

151550

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YER DEĞİŞTİRME SÜREKSİZLİĞİ YÖNTEMİYLE
ÇATLAKLARIN İNCELENMESİ**

151550

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Müh. Ercan FİLİZİ
(501021074)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 21 Nisan 2004
Tezin Savunulduğu Tarih : 18 Mayıs 2004**

**Tez Danışmanı : Öğr.Gör.Dr. Bahattin KİMENÇE
Diğer Jüri Üyeleri Prof.Dr. Ertaç ERGÜVEN (İ.T.Ü.)
Y.Doç.Dr. Zafer KÜTÜĞ (Y.T.Ü.)**

[Signature] 27.5.2004
27.5.2004
[Signature]
27.05.2004

MAYIS 2004

ÖNSÖZ

Tezimin her aşamasında bilgi ve tecrübesi ile beni yönlendiren ve yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Sayın Öğr. Gör. Dr. Bahattin KİMENÇE'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca maddi ve manevi destekleriyle her zaman yanımda olan aileme ve son olarak bu çalışma süresince gösterdiği anlayış ve sabırla bana çok yardımcı olan nişanlıma çok teşekkür ederim.

Mayıs 2004

Ercan FİLİZİ



İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	V
TABLO LİSTESİ	VI
ŞEKİL LİSTESİ	VII
SEMBOL LİSTESİ	IX
ÖZET	XI
SUMMARY	XII
1. GİRİŞ	1
2. ÇATLAK VE ELASTİK DENKLEMLER	5
2.1. Gerilme ve Şekil Değiştirme	5
2.1.1. Normal Gerilme	5
2.1.2. Kayma Gerilmesi	6
2.1.3. Üç Boyutlu Gerilme ve Şekil Değiştirme	6
2.1.4. Gerilme Dönüşümü	8
2.1.5. Şekil Değiştirme Enerjisi	10
2.2. Gerilme Yoğunlukları	10
2.3. Enerji ve Çatlak Büyümesi	12
2.4. Çatlaktaki Gerilmeler ve Yer Değiştirmeler	15
3. YER DEĞİŞTİRME SÜREKSİZLİĞİ YÖNTEMİ	19
3.1. Temel Çözümler	19
3.1.1. Sonsuz Düzlem İzotrop Ortamda Temel Çözümler	19
3.2. Sınır Elemanlar Yöntemi	21
3.3. İndirekt Sınır Elemanlar Yöntemi	22
3.3.1. Fiktif Gerilme Yöntemi	23
3.3.2. Yer Değiştirme Süreksizliği Yöntemi	25
3.3.2.1. Normal Doğrultudaki Yer Değiştirme Süreksizliği	27
3.3.2.2. Kayma Yer Değiştirme Süreksizliği	29
3.4. Sayısal Hesap Yöntemi	31
4. GERİLME ŞİDDET FAKTÖRÜ	37
4.1. Giriş	37
4.2. Süperpozisyon	37
4.2.1. Süperpozisyon İlkesini Kullanarak Tahminlerde Bulunma	39
4.3. Çatlak Problemleri İçin Sonlu ve Sınır Elemanlar	40
4.3.1. Sabit Elemanlar Kullanılarak Çatlak Modellenmesi	40
4.3.2. İzoparametrik Elemanlar Kullanılarak Çatlak Modellenmesi	41

4.3.3. Çeyrek-Nokta Elemanları Kullanılarak Çatlak Modellenmesi	42
4.4. Gerilme ve Yer Değiştirmelerin Kullanılması	43
5. SAYISAL UYGULAMALAR	45
5.1. Bilgisayar Programı	45
5.1.1. Bilgisayar Programının Akış şeması	45
5.1.2. Program Girişi İçin Teknik Terimler	46
5.1.2.1. Sınır evrelerinin Tanımı	46
5.1.2.2. İ Bölgede Hesaplanacak Noktaların Belirlenmesi	46
5.1.2.3. Simetri	46
5.2. Sayısal Örnekler	48
5.2.1. Çekme Gerilmesi Etkisindeki Dikdörtgen Levhada Merkezi Çatlak	48
5.2.2. Çekme Gerilmesi Etkisindeki Dikdörtgen Levhada Kenar Çatlağı	50
5.2.3. Çekme Gerilmesi Etkisindeki Dikdörtgen Levhada Merkezi Eğik Çatlak	53
5.2.4. Çekme Gerilmesi Etkisindeki Dikdörtgen Levhada Parçalı Çatlak	57
5.2.5. Sonsuz Bir Bölgede İki Seri Çatlak	60
5.2.6. Sonsuz Bir Bölgede İki Paralel Çatlak	63
6. SONUÇLAR	65
KAYNAKLAR	68
EKLER	71
ÖZGEçMİş	88

KISALTMALAR

FSM	: Fiktif Gerilme Yöntemi
DDM	: Yer Değiştirme Süreksizliği Yöntemi
BEM	: Sınır Elemanlar Yöntemi



TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 5.1. Bilgisayar programının akış şeması	45
Tablo 5.2. Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	49
Tablo 5.3. Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	51
Tablo 5.4. Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	54
Tablo 5.5. Mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	54
Tablo 5.6. A ucundaki Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması .	58
Tablo 5.7. A ucundaki Mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	58
Tablo 5.8. B ucundaki Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması .	59
Tablo 5.9. B ucundaki Mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	60
Tablo 5.10. Her iki uçtaki Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	61
Tablo 5.11. Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	63
Tablo A.1. Bölüm 5.2.1. deki örneğin data dosyası	72
Tablo A.2. Bölüm 5.2.2. deki örnekte $a/w=0.6$ olan data dosyası	72
Tablo A.3. Bölüm 5.2.3. deki örnekte $a/w=0.6$ olan data dosyası	73
Tablo A.4. Bölüm 5.2.4. deki örnekte $b/a=0.4$ olan data dosyası (A ucu için)	74
Tablo A.5. Bölüm 5.2.4. deki örnekte $b/a=0.4$ olan data dosyası (B ucu için)	75
Tablo A.6. Bölüm 5.2.5. deki örnekte $2a/h=0.1$ olan data dosyası	76
Tablo A.7. Bölüm 5.2.6. daki örnekte $a/(a+h)=0.1$ olan data dosyası	76
Tablo B.1. Bölüm 5.2.1. deki örneğin bölgedeki sonuçları	77
Tablo B.2. Bölüm 5.2.3. deki örneğin sonuçları	78
Tablo B.3. Bölüm 5.2.3. deki örneğin sonuçları	80
Tablo B.4. Bölüm 5.2.3. deki örneğin sonuçları	82
Tablo B.5. Bölüm 5.2.6. daki örneğin sonuçları	84
Tablo B.6. Bölüm 5.2.6. daki örneğin sonuçları	85
Tablo B.7. Bölüm 5.2.6. daki örneğin sonuçları	86

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 : Normal gerilme ve şekil değiştirme	5
Şekil 2.2 : Kayma gerilmesi	6
Şekil 2.3 : Üç boyutlu gerilmeler	7
Şekil 2.4 : Gerilme dönüşümü	9
Şekil 2.5 : Çatlamaş bir bölge için yük-uzama grafiğı	10
Şekil 2.6 : Sonsuz bir levhadaki gerilme yoğunluğu	12
Şekil 2.7 : Kenetlenmiş bir levhanın gevşemesi	12
Şekil 2.8 : Çatlak uzunluğu ile enerjinin değişimi	14
Şekil 2.9 : Çatlak ucu koordinatları	15
Şekil 2.10 : Mod I çatlak deformasyonu	16
Şekil 2.11 : Mod II çatlak deformasyonu	17
Şekil 2.12 : Mod III çatlak deformasyonu	18
Şekil 3.1 : Sonsuz düzlemde tekil kuvvetler	20
Şekil 3.2 : Kelvin çözümünün integrali	24
Şekil 3.3 : Bir elemanın uç noktalarındaki açılar	24
Şekil 3.4 : Yer değiştirme süreksizlikleri	26
Şekil 3.5 : Zıt yönlü iki kuvvet etkisindeki eleman	26
Şekil 3.6 : Düşey doğrultuda eksenel şekil değiştirme için gerilme durumu ...	27
Şekil 3.7 : Kayma şekil değiştirmesi için gerilme durumu	29
Şekil 3.8 : Sonsuz düzlemde kapalı bölge	31
Şekil 3.9 : $x = x^*$ ve $y = y^*$ doğrularının simetri koşulları	36
Şekil 4.1 : Süperpozisyon ilkesi	38
Şekil 4.2 : Mil-yüklü bir delik için süperpozisyon	39
Şekil 4.3 : Merkezi çatlak levha modeli	41
Şekil 4.4 : İkinci dereceden bir sınır elemanı	41
Şekil 4.5 : Çeyrek-levha için sınır elemanlar ve sonlu elemanlar yöntemi ağı .	42
Şekil 4.6 : Çatlak ucu eleman düğüm noktaları	43
Şekil 5.1 : KSYM parametresini kullanarak simetri koşullarının belirtilmesi .	47
Şekil 5.2 : Çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada merkezi çatlak ...	48
Şekil 5.3 : Çatlak ucunda oluşan düşey yer değiştirmeler	49
Şekil 5.4 : x ekseninde σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmeleri	49
Şekil 5.5 : Çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada kenar çatlağı	50
Şekil 5.6 : Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	51
Şekil 5.7 : Çatlaktaki açılma miktarı	51
Şekil 5.8 : Bölgedeki u_x ve u_y yer değiştirmeleri	52
Şekil 5.9 : Bölgedeki σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmeleri	52
Şekil 5.10 : Çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada merkezi eğik çatlak	53
Şekil 5.11 : Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	54

Şekil 5.12 : Mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	55
Şekil 5.13 : Çatlağın deforme olmuş hali	55
Şekil 5.14 : Bölgedeki u_x ve u_y yer değiştirmeleri	56
Şekil 5.15 : Bölgedeki σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmeleri	56
Şekil 5.16 : Çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada parçalı çatlak	57
Şekil 5.17 : A ucundaki mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	58
Şekil 5.18 : A ucundaki mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması ...	59
Şekil 5.19 : B ucundaki mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	59
Şekil 5.20 : B ucundaki mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması ...	60
Şekil 5.21 : Sonsuz bir bölgede iki seri çatlak	60
Şekil 5.22 : Dıştaki uçta mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	61
Şekil 5.23 : İçteki uçta mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	62
Şekil 5.24 : x ekseninde u_{n-} ve u_{n+} yer değiştirmeleri	62
Şekil 5.25 : Sonsuz bir bölgede iki paralel çatlak	63
Şekil 5.26 : Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması	64
Şekil 5.27 : x ekseninde u_{n-} ve u_{n+} yer değiştirmeleri	64

SEMBOL LİSTESİ

A	: Kesit alanı
$A_{ss}^{ij}, B_{ss}^{ij}, C_{ss}^{ij}$	: Sistem matrisleri
a	: Doğrusal sınır eleman uzunluğu
b_s^i, b_n^i	: Gerilme veya yer değiştirmenin sınır değerleri
D_i	: Yer değiştirme süreksizlikleri ($i = x, y$)
E	: Elastisite modülü
F_x, F_y	: Tekil kuvvteler
$F_j \Delta$	: Dipol gerilmesi
f_{ijk}	: Tesir fonksiyonları ($i, j, k = x, y$)
G	: Kayma modülü
g_{ij}	: Tesir fonksiyonları ($i, j = x, y$)
K_I	: Mod I gerilme şiddet faktörü
K_{II}	: Mod II gerilme şiddet faktörü
K_{III}	: Mod III gerilme şiddet faktörü
K_t	: Gerilme yoğunluğu faktörü
P, Q	: Üniform yayılı yük
R	: Çatlak direnç kuvveti
S_{ijk}	: Gerilme tesir fonksiyonları ($i, j, k = x, y$)
s, n	: Elemanın teğetsel ve normal koordinatları
T_{ik}	: Yüzey gerilmeleri için tesir fonksiyonları
t_i	: Yüzey gerilmeleri
U	: Şekil değiştirme enerjisi
U_r	: Enerji açığa çıkma oranı
U_v	: Birim hacim başına düşen şekil değiştirme enerjisi
U_{ij}	: Yer değiştirme tesir fonksiyonları ($i, j = x, y$)
u_x, u_y	: Yer değiştirme bileşenleri
V	: Yüzey enerjisi
x	: Alan noktası
x, y	: Global koordinatlar
$\bar{x}, \bar{y}$	: Lokal koordinatlar
β	: Global koordinatlar ile lokal koordinatlar arasındaki açı
σ_{ij}	: Gerilme bileşenleri ($i, j = x, y$)
σ_1, σ_2	: Asal gerilmeler
τ_{ij}	: Kayma gerilmesi bileşenleri ($i, j = x, y, z$)
ε_{ij}	: Şekil değiştirme bileşenleri ($i, j = x, y, z$)

ϕ	: Fiktif değerler
δ	: Uzama miktarı
δ_{ij}	: Kronecker deltası
γ	: Yüzey enerjisi yoğunluğu
ξ	: Kaynak noktası
θ	: Çatlağın yatay ile yaptığı açı
Δ	: Eleman kalınlığı
ν	: Poisson oranı



YER DEĞİŞTİRME SÜREKSİZLİĞİ YÖNTEMİYLE ÇATLAKLARIN İNCELENMESİ

ÖZET

Birçok mühendislik probleminin çözümünde, sayısal hesap yöntemlerinden sınır elemanlar yöntemi (BEM) kullanılmaktadır. Sınır elemanlar yönteminde iki boyutlu problemler için bölgenin sınırındaki kapalı eğride ayrıklaştırma yapılarak problemin çözümü elde edilmektedir. Sınır elemanlar yönteminde bölgedeki ayrıklaştırma direkt veya indirekt olarak iki ayrı yaklaşımla yapılmaktadır. Direkt sınır elemanlar yönteminde sınırdaki bilinmeyenler doğrudan elde edilir. İndirekt sınır elemanlar yönteminde ise önce sınırdaki fiktif değerler elde edilir, daha sonra bu fiktif değerler yardımıyla diğer bilinmeyenler hesaplanır. Sınırdaki bu fiktif değerler ise temel bilinmeyenler bakımından incelenebilir. Buna göre sınırdaki bilinmeyenler yer değiştirme süreksizlikleridir, bu nedenle elde edilen fiktif değerler yerine yer değiştirme süreksizlikleri alınır.

Bu çalışmada, izotrop ortamlar için indirekt sınır eleman yöntemlerinden olan yer değiştirme süreksizliği yöntemi (DDM) kullanılmıştır. DDM’de sabit elemanlar kullanılarak, Kelvin temel çözümlerinin integrasyonu ile sınır eleman denklemleri oluşturulmuştur. DDM denklemlerinin elde edilmesinde temel çözümlerin tekil yük doğrultusundaki türevleri alınarak dipol gerilmeleri elde edilmiş ve bu dipol gerilmeler kullanılarak yer değiştirme süreksizliğinden oluşan tekil çözümler elde edilmiştir. Elde edilen bu tekil çözümlerin sonlu bir doğru üzerindeki integrasyonu alınıp süperpozisyonu yapılarak DDM’de lineer denklem takımı elde edilmiştir.

Ayrıca, elastisite teorisinden izotrop ortamlar için iki boyutlu elastostatik problemlerde temel denklemler incelenmiştir. Çatlak yüzeylerinin olası hareketleri üç ayrı modda incelenmiş, çatlaktaki gerilmeler ve yer değiştirmeler elde edilmiştir. Süperpozisyon ilkesi ile gerilme şiddet faktörleri arasındaki bağıntılar verilmiş, gerilme ve yer değiştirmeler kullanılarak gerilme şiddet faktörleri elde edilmiştir.

Sayısal uygulamalarda, çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhalarda merkezi çatlak, kenar çatlağı, merkezi eğik çatlak, parçalı çatlak problemleri; ayrıca sonsuz bir bölgede iki seri ve iki paralel çatlak problemleri çözülmüştür. Bu uygulamalarda, çatlak uçlarındaki Mod I ve Mod II gerilme şiddet faktörleri hesaplanmıştır. Ayrıca çatlaktaki ve bölgedeki gerilme ve yer değiştirme bileşenleri hesaplanmış, sonuçlara göre çatlakların davranışı incelenmiştir.

Sonuç olarak bu çalışmada, izotrop ortamlarda yer değiştirme süreksizliği yöntemi ile, sonsuz bir bölgedeki çatlak problemleri ve çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhalardaki çeşitli geometrilere sahip çatlak problemleri çözülerek yöntemin etkinliği gösterilmeye çalışılmıştır.

Çalışma boyunca Microsoft Word, Microsoft Excel, C++ diliyle yazılmış olan hesap programı, “Surfer” harita çizim programı ve MathType programları kullanılmıştır.

THE STUDY OF THE CRACKS BY THE DISPLACEMENT DISCONTINUITY METHOD

SUMMARY

For the solution of many engineering problems, among the numerical calculation methods, the boundary element method (BEM) is used. In the boundary element method, for the problems including two dimensions, the solution is acquired by discretization on the closed contour located in the boundary of the region. In the Boundary Element Method, the region is discretized by two ways which are either direct or indirect. In the direct boundary element method, the unknown values on the boundary are obtained directly. On the other hand, in the indirect boundary element method, first the fictitious values on the boundary are acquired and then with the help of these fictitious values, the other unknowns are calculated. These fictitious values on the boundaries can be analysed with regard to the basic unknowns. According to that, the unknowns on the boundaries are the displacement discontinuities; therefore, instead of the fictitious values that were obtained, the displacement discontinuities are worked on.

In this study, for the isotropic bodies, among the indirect boundary element method, the displacement discontinuity method (DDM) is used. In DDM, by using constant elements, the boundary element equations are formulated with the integration of Kelvin fundamental solutions. In the acquirement of DDM equations, the dipole stresses are obtained by derivation of basic solutions in the direction of singular load and by using these dipole stresses, singular solutions, which are formed by the displacement discontinuity, are obtained. Then, a linear equations system is acquired by first taking the integration of those singular solutions on a finite line and then superpositioning it.

In addition, in elastostatic problems with two dimensions for isotropic bodies from the elasticity theory, the basic equations are analyzed. The possible movements of crack surfaces are studied in three different modes and the stresses and displacements in the crack are acquired. The relations between the principle of superposition and the stress intensity factors are given and the stress intensity factors are obtained with the use of the stresses and displacements.

In numerical problems, rectangular plates in traction with a central crack, with a single edge crack, with a central slant crack, with a kinked crack problems and also, two serial and two parallel crack problems in an infinite body are solved. In these problems, Mod I and Mod II stress intensity factors on crack tips are computed. Furthermore, the components of stress and displacement, on the crack and in the region, are calculated and according to these results, the behavior of the cracks is analyzed.

Consequently, in this study, in isotropic bodies with the displacement discontinuity method, crack problems in an infinite body and crack problems with different geometries situated on rectangular plates in traction are solved and the efficiency of the method is tried to be justified.

In this study, the programmes Microsoft Word, Microsoft Excel, the calculation programme written in C++, the map drawing programme “Surfer” and the programme MathType are used.



1. GİRİŞ

İki veya üç boyutlu elastostatikte genel problem, herhangi bir cisimde, bilinen sınır koşulları altında cisimdeki gerilmeler ve yer değiştirmelerin hesabıdır. Bu büyüklüklerin hesaplanması için, cismin diferansiyel denge denkleminin, sınır koşullarını ve uygunluk koşullarını sağlayacak şekilde çözülmesiyle mümkündür. Bazı durumlarda analitik çözümler bulmak oldukça zordur. Buna karşın sayısal hesap yöntemleri gelişmiştir. Bunlardan bazıları ise, sonlu farklar yöntemi sonlu elemanlar yöntemi ve sınır elemanlar yöntemi (BEM) olarak sıralanabilir. Son yıllarda ise sınır elemanlar yönteminin kullanılmasının yaygınlaştığı gözlenmiştir. Pratikte bir çok mühendislik problemlerinin çözümünde, sınır elemanlar yöntemi kullanılmaktadır [1-14].

Sadeleştirilmiş denklemler sayısal olarak çözülebilir. Bu, sonlu elemanlar yöntemi ve sınır elemanlar yönteminin temelini oluşturur. Sadece geometri yüzeyi ve sınır koşulları daha basit ağ tasarımları ve daha doğru çözümler verecek şekilde modellenmelidir. Bir sınır elemanlar yöntemi çözümüne ulaşmak için ilk adım; sınırı küçük elemanlara (segmanlara) bölmektir. Değişkenlerin her düğümdeki değerlerinin verilmesi şartıyla, bilgisayar programı bu değişkenleri elemanın her noktasında belirleyebilir ve böylelikle istenen integrallere tahmini değerler verilebilir. İntegraller her eleman için bilgisayarla hesaplandıktan sonra, genellikle *Gauss eliminasyonu* ile çözülen bilinmeyen sınır değerleri için bir lineer denklemler sisteminde toplanırlar. Eğer iç noktalarda gerilme ve yer değiştirmeler gerekliyse, ek bir sınır integrasyonu yapılabilir. Eleman sayısı arttıkça, çözümün doğruluk payı da ama aynı zamanda hesaplanma maliyeti de artar. Böylelikle, sınır değişkenlerinin hızla veya daha az değiştiği her yerde daha fazla eleman kullanılır.

Sonlu elemanlar yöntemi, elastisite denklemlerini çözüm için elastik bölgenin tümü üzerinde bir integrasyon gerektirir. Sınır elemanlar yöntemindeki gibi, her elemandaki değişkenlerin düğüm değerleri temel alınarak, iki boyutlu olarak, bir polinom biçiminde değiştirikleri varsayılır. Sınır elemanlar yöntemindeki gibi, tüm elemanların integrasyonu, eleman düğümlerindeki bilinmeyen değerler için bir lineer

denklemler sistemi oluşturur. Sonlu elemanlar yöntemi, sınır elemanlar yönteminden daha geniş bir denklemler sistemi oluşturur; fakat göreceli olarak daha az “sıfıra eşit olmayan katsayı” kullanılır ve böylelikle hızlı bir çözüm yöntemi kullanılabilmektedir. Çözüm, iç ve dış tüm düğüm noktalarında elde edilir, ki bu da eğer iç çözümler gerekiyorsa sonlu elemanlar yöntemini, sınır elemanlar yönteminden daha etkin hale getirir. Buna rağmen elastik çatlak problemlerinin çözümleri için normal olarak sadece sınır çözümleri gerekmektedir. Eğer incelenecek problem doğrusal olmayan davranış içerirse, sonlu elemanlar yöntemi elastik olana benzer bir ağ kullanabilir. Sınır elemanlar yöntemi, doğrusal olmayan alanı modellemek için ek iç elemanlar gerektirebilir ve bu tür durumlarda sonlu elemanlar yönteminden daha az etkili olabilir.

Bütün bu yöntemler yaklaşık yöntemlerdir. Düzenli bölgelerde analitik (kapalı) çözümler bulmak mümkündür. Eğer bölge düzensiz ise sayısal çözüm yapmak daha uygun olabilir. Sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemlerinde, ayrıklaştırma bölgelerde yapılmakta, sınır elemanlar yönteminde ise ayrıklaştırma bölgenin sınırlarında yapılmaktadır. Bu nedenle sınır elemanlar yönteminde, problemin çözüm bölgesi bir mertebe azalır, yani üç boyutlu problemler için bölgenin yüzeyinde, iki boyutlu problemler için ise bölgenin sınırındaki kapalı eğride ayrıklaştırma yapılarak problemin çözümü elde edilmektedir.

Sınır eleman denklemlerinin elde edilmesi açısından genelde iki farklı sınır eleman tekniği kullanılmaktadır [9]. Bunlardan birincisi direkt sınır elemanlar yöntemi, bu yöntemde Betti karşılık teoremi kullanılarak sınırdaki gerilmeler ve yer değiştirmeler direkt olarak hesaplanır, ikincisi ise indirekt sınır elemanlar yöntemidir.

İndirekt yöntemde ise verilen sınır koşulları altında önce sınırdaki fiktif değerler hesaplanır, daha sonra bu fiktif değerler kullanılarak sınırdaki ve bölgedeki bilinmeyenler hesaplanır. Bu yöntem de kendi içinde, fiktif gerilme yöntemi (FSM) ve yer değiştirme süreksizliği yöntemi (DDM) olmak üzere iki kısımda incelenebilir [15-24]. Fiktif gerilme yönteminde temel bilinmeyenler fiktif gerilmeler iken, yer değiştirme süreksizliği yönteminde temel bilinmeyenler yer değiştirme süreksizlikleridir. Her iki yöntemde de Kelvin temel çözümleri kullanılarak sonsuz düzlemdeki sınır eleman denklemleri elde edilebilmektedir.

Katı mekaniğindeki birçok pratik problem ince boşluklar veya çatlaklar içeren cisimleri kapsar. Yer değiştirme süreksizliği yöntemi bu tür problemlerde işe yarayabilir. Bu yöntem, sonsuz elastik bir katının x-y düzlemindeki sonlu bir doğru parçası üzerindeki yer değiştirmenin sabit süreksizliği problemine analitik bir çözüm getirir ve yer değiştirme süreksizliği yöntemi olarak adlandırılır.

Fiziksel açıdan, yer değiştirme süreksizliği, karşılıklı yüzeyleri bir diğerine göre yer değiştirmiş bir çatlak çizgisi gibi düşünülebilir. Bu durumda, yüzeyler tüm çatlak boyunca sabit bir değerle, bağlı olarak yer değiştirirler. Genelde bu, yer değiştirmenin göreceli bir dağılımı olduğu düşünülebilir.

Yer değiştirme süreksizliği yönteminde çatlak N eleman (sınır eleman) dizisine bölünür ve her birinde yer değiştirme süreksizliği sabitleştirilir. Tek ve sabit bir eleman yer değiştirme süreksizliğinin analitik çözümünün bilinmesi durumunda, probleme tüm N elemanlarının etkileri toplanarak sayısal bir çözüm elde edilebilir.

En önemli durumlar, yer değiştirme süreksizliğinin çatlak boyunca dağılımı bilinmediğinde oluşur. Problemin düzgün bir biçimde tanımlanabilmesi için, çatlak yüzeylerine uygulanan çekme gerilmesi dağılımlarının bilinmesi gerekir. Dolayısıyla, çatlak boyunca her eleman için, bu çekme gerilmelerini oluşturmak için gerekli olan eleman yer değiştirme süreksizliklerinin değerleri aranır. Bu değerlere de, sınır elemanlar yönteminin öngördüğü gibi bir sayısal denklemler sistemi çözülerek ulaşılabilir. Yer değiştirme süreksizliği yöntemi, lineer elastiklikteki genel sınır değer problemlerine uygulanabilir ve fiktif gerilme yöntemi ile elde edebilecek çözümlerin doğruluğu ile eşdeğerde sonuçlar verebilir.

Çatlak problemleri DDM ile daha kolay modellenebildiği için, son yıllarda bu model üzerine çalışmaların arttığı gözlenmiştir [25-30]. Yer değiştirme süreksizliği denklemlerinin elde edilmesinde Crouch [1]'de Papkovitch fonksiyonları kullanılmış ve çeşitli sınır koşullarını sağlayacak şekilde harmonik fonksiyonlar seçilmiştir. Kimençe [31] ve Brady [32,33]'ten izotrop ortamda dipol gerilmelerinden dolayı oluşan tekil çözümlerin elde edilmesi için, temel çözümlerin tekil yük doğrultusundaki türevleri kullanılmıştır.

Bölüm 2 de elastisite teorisinden izotrop ortam için iki boyutlu elastostatik problemlerde temel denklemler incelenmiştir. Çatlak ucundaki gerilme yoğunluklarından bahsedilmiş, hasarın şiddetini gösteren gerilme yoğunluğu faktörü

elde edilmiştir. Ayrıca, çatlağın büyümesi ile enerji arasındaki ilişki anlatılmıştır. Çatlak yüzeylerinin olası hareketleri üç ayrı modda incelenmiş, çatlaktaki gerilmeler ve yer değiştirmeler elde edilmiştir.

Bölüm 3 de izotrop ortamda indirekt sınır eleman yöntemlerinden yer değiştirme süreksizliği yöntemi(DDM) genel olarak incelenmiş olup temel çözümler kullanılarak sınır eleman denklemleri elde edilmiştir. DDM denklemlerinin elde edilmesinde temel çözümlerin tekil yük doğrultusundaki türevleri alınarak dipol gerilmeleri elde edilmiş ve bu dipol gerilmeler kullanılarak yer değiştirme süreksizliğinden oluşan tekil çözümler elde edilmiştir. Elde edilen bu tekil çözümlerin sonlu bir doğru üzerindeki integrasyonu alınıp süperpozisyonu yapılarak DDM’de lineer denklem takımı elde edilmiştir.

Bölüm 4 de süperpozisyon ilkesini kullanarak gerilme şiddet faktörleri arasındaki bağıntılar verilmiş ve çatlak modellenmesinde kullanılan sayısal yöntemler incelenmiştir. Gerilme ve yer değiştirmeleri kullanarak gerilme şiddet faktörü elde edilmiştir.

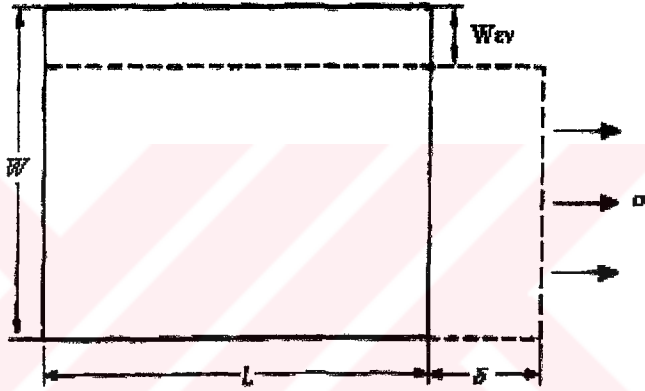
Bölüm 5 de Bilgisayar programının akış şeması verilmiş, program girişi için teknik terimler ve simetri koşulları incelenmiştir. Sayısal uygulamalarda, çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhalarda merkezi çatlak, kenar çatlağı, merkezi eğik çatlak, parçalı çatlak problemleri; ayrıca sonsuz bir bölgede iki seri ve iki paralel çatlak problemleri incelenmiştir. Bu uygulamalarda, çatlak uçlarındaki Mod I ve Mod II gerilme şiddet faktörleri, çatlaklardaki gerilmeler ve yer değiştirmeler hesaplanmış, sonuçlar tablo ve grafikler ile karşılaştırılmıştır [34-39]. Ayrıca, bölgelerdeki gerilme ve yer değiştirme bileşenleri de hesaplanmıştır.

2. ÇATLAK VE ELASTİK DENKLEMLER

2.1. Gerilme ve Şekil Değişirme

2.1.1. Normal Gerilme

Eğer, Şekil 2.1 deki gibi doğrusal olarak elastik olan L uzunluğundaki bir çubuk, A kesit alanında, P kuvveti tarafından gerilirse ve δ miktarında genişlerse, bu durumda



Şekil 2.1 Normal gerilme ve şekil değişirme

Gerilme $\sigma = P / A$

Şekil Değişirme $\varepsilon = \delta / L$

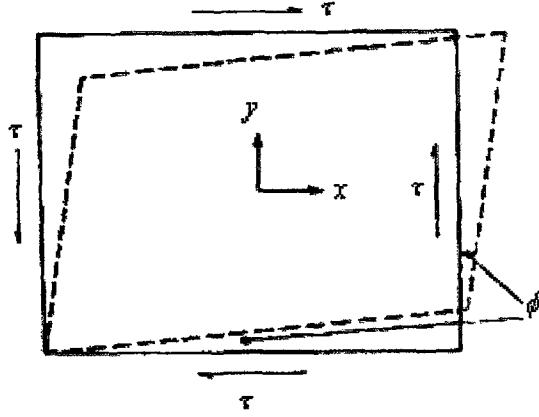
Hooke Yasası $\sigma = E\varepsilon$ ($E \rightarrow$ Elastisite modülü)

Eksenel Yer Değişirme $= -\nu\varepsilon$ ($\nu \rightarrow$ Poisson oranı)

bağıntıları geçerlidir.

2.1.2. Kayma Gerilmesi

Eğer kesit alanının A bölümünün kenarlarına Şekil 2.2 deki gibi bir Q kuvveti uygulanırsa, bu durumda



Şekil 2.2 Kayma gerilmesi

Kayma Gerilmesi

$$\tau_{xy} = Q / A$$

Kayma Şekil Değiştirmesi

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \tan \phi$$

Hooke Yasası

$$\tau_{xy} = 2G\varepsilon_{xy} \quad (G \rightarrow \text{Kayma modülü})$$

Kayma Modülü

$$G = E / [2(1 + \nu)]$$

bağıntıları geçerlidir.

2.1.3. Üç Boyutlu Gerilme ve Şekil Değiştirme

Eğer elastik malzeme düzgün bir kesit alanına ait değilse, bu takdirde yukarıdaki gerilme ve şekil değiştirme tanımları, uygun diferansiyellerin değerlerinin sınırlanmasıyla (sonsuz küçük bir bölge üzerinden) yer değiştirmelidir. Üç boyutlularda, normal şekil değiştirmenin kayma gerilmesine tekabül eden $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ bileşenleri vardır. Dolayısıyla, eğer u , x yönündeki yer değiştirme ise ve v de y yönündeki yer değiştirme ise,

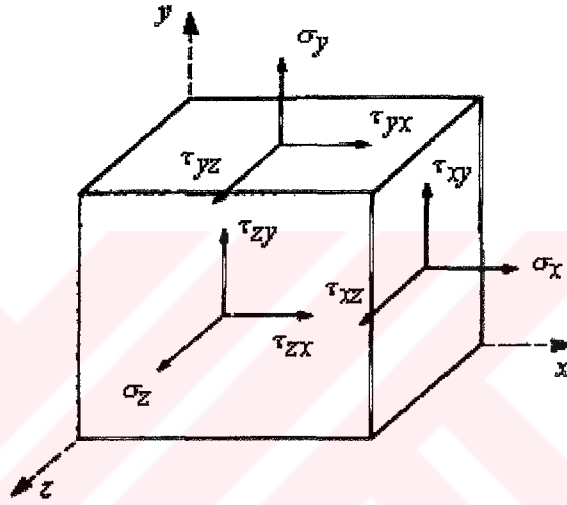
$$\varepsilon_x = \partial u / \partial x, \quad \varepsilon_y = \partial v / \partial y, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}(\partial v / \partial x + \partial u / \partial y) \quad (2.1)$$

denklemine ulaşılır.

Şekil 2.3 de gerilmenin 9 bileşeni görülmektedir. Doğrusunu söylemek gerekirse, tansör miktarlar olduklarından, tüm gerilme ve şekil değiştirmeleri 2 alt-indis ile yazmak doğru olacaktır. Buna rağmen, kullanılan genel kısa formlar $\varepsilon_x \equiv \varepsilon_{xx}$, $\sigma_x \equiv \tau_{xx}$ vb.'dir. Dengeyi korumak için

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} , \quad \tau_{zy} = \tau_{yz} , \quad \tau_{yx} = \tau_{xy} \quad (2.2)$$

denklemleri gereklidir.



Şekil 2.3 Üç boyutlu gerilmeler

Hooke Yasası'nın tamamının 3 boyutlu durumu

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] , & \varepsilon_{yz} &= \frac{1+\nu}{E} \tau_{yz} \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] , & \varepsilon_{xz} &= \frac{1+\nu}{E} \tau_{xz} \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] , & \varepsilon_{xy} &= \frac{1+\nu}{E} \tau_{xy} \end{aligned} \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir. Yine de, bir problemin tamamen 3 boyutlu analizi genellikle daha zordur ve bu yüzden sıklıkla 2 boyutlu yaklaşık tahmini kullanılır. *Düzlem Gerilme*, kalınlık boyunca rastlanan gerilmenin diğer gerilmelerle karşılaştırıldığında

önemsiz kaldığını varsayar ($\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$). Bu varsayım, ince bir materyal levhasında yaklaşık olarak doğrudur.

Basitleştirilmiş Hooke Yasası

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y), \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad (2.4)$$

olarak verilmiştir, ε_{xy} değişmez. Eğer z yönündeki yer değiştirme gerekiyorsa, hesaplanması

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y) \quad (2.5)$$

denklemindeki gibi olur. *Düzlem Yer Değiştirme*, kalınlık boyunca rastlanan yer değiştirmenin diğer yer değiştirmelerle veya ($\varepsilon_z = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0$) ile karşılaştırıldığında önemsiz kaldığını varsayar. Bu varsayım, ince bir materyal levhasında yaklaşık olarak doğrudur. Basitleştirilmiş Hooke Yasası

$$\varepsilon_x = \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_x - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_y \right), \quad \varepsilon_y = \frac{1-\nu^2}{E} \left(\sigma_y - \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_x \right) \quad (2.6)$$

haline gelir, ε_{xy} yine değişmez. Düzlem yer değiştirme hesaplamaları, eğer E , $E/(1-\nu^2)$ ile ve ν , $\nu/(1-\nu)$ ile değiştirilirse doğrudan düzlem gerilme hesaplamalarından elde edilebilir. Düzlem yer değiştirmedeki gerilmeler

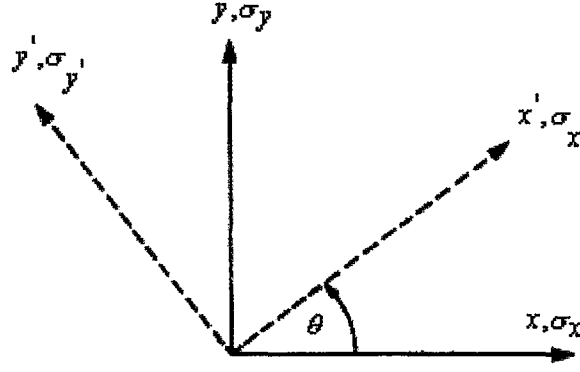
$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.7)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

şeklinde elde edilirler.

2.1.4. Gerilme Dönüşümü

Çoğu zaman, gerilmeleri belirli bir yönde ayrıştırmak (örneğin simetriden faydalanmak için) faydalı olmaktadır. Eğer şekildeki eksenlerin yerine θ açısında yeni bir eksen takımında gerilmelere gereksinim varsa (Şekil 2.4),



Şekil 2.4 Gerilme dönüşümü

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right) \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right) \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (2.8)$$

$$\tau_{x'y'} = \tau_{xy} \cos 2\theta + \left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right) \sin 2\theta$$

bağıntılarına ulaşılır. Eğer yeni eksenlerdeki kayma gerilmesi 0 olarak seçilmişse, o zaman (2.8) denklemlerinin çözümü herbirinin sağ açısındaki, yani asal yönlerdeki 2θ değeri olur. Bu yönlerdeki normal gerilmeler asal gerilmelerdir ve

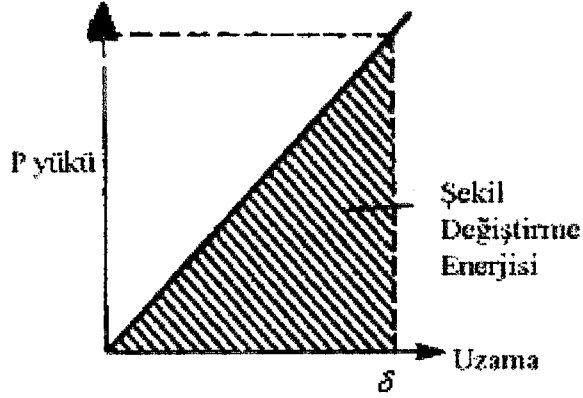
$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left[\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (2.9)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left[\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}$$

şeklinde ifade edilirler. Üç boyutlu bir problem için 3 asal gerilme olacaktır ve bunlar genellikle büyükten küçüğe doğru $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ şeklinde sıralanırlar. Düzlem şekil değiştirme problemlerinde, kalınlık boyunca olan gerilmeleri asal gerilmelere dahil etmek önemlidir.

2.1.5. Şekil Değiştirme Enerjisi

Lineer elastik olan çatlaksız bir malzeme için yük-uzama grafiği Şekil 2.5 de görülmektedir.



Şekil 2.5 Çatlamamış bir bölge için yük-uzama grafiği

Bu sistemin şekil değiştirme enerjisi olan U , δ uzamasını oluştururken meydana gelen iştir ve yük-uzama grafiğinin altındaki bölgedir. Bölge doğrudan ya da

$$U = \int_0^{\delta} F dx = \int_0^{\delta} \frac{P}{\delta} x dx = \frac{1}{2} P \delta \quad (2.10)$$

denklemindeki integral hesabı ile bulunabilir. Benzer şekilde, L uzunluğundaki bir A bölgesi için, birim hacim başına düşen şekil değiştirme enerjisi U_v ,

$$U_v = \frac{1}{2} \frac{P}{A} \frac{\delta}{L} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (2.11)$$

eşitliği ile hesaplanabilir.

2.2. Gerilme Yoğunlukları

Gerilme analizinde daha özel bazı durumlar için analitik çözümler bulunmaktadır. Bu tür çözümler elde edebilmek için, malzemelerin özellikleri hakkında bazı basitleştirici varsayımlarda bulunmak gereklidir. Genellikle malzemelerin homojen ve izotrop oldukları varsayımı yapılır. Şimdilik, malzemelerin tamamen elastik oldukları, yani yükler kaldırıldığı zaman ilk şekillerine döndükleri de varsayılacaktır. Düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme koşulları varsayılarak, çok kalın veya

çok ince levhalar iki boyutlu bölgeler olarak kabul edilebilir. Bu iki boyuta indirgeme işlemi, karmaşık değişken metotları kullanılabileceğinden, matematiksel analizi kolaylaştırmaktadır.

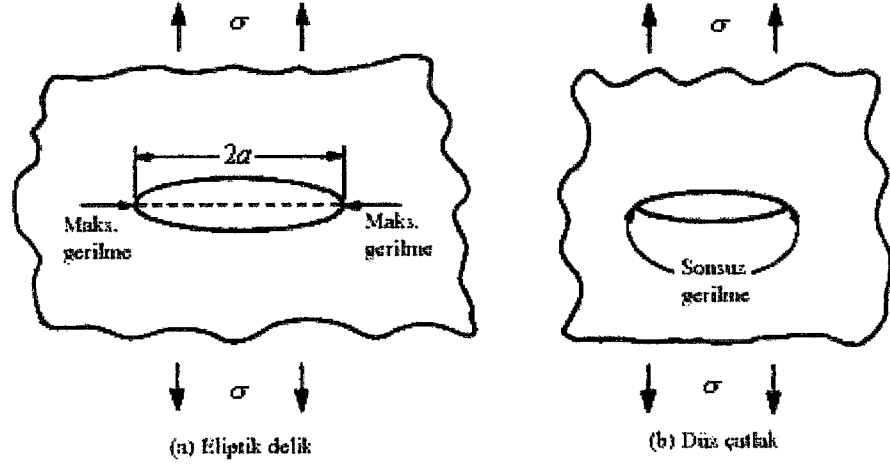
Tekil gerilme altındaki sonsuz elastik bir yüzeyde bulunan eliptik delik, matematiksel analiz sonucu öngörülebilir gerilmelerin bir örneğidir [Şekil 2.6(a)]. Deliğin etkisi, çemberin etrafında değişiklik gösteren bir gerilme yoğunluğu oluşturan itibari (nominal) gerilmeyi fazlalaştırmaktır. Böylelikle, gerilme yoğunluğu faktörü

$$K_t = \frac{\text{maksimum gerilme}}{\text{itibari gerilme}} \quad (2.12)$$

şeklinde elde edilebilir. Gerilme yoğunluğu faktörü hasarın şiddetini gösterir. Özel bir durumda, elips dairesel olduğunda, gerilme yoğunluğu faktörü, uygulanan gerilmenin normal çapının sonlarında en fazla 3 olur. Şekil 2.6(a) daki gibi daha sığ olan bir elips aynı noktalarda daha fazla gerilme yoğunluğuna sahip olacaktır. Bu problemin tam bir analizi sonucunda, uygulanan birim gerilme için elipsin sonundaki gerilmeler

$$\sigma = 1 + 2\sqrt{a}/\sqrt{r} \quad (2.13)$$

bağıntısındaki hale gelir. Bu denklemde, r elipsin ucundaki yarıçap, a da elipsin yarı-uzunluğudur. r sıfıra doğru yaklaştıkça, elips tamamen basık bir çatlakla dönüşür ve gerilme, çatlak ucunda teorik olarak sonsuz olur. Belirtmek gerekir ki, gerçek malzemelerde, çatlak ucunda bazı deformasyonlar olacağından, bu sınırı hiçbir zaman ulaşmaz. Ancak, teorik çözümler gerçek malzemelerin davranışlarını öngörmede son derece faydalıdır.

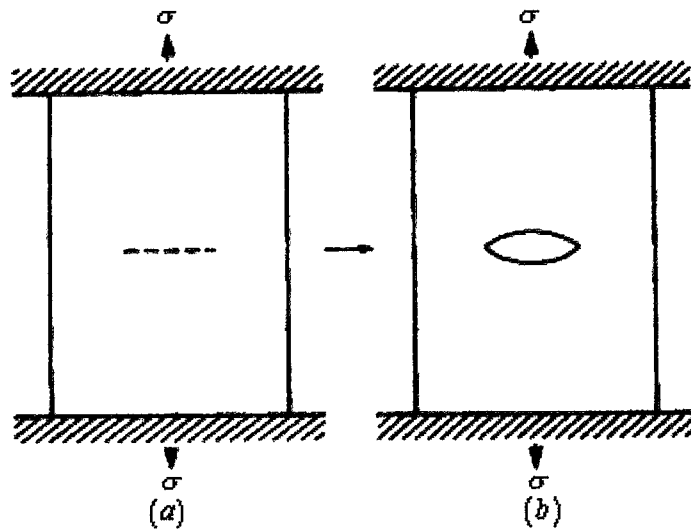


Şekil 2.6 Sonsuz bir levhadaki gerilme yoğunluğu

Basık çatlak, çatlağın iki yüzeyi olduğunu iyi belirtmek için genellikle Şekil 2.6(b) deki gibi gösterilir. Buna rağmen, teorik olarak çatlağın, çatlak boşluk kuvvetleri uygulanmadığı sürece, tıpkı bir jiletin kağıtta açtığı kesik gibi bir süreksizlik çizgisinden oluştuğunun unutulmaması gerekir.

2.3. Enerji ve Çatlak Büyümesi

Çatlak ucu gerilmelerinin teorik olarak sonsuz olmaları beraberinde herhangi bir boşluk yükü altında çatlak bir gövdenin anında kırılacağı fikrini getirebilir. Böyle bir ani kırılmanın neden gerçekleşmediğini anlayabilmek için, uygulanan yük ve yeni çatlak yüzeylerin oluşması arasındaki enerji dengesine bakılması gerekir.



Şekil 2.7 Kenetlenmiş bir levhanın gevşemesi

Her ucundan, eşit ve zıt kuvvetlerle gerilmiş ve Şekil 2.7(a) daki gibi kenetlenmiş dikdörtgen şeklinde bir levha düşünüldüğünde; eğer çatlak, levhanın merkezinde oluşursa, Şekil 2.7(b) deki gibi çatlak açıklığının gevşetmiş olduğu bir sistem olur. Sistemin şekil değiştirme enerjisi U azalır ve bir çatlak ucu için açığa çıkan enerji miktarı düzlem gerilme koşulları varsayılarak Griffith tarafından

$$U = \frac{\sigma^2}{2E} \pi a^2 \quad (2.14)$$

şeklinde gösterilmektedir. Düzlem şekil değiştirme için E , $E/(1-\nu^2)$ ile değiştirilir ve buradan

$$U = \frac{\sigma^2}{2E} (1-\nu^2) \pi a^2 \quad (2.15)$$

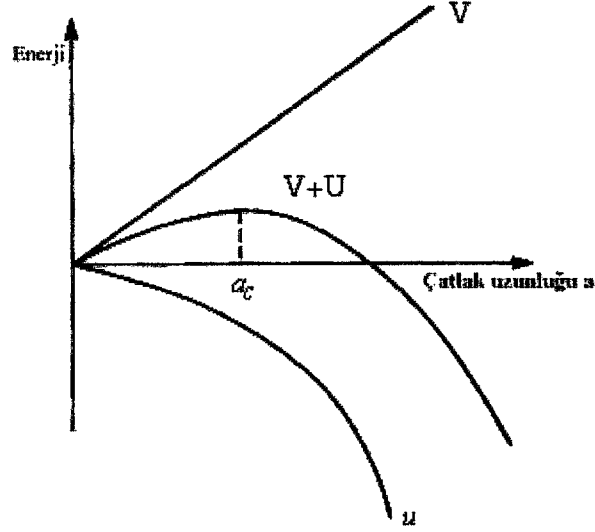
denklemine ulaşılır. Yeni çatlak yüzeyleri oluşturmak enerji gerektirir ve gereken yüzey enerjisi V ,

$$V = 2a\gamma \quad (2.16)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemde γ yüzey enerji yoğunluğu veya yüzey gerilimidir. Bir çatlağın büyümesi ancak böyle yapılarak sistemin toplam enerjisi ($=U+V$) azaltılırsa mümkündür. Çatlağın uzunluğu ile söz konusu enerjilerin değişme biçimi Şekil 2.8 de gösterilmektedir. Bir enerji açığa çıkmasını temsil ettiğinden U negatiftir. Küçük bir çatlak için ($a < a_c$), uzunluktaki bir artış sistemin daha yüksek bir toplam enerjiye sahip olduğu anlamına gelir ve bu da ancak sistem dışından ek bir enerji ile gerçekleşir. Eğer buna rağmen çatlak uzunluğu kritik a_c değerinden daha fazla olursa, uzunluktaki bir artış toplam enerjiyi azaltır ve çatlak sabit olmayan bir şekilde büyür. a_c noktası maksimum noktadır ve bu yüzden toplam enerji eğimi sıfırdır. Matematiksel bir anlatımla

$$\frac{\partial}{\partial a}(V + U) = \frac{\partial V}{\partial a} + \frac{\partial U}{\partial a} = 0 \quad (2.17)$$

şeklinde ifade edilir.



Şekil 2.8 Çatlak uzunluğu ile enerjinin değişimi

Enerji açığa çıkma oranı U_r :

$$U_r = -\frac{\partial U}{\partial a} = \frac{\pi}{E} \sigma^2 a \quad (2.18)$$

Çatlak direnç kuvveti R :

$$R = \frac{\partial V}{\partial a} = 2\gamma \quad (2.19)$$

olursa, bu takdirde (2.17) denklemi

$$R - U_r = 0 \quad (2.20)$$

olur. Eğer $U_r > R$ olursa, veya (2.18) ve (2.19) denklemleri kullanılarak $\sigma > \sigma_c$ olursa, sabit olmayan bir çatlak büyümesi gerçekleşir. Burada

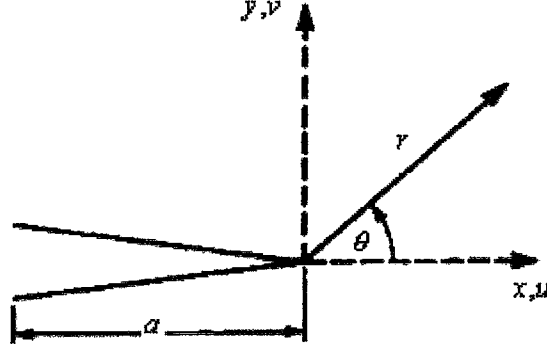
$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} \quad (2.21)$$

değerine eşittir ve düzlem şekil değiştirme için E , $E/(1-\nu^2)$ haline gelir.

Dengesiz çatlak büyümesi normal olarak, kritik koşula yaklaşan çatlakların tolere edilmemeleri için, ani bir bileşen bozulmasına yol açar.

2.4. Çatlaktaki Gerilmeler ve Yer Değiştirmeler

Bir çatlak ucunun teorik olarak sonsuz gerilmelere yol açtığını sadece belirtmek, farklı çatlak şekillerinin şiddetini karşılaştırmak için bir temel oluşturmaz; daha ileri giden düşünceler kurmak gerekir. Karmaşık değişken teknikler, Şekil 2.9 daki gibi, sonsuz bir levhadaki çatlak ucu yakınında bulunan gerilmelerin davranışlarının analizi için kullanılabilir.



Şekil 2.9 Çatlak ucu koordinatları

Gerilmeler, sonsuz bir seri şeklinde verilmişlerdir; örneğin:

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f(\theta) + A + O(\sqrt{r}) \quad (2.22)$$

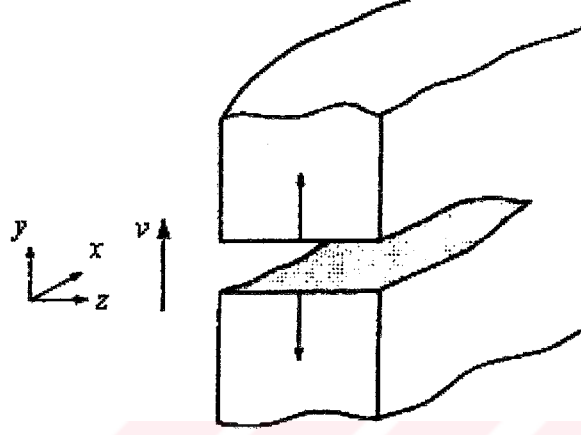
Bu denklemde A, sabit bir değerdir ve $O(\sqrt{r})$, $\sqrt{r}$ ve daha yüksek r kuvvetleri için derece terimleridir. K_I parametresi gerilme şiddet faktörüdür ve sabit geometri ve yükleme için sabit bir değerdir.

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y \quad (2.23)$$

(2.22) denkleminde serinin ilk terimi $1/\sqrt{r}$ ye bağlıdır; burada r, çatlak ucundan başlayan mesafedir. Dolayısıyla r küçük olduğunda (örneğin çatlak ucuna yakın) ilk terim onu izleyenlerden daha büyüktür; bu yüzden de izleyen terimler genellikle ihmal edilmektedirler. r sıfıra doğru yaklaştıkça, gerilmeler de sonsuza doğru yaklaşırlar. Gerçek malzemelerde, bu sonsuz çatlak ucu gerilmesine aslında hiçbir zaman ulaşılmaz, fakat gerilme şiddet faktörü kavramı çatlak problemlerinin analizinde hala geçerlidir.

Maksimum yer değiştirmeler ve gerilmeler için seri çözümünün ilk terimi verilmektedir. Kolaylık sağlaması için çatlak yüzeylerinin olası hareketleri 3 ayrı durum veya mod altında incelenmiştir. Birinci mod açılma modu (Şekil 2.10), ikinci mod kayma modu (Şekil 2.11) ve üçüncü mod da yırtılma modudur (Şekil 2.12).

Mod I



Şekil 2.10 Mod I çatlak deformasyonu

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.24)$$

$$u = \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2\kappa - 1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right]$$

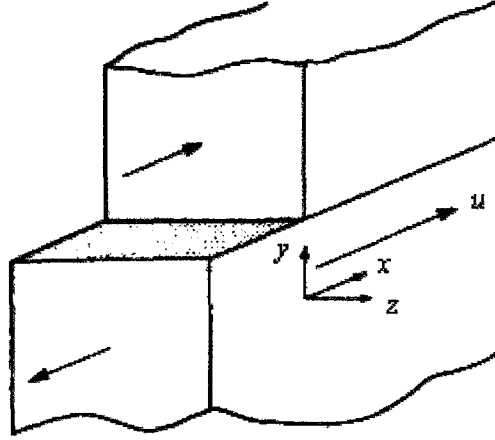
$$v = \frac{K_I}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2\kappa + 1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right]$$

Burada

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_y$$

değerine eşittir.

Mod II



Şekil 2.11 Mod II çatlak deformasyonu

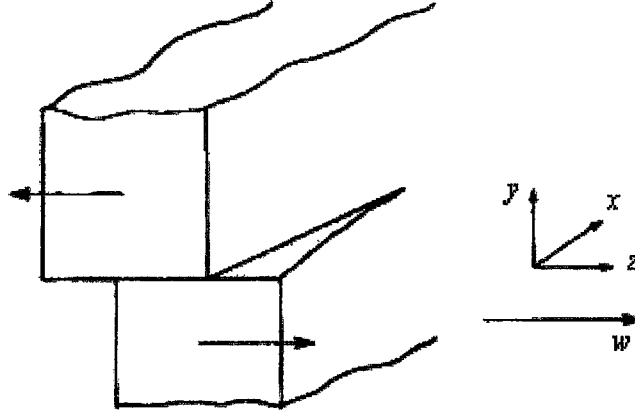
$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\
 \sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\
 \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\
 u &= \frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2\kappa + 3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right] \\
 v &= -\frac{K_{II}}{4\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2\kappa - 3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right]
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Burada

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{xy}$$

değerine eşittir.

Mod III



Şekil 2.12 Mod III çatlak deformasyonu

$$\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0; \quad u = v = 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$w = 2 \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2}$$

(2.26)

Burada

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \tau_{xy}$$

değerine eşittir.

(2.24), (2.25) ve (2.26) denklemlerinde, gerilme ve yer değiştirme için her uzamanın ilk terimi her mod için ayrı olarak verilmiştir. Eğer aynı anda iki veya üç mod var ise (bir karışık mod problemi), her mod için sözkonusu olan gerilme ve yer değiştirmeler, süperpozisyon ilkesi gereğince basitçe birbirlerine eklenebilirler.

3. YER DEĞİŞTİRME SÜREKSİZLİĞİ YÖNTEMİ

3.1. Temel Çözümler

Sınır elemanlar yöntemi, genel anlamda, sınır integral denklem sisteminin bölgenin sınırında ayrıklaştırılmasından (sınır elemanlar kullanarak) elde edilen denklem sisteminin çözümünden ibarettir. Burada problemin differansiyel denkleminin homojen çözümüne karşı gelen ve *temel çözüm* olarak adlandırılan bir çözüme gereksinim vardır. Bu çözüm üç boyutlu cisimlerde *Kelvin* çözümü, yarım uzay problemlerinde *Kelvin* ya da *Mindlin* çözümü olabilir. İki boyutlu problemlerde ise *Flamant* çözümü, *Kelvin* çözümü veya *Melan* çözümü kullanılabilir.

3.1.1. Sonsuz Düzlem İzotrop Ortamda Temel Çözümler

Sonsuz düzlemde bir ξ noktasına etkiyen F kuvvetinin sebep olduğu herhangi bir x noktasındaki yer değiştirme bileşenleri

$$u_i(x) = U_{ij}(x, \xi) F_j(\xi) \quad (3.1)$$

bağıntısıyla elde edilebilir (Şekil 3.1). Burada $U_{ij}(x, \xi)$, j yönünde ξ noktasındaki birim yükten dolayı, i yönünde x noktasındaki yer değiştirme olmak üzere, düzlem şekil değiştirme için *Kelvin* tarafından [7]

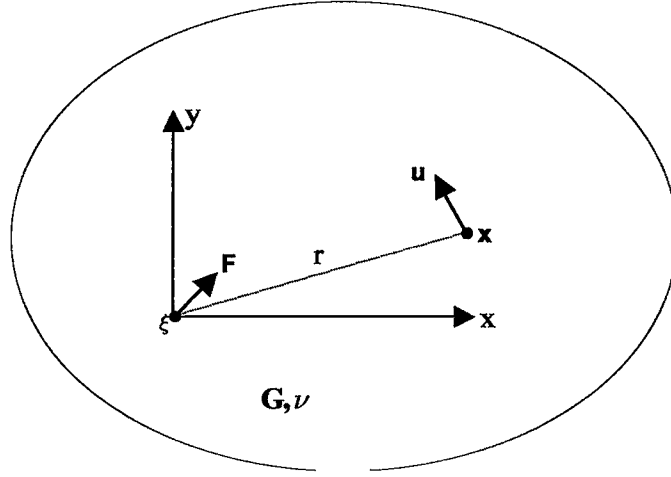
$$U_{ij}(x, \xi) = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[(3-4\nu) \ln r \delta_{ij} - r_i r_j \right] \quad (3.2)$$

bağıntısıyla verilmiştir. Burada

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad \text{Kronecker deltası} \quad (3.3)$$

$$r_i = x_i / r \quad r_i = x_i - \xi_i \quad (3.4)$$

değerlerine eşittir.



Şekil 3.1 Sonsuz düzlemde tekil kuvvetler

(3.2) denklemi (x, y) dik kartezyen koordinatlarda açık olarak

$$\begin{aligned}
 U_{xx} &= -\frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[(3-4\nu) \ln r - \frac{x^2}{r^2} \right] \\
 U_{xy} &= -\frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[-\frac{xy}{r^2} \right] & U_{yx} &= U_{xy} \\
 U_{yy} &= -\frac{1}{8\pi(1-\nu)G} \left[(3-4\nu) \ln r - \frac{y^2}{r^2} \right]
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

şeklinde yazılabilir. Benzer şekilde herhangi bir x noktasındaki gerilme bileşenleri için, (3.1) denklemi kullanılarak

$$\sigma_{ij}(x) = S_{ijk}(x, \xi) F_k(\xi) \tag{3.6}$$

şeklinde elde edilirler. Cismin sınırında x noktasının dış normal $n_j(x)$ olmak üzere yüzey gerilmeleri

$$t_i(x) = \sigma_{ij}(x, \xi) n_j(x) \tag{3.7}$$

veya başka bir gösterimle

$$t_i(x) = T_{ik}(x, \xi) F_k(\xi) \tag{3.8}$$

şeklinde elde edilir. Burada $T_{ik}(x, \xi) = S_{ijk}(x, \xi)n_j(x)$ olup, $S_{ijk}(x, \xi)$ tesir fonksiyonları ise $U_{ij}(x, \xi)$ tesir fonksiyonları kullanılarak

$$S_{ijk}(x, \xi) = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \frac{1}{r} \left[(1-2\nu)(r_{,j}\delta_{ki} + r_{,i}\delta_{kj} - r_{,k}\delta_{ij}) + 2r_{,i}r_{,j}r_{,k} \right] \quad (3.9)$$

şeklinde elde edilirler. Bu fonksiyonlar (x, y) kartezyen koordinatlarda açık olarak

$$\begin{aligned} S_{xxx} &= -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[2(1-\nu) \frac{x}{r^2} + \frac{x(x^2-y^2)}{r^4} \right] \\ S_{xxy} &= -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[2\nu \frac{y}{r^2} + \frac{y(x^2-y^2)}{r^4} \right] \\ S_{yyx} &= -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[2\nu \frac{x}{r^2} - \frac{x(x^2-y^2)}{r^4} \right] \\ S_{yyy} &= -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[2(1-\nu) \frac{y}{r^2} - \frac{y(x^2-y^2)}{r^4} \right] \\ S_{xyx} &= -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[(1-2\nu) \frac{y}{r^2} + \frac{2x^2y}{r^4} \right] \\ S_{xyy} &= -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left[(1-2\nu) \frac{x}{r^2} + \frac{2xy^2}{r^4} \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

şeklinde yazılabilir.

3.2. Sınır Elemanlar Yöntemi

Sınır eleman denklemleri, ikinci Green teoremi kullanılarak veya mekaniğin temel ilkelerinden örneğin virtüel iş ilkesini kullanarak direkt veya indirekt formülasyonlarla elde edilebilir. Bu ilkelerin yardımıyla ve temel çözümlerin de göz önünde tutulmasıyla bölgede tam olarak gerçekleştirilen, sınırda ise integral denklem anlamında gerçekleştirilen bir sınır integral denklemi elde edilir. Problemin çözümünde integrasyon formülasyonu temel alınmış olduğundan bu yöntemde, problemin çözüm bölgesi bir mertebe azalır, yani üç boyutlu problemler için bölgenin yüzeyinde, iki

boyutlu problemler için ise bölgenin sınırındaki kapalı eğride ayrıklaştırma yapılarak problemin çözümü elde edilmektedir. Ayrıklaştırma işleminde kullanılan sınırdaki elemanlar sabit, lineer, parabolik, kübik, v.b. seçilebilir. Eğer hesaplanacak iç nokta sayısı fazla ise sınır elemanlar yöntemi yerine sonlu elemanlar veya sonlu farklar yöntemi daha uygun olabilir. Bazı durumlar için sınır elemanlar yöntemiyle sonlu elemanlar yöntemi beraber kullanılabilir. Bu çalışmada iki boyutlu problemler için sınır elemanlar yöntemlerinden olan indirekt sınır eleman yöntemi aşağıda incelenmiştir.

3.3. İndirekt Sınır Elemanlar Yöntemi

İndirekt sınır elemanlar yönteminde, verilen sınır koşulları altında, sınırdaki fiktif değerler hesaplanır, daha sonra sınırdaki ve bölgedeki bilinmeyenler bu fiktif değerler yardımıyla hesaplanırlar. Buna göre sınırdaki yer değiştirme ve gerilme bağıntıları matris formunda

$$\{u\} = \{\phi\}[U] \quad \{ \} \rightarrow \text{kolon vektör} \quad (3.11)$$

$$\{t\} = \{\phi\}[T] \quad [] \rightarrow \text{kare matris} \quad (3.12)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ϕ , sınırdaki fiktif değerler olmak üzere, eğer sınırdaki u yer değiştirmeler biliniyor ise (3.11) eşitliğinden ϕ fiktif değerler hesaplanır, daha sonra bu fiktif değerler kullanılarak (3.12) eşitliğinden sınırdaki t gerilmeleri hesaplanır [31].

Bu çalışmada iki indirekt sınır elemanlar yönteminden fiktif gerilme yöntemi (FSM) kısaca incelenmiş, asıl olarak yer değiştirme süreksizliği yöntemine yer verilmiştir. Yer değiştirme süreksizliği yönteminde malzeme homojen, izotrop ve lineer elastik malzeme olarak gözönüne alınacaktır. İndirekt sınır elemanlar yönteminde, tesir fonksiyonları kapalı formda kesin olarak elde edilmişlerdir. Nümerik integrasyona göre avantajları; analitik tesir fonksiyonları kesindir, sayısal integrasyondaki tesir fonksiyonları yaklaşıktır. Fiktif gerilme yönteminde gerilme tekilliği çok düşük olduğundan cismin dış sınırını fiktif gerilme tesir fonksiyonları ile modellemek uygundur. Buna karşın yer değiştirme süreksizliği yöntemi, çatlak modellemeleri için çok uygundur.

3.3.1. Fiktif Gerilme Yöntemi

Fiktif gerilme yönteminde, bölgenin sınırlarına fiktif kuvvetler uygulanarak problemin çözümü elde edilmektedir. Sınırdaki integrallerin süperpozisyonuyla elde edilen lineer denklem takımının çözülmesiyle fiktif kuvvetler elde edilir. Daha sonra bu fiktif kuvvetler kullanılarak, bölgede ve sınırlardaki gerilmeler ve yer değiştirmeler hesaplanır. Buna göre yer değiştirme ve gerilme eşitlikleri

$$u_x = F_x U_{xx} + F_y U_{xy} \quad (3.13)$$

$$u_y = F_x U_{yx} + F_y U_{yy}$$

$$\sigma_{xx} = F_x S_{xxx} + F_y S_{xxy}$$

$$\sigma_{yy} = F_x S_{yyx} + F_y S_{yyy} \quad (3.14)$$

$$\sigma_{xy} = F_x S_{xyx} + F_y S_{xyy}$$

şeklinde yazılarak, bu tekil çözümlerin sabit kuvveler için gerilmeler ve yer değiştirmeler $(-a,a)$ aralığındaki integrasyonu (Şekil 3.2) sınırdaki herhangi bir doğrusal elemanın üzerindeki üniform yayılı yükten dolayı bölgede (x,y) noktasındaki yer değiştirme ve gerilme bileşenleri sırasıyla,

$$u_x = P_x g_{xx} + P_y g_{xy} \quad (3.15)$$

$$u_y = P_x g_{yx} + P_y g_{yy}$$

$$\sigma_{xx} = P_x f_{xxx} + P_y f_{xxy}$$

$$\sigma_{yy} = P_x f_{yyx} + P_y f_{yyy} \quad (3.16)$$

$$\sigma_{xy} = P_x f_{xyx} + P_y f_{xyy}$$

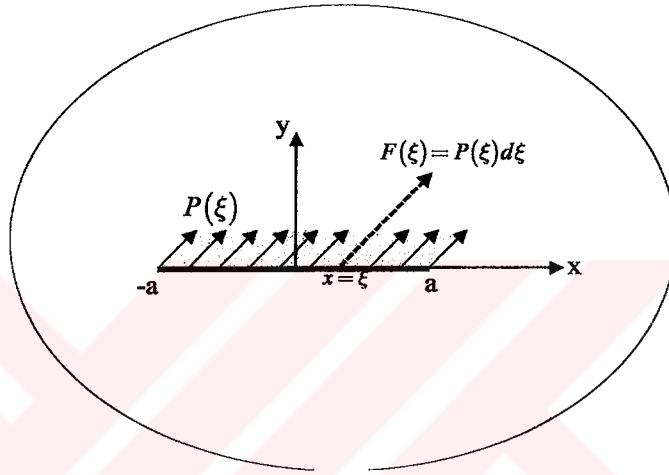
şeklinde elde edilebilir. Burada $g_{xx}, g_{xy}, \dots, f_{xxx}, f_{xxy}, \dots$ v.b. temel çözümlerin $(-a,a)$ aralığındaki integralleri olarak

$$g_{ij}(x, y) = \int_{-a}^a U_{ij}(x - \xi, y) d\xi$$

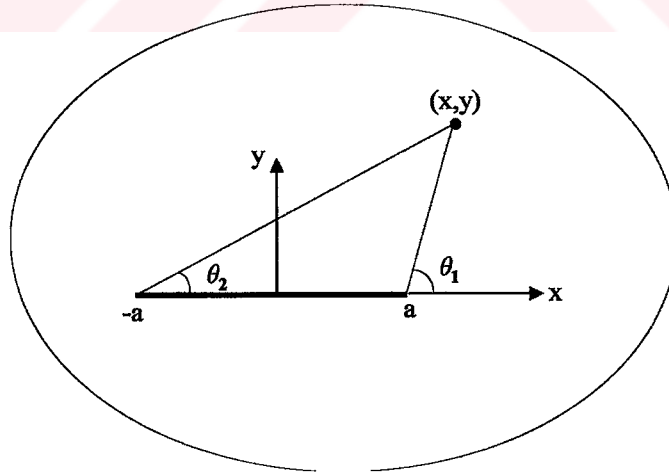
(3.17)

$$f_{ijk}(x, y) = \int_{-a}^a S_{ijk}(x - \xi, y) d\xi$$

şeklinde elde edilirler. Ayrıca, bu çözümlerde $x=0$ ve $y=0$ noktasında, integral sonuçları sonlu değerlerdir.



Şekil 3.2 Kelvin çözümünün integrali



Şekil 3.3 Bir elemanın uç noktalarındaki açılar

θ açısı kaynak noktası ile alan noktası arasındaki doğrunun açısı olmak üzere Şekil 3.3 için

$$\theta_1 = \arctan \frac{y}{x-a} \quad \theta_2 = \arctan \frac{y}{x+a} \quad (3.18)$$

şeklinde yazılarak, elemana $y=0_-$ ve $y=0_+$ yönünde yaklaşıldığı durumda θ_1 ve θ_2 açılarının alacağı değerler

$$\lim_{y \rightarrow 0} (\theta_1 - \theta_2) = \begin{cases} -\pi, & y = 0_- \\ 0, & y = 0 \\ \pi, & y = 0_+ \end{cases} \quad (3.19)$$

şeklinde olacaktır.

3.3.2. Yer Değiştirme Süreksizliği Yöntemi

Yer değiştirme süreksizliği yönteminde çözüm yöntemi, indirekt sınır elemanlar yöntemiyle tamamen aynıdır, farkı bir yüzey yerine (herhangi bir elemanda) karşılıklı iki yüzey göz önüne alınmasıdır. Buna göre yüzeyler, bir eleman olarak kabul edilebilir. Yüzeylerden biri $y=0$ 'ın pozitif tarafında olup $y=0_+$ olarak gösterilir, diğeri ise negatif tarafta olup $y=0_-$ olarak gösterilir. Doğru parçasının bir tarafından diğere geçerken, yer değiştirmeler $D_i=(D_x, D_y)$ değerinde sabit olduğu belirtilen bir değişime uğrarlar. D_i yer değiştirme süreksizliği,

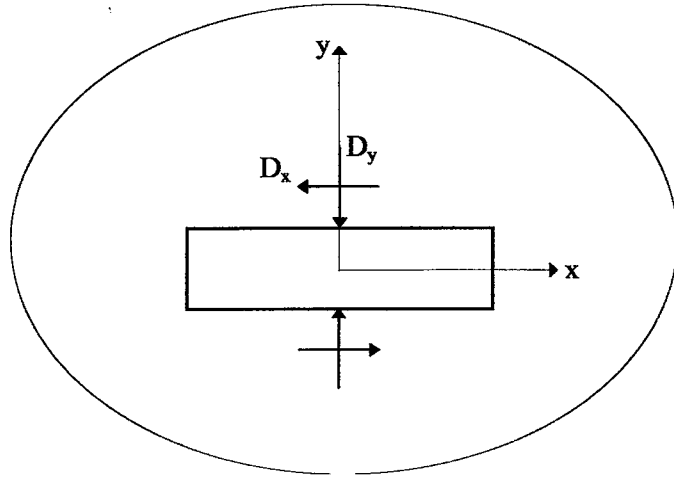
$$D_i = u_i(x, 0_-) - u_i(x, 0_+) \quad (3.20)$$

veya

$$D_x = u_x(x, 0_-) - u_x(x, 0_+) \quad (3.21)$$

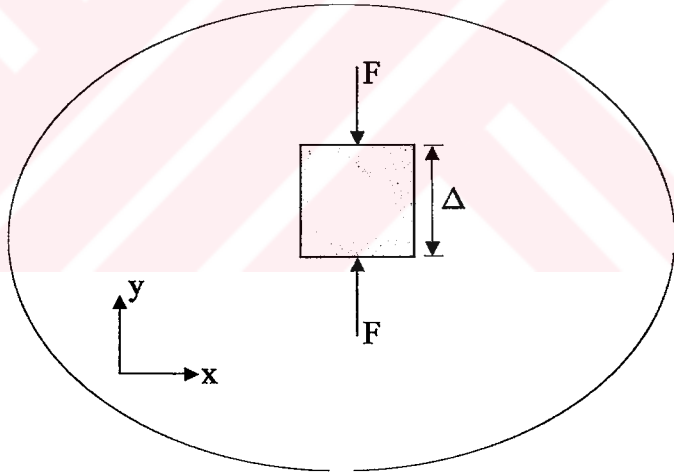
$$D_y = u_y(x, 0_-) - u_y(x, 0_+)$$

denklemlerinde görüldüğü gibi, parçanın iki tarafı arasındaki yer değiştirme farkı olarak tanımlanır (Şekil 3.4). u_x ve u_y , pozitif x ve y koordinat yönlerinde pozitif olduklarından, D_x ve D_y de pozitif olurlar. Burada önemle belirtmek gerekir ki, D_y için pozitif bir değer, çatlakın iki tarafının örtüştüğünü varsayar.



Şekil 3.4 Yer değiştirme süreksizlikleri

Yer değiştirme süreksizliğinin tesir fonksiyonları, sonsuz düzlemdeki tekil kuvvet temel çözümü kullanılarak elde edilir. Bunun için Şekil 3.5 deki gibi tekil kuvvetler bir elemanda karşılıklı yönde uygulanarak, söz konusu elemandaki yer değiştirmeler hesaplanmaktadır.



Şekil 3.5 Zıt yönlü iki kuvvet etkisindeki eleman

Sonsuz düzlemde bir nokta göz önüne alınsın., burada her hangi bir tekil kuvvetten oluşan tesir fonksiyonu $U_{ij}(x,y)$, alan fonksiyonu $u_i(x,y)$ ve tekil kuvvet F_j olmak üzere

$$u_i(x,y) = F_j U_{ij}(x,y) \quad (3.22)$$

şeklinde yazılarak, sonsuz bölgede kalınlığı Δ olan bir elemanda karşılıklı iki yönde tekil kuvvetler uygulandığında, yer değiştirme alan fonksiyonu

$$u_i(x, y) = F_j \left\{ \left(U_{ij} - \frac{\Delta}{2} \frac{\partial U_{ij}}{\partial y} \right) - \left(U_{ij} + \frac{\Delta}{2} \frac{\partial U_{ij}}{\partial y} \right) \right\} \quad (3.23)$$

olur. Sadeleştirme işlemi yapılarak

$$u_i(x, y) = -\frac{\partial U_{ij}}{\partial y} F_j \Delta \quad (3.24)$$

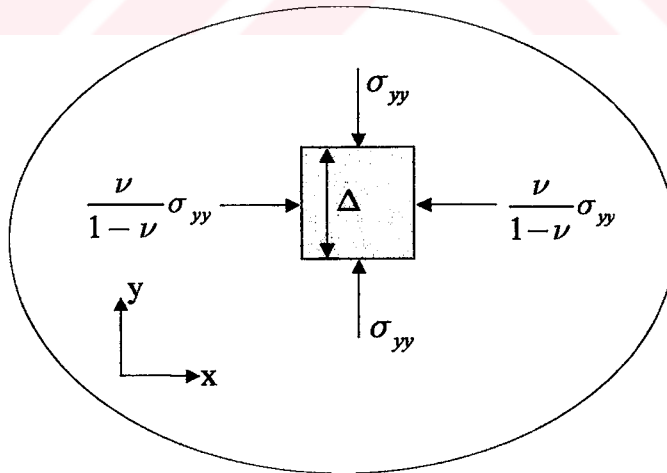
şeklinde temel çözümlerin kuvvet yönündeki türevleri cinsinden elde edilir. Burada $F_j \Delta$, dipol gerilmesi olarak isimlendirilebilir [32].

3.3.2.1. Normal Doğrultudaki Yer Değiştirme Süreksizliği

Elastik, izotrop bir cisim için Hooke denklemleri kullanılarak, sadece eksenel şekil değiştirme halinde ($\varepsilon_{yy} \neq 0$, diğer şekil değiştirmeler sıfır), gerilme ifadeleri arasındaki bağıntılar

$$\sigma_{xx} = \sigma_{zz} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{yy} \quad (3.25)$$

şeklinde elde edilir. Bu bağıntı kullanılarak Şekil 3.6 da gösterilen elemandaki yükleme durumunda sadece düşey şekil değiştirme oluşacaktır.



Şekil 3.6 Düşey doğrultuda eksenel şekil değiştirme için gerilme durumu

Dipol gerilmesi ve Hooke kanunları kullanılarak y yönündeki yer değiştirme süreksizliği

$$D_y = \frac{\Delta F}{E} \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{(1-\nu)} \quad (3.26)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre düşey doğrultuda eksenel şekil değiştirme durumunda, (3.24) ve (3.26) eşitliklerini kullanmak suretiyle düzlem içinde bir (x,y) noktasındaki y yönünde yer değiştirme süreksizliğinden dolayı oluşan temel çözümlerde gerilme ve yer değiştirme bileşenleri

$$\sigma_{ij} = -2GD_y \frac{1-\nu}{1-2\nu} \left\{ \sigma_{ij,b}^y + \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{ij,a}^x \right\} \quad (3.27)$$

$$u_j = -2GD_y \frac{1-\nu}{1-2\nu} \left\{ u_{i,b}^y + \frac{\nu}{1-\nu} u_{i,a}^x \right\}$$

şeklinde elde edilir. Burada x ve y üst indisleri, x ve y yönündeki tekil kuvvetten oluşan alan fonksiyonunu gösterirken, a ve b alt indisleri ise, bu alan fonksiyonlarının a ve b doğrultularındaki türevlerini göstermektedir. Buna göre kartezyen koordinatlarda bu denklemlerden birim yer değiştirme süreksizliğinden dolayı gerilme ve yer değiştirme bileşenleri

$$S_{xy} = \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)^2} \frac{1}{r^2} \left\{ 1 - \frac{8y^2}{r^2} + \frac{8y^4}{r^4} \right\}$$

$$S_{yy} = \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)^2} \frac{1}{r^2} \left\{ 1 - \frac{4y^2}{r^2} - \frac{8y^4}{r^4} \right\} \quad (3.28)$$

$$S_{xy} = \frac{(1-2\nu)}{4\pi(1-\nu)^2} \frac{2xy}{r^2} \left\{ 1 - \frac{4y^2}{r^2} \right\}$$

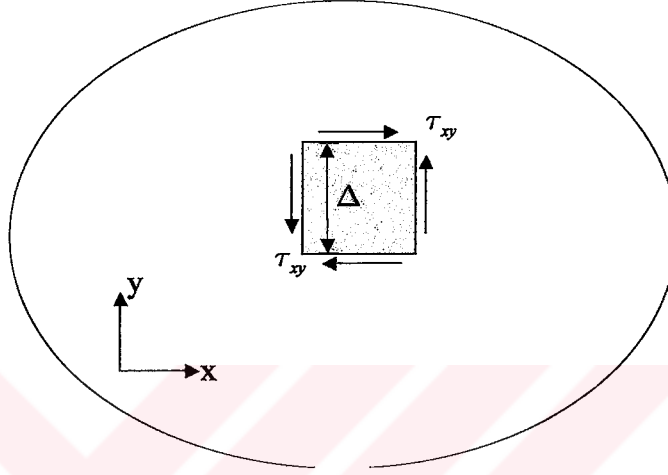
$$U_{xy} = \frac{(1-2\nu)}{8G\pi(1-\nu)^2} \cdot \frac{x}{r^2} \left\{ 1 - 2\nu - \frac{2y^2}{r^2} \right\}$$

$$U_{yy} = \frac{-(1-2\nu)}{8G\pi(1-\nu)^2} \cdot \frac{y}{r^2} \left\{ 1 - 2\nu + \frac{2y^2}{r^2} \right\} \quad (3.29)$$

şeklinde açık olarak elde edilir.

3.3.2.2. Kayma Yer Değiştirme Süreksizliği

Kayma yer değiştirmesi süreksizliği durumunda, şekil değiştirme bileşenlerinden sadece $\varepsilon_{xy} \neq 0$, diğer tüm şekil değiştirme bileşenleri sıfır olacak şekilde yükleme yapılarak elde edilebilir. Homojen, izotrop ortamdaki bir elemanter cisimde kayma yer değiştirme süreksizliği meydana getiren gerilme durumunun x - y düzlemindeki bileşenleri Şekil 3.7 de görüldüğü gibidir.



Şekil 3.7 Kayma şekil değiştirmesi için gerilme durumu

Dipol gerilmesi ve Hooke kanunları kullanılarak x yönündeki yer değiştirme süreksizliği

$$D_x = \frac{\Delta F}{G} \quad (3.30)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre, yatay doğrultuda yer değiştirme süreksizliğinden dolayı herhangi bir (x,y) noktasında oluşan temel çözümlerde gerilme ve yer değiştirme bileşenleri

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= -GD_x \{ \sigma_{ij,b}^x + \sigma_{ij,a}^y \} \\ u_i &= -GD_x \{ u_{i,b}^x + u_{i,a}^y \} \end{aligned} \quad (3.31)$$

şeklinde elde edilirler. Bu denklemler kullanılarak, birim kayma yer değiştirme süreksizliğinden dolayı (x,y) kartezyen koordinatlarda gerilme ve yer değiştirme bileşenleri sırayla

$$S_{xx} = \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{2xy}{r^4} \left[-3 + \frac{4y^2}{r^2} \right]$$

$$S_{yy} = \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{2xy}{r^4} \left[1 - \frac{4y^2}{r^2} \right] \quad (3.32)$$

$$S_{yx} = \frac{1}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{r^2} \left[1 - \frac{8y^2}{r^2} + \frac{8y^4}{r^4} \right]$$

$$U_{xx} = \frac{1}{4G\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y}{r^2} \left[-3 - 2\nu + \frac{2y^2}{r^2} \right]$$

$$U_{yx} = -\frac{1}{4G\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x}{r^2} \left[1 - 2\nu + \frac{2y^2}{r^2} \right] \quad (3.33)$$

olarak elde edilir. Buna göre her iki yöndeki sabit yer değiştirme süreksizliği için, bu tekil çözümlerin $(-a,a)$ aralığındaki integrasyonu ile sınırındaki her hangi bir doğrusal elemandan dolayı bölgede (x,y) noktasındaki gerilme ve yer değiştirme bileşenleri

$$u_x = D_x g_{xx} + D_y g_{xy} \quad (3.34)$$

$$u_y = D_x g_{yx} + D_y g_{yy}$$

$$\sigma_{xx} = D_x f_{xxx} + D_y f_{xxy}$$

$$\sigma_{yy} = D_x f_{yyx} + D_y f_{yyy} \quad (3.35)$$

$$\sigma_{xy} = D_x f_{xyx} + D_y f_{xyy}$$

şeklinde elde edilebilir. Burada $g_{xx}, g_{xy}, \dots, f_{xxx}, f_{xxy}, \dots$ v.b. fonksiyonları (3.28), (3.29), (3.32) ve (3.33) tekil çözümlerin $(-a,a)$ aralığındaki integralleri olup

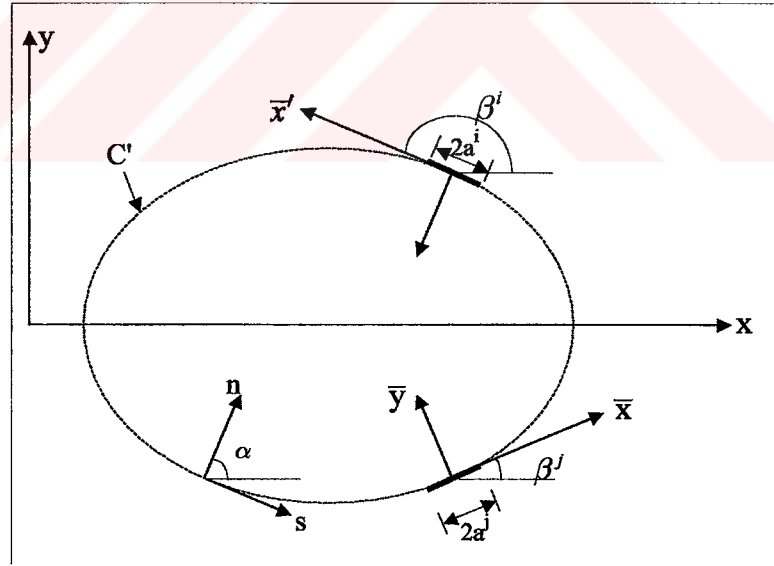
$$g_{ij}(x, y) = \int_{-a}^a U_{ij}(x - \xi, y) d\xi \quad (3.36)$$

$$f_{ijk}(x, y) = \int_{-a}^a S_{ijk}(x - \xi, y) d\xi$$

eşitlikleriyle elde edilirler.

3.4. Sayısal Hesap Yöntemi

Şekil 3.8 de görüldüğü gibi sonsuz düzlemde kapalı bir boşluk gözönüne alınsın. Burada sınırlar $2a$ uzunluğunda doğrusal elemanlara bölünerek, j elemanındaki yüklemenden dolayı i elemanın orta noktasındaki gerilme ve yer değiştirmeler hesaplanacaktır. Bunun için herhangi bir doğrultuda bir eleman gözönüne alınarak tesir fonksiyonlarının o doğrultu üzerindeki integrasyonundan elde edilmesi gerekir. İzotrop ortam için direkt integrasyon sonuçlarını herhangi bir doğrultuda yazmak sonucu değiştirmemektedir. Buna göre (x, y) global koordinatlar olmak üzere koordinat dönüşümleri



Şekil 3.8 Sonsuz düzlemde kapalı bölge

$$\begin{aligned} \bar{x} &= (x^i - x^j) \cos \beta + (y^i - y^j) \sin \beta \\ \bar{y} &= -(x^i - x^j) \sin \beta + (y^i - y^j) \cos \beta \end{aligned} \quad (3.37)$$

şeklinde yazılabilir. Bu doğrultudaki yer değiştirme ve gerilme bileşenleri ise

$$\bar{u}_x = \bar{D}_x \bar{g}_{xx} + \bar{D}_y \bar{g}_{xy} \quad (3.38)$$

$$\bar{u}_y = \bar{D}_x \bar{g}_{yx} + \bar{D}_y \bar{g}_{yy}$$

$$\bar{\sigma}_{xx} = \bar{D}_x \bar{f}_{xxx} + \bar{D}_y \bar{f}_{xxy}$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = \bar{D}_x \bar{f}_{yyx} + \bar{D}_y \bar{f}_{yyy} \quad (3.39)$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = \bar{D}_x \bar{f}_{xyx} + \bar{D}_y \bar{f}_{xyy}$$

şeklinde lokal koordinatlar cinsinden yazılabilir. Lokal koordinatlardaki yer değiştirme ve gerilme bileşenleri ise global koordinatlar cinsinden

$$\bar{u}_x = u_x \cos \beta + u_y \sin \beta \quad (3.40)$$

$$\bar{u}_y = -u_x \sin \beta + u_y \cos \beta$$

$$\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} \cos^2 \beta + 2\sigma_{xy} \sin \beta \cos \beta + \sigma_{yy} \sin^2 \beta$$

$$\bar{\sigma}_{yy} = \sigma_{xx} \sin^2 \beta - 2\sigma_{xy} \sin \beta \cos \beta + \sigma_{yy} \cos^2 \beta \quad (3.41)$$

$$\bar{\sigma}_{xy} = -(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) \sin \beta \cos \beta + \sigma_{xy} (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta)$$

şeklinde yazılabilir. Herhangi bir lokal koordinatlardaki $(\bar{x}', \bar{y}')$ (Şekil 3.8) yer değiştirme ve gerilme bileşenleri $(\bar{x}, \bar{y})$ lokal koordinat sistemindeki değerleri cinsinden

$$\bar{u}'_x = \bar{u}_x \cos \alpha + \bar{u}_y \sin \alpha \quad (3.42)$$

$$\bar{u}'_y = -\bar{u}_x \sin \alpha + \bar{u}_y \cos \alpha$$

$$\bar{\sigma}'_{xx} = \bar{\sigma}_{xx} \cos^2 \alpha - 2\bar{\sigma}_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + \bar{\sigma}_{yy} \sin^2 \alpha$$

$$\bar{\sigma}'_{yy} = \bar{\sigma}_{xx} \sin^2 \alpha + 2\bar{\sigma}_{xy} \sin \alpha \cos \alpha + \bar{\sigma}_{yy} \cos^2 \alpha \quad (3.43)$$

$$\bar{\sigma}'_{xy} = (\bar{\sigma}_{xx} - \bar{\sigma}_{yy}) \sin \alpha \cos \alpha + \bar{\sigma}_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

olarak elde edilir. Burada $\alpha = \beta^i - \beta^j$ ve (s, n) herhangi bir lokal koordinat sistemi olmak üzere, $\bar{u}'_x = u^i_s$, $\bar{u}'_y = u^i_n$, $\bar{\sigma}'_{xy} = \sigma^i_s$, $\bar{\sigma}'_{yy} = \sigma^i_n$, $\bar{\phi}_x = \phi^i_s$ ve $\bar{\phi}_y = \phi^i_n$ tanımları yapılırsa herhangi bir i noktasında lokal koordinatlarda yer değiştirme ve gerilme bileşenleri

$$u^i_s = D^j_s B^{ij}_{ss} + D^j_n B^{ij}_{sn} \quad (3.44)$$

$$u^i_n = D^j_s B^{ij}_{ns} + D^j_n B^{ij}_{nn}$$

$$\sigma^i_s = D^j_s A^{ij}_{ss} + D^j_n A^{ij}_{sn} \quad (3.45)$$

$$\sigma^i_n = D^j_s A^{ij}_{ns} + D^j_n A^{ij}_{nn}$$

şeklinde elde edilirler. Burada s ve n lokal koordinatlar olmak üzere, A^{ij}_{ss} ve B^{ij}_{ss} vb. tesir fonksiyonları yer değiştirme süreksizliği yönteminde (3.36) eşitliklerinin lokal koordinatlarda $(-a, a)$ aralığındaki integrasyon sonuçları olup yer değiştirme süreksizliği yöntemi için genel olarak

$$A^{ij}_{ss} = (\bar{f}_{xxx} - \bar{f}_{yyx}) \sin \alpha \cos \alpha - \bar{f}_{xyx} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$A^{ij}_{sn} = (\bar{f}_{xxy} - \bar{f}_{yyy}) \sin \alpha \cos \alpha - \bar{f}_{xyy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

(3.46)

$$A^{ij}_{ns} = \bar{f}_{xxx} \cos^2 \alpha + 2\bar{f}_{xyx} \sin \alpha \cos \alpha + \bar{f}_{yyx} \sin^2 \alpha$$

$$A^{ij}_{nn} = \bar{f}_{xxy} \cos^2 \alpha + 2\bar{f}_{xyy} \sin \alpha \cos \alpha + \bar{f}_{yyy} \sin^2 \alpha$$

$$B_{ss}^{ij} = \bar{g}_{xx} \cos \alpha + \bar{g}_{yx} \sin \alpha$$

$$B_{sn}^{ij} = \bar{g}_{xy} \cos \alpha + \bar{g}_{yy} \sin \alpha$$

(3.47)

$$B_{ns}^{ij} = -\bar{g}_{xx} \sin \alpha + \bar{g}_{yx} \cos \alpha$$

$$B_{nn}^{ij} = -\bar{g}_{xy} \sin \alpha + \bar{g}_{yy} \cos \alpha$$

bağıntılarından elde edilirler. (3.44) ve (3.45) eşitlikleri $j=1,...,N$ elemanları için hesaplanarak süperpozisyon yapılırsa

$$u_s^i = \sum_{j=1}^N B_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N B_{sn}^{ij} D_n^j \quad (3.48)$$

$$u_n^i = \sum_{j=1}^N B_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N B_{nn}^{ij} D_n^j$$

$$\sigma_s^i = \sum_{j=1}^N A_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A_{sn}^{ij} D_n^j \quad (3.49)$$

$$\sigma_n^i = \sum_{j=1}^N A_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A_{nn}^{ij} D_n^j$$

şeklinde $2N$ tane lineer denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımı

$$b_s^i = \sum_{j=1}^N C_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N C_{sn}^{ij} D_n^j \quad i = 1' \text{den } N' \text{ye kadar} \quad (3.50)$$

$$b_n^i = \sum_{j=1}^N C_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N C_{nn}^{ij} D_n^j \quad i = 1' \text{den } N' \text{ye kadar}$$

şeklinde gösterilir. Bu denklemlerde, b_s^i ve b_n^i değerleri gerilme veya yer değiştirmenin bilinen sınır değerlerini göstermektedir ve C_{ss}^{ij} , vb. değerler (3.48) veya (3.49) denklemlerinden gelen ilgili tesir fonksiyonlarıdır. Bu denklem takımlarının verilen sınır koşulları altında çözülmesiyle sınırdaki fiktif değerler elde edilir. Daha sonra bu fiktif değerler kullanılarak, bölgede ve sınırlardaki gerilmeler

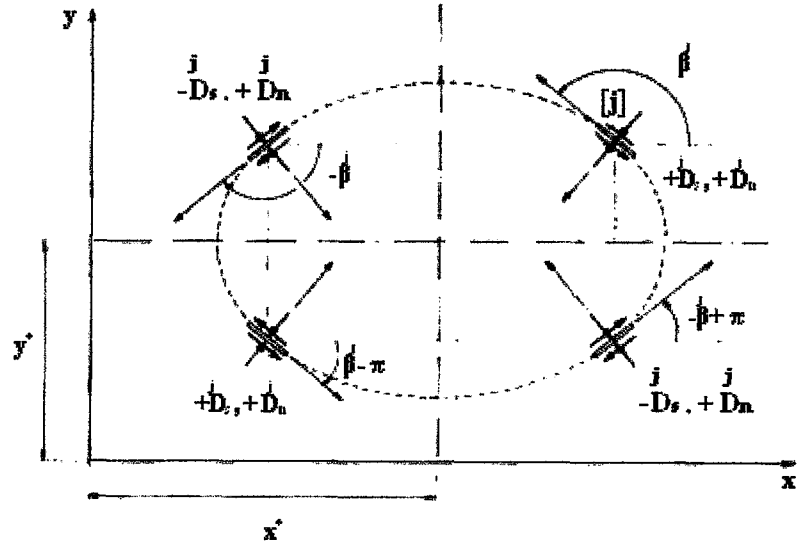
ve yer değiştirmeler hesaplanır. Buradaki fiktif değerler, yer değiştirme sũreksizlięi yũntemi için yer değiştirme sũreksizlikleridir ($\phi = D_i$).

Özellikle, eğik ve kesişen de olsa, çatlakları olan sonsuz bir cismi içeren problemlerin yer değiştirme sũreksizlięi yũntemi ile özũlmesi kolaydır. Bu durumda, sınır elemanları kapalı bir evre oluşturmaz, fakat bununla beraber problemin özũmũnde her birinin pozitif ve negatif taraflarının ayırt edilmesi gerekir. Her eleman için hesaplanmış olan u_s^+ ve u_n^+ yer değiştirmelerinin değerlerini yorumlayabilmek için bu ayırım gereklidir. Bu yũzden, eğer bir çatlağın i elemanının bir tarafındaki yer değiştirme isteniyorsa, bunu negatif taraf için gerçekleştirmek gerekecektir. Problemi özdũkten sonra, öngörũlen u_s^i ve u_n^i yer değiştirmelerini oluşturmak için, i elemanına uygulanması gereken σ_s^i ve σ_n^i kayma gerilmeleri ve normal gerilmeler hesaplanabilir. Bu gerilmeler eşzamanlı olarak elemanın her iki tarafında hareket ederler. Elemanın pozitif tarafındaki yer değiştirmeler $u_s^+ = u_s^i - D_s^i$ ve $u_n^+ = u_n^i - D_n^i$ ilişkileriyle tanımlanmıştır.

Eğer sınır elemanları kapalı bir evre oluşturmak için birleşmişlerse, çevrenin hem iç hem de dış bũlgesi için sınır değer problemleri ele alınabilir. İ (sonlu bũlge) problemlerin sonuçları bulunurken; rijit cisim hareketleri, sınırın iki noktasında en az üç yer değiştirme bileşeni öngörũlerek engellenebilir.

Alternatif olarak aynı etkiye, eğer söz konusu problem için mevcutsa, simetri koşulları hesaba katılarak da ulaşılabilir. Yer değiştirme sũreksizlięi yũnteminde, uygun konumda bir eleman (asıl elemanın eksenin diğer tarafındaki görũntũsũdür) eklenerek veri bir sınır elemanına uygun bir simetri ekseni oluşturulur.

Bu işlem şekil 3.9 da $x = x^*$ ve $y = y^*$ doğrularının her ikisinin de simetri ekseni olduğu bir durumda gösterilmiştir. Her iki eleman için yer değiştirme sũreksizlięinin normal bileşenleri eşittir, ancak kayma bileşenleri her simetri ekseni geçildiğinde işaret değiştirir.



Şekil 3.9 $x = x^*$ ve $y = y^*$ doğrularının simetri koşulları

4. GERİLME ŞİDDET FAKTÖRÜ

4.1. Giriş

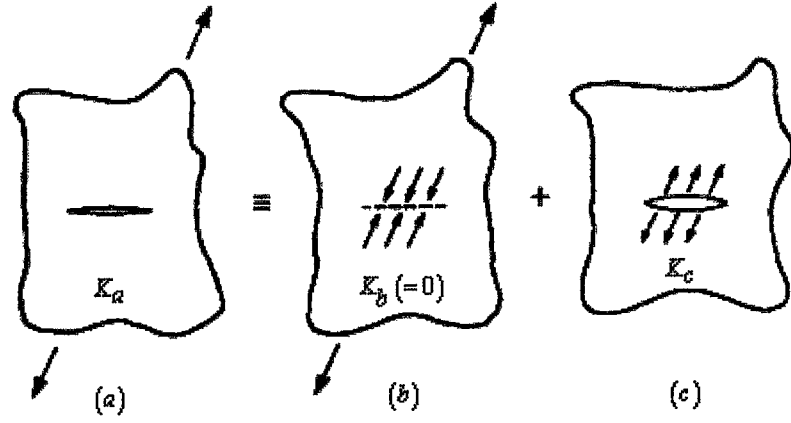
Verilen çatlak bir bölgedeki hasarın etkisinin bir ölçümü olan “*gerilme şiddet faktörü*” K ’nın tespiti, maksimum kabul edilebilir çatlak boyuna veya gerilmeye karar verme sürecinde ilk adımdır. Gerilme şiddet faktörü değerleri genellikle, a yarı boyundaki ve sonsuz bir yüzeyde normal bir değişmez σ yükü altındaki çatlağa karşılık gelen K_0 böleniyle ($K_0 = \sigma\sqrt{\pi a}$) normalize edilir. Sonsuz bir yüzeydeki bir çatlak için, belli bir yapının geometrisinin ve yüklemesinin gerilme şiddet faktörünü nasıl etkilediğinin ölçümü olan K_I / K_0 , “*yapı düzeltme faktörü*” Q ’ya karşılık gelir. Bu terimleri kullanarak

$$K_I = Q\sigma\sqrt{\pi a} \quad (4.1)$$

bağıntısı elde edilir.

4.2. Süperpozisyon

Süperpozisyon ilkesi her doğrusal elastik sisteme uygulanır. Eğer sisteme iki veya daha fazla yükleme uygulanıyorsa, yüklerin toplam etkisi herbirinin kendi etkilerinin toplamına eşittir. Özellikle, birçok yükleme altındaki bir bölge için gerilme şiddet faktörü, yükün her bölümünün altındaki bölge için olan gerilme şiddet faktörlerinin toplamıdır. Bu süperpozisyon ilkesi Şekil 4.1 de gösterilmektedir.



Şekil 4.1 Süperpozisyon ilkesi

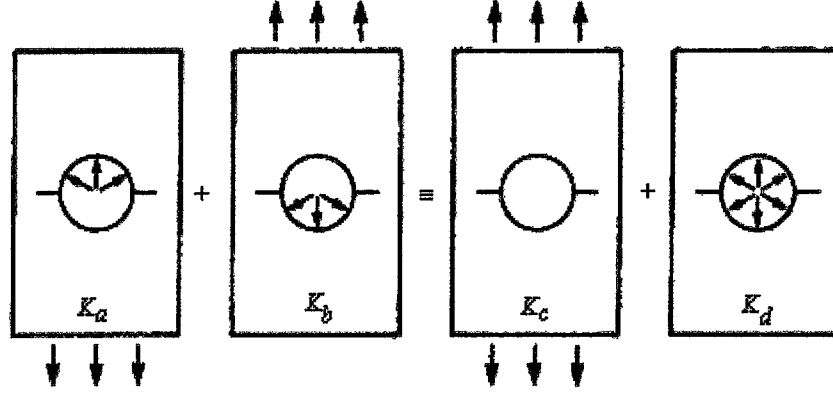
Şekil 4.1(a) bölümünde; çatlamaş bir cisim, çatlağı açan ve K_a gerilme şiddet faktörünü doğuran bir yük sistemine maruz kalmaktadır. Şekil 4.1(b) bölümünde; çatlak mevcut değildir ancak çatlağın bulunduğu yerdeki gerilmeler $-\sigma_x$ olarak ölçülmektedir. Çatlak açılmadığından, bu durum için gerilme şiddet faktörü $K_b = 0$ dır. Son olarak Şekil 4.1(c) bölümünde; Şekil 4.1(b) bölümündeki çatlağı kapatan gerilmeler zıt şekilde uygulanmakta, çatlağı açmakta ve K_c gerilme şiddet faktörünü oluşturmaktadır. Süperpozisyon ilkesi, bölgenin aşağıdaki denklemleri veren her kısmında gerilme veya yer değişimine uygulanabilir.

$$\sigma_a = \sigma_b + \sigma_c \quad (4.2)$$

$$u_a = u_b + u_c \quad (4.3)$$

$$K_a = K_b + K_c \quad (4.4)$$

Böylece, her doğrusal elastik bölge için gerilme şiddet faktörü, asıl problemten veya dış yüklerin olmadığı ve çatlak yüzeyine uygun gerilmelerin uygulandığı aynı geometriden her zaman bulunabilir. Eğer gerilme şiddet faktörü, farklı çatlak yapılarından elde edilecekse, bunlardan herhangi biri üst üste binmiş çatlak yüzeyine sahip olabilir.



Şekil 4.2 Mil-yüklü bir delik için süperpozisyon

Süperpozisyonun bir diğer örneği Şekil 4.2 de görülmektedir. Bu örnek, yüzeyin uçlarındaki sabit gerilme ve delikteki sabit gerilme olmak üzere iki simetrik durumdan dolayı çatlamış bir delikteki bir mil ile tek yönden desteklenen gerilme altındaki bir yüzeyin gerilme şiddet faktörünün hesaplanmasını sağlar. Gerilme şiddet faktörleri arasındaki ilişki

$$K_a = K_b = \frac{1}{2}(K_c + K_d) \quad (4.5)$$

bağıntısıyla verilmiştir.

4.2.1. Süperpozisyon İlkesini Kullanarak Tahminlerde Bulunma

Süperpozisyon ilkesi, farklı yük durumlarına K -değerleri eşleme olanağı verir. Eğer geometriler farklıysa, ilke aynen uygulanamaz fakat yaklaşık çözümler elde etmek için kullanılabilir. Bunun sık rastlanan örneği, bir yüzeyde kopma kenarındaki bir çatlaktır. Eğer çatlak küçük ise, geometri (çatlağın yakınındaki kıvrım dikkate alınmayarak) ve yükleme (sabit olduğu varsayılarak) tahmin edilebilir. Burada gerilme şiddet faktörü, normal bir σ gerilmesi altındaki sonsuz bir yüzey üstündeki bir kenar çatlağı için bilinen gerilme şiddet faktörü kullanılarak tahmin edilebilir.

$$K_I = 1.12\sigma\sqrt{\pi a} \quad (4.6)$$

Bu denklemde a , çatlak boyudur. σ gerilmesi, çatlaktaki maksimum gerilme veya çatlak ucundaki gerilme ya da ortalama gerilme kullanılarak belirlenebilir. Ortalama gerilme

$$\sigma_m = \frac{1}{a} \int_0^a \sigma(x) dx \quad (4.7)$$

şeklinde ifade edilebilir. Çatlak boyunca gerilme değişimi $\sigma(x)$, analitik olarak veya deneysel biçimde belirlenebilir. Her iki durumda da, (4.7) denkleminin rakamsal integrasyonu kullanılabilir. *Simpson Yasası*, integrasyon dizisinin her birinin yüksekliğinin h olduğu iki aralığa; σ_0 , σ_1 ve σ_2 fonksiyon değerleri ile bölündüğünü varsayar. Böylece

$$\int_0^{2h} \sigma(x) dx \approx \frac{h}{3} (\sigma_0 + 4\sigma_1 + \sigma_2) \quad (4.8)$$

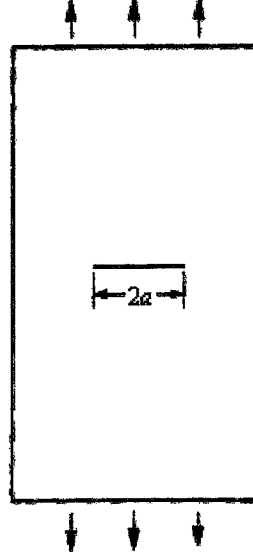
bağıntısına ulaşılabilir.

4.3. Çatlak Problemleri İçin Sonlu ve Sınır Elemanlar

Çatlak problemlerinin çözümü için sonlu elemanlar yöntemini ve sınır elemanlar yöntemini kullanmak dikkatli bir ağ dizaynı gerektirir. Bir özelliğin (çatlak ucu) varlığı, eleman sayısı arttıkça, sayısal çözümün kesin çözüme yaklaşma oranını kesinlikle azaltır. Bu zorluğun üstesinden gelmek için birçok yöntem kullanılabilir.

4.3.1. Sabit Elemanlar Kullanılarak Çatlak Modellenmesi

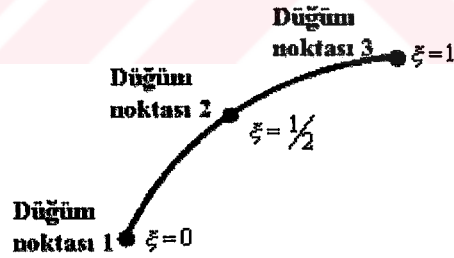
Bu tezdeki sayısal uygulamalarda (sınır eleman yöntemlerinden DDM ile) sabit eleman kullanılarak çözümler elde edilmiştir. Doğru çatlak ucu davranışı sadece çatlak ucundaki özel elemanlarla modellenebildiğinden, bu elemanların uzunluğunun belirleyici olduğunu önemle belirtmek gerekir. Sınır elemanlar yönteminde $0.05a$ dan $0.2a$ ya kadar olan (a : çatlak yarı uzunluğu) bir çatlak ucu elemanı, gerilme şiddet faktörünün hesaplanmasında fazla değişiklik gerektirmeden en iyi sonuçları verir. Eğer Şekil 4.3 deki gibi merkezi bir çatlak olan dikdörtgen şeklindeki bir levha ele alınırsa, simetri yüzünden levhanın $\frac{1}{2}$ 'si modellenmek zorundadır.



Şekil 4.3 Merkezi çatlak levha modeli

4.3.2. İzoparametrik Elemanlar Kullanılarak Çatlak Modellenmesi

Eğri sınırları ve hızlı bir şekilde değişen gerilme veya yer değiştirmeleri olan elastik bölgeler, doğrusal elemanlar ile iyi gösterilemezler. Eleman başına üç düğüm noktası kullanılarak, parametrelerin ikinci dereceli olarak değiştiği ve böylece model değişimlerinin düz bir çizgiden çok bir eğri şeklinde olduğu varsayılabilir. İkinci dereceden bir sınır elemanı Şekil 4.4 de gösterilmektedir.



Şekil 4.4 İkinci dereceden bir sınır elemanı

u yer değiştirmesinin değeri düğüm noktası değerleri cinsinden yazılır:

$$u = u_1\phi_1 + u_2\phi_2 + u_3\phi_3 \quad (4.9)$$

Bu denklemde; $\phi_1(\xi) = (1-2\xi)(1-\xi)$, $\phi_2(\xi) = 4\xi(1-\xi)$, $\phi_3(\xi) = -\xi(1-2\xi)$ değerlerine sahiptir. x , y ve t değişkenleri de benzer şekilde düğüm noktası değerleri ile gösterilir. Çatlak ucu yakınında yer değiştirme $\sqrt{r}$ ile, gerilme de $1/\sqrt{r}$ ile orantılıdır. Bu davranış, polinom tipi elemanlarca iyi bir şekilde gösterilir ve bu

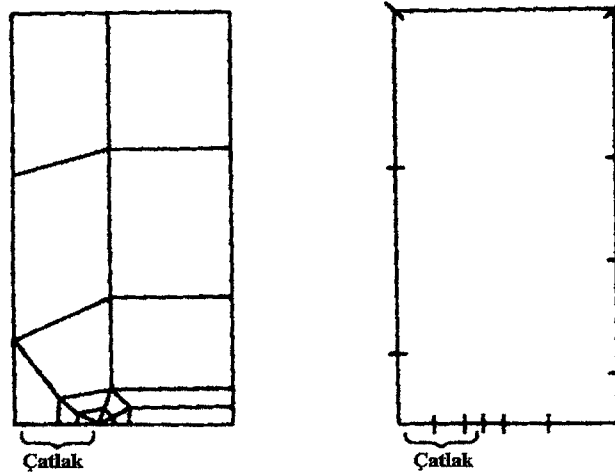
yüzden de, bir ağ çatlak ucuna yaklaştıkça küçülen elemanlar ile kullanılmalıdır. Gerilme şiddet faktörünün doğru değeri için geniş sayıda eleman gerekmektedir.

4.3.3. Çeyrek–Nokta Elemanları Kullanılarak Çatlak Modellenmesi

Eğer çatlak ucunda, bilinen $1/\sqrt{r}$ ve $\sqrt{r}$ gerilme ve yer değiştirme davranışını temsil eden özel elemanlar varsa, sınır elemanlar yöntemi ve sonlu elemanlar yöntemi modellerinden daha iyi sonuç alınabilir.

Sonlu elemanlar yönteminde; gerilmeler, eleman yer değiştirmelerini farklılaştırarak bilgisayar işlemi görürler; eğer yer değiştirmeler doğru şekildeyse gerilmeler de doğru şekilde olur. Buna karşılık, sınır elemanlar yönteminde hem yer değiştirmeler hem de gerilmeler doğrudan düğüm değerleri ile gösterilir ve $1/\sqrt{r}$ gerilme davranışını göstermek için bilgisayar programı bu tür elemanları dahil edecek şekilde değiştirilmelidir.

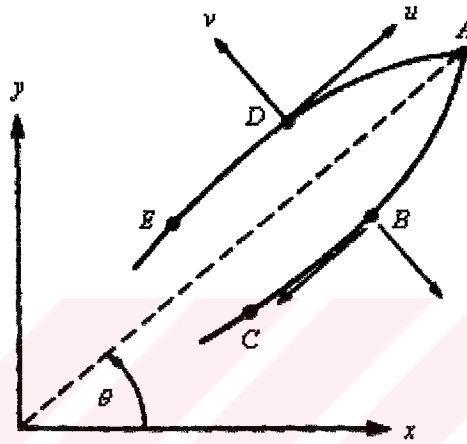
Çeyrek-levha problemi için sınır elemanlar yöntemi ağı ile, ilgili sonlu elemanlar yöntemi ağı Şekil 4.5 dedir. Dikdörtgen levhanın $1/4$ 'ünün alındığı durumda elemanlar ikinci derecelidir, çatlak ucunda çeyrek-nokta elemanları kullanılır. Sonlu elemanlar yöntemi, çatlak ucundan yayılan tüm çizgilerde çeyrek-nokta elemanlar kullanılmalıdır ve üçgen şeklindeki elemanlar en iyisidir. Sınır elemanlar yöntemi, çatlak yüzeyinde bir çeyrek-nokta elemanı ve levha malzemesinde, örneğin simetri çizgisinde, çatlak ucuyla birleşen bir çeyrek-nokta elemanı kullanabilir.



Şekil 4.5 Çeyrek-levha için sınır elemanlar ve sonlu elemanlar yöntemi ağı

4.4. Gerilme ve Yer Değiştirmelerin Kullanılması

Eğer gerilme ve yer değiştirmeler çatlamış bir bölgeyi modellemeden sayısal bir yöntem kullanarak elde edilebiliyorsa, o zaman bunlar doğrudan gerilme şiddet faktörünü hesaplamada kullanılabilir. Sayısal yöntemlerin doğruluğu kullanılan ağ ve sayısal modele fazlasıyla bağlıdır, mevcut bir çatlak olmadığında aynı yöntem için daha azdır. Pratikte, çatlak yüzeylerin yer değiştirmeleri gerilme şiddet faktörü hesaplamaları için en güvenilir olanıdır.



Şekil 4.6 Çatlak ucu eleman düğüm noktaları

Sayısal çözümün x ve y yer değiştirmelerin cinsinden olduğunu varsayarak, ilk olarak ortalama çatlak boşluk yer değiştirmeleri

$$D_x = (u_{xD} - u_{xB})/2 \quad (4.10)$$

$$D_y = (u_{yD} - u_{yB})/2$$

eşitlikleriyle hesaplanmalıdır. Çatlak boşluk ve kayma yer değiştirmelerini, düğümsel değerlerdeki farkları kullanarak hesaplamak, otomatik olarak çatlaktaki herhangi bir sert gövde hareketini elimine eder. Gerilme şiddet faktörlerinin bulunabilmesi için yer değiştirmeler, normal ve çatlak ucuna dik olmalıdır. Pozitif gerilme şiddet faktörleri için yer değiştirmelerin yönleri Şekil 4.6 da verilmiştir. Vektörlerin çözümünden de

$$D_s = D_y \cos \theta - D_x \sin \theta \quad (4.11)$$

$$D_n = D_y \sin \theta + D_x \cos \theta$$

bağıntıları elde edilir. Gerilme şiddet faktörleri

$$K_I = KD_s \quad (4.12)$$

$$K_{II} = KD_n$$

bağıntıları elde edilirler. Bu denklemlerdeki K düzlem şekil değiştirme için

$$K = \frac{-\sqrt{\pi E}}{8\sqrt{a(1-\nu^2)}} \quad (4.13)$$

şeklinde yazılabilir. E ve ν sırasıyla elastisite modülü ve Poisson oranıdır.

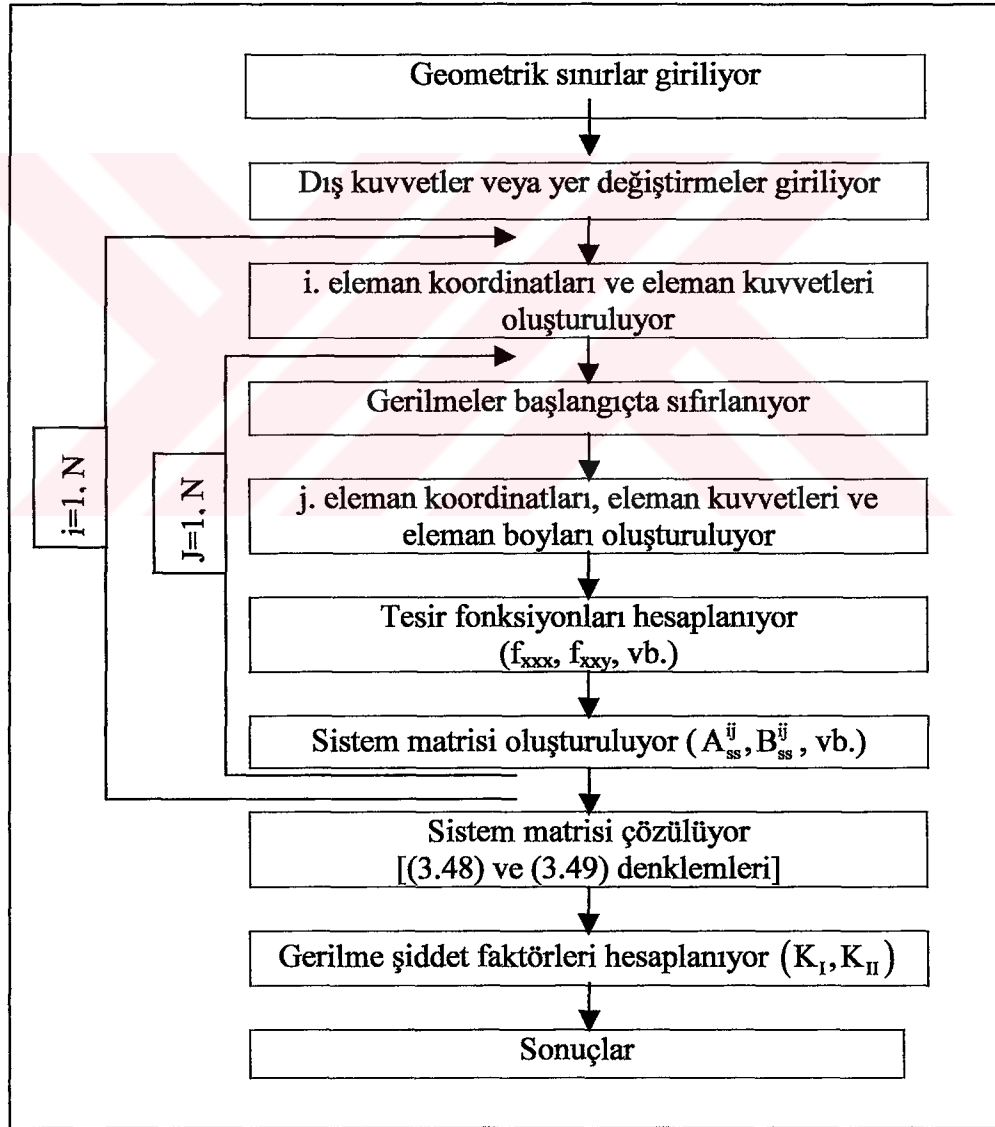
5. SAYISAL UYGULAMALAR

5.1. Bilgisayar Programı

5.1.1. Bilgisayar Programının Akış Şeması

Aşağıdaki tabloda Kimençe'nin[31] C++ diliyle yazılmış olan program anlatılacaktır.

Tablo 5.1. Bilgisayar programının akış şeması



5.1.2. Program Girişİ İçin Teknik Terimler

5.1.2.1. Sınır Çevrelerinin Tanımı

Tüm sınır çevreleri uç uca eklenmiş düz doğru parçaları ile verilmiştir. Her sınır parçası (veya parçanın kısmı) NUM sınır elemanına bölünmüştür. Elemanların yerleri, başlangıcın x,y koordinatları (XBEG, YBEG), parçanın bitiş noktaları (XEND, YEND) ve NUM değeri ($NUM \geq 1$) verilerek belirlenmiştir. Böylece, bilgisayar programı sınır elemanlarını numaralandırır ve orta nokta koordinat, uzunluk ve yönelimlerini hesaplar.

Sınır elemanlarının sayısı N olarak adlandırılır. Bu programla çözülen örneklerde toplam sınır eleman sayısı 100'ü geçmemiştir. Genelde, en iyi sonuçlar sınır elemanlarının tümünün aynı uzunlukta olduğu durumlarda elde edilir.

5.1.2.2. İç Bölgede Hesaplanacak Noktaların Belirlenmesi

İç bölge noktaları ilgilenilen bölge içindeki (örneğin bir sınır üzerindeki değil) yer değiştirme ve gerilmelerin hesaplanması beklenen spesifik noktalardır. Düz bir doğru üzerindeki eşit olarak ayrılmış iç bölge noktaları, başlangıcın x,y koordinatları (XBEG, YBEG), doğrunun bitiş noktaları (XEND, YEND) ve doğru boyunca arzu edilen ara nokta sayısı (NUMPB) verilerek belirlenir. Bu şekilde iç bölgede elemanları belirlemede kullanılan düz doğru parçası sayısı NUMOS olarak adlandırılır. Bu program NUMOS değeri için herhangi bir kısıtlama getirmediğinden iç bölge noktaları sayısı isteğe bağlıdır.

5.1.2.3. Simetri

Eğer verilen bir problem için simetri koşulları mevcut ise, programın giriş veri miktarı azalabilir. KSYM, Şekil 5.1 de gösterildiği üzere, kullanılacak simetri türünü belirleyen bir parametredir.

KSYM=1 problemin simetrisi olsa bile, hiçbir simetri koşuluna maruz kalınmayacağını;

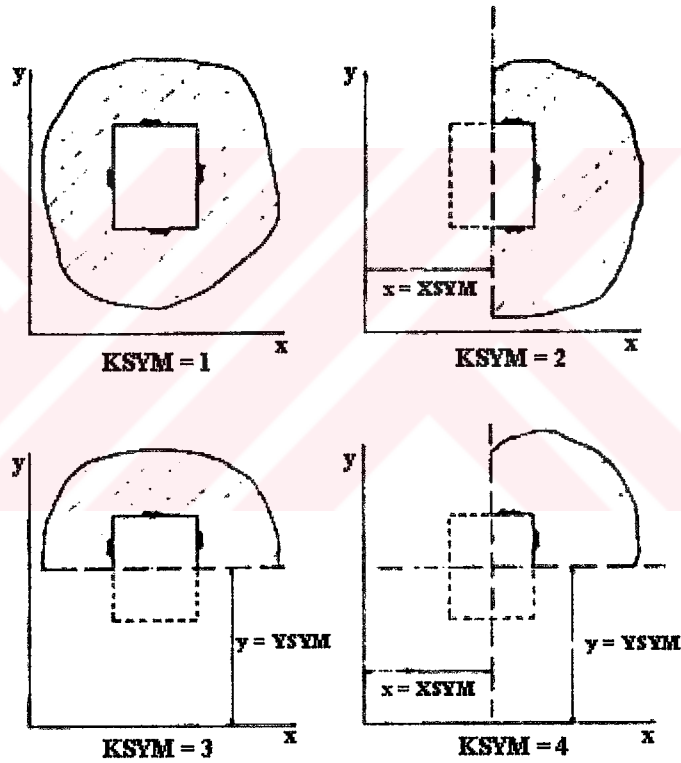
KSYM =2 y eksenine paralel bir doğrunun ($x = XSYM$) simetri doğrusu olduğunu;

KSYM =3 x eksenine paralel bir doğrunun ($y = YSYM$) simetri doğrusu olduğunu;

$KSYM = 4$ hem $x = XSYM$ hem de $y = YSYM$ doğrularının simetri doğruları olduğunu belirtir.

Eğer problemin tek bir simetri doğrusu varsa ($KSYM=2$ veya $KSYM=3$), sınır elemanları sınır çevrelerinin $\frac{1}{2}$ 'si için belirlenmelidir; eğer problemin 2 simetri doğrusu varsa ($KSYM=4$) elemanlar sınır çevre çizgisinin $\frac{1}{4}$ 'ü için belirlenmelidir.

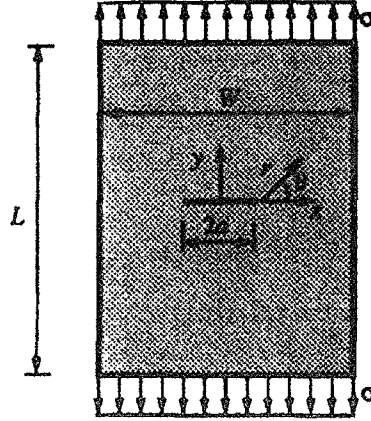
Bu program simetri içeren bir problemdeki sınır elemanlarının yerleştirilmesi konusunda 2 kısıtlama getirir: Bir sınır elemanı simetri doğrusu üzerinde yer alamaz ve bu tür bir doğruyu kesemez. Böylelikle örneğin, eğer bir elemanın bir ucu bir simetri doğrusuna değiyorsa diğer ucu değemez. Ancak, iç bölge noktaları bir simetri doğrusu boyunca seçilebilirler.



Şekil 5.1 KSYM parametresini kullanarak simetri koşullarının belirtilmesi

5.2. Sayısal Örnekler

5.2.1. Çekme Gerilmesi Etkisindeki Dikdörtgen Levhada Merkezi Çatlak



Şekil 5.2 Çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada merkezi çatlak

Bu örnekte Şekil 5.2 de görüldüğü gibi çekme gerilmesi etkisindeki bir dikdörtgen levhadaki merkezi çatlak problemi incelenmiştir. Uygulanan gerilme $\sigma = 1000 \text{ kg/cm}^2$, elastisite modülü $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, poisson oranı $\nu = 0.25$, çatlak yarı uzunluğu $a = 1 \text{ cm}$, dikdörtgen levhanın genişliği $W = 20 \text{ cm}$ ve yüksekliği $L = 40 \text{ cm}$ olarak alınmıştır. Levha, simetrik olarak uçlarda uygulanan düzenli bir çekme gerilmesine maruz kalmıştır. Ayrıca KSYM=2 simetri koşulundan yararlanılarak dikdörtgen levhanın $\frac{1}{2}$ 'si gözönüne alınmıştır.

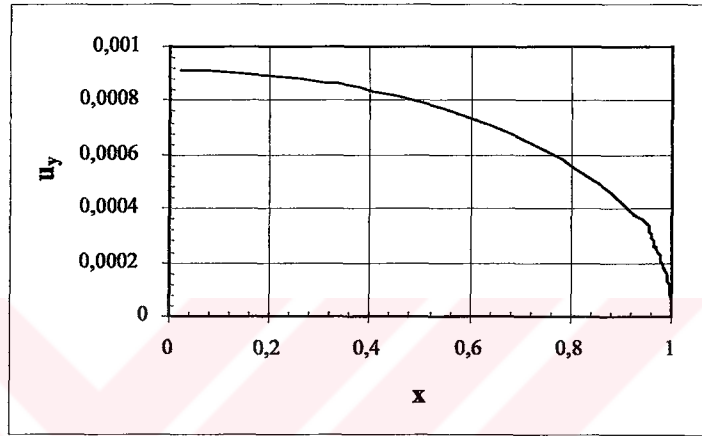
Levhada toplam 95 sınır eleman kullanılmış; levha, $\frac{1}{2}$ 'si boyunca 55 sınır elemana; çatlak da, çatlak ucuna kadar (çatlağın %95'i) 20 sınır elemana ve çatlak ucu da (çatlağın %5'i) 20 sınır elemana bölünmüştür. Bölgedeki gerilme ve yer değiştirmelerin hesaplanması için de bölgede 30 sınır elemanı kullanılmıştır.

Yer değiştirme süreksizliği yöntemiyle (DDM) çatlak ucundaki Mod I gerilme şiddet faktörü hesaplanmış, bulunan sonuç Paris ve Canas'ın [34] sınır elemanlar yöntemiyle (BEM) bulunan sonuç ile (BEM yönteminde toplam 78 sınır elemanı kullanılmıştır) ve ayrıca analitik çözüm ile bulunan sonuçla karşılaştırılmıştır.

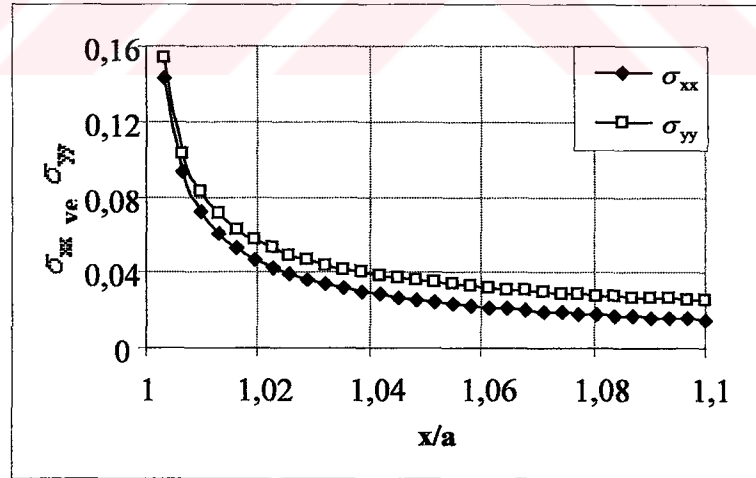
Aşağıda, bu karşılaştırmanın tablosu verilmiştir. Ayrıca, çatlak ucunda oluşan düşey yer değiştirmelerin ve x ekseninde bölgedeki σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmelerinin grafikleri verilmiştir.

Tablo 5.2. Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

	K_I ($\text{kgcm}^{-3/2}$)
Sınır Elemanlar Yöntemi (BEM) [34]	1863,92
Yer Değiştirme Süreksizliği Yöntemi (DDM)	1765,61
Analitik Çözüm [34]	1772,45

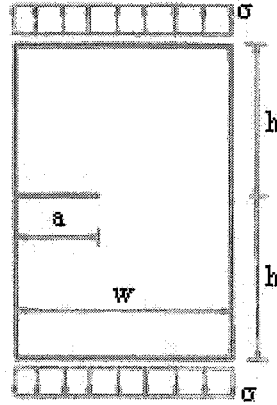


Şekil 5.3 Çatlak ucunda oluşan düşey yer değiştirmeler



Şekil 5.4 Bölgedeki σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmeleri

5.2.2. Çekme Gerilmesi Etkisindeki Dikdörtgen Levhada Kenar Çatlağı



Şekil 5.5 Çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada kenar çatlağı ($h/w = 0.5$)

Bu örnekte Şekil 5.5 de görüldüğü gibi çekme gerilmesi etkisindeki bir dikdörtgen levhadaki kenar çatlağı problemi incelenmiştir. Çatlak uzunluğu a (cm), levhanın genişliği $w=20$ cm, yüksekliği de $2h=20$ cm olarak alınmıştır. $\sigma = 1000$ kg/cm², elastisite modülü $E=2100$ kg/cm², poisson oranı $\nu = 0.25$ olarak alınmıştır. Levha, simetrik olarak uçlarda uygulanan düzenli bir çekme gerilmesine maruz kalmıştır. a/w 'nin sırasıyla 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 ve 0.6 olduğu 5 durum ele alınmıştır. Rijit cisim hareketini önlemek için dikdörtgen levhanın orta yerinde yer değiştirmeler tutulmuştur.

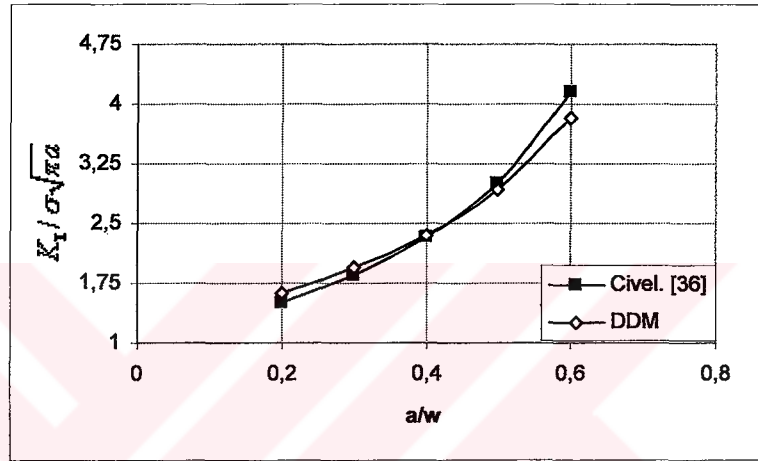
Levhada toplam 95 sınır elemanı kullanılmış; levha, kenarları boyunca 55 sınır elemana; çatlak da, çatlak ucuna kadar (çatlağın %95'i) 20 sınır elemana ve çatlak ucu da (çatlağın %5'i) 20 sınır elemana bölünmüştür. Bölgedeki gerilme ve yer değiştirmelerin hesaplanması için de bölgede 40 sınır elemanı kullanılmıştır.

Yer değiştirme süreksizliği yöntemiyle(DDM) çatlak ucundaki Mod I gerilme şiddet faktörleri hesaplanmış ve hesaplanan değerler Civelek ve Erdoğan'ın[36] sonuçları ile karşılaştırıldığında aradaki farkın makul düzeyde olduğu görülmüştür.

Aşağıda, bu karşılaştırmanın tablo ve grafiği verilmiştir.

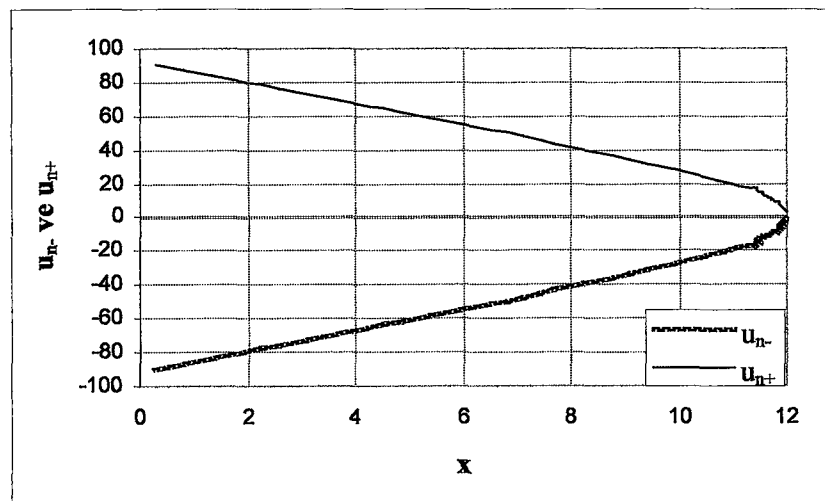
Tablo 5.3. Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

(kgcm ^{-3/2})				$K_I / \sigma\sqrt{\pi a}$	
a/w	a	$\sigma\sqrt{\pi a}$	K_I	DDM	Civelek [36]
0,2	4	3544,907	5725,462	1,615	1,488
0,3	6	4341,608	8417,076	1,939	1,848
0,4	8	5013,257	11813,173	2,356	2,324
0,5	10	5604,991	16451,534	2,935	3,010
0,6	12	6139,960	23467,881	3,822	4,152

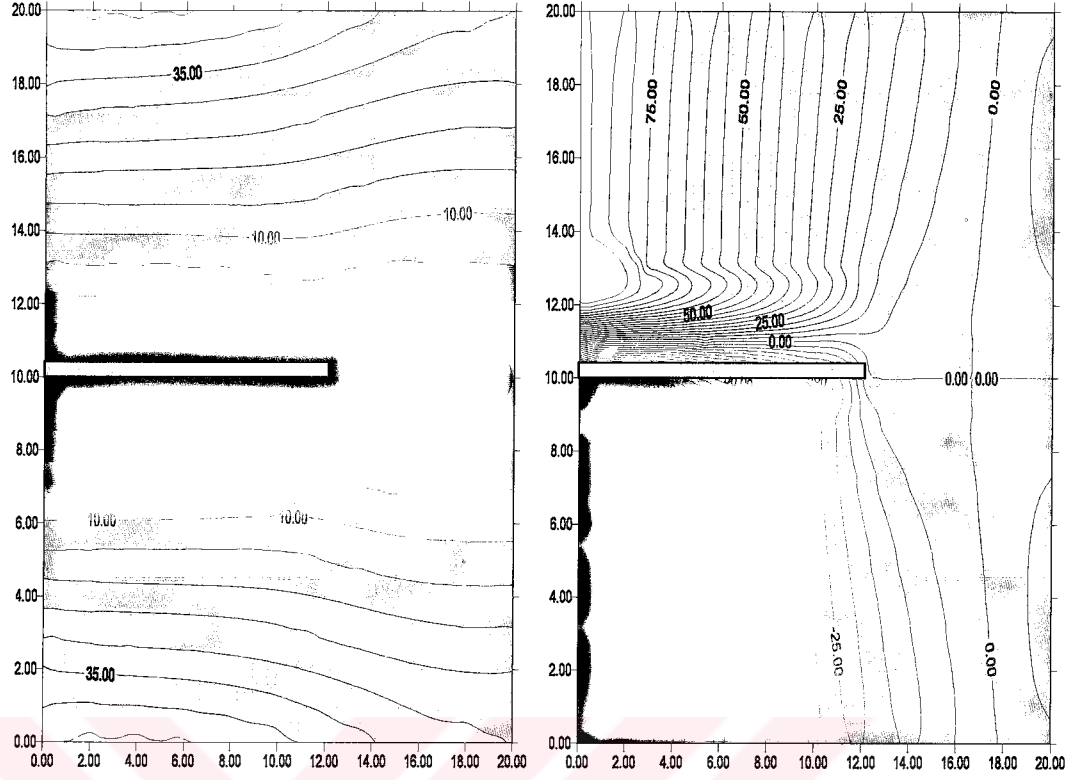


Şekil 5.6 Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

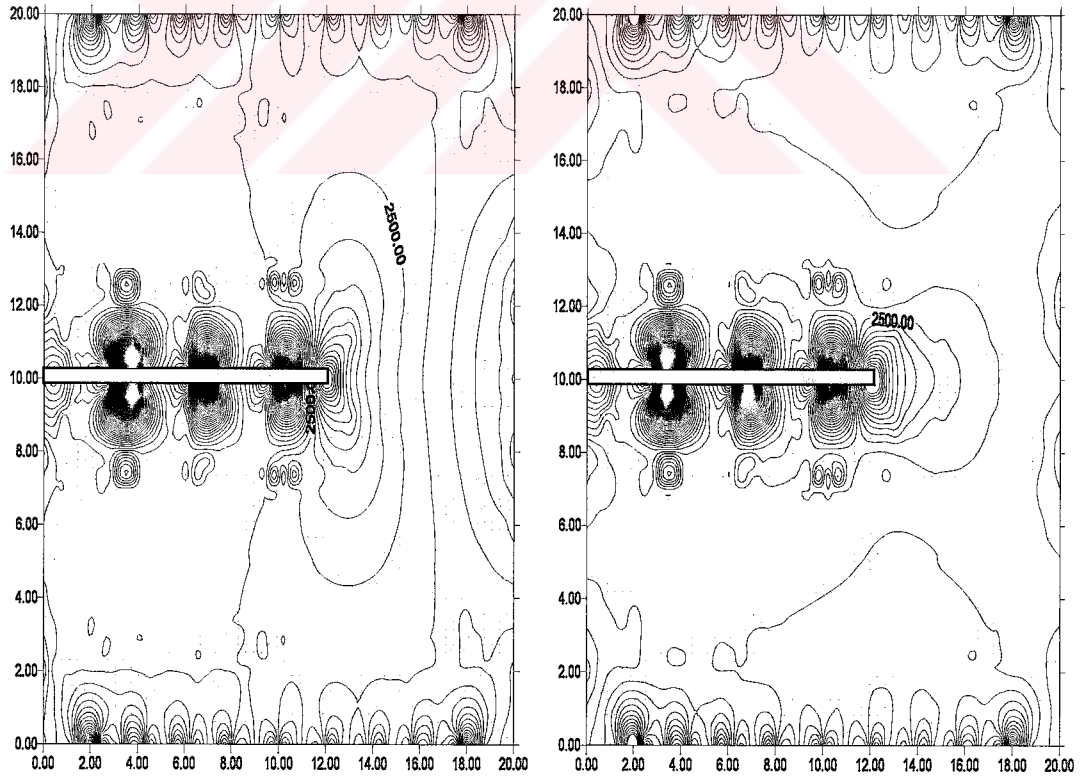
Aşağıdaki grafiklerde bu problem için $a/w = 0.6$ olduğu durumda çatlaktaki açılma miktarı ve ayrıca bölgedeki yer değiştirmeler ve gerilmeler verilmiştir.



Şekil 5.7 Çatlaktaki açılma miktarı

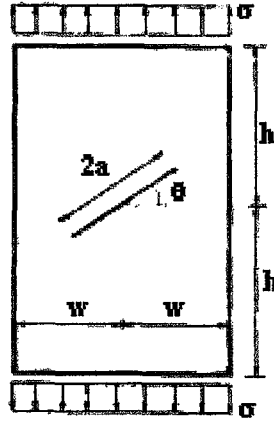


Şekil 5.8 Bölgedeki u_x ve u_y yer değiştirmeleri



Şekil 5.9 Bölgedeki σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmeleri

5.2.3. Çekme Gerilmesi Etkisindeki Dikdörtgen Levhada Merkezi Eğik Çatlak



Şekil 5.10 Çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada merkezi eğik çatlak
($h/w=2$, $\theta=45^\circ$)

Bu örnekte Şekil 5.10 da görüldüğü gibi çekme gerilmesi etkisindeki bir dikdörtgen levhadaki merkezi eğik çatlak problemi incelenmiştir. Çatlak uzunluğu $2a$ (cm), levhanın genişliği $2w=20$ cm, yüksekliği de $2h=40$ cm olarak alınmıştır. $\sigma=1000$ kg/cm², elastisite modülü $E=2100$ kg/cm², poisson oranı $\nu=0.25$ olarak alınmıştır. Levha, simetrik olarak uçlarda uygulanan düzenli bir çekme gerilmesine maruz kalmıştır. a/w 'nin sırasıyla 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 ve 0.6 olduğu, mod I ve mod II için toplam 10 durum ele alınmıştır. Rijit cisim hareketini önlemek için dikdörtgen levhanın uçlarında yer değiştirmeler tutulmuştur.

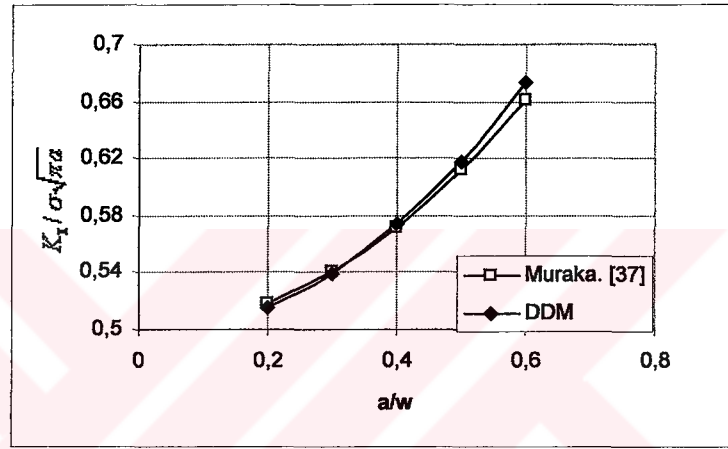
Levhada toplam 95 sınır elemanı kullanılmış; levha, kenarları boyunca 55 sınır elemana; çatlak da, uçlarında (çatlağın %20.5'i) 15'er sınır elemana ve ortasında da (çatlağın %79.5'i) 5'er sınır elemana bölünmüştür. Bölgedeki gerilme ve yer değiştirmelerin hesaplanması için de bölgede 40 sınır elemanı kullanılmıştır.

Yer değiştirme süreksizliği yöntemiyle(DDM) çatlak ucundaki mod I ve mod II gerilme şiddet faktörleri hesaplanmış; bulunan değerler Murakami'nin[37] sonuçları ile karşılaştırılmış ve oldukça iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Aşağıdaki tablo ve grafiklerde mod I ve mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırmaları verilmektedir.

Tablo 5.4. Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

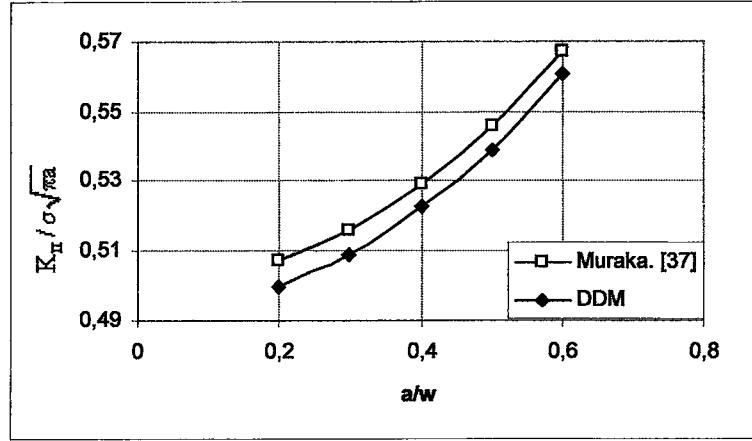
(kgcm ^{-3/2})				$K_I / \sigma\sqrt{\pi a}$	
a/w	2a	$\sigma\sqrt{\pi a}$	K_I	DDM	Murakami [37]
0,2	4	2506,628	1292,673	0,516	0,518
0,3	6	3069,980	1655,305	0,539	0,541
0,4	8	3544,907	2033,079	0,574	0,572
0,5	10	3963,327	2446,628	0,617	0,612
0,6	12	4341,608	2927,371	0,674	0,661



Şekil 5.11 Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

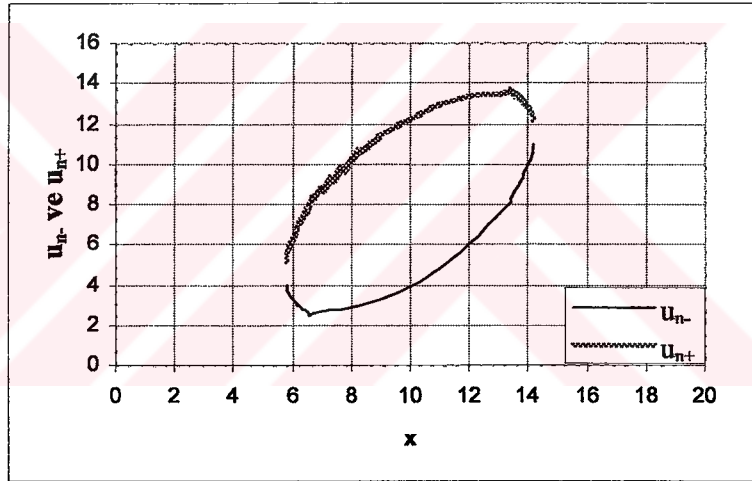
Tablo 5.5. Mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

(kgcm ^{-3/2})				$K_{II} / \sigma\sqrt{\pi a}$	
a/w	2a	$\sigma\sqrt{\pi a}$	K_{II}	DDM	Murakami [37]
0,2	4	2506,628	1254,813	0,500	0,507
0,3	6	3069,980	1563,979	0,509	0,516
0,4	8	3544,907	1853,691	0,523	0,529
0,5	10	3963,327	2137,320	0,539	0,546
0,6	12	4341,608	2435,854	0,561	0,567



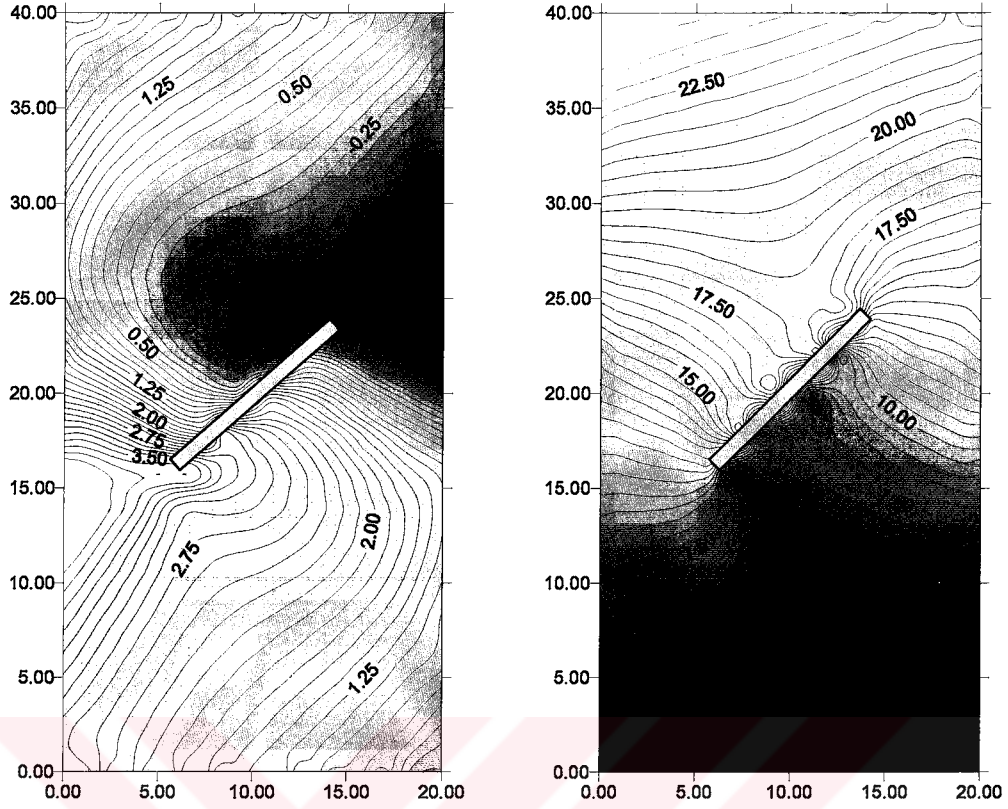
Şekil 5.12 Mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

Aşağıdaki grafik, bu problem için $a/w = 0.6$ olduğu durumda deforme olmuş çatlakı göstermektedir.

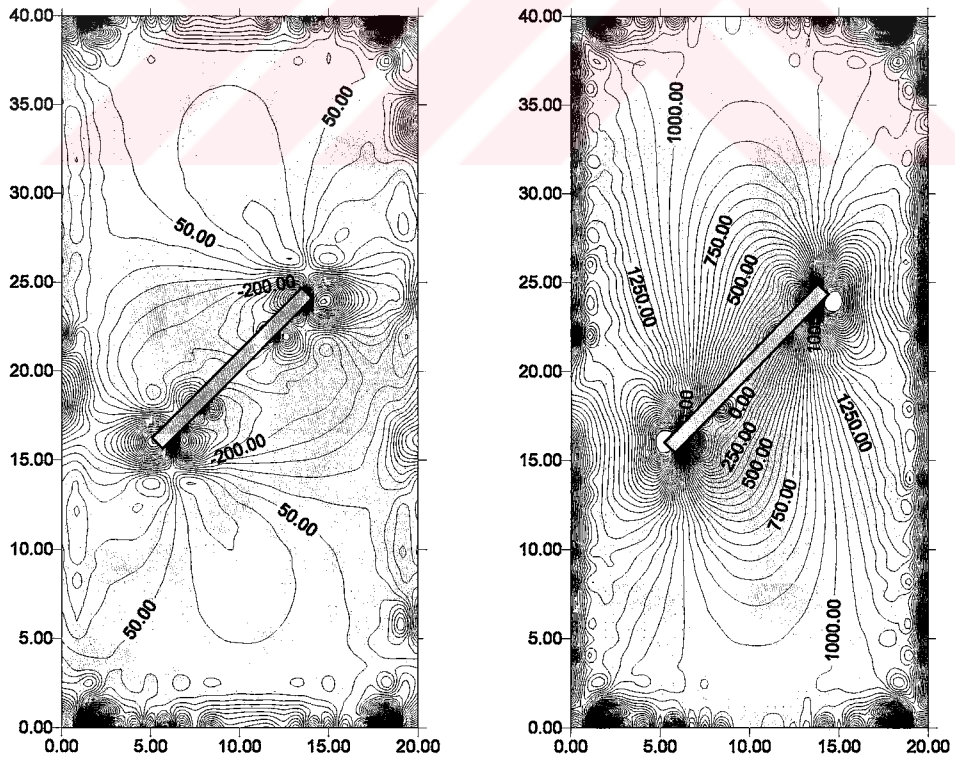


Şekil 5.13 Çatlakın deforme olmuş hali

Aşağıdaki grafiklerde bu problem için $a/w = 0.6$ olduğu durumda bölgedeki yer değiştirmeler ve gerilmeler verilmiştir.

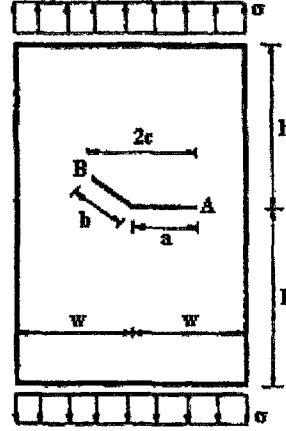


Şekil 5.14 Bölgedeki u_x ve u_y yer değiştirmeleri



Şekil 5.15 Bölgedeki σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmeleri

5.2.4. Çekme Gerilmesi Etkisindeki Dikdörtgen Levhada Parçalı Çatlak



Şekil 5.16 Çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada parçalı çatlak
($h/w=2$, $a/w=0.1$)

Bu örnekte Şekil 5.16 da görüldüğü gibi çekme gerilmesi etkisindeki bir dikdörtgen levhadaki parçalı çatlak problemi incelenmiştir. Çatlağın parçalarından biri yatay a (cm) uzunluğuna sahiptir, bir diğeri ise yatayla 45 derecelik bir açı yapmaktadır ve b (cm) uzunluğuna sahiptir, tüm çatlağın yatay gösterimi $2c = a + \sqrt{2b/2}$ ile verilmiştir. Levhanın genişliği $2w=20$ cm, yüksekliği de $2h=40$ cm ile gösterilmektedir. $\sigma = 1000 \text{ kg/cm}^2$, elastisite modülü $E=2100 \text{ kg/cm}^2$, poisson oranı $\nu = 0.25$ olarak alınmıştır. Çatlağın kırılması levhanın merkezindedir, yüksekliği genişliğinin iki katıdır ve levha, simetrik olarak uçlarda uygulanan düzenli bir çekme gerilmesine maruz kalmıştır. $a/w=0.1$ ve $b/a = 0.2, 0.4$ ve 0.6 olduğu, gerilme şiddet faktörlerinin A ve B uçlarının her ikisi için de elde edildiği, mod I ve mod II için toplam 12 durum ele alınmıştır. Rijit cisim hareketini önlemek için dikdörtgen levhanın uçlarında yer değiştirmeler tutulmuştur.

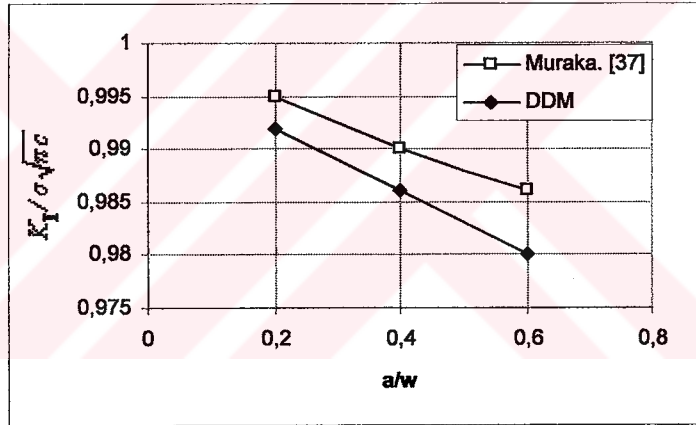
Levhada toplam 95 sınır elemanı kullanılmış; levha, kenarları boyunca 55 sınır elemana; çatlak da, uçlarında –çatlağın B ucundan başladığında (çatlağın %19'u), çatlağın A ucundan başladığında (çatlağın %14'ü)– 15'er sınır elemana; ortasında da –çatlağın B ucundan başladığında (çatlağın %81'i), çatlağın A ucundan başladığında (çatlağın %86'sı)– 5'er sınır elemana bölünmüştür.

Yer değiştirme sũreksizlięi yũntemiyle(DDM) atlağın A ve B uçlarında mod I ve mod II gerilme şiddet faktũrleri hesaplanmış;hesaplanan değerler Murakami'nin[37] sonuçları karşılaştırılmış ve gayet iyi sonuçlar verdiği gũzlenmiřtir.

Aşağıdaki tablo ve grafiklerde, A ucundaki mod I ve mod II gerilme şiddet faktũrlerinin karşılaştırmaları verilmektedir.

Tablo 5.6. A ucundaki mod I gerilme şiddet faktũrlerinin karşılaştırılması

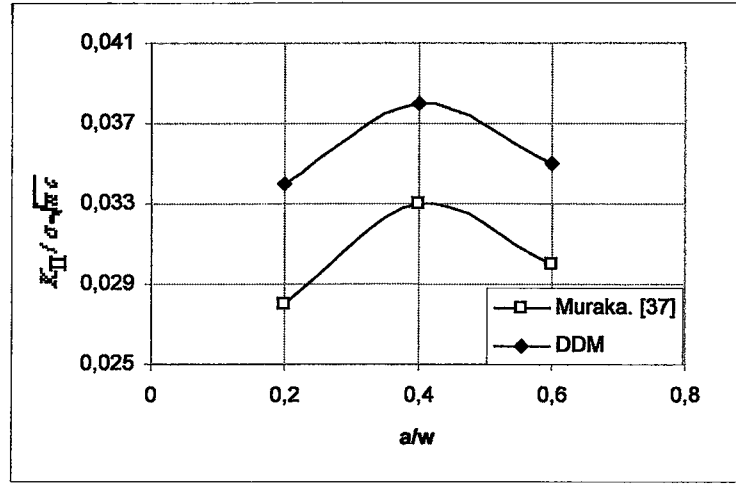
(kgcm ^{-3/2})					$K_I / \sigma\sqrt{\pi c}$	
b/a	b	a	$\sigma\sqrt{\pi c}$	K_I	DDM	Murakami [37]
0,2	0,2	1	1339,013	1328,579	0,992	0,995
0,4	0,4	1	1419,540	1400,090	0,986	0,990
0,6	0,6	1	1495,741	1465,858	0,980	0,986



şekil 5.17 A ucundaki mod I gerilme şiddet faktũrlerinin karşılaştırılması

Tablo 5.7. A ucundaki mod II gerilme şiddet faktũrlerinin karşılaştırılması

(kgcm ^{-3/2})					$K_{II} / \sigma\sqrt{\pi c}$	
b/a	b	a	$\sigma\sqrt{\pi c}$	K_{II}	DDM	Murakami [37]
0,2	0,2	1	1339,013	45,466	0,034	0,028
0,4	0,4	1	1419,540	54,293	0,038	0,033
0,6	0,6	1	1495,741	53,069	0,035	0,030

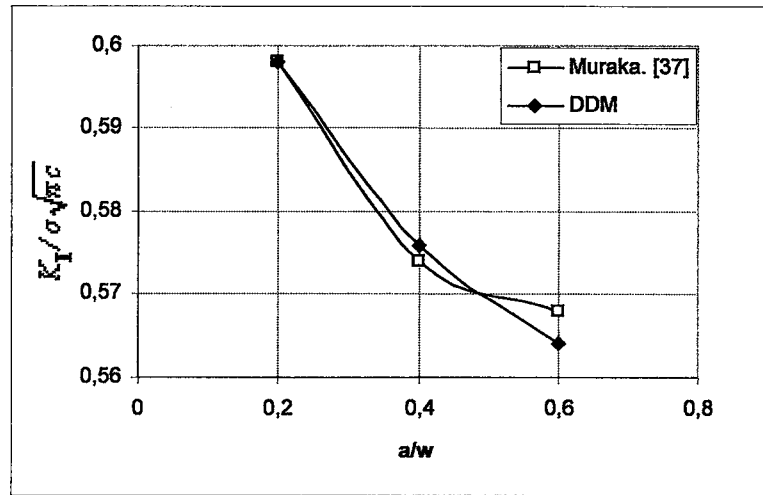


Şekil 5.18 A ucundaki mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

Aşağıdaki tablo ve grafiklerde, B ucundaki mod I ve mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırmaları verilmektedir.

Tablo 5.8. B ucundaki mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

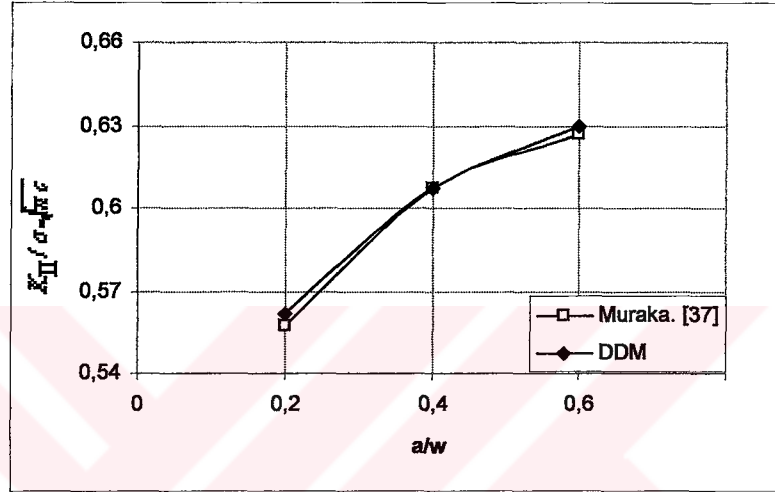
(kgcm ^{-3/2})					$K_I / \sigma \sqrt{\pi c}$	
b/a	b	a	$\sigma \sqrt{\pi c}$	K_I	DDM	Murakami [37]
0,2	0,2	1	1339,013	801,299	0,598	0,598
0,4	0,4	1	1419,540	817,316	0,576	0,574
0,6	0,6	1	1495,741	843,202	0,564	0,568



Şekil 5.19 B ucundaki mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

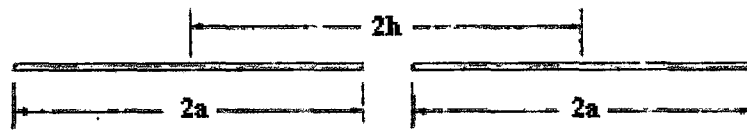
Tablo 5.9. B ucundaki mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

(kgcm ^{-3/2})					$K_{II} / \sigma\sqrt{\pi c}$	
b/a	b	a	$\sigma\sqrt{\pi c}$	K_{II}	DDM	Murakami [37]
0,2	0,2	1	1339,013	752,059	0,562	0,557
0,4	0,4	1	1419,540	861,577	0,607	0,607
0,6	0,6	1	1495,741	942,628	0,630	0,627



Şekil 5.20 B ucundaki mod II gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

5.2.5. Sonsuz Bir Bölgede İki Seri Çatlak



Şekil 5.21 Sonsuz bir bölgede iki seri çatlak

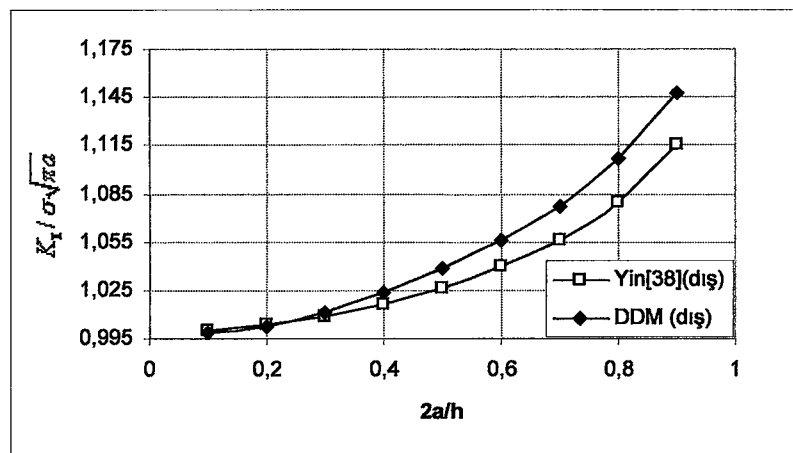
Bu örnekte Şekil 5.21 de görüldüğü gibi sonsuz bir bölgede iki seri çatlak problemi incelenmiştir. Çatlakların uzunluğu $2a$ (cm), çatlakların yarı uzunluklarının birbirlerine olan mesafesi de $2h$ (cm) ile verilmiştir. $\sigma = 1000 \text{ kg/cm}^2$, elastisite modülü $E = 2200 \text{ kg/cm}^2$, poisson oranı $\nu = 0.1$, $h = 20 \text{ cm}$ olarak alınmıştır. KSYM=2 simetri koşulundan yararlanılmış ve sistemin $\frac{1}{2}$ 'si ile çalışılmıştır.

Toplam 60 sınır elemanı kullanılmış; çatlakın uçları 15'er sınır elemana ve ortası da 30 sınır elemana bölünmüştür. Yer değiştirme süreksizliği yöntemiyle(DDM) çatlakın her iki ucunda da mod I gerilme şiddet faktörleri hesaplanmış; bulunan değerler Yin ve Ehrlacher'in[38] sonuçları ile karşılaştırılmış ve sonuçların makul düzeyde olduğu görülmüştür.

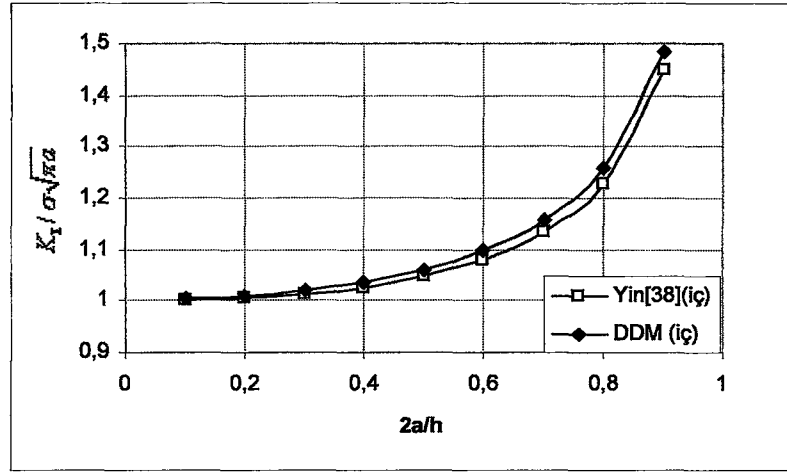
Aşağıdaki tablo ve grafiklerde, çatlakın her iki ucundaki mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırmaları verilmektedir.

Tablo 5.10. Her iki uçtaki mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

			(kgcm ^{-3/2})	(kgcm ^{-3/2})	$K_I / \sigma\sqrt{\pi a}$			
			(dıştaki)	(içteki)	(dıştaki)	(dıştaki)	(içteki)	(içteki)
2a/h	a	$\sigma\sqrt{\pi a}$	K_I	K_I	DDM	Yin [38]	DDM	Yin [38]
0,1	1	1772,4539	1769,4041	1778,2491	0,9983	0,9997	1,0033	1,0001
0,2	2	2506,6283	2513,6264	2526,4411	1,0028	1,0031	1,0079	1,0042
0,3	3	3069,9801	3103,2360	3137,7063	1,0108	1,0089	1,0221	1,0132
0,4	4	3544,9077	3627,8645	3673,7047	1,0234	1,0163	1,0363	1,0256
0,5	5	3963,3273	4113,9540	4205,3149	1,0380	1,0264	1,0611	1,0463
0,6	6	4341,6075	4582,8100	4769,6184	1,0556	1,0395	1,0986	1,0790
0,7	7	4689,4721	5053,0297	5433,3452	1,0775	1,0564	1,1586	1,1328
0,8	8	5013,2565	5545,4430	6304,6043	1,1062	1,0795	1,2576	1,2274
0,9	9	5317,3616	6104,2902	7900,0749	1,1480	1,1152	1,4857	1,4492

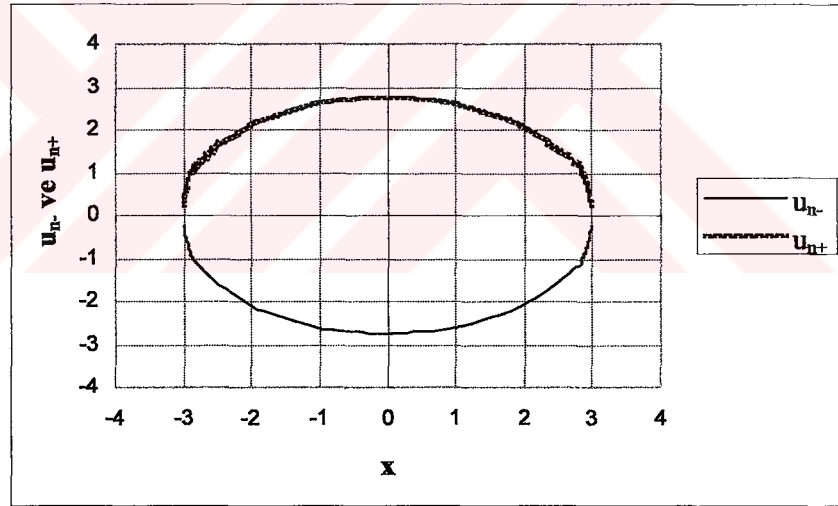


Şekil 5.22 Dıştaki ucta mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması



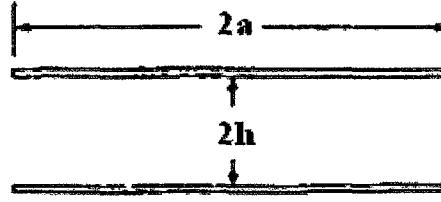
Şekil 5.23 İçteki uçta mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

Aşağıdaki grafik bu problem için (x ekseninin elemanın ortasından geçtiği kabul edilerek) $2a/h = 0.3$ olduğu durumda u_{n-} ve u_{n+} yer değiştirmeleri göstermektedir.



Şekil 5.24 x ekseni üzerinde u_{n-} ve u_{n+} yer değiştirmeleri

5.2.6. Sonsuz Bir Bölgede İki Paralel Çatlak



Şekil 5.25 Sonsuz bir bölgede iki paralel çatlak

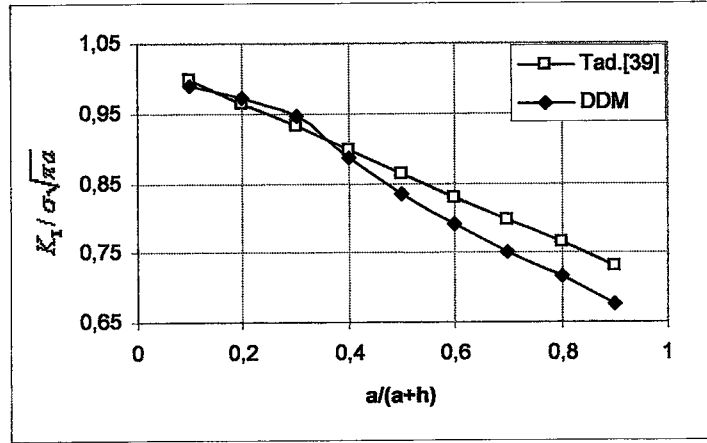
Bu örnekte Şekil 5.25 de görüldüğü gibi sonsuz bir bölgede iki paralel çatlak problemi incelenmiştir. Çatlakların uzunluğu $2a(\text{cm})$, çatlakların birbirlerine olan mesafesi de $2h(\text{cm})$ ile verilmiştir. $\sigma = 1000 \text{ kg/cm}^2$, elastisite modülü $E = 2200 \text{ kg/cm}^2$, poisson oranı $\nu = 0.1$, $h = 10 \text{ cm}$ olarak alınmıştır. Simetri koşullarından KSYM=4'den yararlanılmıştır.

Toplam 60 sınır elemanı kullanılmış; çatlağın ucu (çatlağın %3'ü) 30 sınır elemana ve ortası da (çatlağın %97'si) 30 sınır elemana bölünmüştür. Yer değiştirme süreksizliği yöntemiyle(DDM) çatlağın ucundaki mod I gerilme şiddet faktörleri hesaplanmış; hesaplanan değerler Tada, Paris ve Irwin'in[39] sonuçları ile karşılaştırılmış ve sonuçların makul düzeyde olduğu görülmüştür.

Aşağıdaki tablo ve grafiklerde, çatlağın ucundaki mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırmaları verilmektedir.

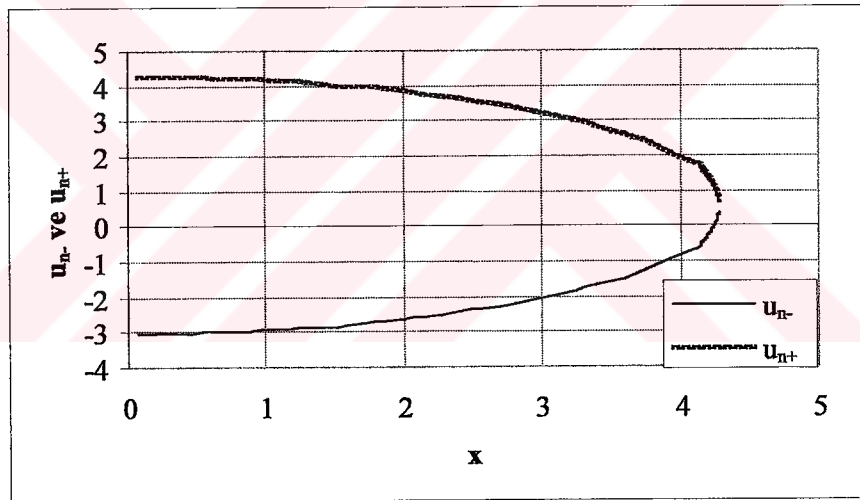
Tablo 5.11. Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

$(\text{kgcm}^{-3/2})$				$K_I / \sigma\sqrt{\pi a}$	
$a/(a+h)$	a	$\sigma\sqrt{\pi a}$	K_I	DDM	Tada [39]
0,1	1,111	1868,237	1849,242	0,990	0,999
0,2	2,5	2802,496	2723,858	0,972	0,965
0,3	4,286	3669,450	3467,662	0,945	0,933
0,4	6,667	4576,571	4066,467	0,886	0,898
0,5	10	5604,991	4678,917	0,835	0,863
0,6	15	6846,684	5412,195	0,791	0,829
0,7	23,333	8561,704	6426,990	0,751	0,797
0,8	40	11209,982	8024,327	0,716	0,766
0,9	90	16814,974	11380,125	0,677	0,732



Şekil 5.26 Mod I gerilme şiddet faktörlerinin karşılaştırılması

Aşağıdaki grafik bu problem için $a/(a+h) = 0,3$ olduğu durumda u_{n-} ve u_{n+} yer değiştirmeleri göstermektedir.



Şekil 5.27 x ekseninde u_{n-} ve u_{n+} yer değiştirmeleri

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada izotrop cisimlerde yer değiştirme süreksizliği yöntemi(DDM) kullanılarak iki boyutlu düzlem problemler incelenmiştir. Bu yöntemde sabit elemanlar kullanılarak, Kelvin temel çözümünün integrasyonu ile sınır eleman denklemleri oluşturulmuştur.

Bölüm 5.2.1.'de çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada merkezi çatlak problemi DDM ile çözülmüştür. Bu örnekteki sayısal değerler [34]'den alınmış olup sonuçlar Tablo 5.2. ve Şekil 5.3-4 ile verilmiştir. Tabloda Mod I gerime şiddet faktörlerinin karşılaştırılmış ve DDM ile bulunan sonucun (BEM ile bulunan sonuca göre) analitik çözüme çok daha yakın çıktığı görülmüştür. Şekillerde, x ekseninde u_y (düşey) yer değiştirmesinin çatlağın geometrisine uygun davrandığı görülmektedir. Bölgede de, x ekseninde σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmelerinin çatlak ucunda maksimum değeri aldıkları görülmektedir.

Bölüm 5.2.2.'de çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada kenar çatlağı problemi DDM ile çözülmüştür. Bu örnekteki sayısal değerler [36]'dan alınmış olup sonuçlar Tablo 5.3. ve Şekil 5.6 ile verilmiştir. Tablo ve şekilde görüldüğü gibi, Mod I gerime şiddet faktörlerinin [36]'daki değerler ile karşılaştırıldığı 5 durum incelenmiştir. Çatlağın ucunun (çatlağın %5'i) daha küçük sınır elemanlara(20 eleman) bölünmesi durumu için özellikle $a/w=0.4$ olduğu 3. durumda en yakın sonuçlara ulaşılmıştır. Ayrıca çatlaktaki açılma miktarı (yer değiştirmelerin çatlağın geometrisine uygun davrandığı görülerek) Şekil 5.7 de verilmiştir. Bölgedeki u_x ve u_y yer değiştirmeleri Şekil 5.8 de, bölgedeki σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmeleri de Şekil 5.9 da gösterilmiştir.

Bölüm 5.2.3.'de çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada merkezi eğik çatlak problemi DDM ile çözülmüştür. Bu örnekteki sayısal değerler [37]'den alınmış olup sonuçlar Tablo 5.4.-5. ve Şekil 5.11-12 ile verilmiştir. Tablo ve şekillerde görüldüğü gibi, Mod I ve Mod II gerime şiddet faktörlerinin [37]'deki değerler ile karşılaştırıldığı 10 durum incelenmiştir. Çatlağın ucunun(çatlağın %20.5'i) daha

küçük sınır elemanlara(15 eleman) bölünmesi durumu için, her durumda Mod I gerilme şiddet faktörlerinin Mod II gerilme şiddet faktörlerine göre daha yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Şekil 5.13 de çatlakın deforme olmuş halinde görüldüğü gibi, yüklemenin simetrik olmamasından dolayı çatlakın açılmasına ilaveten kayma yer değiştirmeleri oluşmuştur. Ayrıca, bölgedeki u_x ve u_y yer değiştirmeleri Şekil 5.14 de, bölgedeki σ_{xx} ve σ_{yy} gerilmeleri de Şekil 5.15 de verilmiştir.

Bölüm 5.2.4.'de çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhada parçalı çatlak problemi DDM ile çözülmüştür. Bu örnekteki sayısal değerler [37]'den alınmış olup sonuçlar Tablo 5.6.-9. ve Şekil 5.17-20 ile verilmiştir. Tablo ve şekillerde görüldüğü gibi, Mod I ve Mod II gerilme şiddet faktörlerinin A ve B uçlarının her ikisi için de elde edildiği ve [37]'deki değerler ile karşılaştırıldığı 12 durum incelenmiştir. Özellikle bu örnekte [37]'deki sonuçlara çok yakın sonuçlar elde edilmiştir. Ancak çatlakın eğik kısmının ucu olan B ucundaki gerilme şiddet faktörlerinin, çatlakın düz kısmının ucu olan A ucundaki gerilme şiddet faktörlerine göre daha yakın sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Bölüm 5.2.5.'de sonsuz bir bölgede iki seri çatlak problemi DDM ile çözülmüştür. Bu örnekteki sayısal değerler [38]'den alınmış olup sonuçlar Tablo 5.10. ve Şekil 5.22-23 ile verilmiştir. Tablo ve şekillerde görüldüğü gibi, Mod I gerilme şiddet faktörlerinin [38]'deki değerler ile karşılaştırıldığı 9 durum incelenmiştir. Çatlakın her iki ucunda da $2a/h$ oranı, başka bir deyişle a (çatlak yarı uzunluğu) arttıkça sonuçların birbirinden uzaklaştıkları görülmektedir. Ayrıca u_{n-} ve u_{n+} yer değiştirmeleri de Şekil 5.24 de görülmektedir.

Bölüm 5.2.6.'da sonsuz bir bölgede iki seri çatlak problemi DDM ile çözülmüştür. Bu örnekteki sayısal değerler [39]'dan alınmış olup sonuçlar Tablo 5.11. ve Şekil 5.26 ile verilmiştir. Tablo ve şekilde görüldüğü gibi, Mod I gerilme şiddet faktörlerinin [39]'daki değerler ile karşılaştırıldığı 9 durum incelenmiştir. Çatlakın ucunun (çatlakın %3'ü) daha küçük sınır elemanlara(30 eleman) bölünmesi durumu için; çatlakların uçlarında $a/(a+h)$ oranı, başka bir deyişle a (çatlak yarı uzunluğu) arttıkça sonuçların birbirinden uzaklaştıkları görülmektedir. Ayrıca Şekil 5.27 de, paralel olan bu iki çatlak arasındaki yer değiştirmelerin daha az olduğu ve bu iki çatlakın çatlak uçlarının birbirlerinden uzaklaştığı görülmektedir.

Sonuç olarak bu çalışmada, izotrop ortamda DDM ile sonsuz bir bölgedeki ve çekme gerilmesi etkisindeki dikdörtgen levhalardaki çeşitli geometrilere sahip bir veya birden fazla çatlak problemleri incelenerek yöntemin etkinliği gösterilmeye çalışılmıştır.



KAYNAKLAR

- [1] **Crouch, S.L. and Starfield, A.M.**, 1983. Boundary Element Methods in Solid Mechanics, London.
- [2] **Banerjee, P.K. and Butterfield, R.**, 1981. Boundary Element Methods in Engineering Science, UK.
- [3] **Brebbia, C.A.**, 1978. The Boundary Element Method For Engineers, London.
- [4] **Beer, G. and Watson, J.O.**, 1992. Introduction to Finite and Boundary Element Methods for Engineering, New York.
- [5] **Brebbia, C.A.**, 1984. Topics in Boundary Element Research, New York.
- [6] **Lou, Z.W. and Zhang, M.**, 1992. Elastoplastic Boundary Element Analysis with Hetenyi's Fundamental Solution, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **10**, 231-339.
- [7] **Brebbia, C.A., Telles, J.C.F. and Wrobel, L.C.**, 1984. Boundary Element Techniques, New York.
- [8] **Rencis, J. J. and Huang, Q.**, 1992. Boundary Element Formulation for Generalized Plane Strain, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **9**, 263-271.
- [9] **Brebbia, C.A. and Butterfield, R.**, 1978. Formal Equivalence of Direct and Indirect Boundary Element Methods, *Applied Mathematical Modelling*, **2**, 132-134.
- [10] **Crouch, S.L. and Selcuk, S.**, 1992. Two-Dimensional Direct Boundary Integral Method for Multilayered Elastic Media, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, **29**, No.5, 491-500.
- [11] **Takhteyev, V. and Brebbia, C.A.**, 1990. Analytical Integrations in Boundary Elements (Technical Note), *Engn. Analysis with Boundary Elements*, **7**, No.2.
- [12] **Smith, R.N.L.**, 1991. Basic Fracture Mechanics, London.
- [13] **Portela, A., Aliabadi, M.H. and Rooke, D.P.**, 1992. The Dual Boundary Element Method- Effective Implementation for Crack Problems, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, **33**, 1269-1287.

- [14] **Cruse, T.A.**, 1988. Boundary Element Analysis in Computational Fracture Mechanics, London.
- [15] **Crouch, S.L.**, 1976. Analysis of Stresses and Displacements Around Underground Excavations, University of Minnesota Geomechanics Report.
- [16] **Jiang, Y.S. and Zimmermann, T.**, 1992. Indirect Boundary Element Algorithm for Slope Stability Analysis, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **9**, 209-217.
- [17] **Lu, J. and Watson, J.O.**, 1988. A Quadratic Variation Indirect Boundary Element Methods for Traction Boundary Value Problems of Two-Dimensional Elastostatics, *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **12**, 183-196.
- [18] **Chan, H.C.M.**, 1993. Fracture Mechanics Analysis of The North West Fault Block of The Prudhoe Bay Field, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, **30**, No.2, 141-149.
- [19] **Chan, H.C.M., Li, V. and Einstein, H.H.**, 1990. A Hybridized Displacement Discontinuity and Indirect Boundary Element Method to Model Fracture Propagation, *Int. Journal of Fracture*, **45**, 263-282.
- [20] **Chan, H.C.M.**, 1992. Analytical Influence Functions for Displacement Discontinuity and Point Force Elements, *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **16**, 669-682.
- [21] **Cleary, M.P.**, 1976. Continuously Distributed Dislocation Model for Shear-Bands in Softening Materials, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, **10**, 679-702.
- [22] **Crouch, S.L.**, 1976. Solution of Plane Elasticity Problems by The Displacement Discontinuity method- I. Infinite Body Solution, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **10**, 301-318.
- [23] **Shou, K.J. and Crouch, S.L.**, 1995. A Higher Order DDM. for Analysis of Crack Problems, *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, **32**, No.1, 49-55.
- [24] **Shi, G.H. and Goodman, R.E.**, 1989. Generalization of Two-Dimensional Discontinuous Deformation Analysis for Forward Modelling, *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **13**, 359-380.
- [25] **Horii, H. and Nemat-Nasser, S.**, 1985. Elastic Fields of Interacting Inhomogeneities, *Int. J. Solids Structures*, **21**, No.7, 731-745.
- [26] **Kurshin, L.M. and Suzdal'nitskii, I.D.**, 1975. Stresses in A Plane With A Filled Crack, Plenum Publishing Corporation.

- [27] **Lu, H. and Lardner, T.J.**, 1991. Mechanics of Subinterface Cracks in Layered Material, *Int. J. of Solids and Structures*, **29**, No.6, 669-688.
- [28] **Nishimura, N. and Kobayashi, S.**, 1991. A Boundry Integral Equation Method for An Inverse Problem Related to Crack Detection, *Int. J. for Num. Methods Engineering*, **32**, 1371-1387.
- [29] **Nowell, D. and Hills, D.A.**, 1987. Open Cracks At or Near Free Edges, *Journal of Strain Analysis*, **22**, No.3.
- [30] **Seo, K. and Mura, T.**, 1979. The Elastic Field in a Half Space Due to Ellipsoidal Inclusions With Uniform Dilatational Eigenstrains.
- [31] **Kimence, B.**, 1997. Anizotrop Cisimlerde Yer Değiştirme Süreksizliği Yöntemi, *Doktora Tezi*, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [32] **Brady, B.H.G., Bray, J.W.**, 1978. The Boundary Element Method for Elastic Analysis of Tabular Orebody Extraction, Assuming Complete Plane Strain, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, **15**, 29-37.
- [33] **Brady, B.H.G., Bray, J.W.**, 1978. The Boundary Element Method for Determining Stresses and Displacements Around Long Openings in a Triaxial Stress Field, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, **15**, 21-28.
- [34] **Paris, F. and Canas, J.**, 1997. Boundary Element Method: Fundamentals and Applications, pp. 349-353, Oxford University Press, New York.
- [35] **Portela, A. and Aliabadi, M.H.**, 1992. The Dual Boundary Element Method: Effective Implementation for Crack Problems, *Int. J. for Num. Meth. In Eng.*, **33**, 1269-1287.
- [36] **Civelek, M.B. and Erdogan, F.**, 1993. Crack Problems for a Rectangular Sheet and an Infinite Strip, *Int. J. of Fracture*, **19**, 139-159.
- [37] **Murakami, Y.**, 1993. Stress Intensity Factors Handbook, Pergamon Press, Oxford.
- [38] **Yin, H.P. and Ehrlacher, A.**, 1993. Variational Approach of DDM and Application to Crack Problems, *Int. J. of Fracture*, **63**, 135-153.
- [39] **Tada, H., Paris, P. and Irwin, G.**, 1973. The Stress Analysis of Cracks Handbook.

EKLER

EK A. BÖLÜM 5'DEKİ ÖRNEKLERİN DATA DOSYALARI

Aşağıdaki tablolarda 5. bölümde çözülen örneklerin data dosyaları verilecektir. Öncelikle bu tablolardaki değerlerin ne anlama geldikleri açıklanacaktır. Bu açıklama Tablo A.1. daki data dosyası baz alınarak yapılmıştır. Diğer tablolardaki data dosyalarında bazı satırların numaraları farklı ama anlamları aynı olacaktır.

1. satır	: çubuk sayısı, bölge, simetri koşulu, x-simetri, y-simetri, sonsuz düzlem, yüzeyden derinlik
2. satır	: tabaka sayısı
3. satır	: kohezyon katsayısı, sürtünme açısı, adım sayısı, yay katsayıları
4. satır	: toplam eleman sayısı
5. satır	: bölgedeki sınır koşulları
6, 8, 10, 12, 14. satır	: tip(case), bölge numarası
7, 9, 11, 13, 15. satır	: eleman sayısı, elemanın yarıçapı, XBEG, YBEG, XEND, YEND, kod, elemandaki sınır koşulları(σ_s , σ_n)
16-20. satır	: E_{xx} , E_{yy} , E_{zz} , G , ν_{yx} , ν_{zx} , ν_{yz}
21. satır	: bölgedeki eleman sayısı
22. satır	: eleman sayısı, yarıçap, XBEG, YBEG, XEND, YEND, x yönündeki artım, y yönündeki artım, artım sayısı, bölgedeki eleman sayısı

Tablo A.1. de 21. ve 22. satırlar bölgedeki değerleri göstermektedir. Aynı zamanda, Tablo A.2. ve Tablo A.3. de (bölgede hesap yapıldığı için) son iki satır bölgedeki değerlere aittir.

Tablo A.1. Bölüm 5.2.1. deki örneğin data dosyası

1	5	1	2	0.0	0.0	1	0.0		
2	1								
3	0.0	1.0	1	0.0	0.0				
4	95	95	95	95	95	95	95		
5	0	0	0	0	0	0			
6	0	0							
7	15	0.0	0.0	40.0	10.0	40.0	1	0.0	1000.0
8	0	0							
9	25	0.0	10.0	40.0	10.0	0.0	1	0.0	0.0
10	0	0							
11	15	0.0	10.0	0.0	0.0	0.0	1	0.0	1000.0
12	0	0							
13	20	0.0	0.0	20.0	0.95	20.0	1	0.0	0.0
14	0	0							
15	20	0.0	0.95	20.0	1.00	20.0	1	0.0	0.0
16	2100000.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0	
17	2100000.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0	
18	2100000.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0	
19	2100000.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0	
20	2100000.00	0.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0	
21	1								
22	30	0.0	1.0	20.0	1.1	20.0	0.0	-0.1	2 1

Tablo A.2. Bölüm 5.2.2. deki örnekte a/w=0.6 olan data dosyası

1	9	1	1	0.0	0.0	1	0.0		
2	1								
3	0.0	1.0	1	0.0	0.0				
4	95	95	95	95	95	95	95		
5	0	0	0	0	0	0			
6	0	0							
7	9	0.0	0.0	10.0	0.0	20.0	1	0.0	0.0
8	0	0							
9	10	0.0	0.0	20.0	20.0	20.0	1	0.0	1000.0
10	0	0							
11	8	0.0	20.0	20.0	20.0	11.0	1	0.0	0.0
12	0	0							
13	1	0.0	20.0	11.0	20.0	9.0	2	0.0	0.0
14	0	0							
15	8	0.0	20.0	9.0	20.0	0.0	1	0.0	0.0
16	0	0							
17	10	0.0	20.0	0.0	0.0	0.0	1	0.0	1000.0
18	0	0							
19	9	0.0	0.0	00.0	0.0	10.0	1	0.0	0.0
20	0	0							
21	20	0.0	0.00	10.0	11.4	10.0	1	0.0	0.0
22	0	0							
23	20	0.0	11.4	10.0	12.0	10.0	1	0.0	0.0
24	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
25	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
26	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
27	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
28	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		

Tablo A.2. Bölüm 5.2.2. deki örnekte $a/w=0.2$ olan data dosyası
(Devamı)

29	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
30	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
31	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
32	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
33	11									
34	40	0.0	0.0	0.0	20.00	0.0	0.0	2.0	12	1

Tablo A.2. nin 21. ve 23. satırlarında görüldüğü gibi çatlak, çatlak ucuna kadar (çatlağın %95'i) 20 sınır elemana ve çatlak ucu da (çatlağın %05'i) 20 sınır elemana bölünmüştür. a/w 'nin 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 olduğu diğer data dosyaları için de aynı oranlar kullanılmıştır

Bundan sonraki tablolarda yukarıdaki örneğe benzer şekilde, her örnekten tek bir data dosyası verilecektir.

Tablo A.3. Bölüm 5.2.3. deki örnekte $a/w=0.6$ olan data dosyası

1	11	1	1	0.0	0.0	1	0.0			
2	1									
3	0.0	1.0	1	0.0	0.0					
4	95	95	95	95	95	95	95			
5	0	0	0	0	0	0				
6	0	0								
7	9	0.0	0.0	20.0	0.0	40.0	1	0.0	0.0	
8	0	0								
9	10	0.0	0.0	40.0	20.0	40.0	1	0.0	1000.0	
10	0	0								
11	1	0.0	20.0	40.0	20.0	39.0	4	0.0	0.0	
12	0	0								
13	15	0.0	20.0	39.0	20.0	1.0	1	0.0	0.0	
14	0	0								
15	1	0.0	20.0	1.0	20.0	0.0	2	0.0	0.0	
16	0	0								
17	10	0.0	20.0	0.0	0.0	0.0	1	0.0	1000.0	
18	0	0								
19	9	0.0	0.0	00.0	0.0	20.0	1	0.0	0.0	
20	0	0								
21	15	0.0	5.76	15.76	6.63	16.63	1	0.0	0.0	
22	0	0								
23	5	0.0	6.63	16.63	10.0	20.0	1	0.0	0.0	
24	0	0								
25	5	0.0	10.0	20.0	13.37	23.37	1	0.0	0.0	
26	0	0								
27	15	0.0	13.37	23.37	14.24	24.24	1	0.0	0.0	
28	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
29	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
30	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
31	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
32	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
33	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
34	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
35	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
36	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
37	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			

Tablo A.3. Bölüm 5.2.3. deki örnekte $a/w=0.6$ olan data dosyası
(Devamı)

38	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0			
39	21									
40	40	0.0	0.0	0.0	20.00	0.0	0.0	2.0	22	1

Tablo A.4. Bölüm 5.2.4. deki örnekte $b/a=0.4$ olan data dosyası
(A ucu için)

1	11	0	1	0.0	0.0	1	0.0		
2	1								
3	0.0	1.0	1	0.0	0.0				
4	95	95	95	95	95	95	95		
5	0	0	0	0	0	0			
6	0	0							
7	9	0.0	0.0	20.0	0.0	40.0	1	0.0	0.0
8	0	0							
9	10	0.0	0.0	40.0	20.0	40.0	1	0.0	1000.0
10	0	0							
11	1	0.0	20.0	40.0	20.0	39.0	4	0.0	0.0
12	0	0							
13	15	0.0	20.0	39.0	20.0	1.0	1	0.0	0.0
14	0	0							
15	1	0.0	20.0	1.0	20.0	0.0	2	0.0	0.0
16	0	0							
17	10	0.0	20.0	0.0	0.0	0.0	1	0.0	1000.0
18	0	0							
19	9	0.0	0.0	00.0	0.0	20.0	1	0.0	0.0
20	0	0							
21	15	0.0	9.72	20.28	9.85	20.15	1	0.0	0.0
22	0	0							
23	5	0.0	9.85	20.15	10.0	20.0	1	0.0	0.0
24	0	0							
25	5	0.0	10.0	20.0	10.82	20.0	1	0.0	0.0
26	0	0							
27	15	0.0	10.82	20.0	11.0	20.0	1	0.0	0.0
28	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
29	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
30	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
31	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
32	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
33	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
34	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
35	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
36	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
37	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
38	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		

Tablo A.5. Bölüm 5.2.4. deki örnekte $b/a=0.4$ olan data dosyası
(B ucu için)

1	11	0	1	0.0	0.0	1	0.0		
2	1								
3	0.0	1.0	1	0.0	0.0				
4	95	95	95	95	95	95	95		
5	0	0	0	0	0	0			
6	0	0							
7	9	0.0	0.0	20.0	0.0	40.0	1	0.0	0.0
8	0	0							
9	10	0.0	0.0	40.0	20.0	40.0	1	0.0	1000.0
10	0	0							
11	1	0.0	20.0	40.0	20.0	39.0	4	0.0	0.0
12	0	0							
13	15	0.0	20.0	39.0	20.0	1.0	1	0.0	0.0
14	0	0							
15	1	0.0	20.0	1.0	20.0	0.0	2	0.0	0.0
16	0	0							
17	10	0.0	20.0	0.0	0.0	0.0	1	0.0	1000.0
18	0	0							
19	9	0.0	0.0	00.0	0.0	20.0	1	0.0	0.0
20	0	0							
21	15	0.0	11.0	20.0	10.87	20.0	1	0.0	0.0
22	0	0							
23	5	0.0	10.87	20.0	10.0	20.0	1	0.0	0.0
24	0	0							
25	5	0.0	10.0	20.0	9.81	20.19	1	0.0	0.0
26	0	0							
27	15	0.0	9.81	20.19	9.72	20.28	1	0.0	0.0
28	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
29	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
30	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
31	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
32	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
33	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
34	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
35	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
36	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
37	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		
38	2100.0	0.0	0.0	0.0	0.25	0.0	0.0		

Tablo A.6. Bölüm 5.2.5. deki örnekte $2a/h=0.1$ olan data dosyası

1	3	0	2	20.0	0.0	1	0.0		
2	1								
3	0.0	0.0	1	0.0	0.0				
4	60	60	60	60	60	60	60		
5	0.0	0.0	0.0	0.0	1000.0	0.0			
6	0	0							
7	15	0.0	-1.0	0.0	-0.9425	0.0	1	0.0	0.0
8	0	0							
9	30	0.0	-0.9425	0.0	0.9424	0.0	1	0.0	0.0
10	0	0							
11	15	0.0	0.9424	0.0	1.0	0.0	1	0.0	0.0
12	2200.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0		
13	2200.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0		
14	2200.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0		

Tablo A.7. Bölüm 5.2.6. daki örnekte $a/(a+h)=0.1$ olan data dosyası

1	2	0	4	0.0	0.0	1	0.0		
2	1								
3	0.0	0.0	1	0.0	0.0				
4	60	60	60	60	60	60	60		
5	0.0	0.0	0.0	0.0	1000.0	0.0			
6	0	0							
7	30	0.0	0.0	10.0	1.075	10.0	1	0.0	0.0
8	0	0							
9	30	0.0	1.075	10.0	1.111	10.0	1	0.0	0.0
10	2200.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0		
11	2200.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0		

EK B. DATA DOSYALARININ ÇÖZÜMLERİ

Tablo B.1. Bölüm 5.2.1. deki örneğin bölgedeki sonuçları

x	y	u_x	u_y	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}
1,0032	20	-0,0004	0	0,1431259	0,1532575	0
1,0065	20	-0,0004	0	0,0929744	0,1031061	0
1,0097	20	-0,0004	0	0,0725113	0,0826429	0
1,0129	20	-0,0004	0	0,0607150	0,0708467	0
1,0161	20	-0,0004	0	0,0528214	0,0629530	0
1,0194	20	-0,0004	0	0,0470729	0,0572045	0
1,0226	20	-0,0004	0	0,0426515	0,0527832	0
1,0258	20	-0,0004	0	0,0391192	0,0492509	0
1,0290	20	-0,0004	0	0,0362144	0,0463461	0
1,0323	20	-0,0004	0	0,0337738	0,0439054	0
1,0355	20	-0,0004	0	0,0316872	0,0418188	0
1,0387	20	-0,0004	0	0,0298779	0,0400096	0
1,0419	20	-0,0004	0	0,0282911	0,0384227	0
1,0452	20	-0,0004	0	0,0268846	0,0370162	0
1,0484	20	-0,0004	0	0,0256277	0,0357594	0
1,0516	20	-0,0004	0	0,0244963	0,0346280	0
1,0548	20	-0,0004	0	0,0234713	0,0336030	0
1,0581	20	-0,0004	0	0,0225374	0,0326690	0
1,0613	20	-0,0004	0	0,0216824	0,0318141	0
1,0645	20	-0,0004	0	0,0208957	0,0310274	0
1,0677	20	-0,0004	0	0,0201691	0,0303008	0
1,0710	20	-0,0004	0	0,0194956	0,0296273	0
1,0742	20	-0,0004	0	0,0188692	0,0290009	0
1,0774	20	-0,0004	0	0,0182850	0,0284167	0
1,0806	20	-0,0004	0	0,0177382	0,0278699	0
1,0839	20	-0,0004	0	0,0172255	0,0273571	0
1,0871	20	-0,0004	0	0,0167433	0,0268750	0
1,0903	20	-0,0004	0	0,0162891	0,0264208	0
1,0935	20	-0,0004	0	0,0158603	0,0259920	0
1,0968	20	-0,0004	0	0,0154546	0,0255863	0
1,1000	20	-0,0004	0	0,0150701	0,0252018	0

Tablo B.2. Bölüm 5.2.3. deki örnekte a/w=0.6 data dosyasının sonuçları

Eleman no.su	x koord.	y koord.	Eleman boyu	cos açısı	sin açısı	Bölge no.su	Tipi (Case)	Kodu	σ_s	σ_n	σ_{os}	σ_{on}
0	0	21,111	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	23,333	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
2	0	25,556	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
3	0	27,778	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
4	0	30,000	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
5	0	32,222	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
6	0	34,444	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
7	0	36,667	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
8	0	38,889	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
9	1	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
10	3	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
11	5	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
12	7	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
13	9	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
14	11	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
15	13	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
16	15	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
17	17	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
18	19	40,000	1,000	1	0	0	0	1	1000	0	0	0
19	20	39,500	0,500	0	-1	0	0	4	0	0	0	0
20	20	37,733	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
21	20	35,200	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
22	20	32,667	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
23	20	30,133	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
24	20	27,600	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
25	20	25,067	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
26	20	22,533	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
27	20	20,000	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
28	20	17,467	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
29	20	14,933	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
30	20	12,400	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
31	20	9,867	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
32	20	7,333	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
33	20	4,800	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
34	20	2,267	1,267	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
35	20	0,500	0,500	0	-1	0	0	2	0	0	0	0
36	19	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
37	17	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
38	15	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
39	13	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
40	11	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
41	9	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
42	7	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
43	5	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
44	3	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
45	1	0,000	1,000	-1	0	0	0	1	1000	0	0	0
46	0	1,111	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
47	0	3,333	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0

Tablo B.2. Bölüm 5.2.3. deki örnekte a/w=0.6 data dosyasının sonuçları (Devamı)

Eleman no.su	x koord.	y koord.	Eleman boyu	cos açısı	sin açısı	Bölge no.su	Tipi (Case)	Kodu	σ_s	σ_n	σ_{es}	σ_{on}
48	0	5,556	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
49	0	7,778	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
50	0	10,000	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
51	0	12,222	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
52	0	14,444	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
53	0	16,667	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
54	0	18,889	1,111	0	1	0	0	1	0	0	0	0
55	5,789	15,789	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
56	5,847	15,847	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
57	5,905	15,905	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
58	5,963	15,963	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
59	6,021	16,021	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
60	6,079	16,079	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
61	6,137	16,137	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
62	6,195	16,195	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
63	6,253	16,253	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
64	6,311	16,311	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
65	6,369	16,369	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
66	6,427	16,427	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
67	6,485	16,485	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
68	6,543	16,543	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
69	6,601	16,601	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
70	6,967	16,967	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
71	7,641	17,641	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
72	8,315	18,315	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
73	8,989	18,989	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
74	9,663	19,663	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
75	10,337	20,337	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
76	11,011	21,011	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
77	11,685	21,685	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
78	12,359	22,359	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
79	13,033	23,033	0,477	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
80	13,399	23,399	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
81	13,457	23,457	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
82	13,515	23,515	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
83	13,573	23,573	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
84	13,631	23,631	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
85	13,689	23,689	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
86	13,747	23,747	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
87	13,805	23,805	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
88	13,863	23,863	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
89	13,921	23,921	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
90	13,979	23,979	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
91	14,037	24,037	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
92	14,095	24,095	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
93	14,153	24,153	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0
94	14,211	24,211	0,041	0,707	0,707	0	0	1	0	0	0	0

Tablo B.3. Bölüm 5.2.3. deki örnekte $a/w=0.6$ data dosyasının sonuçları

No	D _s	u _{s-}	u _{s+}	D _n	u _{n-}	u _{n+}	u _{x-}	u _{y-}	u _{x+}	u _{y+}
0	13,563	13,394	-0,169	-3,542	-2,131	1,411	2,131	13,394	-1,411	-0,169
1	15,713	15,102	-0,611	-2,803	-1,402	1,401	1,402	15,102	-1,401	-0,611
2	17,852	16,793	-1,059	-2,454	-1,061	1,394	1,061	16,793	-1,394	-1,059
3	19,884	18,366	-1,518	-2,416	-1,033	1,382	1,033	18,366	-1,382	-1,518
4	21,792	19,794	-1,999	-2,573	-1,211	1,362	1,211	19,794	-1,362	-1,999
5	23,613	21,098	-2,515	-2,826	-1,496	1,331	1,496	21,098	-1,331	-2,515
6	25,413	22,321	-3,092	-3,107	-1,823	1,284	1,823	22,321	-1,284	-3,092
7	27,299	23,526	-3,773	-3,374	-2,160	1,214	2,160	23,526	-1,214	-3,773
8	29,538	24,867	-4,671	-3,638	-2,551	1,087	2,551	24,867	-1,087	-4,671
9	4,493	2,596	-1,897	33,441	25,106	-8,336	2,596	25,106	-1,897	-8,336
10	3,823	2,271	-1,551	34,577	24,555	-10,022	2,271	24,555	-1,551	-10,022
11	3,080	1,940	-1,140	35,271	24,210	-11,061	1,940	24,210	-1,140	-11,061
12	2,358	1,661	-0,697	35,616	23,932	-11,684	1,661	23,932	-0,697	-11,684
13	1,663	1,422	-0,241	35,638	23,661	-11,977	1,422	23,661	-0,241	-11,977
14	0,983	1,201	0,218	35,337	23,369	-11,969	1,201	23,369	0,218	-11,969
15	0,301	0,973	0,672	34,711	23,052	-11,659	0,973	23,052	0,672	-11,659
16	-0,389	0,720	1,109	33,746	22,730	-11,016	0,720	22,730	1,109	-11,016
17	-1,068	0,439	1,506	32,387	22,437	-9,949	0,439	22,437	1,506	-9,949
18	-1,667	0,111	1,778	30,416	22,247	-8,168	0,111	22,247	1,778	-8,168
19	-27,330	-22,327	5,003	-1,206	0,000	1,206	0,000	22,327	1,206	-5,003
20	-25,057	-21,030	4,027	-1,521	-0,346	1,175	-0,346	21,030	1,175	-4,027
21	-22,971	-19,750	3,221	-2,010	-0,750	1,259	-0,750	19,750	1,259	-3,221
22	-21,032	-18,475	2,557	-2,456	-1,140	1,315	-1,140	18,475	1,315	-2,557
23	-19,130	-17,157	1,973	-2,914	-1,559	1,356	-1,559	17,157	1,356	-1,973
24	-17,302	-15,866	1,436	-3,412	-2,017	1,395	-2,017	15,866	1,395	-1,436
25	-15,745	-14,788	0,958	-3,695	-2,251	1,444	-2,251	14,788	1,444	-0,958
26	-14,324	-13,795	0,529	-3,112	-1,669	1,443	-1,669	13,795	1,443	-0,529
27	-12,429	-12,369	0,059	-1,885	-0,477	1,408	-0,477	12,369	1,408	-0,059
28	-10,120	-10,557	-0,437	-0,850	0,542	1,392	0,542	10,557	1,392	0,437
29	-7,742	-8,682	-0,940	-0,301	1,087	1,387	1,087	8,682	1,387	0,940
30	-5,484	-6,938	-1,454	-0,166	1,214	1,380	1,214	6,938	1,380	1,454
31	-3,386	-5,378	-1,992	-0,284	1,080	1,363	1,080	5,378	1,363	1,992
32	-1,400	-3,976	-2,576	-0,508	0,825	1,333	0,825	3,976	1,333	2,576
33	0,569	-2,674	-3,243	-0,745	0,539	1,284	0,539	2,674	1,284	3,243
34	2,684	-1,377	-4,061	-0,948	0,261	1,209	0,261	1,377	1,209	4,061
35	5,114	0,000	-5,114	-1,349	0,000	1,349	0,000	0,000	1,349	5,114
36	1,794	-0,043	-1,837	7,715	-0,398	-8,112	0,043	0,398	1,837	8,112
37	1,098	-0,457	-1,555	9,178	-0,748	-9,925	0,457	0,748	1,555	9,925
38	0,389	-0,764	-1,153	10,038	-0,964	-11,002	0,764	0,964	1,153	11,002
39	-0,319	-1,030	-0,712	10,500	-1,151	-11,651	1,030	1,151	0,712	11,651
40	-1,015	-1,269	-0,254	10,618	-1,346	-11,964	1,269	1,346	0,254	11,964
41	-1,713	-1,504	0,209	10,410	-1,566	-11,976	1,504	1,566	-0,209	11,976
42	-2,431	-1,762	0,669	9,883	-1,804	-11,687	1,762	1,804	-0,669	11,687
43	-3,181	-2,066	1,116	9,038	-2,028	-11,066	2,066	2,028	-1,116	11,066
44	-3,962	-2,430	1,532	7,854	-2,176	-10,029	2,430	2,176	-1,532	10,029
45	-4,710	-2,827	1,883	6,255	-2,086	-8,340	2,827	2,086	-1,883	8,340
46	-2,159	2,500	4,659	-4,056	-2,969	1,087	2,969	2,500	-1,087	4,659
47	0,143	3,904	3,761	-4,318	-3,100	1,219	3,100	3,904	-1,219	3,761

Tablo B.3. Bölüm 5.2.3. deki örnekte $a/w=0.6$ data dosyasının sonuçları (Devamı)

No	D_s	u_{s-}	u_{s+}	D_n	u_{n-}	u_{n+}	u_{x-}	u_{y-}	u_{x+}	u_{y+}
48	2,052	5,131	3,079	-4,613	-3,325	1,288	3,325	5,131	-1,288	3,079
49	3,846	6,345	2,500	-4,914	-3,579	1,336	3,579	6,345	-1,336	2,500
50	5,599	7,580	1,981	-5,250	-3,880	1,371	3,880	7,580	-1,371	1,981
51	7,283	8,785	1,502	-5,631	-4,228	1,404	4,228	8,785	-1,404	1,502
52	8,763	9,827	1,063	-5,893	-4,451	1,442	4,451	9,827	-1,442	1,063
53	10,059	10,729	0,669	-5,578	-4,123	1,456	4,123	10,729	-1,456	0,669
54	11,605	11,869	0,264	-4,602	-3,170	1,431	3,170	11,869	-1,431	0,264
55	-1,004	9,875	10,879	5,789	3,979	5,185	4,169	9,796	4,027	11,359
56	-1,503	9,627	11,131	5,847	3,720	5,528	4,177	9,438	3,961	11,780
57	-1,875	9,438	11,314	5,905	3,541	5,801	4,171	9,178	3,898	12,102
58	-2,184	9,280	11,463	5,963	3,399	6,038	4,158	8,965	3,836	12,375
59	-2,452	9,140	11,592	6,021	3,282	6,253	4,142	8,784	3,776	12,618
60	-2,694	9,013	11,706	6,079	3,181	6,451	4,124	8,622	3,716	12,839
61	-2,914	8,896	11,810	6,137	3,092	6,638	4,104	8,477	3,657	13,045
62	-3,120	8,786	11,906	6,195	3,011	6,817	4,084	8,342	3,599	13,239
63	-3,314	8,682	11,996	6,253	2,938	6,988	4,062	8,217	3,541	13,424
64	-3,499	8,583	12,081	6,311	2,869	7,156	4,040	8,097	3,483	13,602
65	-3,677	8,486	12,163	6,369	2,803	7,319	4,018	7,982	3,425	13,776
66	-3,853	8,390	12,243	6,427	2,739	7,482	3,996	7,869	3,366	13,948
67	-4,031	8,293	12,323	6,485	2,673	7,647	3,974	7,754	3,307	14,121
68	-4,217	8,191	12,407	6,543	2,600	7,819	3,953	7,630	3,245	14,302
69	-4,432	8,072	12,504	6,601	2,510	8,011	3,933	7,482	3,177	14,507
70	-4,800	7,703	12,503	6,967	2,671	8,660	3,558	7,336	2,717	14,964
71	-5,487	7,256	12,743	7,641	2,737	9,696	3,196	7,066	2,155	15,867
72	-5,952	6,909	12,861	8,315	2,933	10,583	2,812	6,959	1,611	16,578
73	-6,236	6,644	12,881	8,989	3,247	11,337	2,402	6,994	1,092	17,124
74	-6,369	6,451	12,820	9,663	3,669	11,971	1,967	7,156	0,600	17,530
75	-6,364	6,324	12,688	10,337	4,197	12,493	1,504	7,440	0,138	17,805
76	-6,220	6,269	12,489	11,011	4,833	12,906	1,015	7,850	-0,295	17,957
77	-5,926	6,293	12,219	11,685	5,584	13,208	0,501	8,399	-0,699	17,979
78	-5,454	6,414	11,869	12,359	6,464	13,389	-0,035	9,107	-1,075	17,860
79	-4,763	6,656	11,420	13,033	7,488	13,438	-0,588	10,001	-1,428	17,577
80	-4,397	6,654	11,051	13,399	8,126	13,591	-1,041	10,451	-1,796	17,424
81	-4,182	6,751	10,933	13,457	8,317	13,499	-1,107	10,654	-1,814	17,276
82	-3,997	6,834	10,831	13,515	8,486	13,425	-1,168	10,833	-1,834	17,152
83	-3,820	6,914	10,734	13,573	8,649	13,358	-1,227	11,005	-1,855	17,036
84	-3,645	6,994	10,639	13,631	8,810	13,293	-1,284	11,175	-1,876	16,922
85	-3,467	7,075	10,542	13,689	8,971	13,226	-1,341	11,346	-1,897	16,807
86	-3,284	7,160	10,443	13,747	9,136	13,156	-1,398	11,523	-1,918	16,687
87	-3,091	7,249	10,340	13,805	9,305	13,081	-1,454	11,705	-1,938	16,561
88	-2,887	7,344	10,231	13,863	9,481	12,999	-1,512	11,897	-1,958	16,426
89	-2,668	7,447	10,115	13,921	9,666	12,909	-1,569	12,100	-1,976	16,280
90	-2,428	7,560	9,989	13,979	9,861	12,807	-1,627	12,319	-1,993	16,119
91	-2,162	7,688	9,850	14,037	10,073	12,689	-1,686	12,559	-2,008	15,937
92	-1,856	7,836	9,692	14,095	10,306	12,548	-1,747	12,828	-2,019	15,726
93	-1,488	8,017	9,505	14,153	10,575	12,368	-1,809	13,147	-2,024	15,466
94	-0,994	8,266	9,260	14,211	10,915	12,109	-1,873	13,563	-2,015	15,111

Tablo B.4. Bölüm 5.2.3. deki örnekte $a/w=0.6$ data dosyasının sonuçları

No	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}	σ_s	σ_n	K_I	K_{II}	Kod
0	0,000	626,686	0,000	0,000	0,000	-1667,493	6385,466	1
1	0,000	659,937	0,000	0,000	0,000	-1319,707	7397,906	1
2	0,000	610,971	0,000	0,000	0,000	-1155,465	8405,267	1
3	0,000	527,416	0,000	0,000	0,000	-1137,305	9361,804	1
4	0,000	439,289	0,000	0,000	0,000	-1211,373	10260,249	1
5	0,000	360,353	0,000	0,000	0,000	-1330,741	11117,361	1
6	0,000	292,762	0,000	0,000	0,000	-1462,721	11964,774	1
7	0,000	235,985	0,000	0,000	0,000	-1588,486	12852,861	1
8	0,000	239,014	0,000	0,000	0,000	-1712,882	13907,201	1
9	446,345	1000,000	0,000	0,000	1000,000	16596,500	2229,877	1
10	367,233	1000,000	0,000	0,000	1000,000	17159,931	1897,060	1
11	418,394	1000,000	0,000	0,000	1000,000	17504,522	1528,478	1
12	456,258	1000,000	0,000	0,000	1000,000	17675,948	1170,202	1
13	477,420	1000,000	0,000	0,000	1000,000	17686,468	825,296	1
14	479,792	1000,000	0,000	0,000	1000,000	17537,379	487,655	1
15	464,519	1000,000	0,000	0,000	1000,000	17226,819	149,206	1
16	435,721	1000,000	0,000	0,000	1000,000	16747,725	-193,253	1
17	395,853	1000,000	0,000	0,000	1000,000	16073,001	-529,822	1
18	196,597	1000,000	0,000	0,000	1000,000	15094,878	-827,436	1
19	95,520	398,627	0,000	0,000	95,520	-846,377	-19181,413	4
20	0,000	191,905	0,000	0,000	0,000	-670,764	-11049,012	1
21	0,000	236,965	0,000	0,000	0,000	-886,153	-10129,333	1
22	0,000	300,947	0,000	0,000	0,000	-1082,872	-9274,314	1
23	0,000	342,498	0,000	0,000	0,000	-1285,155	-8435,487	1
24	0,000	305,634	0,000	0,000	0,000	-1504,723	-7629,560	1
25	0,000	194,265	0,000	0,000	0,000	-1629,394	-6943,072	1
26	0,000	292,338	0,000	0,000	0,000	-1372,092	-6316,260	1
27	0,000	532,287	0,000	0,000	0,000	-831,155	-5480,493	1
28	0,000	630,750	0,000	0,000	0,000	-375,007	-4462,670	1
29	0,000	597,932	0,000	0,000	0,000	-132,597	-3414,096	1
30	0,000	507,696	0,000	0,000	0,000	-73,299	-2418,230	1
31	0,000	408,249	0,000	0,000	0,000	-125,060	-1493,070	1
32	0,000	319,808	0,000	0,000	0,000	-223,961	-617,487	1
33	0,000	242,774	0,000	0,000	0,000	-328,367	250,954	1
34	0,000	188,800	0,000	0,000	0,000	-417,960	1183,508	1
35	-117,354	116,240	-204,454	204,454	-117,354	-946,628	3589,302	2
36	116,505	1000,000	0,000	0,000	1000,000	3828,602	890,173	1
37	376,522	1000,000	0,000	0,000	1000,000	4554,690	544,988	1
38	428,713	1000,000	0,000	0,000	1000,000	4981,483	192,886	1
39	460,675	1000,000	0,000	0,000	1000,000	5210,837	-158,147	1
40	475,198	1000,000	0,000	0,000	1000,000	5269,667	-503,739	1
41	470,093	1000,000	0,000	0,000	1000,000	5166,308	-850,050	1
42	445,915	1000,000	0,000	0,000	1000,000	4904,752	-1206,339	1
43	404,992	1000,000	0,000	0,000	1000,000	4485,508	-1578,841	1
44	345,488	1000,000	0,000	0,000	1000,000	3897,622	-1966,173	1
45	376,607	1000,000	0,000	0,000	1000,000	3104,027	-2337,647	1
46	0,000	303,389	0,000	0,000	0,000	-1909,746	-1016,540	1
47	0,000	253,891	0,000	0,000	0,000	-2033,123	67,537	1

Tablo B.4. Bölüm 5.2.3. deki örnekte $a/w=0.6$ data dosyasının sonuçları (Devamı)

No	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}	σ_s	σ_n	K_I	K_{II}	Kod
48	0,000	296,977	0,000	0,000	0,000	-2172,084	966,133	1
49	0,000	344,959	0,000	0,000	0,000	-2313,685	1810,512	1
50	0,000	374,677	0,000	0,000	0,000	-2471,895	2636,065	1
51	0,000	342,305	0,000	0,000	0,000	-2651,355	3429,032	1
52	0,000	239,312	0,000	0,000	0,000	-2774,572	4125,844	1
53	0,000	257,101	0,000	0,000	0,000	-2626,353	4736,179	1
54	0,000	465,966	0,000	0,000	0,000	-2166,570	5463,986	1
55	-87,042	-87,042	-87,042	0,000	0,000	-2953,645	-2461,321	1
56	-89,288	-89,288	-89,288	0,000	0,000	-4431,194	-3683,893	1
57	-91,498	-91,498	-91,498	0,000	0,000	-5540,542	-4595,378	1
58	-93,672	-93,672	-93,672	0,000	0,000	-6466,693	-5351,061	1
59	-95,809	-95,809	-95,809	0,000	0,000	-7279,380	-6009,607	1
60	-97,909	-97,909	-97,909	0,000	0,000	-8013,865	-6600,734	1
61	-99,972	-99,972	-99,972	0,000	0,000	-8691,194	-7142,190	1
62	-101,997	-101,997	-101,997	0,000	0,000	-9325,504	-7645,877	1
63	-103,984	-103,984	-103,984	0,000	0,000	-9927,330	-8120,619	1
64	-105,932	-105,932	-105,932	0,000	0,000	-10505,453	-8573,694	1
65	-107,842	-107,842	-107,842	0,000	0,000	-11068,278	-9011,939	1
66	-109,714	-109,714	-109,714	0,000	0,000	-11625,382	-9442,971	1
67	-111,547	-111,547	-111,547	0,000	0,000	-12190,276	-9877,286	1
68	-113,342	-113,342	-113,342	0,000	0,000	-12787,645	-10333,723	1
69	-115,099	-115,099	-115,099	0,000	0,000	-13482,359	-10861,295	1
70	-125,303	-125,303	-125,303	0,000	0,000	-4305,125	-3450,406	1
71	-140,281	-140,281	-140,281	0,000	0,000	-5003,243	-3944,727	1
72	-150,773	-150,773	-150,773	0,000	0,000	-5499,776	-4278,692	1
73	-157,367	-157,367	-157,367	0,000	0,000	-5815,847	-4483,179	1
74	-160,538	-160,538	-160,538	0,000	0,000	-5967,932	-4578,716	1
75	-160,550	-160,550	-160,550	0,000	0,000	-5963,669	-4574,708	1
76	-157,406	-157,406	-157,406	0,000	0,000	-5803,384	-4471,444	1
77	-150,856	-150,856	-150,856	0,000	0,000	-5480,126	-4260,135	1
78	-140,434	-140,434	-140,434	0,000	0,000	-4978,245	-3921,014	1
79	-125,565	-125,565	-125,565	0,000	0,000	-4277,760	-3424,298	1
80	-115,443	-115,443	-115,443	0,000	0,000	-13391,856	-10774,756	1
81	-113,701	-113,701	-113,701	0,000	0,000	-12699,075	-10248,924	1
82	-111,922	-111,922	-111,922	0,000	0,000	-12103,639	-9794,248	1
83	-110,105	-110,105	-110,105	0,000	0,000	-11540,824	-9361,844	1
84	-108,250	-108,250	-108,250	0,000	0,000	-10986,019	-8932,942	1
85	-106,357	-106,357	-106,357	0,000	0,000	-10425,764	-8497,092	1
86	-104,427	-104,427	-104,427	0,000	0,000	-9850,534	-8046,731	1
87	-102,459	-102,459	-102,459	0,000	0,000	-9251,983	-7575,074	1
88	-100,453	-100,453	-100,453	0,000	0,000	-8621,401	-7074,915	1
89	-98,411	-98,411	-98,411	0,000	0,000	-7948,345	-6537,521	1
90	-96,332	-96,332	-96,332	0,000	0,000	-7218,812	-5951,118	1
91	-94,216	-94,216	-94,216	0,000	0,000	-6411,956	-5298,152	1
92	-92,065	-92,065	-92,065	0,000	0,000	-5492,847	-4549,233	1
93	-89,877	-89,877	-89,877	0,000	0,000	-4392,413	-3646,337	1
94	-87,655	-87,655	-87,655	0,000	0,000	-2927,371	-2435,854	1

Tablo B.5. Bölüm 5.2.6. daki örnekte $a/(a+h)=0.3$ data dosyasının sonuçları

Eleman no.su	x koord.	y koord.	Eleman boyu	cos açısı	sin açısı	Bölge no.su	Tipi (Case)	Kodu	σ_s	σ_n	σ_{os}	σ_{on}
0	0,069	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
1	0,207	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
2	0,346	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
3	0,484	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
4	0,622	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
5	0,760	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
6	0,899	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
7	1,037	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
8	1,175	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
9	1,313	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
10	1,451	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
11	1,590	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
12	1,728	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
13	1,866	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
14	2,004	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
15	2,143	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
16	2,281	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
17	2,419	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
18	2,557	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
19	2,696	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
20	2,834	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
21	2,972	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
22	3,110	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
23	3,248	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
24	3,387	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
25	3,525	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
26	3,663	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
27	3,801	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
28	3,940	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
29	4,078	10	0,069	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
30	4,149	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
31	4,154	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
32	4,159	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
33	4,163	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
34	4,168	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
35	4,172	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
36	4,177	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
37	4,182	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
38	4,186	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
39	4,191	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
40	4,196	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
41	4,200	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
42	4,205	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
43	4,210	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
44	4,214	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
45	4,219	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
46	4,223	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
47	4,228	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0

Tablo B.5. Bölüm 5.2.6. daki örnekte $a/(a+h)=0.3$ data dosyasının sonuçları (Devamı)

Eleman no.su	x koord.	y koord.	Eleman boyu	cos açısı	sin açısı	Bölge no.su	Tipi (Case)	Kodu	σ_s	σ_n	σ_{os}	σ_{on}
48	4,233	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
49	4,237	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
50	4,242	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
51	4,247	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
52	4,251	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
53	4,256	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
54	4,261	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
55	4,265	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
56	4,270	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
57	4,274	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
58	4,279	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0
59	4,284	10	0,002	1	0	0	0	1	-1000	0	1000	0

Tablo B.6. Bölüm 5.2.6. daki örnekte $a/(a+h)=0.3$ data dosyasının sonuçları

No	D_s	u_{s-}	u_{s+}	D_n	u_{n-}	u_{n+}	u_{x-}	u_{y-}	u_{x+}	u_{y+}
0	0,0015	-0,0242	-0,0257	0,069	-3,0437	4,2695	-0,0242	-3,0437	-0,0257	4,2695
1	0,0046	-0,0725	-0,0771	0,207	-3,0402	4,2656	-0,0725	-3,0402	-0,0771	4,2656
2	0,0076	-0,1209	-0,1285	0,346	-3,0330	4,2579	-0,1209	-3,0330	-0,1285	4,2579
3	0,0106	-0,1692	-0,1798	0,484	-3,0222	4,2463	-0,1692	-3,0222	-0,1798	4,2463
4	0,0136	-0,2176	-0,2312	0,622	-3,0078	4,2309	-0,2176	-3,0078	-0,2312	4,2309
5	0,0165	-0,2660	-0,2825	0,760	-2,9897	4,2114	-0,2660	-2,9897	-0,2825	4,2114
6	0,0193	-0,3145	-0,3338	0,899	-2,9678	4,1879	-0,3145	-2,9678	-0,3338	4,1879
7	0,0221	-0,3630	-0,3851	1,037	-2,9421	4,1603	-0,3630	-2,9421	-0,3851	4,1603
8	0,0248	-0,4115	-0,4363	1,175	-2,9125	4,1285	-0,4115	-2,9125	-0,4363	4,1285
9	0,0274	-0,4601	-0,4875	1,313	-2,8788	4,0924	-0,4601	-2,8788	-0,4875	4,0924
10	0,0299	-0,5088	-0,5387	1,451	-2,8410	4,0519	-0,5088	-2,8410	-0,5387	4,0519
11	0,0323	-0,5576	-0,5899	1,590	-2,7988	4,0068	-0,5576	-2,7988	-0,5899	4,0068
12	0,0346	-0,6064	-0,6409	1,728	-2,7521	3,9569	-0,6064	-2,7521	-0,6409	3,9569
13	0,0367	-0,6553	-0,6919	1,866	-2,7007	3,9021	-0,6553	-2,7007	-0,6919	3,9021
14	0,0386	-0,7043	-0,7429	2,004	-2,6443	3,8420	-0,7043	-2,6443	-0,7429	3,8420
15	0,0404	-0,7533	-0,7937	2,143	-2,5827	3,7765	-0,7533	-2,5827	-0,7937	3,7765
16	0,0419	-0,8025	-0,8444	2,281	-2,5156	3,7051	-0,8025	-2,5156	-0,8444	3,7051
17	0,0433	-0,8518	-0,8951	2,419	-2,4424	3,6275	-0,8518	-2,4424	-0,8951	3,6275
18	0,0444	-0,9012	-0,9456	2,557	-2,3628	3,5432	-0,9012	-2,3628	-0,9456	3,5432
19	0,0453	-0,9507	-0,9960	2,696	-2,2762	3,4516	-0,9507	-2,2762	-0,9960	3,4516
20	0,0458	-1,0004	-1,0462	2,834	-2,1818	3,3521	-1,0004	-2,1818	-1,0462	3,3521
21	0,0461	-1,0501	-1,0962	2,972	-2,0788	3,2438	-1,0501	-2,0788	-1,0962	3,2438
22	0,0460	-1,0999	-1,1459	3,110	-1,9663	3,1256	-1,0999	-1,9663	-1,1459	3,1256
23	0,0455	-1,1499	-1,1954	3,248	-1,8426	2,9961	-1,1499	-1,8426	-1,1954	2,9961
24	0,0445	-1,1999	-1,2444	3,387	-1,7060	2,8535	-1,1999	-1,7060	-1,2444	2,8535
25	0,0430	-1,2500	-1,2930	3,525	-1,5541	2,6954	-1,2500	-1,5541	-1,2930	2,6954
26	0,0409	-1,3000	-1,3409	3,663	-1,3832	2,5180	-1,3000	-1,3832	-1,3409	2,5180
27	0,0379	-1,3498	-1,3878	3,801	-1,1881	2,3163	-1,3498	-1,1881	-1,3878	2,3163
28	0,0339	-1,3993	-1,4332	3,940	-0,9606	2,0820	-1,3993	-0,9606	-1,4332	2,0820
29	0,0286	-1,4489	-1,4775	4,078	-0,6900	1,8045	-1,4489	-0,6900	-1,4775	1,8045

Tablo B.6. Bölüm 5.2.6. daki örnekte $a/(a+h)=0.3$ data dosyasının sonuçları (Devamı)

No	D_s	u_{s-}	u_{s+}	D_n	u_{n-}	u_{n+}	u_{x-}	u_{y-}	u_{x+}	u_{y+}
30	0,0268	-1,5757	-1,6026	4,149	-0,6127	1,7213	-1,5757	-0,6127	-1,6026	1,7213
31	0,0259	-1,5796	-1,6055	4,154	-0,5702	1,6785	-1,5796	-0,5702	-1,6055	1,6785
32	0,0252	-1,5825	-1,6077	4,159	-0,5361	1,6441	-1,5825	-0,5361	-1,6077	1,6441
33	0,0245	-1,5849	-1,6094	4,163	-0,5059	1,6137	-1,5849	-0,5059	-1,6094	1,6137
34	0,0239	-1,5874	-1,6113	4,168	-0,4782	1,5857	-1,5874	-0,4782	-1,6113	1,5857
35	0,0233	-1,5898	-1,6131	4,172	-0,4515	1,5587	-1,5898	-0,4515	-1,6131	1,5587
36	0,0227	-1,5919	-1,6146	4,177	-0,4257	1,5327	-1,5919	-0,4257	-1,6146	1,5327
37	0,0222	-1,5942	-1,6164	4,182	-0,4006	1,5074	-1,5942	-0,4006	-1,6164	1,5074
38	0,0216	-1,5965	-1,6181	4,186	-0,3756	1,4821	-1,5965	-0,3756	-1,6181	1,4821
39	0,0211	-1,5985	-1,6196	4,191	-0,3507	1,4570	-1,5985	-0,3507	-1,6196	1,4570
40	0,0205	-1,6008	-1,6213	4,196	-0,3260	1,4320	-1,6008	-0,3260	-1,6213	1,4320
41	0,0199	-1,6030	-1,6229	4,200	-0,3009	1,4067	-1,6030	-0,3009	-1,6229	1,4067
42	0,0194	-1,6050	-1,6244	4,205	-0,2757	1,3812	-1,6050	-0,2757	-1,6244	1,3812
43	0,0188	-1,6072	-1,6260	4,210	-0,2502	1,3555	-1,6072	-0,2502	-1,6260	1,3555
44	0,0182	-1,6094	-1,6276	4,214	-0,2241	1,3291	-1,6094	-0,2241	-1,6276	1,3291
45	0,0176	-1,6114	-1,6290	4,219	-0,1975	1,3023	-1,6114	-0,1975	-1,6290	1,3023
46	0,0170	-1,6136	-1,6305	4,223	-0,1705	1,2750	-1,6136	-0,1705	-1,6305	1,2750
47	0,0163	-1,6157	-1,6320	4,228	-0,1424	1,2467	-1,6157	-0,1424	-1,6320	1,2467
48	0,0157	-1,6177	-1,6334	4,233	-0,1136	1,2176	-1,6177	-0,1136	-1,6334	1,2176
49	0,0150	-1,6198	-1,6348	4,237	-0,0838	1,1875	-1,6198	-0,0838	-1,6348	1,1875
50	0,0142	-1,6220	-1,6362	4,242	-0,0526	1,1561	-1,6220	-0,0526	-1,6362	1,1561
51	0,0135	-1,6239	-1,6374	4,247	-0,0200	1,1233	-1,6239	-0,0200	-1,6374	1,1233
52	0,0127	-1,6260	-1,6387	4,251	0,0142	1,0888	-1,6260	0,0142	-1,6387	1,0888
53	0,0118	-1,6281	-1,6399	4,256	0,0506	1,0521	-1,6281	0,0506	-1,6399	1,0521
54	0,0109	-1,6300	-1,6409	4,261	0,0896	1,0129	-1,6300	0,0896	-1,6409	1,0129
55	0,0099	-1,6320	-1,6419	4,265	0,1320	0,9703	-1,6320	0,1320	-1,6419	0,9703
56	0,0088	-1,6338	-1,6426	4,270	0,1789	0,9231	-1,6338	0,1789	-1,6426	0,9231
57	0,0076	-1,6354	-1,6430	4,274	0,2324	0,8694	-1,6354	0,2324	-1,6430	0,8694
58	0,0060	-1,6366	-1,6426	4,279	0,2962	0,8054	-1,6366	0,2962	-1,6426	0,8054
59	0,0040	-1,6361	-1,6402	4,284	0,3812	0,7202	-1,6361	0,3812	-1,6402	0,7202

Tablo B.7. Bölüm 5.2.6. daki örnekte $a/(a+h)=0.3$ data dosyasının sonuçları

No	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}	σ_s	σ_n	K_I	K_{II}	Kod
0	-918,0718	0	0	0	0	-13695,8024	0	1
1	-918,1141	0	0	0	0	-13681,9673	0	1
2	-918,1987	0	0	0	0	-13654,0737	0	1
3	-918,3254	0	0	0	0	-13612,2117	0	1
4	-918,4941	0	0	0	0	-13556,2478	0	1
5	-918,7046	0	0	0	0	-13485,8207	0	1
6	-918,9566	0	0	0	0	-13400,8731	0	1
7	-919,2498	0	0	0	0	-13301,1185	0	1
8	-919,5839	0	0	0	0	-13186,0326	0	1
9	-919,9585	0	0	0	0	-13055,3728	0	1
10	-920,3731	0	0	0	0	-12908,6543	0	1
11	-920,8271	0	0	0	0	-12745,1332	0	1
12	-921,3201	0	0	0	0	-12564,3070	0	1

Tablo B.7. Bölüm 5.2.6. daki örnekte $a/(a+h)=0.3$ data dosyasının sonuçları (Devamı)

No	σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}	σ_s	σ_n	K_I	K_{II}	Kod
13	-921,8515	0	0	0	0	-12365,4015	0	1
14	-922,4206	0	0	0	0	-12147,3405	0	1
15	-923,0267	0	0	0	0	-11909,2151	0	1
16	-923,6692	0	0	0	0	-11649,7780	0	1
17	-924,3472	0	0	0	0	-11367,3871	0	1
18	-925,0601	0	0	0	0	-11060,4185	0	1
19	-925,8068	0	0	0	0	-10726,7486	0	1
20	-926,5866	0	0	0	0	-10363,6314	0	1
21	-927,3986	0	0	0	0	-9967,9857	0	1
22	-928,2419	0	0	0	0	-9535,7777	0	1
23	-929,1154	0	0	0	0	-9061,6735	0	1
24	-930,0183	0	0	0	0	-8538,9219	0	1
25	-930,9494	0	0	0	0	-7958,1743	0	1
26	-931,9078	0	0	0	0	-7306,0249	0	1
27	-932,8924	0	0	0	0	-6562,7839	0	1
28	-933,9021	0	0	0	0	-5697,8793	0	1
29	-934,9358	0	0	0	0	-4671,5546	0	1
30	-935,4791	0	0	0	0	-23873,3399	0	1
31	-935,5145	0	0	0	0	-23001,2585	0	1
32	-935,5500	0	0	0	0	-22299,4973	0	1
33	-935,5855	0	0	0	0	-21680,6787	0	1
34	-935,6210	0	0	0	0	-21109,8973	0	1
35	-935,6565	0	0	0	0	-20560,9885	0	1
36	-935,6921	0	0	0	0	-20031,6941	0	1
37	-935,7277	0	0	0	0	-19515,8219	0	1
38	-935,7633	0	0	0	0	-19000,7364	0	1
39	-935,7990	0	0	0	0	-18490,2400	0	1
40	-935,8346	0	0	0	0	-17981,9227	0	1
41	-935,8703	0	0	0	0	-17466,0362	0	1
42	-935,9061	0	0	0	0	-16947,1622	0	1
43	-935,9418	0	0	0	0	-16423,7186	0	1
44	-935,9776	0	0	0	0	-15886,9906	0	1
45	-936,0134	0	0	0	0	-15341,0603	0	1
46	-936,0492	0	0	0	0	-14784,2376	0	1
47	-936,0850	0	0	0	0	-14208,0563	0	1
48	-936,1209	0	0	0	0	-13615,2831	0	1
49	-936,1568	0	0	0	0	-13003,3049	0	1
50	-936,1927	0	0	0	0	-12362,9566	0	1
51	-936,2286	0	0	0	0	-11694,3328	0	1
52	-936,2646	0	0	0	0	-10992,1457	0	1
53	-936,3006	0	0	0	0	-10243,9996	0	1
54	-936,3366	0	0	0	0	-9443,1441	0	1
55	-936,3726	0	0	0	0	-8574,9561	0	1
56	-936,4087	0	0	0	0	-7611,9139	0	1
57	-936,4448	0	0	0	0	-6516,1682	0	1
58	-936,4809	0	0	0	0	-5207,6187	0	1
59	-936,5170	0	0	0	0	-3467,6622	0	1

ÖZGEÇMİŞ

1 Ocak 1980 yılında İstanbul'da doğan Ercan FİLİZİ, ilk ve orta öğrenimini Özel Tarhan Lisesi'nde tamamladı. 1998 yılında öğrenimine başladığı Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümünden 2002 yılında mezun oldu. Lisans öğrenimini tamamladıktan sonra 2002 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Mühendisliği Programı Mekanik Kürsüsü'nde yüksek lisans öğrenimine başladı.

