

**TABAKALI SİLİNDİRİK KABUKLARIN YAPISAL
ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Uzay Mühendisi Sibel KÜÇÜK

Anabilim Dalı : Uzay Mühendisliği

Program : Disiplinler arası

Uçak ve Uzay Mühendisliği

Y Lisans Program

ŞUBAT 2006

**TABAKALI SİLİNDİRİK KABUKLARIN YAPISAL
ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Uzay Mih. Sibel KÜÇÜK
511021017

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 19 Aralık 2005
Tezin Savunulduğu Tarih : 02 Şubat 2006

Tez Danışmanı : Yard. Doç. Dr. Vedat Ziya DOĞAN
Diğer Jüri Üyeleri Prof. Dr. Tuncer TOPRAK
Prof. Dr. Zahir MECİTOĞLU

ŞUBAT 2006

ÖNSÖZ

Bugüne kadar bana sonsuz destek veren, öğrenim hayatı m ve tüm yaşam m boyunca manevi desteğiyle beni güçlendiren ve üniversite öğrenimi m başlama mdaki büyük payı inkar edilemez olan biricik anne m Fat ma KÜÇÜK e ve aile me sonsuz teşekkürleri m sunuyorum

Bu çalış ma da bana elinden gelen desteği veren tez danış nam m Sayı n Vedat DOĞAN a da teşekkürleri m sunarım

Ayrıca yapısal analiz konusuna yönel me mde büyük payı olan Sayı n Zahit MECİ TOĞLU na ve derslerine katıl ma şerefine nail olduğum değerli öğretimi m üyelerine saygı ve şükranları m sunuyorum

Çalış ma hayatı mda olduğu gibi, öğrenim hayatımda da maddi ve manevi desteği ni benden esirgemeyen BEST B i gisayar Genel Müdürü Cüneyt SELEK e teşekkürleri m sunarım

Lisans ve yüksek lisans öğrenimi m boyunca bana çok şey katan, destek ve yardı mları m sunan arkadaşları ma da teşekkür etmek istiyorum

Şubat 2006

Sibel KÜÇÜK

İÇİNDEKİLER

KISALTMALAR	v
TABLO LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
SEMBOL LİSTESİ	ix
ÖZET	x
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL MALZEME BİLGİSİ	3
2.1. Malzeme Özellik ve Davranışları	3
2.2. Malzeme Elastik Özellikleri	4
2.2.1. İzotrop Ortam (Anizotrop) Malzeme	4
2.2.2. Ortotrop Malzeme	6
2.2.3. İzotrop Malzeme	7
2.3. Malzeme Davranış	8
2.3.1. Fiziksel Özellik	8
2.3.2. Geometrik Özellik	8
3. KOMPOZİT MALZEMELER	9
3.1. Kompozit Malzeme Tanım	9
3.2. Kompozit Malzemelerin Avantaj ve Dezavantajları	12
3.2.1. Kompozitlerin Avantajları	12
3.2.2. Kompozitlerin Dezavantajları	12
3.3. Matrisler	13
3.3.1. Termoset Matrisler	14
3.3.1.1. Polyester	14
3.3.1.2. Epoksiler	15
3.3.1.3. Fendikler	15
3.3.1.4. Vinil ester	15
3.3.1.5. Bismaleimid (BM)	16
3.3.2. Termoplastik Matrisler	16
3.4. Takviye Malzemeleri (Eyaflar)	18
3.4.1. Cam Eyaflı	21
3.4.2. Karbon Eyaflı	22
3.4.3. Aramid Eyaflı	24
4. KOMPOZİT MALZEMELERDE MEKANİK YAPI	27
4.1. Fiber Yönü Hastise Modülünün Hesabı: E_1	28
4.2. Fiber Yönüne Dik Hastise Modülünün Hesabı: E_2	30
4.3. Düzlemli Poisson Oranı: ν_{12}	33
4.4. Düzlemli Kayma Modülü: G_2	34
4.5. Düzlemli Kayma Modülü: G_{3-} G_3	36

5. KOMPOZİT MALZEMELERDE MAKROMEKANİK YAPI	37
5.1. Makromekanik Giriş	37
5.2. Kompozit Tabakaların Makromekanik	38
5.2.1. Düzlemsel Gerilme Halinde Gerilme-Şekil Değiştirme Bağlılıkları	38
5.2.2. Global Koordinat Sistem Transformasyonu	40
5.3. Tabakalı Kompozit Plakada Genel Kuvvet ve Moment Bağlılıkları	42
5.4. Özel Tabakalama Şekilleri	44
5.4.1. Simetrik Tabakalama	44
5.4.2. Antisimetrik Tabakalama	45
5.4.3. Dengeli Tabakalama	45
5.4.4. Artı Şeklinde Tabakalama	45
5.4.5. Açılı Tabakalama	46
6. TABAKALI SİLİNDİRİK KABUKLAR	47
6.1. Tabakalı Silindirik Kabuğun Geometrisi	47
6.2. Tabakalı Kabuk Teorisi	48
6.3. Tabakalı Silindirik Kabuk İçin Kinematik Bağlılıklar	49
6.4. Hareket Denklemlerinin Çıkarılması	50
7. DAİRESEL TABAKALI PLAKANIN ANALİZİ	59
7.1. Giriş	59
7.2. Kompozit Kabuk Model ve Özellikleri	60
7.3. Yapılan Analiz Tipleri	62
7.4. Kabuk Eğriliğinin Doğal Frekanslara Etkisi	65
7.5. Sınır Koşullarının Doğal Frekanslara Etkisi	67
7.6. Yayıllı Yük Altındaki Kabuğun Statik Analizi	70
7.7. Tekil Yük Altındaki Kabuğun Statik Analizi	76
7.8. Şerit Basınç Yükü Altındaki Kabuğun Statik Analizi	81
7.9. $\alpha = 40^\circ$ ’lik Kabuğun Farklı Yükler İçin Analiz Sonuçları	84
7.10. $\alpha = 40^\circ$ ’lik Kabuğun İçin Farklı Fiber Düzlemleri İçin Analiz Sonuçları	85
7.11. Analiz Sonuçlarının Değerlendirilmesi	88
8. SONUÇ	90
KAYNAKLAR	91
ÖZGEÇMİŞ	93

KISALTMALAR

CTP	: Cam Takviyeli Polyester
GRP	: Glassfiber Reinforced Polyester
BM	: Bismaleimid
PES	: Polietersülfon
PEI	: Polieteriimid
PAI	: Poliamidimide
PPS	: Polifenilsulfit
PEEK	: Polietereeterketon
GMT	: Glass Mat Reinforced Thermoplastics
PAN	: Poliakrilonitri
CLT	: Classical Lamination Theory

TABLO LİSTESİ

Sayfa no

Tablo 3.1	Matris, Takviye elemanı ve Kompozit malzeme yapı tipleri.....	10
Tablo 3.2	Belli başlı termoplastik reçineleri ve işlemleri.....	17
Tablo 3.4	Belli başlı elyafların karşılaştırılması.....	26
Tablo 7.1	Analizler için oluşturulan kabukların model ve özellikleri.....	60
Tablo 7.2	Grafit-epoksi malzemesinin mekanik özellikleri.....	60
Tablo 7.3	Yapısal Analiz Tipleri	62
Tablo 7.4	Doğal frekansların eğrilikle değişimi- mod(m=1, n)	65
Tablo 7.5	Doğal frekansların eğrilikle değişimi- mod(m=2, n)	66
Tablo 7.6	Doğal frekansların eğrilikle değişimi- mod(m=3, n)	66
Tablo 7.7	“ $\alpha=60^\circ$, s-f-s-f, f-s-f-s, f-c-f-c, s-s-s-s”: doğal frekanslar	67
Tablo 7.8	1,5kPa’lık basınçta maruz kalan kabukların gerilmeleri	71
Tablo 7.9	1,5kPa’lık basınçta maruz kalan kabukların gerilme değerleri ..	71
Tablo 7.10	1,5kPa’lık basınçta maruz kalan kabukların çökmeleri	73
Tablo 7.11	1,5kPa’lık basınçta maruz kalan kabukların çökme değerleri	73
Tablo 7.12	1,5 kN’luk tekil yüke maruz kalan kabukların gerilmeleri	77
Tablo 7.13	1,5 kN’luk tekil yüke maruz kalan kabukların gerilme değerleri ..	77
Tablo 7.14	1,5 kN’luk tekil yüke maruz kalan kabukların çökmeleri	78
Tablo 7.15	1,5 kN’luk tekil yüke maruz kalan kabukların çökme değerleri ..	78
Tablo 7.16	$\alpha=40^\circ$ ’lik kabuk için gerilme değerlerinin karşılaştırılması	84
Tablo 7.17	$\alpha=40^\circ$ ’lik kabuk için çökme değerlerinin karşılaştırılması	84
Tablo 7.18	Farklı fiber dizilişlerinde gerilme değişimi	87
Tablo 7.19	Farklı fiber dizilişlerinde çökme değişimi	87

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa no</u>
Şekil 2.1	Monoklinik malzeme 5
Şekil 2.2	İzotrop malzeme..... 6
Şekil 3.1	Matrisle çevrili fiber takviyelerinin mikroskopik fotoğrafı 10
Şekil 3.2	Preslenmiş fiber takviyeli termoplastik 18
Şekil 3.3	El yaf dokuma türleri 19
Şekil 3.4	Karbon el yaf örnekleri 20
Şekil 4.1	Fiber takviyeli tabakanın koordinat sistemi 27
Şekil 4.2	Mikromekanik oluşum..... 28
Şekil 4.3	Kompozit katman parçası ve fiber matris hücresi 29
Şekil 4.4	σ_1 gerilmesiyle oluşan deformasyon 30
Şekil 4.5	σ_2 gerilmesiyle oluşan deformasyon 31
Şekil 4.6	G_{12} kayma gerilmesini n deformasyona etkisi 34
Şekil 4.7	Katmanlar arası kayma gerilmesi 36
Şekil 5.1	Tabakalı kompozit plakanın yapısı 37
Şekil 5.2	Tabakalı plaka geometrisi 38
Şekil 5.3	Fiber takviyeli tabaka elemanına etkileyen gerilme bileşenleri 39
Şekil 5.4	x-y-z global eksen takımında kompozit tabaka elemanı 40
Şekil 5.5	Plakaya etkileyen bileşke kuvvetler 42
Şekil 5.6	Plakaya etkileyen bileşke momentler 42
Şekil 5.7	Simetrik tabakalı örnek 44
Şekil 6.1	Eğrisel tabakalı kompozit kabuk 47
Şekil 6.2	Deformasyon geometrisi 49
Şekil 6.3	Silindirik kabuk elemanına etkileyen iç ve dış kuvvetler 50
Şekil 6.4	Q_θ ve Q_θ^+ 'nin dengelere katkısının geometrik ifadesi 51
Şekil 6.5	N_θ ve N_θ^+ 'nin dengeye katkısının geometrik ifadesi 52
Şekil 6.6	Silindirik kabuk elemanına etkileyen moment bileşenleri 54
Şekil 7.1	Shell99 Yapı elemanının geometrisi 59

Şekil 7.2	[0-90-90-0] fiber d zli nli kabuk	61
Şekil 7.3	1350 adet ele mandan oluşmuş kabuk	61
Şekil 7.4	“s-f-s-f” sınır koşullarına sahip kabuk	63
Şekil 7.5	“f-s-f-s” sınır koşullarına sahip kabuk	63
Şekil 7.6	“f-c-f-c” sınır koşullarına sahip kabuk	64
Şekil 7.7	“s-s-s-s” sınır koşullarına sahip kabuk	64
Şekil 7.8	f-s-f-s sınır şartlarında serbest titreşim(mod: 2)	68
Şekil 7.9	s-s-s-s sınır şartlarında serbest titreşim(mod: 2)	68
Şekil 7.10	f-c-f-c sınır şartlarında serbest titreşim(mod: 2)	69
Şekil 7.11	s-f-s-f sınır şartlarında serbest titreşim(mod: 2)	69
Şekil 7.12	Yayıllı yük uygul anmış kabuk	70
Şekil 7.13	“ $\alpha=30^\circ$, yayılı yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için gerilme ..	72
Şekil 7.14	“ $\alpha=60^\circ$, yayılı yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için gerilme ...	72
Şekil 7.15	“ $\alpha=30^\circ$, yayılı yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için çökme	74
Şekil 7.16	“ $\alpha=60^\circ$, yayılı yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için çökme	74
Şekil 7.17	“ $\alpha=60^\circ$, yayılı yük, s-f-s-f” şartlarındaki kabuk için gerilme ..	75
Şekil 7.18	“ $\alpha=60^\circ$, yayılı yük, s-f-s-f” şartlarındaki kabuk için gerilme ...	75
Şekil 7.19	Tekil yük uygul anmış kabuk	76
Şekil 7.20	“ $\alpha=40^\circ$, tekil yük, s-s-s-s” şartlarındaki kabuk için gerilme	79
Şekil 7.21	“ $\alpha=40^\circ$, tekil yük, f-s-f-s” şartlarındaki kabuk için gerilme	79
Şekil 7.22	“ $\alpha=40^\circ$, tekil yük, s-s-s-s” şartlarındaki kabuk için çökme	80
Şekil 7.23	“ $\alpha=40^\circ$, tekil yük, f-s-f-s” şartlarındaki kabuk için çökme	80
Şekil 7.24	Doğrusal basınç yükü uygul anmış kabuk	81
Şekil 7.25	“ $\alpha=40^\circ$, şerit yüü, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için gerilme	82
Şekil 7.26	“ $\alpha=40^\circ$, şerit yük, s-f-s-f” şartlarındaki kabuk için gerilme	82
Şekil 7.27	“ $\alpha=40^\circ$, şerit yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için çökme	83
Şekil 7.28	“ $\alpha=40^\circ$, şerit yük, s-f-s-f” şartlarındaki kabuk için çökme	83
Şekil 7.29	[90-0-0-90] fiber d zli nli kabuk	85
Şekil 7.30	[0-90-0-90] fiber d zli nli kabuk	85
Şekil 7.31	[0-0-90-90] fiber d zli nli kabuk	86
Şekil 7.32	[90-90-0-0] fiber d zli nli kabuk	86

SEMBOL LİSTESİ

A	: Uzun rijitlik matris bileşenleri
B	: Eğilme-uzun çifti rijitlik matris bileşenleri
D	: Eğilme rijitlik matris bileşenleri
E	: Young modülü
G	: Kayma modülü
h	: Plakan kalınlığı
L_x	: Plaka uzunluğu
L_y	: Plaka kesit uzunluğu
M	: Plakada oluşan moment
N	: Plakaya uygulanan kuvvet
Q	: Kesme kuvveti
u, v, w	: Yer değiştirme miktarları
N	: Katman sayısı
V	: Fiber, matris hacim oranı
P	: Yük
U	: Şekil değiştirme enerjisi
W	: Fiber, matris ağırlık oranı
x, y, z	: Global koordinat sistemi eksenleri
$1, 2, 3$	: Malzeme asal eksen sistemi
z_k	: Plaka orta yüzeyinden k-numaralı tabaka mesafesi
ρ	: Yoğunluk
σ	: Gerilme bileşenleri
ϵ	: Yer değiştirme bileşenleri
γ	: Mühendislik kayma gerilmesi
ν	: Poisson oranı
τ	: Kayma gerilmesi
θ_y, θ_x	: Orta yüzeyin normalinin dönüşleri θ
α	: Plaka eğrilik açısı
κ	: Plaka eğriliği
λ, μ	: Lamé katsayıları
a	: Fiber diziliş açısı
E_f, G_f, ν_f	: Fiber yönü elastik sabitleri
E_m, G_m, ν_m	: Matris yönü elastik sabitleri

ÖZET

Günümüzde havacılık ve uzay sanayinde, otomotiv sektöründe, gemi-yat-denizaltı inşaatında vb. bir çok alanda kullanılan kompozit malzemeler; daha mukavim, dayanıklı ve hafif olabildiklerinden araştırma konusu haline gelmiştir. Kompozit malzeme terini; iki ve/veya daha fazla malzemenin makroskobik olarak bir araya getirilerek oluşturulmasıyla elde edilen yeni yapıyı tanımlamaktadır. İki ve/veya daha fazla malzemeyi bir araya getirerek yeni bir yapı oluşturmanın amacı ise bileşenlerinden çok daha üstün özelliklere sahip, yeni bir malzeme elde etmektir. Kompozit malzeme bileşenleri; çeşitli form ve dizilişlerdeki fiberler ve bu fiberleri bir arada tutan reçine (matris)'den oluşmaktadır. Fiberler kompozit bir yapıda önemli rol oynarlar. Kompozit yapıya üstün özellikleri kazandıran bileşen fiberdir.

Havacılık ve uzay sanayinde kullanılan kompozit malzemeler, fiber-takviyeli silindirik kabuklar olarak yapılarda yer almaktadır. Silindirik kompozit panellerin analizi oldukça zordur. Karşılaşık ve çözümü uzun zaman alan formlara sahiptir. Literatürde bir çok silindirik kompozit kabuk çalışması olmasına rağmen hiçbir silindirik kompozit kabuk kavramını anlamaya yardımcı formülasyon ve anlatıma sahip değil.

Bu çalışma, kompozit malzemeleri ve silindirik kabukları anlamaya yönelik bir çalışmadır. Bu iki tema, hesaplamalarda bir araya getirilerek formleri oluşturulmuştur. İlk olarak genel malzeme özellikleri hakkında bilgi verilmiş; izotrop, anizotrop, ortotrop, lineer ve lineer olmayan malzeme kavramları açıklanmıştır. Daha sonra, kompozit malzemeler, bunların özellikleri, avantaj ve dezavantajları sunulmuştur. Özellikle fiber takviyeli, tabakalı malzemeler ve özellikleri incelenmiştir. Böylelikle fiberlerin kompozit içindeki önemi pekiştirilmiştir.

Tabakalı kabukların katılık matrisini belirleyebilmek için tek bir tabakanın elastik özelliklerini tesbit edilmesi gerekmektedir. Bir tabakanın elastik özelliklerini bulmak için mikromekanik kullanılmıştır. Mikromekanik tabakayı oluşturan fiber ve

reçine özelliklerinden yola çıkıp, aslında heterojen olan tabakayı, homojen malzeme gibi davranacak elastik özelliklerini hesaplar.

Tabakalı kabukların makromekanik özelliklerini belirlerken Klasik Tabakalı Kabuk Teorisi kullanılmıştır. Tabakalı kabuğun A B D katılık matrisleri bu teoriye yapılan yaklaşımlarla ortaya konmuştur. Kuvvet ve momente maruz silindirik bir kabuğun, birim kabuk geometrisinden denge denklemleri kurulmuştur. Ve sonra yer değiştirme fonksiyonları kullanılarak hareket denklemleri elde edilmiştir.

Analiz bölümünde ise; farklı eğrilik açılarına sahip ortotropik artı-tabakalı silindirik kabukların analizi sonlu elemanlar yöntemini kullanan ANSYS 8.0 programıyla yapılmıştır. Analizde farklı eğrilik açılarına sahip altı tabakalı kabuk modeli oluşturulmuş ve bunların farklı sınır koşullarında doğal frekansları; yayılı-tekil-şerit yük altında gerilme ve çökme sonuçları bulunup karşılaştırılmıştır. Kabuğun çökme ve gerilmesinde; sınır şartlarının, kabuk kamburluğunun ve fiber diziliminin etkisi farklı yüklemeler için ayrı ayrı tesbit edilmiştir.

SUMMARY

Studies of strong, stiff, light weight materials for application to diverse structures-from aircraft, spacecraft, submarines, and surface ships to machine components, civil structures, automobiles-focus on using fiber-reinforced composite materials. The term "composite material" indicates a material which is formed by combining at least two different materials on a macroscopic scale. The main purpose of combining two or more constituent materials to form a composite is to generate a new material that has better overall properties than its constituents. Advanced composites are composed of fibers of various forms, and a matrix. Fibers play a significant role in composites. They are the major component that provides the superior properties of a composite.

The composites, which are used especially in aircraft and spacecraft structures, are found in structures the form of curved laminated fiber-reinforced panels. The analysing of curved composite panels are extremely difficult. Formulations are complex and take long times. However, in literature, there are many study in curved composite panel concept, no one of these studies have enough calculation and formulation to understand what curved composite panels means and how they exist in equations.

This research was based on understanding the composite materials and curved panel structures. These two concept were combined in calculations and then, curved composite panels formulations are governed.

Firstly, a general information was given about material properties. Isotropic, anisotropic, orthotropic, linear and nonlinear material concepts were explained.

Then, composite materials, their properties, advantages and disadvantages were presented. Especially, fiber reinforced materials and their mechanical behaviors are presented. These will be provide understanding the role of fibers in composite structures.

In the analysis, laminate stiffness matrix of laminated panel will be needed. To determine a laminate stiffness matrix, we need to know one lamina elastic

properties. To find the elastic properties of a lamina, micromechanics was used. Micromechanics is the study of determining the properties of a lamina based on the properties of the constituents (fiber and matrix) that make up the lamina. A fiber-reinforced lamina is a heterogeneous material, but micromechanics allows one to represent the lamina as a homogeneous material.

Classical Lamination Theory (CLT) is used to analyze a laminate based on the laminae that make-up the laminate. Using CLT, the stiffness matrices (A , B , D matrices) for a laminate can be determined. The stiffness matrices are needed in order to analyze a laminate under a given loading condition. Using the geometry of a unit shell element of a curved panel which is under force and moment resultants, the equations of equilibrium were constituted. Then equations of motions are formed using displacement functions.

In the analysis part, the orthotropic cross-ply laminated circular cylindrical panels, which have different radius were analysed by using ANSYS 8.0 program that use finite element method. Natural frequencies of the six panels were obtained. And, natural frequencies of these panels are compared. Also, different forces were applied to the each laminated panel. Maximum deflections and stresses are found and these results were compared.

1. GİRİŞ

Kompozit malzemeler, günümüz malzeme mühendisliği kavramının en can alıcı noktasında durmaktadırlar. Bir yandan; istenilen yüksek çekme-basma mukaveti, düşük yoğunluk gibi mekanik özelliklere sahip malzeme elde etme gibi ilgi çekici bir avantaj, diğer yanda da; standartlaşmış üretimler, oluşumundaki fiber-matris yapıdan kaynaklanan malzeme içi hava boşlukları, pahalı fiyatlar gibi dezavantajları vardır. Kompozit malzemeler bir çok alanda kullanım bulmuştur. Uçak gövde ve panelleri, yat kaplamaları, spor malzemeleri, otomotiv kaporta, inşaat ve hatta makine dış cephelerinde bile kompozit malzemeler kullanılır hale gelmiştir.

Bu çalışmada uçaklar ve uzay araçları gövdelerinde de sıkça kullanılan yüke maruz kalan tabakalı silindirik kabuklar üzerinedir. Silindirik kabuk analizi düz kabuklara nazaran oldukça karmaşık ve uzun hesaplamalar gerektiren formülasyonlara sahiptirler. Eğer bu silindirik yapı aynı zamanda kompozit ise; anizotropik yapısı, fiber dizilişi, katman yerleşimi gibi ekstra bir çok kavram çıkmaktadır karşımıza. Bu çalışmada; tabakalı silindirik kabuklar kavramına, kompozit malzeme ve silindirik kabuk kavramlarını birleştirerek varmanın yolu araştırılmış ve dikdörtgensel bir kabuğun eğriliğinin, sınır koşullarının ve fiber dizilişlerinin kabuğun maksimum çökme ve gerilme değerleriyle olan ilişkisi incelenmiştir. Literatürde tabakalı silindirik kabuklar üzerine çeşitli araştırmalar bulunabilmektedir. Literatürde temel kaynak olarak dikkati çeken bilinen kabuk yapı analiz kitabı Timoshenko, S'nun "Theory of Plates and Shells" kitabıdır [1]. Bu kitap tezdeki silindirik kabuk yer değiştirme bağlantılarının temel kaynağıdır. Tabakalı silindirik kabukların titreşimi üzerine yapılan çalışmalardan bazıları şöyledir. Soldatos, K. P.'nin "Free vibrations of antisymmetric angle ply laminated circular cylindrical panels" adlı makalesi [2]. Soldatos bu çalışmada; grafit-epoksi den yapılmış bir anizotropik tabakalı silindirik kabuğun basit mesnetli sınır şartlarındaki titreşim problemini, kabuk orta yüzey yer değiştirmelerini Donnell-type hareket denklemlerinde kullanarak çözmüştür. Soldatos'un bir diğer çalışması da "Vibration of completely free composite plates and cylindrical shell panels by a higher-order

theory”dır [3]. Bu çalışmasında ise analizi silindirik kompozit bir kabuğun serbest titreşimini kayna deformasyonlu kabuğun enerji denklemleri üzerine kurup, çözüm için Ritz metodunu kullanmıştır. Diğer bir çalışma ise Chakravorty, D ve Sinha, P. K’nın “Finite element free vibration analysis of point supported laminated composite cylindrical shells”dır [4]. Bu çalışmanın konusu köşelerinden ve kenar orta mesafelerinden noktasal olarak basit mesnetlenmiş katmanlı silindirik bir kabuğun serbest titreşim analizinin sekiz düğüm noktalı eğrisel kuadratik yapı elemanı kullanılarak yapılmasıdır. Leissa, A W ve Qatu, M S’nin ortak çalışmaları olan “Free vibrations of completely free doubly curved composite shallow shells” [5]’de; cebrik yer değiştirme fonksiyonlarıyla Ritz metodunu kullanarak tamamen serbest tabakalı silindirik kabuğun serbest titreşim analizini yapmışlar. Berçin, A N, “Natural frequencies of cross-ply laminated singly curved panels” [6] çalışmasında Donnell’ini ince kabuk teorisine dayalı tabakalı silindirik kabuğun doğal frekanslarını dînamik katılık metodu ile hesabını incelemiştir. Kabir, H R H, Al-Khaleefi, A M ve Al-Marzouk, M’nin ortak çalışmalarında ise; “Double orthogonal set of solution functions for cross-ply laminated shear flexible cylindrical/doubly curved panels” [7], çift yönlü eğriliğe sahip artı-tabakalı kaymalı bir kabuğun sınır şartı problemi ne Fourier serileriyle yaklaşmışlar. Amabili, M’nin “Nonlinear vibrations of circular cylindrical panels” [8] adlı makalesinde dört tarafından sabit mesnetlenmiş harmonik olarak uyarılan silindirik bir kabuğun nonlinear analizini gerçekleştirmiş. Yine Soldatov, K P., “On the stress analysis of cross-ply laminated plates and shallow shell panels” [9] adlı makalesinde; çift eğrilipli artı-tabakalı kompozit kabuğun stress değerlerinin tahmini için yeni bir analiz metoduyla yapmıştır. Metod; stress dağılımı için üç boyutlu elastisite bilgilerini beş-serbestlik-dereceli iki boyutlu kabuk modeli haline getirilmesi üzerine kurulmuştur.

2 GENEL MALZEME BİLGİSİ

2.1. Malzeme Özellik ve Davranışları

Malzemeyi belirleyen iki ana özellik vardır. Bunlardan biri malzemenin elastik özelliği, diğeri davranış biçimidir.

1. Elastik Özellik {
- 1. İzotrop olmayan (Anizotrop) malzeme
 - 2. Ortotrop malzeme
 - 3. İzotrop malzeme

2. Davranış Biçimi {
- 1. Fiziksel açıdan
 - i. Lineer
 - ii. Nonlineer
 - 2. Geometrik açıdan
 - i. Lineer
 - ii. Nonlineer

2.2 Malzeme Elastik Özellikleri

Malzeme elastik özellikler açısından üç ana gruba ayrılır: Anizotrop, ortotrop, izotrop malzeme. Malzemenin elastik yapısını veren gerilme-şekil değiştirme bağıntısı genel Hooke yasasına göre,

$$\text{tensör formda : } \sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.1)$$

$$\text{matris formda : } \{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (2.2)$$

şeklinde gösterilir. Burada $[D]$, malzemenin elastik sabitlerinin matris formda gösterimidir ve katsayılar matrisi diye anılır.

2.2.1 İzotrop Olmayan (Anizotrop) Malzeme

En genel anizotrop halde (9x9)'luk $[D]$ katsayılar (elastisite) matrisinin bağımsız eleman sayısı 81'dir.

$$\begin{bmatrix} D_{1111} & \dots & D_{1133} \\ \dots & \dots & \dots \\ D_{3311} & \dots & D_{3333} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Gerilme ve şekil değiştirme tensörlerinin homojen olmayan halde simetrik olması durumunda elastik bağımsız sabitlerin sayısı 36'ya iner. Dört indisli gösterimi iki indise indirgeyerek bu anizotrop halde $[D]$ katsayılar matrisi şöyle ifade edilir [10].

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ D_{51} & D_{52} & D_{53} & D_{54} & D_{55} & D_{56} \\ D_{61} & D_{62} & D_{63} & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Green şekil değiştirme enerjisi fonksiyonu kullanılarak,

$$U = \frac{1}{2} D_{ij} \varepsilon_i \varepsilon_j \quad (2.5)$$

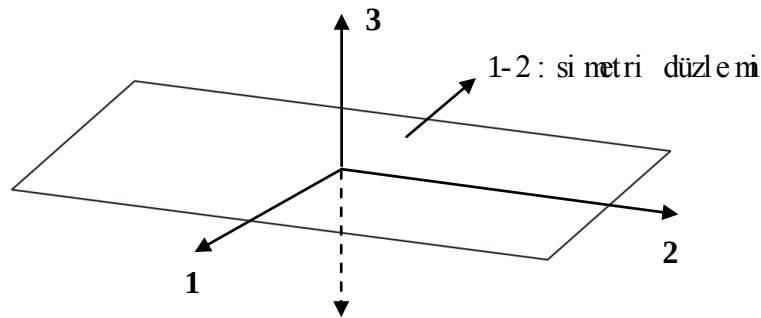
$$\frac{\partial U}{\partial \varepsilon_i} = \sigma_i \quad (2.6)$$

(2.6) eşitliğinin sağlandığı görülür bu da katılık matrisinin simetrik ($D_{ij} = D_{ji}$) olduğunu gösterir ve bağımsız eleman sayısı 36'dan 21'e düşer.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} & D_{15} & D_{16} \\ & D_{22} & D_{23} & D_{24} & D_{25} & D_{26} \\ & & D_{33} & D_{34} & D_{35} & D_{36} \\ & & & D_{44} & D_{45} & D_{46} \\ & & & & D_{55} & D_{56} \\ & & & & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

simetrik

Eğer malzeme bir simetri düzlemine sahipse (monoclinic malzeme olarak anılır-Şekil 2.1) bağımsız elastik sabit sayısı 13'ün.



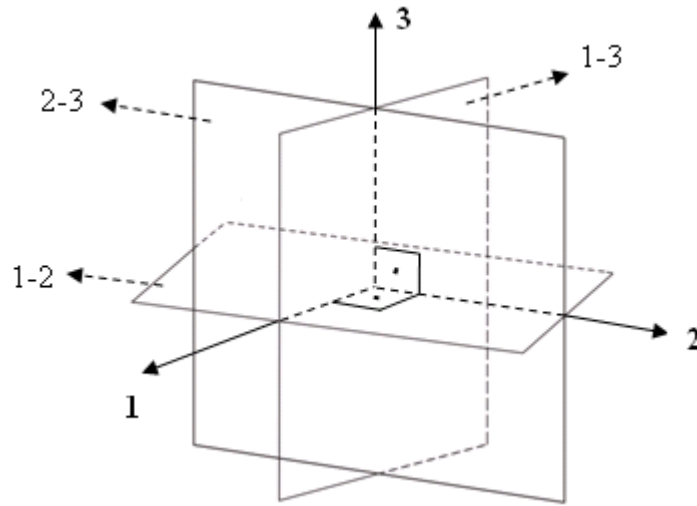
Şekil 2.1 Monoclinic malzeme: 1-2 simetri düzlemi dir

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & D_{16} \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & D_{26} \\ & & D_{33} & 0 & 0 & D_{36} \\ & & & D_{44} & D_{45} & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 \\ & & & & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

simetrik

2.2.2 Ortotrop Malzeme

Malzemenin elastik özellikleri Şekil 2.2’ de görüldüğü gibi; karşılıklı olarak birbirine dik üç düzleme göre ikişer ikişer simetrikse “ortotrop” cismi madını alır ve $[D]$ katılık matrisinde bağımsız elastik sabit sayısı 9’adır.



Şekil 2.2 Ortotrop malzeme (1-2, 1-3 ve 2-3 simetri yüzeyleri).

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & 0 & 0 \\ & & & & D_{55} & 0 \\ & & & & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

simetrik

Ortotrop olma koşuluna ek olarak iki eksenin üçüncü eksen etrafında dönmesi halinde elastik özellikler değişmiyorsa, bağımsız elastik sabit sayısı 6'ya iner. Bu hal Kırchoff Teorisi'dir. Eğer malzemede sadece bir tane simetri düzlemi varsa ve o düzlemde tüm yönlerde malzeme özellikleri aynı ise bu tip malzemelere “eniye izotropik” malzeme denilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & D_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & & D_{44} & 0 & 0 \\ & \text{simetrik} & & & D_{55} & 0 \\ & & & & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Örneğin (1-2) düzlemi malzeme özellikleri için simetri düzlemi olsun, bu durumda “ $D_{11}=D_{22}$ ” şeklinde tanımlanabilir ve bunun sonucu olarak da katılık matrisinde 5 tane bağımsız sabit bulunmaktadır. Ortotrop cismi m kalınlık boyunca homojense bağımsız elastik sabit sayısı 4'edir.

2.2.3 İzotrop Malzeme

Cismin malzemesinin elastik sabitleri koordinat eksenlerinin doğrultusundan bağımsızsa, yani herhangi bir noktadan geçen tüm doğrultularda elastik özellikler aynıysa cismi m “izotrop malzeme” adını alır. İzotrop malzemelerde elastik sabit sayısı 2 adet olup, bunlara Lamé katsayıları denir: λ , μ .

E: Young modülü, ν : Poisson oranı, G: Kayma modülü olmak üzere, Lamé katsayıları bağıntıları:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{2G\nu}{(1-2\nu)} \quad (2.11)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.12)$$

2.3 Malzeme Davranışı

2.3.1 Fiziksel Özellik

Malzemenin fiziksel hali gerilme-şekil değiştirme hali dir. Gerilme-şekil değiştirme bağıntısının farklılığından oluşur: $\sigma = f(\varepsilon)$.

- i. Lineer Hal: Hook yasası geçerli dir. $\sigma = E\varepsilon$ bağıntısı doğrusal dir, E sabittir.
- ii. Nonlineer Hal: Hook yasası geçersizdir: $\sigma = f(\varepsilon)$ bağıntısı eğrisel dir.

2.3.2 Geometrik Özellik

Malzemenin geometrik özelliği şekil değiştirme bağıntılarının durumunu gösterir. Şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntısının farklılığından oluşur.

$$\varepsilon = f(d), \{d\} = (u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z, \tau). \quad (2.13)$$

- i. Lineer Hal: $\varepsilon = f(d)$ bağıntısı doğrusal dir. İkinci dereceden terimleri alınmaz. Örneğin,

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.14)$$

- ii. Nonlineer Hal: Deplasmanlar nispeten büyük olup $\varepsilon = f(d)$ bağıntısı eğrisel dir ve ikinci derece terimleri içerir. Örneğin,

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (2.15)$$

Burada ikinci terim nonlineer dir [10].

3. KOMPOZİT MALZEMELER

3.1. Kompozit Malzeme Tanımı

Kompozit malzeme tanımı, temel olarak iki veya daha fazla malzemenin bir arada kullanılmasıyla oluşturulan ve meydana geldiği malzemelerden farklı özelliklere sahip yeni tür malzemeleri belirtmek için kullanılmaktadır. Genel olarak ise kompozit malzeme denildiğinde elyaf (fiber) ile güçlendirilmiş plastik malzemeler anlaşılmaktadır.

İlk modern sentetik plastiklerin 1900'lerin başında geliştirilmesi nedeniyle, 1930'ların sonunda plastik malzemelerin özellikleri diğer malzeme çeşitleri ile boy ölçüşür düzeyde gelişmeye başlamıştır. Kolay biçim verilebilir olması, metallere oranla düşük yoğunlukta olması, üstün yüzey kalitesi ve korozyona karşı dayanım plastiğin yükselişindeki en önemli özelliklerdir. Bir çok üstün özelliğinin yanı sıra sertlik ve dayanıklılık özelliklerinin düşük olması plastik malzemelerin güçlendirilmesi için çalışmalar yapılmasına neden olmuştur. Bu eksikliğin giderilmesi amacıyla 1950'lerde polimer esaslı kompozit malzemeler geliştirilmiştir. Kompozitler, özellikle polimer kompozitler; yüksek mukavemet, boyut, termal kararlılık, sertlik ve aşınmaya karşı dayanıklılık gibi özellikleriyle pek çok avantajlar sunarlar. Ayrıca kompozit malzemeler dayanıklılık ve sertlik yönünden metallerle yarışabilecek olmasına rağmen çok daha hafiftirler [11].

Kompozit malzemeler reçine/ matris(Matrix) ve takviye/fiber(Reinforcement) bileşenlerinden oluşur. Kompozitler temel olarak kalıp görevi gören reçine içine gömülüş sürekli veya kırılmış elyaflardan (fiber) oluşmaktadır. Bu bileşenler birbirleri içinde çözülmezler veya karışmazlar. Kompozit malzemelerde elyaf; sertlik, sağlamlık gibi yapısal özellikleri, plastik reçine malzemesi ise; elyafın yapısal bütünlüğü oluşturmaları için birbirine bağlanması, yükün elyaflar arasında dağılmasını ve elyafın kimyasal etkilerden ve atmosfer şartlarından korunmasını sağlar. Bir matrisle çevrili fiber takviyelerin mikroskopik bir fotoğrafı Şekil 3.1' de görülmektedir [12].



Şekil 3.1 Matrisle çevrili fiber takviyelerin mikroskopik fotoğrafı

Tablo 3.1’de bazı matris ve bunların takviye elemanlarıyla beraber bu malzemelerin oluşturduğu kompozit yapıların şekilleri sıralanmıştır [11].

Tablo 3.1 Matris, Takviye elemanı ve Kompozit malzeme yapı tipleri

Matris Malzemeleri	Takviye Elemanları	Kompozit Yapının Şekli
Poli merler	Li fler	Tabakalar
Metaller	Gr anül	Kaplamalar
Seramikler	Whi skers	Fil m Fol yo
	Pudra	Honey- Combs (Bal pet eği)
	Yonga	Fıl anan Sarıl mş Yapılar

Kompozit malzemelerde kullanılan matrisler, polimerlerden (termosetler ve termoplastikler) metal ve seramiklere kadar değişmektedir. Polimerler düşük yoğunluklu ve göreceli olarak düşük dayanıklılıktadır.

Başlıca polimer matris malzemeler:

- Polyeşter
- Epoksi (epoxy)
- Fenol (phenol)
- Vinil ester (vinyl ester)

Kompozit malzemelerde takviye amacıyla kullanılan elyaflar:

- Doğal elyaflar (artık yerlerini sentetik elyaflara bırakmışlardır).
- Sentetik-organik elyaflar; naylon, aramid (düşük yoğunluklu ve güçlü elyaflardır).
- Sentetik-inorganik elyaflar; cam karbon, boron vb. .

En çok kullanılan kompozit malzeme kombinasyonları; “cam elyafı + polyeşter”, “karbon elyafı + epoksi” ve “aramid elyafı + epoksi” birleşimleridir. Kompozit malzemeler katlı tabakalar veya ince tabakalar halinde uygulanabilmektedir. 1940ların sonlarında geliştirilen CTP (Cam Takviyeli Polyeşter-CTP/ Glassfiber Reinforced Polyester/GRP, FIBERGLASS) günümüzde en çok kullanılan ve ilk modern polimer esaslı kompozit malzemedir. Bugün üretilen tüm kompozit malzemelerin yaklaşık olarak % 85'i CTP'dir ve çoğunlukla tekne gövdeleri, spor araçları, paneller ve araba gövdelerinde kullanılmaktadır.

CTP ve diğer kompozit kombinasyonlarının günümüzde tercih edilmesinin ve kullanımlarındaki artışın mutlak sebepleri sağlamlıkları ve hafiflikleridir. Çeşitli plastik malzemeleri seramik, metal bazen de sert polimerlerin elyafları ile güçlendirerek ileri derecede faydalar sağlayan malzemeler üretmek mümkündür. İçindeki plastik sayesinde kolaylıkla şekil verilebilen ve takviye elyaflar sayesinde son derece sağlam sert ve hafif olan bu malzeme kombinasyonları her gün yepyeni uygulama alanlarında karşımıza çıkmaktadırlar. Ayrıca metallere kıyasla malzeme yorulması, malzeme üzerinde hasarların tolere edilmesi ve korozyona dayanıklılık özellikleri bakımından avantaj sağlamaktadır [11].

Tüm bu faydalarına rağmen kompozitlerin tanımla metalin yerine geçmesi için dört ana sebebi vardır;

- 1) Titanyum ve çelik gibi metallerin bazı uygulamalarda ihtiyaç duyulan kritik düzeyde ısı ve mekanik özellikleri günümüz kompozitleri karşılanmaktadır.
- 2) Yeni geliştirilen matris malzemelerle, elyafların tüm karakteristik özellikleri metaller kadar iyi bilinmektedir.
- 3) Bazı karışıkbicimler düşük maliyetler çerçevesinde üretilemektedir.
- 4) Kompozitlerin kg başına düşen üretim maliyeti rakamları metallerden, özellikle alüminyumdan daha yüksektir.

3.2 Kompozit Malzemelerin Avantaj ve Dezavantajları

3.2.1 Kompozitlerin Avantajları

1. Farklı mekanik özellikler elde etmek için farklı katmanlardan ve farklı kombinasyonlarla kompozit malzeme inşa edilebilir.
2. Kompozit malzemeler kimyasallara, korozyona ve hava şartlarına dayanıklılık gösterir.
3. Karışıkb parçaları tek olarak üretilebilmesi nedeniyle parça sayısının azalmasını sağlarlar. Böylece araba birleştirme detay ve parçalarının azalmasıyla üretimsüresi kısalmaktadır.
4. Yüksek “dayanıklılık/ yoğunluk” oranı.

3.2.2 Kompozitlerin Dezavantajları

1. Hammaddenin pahalı olması; Uçaklarda kullanılabilecek kalitede karbon elyaflarının 1 m²'lik kumaşının maliyeti yaklaşık 50 \$'dır.
2. Lamine edilmiş kompozitlerin özellikleri her zaman ideal değildir. Kalınlık yönünde düşük dayanıklılık ve katlar arası düşük kesme dayanıklılık özelliği bulunmaktadır.

3. Malzemenin kalitesi üretim yöntemlerinin kalitesine bağlıdır, standartlaşmış bir kalite yoktur.
4. Kompozitler kırılğan (gevrek) malzeme olmalarından dolayı kolaylıkla zarar görürler, onarılmaları yeni problemler yaratabilir. Kompozitler onarılmadan önce çok iyi olarak temizlenmeli ve kurutulmalıdır. Bazı durumlarda bu zor olabilir. Bazı kurutma teknikleri uzun zaman alabilmektedir.
5. Malzemelerin sınırlı raf ömürleri vardır. Bazı tür kompozitlerin soğutularak saklanması gerekmektedir.

3.3 Matrisler

Kompozit malzemelerde polimer esaslı matrislerin yanı sıra metal ve seramik türevi malzemelerde matris olarak kullanılmaktadır. Matris malzemelerinin genellikle plastik esaslı olmasından dolayı kompozit malzemelerde genellikle takviye edilmiş plastikler olarak adlandırılırlar. Metal matrisler büyük çaplı uygulamalarda kullanılmak için çok pahalı ve çalışılmaları çok zordur. Seramik matrisler ise yüksek oranda kırılğan olmalarından dolayı yeterli dayanıklılığa sahip olmaları nedeniyle kullanım alanları yüksek ısı ile kullanılan yerlerle sınırlanmaktadır. Karbon matrisli kompozit malzemeleri üretmek çok zor ve çok pahalıdır. En çok tercih edildikleri uygulamalar yarış arabalarının ve uçakların fren balatalarıdır. Tüm diğer matris alternatifleri arasında ticari olarak en uygun olan plastik matrisler arasında ise en çok kullanılan termoset esaslı olan polyeşter ve epoksi reçineleridir [11].

Matrisler güçlü yapıştırma, çevre ve atmosfer şartlarına yüksek dayanım ve yüksek mekanik özellikler gösterirler. Bir matrisin öncelikle sağladığı mekanik özellikler yüksek sertlik ve yüksek dayanıklılık değerleridir. İyi bir malzeme sert olmalıdır, fakat gevrek bir malzemenin gösterdiği davranışlardan dolayı performansı düşmemelidir. Bu özellikleri büyük ölçüde karşılayan polimer esaslı matrisler termoset ve termoplastik matrisler olarak iki tür olarak bulunmaktadır.

3.3.1. Ter moset Matrisler

Ter moset esaslı kompozit malzeme matrisleri olarak en çok kullanılanlardır. Ter moset plastikler sıvı halde bulunurlar, ısıtılarak ve kimyasal tepkilerle sertleşir ve sağlanırlar. Ter moset polimerlerin polimerizasyon süreci termoplastiklerden farklı olarak geri dönüşü olmayan bir süreçtir. Yüksek sıcaklıklarda dahi yumuşamazlar. Çoğu ter moset, matris sertleşmeleri için dondurulmuş olarak depolanmak zorundadır. Dondurucudan çıkarılıp oda sıcaklığında bir müddet (1-4 hafta arası) bekletildiğinde sertleşmeye başlar ve özelliklerini kaybederek biçim verilmesi zor bir hâl alır ve kullanılamaz duruma gelir. Dondurucu içinde olmak şartıyla raf ömürleri ise 6 ile 18 ay arasında değişmektedir. Ter moset reçineleri kimyasal etkiler altında çözülmez ve olağandışı hava şartlarında dahi uzun ömürlü olmaktadır. Aşağıda en yoğun kullanılan matrisler ve genel özellikleri yer almaktadır [11].

3.3.1.1. Polyester

Özellikle denizcilik ve inşaat alanında en çok kullanılan ter moset reçinedir. Kompozit malzemelerde kullanılan iki tür polyester reçine vardır; daha ekonomik olan ortoftalik ve suya dayanım gibi daha iyi özelliklere sahip olan isoftalik polyester. Polyester reçineleri polimerizasyon süreçlerinin tanımlanması için katalizör ve hızlandırıcı olarak adlandırılan ek maddelere ihtiyaç duyarlar. Türkiye’de Cam Elyaf A.Ş.’nin yanı sıra Boytek Reçine, Boya ve Kimya Sanayi Ticaret A.Ş. gibi firmalar da genel amaçlı kullanımlar için polyester üretmektedir. Reçinelerin avantaj ve dezavantajları;

- + Kolay kullanım
- + Çok düşük maliyet, 0.5 – 1 \$/kg
- Sertleşme sırasında yüksek oranda çekme
- Zehirli Stiren gazı yayma
- Orta mekanik özellikler
- Kısa raf ömrü

3.3.1.2 Epoksiler

Geniř kullanımlarına sahiptirler. Havacılık spor, ulaşım askeri ve deniz araçları değerliarı.

- + İyi mekanik özellikler
- + Suya dayanım
- + Islakken 140° C kuruyken 220° C'ye kadar ısı dayanım
- + Sertleşme sırasında düşük oranda çekme
- Yüksek maliyet, 5 – 25 \$/kg
- Gıde aşırı zararlı
- Doğru karışım son derece önemli

3.3.1.3 Fenolikler

Ateş dayanımı ihtiyacı olan yerlerde kullanılır. Kür işleminin buharlaşma özelliğı hava boşluklarının oluşmasına ve yüzey kalitesinin düşmesine neden olur. Uçakların iç bölümlerinde, deniz araçlarının motorlarında ve demiryollarında kullanılır.

- + Yüksek ateş dayanım
- + Düşük maliyet, 4 – 8 \$/kg
- Yaş halde son derece zararlı
- Oldukça kırıl gan
- Düşük yüzey kalitesi

3.3.1.4 Vinil ester

- + Son derece yüksek kimyasal/çevresel dayanım
- + Pol yesterden daha yüksek mekanik özellikler
- Aşırı sitiren içeri mesi
- Pol yesterden daha pahalı, 4 – 7 \$/kg
- İyi özellikler için ikinci kür işlemi gerekir.

- Sertleşme sırasında yüksek oranda çekme

3.3.1.5 Bis maleni mid (BM)

Uçak motorlarında ve yüksek ısıya maruz kalan parçalarda kullanılır

- + Son derece yüksek ısı dayanımı
- + Yaşken 230° C, kuru halde 250° C
- Çok yüksek maliyet, 80 \$/kg

3.3.2 Termoplastik Matrisler

Termoplastik poli merlerinin çeşitlerinin çok fazla olmasına rağmen matris olarak kullanılan poli merler sınırlıdır. Termoplastikler düşük sıcaklıklarda sert halde bulunurlar ısıtıldıklarında yumuşarlar. Termosetlere göre matris olarak kullanımları daha az olmakla birlikte üstün kırılma tokluğu, hammaddenin raf ömrünün uzun olması, geri dönüşüm kapasitesi ve sertleşme prosesi için organik çözücülere ihtiyaç duyulmamasından dolayı güvenli çalışma ortamı sağlama gibi avantajları bulunmaktadır. Bunun yanı sıra şekil verilen termoplastik parça işlem sonrası ısıtılarak yeni den şekillendirilebilir. Oda sıcaklığında katı halde bulunan termoplastik soğutucu içinde bekletilmeden depolanabilir. Termoplastikler yüksek sertlik ve çarpma dayanımı özelliğine de sahiptirler. Yeni gelişmelerle termoplastiğin sağladığı bu artı değerleri son dönem termoset matrislerinden 977-3 Epoksi ve 52450-4 BM reçineleri de sağlamaktadırlar.

Termoplastiklerin kompozit malzemelerde matris olarak tercih edilmelerinin başlıca nedeni üretimdeki zorlukların yanı sıra yüksek maliyetidir. Oda sıcaklığında düşük işleme kalitesi sağlarlar, bu onların üretimde zaman kaybına yol açmasına neden olur. Bazı termoplastikleri istenilen şekillere sokabilmek için çözücülere ihtiyaç duyulabilir. Termoplastikler termosetlere kıyasla hammaddesi daha pahalıdır. Devamlı kullanım sıcaklıkları 60° C ile 245° C arasında değişebilen termoplastik reçine çeşitleri bulunmaktadır. Bazı termoplastik reçinelerin işlem sıcaklıkları Tablo 3.2 de verilmiştir [11].

Tablo 3.2 Belli başlı termoplastik reçineleri ve işlemleri

Malzeme	Erieme sıcaklık aralığı (°C)	Maksimum işlem sıcaklığı (°C)
PP	160-190	110
PA	220-270	170
PES- polietersülfon	-	180
PEI- polietereimid	-	170
PAI- poliamidimide	-	230
PPS- polifenilensulfit	290-340	240
PEEK- polietereeterketon	350-390	250

Başlangıçta amorf yapılı reçinelerden polietersülfon (PES) ve polietereimid (PEI) matris olarak kullanılmaktaydı. Sonraki dönemde ise havacılık sektörü uygulamaları için çözücülere karşı dayanımöneli bir kriter olarak ortaya çıkmıştır. Bu ihtiyaç sonrasında Polietereeterketon (PEEK) ve Polifenilensulfid (PPS) gibi yarı-kristal yapılı plastik malzemeler geliştirilmiştir. Ayrıca sınırlı oranlarda Poliamidimide (PAI) ve Poliidimide gibi plastiklerde kullanılmaktadır. Bu polimerler diğer termoplastiklerden farklı olarak polimerizasyonlarını kür aşamasında tamamlarlar. En yoğun çalışmalar ise PA, PBT/PET ve PP gibi düşük sıcaklıklarda kullanılan polimerlerin üzerine yapılmıştır. Tüm bu polimerlerin haricinde ABS, SAN, SMA (Stiren Maleik Anhidrit), PSU (Polisülfon), PPE (Polifenilene Eter) matris olarak kullanılır.

Termoplastik reçineler malzemenin çekme ve eğilme dayanımlarının artırılması için kullanılırlar. Otomotiv sektöründe yaygın olarak kullanılan termoplastikler uçak sanayisinde de yüksek performanslı malzeme çözümlerinde kullanılmaktadır. Çoğunlukla enjeksiyon ve ekstrüzyon kalıplama yöntemleri ile üretilen termoplastikler Şekil 3.2'deki gibi GMT (Glass Mat Reinforced Thermoplastics / Preslenebilir Takviyeli Termoplastik) olarak da üretilmektedir. Bu yöntemle hazırlanan takviyeli termoplastikler soğuk plakaların preslenebilmesi ve geri dönüşüm sürecine uygunluğundan dolayı özellikle otomotiv sektöründe tercih edilmektedir.



Şekil 3.2 Preslenmiş fiber takviyeli termoplastik [12]

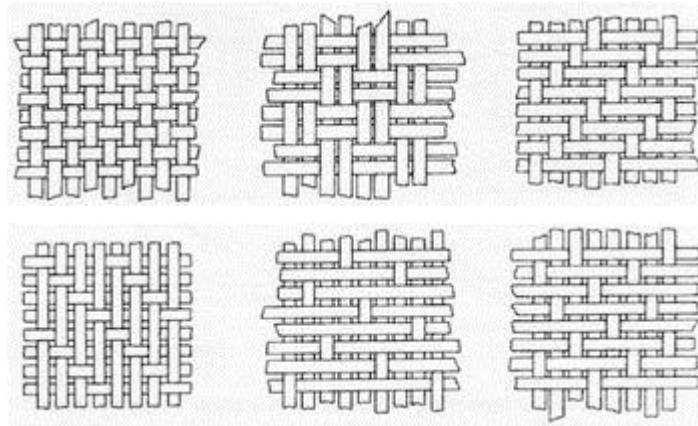
3.4 Takviye Malzemeleri (Elyaf lar)

Kompozit malzemelerde kullanılan elyaf ların fiziksel biçimi, oluşturulan yeni malzemenin özellikleri üzerinde çok önemli bir faktördür. Takviyeler temel olarak üç farklı biçimde bulunmaktadır; parçacıklar, süreksiz ve sürekli elyaf lar. Parçacık genel de küresel bir biçimde olmasına rağmen her yönde yaklaşık olarak eşit boyutlardadır. Çakıl, mikrobalonlar ve reçine tozu parçacık takviyelerine örnekler arasında sayılabilir. Takviye malzemelerinin bir boyutu diğer boyutlarına göre daha fazla olduğunda elyaf lar dan bahsetmeye başlarız. Süreksiz elyaf lar (doğranmış elyaf lar, öğütülmüş elyaf lar veya whiskers-püskül) birkaç milimetreden birkaç santimetreye kadar değişen ölçülerde olabilir. Çoğu lifin çapı birkaç

ni kronometreyi geçmektedir. Bu nedenle elyafın parçacık halinden lif haline geçişi için çok fazla bir uzunluğa gerek yoktur.

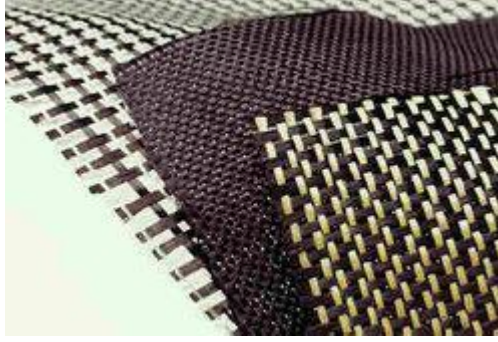
Sürekli elyaflar ise tel sarma yöntemi gibi yöntemlerde kesilmeden ip şeklinde kullanılmaktadır. Elyaflar en yüksek mekanik özelliklerini enlerinden daha çok boylarına gösterirler. Bu özellikler kompozit malzemelerin metallerde rastlanmayan aşırı anisotropik malzeme özelliği göstermelerine neden olur. Bu nedenle tasarımı sırasında elyafların reçine içindeki yerleşimleri ve geometrilerini göz önünde bulundurmak çok önemlidir. Malzemenin anisotropik özelliği tasarımı aşamasında ürünün uygun yerinde kullanılarak avantaj dönüşebilir.

Bazı durumlarda malzemenin dayanımını artırmak, tüm yönlerde eşit mukavemet elde etmek için elyaflar kumaş olarak dokunurlar. Şekil 3.3’de çeşitli elyaf dokuma tipleri görülmektedir. Sürekli liflerle hazırlanan dokuma elyaf kumaşlarının farklı amaçlar için geliştirilmiş türleri vardır [11].



Şekil 3.3 Elyaf Dokuma Türleri

Cam elyafının günümüzde en çok kullanılan ve geçerli takviye malzemesi olmasına rağmen gelişmiş kompozit malzemelerde genellikle saf karbonun elyafı kullanılmaktadır. Karbon elyafı cam elyafına oranla daha güçlü ve hafif olmasına rağmen üretimi maliyeti daha fazladır. Şekil 3.4’de dokunmuş karbon elyaf örnekleri mevcuttur. Hava araçlarının iskeletlerinde ve spor araçlarında metallerin yerine kullanılmaktadır. Karbon elyafından daha güçlü ve aynı zamanda daha pahalı olan ise bor elyafıdır.



Şekil 3.4 Karbon Elyaf Örnekleri (Enişici, A, 2004)

Poli merler matris olarak kullanılmalarının yanısıra kompozitler için elyaf üretilmesinde de kullanılmaktadır. Kompozit malzemeye çok yüksek düzeyde sağlamlık katan ve sertlik kazandıran Kevlar (Aramid) bir poli mer elyafıdır. Hafiflik ve güvenilir konstrüksiyon amaçlanan ürünlerdeki kompozit malzemelerde aramid kullanılır. Uzun lifli elyaflar kullanıldığında liflerin yönleri değiştirilerek farklı yönlerde farklı mekanik özellikler elde etmek mümkündür. Bu duruma anisotropik özellikler denir (Bkz. 2.2.1).

Kompozit malzemelerde kullanılan başlıca elyaf türleri;

1. Cam elyafı
2. Karbon (Graphite) elyafı, (PAN-pol yacrylonitrile- ve zift kökenli)
3. Aramid (Aromatic Polyami d) elyafı, (Ticari ismi; Kevlar- DuPont)
4. Bor elyafı
5. Oksit elyafı
6. Yüksek yoğunluklu pol yetilen elyafı
7. Poliamid elyafı
8. Polyester elyafı
9. Doğal organik elyaflar

Bu elyaflar arasından en çok Cam Karbon ve Aramid elyafları kullanılmaktadır. Bu üç elyaf türü de güçlü, sert ve sürekli biçimde üretilenlerdir [11].

3.4.1. Cam Elyafı

Cam elyafı silika, kolemanit, alüminyum oksit, soda gibi cam üretim maddelerinden üretilmektedir. Cam elyafı, elyaf takviyeli kompozitler arasında en bilinen ve kullanılır. Cam elyafı özel olarak tasarlanmış ve dibinde küçük deliklerin bulunduğu özel bir ocaktan eritilmiş camın itilmesiyle üretilir. Bu ince lifler soğutulduktan sonra makaralara sarılarak kompozit hammaddesi olarak nakliye edilir. Özellikle camelyafı ile matris arası yapışma gücünü arttıran "silan" bazlı ve elyaf üzerinde ince film oluşturan kimyasalların sonra kullanım sahaları artmıştır. Elyaf lar işlem sırasında dayanıklılıklarının %50'sini kaybetmelerine rağmen son derece sağlamdır lar. Cam elyafı halen aramid ve karbon elyaf larından daha yüksek dayanıklılık özelliğine sahiptir. Elyaf kumaş ları genellikle sürekli cam elyaf ının lifleri ile üretilmektedir. İşlemler sırasında değişik kimyasalların eklenmesi ve bazı özel üretim yöntemleri ile farklı türde camelyafı üretilmektedir:

- A - Cam: Pencere lerde ve şişeler de en çok kullanılan cam çeşid i dir. Kompozitler de çok fazla kullanılır.
- G - Cam: Yüksek kimyasal direnç gösterir. Depolama tank ları gibi yerler de kullanılır.
- E - Cam: Takviye elyaf lar ının üretiminde en çok kullanılan cam türüdür. Düşük maliyet, iyi yalıtım ve düşük su emiş oranı özelliklerine sahiptir.
- S+R Cam: Yüksek maliyetli ve yüksek performanslı bir malzeme dir. Yalnız uçak sanayisinde kullanılır. Elyaf içindeki tellerin çap ları E - Cam ının yarısı kadardır, böylelikle elyaf sayısı fazla aşır dolayısıyla birleşme özelliklerini daha güçlü olmas ı anlam na gelen daha sert yüzey elde edilebilir.

Türkiye' de Şişecam Grubuna bağlı olan Cam Elyaf Sanayii AŞ tarafından E - Cam elyafı üretilmektedir. Hem yurt içine, hem yurt dış ına satış yapan firmadan doğrudan veya bayileri arac ıyla ürün satın almak mümkündür. 1976' dan beri faaliyet gösteren firma Avrupa' nın önemli elyaf üreticilerinden biridir [11].

Cam elyafının kullanıma macına bağlı olarak elyaf sarma biçimleri farklı olabilir. Elyaf çapı ve demetteki lif sayısı farklılaşabilir. Cam elyafı biçimlendirildikten sonra yıpranma dayanımının artması için kimyasallarla bir kaplama işlemi yapılır. Kapsama malzemesi olarak genellikle elyafın kompozit malzemeye uygulanmasından önce kolaylıkla kaldırılabilen ve suyla çözülebilen polimerler kullanılmaktadır. Elyaf ile reçinenin birbirine iyi yapışması çok önemlidir. İyi yapışmaktan dolayı birbirinden kayan takviye malzemesi ve matris, kompozit malzemenin sertliğini ve sağlamlık performansını düşürür. Bu durumun engellenmesi için elyaf kimyasallarla kaplanır.

3.4.2 Karbon Elyafı

Karbon lifi ilk defa karbonun çok iyi bir elektrik iletkeni olduğu bilinmesinden dolayı üretilmiştir. Cam elyafının metale göre sertliğinin çok düşük olmasından dolayı sertliğin 3-5 kat artırılması çok belirgin bir amaçtı. Karbon elyafları çok yüksek ısı ile muayyandığında elyaflar tamamenıyla karbonlaşır ve bu elyaflara “grafit elyafı” denir. Günümüzde ise bu fark ortadan kalkmaktadır. Artık karbon elyafı da grafit elyafı da aynı malzemeyi tanımlamaktadır. Karbon elyafı epoksi matrisler ile birleştirildiğinde olağanüstü dayanıklılık ve sertlik özellikleri gösterir. Karbon fiber üreticileri devamlı bir gelişim içerisinde çalışmalarından dolayı karbon elyaflarının çeşitleri sürekli değişmektedir. Karbon elyafının üretimi çok pahalı olduğu için ancak uçak sanayinde, spor gereçlerinde veya tıbbi malzemelerin yüksek değerli uygulamalarında kullanılmaktadır. Karbon elyafları piyasada iki biçimde bulunmaktadır:

Sürekli Elyaflar: Dokuma, örgü, tel bobi uygulamalarında, tek yönlü bantlarda ve prepreg’lerde kullanılmaktadır. Bütün reçinelerle kombin edilebilirler.

Kırılmış Elyaf: Genellikle enjeksiyon kalıplamada ve basınçlı kalıplarda makine parçaları ve kimyasal valf yapımında kullanılırlar. Elde edilen ürünler mükemmel korozyon ve yorgunluk dayanımının yanı sıra yüksek sağlamlık ve sertlik özelliklerine de sahiptirler [11].

Karbon El yafının Üretim Süreci:

Karbon el yafı çoğunlukla iki malzemeden elde edilir;

- Zift
- PAN (Poliakrilonitril)

Zift tabanlı karbon elyafları göreceli olarak daha düşük mekanik özelliklere sahiptir. Buna bağlı olarak yapısal uygulamalarda nadiren kullanılırlar. PAN tabanlı karbon elyafları kompozit malzemeleri daha sağlam ve daha hafif olmaları için sürekli geliştirilmektedir. PAN'ın karbon elyafına birbiri takip eden dört aşamada dönüştürülmesidir:

1. Oksidasyon: Bu aşamada elyaflar hava ortamında 300 derecede ısıtılır. Bu işlem elyaftan Hidrojen' nin ayrılmasını daha uçucu olan Oksijen' nin eklenmesini sağlar. Ardından karbonisasyon aşaması için elyaflar kesilerek graphite teknelerine konur. Poli mer, merdiven yapısından kararlı bir halka yapısına dönüşür. Bu işlem sırasında elyafın rengi beyazdan kahverengiye, ardından siyaha dönüşür.
2. Karbonizasyon: Elyafların yarıcı olmayan atmosferde 3000° C'ye kadar ısıtılmasıyla liflerin 100% karbonlaşma sağlanması aşamasıdır. Karbonizasyon işleminde uygulanan sıcaklık üretilen elyafının sınıfını belirler (Tablo 3.3) [11].

Tablo 3.3 Karbon elyafının karbonizasyon ısısına göre sınıflandırılması

Karbonizasyon ısısı (°C)	1000 e kadar	1000- 1500	1500 - 2000	(Grafit) 2000 +
Karbon elyafı sınıfı	Düşük Elastik modül	Standart Elastik modül	Orta Elastik modül	Yüksek Elastik modül
Elastik modül (GPa)	200 e kadar	200 - 250	250 - 325	325 +

3. Yüzey iyileştirilmesi karbonun yüzeyinin temizlenmesi ve elyafın kompozit malzemenin reçinesine daha iyi yapışabilmesi için elektroditik banyoya yatırılır.
4. Kaplama; Elyafı sonraki işlemlerden (prepreg gibi) korumak için yapılan nötr bir sonlandırma işlemidir. Elyaf reçine ile kaplanır. Genellikle bu kaplama işlemi için epoksi kullanılır. Kompozit malzemede kullanılacak olan reçine ile elyaf arasında bir arayüz görevi görür.

Karbon elyafının tüm diğer elyaflara göre en önemli avantajı yüksek Elastik modül özelliğidir. Karbon elyafı bilinen tüm malzemele eşit ağırlıklı olarak karşılaştırıldığında en sert malzemedir.

3.4.3 Aramid Elyafı

Aramid kelimesi bir çeşit naylon olan “aromatik poliamid” maddesinden gelmektedir. Aramid elyafı piyasada daha çok ticari isimleri Kevlar (DuPont) ve Twaron (Akzo Nobel) olarak bilinmektedir. Farklı uygulamaların ihtiyaçlarını karşılamak için birçok farklı özelliklerde aramid elyafı üretilmektedir.

Önemli Özellikleri:

- Genellikle rengi sarıdır
- Düşük yoğunluktur.
- Yüksek dayanıklılık
- Yüksek darbe dayanımı
- Yüksek aşınma dayanımı
- Yüksek yorulma dayanımı
- Yüksek kimyasal dayanımı
- Kevlar elyafı kompozitler Cam elyafı kompozitlere göre 35 %daha hafiftir
- E- Cam türü elyaflara yakın basınç dayanıklılığı

Aramid elyafının dezavantajları:

- Bazı tür aramid elyafı ultraviyole ışınlarına maruz kaldığında bozulma göstermektedir. Sürekli karanlıkta saklanması gerekmektedir.
- Elyafar çok iyi birleşmeyebilirler. Bu durumda reçinede mikroskopik çatlaklar oluşabilir. Bu çatlaklar malzeme yorulduğunda su emişine yol açmaktadır.

Genellikle polimer matrisler için takviye elemanı olarak kullanılan aramid elyafının bazı kullanımları:

- Balistik koruma uygulamaları; Askeri kasklar, kurşun geçirmez yelekler...
- Koruyucu giysiler; eldiven, motosiklet koruma giysileri, avcılık giysi ve aksesuarları
- Yelkenliler ve yatlar için yelken direği
- Hava araçları gövde parçaları
- Tekne gövdesi
- Endüstri ve otomotiv uygulamaları için keçe ve hortum
- Fiber optik ve elektromekanik kablolar
- Debriyajlarda bulunan sürtünme balatalarında ve fren kampanalarında
- Yüksek ısı ve basınçlarda kullanılan conta, salmastra vb.

En çok bilinen ve kullanılan Aramid elyafı Dupont firmasının tescilli ismi olan Kevlar'dır. Kevlar 29 ve Kevlar 49 olarak iki çeşidi bulunmaktadır. Kevlar 29 üstün darbe dayanımı özelliğine sahiptir ve bu nedenle çoğunlukla kurşun geçirmez yelek gibi uygulamalarda kullanılırlar.

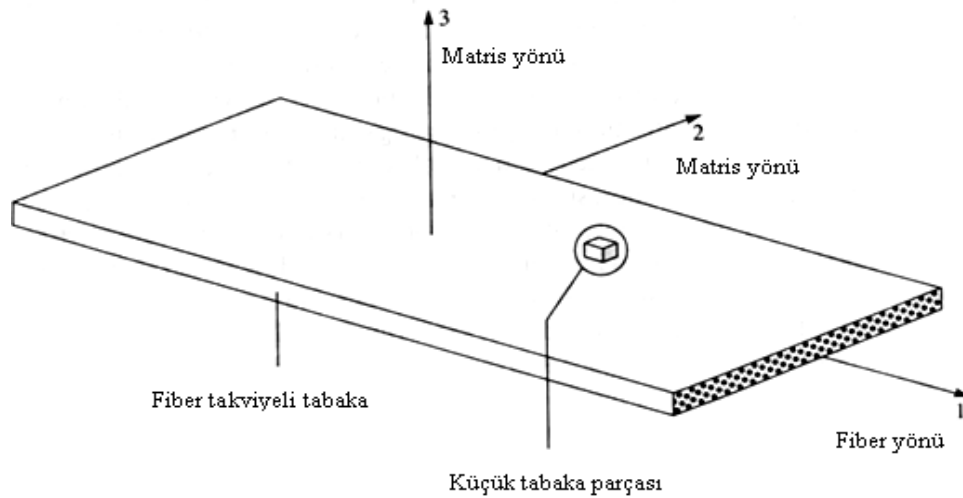
Belli başlı elyafaların yoğunluk, çekme dayanımı ve elastik modül değerleri Tablo 3. 4' de verilmiştir [11].

Tablo 3.4 Belli başlı elyafların karşılaştırılması

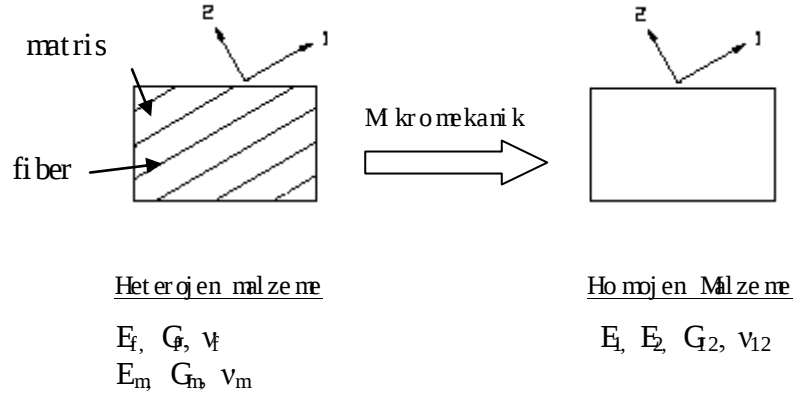
Malzeme	Yoğunluk (g/cm³)	Çekme Dayanımı (MPa)	Elastik Modül (GPa)
E- Cam	2.55	2000	80
S- Cam	2.49	4750	89
Alüminyum	2.7	380	69
Karbon	2.00	2900	525
Kevlar 29	1.44	2860	64
Kevlar 49	1.44	3750	136

4. KOMPOZİT MALZEMELERDE MİKROMEKANİK YAPI

Kompozit malzemeler barındırdıkları fiber ve matris bileşenlerinden dolayı heterojen yapıdadırlar. Kompozit malzemelerin dayanıklılığı ve elastik sabitleri, kompozit yapıyı oluşturan bileşenlerin, fiber ve matris, elastik özellikleri tarafından belirlenir. Bu yüzden ki, kompozit malzemeler mikroyapı seviyesinde ele alınıp, mühendislik sabitleri mikromekanik yardımı ile homojen malzeme olarak belirlenir. Homojen malzemeler genelde ortotrop olarak kabul edilirler (Bkn. Bölüm 2.2.2). Şekil 4.1'deki gibi (1: fiber yönü, 2 ve 3: matris yönüdür) ortotropik bir fiber takviyeli kompozit tabakanın mekanik özelliklerini belirlemek için dört elastik katılık özelliğine ihtiyaç vardır. Şekil 4.2'de; Heterojen bir malzemenin mikromekanik vasıtasıyla homojen yapıya dönüştürülmesi temsil edilmiştir. Şekil 4.2'de görülen dört elastik katılıksabiti: fiber yönü elastisite modülü E_1 , fiber yönüne dik (matris) yönü elastisite modülü E_2 , düzlem içi kayma modülü G_{12} , düzlem içi poisson oranı: ν_{12} (f ve m indisleri: fiber ve matrise karşılık gelmektedir). Mikroyapının kompozit malzemenin genel özelliklerini belirlemesinden ötürü, tasarımda kullanılan fiber malzemesi, fiber yerleşim miktarı ve hacmi - matris malzemesi, matris miktarı ve hacmi önem arz etmektedir [13].



Şekil 4-1 Fiber takviyeli tabakanın koordinat sistemi (Austin, C. D, 2000)

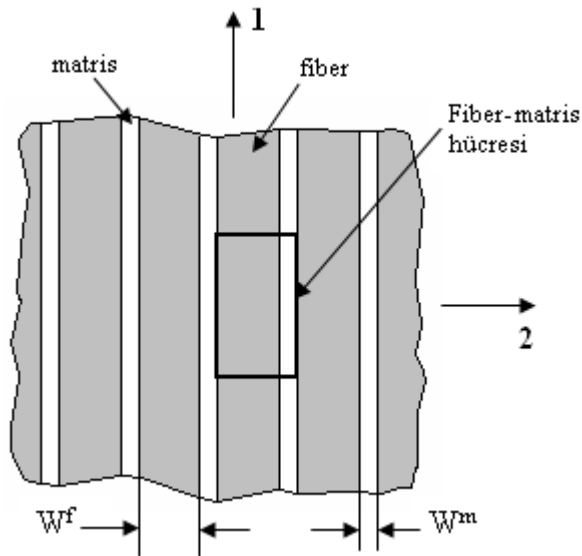


Şekil 4 2 Mikromekanik düşünüm (Austin, C D, 2000)

Tabakalar arası (1-3 ve 2-3 yüzeyleri) mekanik özellikleri (E_3 , G_{13} , G_{23} , ν_{13} , ν_{23}), ortogonal kompozit tabakanın katılık matrislerini hesaplarken yapılacak olan kabuller gereği dikkate alınmayacaktır. Ancak Ansys programında yapılacak analizde hesaplamalar için gerekli olacağından G_{13} , G_{23} kayma modülü değerleri verilecektir.

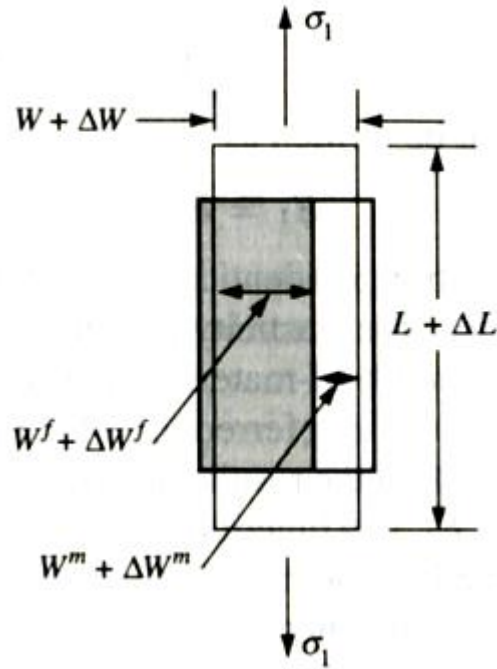
4.1. Fiber Yönü Elastik Modülünün Hesabı: E_1

Homojen kompozit malzeme elastik sabitlerini hesaplamak üzere; kompozit yapıdan bir katman alıp, uzama ve gerilmeleri bu katmandan alacağımız fiber-matris hücresi üzerinde inceleyelim (Şekil 4 2).



Şekil 4 3 Kompozit katman parçası ve fiber matris hücresi

Şekil 4.3'deki kompozit katman paralel sıralanmış fiber ve matris bölgelerinden oluşmaktadır. Fiber ve matris bölgelerinin genişlikleri sırasıyla W^f ve W^m dir. 1 ve 2 yönleri malzeme asal eksenleridir. Malzeme kalınlığı şu an için önemli olmayıp birim kalınlık alınabilir. Young modülünü belirlemek için iyi sonuç veren “malzeme karışım formlü” kullanılmaktadır. Karışım modelinde fiberlerin şekli önemli olmadığından fiberler istenen herhangi bir şekilde: dairesel, kare, eliptik vb. olarak alınabilir ama kolaylık olması açısından hesaplamalarda kare olarak alacağız. Hesaplarda fiber ve matrisin kesiti önemli olacaktır. Şekil 4.3-a'da bir katmandan alınan birim hücre görülmektedir. Hücrenin uzunluğu, L , fiber ve matrisin kesit alanları sırasıyla; A^f ve A^m dir. Birim hücreye Şekil 4.4'deki gibi 1-yönünde σ_1 çekme gerilmesi uygulandığını farz edelim fiber ve matris birbirine bağlı olduğundan beraber hareket edecek ve 2-yönünde daralıp, 1-yönünde uzama gerçekleşecektir [14].



Şekil 4-4 σ_1 gerilmesiyle oluşan deformasyon (Hyer, M W, 1998)

Fiber (1-yönü) yönündeki gerilme-şekil değiştirme bağıntısında; gerilme ve şekil değiştirmeler bilinen değerler cinsinden yazılıp E_1 Young modülü elde edilebilir.

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 \quad (4.1)$$

Fiber (1-yönü) yönündeki şekil değiştirme fiber ve matris için aynı olup aşağıdaki gibidir.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^f = \varepsilon_1^m = \frac{\Delta L}{L} \quad (4.2)$$

Fiber ve matris üzerindeki gerilmeler:

$$\sigma_1^f = E_1^f \varepsilon_1^f = E_1^f \frac{\Delta L}{L} \quad (4.3)$$

$$\sigma_1^m = E^m \varepsilon_1^m = E^m \frac{\Delta L}{L} \quad (4.4)$$

Biri mkesite düşen fiber yönündeki kuvvetler:

$$F_1^f = \sigma_1^f A^f = E_1^f \frac{\Delta L}{L} A^f \quad (4.5)$$

$$F_1^m = \sigma_1^m A^m = E^m \frac{\Delta L}{L} A^m \quad (4.6)$$

Biri malara $A = A^f + A^m$

Biri malana uygulanan kuvvet: $F = F_1^f + F_1^m$ olmak üzere;

$$\sigma_1 = \frac{F}{A} = \frac{F_1^f + F_1^m}{A} = \underbrace{\left(E_1^f \frac{A^f}{A} + E^m \frac{A^m}{A} \right)}_{E_1} \underbrace{\left(\frac{\Delta L}{L} \right)}_{\varepsilon_1} \quad (4.7)$$

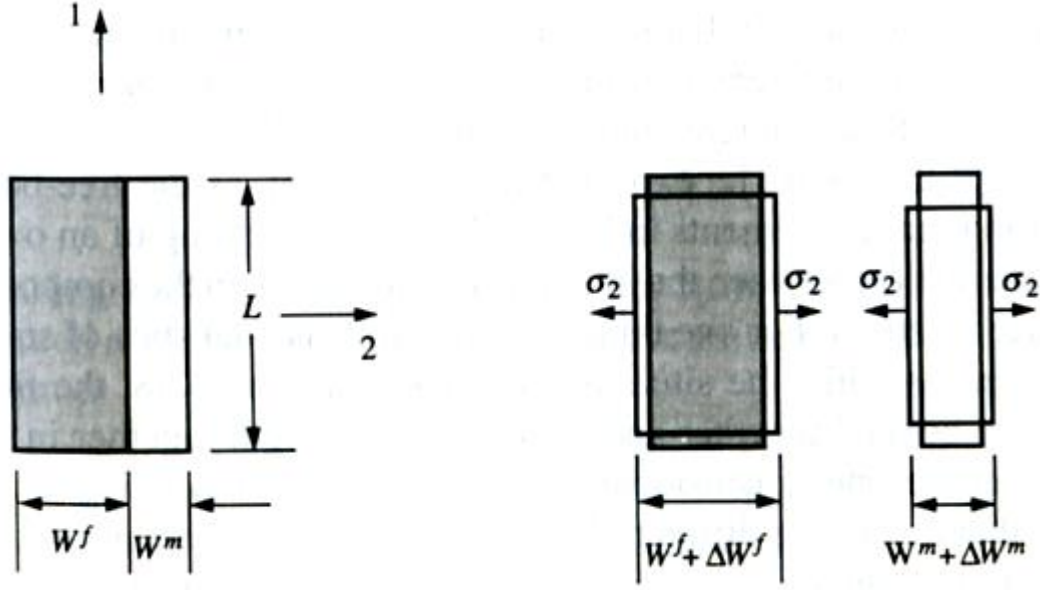
$\frac{A^f}{A} = V^f$ (Fiber hacim oranı), $\frac{A^m}{A} = V^m$ (matris hacim oranı)

$$E_1 = E_1^f V^f + E^m V^m \quad (4.8)$$

4.2 Fiber Yönüne Dik Elastik Modülün Hesabı: E_2

Kompozit tabakadan alınan birim hücreye şimdi de 2-yönünde σ_2 gerilmesi uyguladığımızı farz edelim Şekil 4.5’de fiber ve matrisin σ_2 gerilmesi altındaki

değişimi görülmektedir. Fiber ve matris şekil değişimleri aşağıdaki şekilde yazılabilir [14].



Şekil 4 5 σ_2 gerilmesiyle oluşan deformasyon (Hyder, M W, 1998)

$$\varepsilon_2^f = \frac{\Delta W^f}{W^f} \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_2^m = \frac{\Delta W^m}{W^m}$$

Fiber ve matrisin gerilme-şekil değiştirme bağıntısı.

$$\sigma_2^f = \sigma_2 = E_2^f \varepsilon_2^f = E_2^f \frac{\Delta W^f}{W^f} \quad (4.9)$$

$$\sigma_2^m = \sigma_2 = E^m \varepsilon_2^m = E^m \frac{\Delta W^m}{W^m} \quad (4.10)$$

Bir düzenleme yaparsak,

$$\Delta W^m = \frac{W^m}{E^m} \sigma_2, \quad \Delta W^f = \frac{W^f}{E_2^f} \sigma_2 \quad (4.11a-b)$$

Birim hücrede 2-yönündeki toplam boy değişimi

$$\Delta W = \Delta W^f + \Delta W^m \quad (4.12)$$

Toplam şekil değiştirme

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta W^f + \Delta W^m}{W} \quad (4.13)$$

(4.11) denklemlerini (4.13)'de yerine koyarsak,

$$\varepsilon_2 = \frac{\left(\frac{W^f}{E_2^f} + \frac{W^m}{E^m} \right) \sigma_2}{W} \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{V^f}{E_2^f} + \frac{V^m}{E^m} \right) \sigma_2 \quad (4.15)$$

(4.14) denklemini aşağıdaki bağıntıyla karşılaştırsak,

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} \quad (4.16)$$

E_2 Young modülü aşağıdaki gibi bulunur.

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V^f}{E_2^f} + \frac{V^m}{E^m} \quad (4.17-a)$$

(4.17-a) denklemini düzenlersek

$$E_2 = \frac{E_2^f E^m}{E^m V^f + E_2^f V^m} \quad (4.17-b)$$

Şekil 4.2'den de görüleceği gibi 2 ve 3 yönleri fiber yönüne dik olup bu yönlerde malzemenin elastik modülü $E_2 = E_3$ aynı değerdedir.

4.3 Düzlemli Poisson Oran: ν_{12}

Şekil 4.4’de görülen 1-2 düzleminde σ_1 gerilmesinden oluşan uzama ve daralma şekil değişimlerinin oranı ν_{12} Poisson oranını verecektir.

$$\nu_{12} = -\frac{\frac{\Delta W}{W}}{\frac{\Delta L}{L}} \quad (4.18)$$

$$W = W^f + W^m \quad (4.19)$$

$$\Delta W = \Delta W^f + \Delta W^m \quad (4.20)$$

Fiber ve matrisin daralma oranları;

$$\frac{\Delta W^m}{W^m} = -\nu^m \frac{\Delta L}{L} \quad , \quad \frac{\Delta W^f}{W^f} = -\nu_{12}^f \frac{\Delta L}{L} \quad (4.21a-b)$$

(4.21)’deki bağlantıları (4.20)’da yerine koyarsak,

$$\frac{\Delta W}{W} = -(\nu_{12}^f V^f + \nu^m V^m) \frac{\Delta L}{L} \quad (4.22)$$

(4.17)’deki bağlantıdan Poisson oranı aşağıdaki gibi bulunur.

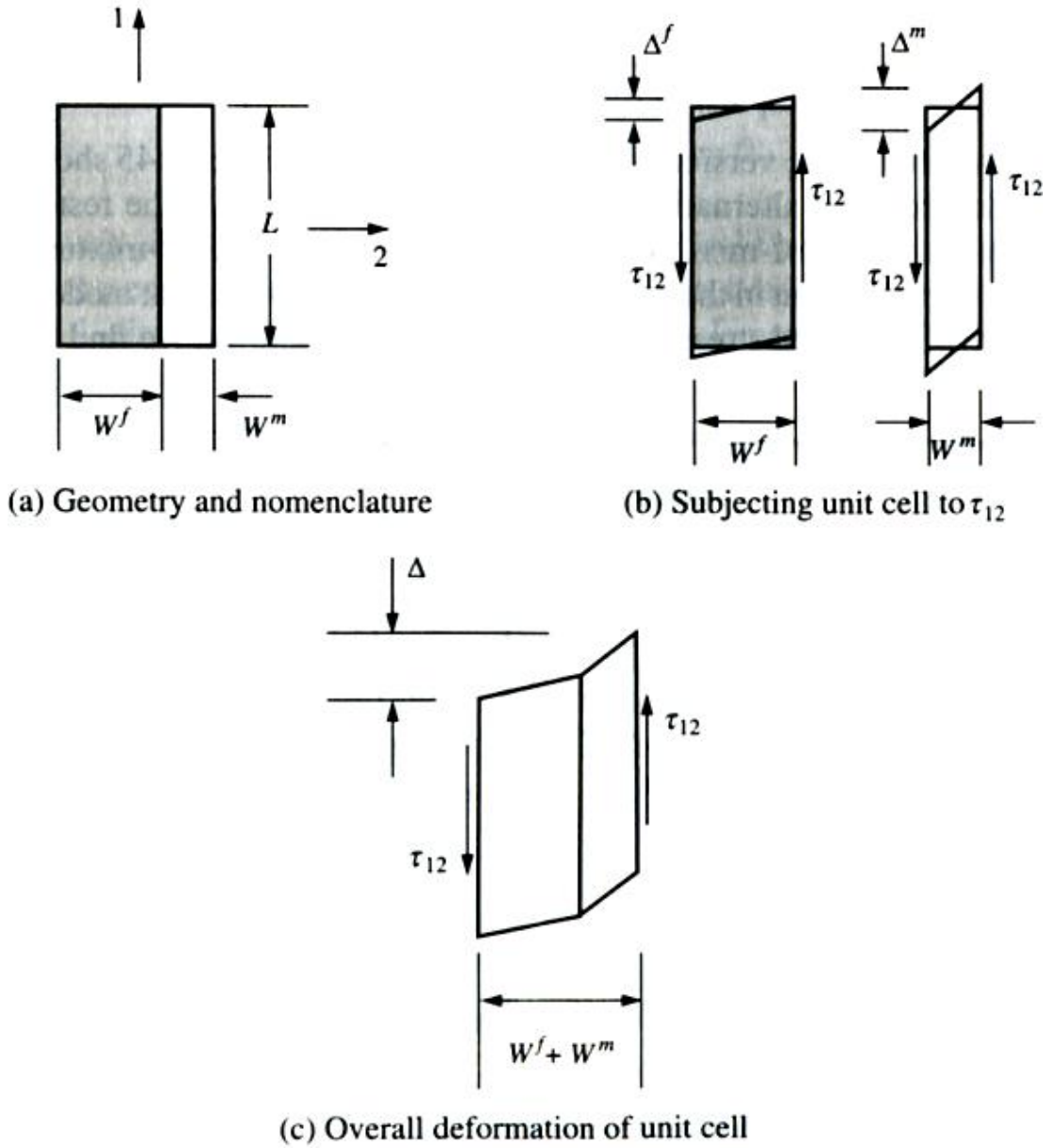
$$\nu_{12} = \nu_{12}^f V^f + \nu^m V^m \quad (4.23)$$

ν_{12} ve ν_{21} arasında (4.24) bağlantısı vardır.

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (4.24)$$

4.4 Düzlemİçi Kayma Modülü: G_2

Düzlemİçi kayma modülü G_2 yine malzeme karışımı yöntemiyle belirlenir. Kayma gerilmesi τ_{12} fiber ve matris bileşenler üzerinde ayrı ayrı incelenip karışım formülü uygulanır. Şekil 4.6'de kayma gerilmesinin etkisi fiber ve matris eleman üzerinde ayrı ayrı gösterilmiştir.



Şekil 4-6 G_2 kayma gerilmesinin deformasyona etkisi (Hyder, M W, 1998)

Fiber ve matrisin kayma modülleri G_{12}^f , G^m olmak üzere, kayma gerilme-şekil değiştirme bağıntıları:

$$\gamma_{12}^f = \frac{\tau_{12}}{G_{12}^f} \quad , \quad \gamma^m = \frac{\tau_{12}}{G^m} \quad (4.24a-b)$$

Deformasyon geometrisinden, kayma şekil değiştirme ifadesi

$$\Delta^f = \gamma_{12}^f W^f \quad , \quad \Delta^m = \gamma_{12}^m W^m \quad (4.25a-b)$$

Birim hücredeki toplam kayma deformasyonu

$$\Delta = \Delta^f + \Delta^m \quad (4.26)$$

Birim hücrenin ortalama kayma şekil değiştirme

$$\gamma_{12} = \frac{\Delta}{W^f + W^m} \quad (4.27)$$

Δ ifadesinin değerini (4.25) den alıp (4.27)' de yerine koyarsak

$$\gamma_{12} = \frac{\gamma_{12}^f W^f + \gamma_{12}^m W^m}{W} \quad (4.28)$$

(4.24) denklemiindeki gerilme-şekil değiştirme bağıntılarını (4.28) denklemiinde yerine yazarsak (4.28) denklemi aşağıdaki hali alır.

$$\gamma_{12} = \left(\frac{V^f}{G_{12}^f} + \frac{V^m}{G^m} \right) \tau_{12} \quad (4.29)$$

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad (4.30)$$

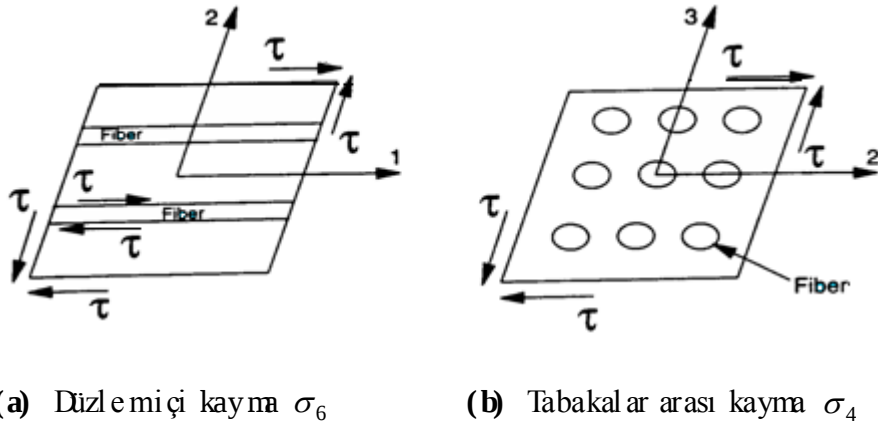
(4.30)'daki temel homojen kompozit yapı gerilme-şekil değiştirme ifadesini anımsarsak,

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{V^f}{G_{12}^f} + \frac{V^m}{G^m} \quad (4.31)$$

G_{12} kayma modülü (4.31)'deki gibi bulunur.

4.5 Düzlemiçi Kayma Modülü: G_{23} - G_{13}

Tabakalar arası gerilme $\sigma_4 = \tau_{23} = \tau_{32}$ kompozitin kalınlığı boyunca etki eder (Şekil 4.6). Tabakalar arası kayma modülü yarı empirik gerilme-bölme parametre (SSP) tekniği ile hesaplanabilir.



Şekil 4-7 Katmanlar arası kayma gerilmesi (Austin, C. D, 2000)

$$G_{23} = G_m \frac{V_f + \eta_{23}(1 - V_f)}{\eta_{23}(1 - V_f) + V_f G_m / G_f} \quad (4.32)$$

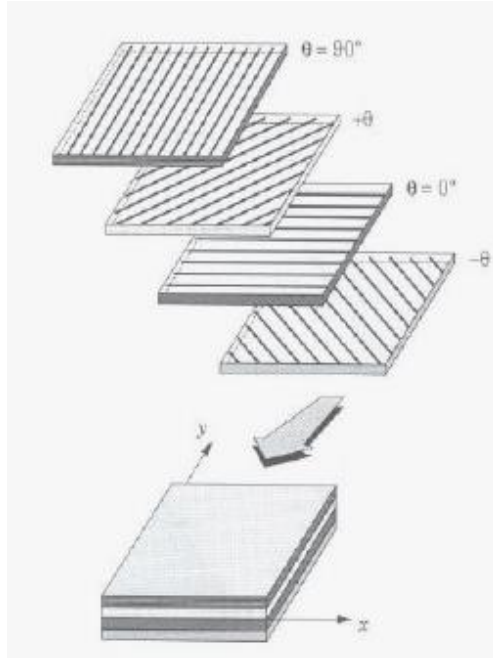
$$\eta_{23} = \frac{3 - 4\nu_m + G_m / G_f}{4(1 - \nu_m)} \quad (4.33)$$

Tabakalar arası kayma gerilmesi $\sigma_5 = \tau_{13} = \tau_{31}$ kompozitin kalınlığı boyunca kayma deformasyonu (Şekil 4.6-b'ye benzer bir durum) üretir. Bunun için genelde $G_{13} = G_{12}$ kabul edilir ki fiber yönüyle siyatri eksenini kesişen enine izotropik malzeme için kesin doğrudur [4].

5.3 KOMPOZİT MALZEMELİN MAKROMEKANİK DAVRANIŞLARI

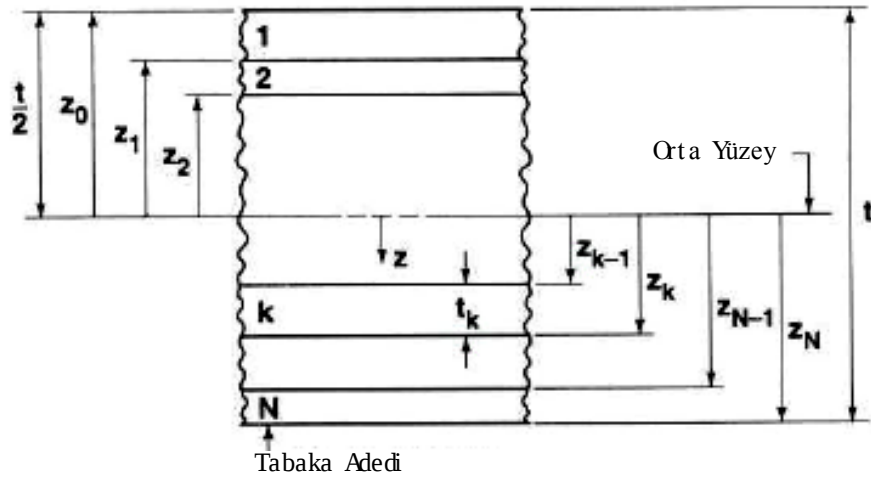
5.1 Mikro mekanikçe Giriş

Kompozit bir plaka istenilen elastikiyet, kalınlık ve mukavemette bir yapı oluşturmak üzere istiflenmiş tabakalar yığıdır. Her bir tabakayı oluşturan fiber ve matris bileşenleri, istenilen özellikleri elde edebilmek için çeşitli miktar ve açılarda tabakaya yerleştirilebilirler (Şekil 5-1). Bu işlem kompozit yapının çeşitli doğrultulardaki yüklemelere karşı koyabilmesine olanak sağlar. Mikro mekanik tek tek tabakalardan, kompozit yapının bütün olarak yüklemeye karşı verdiği cevabı bulmak için kullanılan bir yöntemdir. Şekil 5.2’de bu tabakaların geometrisi görülmektedir. Tabakalı kompozit plaka analizi nde “Klasik Plaka Teorisi”, Classical Lamination Theory (CLT), kullanılacaktır. Klasik Plaka Teorisi kullanılarak plakanın katılık matrisleri (A, B ve D matrisleri) bulunur ki, bu matrisler yük altındaki plakanın davranışını anlamamıza olanak sağlar [12].



Şekil 5- 1 Tabakalı kompozit plakanın yapısı (Austin, C. D, 2000)

Bu bölümde; bir tabaka ve plaka için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları çıkarılacak, tabaka ve plakanın lineer elastik malzeme gibi davrandıkları farz edilecektir. Tabakalardaki fiber yerleşimi yönü farklılık gösterdiğinden, gerilme-şekil değiştirme bağıntıları her bir tabaka için tabakanın kendi asal eksen koordinatlarında hesaplanır ve sonra da, transformasyon matrisiyle global koordinatlara taşınırlar. Böylelikle tabakalı plakanın global koordinatlardaki gerilme-şekil değiştirme ilişkisi elde edilmiş olur.



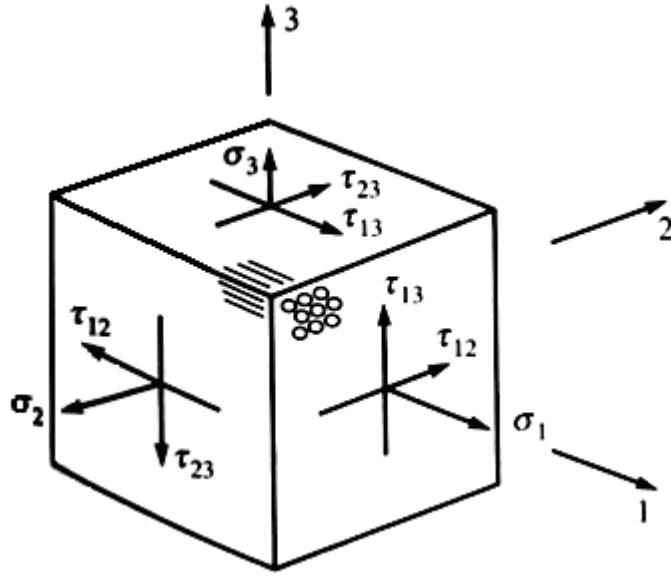
Şekil 5- 2 Tabakalı plaka geometrisi [14]

5.2 Kompozit Tabakanın Makro mekanik

Ortotrop kompozit bir tabakanın düzlem gerilme hali için önce tabaka koordinat sisteminde gerilme-şekil değiştirme ilişkisi elde edilecek, daha sonra bu bağıntı global koordinatlara çevrilecektir.

5.2.1 Düzlemsel Gerilme Halinde Gerilme-Şekil Değiştirme Bağıntıları

Genelleştirilmiş Hook Yasasından, denklem (2.1), yola çıkıp ortotropik tabaka için kurulan gerilme-şekil değiştirme bağıntısı düzlem gerilme haline uygulanacaktır. Düzlem gerilme halinde (2.1) bağıntısındaki altı gerilme bileşeni (Şekil 5-2) diğer üçüne göre çok daha küçük olan üç gerilme bileşeni ihmal edilecektir.



Şekil 5- 3 Fiber takviyeli kompozit tabaka elemanına etkiyen gerilme bileşenleri
(Hyder, M W, 1998)

σ_1 , σ_2 ve τ_{12} gerilme bileşenleri plaka düzleminde (1-2 düzlemi) olup, plakaya dik olan düzlemler (1-3 ve 2-3 düzlemleri) üzerinde kalan ; σ_3 , τ_{13} ve τ_{23} gerilmelerine nazaran oldukça büyüktürler. Bu yüzden gerilme-şekil değiştirme bağıntısında σ_3 , τ_{13} ve τ_{23} gerilme bileşenleri gözardı edilecektir. Düzlemgerilme halinde gerilme-şekil değiştirme bağıntıları aşağıdaki hali alacaktır.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

(5.1) eşitliği kısaca şöyle ifade edilebilir

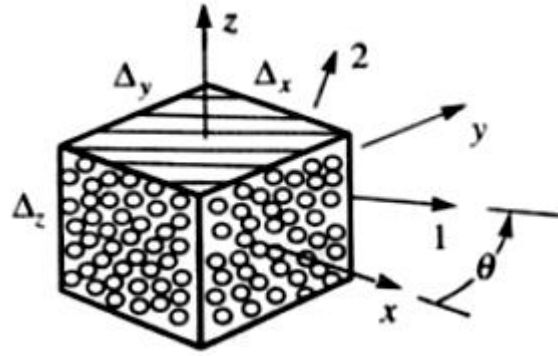
$$\{\sigma'\} = [D]\{\varepsilon'\} \quad (5.2)$$

” ifadesi (1-2-3) koordinat sistemini, kompozit tabaka eksen takımını, belirtmek için kullanılmıştır.

$[D]$ katılık matrisi terimleri mühendislik sabitleri cinsinden yazılırsa,

$$\begin{aligned}
 D_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
 D_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
 D_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
 D_{66} &= G_{12}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

5.2.2 Global Koordinat Sistem Transfomasyonu



Şekil 5-4 x-y-z global eksen takımında kompozit tabaka elemanı (Hyder, M W, 1998)

Şekil 5-3'te görülen kompozit tabaka elemanında fiber-matris asal eksen takım(1-2-3) ile x-y-z global eksen takım arasında θ açısı kadar fark vardır (off-axis durumu). Bu durumda gerilme-şekil değiştirme bağıntılarını global eksen takımına çevirmek gerekmektedir. Kompozit tabakanın asal eksen (1-2-3) şekil değiştirme bileşenleri ile global eksen (x-y-z) şekil değiştirme bileşenleri arasındaki bağıntı [14]

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_1 &= \cos^2 \theta \cdot \varepsilon_x + \sin^2 \theta \cdot \varepsilon_y + \sin \theta \cos \theta \cdot \gamma_{xy} \\
 \varepsilon_2 &= \sin^2 \theta \cdot \varepsilon_x + \cos^2 \theta \cdot \varepsilon_y - \sin \theta \cos \theta \cdot \gamma_{xy} \\
 \gamma_{12} &= -\sin \theta \cos \theta \cdot \varepsilon_x + \sin \theta \cos \theta \cdot \varepsilon_y + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \cdot \gamma_{xy}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Yukarıdaki for mu matris for natında yazarsak

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Tri gono metri k fonksi yonlardan ol uşan matrise; [T]: şekil de ği ştir ne transfor masyon matrisi den n ekt ed ir ve $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$ ol mak üzere a şa ğı daki ği bi ifade ed ilir.

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

(5.5) e şitli ği kısaca şöyle yazılabilir

$$\{\varepsilon'\} = [T]\{\varepsilon\} \quad (5.7)$$

Benzer şekil de geril ne transfor masyonu da şöyle yazılır

$$\{\sigma\} = [T]^{-1}\{\sigma'\} \quad (5.8)$$

(5.2) ve (5.7) denkle mleri ni (5.8)' de yeri ne koyarsak,

$$\{\sigma\} = [T]^{-1}[D][T]\{\varepsilon\} \quad (5.9)$$

(5.9) ifadesi ni tekrar düzenlersek

$$\{\sigma\} = [D^*]\{\varepsilon\} \quad (5.10)$$

$$[D^*] = [T]^{-1}[D][T] \quad (5.11)$$

$[D^*]$: kompozit tabaka katılık matrisi $[D]$ ' ni n, e şitlik (5.2), x-y-z ğlobal eksen takı mında ifade edil mi ş hal i dır. $[D^*]$ matrisi ni n yapısı (5.12)' deki ği bi dır.

$$[D^*] = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{16}^* \\ D_{12}^* & D_{22}^* & D_{26}^* \\ D_{16}^* & D_{26}^* & D_{66}^* \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

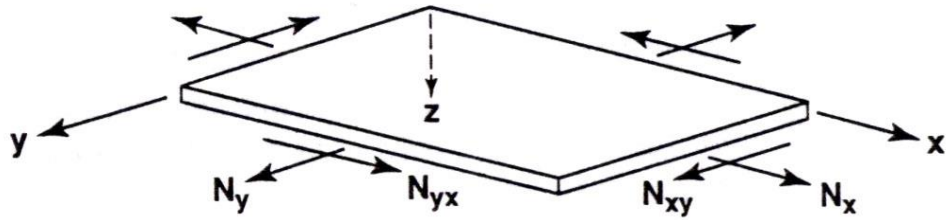
$[D^*]$ matrisinin terimleri ise aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
 D_{11}^* &= D_{11}m^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})n^2m^2 + D_{22}n^4 \\
 D_{12}^* &= (D_{11} + D_{22} - 4D_{66})n^2m^2 + D_{12}(n^4 + m^4) \\
 D_{16}^* &= (D_{11} - D_{12} - 2D_{66})nm^3 + (D_{12} - D_{22} + 2D_{66})n^3m \\
 D_{22}^* &= D_{11}n^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})n^2m^2 + D_{22}m^4 \\
 D_{26}^* &= (D_{11} - D_{12} - 2D_{66})n^3m + (D_{12} - D_{22} + 2D_{66})nm^3 \\
 D_{66}^* &= (D_{11} + D_{22} - 2D_{12} - 2D_{66})n^2m^2 + D_{66}(n^4 + m^4)
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

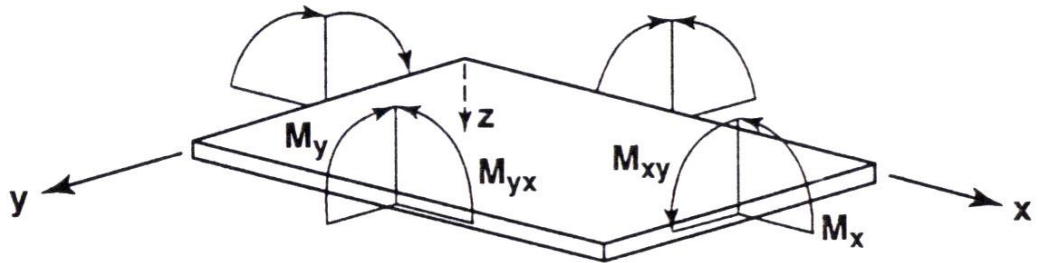
D_{11} , D_{12} , D_{22} ve D_{66} terimleri; $[D]$ katılık matrisinin terimleri olup, denklem (5.3)' de mühendislik sabitleri cinsinden değerleri verilmiştir.

5.3 Tabakalı Kompozit Plakada Genel Kuvvet ve Moment Bağlıları

Tabakalı kompozit plakaya etkiyen bileşke kuvvet ve momentler (Şekil 5.4, Şekil 5.5); gerilme bileşenlerinin kalınlık boyunca integrali alınarak elde edilir.



Şekil 5- 5 Plakaya etkiyen bileşke kuvvetler



Şekil 5- 6 Plakaya etkiyen bileşke momentler

Bileşke Kuvvetler:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} [D^*]_k \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (5.14)$$

Bileşke Momentler:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} z \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} [D^*]_k \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (5.15)$$

(5.10) denkleminde yola çıkarak tabakalı plaka için

Bileşke Gerilmeler :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [D^*]_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix} - z [D^*]_k \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ 2\kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

(5.16)'daki gerilme ifadesini (5.14) ve (5.15) denklemlerinde yerine koyup bunları tek bir matris altında düzenlersek plaka katılık matrisini (ABD) elde ederiz;

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ 2\kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Uzama (düzlemiçi) terimleri: $A_{ij} = \sum_{k=1}^N (D_{ij}^*)_k (t_k - t_{k-1})$

Eğilme-uzama çifti terimleri: $B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (D_{ij}^*)_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (5.18)$

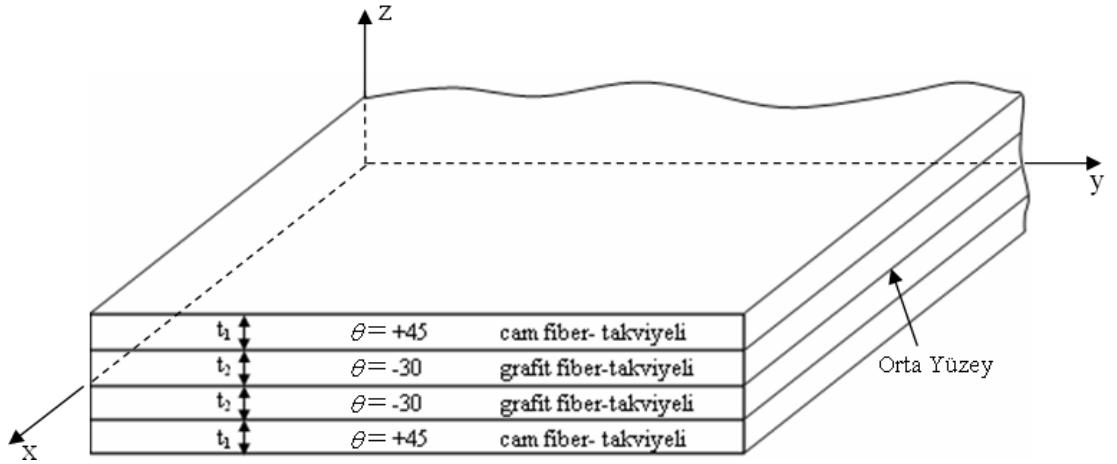
Eğilme terimleri: $D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (D_{ij}^*)_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad i, j = 1, 2, 6$

5.4 Özel Tabakalama Şekilleri

ABD katılık matrisi (denklem 5.17) tabakaların istiflenme şekliyle oldukça yakından alakalıdır. Bazı tabakalama modellerinde ABD matrisinin bazı terimleri sıfırlandığından, denklem (5.17) daha basit ifadelerle dönüşebilir. Böylelikle analiz kolaylaşmaktadır. Bazı tabakalama modelleri aşağıda tanımlanmıştır.

5.4.1. Sınetrik Tabakalama

Sınetrik tabakalamada: plaka referans yüzeyine göre; kalınlık, malzeme özellikleri ve fiber yönleri aynı olan sınetrik tabakalara sahiptir. Örneğin; Bir plaka dışta $+45$ derece açıyla yerleştirilmiş cam fiber-takviyeli, içte -30 derece açıyla yerleştirilmiş grafit fiber-takviyeli tabakalardan oluşsun (Şekil 5-7) [14].



Şekil 5-7 Sınetrik tabakalama örneği (Hyer, MW, 1998)

Örnekteki tabaka kalınlıkları eşit olsaydı, $t_1=t_2$, sınetrik tabakalama $[45/-30]_s$ şeklinde gösterilebilirdi. Tabaka kalınlıkları farklı olduğunda kalınlıklar şekilde belirtilmelidir: $[45_{t_1}/-30_{t_2}]_s$. Sınetrik tabakalamada ABD matrisindeki B_{ij} terimlerinin tümü sıfırlanır ve kuvvet moment denklemleri aşağıdaki hali alır.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ 2\kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

5.4.2 Antisimetrik Tabakalama

Antisimetrik tabakalamada; aynı kalınlık ve elastik özelliğe sahip tabakalar orta yüzeye göre zıt açılarda istiflenmiştir. Antisimetrik tabakalamaya örnek; $[-25/35_{2t}/0_{3t}/0_{3t}/-35_{2t}/25]$. Katılık matrisinde $D_{16} = D_{26} = A_{16} = A_{26} = 0$ olur. Bu da; eğilme-burkulma ve kayma-uzama etkileşiminin olmadığını gösterir, ancak eğilme-uzama çiftleri mevcuttur [14].

5.4.3 Dengeli Tabakalama

Dengeli tabakalamada; her bir θ açılı fiber yerleşimine sahip tabakanın, sırası önemli olmaksızın, bir de $-\theta$ açılıya sahip tabaka karşılığı vardır. Dengeli yapı için plakamın simetrik olması gerekmez. Simetrik olanlara da “dengelenmiş simetrik plaka” denir. Herhangi bir dengeli tabakalamada $A_{16} = A_{26} = 0$ ’dır. Dengelenmiş antisimetrik tabakalamada ise $A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = 0$ ’dır. Dengelenmiş simetrik tabakalamada moment değerleri denklem (5.20)’deki gibi olup, kuvvet değerleri aşağıdaki gibidir [14].

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ 2\kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

5.4.4 Artı (+) Şeklinde Tabakalama

Bu modelde tabakalar 0 ve ya 90 derece açılarla yerleştirilir. Katılık matrisinde $A_{16} = A_{26} = B_{16} = B_{26} = D_{16} = D_{26} = 0$ ’dır. Artı şeklinde simetrik olarak tabakalanmış plakamın kuvvet matrisi (5.21)’deki gibidir. Moment matrisi ise aşağıdaki şekildedir:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{y0} \\ \gamma_{xy0} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ 2\kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

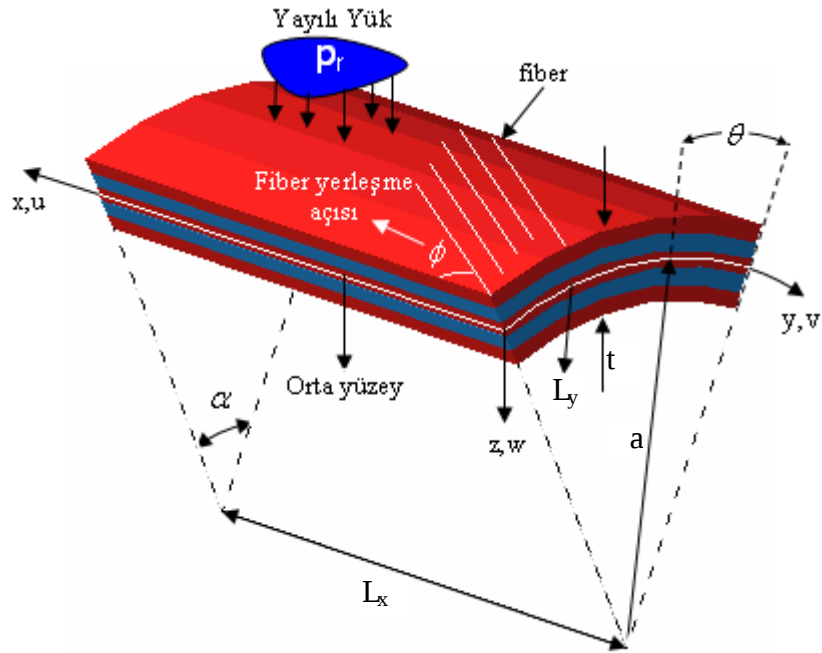
5.4.5. Açılı Tabakalama

Bu yöntemde kompozit plakalar aynı malzeme ve kalınlıkta $\pm \theta$ dizilişine sahip tabakalardan oluşmaktadır. Örneğin $[30/-30/-30/30]$ si metrik-açılı tabaka dizilişidir ve $[30/-30/30/-30]$ ise antisimetrik-açılı tabaka dizilişidir. Açılı dizilişler ayrıca dengelidirler. Bir simetrik açılı dizilişinde kayma-uzama çiftleri; $A_{16}=A_{26}=0$ ve eğilme-uzama çiftleri; $B_j=0$ 'dır. Fakat eğilme-burulma çiftleri; $D_{16} \neq 0$ ve $D_{26} \neq 0$ 'dır. Bir antisimetrik açılı dizilişinde $A_{16}=A_{26}=D_{16}=D_{26}=0$ 'dır fakat $B_{16} \neq 0$ ve $B_{26} \neq 0$ 'dır [12].

6. TABAKALI SİLİNDİRİK KABUKLAR

Bundan önceki bölümlerde, analizi yapılacak olan “Tabakalı Silindirik Kabuk” için gerekli olan bilgi, denklem ve bağıntılar ortaya konulmuştur. Bu bölümde ise; tabakalı silindirik kabuk tanımlanacak, çözüme yönelik kabuller yapılacak ve bu kabuller doğrultusunda, önceki bölümlerde ortaya konan denklemler tabakalı silindirik kabuk için düzenlenecektir.

6.1. Tabakalı Silindirik Kabuğun Geometrisi



Şekil 6-1 Tabakalı Silindirik Kabuk (AutoCad çizimi)

Şekil 6.1’de geometrisi görülen ve ANSYS 8.0’da analizi yapılacak olan tabakalı silindirik kabuk; ortotropik (Böl. 2.2.2) ve anizotropik tabakalı (Böl. 5.4.1)’dir.

L_x = Kabuğun x yönündeki uzunluğu

ϕ = Fiber yerleşme açısı

L_y = Kabuğun y yönündeki uzunluğu

α = Kabuk eğrilik açısı

t = Kabuk kalınlığı

θ = Eğrisel koordinat

a = Yarıçap

P_r = Yayılı yük

6.2 Tabakalı Kabuk Teorisi

Tabakalı-kabuk teorisi, tabakalı-kabuğun katılığını belirlemede ve analizinde kullanılır. Tabakalı-kabuk teorisinde; analizlerde kullanılanak üzere tabaka için bazı kabuller yapılmıştır [10, 11].

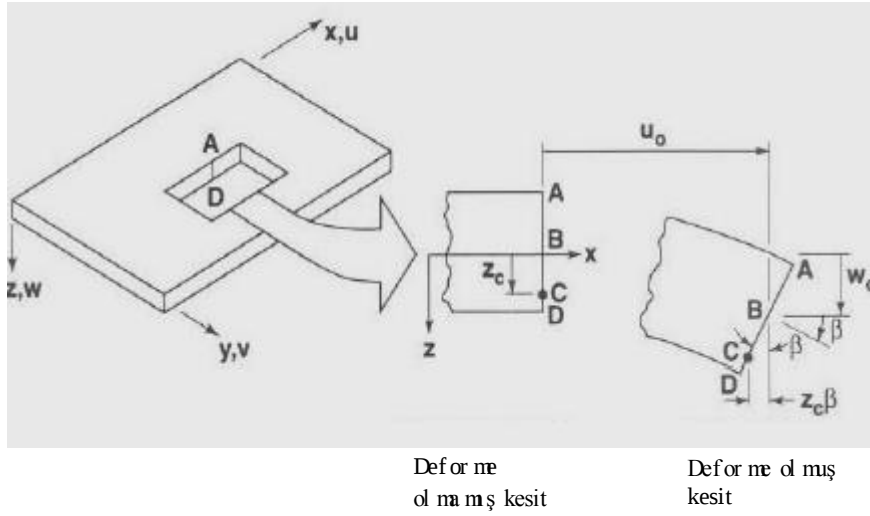
Kompozit tabaka kabulleri:

1. Kompozit kabuk, birbirine kusursuz bir şekilde yapıştırılmış tabakalardan oluşmaktadır. Tabakalar arasındaki yapışkan yüzey sonsuz ince kabul edildiğinden, kayma deforasyonu oluşmayacağı farz edilir. Bu yüzden, tabaka kesiti boyunca yer değiştirmeler sürekli ve tabakalar birbiri üzerinde kayma yapmaz.
2. Uzun oranları ve yer değiştirmeler kabuk kalınlığına oranla küçüktür.
3. Kabuk orta yüzeyine dik doğrultudaki normal gerilmeler terk edilebilecek kadar küçüktür. Yani $\sigma_z = 0$ alınır. Elastisite teorisinde bu gerilmelerin ikinci mertebeden rol oynadıkları ispatlanmış olup pratikten de σ_z normal gerilmesinin diğer gerilmelere oranla %0,1 mertebesinde kaldığı bilinmektedir.
4. Deforasyondan önce kabuk orta yüzeyine dik olan bir doğru, deforasyondan sonra da;
 - 4.1 Doğru olarak kalır (Şekil 6-2).
 - 4.2 Kabuk orta yüzeyine olan dikliğini korur.

Bu, Bernoulli-Navier Hipotezi'nin genelleştirilmiş haline karşılık gelir. Bernoulli-Navier Hipotezi basit kiriş teorisinde deforasyondan sonra düzlem kesitler düzlem kalır şeklindedir ve kayma gerilmesi bileşke kuvvetinden dolayı oluşacak deforasyonlar ihmal edilecektir. Bu kabul gereğince orta yüzeye paralel yüzeylerde γ_{xz} ve γ_{yz} birim kayma şekil değiştirmeleri aynı kalır, yani $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ dır.

- 4.3 Kabuk orta yüzeyine dik doğrunun deforasyondan sonra boyu değişmez. Orta yüzeye dik doğru üzerindeki bütün noktalar eşit miktarda yer değiştirir. Böylece kabuk kalınlığının deforasyondan sonra değişmediği varsayılır. Buna göre $\varepsilon_z = 0$ dır.
5. Kabuk kalınlığı diğer boyutları yanında yeterince küçüktür ($h/L < 1/10$).

Birinci madde haricindeki varsayımlar, Kirchhoff H potezi olarak bilinmektedir.



Şekil 6-2 Deformasyon geometrisi (Austin, C D, 2000)

6.3 Tabakalı Silindirik Kabuk İçin Kinematik Bağlantılar

Şekil 6.1’de görülen tabakalı kabukta koordinat sistemi orta düzlem üzerindedir. Kalınlık üzerindeki herhangi bir noktanın şekil değiştirme bileşenlerini bulmak için önce orta düzleme ait şekil değiştirme bileşenleri elde edilir. Bu bileşenler ϵ_{x0} , $\epsilon_{\theta0}$ ve $\gamma_{x\theta0}$ olarak gösterilir. Bunun dışında deformasyonlardan kaynaklanan eğrilik değişimlerine ihtiyaç vardır ve eğrilikler κ_x , κ_θ ve $\kappa_{x\theta}$ olarak gösterilir. Buradan plâğın orta yüzeyinden z kadar uzaklıktaki bir nokta için gerilme şekil değiştirme bağlantıları şöyle olacaktır [14];

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{x0} \\ \epsilon_{\theta0} \\ \gamma_{x\theta0} \end{bmatrix} - z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_\theta \\ 2\kappa_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

Orta düzlem şekil değişimleri [1];

$$\epsilon_{x0} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_{\theta0} = \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w}{a} \quad \gamma_{x\theta0} = \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (6-2)$$

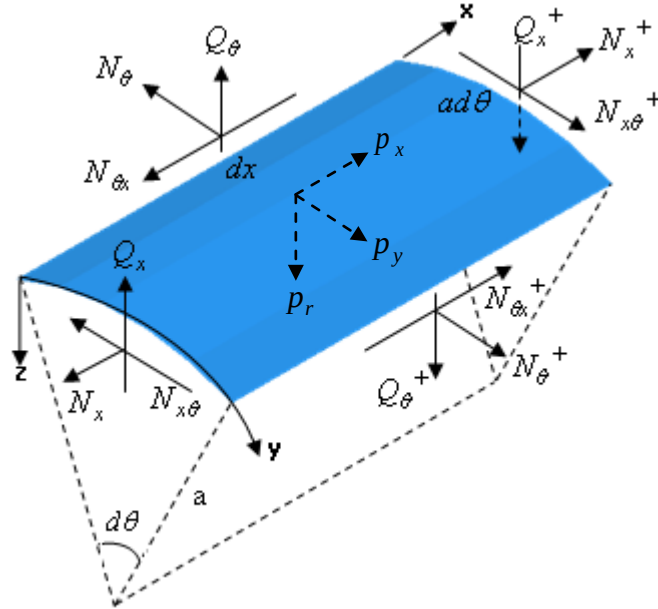
Eğrilik değişimleri [1];

$$\kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \kappa_\theta = \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \quad \kappa_{x\theta} = \frac{1}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right) \quad (6-3)$$

6.4 Hareket Denklemlerinin Oluşturulması

Silindirik kabuk elemanı na etkiyen N_x , N_θ , $N_{x\theta}$, $N_{\theta x}$ bileşke stressleri; Q_x , Q_θ kayma kuvvetleri ve bunların değişimleri olan N_x^+ , N_θ^+ , $N_{x\theta}^+$, $N_{\theta x}^+$, Q_x^+ , Q_θ^+ kuvvetleri ile p_x , p_y ve p_r dış kuvvetleri Şekil 6-3’de görülmektedir. (+) sembolü $A_b^+ = A_b + \frac{\partial A_b}{\partial b} db$ ifadesinin kısa gösterimidir. Örneğin;

$$N_x^+ = N_x + \frac{\partial N_x}{\partial x} dx \quad (6-4)$$



Şekil 6-3 Silindirik kabuk elemanı na etkiyen iç ve dış kuvvetler

Şekil 6-3’deki kuvvetlerin x, y ve z yönlerindeki kuvvetler denge denklemlerini oluşturulması aşağıdaki gibidir.

x-yönündeki kuvvetlerin denge denklemi: $\sum F_x = 0$

$$N_x^+ ad\theta - N_x ad\theta + N_{\theta x}^+ dx - N_{\theta x} dx + p_x ad\theta dx = 0 \quad (6-5)$$

(+)'lı terimleri açık halde yazarsak;

$$N_x ad\theta + \frac{\partial N_x}{\partial x} ad\theta - N_x ad\theta + N_{\theta x} dx + \frac{\partial N_{\theta x}}{\partial \theta} d\theta dx - N_{\theta x} dx + p_x ad\theta dx = 0 \quad (6-6)$$

(6.6) denkleminin $d\theta dx$ 'e bölünürse eşitlik şu hali alır;

$$a \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + p_x a = 0 \quad (6.7)$$

y-yönündeki kuvvetlerin denge denklemi: $\sum F_y = 0$

Şekil 6-4' den de faydalanılarak aşağıdaki denklem çıkarılır.

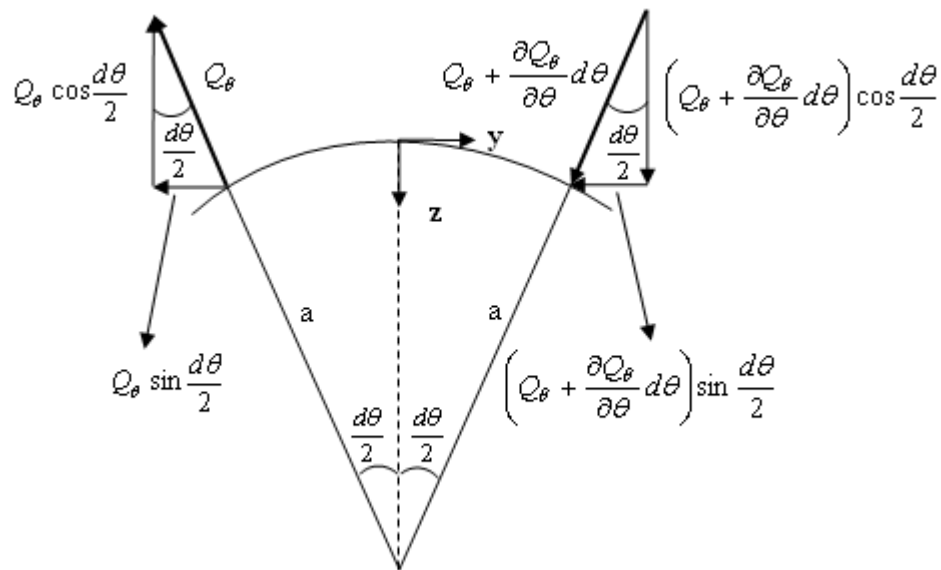
$$N_\theta^+ dx - N_\theta dx + N_{x\theta}^+ a d\theta - N_{x\theta} a d\theta - Q_\theta \sin \frac{d\theta}{2} - Q_\theta^+ \sin \frac{d\theta}{2} + p_y a d\theta dx = 0 \quad (6.8)$$

(6.8) denkleminde $\sin \frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2}$ olarak alınır ve gerekli açılımlar yapılırsa;

$$\begin{aligned} N_\theta dx + \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} d\theta dx - N_\theta dx + N_{x\theta} a d\theta + \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} a d\theta dx - N_{x\theta} a d\theta \\ - Q_\theta \frac{d\theta}{2} - Q_\theta \frac{d\theta}{2} - \frac{1}{2} \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} (d\theta)^2 + p_y a d\theta dx = 0 \end{aligned} \quad (6.9)$$

Gerekli sadeleştirme yapıp $(d\theta)^2 \approx 0$ alınırsa (6.9) denkleminin aşağıdaki şekli alır.

$$\frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + a \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} - Q_\theta + p_y a = 0 \quad (6.10)$$



Şekil 6-4 Q_θ ve Q_θ^+ 'nin y ve z-yönündeki dengelere katkısının geometrik ifadesi

y-yönündeki dengeye Q_θ ve Q_θ^+ 'nin katkısı Şekil 6-4'de geometrik olarak belirlenmiştir.

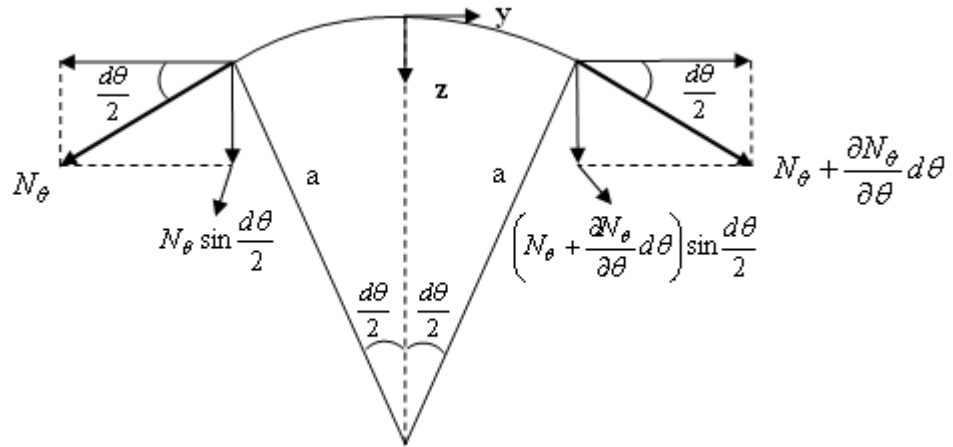
z-yönündeki kuvvetlerin denge denklemi: $\sum F_z = 0$

Şekil 6-4 ve 6-5'den yararlanarak z- yönündeki kuvvetler denge denklemi aşağıdaki gibi çıkarılabilir.

$$\begin{aligned} & \left(Q_\theta + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} d\theta \right) \cos \frac{d\theta}{2} dx - Q_\theta \cos \frac{d\theta}{2} dx + \left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \right) a d\theta - Q_x a d\theta \\ & + \left(N_\theta + \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} d\theta \right) \sin \frac{d\theta}{2} dx + N_\theta \sin \frac{d\theta}{2} dx + p_r a d\theta dx = 0 \end{aligned} \quad (6-11)$$

$\cos \frac{d\theta}{2} = 1$, $\sin \frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2}$ ve $(d\theta)^2 \approx 0$ olarak alınır ve (6.11) denklemi tekrar düzenlenirse;

$$\frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} + a \frac{\partial Q_x}{\partial x} + N_\theta + p_r a = 0 \quad (6-12)$$



Şekil 6-5 N_θ ve N_θ^+ 'nin z-yönündeki dengeye katkısının geometrik ifadesi

x-yönündeki momentlerin denge denklemi: $\sum M_x = 0$

Şekil 6-6'da görülen kabuk elemanına etkiyen moment bileşenleri x-yönünde; M_θ , $M_{x\theta}$ ve bunların artımları; M_θ^+ , $M_{x\theta}^+$ 'dir. Bunların haricinde Şekil 6-3' de görülen Q_θ ve artım Q_θ^+ kayma kuvvetlerinin de x-yönündeki toplam momente katkısı vardır. Bu moment ve kuvvetlerin etkisiyle x-yönündeki momentlerin denge denklemi şu şekilde olacaktır.

$$\left(M_\theta + \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} d\theta \right) dx - M_\theta dx + \left(M_{x\theta} + \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} dx \right) ad\theta - M_{x\theta} ad\theta - 2Q_\theta a \frac{d\theta}{2} dx = 0 \quad (6-13)$$

(6-13) denklemi sadeleştirilirse x-yönündeki momentler dengesi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + a \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} - aQ_\theta = 0 \quad (6-14)$$

y-yönündeki momentlerin denge denklemi: $\sum M_y = 0$

y- yönündeki moment dengesine katılan kuvvet ve momentler; Q_x , M_x , $M_{\theta x}$ ve bunların artımları; Q_x^+ , M_x^+ , $M_{\theta x}^+$ 'dir. Kuvvetler Şekil 6-3; momentler Şekil 6-6 da görülmektedir. Bu kuvvet ve momentlerle y-yönündeki moment dengesi durumu;

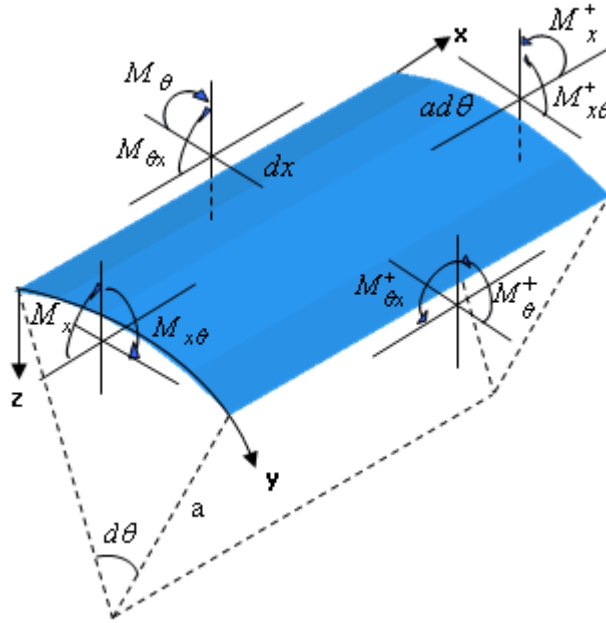
$$\left(M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx \right) ad\theta - M_x ad\theta + \left(M_{\theta x} + \frac{\partial M_{\theta x}}{\partial \theta} d\theta \right) dx - M_{\theta x} dx - 2Q_x a d\theta \frac{dx}{2} = 0 \quad (6-15)$$

Denkle m(6-15)'i sadeleştir meleri ni yapı p düzenlersek aşağıdaki hali alır.

$$a \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{\theta x}}{\partial \theta} - aQ_x = 0 \quad (6-16)$$

z-yönündeki momentlerin denge denklemi: $\sum M_z = 0$

z- yönünde moment bileşeni mevcut olmadığından herhangi bir denkleme elde edilemez.



Şekil 6- 6 Silindirik kabuk elemanı na etkiyen moment bileşenleri

(6.14) ve (6.16) denklemlerinden Q_x ve Q_θ 'yı çekilip, denklem(6.10) ve (6.12)'de yerlerine konup, $N_{x\theta} = N_{\theta x}$ ve $M_{x\theta} = M_{\theta x}$ olarak kabul edilirse; üç adet hareket denklemi elde etmiş oluruz.

Hareket Denklemleri:

$$a \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + p_x a = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + a \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} - \frac{1}{a} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + p_y a = \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (6-17)$$

$$\frac{1}{a} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} + a \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + N_\theta + p_r a = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad [14]$$

ρ : kabuğun özgül ağırlığı

Denge denklemlerindeki kuvvet ve moment değerlerini (5.19) ve (5.20) denklemlerini x - θ koordinatlarında yazarak elde edebilirsiniz [14].

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{\theta 0} \\ \gamma_{x\theta 0} \end{bmatrix} \quad (6-18)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_\theta \\ 2\kappa_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (6-19)$$

(6.2) ve (6.3) denklemlerinden; orta yüzey şekil değiştirmelerini ve eğrilikleri kuvvet ve moment denklemlerinde yerine konursa, kuvvet ve moment bileşenleri yer değiştirmeler cinsinden ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} N_x &= A_{11} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{A_{12}}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{A_{12}}{a} (w) + \frac{A_{16}}{a} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + A_{16} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ N_\theta &= A_{12} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{A_{22}}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{A_{22}}{a} (w) + \frac{A_{26}}{a} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + A_{26} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ N_{x\theta} &= A_{16} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{A_{26}}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{A_{26}}{a} (w) + \frac{A_{66}}{a} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + A_{66} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (6-20)$$

$$M_x = -D_{11} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{D_{12}}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{D_{12}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \frac{2D_{16}}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2D_{16}}{a} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right)$$

$$M_\theta = -D_{12} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{D_{22}}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{D_{22}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \frac{2D_{26}}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2D_{26}}{a} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right)$$

$$M_{x\theta} = -D_{16} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{D_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{D_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \frac{2D_{66}}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2D_{66}}{a} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \right)$$

Kuvvet ve moment ifadelerini (6-17) denklemsistemi nde yerlerine yazarsak;

$$\begin{aligned}
& A_{11} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \frac{2A_{16}}{a} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} \right) + \frac{A_{66}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) \\
& + A_{16} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{A_{12} + A_{66}}{a} \right) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} \right) + \frac{A_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) \\
& - \frac{A_{12}}{a} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{A_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \\
& = \frac{\rho h}{a} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - p_x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{A_{12}}{a} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} \right) + \frac{A_{22}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) - \frac{A_{22}}{a^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \frac{A_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + \frac{A_{26}}{a} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} \right) \\
& + A_{16} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \frac{A_{26}}{a} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} \right) - \frac{A_{26}}{a} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{A_{66}}{a} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} \right) + A_{66} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) \\
& + \frac{D_{12}}{a^2} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \theta} \right) + \frac{D_{22}}{a^4} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) + \frac{D_{22}}{a^4} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} \right) + \frac{2D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} \right) + \frac{2D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial \theta^2} \right) \\
& + \frac{D_{16}}{a} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) + \frac{D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} \right) + \frac{D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial \theta^2} \right) + \frac{2D_{66}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \frac{2D_{66}}{a^2} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \theta} \right) + p_y \\
& = \frac{\rho h}{a} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{D_{12}}{a^2} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \theta^2} \right) - \frac{D_{22}}{a^4} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} \right) - \frac{D_{22}}{a^4} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right) - \frac{2D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x \partial \theta^2} \right) - \frac{2D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial \theta^3} \right) \\
& - \frac{2D_{16}}{a} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial \theta} \right) - \frac{2D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x \partial \theta^2} \right) - \frac{2D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial \theta^3} \right) - \frac{4D_{66}}{a^2} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \theta} \right) - \frac{4D_{66}}{a^2} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \theta^2} \right) \\
& - D_{11} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) - \frac{D_{12}}{a^2} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \theta} \right) - \frac{D_{12}}{a^2} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \theta^2} \right) - \frac{2D_{16}}{a} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \right) - \frac{2D_{16}}{a} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial \theta} \right) \\
& + \frac{A_{12}}{a} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{A_{22}}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) - \frac{A_{22}}{a^2} (w) + \frac{A_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{A_{26}}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + p_r \\
& = \frac{\rho h}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}
\end{aligned}$$

(6-21)

(6-21) denklemlerini ortak paranteze alıp düzenleyelim

$$\begin{aligned}
& A_{11} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{2A_{16}}{a} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} \right) + \frac{A_{66}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) \\
& + A_{16} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{A_{12} + A_{66}}{a} \right) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} \right) + \frac{A_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) \\
& - \frac{A_{12}}{a} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{A_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \\
& = \frac{\rho h}{a} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - p_x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& A_{16} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{A_{12} + A_{66}}{a} \right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} \right) + \frac{A_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) \\
& + \left(A_{66} + \frac{2D_{66}}{a^2} \right) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{2A_{26}}{a} + \frac{3D_{26}}{a^3} \right) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} \right) + \left(\frac{A_{22}}{a^2} + \frac{D_{22}}{a^4} \right) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) \\
& + \frac{D_{16}}{a} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) + \left(\frac{D_{12} + 2D_{66}}{a^2} \right) \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \theta} \right) + \frac{3D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x \partial \theta^2} \right) + \frac{D_{22}}{a^4} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} \right) - \frac{A_{26}}{a} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{A_{22}}{a^2} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \\
& = \frac{\rho h}{a} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - p_y
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{A_{12}}{a} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{A_{26}}{a^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \\
& - \frac{2D_{16}}{a} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^3} \right) - \left(\frac{D_{12} + 4D_{66}}{a^2} \right) \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \theta} \right) - \frac{4D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial x \partial \theta^2} \right) - \frac{D_{22}}{a^4} \left(\frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} \right) + \frac{A_{26}}{a} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{A_{22}}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \\
& - D_{11} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) - \frac{4D_{16}}{a} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial \theta} \right) - \left(\frac{2D_{12} + 4D_{66}}{a^2} \right) \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \theta^2} \right) - \frac{4D_{26}}{a^3} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x \partial \theta^3} \right) - \frac{D_{22}}{a^4} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right) - \frac{A_{22}}{a^2} (w) \\
& = \frac{\rho h}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - p_r
\end{aligned}$$

(6-22)

(6-22) denklemlerini artı şeklinde (cross-ply) tabakalamaya göre düzenlersek, $A_{16}=A_{26}=B_{16}=B_{26}=D_{16}=D_{26}=0$ (Böl. 5.4.4) olacağından hareket denklemleri aşağıdaki hali alır.

$$A_{11}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) + \frac{A_{66}}{a^2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}\right) + \left(\frac{A_{12} + A_{66}}{a}\right)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta}\right) - \frac{A_{12}}{a}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right) = \frac{\rho h}{a} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - p_x$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{A_{12} + A_{66}}{a}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta}\right) + \left(A_{66} + \frac{2D_{66}}{a^2}\right)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{A_{22}}{a^2} + \frac{D_{22}}{a^4}\right)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2}\right) \\ & + \left(\frac{D_{12} + 2D_{66}}{a^2}\right)\left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial \theta}\right) + \frac{D_{22}}{a^4}\left(\frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3}\right) - \frac{A_{22}}{a^2}\left(\frac{\partial w}{\partial \theta}\right) = \frac{\rho h}{a} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - p_y \end{aligned} \quad (6-23)$$

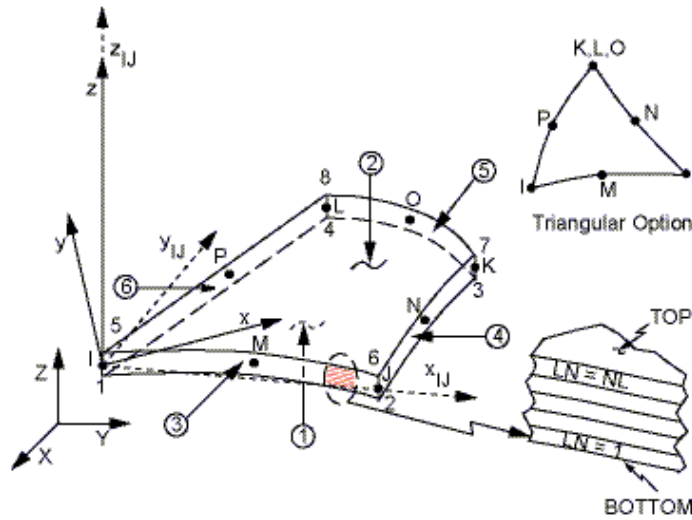
$$\begin{aligned} & \frac{A_{12}}{a}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \left(\frac{D_{12} + 4D_{66}}{a^2}\right)\left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \theta}\right) - \frac{2D_{16}}{a}\left(\frac{\partial^3 v}{\partial x^3}\right) + \frac{A_{22}}{a^2}\left(\frac{\partial v}{\partial \theta}\right) \\ & + D_{11}\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}\right) - \left(\frac{2D_{12} + 4D_{66}}{a^2}\right)\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial \theta^2}\right) - \frac{D_{22}}{a^4}\left(\frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4}\right) - \frac{A_{22}}{a^2}(w) = \frac{\rho h}{a} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - p_r \end{aligned}$$

7. TABAKALI SİLİNDİRİK KABUKLARI N YAPISAL ANALİZİ

7.1. Giriş

Bu bölümde yüzey alanları ve fiber dizilişleri aynı olup farklı yarıçaplara sahip (dolayısıyla farklı α açılarına sahip) artı-tabakalı-silindirik kabukların serbest titreşimi ve yük altındaki davranışları incelenmiştir.

Sayısal analiz ANSYS 8.0 paket programında sonlu elemanlar metodu ile yapılmıştır. ANSYS’de silindirik kompozit kabuk modeli için Şekil 7-1’de görülen Shell99 yapı elemanı seçilmiştir.



Şekil 7- 1 Shell99 Yapı elemanının geometrisi [16]

Shell99 elemanı I, J, K, L, M, N, O, P harfleri ile gösterilen ve elemanın orta yüzeyinde yerleşik sekiz adet düğüm noktasından (nod) oluşmaktadır. LN (Layer Number): tabaka numarasını, NL (Total Number of Layer): toplam tabaka sayısını temsil etmektedir. U_x , U_y , U_z : yer değiştirme serbestlik dereceleri; ROT_x , ROT_y , ROT_z : dönme serbestlik dereceleri olmak üzere altı serbestlik derecesine sahiptir. Shell99 elemanının 250 adet katmana kadar kapasitesi vardır ve katmanlar lineerdir. Shell99 elemanı diğer kabuk yapı elemanlarına göre daha az işlem zamanı harcadığından lineer katmanlı yapılar için idealdir [16].

7.2 Kompozit Kabuk Model ve Özellikleri

Sayısal analizlerdeki amaç: tabakalı kompozit kabuklarda eğriliğin, tabaka dizilişinin ve sınır koşullarının, kabuk doğal frekansına ve yük altındaki kabuğun deformasyon ve gerilmelerine olan etkisini gözlemleyebilmektir.

Tablo 7- 1 Analizler için oluşturulan kabukların model ve özellikleri

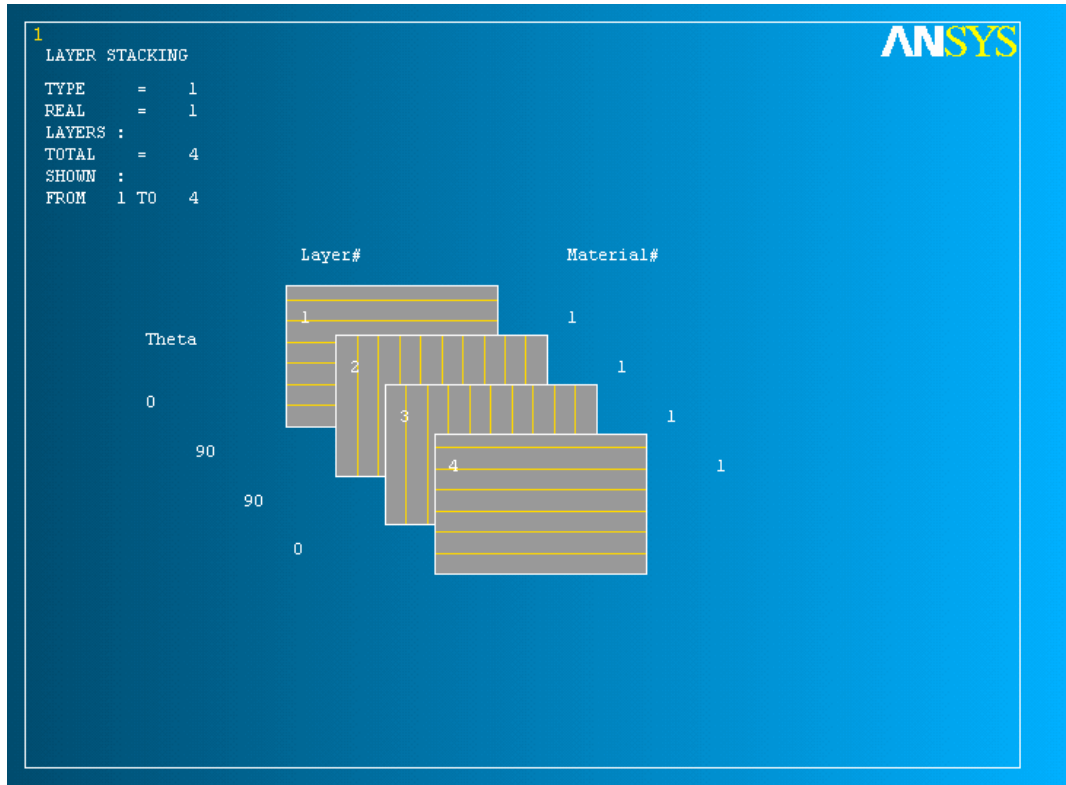
Kabukların Sabit Özellikleri		
Kabuğun x yönündeki uzunluğu	L_x	1,5 m
Kabuğun y yönündeki uzunluğu	L_y	1 m
Kabuğun kalınlığı	t	0.004 m
Kabuk malzemesi	fiber- matris	Grafit- Epoksi
Kabuk Modelleri		
Kabuk Eğrilik Açısı	α	180, 20, 30, 40, 50, 60 derece
Sınır Koşulları	s-f-s-f, f-s-f-s, f-c-f-c, s-s-s-s	
Tabakalama Şekilleri	[90-0-0-90], [0-90-90-0], [0-90-0-90], [0-0-90-90], [90-90-0-0]	

s: basit mesnetli (simply supported), f: serbest (free), c: ankastre (clamped)

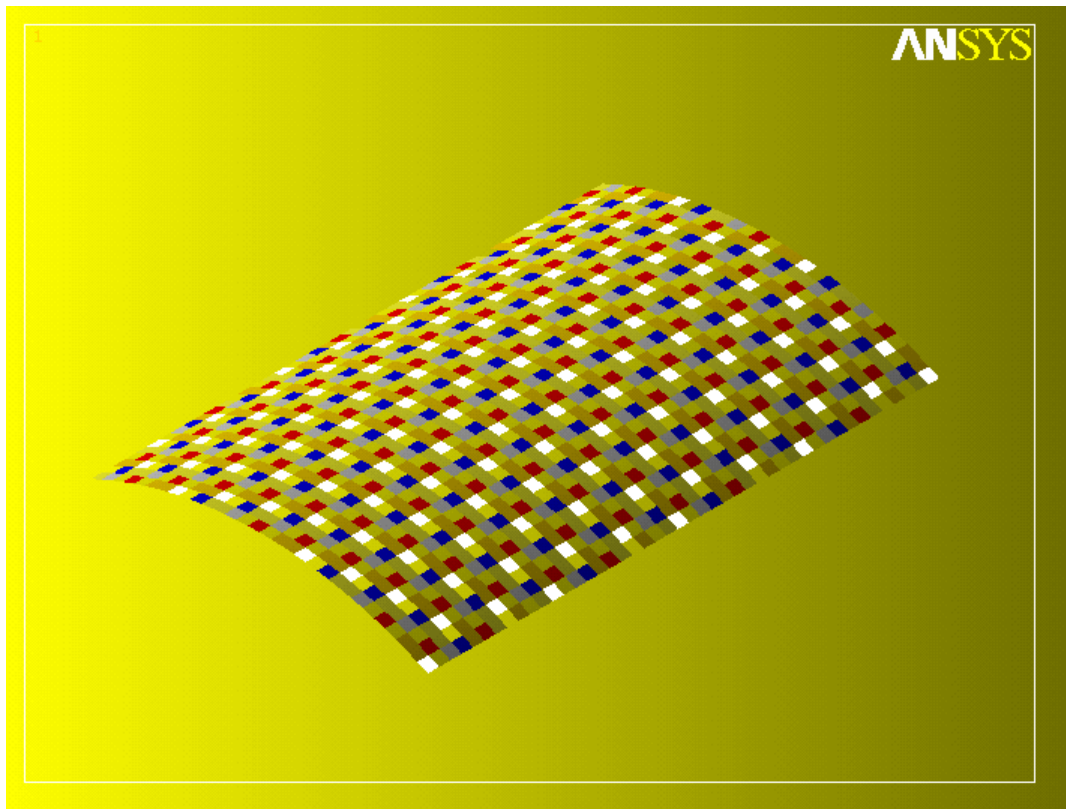
Tabaka dizilişini artı-tabakalı olarak uygulanmıştır (Şekil 7-2). Kompozit kabuğun artı-tabakalı dizilişinde seçilmesindeki amaç bu çalışmayı izleyecek olan analitik çalışmalar için katılık matrisleri kolay hesaplanabilir bir yapı oluşturmastır. Analizi yapılan kabuklarda malzeme olarak Tablo 7-2’de mekanik özellikleri belirtilen grafit-epoksi kullanılmıştır.

Tablo 7- 2 Grafit-epoksi malzemesinin mekanik özellikleri [17]

Fiber yönü elastisite modülü	E_1	207 GPa
Fiber yönüne dik elastisite modülü	E_2	5 GPa
Düzlem çarpma Poisson oranı	ν_{12}	0.25
Düzlem çarpma kayma modülü	G_{12}	2.6 GPa
Fiber yönü çekme mukavemeti	X_t	1035 MPa
Fiber yönüne dik çekme mukavemeti	Y_t	41 MPa
Kayma mukavemeti	S	69 MPa
Fiber yönü basma mukavemeti	X_c	689 MPa
Fiber yönüne dik basma mukavemeti	Y_c	117 MPa



Şekil 7- 2 [0-90-90-0] fiber d zli mhi kabuk



Şekil 7- 3 1350 adet elemandan ol uş muş kabuk

Kabuk 1350 adet elemandan oluşturulmuştur (Şekil 7-3). Eleman sayısına karar verebilmek için eleman sayısı 900'den başlatılıp yayılı yük altında eleman sayısı artırılarak deneyler yapılmıştır. Çökme sonuçlarındaki fark oranının, 1350 adet elemanlı modelde %1'e kadar düştüğü görülmüş ve analizler bu ağ örgüsünde yapılmıştır.

7.3 Yapılan Analiz Tipleri

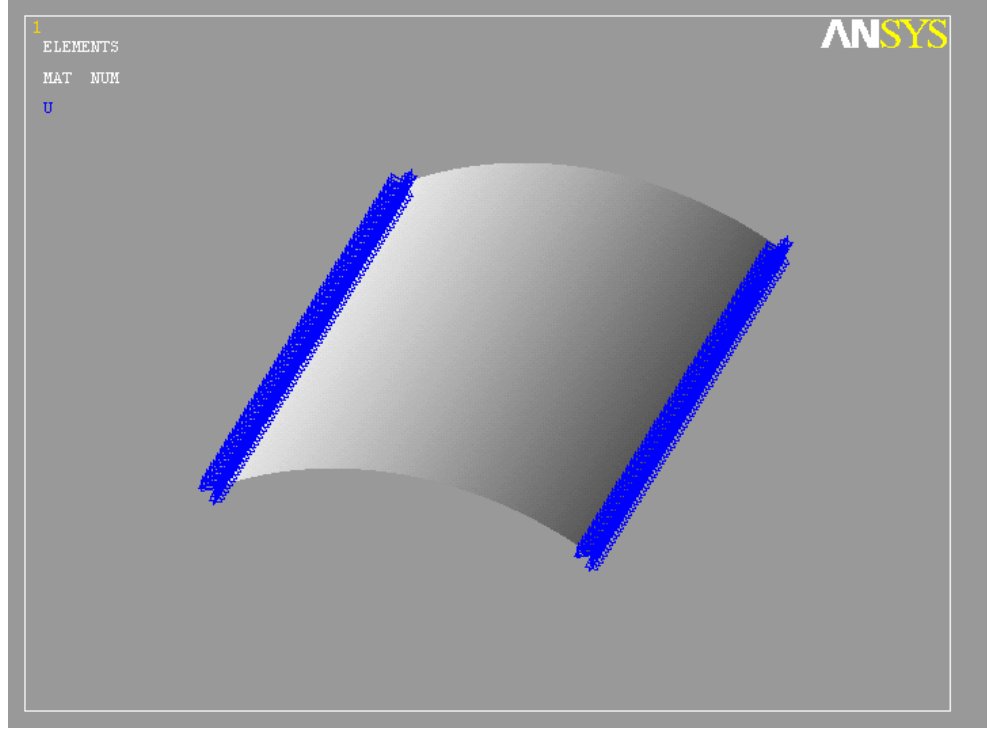
Tablo 7-3' de analizlerin hangi model ve sınır şartları için yapıldığı listelenmiştir.

Tablo 7- 3 Yapısal Analiz Tipleri

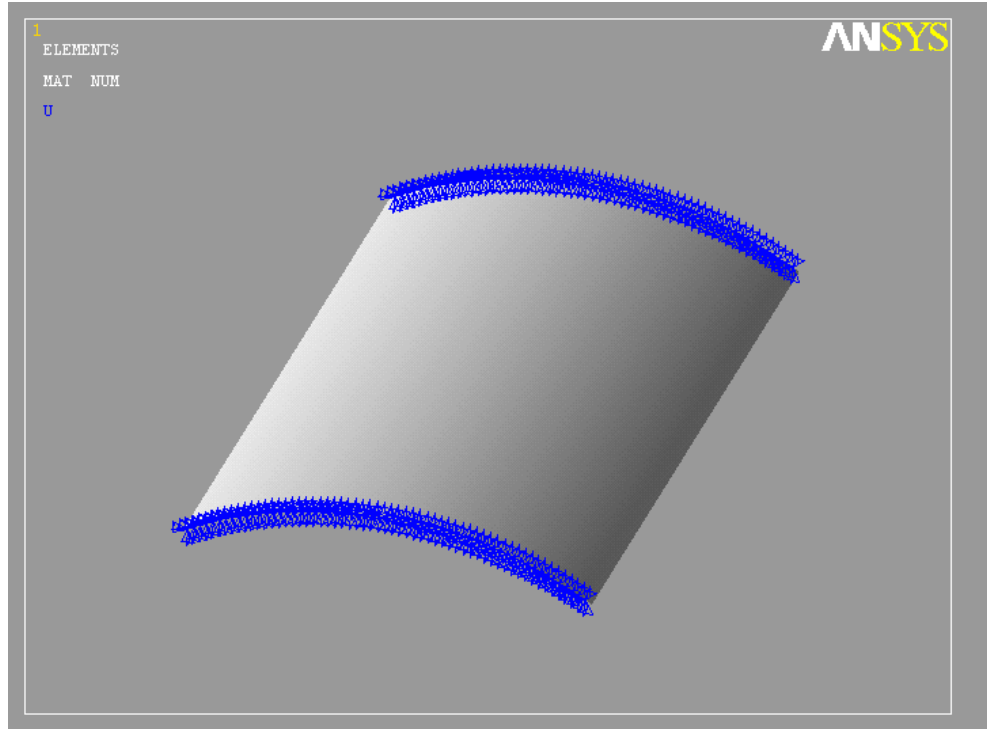
Yapılan Analizler	Sınır Koşulları				Kabuk Eğrilik Açıları					
	s-f-s-f	f-s-f-s	f-c-f-c	s-s-s-s	180°	20°	30°	40°	50°	60°
Serbest titreşim					√	√	√	√	√	√
1,5 kPa yayılı yük	√	√	√	√	√	√	√	√	√	√
1,5 kNtekel yük	√	√	√	√		√	√	√	√	√
1,5 kPa şerit basıncı	√	√	√	√				√		

Analizlerde kullanılan farklı sınır koşulları “s-f-s-f, f-s-f-s, f-c-f-c, s-s-s-s”; kabuklara Şekil 7-4, 5, 6, 7’deki gibi uygulanmıştır.

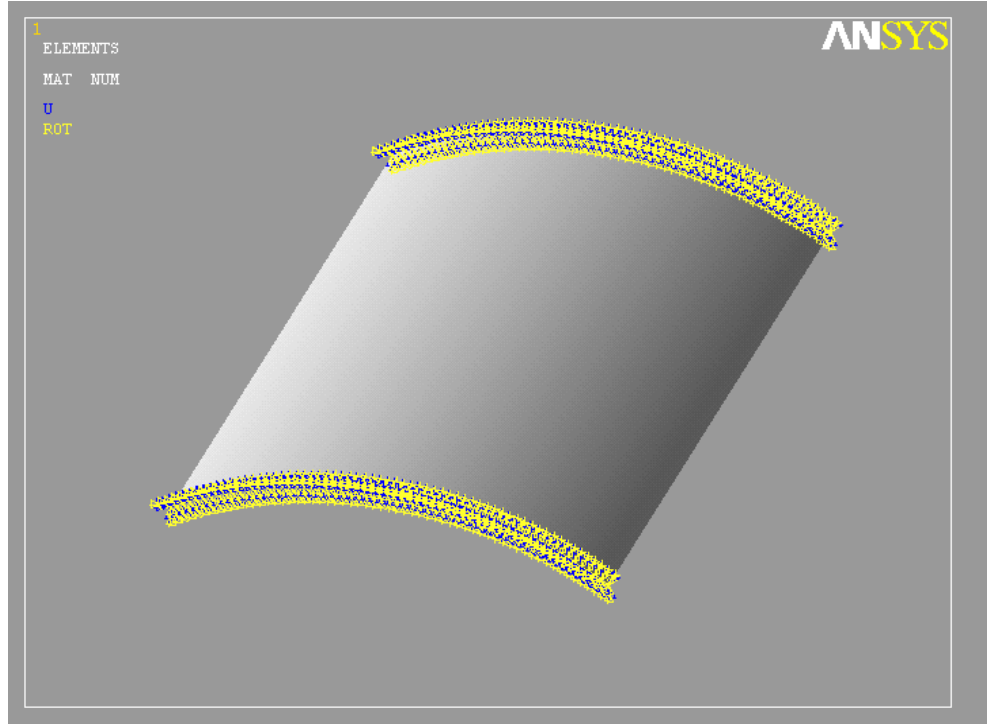
■ **U** Yer değiştirme serbestliği , ■ **ROT**: Dönme serbestliği



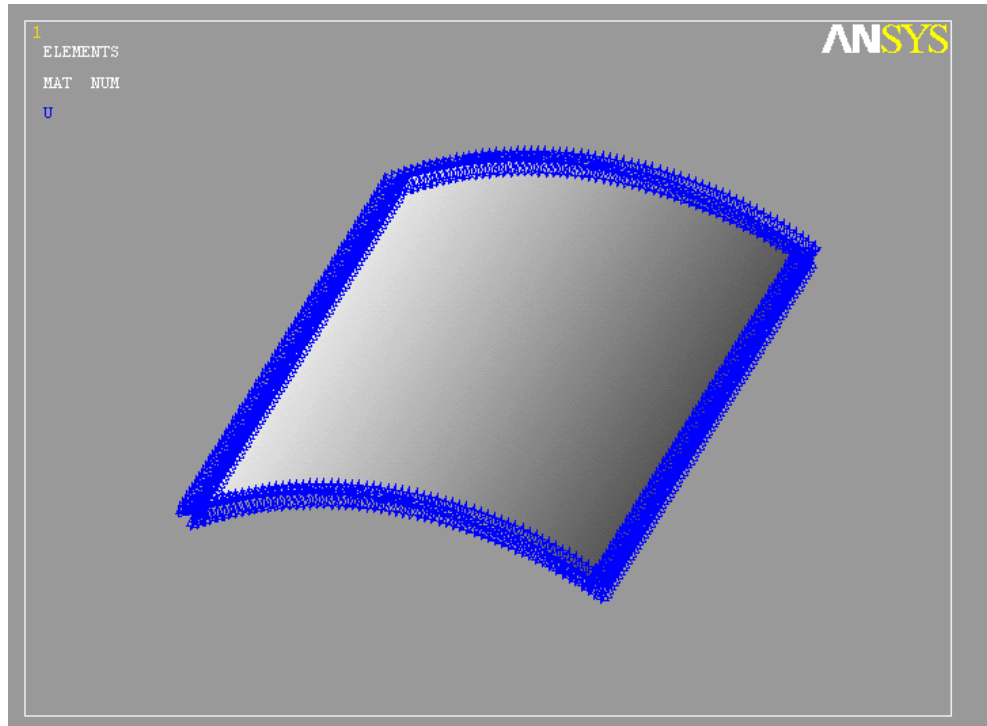
Şekil 7- 4 “s-f-s-f” sınır koşullarına sahip kabuk



Şekil 7- 5 “f-s-f-s” sınır koşullarına sahip kabuk



Şekil 7- 6 “f-c-f-c” sınır koşullarına sahip kabuk



Şekil 7- 7 “s-s-s-s” sınır koşullarına sahip kabuk

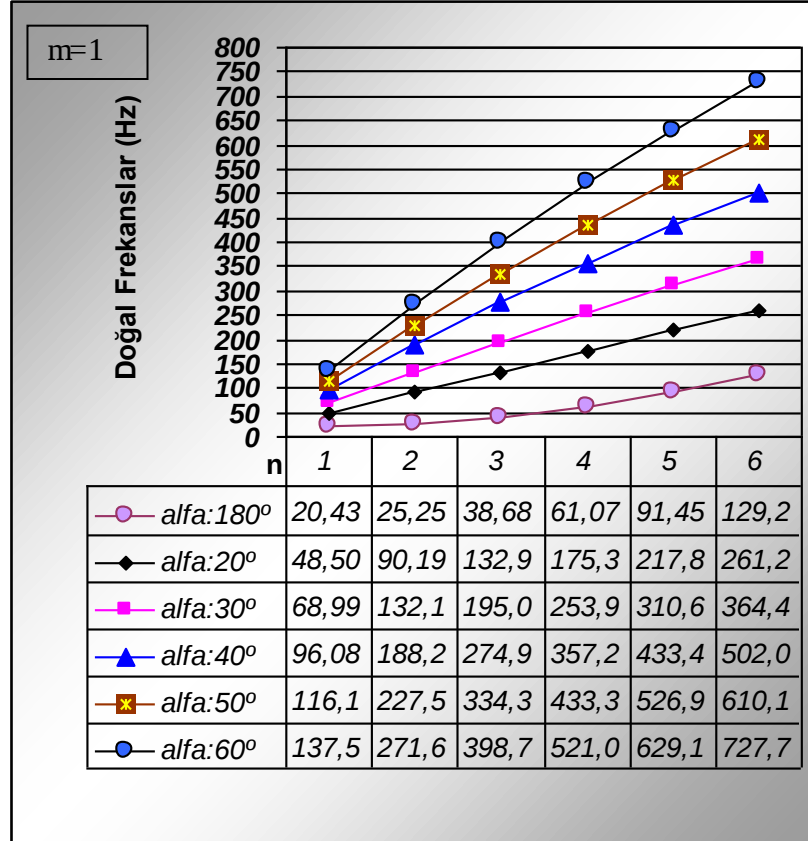
7.4 Kabuk Eğriliğinin Doğal Frekanslara Etkisi

[0-90-90-0] tabaka dizilimiyle 6 kabuk modeli için ($\alpha=180^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$) “s-s-s-s” sınır şartlarında serbest titreşim analizi yapıldı.

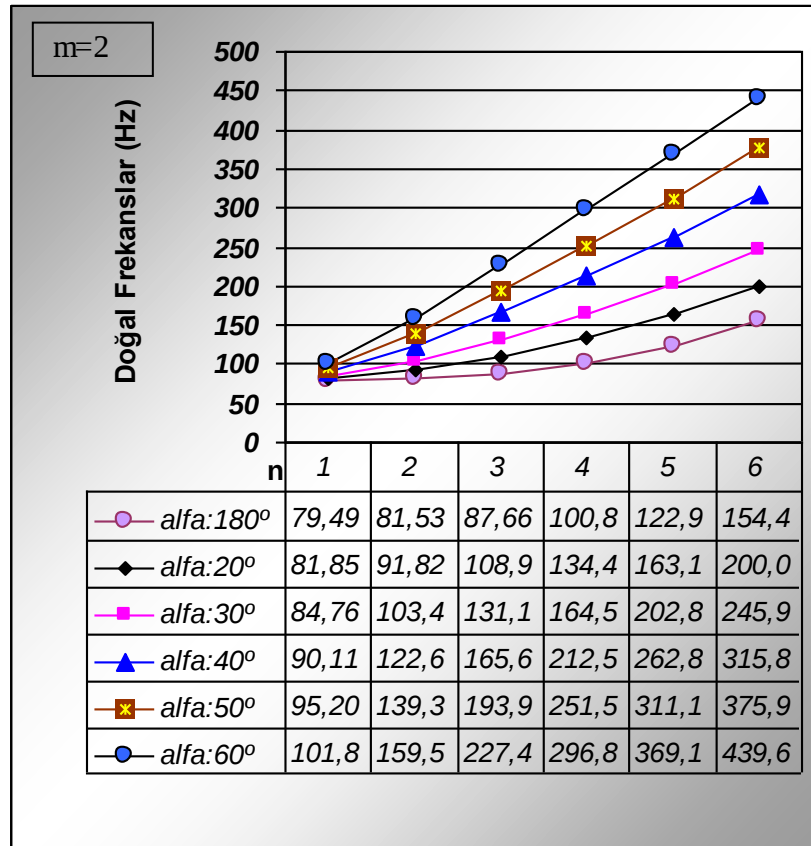
Her bir kabuk için doğal frekanslar $m=1, 2, 3$; $n=1, 2, 3, 4, 5, 6$ modları için tesbit edilmiştir. eğrilik yönündeki dalga sayısı, n düz kenar yönündeki dalga sayısı).

Doğal frekansların eğrilikle nasıl ilişkili olduğunu görmek için $m=1$, $m=2$ ve $m=3$ modları referans alınarak frekans-eğrilik tabloları Tablo 7-4, 5, 6 oluşturulmuştur.

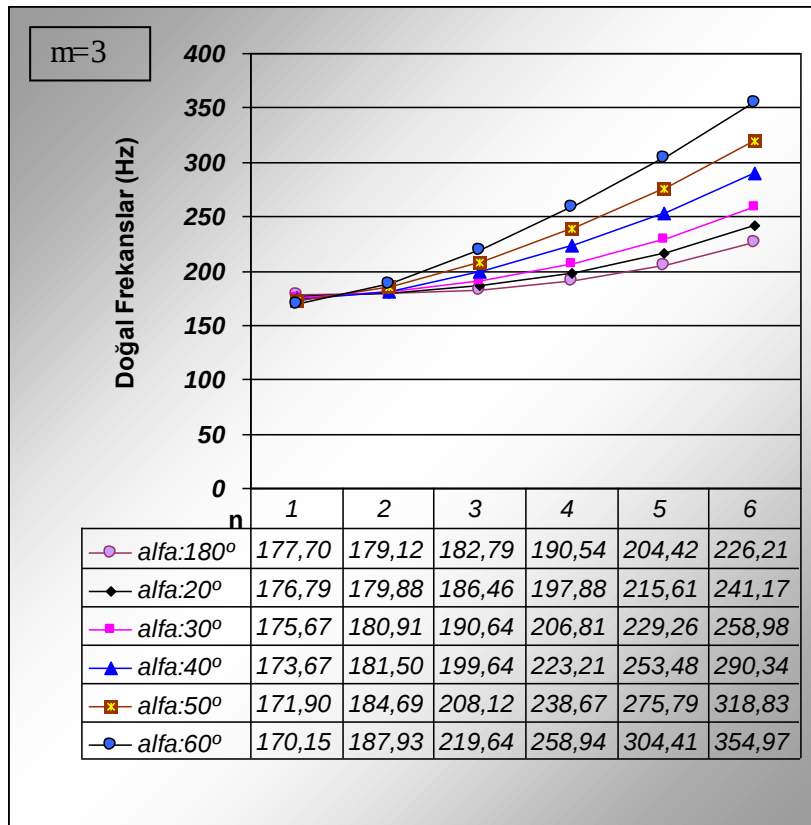
Tablo 7- 4 Doğal frekansların eğrilikle değişimi- mod($m=1, n$)



Tablo 7- 5 Doğal frekansların eğrilikle değişimi- mod($m=2, n$)



Tablo 7- 6 Doğal frekansların eğriliğe değişimi- mod(m=3, n)



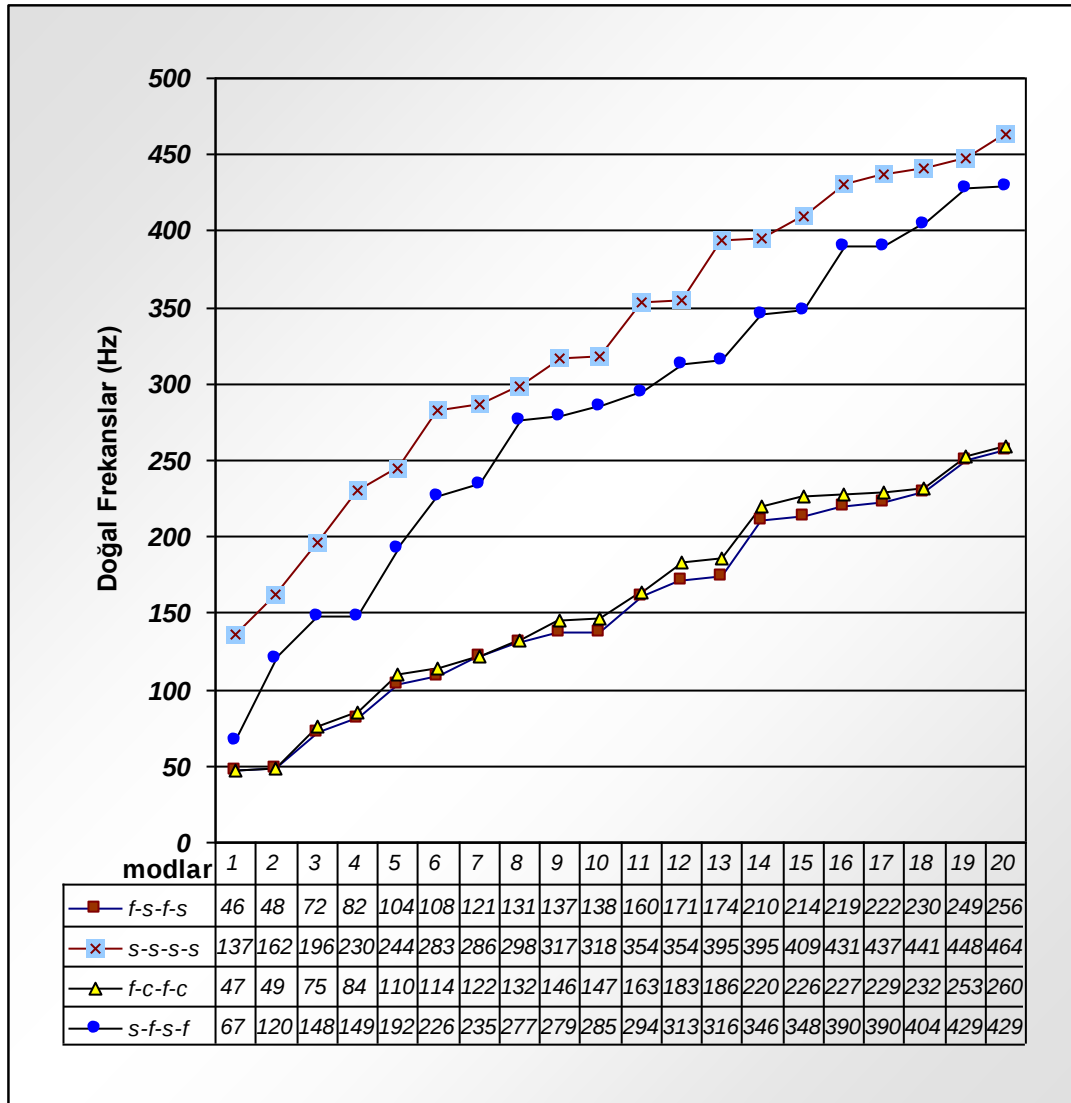
7.5 Sınır Koşullarının Doğal Frekanslara Etkisi

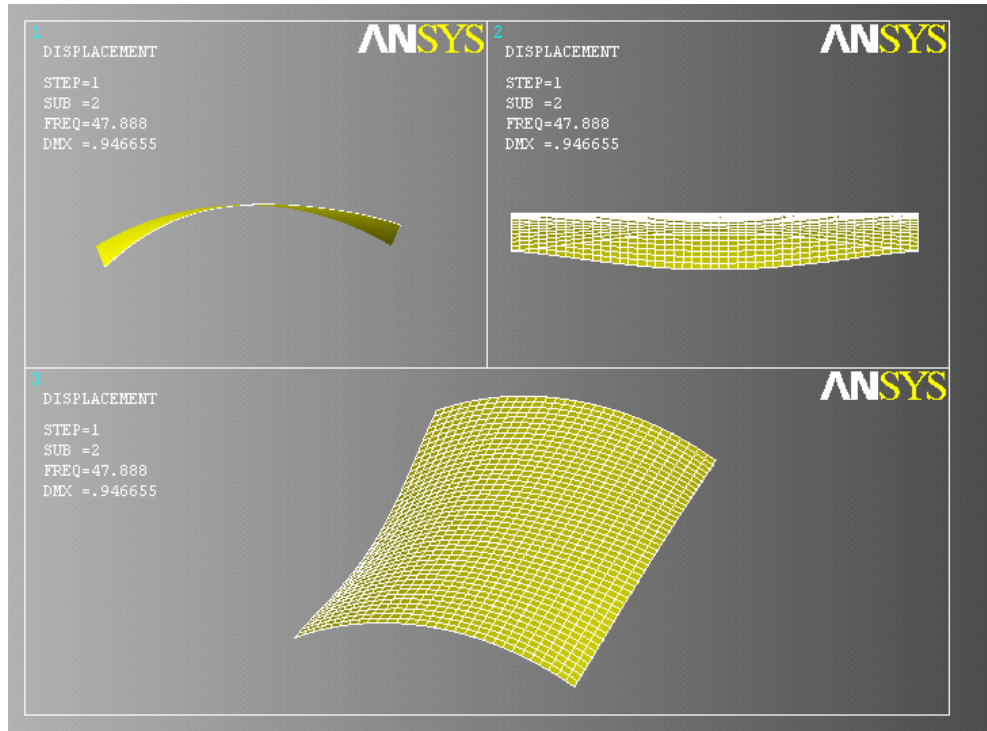
Farklı sınır koşullarının kabuk doğal frekansına etkisini görebilmek için $\alpha = 60^\circ$ 'lik [0-90-90-0] dizili mi kabuğun “s-f-s-f, f-s-f-s, f-c-f-c, s-s-s-s” sınır şartlarında serbest titreşim analizleri yapılmıştır.

Yapılan analizlerde her bir sınır koşulu için 20. moda kadar doğal frekans değerleri elde edilmiş ve Tablo 7-7’de sınır koşullarına göre karşılaştırılmıştır.

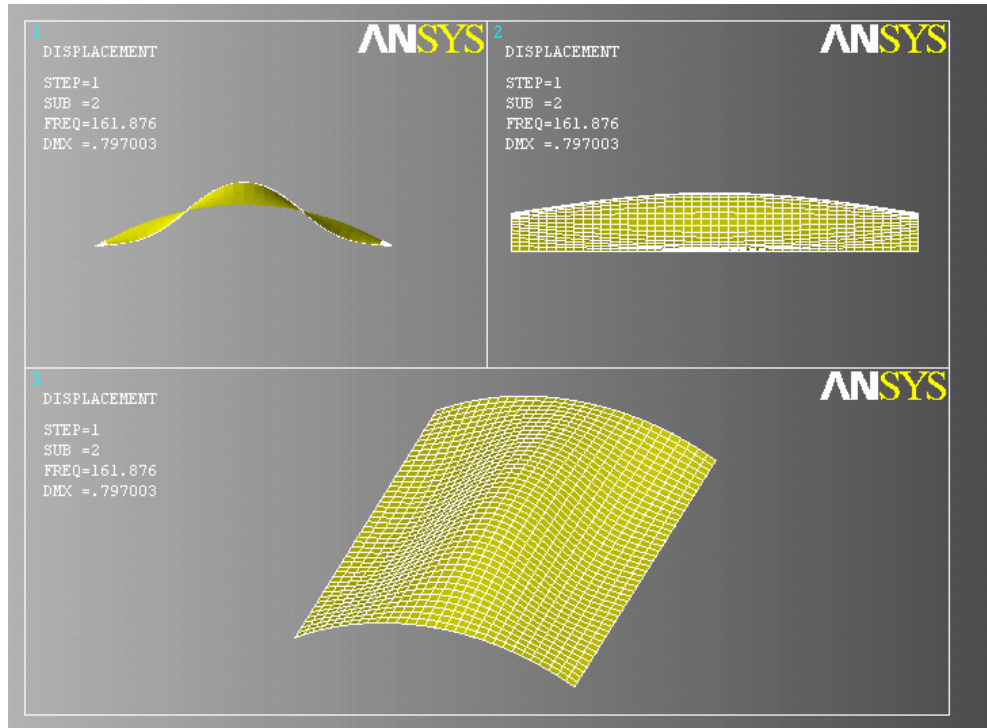
Şekil 7-8, 9, 10 ve 11’de plakanın farklı sınır koşullarındaki 2. mod şekilleri verilmiştir.

Tablo 7- 7 “ $\alpha = 60^\circ$, s-f-s-f, f-s-f-s, f-c-f-c, s-s-s-s”: doğal frekanslar

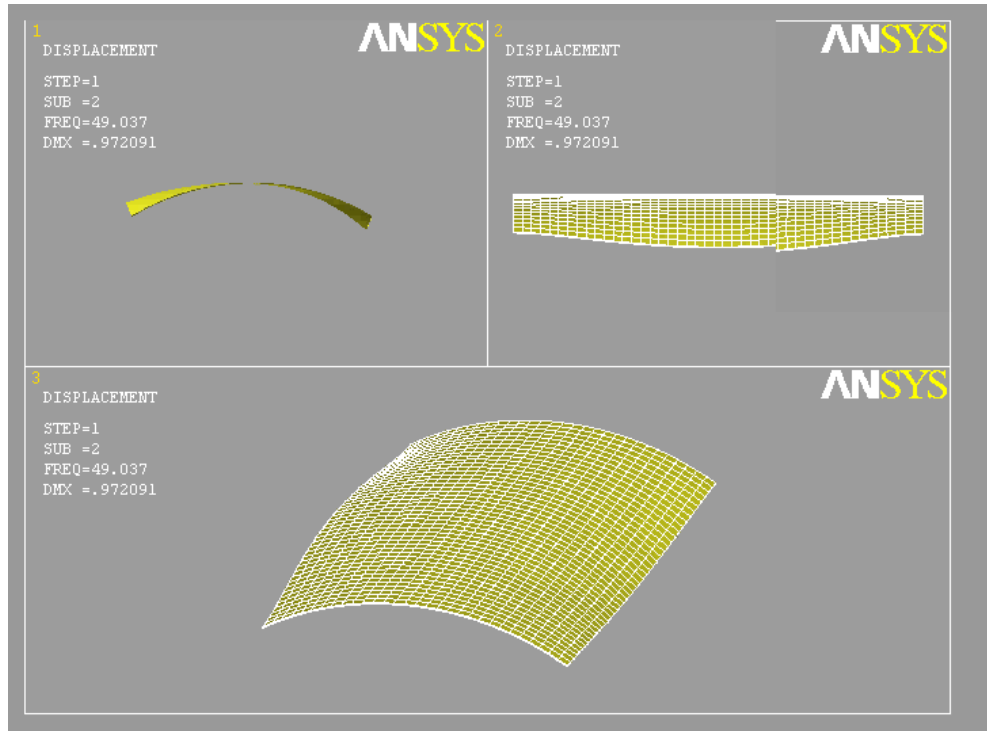




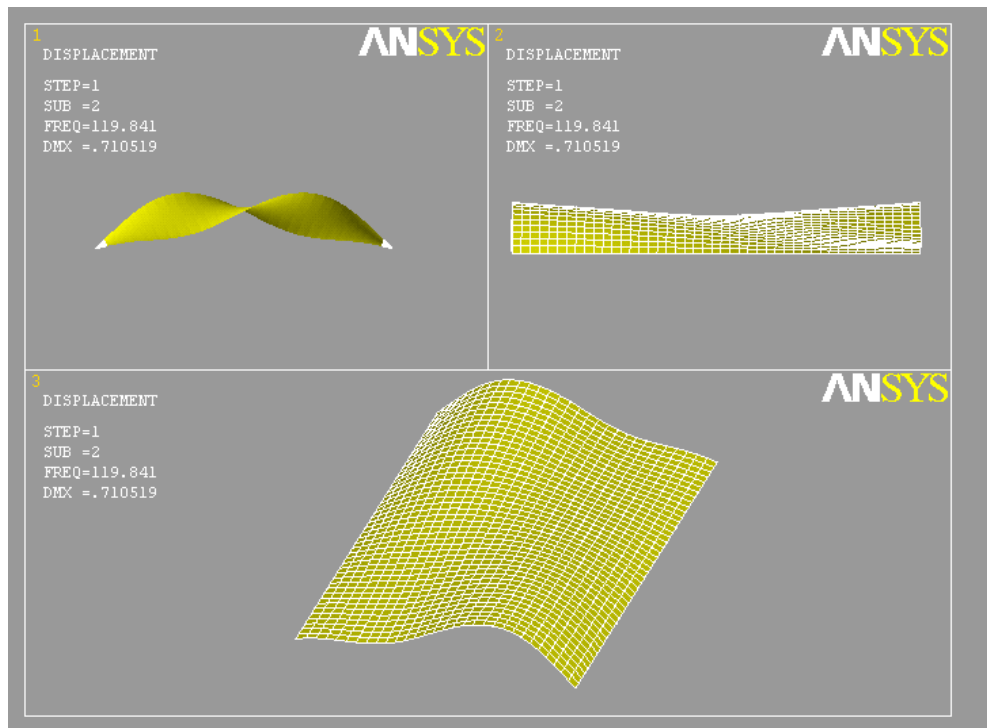
Şekil 7- 8 “f-s-f-s” sınır şartları nda serbest titreşim (mod: 2)



Şekil 7- 9 “s-s-s-s” sınır şartları nda serbest titreşim (mod: 2)



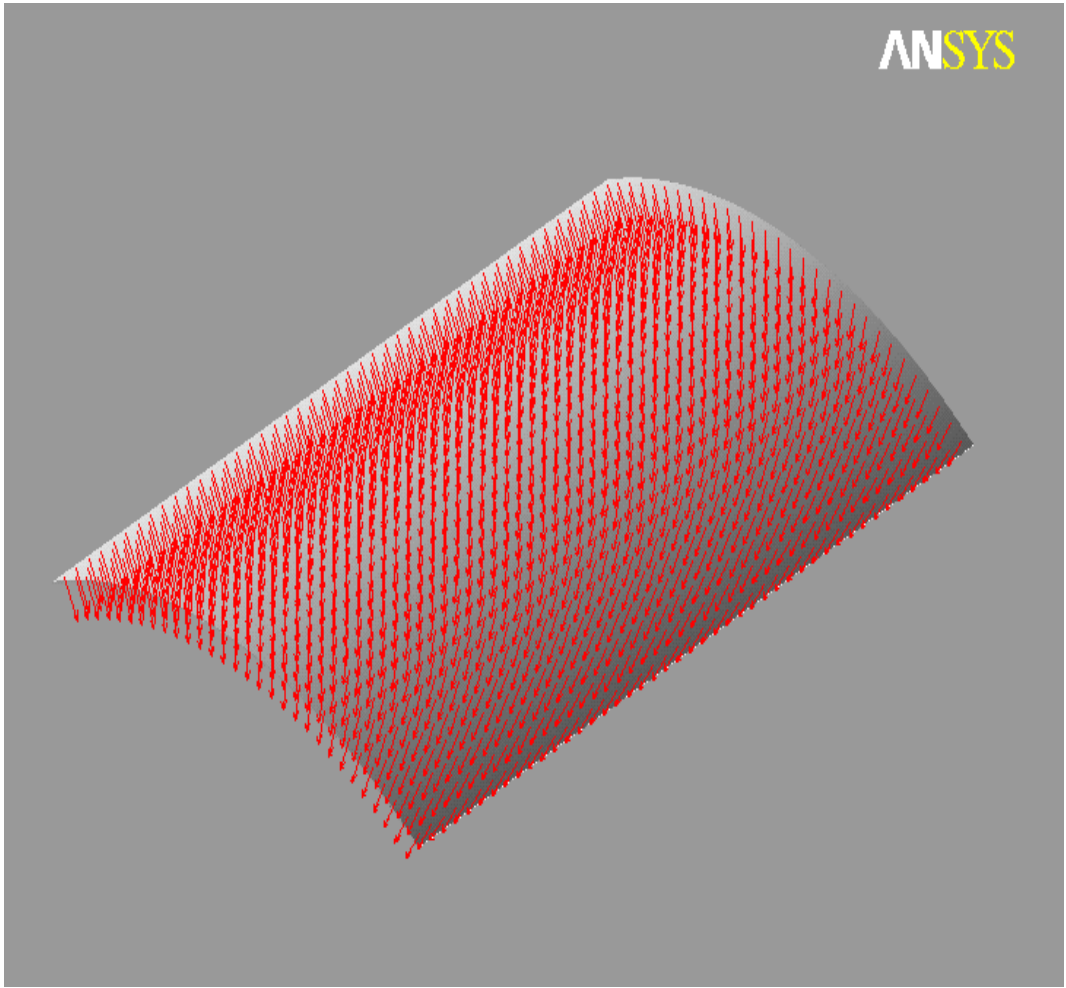
Şekil 7- 10 “f-c-f-c” sınır şartlarında serbest titreşi m(mod: 2)



Şekil 7- 11 “s-f-s-f” sınır şartlarında serbest titreşi m(mod: 2)

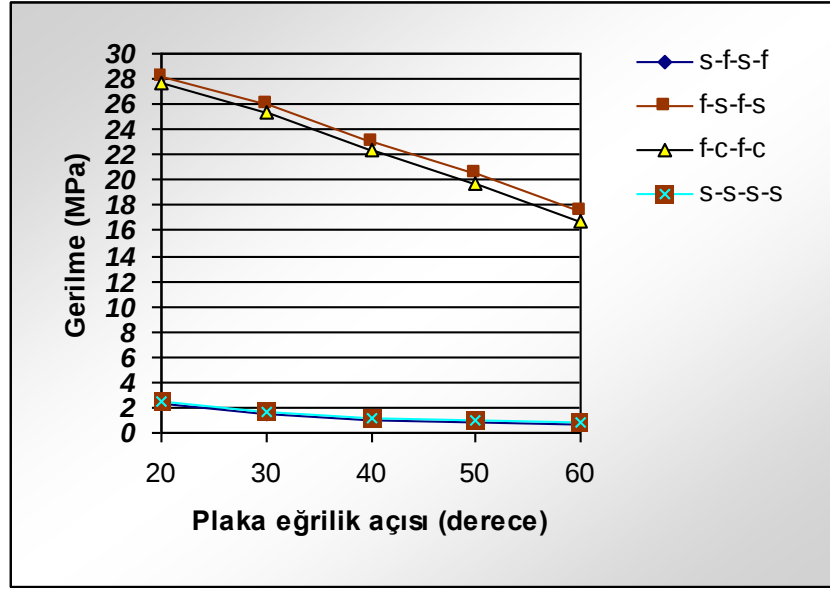
7.6 Yayılı Yük Altındaki Kabuğun Statik Analizi

[0-90-90-0] fiber dizilişli kabuğa eğrilik doğrultusuna dik uygulanan 1,5 kPa'lık yayılı yükün (Şekil 7-12) oluşturduğu maksimum gerilme ve çökme değerleri kabuk eğriliklerine göre farklı sınır şartlarında karşılaştırılmıştır (Tablo 7-8, 9, 10, 11). Düz kabuğun ($\alpha = 180^\circ$) çökmesi 22 mm olup diğer kabukların çökme değerlerinden çok fazla olduğu için tablolara alınmamıştır.

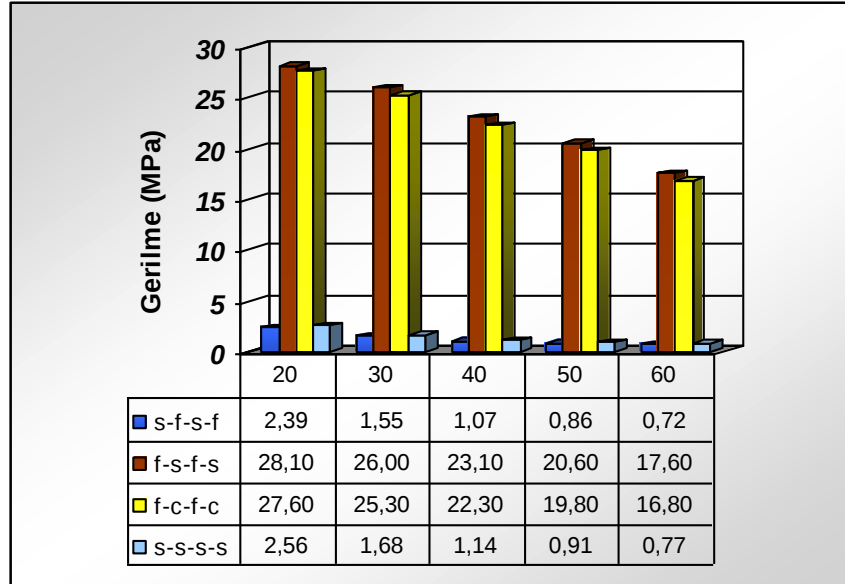


Şekil 7- 12 Yayılı yük uygulananmış kabuk

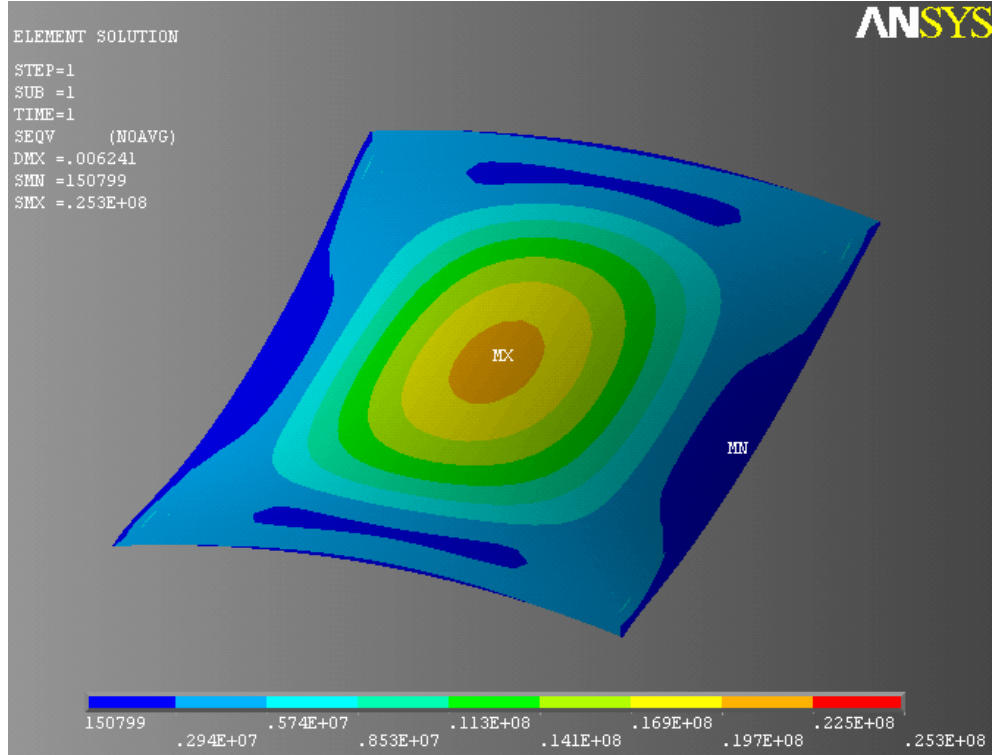
Tablo 7- 8 1,5kPa'lık basınca maruz kalan kabuklarının farklı sınır koşullarındaki gerilmelerini karşılaştırması



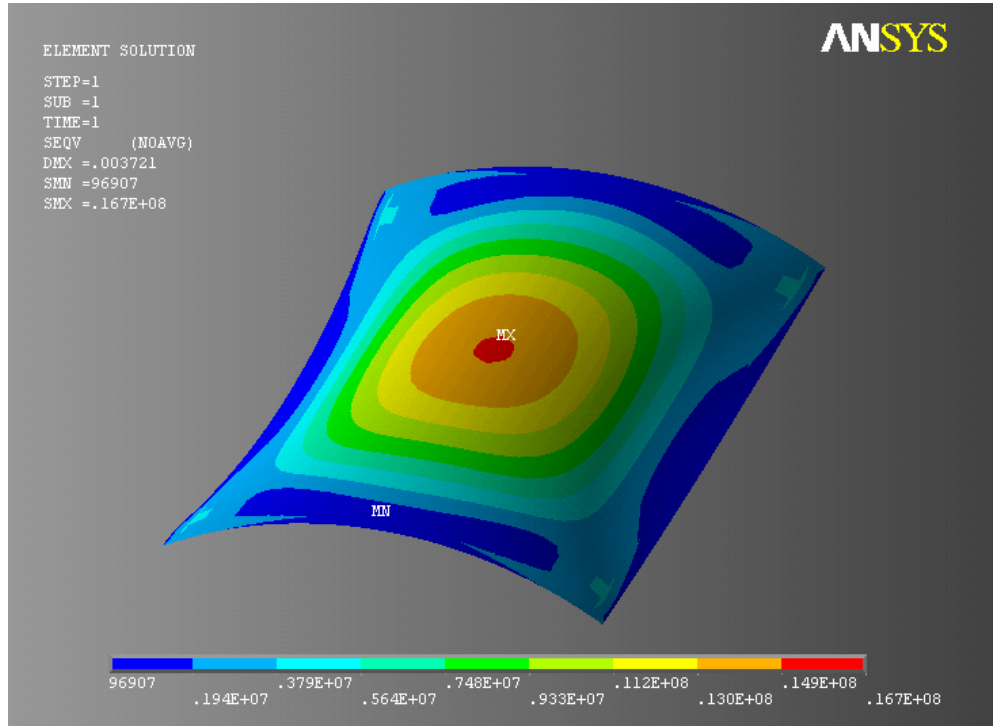
Tablo 7- 9 1,5kPa'lık basınca maruz kalan kabuklarının farklı sınır koşullarındaki gerilme değerleri



Aynı sınır koşullarında, farklı eğrilik açılarına sahip kabukların gerilmeleri arasındaki farkı anlayabilmek için “f-c-f-c” sınır koşullarında $\alpha = 30^\circ$ ve $\alpha = 60^\circ$ eğrilik açılarına sahip kabukların gerilmeleri Şekil 7-13 ve Şekil 7-14’ de verilmiştir.

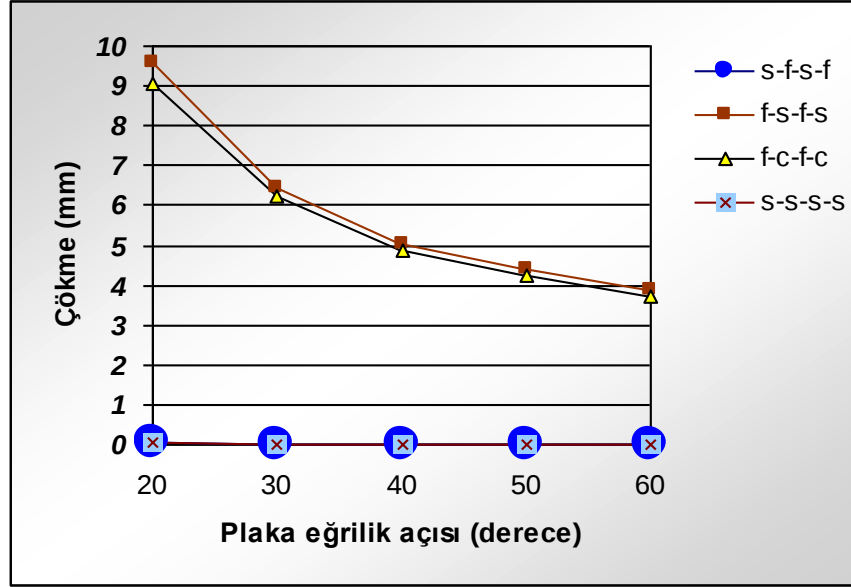


Şekil 7- 13 “ $\alpha = 30^\circ$, yayılı yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için gerilme dağılımı

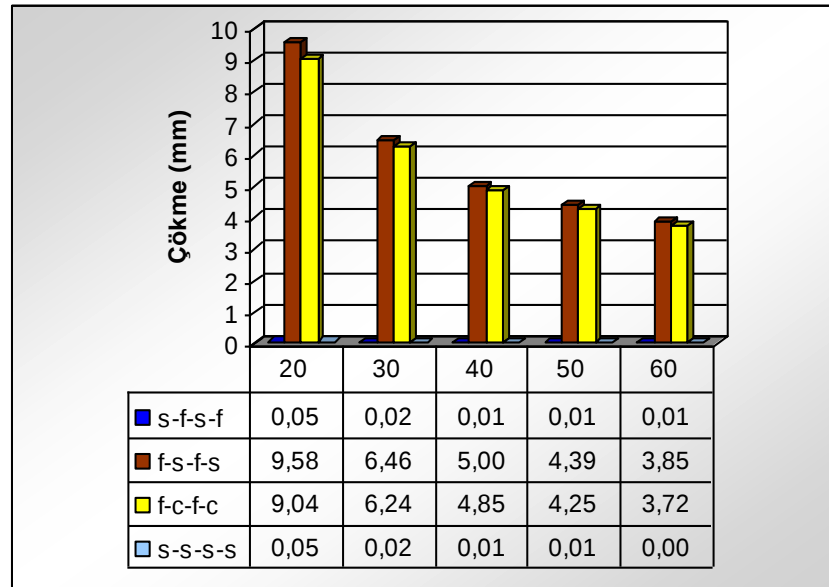


Şekil 7- 14 “ $\alpha = 60^\circ$, yayılı yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için gerilme dağılımı

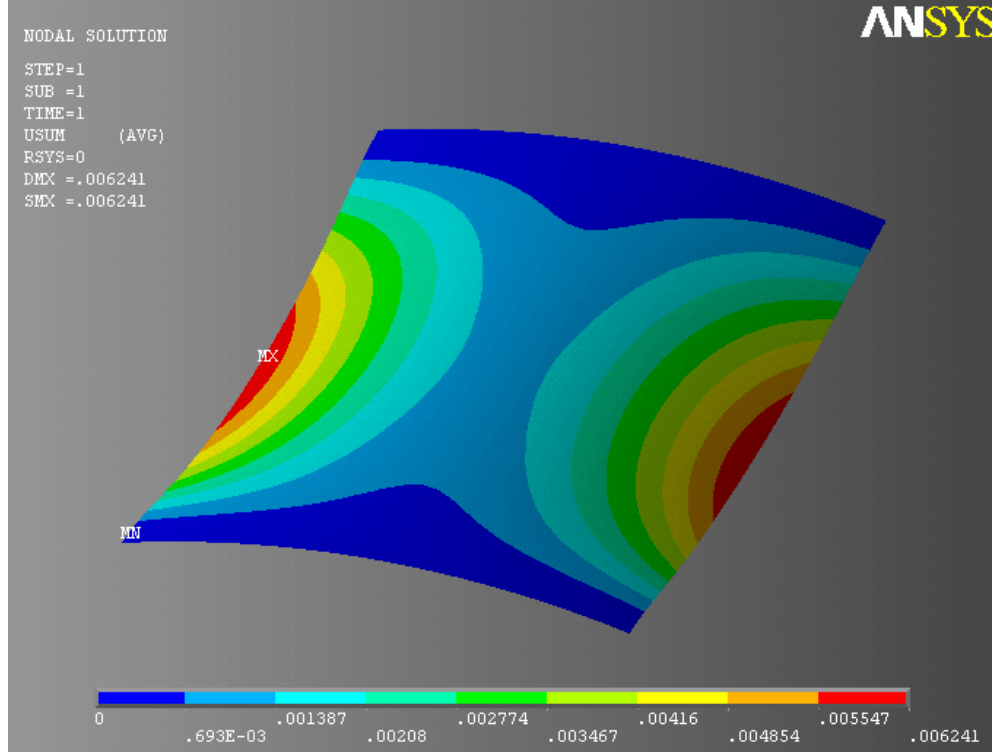
Tablo 7- 10 1,5kPa'lık basınca maruz kalan kabuklarının farklı sınır koşullarında çökme değerlerini karşılaştırılması



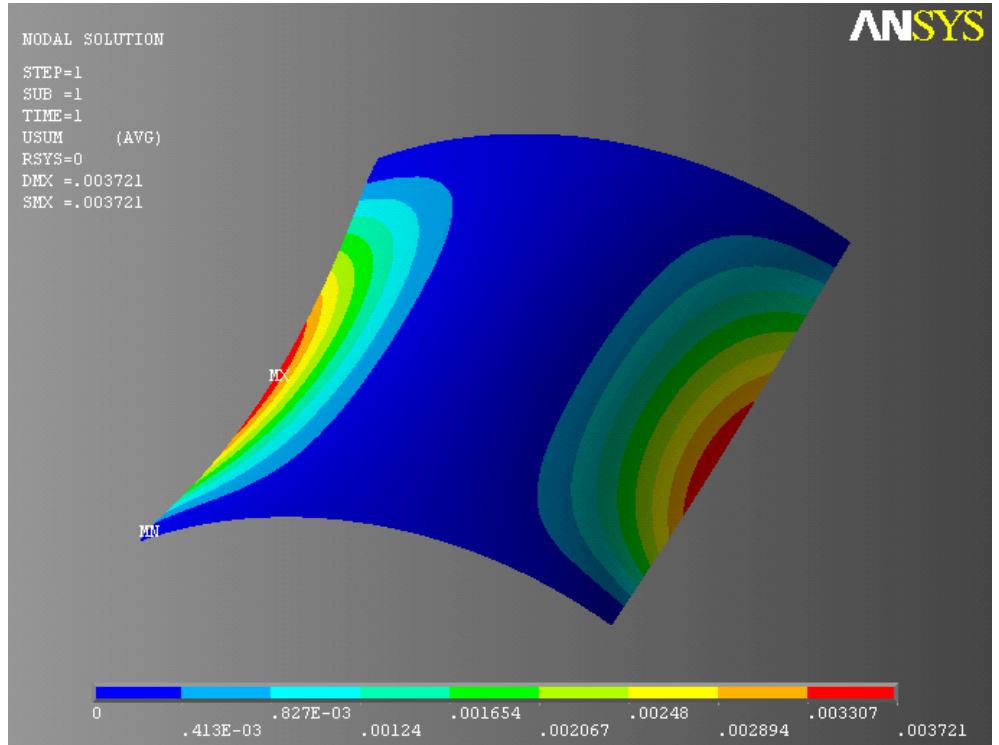
Tablo 7- 11 1,5kPa'lık basınca maruz kalan kabuklarının farklı sınır koşullarındaki çökme değerleri



“f-c-f-c” sınır şartlarında $\alpha=30^\circ$ ve $\alpha=60^\circ$ kabuklar için çökme oluşumu, maksimum ve minimum çökmelerin kabuk üzerindeki yerleri Şekil 7-15 ve Şekil 7-16’ de görülmektedir.

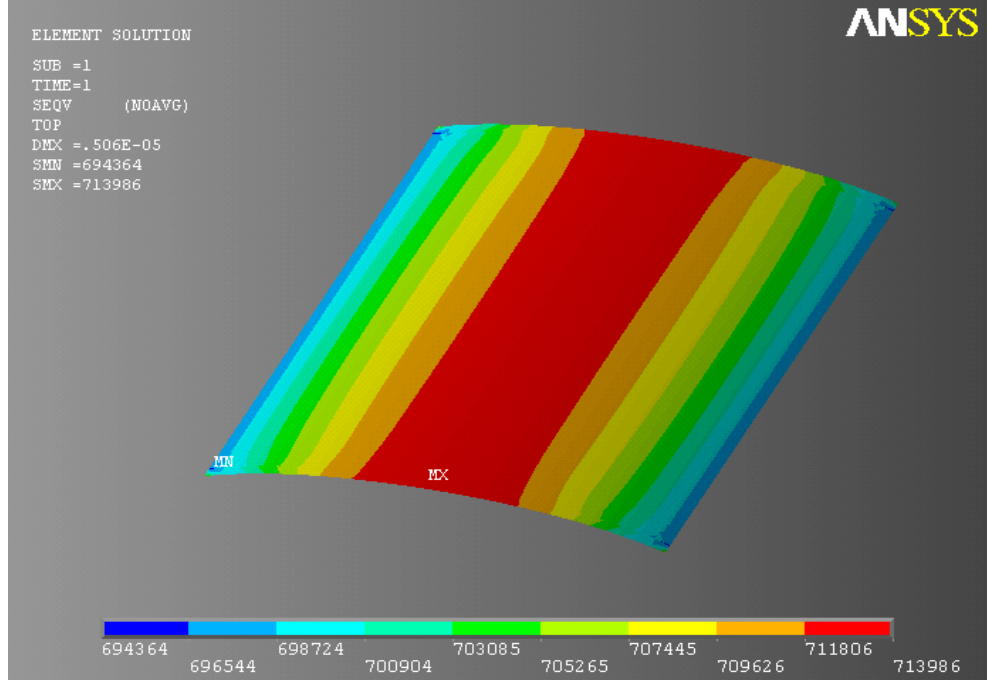


Şekil 7- 15 “ $\alpha=30^\circ$, yayılı yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için çökme oluşumu

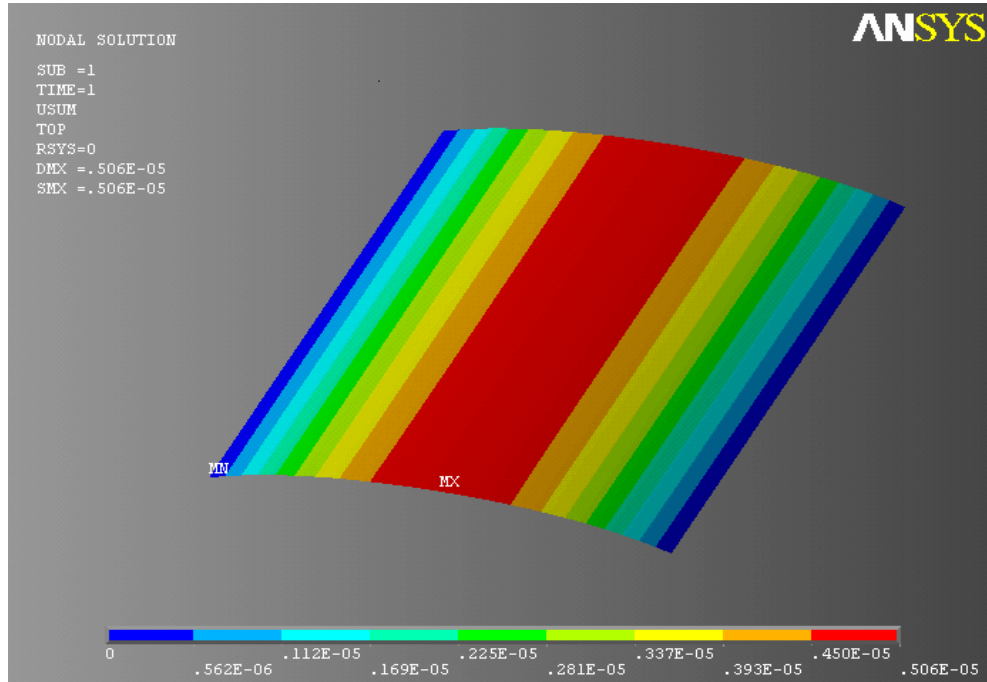


Şekil 7- 16 “ $\alpha=60^\circ$, yayılı yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için çökme oluşumu

Sınır koşullarının etkisini ortaya koyması açısından, Şekil 7-14 ve Şekil 7-16’da görülen $\alpha = 60^\circ$ ’lik kabuğun “f-c-f-c” sınır şartlarında gerilme-çökme dağılımları ile karşılaştırmak üzere; aynı kabuğun Şekil 7-17,18’ de “s-f-s-f” sınır şartlarındaki gerilme-çökme dağılımları verilmiştir.



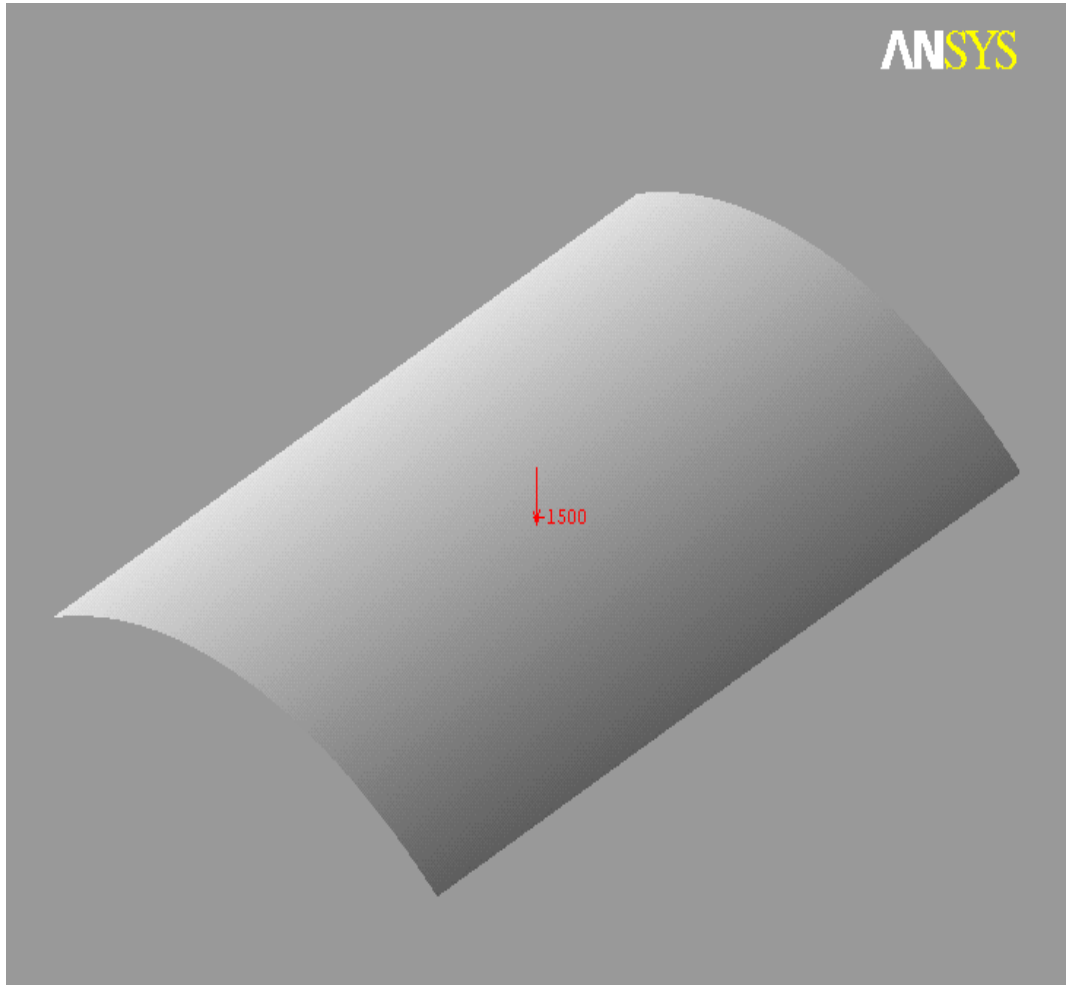
Şekil 7- 17 “ $\alpha = 60^\circ$, yayılı yük, s-f-s-f” şartlarındaki kabuk için gerilme dağılımı



Şekil 7- 18 “ $\alpha = 60^\circ$, yayılı yük, s-f-s-f” şartlarındaki kabuk için çökme oluşumu

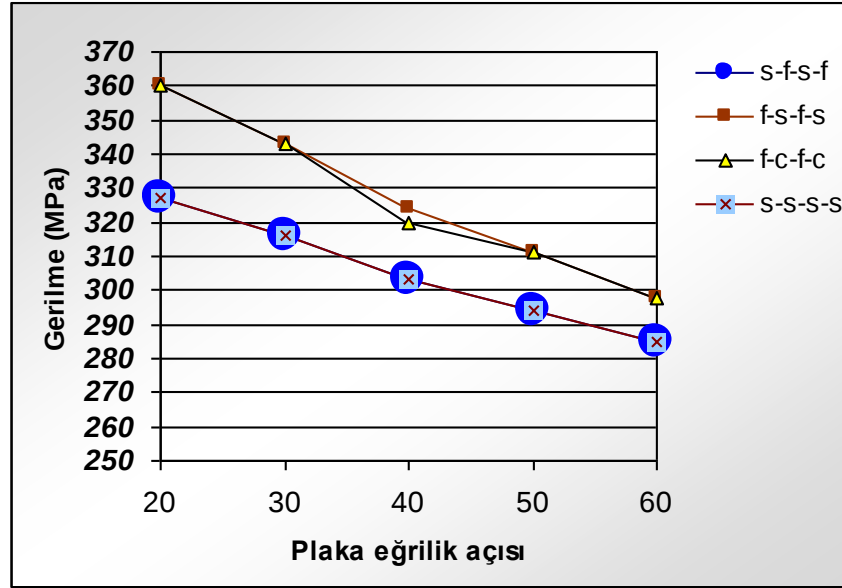
7.7. Tekil Yük Altındaki Kabuğun Statik Analizi

[0-90-90-0] fiber dzili mli kabuğa orta noktasından dk olarak uygulanan 1,5 kN luk tekil yükün (Şekil 7-19) oluşturduğu maksi mm geril me ve k me değerleri kabuk eğriliklerine göre farklı sınır şartları nda karşılaştırılmıştır (Tablo 7-12, 13, 14, 15).

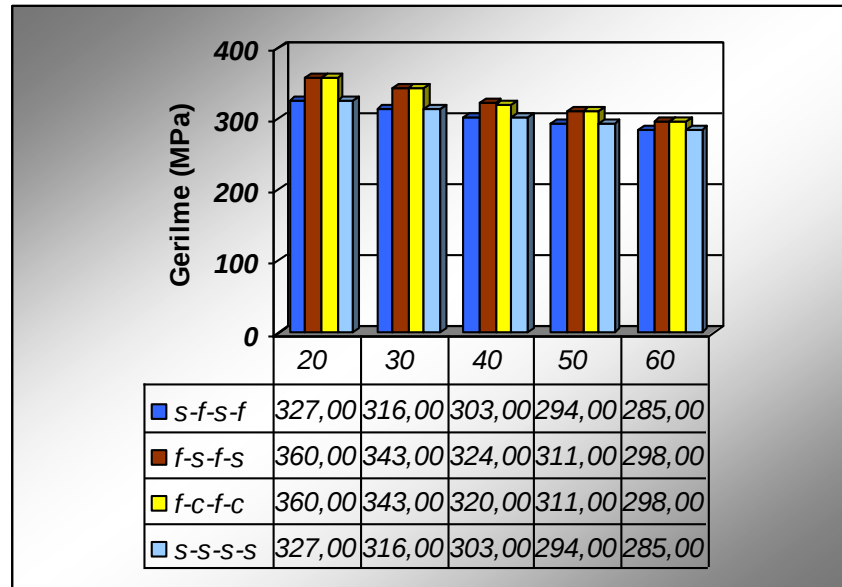


Şekil 7- 19 Tekil yük uygulanmış kabuk

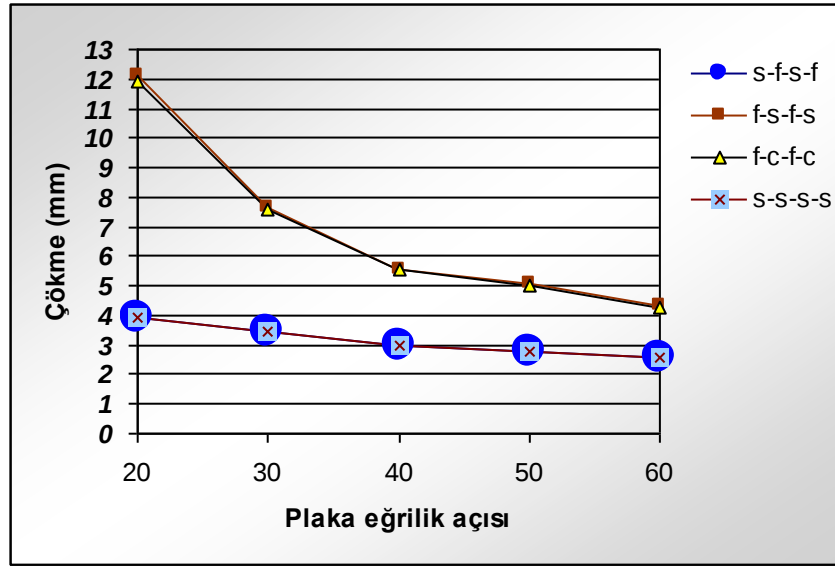
Tablo 7- 12 1,5 kN'luk tekil yüke maruz kalan kabukların farklı sınır koşullarında gerilme değerlerinin karşılaştırılması



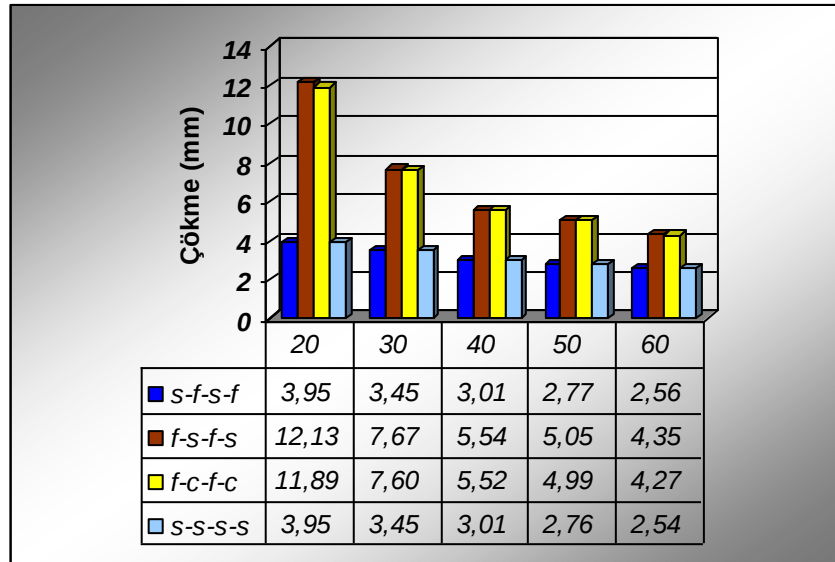
Tablo 7- 13 1,5kN'luk tekil yüke maruz kalan kabukların farklı sınır koşullarındaki gerilme değerleri



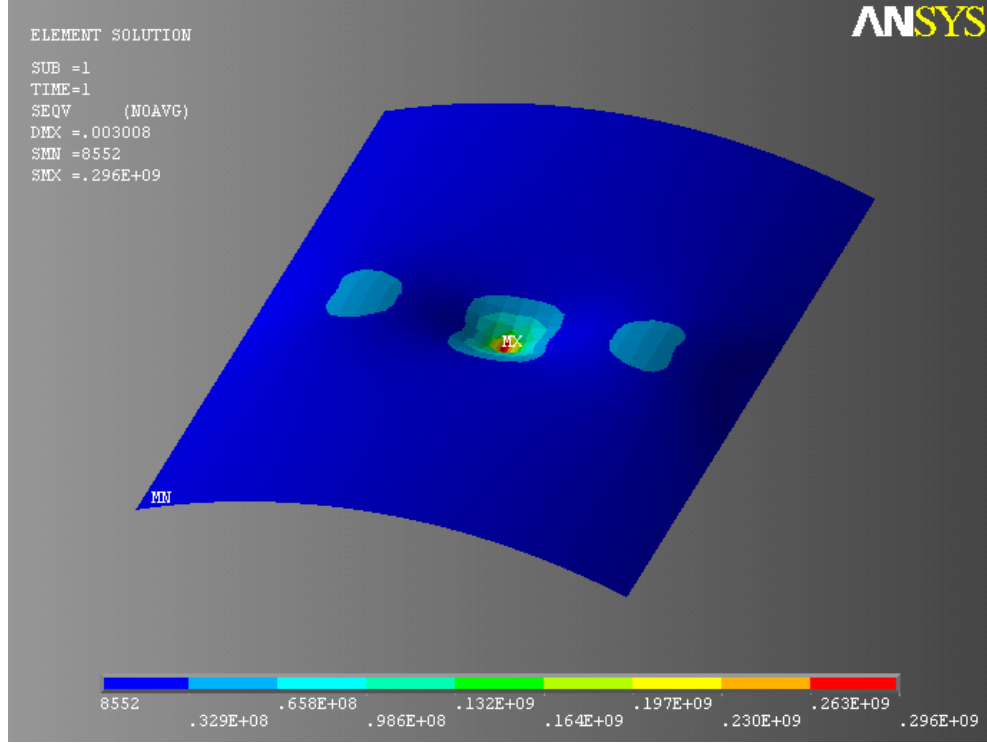
Tablo 7- 14 1,5 kN'luk tekil yüke maruz kalan kabukların farklı sınır koşullarında maksimum çökme değerlerini karşılaştırılması



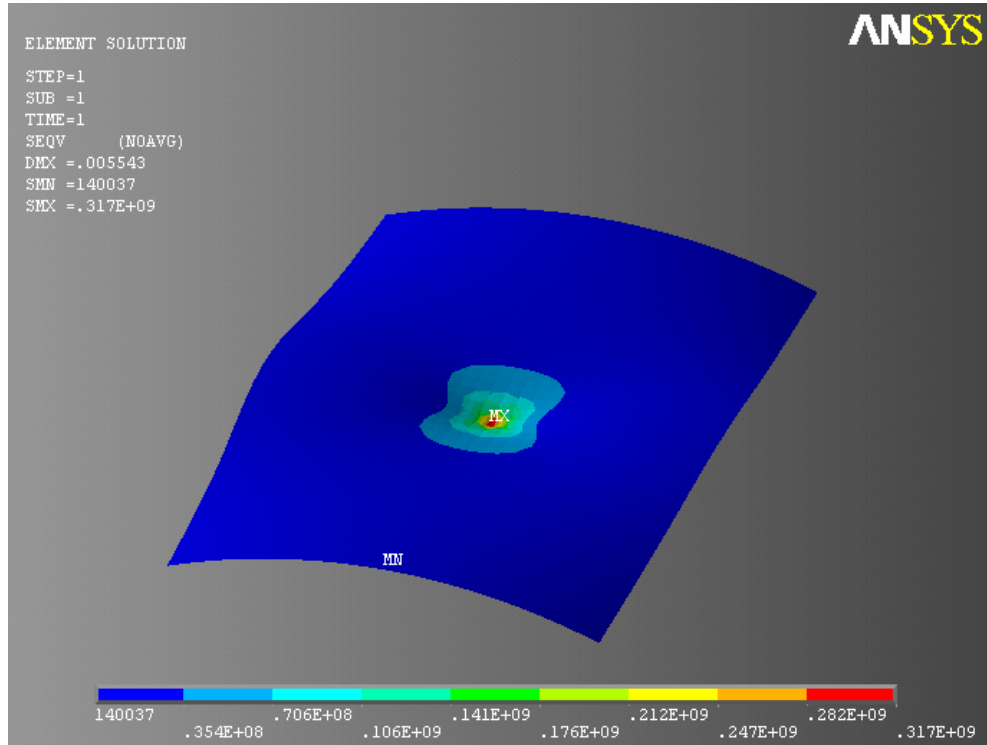
Tablo 7- 15 1,5 kN'luk tekil yüke maruz kalan kabukların farklı sınır koşullarında maksimum çökme değerleri



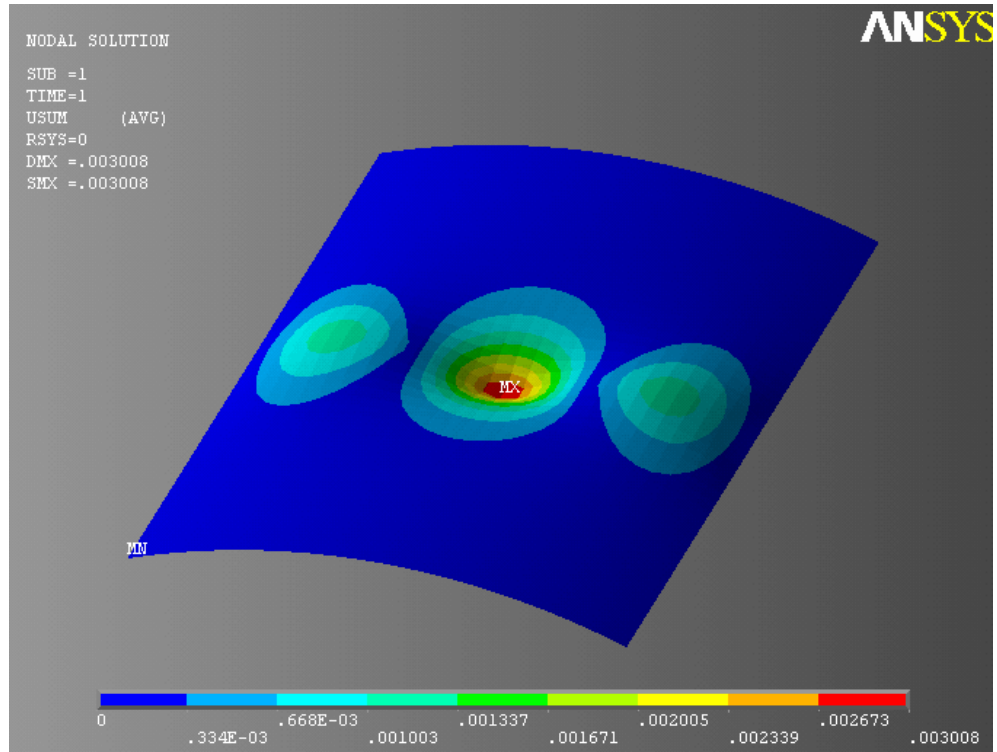
Sabit eğrilik açısında, farklı sınır koşullarında ve tekil yük altındaki kabuğun gerilme dağılımı ve çökmesinde oluşan farklılıkları gözlemlemek üzere; $\alpha = 40^\circ$ eğrilik açısına sahip kabuğun “s-s-s-s” ve “f-s-f-s” sınır koşullarında gerilme ve çökme durumları Şekil 7- 20, 21, 22 ve 23’ de sunulmuştur.



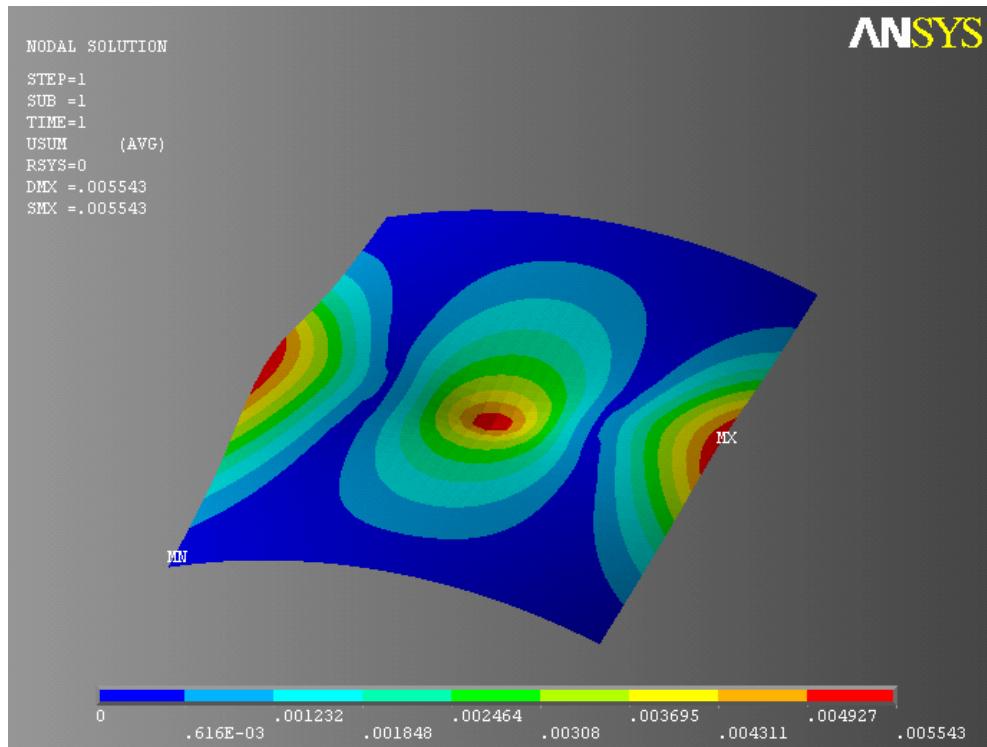
Şekil 7- 20 “ $\alpha = 40^\circ$, tekil yük, s-s-s-s” şartlarındaki kabuk için gerilme dağılımı



Şekil 7- 21 “ $\alpha = 40^\circ$, tekil yük, f-s-f-s” şartlarındaki kabuk için gerilme dağılımı



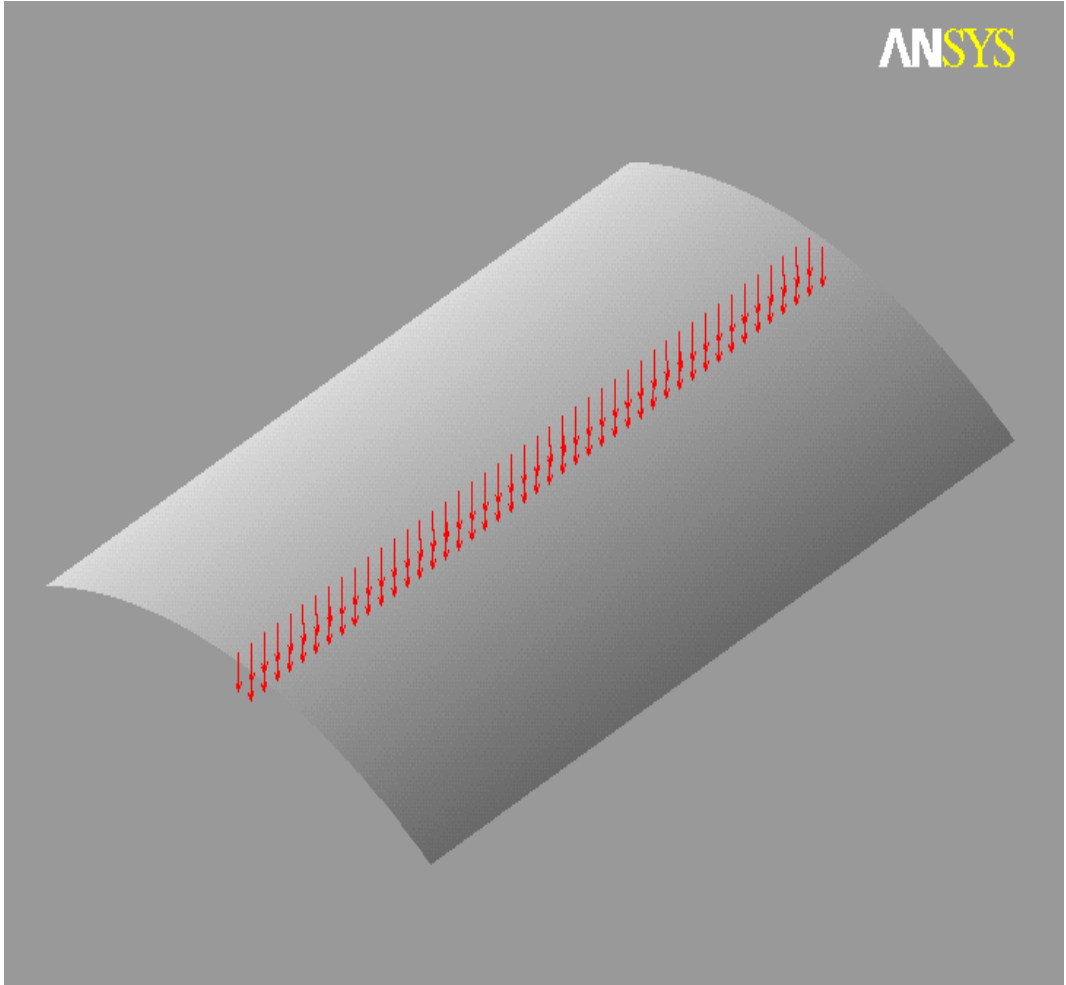
Şekil 7- 22 “ $\alpha=40^\circ$, tekil yük, s-s-s” şartları ndaki kabuk içi n çök me ol uş umu



Şekil 7- 23 “ $\alpha=40^\circ$, tekil yük, f-s-s” şartları ndaki kabuk içi n çök me ol uş umu

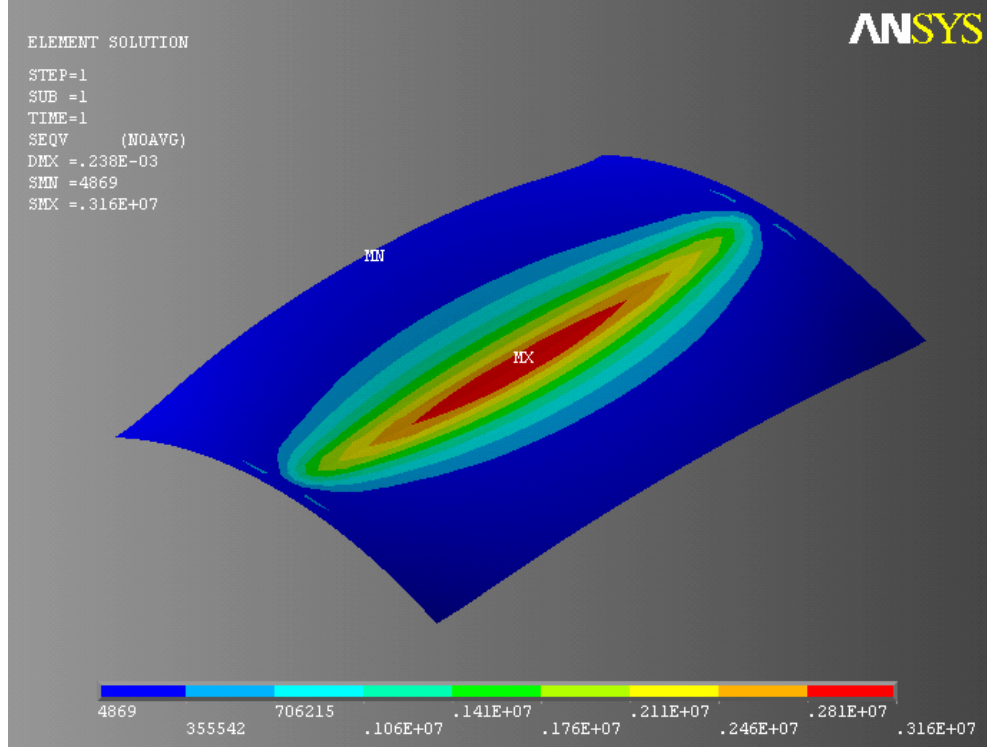
7.8 Şerit Basıncı Yükü Altındaki Kabuğun Statik Analizi

[0-90-90-0] fiber dizilişli kabağa 1,5 kPa'lık basınç yükü Şekil 7-24'de görüldüğü şekilde kabağın ortasında çift sıra noda uygulanmıştır. Aşağıda, $\alpha = 40^\circ$ eğrilik açısına sahip kabuk için “s-f-s-f” ve “f-c-f-c” sınır koşullarında gerilme dağılımları ve çökme oluşumları verilmiştir.

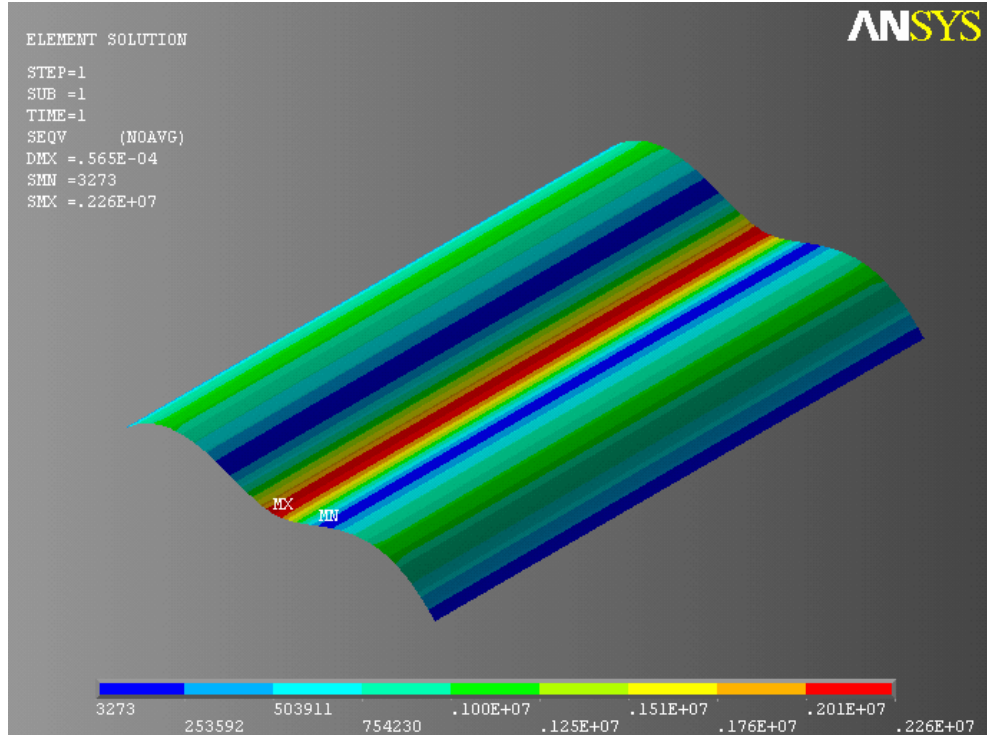


Şekil 7- 24 Şerit basınç yükü uygulanan kabuk

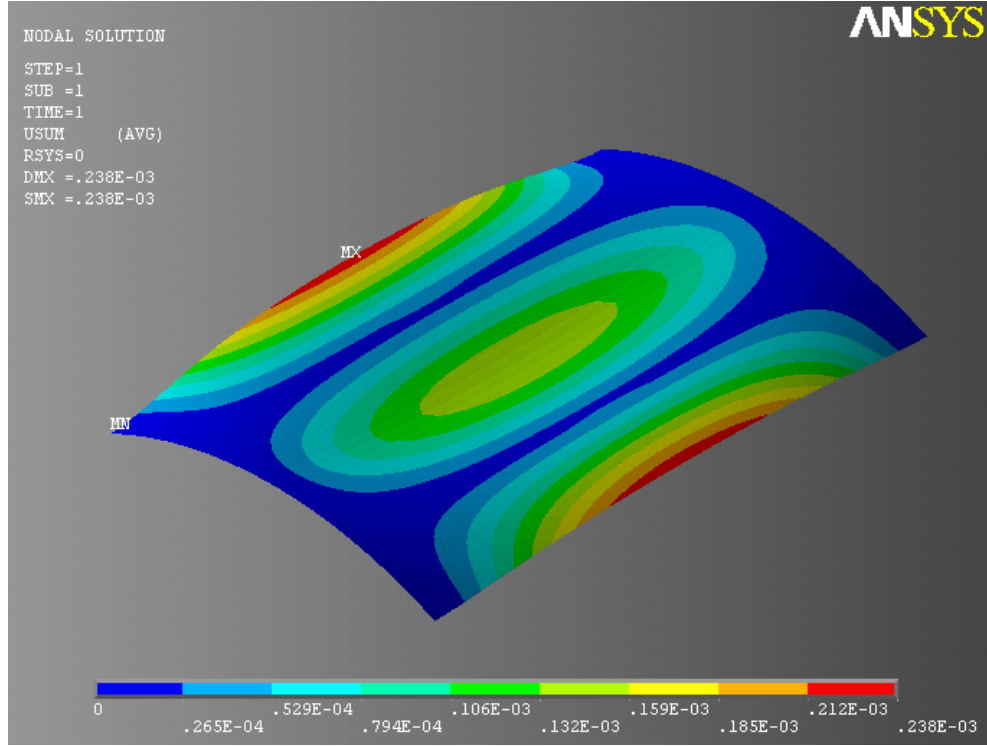
Şerit basınç yükü altındaki kabuğun gerilme dağılımı ve çökmesinde oluşan farklılıkları gözlenmek üzere; $\alpha=40^\circ$ eğrilik açısına sahip kabuğun “s-f-s-f” ve “f-c-f-c” sınır koşullarında gerilme ve çökme oluşumları Şekil 7-25, 26, 27 ve 28’de sunulmuştur.



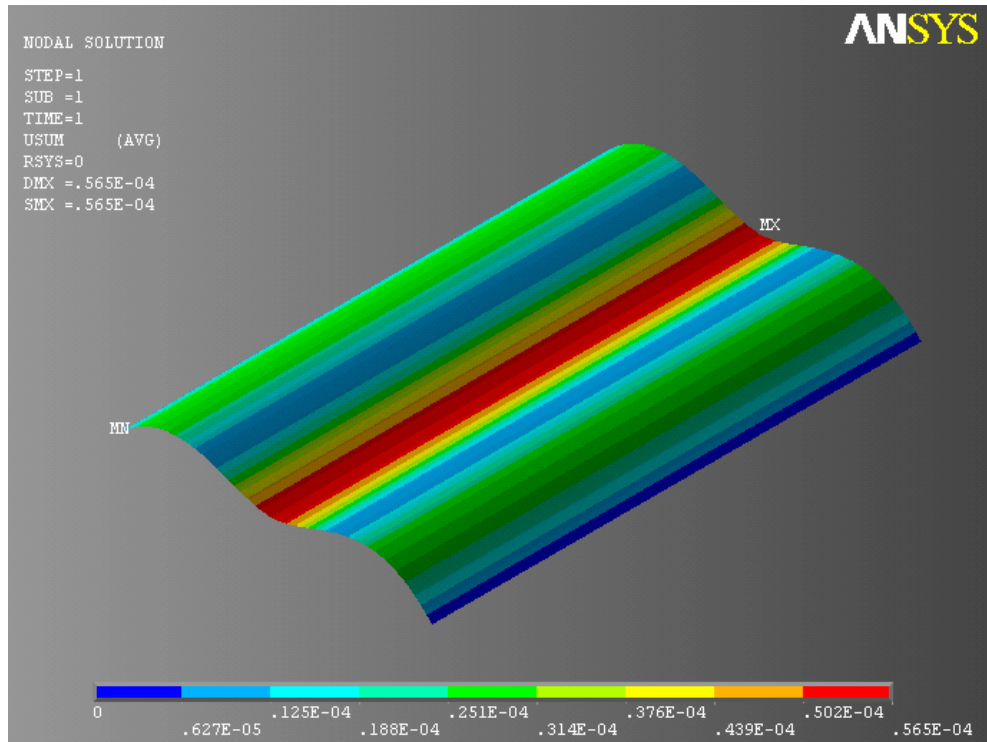
Şekil 7- 25 “ $\alpha=40^\circ$, şerit yük, f-c-f-c” şartlarındaki kabuk için gerilme dağılımı



Şekil 7- 26 “ $\alpha=40^\circ$, şerit yük, s-f-s-f” şartlarındaki kabuk için gerilme dağılımı



Şekil 7- 27 “ $\alpha=40^\circ$, şerit yük, f-c-f-c” şartları ndaki kabuk içi n çök me ol uş umu

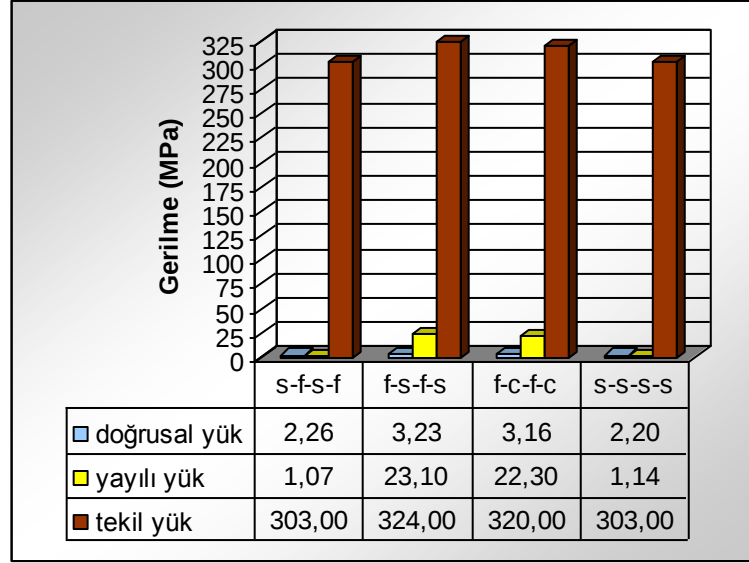


Şekil 7- 28 “ $\alpha=40^\circ$, şerit yük, s-f-s-f” şartları ndaki kabuk içi n çök me ol uş umu

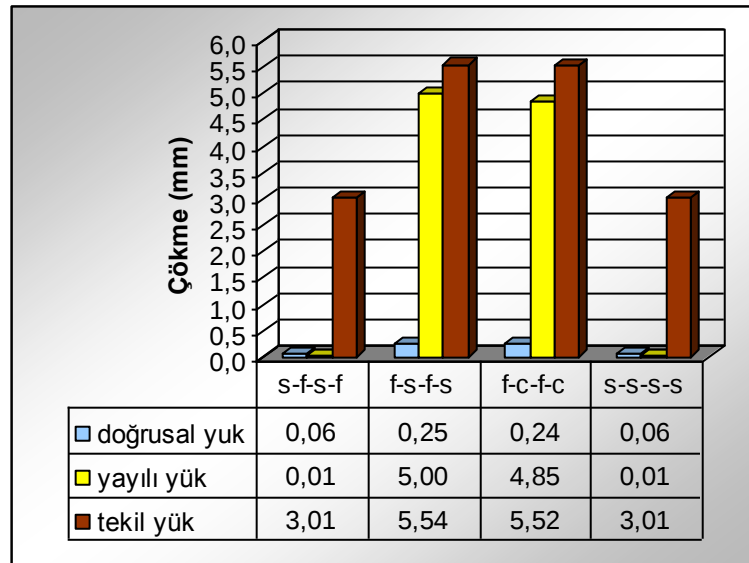
7.9 $\alpha = 40^\circ$ 'lik Kabuğun Farklı Yükl er İ ç i n Analiz Sonuç ları

$\alpha = 40^\circ$ 'lik kabuğun; ş erit, yayılı ve tekil yük alt ı ndaki ç ö k m e ve geril m e değ erleri d ö r t değ iş ik s ı n ı r ş art ı nda, Tabl o 7-16 ve 17' de karşı laşt ırıl m ı ş tır.

Tabl o 7- 16 $\alpha = 40^\circ$ 'lik kabuk i ç i n farklı s ı n ı r koş ullar ı nda ve farklı yük alt ı nda maksi mu m geril m e değ erleri ni n karşı laşt ırıl ması



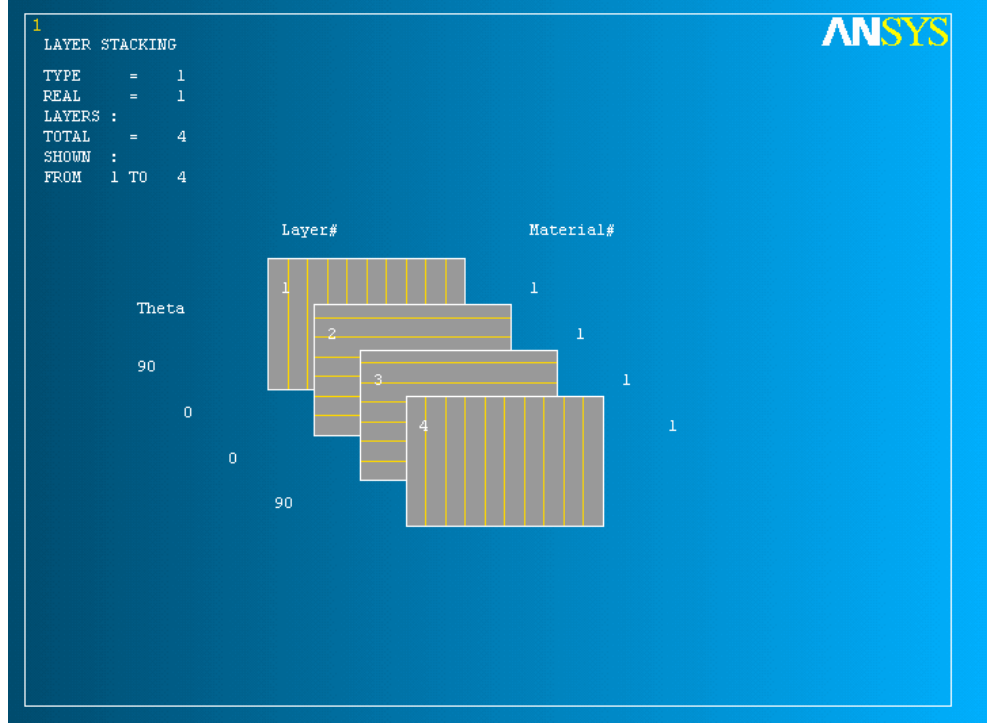
Tabl o 7- 17 $\alpha = 40^\circ$ 'lik kabuk i ç i n farklı s ı n ı r koş ullar ı nda ve farklı yük alt ı nda maksi mu m ç ö k m e değ erleri ni n karşı laşt ırıl ması



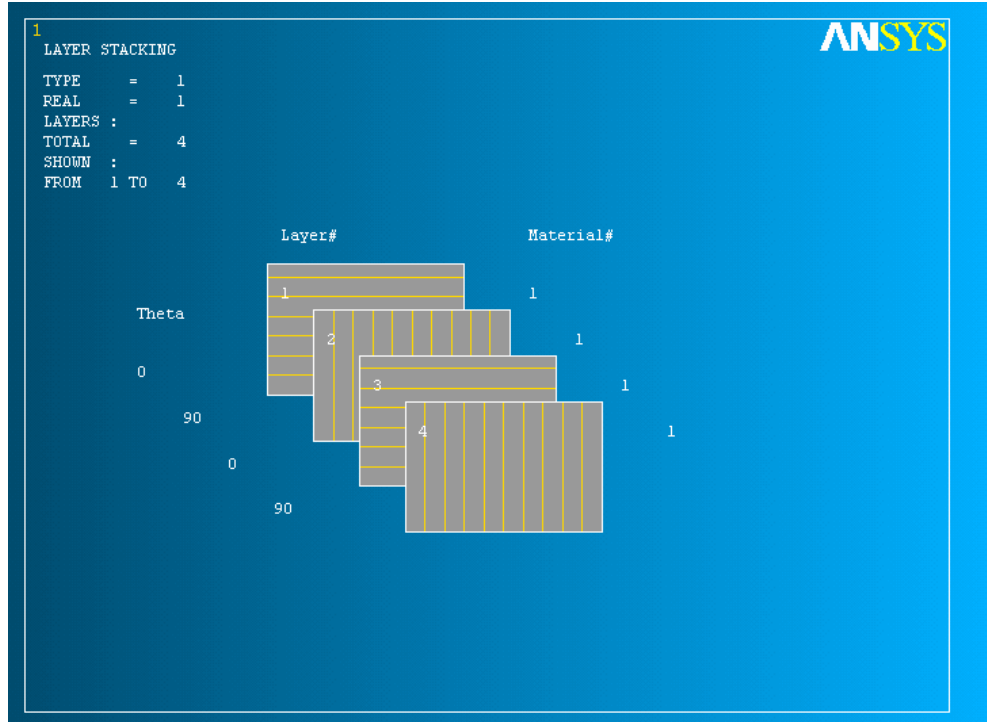
7.10. $\alpha = 40^\circ$ ’ lik Kabağın İçin Farklı Fiber Dizilişleri İçin Analiz

Sonuçları

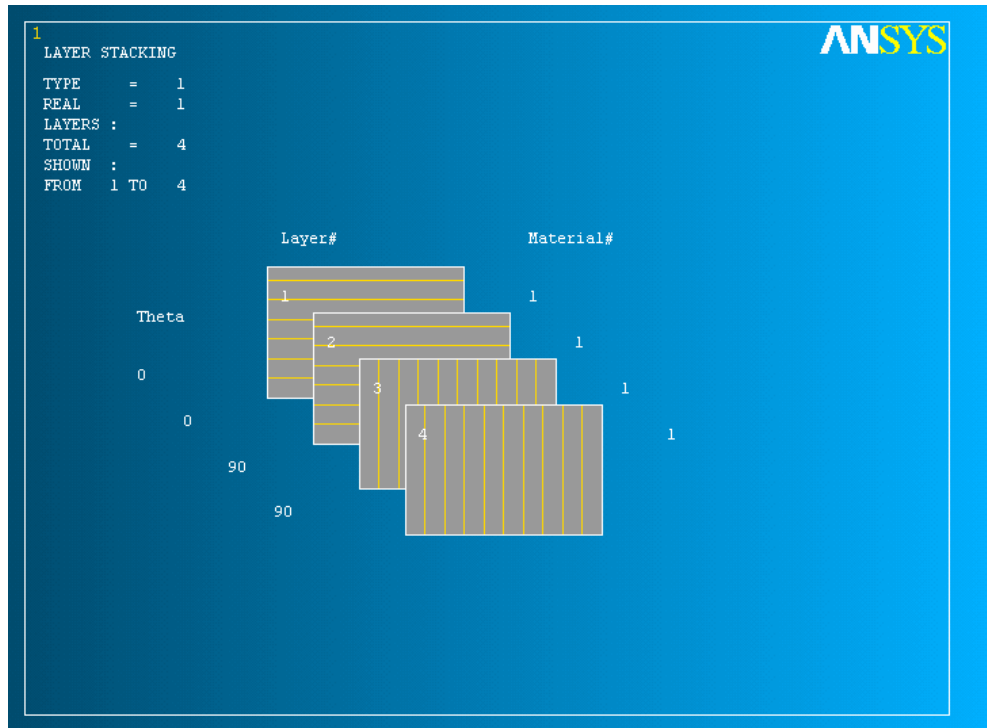
$\alpha = 40^\circ$ ’ lik kabağın [0-90-90-0], [90-0-0-90], [0-90-0-90], [0-0-90-90], [90-90-0-0] olmak üzere (Şekil 7-2, Şekil 7-29, 27, 28, 29) beş farklı fiber dizilişinde maksimum gerilme ve çökme değerleri karşılaştırılmıştır (Tablo 7-18, 19).



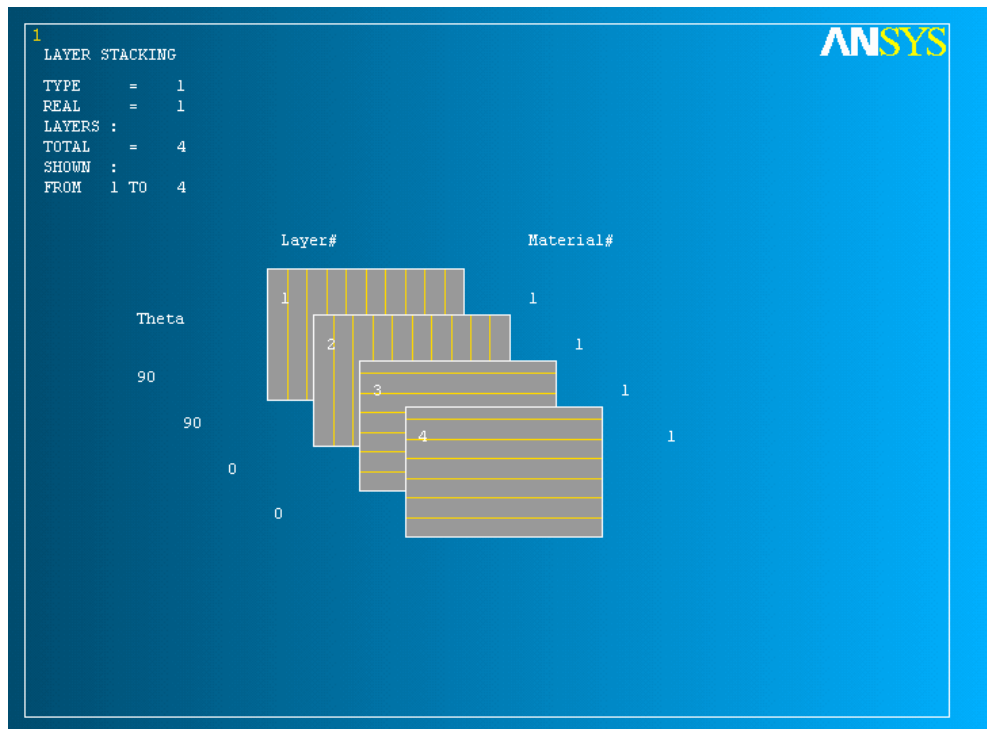
Şekil 7- 29 [90-0-0-90] fiber dizilişli kabuk



Şekil 7- 30 [0-90-0-90] fiber dizilişli kabuk

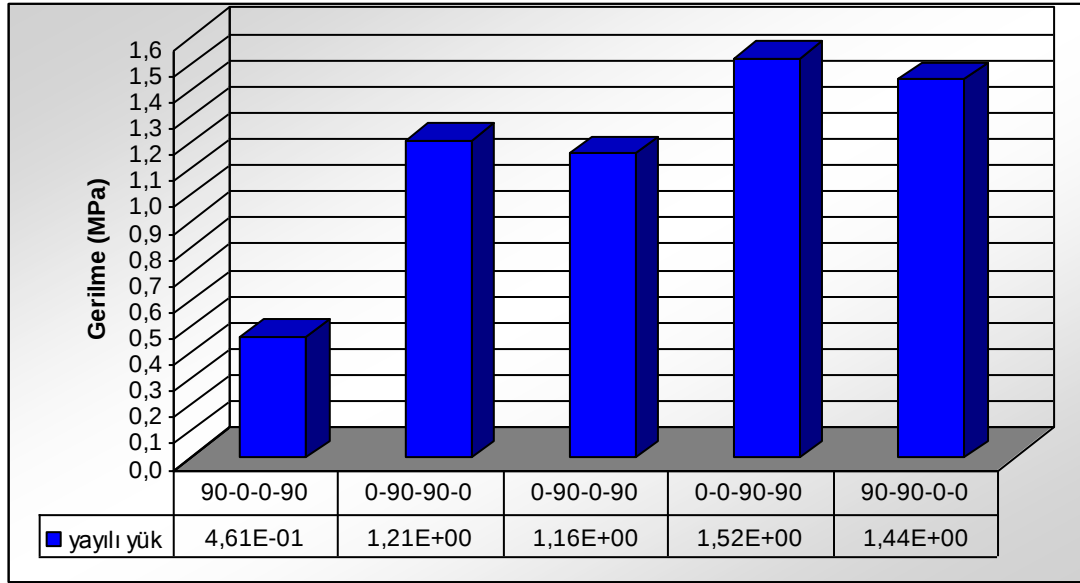


Şekil 7- 31 [0-0-90-90] fiber dizi mli kabuk

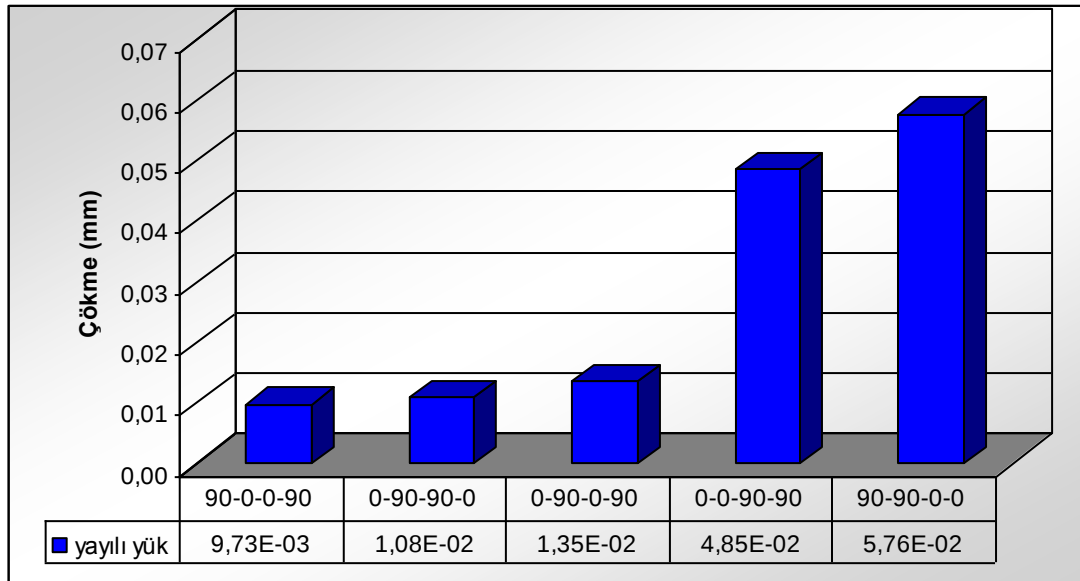


Şekil7- 32 [90-90-0-0] fiber dizi mli kabuk

Tablo 7-18 Farklı fiber dizilişlerinde gerilme değişimi



Tablo 7-19 Farklı fiber dizilişlerinde çökme değişimi



7.11. Analiz Sonuçlarının Değerlendirilmesi

Analizlerde; 1,5 m x 1 m yüzey alanına sahip, kalınlığı 4 mm olan ve 4 katmandan oluşan grafit epoksi kabuklar, ANSYS paket programında sonlu eleman ağ sonucu hassasiyeti %1 olacak şekilde modellenmiştir. Eğrilik açıları $\alpha = 180^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ olarak modellenen kabuklar; “s-f-s-f, f-s-f-s, f-c-f-c, s-s-s-s” sınır koşullarında ve [90-0-0-90], [0-90-90-0], [0-90-0-90], [0-0-90-90], [90-90-0-0] fiber dizilişlerinde 1,5 kPa’lık yayılı yük, 1,5 kN’luk tekil yük ve 1,5 kPa’lık şerit basınç yükü altında analiz edilmiş ve doğal frekansları bulunmuştur. Yapılan analizler Tablo 7-2’de görülebilmektedir.

Bölüm 7-4’de kabuk eğriliğinin doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir. Tablo 7-(3,4,5,6,7)’de sırasıyla $\alpha = 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ$ eğrilik açısına sahip kabuklar için $n=1, 2, 3$; $n=1, 2, 3, 4, 5, 6$ olmak üzere doğal frekans değerleri verilmiştir. Düz kabuğun doğal frekansları ($\alpha = 180^\circ$), eğri kabuklara nazaran daha düşüktür (Tablo 7-4,5,6). Kabuklarda eğrilik açısı arttıkça aynı modlar daha yüksek frekanslarda gözlemlenmektedir. Bu veriler kabuk eğriliğinin artmasıyla kabuğun katılığına arttığını göstermektedir.

Bölüm 7-5’de sınır koşullarının doğal frekanslara etkisi gösterilmektedir. $\alpha = 60^\circ$ ’lik kabuk için “s-f-s-f, f-s-f-s, f-c-f-c, s-s-s-s” sınır koşullarında doğal frekanslar hesaplanmıştır. Tablo 7-7’den görüldüğü üzere; kabuğun “s-f-s-f ve f-s-f-s” sınır koşullarındaki sonuçlarına bakılırsa; düz kenarların mesnetli olması durumu, kambur kenarların mesnetli olma durumuna göre çok daha rijit bir yapı oluşturmaktadır. “s-f-s-f ve s-s-s-s” koşullarındaki frekanslara bakıldığında ise; düz kenarlar mesnetliken kambur kenarların serbest olması, mesnetli olma haline göre frekans değerlerini çok da arttırmadığı görülmüştür.

Bölüm 7-6’da 1,5 kPa’lık yayılı yük altında; [0-90-90-0] fiber dizilişli, farklı eğrilik açısına sahip kabuklar, farklı sınır koşullarında analiz edilmişlerdir (Tablo 7-8-9-10-11). Kabuk eğrilik açısı arttıkça; kabuk alanı sabit tutulduğu için kabuk kamburluğu artmaktadır. Bu doğrultuda kamburluk arttıkça, çökme ve gerilme değerlerinde düşüş gözlemlenmektedir. Düz kenarlar mesnetli iken kabuktaki çökme ve gerilme değerleri, kamburlu kenarların mesnetli olduğu çökme ve gerilme değerleriyle kıyaslanamayacak kadar küçüktür. Şekil 7-13 ve 14’de görüldüğü üzere maksimum gerilme kabuğun orta noktasında gerçekleşirken, en az gerilme kabuk kenarlarında oluşmuştur. “f-c-f-c” ve “f-s-f-s” sınır koşullarında maksimum çökme

düz kenarlarda gerçekleşirken, “s-f-s-f” ve “s-s-s-s” sınır koşullarında kabuk orta noktasında oluşmaktadır.

Bölüm 7-7’de; 1,5 kN’luk tekil yük uygulanmış kabukların “s-s-s-s” ve “f-s-f-s” sınır koşullarındaki analiz sonuçları sunulmuştur. Yayılı yüklenme durumunda olduğu gibi, tekil yük uygulamasında da kaburluk arttıkça gerilme ve çökme değerleri daha az olmaktadır. Her iki sınır koşulunda maksimum gerilme kabuk orta yüzeyinde oluşmaktadır. Maksimum çökme; “s-s-s-s” kabuk orta noktasında oluşurken, “f-s-f-s” sınır koşulunda kabuk ortasında ve ayrıca düz-serbest kenarlarda oluşmaktadır.

Bölüm 7-8’de; $\alpha = 40^\circ$ eğrilik açısına sahip kabuğa 1,5 kPa’lık şerit halinde basıç yükü uygulanmış ve analiz edilmiştir. “s-f-s-f” ve “f-c-f-c” sınır koşullarındaki sonuçlar (Şekil 7-25, 26, 27, 28) incelendiğinde maksimum gerilme iki koşulda da kabuğun ortasında oluşmaktadır ve “f-c-f-c” sınır koşulunda maksimum çökme düz kenarlarda 0,24 mm değerinde, “s-f-s-f” koşulundaki çökme ise ortada ve sadece 0,05 mm civarında oluşmaktadır. Bu tarz bir yüklenmede kabur kenarların serbest oluşu bize kabuğun çok daha fazla çökmeğe uğrayacağı hissini verse de, gerçekte kabuk kaburluğu yüke karşı oldukça iyi mukavemet sağlaması nedeniyle bu durum gerçekleşmemektedir.

Bölüm 7-9’da; $\alpha = 40^\circ$ eğrilik açısına sahip kabuğa uygulanan yayılı, tekil ve şerit halindeki yüklenmeler karşılaştırılmıştır. Tablo 7-16’da görüldüğü üzere şerit, yayılı ve tekil yük uygulamalarında maksimum gerilme ve çökme değerleri sırasıyla; 3,23-23,10-324,00 MPa ve 0,25-5,00-5,54 mm’dir.

Bölüm 7-10’da; $\alpha = 40^\circ$ lik kabuğun; yayılı yük altında [0-90-90-0], [90-0-0-90], [0-90-0-90], [0-0-90-90], [90-90-0-0] olmak üzere beş farklı fiber dizilişi için analizi yapılmıştır. Fiber dizilişlerine göre gerilme ve çökme sonuçları arasındaki farklar; çökmede 4 kat, gerilmelerde 3 kata kadar değişmektedir. Kabuk katılığının en fazla olduğu fiber dizilişi; en dış fiberlerin kabuk eğriliğiyle aynı yönde olduğu [90-0-0-90] diziliş şeklindedir.

8 SONUÇ

Bu çalışma, tabakalı silindirik kabukları tanımak ve elastik özelliklerini belirlemek üzere yapılmıştır. Bunun için öncelikle, kompozit malzeme kavramı açıklanmış, daha sonra bu kavramlar ışığında Klasik Tabakalı Kabuk Teorisi kullanılarak denge ve hareket denklemleri oluşturulmuştur. Bu çalışmayı takip edebilecek analitik çalışmalar için hareket denklemleri açık hale getirilmiştir.

Yapılan sonlu elemanlar analizinde ise kabuğun çeşitli yüklemeler altındaki gerilme ve çökme değerlerine, sınır koşullarının, kabuk kamburluğunun ve fiber dizilişlerinin etkisi incelenmiş, analiz sonuçları Bölüm 7-11’de karşılaştırılmıştır.

Bu çalışmayı devam edebilecek analitik çalışmalar için gerekli tüm alt yapı ve formler hazır hale getirilmiştir. Hesaplamalarda kolaylık sağlayacağından artı tabakalı fiber dizilişleri üzerinde durulmuş ve sonlu elemanlar analizi yapılmıştır ki analiz sonuçları yol gösterici olabilsin.

KAYNAKLAR

- [1] **Timoshenko, S.**, 1940. "Theory of Plates and Shells", McGraw-Hill Book Company, Inc.
- [2] **Soldatos, K. P.**, 1983. "Free vibrations of antisymmetric angle ply laminated circular cylindrical panels", *Mechanical Applied Mathematics*, Vol. 36, Pt. 2, pp. 207-221.
- [3] **Mesina, A. ve Soldatos, K. P.**, 1999. "Vibration of completely free composite plates and cylindrical shell panels by a higher-order theory", *International Journal of Mechanical Science*, 41, pp. 891-918.
- [4] **Chakravorty, D. ve Sinha, P. K.**, 1995. "Finite element free vibration analysis of point supported laminated composite cylindrical shells", *Journal of Sound and Vibration*, 181(1), pp. 43-52.
- [5] **Leissa, A. W. ve Qatu, M. S.**, 1991. "Free vibrations of completely free doubly curved composite shallow shells", *Journal of Sound and Vibration*, 151(1), pp. 9-29.
- [6] **Berçin, A. N.**, 1996, "Natural frequencies of cross-ply laminated singly curved panels", *Mechanics Research Communications*, Vol. 23-2, pp. 165-170.
- [7] **Kabir, H. R. H., Al-Khalifeh, A. M. ve Al-Marzouk, M.**, 2003. "Double orthogonal set of solution functions for cross-ply laminated shear flexible cylindrical/doubly curved panels", *Composite Structures*, 59, pp. 189-198.
- [8] **Anabili, M.**, 2005. "Nonlinear vibrations of circular cylindrical panels", *Journal of Sound and Vibration*, 281, pp. 509-535.
- [9] **Soldatos, K. P.**, 1999. "On the stress analysis of cross-ply laminated plates and shallow shell panels", *Composite Structures*, 46, pp. 333-344.
- [10] **Köksal, E. ve Köksal, M. K.**, 2003. "Kabuk ve Plakların Statik Stabilité ve Dinamik Analizi Örneklemler ve Tablolar", *Literatür Yayıncılık*, İstanbul.

- [11] **Enşici, A,** 2004. “Polimer esaslı kompozit malzemeler ve ürün tasarımı nda kullanımı”, İTÜ
- [12] **Austin, C D,** 2000. “Buckling of Symmetric Laminated Fiberglass Reinforced Plastic (FRP) Plates”, MS Thesis, University Pittsburgh
- [13] **Barbero, E J,** 1999. “Introduction to Composite Materials Design”, Taylor & Francis, Inc., USA
- [14] **Hyer, M W,** 1998. “Stress Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials”, McGraw Hill, Boston
- [15] **Ugural, A C,** 1998. “Stresses Plates and Shells”, McGraw Hill, New Jersey.
- [16] **Ansys8.0,** Kullanıcı kılavuzu
- [17] **Bert, C W,** 1977. “Models for Fibrous Composites with Different Properties in Tension and Compression”, Journal of Engineering Materials and Technology, October, pp. 344-349.

ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında İstanbul’da doğdum İlk-Orta ve Lise öğrenimi ni Qakçılar İlköğretimi ve Qakçılar Lisesi’nde tamamladım 1997 yılında İ.T.Ü Uzay Mühendisliği bölümünü kazandım ve 2002 yılında bu bölümden mezun oldum Aynı yıl Uçak-Uzay Mühendisliği Yüksek Lisans Programına başladım