

ORTOTROP KALIN PLAKLARIN STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ

Nihal ERATLI-Halim ÇALIŞKAN

İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, Maslak, İstanbul

Dost İnşaat Proje Yönetimi A.Ş., İstanbul

e-mail: eratli@itu.edu.tr

ÖZET

Bu çalışmada, Gâteaux türevi kullanılarak ortotrop kalın plaklar için yeni bir fonksiyonel elde edilmiştir. Eğilme ve burulma momentleri, kesme kuvvetleri, dönmeler ve yer değiştirme fonksiyonelde yer alan temel bilinmeyenlerdir. Bu fonksiyonel geometrik ve dinamik sınır koşullarını da içermektedir. Fonksiyonel kullanılarak karışık sonlu eleman yöntemi ile (4×8) serbestlik dereceli plak elemanı (PLT32) geliştirilmiştir. Ortotrop kalın plakların statik ve dinamik analizleri (PLT32) plak elemanı kullanılarak yapılmış ve elemanın doğruluğu literatürde mevcut problemlerle karşılaştırılmak şeklinde ortaya konmuştur.

ABSTRACT

In this study, a new functional has been constructed for orthotropic thick plates through a systematic procedure based on the Gâteaux differential. Bending and torsion moments, transverse shear forces, rotations and deflections are the basic unknowns of the functional. This functional has geometric and dynamic boundary conditions. The closed form mixed element is created for a (4×8) rectangular element (PLT32) by using the functional. The static and dynamic analyses of orthotropic thick plates are carried out by this element (PLT32) and the accuracy of this element is verified by applying the method to some problems taken from literature.

1. GİRİŞ

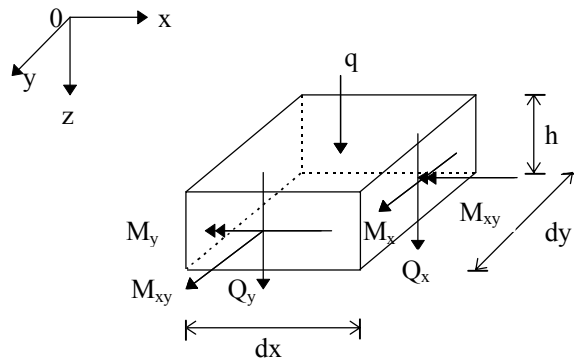
Plaklar, bir boyutu, diğer iki boyutunun yanında küçük olan ve mühendislikte çok kullanılan yapı elemanlarından biridir. Plaklar, ince ve kalın olmak üzere iki grupta toplanabilir. Klasik plak teorisinin (veya Kirchhoff plak teorisi) geçerli olduğu ince plaklarda, plak açıklığının kalınlığa oranı ($2a/h$) 10'dan büyüktür. İnce plaklarda kayma gerilmeleri (τ_{xz} ve τ_{yz}) ve normal gerilme (σ_z) ihmal edilir. Kalın plaklarda ise plak açıklığının kalınlığa oranı ($2a/h$)

10'dan küçük olarak tanımlanmıştır ($2a/h \leq 10$) [1]. Kalın plakların, ince plaklardan farkı plağın kayma deformasyonunun göz önünde bulundurulmasıdır. Kayma deformasyonunu dikkate alan plak teorilerinin en yaygın olarak kullanılanları da Reissner [2,3] ve Mindlin [4] teorileridir. Literatürdeki bazı çalışmalarda bu teorilerin birbirinin benzeri olduğu görüşü yaygın olarak benimsenmiş, hatta iki teori birlikte Reissner-Mindlin plak teorisi olarak kullanılmıştır. Gerçekte ise, bu iki teori arasında bazı farklılıklar vardır. [5] nolu çalışmada, bu iki teori arasındaki ana farklılığın Reissner plak teorisinin, plak kalınlığı boyunca gerilmenin lineer ve kayma gerilmesinin parabolik değiştiğini kabul eden tamamlayıcı enerji ifadesinden elde edildiği şeklinde açıklanmıştır. Mindlin teorisinde ise, plak kalınlığı boyunca yer değiştirmenin lineer olduğu kabul edilmiştir. Böyle bir kabule Reissner plak teorisinde gerek duyulmaz bu nedenle de Reissner plak teorisinin birinci mertebe kayma deformasyon teorisi olarak tanımlanması doğru değildir. Ayrıca, Mindlin teorisinde, Reissner plak teorisinden farklı olarak σ_z normal gerilmesi ihmal edilmektedir. Bu farklılıklar, sayısal çözüm yapılarak [5] nolu çalışmada detaylı olarak incelenmiş ve ortaya konulmuştur. Kalın plak teorileri, ince plakların çözümünde de kullanılabileceğine göre, klasik plak teorisinin yetersiz kaldığı durumlar ortadan kaldırılmıştır. Reissner ve Mindlin teorilerine dayalı, farklı çözüm yöntemlerinin kullanıldığı çok sayıda çalışma literatürde mevcuttur. Bu çalışmalar, izotrop ve ortotropik plakların statik, dinamik ve stabilitesini kapsamaktadır [6-9].

Bu çalışmada, Reissner teorisini kullanan, Gâteaux türevine dayalı bir formülasyon geliştirilmiş ve ortotrop kalın plakların statik ve dinamik analizinde kullanılmıştır. Çözüm için Gâteaux türevine dayalı bir fonksiyonel geometrik ve dinamik sınır koşulları ile birlikte elde edilmiştir. Fonksiyonelde yer alan büyüklükler, eğilme ve burulma momentleri (M_x , M_y , M_{xy}), kesme kuvvetleri (Q_x , Q_y), dönmeler (Ω_x , Ω_y) ve çökme (w) olmak üzere toplam sekiz tanedir.

2. ORTOTROP KALIN PLAK İÇİN FONKSİYONEL

Ortotrop kalın plak denklemlerinin ve fonksiyonelinin elde edilmesine ait detaylı bilgi için [6] incelenebilir. Burada sadece kullanılan denklemler ve elde edilen fonksiyonele yer verilmiştir. Şekil (1) de pozitif yönleriyle tanımlı plak için denklemler (2.1)



Şekil 1. Kesit Tesirleri

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x &= 0 \\
\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y &= 0 \\
\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q &= 0 \\
\frac{\partial \Omega_x}{\partial x} - \frac{12}{Eh^3} \left(M_x - \mu_{xy} M_y - \frac{h^2}{10} \mu_{xz} q \right) &= 0 \\
\frac{\partial \Omega_y}{\partial y} - \frac{12}{Eh^3} \left(M_y - \mu_{yx} M_x - \frac{h^2}{10} \mu_{yz} q \right) &= 0 \\
\frac{\partial \Omega_x}{\partial y} + \frac{\partial \Omega_y}{\partial x} - \frac{12}{G_{xy} h^3} M_{xy} &= 0 \\
\Omega_x + \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{6}{5G_{xz} h} Q_x &= 0 \\
\Omega_y + \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{6}{5G_{yz} h} Q_y &= 0
\end{aligned} \tag{2.1}$$

ve fonksiyonel Denklem (2.2) ile

$$\begin{aligned}
I(y) = & [M_x, \Omega_{x,x}] + [M_{xy}, \Omega_{x,y}] + [M_{xy}, \Omega_{y,x}] + [M_y, \Omega_{y,y}] + [Q_x, (\Omega_x + w_{,x})] + [Q_y, (\Omega_y + w_{,y})] \\
& - \frac{6}{E_x h^3} \left\{ [M_x, M_x] - 2\mu_{xy} [M_x, M_y] + \frac{\mu_{xy}}{\mu_{yx}} [M_y, M_y] \right\} - [q, w] + \frac{6}{5E_x h} \left\{ \mu_{xz} [q, M_x] + \frac{\mu_{xy}\mu_{yz}}{\mu_{yx}} [q, M_y] \right\} \\
& - \frac{6}{G_{xy} h^3} [M_{xy}, M_{xy}] - \frac{3}{5G_{xz} h} [Q_x, Q_x] - \frac{3}{5G_{yz} h} [Q_y, Q_y] - [M, (\Omega + \hat{\Omega})]_{\varepsilon} - [Q, (w + \hat{w})]_{\varepsilon} - [\hat{M}, \Omega]_{\sigma} - [\hat{Q}, w]_{\sigma}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

verilmiştir.

3. SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU

Denklem (2.2) de verilen fonksiyonel sayısal yöntemler için uygundur ve fonksiyonelde tanımlı büyüklükler herhangi bir ara işleme gerek duyulmaksızın doğrudan bulunabilmektedir. Sayısal yöntem, olarak karışık sonlu eleman yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen fonksiyonelde, bir değişkene göre iki veya daha yüksek mertebeden türev bulunmadığı için tamlık ve süreklilik açısından lineer biçim fonksiyonları kullanılarak dört düğüm noktalı dikdörtgen eleman kullanılmıştır. Her bir düğüm noktasında 8 bilinmeyen olmak üzere (4×8) serbestlik dereceli PLT32 plak elemanı Denklem (3.1) deki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{array}{c}
M_x \quad M_y \quad M_{xy} \quad Q_x \quad Q_y \quad \Omega_x \quad \Omega_y \quad w \\
\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
[K] = \begin{bmatrix}
-\gamma_1[k_1] & \gamma_2[k_1] & 0 & 0 & 0 & [k_2]^T & 0 & 0 \\
& -\gamma_3[k_1] & 0 & 0 & 0 & 0 & [k_3]^T & 0 \\
& & \gamma_4[k_1] & 0 & 0 & [k_3]^T & [k_2]^T & 0 \\
& & & \gamma_5[k_1] & 0 & [k_1] & 0 & [k_2]^T \\
& & & & \gamma_6[k_1] & 0 & [k_1] & [k_3]^T \\
& \text{simetrik} & & & & 0 & 0 & 0 \\
& & & & & & 0 & 0 \\
& & & & & & & 0
\end{bmatrix} \quad (3.1)
\end{array}$$

Burada, $\gamma_1 = 12/E_x h^3$, $\gamma_2 = \mu_{xy}\gamma_1$, $\gamma_3 = \gamma_1/\mu_{yx}$, $\gamma_4 = -12/G_{xy}h^3$, $\gamma_5 = -6/5G_{xz}h$, $\gamma_6 = -6/5G_{yz}h$ olmak üzere, $[k_1]$, $[k_2]$, $[k_3]$ alt matrislerinin açık formları [6] da verilmiştir.

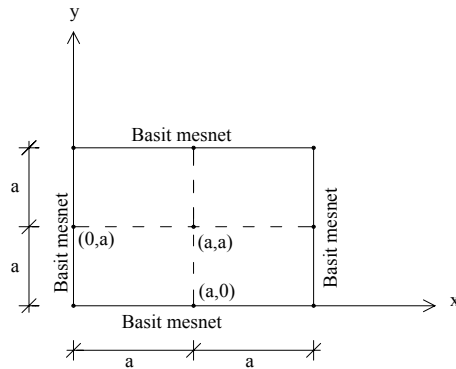
4. UYGULAMALAR

4.1. STATİK ANALİZ

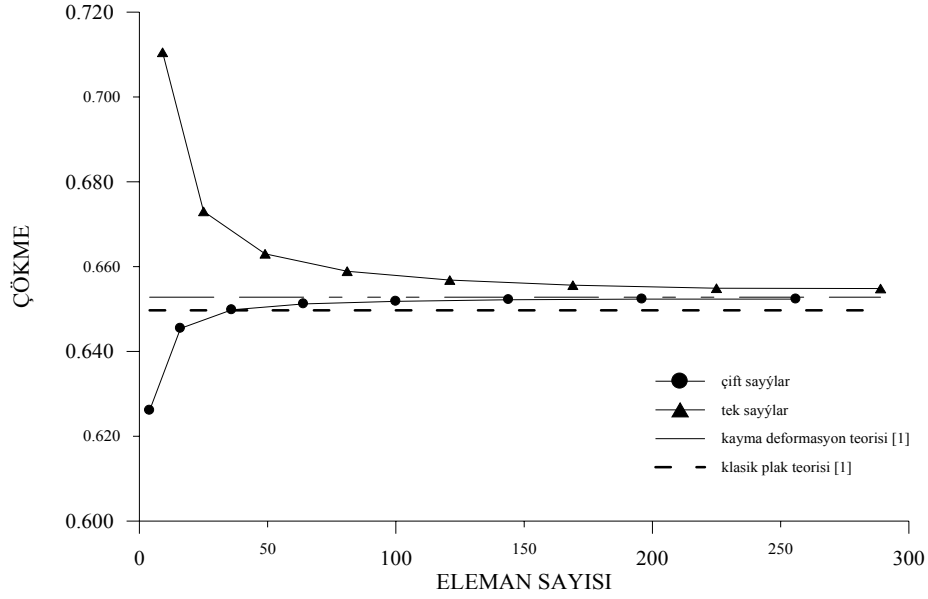
Ortotrop kalın plaklar için elde edilen PLT32 plak elemanı kullanılarak basit mesnetli üniform yük etkisi altındaki plakların çözümü yapılmış ve literatürde mevcut çalışmalarla karşılaştırmıştır. Değişik sınır koşulları için de çözüm mümkündür ve yapılmıştır [6].

4.1.1. Yaklaşım Testi

Kenarlarından basit mesnetlenmiş üniform yük etkisi altındaki Şekil (2)'de verilen plak için çözüm yapılmış ($E_x/E_y = 25$, $G_{xy} = G_{xz} = 0.5E_y$, $G_{yz} = 0.2E_y$, $\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0.25$, $2a/h = 100$) ve PLT32 plak elemanın doğruluğu test edilmiştir. Çökme için elde edilen sonuçlar grafik olarak tek ve çift sayılı elemanlar için Şekil (3)'de verilmiştir. Benzer yaklaşımın moment ve kesme kuvveti için de elde edildiği görülmüştür [6].



Şekil 2. Kenarlarından basit mesnetli dikdörtgen plak



Şekil 3. Kenarlarından basit mesnetli ortotrop plak için yaklaşım testi

4.1.2. Kalınlığın etkisi

Plak kalınlığının azalması ile ortaya çıkan kayma kilitlenmesi problemi, basit mesnetli plaklar için incelenmiş ve elde edilen sonuçlardan kullanılan formülasyonun özelliği nedeniyle kayma kilitlenmesi probleminden etkilenmediği gözlenmiştir. PLT32 ile bulunan sonuçların [1] ile karşılaştırılması da Tablo 1'de verilmiştir. Plak kalınlığının etkisinin, ortotrop plaklarda, izotrop plaklara göre daha fazla olduğu gözlenmiştir.

Tablo 1. Basit mesnetli plaklar için kalınlığın etkisi

$$(E_x/E_y = 25, G_{xy} = G_{xz} = 0.5E_y, G_{yz} = 0.2E_y, \mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0.25)$$

$2a/h$	Kayma Deformasyon Teorisi [1]		PLT32	
	İsotrop $(wEh^3/q(2a)^4) \times 10^2$	Ortotrop $(wE_yh^3/q(2a)^4) \times 10^2$	İsotrop $(wEh^3/q(2a)^4) \times 10^2$	Ortotrop $(wE_yh^3/q(2a)^4) \times 10^2$
5	5.3556	1.8159	5.3478	1.7962
10	4.6660	0.9519	4.7691	0.9479
20	4.4936	0.7262	4.6238	0.7249
50	4.4453	0.6620	4.5832	0.6613
100	4.4438	0.6528	4.5779	0.6523

4.1.3. E_x/E_y ve kalınlığın etkisi

Kenarlarından basit mesnetli plaklar farklı E_x/E_y ve $2a/h$ oranları için incelenmiş, literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılmıştır [7,8]. E_x/E_y oranı artırıldığında bir doğrultudaki

eğilme momenti büyürken diğer doğrultudaki moment küçülmektedir. Bu durum plağın tek doğrultuda çalışmaya başladığını göstermektedir. Elde edilen sonuçlar Tablo 2 ve 3’de verilmiştir.

Tablo 2. E_x/E_y ve kalınlığın etkisi ($G_{xy} = G_{xz} = 0.6E_y$, $G_{yz} = 0.5E_y$, $\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0.25$)

E_x/E_y	$2a/h$	$2E_y w_{\max}/qh$			
		MIF[7]	Ambartsumyan's Theory[7]	Reissner Theory[7]	PLT32
3	20	587.5592	589.6164	586.6224	587.2242
	10	42.7251	43.1112	42.3570	42.3928
	5	4.2361	4.2431	4.0503	4.0502
10	20	316.4364	317.0344	315.6320	315.7496
	10	27.6919	27.5430	27.1557	27.1587
	5	3.7263	3.4932	3.3732	3.3713
40	20	135.6488	135.3893	134.9726	134.8042
	10	18.4067	17.7923	17.6208	17.6047
	5	3.6256	3.0951	3.0117	3.0099

Tablo 3. E_x/E_y ve kalınlığın etkisi ($G_{xy} = G_{xz} = 0.5E_y$, $G_{yz} = 0.2E_y$, $\mu_{xy} = \mu_{xz} = \mu_{yz} = 0.25$)

$2a/h$	E_x/E_y	$w_{(a,a)}D_y/q(2a)^4$			$M_{x(a,a)}/q(2a)^2$			$M_{y(a,a)}/q(2a)^2$		
		[8]	[8]	PLT32	[8]	[8]	PLT32	[8]	[8]	PLT32
2	1.00	0.0071	0.0064	0.0095	0.0412	0.0465	0.0589	0.0376	0.0430	0.0321
	1.50	0.0066	0.0060	0.0087	0.0495	0.0534	0.0683	0.0352	0.0401	0.0300
	3.00	0.0059	0.0054	0.0075	0.0643	0.0659	0.0827	0.0313	0.0360	0.0271
	10.00	0.0051	0.0046	0.0063	0.0832	0.0829	0.0976	0.0265	0.0311	0.0241
	40.00	0.0047	0.0041	0.0058	0.0921	0.0931	0.1034	0.0243	0.0277	0.0228

5	1.00	0.0039	0.0039	0.0047	0.0397	0.0406	0.0454	0.0391	0.0400	0.0393
	1.50	0.0036	0.0035	0.0042	0.0496	0.0502	0.0564	0.0351	0.0360	0.0350
	3.00	0.0029	0.0028	0.0033	0.0700	0.0702	0.0777	0.0277	0.0286	0.0271
	10.00	0.0018	0.0018	0.0020	0.1042	0.1037	0.1084	0.0158	0.0168	0.0156
	40.00	0.0012	0.0012	0.0013	0.1241	0.1235	0.1237	0.0085	0.0095	0.0094
10	1.00	0.0035	0.0035	0.0039	0.0395	0.0398	0.0427	0.0394	0.0396	0.0411
	1.50	0.0032	0.0031	0.0035	0.0496	0.0498	0.0538	0.0351	0.0354	0.0364
	3.00	0.0025	0.0025	0.0027	0.0713	0.0714	0.0766	0.0269	0.0272	0.0274
	10.00	0.0013	0.0013	0.0014	0.1096	0.1096	0.1133	0.0128	0.0131	0.0127
	40.00	0.0005	0.0005	0.0006	0.1313	0.1313	0.1315	0.0038	0.0041	0.0041
100	1.00	0.0034	0.0034	0.0037	0.0394	0.0395	0.0418	0.0395	0.0395	0.0417
	1.50	0.0030	0.0030	0.0033	0.0496	0.0496	0.0529	0.0351	0.0352	0.0370
	3.00	0.0023	0.0023	0.0025	0.0717	0.0718	0.0763	0.0266	0.0267	0.0275
	10.00	0.0011	0.0011	0.0012	0.1117	0.1118	0.1154	0.0117	0.0117	0.0115
	40.00	0.0003	0.0003	0.0003	0.1324	0.1324	0.1332	0.0022	0.0022	0.0019

4.2. DİNAMİK ANALİZ

Gâteaux türevi kullanılarak elde edilen fonksiyonel plakların dinamik analizi için de uygundur. Yalnız plak titreşiminin doğal frekanslarının belirlenebilmesi için problemin standart özdeğer problemine indirgenmesi gerekir.

$$[K] - \omega^2 [M] = \{0\} \quad (4.1)$$

Burada ω sistemin açısal frekansı, $[K]$ sistem matrisi ve $[M]$ kütle matrisidir. Denklem (4.1)'in açık formu yazılırsa

$$\left(\begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [M] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \{f\} \\ w \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (4.2)$$

elde edilir. Burada Burada $\{f\}$ sistem matrisindeki eğilme momentleri, burulma momenti, kesme kuvvetleri, dönmeleri, $\{w\}$ ise çökmeleri göstermektedir. Bu denklem yeniden düzenlenirse

$$[K^*] = [K_{22}] - [K_{12}]^T [K_{11}]^{-1} [K_{12}] \quad (4.3)$$

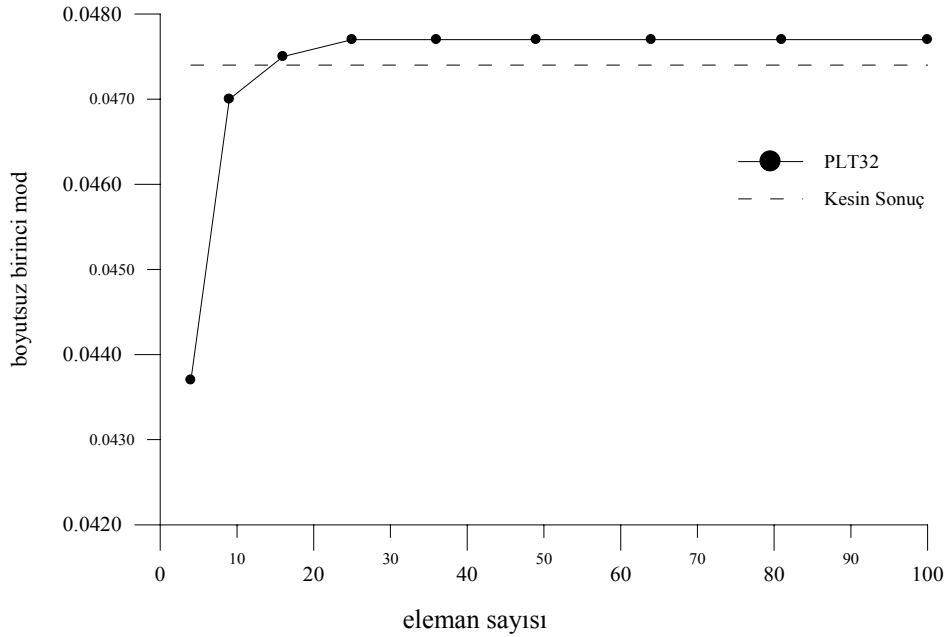
olmak üzere,

$$([K^*] - \omega^2 [M])\{w\} = \{0\} \quad (4.4)$$

elde edilir. Bu özdeğer probleminin çözümü doğal frekansları ve bunlara ait mod şekillerini verecektir. Denklem (4.4) kenarlarından basit mesnetli ortotrop plaklara uygulanmış ve mevcut çalışmalarla karşılaştırılmış. Değişik sınır koşullarına sahip ortotrop plakların titreşimine ait sonuçlar için [6] incelenebilir.

4.2.1. Yaklaşım Testi

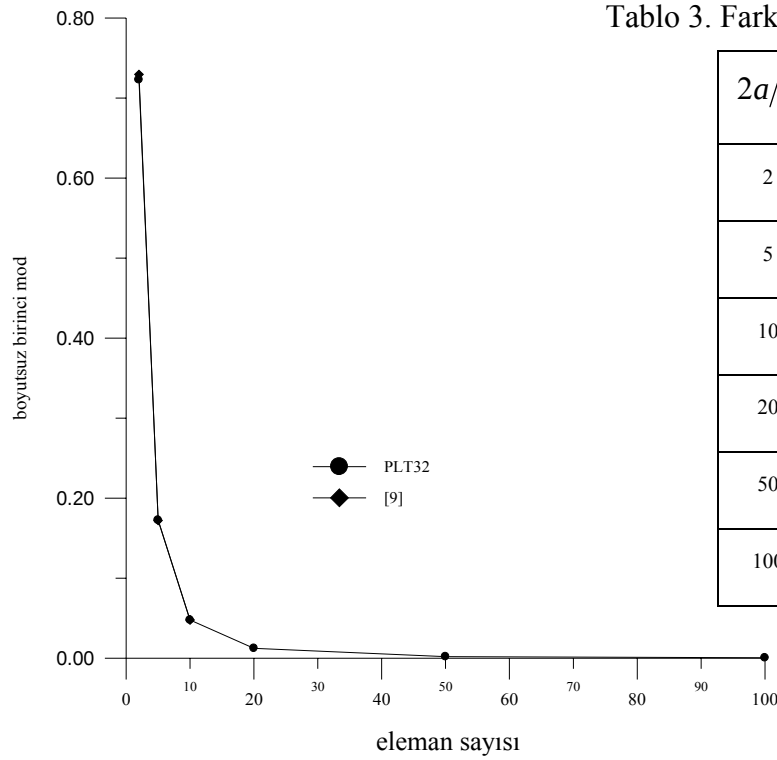
Denklem (4.4) kullanılarak kenarlarından basit mesnetlenmiş plâğın çözümü yapılmış ve PLT32 elemanının doğruluğu test edilmiştir. $\varpi = \omega h \sqrt{\rho/c_{xx}}$ boyutsuz ifadesi $c_{xx} = E_x / (1 - \mu_{xy} \mu_{yx})$ olmak üzere kullanılarak birinci mod için eleman sayısına göre kesin sonuca yaklaşımın grafiği Şekil (4)'de verilmiştir.



Şekil 4. Yaklaşım testi

4.2.2. Kalınlığın etkisi

Kayma kilitlenmesi problemi, plakların birinci titreşim modu için de incelenmiş ve sonuçların kayma kilitlenmesi olayından etkilenmediği gözlenmiştir. PLT32 ile bulunan sonuçların [9] ile karşılaştırılması da Tablo (3) ve Şekil (5) ile verilmiştir. Kaymanın etkisi ile doğal frekanslarda azalma olduğu gözlenmiştir. Farklı çalışmalarla ortotrop plakların boyutsuz modlarının karşılaştırılması da Tablo (4)'de yer almaktadır.



Tablo 3. Farklı kalınlıklar için boyutsuz birinci mod

$2a/h$	PLT32	[9]
2	0.7230	0.7295
5	0.1725	0.1721
10	0.0477	0.0477
20	0.0123	-
50	0.0019	-
100	0.0005	-

Şekil 5. Plak kalınlığının değişiminin incelenmesi

Tablo 4. Farklı modların mevcut çalışmalarla karşılaştırılması ($\varpi = \omega h \sqrt{\rho/C_{11}}$, $2a/h = 10$)

m	n	PLT32	[8]	[9]	[1]	Exact
1	1	0.0477	0.0474	0.0477	0.0474	0.0474
1	2	0.1046	0.1033	0.1021	0.1033	0.1033
2	1	0.1200	0.1188	0.1227	0.1189	0.1188
2	2	0.1721	0.1694	0.1721	0.1695	0.1694
1	3	0.1913	0.1888	0.1828	0.1888	0.1888
3	1	0.2190	0.2181	0.2169	0.2184	0.2180
2	3	0.2516	0.2476	0.2459	0.2477	0.2475
3	2	0.2651	0.2625	-	0.2629	0.2624
1	4	0.2942	0.2969	-	0.2969	0.2969
4	1	0.3246	0.3319	-	0.3330	0.3319
3	3	0.3364	0.3320	-	0.3326	0.3320
2	4	0.3470	0.3476	-	0.3479	0.3476

5. SONUÇLAR

Geliştirilen formülasyon değişik sınır koşullarına sahip ortotrop plakların statik ve dinamik analizi için uygulandığında, sonuçların literatürde mevcut çalışmalarla uyumlu olduğu görülmüştür. Ortotrop plakların statik ve dinamik analizi için elde edilen sonuçlar sırası ile özetlenecek olursa;

- Eleman sayısı artırılarak, bazı büyüklüklerin kesin çözüme yaklaşımı incelendiğinde, tek ve çift sayılı elemanlar için alt ve üst limitler olduğu gözlenmiştir.
- Farklı kalınlıklar için yapılan çözümde, plak kalınlığı azaldığında ortaya çıkan kayma kilitlenmesi probleminin, formülasyonun özelliğinden dolayı meydana gelmediği görülmüştür.
- Plak kalınlığının etkisinin, ortotrop plaklarda, izotrop plaklara göre daha fazla olduğu gözlenmiştir.
- E_x/E_y oranı arttırıldığında bir doğrultudaki eğilme momenti büyürken diğer doğrultudaki moment küçülmektedir. Bu durum plağın tek doğrultuda çalışmaya başladığını göstermektedir.
- Kaymanın etkisi ile doğal frekanslarda azalma olduğu gözlenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Reddy, J. N., 1984. Energy and Variational Methods in Applied Mechanics, John Wiley&Sons,
- [2] Reissner, E., 1946. The Effects of Transverse shear Deformation Bending of Elastic Plates, J. Appl. Mech., ASME, 12, pp.69-77
- [3] Reissner, E., 1975. On Transverse Bending of Plates, Including the Effect of Transverse Shear Deformation, Int. J. Structures, Vol.11, pp.569-573
- [4] Mindlin, R.D., 1951. The Influence of Rotatory Inertia and Shear on the Flexural Motions of Elastic Plates, J. Appl. Mech., ASME, 18, pp.31-38
- [5] Wang, C.M., Lim, G.T., Reddy, J.N. ve Lee, K.H., 2001. Relationships between bending solutions of Reissner and Mindlin plate theories, Engineering Structures, 23, 838-849.
- [6] Çalışkan, H., 2007. Ortotrop Kalın Plakların Statik ve Dinamik Analizi, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ.
- [7] Iyengar, K.T.S.R. ve Pandya, S.K., 1983. Analysis of Orthotropic Rectangular Thick Plates, Fire Science and Technology, 18, 19-36.
- [8] Kant, T. Ve Gadgil, M.G., 2002, Analysis of Orthotropic Plates Based on Three Theories by Segmentation method, Mechanics of Advanced Materials an Structures, 9, 189-239.
- [9] Batra, R.C., Qian, L.F. ve Chen, L.M., 2004, Natural frequencies of thick square plates made of orthotropic, trigonal, monoclinic, hexagonal and triclinic materials, Journal of Sound and Vibration, 270, 1074-1086.

