

66821

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÜZLEMİNE DİK YÜKLÜ SİKLOİD EKSENLİ ÇUBUKLARIN BAŞLANGIÇ DEĞERLERİ METODUYLA STATİK HESABI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş.Müh. Sami BÜYÜKÖZDEN

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 26 Eylül 1997

Tezin Savunulduğu Tarih : 1 Ekim 1997

Tez Danışmanı : Prof.Dr.Vural CİNEMRE

Diğer Jüri Üyeleri : Prof.Dr.Hasan ENGİN

Doç.Dr.Necla KADIOĞLU

Vural Cinemre
Hasan Engin
N. Kadioğlu

EKİM 1997

ÖNSÖZ

Tez çalışmam süresince, araştırma konusunun ve kapsamının oluşturulmasında, beni değerli fikirleri ile yönlendiren ve sürekli destek veren pek saygıdeğer Hocam Sayın Doç.Dr. Reha ARTAN'a ve bana her türlü olanağı ve yardımı sağlayan pek saygıdeğer Hocam Sayın Prof.Dr. Vural CİNEMRE'ye saygılarımla sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Sami BÜYÜKÖZDEN

EYLÜL 1997



İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
SEMBOL LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÖZET	viii
SUMMARY	ix
BÖLÜM 1 GİRİŞ	1
BÖLÜM 2 TEMEL DENKLEMLER	2
BÖLÜM 3 ORTASINDAN BURULMA MOMENTİYLE YÜKLÜ İKİ UCU ANKASTRE SİKLOİD KEMER	6
BÖLÜM 4 YAKLAŞIK FONKSİYONLAR	13
BÖLÜM 5 ORTASINDAN DÜZLEMİNE DİK TEKİL KUVVETLE YÜKLÜ İKİ UCU ANKASTRE SİKLOİD KEMER	21
BÖLÜM 6 YAKLAŞIK FONKSİYONLAR	28
BÖLÜM 7 DÜZLEMİNE DİK DÜZGÜN YAYILI YÜKLE YÜKLÜ İKİ UCU ANKASTRE SİKLOİD KEMER	34
BÖLÜM 8 YAKLAŞIK FONKSİYONLAR	41
SONUÇLAR	46
KAYNAKLAR	47
ÖZGEÇMİŞ	48

SEMBOL LİSTESİ

D_n, D_t	: Eğilme ve burulma rijitlikleri
E	: Elastisite modülü
f	: Kemer oku
G	: Kayma modülü
ξ	: Boyutsuz yatay koordinat
l	: Kemer açıklığı
M_n, M_t	: Eğilme ve burulma momentleri
M_{n0}, M_{t0}	: Başlangıçtaki eğilme ve burulma momentleri
M'_n, M'_t	: Boyutsuz eğilme ve burulma momentleri
M'_{ny}, M'_{ty}	: Boyutsuz yaklaşık eğilme ve burulma momentleri
μ	: Kemere etkiyen burulma momenti
ν	: Poisson oranı
Ω_n, Ω_t	: Normal ve teğet etrafındaki dönmeler
Ω_{n0}, Ω_{t0}	: Başlangıçtaki normal ve teğet etrafındaki dönmeler
Ω'_n, Ω'_t	: Boyutsuz normal ve teğet etrafındaki dönmeler
$\Omega'_{ny}, \Omega'_{ty}$	: Boyutsuz yaklaşık normal ve teğet etrafındaki dönmeler
P	: Tekil yük
q	: Yayıllı yük
ρ	: Eğrilik yarıçapı
ρ_0	: Başlangıçtaki eğrilik yarıçapı

T_b	: Binormal doğrultudaki kesme kuvveti
T_{b0}	: Başlangıçtaki binormal doğrultudaki kesme kuvveti
T'_b	: Binormal doğrultudaki boyutsuz kesme kuvveti
T'_{by}	: Binormal doğrultudaki boyutsuz yaklaşık kesme kuvveti
u_b	: Binormal doğrultudaki yerdeğiştirme
u_{b0}	: Başlangıçtaki binormal doğrultudaki yerdeğiştirme
u'_b	: Binormal doğrultudaki boyutsuz yerdeğiştirme
u'_{by}	: Binormal doğrultudaki boyutsuz yaklaşık yerdeğiştirme



ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 2.1 Sikloid eğrisi	3
Şekil 2.2 Eksen eğrisi sikloid olan çubuk için seçilen koordinat takımı	3
Şekil 3.1 Ortasından burulma momentiyle yüklü iki ucu ankastre sikloid kemer	6
Şekil 3.2 Kesin ve yaklaşık boyutsuz burulma momentleri	9
Şekil 3.3 Kesin ve yaklaşık boyutsuz eğilme momentleri	10
Şekil 3.4 Kesin ve yaklaşık teğet etrafındaki boyutsuz dönmeler	10
Şekil 3.5 Kesin ve yaklaşık normal etrafındaki boyutsuz dönmeler	11
Şekil 3.6 Binormal doğrultusundaki boyutsuz yerdeğiştirmeler	12
Şekil 4.1 Çeşitli Poisson oranları için kesin ve yaklaşık boyutsuz burulma momentleri	15
Şekil 4.2 Çeşitli Poisson oranları için kesin ve yaklaşık boyutsuz eğilme momentleri	16
Şekil 4.3 Çeşitli Poisson oranları için kesin ve yaklaşık teğet etrafındaki boyutsuz dönmeler	17
Şekil 4.4 Çeşitli Poisson oranları için kesin ve yaklaşık normal etrafındaki boyutsuz dönmeler	18
Şekil 4.5 Çeşitli Poisson oranları için binormal etrafındaki boyutsuz yerdeğiştirmeler	19
Şekil 5.1 Ortasından tekil yükle yüklü iki ucu ankastre sikloid kemer	21

Şekil 5.2	Kesin ve yaklaşık boyutsuz burulma momentleri	24
Şekil 5.3	Kesin ve yaklaşık boyutsuz eğilme momentleri	24
Şekil 5.4	Kesin ve yaklaşık teğet etrafındaki boyutsuz dönmeler	25
Şekil 5.5	Kesin ve yaklaşık normal etrafındaki boyutsuz dönmeler	26
Şekil 5.6	Binormal doğrultusundaki boyutsuz yerdeğiştirmeler	27
Şekil 6.1	Çeşitli Poisson oranları için kesin ve yaklaşık teğet etrafındaki boyutsuz dönmeler	30
Şekil 6.2	Çeşitli Poisson oranları için kesin ve yaklaşık normal etrafındaki boyutsuz dönmeler	31
Şekil 6.3	Çeşitli Poisson oranları için binormal etrafındaki boyutsuz yerdeğiştirmeler	32
Şekil 7.1	Düzlemine dik düzgün yayılı yükle yüklü iki ucu ankastre sikloid kemer	34
Şekil 7.2	Binormal doğrultusundaki boyutsuz yerdeğiştirmeler	37
Şekil 7.3	Kesin ve yaklaşık boyutsuz burulma momentleri	37
Şekil 7.4	Kesin ve yaklaşık boyutsuz eğilme momentleri	38
Şekil 7.5	Kesin ve yaklaşık teğet etrafındaki boyutsuz dönmeler	39
Şekil 7.6	Kesin ve yaklaşık normal etrafındaki boyutsuz dönmeler	39
Şekil 7.7	Binormal doğrultusundaki boyutsuz kesme kuvvetleri	40
Şekil 8.1	Çeşitli Poisson oranları için kesin ve yaklaşık teğet etrafındaki boyutsuz dönmeler	43
Şekil 8.2	Çeşitli Poisson oranları için kesin ve yaklaşık normal etrafındaki boyutsuz dönmeler	44
Şekil 8.3	Çeşitli Poisson oranları için binormal etrafındaki boyutsuz yerdeğiştirmeler	45

ÖZET

Yapılan bu çalışmada eksen eğrisi sikloid olan çubuğa ait taşıma matrisi verilmiş ve çeşitli yüklemeler altında çubuğun davranışları incelenmiştir. Çubuğun başlangıçtaki yerdeğiştirmelerinin ve kesit tesirlerinin bilinmesi halinde tüm çubuk boyunca yerdeğiştirmelerin ve kesit tesirlerinin analitik olarak hesaplanabilmesini sağlayan Başlangıç Değerleri Yöntemi, Mathematica programının da kullanılmasıyla çok çabuk ve kolay çözümler elde edilmesine yardımcı olmuştur. Başlangıç Değerleri Yöntemi; problemlerin çözümünde hiperstatiklik derecesinin yüksek olmasının ilave bir zorluk getirmemesi üstünlüğüne sahiptir. Bu çalışmada eksen eğrisi sikloid olan sabit enkesitli çubuğa ait farklı üç örnek problem çözülmüştür.

Birinci örnek problemde; eksen eğrisi sikloid olan iki ucu ankastre bir sistemin tam orta noktasına bir burulma momenti etki ettirilmiştir. Daha sonra 2.Bölümde elde edilen taşıma matrisi yardımıyla sistemin çözümü yapılmış ve 6 adet olan problemin bilinmeyenleri; binormal doğrultuda yerdeğiştirme, teğet ve normal etrafındaki dönmeler, eğilme ve burulma momentleri ve kesme kuvveti boyutsuz olarak φ açısına bağılı fonksiyonlar şeklinde bulunmuştur.

Fakat bulunan bu fonksiyonların uzunluğu nedeniyle uygulama pratikliğinin olmadığı görülmüştür. Bundan dolayı, elde edilen fonksiyon eğrileriyle çakışan, daha kısa olan Yaklaşık Fonksiyonlar araştırılmış ve $\xi = x/l$ boyutsuz koordinatına bağılı Yaklaşık Fonksiyon eğrileri elde edilmiştir. Daha sonra elde edilen Yaklaşık Fonksiyonlar ve Kesin Fonksiyonlar karşılaştırılmıştır. Bu durumu göstermek için yaklaşık ve kesin boyutsuz uç kuvvetleri ile yerdeğiştirmelere karşı gelen diyagramlar çizdirilmiştir. Bu diyagramlardan da görülmüştür ki; Kesin ve Yaklaşık Fonksiyonlar birbirleriyle hemen hemen çakışmaktadır. Sonraki aşamada çeşitli ν Poisson oranı değerleri için aynı problemin çözümü yapılmış ve bu çözümlerden Kesin ve Yaklaşık Fonksiyonlar elde edilmiştir. Çizilen diyagramlarla bu fonksiyonların da birbirleriyle hemen hemen çakıştığı görülmüştür. Daha sonra ν değerleri için elde edilen kesin fonksiyonların uzunluğu nedeniyle sadece Yaklaşık Fonksiyonların yazılması yeterli görülmüştür. Bulunan Yaklaşık Fonksiyonların her ν değeri için geçerli olması amacıyla, fonksiyonların katsayıları da ν 'ye bağılı olarak elde edilmiş ve Katsayılar Fonksiyonları olarak verilmiştir.

İkinci örnek problemde; eksen eğrisi sikloid olan sabit enkesitli kemere orta noktasından düzlemine dik doğrultuda tekil yük etki ettirilmiştir. Aynı şekilde birinci örnek problemde olduğu gibi sikloid için verilen Taşıma Matrisi yardımıyla sistemin çözümü yapılmış, binormal doğrultudaki yerdeğiştirme, teğet ve normal etrafındaki dönmeler, eğilme ve burulma momentleri ve kesme kuvveti olmak üzere 6 adet olan problemin bilinmeyenleri bulunmuştur.

Üçüncü örnek problemde; aynı kemere düzlemine dik doğrultuda düzgün yayılı yük etki ettirilmiştir. Aynı şekilde birinci örnek problemde olduğu gibi sikloid için verilen Taşıma Matrisi yardımıyla sistemin çözümü yapılmış ve benzer şekilde problemin bilinmeyenleri bulunmuştur.

Elde edilen fonksiyon eğrileriyle çakışan daha kısa olan Yaklaşık Fonksiyonlar araştırılmış ve $\xi = x/l$ boyutsuz koordinatına bağılı Yaklaşık Fonksiyon eğrileri elde edilmiştir. Daha sonra elde edilen Yaklaşık Fonksiyonlar ile Kesin Fonksiyonların hemen hemen çakıştığı görülmüştür. Çalışma boyunca Mathematica, Latex, Windows Charisma ve Mathematica programları kullanılmıştır.

SUMMARY

THE ANALYSIS OF CYCLOIDAL RODS LOADED PERPENDICULAR TO ITS PLANE BY THE METHOD OF INITIAL VALUES

In this work the carry-over matrix for a bar of cycloidal axis is given. By the use of the carry-over matrix the behaviour of the bar under various loadings is investigated. The method used in this work is the method of initial values. The method readily gives the values of every unknown at every point. The degree of static indeterminacy brings no extra hardship and the discontinuities caused by singular loads are as easy to take into account as uniformly distributed loads. Since the program Mathematica gives the exponential of any matrix immediately, the solution is easily accessible.

As is known ([2],[3]) the governing equations of a plane bar loaded perpendicular to its plane are as follows:

$$\begin{aligned}\frac{du_b}{d\varphi} + \rho\Omega_n &= 0 \\ \frac{d\Omega_t}{d\varphi} - \Omega_n - \frac{\rho}{D_t}M_t &= 0 \\ \Omega_t + \frac{d\Omega_n}{d\varphi} - \rho\frac{M_n}{D_n} &= 0 \\ \frac{dM_t}{d\varphi} - M_n &= 0 \\ M_t + \frac{dM_n}{d\varphi} - \rho T_b &= 0 \\ \frac{dT_b}{d\varphi} &= 0\end{aligned}$$

Where M_t , M_n are torsion and bending moments, T_b is the shear force, u_b is the displacement perpendicular to the plane; Ω_t ve Ω_n are the rotations about the tangent and binormal; D_t ve D_n are torsional rigidity and bending rigidity.

If a rod is unloaded, the relations among the stress resultants at any point and initial values can be given by the components Y_{ij} of the carry-over matrix as follows:

$$\begin{bmatrix} u_b \\ \Omega_t \\ \Omega_n \\ M_t \\ M_n \\ T_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} & Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{b0} \\ \Omega_{t0} \\ \Omega_{n0} \\ M_{t0} \\ M_{n0} \\ T_{b0} \end{bmatrix}$$

For a cycloidal rod the curvature changes as

$$\rho = \rho_0 \cos \varphi$$

if the polar coordinates are used. The components of the carry-over matrix are computed as follows from [2].

$$\begin{aligned}
Y_{11} &= 1 \\
Y_{12} &= \frac{\rho_0 \sin(\varphi)^2}{2} \\
Y_{13} &= \frac{-(\rho_0 (2\varphi + \sin(2\varphi)))}{4} \\
Y_{14} &= \frac{\rho_0^2 (6\varphi - 6\sin\varphi + 3\sin(2\varphi) - 2\sin(3\varphi))}{36 D_n} \\
&\quad - \frac{\rho_0^2 (6\varphi - 15\sin\varphi + 3\sin(2\varphi) + \sin(3\varphi))}{36 D_t} \\
Y_{15} &= \frac{\rho_0^2 (-9 D_t + D_n \cos\varphi - 7 D_t \cos\varphi) \sin(\frac{\varphi}{2})^2}{9 D_n D_t} \\
&\quad + \frac{\rho_0^2 (-D_n \cos(2\varphi) - 2 D_t \cos(2\varphi)) \sin(\frac{\varphi}{2})^2}{9 D_n D_t} \\
Y_{16} &= \frac{12 \rho_0^3 \varphi + 9 \rho_0^3 \varphi \cos\varphi + 3 \rho_0^3 \varphi \cos(3\varphi)}{216 D_t} \\
&\quad + \frac{-21 \rho_0^3 \sin\varphi + 6 \rho_0^3 \sin(2\varphi) - 5 \rho_0^3 \sin(3\varphi)}{216 D_t} \\
&\quad - \frac{-24 \rho_0^3 \varphi - 18 \rho_0^3 \varphi \cos\varphi - 6 \rho_0^3 \varphi \cos(3\varphi)}{216 D_n} \\
&\quad + \frac{69 \rho_0^3 \sin\varphi - 12 \rho_0^3 \sin(2\varphi) + \rho_0^3 \sin(3\varphi)}{216 D_n} \\
Y_{21} &= 0 \\
Y_{22} &= \cos\varphi \\
Y_{23} &= \sin\varphi \\
Y_{24} &= \frac{\rho_0 (D_n - D_t + 2 D_n \cos\varphi + D_t \cos\varphi) \sin\varphi}{3 D_n D_t} \\
Y_{25} &= \frac{2 \rho_0 (D_n + 2 D_t + 2 D_n \cos\varphi + D_t \cos\varphi) \sin(\frac{\varphi}{2})^2}{3 D_n D_t} \\
Y_{26} &= \rho_0^2 \left(\frac{9 \varphi D_t - 6 \varphi D_n \cos(2\varphi) - 3 \varphi D_t \cos(2\varphi) - 4 D_n \sin\varphi}{36 D_n D_t} \right. \\
&\quad \left. + \frac{-8 D_t \sin\varphi + 5 D_n \sin(2\varphi) + D_t \sin(2\varphi)}{36 D_n D_t} \right) \\
Y_{31} &= 0 \\
Y_{32} &= -\sin\varphi \\
Y_{33} &= \cos\varphi \\
Y_{34} &= \frac{-2 \rho_0 (2 D_n + D_t + D_n \cos\varphi + 2 D_t \cos\varphi) \sin(\frac{\varphi}{2})^2}{3 D_n D_t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{35} &= \frac{\rho_0 (-D_n + D_t + D_n \cos \varphi + 2 D_t \cos \varphi) \sin \varphi}{3 D_n D_t} \\
Y_{36} &= \frac{-2 \rho_0^2 \cos \varphi}{9 D_n} - \frac{\rho_0^2 \cos \varphi}{9 D_t} + \frac{\rho_0^2 (4 \cos(2 \varphi) + 3 \varphi \sin(2 \varphi))}{36 D_t} \\
&\quad + \frac{\rho_0^2 (9 - \cos(2 \varphi) + 6 \varphi \sin(2 \varphi))}{36 D_n} \\
Y_{41} &= 0 \\
Y_{42} &= 0 \\
Y_{43} &= 0 \\
Y_{44} &= \cos \varphi \\
Y_{45} &= \sin \varphi \\
Y_{46} &= \frac{\rho_0 \varphi \sin \varphi}{2} \\
Y_{51} &= 0 \\
Y_{52} &= 0 \\
Y_{53} &= 0 \\
Y_{54} &= -\sin \varphi \\
Y_{55} &= \cos \varphi \\
Y_{56} &= \frac{\rho_0 (\varphi \cos \varphi + \sin \varphi)}{2} \\
Y_{61} &= 0 \\
Y_{62} &= 0 \\
Y_{63} &= 0 \\
Y_{64} &= 0 \\
Y_{65} &= 0 \\
Y_{66} &= 1
\end{aligned}$$

Having obtained the members of the carry-over matrix, a number of problems have been solved. The cross-section has been assumed to be a circle. The axis of the polar coordinate system passes through the apex of the cycloid. If the diameter of cross-section is D , then we have

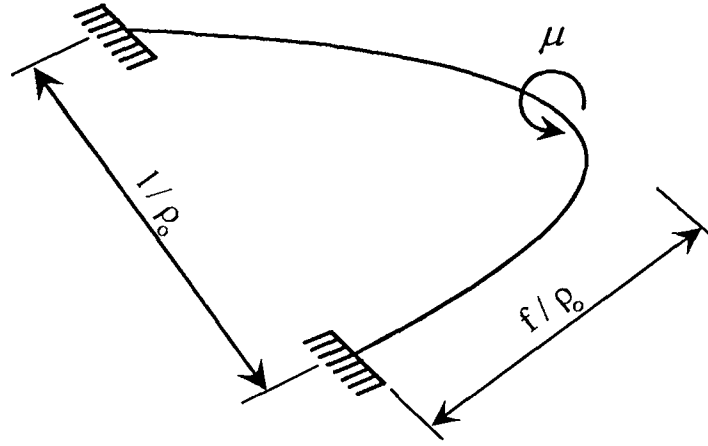
$$D_t = G \frac{\pi D^4}{32}, \quad D_n = E \frac{\pi D^4}{64}$$

where G is the shear modulus, E is the elasticity modulus. Here we denote the ratio of the rigidities by δ which is equal to

$$\delta = \frac{1}{1 + \nu}$$

where ν is Poisson ratio. For a rod loaded by a singular moment μ at the apex, the initial values at the apex are

$$T_{b0} = 0, \quad M_{t0} = \frac{\mu}{2}, \quad \Omega_{n0} = 0$$



and at the support $\varphi = \frac{\pi}{2}$ the boundary values are

$$u_b = 0 \quad , \quad \Omega_t = 0 \quad . \quad \Omega_n = 0$$

The unknown initial values can be obtained by using the boundary values given at the support. The non-dimensional quantities

$$\begin{aligned} T'_b &= T_b \frac{\rho_0}{\mu} \\ M'_t &= \frac{M_t}{\mu} \\ M'_n &= \frac{M_n}{\mu} \\ \Omega'_t &= \Omega_t \frac{D_n}{\mu \rho_0} \\ \Omega'_n &= \Omega_n \frac{D_n}{\mu \rho_0} \\ u'_b &= u_b \frac{D_n}{\mu \rho_0^2} \end{aligned}$$

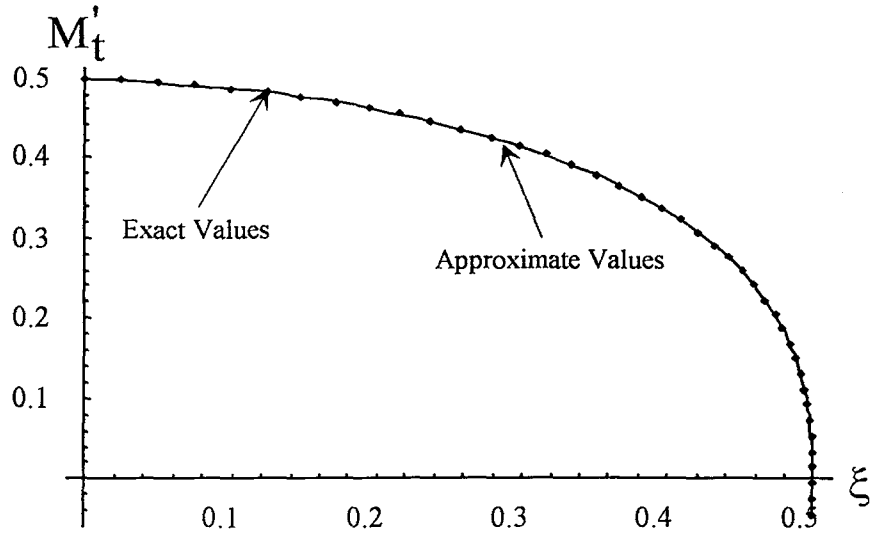
are used throughout. The computation proves to be tedious since the members of the carry-over matrix are quite complicated functions. To make it more amenable some polynomial expressions to replace exact expressions of members are searched. The approximate polynomials give very accurate results. This brought the generalization of the approximate polynomials to expressions depending on a parameter, namely ν . So, the polynomials are given in such parametric expressions that for a chosen ν an adequate approximation polynomial is obtainable. The actual expressions are given below:

$$\begin{aligned} M'_{ty} &= f_1[\nu] + f_2[\nu](0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} + f_3[\nu](0.5 - \xi) + f_4[\nu](0.5 - \xi)^2 \\ &+ f_5[\nu](0.5 - \xi)^3 + f_6[\nu](0.5 - \xi)^4 \\ M'_{ny} &= g_1[\nu] + g_2[\nu](0.5 - \xi)^{0.769231} + g_3[\nu](0.5 - \xi)^2 + g_4[\nu](0.5 - \xi)^3 \\ &+ g_5[\nu](0.5 - \xi)^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Omega'_{ty} &= h_1[\nu] + h_2[\nu] (-0.5 + \xi) + h_3[\nu] (-0.5 + \xi)^2 \\
&\quad + h_4[\nu] (-0.5 + \xi)^3 + h_5[\nu] (-0.5 + \xi)^4 \\
\Omega'_{ny} &= i_1[\nu] + i_2[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + i_3[\nu] (0.5 - \xi) \\
&\quad + i_4[\nu] (0.5 - \xi)^2 + i_5[\nu] (0.5 - \xi)^3 \\
u'_{by} &= j_1[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + j_2[\nu] (0.5 - \xi) \\
&\quad + j_3[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} + j_4[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}}
\end{aligned}$$

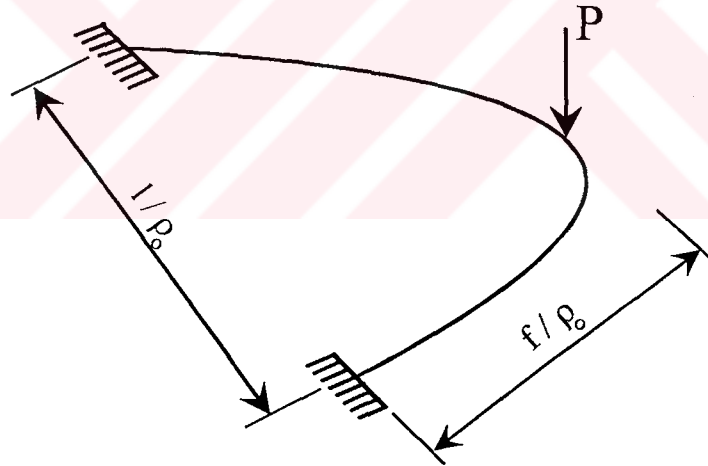
where

$$\begin{aligned}
f_1[\nu] &= -0.00010422 - 0.167424 \nu + 0.0536943 \nu^2 - 0.0127833 \nu^3 \\
f_2[\nu] &= 0.839022 + 0.0361136 \nu - 0.0115893 \nu^2 + 0.00275 \nu^3 \\
f_3[\nu] &= -0.2447 + 0.436736 \nu - 0.140091 \nu^2 + 0.0333667 \nu^3 \\
f_4[\nu] &= -0.160721 - 0.876242 \nu + 0.281168 \nu^2 - 0.0670833 \nu^3 \\
f_5[\nu] &= 0.0457752 + 1.81819 \nu - 0.583189 \nu^2 + 0.138917 \nu^3 \\
f_6[\nu] &= -0.144204 - 1.41041 \nu + 0.452457 \nu^2 - 0.107833 \nu^3 \\
g_1[\nu] &= -0.497154 - 0.0235738 \nu + 0.00757857 \nu^2 - 0.00183333 \nu^3 \\
g_2[\nu] &= 0.974523 - 0.876884 \nu + 0.281257 \nu^2 - 0.067 \nu^3 \\
g_3[\nu] &= -1.47285 + 6.1274 \nu - 1.96543 \nu^2 + 0.46825 \nu^3 \\
g_4[\nu] &= 4.16917 - 17.0663 \nu + 5.47446 \nu^2 - 1.3045 \nu^3 \\
g_5[\nu] &= -3.66198 + 15.6649 \nu - 5.02426 \nu^2 + 1.1965 \nu^3 \\
h_1[\nu] &= -0.0000194332 + 0.00274524 \nu + 0.00215157 \nu^2 - 0.000963917 \nu^3 \\
h_2[\nu] &= 1.16953 + 0.194824 \nu - 0.403179 \nu^2 + 0.0958333 \nu^3 \\
h_3[\nu] &= 0.339917 - 2.74505 \nu - 1.65021 \nu^2 + 0.39275 \nu^3 \\
h_4[\nu] &= 0.184447 - 6.0583 \nu - 3.61539 \nu^2 + 0.8605 \nu^3 \\
h_5[\nu] &= 0.365668 - 4.97314 \nu - 3.0479 \nu^2 + 0.726583 \nu^3 \\
i_1[\nu] &= 0.000348252 - 0.00016823 \nu - 8.92857 \cdot 10^{-8} \nu^2 + 8.33333 \cdot 10^{-8} \nu^3 \\
i_2[\nu] &= 1.37726 + 0.0704071 \nu + 0.0000714286 \nu^2 + 3.67761 \cdot 10^{-15} \nu^3 \\
i_3[\nu] &= -1.32376 + 0.131076 \nu + 0.000678571 \nu^2 - 0.000833333 \nu^3 \\
i_4[\nu] &= -0.519892 - 0.39585 \nu + 4.01103 \cdot 10^{-14} \nu^2 - 1.54425 \cdot 10^{-14} \nu^3 \\
i_5[\nu] &= -0.218581 - 0.06527 \nu + 1.22706 \cdot 10^{-14} \nu^2 - 3.27516 \cdot 10^{-15} \nu^3 \\
j_1[\nu] &= -0.0212921 + 0.014034 \nu - 8.92857 \cdot 10^{-6} \nu^2 + 8.33333 \cdot 10^{-6} \nu^3 \\
j_2[\nu] &= 0.137894 - 0.0501993 \nu + 7.14286 \cdot 10^{-6} \nu^2 - 2.88485 \cdot 10^{-15} \nu^3 \\
j_3[\nu] &= 0.349363 + 0.197201 \nu + 7.14286 \cdot 10^{-6} \nu^2 + 7.14706 \cdot 10^{-16} \nu^3 \\
j_4[\nu] &= -0.544926 - 0.186959 \nu + 7.14286 \cdot 10^{-6} \nu^2 - 1.24102 \cdot 10^{-14} \nu^3
\end{aligned}$$



The nondimensional exact and approximate torsional moments for $\nu = 0.3$

As a second problem, the rod fixed at both ends is loaded by a singular force at center. The cross-section is a circle again.



Here the initial values are

$$T_{b0} = P/2 \quad , \quad M_{t0} = 0 \quad , \quad \Omega_{n0} = 0$$

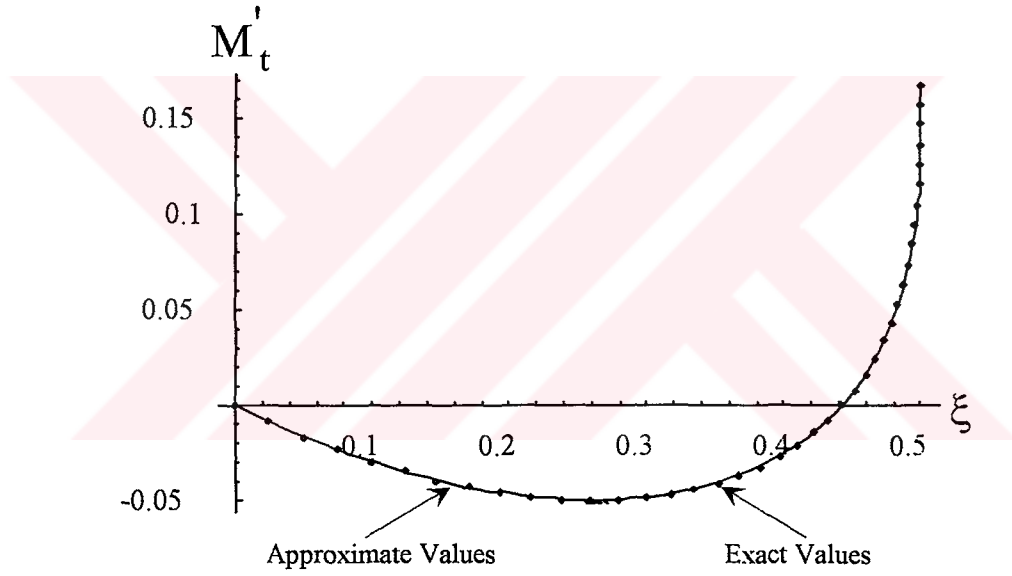
and the boundary conditions at the support are

$$u_b = 0 \quad , \quad \Omega_t = 0 \quad , \quad \Omega_n = 0$$

After obtaining the unknown initial values using boundary conditions, all of the unknowns of the problem are obtained. Again appropriate approximate polynomials for the members of the carry-over matrix are constructed and their adequacy is demonstrated.

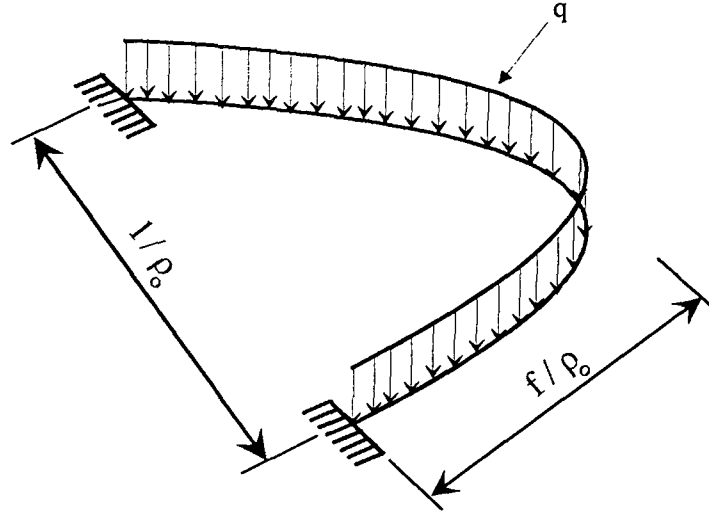
$$M'_{ty}[\xi] = 0.166638 - 0.411446(0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}}$$

$$\begin{aligned}
& - 0.187913 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} + 0.439658 (0.5 - \xi) \\
& + 0.239632 (0.5 - \xi)^2 + 0.132826 (0.5 - \xi)^5 \\
M'_{ny}[\xi] &= 0.249975 + 0.279149 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} \\
& - 1.05165 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} - 0.0788922 (0.5 - \xi) \\
& + 0.0345617 (0.5 - \xi)^3 \\
\Omega'_{ty}[\xi] &= 0.292009 - 0.321704 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} - 0.279224 \xi \\
& - 0.710495 \xi^2 + 0.587412 \xi^4 - 0.731745 \xi^6 \\
\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.0000281703 - 0.786625 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + 0.616909 (0.5 - \xi) \\
& + 0.76457 (0.5 - \xi)^2 - 0.256536 (0.5 - \xi)^3 \\
u'_{by}[\xi] &= -0.0000210361 + 0.0183551 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 0.0911131 (0.5 - \xi) \\
& - 0.24438 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} + 0.375556 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}}
\end{aligned}$$



The nondimensional exact and approximate torsional moments for $\nu = 0.3$

As a third problem, the rod fixed at both ends is loaded by uniformly distributed load. The cross-section is a circle again.



The initial values of the rod are

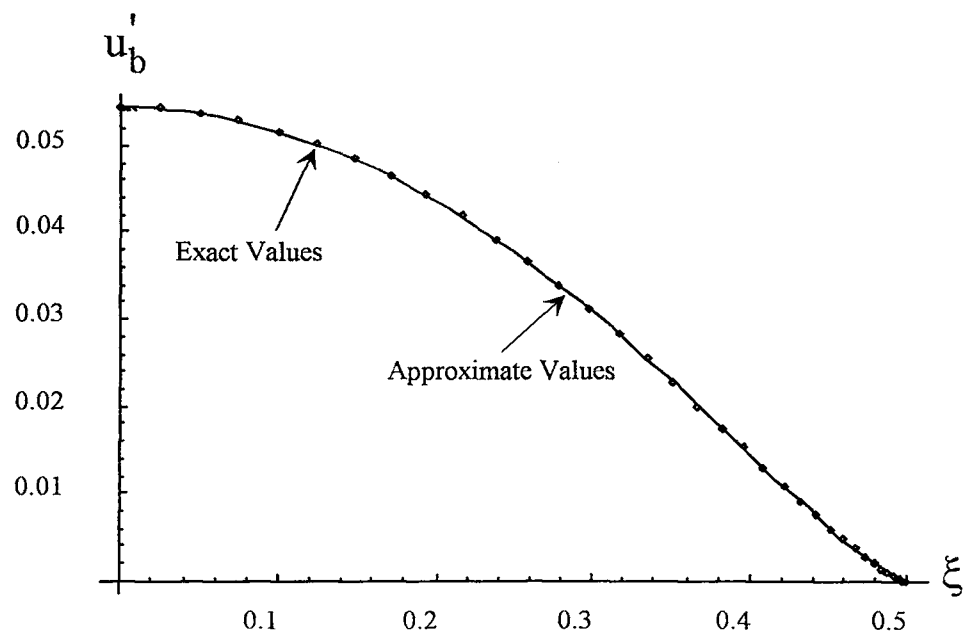
$$T_{b0} = 0 \quad , \quad M_{t0} = 0 \quad . \quad \Omega_{n0} = 0$$

and the boundary conditions at the support are

$$u_b = 0 \quad , \quad \Omega_t = 0 \quad . \quad \Omega_n = 0$$

As the problems solved before, all of the unknowns of the problems are obtained.

$$\begin{aligned} u'_{by}[\xi] &= 0.0545654 - 0.308988 \xi^2 + 0.194964 \xi^3 - 0.757078 \xi^5 \\ &\quad + 2.79669 \xi^7 \\ M'_{ty}[\xi] &= -0.482498 + 0.608706 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} + 0.513402 \xi + 0.366677 \xi^2 \\ &\quad - 0.512412 \xi^3 \\ M'_{ny}[\xi] &= 0.136239 - 0.853569 \xi^2 - 5.82782 \xi^3 + 19.4457 \xi^4 \\ &\quad - 24.1951 \xi^5 \\ \Omega'_{ty}[\xi] &= -0.321741 + 0.370188 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.304511 \xi + 0.648736 \xi^2 \\ &\quad + 0.464632 \xi^6 \\ \Omega'_{ny}[\xi] &= -0.365695 + 0.58025 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.854981 \xi - 0.732796 \xi^4 \\ &\quad - 1.0453 \xi^6 \\ T'_{by}[\xi] &= -1.10037 + 1.73837 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.0741179 \xi^2 + 2.48325 \xi^5 \end{aligned}$$



The nondimensional exact and approximate displacements for $\nu = 0.3$

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Yapı mekaniğinde en çok kullanılan taşıyıcı elemanlardan biri çubuktur. Literatürde değişken kesitli, keyfi eğrilik yarıçapına sahip çubukların yerdeğiştirmelerini ve kesit tesirlerini analitik olarak veren ve uygulanması kolay olan bir yöntem yoktur. Başlangıç değeri yöntemi ; çubuğun başlangıçtaki yerdeğiştirmelerinin ve kesit tesirlerinin bilinmesi halinde, tüm çubuk boyunca yerdeğiştirmelerin ve kesit tesirlerinin analitik olarak hesaplanabilmesini sağlayan bir yöntemdir. Yöntemin bir başka üstünlüğü ise problemin çözümünde çubuğun hiperstatiklik derecesinin yüksek olmasının ilave bir zorluk getirmemesidir. Kendi düzleminde yüklü dairesel çubukların başlangıç değeri yöntemiyle analitik çözümü [1] de verilmiştir. Bu çalışmada çubuk eksen eğrisi sikloid olan çubuğa ait taşıma matrisi verilmiş ve enkesiti daire olan çubuk için üç farklı yüklemeye ait problemler çözülmüştür.

BÖLÜM 2

TEMEL DENKLEMLER

Kendi düzlemine dik yüklü, değişken kesitli, düzlem çubuğa ait temel denklemler

$$\frac{du_b}{d\varphi} + \rho\Omega_n = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{d\Omega_t}{d\varphi} - \Omega_n - \rho\frac{M_t}{D_t} = 0 \quad (2.2)$$

$$\Omega_t + \frac{d\Omega_n}{d\varphi} - \rho\frac{M_n}{D_n} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{dM_t}{d\varphi} - M_n = 0 \quad (2.4)$$

$$M_t + \frac{dM_n}{d\varphi} - \rho T_b = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{dT_b}{d\varphi} = 0 \quad (2.6)$$

şeklindedir [2-5]. Yukarıda M_t , M_n , T_b kesit tesiri bileşenlerini, u_b binormal doğrultudaki yerdeğiştirmeyi, Ω_t ve Ω_n teğet ve normal etrafındaki dönmeleri göstermektedir. Burada D_t ve D_n burulma ve eğilme rijitlikleri, ρ eğrilik yarıçapıdır.

Düzlemine dik yüklerle yüklü çubuğa ait genel taşıma matrisi [2] de verilmiştir. En genel halde eğrilik yarıçapı $\rho(u)$ olan bir düzlem eğrinin parametrik denklemleri aşağıdaki şekildedir:

$$x[t] = \int_0^t \rho(u) \cos(u) du \quad (2.7)$$

$$y[t] = - \int_0^t \rho(u) \sin(u) du \quad (2.8)$$

Sikloid bir dairenin düz bir çizgi üzerinde yuvarlanmasıyla üzerindeki P gibi bir noktanın çiziceği eğriye denir (Şekil 2.1). Sikloid eksen eğrisinin denklemi

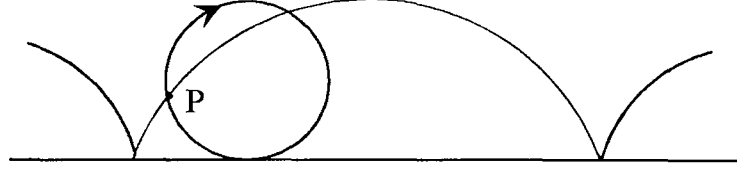
$$\rho = \rho_0 \cos \varphi \quad (2.9)$$

şeklindedir. Özel olarak sikloidin parametrik denklemleri (2.7) ve (2.8) denklemlerinde (2.9) bağıntısının yerleştirilmesiyle

$$x[\varphi] = \frac{\rho_0 (2\varphi + \sin(2\varphi))}{4} \quad (2.10)$$

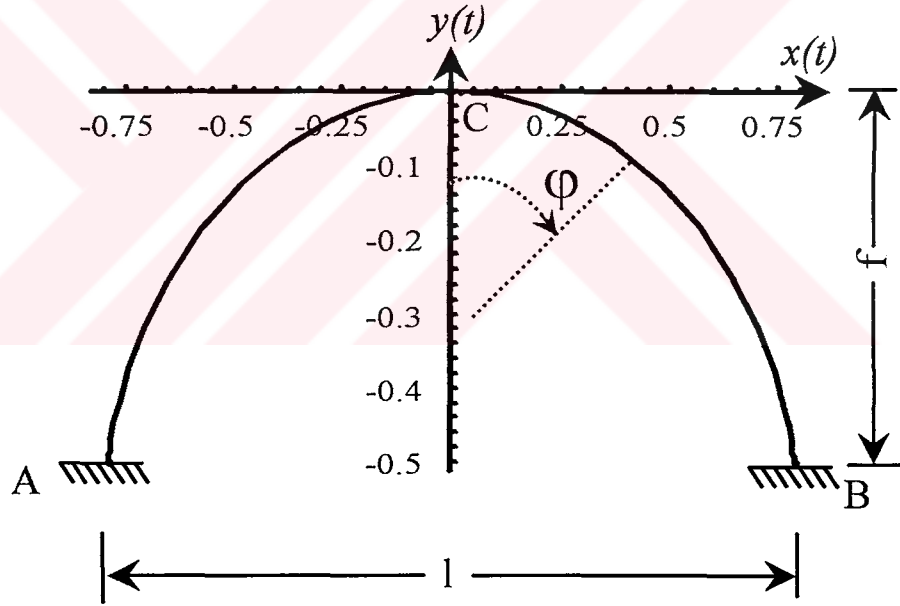
$$y[\varphi] = \frac{\rho_0 (-1 + \cos^2(\varphi))}{2} \quad (2.11)$$

olarak bulunur. [2] de verilen genel taşıma matrisinde (2.9) yerleştirilirse sikloide ait taşıma matrisi elde edilir. $\mathbf{Y}$ ile gösterilecek olan bu matrisin $\mathbf{Y}_{ij}$ elemanları aşağıda verilmiştir:



Şekil 2.1

Bu çalışmada kullanılacak olan eksen takımı ve φ açısı aşağıda belirtildiği gibidir.



Şekil 2.2

$$Y_{11} = 1 \quad (2.12)$$

$$Y_{12} = \frac{\rho_0 \sin(\varphi)^2}{2} \quad (2.13)$$

$$Y_{13} = \frac{-(\rho_0 (2\varphi + \sin(2\varphi)))}{4} \quad (2.14)$$

$$Y_{14} = \frac{\rho_0^2 (6\varphi - 6\sin\varphi + 3\sin(2\varphi) - 2\sin(3\varphi))}{36 D_n}$$

$$- \frac{\rho_0^2 (6\varphi - 15 \sin \varphi + 3 \sin(2\varphi) + \sin(3\varphi))}{36 D_t} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} Y_{15} &= \frac{\rho_0^2 (-9 D_t + D_n \cos \varphi - 7 D_t \cos \varphi) \sin(\frac{\varphi}{2})^2}{9 D_n D_t} \\ &+ \frac{\rho_0^2 (-D_n \cos(2\varphi) - 2 D_t \cos(2\varphi)) \sin(\frac{\varphi}{2})^2}{9 D_n D_t} \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} Y_{16} &= \frac{12 \rho_0^3 \varphi + 9 \rho_0^3 \varphi \cos \varphi + 3 \rho_0^3 \varphi \cos(3\varphi)}{216 D_t} \\ &+ \frac{-21 \rho_0^3 \sin \varphi + 6 \rho_0^3 \sin(2\varphi) - 5 \rho_0^3 \sin(3\varphi)}{216 D_t} \\ &- \frac{-24 \rho_0^3 \varphi - 18 \rho_0^3 \varphi \cos \varphi - 6 \rho_0^3 \varphi \cos(3\varphi)}{216 D_n} \\ &+ \frac{69 \rho_0^3 \sin \varphi - 12 \rho_0^3 \sin(2\varphi) + \rho_0^3 \sin(3\varphi)}{216 D_n} \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$Y_{21} = 0 \quad (2.18)$$

$$Y_{22} = \cos \varphi \quad (2.19)$$

$$Y_{23} = \sin \varphi \quad (2.20)$$

$$Y_{24} = \frac{\rho_0 (D_n - D_t + 2 D_n \cos \varphi + D_t \cos \varphi) \sin \varphi}{3 D_n D_t} \quad (2.21)$$

$$Y_{25} = \frac{2 \rho_0 (D_n + 2 D_t + 2 D_n \cos \varphi + D_t \cos \varphi) \sin(\frac{\varphi}{2})^2}{3 D_n D_t} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} Y_{26} &= \rho_0^2 \left(\frac{9 \varphi D_t - 6 \varphi D_n \cos(2\varphi) - 3 \varphi D_t \cos(2\varphi) - 4 D_n \sin \varphi}{36 D_n D_t} \right. \\ &\left. + \frac{-8 D_t \sin \varphi + 5 D_n \sin(2\varphi) + D_t \sin(2\varphi)}{36 D_n D_t} \right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$Y_{31} = 0 \quad (2.24)$$

$$Y_{32} = -\sin \varphi \quad (2.25)$$

$$Y_{33} = \cos \varphi \quad (2.26)$$

$$Y_{34} = \frac{-2 \rho_0 (2 D_n + D_t + D_n \cos \varphi + 2 D_t \cos \varphi) \sin(\frac{\varphi}{2})^2}{3 D_n D_t} \quad (2.27)$$

$$Y_{35} = \frac{\rho_0 (-D_n + D_t + D_n \cos \varphi + 2 D_t \cos \varphi) \sin \varphi}{3 D_n D_t} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} Y_{36} &= \frac{-2 \rho_0^2 \cos \varphi}{9 D_n} - \frac{\rho_0^2 \cos \varphi}{9 D_t} + \frac{\rho_0^2 (4 \cos(2\varphi) + 3 \varphi \sin(2\varphi))}{36 D_t} \\ &+ \frac{\rho_0^2 (9 - \cos(2\varphi) + 6 \varphi \sin(2\varphi))}{36 D_n} \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$Y_{41} = 0 \quad (2.30)$$

$$Y_{42} = 0 \quad (2.31)$$

$$Y_{43} = 0 \quad (2.32)$$

$$Y_{44} = \cos \varphi \quad (2.33)$$

$$Y_{45} = \sin \varphi \quad (2.34)$$

$$Y_{46} = \frac{\rho_0 \varphi \sin \varphi}{2} \quad (2.35)$$

$$Y_{51} = 0 \quad (2.36)$$

$$Y_{52} = 0 \quad (2.37)$$

$$Y_{53} = 0 \quad (2.38)$$

$$Y_{54} = -\sin \varphi \quad (2.39)$$

$$Y_{55} = \cos \varphi \quad (2.40)$$

$$Y_{56} = \frac{\rho_0 (\varphi \cos \varphi + \sin \varphi)}{2} \quad (2.41)$$

$$Y_{61} = 0 \quad (2.42)$$

$$Y_{62} = 0 \quad (2.43)$$

$$Y_{63} = 0 \quad (2.44)$$

$$Y_{64} = 0 \quad (2.45)$$

$$Y_{65} = 0 \quad (2.46)$$

$$Y_{66} = 1 \quad (2.47)$$

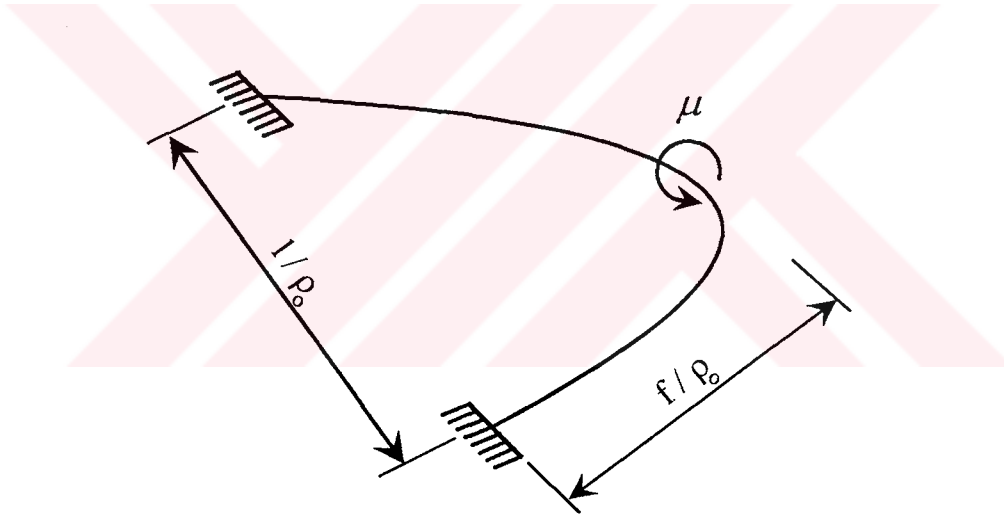
Yüksüz çubukta herhangi bir noktadaki büyüklüklerle başlangıç değerleri arasındaki bağıntı aşağıdaki gibidir:

$$\begin{bmatrix} u_b \\ \Omega_t \\ \Omega_n \\ M_t \\ M_n \\ T_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} & Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{b0} \\ \Omega_{t0} \\ \Omega_{n0} \\ M_{t0} \\ M_{n0} \\ T_{b0} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

BÖLÜM 3

ORTASINDAN BURULMA MOMENTİYLE YÜKLÜ İKİ UCU ANKASTRE SİKLOİD KEMER

İlk örnek olarak, (Şekil 3.1)'de görülen iki ucu mafsallı, orta noktasından $M_t = \mu$ burulma momenti ile yüklü sikloid eksenli kemer çözülmüştür [3]. Kemer enkesitinin daire olduğu ve koordinat merkezinin tepe noktası olduğu varsayılmıştır. $\rho_0 = 4a$ olarak seçilirse $f = 2a$ ve $l = 2\pi a$ bulunur.



Şekil 3.1

Bu durumda

$$D_t = G \frac{\pi D^4}{32}, \quad D_n = E \frac{\pi D^4}{64} \quad (3.1)$$

olur. $\delta = D_t / D_n$ tanımı yapılırsa

$$\delta = \frac{2G}{E} \quad (3.2)$$

olur. Bilindiği gibi

$$E = 2(1 + \nu)G \quad (3.3)$$

dir. Dolayısıyla

$$\delta = \frac{1}{1 + \nu} \quad (3.4)$$

sonucuna varılır. Şekildeki kemerin sınır şartları $\varphi = 0$ için:

$$T_{b0} = 0 \quad , \quad M_{t0} = \frac{\mu}{2} \quad , \quad \Omega_{n0} = 0 \quad (3.5)$$

dir. $\varphi = \frac{\pi}{2}$ mesnedinde ise:

$$u_b = 0 \quad , \quad \Omega_t = 0 \quad . \quad \Omega_n = 0$$

olacak şekilde tam ankastre olarak kabul edilmiştir. Yukarıda verilen sınır şartları yardımıyla diğer başlangıç değerleri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$u_{b0} = \frac{2\mu(-8D_n + 14D_t + 3D_n\pi - 3D_t\pi)}{D_n D_t} \quad (3.7)$$

$$\Omega_{t0} = \frac{-2(D_n^2 + 7D_n D_t + D_t^2)\mu}{D_n D_t (D_n + 2D_t)} \quad (3.8)$$

$$M_{n0} = \frac{-(D_n - D_t)\mu}{2(D_n + 2D_t)} \quad (3.9)$$

Problemın çözümüne kolaylık getirmesi amacıyla temel denklemler üzerinde aşağıdaki şekilde boyutsuzlaştırmalar yapılmıştır:

$$T'_b = T_b \frac{\rho_0}{\mu} \quad (3.10)$$

$$M'_t = \frac{M_t}{\mu} \quad (3.11)$$

$$M'_n = \frac{M_n}{\mu} \quad (3.12)$$

$$\Omega'_t = \Omega_t \frac{D_n}{\mu \rho_0} \quad (3.13)$$

$$\Omega'_n = \Omega_n \frac{D_n}{\mu \rho_0} \quad (3.14)$$

$$u'_b = u_b \frac{D_n}{\mu \rho_0^2} \quad (3.15)$$

Yukarıdaki ifadelerde T'_b boyutsuz kesme kuvvetini, M'_n boyutsuz eğilme momentini, M'_t boyutsuz burulma momentini, Ω'_t ve Ω'_n teğet ve normal etrafındaki

boyutsuz dönme açılarını , u'_b binormal doğrultudaki boyutsuz yerdeğiştirmeyi göstermektedir.

Bu durumda öncelikle (2.6) denkleminde T'_b bilinmeyeninin bir sabit olduğu açıkça görülmektedir. Diğer bilinmeyenler $(M'_n, M'_t, \Omega'_t, \Omega'_n, u'_b)$ (2.48) yardımıyla aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$M'_t[\varphi] = \frac{\cos \varphi}{2} + \frac{\sin \varphi}{4} - \frac{3 \sin \varphi}{4 + 8 \delta} \quad (3.16)$$

$$M'_n[\varphi] = \frac{\cos \varphi}{4} - \frac{3 \cos \varphi}{4 + 8 \delta} - \frac{\sin \varphi}{2} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_t[\varphi] = & \left(\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right)^2 \left(1 - 2 \delta + \delta^2 \right. \\ & - 2 \cos \varphi - 5 \delta \cos \varphi - 2 \delta^2 \cos \varphi \\ & \left. + 2 \sin \varphi - \delta \sin \varphi - \delta^2 \sin \varphi \right) / (6 \delta + 12 \delta^2) \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_n[\varphi] = & \left(\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right)^2 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right. \\ & \left. + 2 \delta \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) + \delta \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right) / (3 \delta) \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} u'_b[\varphi] = & \left(-10 + 7 \delta - 6 \varphi + 6 \delta \varphi + 3 \pi - 3 \delta \pi - 3 \cos \varphi \right. \\ & + 3 \delta \cos \varphi + 6 \cos(2 \varphi) + 3 \delta \cos(2 \varphi) - \cos(3 \varphi) \\ & + \delta \cos(3 \varphi) + 15 \sin \varphi - 6 \delta \sin \varphi - 3 \sin(2 \varphi) \\ & \left. + 3 \delta \sin(2 \varphi) - \sin(3 \varphi) - 2 \delta \sin(3 \varphi) \right) / (72 \delta) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Elde edilen bu fonksiyonlarda $\nu = 0.3$ seçilirse (3.4) yardımıyla $\delta = 1/1.3$ olarak bulunur. Aşağıda δ 'nın bu değeri için fonksiyonlar bulunmuştur:

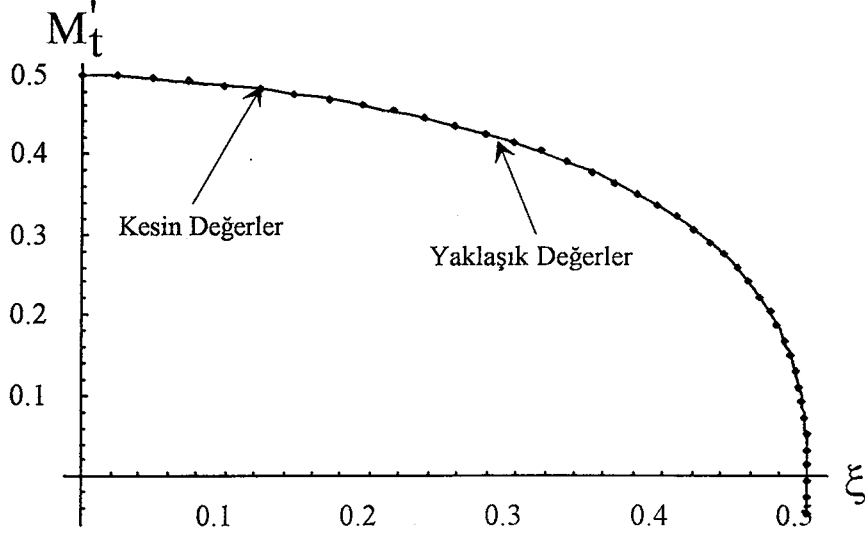
$$M'_t[\varphi] = 0.5 \cos \varphi - 0.0454545 \sin \varphi \quad (3.21)$$

Yukarıda verilen formül ile belli bir x koordinatındaki burulma momenti hesaplanmak istenirse, (2.10) kullanılarak tatonmanla x koordinatına karşı gelen φ açısı hesaplanır ve (3.21)'de yerine yazılır. Ancak bu işlem oldukça uzun ve yorucudur. Bu güçlüğü ortadan kaldırmak için (3.22)'de boyutsuz burulma momentinin ($\xi = x/l$) boyutsuz koordinatına göre değişimi yaklaşık bir formülle ($M'_{ty}(\xi)$) verilmiştir. Bu işlem problemin diğer bilinmeyenleri içinde yapılmıştır.

(Şekil 3.2)'de noktalarla gösterilen kesin değerler M'_t ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler M'_{ty} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$M'_{ty}[\xi] = -0.0458432 + 0.848887 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} - 0.125388 (0.5 - \xi)$$

$$\begin{aligned}
& - 0.400096 (0.5 - \xi)^2 + 0.542488 (0.5 - \xi)^3 \\
& - 0.52951 (0.5 - \xi)^4
\end{aligned} \tag{3.22}$$

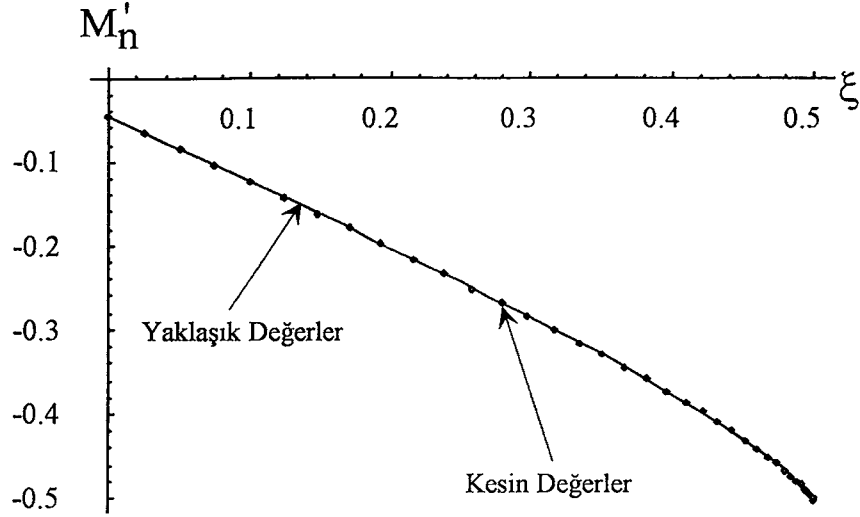


Şekil 3.2: Kesin ve yaklaşık boyutsuz burulma momentleri

$$M'_n[\varphi] = -0.0454545 \cos \varphi - 0.5 \sin \varphi \tag{3.23}$$

(Şekil 3.3)'de noktalarla gösterilen kesin değerler M'_n ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler M'_{ny} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}
M'_{ny}[\xi] &= -0.503593 + 0.734966 (0.5 - \xi)^{0.769231} + 0.201096 (0.5 - \xi)^2 \\
&- 0.49317 (0.5 - \xi)^3 + 0.617534 (0.5 - \xi)^4
\end{aligned} \tag{3.24}$$

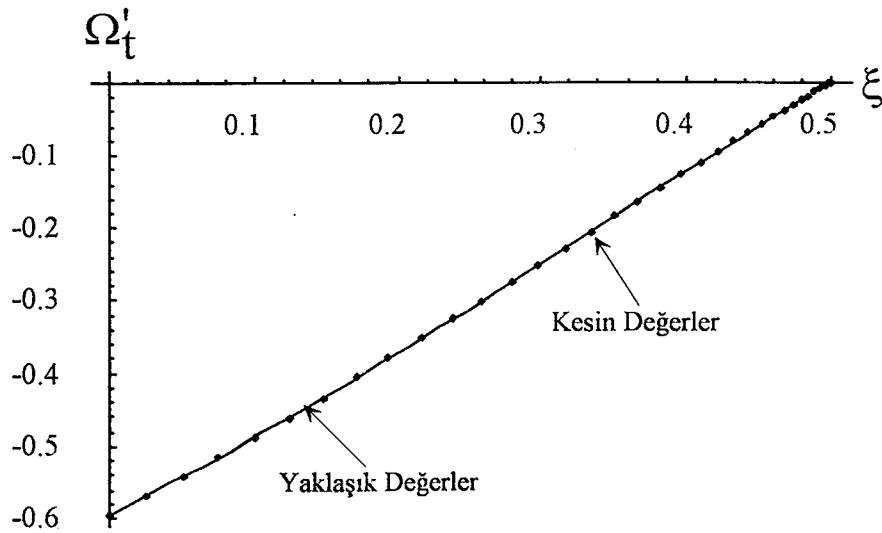


Şekil 3.3: Kesin ve yaklaşık boyutsuz eğilme momentleri

$$\begin{aligned}\Omega'_t[\varphi] = & -0.0227273 - 0.6 \cos \varphi + 0.0272727 \cos(2\varphi) \\ & + 0.05 \sin \varphi + 0.3 \sin(2\varphi)\end{aligned}\quad (3.25)$$

(Şekil 3.4)'de noktalarla gösterilen kesin değerler Ω'_t ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler Ω'_{ty} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] = & 0.000971218 + 1.19428 (-0.5 + \xi) - 0.621537 (-0.5 + \xi)^2 \\ & - 1.93525 (-0.5 + \xi)^3 - 1.38101 (-0.5 + \xi)^4\end{aligned}\quad (3.26)$$

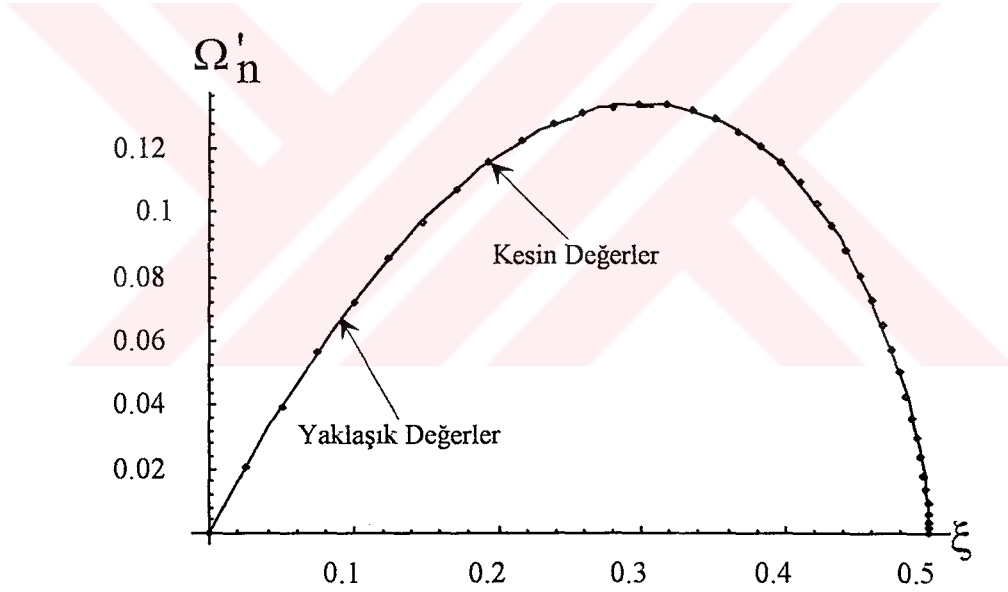


Şekil 3.4: Kesin ve yaklaşık teğet etrafındaki boyutsuz dönmeler

$$\begin{aligned}\Omega'_n[\varphi] &= -0.325 + 0.05 \cos \varphi + 0.275 \cos(2\varphi) \\ &+ 0.6 \sin \varphi - 0.025 \sin(2\varphi)\end{aligned}\quad (3.27)$$

(Şekil 3.5)'de noktalarla gösterilen kesin değerler Ω'_n ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler Ω'_{ny} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.000297777 + 1.39839(0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.2844(0.5 - \xi) \\ &- 0.638647(0.5 - \xi)^2 - 0.238162(0.5 - \xi)^3\end{aligned}\quad (3.28)$$

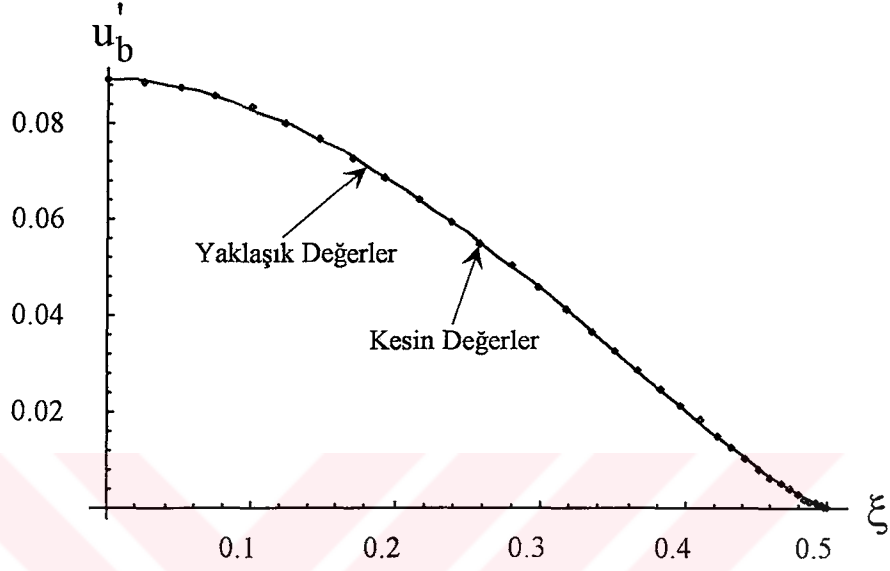


Şekil 3.5: Kesin ve yaklaşık normal etrafındaki boyutsuz dönmeler

$$\begin{aligned}u'_b[\varphi] &= -0.0833333 - 0.025 \varphi + 0.0125 \pi - 0.0125 \cos \varphi \\ &+ 0.15 \cos(2\varphi) - 0.00416667 \cos(3\varphi) + 0.1875 \sin \varphi \\ &- 0.0125 \sin(2\varphi) - 0.0458333 \sin(3\varphi)\end{aligned}\quad (3.29)$$

(Şekil 3.6)'da noktalarla gösterilen kesin değerler u'_b ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler u'_{by} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}
 u'_{by}[\xi] = & -0.0170825 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + 0.122835 (0.5 - \xi) \\
 & + 0.408524 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} - 0.601013 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}}
 \end{aligned} \tag{3.30}$$



Şekil 3.6: Kesin ve yaklaşık binormal etrafındaki boyutsuz yerdeğiştirmeler

BÖLÜM 4

YAKLAŞIK FONKSİYONLAR

Yukarıda $\nu = 0.3$ için $M'_n, M'_t, \Omega'_t, \Omega'_n, u'_b$ değerlerine karşı gelen Kesin ve Yaklaşık Fonksiyonlar elde edilmiş ve diyagramlar verilmiştir. Yaklaşık fonksiyonların kesin değerlerle hemen hemen çakıştığı diyagramlardan kolayca görülebilir. Aşağıda ν oranının çeşitli değerleri için yaklaşık fonksiyonlar verilmiştir. Bu yaklaşık fonksiyonlarda kesin sonuçlarla hemen hemen çakışmaktadır.

$$\underline{\nu = 0.1}$$

$$\begin{aligned} M'_{ty}[\xi] &= -0.0163223 + 0.84252 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} - 0.202394 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.2456 (0.5 - \xi)^2 + 0.2219 (0.5 - \xi)^3 \\ &\quad - 0.280827 (0.5 - \xi)^4 \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} M'_{ny}[\xi] &= -0.499437 + 0.889581 (0.5 - \xi)^{0.769231} - 0.879301 (0.5 - \xi)^2 \\ &\quad + 2.51599 (0.5 - \xi)^3 - 2.14455 (0.5 - \xi)^4 \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_{ty}[\xi] &= 0.000275553 + 1.18508 (-0.5 + \xi) + 0.049299 (-0.5 + \xi)^2 \\ &\quad - 0.456686 (-0.5 + \xi)^3 - 0.161405 (-0.5 + \xi)^4 \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_{ny}[\xi] &= 0.000331428 + 1.3843 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.31065 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.559477 (0.5 - \xi)^2 - 0.225108 (0.5 - \xi)^3 \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} u'_{by}[\xi] &= -0.0198888 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + 0.132874 (0.5 - \xi) \\ &\quad + 0.369083 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} - 0.563622 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\underline{\nu = 0.2}$$

$$\begin{aligned} M'_{ty}[\xi] &= -0.031544 + 0.845803 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} - 0.162688 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.325262 (0.5 - \xi)^2 + 0.387203 (0.5 - \xi)^3 \\ &\quad - 0.409054 (0.5 - \xi)^4 \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} M'_{ny}[\xi] &= -0.50158 + 0.809858 (0.5 - \xi)^{0.769231} - 0.322222 (0.5 - \xi)^2 \\ &\quad + 0.964393 (0.5 - \xi)^3 - 0.720351 (0.5 - \xi)^4 \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= 0.000608323 + 1.19314 (-0.5 + \xi) - 0.271942 (-0.5 + \xi)^2 \\ &\quad - 1.16491 (-0.5 + \xi)^3 - 0.745033 (-0.5 + \xi)^4\end{aligned}\quad (4.8)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.000314603 + 1.39134 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.29753 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.599062 (0.5 - \xi)^2 - 0.231635 (0.5 - \xi)^3\end{aligned}\quad (4.9)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= -0.0184856 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + 0.127854 (0.5 - \xi) \\ &\quad + 0.388803 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} - 0.582318 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}}\end{aligned}\quad (4.10)$$

$$\underline{\nu = 0.3}$$

$$\begin{aligned}M'_{ty}[\xi] &= -0.0458432 + 0.848887 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} - 0.125388 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.400096 (0.5 - \xi)^2 + 0.542488 (0.5 - \xi)^3 \\ &\quad - 0.52951 (0.5 - \xi)^4\end{aligned}\quad (4.11)$$

$$\begin{aligned}M'_{ny}[\xi] &= -0.503593 + 0.734966 (0.5 - \xi)^{0.769231} + 0.201096 (0.5 - \xi)^2 \\ &\quad - 0.49317 (0.5 - \xi)^3 + 0.617534 (0.5 - \xi)^4\end{aligned}\quad (4.12)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= 0.000971218 + 1.19428 (-0.5 + \xi) - 0.621537 (-0.5 + \xi)^2 \\ &\quad - 1.93525 (-0.5 + \xi)^3 - 1.38101 (-0.5 + \xi)^4\end{aligned}\quad (4.13)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.000297777 + 1.39839 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.2844 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.638647 (0.5 - \xi)^2 - 0.238162 (0.5 - \xi)^3\end{aligned}\quad (4.14)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= -0.0170825 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + 0.122835 (0.5 - \xi) \\ &\quad + 0.408524 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} - 0.601013 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}}\end{aligned}\quad (4.15)$$

$$\underline{\nu = 0.4}$$

$$\begin{aligned}M'_{ty}[\xi] &= -0.0593013 + 0.851789 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} - 0.0902831 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.470527 (0.5 - \xi)^2 + 0.688638 (0.5 - \xi)^3 \\ &\quad - 0.642879 (0.5 - \xi)^4\end{aligned}\quad (4.16)$$

$$\begin{aligned}M'_{ny}[\xi] &= -0.505488 + 0.66448 (0.5 - \xi)^{0.769231} + 0.693629 (0.5 - \xi)^2 \\ &\quad - 1.86499 (0.5 - \xi)^3 + 1.87672 (0.5 - \xi)^4\end{aligned}\quad (4.17)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= 0.00136158 + 1.18909 (-0.5 + \xi) - 0.996983 (-0.5 + \xi)^2 \\ &\quad - 2.76223 (-0.5 + \xi)^3 - 2.06472 (-0.5 + \xi)^4\end{aligned}\quad (4.18)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.000280951 + 1.40543 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.27128 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.678232 (0.5 - \xi)^2 - 0.244689 (0.5 - \xi)^3\end{aligned}\quad (4.19)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= -0.0156794 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + 0.117815 (0.5 - \xi) \\ &\quad + 0.428244 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} - 0.619709 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}}\end{aligned}\quad (4.20)$$

$$\nu = 0.5$$

$$\begin{aligned} M'_{ty}[\xi] &= -0.0719903 + 0.854525 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} - 0.0571838 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.536935 (0.5 - \xi)^2 + 0.826437 (0.5 - \xi)^3 \\ &\quad - 0.749771 (0.5 - \xi)^4 \end{aligned} \quad (4.21)$$

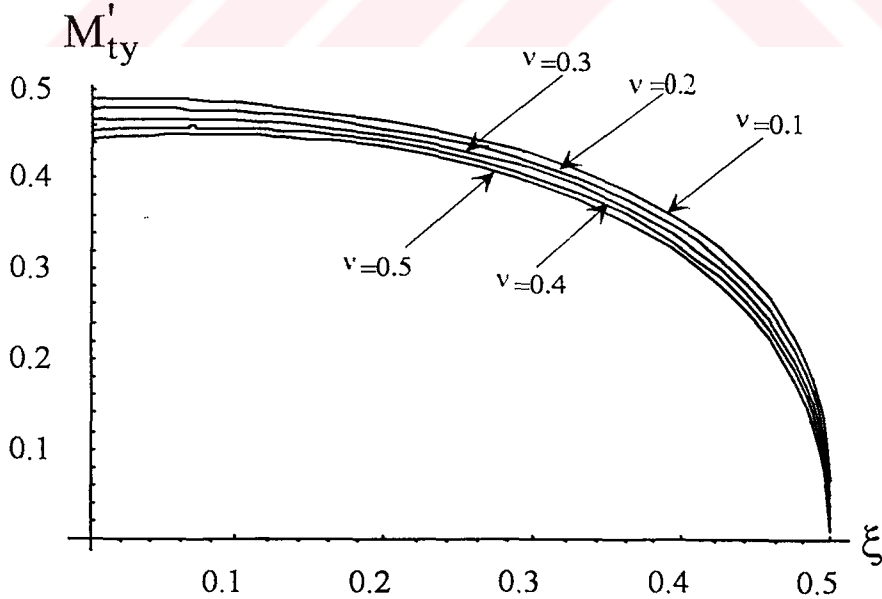
$$\begin{aligned} M'_{ny}[\xi] &= -0.507275 + 0.598021 (0.5 - \xi)^{0.769231} + 1.15802 (0.5 - \xi)^2 \\ &\quad - 3.15843 (0.5 - \xi)^3 + 3.06395 (0.5 - \xi)^4 \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_{ty}[\xi] &= 0.00177705 + 1.17813 (-0.5 + \xi) - 1.39607 (-0.5 + \xi)^2 \\ &\quad - 3.641 (-0.5 + \xi)^3 - 2.79206 (-0.5 + \xi)^4 \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_{ny}[\xi] &= 0.000264125 + 1.41248 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.25816 (0.5 - \xi) \\ &\quad - 0.717817 (0.5 - \xi)^2 - 0.251216 (0.5 - \xi)^3 \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} u'_{by}[\xi] &= -0.0142763 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + 0.112796 (0.5 - \xi) \\ &\quad + 0.447965 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} - 0.638404 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için M'_{ty} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 4.1)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.1: Çeşitli ν değerleri için M'_{ty} fonksiyonları

M'_{ty} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$M'_{ty} = f_1[\nu] + f_2[\nu](0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} + f_3[\nu](0.5 - \xi) + f_4[\nu](0.5 - \xi)^2 + f_5[\nu](0.5 - \xi)^3 + f_6[\nu](0.5 - \xi)^4 \quad (4.26)$$

Yukarıda M'_{ty} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangibi ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (4.26) da yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$f_1[\nu] = -0.00010422 - 0.167424 \nu + 0.0536943 \nu^2 - 0.0127833 \nu^3 \quad (4.27)$$

$$f_2[\nu] = 0.839022 + 0.036114 \nu - 0.011589 \nu^2 + 0.00275 \nu^3 \quad (4.28)$$

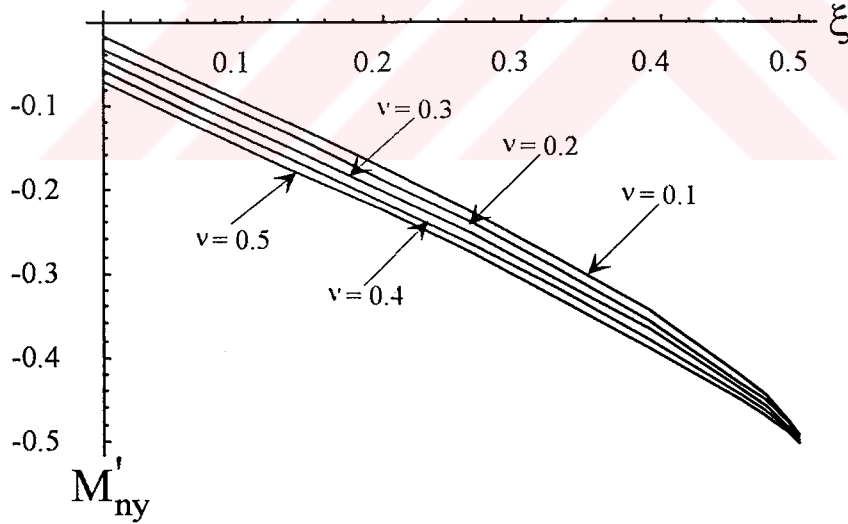
$$f_3[\nu] = -0.2447 + 0.436736 \nu - 0.140091 \nu^2 + 0.0333667 \nu^3 \quad (4.29)$$

$$f_4[\nu] = -0.160721 - 0.876242 \nu + 0.281168 \nu^2 - 0.0670833 \nu^3 \quad (4.30)$$

$$f_5[\nu] = 0.0457752 + 1.81819 \nu - 0.583189 \nu^2 + 0.138917 \nu^3 \quad (4.31)$$

$$f_6[\nu] = -0.144204 - 1.41041 \nu + 0.452457 \nu^2 - 0.107833 \nu^3 \quad (4.32)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için M'_{ny} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 4.2)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.2: Çeşitli ν değerleri için M'_{ny} fonksiyonları

M'_{ny} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$M'_{ny} = g_1[\nu] + g_2[\nu](0.5 - \xi)^{0.769231} + g_3[\nu](0.5 - \xi)^2 + g_4[\nu](0.5 - \xi)^3 + g_5[\nu](0.5 - \xi)^4 \quad (4.33)$$

Yukarıda M'_{ny} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangibi ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (4.33) de yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$g_1[\nu] = -0.497154 - 0.023574 \nu + 0.0075786 \nu^2 - 0.001833 \nu^3 \quad (4.34)$$

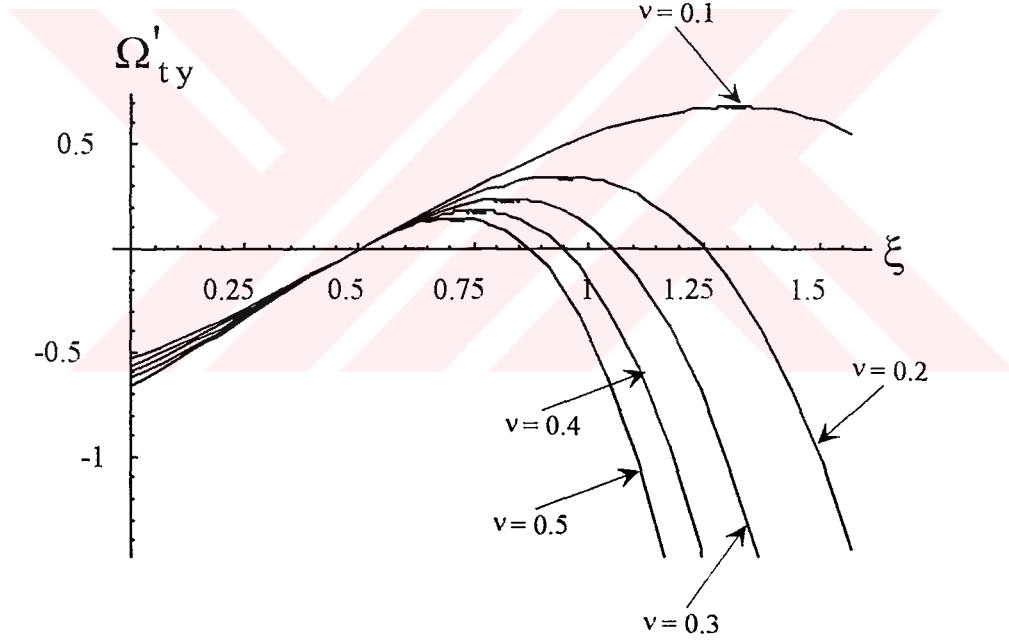
$$g_2[\nu] = 0.974523 - 0.876884 \nu + 0.281257 \nu^2 - 0.067 \nu^3 \quad (4.35)$$

$$g_3[\nu] = -1.47285 + 6.1274 \nu - 1.96543 \nu^2 + 0.46825 \nu^3 \quad (4.36)$$

$$g_4[\nu] = 4.16917 - 17.0663 \nu + 5.47446 \nu^2 - 1.3045 \nu^3 \quad (4.37)$$

$$g_5[\nu] = -3.66198 + 15.6649 \nu - 5.02426 \nu^2 + 1.1965 \nu^3 \quad (4.38)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için Ω'_{ty} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 4.3)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.3: Çeşitli ν değerleri için Ω'_{ty} fonksiyonları

Ω'_{ty} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$\begin{aligned} \Omega'_{ty} = & h_1[\nu] + h_2[\nu] (-0.5 + \xi) + h_3[\nu] (-0.5 + \xi)^2 \\ & + h_4[\nu] (-0.5 + \xi)^3 + h_5[\nu] (-0.5 + \xi)^4 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Yukarıda Ω'_{ty} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangibi ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν

değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (4.39) da yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$h_1[\nu] = -0.0000194332 + 0.00274524 \nu + 0.00215157 \nu^2 - 0.000963917 \nu^3 \quad (4.40)$$

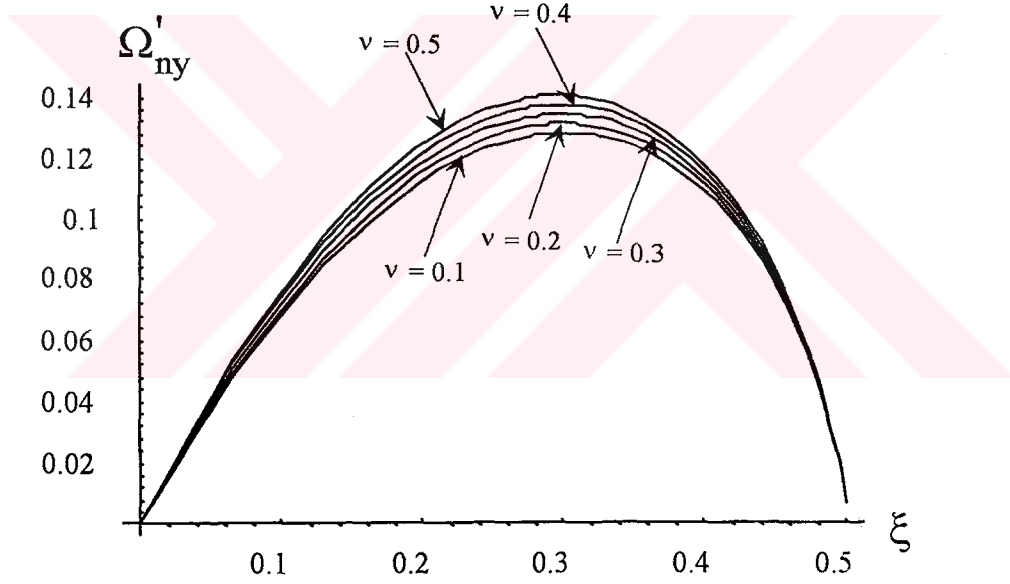
$$h_2[\nu] = 1.16953 + 0.194824 \nu - 0.403179 \nu^2 + 0.0958333 \nu^3 \quad (4.41)$$

$$h_3[\nu] = 0.339917 - 2.74505 \nu - 1.65021 \nu^2 + 0.39275 \nu^3 \quad (4.42)$$

$$h_4[\nu] = 0.184447 - 6.0583 \nu - 3.61539 \nu^2 + 0.8605 \nu^3 \quad (4.43)$$

$$h_5[\nu] = 0.365668 - 4.97314 \nu - 3.0479 \nu^2 + 0.726583 \nu^3 \quad (4.44)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için Ω'_{ny} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 4.4)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.4: Çeşitli ν değerleri için Ω'_{ny} fonksiyonları

Ω'_{ny} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$\begin{aligned} \Omega'_{ny} = & i_1[\nu] + i_2[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + i_3[\nu] (0.5 - \xi) \\ & + i_4[\nu] (0.5 - \xi)^2 + i_5[\nu] (0.5 - \xi)^3 \end{aligned} \quad (4.45)$$

Yukarıda Ω'_{ny} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangi bir ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri

aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (4.45) de yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$\begin{aligned} i_1[\nu] &= 0.000348252 - 0.00016823 \nu - 8.92857 \cdot 10^{-8} \nu^2 \\ &+ 8.33333 \cdot 10^{-8} \nu^3 \end{aligned} \quad (4.46)$$

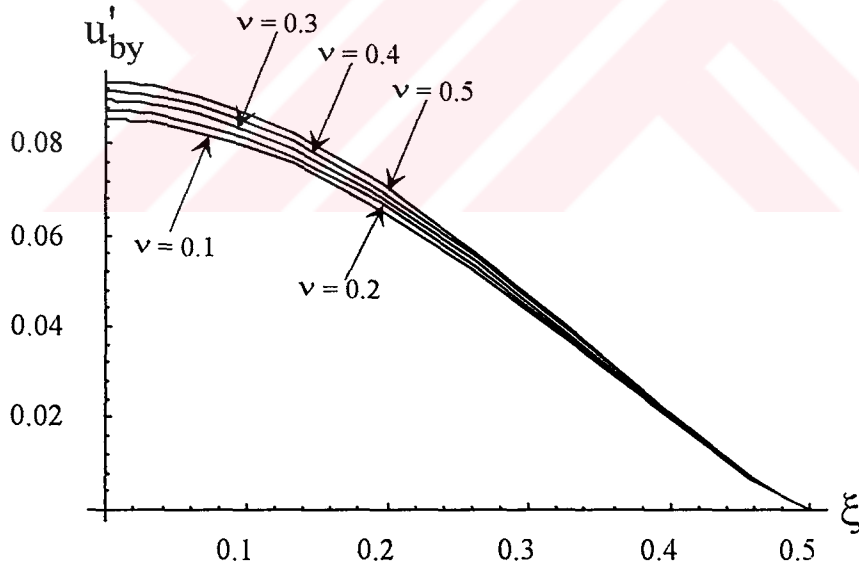
$$\begin{aligned} i_2[\nu] &= 1.37726 + 0.0704071 \nu + 0.0000714286 \nu^2 \\ &+ 3.67761 \cdot 10^{-15} \nu^3 \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} i_3[\nu] &= -1.32376 + 0.131076 \nu + 0.000678571 \nu^2 \\ &- 0.000833333 \nu^3 \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} i_4[\nu] &= -0.519892 - 0.39585 \nu + 4.01103 \cdot 10^{-14} \nu^2 \\ &- 1.54425 \cdot 10^{-14} \nu^3 \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} i_5[\nu] &= -0.218581 - 0.06527 \nu + 1.22706 \cdot 10^{-14} \nu^2 \\ &- 3.27516 \cdot 10^{-15} \nu^3 \end{aligned} \quad (4.50)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için u'_{by} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 4.5)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 4.5: Çeşitli ν değerleri için u'_{by} fonksiyonları

u'_{by} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$\begin{aligned} u'_{by} &= j_1[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + j_2[\nu] (0.5 - \xi) \\ &+ j_3[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} + j_4[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Yukarıda u'_{by} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangibi ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (4.51) de yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$\begin{aligned} j_1[\nu] &= -0.0212921 + 0.014034 \nu - 8.92857 \cdot 10^{-6} \nu^2 \\ &+ 8.33333 \cdot 10^{-6} \nu^3 \end{aligned} \quad (4.52)$$

$$\begin{aligned} j_2[\nu] &= 0.137894 - 0.0501993 \nu + 7.14286 \cdot 10^{-6} \nu^2 \\ &- 2.88485 \cdot 10^{-15} \nu^3 \end{aligned} \quad (4.53)$$

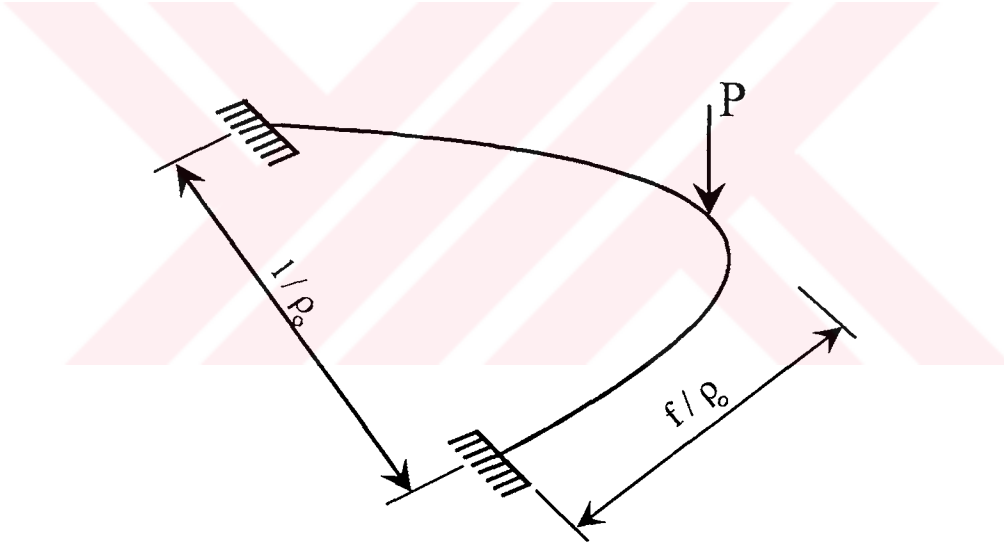
$$\begin{aligned} j_3[\nu] &= 0.349363 + 0.197201 \nu + 7.14286 \cdot 10^{-6} \nu^2 \\ &+ 7.14706 \cdot 10^{-16} \nu^3 \end{aligned} \quad (4.54)$$

$$\begin{aligned} j_4[\nu] &= -0.544926 - 0.186959 \nu + 7.14286 \cdot 10^{-6} \nu^2 \\ &- 1.24102 \cdot 10^{-14} \nu^3 \end{aligned} \quad (4.55)$$

BÖLÜM 5

ORTASINDAN TEKİL YÜKLE YÜKLÜ İKİ UCU ANKASTRE SİKLOİD KEMER

Bu çalışmada, (Şekil 5.1)'de görülen iki ucu mafsallı, orta noktasından P tekil yükü ile yüklü sikloid eksenli kemer çözülmüştür. Kemer enkesitinin daire olduğu ve koordinat merkezinin tepe noktası olduğu varsayılmıştır. $\rho_0 = 4a$ olarak seçilirse $f = 2a$ ve $l = 2\pi a$ bulunur.



Şekil 5.1

Bu durumda $\nu = 0.3$ seçilirse (3.4) yardımıyla $\delta = 1/1.3$ olarak bulunur. Şekildeki kemerin sınır şartları $\varphi = 0$ için:

$$T_{b0} = P/2 \quad , \quad M_{t0} = 0 \quad , \quad \Omega_{n0} = 0 \quad (5.1)$$

dir. $\varphi = \frac{\pi}{2}$ mesnedinde ise:

$$u_b = 0 \quad , \quad \Omega_t = 0 \quad , \quad \Omega_n = 0 \quad (5.2)$$

ÖZGEÇMİŞ

1972 yılında İstanbul'da doğmuştur. İlk, Orta ve Lise öğrenimini İstanbul'da tamamlamıştır. 1990 senesinde Y.T.Ü. İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünde Yüksek öğrenimine başlamıştır. 1994 yılında Lisans öğrenimini tamamladıktan sonra 1995 yılında İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Anabilim Dalı Yapı Mühendisliği programında Yüksek Lisans öğrenimine başlamıştır.



olacak şekilde tam ankastre olarak kabul edilmiştir. Yukarıda verilen sınır şartları yardımıyla diğer başlangıç değerleri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$u_{b0} = \frac{3 P (6 D_n + 9 D_t - 2 D_n \pi - 4 D_t \pi)}{D_n D_t} \quad (5.3)$$

$$M_{n0} = \frac{P (4 - 3 \pi)}{4} \quad (5.4)$$

$$\Omega_{t0} = \frac{P (-8 D_n + 14 D_t + 3 D_n \pi - 3 D_t \pi)}{2 D_n D_t} \quad (5.5)$$

Problemın çözümüne kolaylık getirmesi amacıyla temel denklemler üzerinde aşağıdaki şekilde boyutsuzlaştırmalar yapılmıştır:

$$T'_b = \frac{T_b}{P} \quad (5.6)$$

$$M'_t = \frac{M_t}{P \rho_0} \quad (5.7)$$

$$M'_n = \frac{M_n}{P \rho_0} \quad (5.8)$$

$$\Omega'_t = \Omega_t \frac{D_n}{P \rho_0^2} \quad (5.9)$$

$$\Omega'_n = \Omega_n \frac{D_n}{P \rho_0^2} \quad (5.10)$$

$$u'_b = u_b \frac{D_n}{P \rho_0^3} \quad (5.11)$$

Yukarıdaki ifadelerde T'_b boyutsuz kesme kuvvetini, M'_n boyutsuz eğilme momentini, M'_t boyutsuz burulma momentini, Ω'_t ve Ω'_n teğet ve normal etrafındaki boyutsuz dönme açılarını, u'_b binormal doğrultudaki boyutsuz yerdeğiştirmeyi göstermektedir. Bu durumda öncelikle (2.6) denkleminde T'_b bilinmeyeninin bir sabit olduğu açıkça görülmektedir. Diğer bilinmeyenler ($M'_n, M'_t, \Omega'_t, \Omega'_n, u'_b$) (2.48) yardımıyla aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$M'_t[\varphi] = \frac{(4 + 6 \varphi - 3 \pi) \sin(\varphi)}{24} \quad (5.12)$$

$$M'_n[\varphi] = \frac{(4 + 6 \varphi - 3 \pi) \cos(\varphi)}{24} + \frac{\sin(\varphi)}{4} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} \Omega'_t[\varphi] = & (12 \delta + 18 \delta \varphi - 9 \delta \pi - 8 \cos(\varphi) + 20 \delta \cos(\varphi) - 8 \cos(2\varphi) \\ & - 4 \delta \cos(2\varphi) - 12 \varphi \cos(2\varphi) - 6 \delta \varphi \cos(2\varphi) + 6 \pi \cos(2\varphi) \\ & + 3 \delta \pi \cos(2\varphi) - 8 \sin(\varphi) - 16 \delta \sin(\varphi) + 10 \sin(2\varphi) \\ & + 2 \delta \sin(2\varphi)) / (144 \delta) \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\Omega'_n[\varphi] = (18 \delta - 8 \cos(\varphi) - 16 \delta \cos(\varphi) + 8 \cos(2\varphi) - 2 \delta \cos(2\varphi)$$

$$\begin{aligned}
& + 8 \sin(\varphi) - 20 \delta \sin(\varphi) + 4 \sin(2\varphi) + 8 \delta \sin(2\varphi) - 3 \pi \sin(2\varphi) \\
& - 6 \delta \pi \sin(2\varphi) + 6 \varphi \sin(2\varphi) + 12 \delta \varphi \sin(2\varphi)) / (144 \delta) \quad (5.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u'_b[\varphi] = & (44 + 106 \delta + 24 \varphi + 48 \delta \varphi - 12 \pi - 24 \delta \pi + 12 \cos(\varphi) \\
& + 24 \delta \cos(\varphi) + 18 \varphi \cos(\varphi) + 36 \delta \varphi \cos(\varphi) - 9 \pi \cos(\varphi) \\
& - 18 \delta \pi \cos(\varphi) + 12 \cos(2\varphi) - 30 \delta \cos(2\varphi) + 4 \cos(3\varphi) \\
& + 8 \delta \cos(3\varphi) + 6 \varphi \cos(3\varphi) + 12 \delta \varphi \cos(3\varphi) - 3 \pi \cos(3\varphi) \\
& - 6 \delta \pi \cos(3\varphi) - 42 \sin(\varphi) - 138 \delta \sin(\varphi) + 12 \sin(2\varphi) \\
& + 24 \delta \sin(2\varphi) - 10 \sin(3\varphi) - 2 \delta \sin(3\varphi)) / (864 \delta) \quad (5.16)
\end{aligned}$$

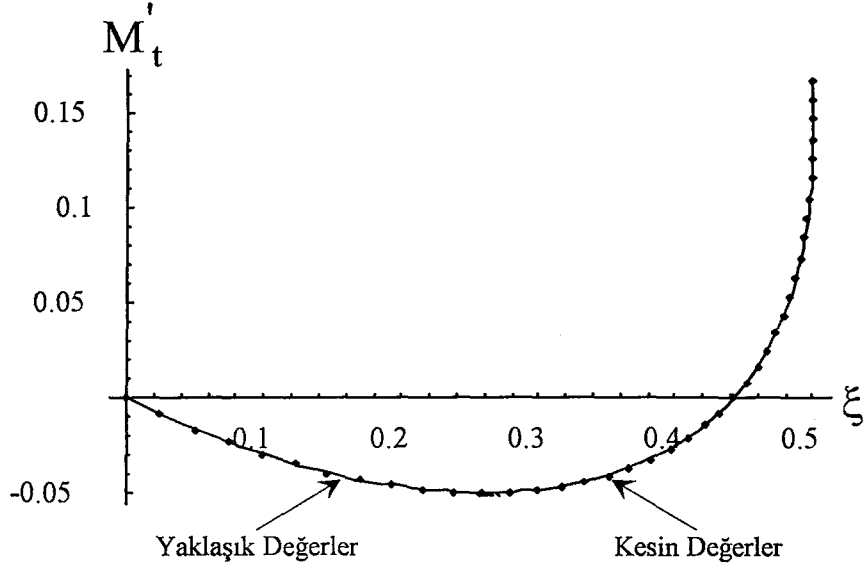
Elde edilen bu fonksiyonlarda $\nu = 0.3$ seçilirse (3.4) yardımıyla $\delta = 1/1.3$ olarak bulunur. Aşağıda δ 'nın bu değeri için fonksiyonlar bulunmuştur:

$$M'_t[\varphi] = -0.226032 \sin \varphi + 0.25 \varphi \sin \varphi \quad (5.17)$$

Yukarıda verilen formül ile belli bir x koordinatındaki burulma momenti hesaplanmak istenirse, (2.10) kullanılarak tatonmanla x koordinatına karşı gelen φ açısı hesaplanır ve (5.17)'de yerine yazılır. Ancak bu işlem oldukça uzun ve yorucudur. Bu güçlüğü ortadan kaldırmak için (5.18)'de boyutsuz burulma momentinin ($\xi = x/l$) boyutsuz koordinatına göre değişimi yaklaşık bir formülle ($M'_{ty}(\xi)$) verilmiştir. Bu işlem problemin diğer bilinmeyenleri içinde yapılmıştır.

(Şekil 5.2)'de noktalarla gösterilen kesin değerler M'_t ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler M'_{ty} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}
M'_{ty}[\xi] = & 0.166638 - 0.411446 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} \\
& - 0.187913 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{5}} + 0.439658 (0.5 - \xi) \\
& + 0.239632 (0.5 - \xi)^2 + 0.132826 (0.5 - \xi)^5 \quad (5.18)
\end{aligned}$$

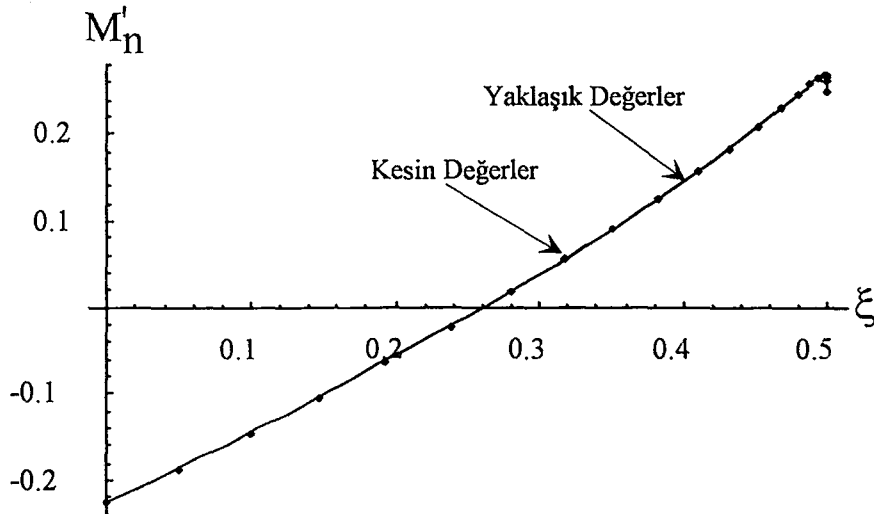


Şekil 5.2: Kesin ve yaklaşık boyutsuz burulma momentleri

$$M'_n[\varphi] = -0.226032 \cos \varphi + 0.25 \xi \cos \varphi + 0.25 \sin \varphi \quad (5.19)$$

(Şekil 5.3)'de noktalarla gösterilen kesin değerler M'_n ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler M'_{ny} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned} M'_{ny}[\xi] = & 0.249975 + 0.279149 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} - 1.05165 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} \\ & - 0.0788922 (0.5 - \xi) + 0.0345617 (0.5 - \xi)^3 \end{aligned} \quad (5.20)$$

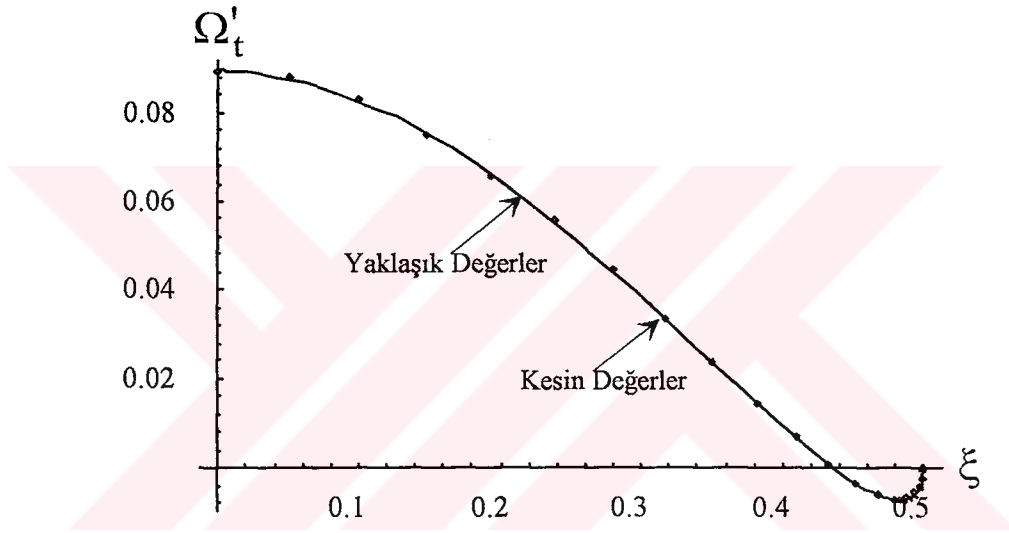


Şekil 5.3: Kesin ve yaklaşık boyutsuz eğilme momentleri

$$\begin{aligned}\Omega'_t[\varphi] = & -0.113016 + 0.125\varphi + 0.0666666 \cos \varphi + 0.135619 \cos(2\varphi) \\ & - 0.15\varphi \cos(2\varphi) - 0.183333 \sin \varphi + 0.104167 \sin(2\varphi)\end{aligned}\quad (5.21)$$

(Şekil 5.4)'de noktalarla gösterilen kesin değerler Ω'_t ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler Ω'_{ty} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] = & 0.292009 - 0.321704 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} - 0.279224 \xi \\ & - 0.710495 \xi^2 + 0.587412 \xi^4 - 0.731745 \xi^6\end{aligned}\quad (5.22)$$

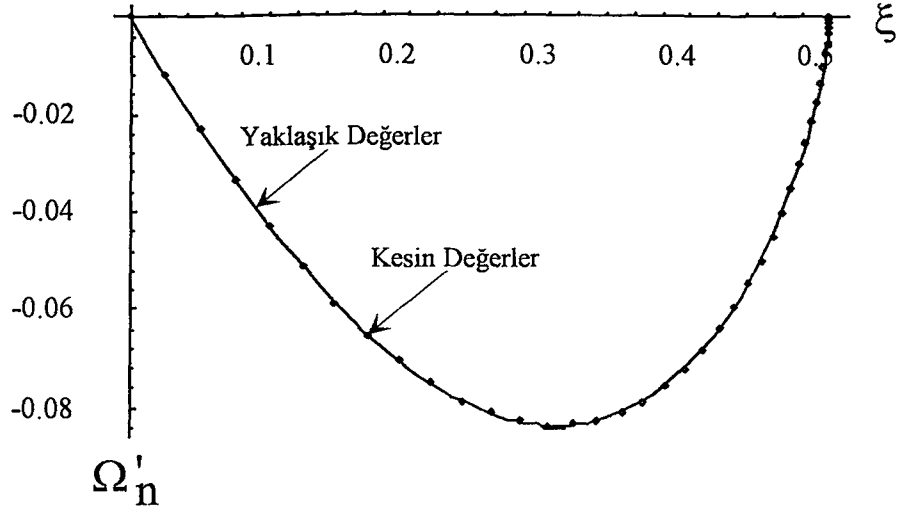


Şekil 5.4: Kesin ve yaklaşık teğet etrafındaki boyutsuz dönmeler

$$\begin{aligned}\Omega'_n[\varphi] = & 0.125 - 0.183333 \cos \varphi + 0.0583333 \cos(2\varphi) \\ & - 0.0666666 \sin \varphi - 0.124318 \sin(2\varphi) \\ & + 0.1375 \varphi \sin(2\varphi)\end{aligned}\quad (5.23)$$

(Şekil 5.5)'de noktalarla gösterilen kesin değerler Ω'_n ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler Ω'_{ny} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] = & 0.0000281703 - 0.786625 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + 0.616909 (0.5 - \xi) \\ & + 0.76457 (0.5 - \xi)^2 - 0.256536 (0.5 - \xi)^3\end{aligned}\quad (5.24)$$

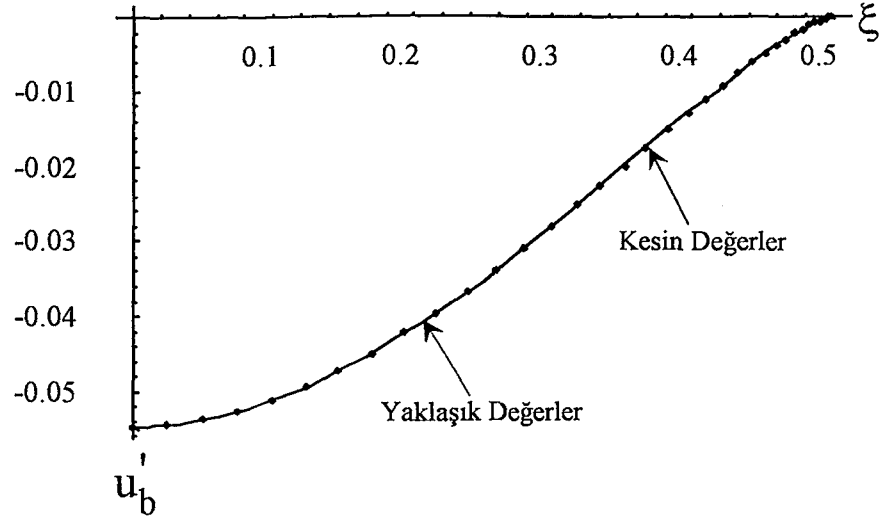


Şekil 5.5: Kesin ve yaklaşık normal etrafındaki boyutsuz dönmeler

$$\begin{aligned}
 u'_b[\varphi] = & 0.0448992 + 0.0916667 \varphi - 0.0621589 \cos \varphi + 0.06875 \varphi \cos \varphi \\
 & - 0.0166667 \cos(2\varphi) - 0.0207196 \cos(3\varphi) + 0.0229167 \varphi \cos(3\varphi) \\
 & - 0.222917 \sin \varphi + 0.0458333 \sin(2\varphi) - 0.0173611 \sin(3\varphi) \quad (5.25)
 \end{aligned}$$

(Şekil 5.6)'da noktalarla gösterilen kesin değerler u'_b ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler u'_{by} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}
 u'_{by}[\xi] = & -0.0000210361 + 0.0183551 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 0.0911131 (0.5 - \xi) \\
 & - 0.24438 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} + 0.375556 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} \quad (5.26)
 \end{aligned}$$



Şekil 5.6: Kesin ve yaklaşık binormal etrafındaki boyutsuz yerdeğiştirmeler

BÖLÜM 6

YAKLAŞIK FONKSİYONLAR

Yukarıda $\nu = 0.3$ için $M'_n, M'_t, \Omega'_t, \Omega'_n, u'_b$ değerlerine karşı gelen Kesin ve Yaklaşık Fonksiyonlar elde edilmiş ve diyagramlar verilmiştir. Yaklaşık fonksiyonların kesin değerlerle hemen hemen çakıştığı diyagramlardan kolayca görülebilir. Aşağıda ν oranının çeşitli değerleri için yaklaşık fonksiyonlar verilmiştir. Bu yaklaşık fonksiyonlarda kesin sonuçlarla hemen hemen çakışmaktadır.

$$\underline{\nu = 0.1}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= 0.257454 - 0.273145 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} - 0.237699 \xi \\ &\quad - 0.646826 \xi^2 + 0.539504 \xi^4 - 0.676428 \xi^6\end{aligned}\tag{6.1}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.464037 - 0.780689 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.17785 \xi \\ &\quad + 0.382441 \xi^2 + 0.234359 \xi^3\end{aligned}\tag{6.2}$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= -0.0449138 + 0.0178957 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 0.240139 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} \\ &\quad + 0.3693 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} + 0.0897878 \xi\end{aligned}\tag{6.3}$$

$$\underline{\nu = 0.2}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= 0.274733 - 0.297427 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} - 0.258464 \xi \\ &\quad - 0.678663 \xi^2 + 0.563468 \xi^4 - 0.704131 \xi^6\end{aligned}\tag{6.4}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.465799 - 0.783659 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.18347 \xi \\ &\quad + 0.381105 \xi^2 + 0.245444 \xi^3\end{aligned}\tag{6.5}$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= -0.0452479 + 0.0181273 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 0.242256 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} \\ &\quad + 0.372426 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} + 0.0904549 \xi\end{aligned}\tag{6.6}$$

$$\underline{\nu = 0.3}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= 0.292012 - 0.32171 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} - 0.279228 \xi \\ &\quad - 0.710499 \xi^2 + 0.587431 \xi^4 - 0.731834 \xi^6\end{aligned}\tag{6.7}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.467561 - 0.78663 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.18908 \xi \\ &+ 0.379768 \xi^2 + 0.256528 \xi^3\end{aligned}\quad (6.8)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= -0.0455821 + 0.0183589 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 0.244372 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} \\ &+ 0.375552 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} + 0.091122 \xi\end{aligned}\quad (6.9)$$

$$\underline{\nu = 0.4}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= 0.309291 - 0.345992 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} - 0.299993 \xi \\ &- 0.742336 \xi^2 + 0.611394 \xi^4 - 0.759536 \xi^6\end{aligned}\quad (6.10)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.469323 - 0.7896 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.1947 \xi \\ &+ 0.378432 \xi^2 + 0.267612 \xi^3\end{aligned}\quad (6.11)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= -0.0459162 + 0.0185905 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 0.246488 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} \\ &+ 0.378678 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} + 0.091789 \xi\end{aligned}\quad (6.12)$$

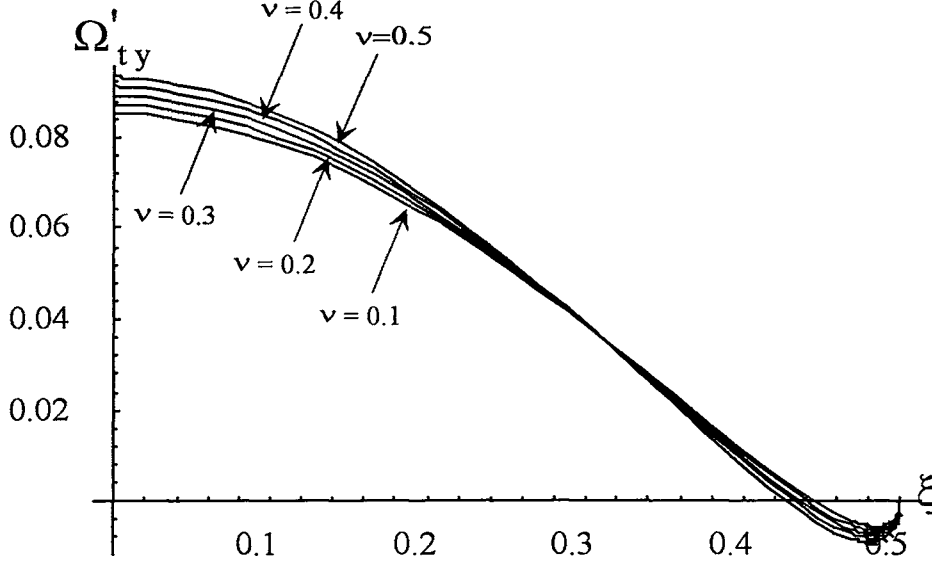
$$\underline{\nu = 0.5}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= 0.32657 - 0.370275 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} - 0.320758 \xi \\ &- 0.774172 \xi^2 + 0.635357 \xi^4 - 0.787239 \xi^6\end{aligned}\quad (6.13)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= 0.471086 - 0.79257 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 1.20031 \xi \\ &+ 0.377096 \xi^2 + 0.278697 \xi^3\end{aligned}\quad (6.14)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= -0.0462504 + 0.0188221 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} - 0.248605 (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} \\ &+ 0.381804 (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} + 0.0924561 \xi\end{aligned}\quad (6.15)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için Ω'_{ty} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 6.1)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 6.1: Çeşitli ν değerleri için Ω'_{ty} fonksiyonları

Ω'_{ty} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$\begin{aligned} \Omega'_{ty} = & k_1[\nu] + k_2[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + k_3[\nu] \xi \\ & + k_4[\nu] \xi^2 + k_5[\nu] \xi^4 + k_6[\nu] \xi^6 \end{aligned} \quad (6.16)$$

Yukarıda Ω'_{ty} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangi bir ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (6.16) da yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$\begin{aligned} k_1[\nu] = & 0.240175 + 0.17279 \nu - 1.6492 \cdot 10^{-14} \nu^2 \\ & + 6.74114 \cdot 10^{-15} \nu^3 \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$\begin{aligned} k_2[\nu] = & -0.248863 - 0.242821 \nu - 7.14286 \cdot 10^{-6} \nu^2 \\ & + 1.52135 \cdot 10^{-15} \nu^3 \end{aligned} \quad (6.18)$$

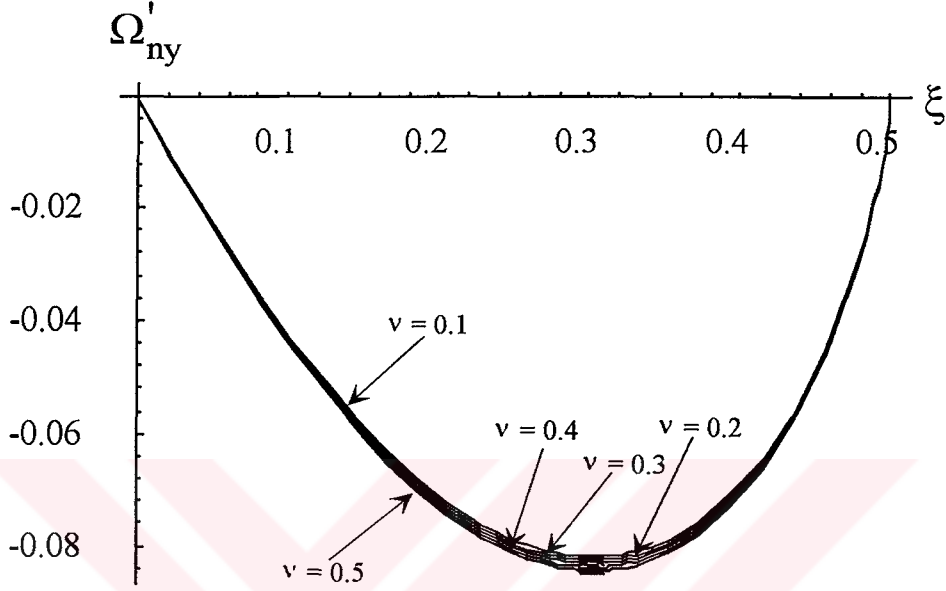
$$\begin{aligned} k_3[\nu] = & 0.216933 + 0.207662 \nu - 0.0000678571 \nu^2 \\ & + 0.0000833333 \nu^3 \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$\begin{aligned} k_4[\nu] = & -0.614989 - 0.318369 \nu + 7.14286 \cdot 10^{-6} \nu^2 \\ & - 8.63198 \cdot 10^{-15} \nu^3 \end{aligned} \quad (6.20)$$

$$\begin{aligned} k_5[\nu] = & 0.515539 + 0.23966 \nu - 0.0000892857 \nu^2 \\ & + 0.0000833333 \nu^3 \end{aligned} \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned}
k_6[\nu] &= 0.648724 + 0.277051 \nu - 0.0000821429 \nu^2 \\
&+ 0.0000833333 \nu^3
\end{aligned} \tag{6.22}$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için Ω'_{ny} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 6.2)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 6.2: Çeşitli ν değerleri için Ω'_{ny} fonksiyonları

Ω'_{ny} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$\begin{aligned}
\Omega'_{ny} &= l_1[\nu] + l_2[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + l_3[\nu] (0.5 - \xi) \\
&+ l_4[\nu] (0.5 - \xi)^2 - l_5[\nu] (0.5 - \xi)^3
\end{aligned} \tag{6.23}$$

Yukarıda Ω'_{ny} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangi bir ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (6.23) de yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$\begin{aligned}
l_1[\nu] &= 0.462274 + 0.0176331 \nu - 0.0000607143 \nu^2 \\
&+ 0.0000833333 \nu^3
\end{aligned} \tag{6.24}$$

$$\begin{aligned}
l_2[\nu] &= -0.77772 - 0.0296876 \nu - 0.0000678571 \nu^2 \\
&+ 0.0000833333 \nu^3
\end{aligned} \tag{6.25}$$

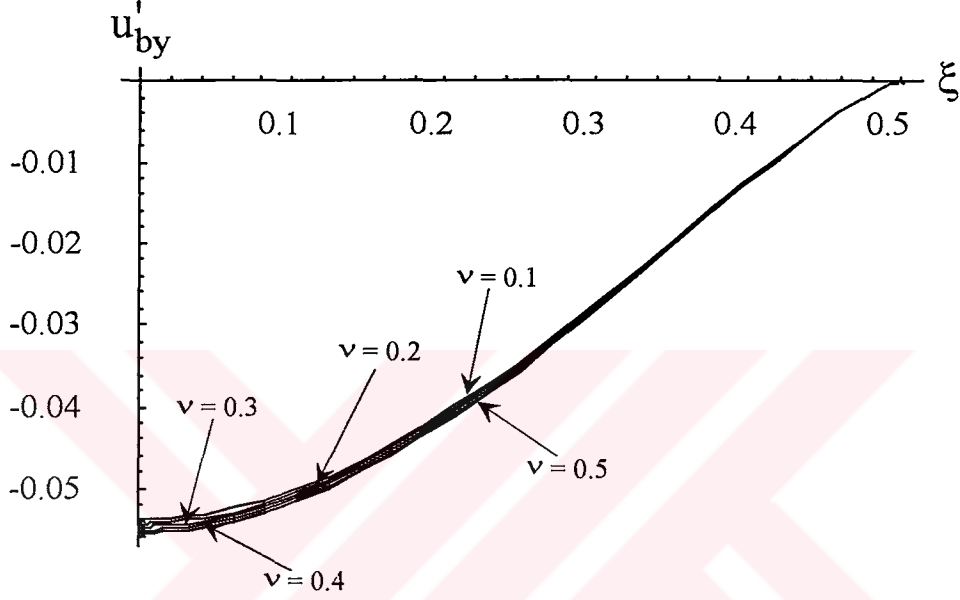
$$l_3[\nu] = -1.17223 - 0.0561929 \nu + 0.0000714286 \nu^2$$

$$+ 1.1692 \cdot 10^{-14} \nu^3 \quad (6.26)$$

$$l_4[\nu] = 0.383776 - 0.0133476 \nu - 0.0000678571 \nu^2 + 0.0000833333 \nu^3 \quad (6.27)$$

$$l_5[\nu] = 0.223272 + 0.110883 \nu - 0.00015 \nu^2 + 0.00016667 \nu^3 \quad (6.28)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için u'_{by} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 6.3)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 6.3: Çeşitli ν değerleri için u'_{by} fonksiyonları

u'_{by} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$u'_{by} = m_1[\nu] + m_2[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{3}{4}} + m_3[\nu] (0.5 - \xi) + m_4[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{3}{2}} + m_5[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{5}{2}} \quad (6.29)$$

Yukarıda u'_{by} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangi bir ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (6.29) da yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$m_1[\nu] = -0.0445797 - 0.00334107 \nu - 7.14286 \cdot 10^{-7} \nu^2 - 5.32126 \cdot 10^{-16} \nu^3 \quad (6.30)$$

$$m_2[\nu] = 0.0176641 + 0.002316 \nu - 8.01768 \cdot 10^{-16} \nu^2$$

$$- 2.80808 \, 10^{-16} \, \nu^3 \quad (6.31)$$

$$m_3[\nu] = -0.635788 + 6.48988 \, \nu - 30.1876 \, \nu^2 + 41.434 \, \nu^3 \quad (6.32)$$

$$m_4[\nu] = 0.366174 + 0.03126 \, \nu - 3.59782 \, 10^{-15} \, \nu^2 - 9.40394 \, 10^{-15} \, \nu^3 \quad (6.33)$$

$$m_5[\nu] = 0.0891206 + 0.0066731 \, \nu - 8.21429 \, 10^{-6} \, \nu^2 + 8.33333 \, 10^{-6} \, \nu^3 \quad (6.34)$$



BÖLÜM 7

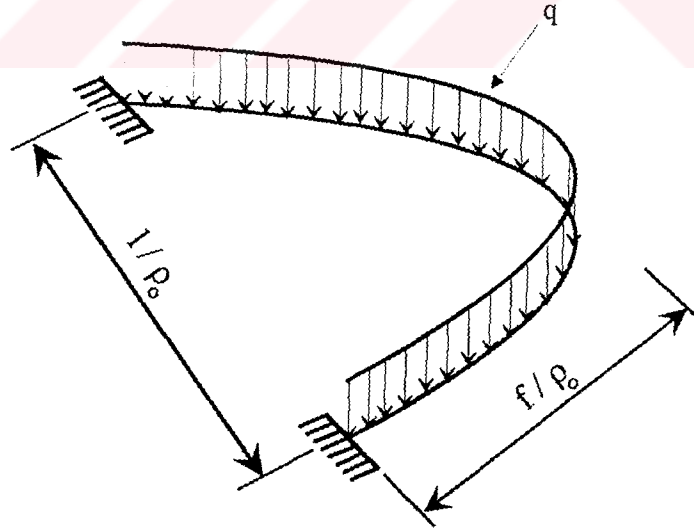
DÜZLEMİNE DİK DÜZGÜN YAYILI YÜKLE YÜKLÜ İKİ UCU ANKASTRE SİKLOİD KEMER

Bu çalışmada, (Şekil 7.1)'de görülen iki ucu mafsallı, düzgün yayılı yükle yüklü sikloid eksenli kemer çözülmüştür. Kemer enkesitinin daire olduğu ve koordinat merkezinin tepe noktası olduğu varsayılmıştır. $\rho_0 = 4a$ olarak seçilirse $f = 2a$ ve $l = 2\pi a$ bulunur. Çubuğun üzerinde yayılı yük olması halinde problemin çözümü:

$$y[\varphi] = Y(\varphi, 0) y_0 + Y(\varphi, 0) \int_0^\varphi Y^{-1}(\tau, 0) g(\tau) d\tau \quad (7.1)$$

şeklindedir. [1] Burada Y taşıma matrisi, g ise yayılı yük vektörüdür.

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -q \rho(\varphi) \end{bmatrix} \quad (7.2)$$



Şekil 7.1

Bu durumda $\nu = 0.3$ seçilirse (3.4) yardımıyla $\delta = 1/1.3$ olarak bulunur. Şekildeki kemerin sınır şartları $\varphi = 0$ için:

$$T_{b0} = 0 \quad , \quad M_{t0} = 0 \quad , \quad \Omega_{n0} = 0 \quad (7.3)$$

dir. $\varphi = \frac{\pi}{2}$ mesnedinde ise:

$$u_b = 0 \quad , \quad \Omega_t = 0 \quad , \quad \Omega_n = 0 \quad (7.4)$$

olacak şekilde tam ankastre olarak kabul edilmiştir. Yukarıda verilen sınır şartları yardımıyla diğer başlangıç değerleri aşağıdaki şekilde bulunur:

$$u_{b0} = \frac{\rho_0^4 (48 D_t - 8 D_n \pi - 16 D_t \pi + 3 D_n \pi^2 + 6 D_t \pi^2) q}{1152 D_n D_t} \quad (7.5)$$

$$\Omega_{t0} = \frac{\rho_0^3 (-4 D_n + D_n \pi - D_t \pi) q}{48 D_n D_t} \quad (7.6)$$

$$M_{n0} = \frac{\rho_0^2 (16 - 3 \pi) q}{48} \quad (7.7)$$

Problemın çözümüne kolaylık getirmesi amacıyla temel denklemler üzerinde aşağıdaki şekilde boyutsuzlaştırmalar yapılmıştır:

$$T'_b = \frac{T_b}{q \rho_0} \quad (7.8)$$

$$M'_t = \frac{M_t}{q \rho_0^2} \quad (7.9)$$

$$M'_n = \frac{M_n}{q \rho_0^2} \quad (7.10)$$

$$\Omega'_t = \Omega_t \frac{D_n}{q \rho_0^3} \quad (7.11)$$

$$\Omega'_n = \Omega_n \frac{D_n}{q \rho_0^3} \quad (7.12)$$

$$u'_b = u_b \frac{D_n}{q \rho_0} \quad (7.13)$$

Yukarıdaki ifadelerde T'_b boyutsuz kesme kuvvetini, M'_n boyutsuz eğilme momentini, M'_t boyutsuz burulma momentini, Ω'_t ve Ω'_n teğet ve normal etrafındaki boyutsuz dönme açılarını, u'_b binormal doğrultudaki boyutsuz yerdeğiştirmeyi göstermektedir. Bu durumda bilinmeyenler $T'_b (M'_n, M'_t, \Omega'_t, \Omega'_n, u'_b)$ (2.48) yardımıyla aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$u'_b[\varphi] = \left(-3 - 24 \varphi^2 + 6 \pi^2 - 12 \pi \cos \varphi \right)$$

$$\begin{aligned}
& - 4 \pi \cos(3 \varphi) + 3 \cos(4 \varphi) - 24 \varphi \sin(2 \varphi) \Big) / 2304 \delta \\
& + \left(15 - 24 \varphi^2 + 6 \pi^2 - 12 \pi \cos \varphi + 24 \cos(2 \varphi) \right. \\
& \left. - 4 \pi \cos(3 \varphi) + 9 \cos(4 \varphi) - 24 \varphi \sin(2 \varphi) \right) / 1152
\end{aligned} \tag{7.14}$$

$$M'_t[\varphi] = \frac{-3 \pi \sin \varphi + 8 \sin(2 \varphi)}{48} \tag{7.15}$$

$$M'_n[\varphi] = \frac{-3 \pi \cos \varphi + 16 \cos(2 \varphi)}{48} \tag{7.16}$$

$$\begin{aligned}
\Omega'_t[\varphi] &= \left(-5 \cos \varphi + 2 \pi \cos(2 \varphi) - 3 \cos(3 \varphi) + 4 \varphi \sin \varphi \right) / 96 \delta \\
&+ \left(-3 \pi + 2 \cos \varphi + \pi \cos(2 \varphi) - 2 \cos(3 \varphi) \right. \\
&\left. + 8 \varphi \sin \varphi \right) / 96
\end{aligned} \tag{7.17}$$

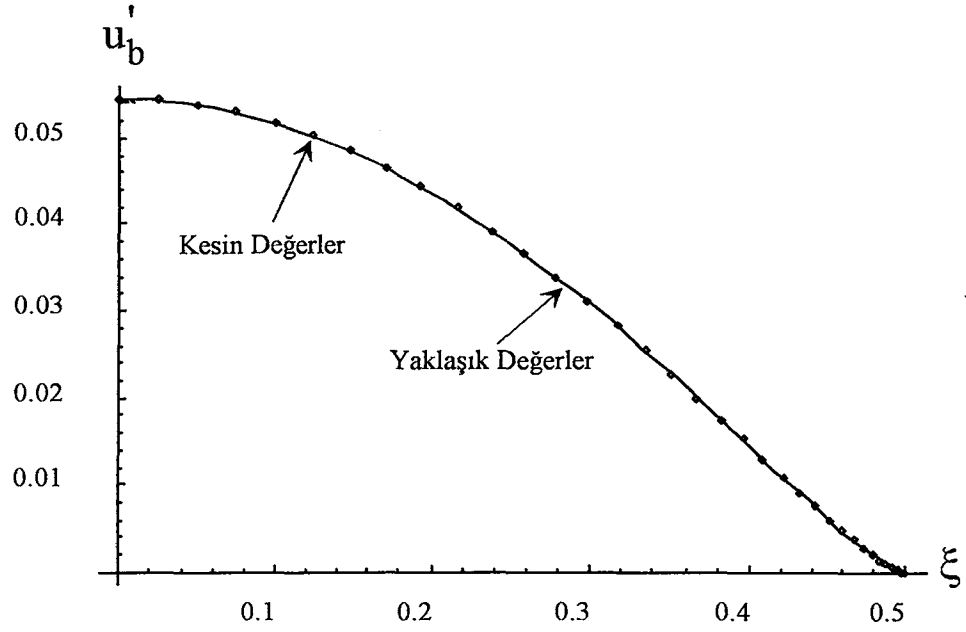
$$\begin{aligned}
\Omega'_n[\varphi] &= \left(\cos \varphi (2 \varphi - \pi \sin \varphi + 3 \sin(2 \varphi)) \right) / 24 \\
&+ \left(2 \varphi \cos \varphi - \pi \cos \varphi \sin \varphi + \cos \varphi \sin(2 \varphi) \right) / 48 \delta
\end{aligned} \tag{7.18}$$

Yukarıda verilen formül ile belli bir x koordinatındaki binormal doğrultudaki yerdeğiştirme hesaplanmak istenirse, (2.10) kullanılarak tatonmanla x koordinatına karşı gelen φ açısı hesaplanır ve (7.19)'da yerine yazılır. Ancak bu işlem oldukça uzun ve yorucudur. Bu güçlüğü ortadan kaldırmak için (7.20)'de binormal doğrultudaki boyutsuz yerdeğiştirmenin ($\xi = x/l$) boyutsuz koordinatına göre değişimi yaklaşık bir formülle ($u'_{by}(\xi)$) verilmiştir. Bu işlem problemin diğer bilinmeyenleri içinde yapılmıştır.

$$\begin{aligned}
u'_b[\varphi] &= 0.0113281 - 0.034375 \varphi^2 + 0.00859375 \pi^2 - 0.0171875 \pi \cos(\varphi) \\
&+ \frac{\cos(2 \varphi)}{48} - 0.00572917 \pi \cos(3 \varphi) + 0.00950521 \cos(4 \varphi) \\
&- 0.034375 \varphi \sin(2 \varphi)
\end{aligned} \tag{7.19}$$

(Şekil 7.2)'de noktalarla gösterilen kesin değerler u'_b ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler u'_{by} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}
u'_{by}[\xi] &= 0.0545654 - 0.308988 \xi^2 + 0.194964 \xi^3 - 0.757078 \xi^5 \\
&+ 2.79669 \xi^7
\end{aligned} \tag{7.20}$$

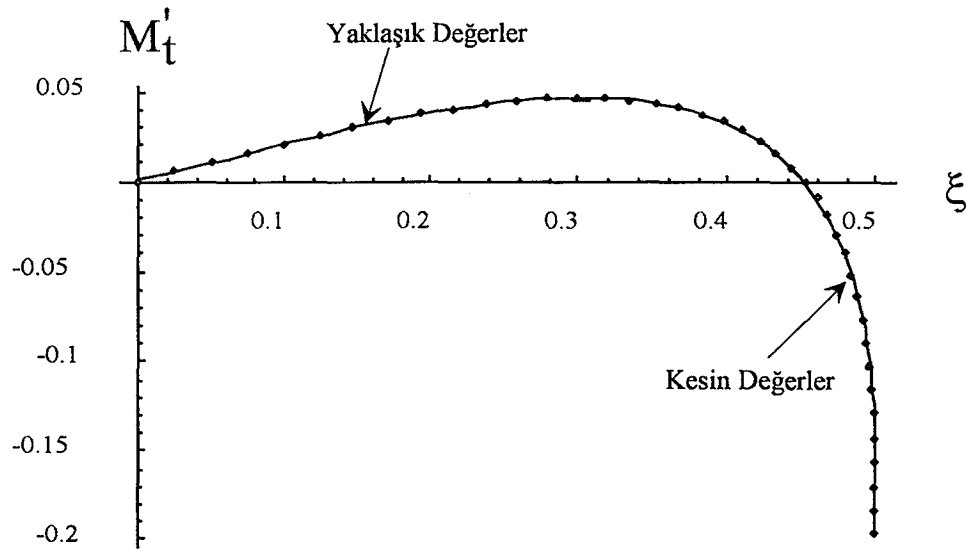


Şekil 7.2: Kesin ve yaklaşık binormal etrafındaki boyutsuz yerdeğiştirmeler

$$M_t'[\varphi] = -\frac{(\pi \sin(\varphi))}{16} + \frac{\sin(2\varphi)}{6} \quad (7.21)$$

(Şekil 7.3)'de noktalarla gösterilen kesin değerler M_t' ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler M_{ty}' diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$M_{ty}'[\xi] = -0.482498 + 0.608706 (0.5 - \xi)^{\frac{1}{3}} + 0.513402 \xi + 0.366677 \xi^2 - 0.512412 \xi^3 \quad (7.22)$$

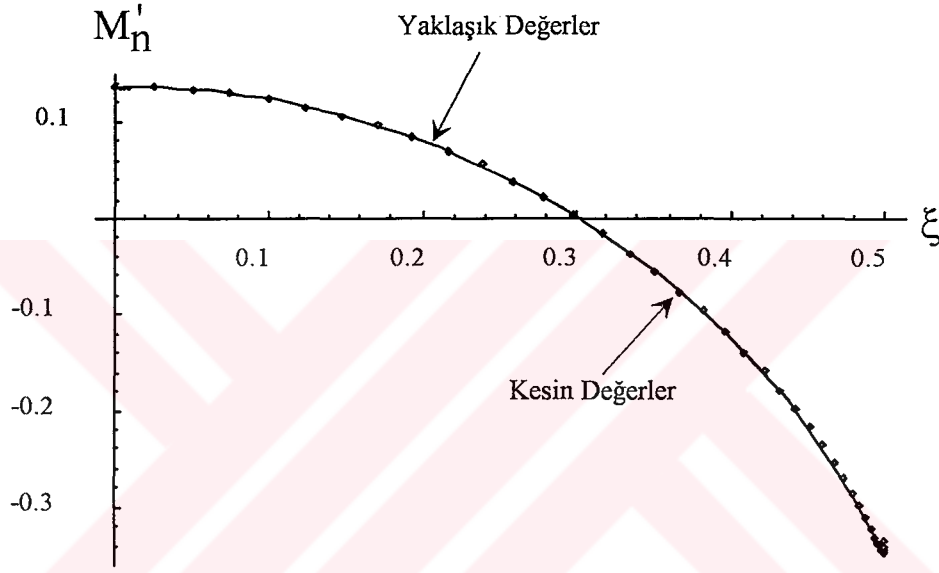


Şekil 7.3: Kesin ve yaklaşık boyutsuz burulma momentleri

$$M'_n[\varphi] = -\frac{(\pi \cos(\varphi))}{16} + \frac{\cos(2\varphi)}{3} \quad (7.23)$$

(Şekil 7.4)'de noktalarla gösterilen kesin değerler M'_n ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler M'_{ny} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$M'_{ny}[\xi] = 0.136239 - 0.853569 \xi^2 - 5.82782 \xi^3 + 19.4457 \xi^4 - 24.1951 \xi^5 \quad (7.24)$$

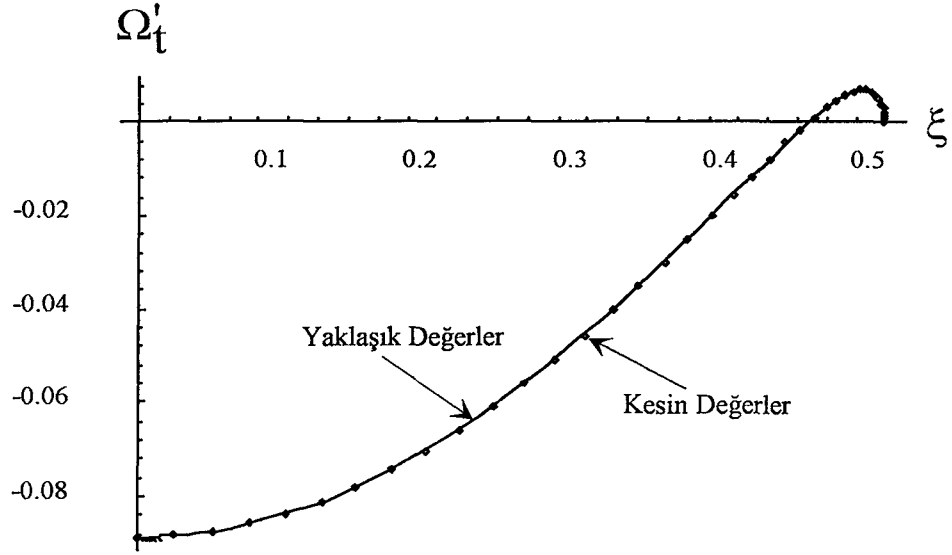


Şekil 7.4: Kesin ve yaklaşık boyutsuz eğilme momentleri

$$\Omega'_t[\varphi] = -\frac{\pi}{32} - 0.046875 \cos(\varphi) + 0.0375 \pi \cos(2\varphi) - 0.0614583 \cos(3\varphi) + 0.1375 \varphi \sin(\varphi) \quad (7.25)$$

(Şekil 7.5)'de noktalarla gösterilen kesin değerler Ω'_t ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler Ω'_{ty} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\Omega'_{ty}[\xi] = -0.321741 + 0.370188 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.304511 \xi + 0.648736 \xi^2 + 0.464632 \xi^6 \quad (7.26)$$

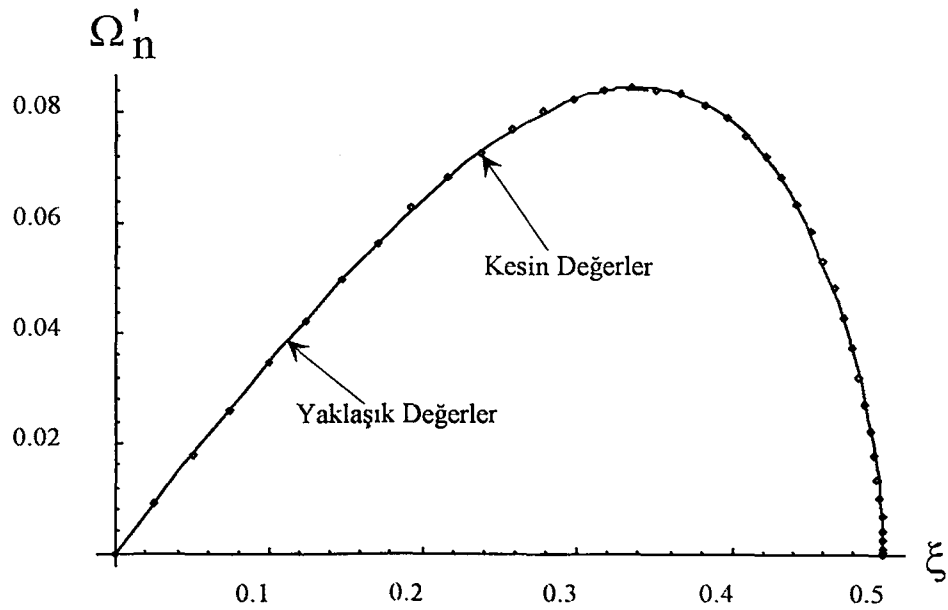


Şekil 7.5: Kesin ve yaklaşık teğet etrafındaki boyutsuz dönmeler

$$\begin{aligned}\Omega'_n[\varphi] = & 0.1375 \varphi \cos(\varphi) + 0.0760417 \sin(\varphi) - 0.034375 \pi \sin(2\varphi) \\ & + 0.0760417 \sin(3\varphi)\end{aligned}\quad (7.27)$$

(Şekil 7.6)'da noktalarla gösterilen kesin değerler Ω'_n ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler Ω'_{ny} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] = & -0.365695 + 0.58025 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.854981 \xi - 0.732796 \xi^4 \\ & - 1.0453 \xi^6\end{aligned}\quad (7.28)$$

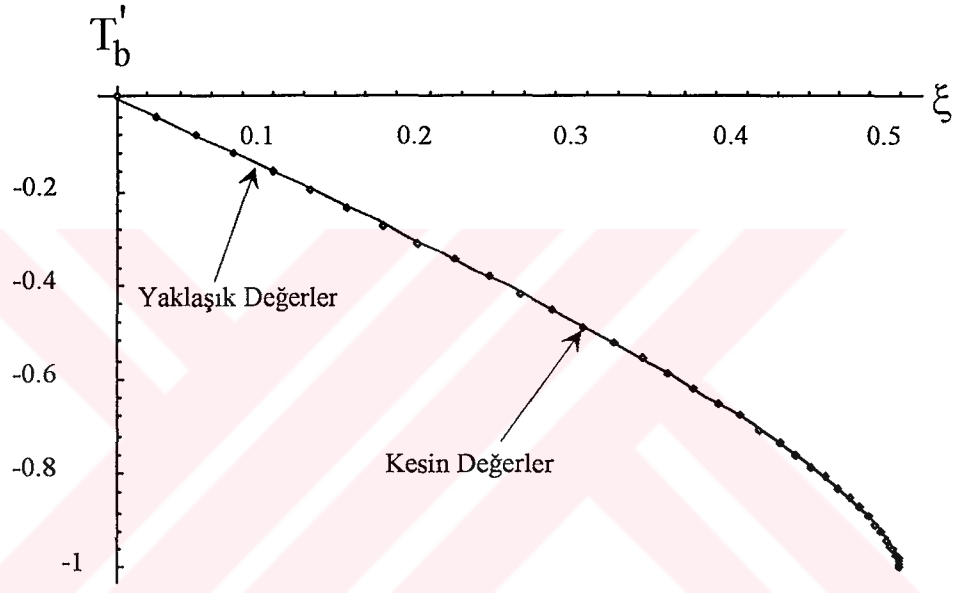


Şekil 7.6: Kesin ve yaklaşık normal etrafındaki boyutsuz dönmeler

$$T'_b[\varphi] = -\sin(\varphi) \quad (7.29)$$

(Şekil 7.7)'de noktalarla gösterilen kesin değerler Ω'_n ve düz çizgiyle gösterilen yaklaşık değerler Ω'_{ny} diyagramları birarada çizdirilmiştir. Diyagram incelenirse iki fonksiyon değerlerinin hemen hemen çakıştığı açıkça görülebilir. ($\xi = x/l$)

$$T'_{by}[\xi] = -1.10037 + 1.73837(0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.0741179\xi^2 + 2.48325\xi^5 \quad (7.30)$$



Şekil 7.7: Kesin ve yaklaşık binormal doğrultusundaki boyutsuz kesme kuvvetleri

BÖLÜM 8

YAKLAŞIK FONKSİYONLAR

Yukarıda $\nu = 0.3$ için $M'_n, M'_t, \Omega'_t, \Omega'_n, u'_b$ değerlerine karşı gelen Kesin ve Yaklaşık Fonksiyonlar elde edilmiş ve diyagramlar verilmiştir. Yaklaşık fonksiyonların kesin değerlerle hemen hemen çakıştığı diyagramlardan kolayca görülebilir. Aşağıda ν oranının çeşitli değerleri için yaklaşık fonksiyonlar verilmiştir. Bu yaklaşık fonksiyonlarda kesin sonuçlarla hemen hemen çakışmaktadır.

$$\underline{\nu = 0.1}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= -0.282483 + 0.313514(0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.257752\xi \\ &+ 0.588286\xi^2 + 0.415979\xi^6\end{aligned}\quad (8.1)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= -0.363355 + 0.576514(0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.846444\xi \\ &- 0.700548\xi^4 - 1.04998\xi^6\end{aligned}\quad (8.2)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= 0.0537872 - 0.304123\xi^2 + 0.191911\xi^3 - 0.748582\xi^5 \\ &+ 2.75565\xi^7\end{aligned}\quad (8.3)$$

$$\underline{\nu = 0.2}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= -0.302112 + 0.341851(0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.281131\xi \\ &+ 0.618511\xi^2 + 0.440306\xi^6\end{aligned}\quad (8.4)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= -0.364525 + 0.578382(0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.850712\xi \\ &- 0.716672\xi^4 - 1.04764\xi^6\end{aligned}\quad (8.5)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= 0.0541763 - 0.306555\xi^2 + 0.193438\xi^3 - 0.75283\xi^5 \\ &+ 2.77617\xi^7\end{aligned}\quad (8.6)$$

$$\underline{\nu = 0.3}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= -0.321741 + 0.370188(0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.304511\xi \\ &+ 0.648736\xi^2 + 0.464632\xi^6\end{aligned}\quad (8.7)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= -0.365695 + 0.58025 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.854981 \xi \\ &- 0.732796 \xi^4 - 1.0453 \xi^6\end{aligned}\quad (8.8)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= 0.0545654 - 0.308988 \xi^2 + 0.194964 \xi^3 - 0.757078 \xi^5 \\ &+ 2.79669 \xi^7\end{aligned}\quad (8.9)$$

$$\underline{\nu = 0.4}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= -0.341369 + 0.398524 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.32789 \xi \\ &+ 0.67896 \xi^2 + 0.488958 \xi^6\end{aligned}\quad (8.10)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= -0.366865 + 0.582118 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.859249 \xi \\ &- 0.74892 \xi^4 - 1.04295 \xi^6\end{aligned}\quad (8.11)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= 0.0549545 - 0.31142 \xi^2 + 0.19649 \xi^3 - 0.761327 \xi^5 \\ &+ 2.81721 \xi^7\end{aligned}\quad (8.12)$$

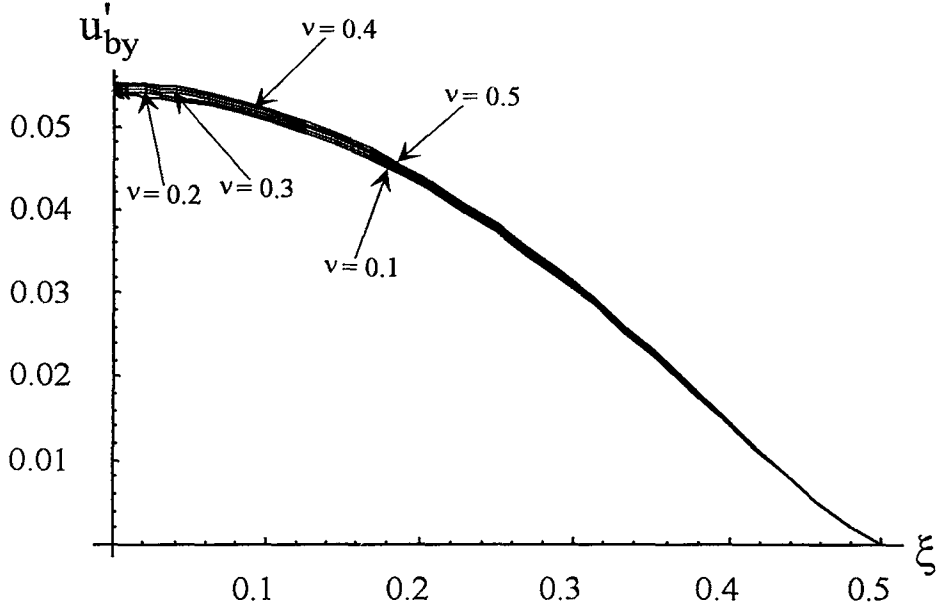
$$\underline{\nu = 0.5}$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ty}[\xi] &= -0.360998 + 0.426861 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.35127 \xi \\ &+ 0.709185 \xi^2 + 0.513285 \xi^6\end{aligned}\quad (8.13)$$

$$\begin{aligned}\Omega'_{ny}[\xi] &= -0.368035 + 0.583986 (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + 0.863518 \xi \\ &- 0.765045 \xi^4 - 1.04061 \xi^6\end{aligned}\quad (8.14)$$

$$\begin{aligned}u'_{by}[\xi] &= 0.0553436 - 0.313853 \xi^2 + 0.198017 \xi^3 - 0.765575 \xi^5 \\ &+ 2.83773 \xi^7\end{aligned}\quad (8.15)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için Ω'_{ty} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 8.1)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 8.1: Çeşitli ν değerleri için Ω'_{ty} fonksiyonları

Ω'_{ty} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$\begin{aligned} \Omega'_{ty}[\xi] = & n_1[\nu] + n_2[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + n_3[\nu] \xi + n_4[\nu] \xi^2 \\ & + n_5[\nu] \xi^6 \end{aligned} \quad (8.16)$$

Yukarıda Ω'_{ty} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangi bir ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (8.16) da yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$n_1[\nu] = -0.262853 - 0.1963 \nu + 0.00008214 \nu^2 - 0.0000833 \nu^3 \quad (8.17)$$

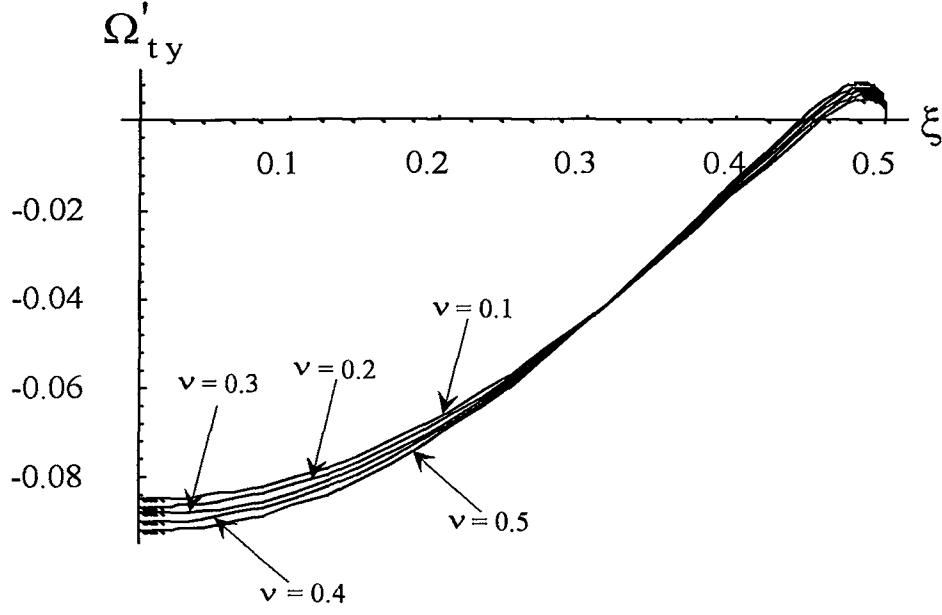
$$n_2[\nu] = 0.285176 + 0.28339 \nu - 0.00008214 \nu^2 + 0.0000833 \nu^3 \quad (8.18)$$

$$n_3[\nu] = 0.234373 + 0.2338 \nu + 7.1429 \cdot 10^{-6} \nu^2 + 1.0002 \cdot 10^{-14} \nu^3 \quad (8.19)$$

$$n_4[\nu] = 0.55806 + 0.302271 \nu - 0.000082143 \nu^2 + 0.000083 \nu^3 \quad (8.20)$$

$$n_5[\nu] = 0.39165 + 0.243303 \nu - 0.00015 \nu^2 + 0.0001667 \nu^3 \quad (8.21)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için Ω'_{ny} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 8.2)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 8.2: Çeşitli ν değerleri için Ω'_{ny} fonksiyonları

Ω'_{ny} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$\begin{aligned} \Omega'_{ny}[\xi] = & o_1[\nu] + o_2[\nu] (0.5 - \xi)^{\frac{2}{3}} + o_3[\nu] \xi + o_4[\nu] \xi^4 \\ & + o_5[\nu] \xi^6 \end{aligned} \quad (8.22)$$

Yukarıda Ω'_{ny} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangibi ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (8.22) de yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$o_1[\nu] = -0.362185 - 0.0117 \nu + 1.406 \cdot 10^{-14} \nu^2 - 1.79 \cdot 10^{-15} \nu^3 \quad (8.23)$$

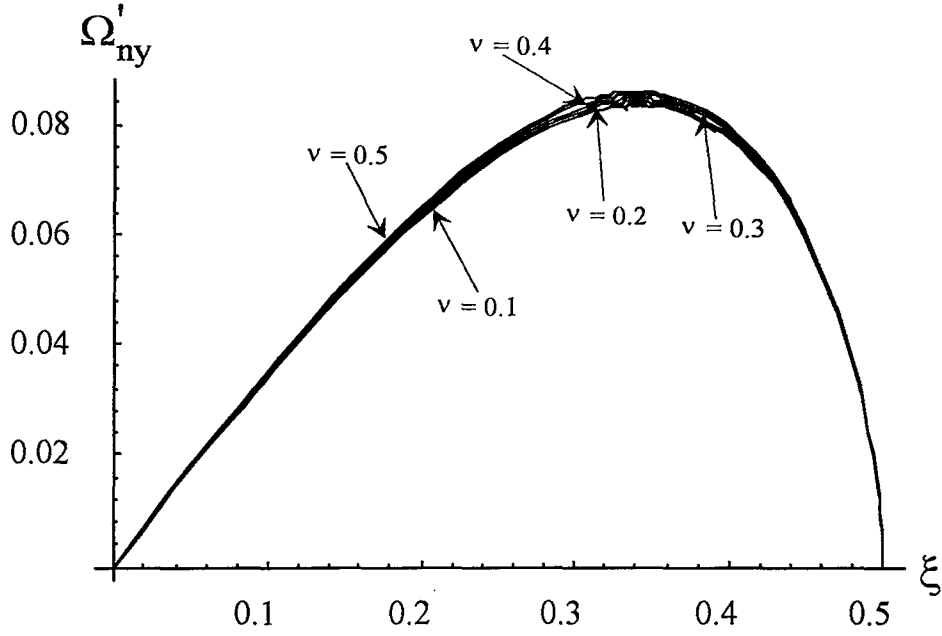
$$o_2[\nu] = 0.574646 + 0.01868 \nu - 1.574 \cdot 10^{-14} \nu^2 - 6.429 \cdot 10^{-15} \nu^3 \quad (8.24)$$

$$o_3[\nu] = 0.842176 + 0.04268 \nu + 7.143 \cdot 10^{-6} \nu^2 + 4.5033 \cdot 10^{-15} \nu^3 \quad (8.25)$$

$$o_4[\nu] = -0.68442 - 0.16125 \nu + 0.000060714 \nu^2 - 0.000083 \nu^3 \quad (8.26)$$

$$o_5[\nu] = -1.05231 + 0.0231905 \nu + 0.0008214 \nu^2 - 0.000833 \nu^3 \quad (8.27)$$

Yukarıda çeşitli ν değerleri için u'_{by} fonksiyonları verilmişti. Bu fonksiyonlar (Şekil 8.3)'de aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 8.3: Çeşitli ν değerleri için u'_{by} fonksiyonları

u'_{by} fonksiyonunun her ν değeri için geçerli olacak şekilde ifade edilmesi amacıyla aşağıdaki fonksiyon bulunmuştur.

$$u'_{by}[\xi] = p_1[\nu] + p_2[\nu]\xi^2 + p_3[\nu]\xi^3 + p_4[\nu]\xi^5 + p_5[\nu]\xi^7 \quad (8.28)$$

Yukarıda u'_{by} içerisinde verilen katsayılar değişim fonksiyonları değerleri aşağıda ifade edilmiştir. Herhangi bir ν değeri için fonksiyon elde edilmek istenirse ν değeri aşağıdaki formüllerde yerine konur ve bulunan değerlerin (8.28) de yerlerine konulması suretiyle fonksiyon oluşturulur.

$$p_1[\nu] = 0.0534 + 0.00389\nu - 1.19696 \cdot 10^{-15}\nu^2 + 9.28 \cdot 10^{-17}\nu^3 \quad (8.29)$$

$$p_2[\nu] = -0.3017 - 0.02432\nu - 7.143 \cdot 10^{-6}\nu^2 - 8.6753 \cdot 10^{-15}\nu^3 \quad (8.30)$$

$$p_3[\nu] = 0.190382 + 0.0153033\nu - 0.00015\nu^2 + 0.000166667\nu^3 \quad (8.31)$$

$$p_4[\nu] = -0.744335 - 0.04246\nu - 0.00008214\nu^2 + 0.000083\nu^3 \quad (8.32)$$

$$p_5[\nu] = 2.73513 + 0.205\nu - 4.783 \cdot 10^{-14}\nu^2 - 6.5906 \cdot 10^{-14}\nu^3 \quad (8.33)$$

SONUÇLAR

Eksen eğrisi sikloid olan bir çubuğa ait taşıma matrisi literatürde mevcut değildir. Bu çalışmada düzlemine dik yüklü ve eksen eğrisi sikloid olan çubuğa ait taşıma matrisi verilmiştir. Bu taşıma matrisi yardımıyla sabit kesitli çubuğa ait üç farklı örnek çözülmüştür. Çözümüne ulaşmak için Mathematica adındaki bilgisayar programı kullanılmış ve kesin sonuçlar elde edilmiştir. Kesin sonuçlar incelenirse oldukça uzun trigonometrik ifadelerden oluştuğu kolayca görülebilir. Bu ifadeleri uygulamada çalışan mühendislerin kullanabilmesi hemen hemen imkansızdır. Bu güçlüğü ortadan kaldırmak için bulunan sonuçlara son derece iyi yaklaşım sağlayan yaklaşık çok terimliler üretilmiştir. Bu çokterimliler, kesin çözümlere göre son derece kısa olmalarına karşın kesin çözümlere son derece iyi yaklaşmaktadırlar. Elde edilen polinomların ve kesin değerlerin hemen hemen aynı sonuçları verdiği diyagramlarla gösterilmiştir. Ayrıca ν Poisson oranının çeşitli değerleri için yaklaşık fonksiyonlar verilmiş ve diyagramlar birarada çizdirilmiştir. Bu fonksiyonların her ν değeri için geçerli olması amacıyla, fonksiyonların katsayıları da ν 'ye bağlı olarak elde edilmiştir ve genel sonuçlara ulaşılmıştır. Bulunan yaklaşık değerlerin kesin sonuçlarla karşılaştırılmasıyla aradaki farkların ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] ARTAN, R., The analytical calculation of circular rods of variable cross-section by the method of initial values Computers and Structures Vol.62, No.3,pp.445-461,(1997)
- [2] GÜMÜŞSOY, M., Parabolik çubukların taşıma matrisi ve burkulması. Yüksek lisans tezi,(1989)
- [3] İNAN, M., Elastik çubukların genel teorisi, İ.T.Ü. yayını İstanbul(1966)
- [4] CİNEMRE, V., Çubuk teorisinde yer ve şekil değiştirme ilişkileri. İ.T.Ü. Dergisi Cilt 40 Sayı 3-6,(1982)
- [5] ÇELİK, Ü., Kesitlerin kayması ve eksenin uzaması da gözönüne alınarak eğri eksenli çubukların kesme kuvveti ve moment değerleri ile yer ve şekil değiştirme bağıntılarının başlangıç değerleri metodu ile elde edilmesi, İ.T.Ü. Yüksek Lisans Tezi,(1984)