ÖNGERİLMELİ İZOTROP LEVHA VE ÖNGERİLMELİ ANİZOTROP YARI DÜZLEMDEN OLUŞAN SİSTEMİN HAREKETLİ YÜK ETKİSİNDEKİ DİNAMİK DAVRANIŞI

(*) Surkay AKBAROV, (**) Nihat İLHAN

(*) Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya Metalurji Fakültesi, Matematik Müh. Böl., İstanbul
(**)Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İnşaat Müh. Böl., İstanbul
akbarov@yildiz.edu.tr, ilhan@yildiz.edu.tr

ÖZET

Çalışmada öngerilmeli izotrop levha ve öngerilmeli anizotrop yarı düzlemden oluşan sistemin hareketli yük etkisindeki dinamik davranışı ele alınmıştır. Sistemin bileşenlerindeki öngerilmenin ve anizotropi özelliklerinin bu davranışa etkisi incelenmiştir.

Öngerilmeli ortamlarda dalga yayılımının üç boyutlu doğrusallaştırılmış teorisi (ÖODYÜT) çerçevesinde problemin matematiksel formülasyonu yapılmış ve elde edilen sınır değer probleminin çözümü integral Fourier dönüşümü uygulanarak bulunmuştur.

Malzeme parametrelerinin, önerilmenin; kritik hıza etkisine ait sayısal sonuçlar verilmiştir. Araştırmalar parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde yapılmıştır. Yarı düzlemin anizotropi özellikleri orthotrop malzeme biçiminde seçilmiştir.

ABSTRACT

The investigation is carried out on the dynamical behavior of an anizotrop half-plane covered by the pre-stretched izotrop layer under the action of the moving load. The effect of initial stresses and material properties on the dynamical behavior of the considered system is investigated.

The mathematical modeling of the considered problem is made use of the Three-dimensional Linearized Theory of Elastic Waves in Initially Stressed Bodies (TLTEWISB). The solution to the corresponding boundary-value problem is found by employing the exponential Fourier integral transformation.

As a result of the numerical investigations the influence of the problem parameters on the critical velocity of the moving load is studied.

1.GİRİŞ

Hareketli yükün tabakalı ortamdaki dinamik etkisiyle ilgili çalışmalar hem teoride hem de pratikte oldukça önemlidir. Bu konuda şimdiye kadar yapılan araştırmaların kısa özeti [1]'de verilmektedir. Buna ilaveten, [1]'de parçalı cisim modeli çerçevesinde öngerilmeli ortamlarda dalga yayılımının üç boyutlu doğrusallaştırılmış teorisi (ÖODYÜT) uygulanarak öngerilmeli yarı düzlem ve gerilmeli örtük levhadan oluşan sistemin hareketli yük etkisindeki dinamik davranışı incelenmiştir. [1] de yarı-düzlem ve örtük tabakanın malzemeleri izotrop ve homejendir. Bu çalışma , [1]' deki araştırma, yarı düzlem malzemesi anizotrop (ortotrop) olduğu durum için yapılmıştır.

2.PROBLEMİN MATEMATİKSEL FORMÜLASYONU

Öngerilme etkisinde kalınlığı h olan anizotrop levha ve yarı düzlemden oluşan sistem ele alınsın (Şekil 1). Levha ve yarı düzlemdeki noktaların konumları kartezyen $Ox_1x_2x_3$ sistemindeki Lagrange koordinatları kullanılarak tanımlanacaktır. Sisteme etki eden öngerilmenin Ox_1 doğrultusunda, normal ve homojen olarak etki ettiği kabul edilmiştir. Örtük tabakası ve yarı düzlem sırasıyla $\{-\infty < x_1 < \infty,\ -h \le x_2 \le 0,\ -\infty < x_3 < +\infty\}$, $\{-\infty < x_1 < +\infty,\ -\infty \le x_2 \le -h,\ -\infty < x_3 < \infty\}$ bölgelerini kapsamaktadır.

Örtük levha ve yarı düzleme ait büyüklükler sırasıyla (1) ve (2) üst indisleriyle tanımlanmıştır. Öngerilme ise (m)0 üst indisiyle tanımlanmıştır. Burada m=1,2 olmaktadır.

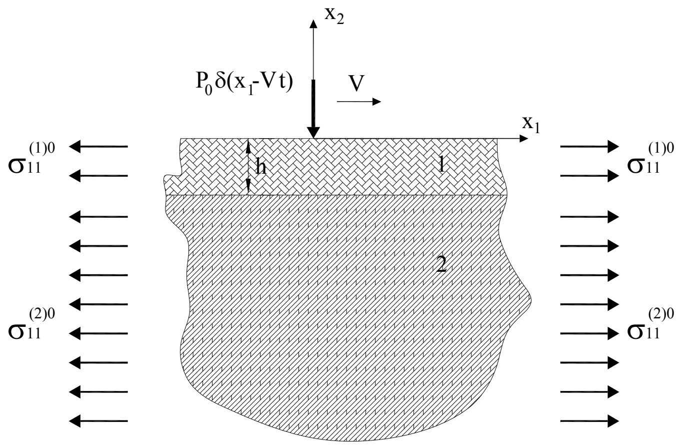
Yeterli düzeyde rijit kabul edilen liner elastik olan levha ve yarı düzleme etkiyen öngerilme klasik lineer elastisite teorisine uygun olarak aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

$$\sigma_{11}^{(m)0} = sabit\,,\quad \sigma_{ij}^{(m)0} = 0 \quad ij \ne 11 \text{ olduğu durumlarda m=1,2} \tag{1}$$

Levhaya üst serbest yüzeyine Ox_1 yönünde sabit V hızıyla hareket eden Ox_1 eksenine göre tekil Ox_3 eksenine göre ise üniform yayılı yük etki etmektedir. Bu nedenden dolayı ele alınan sistemde Ox_1x_2 düzleminde düzlem şekil değiştirme oluşacaktır. Burada sözü edilen hız subsonictir, yani

$$V < \min\left(C^{(1)}, C^{(2)}\right) \tag{2}$$

Buradaki $C^{(m)}$ m. ortamda oluşabilen dalga hızlarından en küçüğüdür.



Şekil 1. Sistemin geometrisi

Başlangıçtaki küçük deformasyon durumunda öngerilmeyle yüklenmiş elamanların üç boyutlu linerize edilmiş elastik dalga teorisine göre genel hareket denklemleri aşağıdaki gibi olmaktadır [16].

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(m)}}{\partial x_i} + \sigma_{11}^{(m),0}\frac{\partial^2 u_j^{(m)}}{\partial x_1^2} = \rho^{(m)}\frac{\partial^2 u_j^{(m)}}{\partial t^2} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} &\sigma_{ii}^{(m)} = A_{ij}^{(m)}\varepsilon_{jj}^{(m)} \\ &\sigma_{12}^{(m)} = 2\mu_{12}^{(m)}\varepsilon_{12}^{(m)} \end{aligned} \quad \text{i, j, m=1,2} \tag{4}$$

$$\varepsilon_{ij}^{(m)} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m)}}{\partial x_i}\right) \tag{5}$$

(3) ve (4) te aynı indislere göre toplama yapılmaktadır.

Yukarıda bahsedildiği gibi örtük levha ve yarı düzlem elemanları ortotrop olarak ele alınmıştır. Bu durumda gerilme ile şekil değiştirme arasındaki bağıntılar düzlem şekil değiştirme hali söz konusu olduğunda aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{(m)} &= (A_{11}^{(m)}\varepsilon_{11}^{(m)} + A_{12}^{(m)}\varepsilon_{22}^{(m)}) \\ \sigma_{22}^{(m)} &= (A_{12}^{(m)}\varepsilon_{11}^{(m)} + A_{22}^{(m)}\varepsilon_{22}^{(m)}) \end{aligned}, \quad \sigma_{12}^{(m)} = 2\mu_{12}^{(m)}\varepsilon_{12}^{(m)} \tag{6}$$

Buradaki $A_{ij}^{(m)}$ sabitlerinin teknik sabitlerle ifadesi ortotrop malzeme için aşağıdaki gibi verilir.

$$A_{11}^{(m)} = \frac{a_{22}^{(m)}}{\det\left|a_{ij}^{(m)}\right|}, \qquad A_{12}^{(m)} = A_{21}^{(m)} = \frac{a_{12}^{(m)}}{\det\left|a_{ij}^{(m)}\right|}, \qquad A_{22}^{(m)} = \frac{a_{11}^{(m)}}{\det\left|a_{ij}^{(m)}\right|} \tag{7}$$

$a_{ij}^{(m)}$-lerin teknik sabitlerle ifadeleri aşağıdaki gibidir.

$$a_{11}^{(m)}=\left(\frac{1}{E_1^{(m)}}-\frac{\nu_{13}^{(m)2}}{E_3^{(m)}}\right),\ a_{12}^{(m)}=a_{21}^{(m)}=\left(\frac{\nu_{12}^{(m)}}{E_2^{(m)}}+\frac{\nu_{23}^{(m)}\nu_{13}^{(m)}}{E_3^{(m)}}\right),a_{22}^{(m)}=\left(\frac{1}{E_2^{(m)}}-\frac{\nu_{23}^{(m)2}}{E_3^{(m)}}\right) \tag{8}$$

Ayrıca levhanın üst yüzeyinde

$$\sigma_{12}^{(1)}\Big|_{x_2=0}=0,\ \sigma_{22}^{(1)}\Big|_{x_2=0}=P\delta(x_1-Vt) \tag{9}$$

sınır şartları sağlanmalıdır. Buradaki δ Dirac delta fonksiyonunu göstermektedir. Levha ile yarı düzlem arasındaki yüzeyde de temas koşullarının sağlanması gerekmektedir. Burada iki durum söz konusu olmaktadır: birincisi tam temas durumu, ikincisi ise tam olmayan temas durumudur. İlk durumdaki temas koşulları izleyen şekilde olacaktır.

$$\sigma_{i2}^{(1)}\Big|_{x_2=-h}=\sigma_{i2}^{(2)}\Big|_{x_2=-h},\ u_i^{(1)}\Big|_{x_2=-h}=u_i^{(2)}\Big|_{x_2=-h},\ \text{i=1,2} \tag{10}$$

II durumda ise temas koşulları

$$\sigma_{12}^{(1)}\Big|_{x_2=-h}=0,\ \sigma_{12}^{(2)}\Big|_{x_2=-h}=0,\ \sigma_{22}^{(1)}\Big|_{x_2=-h}=\sigma_{22}^{(2)}\Big|_{x_2=-h},\ u_2^{(1)}\Big|_{x_2=-h}=u_2^{(2)}\Big|_{x_2=-h} \tag{11}$$

biçiminde ele alınacaktır.

Tüm bunlara ilaveten $x_2\to-\infty$ giderken $\left|u_i^{(2)}\right|,\left|\sigma_{ij}^{(2)}\right|<M=\text{sabit}$, olacağı göz ardı edilmemelidir.

3.ÇÖZÜM YÖNTEMİ

(3)-(5) denklemlerinden aşağıdaki denklem takımını elde ederiz.

$$\begin{aligned}
&\mu_{12}^{(m)}\left(\frac{\partial^2u_1^{(m)}}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2u_2^{(m)}}{\partial x_1\partial x_2}\right)+A_{11}^{(m)}\frac{\partial^2u_1^{(m)}}{\partial x_1^2}+A_{12}^{(m)}\frac{\partial^2u_2^{(m)}}{\partial x_1\partial x_2}+\sigma_{11}^{(m),0}\frac{\partial^2u_1^{(m)}}{\partial x_1^2}=\rho^{(m)}\frac{\partial^2u_1^{(m)}}{\partial t^2}\\
&\mu_{12}^{(m)}\left(\frac{\partial^2u_1^{(m)}}{\partial x_1\partial x_2}+\frac{\partial^2u_2^{(m)}}{\partial x_1^2}\right)+A_{12}^{(m)}\frac{\partial^2u_1^{(m)}}{\partial x_1\partial x_2}+A_{22}^{(m)}\frac{\partial^2u_2^{(m)}}{\partial x_2^2}+\sigma_{11}^{(m),0}\frac{\partial^2u_2^{(m)}}{\partial x_1^2}=\rho^{(m)}\frac{\partial^2u_2^{(m)}}{\partial t^2}
\end{aligned} \tag{12}$$

$x_2'=x_2$ ve $x_1'=x_1-Vt$ koordinat dönüşümü yapılır ve $\dfrac{\mu_{12}^{(m)}}{\rho^{(m)}}=C_{12}^{(m)^2}$ ifadesi yerine konulup denklem düzenlenirse

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{A_{11}^{(m)}+\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu_{12}^{(m)}}-\frac{V^2}{C_{12}^{(m)^2}}\right)\frac{\partial^2u_1^{(m)}}{\partial x_1^2}+\left(1+\frac{A_{12}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)}}\right)\frac{\partial^2u_2^{(m)}}{\partial x_1\partial x_2}+\frac{\partial^2u_1^{(m)}}{\partial x_2^2}=0\\
&\left(1+\frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu_{12}^{(m)}}-\frac{V^2}{C_{12}^{(m)^2}}\right)\frac{\partial^2u_2^{(m)}}{\partial x_1^2}+\left(1+\frac{A_{12}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)}}\right)\frac{\partial^2u_1^{(m)}}{\partial x_1\partial x_2}+\frac{A_{22}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)}}\frac{\partial^2u_2^{(m)}}{\partial x_2^2}=0
\end{aligned} \tag{13}$$

şeklinde yazılabilir.

Yukarıdaki denklemde de x_1 ve x_2 üzerindeki üst işaret göz ardı edilmiştir. Koordinat dönüşümü sebebiyle (9) daki ikinci sınır şartı

$$\sigma_{22}^{(1)}\Big|_{x_2=0} = P\delta(x_1) \tag{14}$$

halini alır. Diğer sınır şartında ve temas şartları koordinat dönüşümlerinden etkilenmez.

(13) denklemini çözebilmek için

$$f_F(s, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) e^{-isx_1} dx_1 \tag{15}$$

Fourier integral dönüşümü kullanılacaktır.

Bu dönüşüm sayesinde (13)'den aşağıdaki denklem takımı elde edilir.

$$\begin{aligned} -s^2 a^{(m)} \overline{u}_{1_F}^{(m)} + isb^{(m)} \frac{du_2^{(m)}}{dx_2} + \frac{d^2 \overline{u}_{1_F}^{(m)}}{dx_2^2} = 0 \\ -s^2 c^{(m)} \overline{u}_{2_F}^{(m)} + isb^{(m)} \frac{d\overline{u}_{1_F}^{(m)}}{dx_2} + d^{(m)} \frac{d^2 \overline{u}_{2_F}^{(m)}}{dx_2^2} = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

burada,

$$a^{(m)} = \frac{A_{11}^{(m)} + \sigma_{11}^{(m),0}}{\mu_{12}^{(m)}} - \frac{V^2}{C_{12}^{(m)^2}},\ b^{(m)} = \frac{A_{12}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)}} + 1,\ c^{(m)} = 1 + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu_{12}^{(m)}} - \frac{V^2}{C_{12}^{(m)^2}},\ d^{(m)} = \frac{A_{22}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)}} \tag{17}$$

dir.

(16) denkleminin çözümünden yer değiştirme fonksiyonları izleyen şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} \overline{u}_{2_F}^{(1)} &= F_1^{(1)}(s) e^{K_1^{(1)} x_2} + F_2^{(1)}(s) e^{-K_1^{(1)} x_2} + F_3^{(1)}(s) e^{K_2^{(1)} x_2} + F_4^{(1)}(s) e^{-K_2^{(1)} x_2} \\ \overline{u}_{2_F}^{(2)} &= F_1^{(2)}(s) e^{K_1^{(2)} x_2} + F_3^{(2)}(s) e^{K_2^{(2)} x_2} \end{aligned} \tag{18}$$

Burada,

$$K_1^{(m)} = \sqrt{-\frac{A^{(m)}}{2} + \sqrt{\left(\frac{A^{(m)}}{2}\right)^2 - B^{(m)}}},\ K_2^{(m)} = \sqrt{-\frac{A^{(m)}}{2} - \sqrt{\left(\frac{A^{(m)}}{2}\right)^2 - B^{(m)}}} \tag{19}$$

olmaktadır.

$$A^{(m)} = \frac{-s^2 a^{(m)} d^{(m)} + s^2 b^{(m)^2} - s^2 c^{(m)}}{d^{(m)}},\ B^{(m)} = \frac{s^4 a^{(m)} c^{(m)}}{d^{(m)}} \tag{20}$$

olarak gösterilebilir.

(18) ifadesindeki $F_i^{(1)}, F_1^{(2)}, F_3^{(2)}$ (i=1,..,4) bilinmeyenler sınır ve temas koşullarından elde edilen cebirsel denklemlerden bulunur. Bu cebirsel denklemlerin katsayılarından oluşan determinantın $\det\left\|\alpha_{ij}(sh,V)\right\|$ sıfıra eşitliğinden $V = V(sh)$ bağıntısı elde edilir. Bu bağıntının türevinin sıfıra eşit olduğu noktalara karşı gelen hıza kritik hız denir. Çalışmada bu kritik hıza yarı düzlemin ortotropi özelliklerinin (örten tabaka izotrop seçildiğinde) ve öngerilme değerlerinin etkisini gösteren sayısal sonuçlar verilmektedir.

4.SAYISAL SONUÇLAR

Çalışmanın kapsamı içersinde tüm anizotropi parameterlerinin probleme etkisini incelemek mümkün olmakla birlikte çalışmanın sonuçlarının anlaşılabilirliği ve değerlendirilebilmesi için bazı anizotropi parametreleri aşağıdaki gibi sınırlandırılmışlardır. Ayrıca örtük levhanın malzeme özellikleri izotrop alınmıştır.

$$\nu^{(1)} = 0.3\,,\ \mu^{(1)} = \frac{E^{(1)}}{2(1+\nu^{(1)})} \tag{33}$$

Çalışmada aşağıdaki notasyonlar kullanılacaktır.

$$\upsilon = \frac{V}{C_2^{(1)}}\,,\ e = \frac{E_1^{(2)}}{E^{(1)}}\,,\ \eta_1 = \frac{\sigma_{11}^{(1),0}}{E^{(1)}}\,,\ \eta_2 = \frac{\sigma_{11}^{(2),0}}{E_1^{(2)}}\,,\ C_2^{(1)} = \sqrt{\frac{\mu^{(1)}}{\rho^{(1)}}} \tag{34}$$

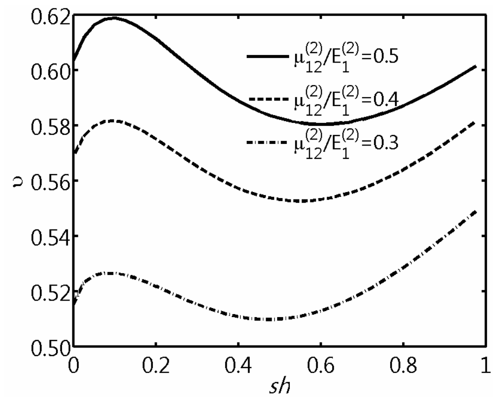
Ayrıca

$$\nu_{12}^{(2)} = \nu_{13}^{(2)} = \nu_{23}^{(2)} = \nu^{(2)} = 0.3\,,\ \frac{\rho^{(2)}}{\rho^{(1)}} = 0.5 \tag{35}$$

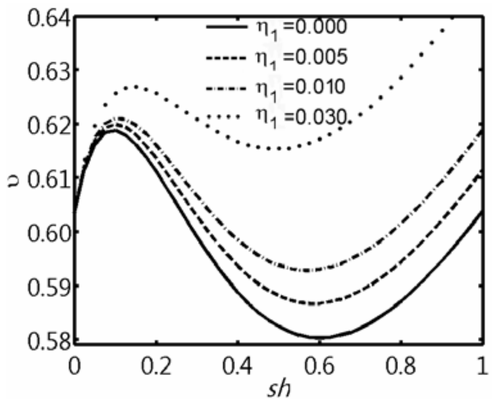
olduğu varsayılacaktır.

Şekil 2 te tam temas durumumda çeşitli $\mu_{12}^{(2)} / E_1^{(2)}$ değerleri için *sh* bağlı olarak $\upsilon_{cr.}$'in değişimi incelenmektedir. Burada $\eta_1 = \eta_2 = 0.00$, $e = 0.2$, $E_2^{(2)} / E_1^{(2)} = E_3^{(2)} / E_1^{(2)} = 0.5$ olmaktadır. Buradaki grafiklerde $\upsilon_{cr.}$'in $\mu_{12}^{(2)} / E_1^{(2)}$ in büyümesiyle arttığı görülmektedir.

Öngermenin $\upsilon = \upsilon(sh)$ grafiklerine etkisi tam temas hali için şekil 3 te incelenmiştir. Burada çeşitli η_1 değerlerinin $\upsilon = \upsilon(sh)$ üzerindeki etkisi incelenmektedir. Burada $\eta_2 = 0.00$, $e = 0.2$, $E_2^{(2)} / E_1^{(2)} = E_3^{(2)} / E_1^{(2)} = 0.5$ ve $\mu_{12}^{(2)} / E_1^{(2)} = 0.5$ olarak alınmıştır. Grafiklerden görüldüğü gibi $\upsilon_{cr.}$ değerleri η_1'in artmasıyla büyümektedir.



Şekil 2. Tam temas durumunda çeşitli $\mu_{12}^{(2)}/E_1^{(2)}$ değerleri için υ'nin sh a göre değişimi $\eta_1 = 0,\ \eta_2 = 0$, $e = 0.2$.



Şekil 3. Tam temas durumunda çeşitli η_1 değerleri için υ'nin sh a gore değişimi $\mu_{12}^{(2)}/E_1^{(2)} = 0.5$, $\eta_2 = 0$, $e = 0.2$.

Tablo 1. Çeşitli $\frac{\mu_{12}^{(2)}}{E_1^{(2)}}, \frac{E_2^{(2)}}{E_1^{(2)}}, \frac{E_3^{(2)}}{E_1^{(2)}}$ değerleri için öngerilmenin kritik hıza ($\upsilon_{cr.}$) etkisi (üst kısımda tam temas durumu, alt kısımda tam olmayan temas durumu, $\eta_1 > 0, \eta_2 = 0$).

$\frac{\mu_{12}^{(2)}}{E_1^{(2)}}$	$\frac{\sigma_{11}^{(1),0}}{E^{(1)}}$	$E_1^{(2)}/E^{(1)}$ = 0.2			$E_1^{(2)}/E^{(1)}$ = 0.1		
	$E_2^{(2)}/E_1^{(2)} = E_3^{(2)}/E_1^{(2)}$	0.70	0.50	0.3	0.7	0.5	0.3
0.5	0.000	0.6065	0.5803	0.5405	0.4516	0.4330	0.4035
		0.5098	0.5098	0.4722	0.3826	0.3697	0.3551
	0.005	0.6123	0.5867	0.5475	0.4574	0.4395	0.4108
		0.5163	0.5163	0.4795	0.3890	0.3765	0.3623
	0.010	0.6179	0.5928	0.5543	0.4628	0.4456	0.4176
		0.5225	0.5225	0.4864	0.3950	0.3829	0.3690
	0.030	0.6385	0.6154	0.5789	-	-	-
		0.5455	0.5455	0.5118	0.4151	0.4042	0.3908
0.4	0.000	0.5738	0.5526	0.5177	0.4237	0.4100	0.3855
		0.4880	0.4880	0.4526	0.3642	0.3529	0.3391
	0.005	0.5792	0.5587	0.5247	0.4288	0.4162	0.3930
		0.4943	0.4943	0.4598	0.3703	0.3595	0.3463
	0.010	0.5843	0.5646	0.5316	0.4332	0.4217	0.3998
		0.5003	0.5003	0.4667	0.3760	0.3656	0.3529
	0.030	0.6019	0.5854	0.5558	-	-	-
		0.5221	0.5221	0.4916	0.3944	0.3856	0.3740
0.3	0.000	0.5236	0.5097	0.4835	0.3811	0.3738	0.3576
		0.4562	0.4562	0.4249	0.3375	0.3284	0.3165
	0.005	0.5278	0.5150	0.4902	0.3844	0.3784	0.3644
		0.4619	0.4619	0.4320	0.3430	0.3345	0.3235
	0.010	0.5316	0.5199	0.4965	-	0.3822	0.3702
		0.4674	0.4674	0.4386	0.3479	0.3401	0.3297
	0.030	-	-	0.5175	-	-	-
		0.4869	0.4869	0.4622	0.3632	0.3572	0.3487
0.2	0.000	0.4446	0.4391	0.4260	0.3184	0.3161	0.3099
		0.4050	0.4050	0.3819	0.2955	0.2898	0.2814
	0.005	0.4468	0.4422	0.4311	0.3198	0.3183	0.3141
		0.4097	0.4097	0.3883	0.2997	0.2948	0.2874
	0.010	0.4486	0.4449	0.4355	-	-	-
		0.4141	0.4141	0.3942	0.3033	0.2990	0.2926
	0.030	-	-	-	-	-	-
		0.4284	0.4284	0.4139	0.3126	0.3101	0.3060

Tablo 2. Çeşitli $\frac{\mu_{12}^{(2)}}{E_1^{(2)}}, \frac{E_2^{(2)}}{E_1^{(2)}}, \frac{E_3^{(2)}}{E_1^{(2)}}$ değerleri için öngerilmenin kritik hıza ($\upsilon_{cr.}$) etkisi (üst kısımda tam temas durumu, alt kısımda tam olmayan temas durumu, $\eta_2 > 0, \eta_1 = 0$).

$\frac{\mu_{12}^{(2)}}{E_1^{(2)}}$	$\frac{\sigma_{11}^{(2),0}}{E_1^{(2)}}$	$E_1^{(2)}/E^{(1)}$					
		0.2			0.1		
		$E_2^{(2)}/E_1^{(2)} = E_3^{(2)}/E_1^{(2)}$					
		0.70	0.50	0.3	0.7	0.5	0.3
0.5	0.000	0.6065	0.5803	0.5405	0.4516	0.4330	0.4035
		0.5098	0.4919	0.4722	0.3826	0.3697	0.3550
	0.005	0.6084	0.5822	0.5424	0.4532	0.4346	0.4051
		0.5122	0.4944	0.4748	0.3847	0.3718	0.3572
	0.010	0.6103	0.5841	0.5444	0.4548	0.4362	0.4068
		0.5146	0.4968	0.4773	0.3867	0.3739	0.3593
	0.030	0.6176	0.5912	0.5518	0.4612	0.4425	0.4132
		0.5240	0.5062	0.4869	0.3947	0.3818	0.3675
0.4	0.000	0.5738	0.5526	0.5177	0.4237	0.4100	0.3855
		0.4880	0.4717	0.4526	0.3642	0.3528	0.3391
	0.005	0.5762	0.5548	0.5198	0.4257	0.4119	0.3873
		0.4908	0.4745	0.4553	0.3665	0.3551	0.3414
	0.010	0.5784	0.5569	0.5219	0.4276	0.4137	0.3891
		0.4935	0.4772	0.4581	0.3688	0.3574	0.3437
	0.030	0.5872	0.5652	0.5299	0.4352	0.4209	0.3960
		0.5040	0.4876	0.4686	0.3776	0.3662	0.3525
0.3	0.000	0.5236	0.5098	0.4835	0.3811	0.3738	0.3576
		0.4562	0.4424	0.4249	0.3375	0.3284	0.3165
	0.005	0.5268	0.5127	0.4860	0.3838	0.3762	0.3598
		0.4595	0.4457	0.4281	0.3402	0.3311	0.3191
	0.010	0.5299	0.5155	0.4886	0.3864	0.3786	0.3619
		0.4627	0.4489	0.4313	0.3429	0.3337	0.3217
	0.030	0.5418	0.5262	0.4982	0.3963	0.3877	0.3701
		0.4752	0.4612	0.4433	0.3531	0.3438	0.3317
0.2	0.000	0.4446	0.4391	0.4260	0.3184	0.3161	0.3099
		0.4050	0.3955	0.3819	0.2955	0.2898	0.2814
	0.005	0.4494	0.4436	0.4299	0.3221	0.3197	0.3131
		0.4094	0.3998	0.3860	0.2990	0.2932	0.2847
	0.010	0.4541	0.4479	0.4336	0.3257	0.3231	0.3162
		0.4137	0.4040	0.3901	0.3024	0.2965	0.2879
	0.030	0.4718	0.4642	0.4477	0.3395	0.3362	0.3279
		0.4302	0.4199	0.4053	0.3155	0.3093	0.3002

Kritik hızla ilgili daha detaylı sonuçlar Tablo 1 ve 2 de verilmiştir. Tablolarda çeşitli malzeme parametreleri ve öngerilme değerleri için kritik hızlar gösterilmiştir. Tablo 1 de üst tabakadaki çekme öngerilmesinin değişiminin etkisi çeşitli malzeme özelliklerinin değişimiyle birlikte incelenmiştir $\{\eta_1 > 0, \eta_2 = 0\}$. Tablo 2 de alt tabakadaki çekme öngerilmesinin olduğu duruma ait sonuçlar verilmiştir $\{\eta_1 = 0, \eta_2 > 0\}$.

5.SONUÇLAR

Tablo 1 ve tablo 2 deki sayısal sonuçlar incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar çıkarılabilir.

- $\frac{\mu_{12}^{(2)}}{E_1^{(2)}}$ oranı küçüldükçe kritik hız değerde küçülmektedir.
- Tam temas koşulunda elde edilen kritik hız değerleri tam olmayan temas koşulunda bulunan ilgili kritik hız değerlerinden daha büyüktür.
- Örtük levha ve yarı düzlemde önçekme gerilmesinin olması kritik hız değerlerini büyütmektedir.

6.KAYNAKLAR

[1] Akbarov S.D., Guler C, Dincsoy, E., On the critical velocity of a moving load on a pre-strained plate resting on a pre-strained half-plane, Mechanics of composite materials, 43, No2, P. 1-14, 2007.
[2] Guz, A.N., Elastic Waves in Bodies with initial (residual) stresses, “A.C.K.”, Kiev, 2004.