

Arad. Gsr. Mahmut EKİNEL

75399

Uğur

YAPISAL ADAPTİF SAYISAL AĞLAR
KULLANARAK SIKIŞTIRILABİLİR
AKIŞIN PARALEL ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

UÇAK MÜH. SONER ÇETİNKAYA

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 19 Ocak 1998

Tezin Savunulduğu Tarih : 12 Şubat 1998

75399

Tez Danışmanı

: Doç. Dr. A. Rüstem Aslan

mly

Diğer Jüri Üyeleri

: Prof. Dr. M. Fevzi Ünal

M. Fevzi Ünal

: Prof. Dr. Oktay Özcan

Oktay Özcan

ÖNSÖZ

Yüksek lisans çalışmamda her zaman destek ve yardımlarını gördüğüm değerli hocam Doç. Dr. A. Rüstem Aslan' a çalışmalarım sırasında göstermiş olduğu ilgi ve destekten dolayı buradan teşekkürlerimi bildiririm.

Ayrıca çalışmalarında yol gösteren ve yardımcı olan değerli bilim adamı Prof. Dr. Ülgen Gülçat' a da teşekkürlerimi sunmayı bir borç sayıyorum.

Soner ÇETİNKAYA

İstanbul, 1998



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	ii
SEMBOL LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÖZET	viii
SUMMARY	ix
BÖLÜM 1 GİRİŞ	1
BÖLÜM 2 MATEMATİKSEL FORMÜLASYON	6
2.1 Euler Denklemleri	6
2.2 Daimi Olmayan Euler Denklemlerinin Karakteristikleri	7
2.3 Konservatif Formda Euler Denklemleri	8
BÖLÜM 3 SAYISAL FORMÜLASYON	10
3.1 Galerkin Sonlu Elemanlar Yöntemi	10
3.2 Sonlu Elemanlar Formülasyonu	11
3.3 Başlangıç ve Sınır Şartları	13
BÖLÜM 4 ADAPTİF SAYISAL AĞ ÜRETİMİ	14
4.1 Cebirsel Minimal Moment Yöntemi	14
BÖLÜM 5 PVM ORTAMINDA HESAP	17
5.1 PVM Sistemine Bakış	17
5.2 PVM Sistemi ve Genel Özellikleri	18
5.3 PVM in Bölümleri	19
BÖLÜM 6 SONUÇLAR	21
6.1 Şok Tüpü Problemi	21

6.2 Süpersonik İç Akış Problemi	24
6.3 PVM Ortamında Hesap	29
DEĞERLENDİRME	34
KAYNAKLAR	35
ÖZGEÇMİŞ	37



SEMBOL LİSTESİ

<u>SEMBOL</u>	<u>TANIM</u>
a	Ses hızı
A_i	Akılarn jacobyeni
c_v	Kullanıcı tarafından belirlenen katsayı
e	Toplam enerji
E	İç enerji
h	Elemanların karakteristik uzunluğu
m_n	Elemana ait kütle
M	Elemanların kütlelerinin toplamı
N_i	Şekil fonksiyonu
p	Basınç
P	Komşu dört elemanın kesişim noktası
t	Zaman
u, v, w	Hız vektörünün kartezyen koordinatlardaki bileşenleri
w_i	Ağırlıklı artık fonksiyonu
ρ	Yoğunluk
κ	Kullanıcı tarafından belirlenen parametre
γ	Özgöl hacim oranı
ρ	Yoğunluk

Alt İndisler

x	x e göre kısmi türev
t	t ye göre kısmi türev
i, j	uzaysal koordinat indisi

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 4.1 Dokuz noktalı hesaplama molekülü

Şekil 4.2 Sabit sayısal ağ

Şekil 4.3 Adaptif sayısal ağ

Şekil 6.1 Şok tüpü modeli

Şekil 6.2 $t=0.19260$ daki u hızının merkez hat değerleri

Şekil 6.3 $t=0.19260$ daki merkez hattı yoğunluk değerleri

Şekil 6.4 $t=0.19260$ daki merkez hattı basınç değerleri

Şekil 6.5 $t=0.19260$ daki merkez hattı enerji değerleri

Şekil 6.6 15° sıkıştırma açısına sahip kanala ait sayısal ağ sınır şartları

Şekil 6.7 Sıkıştırma açısı 15 derece olan kanalda gelişen süpersonik akış yoğunluk konturları

Şekil 6.8-Sıkıştırma açısı 15 derece olan bir kanalda gelişen süpersonik akış mach konturları

Şekil 6.9-Sıkıştırma açısı 15 derece olan bir kanalda gelişen süpersonik akış basınç konturları

Şekil 6.10-Sıkıştırma açısı 15 derece olan bir kanalda gelişen süpersonik akış hız vektörleri ve akım çizgileri

Şekil 6.11 Sabit sayısal ağ

Şekil 6.12 Adaptif sayısal ağ

Şekil 6.13 Sabit sayısal ağ kullanılarak elde edilmiş basınç konturları

Şekil 6.14 Adaptif sayısal ağ kullanılarak elde edilmiş basınç konturları

Şekil 6.15 Sabit ve adaptif sayısal ağın zaman adımı ile logaritmik hatalarının değişimi.

Şekil 6.16 İki iş istasyonunda çözüm yapmak için bölge paylaşımı

Şekil 6.17 İki iş istasyonu kullanarak elde edilen çözüme ait basınç konturları

Şekil 6.18 Dört iş istasyonunda çözüm yapmak için bölge paylaşımı

Şekil 6.19 Dört iş istasyonu kullanarak elde edilen çözüme ait basınç konturları

Şekil 6.20 Altı iş istasyonunda çözüm yapmak için bölge paylaşımı

Şekil 6.21 Altı iş istasyonu kullanarak elde edilen çözüme ait basınç konturları



ÖZET

Bir çok gaz dinamiği probleminin analiz ve simulasyonunda Euler denklemleri kullanılmaktadır. Cisimler etrafında yada karmaşık bir yapıya sahip bir kanalda gelişen, yüksek Mach sayılı ideal gaz akışında, şok dalgaları ve diğer gaz dinamiği süreksizlikleri oluşmaktadır. Meydana gelen şok dalgalarının ve gaz dinamiği süreksizliklerinin sayısal çözümü için, yeterli çözünürlüğe sahip sayısal ağ üretilmesi gerekmektedir. Bu nedenle nokta sayısını artırmadan çözünürlüğü şok dalgalarının ve süreksizliklerin meydana geldiği bölgelerde artırmak için adaptif ağ yapısını kullanmak, en etkin yollardan biridir.

Bu çalışmada da yapısal adaptif sayısal ağlar kullanarak sıkıştırılabilir akışlar, Euler denklemlerinin çözümü ile elde edilmiştir. Euler denklemlerinin çözümünde Galerkin sonlu elemanlar sayısal yöntemi kullanılmıştır. Sabit aralıklı sayısal ağ kullanılarak elde edilen çözümün ardından, cebirsel minimal moment yöntemi kullanarak yapısal sayısal adaptif ağ üretimine gidilmiştir. Adaptasyon gradyenlerin yüksek olduğu şok bölgesinde, sayısal ağın otomatik şekilde sıkıştırılması ile elde edilmiştir. Çalışmada öncelikle boyutsuzlaştırma yapılmadan sabit aralıklı sayısal ağ kullanarak şok tüpü problemi çözümü gerçekleştirilmiş, daha sonrada içerisinde 2.28 Mach hızında serbest akım ve 15°' lik sıkıştırma açısına sahip rampa bulunan kanalda, adaptif ve adaptif olmayan yapısal sayısal ağlar kullanarak elde edilen akım çözümleri birbirleriyle karşılaştırılmıştır.

Sonuçlar göstermektedir ki şokun belirlenmesi ve çözümün yakınsama hızı sabit sayıda elemana sahip adaptif ağ kullanımı ile güçlenmektedir. Çözümlerin elde edilmesinin ardından hazırlanan program Paralel Sanal Makina (Parallel Virtual Machine -PVM) ortamına adapte edilerek sıkıştırılabilir akım çözümleri, Herbiri 64 bitlik mimariye sahip olan Linux işletim sistemi kullanılan ve haberleşme hızları 100 Mb/saniye 'lik iş istasyonları ile gerçekleştirilmiştir. İş istasyonları üzerinde hesaplama zamanları alınarak verim ve hızlanmalar hesap edilmiştir.

PARALLEL COMPUTATION OF COMPRESSIBLE FLOWS USING STRUCTURED ADAPTIVE GRIDS

SUMMARY

Rapid increase in computer power during the two decades between 1960 and 1980 made using computer more effective and efficient tool for aerodynamist. This explosion in computer capability is still going on, with no specific in sight. As a result, an entirely new discipline in aerodynamics has evolved over the past two decades, namely, computational fluid dynamics (CFD). CFD is a third dimension in aerodynamics, complementing the previous dimensions of both pure experiment and pure theory. It allows us to obtain answers to fluid dynamic problems that heretofore were intractable by classical analytical methods. Consequently, CFD is revolutionizing the airplane design process, and in many ways are modifying the way we conduct modern aeronautical research and development.

Computational fluids dynamics is the method of replacing the governing partial differential equations of fluid flow with numbers, and advancing these numbers in space and/or time to obtain a final numerical description of the complete flow field of interest. The end product of CFD is indeed a collection of numbers, in contrast to a closed- form analytical solution.[1]

The numerical simulation of many gas dynamics' processes, processing applied significance, requires the solution of unsteady two dimensional Euler equations in the complex geometry region. The typical feature of inviscid gas flow about bodies, in channel of complex form or in jets is presence of interacted shock waves and other gas dynamics discontinuities.

In this study, using adaptive grids Galerkin finite element method for the solution of 1-2-3 dimensional Euler equations is presented. Also the code developed for a single processor for solving the compressible Euler equations is adapted and implemented in a Parallel Virtual Machine environment.

Euler equations consist of continuity, momentum and energy equations. It is important to see that the unsteady Euler equations are of single type-hyperbolic type, no matter what the flow speed is (subsonic, supersonic). Therefore , the solution method can be established once for the entire speed ranges. For this reason, steady flow problems are usually considered as unsteady problems. In this study the steady

solution is obtained by solving the unsteady Euler differential equations with the steady boundary conditions and arbitrary initial conditions until the steady flow solution approaches a limit as $t \rightarrow \infty$. [14]

The governing differential equations ought to be written in the divergence form in order to have correct jump conditions across the shock waves. Differential equations of unsteady, inviscid, adiabatic flow known as Euler equations can be written in a concise divergence form,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$$

where U, F, G and H are vector functions. For the conservation of mass, momentum and energy, they are

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho e + p)u \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho e + p)v \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho e + p)w \end{bmatrix}$$

F, G and H are composite functions of U. [14]

In this study, the Galerkin Finite Element Method is used in order to evaluate the finite element equations.

The Galerkin method, is an orthogonal functions of any residual to set of linearly independent complete functions (weighting functions). In order for any function to be the exact solution of a given equation, it is necessary for the residual to be equal identically to zero, and this requirement, if the residual is considered to be continuous, is equivalent to the requirement of the orthogonality of the expression of residual to all the functions (weighting functions) of the system.

The Finite Element Method is an approximate method of solving differential equations of boundary and initial value problems in engineering and mathematical physics. Using variational principles or weighted residuals methods, the governing equations are transformed into finite element equations governing all isolated elements. These elements are finally collected together to form a global system of

differential or algebraic equations with proper boundary and initial conditions. The nodal values are determined from this system of equations.

Let N_i be the shape functions and D any differential equation, Galerkin finite element formulation is expressed as;

$$\int_{\Omega} N_i \cdot D d\Omega = 0$$

where $d\Omega$ denotes the volume element of any finite element.

In this study the finite element formulation on which the numerical scheme used is based is a slightly modified version of the weighted residual statement:

$$\int_{\Omega} w \frac{\partial U}{\partial t} d\Omega = - \int_{\Omega} (w + \tau A_i w_{,i}) F_{i,i} d\Omega$$

where F_i is the flux vector in i direction, A_i are the Jacobians of the fluxes and $\tau A_i w_{,i}$ is the so-called upwind term. The contribution of upwind term to the time derivative has been omitted in order to simplify the resulting scheme. The integral in the right hand side term must be supplemented with an additional expression to enhance the stability of the solver.

To solve the problem that is described we used an explicit Euler scheme.

$$\int_{\Omega} w \frac{(U^{t+\Delta t} - U^t)}{\Delta t} d\Omega = - \int_{\Omega} (w + \tau A_i^t w_{,i}) F_{i,i}^t d\Omega$$

where Δt is the time step chosen for the solution, U^t denotes the solution at the instant t , and $U^{t+\Delta t}$ the vector of unknowns for the current time step.[16]

The boundary conditions associated with [6] considered in this work are:

- (i) no velocity normal to the boundaries;
- (ii) adiabatic solid boundaries or prescribed temperatures at solid boundaries
- (iii) prescribed density, velocities and energy (or temperature) at inlets;
- (iv) no velocity or energy gradient normal to outlet boundaries.

The initial conditions are set uniformly equal to the prescribed quantities in (iii)

The current interest in the area of high speed flows has increased the need for advanced CFD codes, which have become the primary tools for the prediction of aerothermal loads. Such flows are characterized by regions with steep directional gradients of flow variables, embedded in regions where the flow variables vary more smoothly. One approach for improving the solution accuracy of such problems is to apply grid adaptation techniques.[10]

In present work, the adaptive grid algorithm used here is based on the algebraic minimal moment method with cell-centered grid modifications. For exact reconstruction of a linear function the centroid of control volume, where averaged function values are stored, has to coincide with the gravity center of this control volume. So in the present algorithm firstly vertices of the control volume are replaced and then the coordinates of gravity centers of new control volumes are evaluated.

An analytical expression for the movement of cell vertex P is given as

$$\Delta \bar{P} = \bar{P}_{\text{yeni}} - \bar{P} = \frac{1}{M} \sum_{nb} m_{nb} (\bar{B}_{nb} - \bar{P})$$

Σ means summation over all neighbor cells with a vertex at P . B is the vector location of the gravity center of corresponding cell. The mass of cell n is defined as

$$m_n = \max_j \left\{ \frac{|f_n - f_j|}{\|B_n - B_j\|} + c \right\} \Delta s_n, \quad M = \sum_{nb} m_{nb}$$

where j is index of adjusting cells, Δs_n is the cell area and M is the summation of the all cell area. The first term within the parenthesis of above the first equation represent an estimate of the maximum gradient of an arbitrary function, f , on a grid cell. The adaptation will be sensitive to the gradient of this function. The constant c is the user specified constant which controls the adaptation strength.

In the method of minimal moments [9] the nine point stencil is decomposed into quadrilaterals. The gravity center for each of the quadrilateral with a vertex at i, j is determined. A weighting function value is computed for these points. The new location of point i, j is at common center of mass of these quadrilateral and is given by above the equation with summation over these quadrilateral. [5]

Another subject that is handled in this study is parallel processing. Parallel processing currently going through an extremely exciting time with machines delivering performances today that are well beyond was imagined only a relatively short time ago. The term parallel processing refers to performing computational tasks concurrently i.e at the same time.

In this study firstly 1-2-3 dimensional shock tube problem solved in order to test written codes. Using rectangular smooth 20 by 200 two dimensional mesh, pressure, density and velocity values are presented. The second case involves supersonic flow in a channel with compression ramp. Inviscid supersonic flow past the compression corner created by a 15 degree wedge generates an oblique shock wave. Using 90-by 50 coarse and adaptive mesh pressure, density and Mach distributions of the flow field determined, for the case $M=2.28$ and $\gamma=1.4$. Logarithmic residual of two meshes are determined using L^2 norm and convergence speed discussed for two case. A comparison of the calculated ratios that comes from coarse mesh solution of variables across the wave to analytical oblique shock solutions given by Anderson [1] is presented in table below.

	FEM	Analytical	$\Delta\%$
p_2/p_1	2.320	2.339	0.8
ρ_2/ρ_1	1.783	1.803	1.1
M_2	1.655	1.689	2.01

Finally, the code that developed for a single processor for solving the Euler equation implemented in a Parallel Virtual Machine environment. Four work stations were used in order to evaluate parallel process. WSs have 64 bit architecture and use Linux as operating systems. The nominal communication speed in the network connecting them is 100 Mbits/sec.

The overall timings, based on execution + communication times, the speed up and the efficiencies for various number of work station combinations are shown in the table next page.

WS	WS names	Speed up	Efficiency	Time (sec)
1	vm03	1.00	100	614.71
2	vm03+vm04	1.96	98.3	312.39
4	vm03+vm04+ vm05+vm06	3.70	92.5	166.13
6	vm03+vm04+ vm05+vm06+ vm07+vm08	5.40	90.0	113.86

Timings (t) in secs., speed up (S) and efficiencies (E %) are defined as follows:

$$\text{Efficiency: } E = \frac{t_1}{N \cdot t_N} \quad \text{Speed up: } S = \frac{t_1}{t_N}$$

where t_1 is the timing obtained with one processor only and N is the number of processors, i.e, WS.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

İçinde bulunduğumuz yüzyılın son çeyreği bilgisayar teknolojisinde çok önemli ilerlemelerin kaydedildiği yıllar olmuştur. Devam eden çalışmalar bu ilerlemelerin hızını kaybetmeden hatta artırarak devam edeceğini göstermektedir. Bu gelişmelerin bir sonucu olarak Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (Computational Fluids Dynamics - CFD) adında yeni bir aerodinamik disiplini ortaya çıkmıştır. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği deney ve teori boyutlarını tamamlayan üçüncü bir boyut durumundadır. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği bize analitik yöntemler ile çözülemeyecek akışkanlar dinamiği problemlerinin cevaplarını vermektedir. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği, akışkan akışını modelleyen kısmi diferansiyel denklemlerin sayısal olarak çözümünü sağlayan bir yöntemdir.[1]

Akışkan hareketini tam olarak temsil eden denklemler Navier- Stokes denklemleridir. Sıkıştırılabilir sesüstü akışlar Euler denklemlerinin çözümü ile simüle edilebilir. Sıkıştırılabilir akışı viskozite etkilerini ihmal ederek ele alan Euler denklemleri, döngülü akışların incelenmesi ve entropi artışına izin vermesi ve özellikle de şok gibi süreksizliklerin incelenmesi açısından etkin bir denklem sistemidir. Euler denklemlerinin hiperbolik ve lineer olmayan karaktere sahip olması çözümlerin ancak sayısal yöntemler kullanarak elde edilmesini olanaklı kılmaktadır.

Sıkıştırılabilir akış, değişken yoğunluklu akış olarak da tanımlenebilir. Gerçek yaşamda bütün akışkanlar sıkışabilirlerdir. Bununla birlikte düşük Mach sayılarında (yaklaşık olarak $M < 0.3$), homojen sıvı ve gaz akışları için akışkanın yoğunluğu sabit olarak kabul edilebilir. Bu tür akışlara ise sıkıştırılmaz akışlar denir.

Yüksek hızlı sıkıştırılabilir akışların önemli özelliklerinden biri de enerjidir. Yüksek hızlı bir akış, yüksek enerjili akıştır. Standart deniz seviyesi koşullarında ses hızından iki kat hızlı bir akışta 1 kg havaya ait iç enerji 2.07×10^5 J iken kinetik enerji 2.31×10^5 J seviyesindedir. Akış hızındaki azalma bir miktar kinetik enerjinin kaybolmasına neden olurken kinetik enerjideki bu azalma iç enerjideki bir artış olarak ortaya çıkmaktadır. İç enerjideki bu artış gazın sıcaklık artışı meydana getirmektedir. Bu nedenle yüksek hızlı akışta enerji dönüşümleri ve sıcaklık değişimleri önemli bir rol oynamaktadır. Böylelikle bazı kabuller termodinamik biliminden gelmektedir. [1]

Ses hızı ifadesinin bir sonucu olarak, hız tanımlamalarında boyutsuz bir sayıdan söz etmek mümkün olmaktadır. Bu boyutsuz sayı lokal hızın ses hızına oranı olan $M=U/a$ ifadesi ile verilen Mach sayısıdır. Yapılan bu tür kabuller çerçevesinde akışları Mach sayılarının aldıkları değerlere göre sınıflandırmak mümkündür. Mach sayısının tüm akım alanında birden küçük olduğu akışlara *subsonik* akış denir. Mach sayısının akım alanı içerisinde birden büyük ve birden küçük değerler aldığı akışlar *transonik* akış olarak adlandırılır. Tüm akım alanı içerisinde Mach sayısının birden büyük değer aldığı akış ise süpersonik akıştır. Diğer bir akış ifadesi de viskoz ve kimyasal reaksiyonların akış karakterinde baskın etkilere sahip olduğu Mach sayısının beşten büyük olduğu durumlar için kullanılan *hipersonik* akışlardır.

Sıkıştırılabilir sesüstü akımlarda ve bazı durumlarda, hız, basınç, yoğunluk ve sıcaklık gibi büyüklüklerin belirli yüzeyler üzerinde süreksizlikler göstermeleri, yani bu yüzeyler üzerinden geçerken değerlerinde sonlu sıçramalar olması öngörülebilir. Bu olgu deneysel olarak da gözlenmektedir. Bu tür yüzeylere şok dalgası adı verilmektedir. Gerçekte viskozite nedeniyle hız, basınç, yoğunluk yada sıcaklıkta bir şok yüzeyi üzerindeki değişim tam olarak ani bir sıçrama şeklinde oluşmaz. Bu büyüklükler viskozitesi küçük olan gazlarda, şok tabakası adı verilen çok ince bir tabaka içinde, bu tabakanın bir tarafındaki değerlerinden öteki taraftaki değerlerine, hızlı fakat sürekli bir değişim gösterirler. Şok dalgalarına genellikle bir ses üstü akım içerisinde bulunan yada kendisi sesüstü bir akım hızı ile hareket eden cisim neden olabilir. Böyle bir durumda şok dalgalarının meydana gelmesini sağlayan fiziksel koşullar kolaylıkla kontrol edilebilir. [4]

II. Dünya savaşında jet itekli uçakların kullanımı ve yüksek hızlı uçuşların gündeme gelmesi ile sıkıştırılabilir akışlar, araştırmacıların ilgisini çekmiş bu konu üzerine yapılan çalışmalar hız kazanmıştır. Roketler, süpersonik uçaklar gibi sıkıştırılabilir akış şartlarında hareket eden hava araçlarının kullanımı, bu dalda ciddi bilgi birikiminin ve araştırmaların sonucu olarak ortaya çıkmıştır. Yüksek teknoloji gerektiren sesüstü hızlarda hareket eden bu tür hava araçlarının yapılması, içerisinde bulundukları akım şartlarının doğru olarak modellenerek analiz edilmesi ile olanaklı hale gelmektedir. Bu nedenle sıkıştırılabilir akışlar aerodinamik biliminde önemli bir yere sahiptir.

Sıkıştırılabilir akış, yaklaşık olarak 1960 yılında modern bir perioda girmiştir. Bu dönemimi karakterize eden önemli özelliklerden birincisi klasik ideal gaz kavramında genişlemelere ve modifikasyonlara neden olan yüksek sıcaklık ve kimyasal

reaksiyon sonucu hipersonik uçuşları sağlayan roket motorlarının kullanılmasıdır. İkinci ve çok önemli olan özellik ise, Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiğinin ortaya çıkması ile karmaşık ve analitik olarak çözülmesi imkansız problemlerin ele alınmasıdır. [3]

Herhangi bir cisim üzerinde veya karmaşık bir yapıya sahip kanalda gelişen, viskozite etkisinin olmadığı gaz akışında şok dalgaları ve diğer gaz dinamiği süreksizlikleri oluşmaktadır. Özellikle viskoz etkilerin önemli olmadığı akışlarda akışı en iyi benzeştiren denklem sistemi Euler denklemleri olduğundan bu denklemlerin çözümü ancak sayısal yöntemler kullanarak gerçekleşmektedir. Sesüstü sıkıştırılabilir akışları yöneten denklemlerin sayısal olarak çözümlerinin elde edilmesi, meydana gelen şok dalgaları ve hesaplama alanının boyutları nedeniyle birçok zorluklar içermektedir. Bu nedenle karmaşık geometrilere sahip sesüstü sıkıştırılabilir akışların çözümünde kullanılan sayısal yöntemler, akış değişkenlerinin büyük değişimler gösterdiği bölgelerde, çözüm kararlılığının sağlanması amacıyla modifiye edilmelidirler. [5-6]

Kullanılan sayısal yöntem ne kadar hassas çözümler elde edilmesine olanak sağlasa da çözümün kararlılığını sağlamak için yapay viskozite gibi yöntemler kullanılsa da elde edilen çözümün fiziksel olarak çok gerçekçi olabilmesi ve çözümün hızlı bir şekilde elde edilebilmesi için yeterli olamamaktadır. Daha hassas ve hızlı çözümler elde edilmesi oldukça önemli bir problem olmaktadır.

Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiğinde kullanılan en önemli sayısal yöntemlerden biri Sonlu Elemanlar Yöntemidir (Finite Element Methods-FEM). Sonlu Elemanlar Yöntemi, mühendislik ve matematiksel fizikte, sınır değer, başlangıç değer veya başlangıç sınır değer problemlerinin çözümünde kullanılan bir yakınsama yöntemidir. Bu yöntemdeki temel düşünce sürekli ortamı (çözüm alanını) sonlu eleman adı verilen üçgen, dörtgen, kübik vb. parçalara bölmektir. Köşelerde ve eleman içerisinde seçilen "düğüm noktası" adı verilen noktalarda diferansiyel denklemindeki değişkenler, uygun olarak seçilen enterpolasyon fonksiyonunun lineer bir kombinasyonu olarak yazılır ve değişkenler ve türevler bu düğüm noktalarında tanımlanır.

Sonlu Elemanlar Yöntemi ilk olarak uçak mühendisleri tarafından büyük uçak yapı analizinde kullanılmıştır. Geçtiğimiz son 25 yıl içerisinde Sonlu Elemanlar Yöntemi analizi, karmaşık problemlerin bilgisayar ile çözümünde çok popüler bir çözüm tekniği haline geldi. Günümüzde Sonlu Elemanlar Yöntemi, akışkanlar

dinamiği, yapısal mekenik, ısı transferi, yağlama problemleri gibi bir çok mühendislik alanında kullanılan bir araç olmuştur. Rayleigh-Ritz yönteminin klasik varyasyonel kavramı veya ağırlıklı artıklar yönteminin Galerkin yöntemi ile modellenmesinin Sonlu Elemanlar Yöntemi olarak adlandırılması, bu yöntemin en önemli yakınsama teorisi branşlarından biri halini almasına neden oldu.[7-8]

Sonlu Elemanlar Yönteminin akışkanlar dinamiği problemlerine uygulanması ile, yapılan bu çalışmada olduğu gibi, problemin tipine ve çözüm alanının büyüklüğüne bağlı olarak gerçekçi çözümlerin elde edilebilmesi yardımcı çözüm araçlarının geliştirilmesine neden olmuştur. Bazı akışlar, akış değişken gradyanlarının çok keskin değişimler gösterdiği bölgelerdeki özellikleri ile karakterize edilirler. Bu nedenle bu şekilde duyarlı şekilde gelişen bir olayın sabit sayısal ağ kullanarak elde edilen çözümün daha hassas hale getirilmesi, çok kısa bir mesafede değişen bu fiziksel değerlerin bulunduğu bölgede sayısal ağ yapısının daha hassas hale getirilmesi ile gerçekleştirilir. Bu tür bir yaklaşıma en iyi örneklerden biriside sayısal ağın eleman yapısında bir değişikliğe gitmeden gradyanların yüksek olduğu bölgede sayısal ağın otomatik olarak sıkıştırılması olarak gerçekleştirilen adaptif sayısal ağ yapısıdır. Yapısal ve yapısal olmayan sayısal ağ yapısına kolaylıkla uygulanabilen adaptif sayısal ağ algoritmalarından biriside elemanların ağırlık merkezlerinin modifikasyonlarına dayanan cebirsel minimal moment yöntemidir. Böylelikle çözüm zamanında hiç bir kısıtlamaya gidilmeden ve istenilen hassasiyette çözümlerin elde edilmesi mümkün olmaktadır.[9-10]

Diğer bir performans artırıcı yöntem ise paralel işlemdir. Paralel işlem, büyük bir problemi bir çok benzer küçük göreve bölerek gerçekleştirilen bir yöntem olup modern hesaplamalara olanak kılan anahtar bir teknoloji konumundadır. son on yıl içerisinde genel amaçlı uygulamalar ve bilimsel hesaplamalardaki performans gereksinimi için paralel işlem, hızlı bir şekilde ilerleyerek kabul edilir ve kullanılır hale gelmiştir. Şu an sadece paralel işlemin Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği, Hesaplamalı Elektro Manyetik (Computational Electro Magnetism-CEM), Kuantum Kimyası gibi alınlardaki çok büyük ölçekli bilimsel problemlerin çözümü için potansiyele sahip olduğu kabul edilmektedir. Kısaca paralel işlem, yüksek performans, ucuz maliyet ve üretkenliğin artırılması gibi ihtiyaçların sonucudur. Paralel işlemin kabul edilmesi iki temel gelişmenin ortaya çıkması ile kolaylık kazanmıştır. Birinci temel gelişim olan MPP' ler (massively parallel processor-MPP) şu anda dünyanın en güçlü bilgisayarları durumundadır. Bu işlemciler, birkaç yüzden birkaç bine kadar olan merkezi işlemci birimini barındırarak yüksek hesaplama gücü sunarlar. İkinci temel gelişme ise bilimsel problem çözmeyle etkilemiş olan dağıtılmış hesaplamalardır. Dağıtılmış hesaplama,

büyük bir problemi çözmek için bir ağ ile bağlanmış olan bilgisayarları kullanan bir yöntemdir.[11-13]

Bu çalışmada sesüstü sıkıştırılabilir akış analizi Euler denklemlerinin Galerkin sonlu elemanlar sayısal yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çözümün kararlılığını artırmak için yapay viskozite kullanılmış, daha gerçekçi ve hızlı çözümlerin elde edilmesi için adaptif sayısal ağ yapısı ve paralel işlem gerçekleştirilmiştir. Öncelikle Euler denkleminde herhangi bir boyutsuzlaştırma yapmadan şok tüpü problemi 1-2-3 boyutta ele alınarak çözümler elde edilmiş daha sonrada içerisinde 2.28 Mach hızında serbest akım ve 15° 'lik bir sıkıştırma açısına sahip rampa bulunan kanalda adaptif ve adaptif olmayan yapısal sayısal ağlar kullanılarak akım çözümleri elde edilmiştir. Çözümlerin elde edilmesinin ardından hazırlanan program Paralel Sanal Makina (Parallel Virtual Machine -PVM) ortamına adapte edilerek sıkıştırılabilir akım çözümleri, Herbiri 64 bitlik mimariye sahip olan Linux işletim sistemi kullanılan ve haberleşme hızları 100 Mb/saniye 'lik iş istasyonları ile gerçekleştirilmiştir. İş istasyonları üzerinde hesaplama zamanları alınarak verim ve hızlanmalar hesap edilmiştir.

Tezin ikinci bölümünde Euler denklemlerinin matematiksel ifadeleri ve özelliklerinden bahsedilmiştir. Üçüncü bölümde, kullanılan sayısal çözüm yöntemi anlatılmıştır. Dördüncü bölümde ise adaptif sayısal ağ yapısını elde etmek için kullanılan yöntem verilmiştir. Beşinci bölümde paralel işlem hakkında bilgi verilmiş, altıncı bölümde sonuçlar sonulmuştur. Son bölümde ise konuyla ilgili değerlendirme yapılmıştır.

BÖLÜM 2

MATEMATİKSEL FORMULASYON

2.1 EULER DENKLEMLERİ

Daimi olmayan, sürtünmesiz ve adiabatik akışı temsil eden denklemler daimi olmayan Euler denklemleridir. Euler denklemleri süreklilik, hareket ve enerji denklemlerini içeren bir denklem sistemidir.

Süreklilik denklemi kütle korunumu prensibinden elde edilmektedir. Süreklilik denklemi u, v, w kartezyen koordinat sistemindeki hız bileşenleri, ρ akışkanın yoğunluğu, t zamanı ifade etmek üzere;

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilir. (2.1) denkleminin vektörel notasyondaki ifadesi ise aşağıdaki formdadır.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (2.2)$$

Kütle kuvvetlerinin olmadığı sürtünmesiz bir akışkana ait sadece atalet ve basınç kuvvetlerini içeren hareket denklemleri Newton' un ikinci hareket kanunu kullanılarak yazılabilir. Böyle bir akışkan için sadece x doğrultusundaki hareket denklemi;

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.3)$$

D/Dt toplam türev ifadesidir. Toplam türev ifadesi aşağıdaki şekilde tanımlamak mümkündür.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{V} \cdot \bar{\nabla} \quad (2.4)$$

Benzer şekilde y ve z doğrultusundaki hareket denklemleri,

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad \rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (2.5)$$

Hareket denkleminin vektörel notasyondaki ifadesi ise aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\rho \frac{Dq}{Dt} = \rho \left[\frac{\partial q}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right] = -\nabla p \quad (2.6)$$

Adiabatik sıkıştırılabilir bir akışa ait üç boyutlu haldeki enerji denklemi;

$$\frac{Dh_0}{Dt} = \frac{\partial h_0}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) h_0 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (2.7)$$

şeklindedir. Burada h durma entalpisini ifade etmektedir. Enerji denkleminin entropi ifadesi ise aşağıdaki formdadır.

$$\frac{DS}{Dt} = \frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) S = 0 \quad (2.8)$$

Yukarıda verilen her iki enerji denkleminde de ısı alışverişinin olmadığı (adiyabatik) durumlar söz konusudur. Daimi olmayan akışlar için durma entalpisi sabit değildir basıncın zamana göre değişimine bağlıdır. [14-15]

2.2 DAİMİ OLMAYAN EULER DENKLEMLERİNİN KARAKTERİSTİKLERİ

Karakteristik davranışlar kısmi diferansiyel denklemlerinin özelliklerinden ortaya çıkmaktadır. Kısmi diferansiyel denklemlerin çözümleri esasen karakteristik özelliklere bağlıdır. Daimi olmayan, ısı alışverişinin olmadığı viskozitesiz akışlar için kullanılan diferansiyel denklem sistemi Euler denklemleridir. Euler denklemleri (2.1) (2.6) ve (2.8) de verilen süreklilik, hareket ve enerji denklemlerini içermektedir. Karakteristikleri inceler iken entalpi denklemi yerine eş diferansiyel denklem olan entropi denklemini ele almak mümkündür. Basitleştirmek için yöneten denklemlerin bir boyutlu haldeki ifadeleri ele almak mümkündür.

$$\text{Süreklilik denklemi} \quad \rho_t + u\rho_x + \rho u_x = 0 \quad (2.9)$$

$$\text{Hareket denklemi} \quad u_t + uu_x + \frac{1}{\rho} p_x = 0 \quad (2.10)$$

$$\text{Entropi denklemi} \quad p_t + up_x + \rho a^2 u_x = 0 \quad (2.11)$$

Yukarıda verilen denklem sistemi hiperbolik karakterdedir. Yani daimi olmayan Euler denklemleri tek tiptir ve akış hızı her ne olursa olsun (subsonik yada süpersonik) hiperboliktir. Buradan hareketle çözüm yöntemlerini bu hız aralığındaki bütün akışlar için uygulamak mümkündür. Bu nedenle daimi akış problemleri genellikle daimi olmayan akış problemleri olarak kabul edilirler. Daimi akış çözümleri, Daimi olmayan Euler diferansiyel denklemlerinin daimi sınır şartları ve değişken başlangıç koşulları için çözümlerinden saptanabilir. Yukarıda verilen diferansiyel denklemler lineer değildir. Bununla birlikte bu denklemlerin birinci dereceden türevleri lineerdir bu nedenle sanki lineer denklemler olarak adlandırılırlar.[14]

2.3 KONSERVATİF FORMDA EULER DENKLEMLERİ

Daimi olmayan, viskozitesiz, ısı alışverişinin olmadığı (adiyabatik) akışa ait denklemleri diverjans yada konservatif formda yazmak mümkündür.

Süreklilik denklemi (2.1)denklemi ile zaten diverjans formdadır ve aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.12)$$

(2.3) ve (2.5) denklemleri ile verilen hareket denklemlerini süreklilik denkleminin de yardımıyla diverjans formdaki ifadesini aşağıdaki şekilde vermek mümkündür.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho uw) = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho vw) = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uw) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vw) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w^2 + p) = 0 \quad (2.15)$$

Benzer şekilde (2.7) enerji denklemini diverjans formda ifade etmek mümkündür.

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(\rho e + p)u] + \frac{\partial}{\partial y}[(\rho e + p)v] + \frac{\partial}{\partial z}[(\rho e + p)w] = 0 \quad (2.16)$$

(2.16) denkleminde e spesifik toplam enerjiyi ifade etmektedir. Toplam enerji ifadesi E iç enerjiyi ifade etmek üzere;

$$e = E + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \quad (2.17)$$

şeklindedir. Yukarıda verilen (2.12) den (2.15)' e kadar olan beş denklem bağımsızdır. Durum denklemini $p=p(\rho, E)$ ' nin verilmesi ile denklem sistemi kapalı bir hale ulaşır. Özgül hacim oranı γ olmak üzere basınç ifadesi

$$p = (\gamma - 1)\rho E \quad (2.18)$$

şeklindedir. Verilen denklem sisteminin kısa diverjans formundaki ifadesi ise;

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad (2.19)$$

Burada U, F, G ve H vektör fonksiyonlarıdır. Kütle, momentum ve enerjinin korunum ifadesi için bu fonksiyonlar üç boyutlu halde aşağıdaki şekildedir.

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho e + p)u \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho e + p)v \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho e + p)w \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Yukarıdaki ifade verilen F, G ve H U 'nun kompozit fonksiyonlarıdır.[14]

BÖLÜM 3

SAYISAL FORMÜLASYON

3.1 GALERKIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Bilim ve mühendislikte Sonlu Elemanlar Yöntemi varyasyonel prensibler veya ağırlıklı artıklar yönteminin yardımıyla diferansiyel denklemlere uygulanmaktadır. Varyasyonel prensiblerin mühendislik problemlerine uygulanarak Sonlu Elemanlar yöntemi ile çözümleri oldukça yaygındır. Fakat akışkanlar dinamiğinde kullanılan birçok denklem varyasyonel prensiblerin kullanımına olanak vermez.

Sonlu Elemanlar Yönteminin kullanılmasına olanak sağlayan bir diğer yöntem ise ağırlıklı artıklar yöntemidir. Ağırlıklı artık yöntemleri kollokasyon, Galerkin, alt bölge ve en küçük kareler yöntemi olmak üzere dört çeşittir. Herhangi bir varyasyonel formülasyona ihtiyaç duyulmadan bütün diferansiyel denklemlere uygulamak mümkündür. Bu dört yöntem içerisinde en iyi sonuç veren Galerkin sonlu elemanlar yöntemleridir. [7]

Galerkin yöntemi artığın lineer bağımsız fonksiyonlara (ağırlık fonksiyonları) ortogonal yansımasıdır. Verilen herhangi bir fonksiyonun denklemin tam çözümünü sağlaması için artığın sıfır olması gerekmektedir. Bu gereksinme, artığın sürekli olduğu kabulünde, sistemin bütün fonksiyonlarına, artığın ortogonalite tanımının gereksinimine eşittir. [7-8]

R artığı, W_i ($i=1,n$) ağırlık fonksiyonunu tanımlamak üzere, Galerkin integrali aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\int_{\Omega} W_i \cdot R d\Omega = 0 \quad (i=1,n) \quad (3.1)$$

Sonlu Elemanlar Yöntemi sınır ve başlangıç değer problemlerine ait diferansiyel denklemleri çözmek için kullanılan bir yöntemdir. Varyasyonel veya ağırlıklı artıklar yöntemleri kullanılarak sistemi yöneten denklemler bütün izole edilmiş elemanları kapsayan sonlu elemanlar denklemlerine dönüştürülür. Bu denklemler son

olarak birlikte toplanarak, sınır ve başlangıç koşullarına uygun diferansiyel veya cebirsel denklemlerin global sistemini oluşturur.[7]

N_i interpolasyon fonksiyonu (şekil fonksiyonu) ve D herhangi bir diferansiyel denklem olmak üzere Galerkin Sonlu Elemanlar formülasyonu aşağıdaki gibi tanımlanır. Aşağıda verilen denklemde ağırlık fonksiyonu yerine şekil fonksiyonu kullanılarak Galerkin sonlu elemanlar formülasyonu verilmiştir.

$$\int_{\Omega} N_i \cdot D d\Omega = 0 \quad (i=1,n) \quad (3.2)$$

Burada $d\Omega$ sonlu elemana ait hacim elemanını göstermektedir.

3.2 SONLU ELEMENLAR FORMULASYONU

Daha önce ikinci bölümde Euler denklemlerinin konservatif formdaki ifadeleri verilmişti. Bu bölümde ise iki boyutlu Euler denklemlerinin çözümü için kullanılan Galerkin sonlu elemanlar formülasyonu gerçekleştirilecektir. Ağırlıklı artıklar yönteminin kullanıldığı 2 boyuttaki sonlu elemanlar formülasyonu aşağıdaki gibidir.

$$\int_{\Omega} w \frac{\partial U}{\partial t} d\Omega = - \int_{\Omega} (w + \tau A_i w_i) F_{i,i} d\Omega \quad (3.3)$$

burada F_i i doğrultusundaki akı vektörüdür ve açık ifadeleri,

$$F_1 = (\rho u, (\rho e + p)u, \rho u^2 + p, \rho uv), \quad F_2 = (\rho v, (\rho e + p)v, \rho uv, \rho v^2 + p),$$

(3.3) denkleminde verilen $A_i = \frac{\partial F_i}{\partial U}$ akıların Jabobyeni $\tau A_i w_i$ ise yapay viskozite ifadesidir. Euler denklemlerinin hiperbolik karaktere sahip olması çözüm kararlılığının sağlanması açısından sorunlar yaratmaktadır. Bu nedenle kararlılığı sağlamak için yapay viskozite kullanmak gerekmektedir. Yapay viskozitenin zaman türevi şemada basitleştirme yapmak amacıyla ihmal edilmiştir. [16]

Çözücünün kararlılığını sağlamak amacıyla integral denkleminin sağ tarafındaki terimler ek bir ifade ile desteklenmelidir. Böylelikle integral denkleminin sağ tarafı aşağıdaki formu alır.

$$\sum_e \int_{\Omega_e} \left[(\mathbf{w} + \tau \mathbf{A}_i \mathbf{w}_{,i}) F_{i,i} + \lambda \left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right] d\Omega_e \quad (3.4)$$

Yukarıdaki denklemde e üzerinden yapılan toplama işlemi tümleme işlemini ifade etmektedir. Denklemde verilen τ bir skalerdir ve ifadesi;

$$\tau = \frac{\kappa h}{(\|\mathbf{u}\| + a)} \quad (3.5)$$

burada h elamanın karakteristik uzunluğunu, κ kullanıcı parametresini ifade eder. κ nın 0.5 olan değeri iyi sonuçlar vermektedir. Ayrıca $\mathbf{u}$ hız vektörünü, c ise ses hızını tanımlamaktadır. Yine (3.4) denklemindeki λ terimi ;

$$\lambda = c_v h^2 \left| \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right| \quad (3.6)$$

şeklinde tanımlanır. Bu ifadede görülen x_1 hız vektörü modül gradyanı doğrultusundaki eğrisel koordinatı, u_1 herhangi bir gradyan üzerindeki hız vektörünün skaler yansımasını göstermektedir. Yine bu ifadede yer alan c_v kullanıcının belirleyebileceği bir parametre olup 0.2 ile 2 arasındaki değerlerdir. c_v nın 0.5 olarak alınacak değeri iyi sonuçlar vermektedir.[16]

Yukarıda verilen problemi çözmek için, U başlangıç şartları ile başlatılarak açık Euler şeması ile zaman içerisinde ilerletilerek çözülebilir. U nun (2.20) denkleminde verilen ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{bmatrix}$$

Açık Euler şeması ile Euler denklemlerinin sonlu elemanlar formülasyonu aşağıdaki şekildedir.

$$\int_{\Omega} \mathbf{w} \frac{(\mathbf{U}^{t+\Delta t} - \mathbf{U}^t)}{\Delta t} d\Omega = - \int_{\Omega} (\mathbf{w} + \tau \mathbf{A}_i^t \mathbf{w}_{,i}) F_{i,i}^t d\Omega \quad (3.7)$$

Yukarıda verilen açık Euler şemasındaki At çözüm için seçilen zaman adımını, U^t herhangi bir andaki çözümü, $U^{t+\Delta t}$ ise bir sonraki adımdaki çözümü göstermektedir.

Ağırlıklı artıklar aşamasının gerçekleştirilmesinin ardından düğüm noktalarına ait denklemlerin sol tarafında diagonal olmayan bir matris meydana gelir. Teoride, açık zaman adımli şemalarda bile matrisin tersini alma işleminin iteratif bir yöntem kullanarak gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bu dezavantaj, hali hazırda bilinen bir çare olan kütle matrisinin toplanması (lumping of the mass matrix) ile aşılabılır. Gerçekte bu işlem zaman adımı algoritmasının kararlılığını artıran bir işlemdir.

Bununla birlikte esas hesaplama problemleri yukarıda belirtilen denklemin sağ tarafının asamblesinden kaynaklanmaktadır. Açık Euler zaman adımı problemleri için her iterasyon adımında asamble işleminin yapılması gerekmektedir. Problemlerden birisi integrallerin hesaplanmasının pahalı bir işlem olmasıdır. Çünkü seçilen interpolasyon fonksiyonu kararlılığı ve çözüm hassasiyetini sağlamak için birinci dereceden olmak durumundadır.[16]

3.3 BAŞLANGIÇ VE SINIR ŞARTLARI

Euler denklemlerinin çözümü için kullanılacak sınır şartlarını aşağıdaki gibi sıralamak mümkündür.

- (i) Katı sınırlara normal hız bileşeninin olmaması,
- (ii) Adiyabatik katı sınırlar
- (iii) Yoğunluk, hızlar ve enerjinin girişte tanımlı olması
- (iv) Çıkışta herhangi bir hız veya enerji gradyeninin olmaması

Yukarıda verilen sınır şartlarına uygun olarak (iii) ifadesi ile verilen giriş sınır şartı aynı zamanda başlangıç şartı olarak kabul edilebilir.[6]

BÖLÜM 4

ADAPTİF SAYISAL AĞ ÜRETİMİ

Bazı akışlar, akış gradyenlerinin çok keskin değişimler gösterdiği bölgelerdeki özellikleri ile karakterize edilirler. Bu tür problemlerin çözüm hassasiyetini artırmak için yapılan bir yaklaşımda adaptif sayısal ağ üretim tekniklerini kullanmaktır. Bu çalışmada Euler denklemlerinin sayısal olarak çözümlerindeki hassasiyeti artırmak için adaptif sayısal ağ yapısı kullanılmıştır. Adaptif sayısal ağ üretmek için kullanılan cebirsel teknik minimal moment yöntemidir.[9-10]

Adaptif sayısal ağ yapısını kullanmak çözümün hassasiyetini artırmasının yanında kullanılan düğüm noktası sayısında herhangi bir artışa gidilmemesi ile çözüm zamanında bir artışa sebep olmamaktadır. Ayrıca çözümün yakınsama hızında artışlar sağlanması adaptif sayısal ağ kullanmanın önemini artırmaktadır.

Adaptasyon işleminde düğüm noktalarının hareketi akış içerisindeki yoğunluk dağılımını kullanan bir ağırlık fonksiyonu ile gerçekleştirilir. Düğüm noktası yoğunluk gradyeninin büyük olduğu elemana doğru hareket eder. Adaptasyon işleminde karşılaşılabilecek zorluklardan birisi hareket eden düğüm noktasının sınırların dışına taşmasıdır. Bu problemi aşmak için yapılabilecek işlemlerden ilki, adaptasyonu geometri şartlarına uygun yapmaktır. Diğer işlem ise adaptasyonu akış gereksinimlerine uygun gerçekleştirmektir. [9]

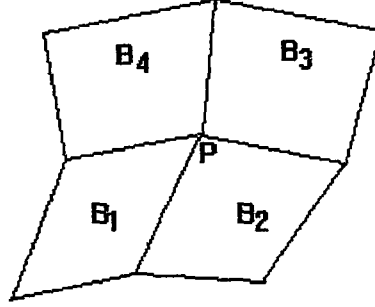
4.1 CEBİRSEL MİNİMAL MOMENT YÖNTEMİ

Tam bir adaptasyon gerçekleştirmek için kontrol hacminin merkezinin, kontrol hacminin ağırlık merkezi ile aynı olması gerekmektedir. Bu nedenle kontrol hacminin merkezi değiştirilmekte daha sonrada yeni kontrol hacmine ait ağırlık merkezi hesaplanmaktadır.

Hücrenin kesişim noktası olan P noktasına ait hareket ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\Delta \bar{P} = \bar{P}_{\text{yeni}} - \bar{P} = \frac{1}{M} \sum_{nb} m_{nb} (\bar{B}_{nb} - \bar{P}) \quad (4.1)$$

Σ bir P kesişim noktasına komşu elemanların toplamını ifade etmektedir. B ise komşu elemanlara ait ağırlık merkezlerinin vektörel konumunu tanımlamaktadır.



Şekil 4.1 Dokuz noktalı hesaplama molekülü

Herhangi bir elemana ait kütle ifadesi ;

$$m_n = \max_j \left\{ \frac{|f_n - f_j|}{\|B_n - B_j\|} + c \right\} \Delta s_n \quad (4.2)$$

şeklindedir. Burada j indisi komşu elemana ait düğüm noktalarını, Δs_n ise aynı elemanın alanını ifade etmektedir. Komşu elemanların toplam kütlelerinin ifadesi M ise aşağıdaki şekilde verilir.

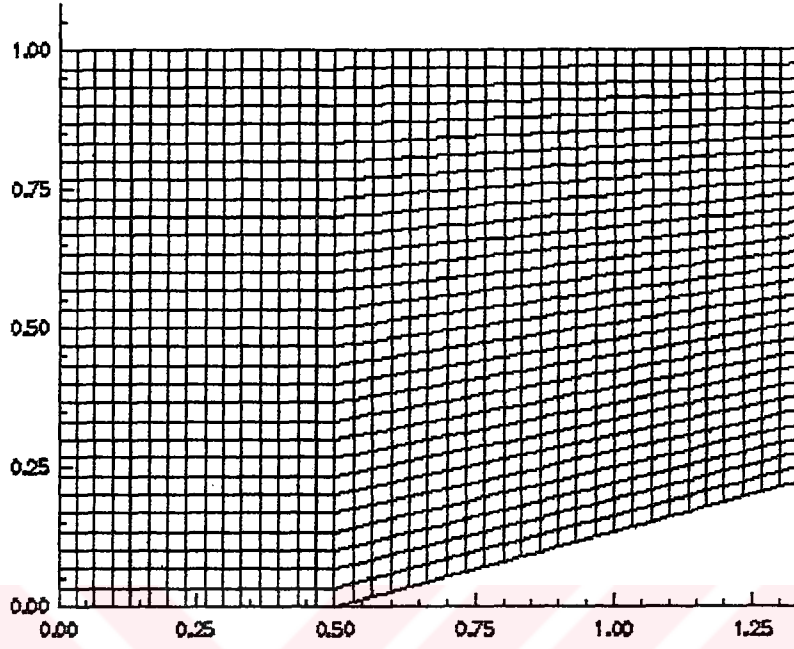
$$M = \sum_{nb} m_{nb} \quad (4.3)$$

Yukarıda (4.2) denklemi ile verilen ifadede parantez içindeki f li terimler komşu elemanlardaki maksimum gradyen fonksiyonunu göstermektedir. Adaptasyon bu fonksiyonun gradyenine duyarlıdır. Yine aynı denklemde verilen c ifadesi kullanıcı tarafından belirlenecek olan ve adaptasyonun şiddetini kontrol eden bir parametredir.

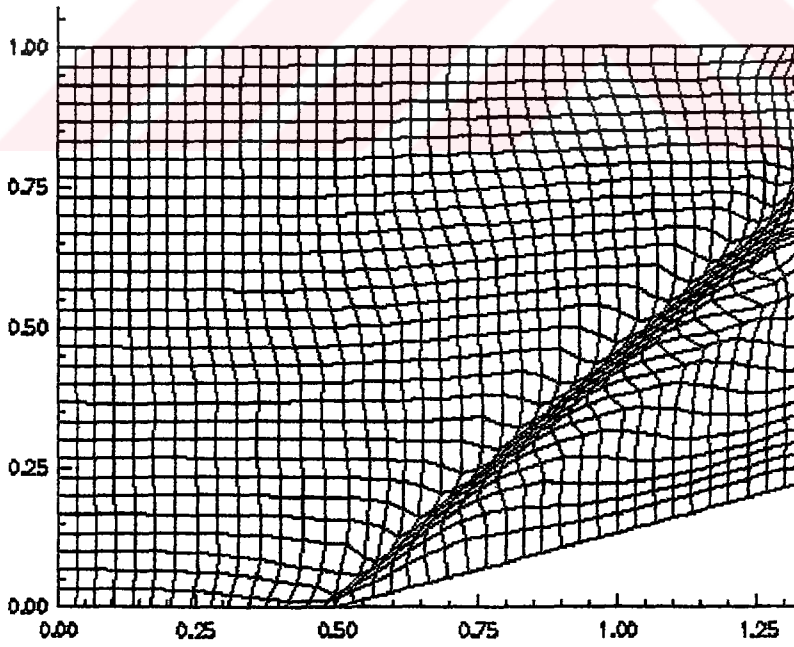
Minimal moment yönteminde dokuz noktadan oluşan ve dört elemanı içeren büyük eleman dikkate alınmakta, her bir elemanın ağırlık merkezi hesaplanmaktadır. Bu noktalarda bir ağırlık fonksiyonu değeri hesaplanarak kesişim noktasının yeni yeri (4.1) denklemi kullanarak saptanmaktadır. [5]

Sabit ağırların adaptif ağırlar haline getirilmesi öncelikle gradyenlerin yerinin ve şiddetinin saptanması ile olanaklı olmaktadır. Bu nedenle adaptasyon işlemi elde edicek bir çözüm kullanarak yada çözüm ile birlikte gerçekleştirilebilmektedir. Sabit

ağ kullanarak elde edilen bir çözümün ardından gerçekleştirilen adaptif ağ yapısı şekil (4.3) de verilmektedir.



Şekil 4.2 Sabit aralıklı sayısal ağ



Şekil 4.3 Adaptif sayısal ağ

BÖLÜM 5

PVM ORTAMINDA HESAP

PVM (Paralel Sanal Makina) birden fazla ve birbirinden farklı yada aynı mimarilere sahip bilgisayarların birbirleriyle haberleşmelerine olanak kılan ayrıca birçok farklı mimariye sahip değişik bilgisayar sistemlerinin, tek paralel sanal makinaymış gibi kullanımlarını sağlayan bir ortamdır. PVM birbirleriyle uyumlu olmayan bilgisayar mimarilerinden oluşmuş bir ağ boyunca, data akışverişi, görevlerin sıraya konması ve mesajların yönlendirilmesi gibi işlemleri izlenebilir hale getirir.

PVM hesaplama modeli basit ama geneldir. Çeşitli uygulama program yapılarını barındırır ve ara programlardan oluşmuş geniş bir kütüphaneye sahiptir. Kullanıcı kendi programına bu ara programları ilave ederek görevlerin başlatılmasını, bitirilmesini, görevler arasındaki haberleşmenin ve senkronizasyonun gerçekleşmesini sağlar.

5.1 PVM SİSTEMİNE BAKIŞ

Paralel işlem, büyük bir problemi birçok benzer küçük göreve bölerek gerçekleştiren bir yöntem olup modern hesaplamalara olanak kılan anahtar bir teknoloji konumundadır. Paralel işlem, son on yıl içerisindeki genel amaçlı uygulamalar ve bilimsel hesaplamalardaki yüksek performans gereksinimi için hızlı ilerlemeler göstererek kabul edilir ve kullanılır hale gelmiştir. Kısaca paralel işlem, yüksek performans, düşük maliyet ve üretkenliğin artırılması gibi ihtiyaçların sonucudur. Paralel işlemin kabul görür hale gelmesi iki temel gelişme sayesinde kolaylaşmıştır. Bunlar sırasıyla, çok fazla işlemcili " massively parallel processors (MPP)" paralel işlem ile dağıtılmış hesaplama ile paralel işlemdir. MPP ler şu an dünyanın en güçlü bilgisayarları durumundadır. Bu makinalar, bir kaç yüzden birkaç bine kadar olan sayıda merkezi işlemci birimini bir arada tutarak yüksek performans sağlarlar.

İkinci temel gelişme ise bilimsel problem çözümünü etkilemiş olan dağıtılmış hesaplama işlemidir. Dağıtılmış hesaplama, büyük bir problemi çözmek için bir ağ (network) ile bağlanmış olan bilgisayarları kullanan bir yöntemdir. Resmi ve özel

kuruluşların bir çoğunda, genel amaçlı bir çok iş istasyonunu birbirine bağlayan yüksek hızlı yerel ağlar vardır. Böyleleştirilmiş hesaplama kaynakları bir tek yüksek performanslı bilgisayarın gücünü geçer. Bazı durumlarda MPP ler çok daha yüksek hesaplama gücü üretmek için dağıtılmış hesaplama yöntemi ileleştirilirler.

MPP' lerde her işlemci, yazılım, kaynaklar ve haberleşme hızları bakımından tam olarak birbirlerine benzer. Bir ağ üzerinde çalışan bir bilgisayarın bulunması durumunda ise herbirindeki derleyici programlar farklı olabilir. Eğer bir programcı, ağ ile birbirlerine bağlanmış bilgisayarları kullanacak ise heterojenlikten kaynaklanan farkı sorunlar ile uğraşmak durumunda kalır. Bu sorunlar genellikle, mimari, veri formatları, hesaplama hızları, makina yükü ve ağlar olarak sıralanabilir.

Heterojenlikten kaynaklanan sorunlara rağmen dağıtılmış hesaplamanın avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- Mevcut donanımın kullanımı ile bu tür hesaplamaların maliyeti çok düşük olur.
- Performans, herbir bireysel görevin en uygun mimariye verilmesi ile iyileştirilebilir.
- Hesaplamanın heterojen doğası kullanılabilir. Heterojen ağ hesaplama, sadece iş istasyonlarını birlikte bağlayan yerel bir ağ değildir. Örneğin, bir uygulamanın yalnızca belirli platformlarda çalışabilen kısımları için heterojen ağ hesaplama, farklı veri tabanlarına veya özel işlemcilere erişim sağlar.
- Sanal bilgisayar kaynakları aşama aşama gelişir ve en son hesaplama ile ağ teknolojilerinin avantajlarını kullanır.
- Akışlagelmiş bir ortam kullanılarak program gelişimi zenginleştirilebilir. Programcılar bilgisayarlarında bulunan, debugger, editör ve derleyicilerini kullanmaya devam edebilirler.
- Bireysel bilgisayarlar ve iş istasyonları genellikle sorun yaratmazlar ve kullanımlarına ait bilgi hali hazırda mevcuttur.
- Dağıtılmış hesaplama ortak çalışmayı kolaylaştırabilir.

5.2 PVM SİSTEMİ VE GENEL ÖZELLİKLERİ

PVM, heterojen ağ hesaplam araştırma projesinin bir yan ürünüdür. Bu projenin genel amacı, aynı anda heterojen hesaplama için çözümle geliştirme ve konuları incelemektir. PVM, yazılım araçlarından ve kütüphanesinden oluşmuş ve aşağıdaki kavramlar üzerine kurulmuştur.

- Donanıma şeffaf erişim: Uygulama programları yada donanım ortamını sanal işlemci elemanlarının toplam niteliği olarak görür yada kesin hesaplamalı görevleri, en uygun bilgisayara yerleştirerek havuz sistemindeki özel makinaların yeterliliğinden faydalanmak için seçer.
- Yöteme bağlı hesaplama: PVM de paralelleştirme birimi, haberleşme ve hesaplama arasında gidip gelen bağımsız bir sıralı kontrol işlemi olan bir görevdir. Bu görev her zaman değilse de genellikle bir unix işlemidir. PVM her işin ayrı bir işlemci tarafından yapılmasını zorunlu kılmaz. Özellikle tek bir işlemci üzerinde birden fazla görev çalıştırılabilir.
- Açık mesaj aktarma modeli: Hesaplamalı görevler bütünü açık olarak bir diğerine mesaj göndererek ve alarak işbirliği yapar. Bu bütünlerden herbiri bir uygulamanın bir kısmını veri, fonksiyon veya melez ayrıklaştırmalar kullanarak gerçekleştirir. Mesaj büyüklüğünü kısıtlayan tek faktör, mevcut hafıza miktarıdır.
- Heterojenliğin (farklı mimari ve işletim sistemine sahip işlemciler) desteklenmesi: PVM sistemi heterojenliği, uygulamalar ağlar ve makinalar açısından destekler. Mesaj aktarımına göre PVM, farklı veri gösterimlerine sahip makinalar arasında alış verişin olaması için mesajların birden fazla veri tipi içermesini mümkün kılar.
- Çoklu işlemci desteklenmesi: PVM, çoklu işlemcilerde mevcut olan mesaj aktarma olanaklarını kullanır.

5.3 PVM' in BÖLÜMLERİ

PVM, iki bölümden meydana gelmiştir. Birinci bölüm *pvmd3* denilen daemon' dur. Bazen *pvmd* de denilir. *Pvmd3* sanal makinayı oluşturan her bilgisayarda bulunur. Kullanıcı makina üzerinde *pvmd3'* ü yükleye bildiği gibi herhangi bir PVM uygulamasını çalıştırmadan önce PVM' i çalıştırıp *pvmd3'*ü harekete geçirerek sanal makinayı oluşturmaktadır.

Sistemin ikinci bölümü ise PVM araprogramlarından oluşmuş kütüphanesidir. Bu kütüphane görevler arasında işbirliği için gerekli mesaj alma ve gönderme, işlemler dağıtma, görev düzenleme ve sanal makinayı modifiye etme gibi altprogramları içerir.

PVM programlama modeli, çeşitli görevleri içeren bir uygulama kavramı üzerine kurulur. Her bir görev uygulamanın hesaplamalı iş yükü kısmı için sorumludur. Bazen

uygulama kendi kendi fonksiyonları boyunca paralelleştirilir. Bu da herbir görevin problem düzenleme, çözüm, çıktı ve görüntü gibi farklı fonksiyonlar icra etmesidir. Bu işleme fonksiyonel paralellik denir. Bir uygulamanın paralelleştirilmesinde en çok kullanılan metod veri paralelligidir. Veri paralelliginde bütün görevler aynıdır. Fakat herbiri sadece verinin küçük bir kısmını bilir ve çözer. PVM, bu yöntemlerden ya birini ya da yöntemlerin karışımını destekler. Bu yöntemlerin fonksiyonlarına bağlı olarak görevler paralel icra edilir. Ayrıca görevler senkronize olmaya ya da veri alışverişinin olmasına ihtiyaç duyarlar.

PVM sistemi Fortran 77, C ve C++ gibi programlama dillerini desteklemektedir. Kütüphanesinde mevcut olan C ve C++ dillerinde yazılmış olan bağlayıcı programlar fonksiyon olarak uygulanır.[11-12]



BÖLÜM 6

SONUÇLAR

Bu bölümde sürtünmesiz sıkıştırılabilir akışların Euler denklemleri kullanarak elde edilen sayısal çözümleri verilmektedir. Öncelikle geliştirilen çözücünün sonuçlarının test edilmesi açısından şok tüpü problemi 1-2 ve 3 boyutta ele alınmıştır. Denklemlerin boyutsuzlaştırılmasından sonra süpersonik akış şartlarının görüntülenebileceği eğik şok oluşumunu sağlayacak sıkıştırma rampasına sahip iki boyutlu bir kanal içerisinde gelişen sıkıştırılabilir akış incelenmiştir. Yüksek Mach sayılı iç akış probleminde çözümler önce sabit aralıklı sayısal ağda gerçekleştirilmiş daha sonrada cebirsel minimal moment yöntemini kullanarak elde edilen adaptif sayısal ağlar kullanılan çözümler elde edilmiştir. Son olarakta tek makina için hazırlanan çözücü Paralel Sanal Makina ortamına adapte edilerek paralel çözümler alınmıştır.

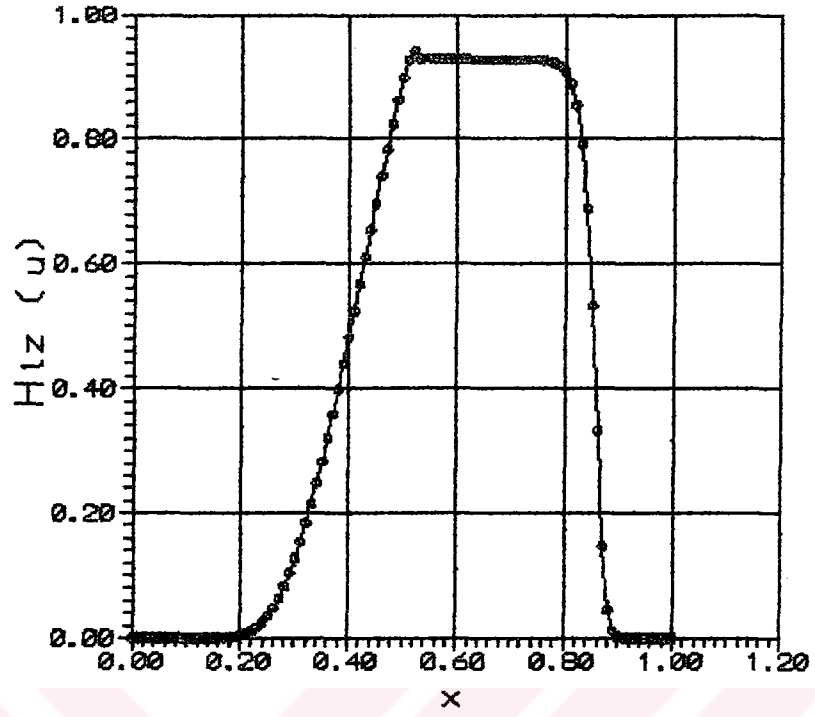
6.1 ŞOK TÜPÜ PROBLEMİ

Bu kısımda 1-2-3 boyuttada çözümlerin elde edilmiş olmasına rağmen sadece iki boyutta ele alınan şok tüpü probleminin sonuçları verilecektir.

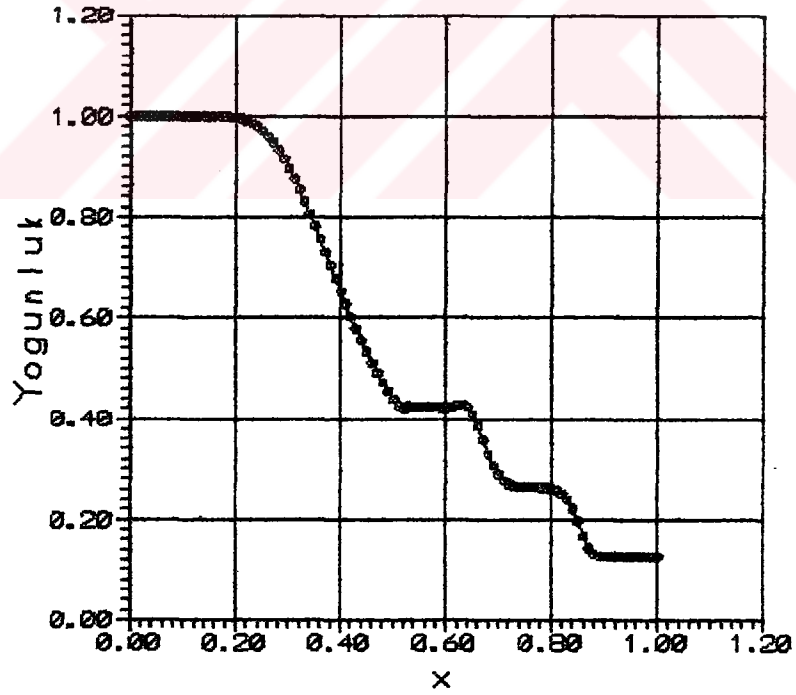
$\rho=1.$ $p=1.$ $u=v=0$	$\rho=0.125$ $p=0.1$ $u=v=0$
--------------------------------	------------------------------------

Şekil 6.1- Şok tüpü modeli

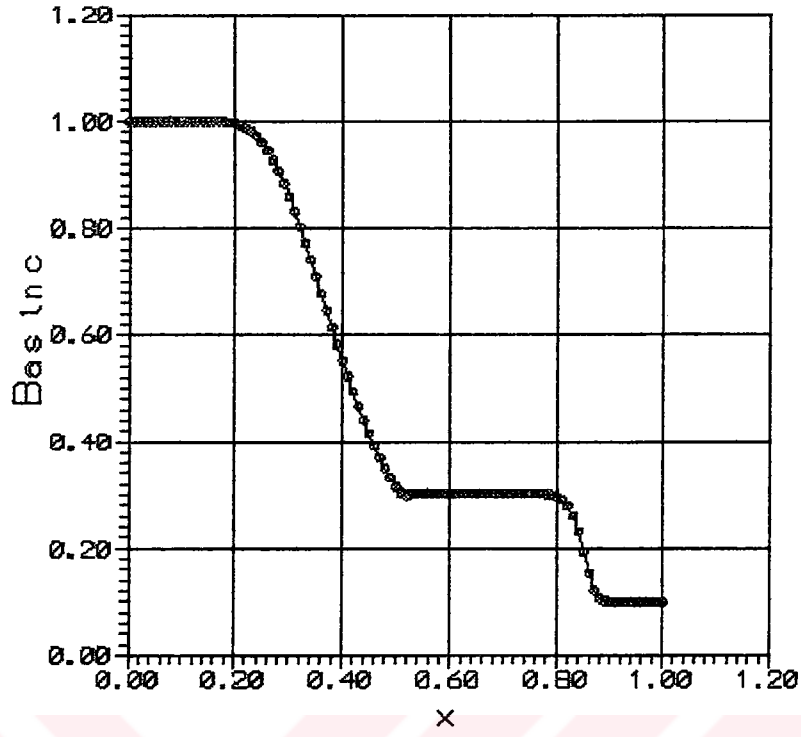
Yukarıda verilen şekil 6.1 deki gibi modellenmeye çalışılan şok tüpünde 11x101 düğüm noktası kullanılmış $t=0$ anındaki başlangıç şartları kullanılmış sol ve sağ yüzeyler de başlangıç şartları üst ve alt yüzeyler de ise bölüm üç' te belirtilen normal doğrultular da hız bileşeninin olaması şartı sınır şartları olarak kabul edilmiştir. Enerji ifadesi için gerekli olan sınır ve başlangıç şartı ise; ideal gaz bağıntısı ifadelerinden gelmektedir. Zaman adımı CFL şartı kullanılarak hesap edilmiştir. ve $\Delta t=0.00321$ olarak tespit edilmiştir.



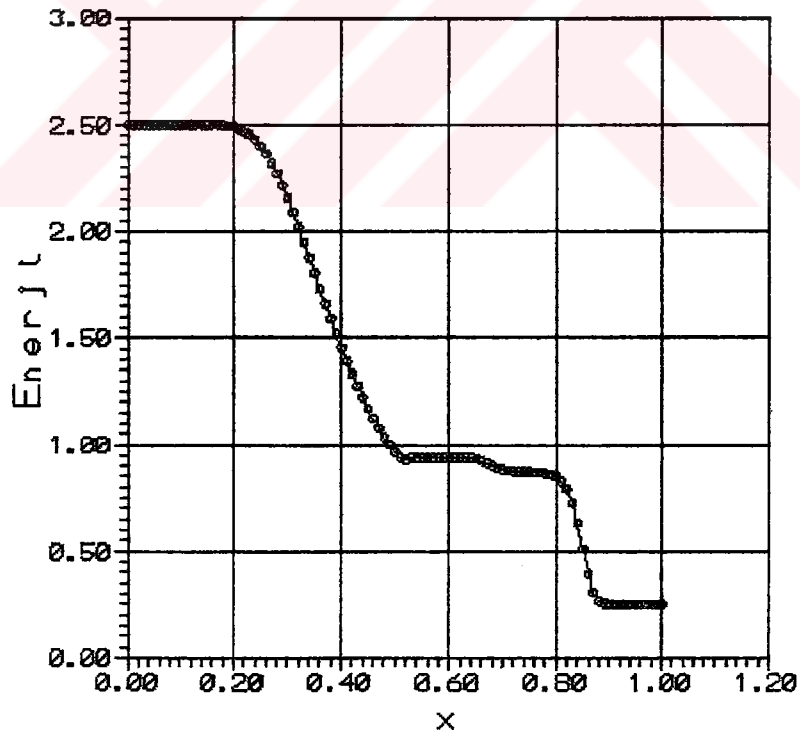
Şekil 6.2- $t=0.19260$ daki u hızının merkez hattı değerleri



Şekil 6.3- $t=0.19260$ daki merkez hattındaki yoğunluk değerleri



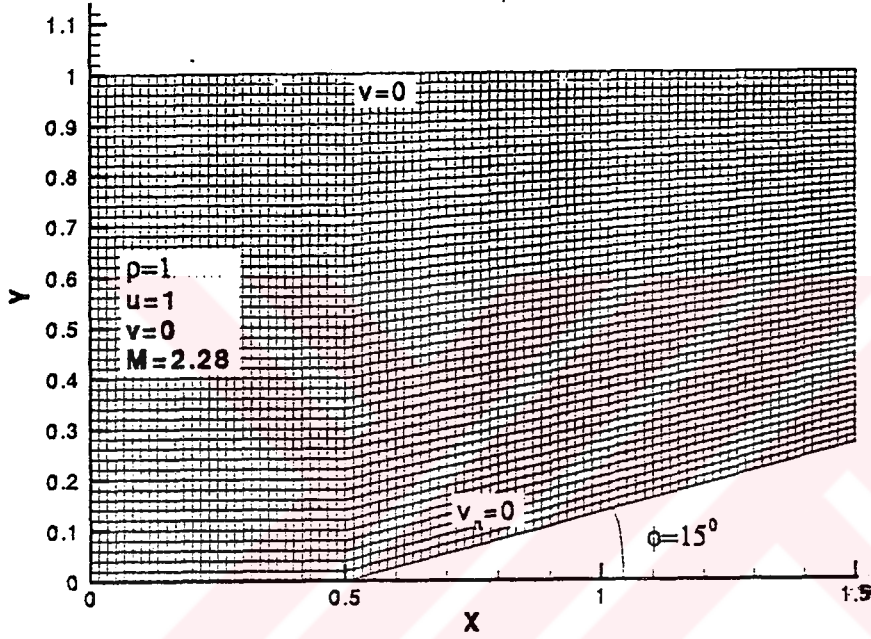
Şekil 6.4 $t=0.19260$ daki merkez hattı basınç değerleri



Şekil 6.5- $t=0.19260$ daki merkez hattı enerji değerleri

6.2 SÜPERSONİK İÇ AKIŞ PROBLEMİ

Süpersonik iç akış problemi ele alınmadan önce denklemler Mach sayısını içerecek şekilde boyutsuzlaştırılmıştır. İkinci olarak el alınan bu problemde içerisinde 2.28 Mach hızında serbest akım ve 15° lik sıkıştırma açısına sahip olan bir kanalda yapısal sayısal ağlar kullanarak çözümler yapılmıştır. Sayısal ağ 91×51 düğüm noktası 90×50 dörtgen eleman içermektedir. Çözümde kullanılan başlangıç ve sınır şartları aşağıda verilen şekil 6.6 te gösterilmektedir.

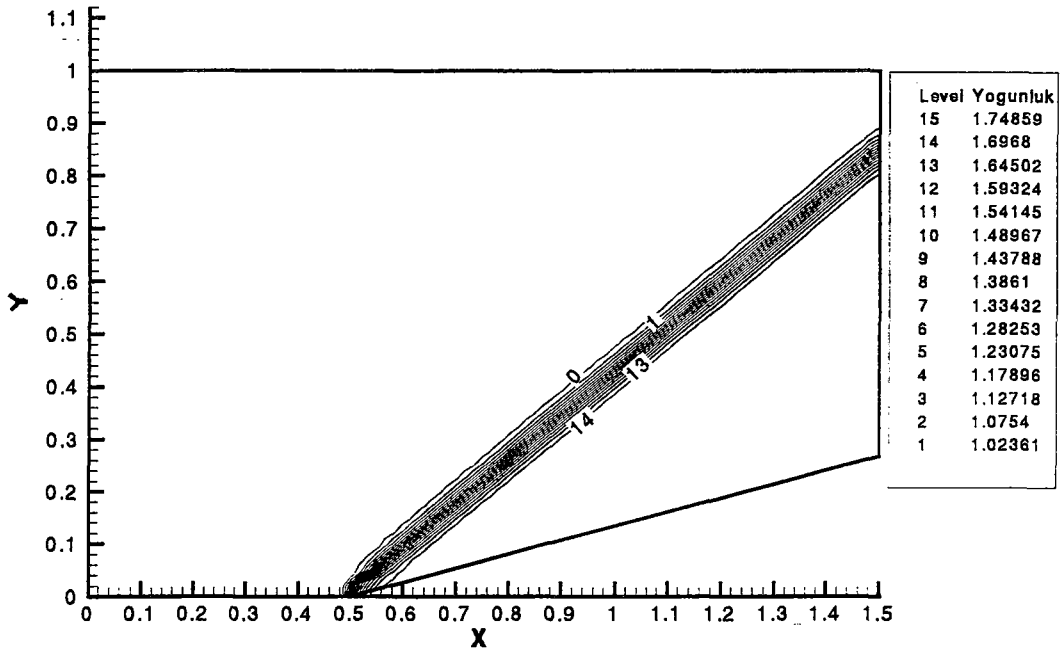


Şekil 6.6 15° sıkıştırma açısına sahip kanala ait sayısal ağ sınır şartları

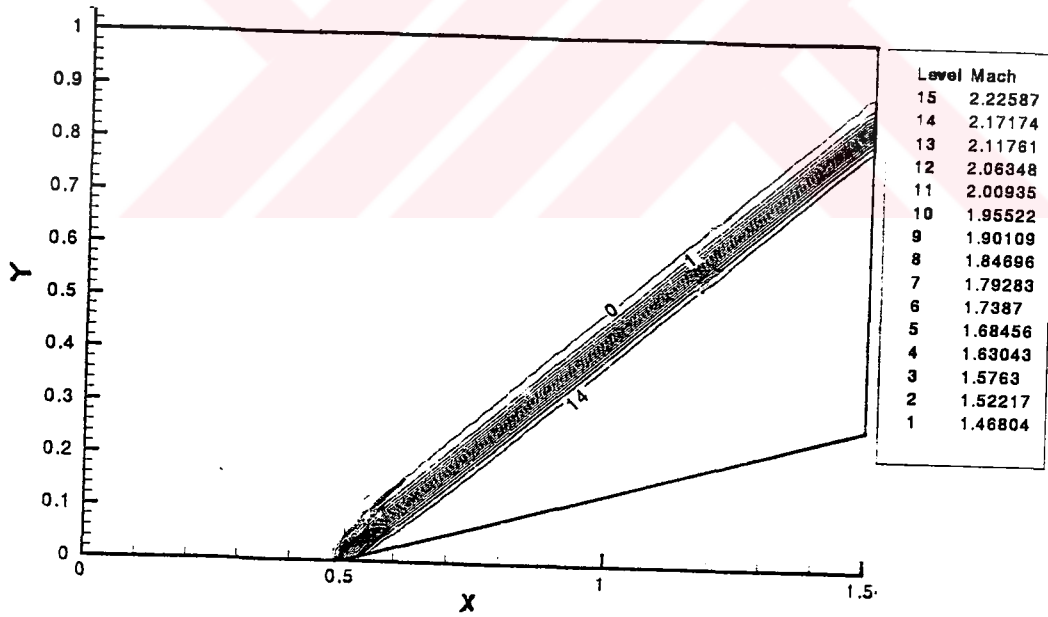
Yine bu problemde başlangıç şartı olarak giriş için verilen sınır şartı kabul edilmiştir. kanal çıkışında ise herhangi bir sınır şartı verilmeyerek akım serbest bırakılmıştır. Zaman adımı aşağıdaki şekilde belirlenmiştir.

$$\Delta t \leq \frac{1}{\frac{|u|+c}{\Delta x} + \frac{|v|+c}{\Delta y}} \quad (6.1)$$

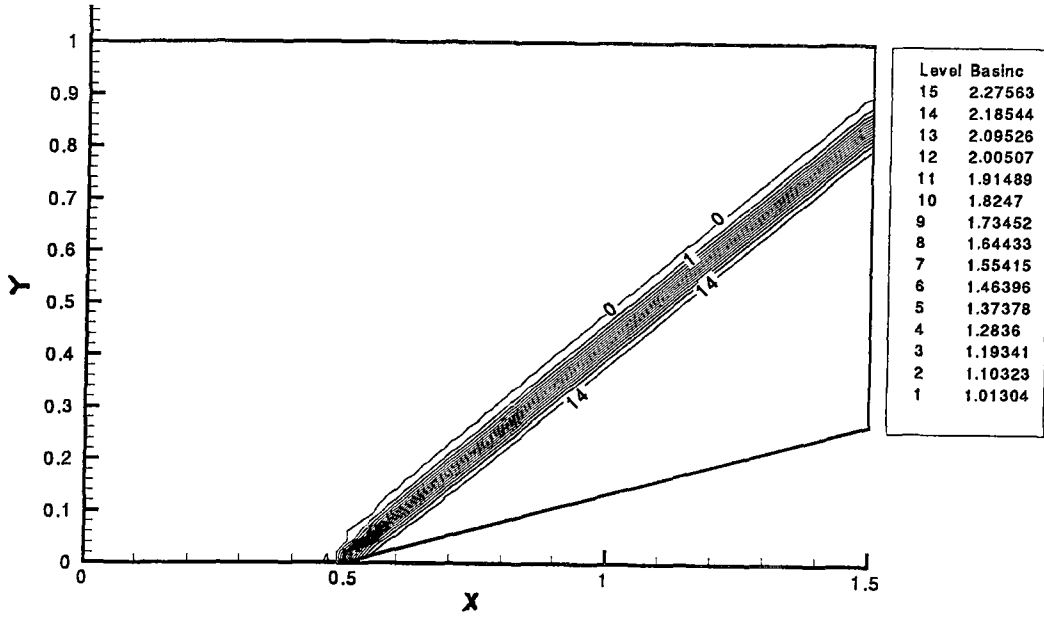
Yukarıdaki denklemin sonucu olarak zaman adımı $\Delta t=0.00455$ olarak tespit edilmiştir. 2500 zaman adımı için yapılan çözüme ait sırasıyla yoğunluk, Mach ve basınç konturları ile verilen şekillerdeki gibidir.



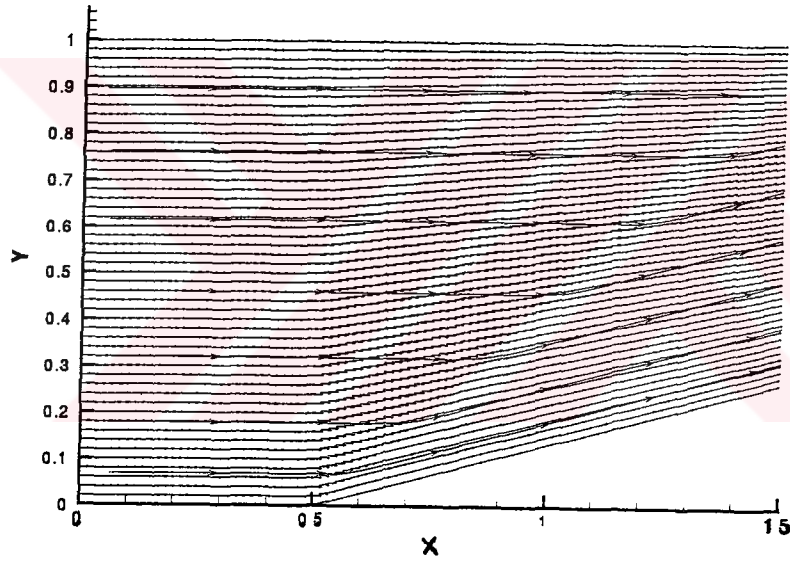
Şekil 6.7 Sıkıştırma açısı 15 derece olan kanalda gelişen süpersonik akış yoğunluk konturları



Şekil 6.8-Sıkıştırma açısı 15 derece olan bir kanalda gelişen süpersonik akış Mach konturları

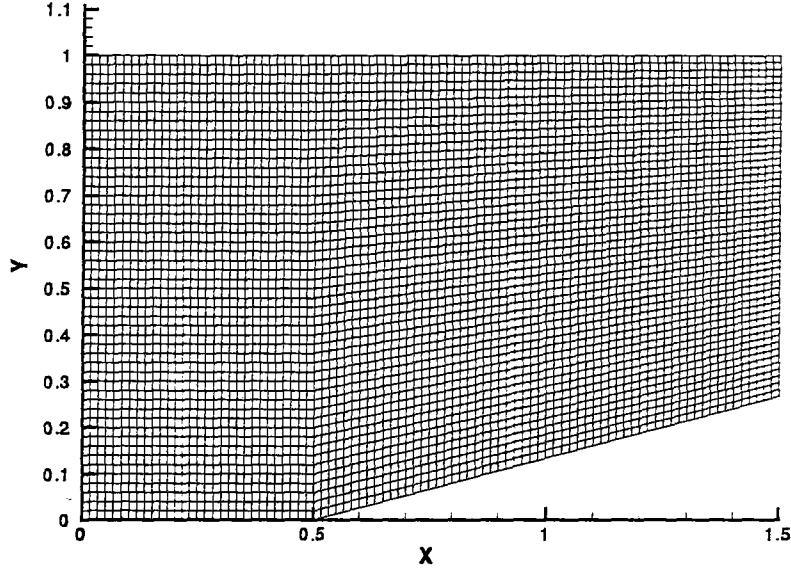


Şekil 6.9-Sıkıştırma açısı 15 derece olan bir kanalda gelişen süpersonik akış Basınç konturları



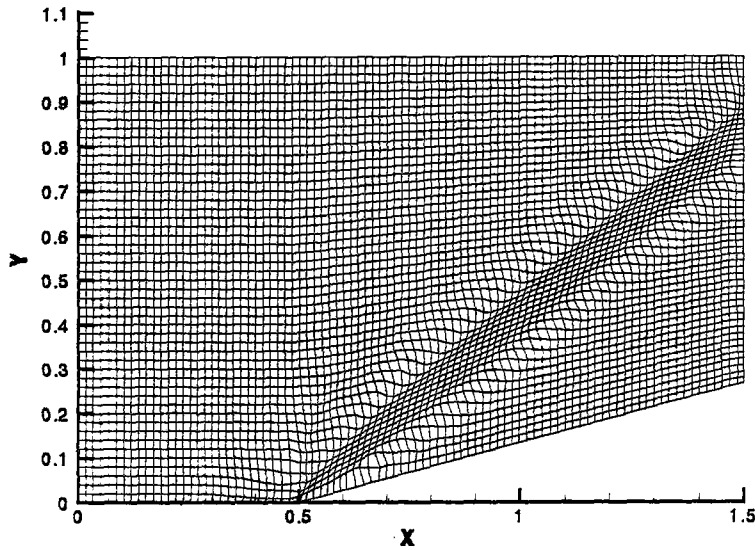
Şekil 6.10-Sıkıştırma açısı 15 derece olan bir kanalda gelişen süpersonik akış hız vektörleri ve akım çizgileri

Sabit ağ ile elde edilen bu çözümlerin ardından eleman sayılarında herhangi bir değişikliğe gidilmeden cebirsel minimal moment yöntemi ile adaptif sayısal ağ üretilmiştir. Üretilen adaptif sayısal ağ ve basınç konturları ile sabit sayısal ağ ve basınç konturları takip eden şekillerde verilmektedir.

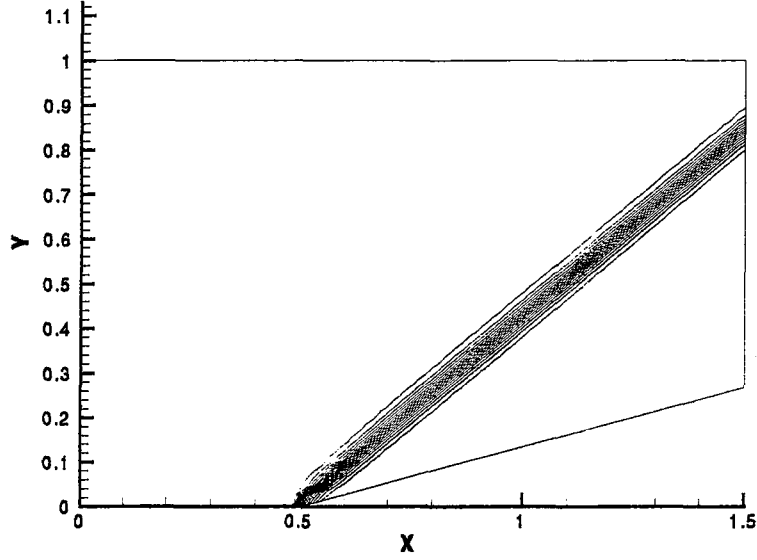


Şekil 6.11 Sabit sayısal ağ

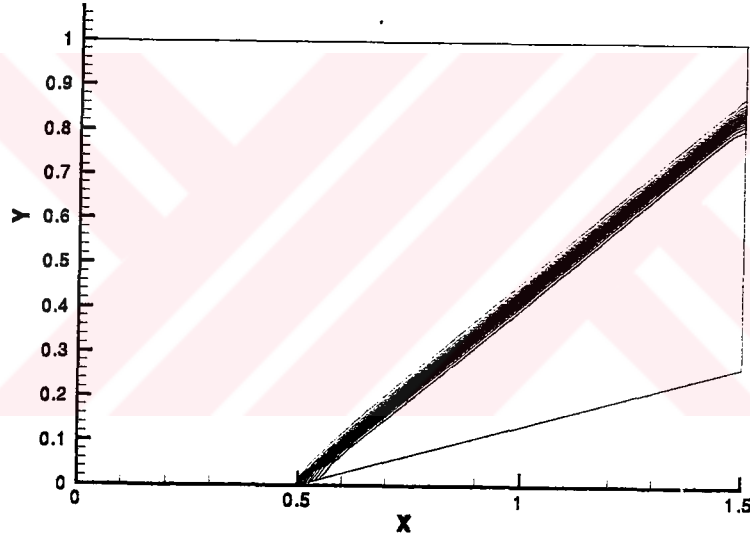
Adaptif sayısal ağlar üretmek için kullanılan cebirsel minimal yöntem ile düğüm noktaları akış gradyenlerinin büyük olduğu noktalara otomatik olarak hareket etmektedir. Eleman ve düğüm sayılarında her hangi bir artış olmaksızın ihtiyaç bulunan bölgede sıkıştırma gerçekleşmiştir.



Şekil 6.12 Adaptif sayısal ağ



Şekil 6.13 Sabit sayısal ağ kullanarak elde edilmiş basınç konturları

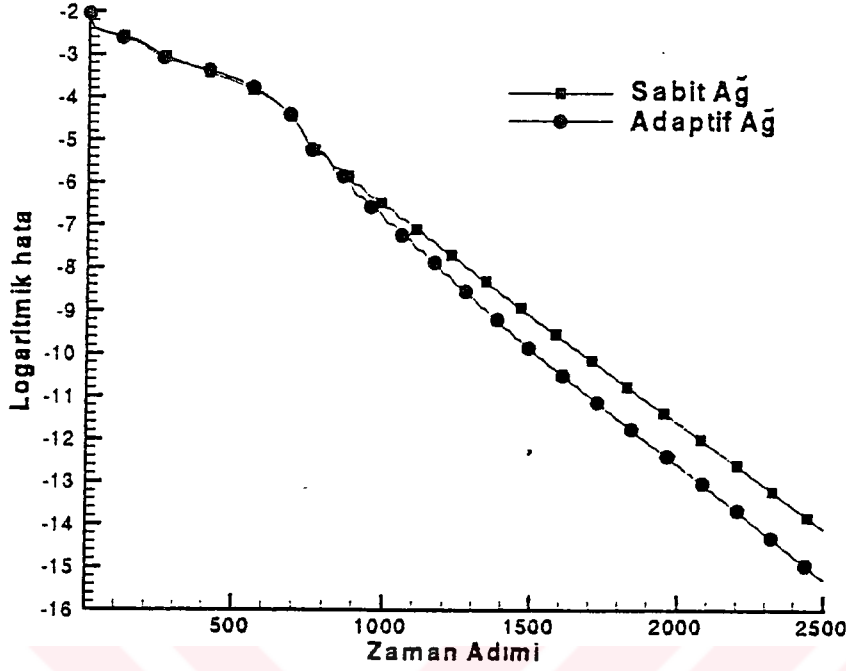


Şekil 6.14 Adaptif sayısal ağ kullanarak elde edilmiş basınç konturları

Yukarıda verilen her iki sayısal ağ ile yapılan çözümlerin logaritmik hataları L^2 normu ile bulunmaktadır ve aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.[6]

$$\frac{\|X^{n+1} - X^n\|}{\|X^n\|} \quad (6.2)$$

Burada X^i i zaman adımındaki bütün bağımlı değişkenlerin vektörüdür. Şekil 6.14 de her iki sayısal ağ ile elde edilen çözüme ait zaman adımı ile logaritmik hata değişimlerinin ve buna bağlı olarakta çözümün yakınsama hızlarının karşılaştırılması yapılmaktadır.

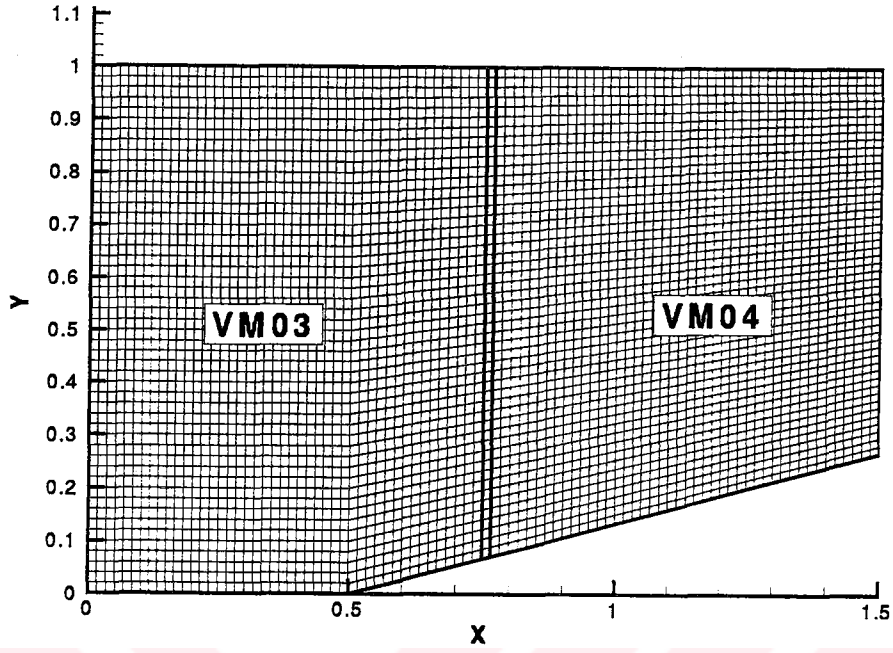


Şekil 6.15 Sabit ve adaptif sayısal ağın zaman adımı ile logaritmik hatalarının değişimi.

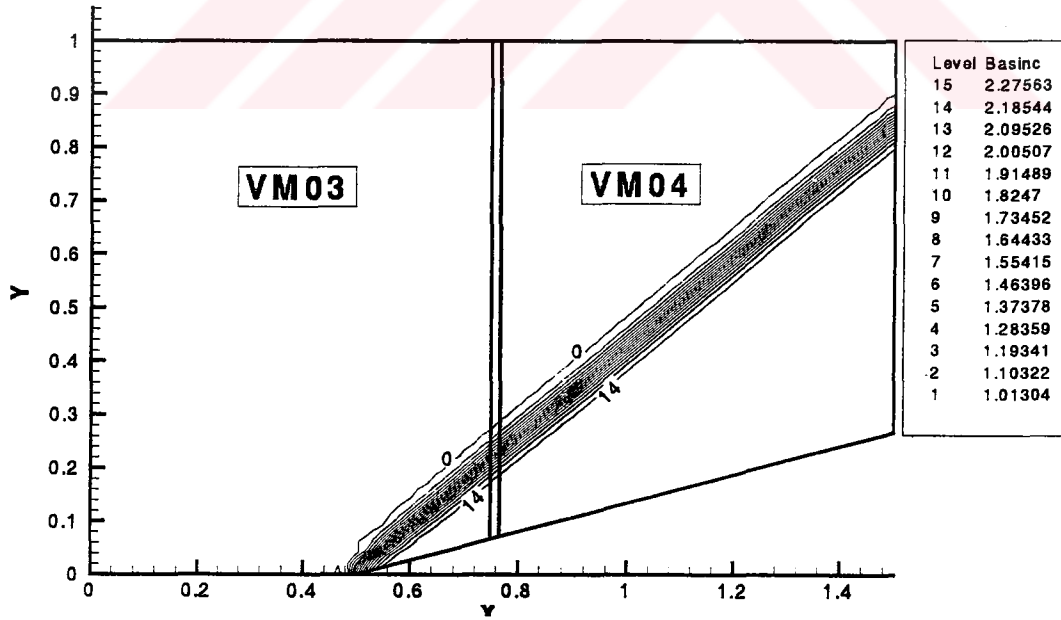
6.3 PVM ORTAMINDA HESAPLAMA

Sıkıştırılabilir Euler denklemlerinin çözümü için hazırlanan program son olarak PVM ortamına adapte edilmiştir. Her biri aynı mimaride Linux işletim sistemleri kullanılan iki, dört ve altı iş istasyonu kullanarak dört makina süpersonik iç akış problemi çözülmüştür. Bütün hesaplama zamanları her bir iş istasyonu için hesaplanmıştır. Problem öncelikle verim ve hızlanmaların hesaplanması için çözülmüştür. Daha sonra iki ve dört makina kullanarak çözümler elde edilmiştir.

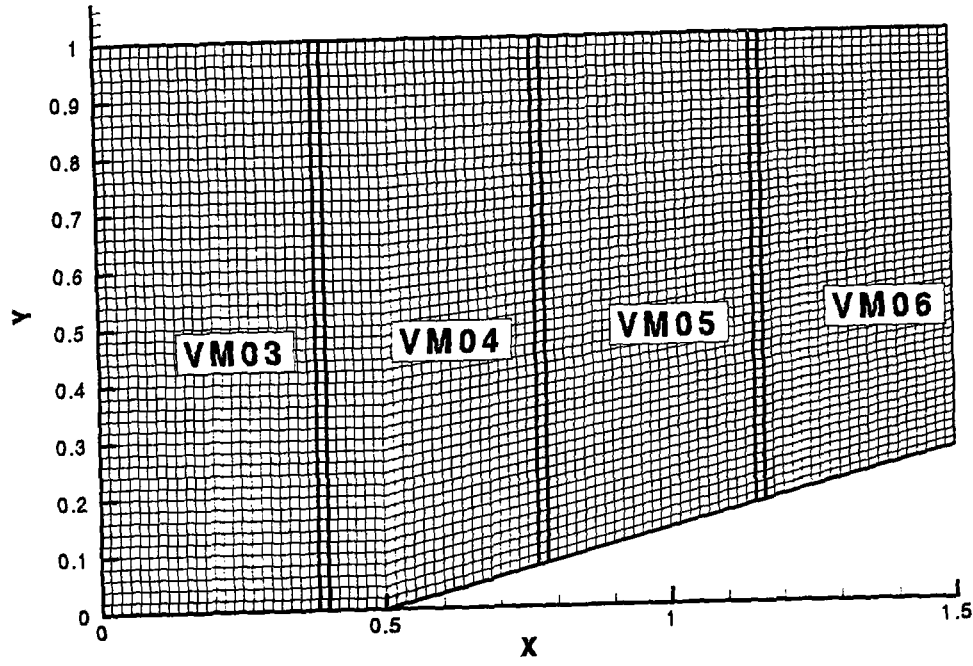
İki ve dört makina kullanarak elde edilen çözümler tek makina ile elde edilen çözümlerle aynı sonuçları göstermektedir. Makinalara ait bölge paylaşımları ile süpersonik iç akış problemine ait çözümler şekiller ile gösterilmiştir.



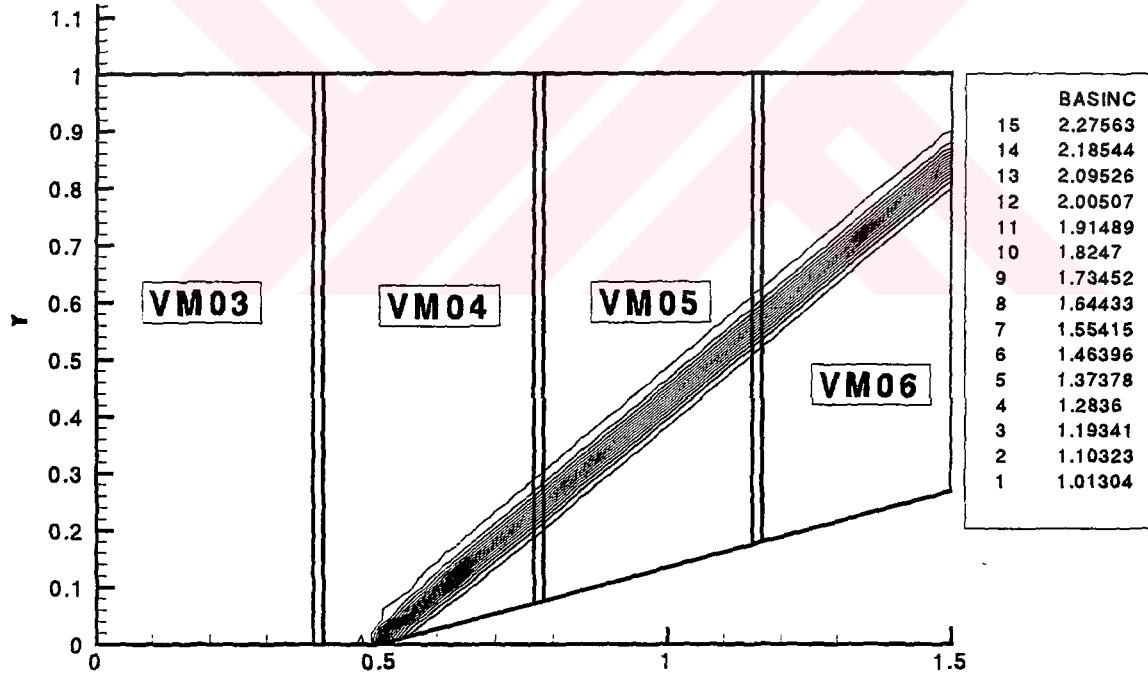
Şekil 6.16 İki iş istasyonunda çözüm yapmak için bölge paylaşımı



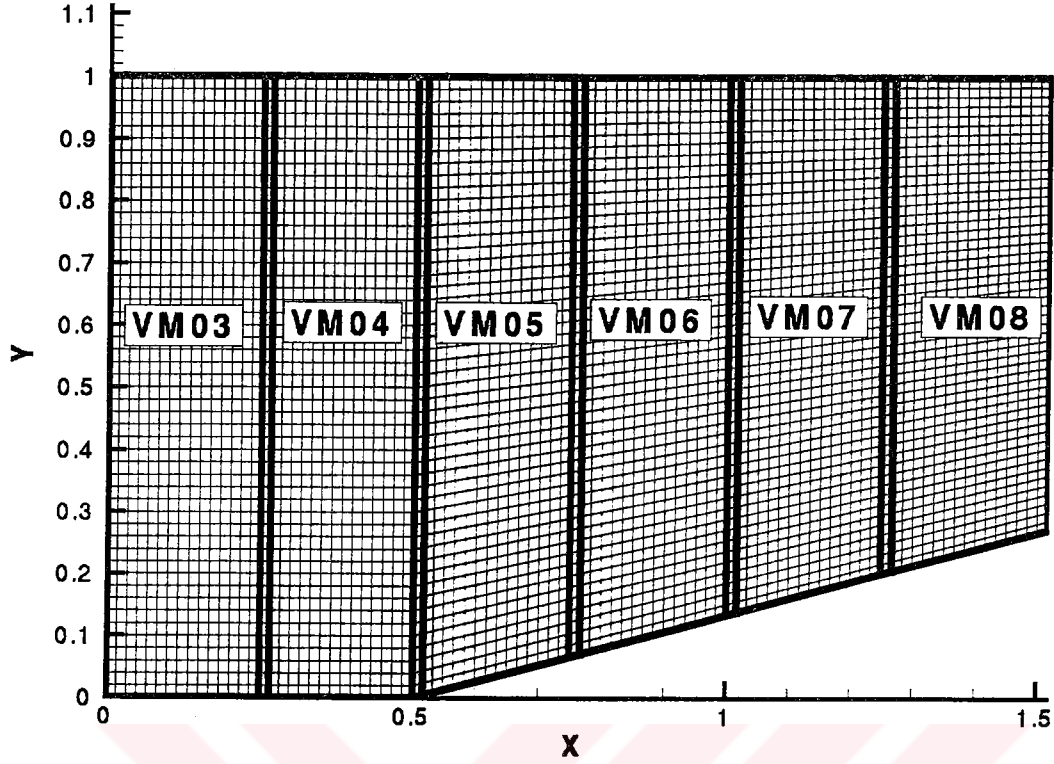
Şekil 6.17 İki iş istasyonu kullanarak elde edilen çözüme ait basınç konturları



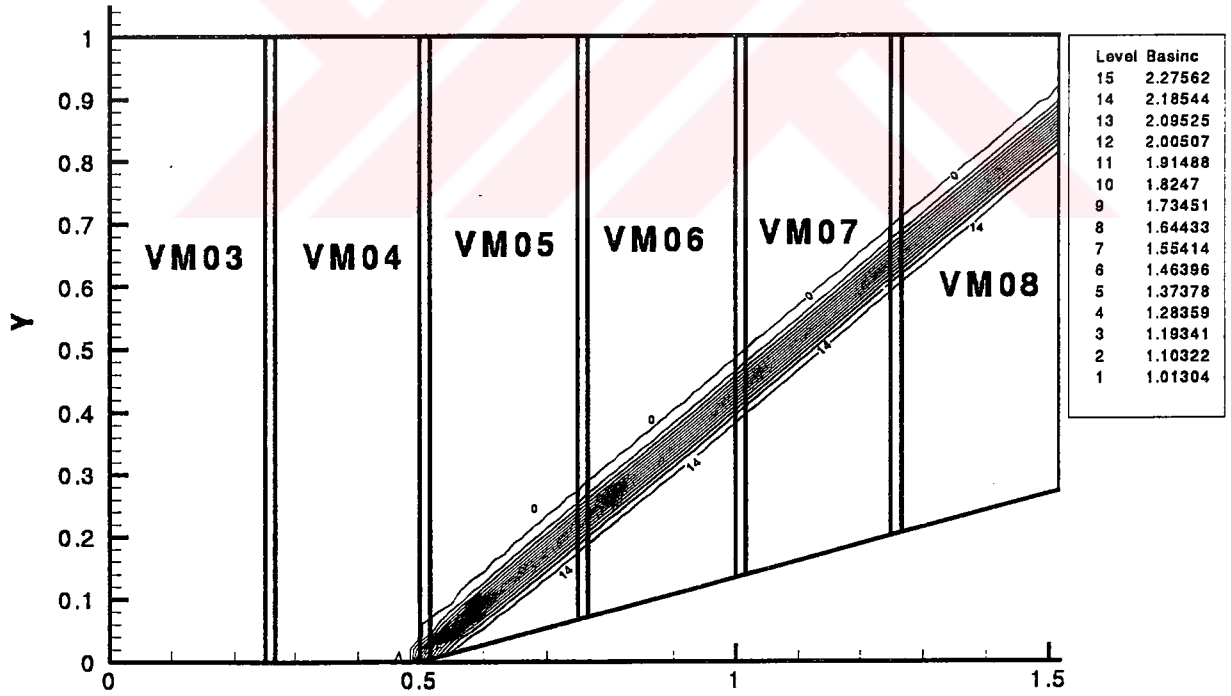
Şekil 6.18 Dört iş istasyonunda çözüm yapmak için bölge paylaşımı



Şekil 6.19 Dört iş istasyonu kullanarak elde edilen çözüme ait basınç konturları



Şekil 6.20- Altı iş istasyonunda çözüm yapmak için bölge paylaşımı



Şekil 6.21 Altı iş istasyonu kullanarak elde edilen çözüme ait basınç konturları

Hızlanma ve verim değerleri aşağıdaki tanımlar kullanarak hesaplanmıştır.

$$\text{Verim} : E = \frac{t_1}{N \cdot t_N} \quad \text{Hızlanma} : S = \frac{t_1}{t_N}$$

t_1 bir işlemci kullanarak alınan süreyi ve N kullanılan işlemci sayısını göstermektedir.

Bu iş istasyonları üzerinde alınan hesaplama zamanları (t), elde edilen hızlanmalar (S), ve yüzde olarak verimler (E) aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

İş İstasyonu sayısı	İş İstasyonu adları	Hızlanma (S)	Verim (E)	Zaman (t) saniye
1	vm03	1.00	100	614.71
2	vm03+vm04	1.96	98.3	312.39
4	vm03+vm04+ vm05+vm06	3.70	92.5	166.13
6	vm03+vm04+ vm05+vm06+ vm07+vm08	5.40	90.0	113.86

DEĞERLENDİRME

Sonuçlar göstermektedir ki hiperbolik karaktere sahip Euler denklemlerinin çözümlerinin elde edilmesinde Galerkin sonlu elemanlar yönteminin kullanılması karmaşık yapıya sahip bir kanalda gelişen sıkıştırılabilir iç akış problemlerinin simülasyonunda iyi çözümler vermektedir.

Ayrıca şokun belirlenmesi ve çözümün yakınsama hızı eleman sayısında herhangi bir değişiklik yapmadan cebirsel minimal moment yöntemi kullanılarak gerçekleştirilen yapısal adaptif ağ kullanımı ile daha da güçlenmiştir. Daha sonra gerçekleştirilen, Paralel Sanal Makina kullanımı, tek işlemcili çözümlerden çok daha hızlı çözümlerin elde edilmesini sağlamıştır.



KAYNAKLAR

- [1] ANDERSON, J.D., Fundamentals of Aerodynamics , McGraw-Hill, (1984.)
- [2] LÖHNER, R., Finite Elements in CFD: What Lies Ahead , International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol 25, (January 1987, pp. 1741-1756.)
- [3] ANDERSON, J.D., Modern Compressible Flow , McGraw-Hill, (1982.)
- [4] ŞUHUBİ, E.S., Akışkanlar Mekaniği , İ.T.Ü. Rektörlüğü, (1993.)
- [5] PIRUMOV, U.G., IVANOV, I.E., KRYUKOV, I.A., Numerical Simulation of Internal and External Gas Dynamic Flows on Structured and Unstructured Adaptive Grids, AGARD CP-578, (October 1995)
- [6] BRUECKNER, F.P., HEINRICH, J.C, Petrov-Galerkin Finite Element Model for Compressible Flows , International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol 32, (1991, pp.255-274.)
- [7] GÜRGEY, E., Numerical Solution of 3-D Unsteady Incompressible Viscous Flow via F.E.M., İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, (1988)
- [8] SCHETZ, J.A., Boundary Layer Analysis , Prentice Hall, (1993)
- [9] CONNETT, W.C., AGARWAL, R.K., SHWARTZ, A.L., WHEELER, J.A., An Algebraic Adaptive -Grid Techniques for the Solution of Navier-Stokes Equation, AIAA Pap., 90-1605, (1990)
- [10] YAHIA, D.A.A., HABASHI, W.G: TAM, A., VALLET, M.G, FORTIN, M., A Directionally Adaptive Methodology Using an Edge-Based Error Estimate on Quadrilateral Grids, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol 23, (1996, pp. 673-690.)

- [11] USTA, E., Paralel Sanal Makina Ortamında Maxwell Denklemlerinin Paralel Hesabı, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, 1997.
- [12] PVM Handbook, ftp: netlib2.cs.utk.edu
- [13] EMERSON, D., GEIGER, A., HU, Y.F., ECER, A., Applied Seminars in Parallel Computation , İstanbul, September (1997)
- [14] PAI, S., LUO, S., Theoretical and Computational Dynamics of a Compressible Flow , Van Nostrand Reinhold and Science Press, (1991)
- [15] KARAMCHETI, K., Principles of Ideal- Fluid Aerodynamics, John Wiley and Sons, (1966.)
- [16] MOLINA, R.C., HUOT, J.P, A One Point İntegration Finite Element Solver for The Fast Solution of the Compressible Euler Equation, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol 95, (1992)

ÖZGEÇMİŞ

1972 yılında Kayseri de doğdu. İlk Orta ve Lise öğrenimini Kayseri de tamamladı. 1990 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi Uçak Mühendisliği bölümüne girdi. 1995 yılında mezun oldu aynı yıl içerisinde İ T Ü Fen Bilimleri Enstitüsü, Uzay Bilimleri ve Teknolojisi bölümünde yüksek lisans öğrenimine başladı .

