilme

Tablo 5.8 Tünel Yüzeyindeki Yer Değiştirme ve Gerilmeler

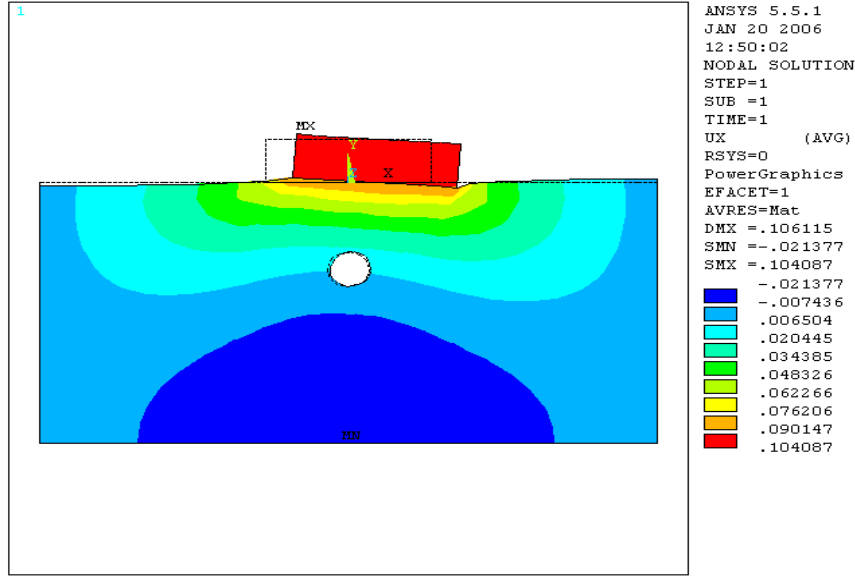
	A	B	C
U_s/r (10^{-3})	1.08	8.23	0.267
u_n/r (10^{-3})	-14.03	-0.61	2.98
σ_{xx}/q (10^{-2})	-6.25	-0.5	-8.029
σ_{yy}/q (10^{-2})	-0.0387	-79.56	-0.0498

5.2.6. Yatay Yayılı Yük Etkiyen Yapı İle Tünelin Etkileşimi

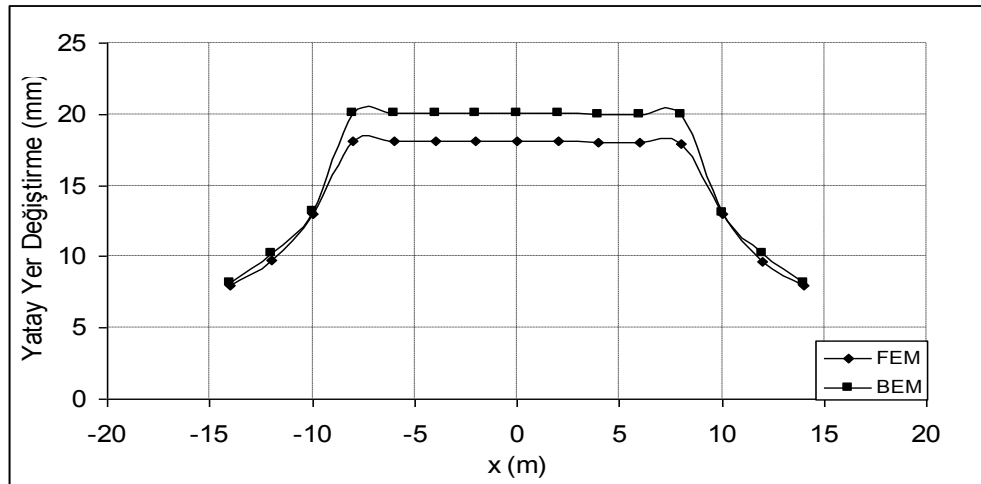


Şekil 5.31 Yatay Yayılı Yük Etkiyen Yapı İle Tünelin Etkileşimi

Bu örnekte killi zeminde açılan $2r=4$ m çapında, $c=10$ m aks derinliğindeki tünelin zemin yüzeyindeki 5 m yüksekliğinde ve 16 m genişliğindeki yapı ile olan etkileşimi incelenecektir. Zeminin elastisite modülü 50 MPa, poisson oranı $\nu=0.49$, yapı elastisite modülü $10 \cdot 10^6$ kPa, poisson oranı ise $\nu=0.2$ dir. Yapıya bir yüzünden yatay 200 kPa bir yayılı yük etkimektedir. Sınır eleman çözümünde (DDM) toplam eleman sayısı 158 alınmış, tünelin bulunduğu, yükün etkidiği ve yapı ile zeminin etkileştiği bölgelerde eleman sayısı artırılmıştır. KSYM=1 simetri koşulu uygulanarak problemin bütünü için çözüm yapılmıştır. ANSYS ile çözümden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılarak aşağıda yer değiştirme ve gerilme grafikleri verilmiştir. Ayrıca aynı yükleme altında $r=4$ m alınarak c/r nin değişen değerleri için ($L=16$ m sabit) ve aynı şekilde $c=10$ m alınarak bu seferde L/r nin değişen değerleri için ($L=16$ m sabit) problem BEM ile çözülmüş yer değiştirmeler ve gerilmelere ait grafikler aşağıda verilmiştir. $2r=4$ m ve $c=10$ m için A, B ve C noktalarına ait yer değiştirme ve gerilme değerleri de Tablo 5.9’da verilmiştir.



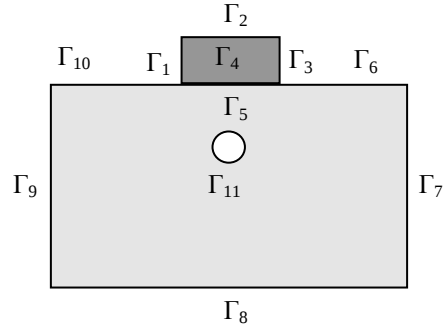
Şekil 5.32 Yatay Yayılı Yükten Dolayı Zeminde Oluşan Yatay Yer Değişimleri



Şekil 5.33 Yatay Yükten Dolayı Zemin Yüzeyinde Oluşan Yatay Yer Değişirme

Tablo 5.9 Tünel Yüzeyindeki Yer Değişirme ve Gerilmeler

	A	B	C	D
$U_s/r (10^{-3})$	2.44	0.1437	-0.44	0.123
$u_n/r (10^{-3})$	-0.015	1.33	0.20	-1.33
$\sigma_{xx}/q (10^{-2})$	-4.04	0.00	3.63	0.00
$\sigma_{yy}/q (10^{-2})$	-0.43	-0.33	0.38	0.225

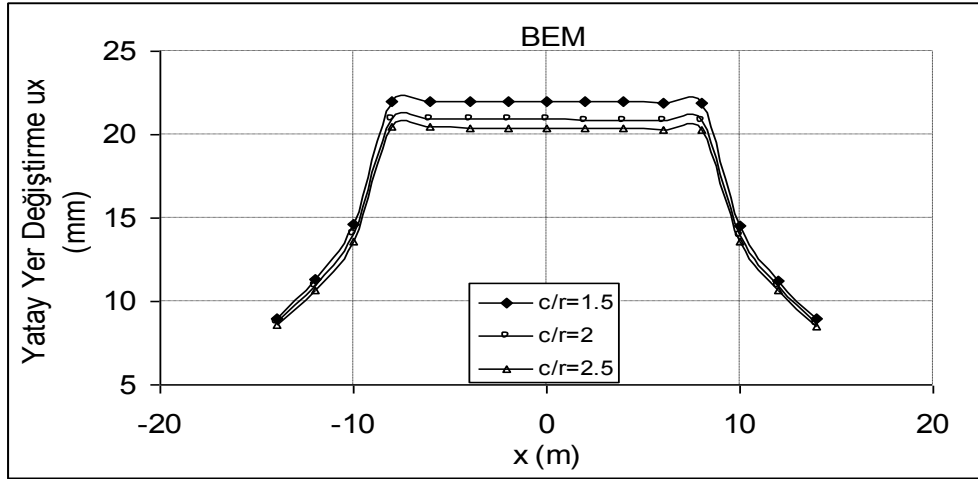


Şekil 5.34 Sınır Eleman Bölgeleri

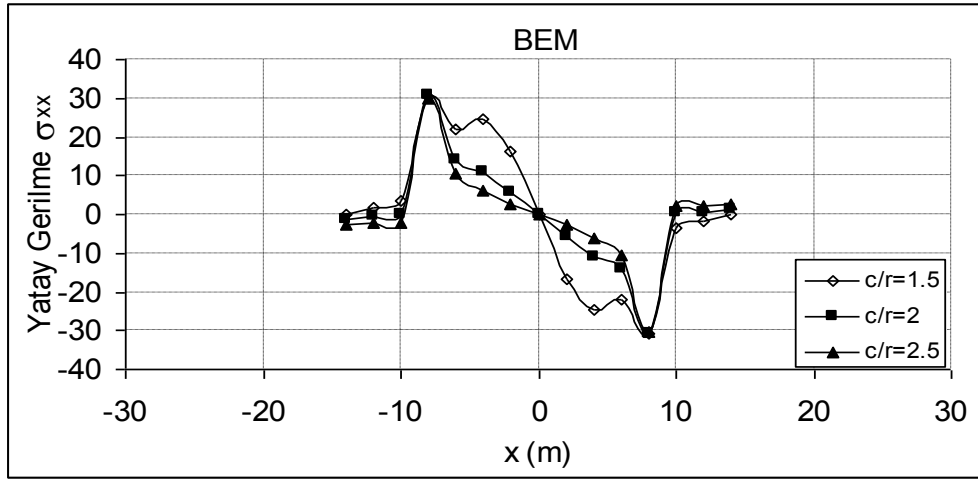
Tablo 5.10 Sınır Eleman Sayısı ve Sınır Şartları

Sınır No.	N	Sınır Koşulları
Γ_1	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, \sigma_n = 200.0$
Γ_2	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, \sigma_n = 0.0$
Γ_3	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, \sigma_n = 0.0$
Γ_4	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, \sigma_n = 0.0$
Γ_5	8 eşit uzunluk	$u_s = 0.0, u_n = 0.0$

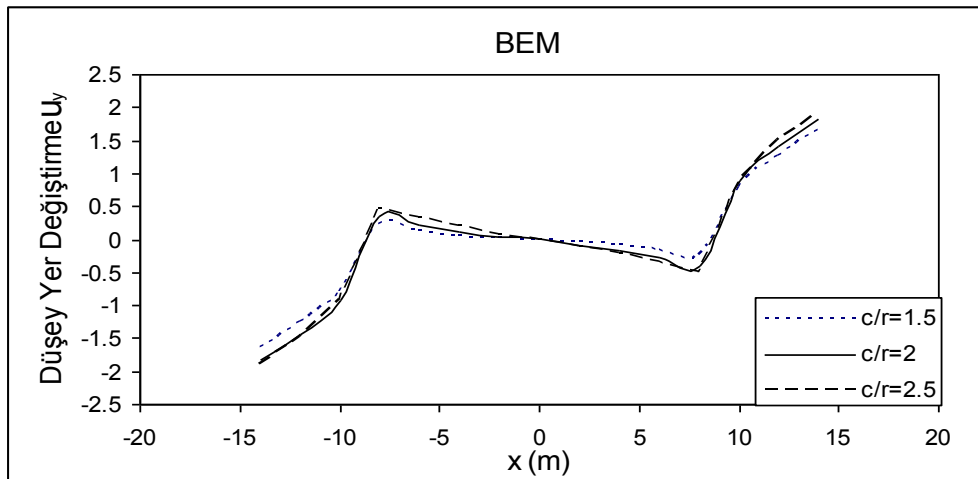
Sınır No.	N	Sınır Koşulları
Γ_6	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, \sigma_n = 0.0$
Γ_7	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, u_n = 0.0$
Γ_8	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, u_n = 0.0$
Γ_9	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, u_n = 0.0$
Γ_{10}	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, \sigma_n = 0.0$
Γ_{11}	8 eşit uzunluk	$\sigma_s = 0.0, \sigma_n = 0.0$



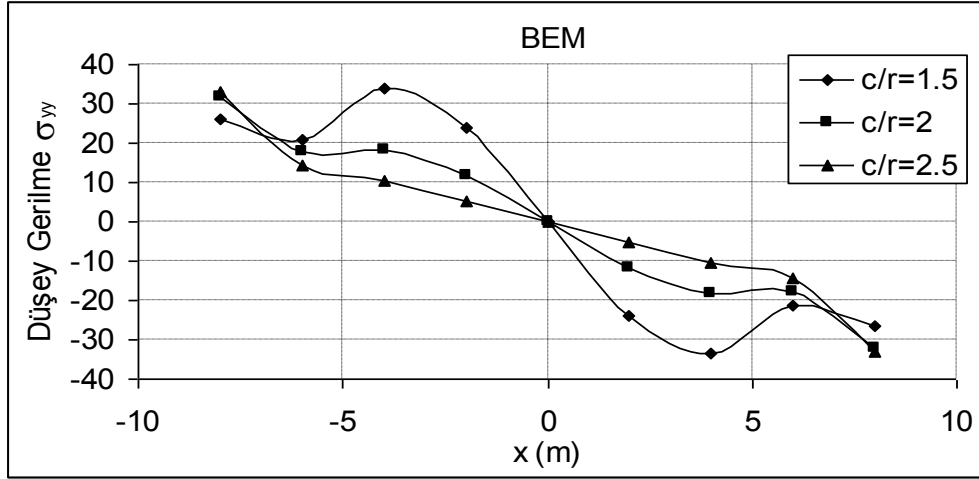
Şekil 5.35 c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyinde Yatay Yer Değiştirme



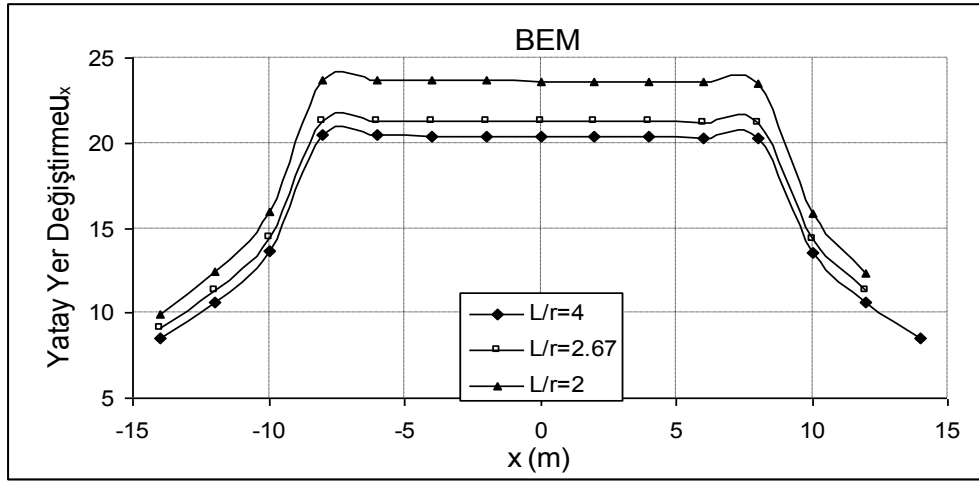
Şekil 5.36 c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyinde Yatay Gerilme



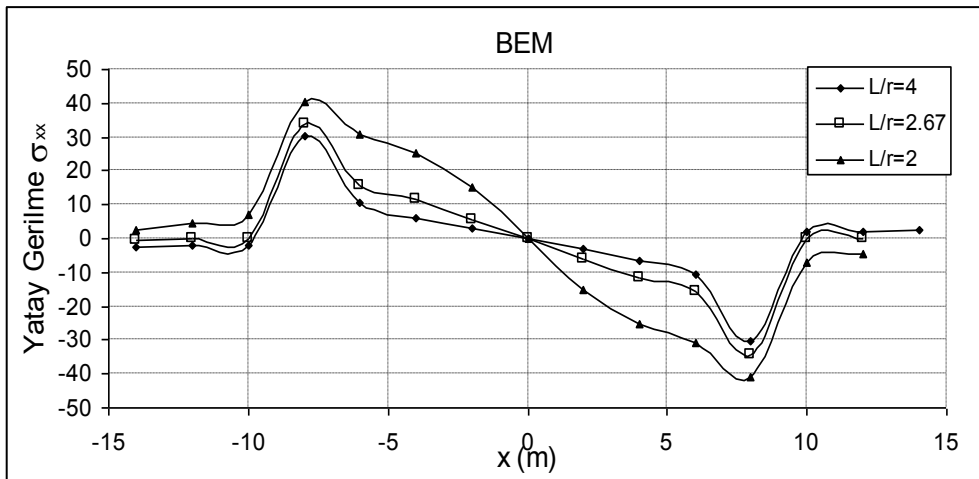
Şekil 5.37 c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyinde Düşey Yer Değiştirme



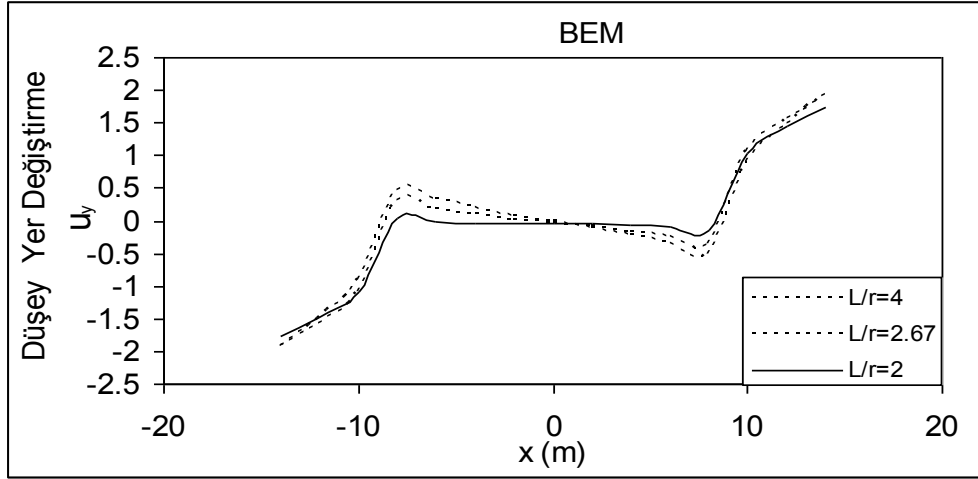
Şekil 5.38 c/r Oranına Göre Zemin Yüzeyinde Düşey Gerilme



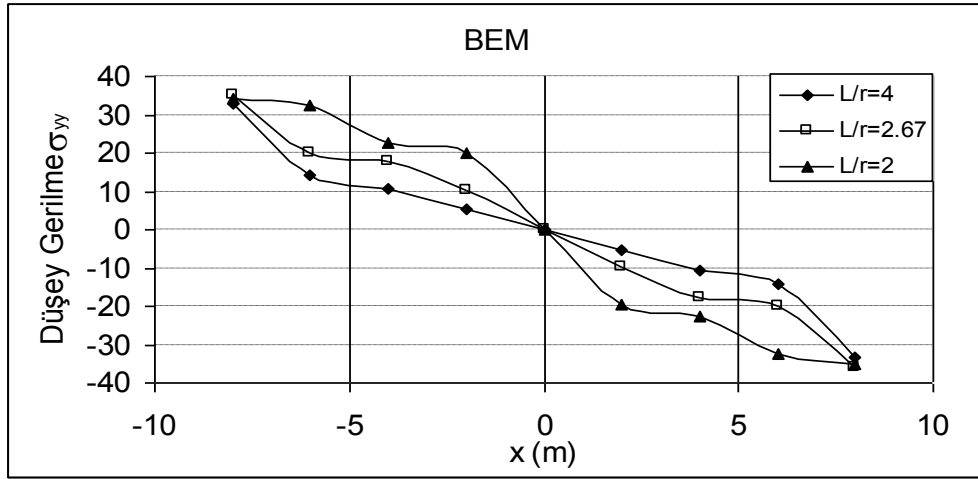
Şekil 5.39 L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Yatay Yer Değiştirme



Şekil 5.40 L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Yatay Gerilme



Şekil 5.41 L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Yer Değiştirme



Şekil 5.42 L/r Oranına Göre Zemin Yüzeyindeki Düşey Gerilme

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada fiktif gerilme yöntemi (FSM) ve yer değiştirme süreksizliği yöntemleri (DDM) kullanılarak iki boyutlu düzlem şekil değiştirme problemleri incelenmiştir. Her iki yöntemde de sabit elemanlar kullanılarak, Kelvin temel çözümünün integrasyonu ile sınır eleman denklemleri oluşturulmuştur.

Bölüm 5.2.1’de zemin yüzeyindeki yayılı yükün zeminde oluşturduğu etki problemi fiktif gerilme yöntemi (FSM) kullanılarak çözülmüştür. DDM ve FSM çözümlerin sonuçlarının çok yakın oldukları görülmüştür. Bu örnekteki sayısal değerler Vallabhan [33] den alınmış olup sonuçlar ANSYS programından elde edilen sonuçlar ve Vallabhan [33] daki sonuçlarla karşılaştırmalı olarak şekil 5.4 ve 5.5 de grafik olarak verilmiştir. Sonuçların yeter yakınlıkta oldukları gözlenmiştir. Yer değiştirmenin yayılı yükün ortasında en büyük değere ulaştığı ve düşey gerilmenin de yayılı yükün sonlandığı noktada hızlı olarak düştüğü ve işaret değiştirdiği görülmüştür.

Bölüm 5.2.2’de ortasında tekil yük bulunan kiriş ile zeminin etkileşimi problemi FSM kullanılarak çözüldüğünde DDM ye göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Bu örnekteki sayısal değerler Vallabhan [33] den alınarak çözülmüştür. Zemin ve kirişin elastisite modüllerinin belli oranlarda değiştiği düşünülerek elde edilen sonuçlar şekil 5.9 ve 5.10’de grafik olarak verilmiştir. ANSYS den elde edilen sonuçlar ve Vallabhan [33] dan alınan sonuçlar ile karşılaştırılarak şekil 5.11-12’de düşey yer değiştirmeler ve şekil 5.13-14’de düşey gerilmeler σ_{yy} grafik olarak verilmiştir. Sonuçların oldukça yakın çıktıkları görülmüştür.

Bölüm 5.2.3’de radyal iç basınç etkisindeki tünel ile zeminin etkileşimi problemi DDM kullanılarak yapılan çözümün FSM’ ye göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Örnekteki sayısal değerler Selby [34]’den alınmıştır. Basıncın etkilediği tünel yüzeyinin daha küçük sınır elemanlara bölünmesinin sonuçları etkilediği, ANSYS ve Selby [34] dan alınan sonuçlara daha çok yaklaştıkları görülmüştür. Yer değiştirmeler karşılaştırılarak şekil 5.18’de verilmiştir.

Bölüm 5.2.4’de radyal iç basınç etkisindeki tünelin zemin yüzeyinde bulunan yüksek duvar ile olan etkileşim problemi DDM kullanılarak çözülmüştür. Bu örnekteki sayısal değerler Selby [34]’den alınmış olup zemin yüzeyindeki yer değiştirmelerin duvar boyunca çok az değiştiği duvar sonlandıktan sonra ise yer değiştirmelerin hızlı bir şekilde azalarak değiştikleri görülmüştür. ANSYS ve Selby [34]’den alınan sonuçlar ile karşılaştırıldıklarında ise düşey yer değiştirmelerin yeter yakınlıkta oldukları görülmüştür. Yer değiştirmelere ait karşılaştırmalı sonuçlar şekil 5.22 de verilmiştir. Tablo 5.5-7’ de görüldüğü gibi zemin yüzeyinde bir yapının bulunması radyal iç basınç etkisindeki tünelin yüzeyinde oluşan yer değiştirme ve gerilmeleri çok etkilememektedir; sonuçlar oldukça yakındır.

Bölüm 5.2.5’de üzerinde düşey yayılı yük bulunan yapı ile tünelin etkileşimi problemi DDM kullanılarak çözülmüştür. Yer değiştirmelerin yapı boyunca çok az değişerek yapının sonlanması ile hızlı bir şekilde azaldığı, gerilmelerin ise yapı boyunca küçük kaldığı, asıl büyük gerilmenin yapının zeminden ayrıldığı noktada meydana geldiği görülmüştür. ANSYS den alınan sonuçlar ile karşılaştırılarak şekil 5.24-26 da yer değiştirmeler ve düşey gerilmeler grafik olarak verilmiştir. Şekil 5.27-30 da ise sadece BEM ile yapılan çözümlere ait sonuçlar verilmiştir. Tablo 5.8’den de görüldüğü gibi zemin yüzeyindeki ve tünelin A noktasındaki yer değiştirmeler oldukça yakındır.

Bölüm 5.2.6’da bir yüzünde yatay yayılı yük bulunan yapı ile tünelin etkileşimi problemi DDM kullanılarak çözülmüştür. Yer değiştirmelerin yapı boyunca çok az değişerek yapının sonlanması ile hızlı bir şekilde azaldığı, gerilmelerin ise yapı boyunca küçük kaldığı, asıl büyük gerilmenin yapının zeminden ayrıldığı noktada meydana geldiği görülmüştür. ANSYS den alınan sonuçlar ile karşılaştırılarak şekil 5.33 de yer değiştirme grafiği olarak verilmiştir. Şekil 5.35-42 de ise sadece BEM ile yapılan çözümlere ait sonuçlar verilmiştir. Örnek 5.2.5 ve 5.2.6 nın sonuçlarından da görüldüğü gibi sabit aks mesafesindeki bir tünelin çapının büyümesinin, sabit çaptaki tünelin yüzeye yaklaşmasına göre daha etkili olduğu görülmüştür.

Sonuç olarak bu çalışmada, izotrop ortamda FSM ve DDM ile çeşitli yüklemeler altındaki tünel üst yapı arasındaki etkileşimi anlatabilecek tek veya çift malzemeli boşluk örnekleri incelenerek yöntemin etkinliği gösterilmeye çalışılmıştır.

KAYNAKLAR

A) Kitap ve Kitap Bölümleri için gösterim

- [1] **Crouch, S.L. and Starfield, A.M.**, 1983. Boundary Element Methods in Solid Mechanics, London.
- [2] **Banerjee, P.K. and Butterfield, R.**, 1981. Boundary Element Methods in Engineering Science, UK.
- [3] **Brebbia, C.A.**, 1978. The Boundary Element Method For Engineers, London.
- [4] **Beer, G. and Watson, J.O.**, 1992. Introduction to Finite and Boundary Element Methods for Engineering, New York.
- [5] **Brebbia, C.A.**, 1984. Topics in Boundary Element Research, New York.
- [6] **Brebbia, C.A., Telles, J.C.F. and Wrobel, L.C.**, 1984. Boundary Element Techniques, New York.

B) Süreli Dergilerdeki Makaleler için gösterim

- [7] **Lou, Z.W. and Zhang, M.**, 1992. Elastoplastic Boundary Element Analysis with Hetenyi's Fundamental Solution, Engineering Analysis with Boundary Elements, **10**, 231-339.
- [8] **Rencis, J. J. and Huang, Q.**, 1992. Boundary Element Formulation for Generalized Plane Strain, Engineering Analysis with Boundary Elements, **9**, 263-271.
- [9] **Brebbia, C.A. and Butterfield, R.**, 1978. Formal Equivalence of Direct and Indirect Boundary Element Methods, Applied Mathematical Modelling, **2**, 132-134.
- [10] **Crouch, S.L. and Selcuk, S.**, 1992. Two-Dimensional Direct Boundary Integral Method for Multilayered Elastic Media, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., **29**, No.5, 491-500.
- [11] **Takhteyev, V. and Brebbia, C.A.**, 1990. Analytical Integrations in Boundary Elements (Technical Note), Engn. Analysis with Boundary Elements, **7**, No.2.
- [12] **Huang, Q. and Cruse, T.A.**, On The Non- Singular Traction-BIE in Elasticity, Int. J. For Num. Methods in Engineering, Vol. 37, pp. 2041-2072, (1994).

- [13] **Xiaoyan, L., Xiuixi, W. and Maokuang, H,** A New Boundary Integral Formulation With No Singularity, ACTA Mechanica Sinica, Vol.6, No. 4, (1990)
- [14] **Crouch, S.L.,** Analysis of Stresses and Displacements Around Underground Excavations, University of Minnesota Geomechanics Report, (1976)
- [15] **Austin, M.W., Bray, J.W. and Crawford, A.M.,** A Comparison of Two Indirect Boundary Element Formulations Incorporating Planes of Weaknes (Technical Note), Int. J. Rock Mech. Min. Sci.and Geomech. Abstr., Vol. 19, pp, 339 -344, (1982)
- [16] **Jiang, Y.S. and Zimmermann, T.,** Indirect Boundary Element Algorithm for Slope Stability Analysis, Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 9, pp. 209-217, (1992)
- [17] **Lu, J. and Watson, J. O.,** A Quadratic Variation Indirect Boundary Element Methods for Traction Boundar Value Problems of Two-Dimensional Elastotatics, Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 12. pp. 183-196, (1988)
- [18] **Chan, H.C.M.,** Fracture Mechanics Analysis of The North West Fault Block of The Prudhoe Bay Field, Int. J. Rock Mech. Min. Sci.and Geomech. Abstr., Vol. 30, No. 2, pp. 141-149, (1993)
- [19] **Chan, H.C.M., Li, V. and Einstein, H.H.,** A Hybridized Displacement Discontinuity and Indirect Boundary Element Method to Model Fracture Propagation, Int. Journal of Fracture, Vol. 45, pp. 263-282, (1990)
- [20] **Chan, H.C.M.,** Analytical Influence Functions for Displacement Discontinuity and Point Force Elements, Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 16, pp. 669-682, (1992)
- [21] **Cleary, M.P.,** Continuously Distributed Dislocation Model for Shear-Bands in Softening Materials, Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 10, pp. 679-702, (1976)
- [22] **Crawford, A.M., and Curran, J.H.,** Higher-Order Functional Variation Displacement Discontinuity Elements, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol. 19, pp. 143 -148, (1982)
- [23] **Crouch, S. L.,** Solution of Plane Elasticity Problems by The displacement Discontinuity method- I. Infinite Body Solution, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 10, pp. 301-318, (1976)

- [24] **Crouch, S. L.**, Solution of Plane Elasticity Problems by The Displacement Discontinuity Method- II. Semi-Infinite Body Solution, *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 10, pp. 319-343, (1976)
- [25] **Dunbar, W.S., and Anderson, D.L.**, The Displacement Discontinuity Method in Three Dimensions, Editor, C.A. Brebbia, In *BEM Proceedings of The Third International Seminar Irvine, California* July, (1981)
- [26] **Kuriyama, K. and Mizuta, Y.**, 3D Elastic Analysis by The DDM With Boundary Division in to Triangular Leaf Elements, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, Vol. 30, No.2, pp. 111-123, (1993)
- [27] **Pan, E.**, Dislocation in An Infinite Poroelastic Medium, *Acta Mechanica* Vol. 87, pp. 105-115, (1991)
- [28] **Shou, K. J. and Crouch. S. L.**, A Higher Order DDM. for Analysis of Crack Problems, *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, Vol.32, No:1, pp.49-55, (1995)
- [29] **Shi, G.H. and Goodman, R. E.**, Generalization of Two-Dimensional Discontinuous Deformation Analysis for Forward Modelling, *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 13, pp. 359-380, (1989)
- [30] **Wiles, T. D. and Curran, J. H.**, A General 3-D Displacement Discontinuity Method, *Proceedings of The 4th. Int.'I Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Canada*, Vol. 1, pp. 103-111, (1982)
- [31] **Brady, B.H.G., Bray, J.W.**, 1978. The Boundary Element Method for Determining Stresses and Displacements Around Long Openings in a Triaxial Stress Field, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.and Geomech. Abstr.*, **15**, 21-28
- [32] **Kimençe, B.**, 1997. Anizotrop Cisimlerde Yer Değiştirme Süreksizliği Yöntemi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [33] **C.V. Girija Vallabhan, Jayaraman Sivakumar and N. Radhakrishnan**, Application Of Boundary Element Methods For Soil-Structure Interaction Problems, 27-39
- [34] **A.R Selby**,1999. Tunnelling in Soils- Ground Movements, And Damage to Buildings in Workington, UK, *Geotechnical and Geological Engineering* Vol. 17, 351-371

ÖZGEÇMİŞ

28 Ocak 1980 yılında Malatya’da doğan Hasan Nuri KIĞILI, lise öğrenimini Özel Üsküdar Fen Lisesi’nde tamamladı. 1998 yılında öğrenimine başladığı Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümünden 2003 yılında mezun oldu. Lisans öğrenimini tamamladıktan sonra 2003 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Mühendisliği Programı Mekanik Kürsüsü’nde yüksek lisans öğrenimine başladı.