



PASTERNAK ZEMİNİNE OTURAN TIMOSHENKO KİRİŞİNİN DEĞİŞKEN HIZLI VE ŞİDDETİ ZAMANLA ARTAN TEKİL YÜK ALTINDA DİNAMİK DAVRANIŞI

Ozan Çelik* ve İbrahim Bakırtaş†
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada iki parametrelili elastik zemine oturan sonlu bir kirişin değişken hızlı hareket eden tekil yükleme altında dinamik davranışı incelenmiştir. Çalışma kapsamında kiriş modellemesi yapılırken Timoshenko kirişi kullanılmıştır. Problemin formülasyonunda iki parametrelili elastik zemin özelliğinden kaynaklanan etkiler ve model olarak seçilen Timoshenko kirişinin kayma deformasyonu etkisi göz önüne alınmıştır. Çözüm yöntemi olarak sonlu Fourier dönüşümünden yararlanılmış ve çözümler kapalı formda elde edilmiştir. Hareketli yükün hız, ivme ve şiddet değişimi, zemin parametrelerinin farklı değerleri ve bunların davranışa katkısı gibi durumlar ayrıntılı olarak incelenmiştir. Sonuçlar kısmında ise özgün bir örneğe yer verilerek bu değişiklikler görsel olarak sunulmuştur.

GİRİŞ

Elastik zemine oturan kiriş problemlerinin incelenmesi geçmişten günümüze inşaat mühendisliğinin pek çok alanında artan bir ilgi ile devam etmiş, üzerine oldukça fazla çalışma yapılmış ve günümüzde de güncelliğini korumaktadır. Bu tip problemlerin incelenmesi statik analiz ile başlamış olsa dahi günümüzde yapılan çalışmalarda üzerinde önemle durulan problemlerin başında dinamik davranış gelmektedir.

Literatürde incelenen kiriş problemlerinin çok büyük bir kısmında kirişlerin özel yükleme durumları yanında bu yükler etkisi altında iken üzerinde yer aldıkları zeminin probleme kazandırdığı etkiler de çok önemli yere sahiptir. Bu çalışmanın amacı, Pasternak zeminine oturan sonlu bir Timoshenko kirişinin, ivmeli olarak hareket edebilen ve hareketi sırasında şiddeti zamanla artan bir tekil yük altında davranışını incelemektir.

Achenbach ve Sun [12], sonsuz uzunlukta bir kirişin üzerinde sabit hızlı hareket eden tekil yük altında davranışını incelemiştir.

Chen, Huang ve diğ. [8] harmonik hareketli yük altında viskoelastik zemine oturan Timoshenko kirişinin dinamik rijitlik matrisini harmonik yükün hızı ve uyarılma frekansına bağlı bir fonksiyon olarak tanımlamışlardır.

Sun [9] viskoelastik zemine oturan bir kirişin hareketli tekil yük altında davranışını incelemiştir.

Kargarnovin, Younesian ve diğ. [6] nonlineer viskoelastik zemine oturan hareketli harmonik yük altında sonsuz uzunluktaki kirişleri incelemişlerdir.

Mallik, Chandra ve diğ. [5] bir ve iki parametrelili elastik zemin üzerindeki üniform sonsuz bir kirişin zamandan bağımsız davranışını incelemişlerdir.

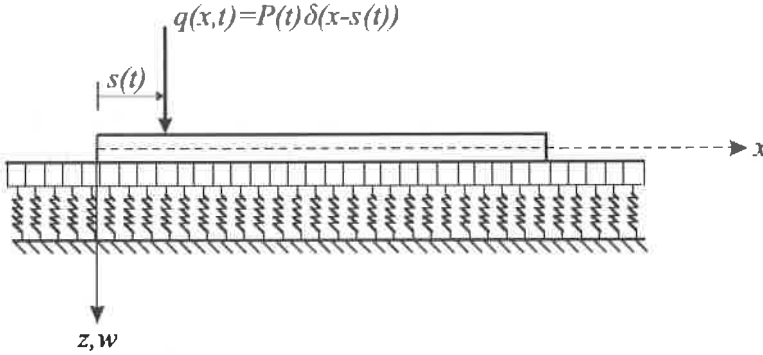
* Araştırma Görevlisi, İnşaat Müh. Böl., E-posta: celikoz@itu.edu.tr

† Prof. Dr., İnşaat Müh. Böl., E-posta: ibakirtas48@gmail.com

Chang-yong ve Yang [3] Pasternak zeminine oturan Bernoulli varsayımına dayanan elastik kirişin hareketli tekil yük altındaki davranışını incelemişlerdir.

Arboleda-Monsalve, Zapata Medina ve diğ. [2] iki parametrelili elastik zemin üzerinde genelleştirilmiş sınır koşullarına sahip sonlu bir Timoshenko kirişi için yük vektörü ve dinamik rijitlik matrisini tanımlamışlardır.

PROBLEMİN FORMÜLASYONU



Şekil 1: İvmeli yer değiştiren ve zamanla şiddeti değişen tekil kuvvet.

Söz konusu problemin çözümü için tasarladığımız görsel modelde (şekil 1) kesiti x eksenine ile çakışık olarak devam eden ve z ekseninde boyuna yerdeğiştirme yapan kiriş görülmektedir. Bu halde Pasternak zeminine oturan Timoshenko kirişinin dinamik esneklik eğrisi denklemi:

$$\left(1 + \frac{G_p}{\alpha GA}\right) \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - \frac{m}{\alpha GA} \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} - \left(\frac{kb}{\alpha GA} + \frac{G_p}{EI}\right) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + \frac{m}{EI} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + \frac{kb}{EI} w(x,t) = \frac{P}{EI} \left(\frac{t}{T}\right) \delta(x-s(t)) - \frac{P}{\alpha GA} \left(\frac{t}{T}\right) \frac{\partial^2 \delta(x-s(t))}{\partial x^2} \quad (1)$$

olarak belirlenir. Yönetici denklemde bulunan A kesit alanını, b kesit genişliğini, α katsayısı biçim çarpanını, $m = \rho(x)A(x)$ birim çubuk boyu kütlelerini, k ve G_p ; V. Z. Vlasov ve N. N. Leontiev tarafından zemin için verilen uzama ve kayma rijitliklerini, EI eğilme rijitliğini, $q(x,t)$ yük fonksiyonunu göstermektedir. Kiriş üzerinde tekil yükümüzü ifade etmek için mekanikte tekil yüklemeler için oldukça yaygın olarak kullanılabilen ve problemlerimiz için yeter düzeyde kullanışlı olan Dirac delta fonksiyonu kullanılmaktadır. Şekil 1 de tekilliğin konumunu belirtmek adına kullanılan $s(t)$ fonksiyonu, P tekil kuvvetinin kiriş üzerinde zamana bağlı konumunu ($x=0$ ' dan uzaklığını) belirtmektedir. Ancak bu kuvvetin konumu sabit hızla değişmeyip;

$$s(t) = s_0 + vt + \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

(2) denklemine uygun olarak belirli bir ivme değeri ile zamanla artmaktadır. Bunun yanında problemin özel bir diğer koşulu da hareket eden tekil kuvvetin şiddetinin artıyor olmasıdır. Bu artışı gösterebilmek adına zamana bağlı olarak tanımlanan $P(t)$ kuvvetinin şiddeti;

$$P(t) = P \left(\frac{t}{T}\right) \quad (3)$$

(3) denklemi ile ifade edilmektedir. Burada t parametresi hareketli yükün kiriş üzerinde kaldığı süreyi tanımlarken T ise istenilen şekilde seçilebilmektedir. Örneğin kuvvetin kiriş üzerinde yol aldığı toplam zaman olarak tanımlanabilir. Bu sayede kuvvetin şiddetinin zamanla artması sağlanmış olmaktadır.

YÖNTEM

Çözüm için uygulayacağımız sonlu Fourier dönüşümünün hangi tipte olduğuna karar vermek gerekmektedir. Sonlu Fourier sinüs ya da sonlu Fourier kosinüs dönüşümlerinden hangisinin kullanışlı olacağına karar vermek için girişin tahmini dinamik davranışını sınır koşullarına bağlı olarak ifade etmek yeterli olacaktır.

Sonlu girişin sınır koşulları iki ucu mafsallı sabit mesnet olarak düşünülürse giriş esneklik eğrisinin bir çift fonksiyon şeklinde davranacağı göz önünde bulundurulabilir. Bu halde çözüme uygun bir yöntem olarak sonlu Fourier sinüs dönüşümü seçilebilir. Bir fonksiyonun sonlu bir aralıkta Fourier sinüs dönüşümü:

$$\tilde{f}_s(n) = f_s[f(x); n] = \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx \quad (4)$$

olarak tanımlanır. Sonlu ters Fourier sinüs dönüşümü ise:

$$f(x) = f_s^{-1}[\tilde{f}_s(n); x] = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{f}_s(n) \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad (5)$$

(1) yönetici denkleminin çözümü için her bir terimin (4) denklemi gereğince sonlu Fourier dönüşümünü bulmak gerekecektir. Yönetici denklemde bulunan her bir terim için yapılan sonlu Fourier dönüşümü sonucu ortaya çıkan dönüşümler toparlanıp yazılırsa:

$$K_1 \frac{\partial^2 w_i(n, t)}{\partial t^2} + K_2 w_i(n, t) = K_3 + K_4 \left(\frac{t}{T}\right) \sin \frac{n\pi s(t)}{L} + K_5 \left(\frac{t}{T}\right) \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sin \frac{n\pi s(t)}{L} \quad (6)$$

Burada K_1 , K_2 , K_3 , K_4 ve K_5 sabitleri sırasıyla:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \frac{m}{\alpha GA} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + \frac{m}{EI} \\ K_2 &= \left(1 + \frac{G_p}{\alpha GA}\right) \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 + \left(\frac{kb}{\alpha GA} + \frac{G_p}{EI}\right) \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + \frac{kb}{EI} \\ K_3 &= \left(1 + \frac{G_p}{\alpha GA}\right) \left(\frac{n\pi}{L}\right)^3 [w_i - (-1)^n w_j] - \left(1 + \frac{G_p}{\alpha GA}\right) \frac{n\pi}{L} [M_i - (-1)^n M_j] \\ &\quad + \frac{m}{\alpha GA} \frac{n\pi}{L} ((-1)^{n+1} w_j + w_i) + \left(\frac{kb}{\alpha GA} + \frac{G_p}{EI}\right) \frac{n\pi}{L} ((-1)^{n+1} w_j + w_i) \\ K_4 &= \frac{P}{EI} \\ K_5 &= \frac{P}{\alpha GA} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(7) denkleminde yer alan w_i , w_j , M_i ve M_j değerleri:

$$\left. \begin{aligned} w_i &= w(0, t); \\ w_j &= w(L, t); \\ \frac{M_i}{EI} &= \frac{\partial^2 w(0, t)}{\partial x^2}; \\ \frac{M_j}{EI} &= \frac{\partial^2 w(L, t)}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

olarak tanımlanan sınır koşullarıdır. Bu koşullar iki ucu mafsallı sabit mesnet olarak seçildiği için ilerleyen adımlarda sıfır olarak tanımlanabilecektir. (6) denklemini tekrar düzenlenerek yazılırsa:

$$\frac{\partial^2 w_s(n,t)}{\partial t^2} + \frac{K_2}{K_1} w_s(n,t) = \frac{K_3}{K_1} + \left(\frac{t}{T}\right) \left[\frac{K_4}{K_1} + \frac{K_5}{K_1} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \right] \sin \frac{n\pi s(t)}{L} \quad (9)$$

elde edilir. Son formda adi türevli denkleme indirgenmiş (9) ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{\partial^2 w_s(n,t)}{\partial t^2} + \sigma w_s(n,t) = \tau + \gamma \left(\frac{t}{T}\right) \sin \frac{n\pi s(t)}{L} \quad (10)$$

$$\sigma = \frac{K_2}{K_1}, \tau = \frac{K_3}{K_1}, \gamma = \left[\frac{K_4}{K_1} + \frac{K_5}{K_1} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \right] \quad (11)$$

Problemin çözümü için ikinci derece adi türevli (10) denklemine iki adet başlangıç koşulu tanımlanması gerekecektir. Kirişin başlangıçta şeklinin düz ve hızının sıfır olduğu kabul edilerek;

$$w(x,0) = 0, \frac{\partial w(x,0)}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

şeklinde başlangıç koşulları belirlenmiştir. Belirlenen bu başlangıç koşullarına sonlu Fourier sinüs dönüşümü uygulanırsa:

$$\tilde{w}_s(n,0) = 0, \frac{\partial \tilde{w}_s(n,0)}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

bulunacaktır.

Sonlu Fourier sinüs dönüşümü uygulanarak bayağı türevli denkleme indirgenen yönetici denklem (12) başlangıç koşulları kullanılarak çözülecektir. Konum uzayında dönüşmüş halde bulunan bu denkleme sonrasında ters dönüşüm uygulanarak aradığımız yer değiştirme ifadesi bulunmuş olacaktır. Bu koşullar altında çözüm aşağıdaki şekli almaktadır:

$$\begin{aligned}
 \bar{w}_s(n, t) = & \frac{1}{2a^{3/2}\sigma n^{3/2}\pi T} \left\{ 2a^{3/2}\tau n^{3/2}\pi T - 2a^{3/2}\tau n^{3/2}\pi T \cos(\sqrt{\sigma}t) \right. \\
 & + \sqrt{\sigma}\gamma\sqrt{L}(\sqrt{\sigma}L - n\pi v) \cos\left(\sqrt{\sigma}t - \frac{(\sqrt{\sigma}L - n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) C\left(\frac{-\sqrt{\sigma}L + n\pi v}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \\
 & + \sqrt{\sigma}\gamma\sqrt{L}(\sqrt{\sigma}L + n\pi v) \cos\left(\sqrt{\sigma}t + \frac{(\sqrt{\sigma}L + n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) C\left(\frac{\sqrt{\sigma}L + n\pi v}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \\
 & - \sigma\gamma L^{3/2} \cos\left(\sqrt{\sigma}t - \frac{(\sqrt{\sigma}L - n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) C\left(\frac{-\sqrt{\sigma}L + n\pi(at + v)}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \\
 & + \sqrt{\sigma}\gamma\sqrt{Ln\pi v} \cos\left(\sqrt{\sigma}t - \frac{(\sqrt{\sigma}L - n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) C\left(\frac{-\sqrt{\sigma}L + n\pi(at + v)}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \\
 & - \sigma\gamma L^{3/2} \cos\left(\sqrt{\sigma}t + \frac{(\sqrt{\sigma}L + n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) C\left(\frac{\sqrt{\sigma}L + n\pi(at + v)}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \\
 & - \sqrt{\sigma}\gamma\sqrt{Ln\pi v} \cos\left(\sqrt{\sigma}t + \frac{(\sqrt{\sigma}L + n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) C\left(\frac{\sqrt{\sigma}L + n\pi(at + v)}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \\
 & + 2\sqrt{a}\sqrt{\sigma}\gamma\sqrt{n} \sin(\sqrt{\sigma}t) \\
 & + \sigma\gamma L^{3/2} S\left(\frac{-\sqrt{\sigma}L + n\pi v}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \sin\left(\sqrt{\sigma}t - \frac{(\sqrt{\sigma}L - n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) \\
 & + \sqrt{\sigma}\gamma\sqrt{Ln\pi v} S\left(\frac{-\sqrt{\sigma}L + n\pi v}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \sin\left(\sqrt{\sigma}t - \frac{(\sqrt{\sigma}L - n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) \\
 & + \sigma\gamma L^{3/2} S\left(\frac{-\sqrt{\sigma}L + n\pi(at + v)}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \sin\left(\sqrt{\sigma}t - \frac{(\sqrt{\sigma}L - n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) \\
 & - \sqrt{\sigma}\gamma\sqrt{Ln\pi v} S\left(\frac{-\sqrt{\sigma}L + n\pi(at + v)}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \sin\left(\sqrt{\sigma}t - \frac{(\sqrt{\sigma}L - n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) \\
 & + \sigma\gamma L^{3/2} S\left(\frac{\sqrt{\sigma}L + n\pi v}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \sin\left(\sqrt{\sigma}t + \frac{(\sqrt{\sigma}L + n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) \\
 & + \sqrt{\sigma}\gamma\sqrt{Ln\pi v} S\left(\frac{\sqrt{\sigma}L + n\pi v}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \sin\left(\sqrt{\sigma}t + \frac{(\sqrt{\sigma}L + n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) \\
 & - \sigma\gamma L^{3/2} S\left(\frac{\sqrt{\sigma}L + n\pi(at + v)}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \sin\left(\sqrt{\sigma}t + \frac{(\sqrt{\sigma}L + n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) \\
 & \left. - \sqrt{\sigma}\gamma\sqrt{Ln\pi v} S\left(\frac{\sqrt{\sigma}L + n\pi(at + v)}{\sqrt{a}\sqrt{L}\sqrt{n\pi}}\right) \sin\left(\sqrt{\sigma}t + \frac{(\sqrt{\sigma}L + n\pi v)^2}{2aLn\pi}\right) \right\}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Çözümün Green fonksiyonunun bulunmasının ardından Fourier dönüşümü uygulanmış olan denkleme ters Fourier dönüşümü uygulanarak dinamik davranış gösteren kirişin çökme fonksiyonu bulunmuş olacaktır:

$$w(x,t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{w}_s(n,t) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (15)$$

SAYISAL ÖRNEKLER

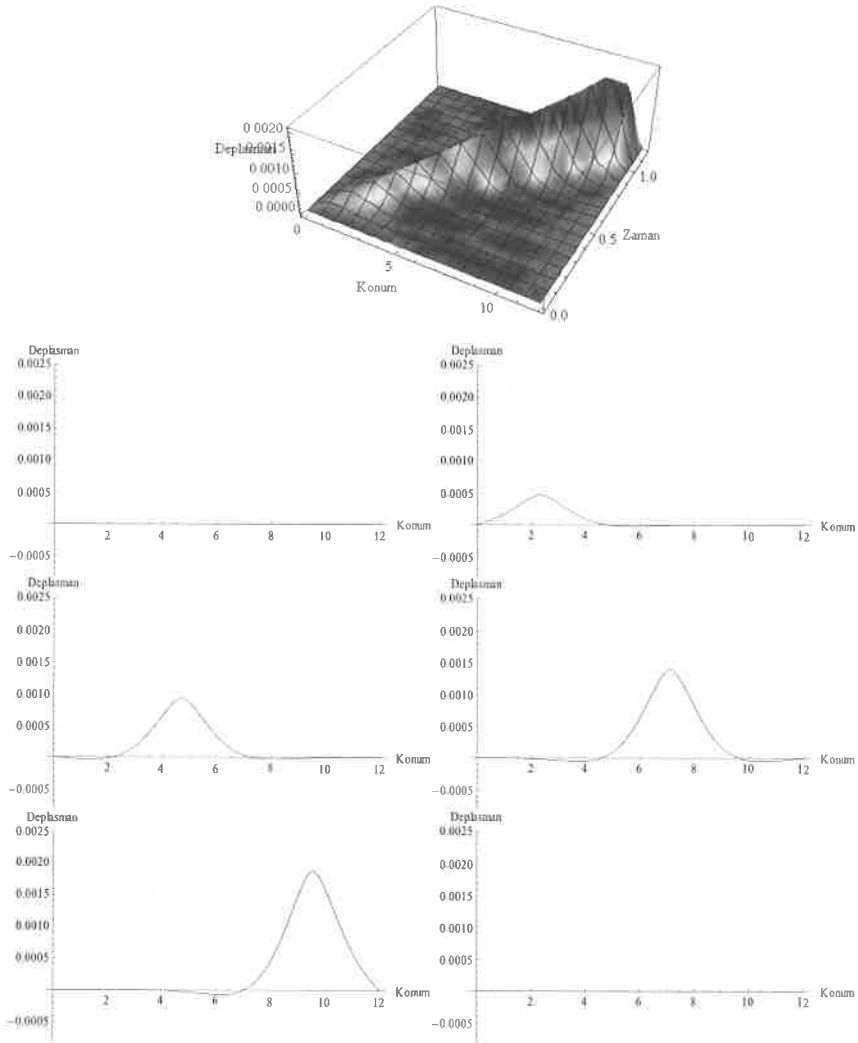
Çözüm fonksiyonunun elde edilmesinin ardından sonuçları analiz etmek için gerçek bir demiryolu profili üzerinden parametrik bir çalışma sunulacaktır. Çizelge 1' de örnek olarak alınacak demiryolunun fiziksel ve geometrik özellikleri görülmektedir.

Öge	Simge	Değer
<u>Ray</u>		
Elastisite modülü	E	210 GPa
Kayma modülü	G	77 GPa
Brim hacim kütlesi	ρ	7850 kg/m ³
Kesit alanı	A	7.69 x 10 ⁻³ m ²
Eylemsizlik momenti	I	30.55 x 10 ⁻⁶ m ⁴
Kayma katsayısı	α	0.40
Boy	L	12 m
<u>Zemin</u>		
Rijitlik katsayısı	k	138.60 x 10 ⁶ N/m ³
Kayma yaylanırlığı	G_p	666875 N
<u>Hareketli Yük</u>		
Yük	P	100 kN

Çizelge 1 : UIC60 tipi rayın, zeminin ve hareketli yükün özellikleri.

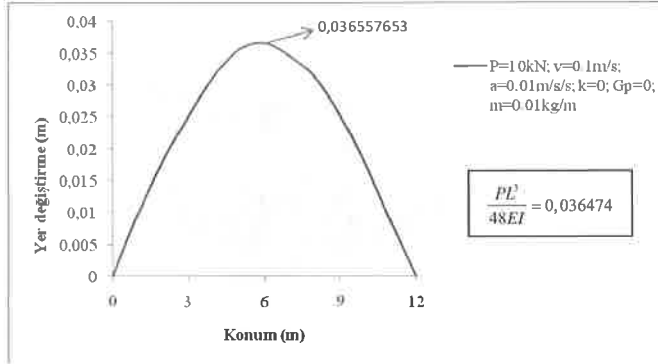
Verilen sonuçlarda okunması gereken büyüklüklerin birimleri yer değiştirme için metre, zaman için saniye ve konum için yine metredir. seri çözümde ilk bir kaç terimden sonra süratli bir yakınsama sonucunda deplasman değerleri sabit bir değer almaktadır.

Kirişin üzerinde yer alan yükün başlangıç değeri olan $x = 0$ konumundan kirişin sonlandığı noktaya giderken şiddetindeki artışın doğal bir sonuç olarak yer değiştirme değerinde meydana getirmiş olduğu artış rahatlıkla görülebilmektedir.

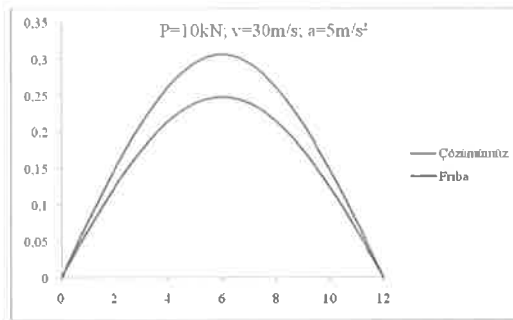


Şekil 2: $n=50$, $v=10$ m/s, $a=0.5$ m/s² durumunda tüm zaman dilimlerine ait üç boyutlu çizim ve $t=t/5$ durumlarına ait kesitler.

Çözüm fonksiyonumuzda yeterli yakınsaklık değerine ulaşabilmek için terim sayısının belirlenmesinin ardından, alınan sonuçların ne derece doğru olduğunu sınamak adına statik durumdaki çökme ile karşılaştırma yapılacaktır. Dinamik çözümde statik çözüme eşdeğer bir sonuç alabilmek adına önce iki parametrelili zeminin parametre değerleri sıfırlanarak söz konusu model basit kiriş durumuna getirilmektedir. Ardından hız ve ivme değerleri de çok küçük alınarak d'Alembert etkisi de ihmal edilmektedir.

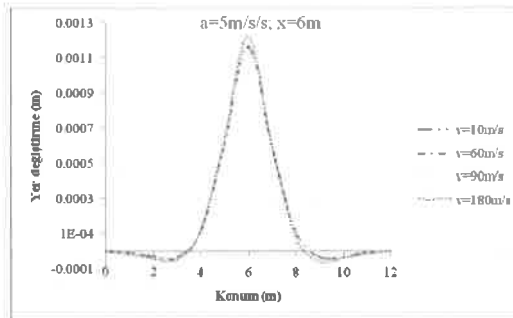


Şekil 3 : Statik-dinamik karşılaştırma.



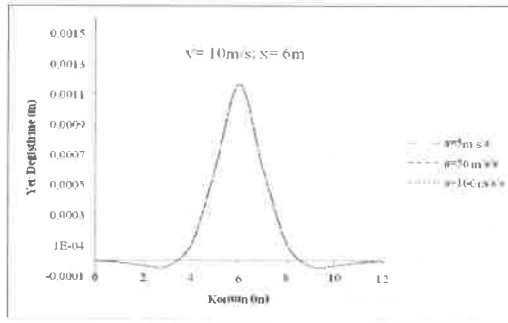
Şekil 4 : Ladislav Friba iki ucu mafsallı sabit mesnetli kiriş karşılaştırması.

Şekil 4' de görülmekte olan grafikte Friba [10] 'nın ivmeli hareket eden tekil yük altında iki ucu mafsallı bir kirişin dinamik davranışına dair vermiş olduğu çözüm ile tez kapsamında önerilen çözüm karşılaştırılmaktadır. Bu karşılaştırma için zeminin kayma ve yay parametreleri sıfırlanmıştır. Önerilen çözümde maksimum çökme değeri 0,295m, Friba(1972) çözümünde ise 0,247m olmaktadır.



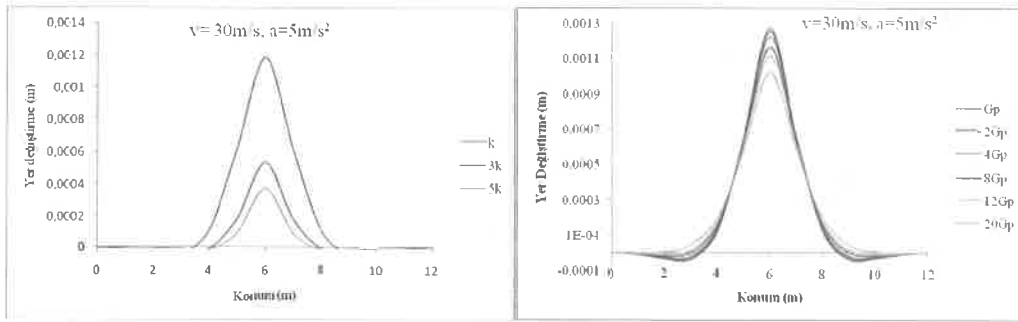
Şekil 5 : Farklı hız değerlerine göre yer değiştirme değişimi.

Şekil 5' de sunulmuş olan grafikte söz konusu problemimiz için farklı hız değerlerinin etkisi görülmektedir. İvme değeri sabit alınmış ve hareketli tekil yükün kirişin ortasına ulaştığı andaki durumu incelenmiştir.



Şekil 6 : Farklı ivme değerlerine göre yer değiştirmenin değişimi.

Yer değiştirmelerin hız büyüklüğündeki değişime verdiği yanıtın incelenmesinin ardından farklı ivme değerlerinde meydana gelecek davranış da şekil 6'da görülmektedir. Grafikte belirgin olmayan bu durum sayılarla ifade edilmek istediğinde $a = 5m/s^2$ için 0,0011626m, $a = 50m/s^2$ için 0,0011634m, $a = 100m/s^2$ için 0,0011643m olmaktadır.



Şekil 7 : Artan k ve G_p parametresine göre yer değiştirme durumları.

Şekil 7'de temel parametrelerimizin ikisinden biri olan yay parametresi k 'nın farklı değerlerine göre yer değiştirmelerin değişimi görülmektedir. Yay parametresinin artışına bağlı olarak zemin rijitliği artmakta ve bunun sonucu olarak yer değiştirmeler azalmaktadır. Söz konusu örneğimizde yay parametresi üç katına çıktığında yer değiştirmelerinde yaklaşık %50 azalmış olduğu görülmektedir. Temel yay parametresinin davranışa katkısının incelenmesinin ardından diğer bir parametre olan kayma yaylanırlığı parametresinin değişiminin etkisi de şekil 7'de görülmektedir. Beklendiği gibi bu parametrenin artışına bağlı olarak yer değiştirmelerin azaldığı görülmektedir. Ancak şek ve şek bakarak k parametresinin G_p parametresine göre daha etkin olduğu söylenebilir.

SONUÇLAR

- ✓ Değişken hızlarla hareket eden ve şiddeti zamanla artan tekil yük altında Pasternak zemini üzerine yerleştirilmiş kirişin dinamik davranışı için kapalı çözüm elde edilmiştir. Çözüm için problemin sınır koşullarına uygun olarak görülen sonlu Fourier sinüs dönüşümü uygulanmış ve sonuç olarak Fourier serisi ile ifade edilebilecek bir fonksiyon elde edilmiştir.
- ✓ İstenen keyfi bir anda deplasmanın şekli kuvvetin konumuna göre simetrik olmaktadır. En büyük çökme hareketli yükün bulunduğu yerde oluşuyor görülmektedir. En büyük yer değiştirme değeri artan hız miktarları ile birlikte küçük farklarla da olsa artmaktadır.

- ✓ Artan hız miktarlarındaki duruma benzer olarak artan ivme miktarları ile beraber en büyük yer değiştirme yine artmaktadır. Ancak kirişin sonlu olması, zamanın çok kısa olması nedeniyle artan ivmelerin hızı artırma etkileri yeteri düzeyde olmamakta ve buna bağlı olarak deplasmanlardaki artış çok küçük olmaktadır. Sonuçlarda sayısal olarak rahatlıkla görülen bu artış grafiksel ölçütlendirmede yeterince ayrıntılı görülmeyebilmektedir. Benzer şekilde negatif ivmelerde de deplasmanlar küçülmektedir.
- ✓ Pasternak zemininde görülen yer değiştirmeler, Winkler zemin modeline göre daha düşük olmaktadır. Bu durum nedeni süreksizlik ile çöken yaylara ek olarak bu yaylar arasındaki kayma etkilerinin de Pasternak modelinde düşünülmesi olmasıdır.
- ✓ Winkler modeline ait olan k yay parametresinin değeri arttıkça rijitlik artmakta ve buna bağlı olarak yer değiştirmeler azalmaktadır.
- ✓ Pasternak modelinde ek olarak gelen kayma yaylanırlığı parametresi G_p nin artışına bağlı olarak yer değiştirmeler azalmaktadır.
- ✓ Hareketli tekil yükün şiddetinin kirişin üzerinde bulunduğu süre içerisinde sürekli artması dolayısı ile yer değiştirmeler de sürekli artmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] Hayır, A., Dynamic Behavior Of An Elastic Beam On A Winkler Foundation Under A Moving Load. *Fifth International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics and Symposium in Honor of Professor I.M. Idriss*, San Diego, California, May 24-29, 2010.
- [2] Arboleda-Monsalve, L. G., Zapata-Medina, D.G., Aristizabal-Ochoa, J.D., Timoshenko beam-column with generalized end conditions on elastic foundation: Dynamic-stiffness matrix and load vector, *Journal of Sound and Vibration*, 310 (2008) 1057-1079.
- [3] CAO Chang-yong, ZHONG Yang, Dynamic response of a beam on a Pasternak foundation and under a moving load [J]. *J Chongqing Univ: Eng Ed* [ISSN 1671-8224], 2008, 7(4): 311-316.
- [4] Nguyen, D. K., Dynamic Response of Prestressed Timoshenko Beams Resting On Two-Parameter Foundation to Moving Harmonic Load, *Technische Mechanik*, Band 28, Heft 3-4, (2008), 237–258.
- [5] Mallik, A.K., Chandra, S., B. Singh, A., Steady-state response of an elastically supported infinite beam to a moving load, *Journal of Sound and Vibration*, 291 (2006) 1148 - 1169
- [6] Kargarnovin, M. H., Younesian, D. ve diğ., Response of beams on nonlinear viscoelastic foundations to harmonic moving loads, *Computers and Structures*, 83 (2005) 1865-1877 Orlando, Florida, USA, April 19-23.
- [7] Sun, L., A closed-form solution of beam on viscoelastic subgrade subjected to moving loads, *Computers and Structures*, 80 (2002) 1-8
- [8] Chen, Y.-H., Huang, Y.-H., ve Shih, C.-T., Response Of An Infinite Timoshenko Beam On A Viscoelastic Foundation To A Harmonic Moving Load, *Journal of Sound and Vibration*, (2001) 241(5), 809-824.
- [9] Sun, L., Dynamic displacement response of beam-type structures to moving line loads, *International Journal of Solids and Structures*, 38 (2001) 8869 - 8878
- [10] Friba, L., *Vibration of Solids and Structures Under Moving Loads*, ASCE Press, 1972, USA, ISBN: 0-7277-2741-9.
- [11] Gradshteyn, I.S., Ryzhik, I.M., *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 1965
- [12] Achenbach, J.D., Sun, C.T., Moving Load On A Flexibly Supported Timoshenko Beam, *Int. J. Solids Structures*, 1965, Vol. 1, pp. 353 to 370. Pergamon Press Ltd.