

**14189**

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ \* FEN BİLİMLERİ ENSTİTUSU**

**MİKRODALGA DİFRAKSYON TOMOGRAFİSİ İÇİN YENİ BİR GÖRÜNTULEME  
ALGORİTMASI VE DİĞER YÖNTEMLERLE KARŞILAŞTIRILMASI**

**DOKTORA TEZİ**

**Y. Müh. Sedef KENT**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih: 7 Aralık 1989**

**Tezin Savunulduğu Tarih : 6 Şubat 1990**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Bingül YAZGAN  
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Ercan TOPUZ  
                          : Doç. Dr. Gökhan UZGOREN**

**W. G.  
Yüksekokulu Kurulu  
Mühendislik Merkezi**

**SUBAT 1989**

## ÖNSÖZ

Bu tez çalışması sırasında sabrı ve özverili yardımçılarıyla bana her zaman destek olan ve yol gösteren hocam Sayın Prof. Dr. Bingül YAZGAN'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarım sırasında yardımlarını esirgemeyen arkadaşım Müh. Selçuk PAKER'e de çok teşekkür ederim.

KASIM 1989

Sedef KENT

## iÇİNDEKİLER

ÖZET.....	V
SUMMARY .....	VI
BÖLÜM 1. GİRİŞ .....	1
1.1. Konu ve Önemi .....	1
1.2. Difraksiyon Tomografisi Konusunda Yapılmış Çalışmaların Kısaca Gözden Geçirilmesi .....	3
1.3. Tezin Amacı ve Kapsamı .....	4
1.4. Matematiksel Temeller .....	6
1.4.1. Born ve Rytov Yaklaşımları .....	10
1.4.2. Fourier Difraksiyon Teoremi .....	12
1.4.3. Görüntüleme İşlemi .....	15
BÖLÜM 2. DAİRESEL ÖLÇME DÜZENİ VE UZAK ALAN KULLANILARAK DİELEKTRİK BİR CISİMİN ELEKTROMAGNETİK DİFRAKSİYON TOMOGRAFİSİ İLE GÖRÜNTÜLENMESİ İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM .....	19
2.1. Giriş .....	19
2.2. Dairesel Ölçme Düzeni için Görüntü Olusturmakta Kullanılabilen Yeni Algoritmanın Geliştirilmesi .....	23
BÖLÜM 3. ÖRNEK UYGULAMALAR : Bilgisayar Yardımıyla Yakın ve Uzak Alanlar için Cisim Fonksiyonlarının Görüntülenmesi .....	30
3.1. Giriş .....	30
3.2. Yakın Saçilan Alan Datası Kullanılarak Bir Düzlem Boyunca Örneklemme Durumunda Görüntüleme .....	31
3.2.1. Tek Tabakalı Örnek Bir Silindire İliskin Cisim Fonksiyonunun Görüntülenmesi .....	31
3.2.2. İki Tabakalı Bir Silindirin Görüntülenmesi .....	33
3.3. Uzak Saçilan Alan Datasının Bir Çizgi Boyunca Örneklenmesi Durumunun İncelenmesi .....	36

3.3.1. İleri Yönde Sacılma Durumunda Cisim Fonksiyonunun Görüntülenmesi .....	36
3.3.2. Uzak Sacılan Alanların Kaynağa Göre Farklı Doğrultularda Bulunan Çizgiler Üzerinde Örneklenmesi Halinde Görüntüleme Algoritması .....	40
3.4. Uzak Alanda Sacılan Alanların İki Paralel Anten Dizisi ile Örneklenmesi Probleminin Arastırılması .....	42
3.5. Dairesel Ölçme Düzeni ve Uzak Alan Algoritması ile Homogen ve Tabakalı Silindirlerin Görüntülenmesi .....	48
3.6. Sonuçların Görüntü Kalitesi Yönünden Karşılaştırılması .....	54
3.7. Dairesel Uzak Alan Algoritmasının Çok Frekanslı Aydınlatma Durumunda Teorik Yönden İncelenmesi .....	55
3.8. Birinci Mertebe Difraksiyon Tomografisinde Görüntü Kalitesini Sınırlayan Faktörler ..	59
<b>SONUÇLAR VE ÖNERİLER</b> .....	61
<b>KAYNAKLAR</b> .....	70
<b>EKLER</b> .....	73
<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	102

## OZET

Mikrodalga difraksiyon tomografisi, dielektrik bir cisimden ileriye veya geriye saçılan elektromagnetik dalgaların örneklemlenmiş değerleri ile o cismin herhangi bir kesitindeki dielektrik sabitlerinin belirlenmesi ve dönüşüm algoritmaları kullanılarak cismin kesitsel görüntüsünün oluşturulması esasına dayanır. Birinci mertebe difraksiyon tomografisinde, saçılan alanlarla ilgili integral denklemin çözümü için yapılan Born ve Rytov yaklaşımıları görüntüleme yöntemini belirli bazı özelliklerini sağlayan cisimlerle sınırlar.

Bu tez çalışmasında, genelde homogen olmayan dielektrik bir cismin görüntülenmesi amacı ile uzak saçilan alanları kullanan yeni bir difraksiyon tomografisi algoritmasının geliştirilmesi ve görüntüleme için uygulanması amaçlanmıştır. Bunun için saçilan alanları analitik olarak bilinen homogen ve tabakalı sonsuz uzun silindirler simülasyon amacı ile kullanılmıştır. Geliştirilen algoritma ile saçilan alanlar uzak alan bölgesinde ve cismi çevreleyen bir daire üzerinde örneklenek cisim fonksiyonlarının görüntülerini çıkarılmıştır. Bu yöntem, frekans uzayında daha geniş bir bölgenin doldurulmasına ve dolayısıyla görüntü kalitesinin iyileşmesine olanak sağlamaktadır. Ayrıca saçilan alanların uzak alanda örneklemesi sonucu cisim fonksiyonu ile saçilan alanları birbirine bağlayan ifadede ortaya çıkan basitleşme yöntemin bilgisayar işlem zamanını azaltmıştır. Limit halde dairesel algoritmaya eşdeğer olan ve saçilan uzak alanların, cismin iki tarafında birbirine paralel sonlu uzunluklu iki çizgi boyunca sıralanmış, hem alıcı, hem de verici olarak çalışan anten dizileri ile örneklemesi durumunda görüntüleme algoritmasının yapısı araştırılmıştır. Uzak alan algoritması, uzak saçilan alanların cisim etrafında kaynakla birlikte döndürülen düz bir çizgi üzerinde örneklemesi hali için uygulanmış ve görüntü çıkarılmıştır. Kaynak sabit tutulup alıcı çizgisi ve cisim döndürüldüğünde algoritmanın göstereceği değişim incelenmiştir. Dairesel görüntüleme algoritması ile elde edilen görüntüler, saçilan alanların cisimden belli bir uzaklıktaki düz bir alıcı çizgisi üzerinde yakın alanda örneklemesine dayanan ve difraksiyon tomografisinde iyi bilinen Fourier difraksiyon izdüşüm algoritmasından bulunan görüntülerle, görüntü kalitesinin bir ölçüsü olan işaret/Gürültü oranı ve Ortalama Karesel Hata yönünden karşılaştırılmıştır. Örnekleme sayısının bu yöntem üzerindeki etkisi Nokta Dağılım Fonksiyonu (PSF) yardımıyla da incelenmiştir. Bütün yöntemler görüntü kalitesi, bilgisayar işlem zamanı ve işgal ettikleri bellek hacmi yönünden karşılaştırılmışlardır.

## SUMMARY

### A NEW ALGORITHM FOR MICROWAVE DIFFRACTION TOMOGRAPHY AND ITS COMPARISON WITH THE OTHER RECONSTRUCTION METHODS

The field of computed tomography involves the nondestructive reconstruction of a slice of an object from measurements made external to the object. There are a variety of ways in which the object is irradiated and in which the measurements are made. Electromagnetic waves are diffracted and refracted when they encounter scattering objects. For this reason the type of tomography is named **diffraction tomography**. Reconstructions can only be accurately obtained when the object under examination is a weakly scattering object. As object complexity increases, reconstruction quality decreases.

Electromagnetic diffraction tomography is the inversion of scattered waves from an object, based on the Helmholtz wave equation. For the case of weak scattering, the first order Born approximation gives the relation between the object function and the scattered fields as

$$E^s(k, \vec{r}) = k^2 \int G(\vec{r} - \vec{r}') O(\vec{r}') E^i(k, \vec{r}') d^2 r' \quad (1)$$

In the two dimensional case the Green's function is written as

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = -(j/4) H_0^{(2)}(k |\vec{r} - \vec{r}'|) \quad (2)$$

where  $H_0^{(2)}(.)$  represents the Hankel function of the second kind and order zero.

Here we used both the far field scattered data and the cylindrical geometry to develop a reconstruction algorithm for microwave imaging.

Let us consider an infinite dielectric cylinder whose axis is taken to be parallel with the z-axis of a rectangular coordinate system. The incident plane wave, propagating in the direction of the unit vector  $\vec{s}_0$ , which is normal to the z-axis is given by

$$E^i(k, \vec{r}) = e^{-jk\vec{s}_0 \cdot \vec{r}} \quad (3)$$

where  $k$  is the wavenumber of the surrounding medium,  $\vec{r}$  is the position vector and  $\exp(+j\omega t)$  is implied. The scattered fields from the object can be measured by a circular antenna array at a constant distance  $|\vec{r}'|$  from the center of the object as shown in Fig:2.2. If we assume that the observation point is in the far field, the distance from the scatter to the receiver point can be simplified as

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'| = (r^2 + r'^2 - 2\vec{r} \cdot \vec{r}')^{1/2} \approx r + \vec{r}' \cdot \vec{s} \quad (4)$$

where  $\vec{s}$  is the unit vector in the opposite direction of  $\vec{r}$ . By using the incident plane wave as in Eqn. (3) and the Hankel function representation of the Green's function in Eqn. (1) the scattered field is obtained as

$$E^s(k, \vec{r}) = (jk^2/4) \int H_s^{(2)}(kR) O(\vec{r}') e^{-jk(\vec{s}_0 \cdot \vec{r}')} d^2 r' \quad (5)$$

Since we assumed that the receiver point is in the far field region, the asymptotic expansion of the Hankel function can be used to obtain,

$$E^s(k, \vec{r}) \approx -j \sqrt{\frac{k^3}{8\pi r}} e^{j\pi/4} e^{-jkr} \int O(\vec{r}') e^{-jk(\vec{s}_0 + \vec{s}) \cdot \vec{r}'} d^2 r' \quad (6)$$

The integral term in Eqn. (6) represents the two dimensional (2-D) Fourier transformation of the object function  $O(\vec{r}')$ . In this case, the relation between the far field scattered wave and the 2-D Fourier transform of the object function can be obtained as

$$E^s(k, \vec{r}) = -jk^{3/2} |e^{j\pi/4} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{8\pi r}} O(k(\vec{s} + \vec{s}_0))| \quad (7)$$

Since the distance  $r$  is constant in the proposed circular antenna array, the multiplicative terms in Eqn. (7) yield a constant factor. To obtain the  $O(x, y)$  distribution of the object function in Cartesian coordinate system, by inverse transformation, first the location of the  $O(k(\vec{s} + \vec{s}_0))$  in the  $O(u, v)$  frequency domain must be found.

In the circular antenna array every antenna element in its turn, is considered to be the transmitter, while the others are receivers. Let the angle between the direction of propagation of the plane wave (given by  $\vec{s}_o$ ) and the horizontal axis be  $X_o$ . Similarly, let the angle between the antenna position vector  $\vec{s}$  and the horizontal axis be  $X$ . The known values of the Fourier transform  $\bar{O}(k(\vec{s}+\vec{s}_o))$  of the object function are on a circle as shown in Fig:2.3. This circle has its center at  $k\vec{s}_o$ , and its radius is  $k$ . When the angle  $X$  changes with the receiver antenna element, the circle also changes position, but its radius  $k$  remains constant. When the circular antenna array has regular constant spacing, the points on the circle given by  $k(\vec{s}+\vec{s}_o)$  are also arranged regularly, with the incremental angle between subsequent points being constant. A point on the circle can be shown with the vector  $\vec{K}$  given by

$$\vec{K} = k\vec{s}_o + k\vec{s} = |\vec{K}| e^{j\alpha} \quad (8)$$

The equations of the circle on the  $(u,v)$ -plane can be written as

$$(u - k \cdot \cos X_o)^2 + (v - k \cdot \sin X_o)^2 = k^2 \quad (9)$$

Thus the center of the circle is at  $(k \cdot \cos X_o, k \cdot \sin X_o)$ . As the angle  $X_o$  changes, so does the center of the circle. Since

$$\begin{aligned} |\vec{K}| \cdot \cos \alpha &= k \cdot \cos X_o + k \cdot \cos X \\ |\vec{K}| \cdot \sin \alpha &= k \cdot \sin X_o + k \cdot \sin X \end{aligned} \quad (10)$$

the amplitude  $|\vec{K}|$  and the angle  $\alpha$  between  $\vec{K}$  and the horizontal axis can be written as

$$|\vec{K}| = k \sqrt{2(1 + \cos(X_o - X))} \quad (11)$$

$$\alpha = \arctan \left\{ \frac{\sin X_o + \sin X}{\cos X_o + \cos X} \right\} \quad (12)$$

The denominator of Eqn. (12) is zero when

$$\begin{aligned} \cos X_o &= -\cos X \\ \text{or} \\ \cos X_o &= 0 \text{ and } \cos X = 0. \end{aligned}$$

The first case is obtained when  $X_o - X = \pi$ , thus  $\cos(X_o - X) = -1$ . Then  $|\vec{K}| = 0$  according to Eqn. (11). The second case is obtained when  $X_o = n\pi/2$ ,  $X = m\pi/2$  with  $m, n$

being odd positive integers. If  $m=n$  then  $\alpha=n\pi/2$ . When  $m \neq n, X_0 = \pm \pi$ , and thus  $|K|=0$ . Then, there is no need to compute  $\alpha$  for both cases.

In summary, each set of data obtained when one of the antenna elements transmit while others receive results in a circle in the frequency plane of diameter  $2k$ . If there are  $N$  antenna elements, the received field values are measured at all the elements for each element used as the transmitter. This means the field values  $E^s(s_i, s_j)$  can be considered to be the result of one transmitter-receiver configuration. These values are converted into the frequency domain, using Eqn. (11)-(12). The wave vector matrix elements can be written as  $K(i, j)$  and  $\alpha(i, j)$ .  $\alpha(i, j)$  is the phase matrix representing the angles of  $K$ . The  $i, j$  denote the numbers of the transmitter and the receiver, respectively.

In Fig:2.3, a 4-element antenna array and the location of the circles in the frequency domain is shown. There are some pairs of points with same  $|K|$  values but different angles at each circle. To separate these points from each other, the circle can be divided into two halves as shown in Fig:2.3. The  $|K|$  values are assumed to be positive at upper half and negative at lower half of the circle. Then  $K(i, j)$  matrix is rearranged with the negative elements. The phase matrix  $\alpha(i, j)$  corresponding the new  $K(i, j)$  is also rearranged between  $0-2\pi$  as an  $N \times N$  matrix.

To determine the object function  $\bar{Q}(K, \alpha)$  which represents the locus of points of  $E^s(i, j)$  in frequency domain the following steps should be taken:

i- An alfa(i) vector is set up as

$$\text{alfa}(i) = (i-1) \pi / N \quad \text{for } i=1, \dots, 2N$$

ii- To obtain the sampled  $K$  values, a  $\bar{K}(j)$  vector is formed. Each element of these vector must be equal to the projection of the  $K(i, j)$  points on the  $u$ -axis. Then for a point  $(i, j)$  in frequency domain, one can write,

$$Q(i, j) = \begin{cases} E^s(k, l), & \text{if } K(k, l) = \bar{K}(j) \text{ and } \alpha(k, l) = \text{alfa}(i) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

The resulting  $\bar{Q}(K, \alpha)$  will be a  $2N \times 2N$  matrix. To obtain the object function on a rectangular grid as required by the 2-D inverse FFT algorithm, the nearest-neighbor

interpolation technique is used. By taking the 2-D inverse FFT of the resulting  $\bar{O}(u,v)$  matrix, the object function  $O(x,y)$  is obtained.

Chapter 1 is an introduction to microwave diffraction tomography reconstruction problem. In this chapter, electromagnetic diffraction tomography is defined and the previous studies are briefly reviewed. Basic contents of the thesis are also outlined. In Section 1.4, object function and the integral equation, showing the relation between the scattered fields and the object function are described. First order Born and Rytov's approximations to solve the integral equation are also given. Then, the Fourier Diffraction Theorem which is the fundamental concept of the diffraction tomography is introduced and the reconstruction procedure is examined.

In Chapter 2 a new reconstruction algorithm is presented for the circular data sampling system geometry and electromagnetic far field scattered data from a dielectric object.

Chapter 3 covers the reconstructed images of the objects that obtained by using the near and far scattered fields for the algorithm based on the Fourier Diffraction Theorem and the new far field circular geometry algorithm respectively. The obtained results are compared using image quality parameters such as Mean Squared Error (MSE) and Signal to Noise Ratio (SNR). The performance of the tomographic imaging technique based on the circular measurement geometry is examined by a computer-aided reconstruction of the point spread function (PSF), taking into account the effect of the number of the frequency values of the exploring radiation.

The reconstruction procedure by using Fourier Diffraction Theorem and interpolation techniques, the numerical calculations of the scattered fields for the homogeneous and layered dielectric cylinders, the iterative techniques that more accurately model the scattered fields, the flow charts of the computer programs, the image quality criteria and the effect of the distance to the scattered fields are given as appendices.

Finally, in the last section the obtained results are compared with each other. The MSE for the reconstructed object function of the two layered infinitely long circular cylinder obtained via conventional near field planar geometry is equal to %3.686 (Fig:3.3) and for the image quality of the same cylinder one obtains MSE=%3.468 (Fig:3.17) by using far field scattered data and cylindrical geometry. Signal to Noise Ratios of these images are 10.75 dB for the first case

and 12.40 dB for the circular geometry. For planar sampling geometry the required computer processing time is longer than that for the circular case.

For the reconstructed image (Fig:3.9) obtained by using the forward far field scattered data at a line perpendicular to the direction of the incident wave as given in Section 3.3, the MSE is equal to 7.360 and SNR is 10.681. Finally the value of MSE for the three layered cylinder (as shown in Fig:3.18) is %5.40 and SNR is equal to 11.762 dB for the circular geometry far field algorithm.

## BÖLÜM 1. Giriş

### 1.1. Konu ve Önemi

Elektromagnetik veya akustik dalgalar kullanılarak gerçekleştirilen ters saçılma yöntemleri, bir cismin doğrudan ölçme yoluyla belirlenemeyen çeşitli fizikal özelliklerinin bulunmasına imkan verir. Doğrudan ölçme tekniğinin pahalı veya araştırılan bölgeye erişmenin imkansız olduğu durumlarda ilgilenilen cismin özelliklerini dolaylı yoldan bulmak gereklidir. Bu tür yöntemler günümüzde tıp, tahribatsız deneyler, geofizik araştırmalar ve benzeri uygulamalarda çok büyük yararlar sağlayabilmektedir.

Genel ters saçılma problemlerinde bilinmeyen fizikal özellikler cismin geometrisi ve malzeme parametrelerinin uzaysal dağılımıdır. Bu amaçla araştırılan cisim nüfuz edebilecek bir dalga gönderilir. Cisimden saçılan alanın uzaktan ölçülmesiyle o cismin çeşitli özelliklerinin belirlenmesi istenir. Bilinen bir cisimden saçılan alanların belirlenmesi ise yine çok önemli bir konu olan saçılma problemini oluşturur. Cisme uygulanan dalga kullanım alanına göre elektromagnetik, akustik veya elastik dalgalar olabilir.

Tomografi, bir cismin bir dalga kaynağı ile farklı doğrultularda aydınlatılması durumunda cisimden transmisyon veya refleksiyon yolu ile saçılan alanların

data olarak toplanması ve bu data yardımı ile cismin belli bir kesit görüntüsünün bilgisayarla çıkarılmasıdır.

Görüntülenmesi istenen cisimdeki homogensizlikler, cisim aydınlatan kaynağın ürettiği dalganın dalgaboyu mertebesinde veya daha küçük ise geometrik optik kullanılamaz ve difraksiyon tomografisi adını alan bu durumda çözümün dalga denklemlerinden hareketle belirlenmesi gereklidir. Difraksiyon tomografisinde kullanılan görüntüleme algoritmaları seri açınım algoritması, Fourier difraksiyon izdüşüm algoritması ve filtreli ters propagasyon algoritmalarıdır.

Akustik ve elektromagnetik dalgalarla gerçekleştirilebilen difraksiyon tomografisi saçılan alanın ölçülmeye şekline göre de sınıflandırılabilir. Cisimden ileri yönde, yani aydınlatan dalganın propagasyon doğrultusu ile aynı yönde saçılan alanların data olarak değerlendirilmesi transmisyon, geriye doğru saçılan alanların toplanması ve bunların kullanılması ise refleksiyon tipi tomografinin ana özellikleridir ve bu yöntemler farklı görüntüleme algoritmaları kullanılmasını gerektirirler [1]-[2].

Difraksiyon tomografisinde dalga denklemi bazı yaklaşıklıklar altında çözülerek, cisim fiziksel özelliklerini karakterize eden cisim fonksiyonu ile cisimden saçılan alanlar arasındaki ilişki belirlenir. Elde edilen integral denklemden cisim fonksiyonunun görüntüsü çeşitli işaret işleme tekniklerinden yararlanarak oluşturulur.

Difraksiyon tomografisi, X-ışınılı tomografi [3] ile karşılaştırıldığında, kullanılan dalgaların iyonize edici olmaması nedeniyle, örneğin tipta zararlı olmayan

bir alternatif yöntem olarak düşünülebilir. Ancak difraksiyon tomografisi zayıf saçıcı cisimler için iyi görüntü vermekte, cismin kompleksliği arttıkça görüntü kalitesi bozulmaktadır.

### 1.2. Difraksiyon Tomografisi Konusunda Yapılmış Çalışmaların Kısaca Gözden Geçirilmesi

Difraksiyon tomografisi ile cisimlerin görüntülenmesi tekniği, Wolf'un [4] 1969 yılında akustik dalga denklemelerini birinci mertebe Born yaklaşımı altında çözmeye başlamıştır. Burada Wolf aslında bir ters saçılma probleminden ibaret olan, zayıf saçıcı ve yarıgeçirgen bir cismin üç boyutta halografik olarak belirlenmesi şeklinde ifade edilen probleme bir çözüm getirmiştir. Iwata ve Nagata [5] 1975'te aynı problemin çözümünü Rytov yaklaşımına dayanarak gerçekleştirmişlerdir. Mueller ve Kaveh [6] 1979 yılında difraksiyon yol ile görüntülemenin simülasyonu ve deneysel düzenini ilk gerçekleştiren bilim adamları olmuşlardır. 1983'te ise Pan ve Kak [7] Fourier difraksiyon izdüşüm teoremini ortaya atmışlar ve 1982'de Devaney [8] tarafından geliştirilen "filtreli ters propagasyon algoritması" ile karşılaştırmasını yapmışlardır. 1982'de Kenu [9] Mueller'in yöntemini çok frekanslı olarak uygulamıştır.

Bu tekninin elektromagnetik mikrodalga tomografisine uygulanması, hava ortamındaki cisimler için Adams ve Anderson [10], su içindeki biyolojik cisimler için ise Baribaud [11] ve Bolomey [12] tarafından yapılmıştır. Slaney, Kak ve Larsen [13] ayrıntılı bir bilgisayar simülasyonu ile görüntülemenin cismin fiziksel boyutları ve kırılma indisine bağlı olarak

sınırlarını ortaya koymuşlardır. Poaloni [14] ise bu tür difraksiyon tomografisi ile görüntülemede cisimdeki ve ortamındaki zayıflamaların etkilerini incelemiştir.

1985'te Jofre ve diğer araştırmacılar [15] yakın alanda, saçilan alan datasını bir alici çizgisi üzerinde örnekleerek toplamak yerine, cismi dairesel olarak çevreleyen antenler aracılığı ile görüntü oluşturacak bir algoritma geliştirmiştirlerdir. Bu problemden yeterli sayıda saçilan alan datası ölçülmesi halinde cismin döndürülmesine gerek kalmamaktadır.

Chu ve Farhat [16] 1988'de mikrodalgalarla tomografik görüntüleme için birden fazla frekansta ve uzak alanda ölçme yöntemini kullanmışlardır.

### 1.3. Tezin Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada, dielektrik sabiti ve geometrisi bilinmeyen, genelde homogen olmayan dielektrik bir cisim uygulanan düzlemsel elektromagnetik dalganın saçılması sonucunda oluşan saçilan alanların uzak alan bölgesinde dairesel bir ölçme düzeni ile örnekleerek alınması ve bu datadan yararlanarak cismin görüntülenmesi ana problem olarak ele alınmıştır. Tezde amaçlanan, cisimden saçilan alanları yakın alan bölgesinde ve doğrusal bir çizgi üzerinde örneklemek yerine, uzak alanda ve cismi çevreleyen çember üzerinde örnekleerek, bu hal için cisim fonksiyonu ile saçilan alanlar arasındaki bağıntıyı bulduktan sonra uygun görüntüleme algoritmasını geliştirmektir. Bu algoritma ile bilgisayardan yararlanarak görüntü elde edilmesi ve bu görüntünün bilinen diğer örnekleme düzenleri ile elde edilenlerle

karsılaştırılması, bilgisayar zamanı ve görüntü kalitesinin araştırılması ve iyileştirilmesi, problemin diğer parçalarını oluşturmaktadır.

Elektromagnetik dalga denklemının çözümünde yapılan Born ve Rytov yaklaşıklıklarının, görüntülenecek cismin boyut ve kırılma indisi gibi özelliklerini sınırladığı da göz önüne alınarak, bu yaklaşıklıkların geçerlilik bölgesi içinde bulunan ve özellikleri sadece iki boyutta değişim gösteren cisimler seclerek görüntülenmiştir.

Tezin birinci bölümünde difraksiyon tomografisi tanıtılmış, dalga denkleminden elde edilen integral denklemin çözümünde yapılan yaklaşıklıklar ve Fourier Difraksiyon teoremi ile görüntüleme işlemi incelenmiştir.

İkinci bölümde, dielektrik bir cismin, elektromagnetik difraksiyon tomografisi ile uzak alanda ve dairesel ölçme düzeni yardımı ile görüntülenmesini sağlayacak yeni bir algoritma geliştirilmiştir.

İkinci bölümde geliştirilen algoritmanın verdiği sonuçların, Fourier Difraksiyon teoremine dayalı algoritmadan elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması ise Üçüncü bölümde yapılmıştır. Bu bölümde Fourier Difraksiyon teoremi ile yakın alanda ve düz bir çizgi boyunca saçılan alanların örneklendiği hal için elde edilen tek ve iki tabaklı sonsuz uzun silindirlerin yanısıra, uzak alanda da iki tabaklı bir silindirin görüntüsü çıkarılmış, sonsuz uzun iki paralel örnekleme dizisi arasına bir cismin yerleştirildiği durumda ve dairesel ölçme düzeni kullanıldığında frekans uzayının nasıl doldurulduğu incelenmiştir. Uzak saçılan alanların cisim etrafında döndürülen düz bir çizgi üzerinde örnekleneerek görüntü oluşturulması ise kaynağın sabit tutulduğu durum ve alıcı çizgisi ile birlikte döndürüldüğü hal için araştırılmıştır. Dairesel ve düz

bir çizgi boyunca örneklemeye halinde elde edilen görüntüler kalite yönünden birbirleri ile karşılaştırılmıştır.

Son bölümde ise elde edilen sonuçlar kapsamlı bir şekilde değerlendirilmiştir.

Çalışmada elektromagnetik dalgaların zamana bağımlılığı  $\exp(+j\omega t)$  alınmıştır. Görüntülenecek cisim kırılma indisini sadece iki boyutta yani  $(x, y)$ ’de değişim gösterecek şekilde seçilmiştir. Cismi aydınlatan elektrik alanının z-yönünde polarize olması ise vektör dalga denkleminin skaler Helmholtz denklemine indirgenmesini sağlamıştır.

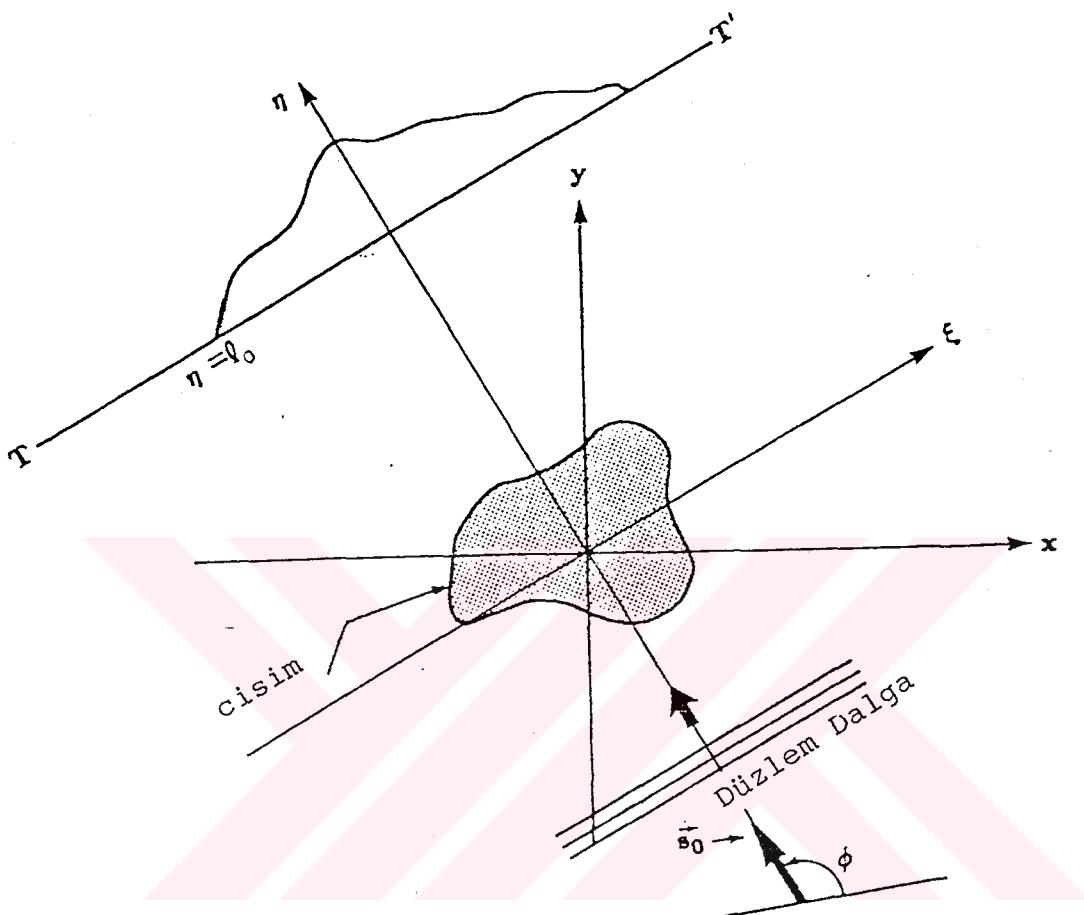
#### 1.4. Matematiksel Temeller

Özellikleri sadece  $(x-y)$  düzleminde değişiklik gösteren (z yönünde sonsuz uzun) bir cisim Şekil 1.1’de görüldüğü gibi  $\vec{E}$  doğrultusunda propagasyon yapan z polarizasyonlu bir düzlemsel elektromagnetik dalga ile aydınlatılmaktadır. Ortam parametreleri  $\epsilon_{or}, \mu_{or}$  ve cisim parametreleri  $\epsilon(x,y), \mu(x,y)$  alınmıştır.  $\vec{E}$  ve  $\vec{H}$  ile gösterilen toplam elektrik ve magnetik alan

$$\vec{E} = \vec{E}' + \vec{E}'' \quad (1.1)$$

$$\vec{H} = \vec{H}' + \vec{H}'' \quad (1.2)$$

bağıntıları ile ifade edilebilir.  $\vec{E}'$  ve  $\vec{H}'$  inhomogen bölgede endüklenen polarizasyon akımlarının yarattığı saçılan alanları,  $\vec{E}''$  ve  $\vec{H}''$  ise cisim uygulanan gelen alanları göstermektedir.  $\vec{E}''$  z polarizasyonlu olduğundan,  $\vec{E}'$  ve  $\vec{E}''$  de z polarizasyonludur. z ekseni yönündeki birim vektör  $\hat{e}_z$  ile gösterilirse, gelen alanlar



Şekil:1.1- Cisimin düzlem dalga ile aydınlatılması

$$\vec{E}^t = \vec{e}_z E_o \exp(-jk\vec{s}_o \cdot \vec{r}) \quad (1.3)$$

$$\vec{H}^t = (\vec{s}_o \times \vec{e}_z) \frac{E_o}{\eta_o} \exp(-jk\vec{s}_o \cdot \vec{r}) \quad (1.4)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $E_o$  elektrik alanın genliğini gösteren bir sabit,  $\eta_o$  serbest uzay dalga empedansı,  $k$  cismi çevreleyen ortamdağı dalga sayısıdır ve

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_{or}}} \quad (1.5)$$

$$k = 2\frac{\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r'} \quad (1.6)$$

bağıntıları ile tanımlanır,  $\lambda$  ortam dalgaboyu,  $c$  boşluk dalga hızı,  $\omega$  açısal frekans,  $\epsilon_r'$  ortamın bağıl dielektrik sabitidir. Bu çalışmada ortam boşluk alındığından  $\epsilon_r' = 1$  'dir.

Difraksiyon tomografisinde görüntülenmesi istenen cisim fonksiyonu, cismin dielektrik sabiti  $\epsilon(\vec{r})$  ile ilişkilidir ve

$$O(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r})/\epsilon_0 - 1 = \epsilon_r(\vec{r}) - 1 \quad (1.7)$$

şeklinde tanımlanır. Cismin dışında ise

$$O(\vec{r}) = 0 \quad (1.8)$$

dır. Ele alınan problemde  $\mu(r) = \mu_0$  ve uyarıcı kaynaklar sonsuzda olduğundan,

$$j\omega \epsilon(\vec{r}) \vec{E} - \nabla \times \vec{H} = 0 \quad (1.9.a)$$

$$\nabla \times \vec{E} + j\omega \mu_0 \vec{H} = 0 \quad (1.9.b)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon(\vec{r}) \vec{E}) = 0 \quad (1.9.c)$$

$$\nabla \cdot (\vec{H}) = 0 \quad (1.9.d)$$

yazılır. (1.9)'un ilk iki denkleminin rotasyoneli alınır ve ifadeler düzenlenirse,

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} - \omega^2 \epsilon(\vec{r}) \mu_0 \vec{E} = 0 \quad (1.10.a)$$

$$-\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{H}) + \nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \epsilon(\vec{r}) \mu_0 \vec{H} = 0 \quad (1.10.b)$$

elde edilir. (1.9)'un son iki denkleminden ise

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{\nabla \epsilon(\vec{r})}{\epsilon(\vec{r})} \cdot \vec{E} \quad (1.11.a)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (1.11.b)$$

olduğu görülmektedir. Böylece,

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \epsilon_r(\vec{r}) \vec{E} + \nabla \left( \frac{\nabla \epsilon(\vec{r})}{\epsilon(\vec{r})} \cdot \vec{E} \right) = 0 \quad (1.12.a)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \epsilon_r(\vec{r}) \cdot \vec{H} = 0 \quad (1.12.b)$$

bağıntıları elde edilir. (1.12.a)'nin son teriminde  $\vec{E}$  sadece  $z$ -bileşenine sahip olduğundan parantez içindeki skaler çarpım sıfır eşittir. Bu durumda elde edilen Helmholtz denklemi

$$[\nabla^2 + k^2 \epsilon_r(\vec{r})] \vec{E} = 0 \quad (1.13)$$

dir. Toplam alanı gösteren  $\vec{E}$  yerine (1.1)'deki ifade konur ve  $E^i$ 'nin de skaler Helmholtz denklemini sağladığı göz önüne alınırsa, (1.7) yardımıyla,

$$[\nabla^2 + k^2] \vec{E}^s = k^2 (1 - \epsilon_r(\vec{r})) \vec{E} = -k^2 O(\vec{r}) \vec{E} \quad (1.14)$$

elde edilir.

(1.14) ifadesi Green fonksiyonu yardımıyla integral denkleme indirgenir,

$$\vec{E}^s = k^2 \int G(\vec{r} - \vec{r}') O(\vec{r}') \vec{E}(\vec{r}') d^2 r' \quad (1.15)$$

integral içindeki  $\vec{E}$  toplam alanı  $\vec{E}_i + \vec{E}_s$ 'e eşit olduğundan (1.15) denkleminden saçılan alanın açık ifadesini elde etmek ancak bazı yaklaşıklıklar altında mümkündür.

#### 1.4.1. Born ve Rytov Yaklaşımları

Zayıf etkileşim durumunda cisim içinde gelen alanın genliği saçılan alanın genliğine nazaran çok daha büyüktür. Yani  $|E'| \ll |E|$  yazılabilir. Dolayısıyla (1.15) ifadesinde integral içindeki toplam alan yerine, saçılan alan teriminin ihmali ile, gelen alan yazılarak,

$$\vec{E}' \approx E'_B = k^2 \int G(\vec{r} - \vec{r}') O(\vec{r}') E'(\vec{r}') d^2 r' \quad (1.16)$$

elde edilir. Saçilan alan teriminin ihmali edilmesiyle yapılan bu yaklaşımı Born yaklaşımı adı verilir ve daha önce de belirtildiği gibi sadece zayıf saçılma durumunda geçerlidir [7]. Böylece (1.16) ifadesi ile, birinci mertebeden Born yaklaşımı altında, saçilan alanı cisim fonksiyonuna bağlayan ifade elde edilmiş olur.

(1.16) ifadesinde integral içindeki  $\vec{E}'$  yerine  $\vec{E}_i + \vec{E}_{B,i}$  'in yazılması yapılan Born yaklaşımını daha da iyileştirecektir. Bu durumda

$$E_B^{(2)}(\vec{r}) = k^2 \int G(\vec{r} - \vec{r}') O(\vec{r}') [E'(\vec{r}') + E_{B,i}(\vec{r}')] d^2 r' \quad (1.17)$$

ve genel olarak  $(i+1)$ . mertebe Born yaklaşımı için

$$E_B^{(i+1)}(\vec{r}) = k^2 \int G(\vec{r} - \vec{r}') O(\vec{r}') [E'(\vec{r}') + E_B^{(i)}(\vec{r}')] d^2 r' \quad (1.18)$$

bağıntıları verilebilir [13].

integral denklemin çözümünde Born yaklaşımının yanısıra Rytov yaklaşımı da yapılabılır [13]-[17]. Bu yaklaşımda toplam alan üstel bir fonksiyon olarak

$$\psi = e^{\Phi(\vec{r})} \quad (1.19)$$

şeklinde gösterilir. Toplam kompleks faz

$$\Phi(\vec{r}) = \Phi_t(\vec{r}) + \Phi_s(\vec{r}) \quad (1.20)$$

gelen ve saçılan alana ilişkin kompleks faz fonksiyonlarının toplamına eşittir. Gelen alan ise

$$\psi^t = e^{\Phi_t(\vec{r})} \quad (1.21)$$

şeklinde tanımlıdır. (1.19) ifadesi dalga denkleminde yerine konur ve ara işlemler yapılırsa, integral denklem [17]’de de verildiği üzere,

$$\Phi_s(\vec{r}) = \frac{k^2}{E^t(\vec{r})} \int G(\vec{r} - \vec{r}') E^t(\vec{r}') [(\nabla \Phi_s)^2 + O(\vec{r}')] d^2 r' \quad (1.22)$$

şeklinde ortaya çıkar. Burada  $\Phi_s$  saçılan alana ilişkin faz fonksiyonudur. Cisim içinde,  $\nabla \Phi_s$ ’in değişimi cisim fonksiyonunun genliği yanında ihmal edilebiliyorsa,

$$\Phi_s(\vec{r}) = \frac{k^2}{E^t(\vec{r})} \int G(\vec{r} - \vec{r}') E^t(\vec{r}') O(\vec{r}') d^2 r' \quad (1.23)$$

bağıntısı elde edilir. Dolayısıyla bu yaklaşım cisinden saçılan alanlarda gözlenen faz değişiminin küçük olması gerektiğini göstermektedir.

#### 1.4.2. Fourier Difraksiyon Teoremi

Pan ve Kak tarafından geliştirilen ve difraksiyon tomografisinin temelini teşkil eden bu teorem aşağıdaki gibi ifade edilebilir [7]:

$z$ -doğrultusunda bir değişim göstermeyen, sonsuz uzun ve kesit dağılımı  $\delta(x, y)$  cisim fonksiyonu ile verilen bir cisim, Şekil 1.2'de görüldüğü gibi  $z$ -polarizasyonlu düzlemsel bir elektrik alanı ile aydınlatılmaktadır. Bu durumda dalganın propagasyon doğrultusuna dik bir  $TT'$  hattı boyunca ölçülen saçılan alanların Fourier dönüşümü, cismin, frekans domeninde bir yay parçası üzerinde iki boyutlu Fourier dönüşümüne esittir.

Bu teorem saçılmanın zayıf olduğu hallerde geçerlidir.

Zayıf saçıcı bir cisimden saçılan alan için Born yaklaşımı altında elde edilen (1.16) ifadesinde serbest uzay Green fonksiyonu

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = -\frac{i}{4} H_o^{(2)}(k |\vec{r} - \vec{r}'|) \quad (1.24)$$

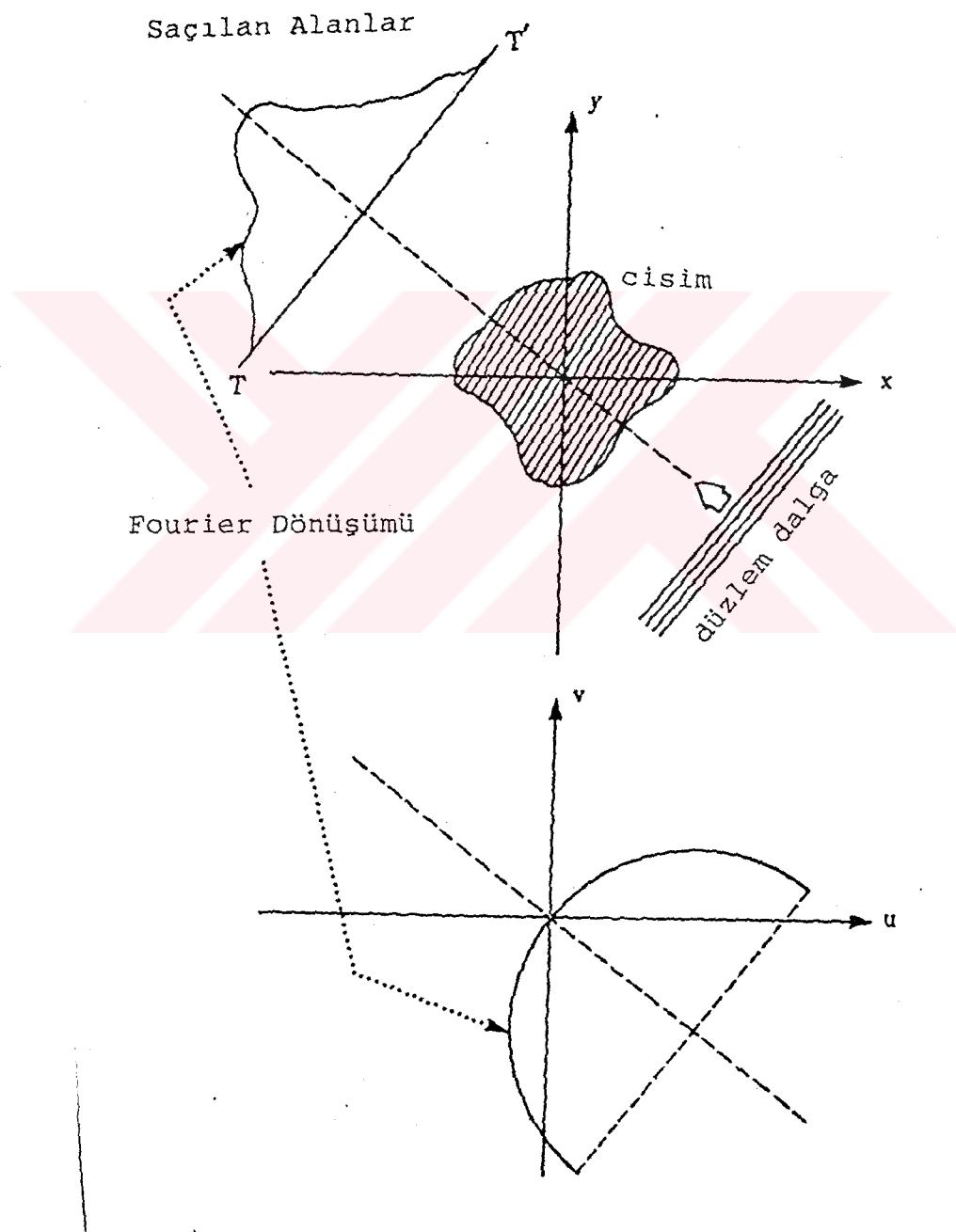
olarak yazılabilir. Hankel fonksiyonu ise  $r=(x, y)$ ,  $r'=(x', y')$  olmak üzere,

$$H_o^{(2)}(k |\vec{r} - \vec{r}'|) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\beta} \exp(-j[\alpha(x - x') + \beta |y - y'|]) d\alpha \quad (1.25)$$

bağıntısı ile verilebilir [17]. Burada

$$\beta = \sqrt{k^2 - \alpha^2} \quad (1.26)$$

dir.



Şekil:1.2- Fourier difraksiyon izdüşüm Teoremi

Frekans domeninde  $\alpha$  parametresi  $-k < \alpha < k$  aralığında değiştiğinde  $k$  da reel olduğundan,  $\beta$  ( $0-k$ ) aralığında reel değerler alır. Gelen dalganın propagasyon doğrultusu  $\vec{s}_o$ 'in yatay eksenle yaptığı açı  $\phi$  ise, ( $E_o=1$  kabulü ile)

$$E_x^t = e^{-jks_o \cdot \vec{r}} = e^{-jk(x \cos \phi + y \sin \phi)} \quad (1.27)$$

olur. Bu durumda frekans domenindeki bir  $(u, v)$  noktası  $u = -\alpha + k \cos \phi, v = -\beta + k \sin \phi$  ile tanımlı olmak üzere

$$(-u + k \cos \phi)^2 + (-v + k \sin \phi)^2 = \alpha^2 + \beta^2 = k^2 \quad (1.28)$$

cemberinin bir parçasını çizer. Saçilan alanların ölçüldüğü, bir  $y=l_o$  doğrusu üzerinde (1.16) bağıntısı (1.24), (1.25) ve (1.27) yardımıyla,

$$E_B^t(x, y = l_o) = -\frac{jk^2}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha \int \frac{O(\vec{r})}{\beta} e^{-j[\alpha(x - x') + \beta(l_o - y)]} e^{-jk(x' \cos \phi + y' \sin \phi)} d^2 r' \quad (1.29)$$

yazılır.  $l_o$  doğrusu cismin dışındadır. İçteki integral cisim fonksiyonunun  $(\alpha - k \cos \phi, \beta - k \sin \phi)$  frekansındaki iki boyutlu Fourier dönüşümüdür. (1.29) bağıntısının  $x'$  e göre Fourier dönüşümü alınır ve ara işlemler yapılrsa, saçilan alanın merkezden  $l_o$  uzaklığında doğrusal hat üzerinde ölçülen değerlerinin Fourier dönüşümü

$$E_B^t(\alpha, l_o) = -\frac{jk^2}{2\sqrt{k^2 - \alpha^2}} e^{-j\sqrt{k^2 - \alpha^2} l_o} O(\alpha - k \cos \phi, \sqrt{k^2 - \alpha^2} - k \sin \phi) \quad (1.30)$$

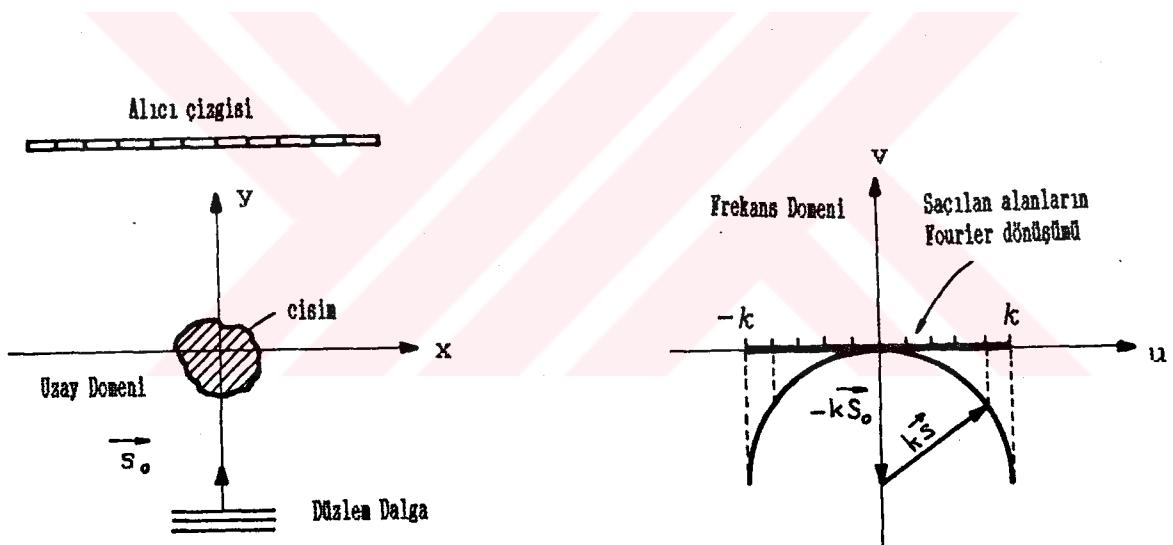
olarak bulunur. Pozitif  $y$ -ekseni doğrultusunda propagasyon yapan bir düzlem dalga için bu bağıntı,  $\phi = \pi/2$  konularak

$$E_B^t(\alpha, l_o) = -\frac{jk^2}{2\sqrt{k^2 - \alpha^2}} e^{-j\sqrt{k^2 - \alpha^2} l_o} O(\alpha, \sqrt{k^2 - \alpha^2} - k) \quad (1.31)$$

halini alır.  $|k| < k$  için  $\omega$  hattında ölçülen verilerin Fourier dönüşümlerinin yer aldığı yay parçaları frekans uzayında  $\sqrt{2}k$  yarıçaplı bir bölge oluştururlar.

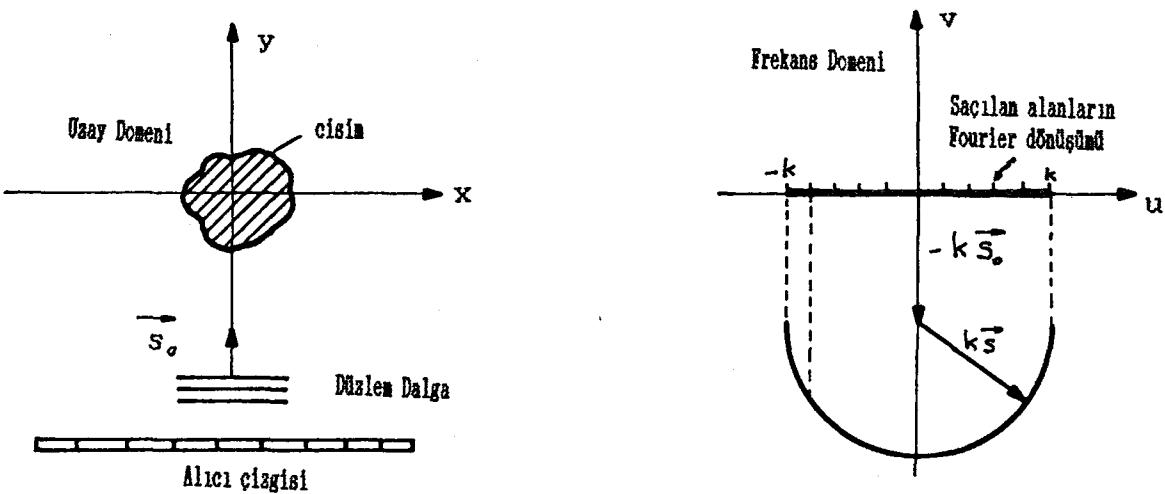
#### 1.4.3. Görüntüleme işlemi

Fourier Difraksiyon teoremi uyarınca, Şekil:1.3.a'daki gibi  $\vec{s}_0$  doğrultusunda propagasyon yapan düzlem dalga ile aydınlatılan bir cisimden ileri yönde saçılan alanların Fourier dönüşümü  $-k\vec{s}_0$  merkezli ve orijinden gecen yay parçası üzerinde yer alır.



Şekil:1.3.a- Transmisyon tipi difraksiyon tomografisinde deney düzeni ve frekans uzayında saçılan alanların Fourier dönüşümünün yay üzerine izdüşürülmesi

Sacılan alanların cismin aydınlatıldığı yerden alınmasına karşılık gelen refleksiyon tomografisinde ise [1]-[2], Şekil:1.3.b'de gösterilen yay parçası elde edilir.



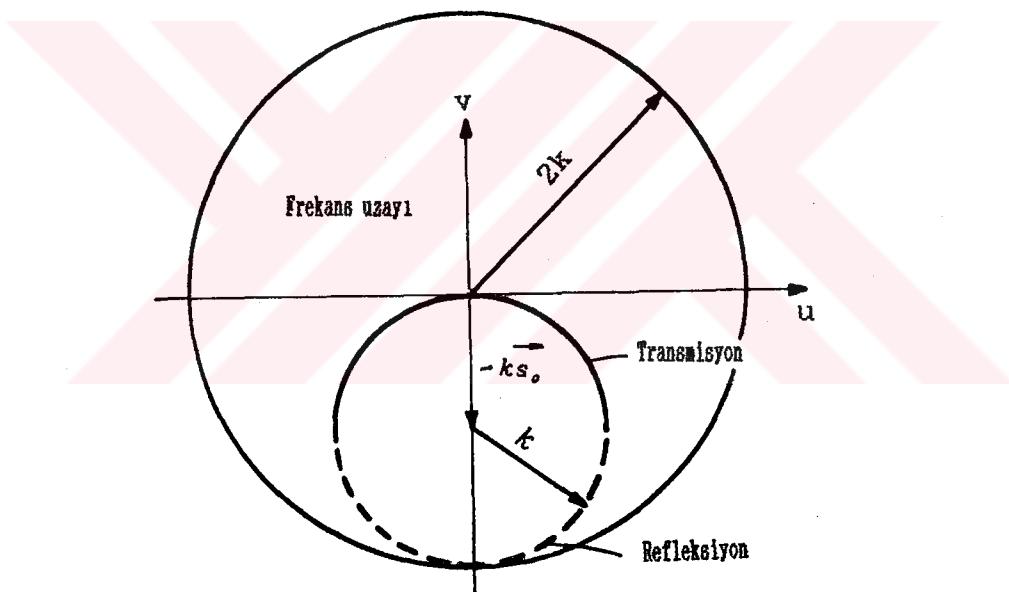
Sekil:1.3.b- Refleksiyon tipi difraksiyon tomografisinde deney düzeni  
ve frekans uzayında yay parçalarının konumu

Cisim fonksiyonu  $O(x,y)$ 'yi elde etmek için frekans uzayı doldurulmalıdır. Transmisiyon tipi difraksiyon tomografisinde cismin veya verici-alıcı düzlemlerinin döndürülmesi sonucu frekans uzayı orijinden geçen yay parçaları ile doldurulur. Bu yaylar frekans domeninde  $\sqrt{2}k$  yarıçaplı bir bölge içinde yer alırlar. Cisimden ters yönde saçılan alanların da ölçülmesi durumunda ise cismin iki boyutlu Fourier dönüşümü frekans uzayında Sekil:1.3.c'de görüldüğü gibi  $2k$  yarıçaplı bir bölge içinde elde edilecektir.

Bölüm 1.4.2'de verilen (1.31) ifadesi transmisiyon tipi tomografide cisim fonksiyonunun iki boyutlu Fourier dönüşümü ile saçılan alanın Fourier dönüşümü arasındaki bağıntıyı vermektedir. Cisimden  $l_0$  uzaklıkta eş aralıklarla ölçülen saçılan alanların Fourier dönüşümü de eş aralıklıdır ve bu değerler ait oldukları yay üzerine izdüşürülmelidir. Frekans uzayında  $\alpha$  genliği ve  $\theta$  geliş açısına bağlı olarak cisim fonksiyonu  $\tilde{O}(\alpha,\theta)$  için,

$$Q(\alpha, \phi) = 2j\sqrt{k^2 - \alpha^2} e^{j\sqrt{k^2 - \alpha^2} t_0} E_{B,\phi}(\alpha) \quad (1.32)$$

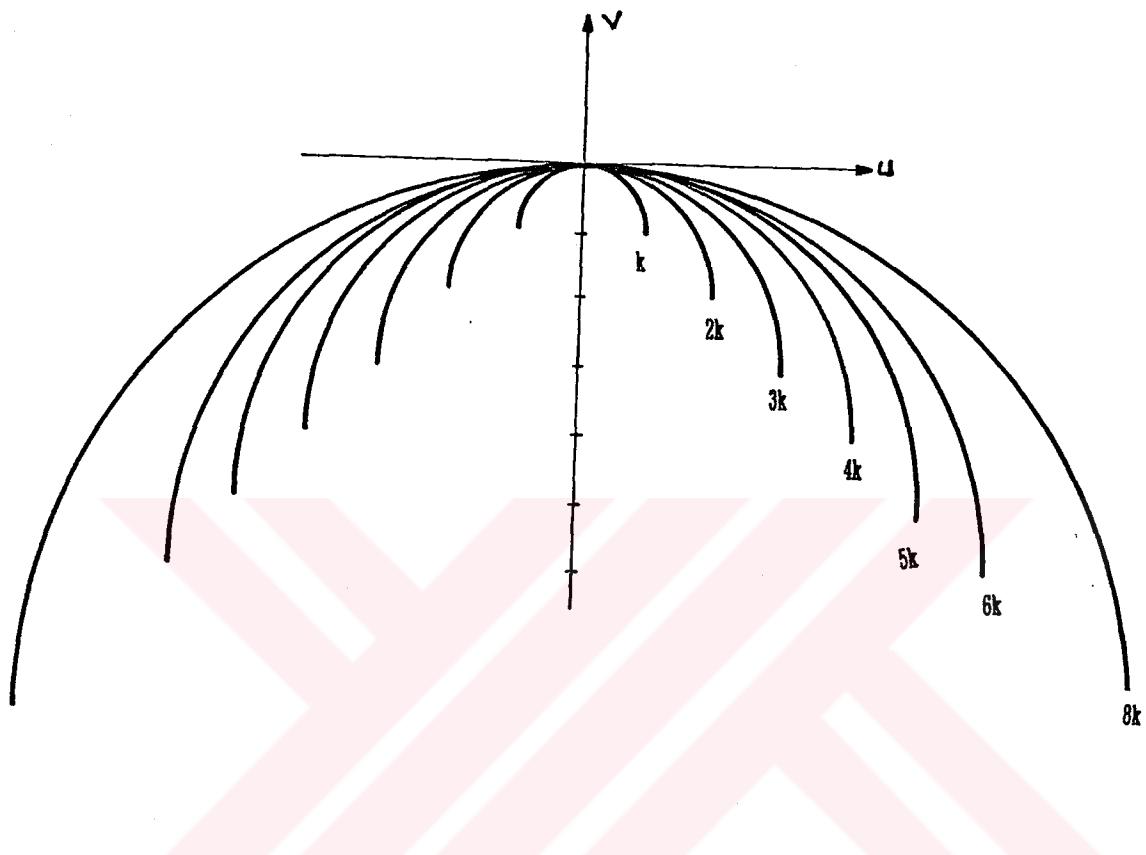
elde edilir.  $\bar{Q}(\alpha, \phi)$  fonksiyonundan  $(u, v)$ - düzleminde cisim fonksiyonu  $O(x, y)$ 'nin iki boyutlu Fourier dönüşümü olan  $\bar{O}(u, v)$ 'ye geçmek için,  $(\alpha, \phi)$  parametrelerinden  $(u, v)$  koordinatlarına dönüşümü gösteren bağıntılar Ek A'da verilmiştir. Ayrik ters Fourier dönüşümü alabilmek için verilerin frekans domeninde es aralıklı olarak yer olması gerekmektedir. Bu nedenle çeşitli interpolasyon teknikleri yardımı ile  $\bar{O}(u, v)$ ,  $(u, v)$  düzleminde bir dikdörtgen kafes üzerinde örneklenmelidir. Bu tekniklere ilişkin bilgiler de Ek A'da verilmiştir.



Sekil:1.3.c- Örneklemenin hem transmisyon hem de refleksiyon tipi için yapılması halinde yayların konumu

Frekans uzayını doldurmanın diğer bir yolu da cismi aydınlatan kaynağın frekansını değiştirmektir. Bu durumda ortamın dalgaboyu ve  $k$  dalgasayısı değişir. Örneğin frekans arttırıldığında yayların  $k$  yarıçapı büyüyeceğinden, Sekil:1.4'ten de görüleceği gibi, Fourier difraksiyon teoremi

X-ışınlı tomografinin dayandığı Fourier dilim teoremine yaklaşacaktır [7]-[15].



Şekil:1.4- Frekans uzayında kaynak frekansının değiştirilmesi

## **BÖLÜM 2. DAİRESEL OLÇME DÜZENİ VE UZAK ALAN KULLANILARAK DİELEKTRİK BİR CISMIN ELEKTROMAGNETİK DİFRAKSİYON TOMOGRAFİSİ İLE GÖRUNTULENMESİ İNİN YENİ BİR YAKLAŞIM**

### **2.1. Giriş**

Dairesel ölçme düzeni ve yakın saçılan alan datası kullanılarak silindirik geometriye sahip cisimlerin difraksiyon tomografisi ile görüntülenmesi problemi Jofre [15], Rius ve arkadaşları [18] tarafından ele alınmış ve bu araştırmacılar tarafından birinci mertebe Born yaklaşımı altında, saçılan alan ile düzlem dalga saçılma genliği arasındaki bağıntıdan yararlanarak incelenen cismi görüntüleyecek bir algoritma geliştirilmiştir. Bu düzende cisinin veya ölçme düzeninin mekanik olarak döndürülmesine gerek kalmadan görüntüleme gerçekleştirilmektedir.

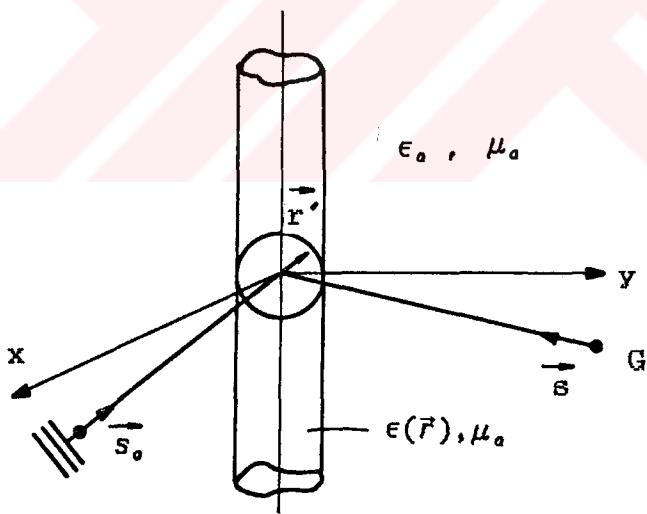
Bu bölümde, uygun bir dairesel ölçme düzeni ile yakın alan yerine uzak alan ölçmeleri yapılması durumunda, saçılan alan ile cisim fonksiyonu arasındaki bağıntı yine Born yaklaşımı altında elde edilmiş ve bulunan bağıntıdan yararlanarak görüntünün işlenmesini sağlayacak yeni bir algoritma geliştirilmiştir.

Yakın alan ölçmeleri yerine uzak alan kullanıldığında (2.2) bağıntısından da görüleceği üzere, ortaya çıkan basitleşme ile birlikte Hankel

fonksiyonunun asymptotik ifadesinin kullanılması, cisim fonksiyonu ile saçılan alan arasındaki bağıntının (2.7)'deki gibi elde edilmesini sağlamıştır.

Bu bölümde ele alınan problemin çözümü aşağıda açıklanmıştır:

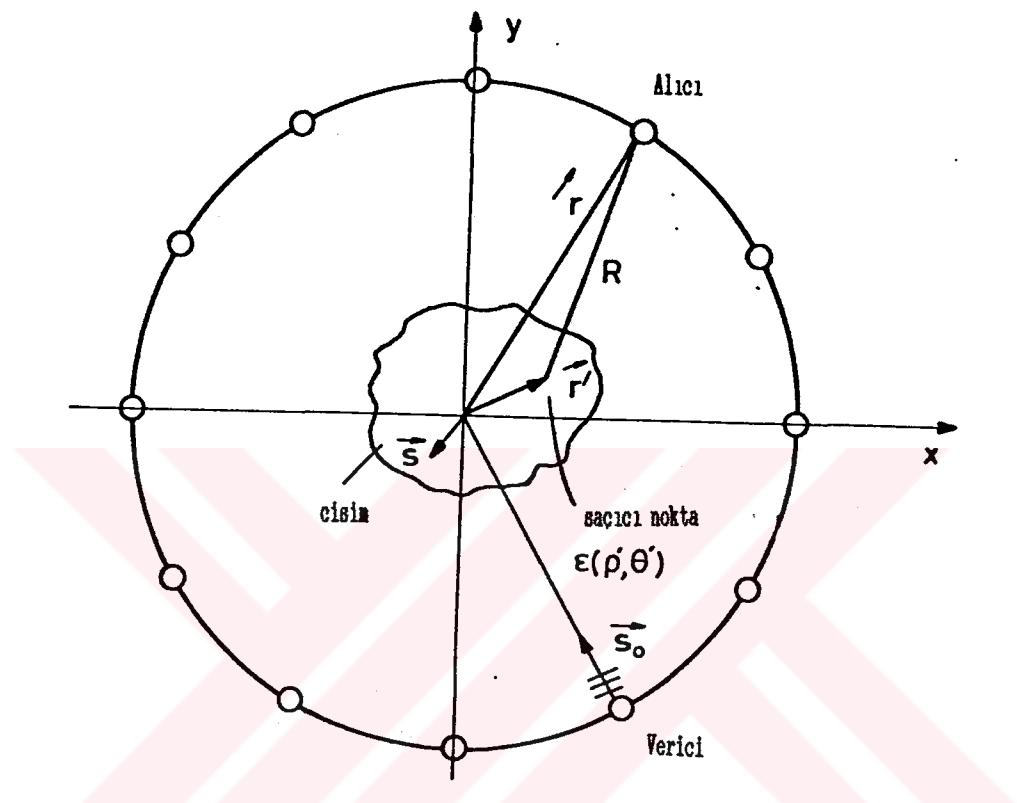
Sekil:2.1'de görülen, z-doğrultusunda sonsuz uzun bir dielektrik silindir  $\vec{s}_0$  birim vektörü doğrultusunda ve silindirin z-eksenine dik olacak şekilde propagasyon yapan bir düzlem elektromagnetik dalga ile aydınlatılmıştır. Ortamin parametreleri  $\epsilon_a, \mu_a$ . cisim parametreleri ise  $\epsilon(\vec{r}), \mu_a$ 'dır.  $\vec{r}'$  cisim içindeki bir saçıcı noktasına ilişkin vektör,  $\vec{s}$  ise G görüntüleme noktasından, yani saçılan alanın ölçüldüğü, cismi çevreleyen çember üzerindeki bir noktadan çemberin merkezine doğru yönlendirilmiş birim vektördür.



Şekil:2.1- Cisinin düzlem dalga ile aydınlatılması

Ölçme düzeni,  $\vec{s}_0$  ve  $\vec{s}$  vektörleri  $(x,y)$ -düzlemi içinde kalacak şekilde seçilmiştir. Bu durum cisim aydınlatma ve saçılan alanı alışın  $(x,y)$ -düzleminde yapılması haline karşı düşmektedir. Saçilan alana ait data, örneğin

cismin merkezinden sabit  $r$  uzaklıkta yer alan bir çember üzerinde dizili dipoller dizisi ile alınabilir,  
Şekil:2.2.



Şekil:2.2- Dairesel ölçme düzeni

Suçilan alanı cisim fonksiyonuna bağlayan (1.16) ifadesinde integral içinde yer alan Green fonksiyonu (1.24)'teki eşitliği ile yerine konabilir. Saçıcı noktadan yeteri kadar uzakta

$$R = | \vec{r} - \vec{r}' | = (r^2 + r'^2 - 2r\vec{r}(-\vec{s}))^{1/2} \approx r + \vec{r}' \cdot \vec{s} \quad (2.1)$$

yazılabilir. (1.3) ile verilen gelen düzlem dalga ( $E_0=1$  kabulu altında) ve (1.24), (2.1) ifadeleri (1.16)'da yerine konursa suçilan alan,

$$E^o(k, \vec{r}) = -\frac{jk^2}{4} \int H_o^{(2)}(kR) O(\vec{r}') e^{-jk(\vec{s}_o \cdot \vec{r}')} d^2 r' \quad (2.2)$$

şeklinde elde edilir. Uzak alan söz konusu olduğundan Hankel fonksiyonunun asimptotik açınımı

$$H_o^{(2)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{-j(x-\pi/4)} \quad (2.3)$$

kullanılabilir ve bu durumda,

$$\begin{aligned} \vec{E}^o(k, \vec{r}) &\approx -\frac{jk^2}{4} \int \sqrt{\frac{2}{\pi kR}} e^{-j(kR-\pi/4)} O(\vec{r}') e^{-jk(\vec{s}_o \cdot \vec{r}')} d^2 r' \\ &\approx -\frac{jk^2}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \int \frac{O(\vec{r}')}{\sqrt{r + \vec{r}' \cdot \vec{s}}} e^{-j(kr + \vec{r}' \cdot \vec{s})} e^{j\pi/4} e^{-jk(\vec{s}_o \cdot \vec{r}')} d^2 r' \end{aligned} \quad (2.4)$$

$r \gg |\vec{r}'|$  olduğundan, paydadaki  $\vec{r}' \cdot \vec{s}$  teriminin ihmali ile

$$\vec{E}^o(k, \vec{r}) = -j \sqrt{\frac{k^3}{8\pi r}} e^{j\pi/4} e^{-jk r} \int O(\vec{r}') e^{-jk(\vec{s}_o + \vec{s}) \cdot \vec{r}'} d^2 r' \quad (2.5)$$

elde edilir. Burada yer alan

$$O(k(\vec{s}_o + \vec{s})) = \int O(\vec{r}') e^{-jk(\vec{s}_o + \vec{s}) \cdot \vec{r}'} d^2 r' \quad (2.6)$$

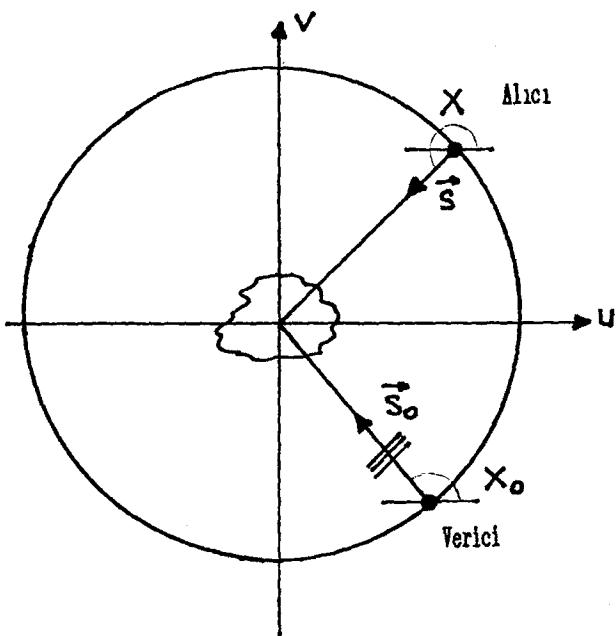
cisim fonksiyonu  $O(\vec{r}')$ 'in iki boyutlu Fourier dönüşümünün  $k(\vec{s}_o + \vec{s})$ 'deki değeridir. Uzay domeninde cisim sonlu olduğundan Fourier integrali ( $=\infty$ ) aralığı yerine cisim üzerinden alınabilir. (2.6) ifadesinden cismin Fourier dönüşümünün  $k$  yarıçaplı  $\vec{s}_o$  merkezli bir çember üzerinde yer aldığı görülmektedir. Böylece,

$$\vec{E}^o(k, \vec{r}) = -jk^{3/2} e^{j\pi/4} \frac{e^{-jk r}}{\sqrt{8\pi r}} O(k(\vec{s}_o + \vec{s})) \quad (2.7)$$

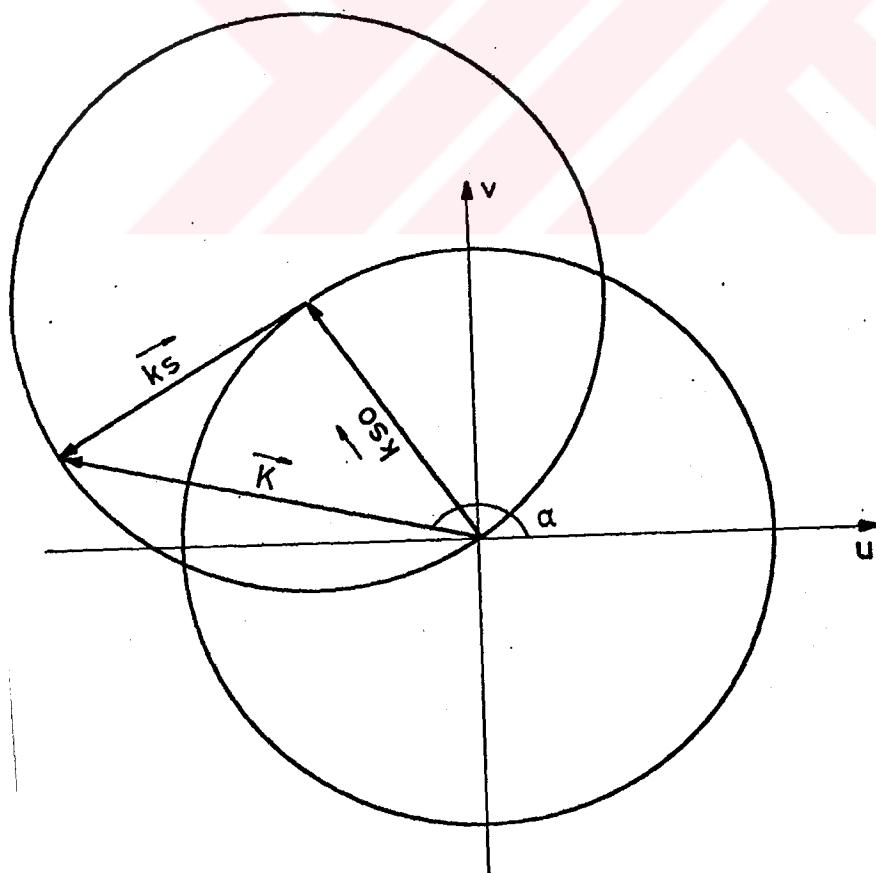
bağıntısı uzak alan için saçılan elektrik alanı ile cisim fonksiyonunun iki boyutlu Fourier dönüşümünü birbirine bağlayan ifadeyi verir. Ölçme düzeni dairesel olduğundan,  $r$  sabittir ve bu durumda (2.7) ifadesinde  $\delta(\kappa(\vec{s}, \cdot))$  'in önündeki terimler sabit birer katsayı oluştururlar.

## 2.2. Dairesel Ölçme Düzeni İçin Görüntü Oluşturmakta Kullanılabilecek Yeni Algoritmanın Geliştirilmesi

Cisme ilişkin görüntünün elde edilmesi için ilk olarak saçılan alanlar, cisim merkezde olacak şekilde  $r$  yarıçaplı bir çember üzerine eş aralıklarla yerleştirilmiş  $N$  adet antenle ölçülür. Burada  $r$  uzaklığının uzak alan kosulunu sağlaması gerekligine dikkat edilmelidir. (2.7) denkleminden ters dönüşümle cisim fonksiyonunun uzay domeninde, yani kartezyen koordinat sistemindeki  $O(\vec{r})=O(x,y)$  dağılımını belirleyebilmek için önce  $\delta(\kappa(\vec{s}, \cdot))$  'in  $(u,v)$  frekans domenindeki konumunun bilinmesi gereklidir. Şekil:2.3.a'da görüldüğü gibi dairesel anten dizisinde her bir antenin verici, diğerlerinin alıcı olduğunu varsayıyalım.  $\vec{s}_0$  'in yatay eksenle yaptığı açı  $X_0$ ,  $\vec{s}$  'in ise  $X$  olsun. Frekans domeninde  $\delta(\kappa(\vec{s}, \cdot))$  Şekil: 2.3.b'den de görüldüğü gibi  $k\vec{s}_0$  vektörünün üç noktası merkez olmak üzere  $k\vec{s}$  vektörünün çizdiği çember üzerindeki  $(u,v)$  noktalarına karşılık gelir. Ölçme döneminde antenler eş aralıklı sıralandığından, frekans domeninde de elde edilecek  $K(\vec{s}_0 + \vec{s})$  noktaları  $k$  yarıçaplı çemberler üzerinde eş acılı olarak sıralanacaktır.



Şekil:2.3.a- Verici ve alıcı antenlere ilişkin birim vektörlerin yatay eksenle yaptığı açılar



Şekil:2.3.b- Frekans domeninde çemberlerin elde edilmesi

Şekil:2.3.b'de belli bir verici-alıcı çiftinin belirlediği  $(u, v)$  noktası

$$\vec{K} = k(\vec{s}_o + \vec{s}) \quad (2.8)$$

ile verilen  $\vec{K}$  vektörünün  $k=|\vec{K}|$  genliği ve  $\alpha$  açısı ile belirlidir.  $\vec{k}_{so}$  vektörünün  $(u, v)$ -düzleminde meydana getirdiği çemberin denklemi

$$(u - k \cos X_o)^2 + (v - k \sin X_o)^2 = k^2 \quad (2.9)$$

şeklindedir. Bu denklem merkezi  $(k \cos X_o, k \sin X_o)$  olan ve  $(u, v)$ -düzleminin merkezinden geçen  $k$  yarıçaplı bir çember gösterir. Verici antene ilişkin  $X_o$  açısı değişikçe elde edilecek çemberler, merkezleri yeni  $\vec{k}_{so}$  vektörünün uç noktası olacak şekilde frekans uzayını doldururlar.  $\vec{K}$  vektörünün genliği, Şekil:2.3.b'den elde edilen

$$K \cos \alpha = k \cos X_o + k \cos X \quad (2.10)$$

$$K \sin \alpha = k \sin X_o + k \sin X \quad (2.11)$$

bağıntılarından yararlanarak

$$K = k \sqrt{2(1 + \cos(X_o - X))} \quad (2.12)$$

olarak bulunur.  $\vec{K}$  vektörünün pozitif  $u$ -ekseni ile yaptığı  $\alpha$  açısı ise

$$\alpha = \arctan \left\{ \frac{\sin X_o + \sin X}{\cos X_o + \cos X} \right\} \quad (2.13)$$

ile belirlenir. (2.13) ifadesinin paydası  $\cos X_o + \cos X - o$  da tekillik gösterir. Paydanın sıfır olması için,

$$a - \cos X_0 = -\cos X$$

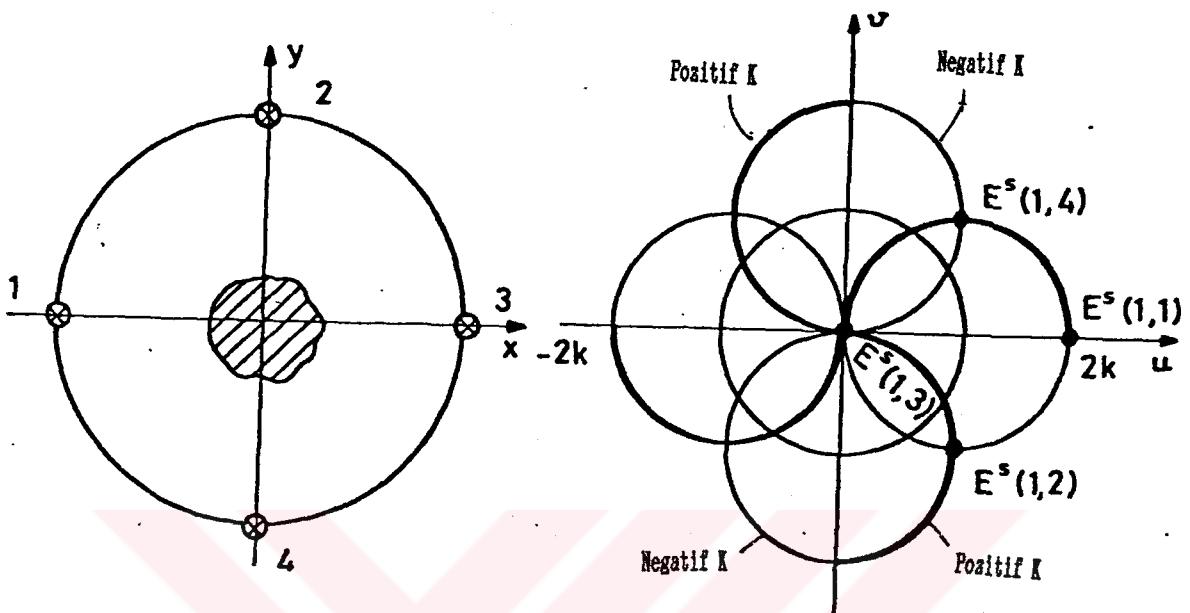
veya

$$b - \cos X_0 = 0 \text{ ve } \cos X = 0$$

durumlarının ortaya çıkması gereklidir. (a)'daki durumda  $\cos X_0 = -\cos X$  ise  $X_0 - X + \pi = 0$  dir. Bu durumda  $X_0 - X = \pi$  ve  $\cos(X_0 - X) = -1$  olacağından (2.12) ifadesinde  $K=0$  olarak bulunur. Dolayısıyla  $K=0$  halinde  $\alpha$  'yı hesaplamaya gerek yoktur. (b)'deki halde  $\cos X_0 = 0, \cos X = 0$  şartı birlikte bulunmaktadır. Bu durumda  $X_0 = n\pi/2$  ve  $X = m\pi/2$  ( $m, n = 1, 3$ ) şeklindedir.  $m=n$  ise  $\alpha = n\pi/2$  alınır,  $m \neq n$  ise  $X - X_0 = \pm \pi$  olacağından  $K=0$  olacaktır. Bu durumda da  $\alpha$  'yı hesaplamak gerekmektedir.

Böylece her verici ve buna ilişkin alıcı dizisi için elde edilen çemberler  $(u, v)$ -düzleminde  $2k$  yarıçaplı bir çember içinde yer alırlar. Çember üzerindeki noktalara karşı gelen alan değerlerini bulmak için ilk olarak  $N$  adet anten yardımıyla cisimden saçılan alan değerleri belirlenir. Bu amaçla, her bir anten sırasıyla verici olduğunda diğer antenler tarafından ölçülen  $F'(x, x)$  saçılan alan değerleri  $[NxN]$ 'lık bir matris halinde elde edilir.  $F'(x, x)$ ,  $X_0$  verici,  $X$  alıcı antenin açısını göstermek üzere ayrık noktalarda elde edilen alan değerleridir. Ölçme düzeneinde verici antenin de aynı zamanda alıcı olarak çalıştığı düşünülmektedir. Antenler 1'den  $N$ 'e kadar numaralandırılır ve (2.12), (2.13) ifadelerinden her verici-alıcılara ilişkin  $K(i, j)$  genliği ile  $\alpha(i, j)$  açısı belirlenir. Burada  $i$  verici,  $j$  alıcı antenin numarasını göstermektedir. Her bir çember üzerinde farklı açıda, ancak aynı  $K$  genliğinde olan nokta çiftleri olduğundan, bunları birbirinden ayırmak için çember, genliğin maksimum değeri olan  $2k$ 'nın alt yarısında  $K(i, j)$ 'ler negatif, üst yarısında ise pozitif (veya tersi) olacak şekilde ikiye ayrılabilir. Şekil

2.4'te 4 antenli bir sistemde antenlerin yerlesimi ve  $(u, v)$ -frekans domeninde K'ların pozitif ve negatif olduğu bölgeler gösterilmiştir.



Sekil:2.4- 4 antenli ölçme düzeni ve  $(u,v)$  domeninde çemberlerin konumu. Koyu renkli yay parçaları K'ların pozitif alındığı noktaları göstermektedir.

Böylece her bir verici-alıcılara ait  $K(i,j)$  matrisi negatif elemanları kapsayacak şekilde  $[NxN]$ 'lik matris halinde yeniden düzenlenir.  $E^s(i,j)$ 'lerin  $K$  genliği ve  $\alpha$  açısına bağlı olarak matris halinde dizildiği  $\bar{Q}(\kappa, \alpha)$  cisim fonksiyonunu belirlemek için ilk olarak bir  $\alpha(i)$  dizisi tanımlanır.  $2N$  uzunluklu bu dizi  $\beta = 2\pi/2N$  olmak üzere,

$$\alpha(i) = (i-1)\beta \quad i = 1 \dots 2N \quad (2.14)$$

olarak alınır. Örneklenmiş  $K$  değerlerini elde edilmesi için ise  $\alpha$  açılarının ve bunların yarılarının  $u$ -eksenine izdüşümlerini gösteren

$$KL(j) = -2k \cos(\beta j / 2) \quad j = 1 \dots 2N \quad (2.15)$$

dizisi oluşturulur. Satırların açıları, sütunların ise  $K$

genliğini gösterdiği  $[2N \times 2N]$ 'lik  $Q(i,j)$  matrisi

$$Q(i,j) = \begin{cases} E^*(k,l), & K(k,l) = KL(j) \text{ ve } \alpha(k,l) = \alpha(l) \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (2.16)$$

$i, j = 1 \dots 2N$

bağıntısı ile elde edilir.  $k, l = 1 \dots N$

Bundan sonraki adım, cisim fonksiyonunun  $(u, v)$  düzleminde dikdörtgen ıskara üzerindeki noktalarda değerlerinin belirlenmesidir. Cisim fonksiyonunun bu noktalarda aldığı değerler interpolasyonla bulunur. Bu çalışmada, herhangi bir noktanın değeri, kendisine en yakın dört noktanın ağırlıklı ortalaması ile bulunmuştur. Bu bağıntı

$$F(c) = \frac{\sum_{t=1}^4 \frac{F(p_t)}{a_t}}{\sum_{t=1}^4 \frac{1}{a_t}} \quad (2.17)$$

olarak verilmiştir [19]. Burada  $c$  en yakın 4 noktanın  $c$  noktasına uzaklığı,  $F(p_i)$  bu noktalarda fonksiyonun değerini göstermektedir.

Son adım ise elde edilen  $[2N \times 2N]$ 'lik  $\bar{O}(u, v)$  matrisinin iki boyutlu ters Fourier dönüşümünün alınmasıyla  $O(x, y)$  cisim fonksiyonunun bulunmasıdır. Ters dönüşümden önce daha iyi bir görüntü elde etmek için  $\bar{O}(u, v)$  matrisine sıfır eklenerek boyutu genişletilebilir. Bu sadece bilgisayar belleği ile sınırlı bir işlemidir.

Bu yöntemin bir örnek uygulaması, tek ve iki tabakalı silindirler için Bölüm 3'te verilmiştir. Görüleceği gibi bu yöntemle elde edilen görüntüler, yakın alanda Fourier diffraksiyon teoremi kullanılarak elde edilen görüntülerle hemen hemen aynı kalitededir ve daha az bilgisayar zamanı gerektirmektedir. Pratikte, cismi veya kaynağı döndürme gereğini ortadan kaldırmış olması da çok önemli bir avantajdır.

## BÖLÜM 3. ÖRNEK UYGULAMALAR : Bilgisayar Yardımıyla Yakın ve Uzak Alanlar için Cisim Fonksiyonlarının Görüntülenmesi

### 3.1. Giriş

Uzak alan için dairesel ölçme düzeni ile ilgili olarak geliştirilen ve Bölüm 2.2'de verilen algoritma, tek, iki ve üç tabakalı, sonsuz uzun dielektrik silindirlerin görüntülenmesi problemine uygulanmış ve elde edilen görüntülerin kalitesi, yakın ve uzak alanda, saçılan alanların düzlemsel geometride örneklenmesine dayalı Fourier difraksiyon teoremi yardımıyla elde edilen görüntülerle görüntü kalitesi yönünden [20]-[21] karşılaştırılmıştır.

Bölüm 3.3.2'de iki paralel alıcı-verici düzeni arasına yerleştirilen bir cismin görüntülenmesine ilişkin algoritma çıkarılmış, saçılan alanların örneklendiği çizgi boyalarının teorik olarak sonsuza gitmesi durumunda elde edilecek sonucun dairesel örnekleme düzeni ile frekans uzayının doldurulmasına esdeğer olacağı gösterilmiştir [22]-[23].

Cisimlerden saçılan alanların belirlenmesi için gerekli analitik ifadeler Ek B'de, buradan hesaplanan saçılan alanların değişimi Ek G'de ve uzaklığın alanlara etkisi Ek F'de verilmiştir. Alanlara ilişkin daha doğru değerlerin elde edilmesi için kullanılacak iteratif bağıntı ve bu iterasyonlar sonucu elde edilen alanlar kullanılarak bulunan görüntüler ise Ek C'de verilmiştir.

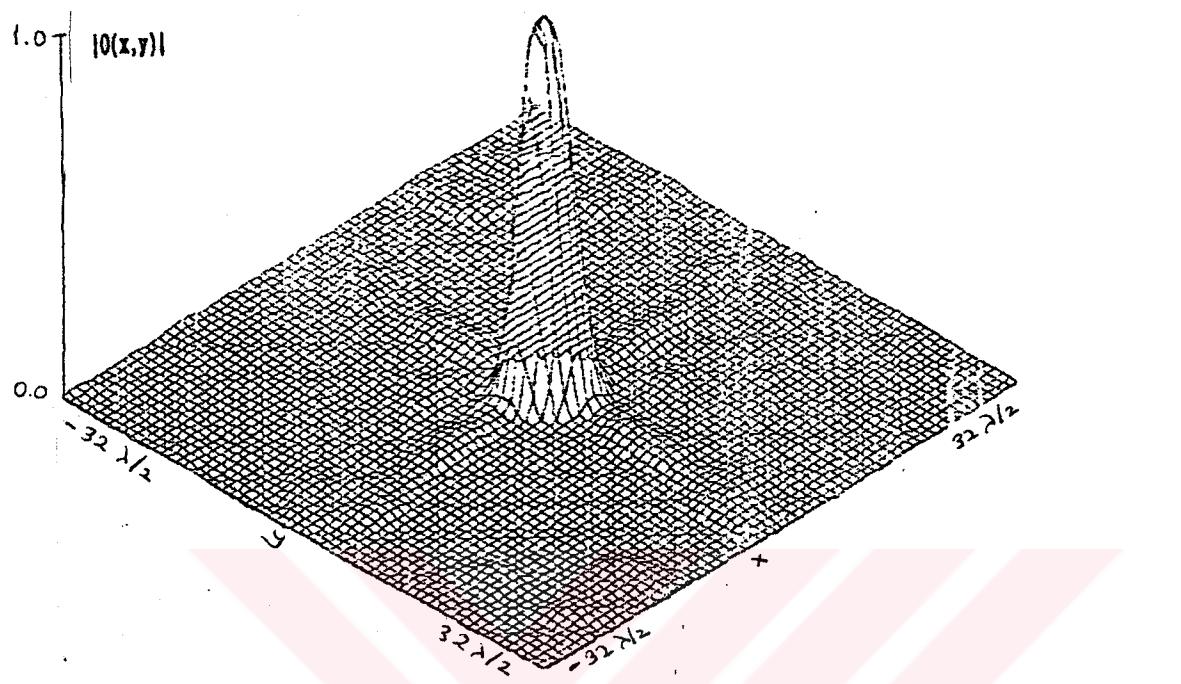
Yapılan iterasyonla cisim fonksiyonunun şeklinin daha keskin hatlarla ortaya çıktığı, 5. iterasyondan sonra, elde edilen değerlerde bir değişme olmadığı, ancak bilgisayar zamanının çok fazla arttığı görülmüştür.

### 3.2. Yakın Saçilan Alan Datası Kullanılarak Bir Düzlem Boyunca Örnekleme Durumunda Görüntüleme

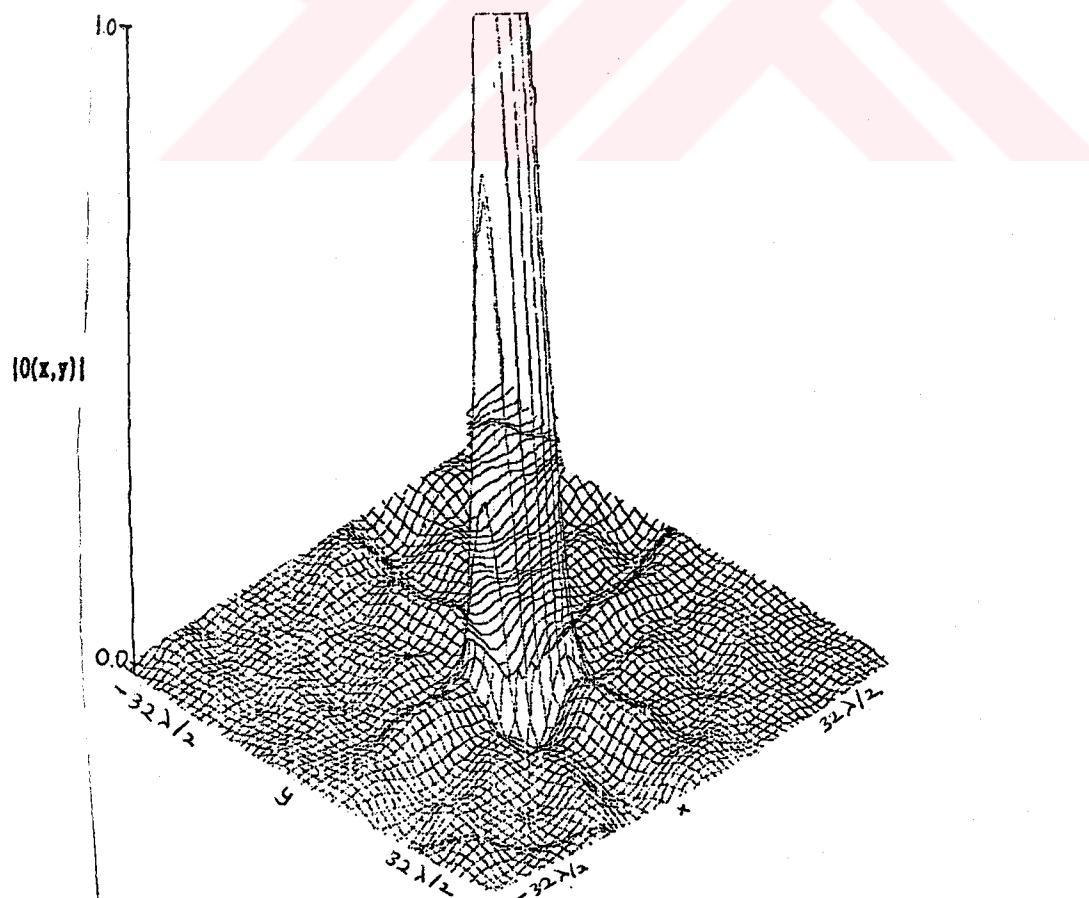
#### 3.2.1. Tek Tabakalı Örnek Bir Silindire İlişkin Cisim Fonksiyonunun Görüntülenmesi

Bağıl dielektrik sabiti  $\epsilon_r=1.21$ , yarıçapı  $a=\lambda_0/2$  olan sonsuz uzun ve boşluk ortamında bulunduğu varsayılan silindirden saçilan alanlar, cismin merkezinden 10 dalgaboyu uzaklıkta, 32 dalgaboyu uzunlukta bir çizgi üzerinde  $\lambda_0/2$  aralıkla örneklenecek şekilde 64 noktada Ek B'de verilen bağıntılar yardımıyla elde edilmiştir. Saçilan alanlar aynı zamanda cismin çevresinde 64 doğrultu boyunca da hesaplanarak  $[64 \times 64]$ 'lük bir matris oluşturulmuştur. Geliştirilen I.FOR görüntüleme programında, ilk olarak saçilan alanların Fourier dönüşümü alınmakta ve  $\alpha$  genliği ile  $\phi$  açısına bağlı olarak  $\tilde{Q}(\alpha, \phi)$  matrisi oluşturulmaktadır. Bu matristen  $\tilde{Q}(u, v)$  matrisine bilineer interpolasyon ile geçilmekte ve iki boyutlu ters FFT ile  $Q(x, y)$  dağılımı bulunmaktadır. Bu işlemler için izlenen algoritma Ek A'da ve program akış diyagramı Ek D'de verilmiştir.

Yukarıda Özellikleri verilen silindirin Born yaklaşımı altındaki görüntüsü Şekil:3.1'de, Rytov yaklaşımı ile elde edilen görüntüsü ise Şekil:3.2'de verilmiştir.



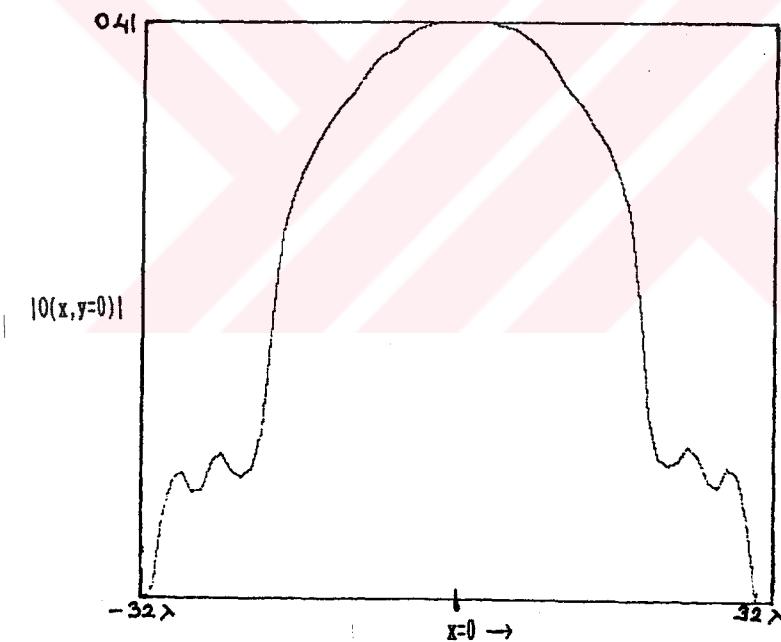
Sekil:3.1- Born yaklaşımı ile elde edilen tek tabakalı silindire ilişkin cisim fonksiyonu



Sekil:3.2- Rytov yaklaşımı ile elde edilen tek tabakalı silindire ilişkin cisim fonksiyonu

### 3.2.2. İki Tabakalı Bir Silindirin Görüntülenmesi

Suçilan alanları Ek B'de belirtildiği gibi (EK B3)-(EK B6) ile verilen bağıntılar yardımıyla hesaplanan iki tabakalı silindirde tabaka yarıçapları  $a_1=0.05$  m,  $a_2=0.075$  m, bu tabakaların bağıl dielektrik sabitleri ise  $\epsilon_r=1.035$ ,  $\epsilon_s=1.017$  seçilmiştir. Silindirin bulunduğu ortam boşluk, frekans 3 GHz'dir. Cismin merkezinden  $5\lambda$  uzaklıkta 64 doğrultu ve noktada hesaplanan suçilan alanların I.FOR görüntüleme programında işlenmesi sonucu elde edilen görüntü  $y=0$  için Şekil:3.3'te verilmiştir.

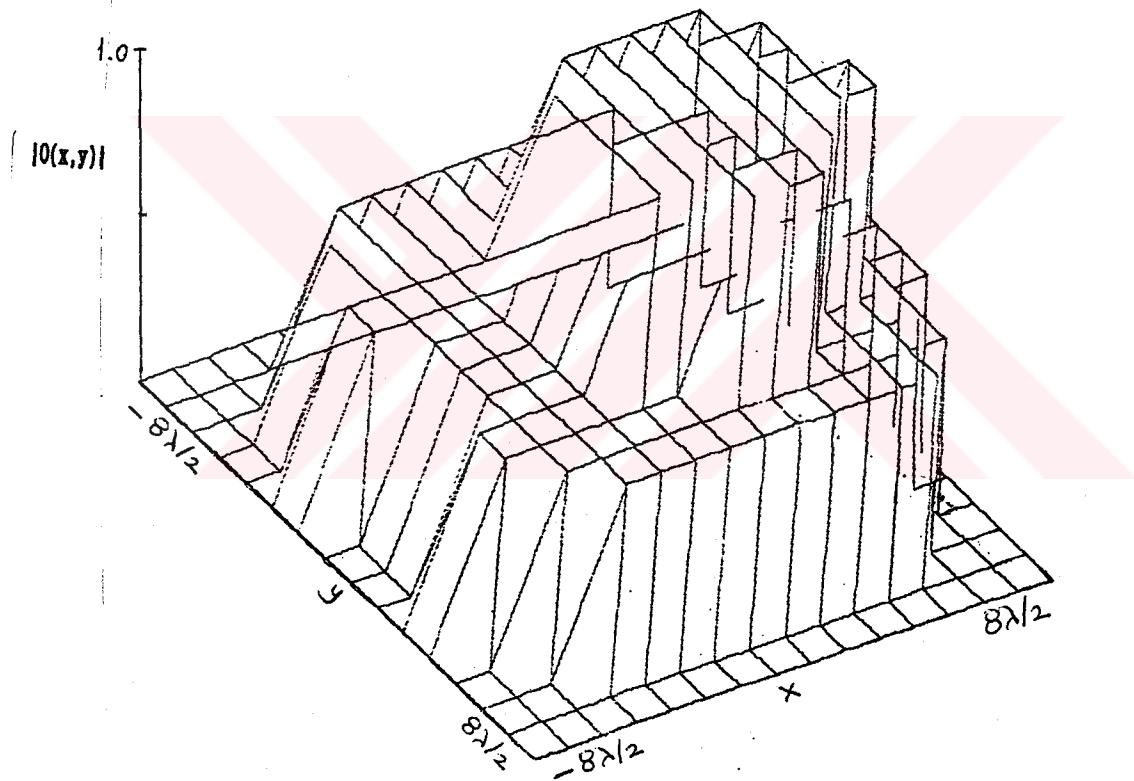


Şekil:3.3- İki tabakalı silindirin  $E(x,y=0)$  dağılımı

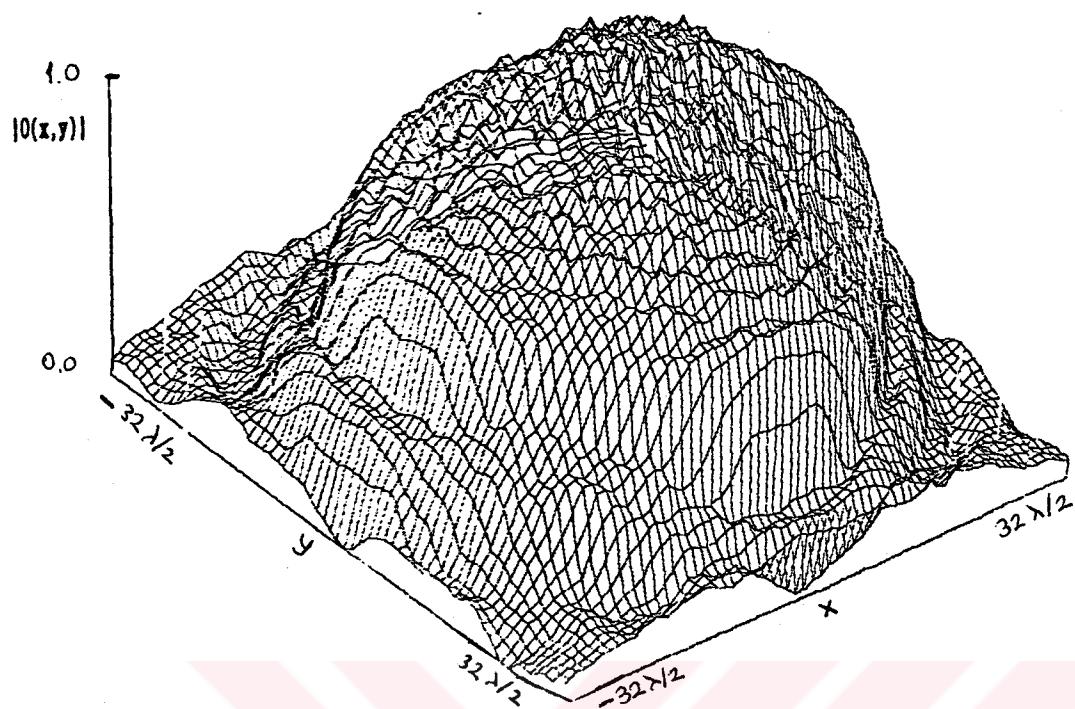
Suçilan alanları 16 nokta ve doğrultuda hesaplanan iki tabakalı silindire ilişkin iki boyutlu görüntüde ise tabakaların ayrimı belirlenmemiştir. Ek D'de verilen görüntüleme algoritması akış diyagramında da gösterildiği üzere, Fourier domenindeki cisim fonksiyonu

$$F(\omega) = 0.54 + 0.46 \cos \omega \frac{T}{2} \quad (3.1)$$

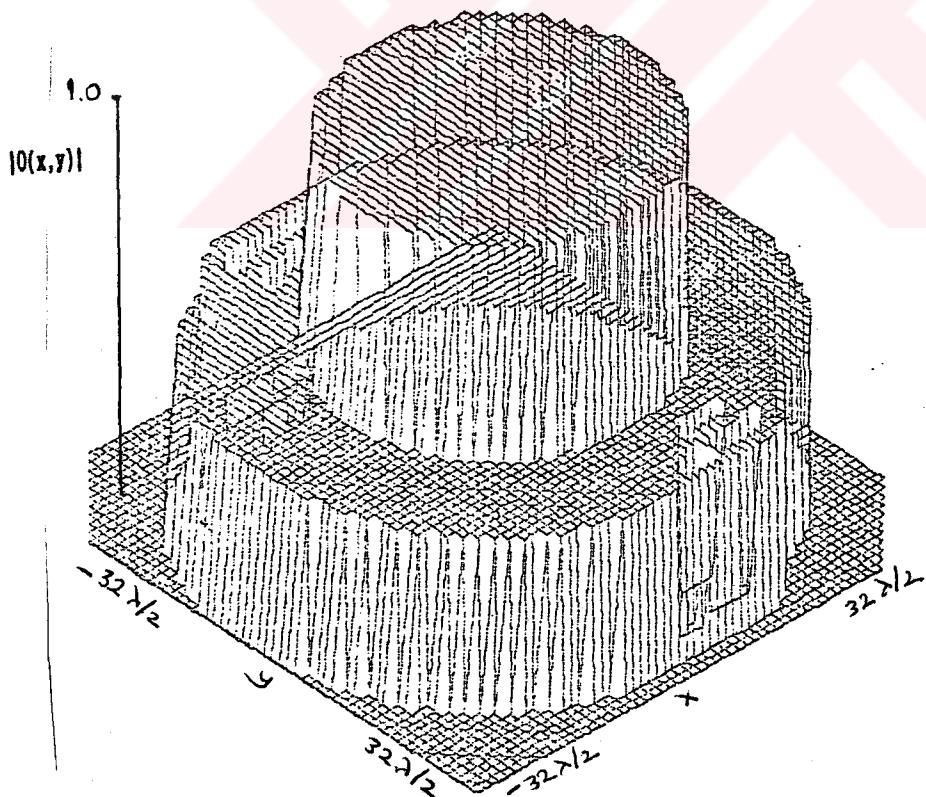
yapısında bir alçak geçiren filtre ile çarpıldığında elde edilen sonuç Şekil:3.4'te verilmistir. [64x64] noktada elde edilen cisim fonksiyonunun filtresiz vefiltreli halleri de Şekil:3.5 ve Şekil:3.6'da görülmektedir. (3.1)'de  $\omega$  açısal frekansı, T ise örnekleme aralığını göstermektedir [24].



Şekil:3.4- 16x16 noktada elde edilen görüntü



Sekil:3.5- 64x64 ortada cisim filtre edilmeden önceki görüntüsü



Sekil:3.6- Cismin filtre edildikten sonraki görüntüsü

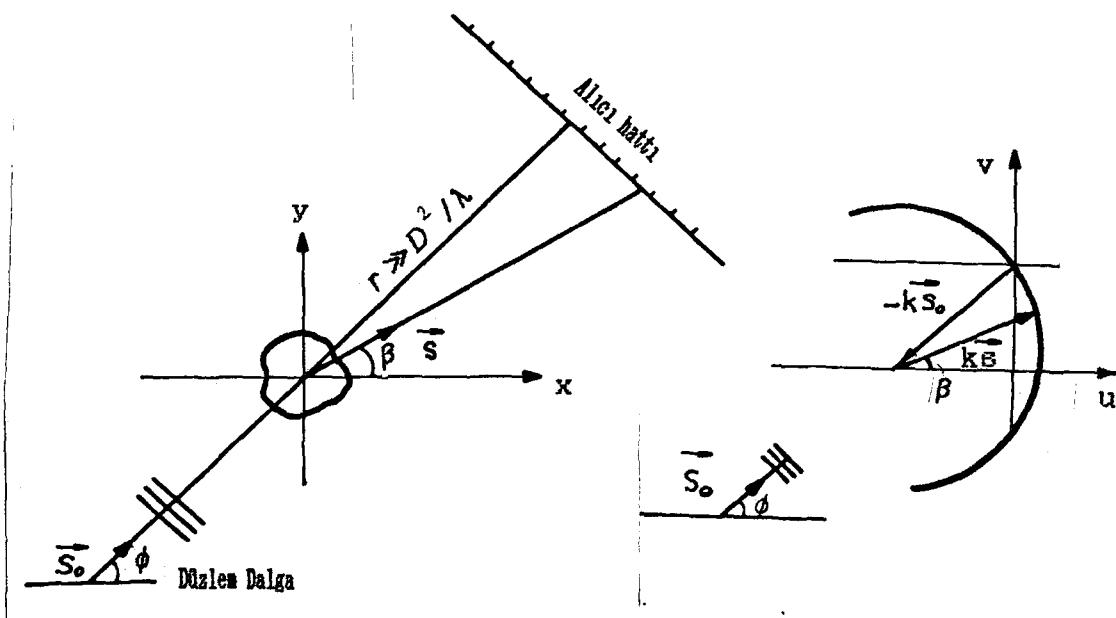
### 3.3. Uzak Saçilan Alan Datasının Bir Çizgi Boyunca Örneklenmesi Durumunun incelenmesi

#### 3.3.1. İleri Yände Saçılma Durumunda Cisim Fonksiyonunun Görüntülenmesi

$\vec{s}_o$  doğrultusunda propagasyon yapan bir düzlemsel dalga ile aydınlatılan cisimden ileri yönde saçılan alanlar Born yaklaşımı ve uzak alan koşulu altında (1.16) ve (1.24)'ten yararlanarak

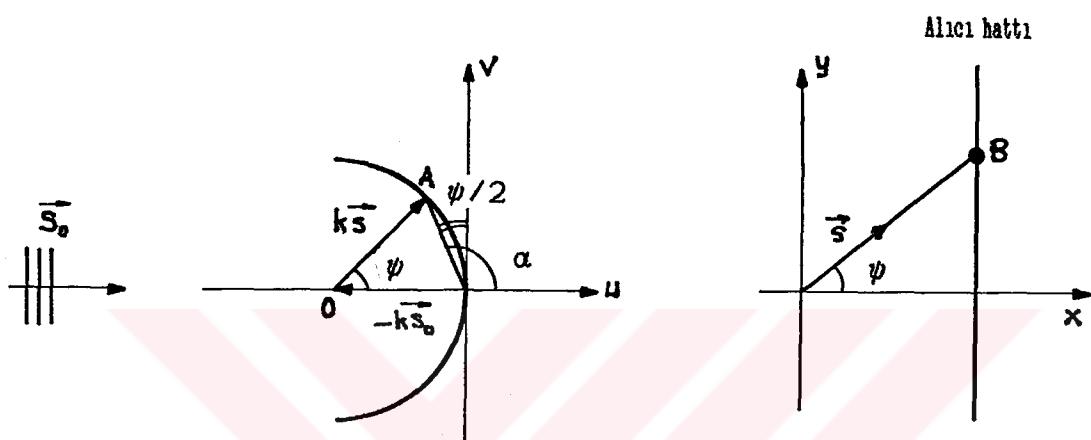
$$E_s^*(r) = -\frac{jk^2}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-jkr} e^{j\frac{\pi}{4}} \mathcal{O}(k(\vec{s} - \vec{s}_o)) \\ = A(r) \mathcal{O}(k(\vec{s} - \vec{s}_o)) \quad (3.2)$$

şeklinde elde edilir. Vektörlerin yönleri Şekil:3.7'de görülmektedir.  $\mathcal{O}(\cdot)$  cisim fonksiyonunun iki boyutlu Fourier dönüşümüdür. Uzak alan koşuluna göre  $r > D^2/\lambda$ ,  $D$  cismin çapıdır.



Şekil:3.7- Uzak alanda ileri yönde saçılma

(3.2) ifadesinde  $A(r)$ 'in getireceği etkiyi, saçılan alanları yaylar üzerine izdüşürdükten sonra ele alacağımızı düşünelim. Alıcı hattı üzerinde her bir antenin konumunu gösteren  $\vec{s}$  vektörü ile  $\vec{s}_0$  doğrultusu arasındaki açı Şekil:3.8'de görüldüğü gibi  $\psi$  dir.  $E_{Bs}(r)$ 'in her  $\psi$  açısına karşılık gelen alıcı noktasında ölçülmüş değeri bilinmektedir.



Şekil:3.8- B noktasındaki alan değerinin A noktasına izdüşümü

Sekil:3.8'den

$$OA = 2k \sin \frac{\psi}{2}$$

$$\alpha = 90 + \frac{\psi}{2}$$

$$u = OA \cos \alpha = -2k \sin \frac{\psi}{2} \sin \frac{\psi}{2}$$

$$v = OA \sin \alpha = 2k \sin \frac{\psi}{2} \cos \frac{\psi}{2} \quad (3.3)$$

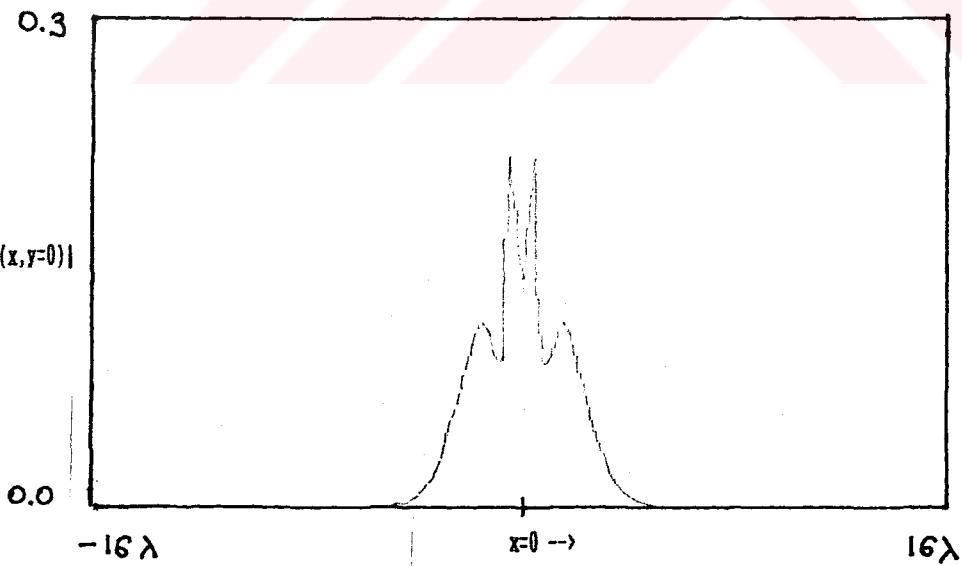
koordinatları ile elde edilir. Dolayısıyla ölçme düzende her  $\psi$  açısı için  $E_{Bs}(r)$ 'in  $(u,v)$ -düzleminde alacağı yer belli olacaktır. Ölçme düzlemi veya cismin  $\theta$  açısı kadar döndürülmesi durumunda A noktası  $(u,v)$ -düzleminde  $\theta$  kadar dönecektir. Bu durumda,

$$u = -2k \sin \frac{\psi}{2} \sin\left(\frac{\psi}{2} + \theta\right)$$

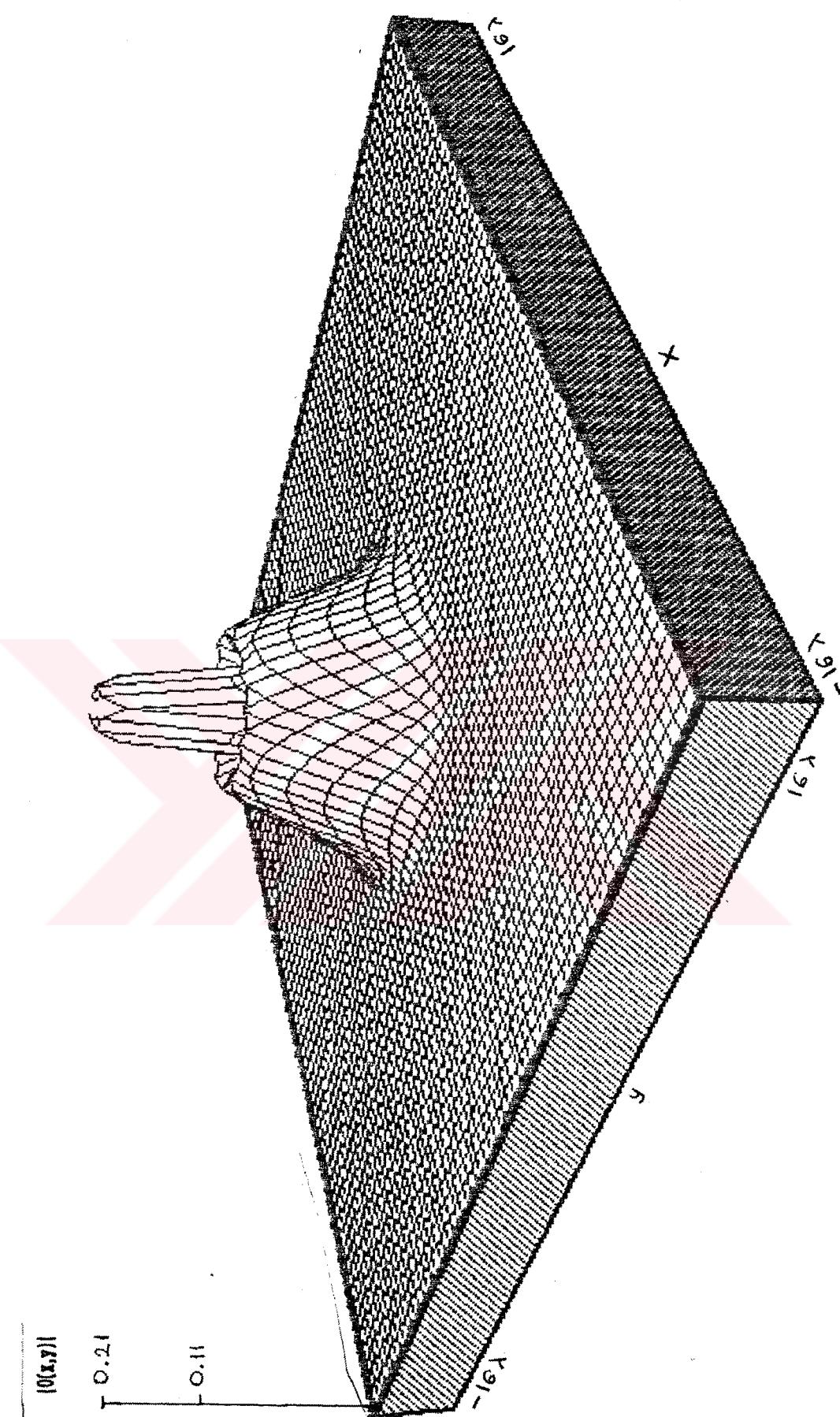
$$v = 2k \sin \frac{\psi}{2} \cos\left(\frac{\psi}{2} + \theta\right) \quad (3.4)$$

elde edilir. Cisim fonksiyonu  $O(x, y)$ 'nin belirlenmesi için önce örneklenen alanların  $A(r)$  ile çarpılması, sonra da dikdörtgen kafes üzerinde örneklenmesi gerekmektedir. Son olarak iki boyutlu ters FFT ile  $O(x, y)$  bulunur.

Özellikleri önceki bölümde verilen iki tabakalı silindir için elde edilen görüntüler Şekil:3.9.a-b'de verilmiştir. Örnekleme yine 64 noktada yapılmıştır. cisimden  $20\lambda$  uzaklıkta,  $32\lambda$  uzunlukta bir alıcı hattı üzerinde örnekleme yapılması, yayların tamamının doldurulamamasına yol açmış ve Şekil:3.9'da da görüldüğü gibi iç tabakada bir çökme yaratmıştır.



Şekil:3.9.a- Uzak alanda saçılan alanların bir düz çizgi üzerinde örneklenmesi ile bulunan iki tabakalı silindirin kesit görüntüsü

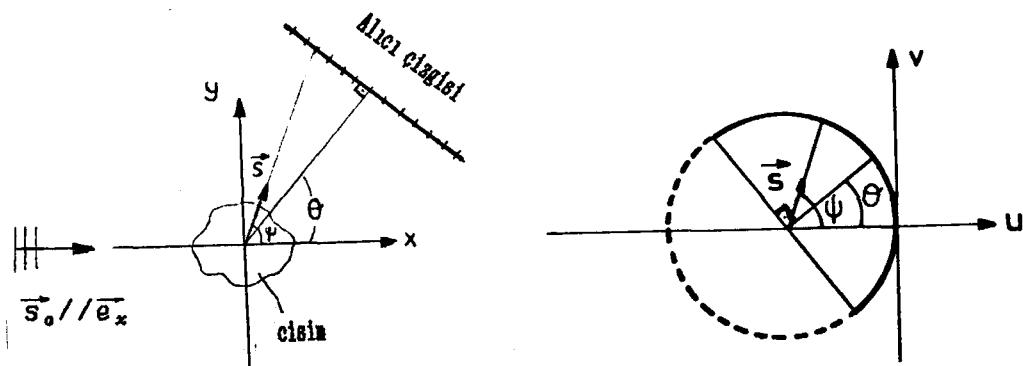


Sekil 3.9.b- Uzak alanda saçılan alanların da bir çizgi üzerinde öneklenmesi  
ile elde edilen 2 tabakalı silindirin görselisi

Tabaka sayısının Üçe çıkarılması durumunda ise iyi bir görüntü elde edilememiştir.

### 3.3.2. Uzak Saçilan Alanların Kaynağa Göre Farklı Doğrultularda Bulunan Çizgiler Üzerinde Örneklenmesi Halinde Görüntüleme Algoritması

Bölüm 3.3.1'de inceelenen yöntemde saçılan uzak alanların, cismi aydınlatan dalganın propagasyon doğrultusuna dik bir çizgi boyunca örneklenmesi hali ele alınmıştır. Cismi aydınlatan düzlem dalga kaynağı sabit bir konumdayken örneklemeye çizgisinin Şekil:3.10.a'daki gibi cisim etrafında  $\theta$ , aralıklarla döndürülmesi durumunda (3.2) bağıntısından yararlanarak, frekans uzayında olusacak yay parçalarının, merkezleri  $\vec{k}_{so}$  da sabit kalacak şekilde  $\theta$ 'n açısı kadar döneceği görülür.



Şekil:3.10- Saçilan alanların farklı doğrultudan toplanması

Alici çizgisi üzerinde örneklenen saçilan alan değerleri de bu yaylar üzerine izdüşürülür. Alici boyunun sonlu olması dolayısıyla dolamayan noktalar alici çizgisinin cisim etrafında döndürülmesi ile doldurulabilir. Cismin çevresinde  $360^\circ$  lik dönme yapılması halinde ise sadece Şekil:3.10.b'de görülen çember üzerindeki noktalar doldurulabilecektir.  $\vec{s}_0/\vec{e}_x$  durumunda, örneklemenin yapıldığı  $\theta$  ve  $\psi$  açılarına bağlı olarak oluşan yay parçasına ilişkin  $(u, v)$  kordinatları

$$u = -k + k \cos(\theta + \psi) \quad (3.5.a)$$

$$v = k \sin(\theta + \psi) \quad (3.5.b)$$

olur. Frekans uzayının doldurulabilmesi ve görüntülemenin yapılabilmesi için sadece bu çemberin elde edilmiş olması yeterli değildir. Uzayı doldurabilmek amacıyla cisim de döndürülmelidir. Cismin döndürülmesi sonucunda yapılacak örneklemelerin sayısı da artar. Cisim  $\alpha$  açısı kadar döndürüldüğünde düzlemede yer alacak yeni  $(u', v')$  koordinatları için

$$u' = u \cos \alpha + v \sin \alpha \quad (3.5.c)$$

$$v' = -u \sin \alpha + v \cos \alpha \quad (3.5.d)$$

yazılır. Alici çizgisi ve cisim birlikte döndürülmesi sonucu, frekans uzayı Bölüm 3.5'te incelenenek olan dairesel örneklemeye durumunda olduğu gibi çemberlerle dolacaktır. Bölüm 3.3.1'de incelenen yöntemde  $N$  doğrultu ve  $N$  noktada örneklemeye yapılırken, bu yöntemde cisim  $N$  defa dönmesi halinde,  $N$  örneklemeye noktası ve alici çizgisinin  $M$  defa döndürülmesi ile toplam  $N \cdot M \cdot N$  örneklemeye yapmak gerekmektedir. Bu durumda cisim fonksiyonunun frekans domeninde kaplayacağı bölge genişlemekle birlikte, bilgisayar işlem zamanı ve bellekte işgal edilen hacim çok artacaktır. Sonuç

İtibarıyla limit halde dairesel örneklemeye eşdeğer olan bu yöntem, görüntü kalitesi yönünden fazla bir üstünlük getirmeyecektir.

### **3.4. Uzak Alanda Saçilan Alanların iki Paralel Anten Dizisi ile Örneklenmesi Probleminin Araştırılması**

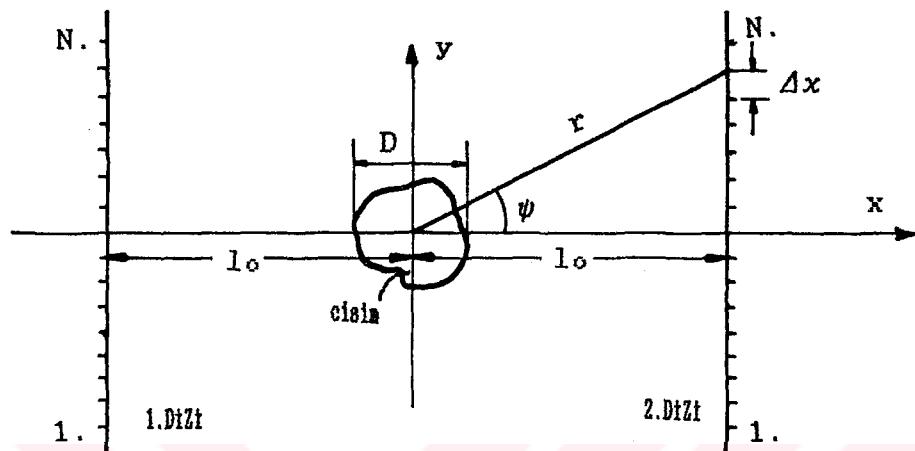
Sentetik açıklık tekniği olarak bilinen ve Nahamoo [20] tarafından tavsiye edilen tomografik görüntüleme yönteminde bir verici ve bir alıcı dizisinden oluşan iki paralel hattın arasına yerleştirilen bir cisimin iki kez döndürülmesi ile Fourier uzayının doldurulabileceği belirtilmiştir.

Bu tez çalışmasında ise Nahamoo'nun önerdiği düzenden farklı olarak, Şekil:3.11'de görüldüğü gibi cisim hem alıcı hem de verici olarak çalışan sonlu uzunlukta iki paralel hat ile farklı doğrultularda aydınlatılmakta ve uzak alan datası yine bu alicilarca toplanmaktadır.

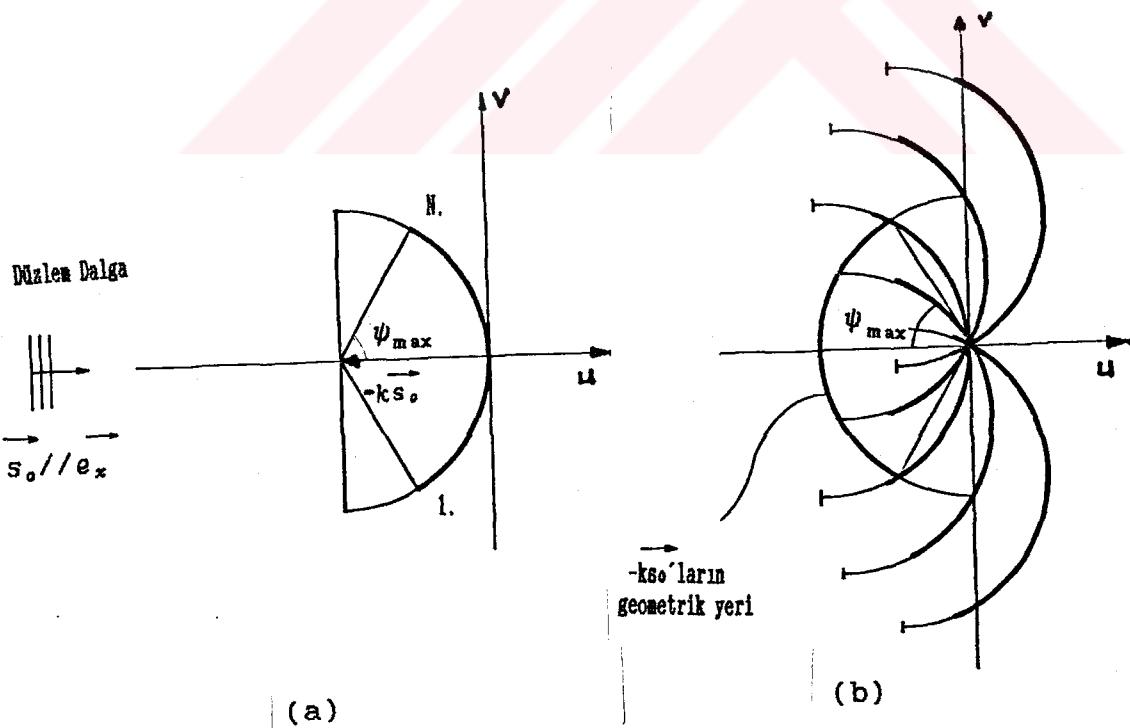
Bu durumda frekans domeninde saçılan alanların yer aldığı yay parçalarının konumları için aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir :

1- Dalganın 1.Dizi tarafından verilip, saçılan alanın 2.Dizi tarafından alınması durumu Bölüm 3.3.1'de incelenen transmisyon tipi tomografiye karşılık gelir. ALCİ uzunluğu sonlu olduğundan Şekil:3.12'de görülen yay parçaları elde edilir. Şekil:3.12.a x-ekseni doğrultusunda propagasyon yapan düzlemsel dalgaların

oluşturduğu yayı, Şekil:3.12.b ise 1.Dizi'deki tüm aydınlatma doğrultuları için yay parçalarının kaplayacağı bölgeyi göstermektedir.



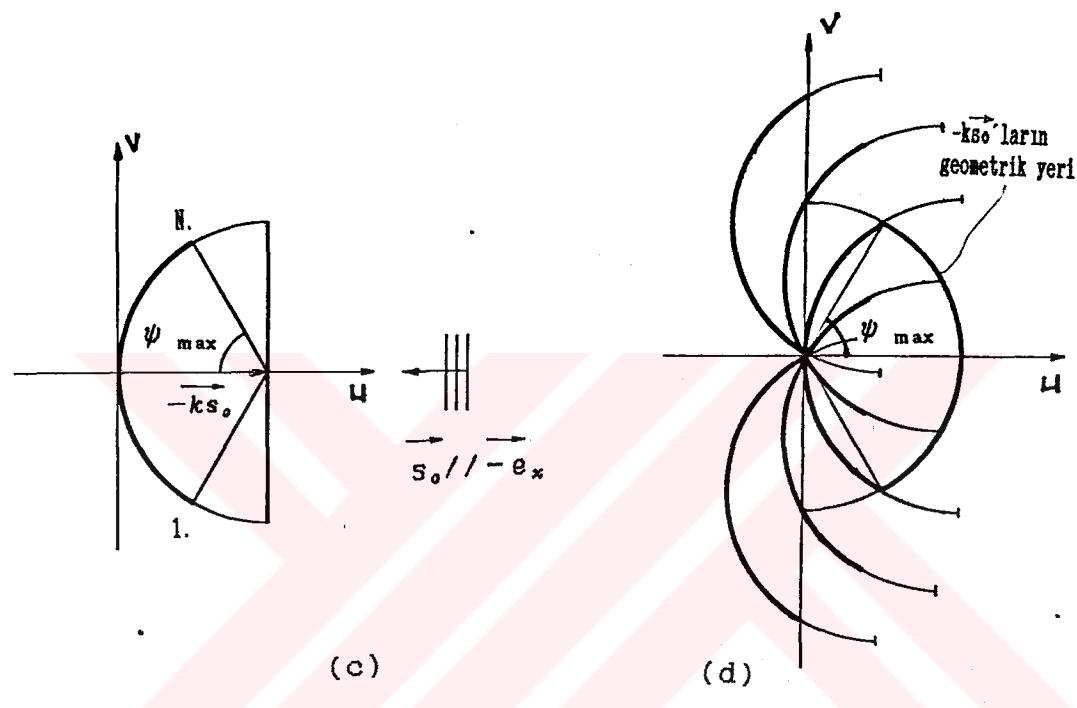
Şekil:3.11- iki paralel alıcı ile data toplama



Şekil:3.12.a-  $\vec{e}_T$  //  $\vec{e}_T$  için elde edilen yay parçası

b- Frekans uzayında yayların oluşturduğu bölge

2- Dalganın 2.Dizi tarafından verilip, saçılan alanın 1.Dizi tarafından alınması hali de yine transmisyon tipi tomografiye karşılık gelir. Bu durum aydınlatma-ölçme düzeninin veya cismin  $180^\circ$  döndürmesine esdegerdir. Frekans domeninde elde edilecek yaylar Şekil:3.12.c ve d'de görülen bölgeyi doldurur.

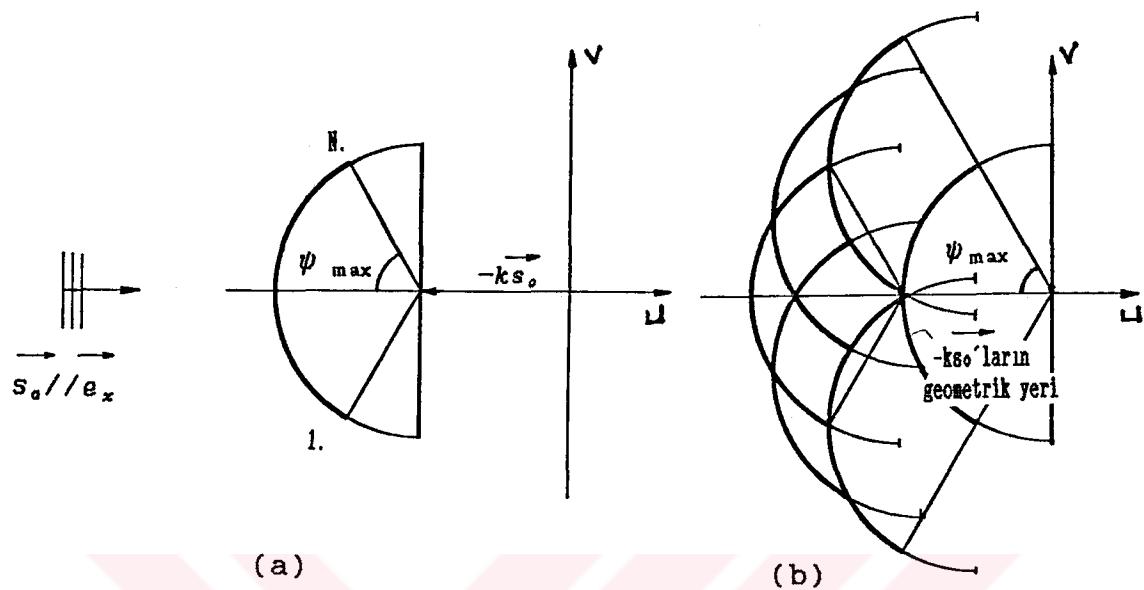


Şekil:3.12.c-  $\vec{s}_o // -\vec{e}_x$  için elde edilen yay parçası

d- Frekans uzayında yayların oluşturduğu bölge

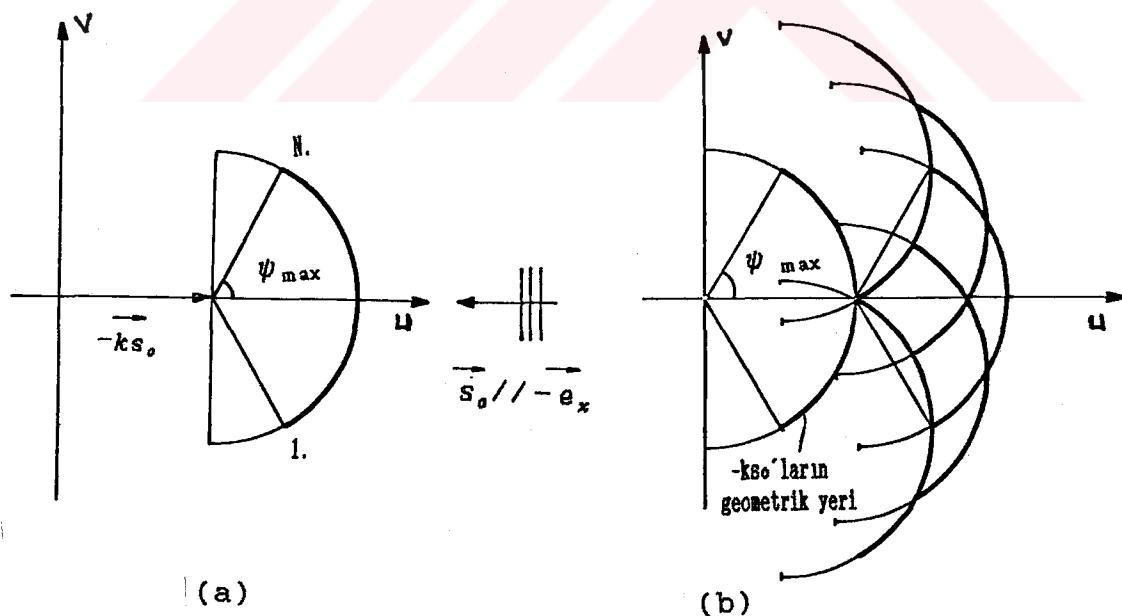
3- Dalganın 1.Dizi'den verilip, saçılan alanın yine 1.Dizi tarafından alınması hali refleksiyon tipi tomografiye karşı gelir. Bu durumda frekans uzayında yayların konumları Şekil:3.13'te görüldüğü gibidir.

4- Dalganın 2.Dizi'den verilip, saçılan alanın yine 2.Dizi tarafından alınması yine refleksiyon tipi tomografiye karşılık gelir. Bu durum bir önceki halde cismin veya aydınlatma düzleminin  $180^\circ$  döndürülmesine esdegerdir, Şekil:3.14.



Şekil:3.13- Dalganın 1.Dizisi'den verilip, yine aynı yerden toplanması hali

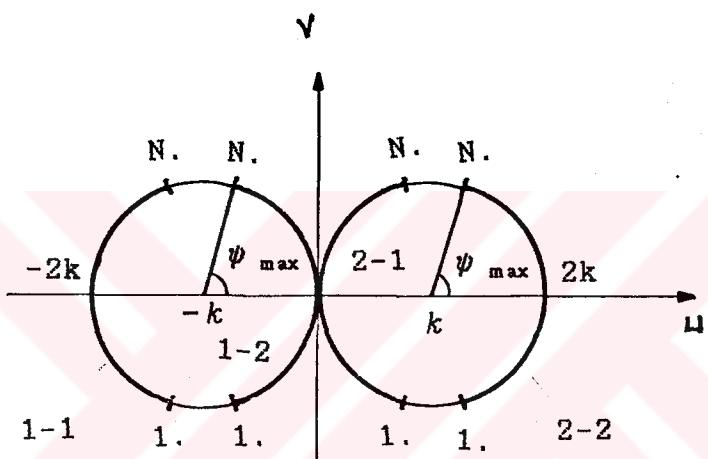
- a-  $\vec{s}_o \parallel \vec{e}_x$  için elde edilen yay parçası
- b- Frekans uzayında yayların konumu



Şekil:3.14.a-  $\vec{s}_o \parallel -\vec{e}_x$  için elde edilen yay parçası

- b- Frekans uzayında yayların konumu

Sonuç olarak bu dört bölgenin toplamı, frekans uzayında,  $2k$  yarıçaplı daire içinde yer alan yay parçaları ile dolacaktır. Şekil:3.15'te sadece ( $\vec{e}_x$ ) ekseninde doğrultusunda propagasyon yapan düzlem dalgalar için oluşan yaylar gösterilmiştir.



Şekil:3.15- İki düzlemlİ aydınlatmada (Sadece  $\vec{e}_x$  yönünde) yayların konumu

Sekilde ince çizgi ile çizilen kısımlar, alıcı hattının  $N$  adet alıcı ile sınırlanmış olması nedeniyle doldurulamayan yay parçalarını göstermektedir. Alıcı çizgi boyları uzadıkça boş kalan noktalar da dolacak, limitte sonsuza ulaşıldığındá ise, frekans bölgesinde, dairesel örneklem hali için elde ettiğimiz çemberler ortaya çıkacaktır.

Frekans uzayında alıcı ve verici hattının uzunluğuna bağlı olarak yayların doluluk oranının belirlenmesi için Şekil:3.10'da görülen düzeni ele alalım. Sonlu uzunluklu alıcı hattında  $\psi$  açısının maksimum değeri, N alıcı nokta sayısı,  $\Delta x$  eş aralıklı bu noktalar arasındaki mesafe ve  $l_0$  da alıcı ile cismin merkezi arasındaki en kısa uzaklık olmak üzere,

$$\psi_{\max} = \arctan\left(\frac{N \cdot \Delta x}{2 l_0}\right)$$

dir. Şekil:3.15'teki yay parçalarının tamamının dolaşılması için  $\psi_{\max} = 90^\circ$  olmalıdır. Bu ise,

$$\frac{N \cdot \Delta x}{2 l_0} \rightarrow \infty$$

olmasını gerektirir. Bunun için  $l_0 \rightarrow 0$  olduğundan,  $N \rightarrow \infty$  olmalıdır. Bunun pratikteki anlamı örnek sayısının arttırılmasıdır. Bu durum bilgisayar kapasitesi yönünden sorun yaratır.

Bir örnek olarak  $l_0$  uzaklığının dalgaboyu cinsinden,  $l_0 = A \cdot \lambda / 2$  alalım. Uzak alan söz konusu olduğundan  $A > 1$  ,  $\Delta x = \lambda / 2$  ,  $\tan \psi = N / 2A$  ,  $N > 2A$  olmalıdır.  $N=2A$  durumunda  $\psi_{\max} = 45^\circ$  olacağından oluşan yayların doluluk oranı %50 olacak yani yarı bilgi toplanamayarak kaybolacaktır.  $\psi_{\max} = 80^\circ$  alındığında doluluk oranı %88.8'dir. Bu durum  $N=11.34$  A olmasına karşılık gelir. Hattın cismin merkezine uzaklışı  $10\lambda$  ise  $N=226$  bulunur. Sistemin iki yönlü çalışması ise en azından [450x450]'lik bir hafıza gerektirecektir. Oysa antenlerin dairesel biçimde dizilmesiyle frekans uzayında elde edilecek çemberler sonsuz uzunlukta iki paralel alıcı-verici hattının oluşturduğu çemberlere eşdeğer sonuç verir. Dolayısıyla eleman sayısının azlığı bakımından dairesel dizi daha üstündür. Dairesel dizinin diğer bir üstünlüğü ise ölçmelerin yapıldığı noktaların

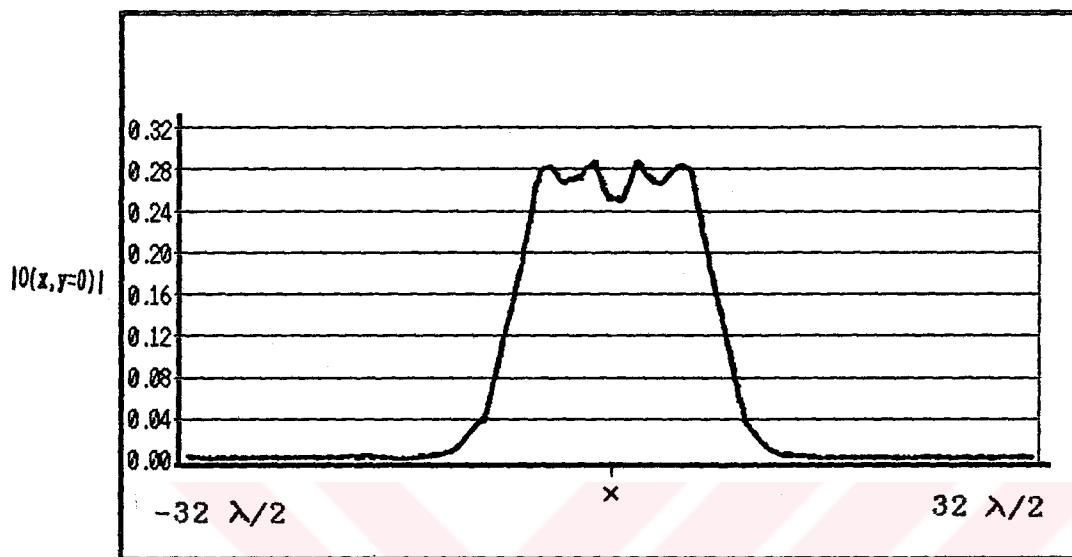
cisimden es uzaklıkta olmasının (3.2) denklemine sabit bir katsayı getirmesidir. Düzleme örnekleme halinde r uzaklığı noktadan noktaya değişeceğinden, bunun gerektireceği etkinin de saçılıan alanlara katılarak, frekans uzayında oluşan yaylar üzerinde yer alması sağlanmalıdır. Bu işlem bilgisayarın daha fazla yüklenmesine yol açar.

Bu nedenlerle paralel levhali örnekleme yöntemi sadece teorik olarak incelenmiş, herhangi bir görüntüleme yapılmamıştır.

### **3.5. Dairesel Ölçme Düzeni ve Dairesel Uzak Alan Algoritması ile Homogen ve Tabakalı Yapıdaki Silindirlerin Görüntülenmesi**

Bölüm 2.2'de anlatılan yöntem kullanılarak, 3 GHz'de, yarıçapı  $a=0.05$  m ve bağıl dielektrik sabiti 1.21 olan sonsuz uzun bir silindirin cisim fonksiyonuna ilişkin görüntü Şekil:3.16'de verilmiştir. Bu görüntü, alanların 16 antenle örneklendiği durum için [32x32] noktada elde edilmiştir.

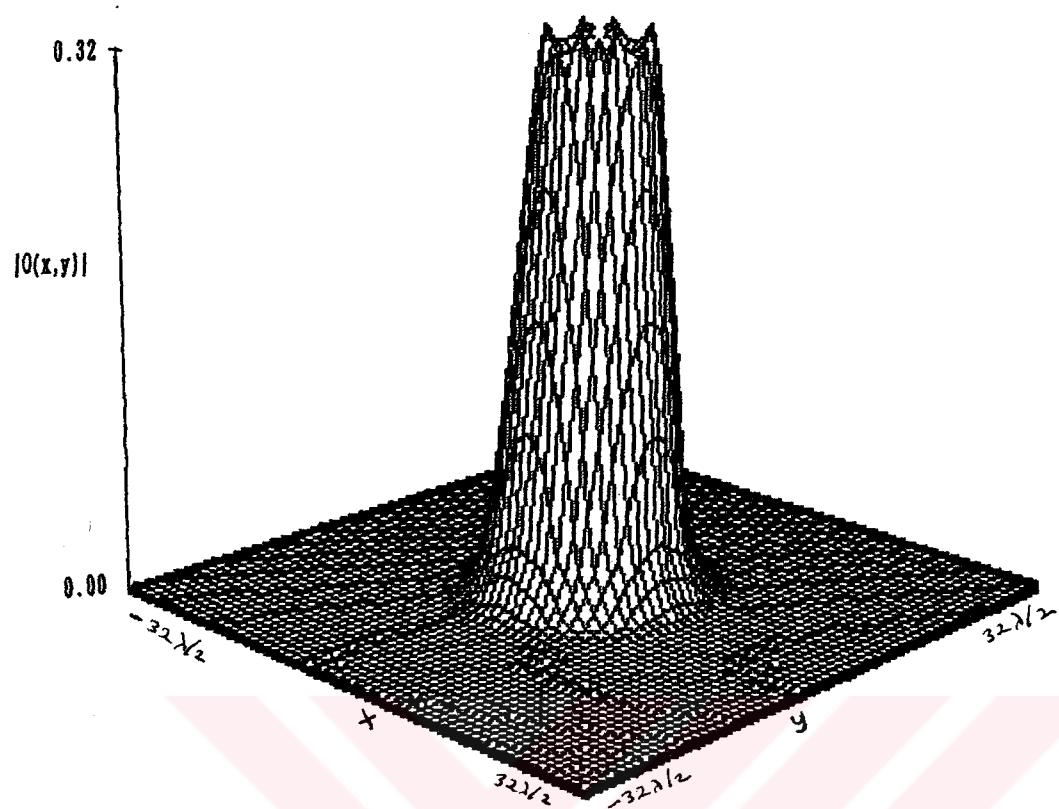
İki tabakalı cisim için ise 3 GHz'de tabaka yarıçapları  $r_1=0.06$  m,  $r_2=0.1$  m ve  $\epsilon_r=1.035, \epsilon_s=1.017$  olarak seçilmiştir. Cismi çevreleyen N adet anten yardımıyla, cismin merkezinden 201 uzaklıktaki saçılıan alanlar örneklelmistir. N=16 alındığında elde edilen görüntüde tabakalar ayrıntılı olarak belirlenmemiştir. 64 anten ile örnekleme yapıldığında [128x128]'lik bir matris halinde elde edilen görüntü Şekil:3.17'de verilmiştir.



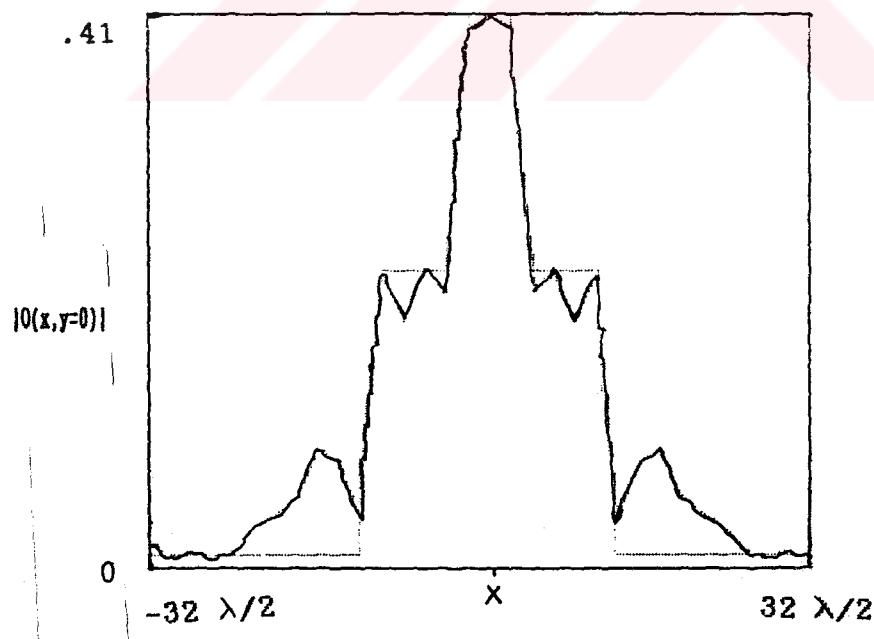
Sekil:3.16.a- 16 anten ile tek tabakalı silindirin  $y=0$ 'daki kesiti

Sekil:3.18'de ise yarıçapları  $r_1=0.1$  m,  $r_2=0.15$  m,  $r_3=0.2$  m ve bağıl dielektrik sabitleri  $\epsilon_1=1.8$ ,  $\epsilon_2=1.5$ ,  $\epsilon_3=1.3$  olan 3 tabakalı bir ciamin dairesel uzak alan algoritması ile elde edilmiş görüntüsü verilmiştir. Bu sonuçların görüntü kalitesi yönünden karşılaştırılması Bölüm 3.6'da yapılacaktır.

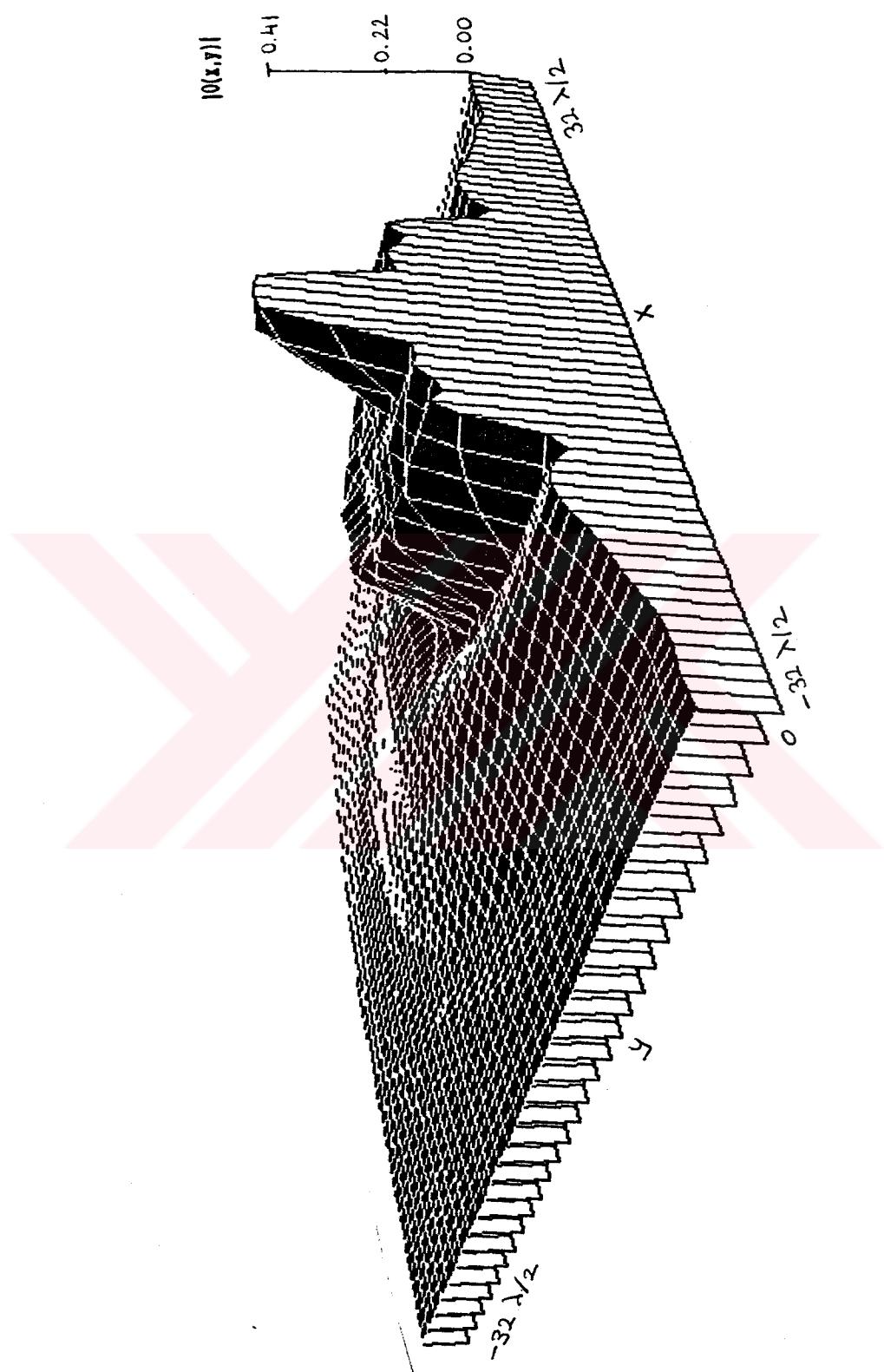
Dairesel uzak alan algoritması düzlemede örneklemeye göre bilgisayar hesap zamanı yönünden daha hızlı çalışmakta ve tek tabakalı bir silindirin görüntülenmesi için 16 noktada örneklemeye yapmak yeterli olurken, düzlemede örneklemeye halinde yaklaşık aynı kalitede bir görüntü elde etmek için 64 doğrultu ve 64 noktada saçılan alan değeri elde etmek gerekmektedir.



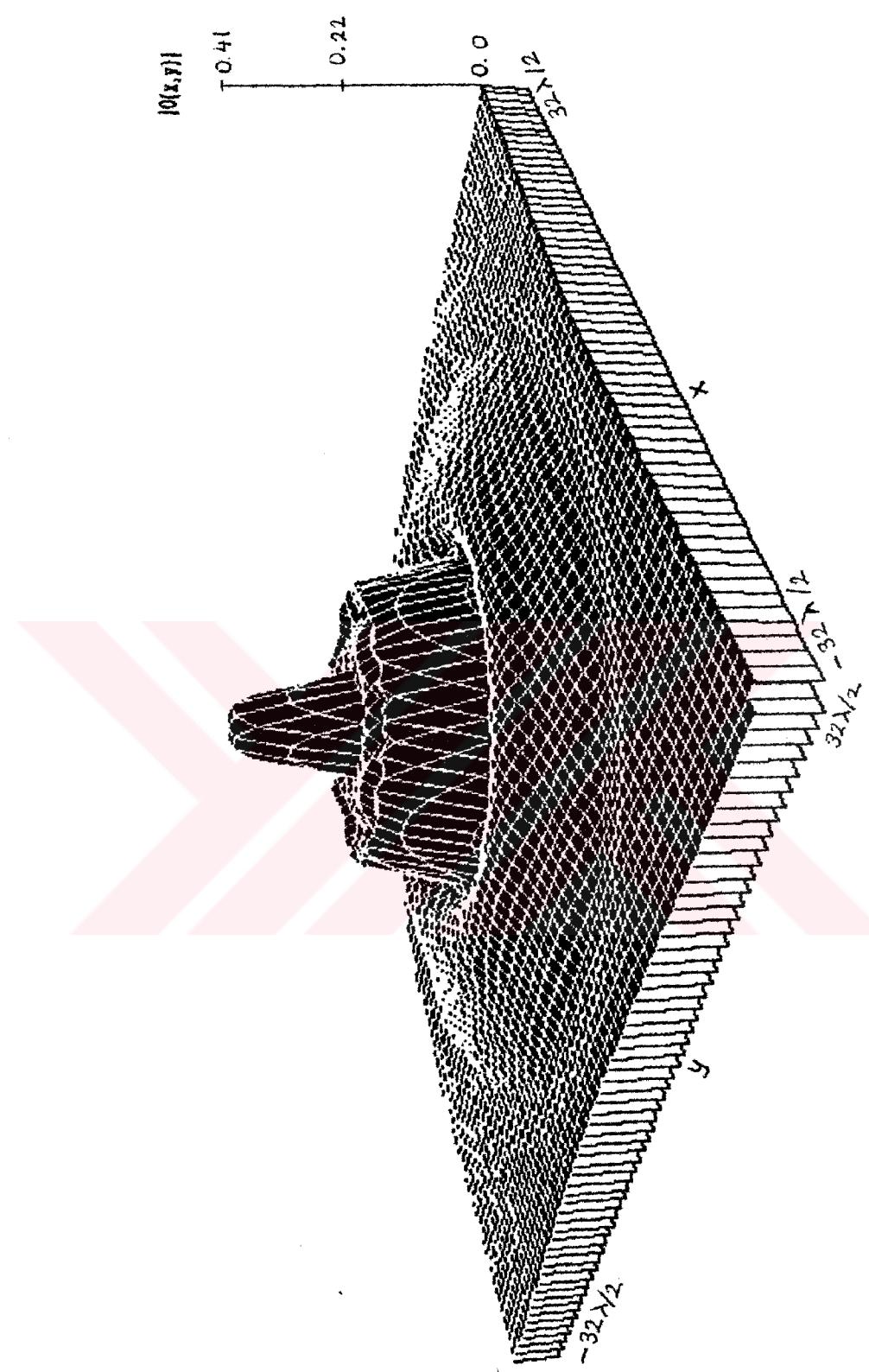
Sekil:3.16.b- 16 anten ile tek tabakali silindire iliskin [32x32]'lik goruntu



Sekil:3.17- iki tabakali silindirin 64 anten ile elde edilen goruntusu  
a. y=0'daki kesiti

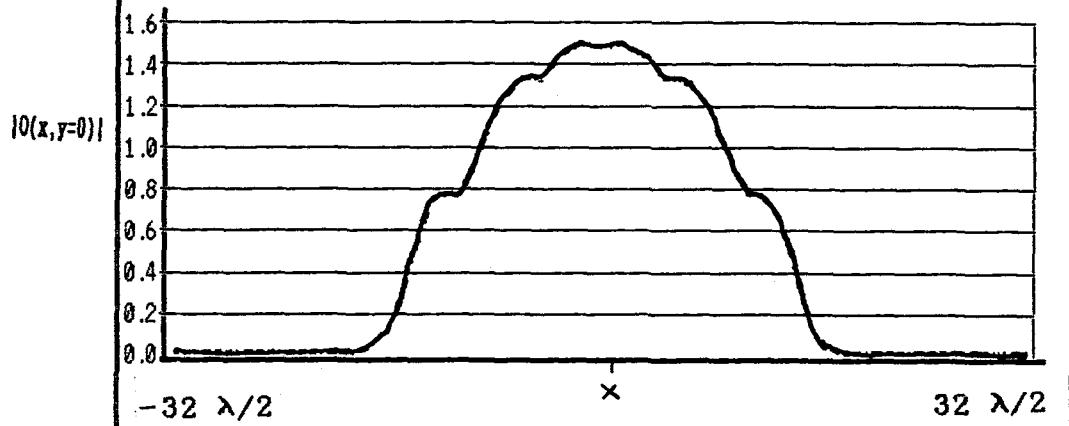


Şekil:3.17.b- Cisim kesilmiş hali

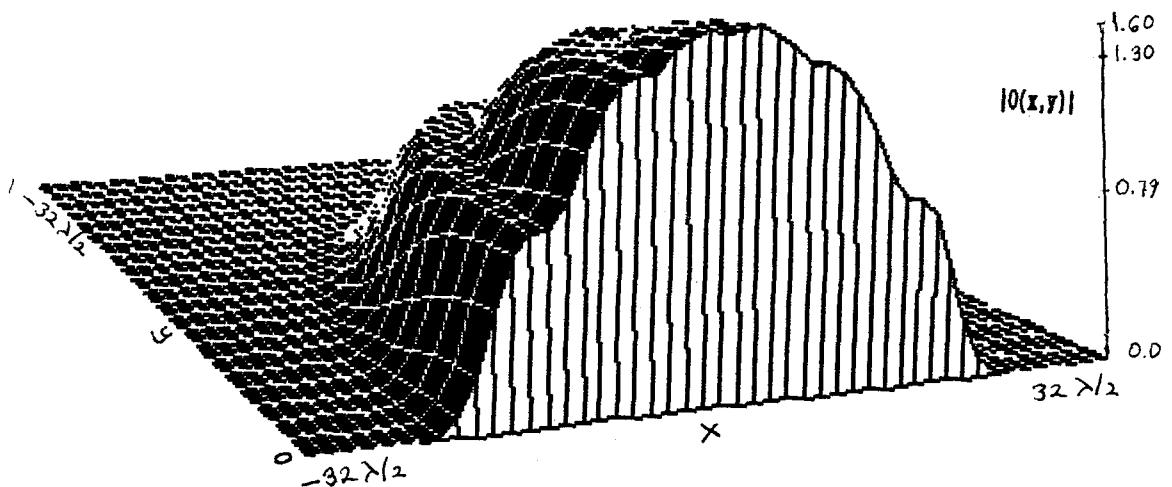


Sekil:3.17.c- Cismin tamanina ait görüldü

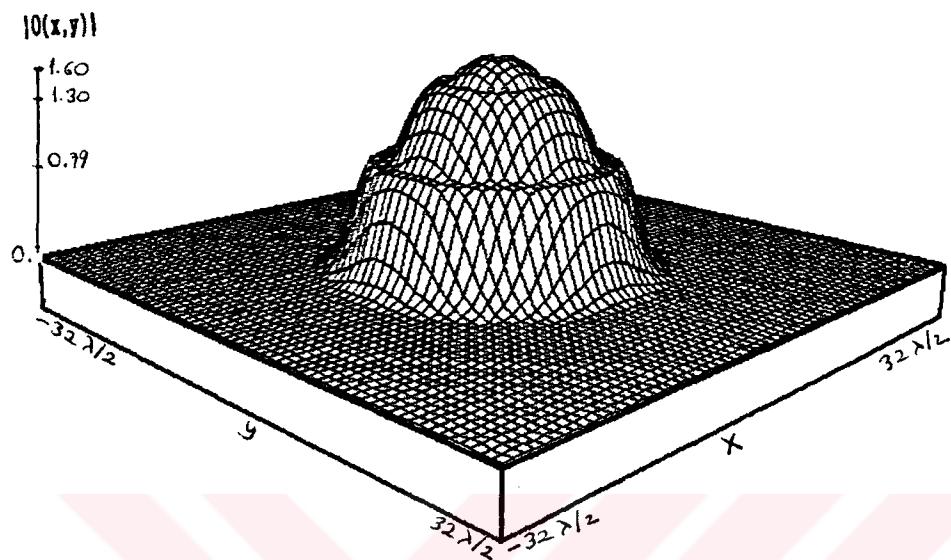
### Üç tabakalı cismin kesiti



Sekil:3.18- Üç tabakalı silindirin 64 anten ile elde edilen görüntüsü  
a.  $y=0$ 'daki kesiti



Sekil:3.18.b- Cismin kesilmiş hali



**Sekil:3.18.c- Cismın tamamına ait görüntü**

### **3.6. Sonuçların Görüntü Kalitesi Yönünden Karşılaştırılması**

Elde edilen görüntülerin kalite yönünden karşılaştırmak amacıyla Ortalama Karesel Hata (Mean Square Error-MSE) ve işaret/Gürültü Oranı (SNR) kavramlarından yararlanılabilir. Bu kavramların hesabına ilişkin bağıntılar EK E'de verilmiştir. Bölüm 3.2.2'de ele alınan iki tabakalı silindirin yakın ve uzak alanda, düzlem üzerinde örneklemme ve dairesel ölçme düzenleri kullanıldığından elde edilen görüntülerine ilişkin görüntü kriterleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.1- Görüntülerin Karşılaştırılması

Algoritmalar	MSE (%)	SNR(dB)
Düzlemde Yakın Alan Algoritması	3.686	11.750
Düzlemde Uzak Alan Algoritması	7.360	10.681
Dairesel Uzak Alan Algoritması	3.468	12.400

Bölüm 3.5'te verilen 3 tabakalı silindirin uzak alanda ve düzlemde örneklenmesi sonucunda ise  $MSE = \% 5.40$  ve  $SNR = 11.742$  dB olarak bulunmuştur. Üç tabakalı silindirde görüntü kalitesinin biraz düşmesinin nedeni, cisimin daha karmaşık hale gelmesi, buna karşılık örneklemme sayısının aynı kalmış olmasıdır.

### 3.7. Dairesel Uzak Alan Algoritmasının Çok Frekanslı Aydınlatma Durumunda Teorik Yönden İncelenmesi

Görüntüleme işlemi sırasında cisim fonksiyonunun iki boyutlu ters Fourier dönüşümü alınmadan önceki ifadesi olan  $\bar{O}(u,v)$

$$\bar{O}(u,v) = O(u,v) \cdot H(u,v) \quad (3.6)$$

bağıntısı ile ifade edilebilir. Burada  $O(u,v)$  Fourier uzayı tamamen doldurulduğunda elde edilecek olan cisim fonksiyonu,  $H(u,v)$  ise frekans uzayını karakterize eden ve

$$H(u,v) = \begin{cases} 1, & \sqrt{u^2+v^2} \leq 2k \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.7)$$

olarak tanımlanan fonksiyondur. (3.6)'nın ters Fourier dönüşümü

$$\bar{O}(x,y) = O(x,y) * h(x,y) \quad (3.8)$$

dir. Burada \* konvolusyonu,  $h(x,y)$  nokta dağılım fonksiyonu (PSF)'i göstermektedir.  $\bar{O}(x,y)$ , gerçek  $O(x,y)$ 'nin görüntülenmiş halidir.  $\bar{O}(x,y)=O(x,y)$  olması için

$$h(x,y) = \delta(x,y)$$

olmalıdır.  $\delta(x,y)$  iki boyutlu Dirac darbe fonksiyonudur. (3.7)'nın ters Fourier dönüşümü

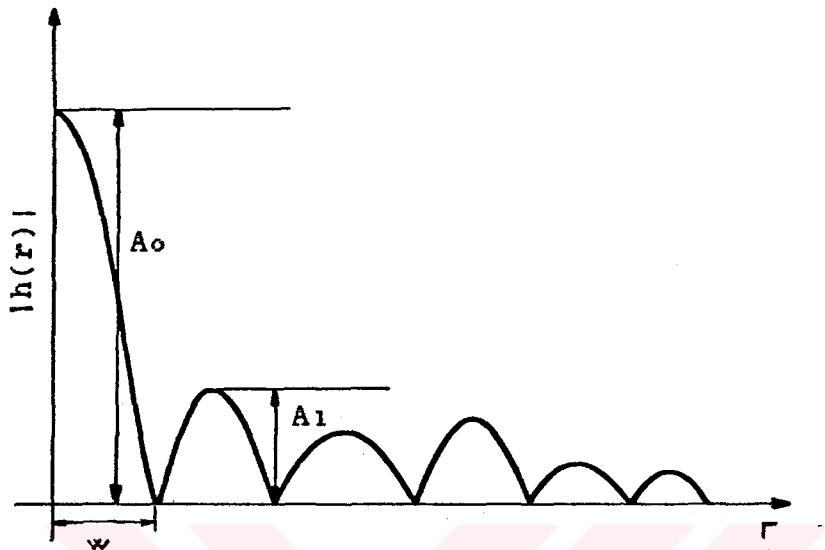
$$h(x,y) = 2k \frac{J_1(2k \sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad (3.9)$$

olarak elde edilir [25].  $|h(x,y)|$ ,  $r=\sqrt{x^2+y^2}$  ye göre çizilirse, Şekil:3.19'daki gibi bir değişim gösterir.  $\bar{O}(x,y)$ 'nin  $O(x,y)$  ye yaklaşması için  $h(x,y)$ 'nin sadece orijindeki dar bir bölgede sıfırdan farklı olması gereklidir. Buna göre  $h(x,y)$ 'nin

$$\rho = \frac{A_0}{A_1} = \frac{\text{Ana kulak genişliği}}{\text{ilk yan kulak genişliği}} \quad (3.10)$$

değeri maksimum ve w ana kulak genişliği minimum olmalıdır.

Cismin ayrık  $f_1, f_2, \dots, f_N$  frekanslarında aydınlatıldığını varsayırsak  $H(u,v)$  ifadesi



Sekil:3.19-  $|h(r)|$ 'in  $r$  ile değişimini

$$H(u, v) = \sum_{t=1}^N \delta\left(\sqrt{u^2 + v^2} - 2k_t\right) \quad (3.11)$$

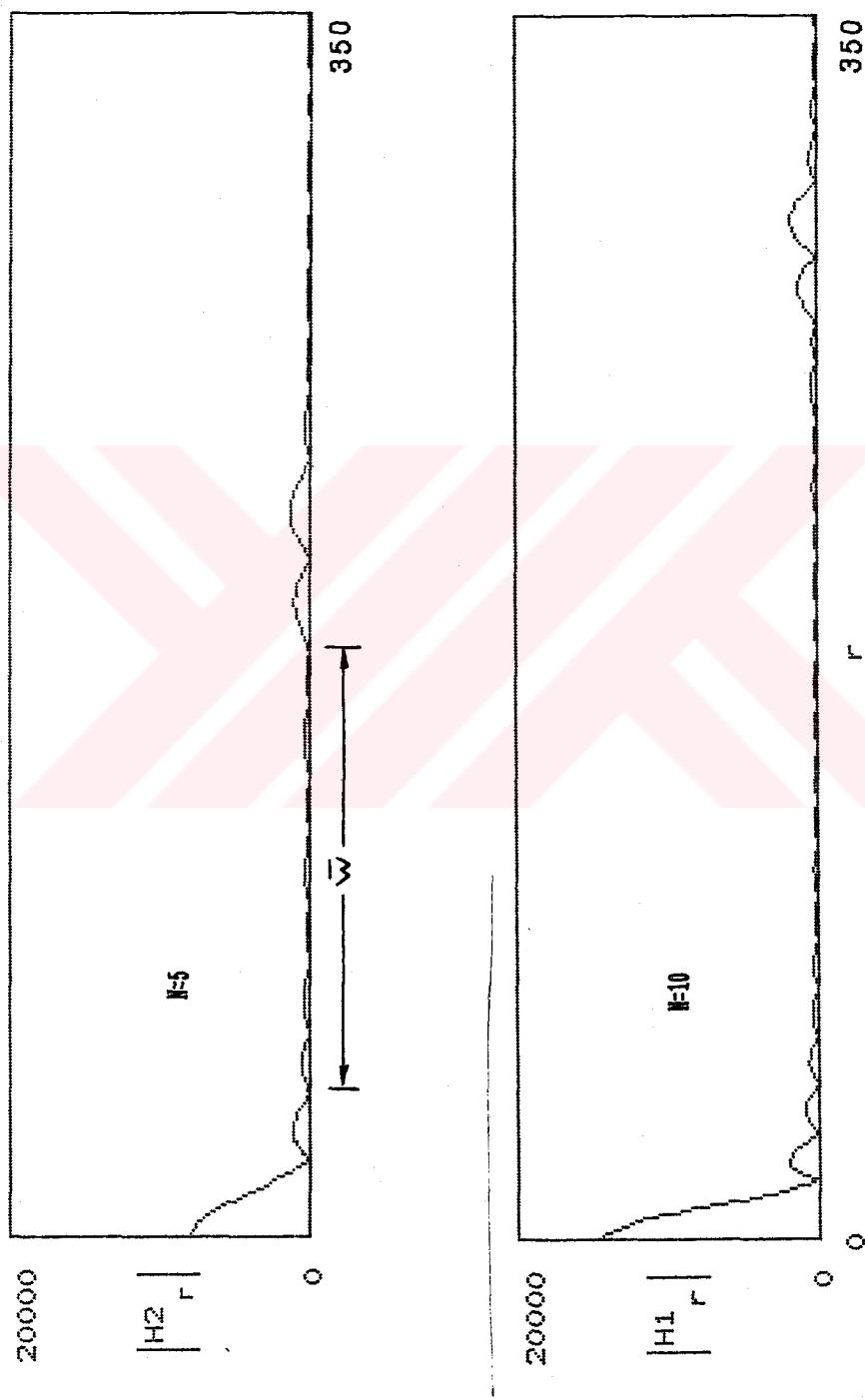
$$\left( k_t = \frac{2\pi f_t}{c} \right)$$

ve ters dönüşümle,

$$h(x, y) = \sum_{t=1}^N 2k_t J_a\left(2k_t \sqrt{u^2 + v^2}\right) \quad (3.12)$$

elde edilir. Bu fonksiyonun  $r$ 'ye göre değişimi ise eş aralıklı 5 ve 10 frekans değeri için Sekil:3.20'de görülmektedir. Burada  $\bar{w}$  ile gösterilen ve iki düşük seviyeli kulak arasında kalan bölge karanlık bölge adını alır. 1-10 GHz arasındaki bölgede frekans sayısının artması sonucu ortaya çıkan gelişmeler

a-  $N=5$  frekans değeri için



Sekil 3.20- 5 ve 10 frekanslı aydınlatma durumunda  $|h(r)|$ 'in değişimi

$$\rho = 5.9$$

$$w = 0.13, \bar{w} = 0.76, \bar{w}/w = 5.846$$

b- N=10 frekans değeri için

$$\rho = 8$$

$$w = 0.091, \bar{w} = 1.242, \bar{w}/w = 13.648$$

olarak bulunmuştur.

Görüldüğü gibi frekans sayısının artması  $\rho$  genliğini artırmakta,  $w$  genişliğini azaltmakta. sürekli hale yaklaşımaktadır. Buna benzer bir yorum, cismi aydınlatan kaynağın aydınlatma doğrultusu sayısı için de yapılabilir.

### 3.8. Birinci Mertebe Difraksiyon Tomografisinde Görüntü Kalitesini Sınırlayan Faktörler

Birinci mertebe difraksiyon tomografisinde görüntü kalitesi matematiksel ve deneysel yönden sınırlanmaktadır. Sacılan alanın elde edilmesi için integral denklemin çözümünde Born veya Rytov yaklaşıklıklarının kullanılması hataya neden olmakta ve aynı zamanda görüntülenecek cismin özelliklerini sınırlamaktadır. Bu tip hataların azaltılması için daha üst mertebeden yaklaşıklıklar yapılmalıdır [13].

Görüntülemede matematiksel sınırlamalar cismin boyutu ve kırılma indisine ilişkindir. Slaney, Kak ve Larsen [13] silindirik bir cismin yarıçapını ve kırılma indisini değiştirek Born ve Rytov yaklaşımlarının geçerlilik alanını incelemişler, Born yaklaşımının yarıçapı ve kırılma indisleri küçük, Rytov yaklaşımının ise kırılma indisleri küçük olan büyük boyutlu cisimlerin görüntülenmesinde üstün olduğunu göstermişlerdir.

Deneysel hatalar ise toplanan verilerin sonlu sayıda olmasından kaynaklanmaktadır. Saçilan alanlar belirli sayıda doğrultu ve noktada ölçülebilmekte, ayrıca ölçme ve interpolasyon hataları da sonucu etkilemektedir. Bu tip hatalar çok sayıda noktada veri toplayarak azaltılabilir. Alıcı çizgisi uzunluğunun sonlu olması, alıcı çizgisinde verilerin örnekleşmesi, deneysel hataları artıran faktörlerdir. Saçilan alan alıcı çizgisi üzerinde noktasal bir alıcı dizisi ile ölçülür. Alicilar arasında sıfırdan farklı olan örnekleme aralığı bir ölçme hatasına neden olur. Bu hatanın en aza indirilmesi için Nyquist örnekleme teoremi uyarınca, örnekleme aralığı  $T$ , ortam dal-gaboyunun yarısına eşit seçilmelidir.

## **SONUÇLAR VE ÖNERİLER**

Bu çalışmada, farklı doğrultularda düzlemsel elektromagnetik dalga ile aydınlatılan dielektrik bir cisimden saçılan uzak alanlardan yaralanarak cisim fonksiyonunun görüntülenmesi problemi ele alınmıştır. Uzak saçılan alanların cismi çevreleyen bir çember üzerinde örneklenmesi durumunda, bilgisayar yardımı ile analitik ifadelerden hesaplanarak bulunan saçılan alan datası ile cisim fonksiyonu arasında bir bağıntı elde edilmiş ve bu bağıntıdan yararlanarak cismin görüntülenmesini sağlayacak yeni bir algoritma geliştirilmiştir. Uzak alan algoritması saçılan alanların düz bir çizgi üzerinde örneklenmesi hali için de uygulanmıştır. Uzak alan algoritmalarından elde edilen görüntüler Fourier difraksiyon izdüşüm teoremi yardımıyla oluşturulan görüntülerle karşılaştırılmıştır.

Tezde, Bölüm 1.4.1'de ayrıntılı olarak gösterildiği gibi, cisim fonksiyonu ile saçılan alanlar arasındaki bağıntı, dalga denkleminin indirgendiği integral denklemin çözümünde yapılan Born yaklaşımı altında elde edilmiştir. Uzak alanda örnekleme yapıldığı varsayımlı ile elde edilen integral denklemde Hankel fonksiyonunun asimptotik açınınının kullanılması mümkün olmuş ve ortaya çıkan basitleşme ile (2.7) denklemi elde edilmiştir. Bu denklemden görüldüğü üzere, ölçümlerin yapıldığı çemberin yarıçapını gösteren  $r$  sabit olduğuna göre, düzlem dalga ile aydınlatılan cisimden yeteri kadar uzakta ve cismi çevreleyen çember üzerinde es

aralıklarla ölçülen saçılan alanlar ile cisim fonksiyonunun iki boyutlu Fourier dönüşümünün  $k(\vec{s}_0 + \vec{s})$ 'de yer alan değerleri arasında bir ilişki mevcuttur.  $k(\vec{s}_0 + \vec{s})$ , frekans uzayında  $k$  yarıçaplı,  $k\vec{s}_0$  merkezli bir çember gösterir. Cismi aydınlatan düzlem dalga kaynağının doğrultusu değiştirilerek frekans uzayı doldurulduğunda elde edilen ve cisim fonksiyonunun iki boyutlu Fourier dönüşümünün yer aldığı noktaların oluşturduğu bölge  $2k$  yarıçapında bir daire içindedir. Oysa diğer araştırmacılarca yakın alanda Fourier difraksiyon izdüşüm teoreminin kullanıldığı ve düz bir hat boyunca saçılan alanların örnekendiği halde cisim fonksiyonunun iki boyutlu Fourier dönüşümü frekans uzayında, Bölüm 1.4.2'de incelendiği gibi,  $-k\vec{s}_0$  merkezli, orijinden geçen bir yay parçası üzerinde yer alır. Frekans uzayı cismi veya ölçme düzenini döndürmek suretiyle doldurulduğunda ise, yarıçapı  $\sqrt{2} k$  olan bir bölge elde edilir. Buradan da görüldüğü gibi dairesel ölçme düzeni kullanıldığında, cisim fonksiyonunun Fourier dönüşümünün yer aldığı bölge genişlemekte, böylece daha fazla noktada cisim fonsiyonuna ait bilgi elde etmek mümkün olmaktadır. Ayrıca sadece uzak alan datasının kullanılması görüntüleme algoritmasını büyük ölçüde basitleştirmektedir.

Üçüncü bölümde örnek olarak seçilen ve saçılan alanları bilgisayarla hesaplamak sureti ile bulunan bazı dielektrik silindirlerin hem Fourier difraksiyon izdüşüm teoremi, hem de Bölüm 2'de elde edilen (2.7) bağıntısı ve Bölüm 2.2'de anlatılan yeni algoritma ile görüntülerini çıkarılmıştır. Bu amaçla seçilen ve Born yaklaşımının zayıf saçılma koşuluna uyan, düzlem dalga ile aydınlatılmış tek ve iki tabaklı, sonsuz uzun, özellikleri sadece  $(x, y)$ -doğrultusunda değişme gösteren

silindirlerden saçılan alanlar Ek B'de verilen bağın-  
tilar yardımıyla hesaplanmıştır. Bu bölümde yapılan  
çalışmaları şu şekilde özetleyebiliriz :

1. Yakın alanda Fourier difraksiyon izdüşüm teoremi ile tek ve iki tabakalı silindirlerin görüntülenmesi (Şekil:3.1 - 3.3).
2. Uzak saçılan alan datasının cisim etrafında kaynakla birlikte döndürülen düz bir hat boyunca örneklenmesi halinde cisim fonksiyonunun elde edilmesi ve görüntülenmesi (Şekil:3.9).
3. Uzak alanda kaynak sabit tutulup alicı çizgisi ve cisim döndürülüğünde algoritma yapısının incelenmesi.
4. Uzak alanda saçılan alanların iki anten dizisi ile örneklenmesi probleminin araştırılması.
5. Dairesel ölçme düzeni ve dairesel uzak alan algoritması ile tek, iki ve üç tabakalı silindirin görüntülenmesi (Şekil:3.16 - 3.17 - 3.18).
6. Sonuçların birbirleri ile karşılaştırılması.

Saćilan alanların bir düzlem boyunca örneklenerek Fourier difraksiyon teoremi yardımıyla cismin görüntülenmesi için EK D'de verilen I.FOR görüntüleme algoritması takip edilmiştir. Homogen bir silindirin bu yöntemle görüntülenmesi için 64 doğrultu ve noktada örneklemeye yapmak gerekmış, sonuçta cisim fonksiyonu  $[64 \times 64]$ 'luk bir matris halinde elde edilmiştir. Bölüm 2'de verilen uzak alanda dairesel örneklemenin yapıldığı algoritmanın kullanılması halinde ise yaklaşık aynı kalitede bir görüntü elde etmek için 16 noktada ölçme yapmak ve cismi  $[32 \times 32]$ 'lik bir matris halinde görüntülemek yeterli olmaktadır. İki tabakalı bir silindirin görüntülenmesinde ise her iki yöntemde de  $[64 \times 64]$ 'luk bir saçilan alan matrisinin hesaba katılması uygun olmaktadır. Bu sonuçlara Bölüm 3.6'da verilen görüntü kalitesi hesapları ile varılmıştır.

Düzlem geometride  $16 \times 16$  noktada örnek alınması ve EK D'de gösterildiği şekilde filtre fonksiyonlarının kullanılması durumunda elde edilen sonuç tatmin edici olmaktan uzaktır (Şekil:3.4).  $64 \times 64$ 'lük örneklemme durumunda ise filtre fonksiyonları kullanılmadan önce tabakaların ayrimı belli olmakla birlikte (Şekil:3.5) yeterli düzgünülte bir şekil elde edilememis, ancak filtre fonksiyonlarının programa eklenmesi sonucunda Şekil:3.6'daki görüntüye ulaşılmıştır. Burada elde edilen cisim fonksiyonu yine  $[64 \times 64]$ 'lük matris halinde çizilmiştir.

Suçilan alanların daha doğru olarak belirlenmesi için EK C'de verilen iteratif yöntem ile ikinci ve besinci mertebeden suçilan alanlar hesaplanmış ve bunlara ait görüntüler Şekil:C.1 ve Şekil:C.2'de verilmiştir. Ancak bu yöntem görüntü kalitesini çok fazla iyileştirmediği gibi, bilgisayar zamanını çok arttırmış ve belleğini aşırı yüklemiştir. 5. iterasyondan sonra alanların değişmediği de gözlenmiştir.

Uzak alanda dairesel örneklemme ile yine aynı özelliklere sahip iki tabaklı silindirin görüntülenmesi 16 anten ile ölçülen uzak suçilan alan datasından yararlanarak oluşturulduğunda, tabakalar çok ayrıntılı olarak belirlenememiş, 64 antenli ölçme düzenden elde edilen sonuçlar ise, herhangi bir filtre fonksiyonunun eklenmesine gerek kalmadan iki ve üç tabaklı cisimlerin net bir şekilde görüntülenmesinde yeterli olmuştur. Ancak burada iki boyutlu ters FFT almadan önce cisim fonksiyonuna ilişkin  $\tilde{O}(u,v)$  matrisine sıfır eklemek sureti ile matris  $[128 \times 128]$ 'e genişletilmiş, dolayısıyla ters dönüşüm sonunda daha geniş bir alanda  $\tilde{O}(x,y)$ 'nin görüntüsü elde edilmiştir. Daha iyi bir görüntünün elde

edilmesi için, silindirdeki tabaka sayısının arttıkça gereken örneklemeye sayısının artılması gerekeceği açıkltır. Bu ise bilgisayar bellek hacmi ile sınırlıdır.

Bölüm 3.2.2'de dairesel örneklemeye limit halde eşdeğer olarak düşünülebilen ve Şekil:3.10'da görüldüğü gibi cismin iki tarafında birbirine paralel iki çizgi boyunca sıralanmış anten dizilerini hem alıcı hem verici olarak çalıştmak suretiyle cismin görüntülenmesini sağlayacak düzen için frekans uzayında yer alan bölgelerin konumu ve problemin getireceği bilgisayar hesaplama yükü araştırılmıştır. Pratikte alıcı ve verici uzunluklarının sınırlı olması frekans domeninde oluşan yayların tam olarak doldurulamamasına yol açmaktadır, bu boşlukları azaltmak için örnek sayısını artırmak gerekmektedir. Ayrıca örneklemeye noktasının cisme olan uzaklıklarını dairesel dizideki gibi sabit olmadığından, uzaklıktaki değişimlerin de göz önüne alınması zorludur. İflave olarak, düzlemlerden her biri, hem alıcı hem de verici gibi çalıştığından, bu yöntemde transmisyon ve refleksiyon tipi görüntüleme algoritmalarına yer vermek zorunluluğu vardır. Sonuç olarak bu tür bir düzen ile ancak sonsuz uzunlukta alıcı ve verici dizileri kullanarak dairesel örneklemeye halinde frekans domeninde elde edilen çembere ulaşabileceğin, sonlu uzunluklarda ise bölgede doldurulmamış yaylar kalacağı, dolayısı ile görüntü kalitesinin bozulacağı ve bilgisayarın çok fazla yüklenerek çalışma zamanının artacağı söylenebilir.

Tez çalışmásında uzak ve yakın alan için elde edilen görüntülerin kalitelerini karşılaştırmak amacıyla Bölüm 3.6'da ortalama karesel hata (MSE) ve işaret/Gürültü oranları (SNR) hesaplanmıştır. 64x64 noktada örneklemeye yapılan iki tabaklı silindire ait

görüntüler için, dairesel algoritmada  $MSE = 3.468$ ,  $SNR = 12.40$  dB, Fourier difraksiyon teoremi ile elde edilen görüntülerde ise  $MSE = 3.686$ ,  $SNR = 11.75$  dB olarak bulunmaktadır. İki tabakalı silindirden sağlanan alanların uzak alanda sonlu bir çizgi örneklenmesi halinde elde edilen görüntü için  $MSE = 7.36$ ,  $SNR = 10.68$  dB olarak hesaplanmıştır. Yine  $64 \times 64$  noktada örneklemeye için Özellikleri Bölüm 3.3'te verilen üç tabakalı silindire ait  $MSE = 5.40$ ,  $SNR = 11.742$  dB olarak bulunmaktadır. Bu sonuçlar, elde edilen görüntü ve gerçek cisim ilişkisinin fonksiyonda maksimum değerin 1'e göre normalize edilmesi sonucunda bulunmuş değerlerdir.

Dairesel algoritmanın kullanılması ile elde edilen görüntüde hatanın, Fourier Difraksiyon teoreminin kullanılması ile bulunan görüntüye nazaran biraz daha az, işaret/Gürültü oranının daha yüksek olmasının nedeni, önce de belirtildiği gibi, frekans uzayında datanın yer aldığı bölgenin, düzlemede örneklemeye hali için  $2\sqrt{2}k$ , dairesel örneklemeye hali ise  $4k$  çapında dairesel bir alan kapsamasıdır. Dairesel örneklemeye durumunda, frekans uzayını dolduran çemberler üzerindeki datanın sıklığı, düzlemsel örneklemeye halinde yaylar üzerinde izdüşürülen dataların sıklığında alındığında görüntü kalitesinin çok daha iyileşeceği açıklır.

Yöntemleri harcanan bilgisayar hesap zamanı bakımından karşılaştırırsak, sunları söyleyebiliriz: Bilgisayarda harcanan zaman, kullanılan interpolasyon algoritmasına bağlı olarak, gerekli FFT sayısı ile orantılıdır. Özellikle pratik uygulamalarda bu durum önem tasır. Fourier Difraksiyon teoreminin kullanıldığı yöntemde,  $N$  doğrultu ve  $N$  noktada ölçme yapılıyorsa, ilk olarak ölçülen sağlanan alanların bir boyutlu Fourier

dönüşümü alınır. Daha sonra frekans domeninde cisim fonksiyonunun iki boyutlu ters FFT'si alınır. Dairesel algoritmada ise sadece iki boyutlu ters FFT almak yeterli olmaktadır. Bu algoritmada kullandığımız interpolasyon türü de bilineer interpolasyona göre daha kısa sürede işlem yapmaktadır.

Bölüm 3.7'de inceleniği gibi, frekans domeninde oluşturulan görüntü  $\tilde{O}(u,v)$  tanım olarak, gerçek görüntü  $\tilde{O}(u,v)$  ve bu fonksiyonun frekans domeninde kapladığı bölgeyi tanımlayan  $H(u,v)$  fonksiyonunun çarpımıdır. Uzay domeninde bu çarpım  $O(x,y)$ 'nin gerçek değeri ile Nokta Dağılım Fonksiyonu (PSF)'in konvolusyonuna dönüşür. Örneklemenin ayrık noktalarda yapılması PSF'in yapısında değişiklik meydana getirir. Dairesel örneklemeye dönen için, frekans uzayında  $2k$  yarıçaplı bir bölge içinde  $H(u,v)=1$  olmasından hareketle, sürekli hal için  $|h(r)|$ 'nin  $r$ 'ye göre değişimini çıkarılmış ve 1-10 GHz arasında eş aralıklı ayrık frekans değerlerinin kullanılması durumunda yine bu değişim incelenmiştir. Örneklemme sayısının arttırılması ile sürekli hal eğrisine yaklaşıldığı gözlenmiştir.

Sonuç olarak geliştirdiğimiz uzak alanda dairesel örneklemme algoritması ile elde edilen görüntüler Fourier Difraksiyon teoremi ile bulunan görüntülere yakın kalitede sonuç vermektedir ve daha hızlı çalışmaktadır.

Uzak saçilan alan datasının bir çizgi üzerinde örneklenmesi ve cisim fonksiyonunun görüntülenmesinde ise yine alıcı boyunun sonlu olması görüntü kalitesini azaltmaktadır. Gerekken FFT sayısının azalması, buna

karşılık ölçme noktalarının cisimden farklı uzaklıklarda yer alması dolayısı ile ek bir matris çarpımının gerekli oluşu yöntemin özellikleridir.

Bilindiği gibi dalga denklemlerinin çözümünde yapılan Born ve Rytov yaklaşıklıkları cismin boyut ve kırılma indisi gibi özelliklerini sınırlamaktadır. Birinci mertebeden yaklaşımlar altında difraksiyon tomografisi algoritmalarındaki bu sınırlamalar, Born yaklaşımında cismin içindeki alanın gelen alana yaklaşık olduğu varsayımdan kaynaklanmaktadır. Daha doğru bir görüntüleme algoritması elde etmek için cisim içindeki alan daha doğru olarak modellenmelidir. Yüksek mertebeden görüntüleme algoritmalarında cisim ve cismin içindeki alan, denklem sisteminin iki bilinmeyeni olarak ortaya çıkmaktadır. Lineer olmayan böyle bir denklem sisteminin çözümü için uygulanan yöntemler, çözümün çok defa iraksası ve bilgisayar zamanının çok fazla olmasından dolayı henüz pratik bir aşamaya gelmemiştir.

Özetle bu çalışmada, saçılan alanların uzak alanda, cisim çevreleyen dairesel bir cember üzerinde örneklenmesi durumunda, cisim fonksiyonunun görüntülenmesini sağlayacak bir algoritma geliştirilmiş ve bu algoritma, görüntü kalitesi, bilgisayar hesap zamanı ve bellek hacmi yönünden diğer görüntüleme yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Saçılan alanların cisim iki yanında sıralanmış olan ve hem alıcı, hem verici olarak çalışan iki paralel anten dizisi ile örneklenmesi durumunda frekans uzayında oluşan yay parçalarının, dairesel örneklemeye halinde elde edilen çemberlere dönüştürmesi için, örneklemeye çizgi boyalarının sonsuz

olması gereklidir. Sonlu örnekleme durumunda söz konusu görüntüleme geometrisi için kullanılması gereken algoritma teorik olarak incelenmiştir.

Öneri olarak, bir ters saçılma problemi olan difraksiyon tomografisinde kullanılabilecek olan görüntüleme algoritmalarının, işaret işleme tekniklerinin geliştirilmesi, saçılan alanların daha çok noktada örnekleşmesi, cismin içinde alanların daha doğru olarak modellenmesi, daha hızlı ve geniş bellekli bilgisyarlarının kullanılması ile daha tatmin edici görüntüler verecek şekilde geliştirilebileceği söylenebilir.

## KAYNAKLAR

- [1] K., ROBERTS, B.A., KAK,A.C., Reflection Mode Diffraction Tomography, Ultrasonic Imaging, Vol7, pp:300-320, (1985).
- [2] DEVANEY, A.J., Inverse Scattering Theory Foundations of Tomography with Diffracting Wavefields, SPIE Int. Symp. Pattern Recogn. Acoust. Imaging, Vol768, pp:2-6,(1987).
- [3] KAK, A.C., ROBERTS, B.A., Handbook of Pattern Recognition and Image Processing, Academic Press Inc.,(1986).
- [4] WOLF, E., Three-Dimensional Structure Determination of Semi-trasparent Objects from Holographic Data, Optics Communications, Vol1,pp:153-156, (1969).
- [5] IWATA, K., NAGATA, R., Calculation of Refractive Index Distribution from Interferograms Using Born and Rytov's Approximation, Japan J. Phys., Vol14-1, pp:383, (1975).
- [6] MUELLER, R.K., KAVEH, M., WADE, G., Reconstructive Tomography And Applications to Ultrasonics, Proc. IEEE , Vol67, pp:567-587, (1979).
- [7] PAN, S.X., KAK, A.C., A Computational Study of Reconstruction Algorithms for Diffraction Tomography: Interpolation vs. Filtered Backpropagation, IEEE Trans. Acoust. Speech. Signal Proccesing, VolASSP-31, pp:1262-1275, (1983).
- [8] DEVANEY, A.J., A Filtered Backpropagation Algorithm for Diffraction Tomography, Ultrasonic Imaging, Vol4, pp:336-350,(1982).
- [9] KENUE, S.K., GREENLEAF, J.F., Limited Angle Multi-frequency Diffraction Tomography, IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, VolSu-29, pp:213-217, (1982).
- [10] ADAMS, M.F., ANDERSON, A.P., Synthetic Aperture Tomography (SAT) Imaging for Microwave Diagnostics, IEE Proc. H. Microwaves. Opt. Antennas, 129, pp:83-88, (1982).
- [11] BARIBAUD, M., DUBOIS, F., FLOYRAC, R., KOM, M., WONG, S., Tomographic Image Reconstruction of Biological Objects from Coherent Microwave Diffraction Data, IEE Proc. H. Microwaves. Opt. Antennas, 129, pp:356-359, (1982).

- [12] BOLOMEY, J., IZADNAGAHDAR, A., JOFRE, L., PICHOT, C.H., PERRONET, G., SOLAIMONI, M., Microwave Diffraction Tomography for Biomedical Application, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., VolMTT-30, pp:1988-2000, (1982).
- [13] SLANEY, M., KAK, A.C., LAERSEN, L.E., Limitations of Imaging with First Order Diffraction Tomography, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., VolMTT-32, pp:860-873, (1984).
- [14] POLONI, F.J., The Effects of Attenuation on the Born Reconstruction Procedure for Microwave Diffraction Tomography, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., VolMTT-34, pp:336-368, (1986).
- [15] JOFRE, L., FERRANDO, M., REYES, E., CARDAMA, A., BOLOMEY, J.C., PICHOT, C., Cylindrical Near-Field Microwave Imaging System, Melecon'85/Vol3, Radiocommunications, Elsevier Science Publishers, North Holland, pp:131-133, (1985).
- [16] CHU, T.H., FARHAT, N.H., Frequency-Swept Microwave Imaging of Dielectric Objects, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., VolMTT-36, pp:489-493, (1988).
- [17] SLANEY, M., KAK, A.C., Imaging with Diffraction Tomography, Research Report TR-EE 85-5, School of Electrical Engineering, Purdue University, (1985).
- [18] RIUS, J.M., FERRANDO, M., JOFRE, L., REYES, E., ELIAS, A., BROQUETAS, A., Microwave Tomography: An Algorithm for Cylindrical Geometries, Electronics Letters, Vol23, pp:564-565, (1987).
- [19] MESEREAU, R.M., OPPENHEIM, A.V., Digital Reconstruction of Multidimensional Signals From Their Projections, Proc. IEEE, Vol62, pp:210-299, (1974).
- [20] NAHAMOO, D., PAN, S.X., KAK, A.C., Synthetic Aperture Diffraction Tomography and its Interpolation free Computer Implementation, IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics, VolSu-31, pp:218-229, (1984).
- [21] SOUMEKH, M., KAVEH, M., MUELLER, R.K., Algorithms and Experimental Results in Acoustical Tomography Using Rytov's Approximation, Proc. Int. Conf. Acoust. Speech Signal Processing, Vol1, pp:135-138, (1983).
- [22] HARRINGTON, R.F., Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw Hill, (1961).

- [23] BUSSEY, H.E., RICHMOND, J.H., Scattering by a Lossy Dielectric Circular Cylindrical Multilayer Numerical Values, IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol AP-23, pp:723-725, (1975)
- [24] MORSE, P.M., FESHBACH, H., Methods of Theoretical Physics, McGraw Hill, (1953).
- [25] PAPOULIS, A., Systems and Transforms with Applications in Optics , McGraw Hill, (1968).

## Ek A

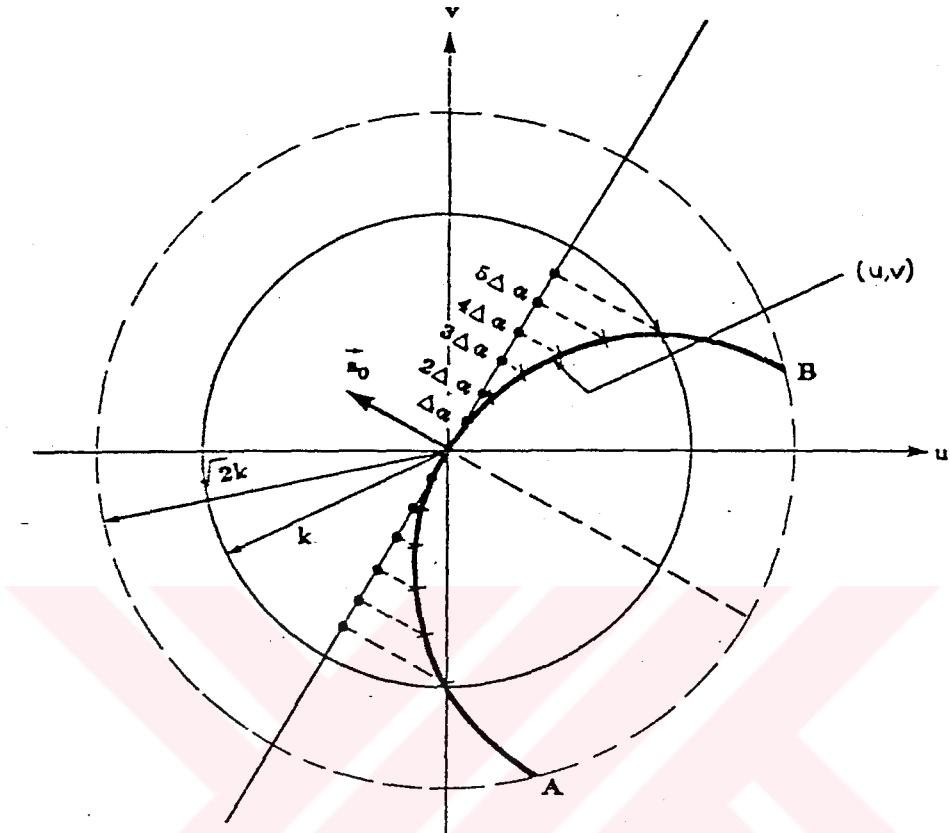
### FOURIER DİFRAKSİYON İZDÜŞÜM TEOREMİNİ KULLANARAK HOMOGEN OLМАYAN DİELEKTRİK BİR CISMIN GÖRÜNTULENMESİ: Örnekleme ve interpolasyon

Bir cismin görüntüsünü oluşturmak için ilk olarak gerekli saçılan alan verileri toplanmalıdır. Bölüm 1.4.2'de incelendiği gibi, cisme belli bir  $\phi$  doğrultusunda gönderilen düzlemsel dalganın meydana getirdiği saçılan alanın Fourier dönüşümü frekans domeninde bir yay üzerinde cismin iki boyutlu Fourier dönüşümü ile ilişkilidir. Şekil:1.2. Frekans domeninde yeterli sayıda veri elde etmek için, bölge mümkün olduğunda bu yaylarla doldurulmalıdır. Bu amaçla ya düzlem dalga kaynağı ve kaynağın propagasyon doğrultusuna dik olacak şekilde ölçmenin yapıldığı TT' hattı cismin etrafında 360° boyunca eş  $\Delta\theta$  aralıklarıyla döndürülmeli veya kaynak ve ölçme düzeni sabitken cisim döndürülmelidir. Frekans uzayını doldurmanın diğer bir yolu da kaynak frekansını değiştirmektir [9]. Bu yöntemle elde edilecek yay parçalarının yarıçapları ( $k$ ) değişecektir. Aynı zamanda cismi de döndürerek frekans uzayı doldurulur.

Bu çalışmada kaynak ve alıcı hattı cisim etrafında  $\Delta\theta$  aralıklarıyla döndürülerek düzlem dalga ile aydınlatılan cisimden saçılan alanlar alıcı çizgisi boyunca eş aralıklı noktalarda hesaplanmıştır. Dolayısıyla bu verilerin ayrik Fourier dönüşümleri de Üniform aralıkçı olarak elde edilmiştir. Bu değerler Şekil:A.1'de görüldüğü gibi ait oldukları yay üzerine izdüşürülürler. Böylece  $\alpha$  genliği ve  $\phi$  açısına bağlı  $Q(\alpha, \phi)$  cisim fonksiyonu (1.32)'den elde edilir. Her bir izdüşüm Şekil:A.2'deki gibi bir  $(\alpha, \phi)$  koordinatı ile belirlenir.  $(u, v)$ -frekans uzayındaki herhangi bir  $(u, v)$ -noktası ile  $(\alpha, \phi)$  arasındaki bağıntı ise,

$$\alpha_{1,2} = \pm k \sin \left[ 2 \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{2k} \right) \right] \quad (EK \text{ A1.a})$$

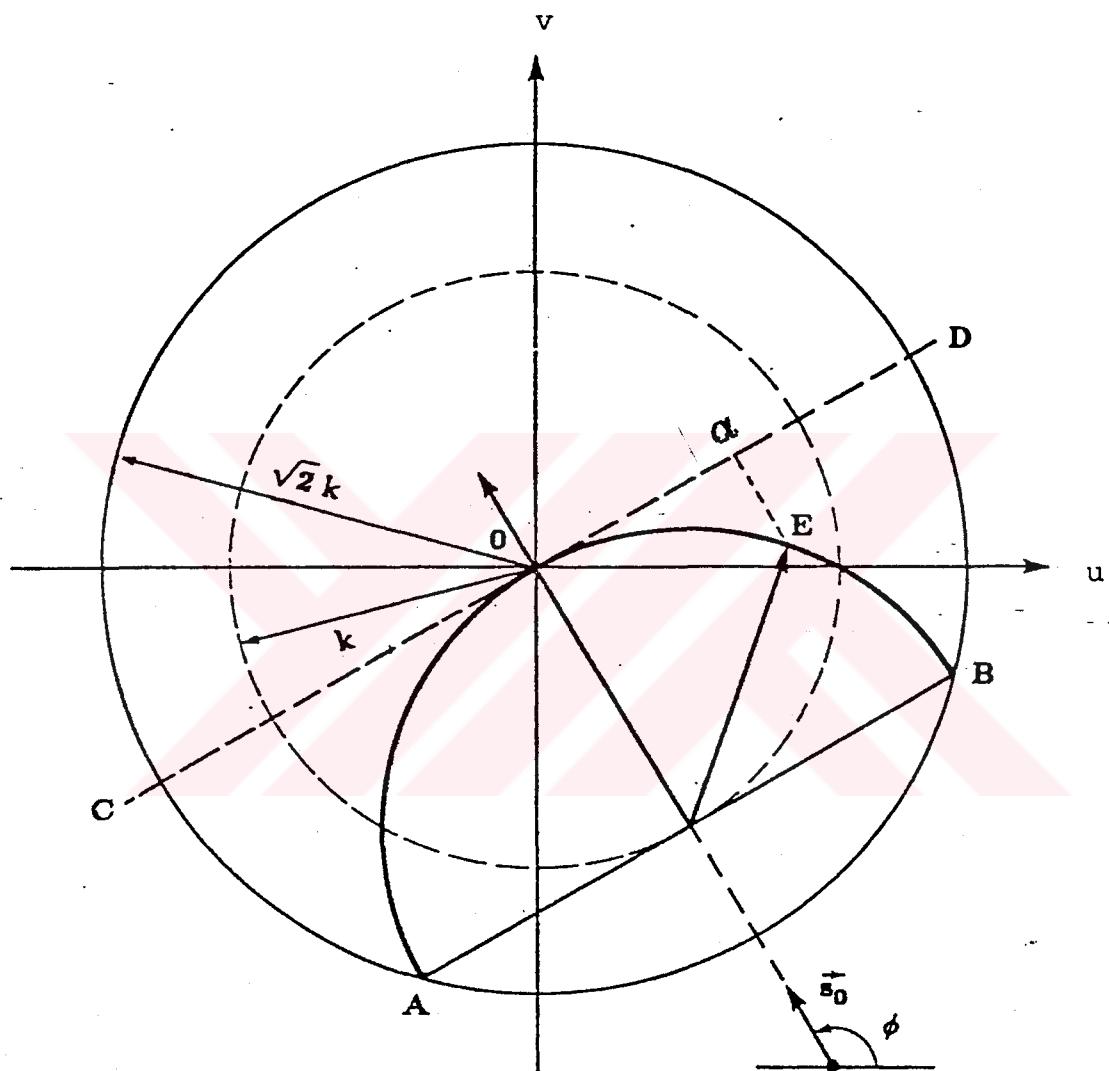
$$\phi_{1,2} = \tan^{-1} \left[ \frac{v}{u} \right] \pm \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{2k} \right) + m \frac{\pi}{2} \quad (EK \text{ A1.b})$$



Şekil:A.1-  $\alpha$  doğrusu üzerinde eş aralıklarla örneklenmiş verilerin yay üzerine izdüşürülmesi

ile verilir [17]. Burada 1 ve 2 indisleri dönüşümün birebir olması için yay parçalarının ikiye ayrıldığını göstermektedir.  $\alpha$ ,  $(-k, 0)$  aralığında ise indis 1,  $m=1$  ve işaretler pozitif,  $\alpha$ ,  $(0, k)$  aralığında ise indis 2,  $m=3$  ve işaretler negatif alınarak her bir  $(u, v)$  noktasına karşı gelen  $(\alpha, \phi)$  değerleri hesaplanır. Bilindiği gibi ayrik ters Fourier dönüşümü alabilmek için frekans domeninde verilerin eş aralıklı olarak sıralanmış olması gerekmektedir. Bu nedenle  $\tilde{O}(u, v)$ ,  $(u, v)$  düzleminde bir dikdörtgen kafesin üzerindeki noktalarda örneklenmelidir. Fonksiyonun bu ayrik noktalardaki değerleri çeşitli interpolasyon teknikleri kullanmak suretiyle bulunabilir. Bunlar arasında en yakın komşu interpolasyonu [21], bilineer interpolasyon ve dairesel örnekleme teoremi ile interpolasyon [17] sayılabilir. Frekans domeninin yanı sıra uzay domeninde de interpolasyon yapılabılır. Filtreli ters propagasyon tekniği adını alan bu yöntem Devaney [8] tarafından geliştirilmiştir. Görüntü kalitesi, bilineer interpolasyondan yararlanarak elde edilen görüntüye yakındır. Ancak bilgisayar zamanı çok fazladır. En yakın komşu interpolasyonunda, kafes üzerinde yer alan herhangi bir noktanın değeri, bu noktaya en yakın cisim fonksiyonunun değerine eşit alınır. Örnekleme sayısı az ise bu teknik

hatalı sonuç verir. Bilineer interpolasyonda ise  $Q(\alpha, \phi)$  cisim fonksiyonunun  $\alpha$  genişliği ve  $\phi$  açısına bağlı olarak uniform şekilde örneklenmiş  $N_x \times N_y$  değerinden, herhangi bir  $(\alpha, \phi)$  noktasına ilişkin değerinin bulunması için



Şekil:A.2- Her bir izdüşümün  $(\alpha, \phi)$  koordinat sistemi ile belirlenmesi

$$Q(\alpha, \phi) = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} Q(\alpha_i, \phi_j) h_1(\alpha - \alpha_i) h_2(\phi - \phi_j) \quad (EK \ A2)$$

bağıntısından yararlanılır. Burada

$$h_1(\alpha) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha|}{\Delta\alpha}, & |\alpha| \leq \Delta\alpha \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (EK A.3.a)$$
$$h_2(\phi) = \begin{cases} 1 - \frac{|\phi|}{\Delta\phi}, & |\phi| \leq \Delta\phi \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (EK A.3.b)$$

$\Delta\alpha$  ve  $\Delta\phi$ ,  $\alpha$  ve  $\phi$  için belirlenmiş örneklemme aralıklarıdır. Bu yöntem, bilgisayar zamanı fazla olmasına rağmen, en yakın komşu interpolasyonu ile elde edilen görüntülerden daha kaliteli sonuç verdiğiinden, tezdeki nümerik uygulamada tercih edilmiştir.

## Ek B

### Tek ve İki Tabakalı Dairesel Silindirlerden Saćilan Alanların Hesaplanması

Düzlem elektromagnetik dalga ile aydınlatılan düzgün dairesel kesitli homogen silindirden saçılan alanlar Harrington'un verdiği bağıntıdan yararlanarak hesaplanmıştır [22]. Buna göre, dielektrik sabiti  $\epsilon_r$  olan, z-ekseni boyunca yerleştirilmiş, a yarıçaplı, sonsuz uzun, kayıpsız bir silindir, z-polarizasyonlu düzlemsel bir elektrik alan ile aydınlatıldığındır, silindirden saçılan alanlar,

$$E_z^s = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} j^{-n} a_n H_n^{(2)}(k\rho) e^{in\theta} \quad (Ek B1)$$

ile verilir. Burada,

$$a_n = - \frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)}(ka)} \cdot \left[ \frac{k_d J'_n(k_d a)/ka J_n(k_d a) - J'_n(ka)/ka J_n(ka)}{k_d J'_n(k_d a)/ka J_n(k_d a) - H'_n^{(2)}(ka)/ka H_n^{(2)}(ka)} \right] \quad (Ek B2)$$

$k$  ortamin,  $ka$  dielektrik silindirin dalga sayısı,  $J_n(\cdot)$  ve  $Y_n(\cdot)$  birinci ve ikinci çeşit Bessel fonksiyonlarıdır. Üs işaretleri ise bu fonksiyonların argümanlarına göre türevlerini göstermektedir.

(Ek B1) ifadesi, x-ekseni yönünde propagasyon yapan düzlemsel bir dalgadan saçılan alanın cismen merkezinden  $\rho$  uzaklıkta, x-ekseni ile  $\phi$  açısı yapmakta olan bir noktadaki değerini vermektedir.

Dielektrik sabitleri  $\epsilon_r$  ve  $\epsilon_z$ , tabaka yarıçapları  $a_1$  ve  $a_2$  olan iki tabakalı silindirden saçılan alanlar ise Bussey ve Richmond'un [23] çok tabakalı, kayıplı dielektrik silindirler için verdiği

$$E_z^*(\rho, \phi) = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} C_n H_n^{(2)}(k\rho) \cos n\phi \quad (Ek \quad B3)$$

bağıntısı ile hesaplanmıştır.  $C_n$  katsayıları

$$C_n = -j^{-n} e_n B_{m+1,n} / [B_{m+1,n} + j A_{m+1,n}] \quad (Ek \quad B4)$$

şeklinde verilmiştir. Burada en  $n=0$  için 1,  $n>0$  için 2'dir.

$$\begin{bmatrix} A_{m+1,n} \\ B_{m+1,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{mn} & W_{mn} \\ X_{mn} & V_{mn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_{mn'} \\ B_{mn'} \end{bmatrix} \quad (Ek \quad B5)$$

$$U_{mn} = \mu_m k_{m+1} J_n(k_m r_m) Y_n'(k_{m+1} r_m) - \mu_{m+1} k_m J_n'(k_m r_m) Y_n(k_{m+1} r_m)$$

$$V_{mn} = \mu_{m+1} k_m J_n(k_{m+1} r_m) J_n'(k_m r_m) - \mu_m k_{m+1} J_n'(k_{m+1} r_m) J_n(k_m r_m)$$

$$W_{mn} = \mu_m k_{m+1} Y_n(k_m r_m) Y_n'(k_{m+1} r_m) - \mu_{m+1} k_m Y_n'(k_m r_m) Y_n(k_{m+1} r_m)$$

$$X_{mn} = \mu_{m+1} k_m J_n(k_{m+1} r_m) Y_n'(k_m r_m) - \mu_m k_{m+1} J_n'(k_{m+1} r_m) Y_n(k_m r_m) \quad (Ek \quad B6)$$

olarak verilmiştir.

## EK C

### Suçilan Alanların iteratif Yolla Hesaplanması ve Cismin Görüntülenmesi

Bölüm 1.4.1'de (1.17) ile verilen integral denklem frekans domeninde bir konvolusyona dönüşür. Suçılma potansiyeli adını alan S örneklenmiş her  $x_j, y_k$  noktası için

$$S(x_j, y_k) = \vec{E}^*(x_j, y_k) \cdot o(x_j, y_k) \quad (Ek\ C1)$$

olarak tanımlanır [17]. İki boyutlu FFT ile

$$\bar{S}(u_j, w_k) = FFT\{S(x_j, y_k)\} \quad (Ek\ C2)$$

$$\bar{G}_i(u_j, w_k) = FFT\{G(x_j, y_k)\} \quad (Ek\ C3)$$

eşitlikleri yardımıyla frekans domeninde bütün  $(u_j, w_k)$ 'lar için suçilan alanın Fourier dönüşümü,

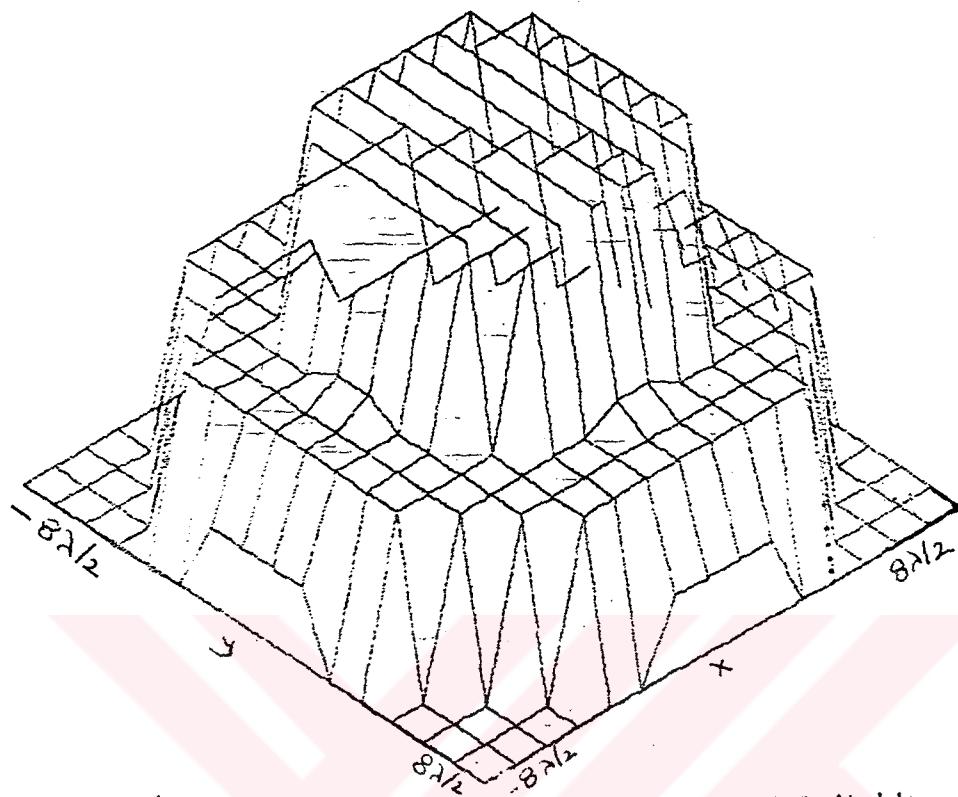
$$\bar{E}_{i+1}(u_j, w_k) = \bar{S}(u_j, w_k) \cdot \bar{G}_i(u_j, w_k) \quad (Ek\ C4)$$

ve  $(i+1)$ . suçilan alan ters dönüşüm ile

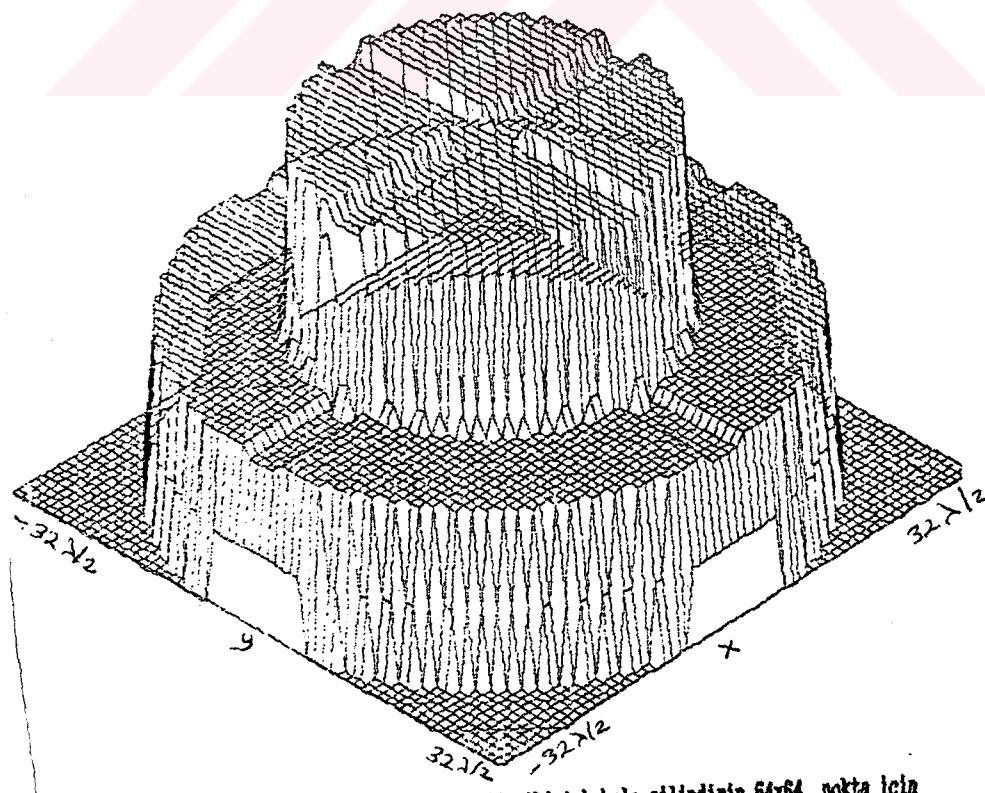
$$E_{i+1}^*(x_j, y_k) = IFFT\{\bar{E}_{i+1}(u_j, w_k)\} \quad (Ek\ C5)$$

olarak bulunur.

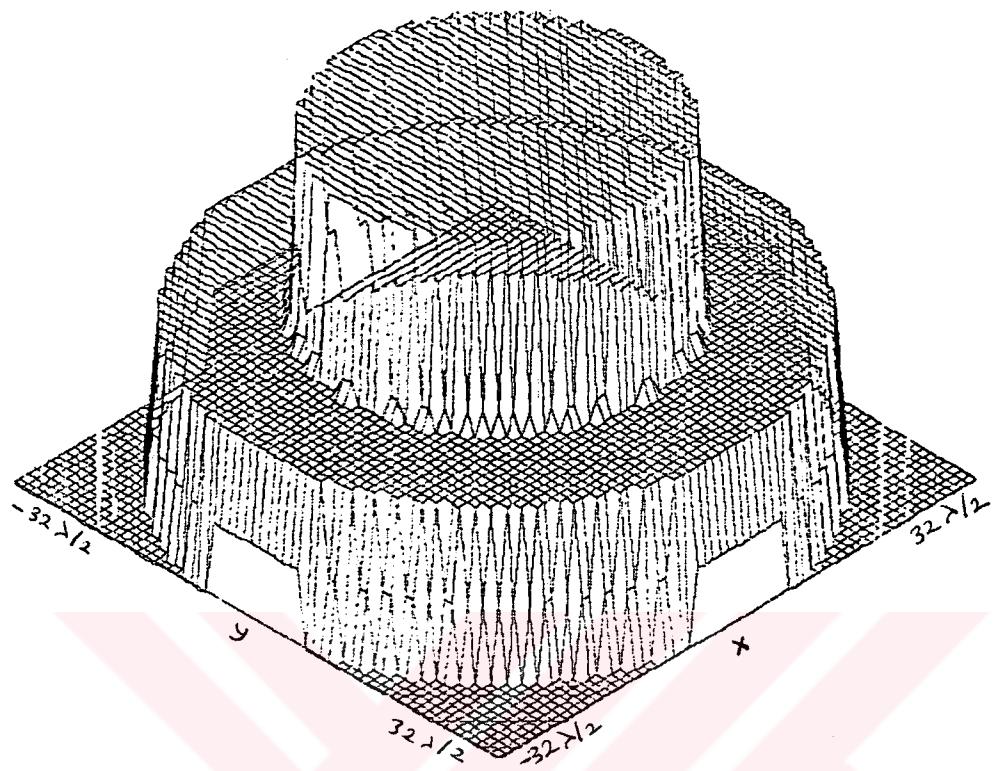
Bölüm 3.3.2'de ele alınan iki tabaklı silindir için 3 GHz'de ikinci mertebeden iterasyonla elde edilen suçilan alanlar kullanılarak 16x16 ve 64x64 noktada elde edilen cisim fonksiyonları sırasıyla Şekil C1.a ve b'de verilmiştir. Beşinci mertebeden yaklaşım ile 64x64 nokta için elde edilen görüntü ise Şekil C2'dedir. Elde edilen görüntüler Bölüm 3.2'de bulunmuş olanlardan daha düzgün olmakla birlikte, bilgisayar zamanının çok artması, belleğin büyük bir bölümünün işgal edilmesi gibi olumsuz sonuçlar yaratmaktadır. Yapılan iterasyonlar sonucu elde edilen suçilan alan değerlerinin, dolayısıyla sonuç görüntünün 5. iterasyondan sonra çok fazla değişmediği gözlenmiştir.



Sekil:C.1.a- ikinci mertebeden yaklaşım ile iki tabakalı silindirin 16x16 nokta için  
elde edilen görüntüsel



Sekil:C.1.b- ikinci mertebeden yaklaşım ile iki tabakalı silindirin 64x64 nokta için  
elde edilen görüntüsel



**Şekil.C.2- Saçılan alanları 5. mertebeden yaklaşım ile hesaplanmış  
silindirin görünümü**

## Ek D

### Suçilan Alanların Hesaplanması ve Cisim Fonksiyonlarının Görüntülenmesine İlişkin Programlar ve Akış Diyagramları

#### A) VAX 11/780 sisteminde yazılan programlar

##### 1. Dielektrik Silindirlerden Suçilan Alanlara İlişkin Programlar

-HH.FOR: Düzgün ve homogen dielektrik silindirden suçilan alanların hesaplanması için (Ek B2) ile verilen an katsayılarını hesaplayan program

-HT.FOR: HH.FOR'dan bulunan an katsayılarını (Ek B1)'de kullanarak suçilan alanları hesaplayan program

-C.FOR: M katlı silindirden suçilan alanların bulunması için (Ek B4) ile verilen Cn katsayılarını hesaplayan program

-T.FOR: C.for'dan bulunan Cn katsayılarını (Ek B3)'te kullanarak M katlı silindirden suçilan alanı bulan program

-YM.FOR: Yüksek mertebeden suçilan alanların hesaplandığı program

##### 2. 1. ve 2. Çeşit Bessel ve Hankel Fonksiyonları ve Bunların Türevlerine İlişkin Altprogramlar

-SJN: Reel argümanlı 1. çeşit Bessel fonksiyonu Jn(x)'i (Ek H7) ile verilen integral gösteriminden yararlanarak bulan altprogram

-KSJN: Küçük ve reel argümanlı Jn(x)'i (Ek H1) ile verilen seri açınımından bulan altprogram

-SYN: Reel argümanlı 2. çeşit Bessel fonksiyonu Yn(x)'i (Ek H8) ile verilen integral gösteriminden yararlanarak bulan altprogram

-KSYN: Küçük ve reel argümanlı Yn(x)'i (Ek H2) ile verilen seri açınımından bulan altprogram

-YTSJN: Reel argümanlı 1. çeşit Bessel fonksiyonu Jn(x)'in türevini (Ek H19-H21)'den hesaplayan altprogram

-YTSYN: Reel argümanlı 2. çeşit Bessel fonksiyonu

$Y_n(x)$ 'in türevini (Ek H19-H21)'den hesaplayan altprogram

-ZHN2: 2. çeşit Hankel fonksiyonu  $H_n(z)(z)$ 'i (Ek H13)'ten hesaplayan program

-TZHN2:  $H_n(z)(z)$ 'in türevini hesaplayan program

### 3. Görüntüleme Programları

-FD.FOR: iki boyutlu FFT alan program

-TF.FOR: iki boyutlu ters FFT alan program

-FFT.FOR: Bir boyutlu FFT ve ters FFT alan program

-I.FOR: Fourier difraksiyon teoremine göre cisim fonksiyonunun görüntüsünü oluşturan program

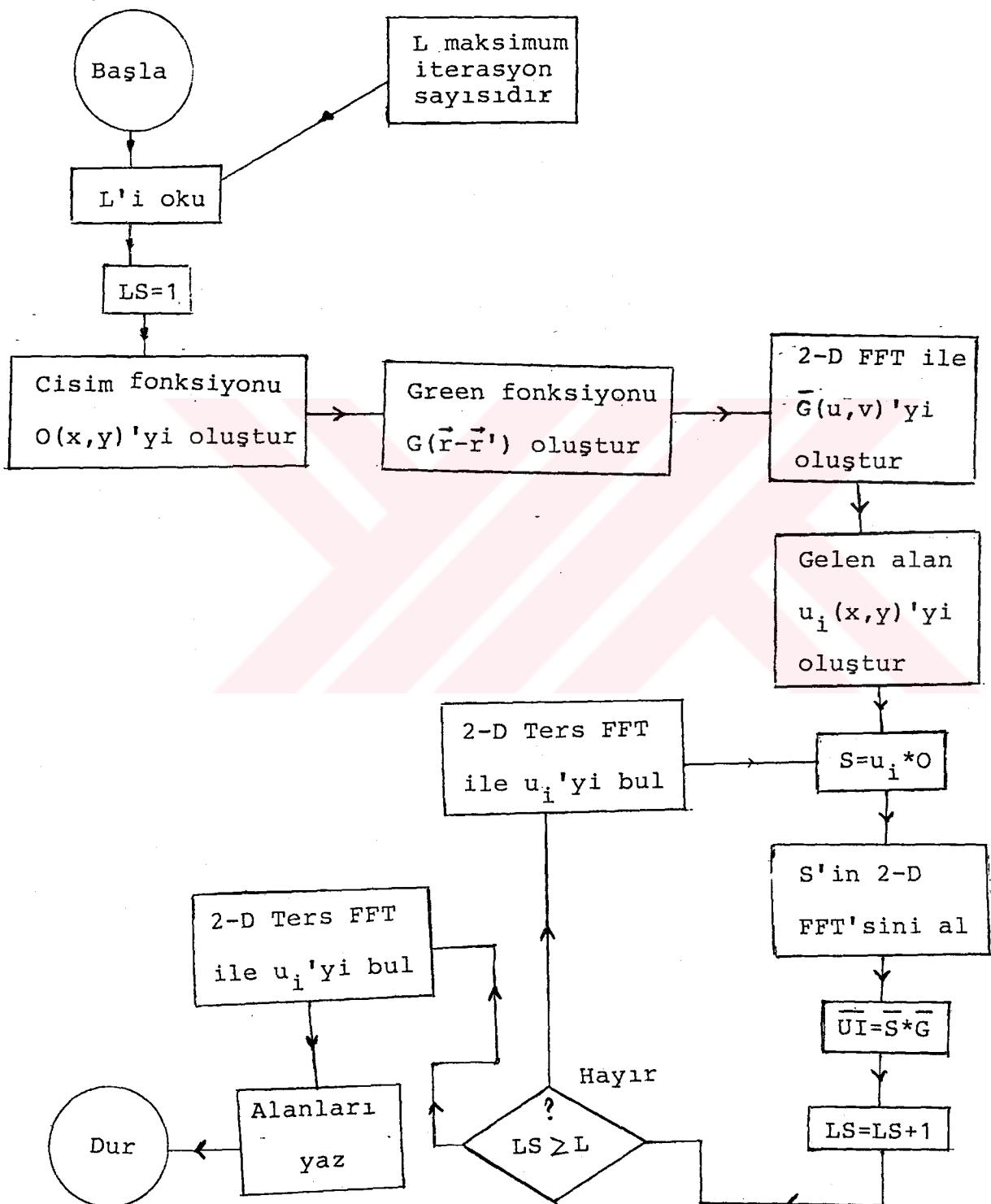
### B) Goupil G40 PC'de yazılan programlar

-EALAN.FOR: Saçilan alanları cismi çevreleyen dairesel bir örneklem geometrisinde hesaplayan program

-SONF.FOR: iki boyutlu FFT ve ters FFT alan program

-MC.FOR: Dairesel örneklem hali için kullanılan görüntüleme programı

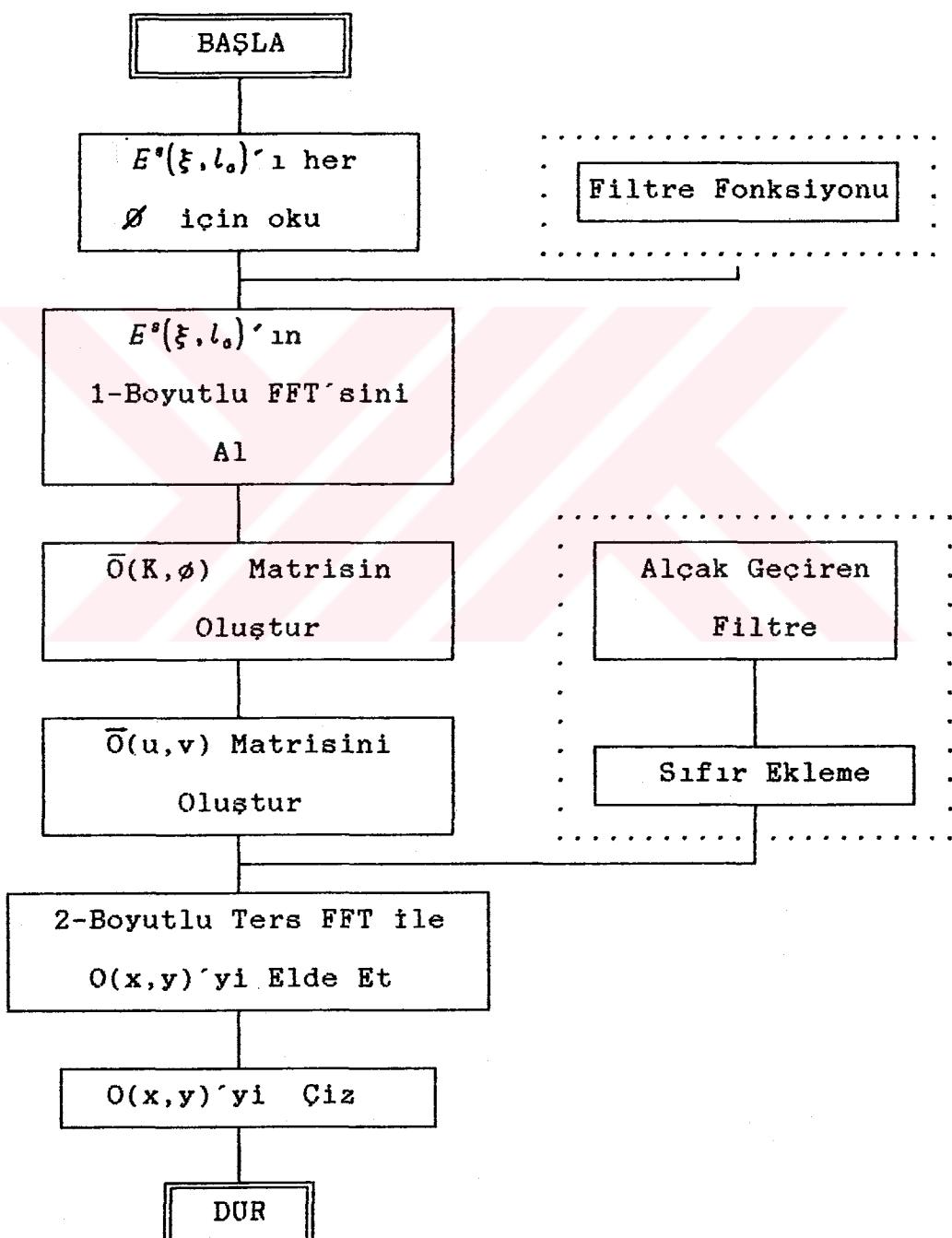
YM.FOR PROGRAMI AKIŞ DİYAGRAMI



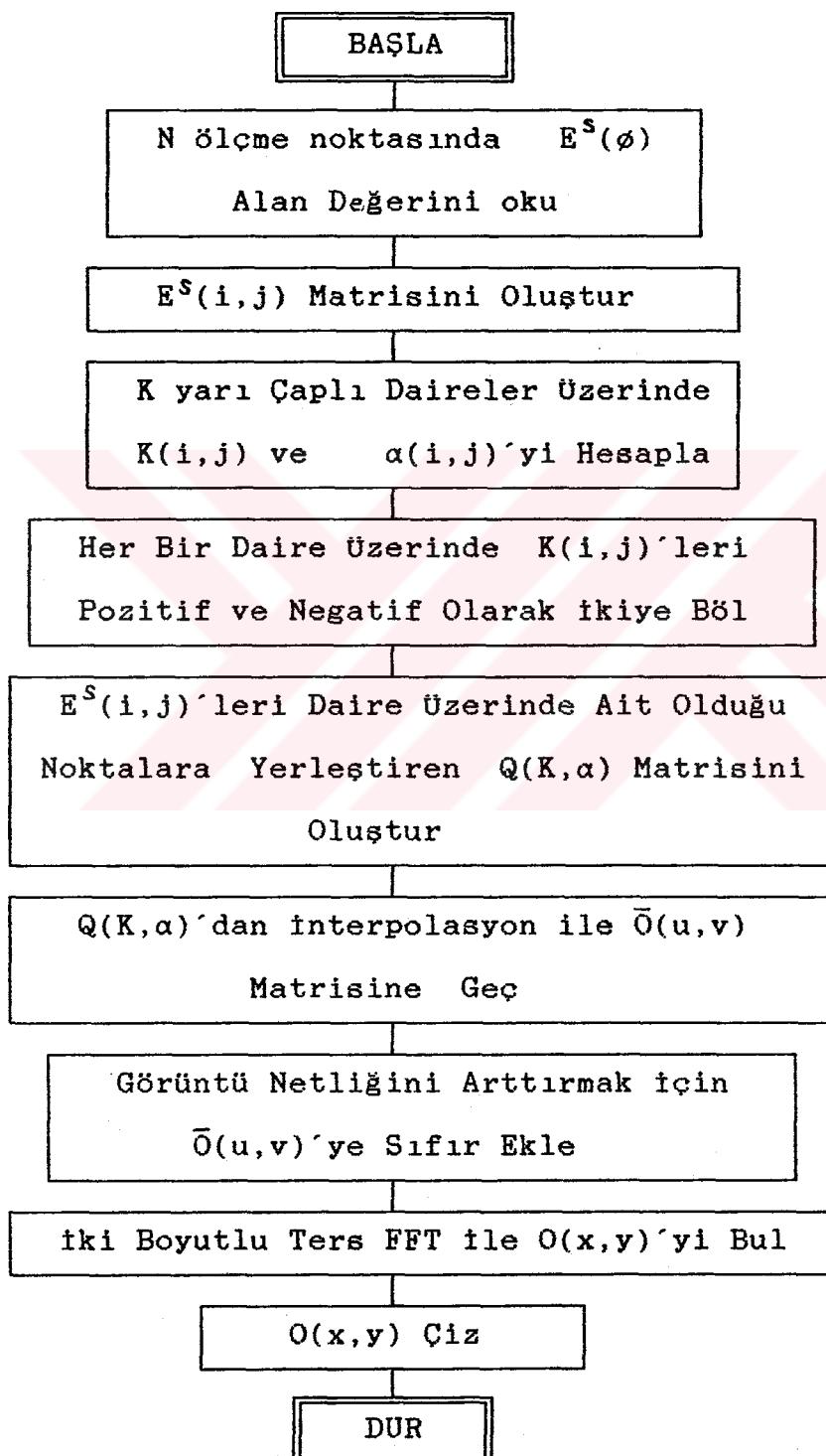
Fourier Difraksiyon Teoremine Göre

I.FOR Görüntüleme Programı

AKIŞ DİYAGRAMI



Dairesel Örneklemme Hali için Kullanılan  
MC.FOR Görüntüleme Programı  
AKIŞ DİYAGRAMI



## EK E

### Görüntü Kalitesine İlişkin Kriterler

Elde edilen görüntü ile gerçek görüntü arasındaki farkın bir ölçüsü olan Ortalama Karesel Hata (Mean Square Error-MSE) gerçek  $\phi(r)$  ve elde edilen görüntüye ilişkin  $\phi'(\vec{r})$  fonksiyonları arasında

$$MSE = \frac{\int [\phi(\vec{r}) - \bar{\phi}(\vec{r})]^2 d^2r}{\int \phi(\vec{r})^2 d^2r} \quad (Ek E1)$$

bağıntısı ile tanımlanır [13].

Bir çok uygulamada MSE, dB olarak tanımlanan işaret/Gürültü oranı (SNR) cinsinden ifade edilir. Buna göre,

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \frac{\sigma_e^2}{\sigma^2} \quad (Ek E2)$$

$$\sigma^2 = \int [\phi(\vec{r}) - \bar{\phi}(\vec{r})]^2 d^2r \quad (Ek E3)$$

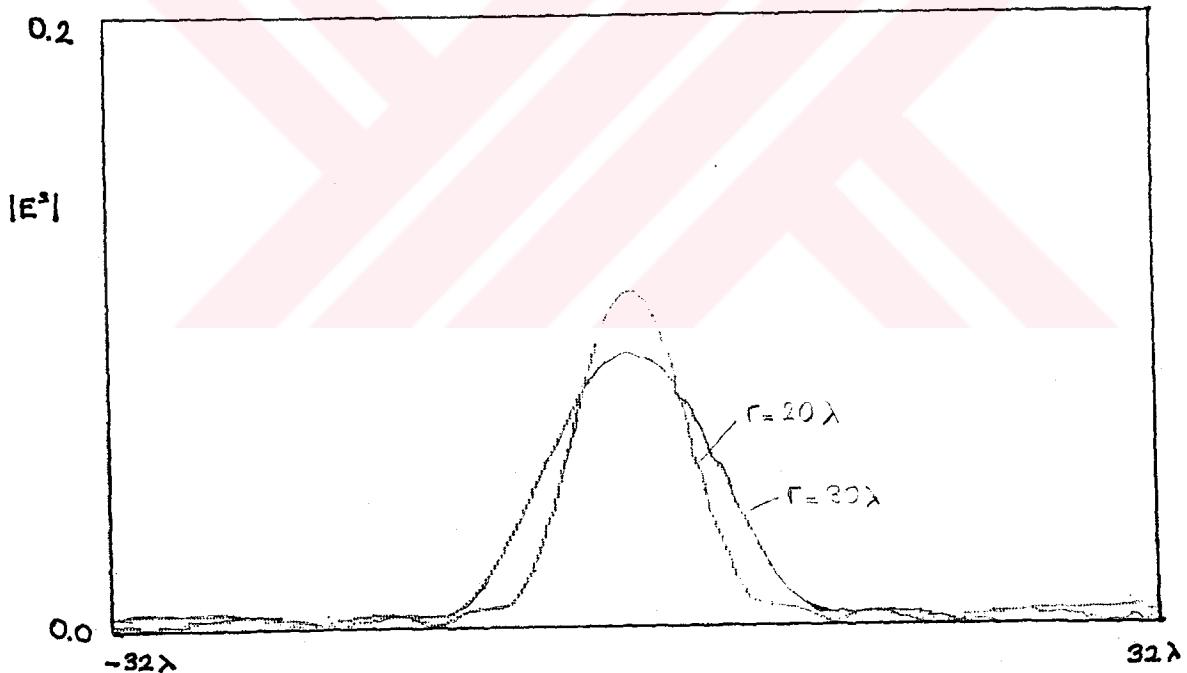
$$\sigma_e^2 = \int [\phi(\vec{r}) - \bar{\phi}(\vec{r})]^2 d^2r \quad (Ek E4)$$

dir.  $\bar{\phi}(r)$  cisim fonksiyonunun ortalama değerini gösterir.

## EK F

### Uzaklığın Sacılan Alanlara Etkisi

Ek B'de verilen (Ek B3)-(Ek B6) bağıntıları yardımıyla, Bölüm 3.2.2'de özellikleri verilen iki tabakalı silindir için cismin merkezinden 20 ve 30 dalgaboyu uzaklıkta elde edilen sacılan elektrik alanlarının genlikçe değişimi Sekil F.1'de ve alanların örnekleme hattının ortasındaki bazı değerleri Tablo F.1'de verilmiştir. Burada gelen düzlem dalga genliği  $E_0=1$  alınmıştır.



Sekil F.1- Uzaklığın alan değişimine etkisi

Pratikte alıcı hattı üzerinde ölçülen alan değerleri gelen ve sacılan alanların toplamına eşittir. Örneğin  $\vec{E}$  yönünde propagasyon yapan z polarizasyonlu düzlem ile aydınlatılmış olan cisimden yine  $\vec{E}$  doğrultusunda sacılan alan  $r=20\lambda$  için Tablo F.1'den  $E_s=(0.059+i 0.092)\vec{E}_0$  olarak okunur. Bu durumda toplam alan  $E=(1.059+i 0.092)\vec{E}_0$  olur. Bu noktadaki güç akı yoğunluğu ise

$$P^T = \frac{1}{2} (E \times H^*)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{|E|^2}{n_s} \vec{e}_x \quad (Ek F1)$$

ile bulunur. Örnek olarak  $E_0 = 1 \text{ mV/cm}^2$  alınırsa  $P^T = 1.5 \mu\text{W/cm}^2$  olur. Saçilan alanın genliğini ve dolayısıyla ortamdağı güç akı yoğunluğunu artırmak için  $E_0$  artırılabilir. Ancak tiptaki uygulamalarda bu durum insan sağlığına olumsuz etkiler yapabilir. Canlılara uygulanabilecek güç yoğunluğu çeşitli faktörlere bağlı olarak değişmekle birlikte ABD standartlarına göre  $100 \mu\text{W/cm}^2$  ile sınırlandırılmıştır.

Tablo Ek F- Saçilan Alan Değerleri

$r = 20 \lambda$

0.007 - 0.009i
0.016 - 0.003i
0.019 + 0.013i
0.008 + 0.029i
-0.016 + 0.035i
-0.043 + 0.023i
-0.058 - 0.004i
-0.058 - 0.038i
-0.041 - 0.067i
-0.016 - 0.087i
0.012 - 0.095i
0.035 - 0.096i
0.051 - 0.094i
0.059 - 0.092i
0.059 - 0.092i
0.051 - 0.094i
0.035 - 0.096i
0.012 - 0.095i
-0.016 - 0.087i
-0.041 - 0.067i
-0.058 - 0.038i
-0.058 - 0.004i
-0.043 + 0.023i
-0.016 + 0.035i
0.008 + 0.029i
0.019 + 0.013i
0.016 - 0.003i
0.007 - 0.009i

$r = 30 \lambda$

0.026 + 0.024i
0.008 + 0.04i
-0.018 + 0.043i
-0.043 + 0.03i
-0.057 + 0.006i
-0.059 - 0.022i
-0.05 - 0.047i
-0.032 - 0.066i
-0.012 - 0.077i
0.008 - 0.081i
0.026 - 0.081i
0.039 - 0.078i
0.048 - 0.075i
0.052 - 0.073i
0.052 - 0.073i
0.048 - 0.075i
0.039 - 0.078i
0.026 - 0.081i
0.008 - 0.081i
-0.012 - 0.077i
-0.032 - 0.066i
-0.05 - 0.047i
-0.059 - 0.022i
-0.057 + 0.006i
-0.043 + 0.03i
-0.018 + 0.043i
0.008 + 0.04i
0.026 + 0.024i

Görüntüleme işlemi sırasında uzaklık 20 dalgaboyundan 30 dalgaboyuna çıkarıldığında elde edilen görüntüde bozulma gözlenmiştir.

## **EK G**

### **Yakın Ve Uzak Alanda Cisim Fonksiyonlarının Görüntülenmesinde Kullanılan Saçilan Alanlar**

#### **-Tek Tabakalı Silindirden Saçilan Elektromagnetik Alanlar**

Bölüm 3.2.1'de özellikleri verilen sonsuz uzun silindirden, saçilan alanların cismin merkezinden  $10\lambda_0$  uzaklıkta,  $32\lambda_0$  uzunlukta bir çizgi üzerinde gösterdiği değişim VAX 11/780 sisteminde yazılan ve çalıştırılan HH.FOR ve HT.FOR programlarından elde edilmiş ve Şekil:G1'de verilmiştir.

#### **-İki Tabakalı Silindirden Saçilan Elektromagnetik Alanlar**

Özellikleri Bölüm 3.2.2'de verilen iki tabakalı silindirin merkezden  $5\lambda_0$  uzaklıkta,  $\lambda_0/2$  aralıkla 64 noktada hesaplanan saçilan alanların reel ve imajiner kısımlarının değişimini Şekil:G2'de görülmektedir. Bu eğrilerde VAX 11/780'de çalıştırılan C.FOR ve T.FOR'dan elde edilmiştir.

#### **-Uzak Alanda Saçilan Alanın Düz Bir Çizgi Üzerinde Örneklenmesi**

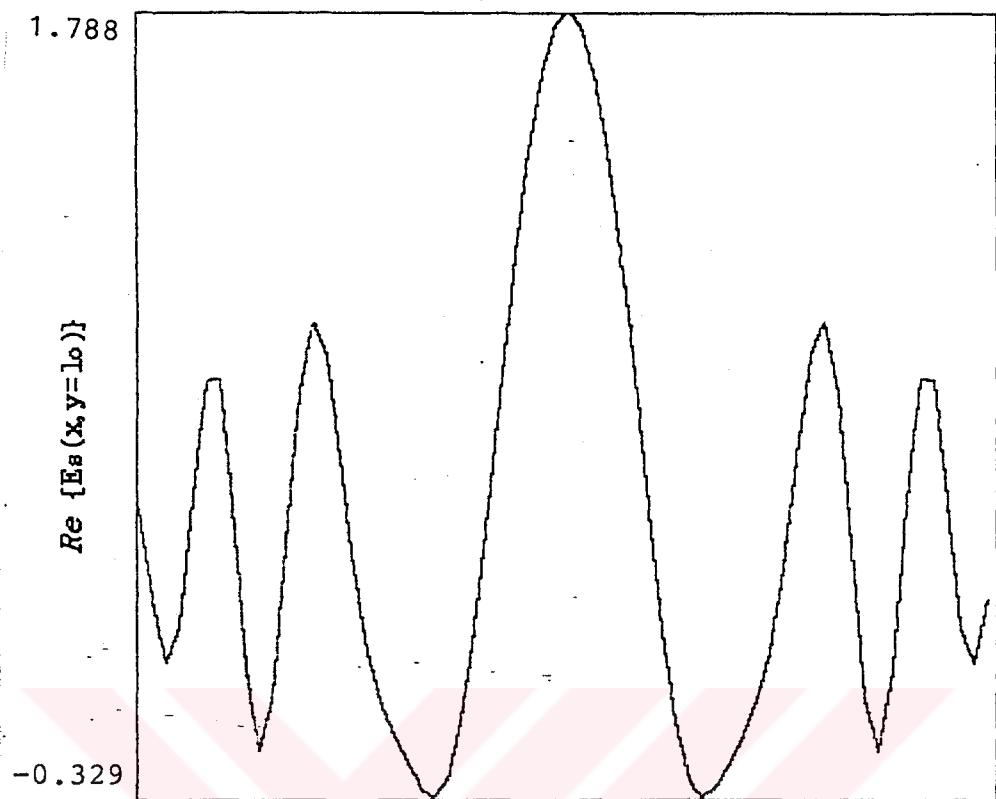
Bölüm 3.3.1'de göz önüne alınan iki tabakalı silindirin merkezden  $20\lambda_0$  uzaklıkta  $32\lambda_0$  uzunlukta bir çizgi üzerinde elde edilen değişimini Şekil:G3'de verilmiştir.

#### **-Dairesel Ölçme Düzeni ile Örneklenerek Elde Edilen Uzak Saçilan Alanların Değişimi**

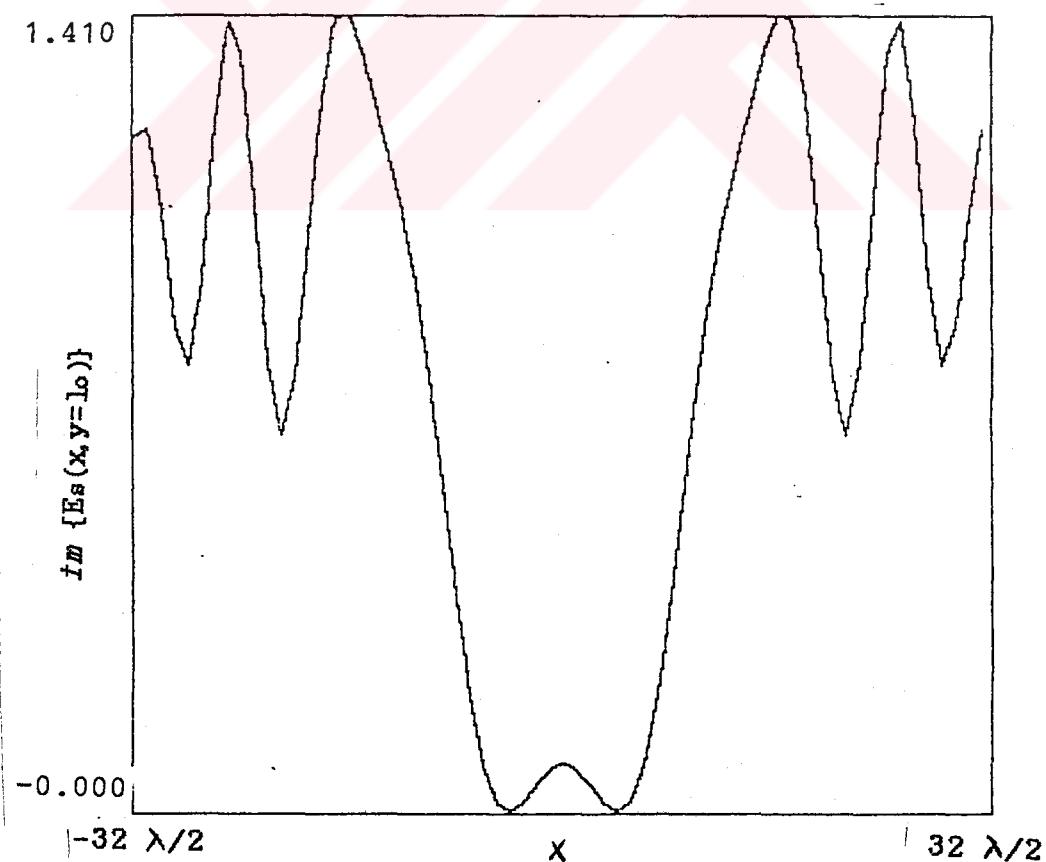
Yarıçapı  $a=0.05$  m, bağıl dielektrik sabiti 1.21 olan silindirin merkezden  $20\lambda_0$  uzaklıkta eş aralıkla 16 anten ile örneklenmesi durumunda saçilan alanların değişimini Şekil:G4'de görüldüğü gibidir.

Özellikleri Bölüm 3.5'de verilen iki tabakalı silindirin saçilan alanlarının cismin etrafına dairesel olarak yerleştirilmiş 64 anten ile örneklenmesi durumunda elde edilen saçilan alanlar ise Şekil:G5'de verilmektedir.

(a)

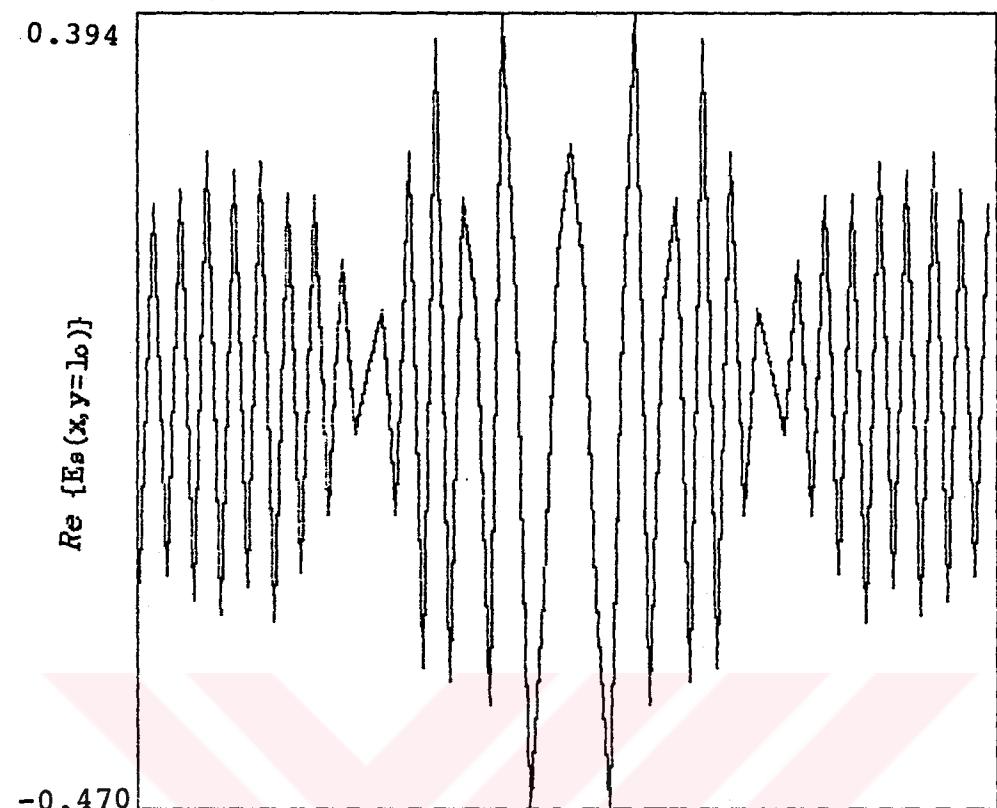


(b)

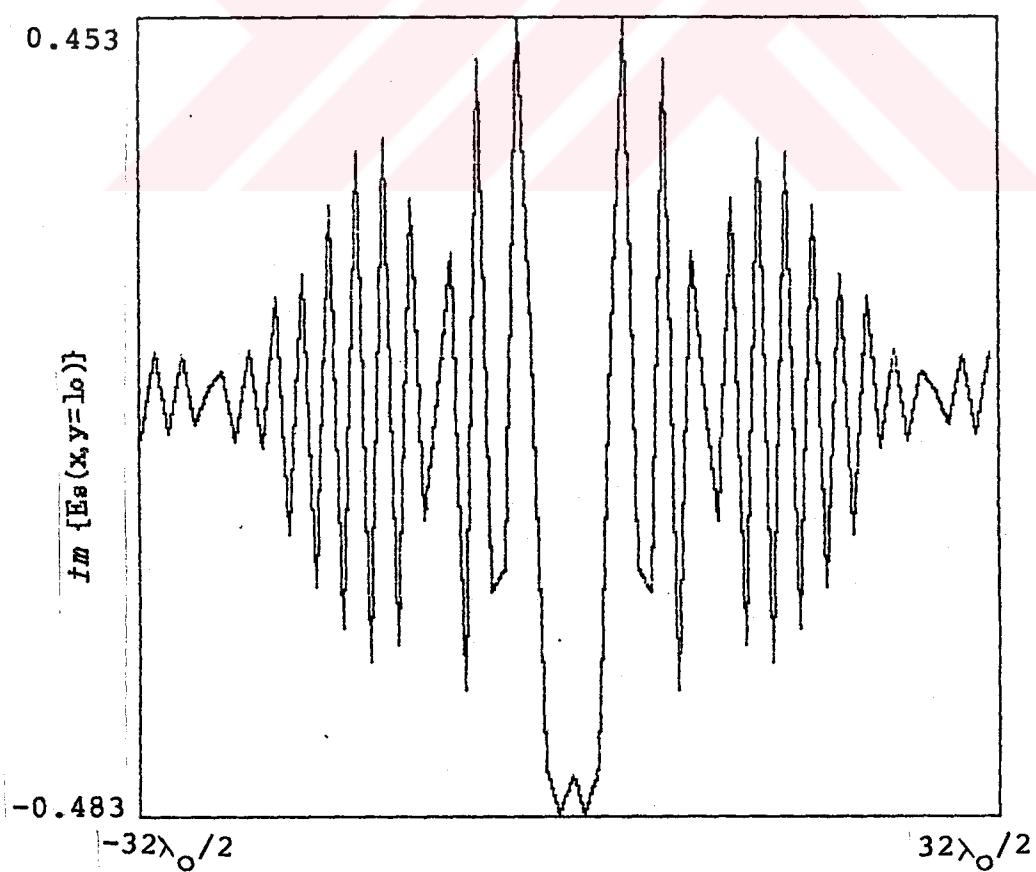


Şekil: G1.a- Saçılan alanın reel kısmı  
b- Saçılan alanın imajiner kısmı

(a)

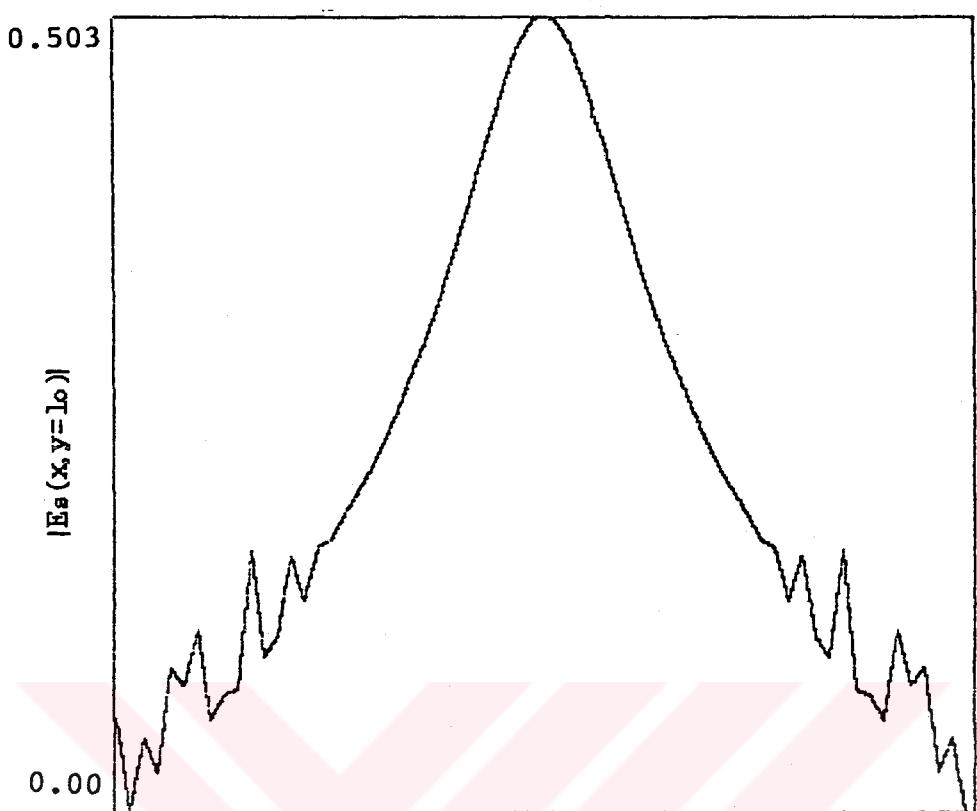


(b)

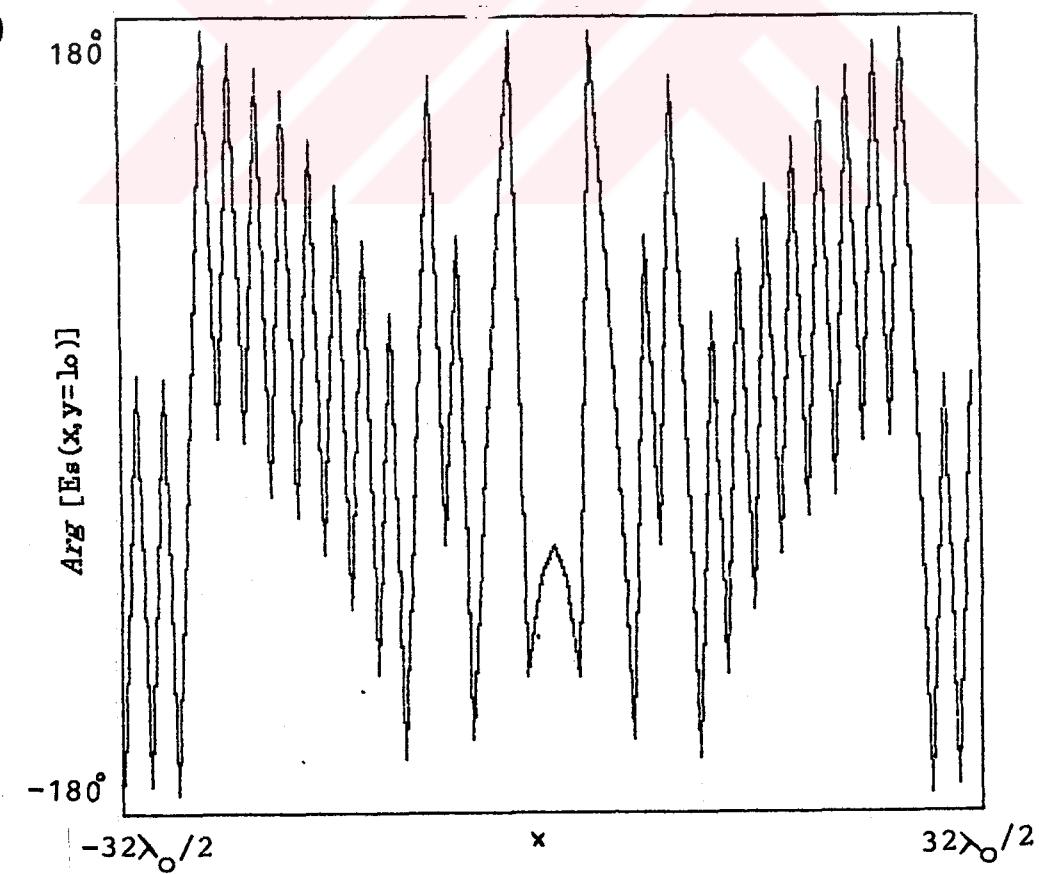


Sekil: G2.a- iki Tabakali Silindirden Sacilan Alanların Reel Kismi  
b- iki Tabakali Silindirden Sacilan Alanların imajiner Kismi

(c)

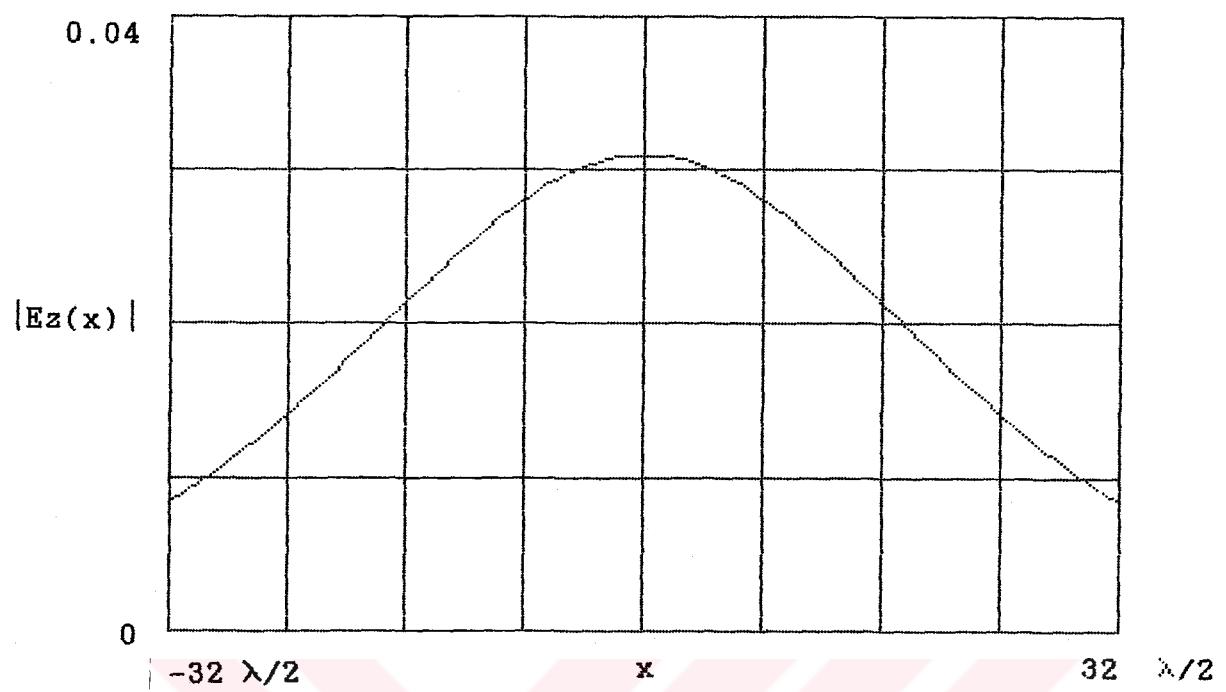


(d)

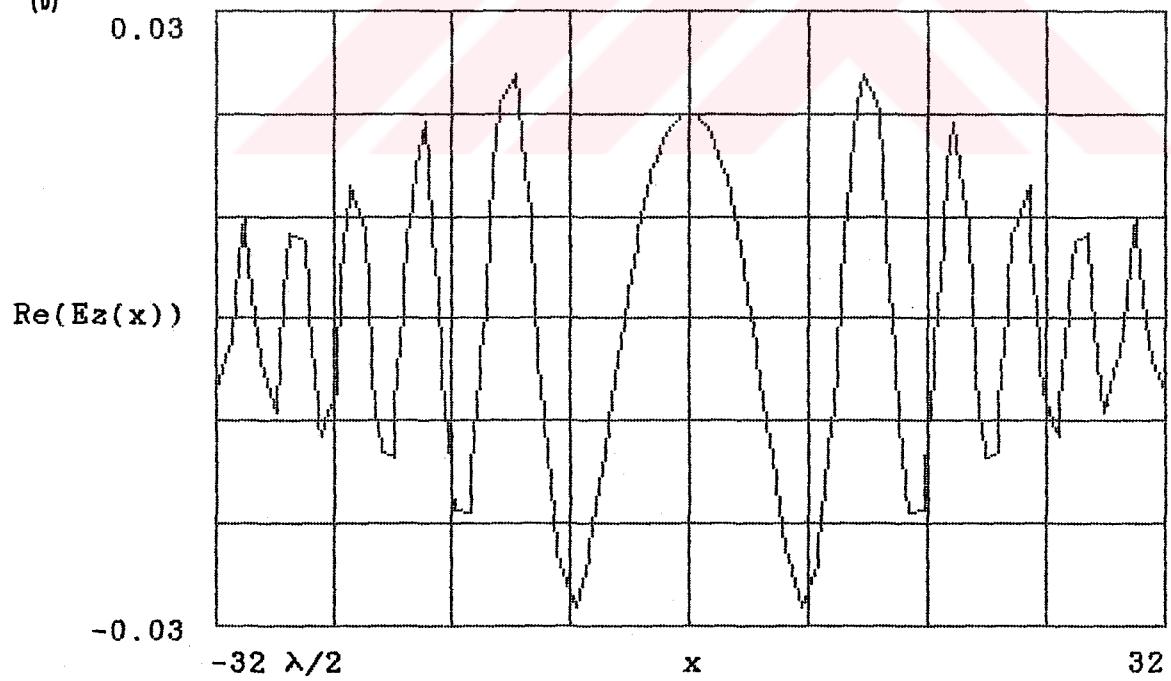


Sekil: GZ.c- Saçilan alanın genişliği  
d- Saçilan alanın fazı

(a)



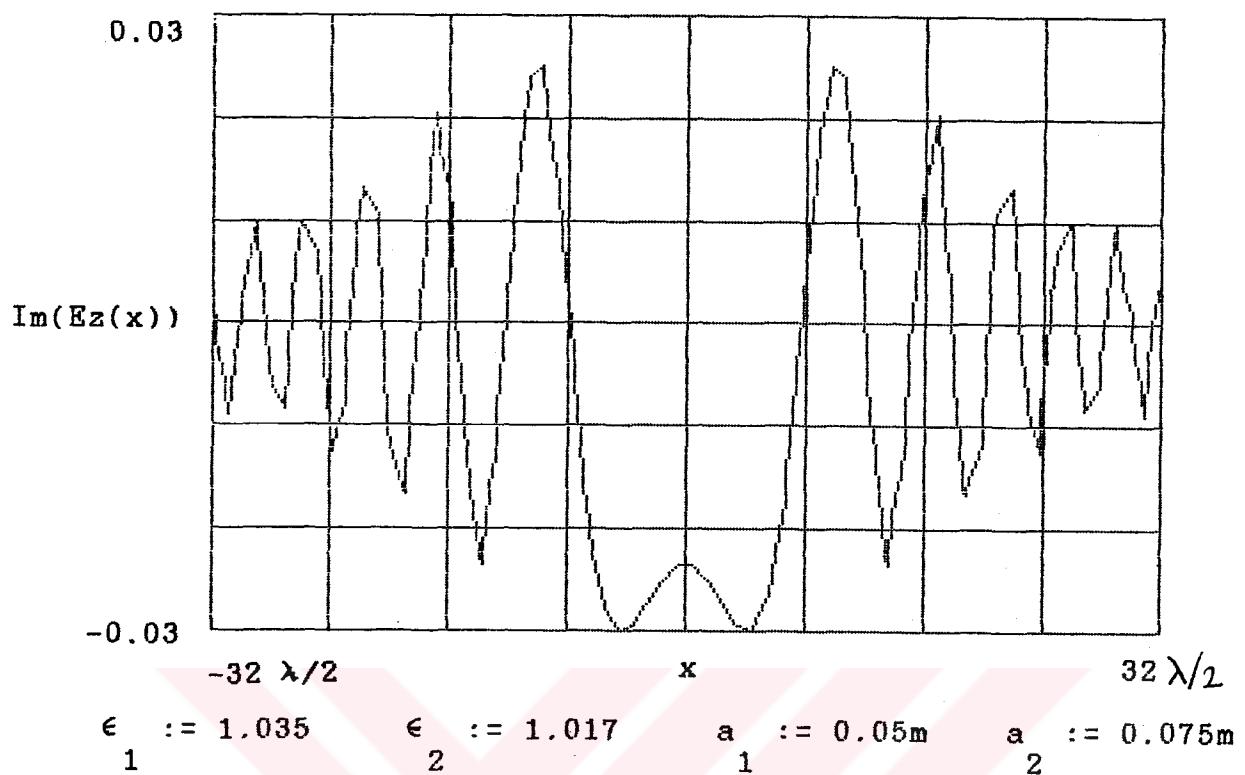
(b)



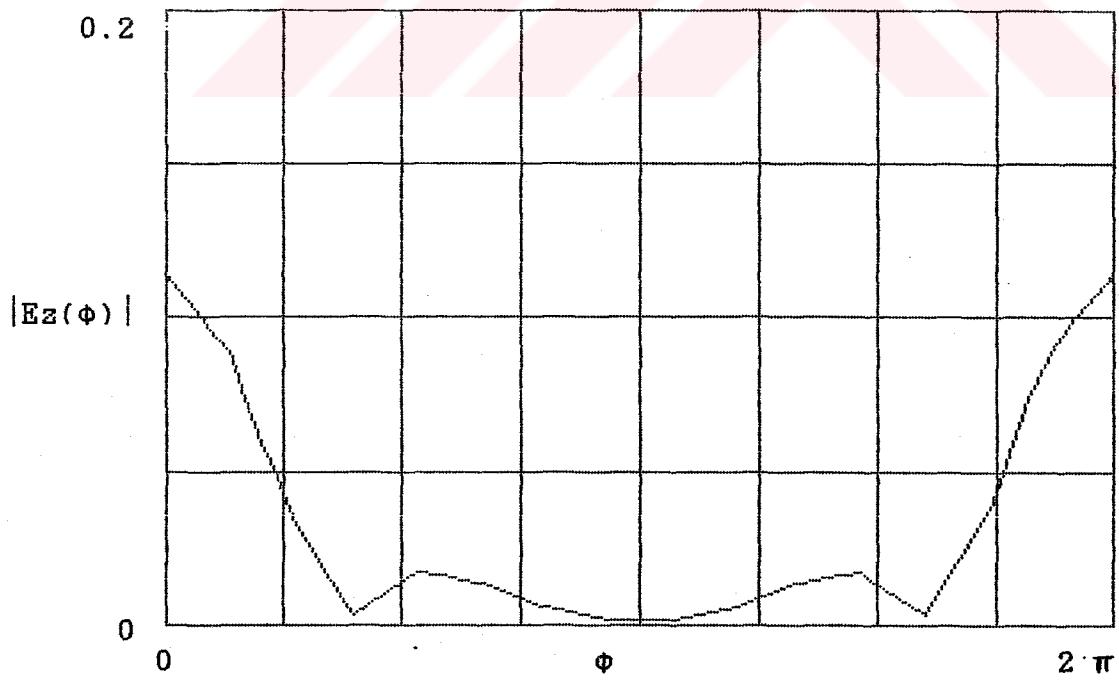
$$\epsilon_1 := 1.035 \quad \epsilon_2 := 1.017 \quad a_1 := 0.05\text{m} \quad a_2 := 0.075\text{m}$$

Şekil: G3- İki tabakalı silindirin uzak saçilan alanları

- a- Genlik değerini
- b- Reel kısmını



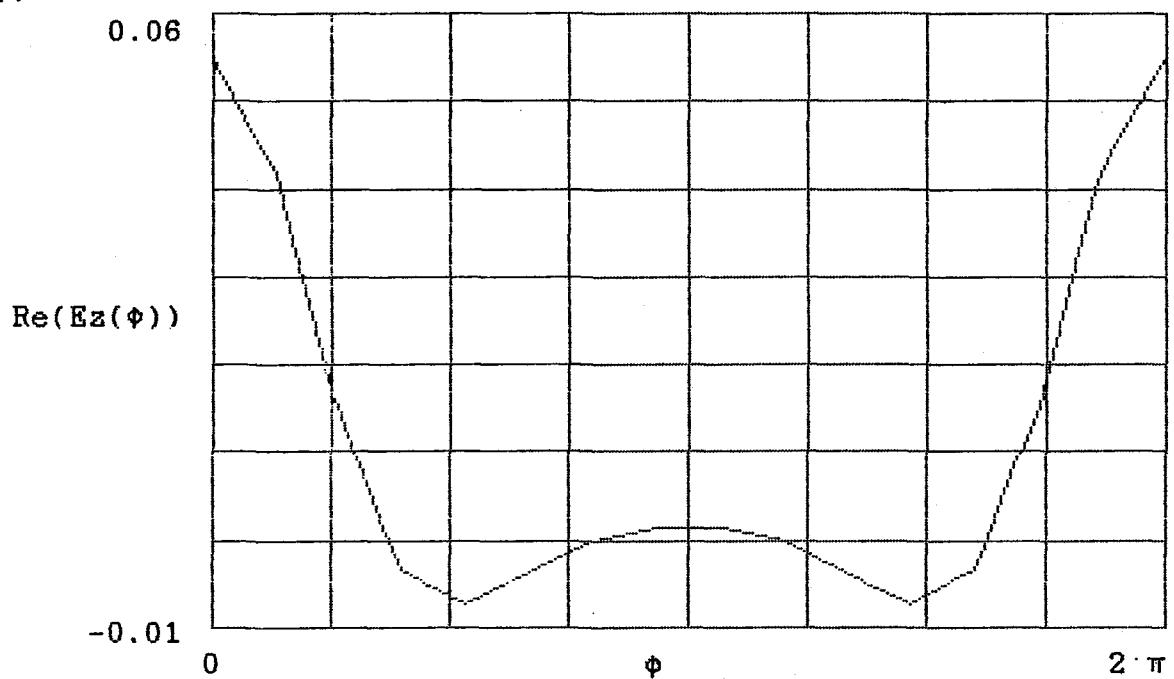
Sekil:G3.c- iki tabaklı silindirden saçılan alanın inajiner kısmı



$$\epsilon := 1.21 \quad a := 0.05\text{m} \quad r := 20\lambda$$

Sekil:G4- Dairesel olarak dizilmiş 16 anten ile örneklendirme durumunda  
homogen silindirin uzak saçilan alan deñisimi  
a- Genlik deñisimi

(b)



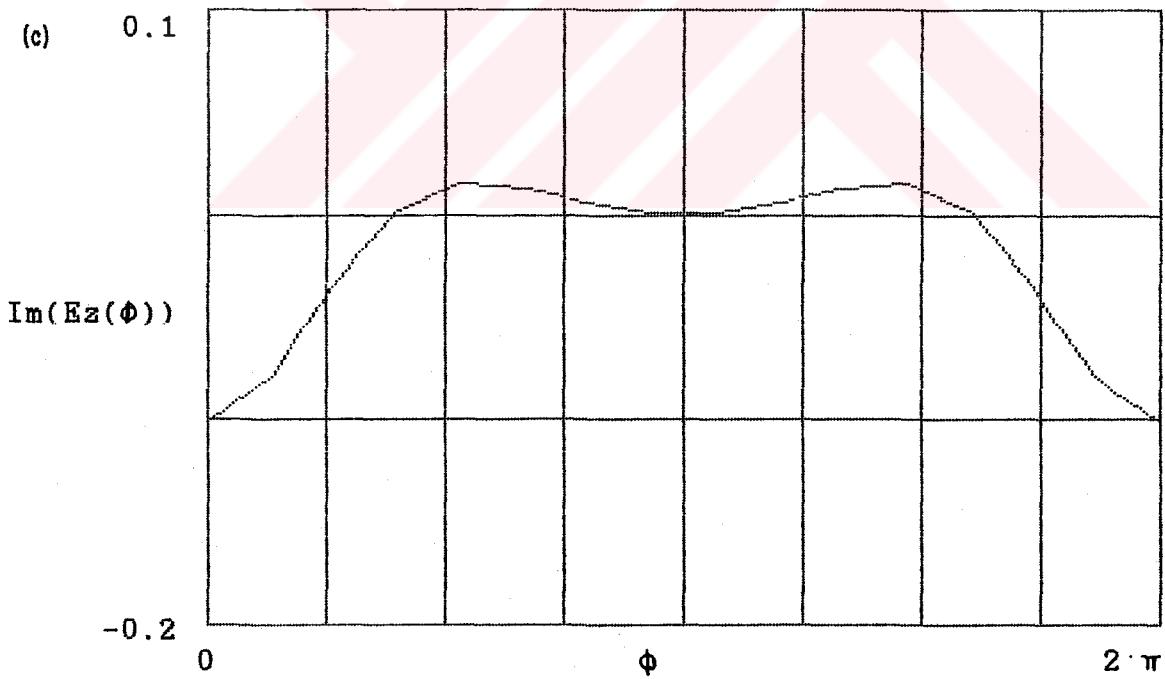
$\text{Re}(E_z(\phi))$

$$\epsilon_1 := 1.21$$

$$a_1 := 0.05\text{m}$$

$$r := 20 \cdot \lambda$$

(c)



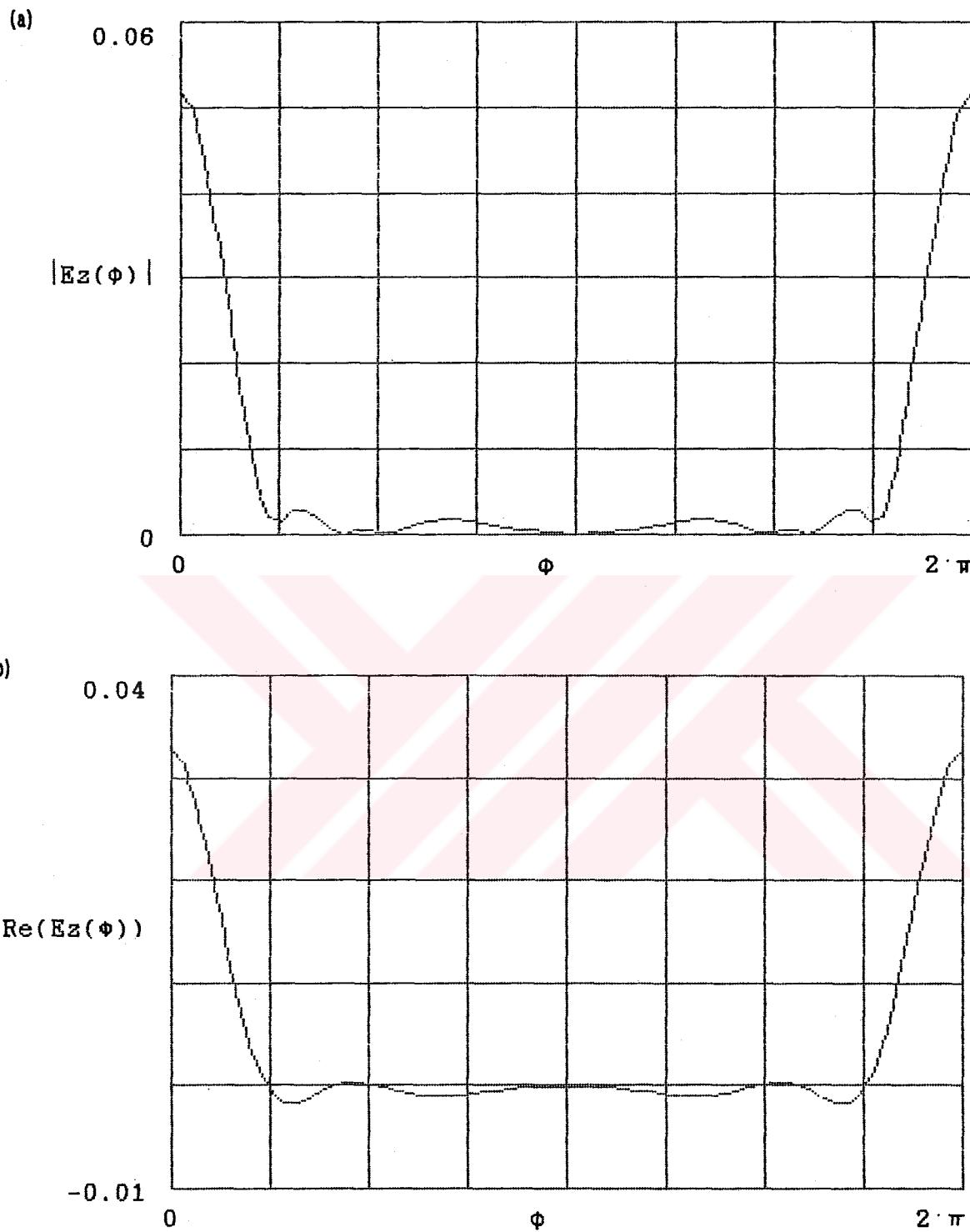
$\text{Im}(E_z(\phi))$

$$\epsilon_1 := 1.21$$

$$a_1 := 0.05\text{m}$$

$$r := 20 \cdot \lambda$$

Şekil-G4.b- Homogen silindirden saçılan alanların reel kısmı  
c- imajiner kısmı



$$\epsilon_1 := 1.035$$

$$\epsilon_2 := 1.017$$

$$r := 20 \cdot \lambda$$

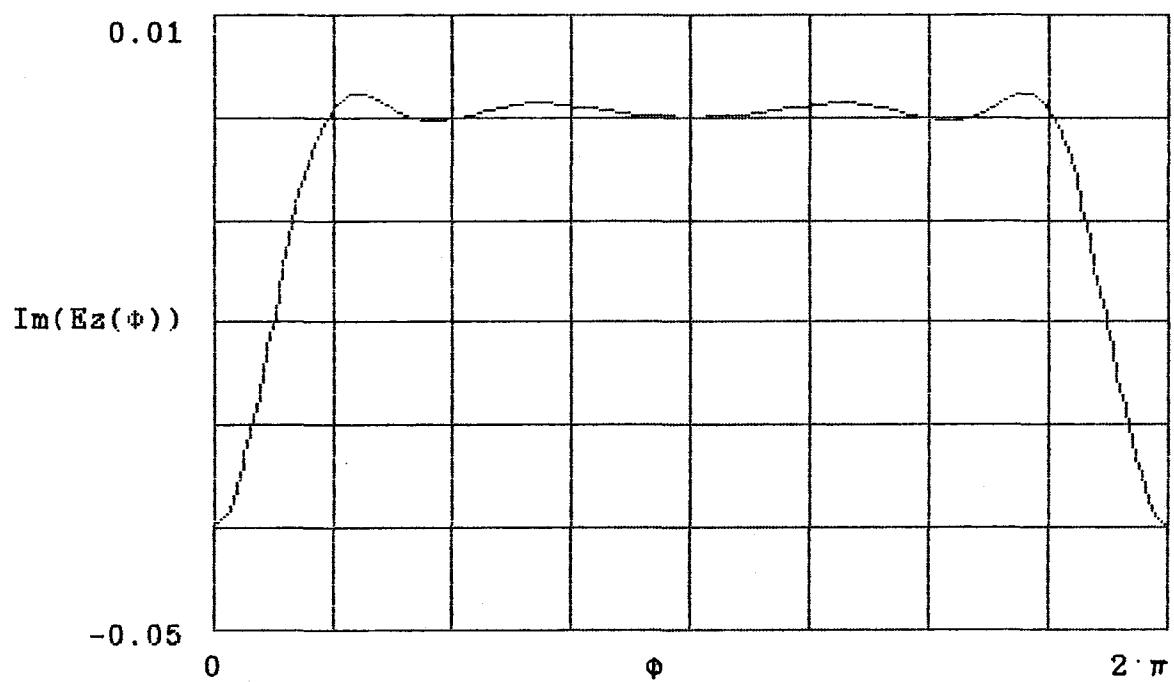
$$a_1 := 0.06m$$

$$a_2 := 0.1m$$

Sekil:65- iki tabaklı silindirin dairesel olarak dizilmiş 64 anten ile örneklenmesi durumunda uzak saçilan alanların değişimi

a- Genlik değişimi

b- Reel kısım gösterdiği değişim



$$\epsilon_1 := 1.035$$

$$\epsilon_2 := 1.017$$

$$r := 20 \cdot \lambda$$

$$a_1 := 0.06m$$

$$a_2 := 0.1m$$

Sekil: 65.c- İki tabakalı silindirden saçılan uzak alanların imajiner kısmının değişimi

## EK H

### BESSEL VE HANKEL FONKSİYONLARI

Küçük Argümanlar için Bessel Fonksiyonlarının  
Seri Açılımı

Birinci Çeşit Bessel Fonksiyonu  $J_n(z)$

$z=x+jy$ ,  $n$  tam sayı

$$J_n(z) = (-z/2)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z^2/4)^k}{k! \Gamma(n+k+1)} \quad (Ek\ H1)$$

İkinci Çeşit Bessel Fonksiyonu  $Y_n(z)$

$$\begin{aligned} Y_n(z) &= -\frac{(z/2)^n}{\pi} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!}{k!} (-z^2/4)^k + \frac{2}{\pi} \ln(z/2) J_n(z) \\ &- \frac{(z/2)^n}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} (\Psi(k+1) + \Psi(n+k+1)) \frac{(-z^2/4)^k}{k!(n+k)!} \end{aligned} \quad (Ek\ H2)$$

$$\Psi(n) = -\gamma + \sum_{k=1}^{n-1} k^{-1} \quad n \geq 2 \quad (Ek\ H3)$$

$$\Psi(1) = -\gamma \quad (Ek\ H4)$$

$$\gamma = 0.5772156649... \quad (Ek\ H5)$$

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z) \quad (Ek\ H6)$$

Bessel Fonksiyonlarının integral Gösterimi

$$J_n(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(z \sin \theta - n\theta) d\theta$$

$$J_n(z) = \frac{j^{-n}}{\pi} \int_0^{\pi} e^{jz \cos \theta} \cos n\theta d\theta \quad \arg z < \frac{1}{2}\pi \quad (Ek \quad H7)$$

$$Y_n(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin(z \sin \theta - n\theta) d\theta - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (e^{-zt} + e^{-zt} \cos(n\pi))$$

$$\cdot e^{-z \sin \theta} dt \quad \arg z < \frac{1}{2}\pi \quad (Ek \quad H8)$$

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z) \quad (Ek \quad H9)$$

$$Y_{-n}(z) = (-1)^n Y_n(z) \quad (Ek \quad H10)$$

Birinci Cesit Hankel Fonksiyonu  $H_n^{(1)}(z)$

$$H_n^{(1)}(z) = J_n(z) + jY_n(z) \quad (Ek \quad H11)$$

$$H_{-n}^{(1)}(z) = e^{jnz} H_n^{(1)}(z) \quad (Ek \quad H12)$$

İkinci Cesit Hankel Fonksiyonu  $H_n^{(2)}(z)$

$$H_n^{(2)}(z) = J_n(z) - jY_n(z) \quad (Ek \quad H13)$$

$$H_{-n}^{(2)}(z) = e^{-jnz} H_n^{(2)}(z) \quad (Ek \quad H14)$$

Büyük Argümanlar için Asimptotik İfadeler

$$J_n(z) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos\left(z - \frac{1}{2}n\pi - \frac{1}{4}\pi\right) \quad |\arg z| < \pi \quad (Ek \quad H15)$$

$$Y_n(z) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \sin\left(z - \frac{1}{2}n\pi - \frac{1}{4}\pi\right) \quad |\arg z| < \pi \quad (Ek \quad H16)$$

$$H_n^{(1)}(z) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{j(z - \frac{1}{2}n\pi - \frac{1}{4}\pi)} \quad -\pi < [\arg z] < 2\pi \quad (Ek \quad H17)$$

$$H_n^{(2)}(z) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{-j(z - \frac{1}{2}n\pi - \frac{1}{4}\pi)} \quad -2\pi < [\arg z] < \pi \quad (Ek \quad H18)$$

Cesitli Dönüşümler

$C_n$  ;  $J_n$  ,  $Y_n$  ,  $H_n(1)$  ,  $H_n(z)$  veya bunların lineer bir kombinezonusu olmak üzere,

$$C_{n-1}(z) + C_{n+1}(z) = (2n/z)C_n(z) \quad (Ek H19)$$

$$C_{n-1}(z) - C_{n+1}(z) = 2C'_n(z) \quad (Ek H20)$$

$$C'_n(z) = C_{n-1}(z) - (n/z)C_n(z) \quad (Ek H21)$$

$$C'_n(z) = -C_{n+1}(z) + (n/z)C_n(z) \quad (Ek H22)$$

$C_n'(z)$   $C_n(z)$ 'in  $z'$  ye göre türevidir.

## OZGEÇMİŞ

1961 yılında İstanbul'da doğan Sedef Kent 1978 yılında Beşiktaş Atatürk Lisesini bitirerek İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme bölümüne girmiştir. 1982 yılında bu bölüm bitiren Kent, aynı yıl İ.T.U. Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik ve Haberleşme programında lisansüstü eğitime başlamış ve 1984 yılında tamamlaşmıştır. 1984 yılında İ.T.U. Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektromagnetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başlamış ve İ.T.U. Fen Bilimleri Enstitüsü'nün doktora programına girmiştir. 1987 yılında TÜBİTAK Yurt içi Doktora burs sınavını kazanarak şeref bursiyeri olmaya hak kazanmıştır.