

BİR JEODEZİK AĞIN FARKLI BÖLGELERİNDEKİ UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN DEĞİŞİK
YÖNTEMLERLE SAPTANMASI VE DENGELEME SONUÇLARINA ETKİLERİNİN ARAŞTIRILMASI

DOKTORA TEZİ

Y. Müh. GÜLSÜM HÂLE KARASU

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 27 Eylül 1993

Tezin Savunulduğu Tarih : 9 Şubat 1994

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ahmet AKSOY

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Tefvik AYAN

: Prof. Dr. Şerif HEKİMOĞLU

ÖNSÖZ

İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeodezi Programında gerçekleştirilen bu çalışmada, Test Ağı olarak seçilen Nirengi Ağı'nda ve bu ağdan üst üste bindirmeli olarak ayrılan dört parçasında Uyuşumsuz Ölçüyü saptamak için geliştirilmiş olan Test İstatistiklerinden Data-Snooping, Tau ve t Yöntemleri uygulanarak uyumsuz ölçülerin varlıkları araştırılmıştır. İkinci olarak, bu ağdan ayrılan kısımların biri olan Test Ağı 4'de, ölçülere (doğrultu, kenar) birlikte ve ayrı ayrı olmak üzere yapay hata verilerek uyumsuz ölçü test istatistiklerinin Deneysel Hata Sınırları diğer bir deyişle, anılan testlerin uyumsuz ölçüyü bulma sınırlarının veya test gücünün saptanması amaçlanmıştır. Son olarak, bu hataların dengeleme sonuçları üzerine (bilinmeyenlere ve bunların fonksiyonlarına) olan etkileri de incelenmiştir.

Bu konuda çalışmaya olanak sağlayan ve yönlendiren danışman hocam; Prof.Dr. Ahmet AKSOY'a, çalışmalarım süresince bilgi ve önerilerinden çok yararlandığım değerli hocam; Prof.Dr. Tefik AYAN'a, bilgisayardaki yardımlarından dolayı Yar. Doç.Dr. Denizhan YALIN'a teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	vi
SUMMARY.....	vii
BÖLÜM 1: GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2: JEODEZİK DEĞERLERİN MATEMATİK İSTATİSTİK YÖNTEMLERLE İRDELENMESİNDE TEORİK ESASLAR	4
2.1. Karesel Formlar, Bunların Umit Değerleri Ve Bağımlılık.....	7
2.2. Normal Dağılımlı Rastlantısal Değişkenlerin Fonksiyonlarının Dağılımı.....	8
2.2.1. Lineer Formların Dağılımı.....	8
2.2.2. Karesel Formların Dağılımı.....	9
2.2.2.a. Karesel Formların Dağılımında Özel Durumlar.....	10
2.2.3. Bağımsız İki Karesel Formun Oranının Dağılımı.....	13
2.2.4. Normal Dağılımlı Bir Değişkenle Karesel Formun Oranının Dağılımı.....	14
BÖLÜM 3: LINEER MODELLERLE PARAMETRE TAHMİNİ VE TAHMİN EDİLEN PARAMETRELERİN DAĞILIMI.....	17
3.1. Parametre Tahmin Yöntemleri.....	17
3.1.1. Umit Değere Sadık En İyi Tahmin (BLUE).....	17
3.1.2. En Küçük Kareler Yöntemi İle Tahmin (LSQE).....	18
3.1.3. Maksimum-Likelihood Yöntemi.....	19
3.2. Gauss-Markoff Modelinde En Küçük Kareler Yöntemi (EKKY) İle Parametre Tahmini	20
3.2.1. Yalın Gauss-Markoff Modelinde En Küçük Kareler Yöntemi	20
3.2.1.a. Yalın Gauss-Markoff Modelinde Dengeleme Sonuçlarının Dağılımı.....	24
3.2.2. Koşul Denklemlili Gauss-Markoff Modelinde En Küçük Kareler Yöntemi (EKKY) İle Tahmin	27
3.2.2.a. Koşul Denklemlili Gauss-Markoff Modelinde Dengeleme Sonuçlarının Dağılımı.....	29

BÖLÜM 4: GAUSS-MARKOFF MODELİ İLE TAHMİN EDİLEN PARAMETRELER VE BUNLARA BAĞLI FONKSİYONLARIN İSTATİSTİK TESTLERİ.....	34
4.1. Genelde Dağılım Parametreleri için Hipotez Testleri Ve I. Ve II. Tip Hatalar.....	34
4.2. Hipotez Testi Olarak Uyuşumsuz Ölçü Testlerinin Genel Prensipleri.....	43
4.3. Değişik Uyuşumsuz Ölçü Testlerinde Fraktıl Değerleri.....	55
4.4. Uygulamada Uyuşumsuz Ölçü Test Yöntemleri	59
4.4.1. Baarda'ya Göre Data-Snooping Yöntemi	59
4.4.2. Heck'e Göre t-Testi Yöntemi.....	63
4.4.3. Poppe'ye Göre Tau Testi Yöntemi.....	63
4.5. Jeodezik Ağlarda Güvenirlik Ölçütleri.....	65
4.5.1. İç Güvenirlik	65
4.5.2. Dış Güvenirlik.....	71
BÖLÜM 5: UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ TESTLERİNİN BİR JEODEZİK AĞDA UYGULANMASI.....	75
5.1. Test Ağlarındaki Uyuşumsuz Ölçülerin Uc Test Yönteminde İrdeleme ile Belirlenmesinin Sayısal Uygulamaları.....	75
5.2. Uyuşumsuz Ölçü Test Yöntemlerinde Ölçülere Verilen Yapay Hata ile Hata Sınırlarının DeneySEL Olarak Saptanması.....	83
5.3. Kullanılan Test Yöntemlerinin Özelliklerinin Test Ağı ile Bu Ağdan Ayrılan Dört Parçasındaki Durumu ve Karşılaştırmalar.....	86
BÖLÜM 6: SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	90
KAYNAKLAR	94
EK-A: Data-Snooping (Baarda) Yönteminde Dışmerkezlik Parametresinin Hesabına İlişkin Sayısal Örnek	97
EK-B: Test Ağına Seçildiği İstanbul Metropolitan Nirengi Ağına Özellikleri.....	99
EK-C: Sayısal Uygulamalarda Kullanılan Bilgisayar Programlarının Özellikleri.....	103
EK-D: Test Ağı ve Bu Ağdan Ayrılan Dört Parçasında Uc İstatistik Test Yönteminde İrdeleme ile Belirlenen Uyuşumsuz Ölçülere İlişkin Tablo ve Şekiller	106

EK-E: Uyusumsuz Olcu Testlerinde Olculere Verilen Yapay
Hata ile Deneyisel Olarak Hata Sınırlarının
Saptanmasına İlişkin Tablo ve Şekiller.....116

ÖZGEÇMİŞ.....132

KAYNAKLAR BÖLÜMÜ İLE İLGİLİ AÇIKLAMALAR

AVN = Allgemeine Vermessungs Nachrichten-Karlsruhe

DGK = Deutsche Geodaetische Kommission-München

NGK = Nederland Geodetic Commission-Nederland

NOAA = National Oceanic and Atmosphric Administration-USA

NOS = National Ocean Survey-USA

NÖV = Nachrichten aus dem Öffentlichen Vermessungsdients-
Nordrhein Westfalen

UNB = University of New Brunswick-Canada

ZFV = Zeitschrift für Vermessungswesen-Stuttgart

ÖZET

Günümüzün Jeodezik çalışmalarında, beklentileri karşılamak üzere yüksek presizyonlu sonuç gerektiren istekler artmıştır. Bu istekler; gelişen ölçme aletlerinde, fiziksel koşulların dikkate alınarak değişik etkilerin işleme katılması ve hesap yöntemlerinde de yeni teorik gelişmelerin uygulanmasını gerektirmektedir. Sonuçların yeterli doğrulukta olabilmesi, Jeodezik Ağların (Nirengi, Nivelman ve Gravite) yeterli doğrulukta belirlenmesine dayanmaktadır. Bunun sağlanabilmesi için, ölçmelerin uygun koşullarda ve yeterli doğrulukta ölçülmesi, stokastik varsayıma uygun dağılımda olması, uyumsuz ölçülerin araştırılması ve ayrıca Jeodezik Ağın uygun geometrik yapıda olmasını gerektirmektedir.

Bu çalışmanın yapılmasındaki amaçlar:

* Bir Nirengi Ağında Uyumsuz Ölçüleri araştırmak için geliştirilmiş olan istatistik Test Yöntemlerinin seçilen model ağ'a ve bu ağdan ayrılan küçük kısımlara uygulanarak Test Gücünün incelenmesi ve karşılaştırılması,

olarak özetlenebilir.

Araştırma çalışmalarında İstanbul Metropolitan Nirengi Ağının bir bölümü Model Ağ olarak seçilmiştir. Bu amaçla:

* İki boyutlu Gauss-Krüger düzlemine indirgenmiş ölçülerle ağın Açı-Kenar, Kenar ve Doğrultu olması durumunda serbest ağ olarak dengelemesinde varsa Uyumsuz Ölçülerin Data-Snooping (Baarda), Tau (Poppe) ve t (Heck) Test Yöntemleri ile ayrı ayrı araştırılması,

* Model ağ'dan ayrılan küçük ağların birinde doğrultu ve kenar ölçülerine birlikte veya ayrı ayrı olarak verilen yapay hatalarla kullanılan uyumsuz ölçü testlerinde, deneysel olarak hata sınırlarının veya, testin hatalı ölçüyü bulabilme sınırlarının (test gücünün) saptanması,

* İstatistik Test yöntemlerinin özelliklerinin kendi içlerinde ve seçilen model ağlardaki durumlarıyla karşılaştırılması,

amaçlanmış, bu konularla ilgili programlar bilgisayara uygulanmış, çeşitli dengeleme hesabı yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

SUMMARY

ON THE DETECTION OF OUTLIERS IN THE DIFFERENT PARTS OF A GEODETIC NETWORK BY DIFFERENT METHODS AND THE ANALYSIS OF THEIR INFLUENCE ON THE ADJUSTMENT RESULTS

In the analysis of the geodetic values which are the results of measurements using mathematical statistical methods, we have to know which distribution the sets that are made by these values represent. The sets that are created by geodetic measurements can be proved to be in "Normal Distribution", and the distribution of linear and nonlinear functions that are dependent on the measurements can be calculated by these character of their values. For example:

* The random variables y in the linear equation $Y = Ax + c$, which is dependent on $X \sim N(\mu, \Sigma)$ is in "Normal Distribution" with $(A\mu + c, A\Sigma_x A^T)$ parameters.

* If the random variables x are in normal distribution with (μ, Σ) parameters, and the multiplication of a less positive semidefinite A matrix with $A\Sigma$, is generating an idempotent matrix which has the value of $(A\Sigma)(A\Sigma) = A\Sigma$ then the square form $y = x^T A x$, will be in the "Non-central Chi-Square Distribution" which the degree of freedom will be equal to the A 's rank. Here the noncentral parameter is defined by the following equation $\lambda = \mu^T A \mu$.

* The following equation,

$$w = \frac{(u/m)}{(v/n)}$$

which is formed by u and v square forms that are in $u \sim \chi'^2(m, \lambda)$ and $v \sim \chi^2(n)$ distribution with the condition of being independent of each other and with the noncentral parameter λ and the degrees of freedom m and n , will be in the "Non-central F -(Fisher) Distribution". As a special condition, if u and v are in central chi-square distribution with the degrees of freedom m and n , the same ratio will be in central F distribution with the degrees of freedom m and n .

* The following equation,

$$x = \frac{y}{\sqrt{u/k}}$$

where y is a variable in normal distribution and u is a square form with $u \sim \chi^2(k)$ chi-square distribution with degree of freedom k which is independent of y , will be in "t (Student) Distribution" with degree of freedom k . The distribution parameters of measurements are usually unknown and therefore approximate values which are estimated from the measurements are used.

One of the assumption methods is the "Least Squares Method" in the Gauss-Markoff Model. In the Gauss-Markoff Model in order to make an estimation about $E(l)$ and Σ parameters, with the help of a normal distribution measurement vector l the following equation is derived:

$$E(l) = A x \quad \Sigma = \sigma_0^2 P^{-1}$$

Here, the parameters vector x has an unknown value and it has a functional relationship with the expected values $E(l)$. A is a design matrix with the dimension (n, u) an observations value n and an unknown parameter value u , and P^{-1} is a weight coefficient matrices with the dimension (n, n) . Therefore, in the Gauss-Markoff Model the first equation is called "Functional Model", the second equation is called "Stochastic Model" and the two together are called "Mathematical Model".

For $E(l)$ the estimated value is $\hat{l} = l + v$, and for σ_0^2 the estimated value is following.

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{v^T P v}{n - u}$$

The $v = A\hat{x} - l$ residuals with $\hat{x}$ estimated values for x parameters should satisfy $v^T P v = \min$ condition. The estimated $\hat{x}$ values will be the solution for the equation

$$A^T P A \hat{x} - A^T P l = 0$$

and the solution results are as follows: Matrix of variance-covariance of $\hat{x}$ estimated value is,

$$\Sigma_{\hat{x}\hat{x}} = (A^T P A)^{-1} = \hat{\sigma}_0^2 Q_{\hat{x}\hat{x}}$$

matrix of variance-covariance of residuals is,

$$\Sigma_{vv} = \hat{\sigma}_0^2 (P^{-1} - A Q_{\hat{x}\hat{x}} A^T) = \hat{\sigma}_0^2 Q_{vv}$$

matrix of Variance-Covariance of estimated value $\hat{l}$ from $E(l)$ is,

$$\Sigma_{\hat{l}\hat{l}} = \sigma_0^2 (A Q_{xx} A^T) = \sigma_0^2 Q_{\hat{l}\hat{l}}$$

and redundancy is as follows.

$$n-u = \sum_{i=1}^n P_i q_{v_i v_i} = \sum_{i=1}^n r_i$$

where r_i = Partial Redundancy. If $A^T P A$ matrix is singular, $(A^T P A)^+$ Pseudo-inverse will be used instead of $(A^T P A)^{-1}$ inverse, and instead of $(n-u)$, $n - rg(A^T P A) = n - q$ will be used.

In the Gauss-Markoff Model with conditional equation, in addition to Functional and Stochastic Models of the Gauss-Markoff Model, the linear conditional equations with unknown parameters are also added. In this model, for x parameters the estimated values which are going to minimize $y^T P y$ square form should also satisfy the newly added conditions. Therefore, the solution of the problem will be the calculation of k Lagrange coefficients, and x parameters which will minimize the function.

In this study, the presence of outlier observations as the functional model error and the functional effects are analyzed and outlier tests namely Data-Snooping (Baarda), Tau (Poppe) and t-Distribution (Heck) methods are applied to the adjustment results and they are compared together. One of the test methods, "Data-Snooping" was developed by Baarda (1968) to localize the observation grossly falsified by outliers. In this method, the ratio of the residual v_i to the standard deviation which is calculated for the l_i observation, is shown in the following equation:

$$T_{k_i} = W_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{v_i}{\sigma_{l_i} \sqrt{r_i}}$$

and is used as a test value by Baarda. Test value W_i with redundancy number r_i pays attention to the network geometry. Because of the weight inverse $q_{v_i v_i}$ of the v_i residual with partial redundancy $r_i = P_i q_{v_i v_i}$, W_i does not have any units and its expected value is (0) and standard deviation is (1). Therefore it is called "Normed Residual". In the Baarda method, first a mathematical statistical test which is called "Global Test" is applied in order to find out if there is any model error that can be caused by outlier observation. If there is a model error, the test value with a non-central parameter will be in "Non-Central Fisher Distribution". According to Baarda, a model error is called "Identified" if the value, for example for $\gamma=80$, can be proved by Global Test.

The two-tailed statistical test method which was called "Data-Snooping" by Baarda, is the comparison between the test magnitude W_i with a limit k (unknown and unwanted parameters vector). This value varies between (0) and (∞) . Test statistic which is shown by T_{k_i} will increase depending on the k factor. The limit value is a table value taken from a Standardized Normal Distribution Table for error possibility α . If $|W_i| > k$, by rejecting zero hypothesis, the measurement l_i is accepted as outlier. The possibility of W_i between $(-k, +k)$, will determine the statistical confidence S of the test. Therefore either S , which corresponds to a limit value k or a limit value k which corresponds to the statistical confidence is calculated. $\alpha=1-S$ is called "Provable Number". If $|W_i| < k$, the zero hypothesis cannot be rejected, therefore the measurement is not accepted as outlier. If $|W_i| > k$, the zero hypothesis can be rejected, therefore the measurement is estimated to be outlier, but its magnitude can not be interpreted. Thus the refusal of zero hypothesis and the possibility of a correct alternative hypothesis, is shown by the field γ . Power of a test γ , that has the possibility of being calculated as the outlier value of a given value Δl_i is dependent on the limit value k , the non-central parameter δ_i , and it is related to the alternative hypothesis and is the method of the Data-Snooping test.

If $|W_i|$ is greater than the fractional value which is equivalent to significance level of $\alpha_0/2$ of Normal Distribution, then the i^{th} measurement is accepted as outlier. The search for the measurement error starts with the largest value of the outlier. The fundamental characteristic of the Data-Snooping method is that for the probabilities for multidimensional distribution test α_g and for one dimensional distribution test α_0 , the test force, and the non-central parameters are estimated equal.

If the outlier with a small partial redundancy is a large value, then it can be considered as an "Outlier". The limit values will identify the internal geometry of the network. Another extreme is that if the measurement cannot be controlled by the geometry of the network then with $r_i = v_i = 0$ the test will be impossible.

If the influence of a measurement that is analyzed in an outlier testing is subtracted from the total residuals square $\Omega = y^T P y$, the imaginary value (a-posteriori variation factor) in which the grossly error of the measurement does not exist can be calculated with the following equation:

$$\sigma_{\Delta l}^2 = \frac{\Omega - \frac{v_i v_i}{q_{v_i v_i}}}{(n - q - 1)}$$

The test value T_{k_2} which is generated with this estimated

value will be in the "Student Distribution with $(n-q-1)$ Degree of Freedom". If the below condition is satisfied

$$T_{k_2} = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma}_{\Delta 1} \sqrt{q_{v_i v_i}}} > t_{(f-1, 1-\frac{\alpha_0}{2})}$$

then the measurement l_i is an outlier. Here t is a fractional value chosen from the t Distribution table for confidence level $1-(\alpha_0/2)$ and $(n-q-1)$ is an degree of freedom. The test magnitudes with τ and t distribution are functionally dependent on each other. In an outlier for the error possibility $\alpha_t = \alpha_\tau$, τ and t tests will absolutely give the same results, and for $n \rightarrow \infty$ they come closer to normal distribution. In addition, since α_0 becomes so small, the test will be an insensitive testing.

The variance of unit weight σ^2 which is necessary in the calculation of the test value of Baarda's method is a theoretical concept. Since this value is generally unknown, if a very realistic value is not estimated, the global test can not be applied, and instead the one dimensional hypothesis test "Tau Test" which was found by Poppe (1976), can be applied. This test does not require theoretical variance and it uses a-posteriori variance factor $\hat{\sigma}^2$ and is affected by gross errors. Test magnitude is given by the following equation:

$$T_{k_3} = \frac{|v_i|}{\hat{\sigma} \sqrt{q_{v_i v_i}}} \sim \tau_{1, (n-q-1)}$$

T_{k_3} is called "Studentized Correction". But this test value, like W_i , is not in normal distribution. According to Poppe, T_{k_3} is in τ Tau distribution. The test value is compared with the value $C_{1-\alpha}$ which is either going to be calculated for α or is going to be taken from τ distribution table. If the test values of a τ distribution greater than the limit value $C_{1-\alpha}$ for Tau distribution with the degrees of freedom 1 and $(n-q-1)$ is. $\tau_{k_3} > C_{1-\alpha}$, then the measurement l_i is in grossly error and is called "Outlier". The significance level α_τ for testing is dependent on α which is the significance level of the total system and when $\alpha_\tau = \alpha_0$, it can be calculated with the following equation.

$$\alpha_0 = 1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{n}}$$

When the adjustment is calculated by using one measurement l_i with the inconcistency value Δl_i , the Functional Model of the adjustment will not comply with the Stochastic Model which is dependent on random errors. If the inconcistency value is desired to be calculated, the following equation

is used.

$$\hat{\Delta}_0 l_i = -\frac{v_i}{P_i q_{v_i v_i}}$$

The magnitude $P_i q_{v_i v_i} = r_i$ shows the contribution of the measurement l_i to the degree of freedom of the network and is called "Partial Redundancy or Degree of Freedom Components". At the same time, this magnitude is the measure of the possibility of controlling l_i by other measurements. Since partial redundancy is related with Q_{vv}, Q_{xx} and the design matrix (A) , it will define the geometry of the network and it will show the contribution of systematic or gross errors in the i^{th} measurement of the residual v_i . In a reliable network the r_i 's should be as homogeneous and big as possible. The redundancy share for reliable networks is required not to be smaller than (0.25). When the redundancy measurement value is smaller, the reliability interval will increase and therefore the global test will be insensitive. When the redundancy is large, the global test will be very sensitive to the small deviations from the chosen model, but the one-dimensional tests will be less sensitive. This situation can be eliminated by dividing the network into small divisions that can be analyzed further.

The controllability of measurements will give information about the internal reliability of the network. The internal reliability of the network can be defined by a lower limit value $\Delta_0 l_i$ for the inconsistency value Δl_i . The lower limit value $\Delta_0 l_i$ is the inconsistency value that can be revealed by a definite "Minimum Reliability" of the test. This inconsistency value for the Baarda Method:

$$\Delta_0 l_{i_B} = \frac{\sigma_{l_i}}{\sqrt{r_i}} \delta_0$$

for the Heck Method:

$$\Delta_0 l_{i_H} = \frac{\sigma_l t_{1-\frac{\alpha_0}{2}, (n-q-1)}}{\sqrt{P_i r_i}}$$

and similarly for the Poppe Method:

$$\Delta_0 l_{i_P} = \frac{v_i}{r_i} = \frac{\delta t_{1-\alpha_0; 1, (n-q-1)}}{\sqrt{P_i r_i}}$$

is given by the above equations. This inconsistency value which is a lower limit for a gross error is dependent on: σ_{δ_i} the precision of the measurement, λ_i the non-central parameter, α the significance level, γ power of the test the

redundancy share ($r_i = Q_{xx} P_{i,i}$) of the i^{th} measurement in the total redundancy ($\sum r_i = n - q$), and the geometry of the network. In the analysis of the quality of the geodetic network, the redundancy shares r_i are the "Measurement of the Geometric Internal Decisiveness of the Network Configuration", and the limit values $\Delta_0 l_i$ are used as the "Internal Reliability Measurement". The internal reliability of a geodetic network means that the measurements can be controlled against the errors, and is defined by the infinitesimal limit value which can be proven to be significant by the test value for the model errors.

The limit value of the influence of the gross error that can be proven to be significant by the test power γ_0 to the coordinates or to the functions that are derived from these, is given by the following equation.

$$\Delta_0 x = Q_{xx} a_i P_i \Delta_0 l_i$$

Where $\Delta_0 x$ magnitude is dependent on datum parameters.

It is important to know the effect of undefined (uneliminated) model errors on a function of the coordinates in order to determine the quality of the network. The effect of a measurement error with a magnitude of a limit value on a function of the coordinates $f = b^T x$ is shown as.

$$\Delta_{0,i} f \leq \delta_0 \sigma_f \frac{\sqrt{a_i^T Q_{xx} a_i}}{\sigma_{v_i v_i}}$$

When the function is used as a estimated value of a measurement, $\hat{l}_i = a_i^T x$ results, and the effect (influence) of the inconsistency value in the measurement l_i to the estimated value is stated as:

$$\frac{|\Delta_{0,i} f|}{\sigma_f} \leq \bar{\delta}_{0,i}$$

where $\bar{\delta}_{(0,i)}$ is called the "Influence Factor" and is used as a measure for external reliability of the geodetic network. The influence factor is a reliability measure which is independent of datum and it shows how a function of unknowns will be affected by the limit error $\Delta_0 l_i$ of the i^{th} measurement. In a reliable geodetic network, this factor is desired to be as small as possible.

In this study after the weights for direction and sides were calculated, the network was adjusted in angle-side, direction, and side option, and then outlier tests were applied. The residuals were analyzed in the three statistical test methods that were used. This analysis is always

necessary because it will give the user the reliability of the results before the adjustment.

In the adjustment that was applied to the primary test network and the four secondary test networks that were derived from the primary one, and to the result of outlier test the analysis of outlier were done in order to verify that they are really outlier. In the determination of outlier measurements with the Baarda, Poppe and Heck test methods, Outlier tests were applied to the primary and to the four secondary networks one by one. In order to make an outlier analysis, and to protect the sensitivity of the test the network should be subdivided, and should be adjusted by free adjustment, or by unforced adjustment with enough quantity of arbitrarily chosen external parameters. After the existence of the outlier was approved by applying a global test in order to verify which measurement was outlier, one of the Data-Snooping, Tau and t methods should be tested on each division of the network. This is also very helpful in the data preparation. It is wrong to search for outlier by making adjustments with the usage of more than necessary external parameters (coordinates that are chosen constant) in the network because, the given external parameters will force the measurements in order to keep themselves stable, and will cause an artificial increase in the corrections of the measurements. As a result the measurements will be outlier. The sensibility of the test is also dependent on the quantity of the measurements. If the number of measurements pass certain limits, the power of the test will be decreased. This situation is analyzed by subdividing the primary network into smaller networks each containing 15-20 points and by applying angle side, direction, and side adjustments with the three test methods to each individual division.

The three outlier test criteria that were used are different from each other due to the accepted a-posteriori facts. In the Data-Snooping method, it is necessary to know the theoretical variance value σ_0^2 whereas the other two methods do not use this assumption. If σ_0^2 is known beforehand, the most sensitive test is "Data-Snooping". If σ_0^2 is not known beforehand, the global test cannot be applied and later on by identifying this value, the Tau test, which is as sensitive as Data-Snooping, can be applied. When $\sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$, one-dimensional Data-Snooping and Tau Tests which result the same statistics, T_{k_1} and T_{k_2} are similar to each other. These tests can not define the outlier because of the deterioration of the variance.

In this study, experimental error limits are determined by giving artificial errors to the measurements of the fourth division which was selected as a test network. First, test network #4 in angle-side adjustment is tested by the application of one of the outlier test methods. In the second step the adjustment and test methods were applied in order

to find out the experimental error limits for the observation or the limits for finding the outlier for different test methods. For this purpose, internal or external to the network, small or large, for one or two measurements were changed (for example: in $\{(-) \text{ mines}\}$ direction the direction angles and the sides diminished, 5° , 15° and 5cm , 15cm respectively.) in the adjustments.

Therefore in all the methods, artificial outliers can be calculated with the internal network measurements (short long; one, two) previously to the side measurements (short, long; one, two) on the perimeter of the network. The Data-Snooping method can determine the artificial error measurements sooner than the other methods, and sometimes it can determine them at the same time as the t-distribution method. The Tau-Distribution method is always the last one to define these limits. When the artificial outlier are calculated as side, angle, or two sides, two angles, this will not make any difference in the determination of the experimental limit errors.

In this study, it is proved that after the adjustment, the statistical test methods (Data-Snooping, Tau and t-Test) used in the calculation of large-scale errors are also sensitive and efficient in determining small-scale errors. The reliability of the results is dependent on the precision of the measurements and how they are used in the model.

The results can be summarized as follows:

1:) The superiority of the statistical tests that are used in search for gross errors are dependent on the least (scarcity, insufficiency) of assumptions.

2:) The most important subject in the outlier test is the decision of whether or not it is necessary to renew the measurement that is found as outlier. The criterion for this is the investigation of the situation from the perspective of the suggested error limits in the specifications. In every geodetic study, the methods, the specifications, or contracts are determined, and whether or not the outlier can be renewed should be decided by taking into consideration the error limits of the related regulations. For example: In this study the goal is third order densification. The targeted reliability of a third order densification is stated in "The Preparation of Large Scale Map Regulations". According to this regulation, the relative precision of the sides that is going to be calculated from the absolute coordinates of the points should not be greater than $1/50000$. Therefore, it is concluded that in the third order networks, if the effect of outlier on the coordinates is greater than 2 cm, then the repetition of the measurement will be inevitable.

3:) It is not always easy to find the location of outlier

in the adjustment of geodetic networks. Therefore, post adjustment measures of precision (m_x , m_y , m_p) will be insufficient to determine the correctness and the reliability of the results, or if used they will give wrong information. For these reasons the correctness of the functional and stochastic model should be analyzed by statistical tests and possible model errors should be determined.

4:) When the measurement value n increases, i.e. in very large degree of freedom, the test power will decrease and will cause insensitivity. Therefore the adjustment is applied to the subdivided networks and it is necessary to eliminate the outlier from the calculations.

5:) Although the introduced and applied methods are efficient enough, the research still continues because it has been faced with problems related to error localization and there is a need for future improvement.

6:) There is a great need for more information on the quantity, magnitude, condensation, collection, and distribution of the errors.

7:) There is also a need for future development in the Tau-Poppe and t-Heck methods which take into consideration the I^{th} type errors.

8:) In "The Preparation Of Large Scale Map Regulations" it would be appropriate if the effects of outlier to the internal and external reliability of the network were explained by an example, and if the other methods, Data-Snooping (Baarda) and Heck with t-distribution which are used in the search for outlier were explained.

9:) In the outlier test, the main input is the residuals. One residual is affected by all other measurements. Therefore the study should start with the largest test magnitude. The measurement that belongs to the largest test magnitude which exceeds the limit value, should be subtracted from the measurement plan and then the test method should be renewed with a repeated adjustment calculation.

Note: For the test network which is used in the application section of this study, a section of the Istanbul Metropolitan Network that was directed by Istanbul Municipal (1986) is chosen. All the adjustment calculations in the application section were calculated by an IBM 4381 in the Istanbul Technical University's Computer Center.

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Jeodezik ağlar, yeryüzünde belli kurallara göre işaretlenmiş noktalardan oluşurlar. Kontrol noktaları adı verilen ağ noktaları birbirine; Doğrultu, Uzaklık, Yükseklik, Gravite ve Uydu Gözlemleri ile bağlanırlar. Nirengi ağları; Kadastral amaçlı Büyük Ölçekli Haritalar ile değişik ölçekte Topografik Haritaların yapımında, bölgesel yer kabuğu hareketlerinin araştırılması, baraj, asma köprü, yol, tünel, modern galeriler gibi mühendislik ve sanat yapılarının proje uygulamaları ve bu yapılardaki deformasyonların araştırılması gibi değişik faaliyetlere temel dayanak olurlar ve beklenen görevleri yerine getirebilmeleri için, doğruluk ve güvenilirlik yönlerinden yeterli olmaları gerekir.

Bir jeodezik ağın, kullanma amaçları için yeterli doğrulukta olup olmadığı konusu Schreiber'den (1889) günümüze kadar çözümü aranan sorunlardan birisi olmuştur. Günümüzde ölçme aletlerinin ve hesaplama araçlarının gelişmesi sonucunda, jeodezik ağlardan beklenen doğrulukları elde etme olanakları artmış ve kolaylaşmıştır.

Sıklaştırma ağlarında, ağın amacına göre yapılan ölçüler için uygulanan dengeleme yöntemlerinde, bir üst derecedeki nokta parametreleri hatasız kabul edilerek, yeni noktaların parametreleri hesaplanmaktadır [1]. Ancak; bu parametreler gerçekte hatasız olmadığından, yeni noktaların bu varsayıma göre belirlenen parametrelerinin doğrulukları da gerçekçi olmayacaktır. Eğer, işlemlerde verilen parametrelerin doğrulukları da göz önüne alınırsa, bu değerlerin de ölçüler gibi dengelemede kullanılma olanağı ortaya çıkar. Örneğin: Nirengi ağlarında sözü edilen bu özellikleri yansıtan eski

nokta koordinatlarının varyans-kovaryans matrislerinin bilinmesi durumunda, yeni noktaların koordinatlarının ve doğruluklarının, daha da gerçekçi olarak elde edilmesi mümkündür.

Ölçüler için doğruluk kavramını simgeleyen "Ortalama Hata (Deneysel Standart Sapma)", kaba ve sistematik hatalardan arındırılmış ölçü kümesi ile yapılan bir dengeleme sonucunda, rastlantısal özellikteki ölçü düzeltmelerinden hesaplanan istatistiksel bir büyüklüktür. Buna karşılık, Jeodezik Ağlar için tanımlanan doğruluk ölçütlerinin (Lokal doğruluk ölçütlerinden; Koordinatların karesel ortalama hatası, Nokta konum hatası, Helmert hata elipsi, her noktada Güven elipsi ve Komsuluk doğruluğu ölçütlerinden kesin koordinatlardan hesaplanan açıların, açıklık açılarının ve Kenarların karesel ortalama hataları, Relatif hata ve Güven elipsleri gibi) büyük bir çoğunluğu ağıın konum, ölçek ve yöneltme gibi dış parametrelerinin seçimine bağlıdır. Belirtilen bu ölçütler Dayalı Ağlarda "Dış Doğruluk Ölçütleri", noktaların koordinatlarının tümünün bilinmeyen olarak seçildiği Serbest Ağlarda ise "İç Doğruluk Ölçütleri" adı verilir [1].

Doğruluk ölçütleri, ancak geçerli bir dengeleme modeli ile yapılan hesaplamalar sonucunda elde edilirse, gerçekçi olurlar. Buna karşılık, ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkileri doğru ve tam olarak yansıtmayan bir fonksiyonel model, yada gözlemlerin doğruluklarını ve aralarındaki korelasyonları yeterince göstermeyen bir stokastik model ile yapılan hesaplamalar, model hatalarına neden olurlar. Bu hatalar, dengeleme sonuçlarını etkileyerek jeodezik ağda bozulmalara neden olabildiğinden, istatistik testler yardımı ile modelin kontrol edilmesi gerekir.

Kaba hatalara karşı ölçülerin kontrol edilebilirliği ve istatistik yöntemler ile belirlenemeyen hataların dengeleme

sonuçlarına olan etkileri de, anılan testlerle ilişkili "Güvenirlik Ölçütleri" ile açığa çıkarılabilir [2].

Bu çalışmanın yapılmasındaki amaçlar:

- * İki boyutlu Gauss-Krüger düzlemine indirgenmiş ölçülerle serbest ağ dengelemesi (Açı-Kenar, Kenar ve Doğrultu durumunda) ve varsa Uyumsuz Ölçülerin Data-Snooping (Baarda), Tau (Poppe) ve t (Heck) Test Yöntemleri ile ayrı ayrı araştırılması,

- * Seçilen Model ağ'dan ayrılan küçük ağların birinde, doğrultu veya kenar ölçülerine birlikte veya ayrı ayrı olarak verilen yapay hatalarla kullanılan uyumsuz ölçü test yöntemlerinin deneysel olarak hata sınırlarının diğer bir değişle testin hatalı ölçüyü bulabilme sınırlarının (test gücünün) saptanması,

- * İstatistik test yöntemlerinin özelliklerinin kendi içlerinde ve seçilen model ağlardaki durumlarıyla karşılaştırılması,

olarak özetlenebilir.

Ayrıca, bu konularla ilgili programlar bilgisayara uygulanmış, çeşitli dengeleme hesabı yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Araştırma çalışmalarında İstanbul Metropolitan Nirengi Ağı'nın bir bölümü Model Ağ olarak seçilmiştir.

BÖLÜM 2

JEODEZİK DEĞERLERİN MATEMATİK İSTATİSTİK YÖNTEMLERLE İRDELENMESİNDE TEORİK ESASLAR

Ölçü yada dengeleme sonuçlarının matematik istatistik yöntemlerle irdelenmesinde, bu değerlerin içinden geldikleri kümelerin hangi dağılımda oldukları bilinmelidir. Jeodezik değerlerin başında ölçüler gelir ve ölçülerin çıktıkları kümelerin "Normal Dağılım" da oldukları kabul edilir [3]. Her biri ayrı bir büyüklük olan (Örneğin: Nirengi Ağı'nda; acı ve kenar, Nivelman Ağı'nda; Yükseklik Farkları ve Trigonometrik Yükseklik Ağlarında zenit açıları gibi) ölçü değerlerinin oluşturduğu örnek küme $L^T = [l_1, l_2, \dots, l_n]$ şeklinde L ölçü vektörü ile gösterilirse, çok boyutlu normal dağılımda olan bu vektörün olasılık fonksiyonu,

$$f(L) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} (\det \Sigma)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2} (L-\mu)^T \Sigma^{-1} (L-\mu)} \quad (2.1)$$

esitliği ile verilmektedir. Burada μ ; $\mu^T = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n]$ olmak üzere ölçülerin "Umit Değeri", Σ ise, "Varyans-Kovaryans" matrisidir. Bu matris, ölçülerin birbirinden bağımsız olmaları durumunda köşegen terimleri dışındaki terimleri sıfır olan köşegen matris, ölçülerin birbirinden bağımsız ve aynı zamanda eş doğrulukta olmaları halinde ise, birim matris olur.

Varyans-kovaryans matrisi, birim ağırlıklı ölçünün varyansı σ_0^2 ve ölçülerin ağırlık matrisi P olmak üzere,

$$\Sigma = \sigma_0^2 P^{-1} \quad (2.2)$$

eşitliği ile verilir. (2.1) eşitliğindeki μ ve Σ büyüklükleri normal dağılımın parametreleri olmak üzere, I rastlantısal değişkenleri μ ve Σ parametrelili "Normal Dağılım" dandır denir ve,

$$I \sim N(\mu, \Sigma) \quad (2.3)$$

gösterimi ile ifade edilir. Normal dağılımlı tek bir rastlantısal değişken için (2.2) ve (2.3)'den normal dağılımı olmak üzere dağılım fonksiyonu,

$$(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(I-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.4)$$

olmaktadır. Ayrıca,

$$Z = \frac{(I - \mu)}{\sigma} \quad (2.5)$$

eşitliği ile verilen Z rastlantısal değişkeni de (Normalleştirilmiş Değişken) "Normal Dağılım" dandır ve,

$$Z \sim N(0, 1) \quad (2.6)$$

ile ifade edilir.

Diğer taraftan, ölçü değerleri ile ortalama değerleri arasındaki ilişki,

$$\mu_i = I_i + e_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2.7)$$

eşitliği ile sağlanır. Ölçülerin "Gerçek Sapmaları-Gerçek Hataları" adını alan $\mathbf{e}$ vektörü $\mathbf{e}^T = [e_1, e_2, \dots, e_n]$ olmak üzere ve $E(\mathbf{e}) = \mathbf{0}$ değeri ile,

$$\mathbf{e} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma) \quad (2.8)$$

parametrelili "Normal Dağılım" dadır.

Diğer taraftan, $f(\underline{l}) = f(l_1, l_2, \dots, l_n)$ ve (2.1)'deki olasılık fonksiyonundan l_i ölçüsünün ortalama değeri,

$$\mu_i = E(l_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} l_i f(l_1, l_2, \dots, l_n) dl_1, dl_2, \dots, dl_n \quad (2.9)$$

integrali olur ve varyansı için,

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= E((l_i - \mu_i)^2) = E((l_i - E(\mu_i))^2) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} (l_i - \mu_i)^2 f(l_1, l_2, \dots, l_n) dl_1, dl_2, \dots, dl_n \end{aligned} \quad (2.10)$$

esitliği bulunur. Ayrıca l_i ve l_j ölçülerinin kovaryansı,

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= E((l_i - \mu_i)(l_j - \mu_j)) = E(l_i l_j - l_i \mu_j - l_j \mu_i + \mu_i \mu_j) \\ &= E(l_i l_j) - E(l_i \mu_j) - E(l_j \mu_i) + E(\mu_i \mu_j) \\ &= E(l_i l_j) - \mu_i \mu_j - \mu_j \mu_i + \mu_i \mu_j = E(l_i l_j) - \mu_i \mu_j \\ \sigma_{ij} &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} (l_i - \mu_i)(l_j - \mu_j) f(l_1, l_2, \dots, l_n) dl_1, dl_2, \dots, dl_n \end{aligned} \quad (2.11)$$

esitliği ile verilmektedir. Tüm ölçülerin varyans-kovaryans matrisi (veya Dispersiyon) ise,

$$\begin{aligned} \Sigma &= E((\underline{l} - \underline{\mu})(\underline{l} - \underline{\mu})^T) = E((\underline{l} - E(\underline{l}))(\underline{l} - E(\underline{l}))^T) \\ &= E(\underline{l} \underline{l}^T) - \underline{\mu} \underline{\mu}^T \end{aligned} \quad (2.12)$$

ve matris gösteriminde,

$$D(\underline{1}) = \Sigma = \begin{vmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{vmatrix} = \sigma_0^2 \begin{vmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nn} \end{vmatrix} \quad (2.13a)$$

veya (2.2), (2.12) ve (2.13a) eşitliklerinden diğer bir gösterimle,

$$D(\underline{1}) = \Sigma_{11} = \sigma_0^2 Q_{11} = \sigma_0^2 F^{-1} \quad (2.13b)$$

olarak ifade edilir.

2.1: KARESEL FORMLAR, BUNLARIN UMIT DEĞERLERİ VE BAĞIMLILIK

$\underline{x}$ ve $\underline{y}$ gibi rastlantısal değişken vektörlerinin Umit değerleri $E(\underline{x}) = \underline{\mu}_x$; $E(\underline{y}) = \underline{\mu}_y$ ve kovaryans matrisleri Σ_{xx} ve Σ_{yy} olarak verilirse bir A kare matrisi ile; $\underline{x}^T A \underline{x}$ "Karesel Form" ve $\underline{x}^T A \underline{y}$ "Bilineer Form" adını alır. Bunların Umit değerleri ise,

$$E(\underline{x}^T A \underline{x}) = Sp(A \Sigma_{xx}) + \underline{\mu}_x^T A \underline{\mu}_x \quad (2.14)$$

$$E(\underline{x}^T A \underline{y}) = Sp(A \Sigma_{xy}) + \underline{\mu}_x^T A \underline{\mu}_y \quad (2.15)$$

eşitlikleri ile verilmektedir [4]. Burada, $Sp(A \Sigma_{xx})$ ve $Sp(A \Sigma_{xy})$ parantez içindeki matrislerin izidir yani, köşegen terimlerinin toplamıdır. Eğer $\underline{x}^T A \underline{x} > 0$ ise; A matrisi, pozitif definit bir matristir ve determinantı sıfırdan farklıdır. Eğer $\underline{x}^T A \underline{x} = 0$ ise; A matrisi, pozitif semidefinit bir matristir ve determinantı sıfıra eşittir.

Diğer taraftan $\underline{x} \sim N(\underline{\mu}_x, \Sigma_{xx})$ olmak üzere $\underline{x}$ ile en az pozitif semidefinit olan A ve B kare matrisleri ile oluşturulan $\underline{x}^T A \underline{x}$ ve $\underline{x}^T B \underline{x}$ karesel formlarının kovaryansı,

$$C(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}, \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}) = 2 \text{Sp}(\mathbf{A} \Sigma \mathbf{B} \Sigma) + 4 \mu^T \mathbf{A} \Sigma \mathbf{B} \mu \quad (2.16)$$

esitliği ile verilmektedir. Eğer,

$$\mathbf{A} \Sigma \mathbf{B} = 0 \quad \text{yada} \quad \mathbf{B} \Sigma \mathbf{A} = 0 \quad (2.17)$$

ise kovaryans,

$$C(\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}, \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}) = 0 \quad (2.18)$$

olur. Bu sonuç, karesel formların bağımsızlığını gösterir. $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ karesel formu ile $\mathbf{A} \mathbf{x}$ lineer formunun kovaryansı benzer olarak,

$$C(\mathbf{A} \mathbf{x}, \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}) = 2 \mathbf{A} \Sigma \mathbf{B} \mu \quad (2.19)$$

olup (2.17) koşulu sağlanırsa, $\mathbf{A} \mathbf{x}$ lineer formu ile $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ karesel formu birbirinden bağımsız olur.

2.2: NORMAL DAĞILIMLI RASTLANTISAL DEĞİŞKENLERİN FONKSİYONLARININ DAĞILIMI

2.2.1: Lineer Formların Dağılımı

$\mathbf{A}$; (m, n) boyutlu değışken olmayan elemanlardan oluşan bir matrisi, $\mathbf{c}$; $(m, 1)$ boyutlu yine değışken olmayan elemanlardan oluşan bir vektör olmak üzere, (2.3)'den $\mathbf{x}$ normal dağılımlı rastlantısal değışkenler vektörüne bağılı $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{c}$ lineer eşitlikleri ile verilen $(m, 1)$ boyutlu $\mathbf{y}$ rastlantısal değışkenler vektörü de,

$$\mathbf{y} \sim N(\mathbf{A} \mu_{\mathbf{x}} + \mathbf{c}, \mathbf{A} \Sigma_{\mathbf{xx}} \mathbf{A}^T) \quad (2.20)$$

parametreleri ile "Normal Dağılım" dadır. $\{y_i = f_i(\mathbf{x}) \quad i \in m$

olmak üzere, $f_i \mathbf{x}$ fonksiyonlarının lineer $\mathbf{x}$ 'in yeterli yaklaşıklıkta değerleri $\mathbf{x}_0$ ile Taylor açılımı kullanılarak lineerleştirilir.}

2.2.2: Karesel Formların Dağılımı

$\mathbf{x}$; rastlantısal değişkenler vektörü (2.3)'den normal dağılımda ise ve en az pozitif semidefinit olan bir $\mathbf{A}$ matrisi ile $\mathbf{A} \Sigma$ carpımı,

$$(\mathbf{A} \Sigma) (\mathbf{A} \Sigma) = \mathbf{A} \Sigma \quad (2.21)$$

özelliğini taşıyan idempotent bir matris oluşturuyorsa $\mathbf{y} = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x}$ karesel formu, serbestlik derecesi $\mathbf{A}$ 'nın mertebesine eşit olan $f = rg(\mathbf{A})$ ve dışmerkezlilik parametresi,

$$\lambda = \boldsymbol{\mu}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\mu} \quad (2.22)$$

ile "Merkezsiz Olmayan Chi-Kare Dağılımı" ndadır ve,

$$\mathbf{v} \sim \chi'^2 (rg(\mathbf{A}), \lambda) \quad (2.23)$$

şeklinde gösterilir [3]. Dağılımın olasılık fonksiyonu,

$$f(\mathbf{v}) = e^{-\frac{\lambda}{2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^j \mathbf{v}^{\left(\frac{f}{2}+j-1\right)} e^{-\frac{\mathbf{v}}{2}}}{j! 2^{\left(\frac{f}{2}+j\right)} \Gamma\left(\frac{f}{2}+j\right)} \quad (2.24)$$

eşitliği ile verilmektedir. Burada $t > 0$ için,

$$\Gamma\left(\frac{f}{2}+j\right) = \int_0^{\infty} t^{\left(\frac{f}{2}+j-1\right)} e^{-t} dt \quad (2.25)$$

olmak üzere, "Gamma fonksiyonu" dur. Bu dağılım, Helmert tarafından 1876 yılında elde edilmiştir ve sonradan, 1900 yılında birincisinden bağımsız olarak Pearson tarafından da araştırılmıştır [5].

Chi-Kare (χ^2) dağılımı, serbestlik derecesinin küçük olduğu durumlarda simetrik değildir ve alabileceği en küçük değer sıfır (0) 'dır. Serbestlik derecesinin büyük olduğu ($f > 30$) durumlarda ise, normal dağılıma yaklaşır [5].

2.2.2.a: Karesel Formların Dağılımında Özel Durumlar

I-) $\mathbf{x}$ rastlantısal değişkenleri $\mathbf{x} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ olarak normal dağılımda ve $\mathbf{A}$ matrisi $\mathbf{A}; \mathbf{A} = \mathbf{\Sigma}^{-1} = \mathbf{I}_n$ olmak üzere (n, n) boyutlu birim matris ise $\mathbf{A} \mathbf{\Sigma} = \mathbf{I}, \mathbf{I} = \mathbf{I}$ çarpımı idempotent bir matris olduğu ve $rg(\mathbf{A}) = n$ ve (2.22)'den $\lambda = 0$ olacağından,

$$\mathbf{v} = \mathbf{x}^T \mathbf{x} \sim \chi^2(n) \quad (2.26)$$

gösterimi ile n serbestlik dereceli "Merkezi Chi-Kare Dağılımı" ndadır. Bu dağılımın olasılık fonksiyonu,

$$f(v) = \frac{1}{2^{\left(\frac{n}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} v^{\left(\frac{n}{2}-1\right)} e^{-\frac{v}{2}} \quad (2.27)$$

eşitliği ile verilir.

II-) $\mathbf{y} \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{\Sigma})$ normal dağılımlı $\mathbf{y}$ rastlantısal değişkenler vektöründe $\mathbf{v} = \mathbf{y}^T \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{y}$ karesel formu, n serbestlik dereceli "Merkezi Chi-Kare Dağılımı" ndadır. Çünkü $\mathbf{\Sigma}^{-1}$ simetrik matrisi, $\mathbf{G}$ bir alt Üçgen matris olmak üzere,

$$\mathbf{\Sigma}^{-1} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{G}^T \quad ; \quad \mathbf{\Sigma} = (\mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{G}^{-1} \quad (2.28)$$

"Cholesky" çarpanlarına ayrılabilir ve,

$$\mathbf{x} = \mathbf{G}^T \mathbf{y} \quad (2.29)$$

değişken değişimi ile,

$$\boldsymbol{\mu}_x = \mathbf{G}^T \boldsymbol{\mu}_y = \mathbf{0} \quad (2.30)$$

ve,

$$\boldsymbol{\Sigma}_{xx} = \mathbf{G}^T \boldsymbol{\Sigma}_{yy} \mathbf{G} = \mathbf{G}^T (\mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{G} = \mathbf{I} \quad (2.31)$$

olacağından,

$$\mathbf{x}^T \mathbf{x} = \mathbf{y}^T \mathbf{G} \mathbf{G}^T \mathbf{y} = \mathbf{y}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{y} \sim \chi^2(n) \quad (2.32)$$

esitliği elde edilir.

y rastlantısal değişkeni $y \sim N(0, \sigma^2)$ olmak üzere, tek parametrelili bir normal dağılımda ise (2.6)'dan,

$$x = \left(\frac{1}{\sigma_y} \right) y \quad (2.33a)$$

ile ve $x \sim N(0,1)$ olmak üzere "Normal Dağılım" dadır. Bu durumda,

$$x^2 = \frac{y^2}{\sigma_y^2} \sim \chi_{(1)}^2 \quad (2.33b)$$

olmasından,

$$x \sim N(0,1) \quad (2.34)$$

olduğu görülür. Diğer taraftan α yanılma olasılığı ile Chi-Kare dağılımında dağılım fonksiyonu,

$$\int_0^{\chi^2_{(1-\alpha)}} f(v) dv = P(\chi^2 \leq \chi^2_{(1-\alpha)}) = F(\chi^2_{(1-\alpha)}) = 1 - \alpha \quad (2.35)$$

olur. Halbuki (2.34)'den normal dağılımda olan x , $(-\infty, +\infty)$ arasında değer aldığından, iki taraflı güven alanı için normal dağılımda,

$$\int_{-\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha)}}}^{\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha)}}} f(x) dx = F(\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha)}}) - F(-\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha)}}) = 1 - \alpha \quad (2.36)$$

olur ve simetriden dolayı,

$$F(-\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha)}}) = 1 - F(\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha)}}) \quad (2.37)$$

olacağından bu durum (2.36) eşitliğinde dikkate alınırsa,

$$2F(\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha)}}) = 2 - \alpha \quad (2.38)$$

$$F(\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha)}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

olur. Böylece,

$$\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha)}} = \chi_{\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)} \quad (2.39)$$

eşitliği elde edilir.

III-) x rastlantısal değişkenleri $x \sim N(0, I)$ normal dağılımda olmak ve $A = A^T$ özelliğinde verilmek üzere, pozitif semidefinit bir A kare matrisi ile oluşturulacak karesel form,

$$\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \sim \chi^2(r, g\mathbf{A}) \quad (2.40)$$

parametresi ile "Chi-Kare Dağılımı" ndadır.

2.2.3: Bağımsız İki Karesel Formun Oranının Dağılımı

Birbirinden bağımsız olmak kosulu ile,

$$u \sim \chi'^2(m, \lambda) \quad , \quad v \sim \chi^2(n) \quad (2.41)$$

dağılımlarında olan u ve v karesel formlarından oluşturulan,

$$w = \frac{\left(\frac{u}{m}\right)}{\left(\frac{v}{n}\right)} \quad (2.42)$$

oranı, λ dısm Merkezlik parametreli ve m, n serbestlik dereceli "Merkezsiz Olmayan Fisher (F) Dağılımı" ndadır ve,

$$w \sim F'(m, n, \lambda) \quad (2.43)$$

gösterimi ile ifade edilir. İlk kez 1924 yılında R. A. Fisher tarafından araştırılan bu dağılımın olasılık fonksiyonu rastgele değişkenlerin serbestlik dereceleri m ve n ye bağlı olarak,

$$f(w) = e^{-\frac{\lambda}{2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^j \Gamma\left(\frac{m}{2} + \frac{n}{2} + j\right) m^{\left(\frac{m}{2} + j\right)} n^{\frac{n}{2}} w^{\left(\frac{m}{2} + j - 1\right)}}{j! \Gamma\left(\frac{m}{2} + j\right) \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) (n + mw)^{\left(\frac{m}{2} + \frac{n}{2} + j\right)}} \quad (2.44)$$

ile verilir.

Özel durum olarak; $u \sim \chi^2(m), v \sim \chi^2(n)$ olmak üzere u ve v , m ve n serbestlik dereceli merkezsiz Chi-Kare dağılımında

iseler (2.42) oranı, m ve n serbestlik dereceli "Merkezsiz Fisher (F)-Dağılımı" ndadır ve,

$$w \sim F(m, n) \quad (2.45)$$

ile gösterilir. w 'nin ($0 < w < \infty$) arasında olması durumunda dağılımın olasılık fonksiyonu,

$$f(w) = \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2} + \frac{n}{2}\right) m^{\frac{m}{2}} n^{\frac{n}{2}} w^{\left(\frac{m}{2}-1\right)}}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) (n + mw)^{\left(\frac{m}{2} + \frac{n}{2}\right)}} \quad (2.46)$$

eşitliği ile verilir.

2.2.4: Normal Dağılımlı Bir Değişkenle Bir Karesel Formun Oranının Dağılımı

$y \sim N(0,1)$ olmak üzere, y normal dağılımlı rastlantısal değişkeni ve bundan bağımsız k serbestlik dereceli $u \sim \chi^2(k)$ Chi-Kare dağılımlı u karesel formuyla oluşturulan,

$$x = \frac{y}{\sqrt{\frac{u}{k}}} \quad (2.47)$$

oranı, k serbestlik dereceli " t -(Student) Dağılımı" ndadır. Bu dağılım, sıfır noktasına göre simetrik bir dağılımdır. Serbestlik derecesi ($k \geq 30$) büyüdükçe normal dağılıma yaklaşır, $k = \infty$ için normal dağılımda olur [5] ve dağılımı,

$$x \sim t(k) \quad (2.48)$$

gösterimi ile ifade edilir ve olasılık fonksiyonu, x 'in ($-\infty < x < \infty$) arasında kalan değerleri için,

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\sqrt{2\pi} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{k}\right)^{-\left(\frac{k+1}{2}\right)} \quad (2.49)$$

eşitliği ile verilir. (2.47)'den (2.48) olmak üzere ve (2.44)'den,

$$w = \frac{y^2}{\frac{u}{k}} = \frac{\chi^2_{(1)/1}}{\chi^2_{(k)/k}} = F(1, k) \quad (2.50)$$

ve $x = \pm\sqrt{w}$ bulunur. α yanılma olasılığına karşı t_α ve F_α fraktil değerleri arasındaki,

$$t_\alpha = \pm\sqrt{F_\alpha} \quad (2.51)$$

ilişkisinden tek taraflı güven için,

$$\int_{-\infty}^{-\sqrt{F_\alpha}} f(t) dt = \alpha \quad (2.52)$$

eşitliği elde edilir.

İki taraflı güven için,

$$\int_{-\sqrt{F_\alpha}}^{+\sqrt{F_\alpha}} f(t) dt = 1 - \alpha \quad (2.53)$$

olur. Diğer taraftan,

$$1 - \alpha = 1 - \left(\int_{-\infty}^{-\sqrt{F_\alpha}} f(t) dt + \int_{\sqrt{F_\alpha}}^{\infty} f(t) dt \right) \quad (2.54)$$

olduğundan ve simetriden,

$$\int_{-\infty}^{-\sqrt{F_{\alpha}}} f(t) dt = \int_{\sqrt{F_{\alpha}}}^{\infty} f(t) dt \quad (2.55)$$

olacağından,

$$1 - \alpha = 1 - 2 \int_{-\infty}^{-\sqrt{F_{\alpha}}} f(t) dt \quad (2.56a)$$

olur ve,

$$\int_{-\infty}^{-\sqrt{F_{\alpha}}} f(t) dt = \frac{\alpha}{2} \quad (2.56b)$$

olarak bulunur. O halde, iki taraflı güven için,

$$-\sqrt{F_{\alpha}} = t_{\frac{\alpha}{2}} \quad (2.57)$$

$$\sqrt{F_{(1-\alpha), 1, k}} = t_{\left(1-\frac{\alpha}{2}, k\right)}$$

eşitliği elde edilir.

BÖLÜM 3

LINEER MODELLERLE PARAMETRE TAHMINİ VE TAHMIN EDİLEN PARAMETRELERİN DAĞILIMI

Parametreler bilinmeyen büyüklüklerdir ve bunları ölçülere dayalı olarak tahmin edebilmek için, ölçülerin Umit değerleri parametrelerin bir fonksiyonu olarak ifade edilir. Lineer modellerde bu Umit değerleri, parametrelere lineer bağımlı eşitliklerdir ve katsayıları da bilinmektedir [3].

3.1: PARAMETRE TAHMIN YÖNTEMLERİ

3.1.1: Umit Değere Sadık En İyi Tahmin (BLUE)

Bu yöntemde; x parametrelerinin tahmin edilecek bir $h(x)$ fonksiyonunun I gözlemleri için tahmin edilen $S(I)$ fonksiyonundan farkı ile ifade edilen "Tahmin Hatası"nın küçük olması istenir. Ancak $S(I) - h(x)$ hatasının küçük olması yerine, $\{S(I) - h(x)\}^2$ karesinin küçük olması koşulu daha uygun olur. I rastlantısal değişkenler vektörü olduğu için, tahmin hatasının karesi I 'nin bazı değerleri için büyük, bazı değerleri için küçük olacaktır. Bu durumda, karesel hatanın Umit değeri

$E(\{S(I) - h(x)\}^2)$ 'ye karşılık tahmin değerini minimum yapmak "En İyi Tahmin" değerini bulmak anlamına gelir. Bu değer, "Bozulma-Sapma" adını alır. Bu büyüklüğün sıfır olması yani tahminin Umit değerinin, tahmin edilecek büyüklüğün Umit değerinden sapmaması gerekmektedir. Eğer, bu iki Umit değer birbirine eşit çıkarsa, "Sapmamış (Unbias) Tahmin" veya "Umit Değere Sadık En İyi Tahmin" elde edilir. Bu durumda, Umit değere sadık en iyi tahmin, bu koşulları

sağlayan tahmindir ve,

$$\begin{aligned} E(S(1) - h(x)) &= 0 \\ (S(1) - h(x))^2 &\rightarrow \min \end{aligned} \quad (3.1)$$

eşitliği ile verilir. x ; parametreler vektörü değişmeyen büyüklüklerden oluşursa, Umit değeri kendisine eşit olur. Bu durumda, $E(h(x)) = h(x)$ ve (2.10)'dan tahmin hatasının karesinin Umit değeri için,

$$E((S(1) - h(x))^2) = E((S(1) - E(S(1)))^2) = V(S(1)) \quad (3.2)$$

elde edilir. Sonuçta, $S(1)$ tahmin değerinin varyansının minimum olması,

$$V(S(1)) \rightarrow \min \quad (3.3)$$

koşulu ile elde edilir ki, bu değer de, "Umit Değere Sadık En İyi Tahmin Değeri" dir.

3.1.2: En Küçük Kareler Yöntemi İle Tahmin (LSQE)

1 Ölçülerinin Umit değerleri $E(1)$ için tahmin edilen $S(E(1))$ değerlerinden farklarının kareleri toplamını minimum yapan tahmin değerleri, bilinmeyen parametrelerin tahmini için kullanılan diğer bir yöntemdir. Bunun için,

$$(1 - S(E(1)))^T (1 - S(E(1))) \rightarrow \min \quad (3.4)$$

ifadesi yazılır. Bu tahmin değerlerinin Umit değerleri $E(S(1)) = S(E(1))$ ve (3.1)'den $E(S(1)) = h(x)$ olduğundan, (3.4) ifadesi x parametrelerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Ölçülerin dispersiyonu $D(1)$, birim

matris yerine $D(\mathbf{I}) = \Sigma$ olmak üzere pozitif definit bir matris ise, en küçük kareler yöntemi genel olarak,

$$(\mathbf{I} - S(E(\mathbf{I})))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{I} - S(E(\mathbf{I}))) \rightarrow \min \quad (3.5)$$

esitliği ile verilir.

Sonuçta $\mathbf{I}$ rastlantısal değişkenler vektörü, $D(\mathbf{I}) = \Sigma$; bunların pozitif definit varyans-kovaryans matrisi, $E(\mathbf{I})$ bilinmeyen parametrelerin bir fonksiyonu olarak Umit değerleri vektörü ve $S(E(\mathbf{I}))$ Umit değerlerinin tahmin değeri olmak üzere "En Küçük Kareler Yöntemi ile Tahmin",

$$(\mathbf{I} - S(E(\mathbf{I})))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{I} - S(E(\mathbf{I}))) \quad (3.6)$$

esitliği ile verilen karesel formunu minimum yapan tahmin değerlerini veren yöntem olarak tanımlanır.

3.1.3: Maksimum-Likelihood Yöntemi

Umit değere sadık en iyi tahmin yöntemi ile en küçük kareler yöntemi, gözlemlerin dağılımları hakkında bir ön bilgi gerektirmemektedir. Buna karşılık, maksimum likelihood yönteminde ise, gözlemlerin $f(\mathbf{x})$ olasılık fonksiyonunun aranan $\mathbf{x}$ parametrelerine bağlı olarak verilmesi gerekmektedir. $L(\mathbf{I}, \mathbf{x})$ Likelihood fonksiyonunda bilinmeyenler, değişmez $\mathbf{x}$ parametreleridir. $L(\mathbf{I}, \mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$ alınarak parametrelerin tahmin değerlerinin likelihood fonksiyonunu maksimum yapması istenir. Sonuçta, gözlemlerin $\mathbf{I}$ rastlantısal vektörüne dayalı olarak $\mathbf{x}$ 'in $L(\mathbf{I}, \mathbf{x})$ Likelihood fonksiyonunu maksimum yapan tahmin değerine "Maksimum Likelihood Yönteminde Tahmin" adı verilir [3].

3.2: GAUSS-MARKOFF MODELİNDE EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ (EKKY) İLE PARAMETRE TAHMİNİ

3.2.1: Yalın Gauss-Markoff Modelinde En Küçük Kareler Yöntemi

$\mathbf{l}$; $(n \times 1)$ boyutlu ölçüler vektörü, $\mathbf{x}$; $(u, 1)$ boyutlu parametreler vektörü, $\mathbf{A}$; (n, u) boyutlu dizayn matrisi $\mathbf{P}$; (n, n) boyutlu ölçülerin pozitif definit ağırlık matrisi, σ_0^2 ; ağırlığı "1" olan ölçünün varyansı olmak üzere Gauss-Markoff modeli;

$$E(\mathbf{l}) = \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (3.7)$$

fonksiyonel model ve,

$$D(\mathbf{l}) = \sum_{i=1}^n \sigma_0^2 P^{-1} \quad (3.8)$$

stokastik modelden oluşmaktadır. Burada; $E(\mathbf{l}) = \boldsymbol{\mu}_l$ ölçülerin Umit değerler vektörüdür. Ölçülerin Umit değerleri, parametreler vektörü ve birim ölçünün a-priori varyansı bilinmemektedir. Buna karşılık, dizayn ve ağırlık matrislerinin dengeleme hesabı için verilmesi gerekmektedir. Ölçülerin Umit değerleri bilinmediğinden, $\mathbf{x}$ parametreleri belirlenemez. Umit değerleri yerine ölçüler alınırsa, (3.7) esitliğindeki denklem sisteminin tek anlamlı çözümü olmaz. Ölçülere,

$$\mathbf{Q} = \mathbf{y}^T \mathbf{P} \mathbf{y} = \min. \quad (3.9)$$

koşulunu sağlayacak, $\mathbf{l}$ düzeltme değerleri eklenerek denklem sistemi tek anlamlı çözümlü duruma getirilir. Kurulan bu sistemde çözülecek parametreler, $\mathbf{x}$ parametrelerine karşılık olarak (3.9) koşulunun sağlandığı $\hat{\mathbf{x}}$ tahmin değerleridir [6].

Yapılan ölçmelerin, düzeltme değerleri ve parametreleri ile oluşturulan $\mathbf{l}$ ölçülerine herhangi bir sayının eklenmesi ile bulunacak $\bar{\mathbf{x}}$ parametrelerine göre yazılan,

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{l}} &= \mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} \\ &= \mathbf{v} = \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{l}\end{aligned}\quad (3.10)$$

esitliğine (3.9) koşulu olarak,

$$\mathbf{Q} = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = (\mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{l})^T \mathbf{P} (\mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{l}) \quad (3.11)$$

fonksiyonu minimum yapan çözüm,

$$\partial \mathbf{Q}_0 = d\bar{\mathbf{x}}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}) \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (3.12a)$$

diferensiyelini sıfır yapan,

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}) \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} = 0 \quad (3.12b)$$

cözüm fonksiyonun minimum olmasını sağlar. Bu durumda (3.7) ve (3.8) eşitlikleri ile verilen Gauss-Markoff modelinde, en küçük kareler yöntemi ile bilinmeyen $\mathbf{x}$ parametreleri için tahmin değerleri,

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} = \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (3.13)$$

elde edilir. $\hat{\mathbf{x}}$ 'nin (3.13)'teki değeri (3.10)'da yerine konursa düzeltme değerleri için,

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l} = (\mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{I}) \mathbf{l} = (\mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{I}) \mathbf{l} \quad (3.14)$$

ve ölçülerin Umit değerleri için,

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \hat{\mathbf{v}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} = \mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (3.15)$$

tahmin değerleri (diğer adı ile ölçüler için kesin değerler) elde edilir.

Diğer taraftan (3.14) eşitliğinde hata yayılma yasası uygulanarak düzeltme değerlerinin ağırlık katsayıları için,

$$\mathbf{Q}_{vv} = (\mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{I}) \mathbf{Q}_{ll} (\mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{I})^{-1} \quad (3.16)$$

bulunur ve bu eşitlikte $\mathbf{P}^{-1} = -\mathbf{Q}_{ll}$ değeri yerine konularak,

$$\mathbf{Q}_{vv} = -\mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T + \mathbf{Q}_{ll} \quad (3.17)$$

elde edilir. Diğer taraftan (3.10) eşitliğinde hata yayılma yasası uygulanarak,

$$\mathbf{Q}_{ff} = \mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T \quad (3.18)$$

bulunur. Bu değer (3.17) eşitliğinde yerine konularak,

$$\mathbf{Q}_{vv} = \mathbf{Q}_{ll} - \mathbf{Q}_{ff} \quad (3.19)$$

elde edilir. Ayrıca (3.14) ve (3.17)'den,

$$\mathbf{v} = -\mathbf{Q}_{vv} \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (3.20)$$

bulunur.

Parametreler, ölçü ve düzeltme değerleri için bulunan tahmin değerleri, Umit değerlerine sadıktır. Gerçekten parametrelerin Umit değerleri,

$$\begin{aligned}
E(\hat{x}) &= E((A^T P A)^{-1} A^T P l) = (A^T P A)^{-1} A^T P E(l) \\
&= (A^T P A)^{-1} A^T P A x = x
\end{aligned}
\tag{3.21}$$

ile düzeltme değerlerinin Umit değerleri,

$$\begin{aligned}
E(y) &= E(A \hat{x} - l) = A E(\hat{x}) - E(l) \\
&= A x - A x = 0
\end{aligned}
\tag{3.22}$$

ve dengelenmiş ölçülerin Umit değerleri için,

$$\begin{aligned}
E(l + y) &= E(l) + E(y) = A E(\hat{x}) - E(y) \\
&= A x - 0 = E(l)
\end{aligned}
\tag{3.23}$$

olduğu görülür. Ayrıca (3.14) eşitliği ile (3.11) eşitliğinin açılımından (3.9) karesel formu,

$$\Omega = l^T (I - P A (A^T P A)^{-1} A^T) P l = l^T (I - P A Q_{xx} A^T) P l
\tag{3.24}$$

olur ve (2.14) eşitliği ile (3.9) karesel formunun Umit değeri için,

$$E(\Omega) = \sigma_0^2 (n-u)
\tag{3.25}$$

olduğu gösterilebilir. Bu durumda σ_0^2 varyansı için Umit değere sadık tahmin değeri (a-posteriori varyans),

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\Omega}{(n-u)}
\tag{3.26}$$

olarak elde edilir.

3.2.1.a: Yalın Gauss-Markoff Modelinde En Küçük Kareler Yöntemi ile Tahminde Sonuçların Dağılımı

Dengeleme sonuçlarının dağılımı için, (3.7) ve (3.8)) Gauss-Markoff modelinden $\mathbf{I}$ ölçülerinin (2.3)'den,

$$\mathbf{I} \sim N(\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}_{11}) = N(\mathbf{A}\mathbf{x}, \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1}) \quad (3.27)$$

gösterimi ile normal dağılımda oldukları varsayılarak $\mathbf{I}$ ölçülerinin (3.13) ile lineer bir fonksiyonu olan $\hat{\mathbf{x}}$ tahmin değerlerinin varyans-kovaryans matrisi,

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \sigma_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{xx} \quad (3.28)$$

ve (3.21) ile $\hat{\mathbf{x}}$ tahmin değerlerinin dağılımı için,

$$\hat{\mathbf{x}} \sim N(\mathbf{x}, \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{xx}) \quad (3.29)$$

ve benzer olarak (3.17) ile,

$$\mathbf{Q}_{vv} = \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T = \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T \quad (3.30)$$

bulunur ve düzeltme değerlerinin varyans-kovaryans matrisi olarak (3.14)'den,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_{vv} &= \sigma_0^2 (\mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T) \\ &= \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{Q}_{xx} \mathbf{A}^T) \end{aligned} \quad (3.31)$$

elde edilir. (3.22) ve (3.31) ile düzeltme değerlerinin dağılımı,

$$y \sim N(\Omega, \sigma_0^2 (P^{-1} - A Q_{xx} A^T)) \quad (3.32)$$

ve (3.18)'den ölçülerin varyans-kovaryans matrisi,

$$\Sigma_{II} = \sigma_0^2 A Q_{xx} A^T \quad (3.33)$$

ve (3.23) ve (3.33) ile ölçülerin kesin değerlerinin dağılımının,

$$\hat{I} \sim N(Ax, \sigma_0^2 A Q_{xx} A^T) \quad (3.34)$$

"Normal Dağılım" da olduğu görülür. Bunların yanında (3.24) eşitliğinde sağda $(I - P A (A^T P A)^{-1} A^T)$ matrisi, idempotent bir matristir. Bu nedenle mertebesi izine eşit olarak,

$$\begin{aligned} \text{rg}(I_n - P A (A^T P A)^{-1} A^T) &= \text{Sp}(I_n - P A (A^T P A)^{-1} A^T) \\ &= \text{Sp}(I_n) - \text{Sp}((A^T P A)^{-1} A^T P A) \\ &= \text{Sp} I_n - \text{Sp} I_u = n - u \end{aligned} \quad (3.35)$$

olur [7]. İki matrisin carpımının mertebesi, carpanlardan mertebesi küçük olanın mertebesine eşit olacağından $\text{rg}(P) = n$ ve (3.35)'den ve $n > n - u$ olduğu için,

$$\text{rg}(I - P A (A^T P A)^{-1} A^T) = n - u \quad (3.36)$$

olur. Diğer taraftan (3.24) ile (3.34)'den,

$$\frac{\Omega}{\sigma_0^2} = 1^T \left(\frac{1}{\sigma_0^2} (I - P A (A^T P A)^{-1} A^T) P \right) 1 \quad (3.37)$$

karesel formunda,

$$\left(\frac{1}{\sigma_0^2} (I - P A (A^T P A)^{-1} A^T) P \sigma_0^2 P^{-1} \right) = I - P A (A^T P A)^{-1} A^T \quad (3.38)$$

idempotent bir matris olacağından (2.23)'den,

$$\frac{\Omega}{\sigma_0^2} \sim \chi'^2 ((n-u), \lambda) \quad (3.39)$$

"Merkezsiz olmayan Chi-Kare Dağılımı" nda olur. Burada dışmerkezlilik parametresi λ 'nın (2.22)'den,

$$\begin{aligned} \lambda &= \mu_1^T \left(\frac{(I - P A (A^T P A)^{-1} A^T) P}{\sigma_0^2} \right) \mu_1 \\ &= X^T A^T \left(\frac{(I - P A (A^T P A)^{-1} A^T) P}{\sigma_0^2} \right) A X = 0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

olduğu görülür. O halde,

$$\frac{\Omega}{\sigma_0^2} = \frac{Y^T P Y}{\sigma_0^2} \sim \chi^2 (n-u) \quad (3.41)$$

olmaktadır. (3.26)'dan Ω 'nın değeri (3.41) eşitliğinde yerine konursa,

$$\frac{\theta_0^2 (n-u)}{\sigma_0^2} \sim \chi^2 (n-u) \quad (3.42)$$

elde edilir.

(3.13) ve onu izleyen eşitliklerde $N = A^T P A$ matrisinin tekil olması nedeni ile $(A^T P A)^{-1}$ Cayley inverzi alınamıyorsa,

bunun yerini $(A^T P A)^-$ Genel Inverz {genellikle $(A^T P A)^-_{ls}$ Refleksif Invers, ya da daha çok $(A^T P A)^+$ Pseudo Invers} alır [3]. Bu durumda, (3.26) ile verilen serbestlik derecesi,

$$f = n - u + d \quad (3.43)$$

olur. Burada d ;

$$d = u - rg(A^T P A) \quad (3.44)$$

olmak üzere (u, u) boyutlu $A^T P A$ matrisinin merteye noksanı (Defekt Sayısı)'dır¹. Genellikle $(u-d)=q$ denilerek bu modeldeki serbestlik derecesi,

$$f = n - q \quad (3.45)$$

esitliği ile verilir. $d=0$ için $q=u$ olur.

3.2.2: Koşul Denklemlili Gauss-Markoff Modelinde En Küçük Kareler Yöntemi (EKKY) İle Tahmin

Koşul denklemlili Gauss-Markoff modelinde (3.7) ve (3.8) eşitlikleri ile verilen yalın Gauss-Markoff modelinin fonksiyonel ve stokastik modeline ek olarak bilinmeyen parametreler arasında,

$$H X = W \quad (3.46)$$

lineer koşul denklemleri verilmiştir². Bu modelde, x parametreleri için (3.9) karesel formunu minimum yapacak

¹ Defekt sayısı serbest dengelemede aç-kenar ağlarında (3), kenar ağlarında (4) olmaktadır.

² Eğer orijinal koşul denklemleri lineer değilse, parametrelerin yaklaşık değerleri ve Taylor serisi ile lineerleştirilir.

tahmin değerlerinin aynı zamanda (3.46) koşulunu da sağlaması gerekir. O halde k Lagrange katsayıları ile,

$$\begin{aligned} F(x, k) &= y^T P y + 2k^T (Hx - w) \\ &= (Ax - l)^T P (Ax - l) + 2k^T (Hx - w) \end{aligned} \quad (3.47)$$

fonksiyonunu minimum yapan x parametreleri ve k korelatlarının bulunması problemin çözümüdür. Fonksiyonun ekstremum değerleri için kısmi türevlerinin sıfır olması gerekir. Bu durumda,

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(x, k)}{\partial x} &= A^T P A x + H^T k - A^T P l = 0 \\ \frac{\partial F(x, k)}{\partial k} &= Hx - w = 0 \end{aligned} \quad (3.48)$$

ile normal denklemler,

$$\begin{aligned} (A^T P A) x + H^T k &= A^T P l \\ Hx &= w \end{aligned} \quad (3.49)$$

olarak elde edilir. x bilinmeyenlerinin (3.46) koşul denklemsiz modeldeki tahmin değerine $\hat{x}$, koşul denklemlili modeldeki tahmin değerlerine $\tilde{x}$ denirse (3.49) denklem sistemlerinin çözümü ile bu değerler,

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= \hat{x} - (A^T P A)^{-1} H^T (H(A^T P A)^{-1} H^T)^{-1} (H\hat{x} - w) \\ &= \hat{x} - Q_{xx} H^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} (H\hat{x} - w) \end{aligned} \quad (3.50)$$

olarak elde edilir. $\tilde{x}$ tahmin değerlerine bağlı olarak bulunacak (3.9) karesel formu (3.11) eşitliğine benzer olarak yazılırsa,

$$\Omega_H = (A\hat{X} - I)^T P (A\hat{X} - I) \quad (3.51)$$

olur ve bu değer yalın modeldeki Ω karesel formundan büyüktür. Aradaki farka R denirse koşul denklemleri modeldeki değeri,

$$\Omega_H = \Omega + R \quad (3.52)$$

olur. R büyüklüğü de bir karesel formdur ve (3.9) koşulu dengelemeye alınmadan yalın model ile elde edilen büyüklükler ile,

$$R = (H\hat{X} - W)^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} (H\hat{X} - W) \quad (3.53)$$

esitliğinden hesaplanabilir [7].

Diğer taraftan, (3.46)'daki esitlikte koşul denklemleri sayısı r olmak üzere, koşul denklemleri Gauss-Markoff modelinde en küçük kareler yöntemi ile dengelemede birim ölçünün varyansı için Limit değere sadık tahmin değeri,

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\Omega_H}{n - q + r} \quad (3.54)$$

esitliği ile verilir.

3.2.2.a: Koşul Denklemleri Gauss-Markoff Modelinde Dengeleme Sonuçlarının Dağılımı

Bu modeldeki $\hat{X}$ tahmin değerinin dağılımı için (3.50) esitliğinden,

$$\hat{X} = (I - Q_{xx} H^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} H) \hat{X} + Q_{xx} H^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} W \quad (3.55)$$

lineer bağıntısında w yerine esiti konarak $\hat{x}$ tahmin değerinin Umit değeri,

$$E(\hat{x}) = \left(I - Q_{xx} H^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} H \right) x + Q_{xx} H^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} H x = x \quad (3.56)$$

ve varyans-kovaryans matrisi,

$$\Sigma_{\hat{x}\hat{x}} = \sigma_0^2 \left(I - Q_{xx} H^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} H Q_{xx} \right) \quad (3.57)$$

ile,

$$\hat{x} \sim N(x, \Sigma_{\hat{x}\hat{x}}) \quad (3.58)$$

parametreleri ile "Normal Dağılım" da olur. Benzer olarak (3.46) lineer bağıntısının Umit değeri (3.56)'dan,

$$E(H\hat{x} - w) = Hx - w \quad (3.59)$$

ve varyans-kovaryans matrisi,

$$\Sigma_{(H\hat{x} - w)} = \sigma_0^2 H Q_{xx} H^T \quad (3.60)$$

ile lineer koşul denkleminin dağılımının da,

$$(H\hat{x} - w) \sim N(Hx - w, \sigma_0^2 (H Q_{xx} H^T)) \quad (3.61)$$

"Normal Dağılım" olduğu görülür. (3.53) karesel formu ile oluşturulan,

$$\frac{R}{\sigma_0^2} = \frac{1}{\sigma_0^2} (H\hat{x} - w)^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} (H\hat{x} - w) \quad (3.62)$$

esitliğinde Bölüm (2.2.2)'den (3.61) esitliği ile,

$$\frac{1}{\sigma_0^2} (H Q_{xx} H^T)^{-1} \sigma_0^2 (H Q_{xx} H^T) = I \quad (3.63)$$

olur. Σ_{HX-w} ile (3.62) karesel form matrisi çarpımı idempotent olduğu için,

$$rg \left(\frac{1}{\sigma_0^2} (H Q_{xx} H^T)^{-1} \right) = r \quad (3.64)$$

esitliği ile (2.23)'den,

$$\frac{R}{\sigma_0^2} \sim \chi'^2(r, \lambda) \quad (3.65)$$

parametreleri ile "Merkezsiz Olmayan Chi-Kare Dağılımının" da olur. Burada dışmerkezlik parametresi λ , (2.22) ve (3.61) den,

$$\lambda = \frac{1}{\sigma_0^2} (H X - w)^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} (H X - w) \quad (3.66)$$

ile verilmektedir.

$$\frac{(R / r)}{(\Omega / n-q)} \quad \text{oranının dağılımı için (3.62) karesel formunda}$$

(3.13) esitliğinin değeri yerine konur ve,

$$H \hat{X} - w = H Q_{xx} A^T P L - w = H Q_{xx} A^T P (L - A H^T (H H^T)^{-1} w) \quad (3.67)$$

olduğu dikkate alınırsa (3.53)'den,

$$R = (1 - A H^T (H H^T)^{-1} W)^T P A Q_{xx} H^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} H Q_{xx} A^T P \\ (1 - A H^T (H H^T)^{-1} W) \quad (3.68)$$

bulunur. Diğer taraftan (3.24)'deki Ω karesel formu çarpım işlemleri sonucunda,

$$\Omega = (1 - A H^T (H H^T)^{-1} W)^T (P - P A Q_{xx} A^T P) \\ (1 - A H^T (H H^T)^{-1} W) \quad (3.69)$$

şekline getirilebilir. Burada R ve Ω karesel formlarında,

$$(1 - A H^T (H H^T)^{-1} W) = k \quad (3.70a)$$

denirse, bu vektörün varyans-kovaryans matrisi,

$$\Sigma_{kk} = \Sigma_{11} = \sigma_0^2 P^{-1} \quad (3.70b)$$

dir ve k vektörü 1 ölçü vektörüne lineer bağımlı olduğu için, "Normal Dağılım" dadır. Bu durumda (3.68)'de,

$$A_1 = P A Q_{xx} H^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} (H Q_{xx} A^T P) \quad (3.71)$$

ve (3.69)'da,

$$A_2 = P - P A Q_{xx} A^T P \quad (3.72)$$

denirse, "Pseudo" ya da "Refleksif Genel Inverzin"

$$Q_{xx} (A^T P A) Q_{xx} = Q_{xx} \quad (3.73a)$$

özelliğinden ve (2.17)'den,

$$A_1 \Sigma A_2 = P A Q_{xx} H^T (H Q_{xx} H^T)^{-1} H Q_{xx} A^T P (\sigma_0^2 P^{-1})$$

$$(P - P A Q_{xx} A^T P) = 0 \quad (3.73b)$$

olduğu görülür ve böylece iki karesel formun bağımsızlığı kanıtlanmış olur. O halde (3.65), (3.41) ve (2.42)'den,

$$\frac{\frac{R}{r}}{\frac{\Omega}{n-q}} \sim F'(r, (n-q), \lambda) \quad (3.74)$$

bulunur. (3.26)'dan Ω değeri yerine konulursa,

$$\frac{R}{r \theta_0^2} \sim F'(r, (n-q), \lambda) \quad (3.75)$$

iki karesel formun oranı "Merkezsiz Olmayan Fisher Dağılımı" nda olur. Burada λ , (3.66) ile verilmistir [7].

BÖLÜM 4

GAUSS-MARKOFF MODELİNDE EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ İLE TAHMİN EDİLEN PARAMETRELER VE BUNLARA BAĞLI FONKSIYONLARIN İSTATİSTİK TESTLERİ

Dengeleme sonuçlarının doğruluk kriterleri, matematiksel modelin gerçeğe uyması durumunda tutarlılık kazandığından anılan model, ölçüler ve bilinmeyen parametreler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkileri mümkün olduğunca gerçeğe uygun bir şekilde yansıtmalıdır. Bu nedenle model veya sistematik hataların dengeleme sonuçlarına olan etkileri istatistik testlerle irdelenmeli ve kanıtlanabilmelidir [2].

4.1: GENELDE DAĞILIM PARAMETRELERİ İÇİN HIPOTEZ TESTLERİ I. VE II. TIP HATALAR

İstatistik test yöntemleri ile, bir çok problemde, varsayılan dağılımın her parametresinin bilinmeyen değeri için bir hipotez değeri kabul edilerek, bu değer in uygunluğu irdelenebilir. Böyle bir hipotez (H) 'nın irdelenmesi örneğin v parametresi için örnekleme değerlerle bulunan güven aralığı ile sağlanır. Bir x_0 örnekleme değerinin varsayılan bir dağılımın elemanı olup olmadığının irdelenmesi için bu dağılımda belli bir P olasılığında (S Güven alanında), x_a alt ve x_u üst güven sınırları belirlenebilir ve x_0 in güven alanının dışına düşmesi halinde bu dağılımda olmadığı kabul edilebilir. Bu kabulde yanılma olasılığı $\alpha=1-S$ 'dir. "İki Taraflı Testte Alt ve Üst Güven Sınırları",

$$r_a = r_{\frac{\alpha}{2}} \quad , \quad r_d = r_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (4.1)$$

şeklinde gösterilebilir. Güven alanı $S(r)$ 'de,

$$P \left(r_{\frac{\alpha}{2}} \leq r \leq r_{1-\frac{\alpha}{2}} \right) = S(r) = \int_{\frac{r_a}{2}}^{r_{1-\frac{\alpha}{2}}} f(r) dr \quad (4.2)$$

olur. Burada $f(r)$; r rastlantısal değişkeni için olasılık fonksiyonudur. Tek Taraflı Testte Alt Güven Sınırı, değişkenin alabileceği en küçük değer, (örneğin $-\infty$) olur. Üst güven sınırı ise,

$$r_d = r_{1-\alpha} = r_s \quad (4.3)$$

olacaktır ve güven alanı bu durumda,

$$P (r \leq r_s) = S(r) = \int_{-\infty}^{r_s} f(r) dr \quad (4.4)$$

olur. Test edilecek dağılımın alt ve üst güven sınırları belirlendikten sonra genel olarak, bir dağılımda test uygulanacak parametreye v , ve bu parametre için alınan hipotez değerine v_0 denirse; "Sıfır Hipotezi",

$$H_0: v = v_0 \quad (4.5)$$

esitliği ile verilir [8].

v_0 değeri, v için belirlenen güven aralığında kalıp kalması durumuna göre yorumlanır. Eğer v_0 ; belirlenen bu güven aralığında kalıyorsa, hipotezin geçersiz olduğu söylenemez, eğer belirlenen bu aralığın dışına düşüyorsa, sıfır hipotezi geçersiz sayılır. Kıyaslama büyüklüğünün hesaplanmasına temel olan serbestlik derecesi küçük ise, küçük $(v-v_0)$ farkları açığa çıkarılamaz. Çünkü, serbestlik derecesi küçüldükçe, aynı güven alanında güven sınırları

genişler ve geçersiz sayılması daha uygun olacak bir hipotez, alınan S güven alanına göre geçerli sayılabilir. Belirli bir dağılımda olduğu varsayılarak irdelenen örnekleme değerinin, belli bir güven alanının alt sınır değerinden küçük ve üst sınır değerinden büyük olması önem taşıyorsa, iki taraflı test uygulanır. Bu durumda, sıfır hipotezi α yanılma olasılığı ile,

$$r \leq r_{\frac{\alpha}{2}} \quad \text{yada} \quad r \geq r_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (4.6)$$

olması halinde geçersiz sayılır. Tek taraflı testte ise, yalnız tek taraflı farklılık önemlidir. $r \leq r_{\alpha}$ yada $r \geq r_{1-\alpha}$ çıkarsa, sıfır hipotezi α hatası ile red edilir.

"I. Tip Hata" yapma yani,

$$\alpha = 1 - S \quad (4.7)$$

yanılma olasılığı¹, doğru bir hipotezin geçersiz sayılma veya tersi olarak, yanlış bir hipotezi geçerli saymanın getireceği sonuçlarına göre belirlenir. α büyük seçilirse, doğru bir hipotezi geçersiz sayma yani I. tip hata yapma olasılığı büyür. α 'nın küçük tutulması durumunda güven aralığı büyür ve böylece, bir hipotezi yanlış olduğu halde doğru sayma olasılığı artar. Bu şekilde yanlış verilen bir karar, oluşturacağı sonuçlara göre çok önemlidir.

Hipotezin güven sınırları arasındaki geçerlilik bölgesi, alınacak güven alanına bağlıdır. Bu alanın büyük alınması, r_{α} test büyüklüğünün sınır değerleri arasında kalmasını kolaylaştırır ve hipotezin geçerli olma olasılığını artırır. Diğer bir deyişle r_{α} kıyaslama büyüklüğü, hipotezin geçerlilik sınırları arasına düşüyorsa, ölçüye dayalı rastlantısal değişken, sıfır hipotezi ile uyusur. Fakat bu durum sıfır hipotezinin doğruluğunu kanıtlamaz ve bu uyuşuma rağmen

¹ Yanılma olasılığına Kanıtlanabilirlik Sayısı' da denmektedir.

gerçek parametre değeri, hipotez değerinden farklı ($v \neq v_0$) olabilir. Yanlış bir hipotezin geçerli sayılma olasılığı ($v - v_0$) farkına bağlıdır. Bu farkın oldukça küçük ve örneklemelerin de az sayıda olması durumunda acığa çıkarılması olanağı çok azdır. Çünkü, bu durumda v için güven aralığı genişler. Ancak n örnekleme sayısının arttırılması ile v_0 hipotez değerinin v 'den farklı olduğu ortaya çıkarılabilir [9].

Sıfır hipotezinin gecersiz olması gerekiyorken, geçerli sayılması durumunda yapılan hataya "II. Tip Hata" denir ve bu hataya düşme olasılığı β ile gösterilir. β olasılığı ($v - v_1$) farkına bağlıdır. II. Tip Hata'yı belirlemek için,

$$H_0 ; v = v_1 \quad (4.8)$$

gibi bir sıfır hipotezine karşılık Tek Taraflı Test'te,

$$H_{A_1} ; v = v_2 > v_1 \quad (4.9)$$

veya İki Taraflı Test'te,

$$H_{A_2} ; v_1 \neq v_2 \quad (4.10)$$

"Alternatif Hipotez" leri alınır. Bu durumda, Tek Taraflı Test için I.Tip Hata,

$$\alpha = P(r \geq r_{1-\alpha} \mid H_0) = P(A_{H_0} \mid H_0) \quad (4.11)$$

olur. Burada A_{H_0} ; H_0 hipotezini red etmek (atmak) anlamındadır. II.Tip Hata ise,

$$\beta = \beta(H_A) = P(r < r_{1-\alpha} \mid H_A) = P(K_{H_0} \mid H_A) \quad (4.12)$$

olur. K_{H_0} ; H_A hipotezini geçerli saymak anlamındadır [9].

Sıfır ve alternatif hipotez, seçilen α , β ve $r_{1-\alpha}$ sınır

değerlerine bağlıdır. β ; H_A hipotezinin doğru olduğu halde geçersiz sayılma olasılığıdır. Bu olasılık, sıfır hipotezinin geçersiz olduğu halde, geçerli sayılma olasılığı ile de ifade edilir. Çünkü, sıfır hipotezi geçerli sayılıyorsa, alternatif hipotez geçersiz sayılacaktır (yada tersi). Bundan dolayı, α ve β 'nin olabildiğince küçük tutulması amaçlanır. Önce α için bir değer kabul edilir ve buna dayalı olarak $r_{1-\alpha}$ sınır değeri ve alternatif hipoteze göre β değeri hesaplanır. Eğer, hesaplanan β çok büyük çıkıyorsa n örnekleme sayısı büyütülerek testin "Ayırt Etme Gücü" yükseltilir. Genellikle tek yönlü hipotez gerektiren bir neden yoksa, alternatif hipotez iki yönlü olarak kurulur. Bir S güven alanına karşılık, sıfır hipotezinin üst güven sınırı, alternatif hipotezin alt güven sınırı olarak (veya tersi) alınır. Sıfır hipotezinin değerine göre hesaplanan r , kıyaslama büyüklüğünün sıfır hipotezinin üst güven sınırından büyük olması I. Tip Hata ve bu kriter değerinin alternatif hipotezin alt güven sınırından küçük olması sıfır hipotezinde II. Tip Hata'ya düşme olasılığını verir. Sıfır hipotezinin α yanılma olasılığında üst güven sınırı,

$$r_{1-\alpha} \mid H_0 \quad (4.13)$$

ve aynı değişkenin alternatif hipoteze göre değeri,

$$r_{1-\alpha} \mid H_A \quad (4.14)$$

ile gösterilir.

Özet Olarak; I. Tip Hata Yapma Olasılığı sıfır hipotezinin geçerli olduğu halde geçersiz sayılması,

$$\alpha = P(r \geq r_{1-\alpha} \mid H_0) \quad (4.15)$$

II. Tip Hata Yapma Olasılığı, sıfır hipotezinin geçersiz olduğu ve alternatif hipotez doğru olduğu halde, geçersiz sayılmaması,

$$\beta = P(r < r_{1-\alpha} \mid H_A) \quad (4.16)$$

olasılıklarını gösterir. Ayrıca,

$$S = 1 - \alpha \quad (4.17)$$

"Güven Alanı" ve,

$$\gamma = 1 - \beta \quad (4.18)$$

ise, "Test Gücü veya Asgari İstatistik Güven" adını alır.

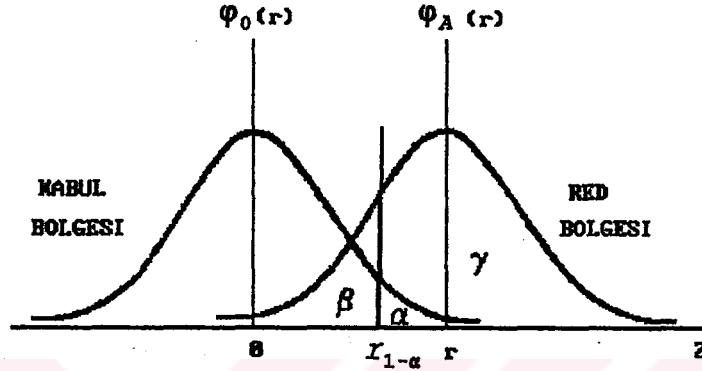
Uygulamada, α , β büyüklüklerinin istenilen sınırlarda olabilmesi çok zordur. Çünkü, bir çok durumlarda sıfır hipotezine karşılık geçerli bir alternatif hipotez oluşturulamaz. Bu nedenle, α yanılma olasılığının sabit değerleri kullanılır ve bu değerlere ilişkin büyüklükler değişik dağılımlar için düzenlenen tablolardan alınır. Bu durumda, test büyüklüğünün karşılaştırılacağı sınır değerine "Signifikans Sınırı" denir. Sıfır hipotezi için Merkezsel Dağılımlar, alternatif hipotez için ise, Merkezsel Olmayan yani Dışmerkezlilik Parametresi $\lambda \neq 0$ olan dağılımlar kullanılır. β değerinin olabildiğince küçük tutulması istenir. Diğer taraftan, β küçüldükçe α büyür. β ; serbestlik derecesinin artırılması ile de küçültülebilir. Sıfır hipotezinde β nın belli bir değerde olması isteniyorsa α 'ya bağlı olarak alınacak $r_{1-\alpha}$ üst sınır değerine göre β hesaplanır ve istenenden büyük çıkıyorsa, istenen değerde olabilmesi için ölçü sayısının ne olması gerektiği hesaplanır. ($v=v_1$) ile sıfır hipotezi için alınan dağılımın olasılık fonksiyonu $f_0(t)$ ile gösterilirse, Tek Taraflı Testte I. Tip Hata:

$$\alpha = \int_{r_{1-\alpha}}^{\infty} f(r) dr \quad (4.19)$$

($v=v_2$) ile alternatif hipotez için dağılımın olasılık fonksiyonu $f_a(t)$ ile gösterilirse, Tek Taraflı Testte II. Tip Hata:

$$\beta = \int_{-\infty}^{r_{1-\alpha}} f_a(t) dt = 1-\gamma \quad (4.20)$$

olur.



SEKİL 4.1: Tek Taraflı Testte Sıfır ve Alternatif Hipotezin Kabul ve Red Bölgeleri

Sekil incelediğinde çıkarılan sonuçlar şunlardır [10]:

1) Sıfır hipotezi geçerli iken, test büyüklüğü r 'nin kabul bölgesine düşme olasılığı $S=1-\alpha$ 'dır {İstatistik güven $P(r \in K | H_0)=S=1-\alpha$ 'dır. r , sıfır hipotezine göre S olasılığı ile kabul bölgesi elemanıdır!}.

2) Alternatif hipotez geçerli ise, r 'nin sıfır hipotezinin red bölgesine düşme olasılığı γ 'dır {Testin Gücü $P(r \in R | H_A)=\gamma$ dir. r ; alternatif hipotezine göre γ olasılığı ile red bölgesinin bir elemanıdır!}.

3) Sıfır hipotezi geçerli iken test büyüklüğü r 'nin red bölgesine düşme (yanılma) olasılığı α 'dır { r , sıfır hipotezine göre α olasılığı ile red bölgesinin bir elemanıdır! ($P(r \in R | H_0)=\alpha$)}.

4) Alternatif hipotez geçerli iken, sıfır hipotezinin red edilmemesi ve x 'nin sıfır hipotezinde kabul bölgesine düşme olasılığı β 'dır $\{P(x \in K | H_A) = \beta\}$.

Birinci ve ikinci durumlarda verilen kararlar doğru, üçüncü ve dördüncü durumlarda verilen kararlar yanlış kararlardır. I. tip hatalar fazla tehlike oluşturmazlar. En fazla gereksiz yere tedbire, fazla emek ve zaman kaybına neden olurlar. Buna karşılık II. tip hatalar ise deformasyon olmadığı bildirilen bir yerde kurulan fabrika veya barajın çökmesi gibi, çok tehlikeli sonuçlara neden olabilirler [10].

I. ve II. tip hatalar, sınır çizgisi $x_{1-\alpha}$ kaydırılarak değiştirilebilir. Şekildende görüldüğü gibi α yanılma olasılığının çok küçük secildiği durumda test gücü γ küçülür. Buna karşılık ikinci tip hata yapma olasılığı β büyür. Bu nedenle I. ve II. tip hataların riskleri karşılaştırıldıktan sonra α ve β 'nin belirlenmesi en uygun yoldur. Ancak, uygulamada genellikle dışmerkezlilik parametresi saptanamadığından, somut bir alternatif hipotez kurulamaz. Bunun yerine yanılma olasılığına $\alpha=0.01; 0.05; 0.001$ gibi sabit değerler seçilir ve test büyüklüğünün sınır değer için ilgili dağılım tablolarından yararlanılır. Dağılım tablolarından bu değer için alınan sınır değere "Testin Anlamlılık Sınırı" denir. Test büyüklüğü $\alpha=0.01$ için elde edilen sınır değerini de aşarsa, sıfır hipotezinin geçersizliği yüksek derecede anlamlılık kazanır. Buraya kadar tek taraflı test için belirtilen durumlar iki taraflı testte uygulanırsa, İki Taraflı Testte I. Tip Hata:

$$\alpha = 1 - \int_{x_{\frac{\alpha}{2}}}^{x_{1-\frac{\alpha}{2}}} f_0(t) dt \quad (4.21)$$

ve, İki Taraflı Testte II. Tip Hata:

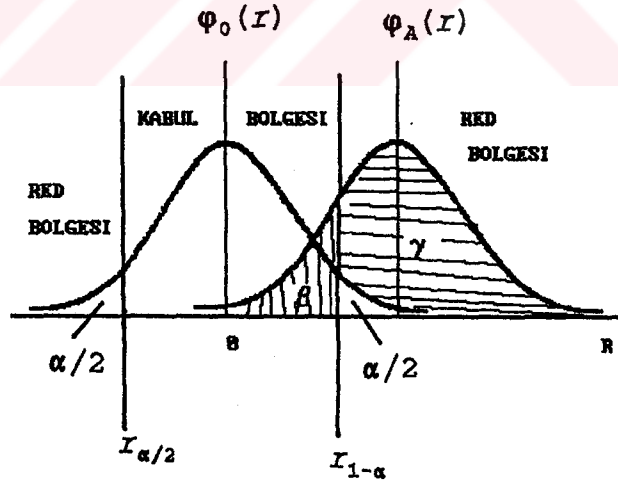
$$\int_{r_{\frac{\alpha}{2}}}^{r_{1-\frac{\alpha}{2}}} f_a(t) dt = \beta \quad (4.22)$$

olur (Sekil 4.2). İki taraflı testte, sıfır hipotezinin geçersiz olduğu bölge $r_{\frac{\alpha}{2}}$ ile, $r_{1-\frac{\alpha}{2}}$ değerleri ile sınırlı iki parçaya ayrılmıştır. Tek taraflı testlerde sayılan dört durum burada da geçerlidir.

Test kararları şunlardır [10]:

1) Test büyüklüğü r 'nin kabul bölgesinde bulunduğu durumlarda, sıfır hipotezi geçersiz sayılamaz. $r_{\frac{\alpha}{2}} < r < r_{1-\frac{\alpha}{2}}$ ise, $r \in K$ olur.

2) Test büyüklüğü r 'nin red bölgesinde bulunduğu durumlarda sıfır hipotezi geçersiz, buna karşılık alternatif hipotez geçerlidir. $r < r_{\frac{\alpha}{2}}$ ve $r > r_{1-\frac{\alpha}{2}}$ ise, $r \in R$ olur.



SEKİL 4.2: İki Taraflı Testte Sıfır ve Alternatif Hipotezin Kabul ve Red Bölgeleri.

Sekilden de görüldüğü gibi, iki yönlü testlerde II. tip hata yapma olasılığı β ve α 'nın aynı değerde alınması halinde, tek taraflı testlerdeki II. tip hata yapma olasılığından

daha büyüktür. Bu değer, (4.22) eşitliğinden hesaplanır. İki yönlü testlerdeki test gücü γ , aynı yanılma olasılığı α ile kurulan tek yönlü testin gücünden daha küçük olur. Tek yönlü alternatif hipotez, iki yönlü alternatif hipotezden daha somut olarak kurulabildiğinden bu sonuç çok önemlidir [10].

Bir İstatistik Test Yöntemindeki İşlemler Özetle:

- 1) Verilenlerden, dağılımı bilinen bir test büyüklüğünün üretilmesi,
 - 2) Yanılma olasılığı α 'nın seçilmesi ve test büyüklüğünün sınır değerinin dağılım tablosundan alınması yada hesaplanması,
 - 3) Sıfır (H_0) ve alternatif (H_A) hipotezlerin kurulması,
 - 4) Test büyüklüğünün, kabul veya red bölgesinde olup olmadığının belirlenerek karara varılması,
- şeklinde sıralanabilir.

4.2: HİPOTEZ TESTİ OLARAK UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ TESTLERİNİN GENEL PRENSİBİ

Değişik amaçlarla yapılan ölçüler arasında ölçü kümesinin dağılımına girmeyen (kümenin genel özelliklerine uymayan) ölçüler olabilir. Bu ölçülere uyumsuz ölçü denir ve diğer ölçülerden ayıklanması gerekir. Ölçüleri uyumsuz yapan x sayıda uyumsuzluk bilinmeyenine Δ_1 denirse (örneğin, 1_1 ölçüsü için Δ_{1_1}), ayrıca toplam ölçü sayısına n denirse $x < n$ (ve bilinmeyen sayısı u ise $(x+u) < n$) olmak üzere bu ölçü fazlalıkları dengelemenin fonksiyonel modeline bilinmeyen parametre olarak alınabilir [6]. x ve Δ_1 bilinmeyenleri ile bu durumda Gauss-Markoff modelinde

fonksiyonel model,

$$E(\mathbf{1}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \Delta \mathbf{1} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{Z} \Delta \mathbf{1} \quad (4.23a)$$

stokastik model,

$$\Sigma_{ii} = \sigma_{\Delta \mathbf{1}}^2 \mathbf{P}^{-1} \quad (4.23b)$$

olacaktır. Burada $\sigma_{\Delta \mathbf{1}}^2$, $\Delta \mathbf{1}$ parametrelili modelde birim ölçünün varyansı, $\mathbf{A}$; (n, u) boyutlu ve $\mathbf{Z}$; (n, r) boyutlu matrislerdir ve Bölüm (3.2.1)'deki yalın Gauss-Markoff modelinin dizayn matrisinin alt matrisleridir. $\mathbf{e}_k^T$ ise k 'inci sütundaki terimi 1, diğer terimleri sıfır olan normlandırılmış vektör ("1" vektörü),

$$\mathbf{e}_k^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

olmak üzere,

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_k & \mathbf{e}_{k+1} & \dots & \mathbf{e}_m \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

yapısındadır. Örneğin; 3., 6., ve 7. ölçülerdeki uyumsuzluk bilinmeyenleri Δl_3 , Δl_6 , Δl_7 için,

$$\Delta \mathbf{l}_{(3,1)} = \begin{bmatrix} \Delta l_3 & \Delta l_6 & \Delta l_7 \end{bmatrix}^T \quad (4.26)$$

olmak üzere $\mathbf{Z}$ matrisi,

$$Z_{(n,3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

olacaktır. Bu modelin düzeltme denklemlerinden çözüm esitlikleri (3.13)'den,

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \Delta \hat{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T P A & A^T P Z \\ Z^T P A & Z^T P Z \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} A^T P l \\ Z^T P l \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

olur. Z matrisi sütun düzgün bir matris olduğu için, (4.28) esitliğinin sağındaki Pseudo Inverz,

$$\begin{bmatrix} A^T P A & A^T P Z \\ Z^T P A & Z^T P Z \end{bmatrix}^+ = \begin{bmatrix} (A^T P A)^+ (I + A^T P Z S Z^T P A) (A^T P A)^+ - (A^T P A)^+ A^T P Z S \\ -S Z^T P A (A^T P A)^+ & S \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

esitliği ile verilmektedir [7]. Burada,

$$S = (Z^T (P - P A (A^T P A)^+ A^T P) Z)^{-1} \quad (4.30)$$

olup (3.30)'dan,

$$S = (Z^T P Q_{vv} P Z)^{-1} \quad (4.31)$$

olur ve (4.28) ile (4.29)'dan,

$$\Delta \hat{I} = S Z^T P (I - A (A^T P A)^* A^T P) I \quad (4.32)$$

yada (3.30)'dan,

$$\Delta \hat{I} = S Z^T P Q_{vv} P I \quad (4.33a)$$

ve (4.31)'den S değeri (4.33a)'da yerine konursa,

$$\Delta \hat{I} = -S Z^T P Y = - (Z^T P Q_{vv} P Z)^{-1} Z^T P Y \quad (4.33b)$$

olmaktadır. Bu parametre için, $\Delta I \neq 0$ alternatif hipotezine karşılık sıfır hipotezi olarak $\Delta I = 0$ yada,

$$\begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \Delta I \end{bmatrix} = 0 \quad (4.34)$$

alınırsa ve,

$$H = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} ; \quad X_1 = \begin{bmatrix} X \\ \Delta I \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

kısaltmaları ile $H_{r, (u+r)} X_1 = 0$ ve $A_1 = \begin{bmatrix} A & Z \end{bmatrix}$ denirse, düzeltmelerin kareleri toplamındaki artma miktarı (3.52)'den,

$$R = (H \hat{X}_1)^T (H (A_1^T P A_1)^* H^T)^{-1} (H \hat{X}_1) \quad (4.36)$$

olur ve (4.28), (4.34) ve (3.52)'den (4.36) açık olarak yazılırsa,

$$R = \left(\begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X} \\ \Delta \hat{I} \end{bmatrix} \right)^T \left(\begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^T P A & A^T P Z \\ Z^T P A & Z^T P Z \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \right)^{-1} \left(\begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X} \\ \Delta \hat{I} \end{bmatrix} \right) \quad (4.37)$$

ya da (4.28) ve (4.32)'den $R = \Delta \hat{I}^T S^{-1} \Delta I$ ile,

$$R = \Delta \hat{I} (Z^T P Q_{vv} P Z) \Delta \hat{I} \quad (4.38)$$

karesel formu elde edilir. Ayrıca (4.33a)'dan uyumsuzluk miktarının dağılımının,

$$\Delta \hat{I} \sim N(\Delta I, \sigma_{\Delta I}^2 (Z^T P Q_{vv} P Z)^{-1}) \quad (4.39)$$

parametreleri ile "Normal Dağılım" da olduğu bulunur. (4.34) koşul denklemleri ile Gauss-Markoff modelinin (3.7) ve (3.8) ile verilen fonksiyonel modeline (=yalın modele) ilişkin sonuçlar elde edilecektir. Bu sonucun (4.23a) koşul denklemleri modelinde $\Delta I = 0$ konularak da elde edileceği görülmektedir. Bu durumda çözüm eşitlikleri (3.14), (3.15), ve (3.31)'den bilinmektedir. Bu eşitlikler dikkate alındığında (4.30), (4.31), (4.32) ve (4.33a) ile,

$$\Delta \hat{I} = - (Z^T P Q_{vv} P Z)^{-1} Z^T P Y \quad (4.40)$$

ve (4.38)'den,

$$R = Y^T P Z (Z^T P Q_{vv} P Z)^{-1} Z^T P Y \quad (4.41)$$

olduğu görülür. Ayrıca (4.23a) modelinde düzeltmelerin kareleri toplamına $\Omega_{\Delta I}$ denirse,

$$\Omega = \Omega_{\Delta I} + R \quad (4.42)$$

olacaktır. O halde (4.23a) modeli ile dengeleme yapmaksızın bu model için $\Omega_{\Delta I}$ (4.23a) koşul denklemleri ve bundaki artma miktarı R , (4.41) eşitliği ile hesaplanabilir. (3.7) ve (3.8) yalın modelinde serbestlik derecesi (3.45) ile verilmektedir. Buna karşılık (4.23a) modelinin serbestlik derecesi (3.43) ve (3.44)'den,

$$f_{\Delta 1} = n - q - r \quad (4.43)$$

olacaktır. Burada r , uyumsuz olduğu varsayılan ölçü sayısıdır. Bu durumda (3.65)'e göre,

$$\frac{R}{\sigma_{\Delta 1}^2} \sim \chi'^2(r, \lambda) = F'(r, \infty, \lambda) \quad (4.44)$$

ve (3.66) ve (4.28) ile (4.37)'den dısm Merkezlik parametresi,

$$\lambda = \frac{\Delta 1^T Z^T P Q_{vv} P Z \Delta 1}{\sigma_{\Delta 1}^2} \quad (4.45)$$

olacaktır. Diğer taraftan (3.74)'den,

$$T = \frac{\frac{R}{r}}{\frac{\Omega_{\Delta 1}}{(n-q-r)}} \sim F'(r, (n-q-r), \lambda) \quad (4.46)$$

elde edilir ve eğer,

$$\tau^2 = \frac{T(n-q)}{(n-q-r+rT)} \quad (4.47)$$

denirse, bu eşitlikte T yerine (4.46)'daki karşılığı ile,

$$\tau = \sqrt{\frac{\frac{R}{r}}{\frac{\Omega}{(n-q)}}} \quad (4.48)$$

rastlantısal değişkeni F' dağılımında olmayıp, $F'_{1-\alpha}$ Fisher dağılımı fraktil değerine karşılık $\tau'_{1-\alpha}$ fraktil değeri (4.46) ve (4.47)'den,

$$\tau'_{1-\alpha} = \sqrt{\frac{(n-q) F'_{((1-\alpha), r, (n-q-r), \lambda)}}{(n-q-r) + r F'_{((1-\alpha), r, (n-q-r), \lambda)}}} \quad (4.49)$$

ile verilen "Tau Dağılımın" dadır [4]. Buradan (4.48) eşitliği,

$$\tau = \sqrt{\frac{\frac{R}{r}}{\frac{\Omega}{(n-q)}}} = \sqrt{\frac{R}{\hat{\sigma}_0^2 r}} \sim \tau'(r, (n-q-r), \lambda) \quad (4.50)$$

gösterimi ile ifade edilir. (4.50) eşitliğindeki dönüşüm, görüldüğü gibi (4.46)'da $\Omega_{\Delta 1}$ yerine, Ω karesel formunun alınmasını sağlamaktadır.

(4.34) kosul denklemleri ile verilen birden fazla uyumsuz ölçü için sıfır hipotezi, tek bir ölçü için oluşturulursa, örneğin k. ölçü için (4.25) eşitliğinde k. terim yerine (1) konulursa,

$$Z^T = [0 \ 0 \dots 1 \dots 0] \quad (4.51)$$

ve (4.40)'dan,

$$\Delta \hat{l}_k = -\frac{e_k^T P y}{e_k^T P Q_{vv} P e_k} \quad (4.52)$$

olduğu bulunur [3]. Sıfır hipotezi $H_0: \Delta l = 0$ ve buna karşılık alternatif hipotez ise; $H_A: \Delta l_k \neq 0$ olacaktır. Kosul denklemi sayısı $r=1$ ile (4.38)'den,

$$R = \Delta l^T (e_k^T P Q_{vv} P e_k)^{-1} \Delta l \quad (4.53)$$

ve (4.41)'den,

$$R = \mathbf{y}^T \mathbf{P} \mathbf{e}_k \left(\mathbf{e}_k^T \mathbf{P} \mathbf{Q}_{vv} \mathbf{P} \mathbf{e}_k \right)^{-1} \mathbf{e}_k^T \mathbf{P} \mathbf{y} \quad (4.54)$$

olur $\{\mathbf{e}_k$ vektörü Bölüm (4.2)'de tariflenmiştir}. Bu eşitlikte,

$$\bar{v}_k = \mathbf{e}_k^T \mathbf{P} \mathbf{y} \quad (4.55)$$

denirse, hata yayılma yasasından,

$$\sigma_{\bar{v}_k}^2 = \mathbf{e}_k^T \mathbf{P} \mathbf{Q}_{vv} \mathbf{P} \mathbf{e}_k \sigma_{\Delta 1}^2 \quad (4.56)$$

olduğu görülür ve,

$$q_{\bar{v}_k} = \mathbf{e}_k^T \mathbf{P} \mathbf{Q}_{vv} \mathbf{P} \mathbf{e}_k \quad (4.57)$$

denirse,

$$\sigma_{\bar{v}_k}^2 = \sigma_{\Delta 1}^2 q_{\bar{v}_k} \quad (4.58)$$

olur. Bu durumda (4.55) eşitliği,

$$R = \bar{v}_k^T q_{\bar{v}_k}^{-1} \bar{v}_k = \frac{\bar{v}_k^2}{q_{\bar{v}_k}} \quad (4.59)$$

şekline dönüşür. Bu karesel form ile (4.44)'den,

$$\begin{aligned} \frac{R}{\sigma_{\Delta 1}^2} &= \frac{\bar{v}_k^T q_{\bar{v}_k}^{-1} \bar{v}_k}{\sigma_{\Delta 1}^2} = \frac{\bar{v}_k^2}{q_{\bar{v}_k} \sigma_{\Delta 1}^2} \\ &= \frac{\bar{v}_k^2}{\sigma_{\bar{v}_k}^2} \sim \chi'^2(1, \lambda) = F'(1, \infty, \lambda) \end{aligned} \quad (4.60)$$

"Merkezsiz Olmayan Chi-Kare Dağılımı" nda olduğu görülür ve dışmerkezlilik parametresi (4.45)'den,

$$\lambda = \frac{\Delta l_k^2 q_{\bar{v}_k}}{\sigma_{\Delta l}^2} \quad (4.61)$$

olduğu görülür. (4.60) eşitliğinin pozitif kare köküne,

$$T_{k_1} = \frac{\bar{v}_k}{\sigma_{\bar{v}_k}} \quad (4.62)$$

denirse, "Data-Snooping (Baarda) Yönteminde Uyumsuz Ölçüler İçin Test İstatistiği" olarak elde edilir. (4.39)' dan uyumsuzluk miktarının dağılımının,

$$\Delta \hat{l}_k \sim N\left(\Delta l_k, \frac{\sigma_{\Delta l}^2}{q_{\bar{v}_k}}\right) \quad (4.63)$$

parametreleri ile "Normal Dağılım" da olduğu görülür. Buna karşılık (4.52), (4.57) ve (4.60)'dan,

$$\frac{\sqrt{R}}{\sigma_{\Delta l}} = \frac{\Delta \hat{l}_k \sqrt{q_{\bar{v}_k}}}{\sigma_{\Delta l}} \quad (4.64)$$

olup bu büyüklüğün dispersiyonu (4.62) ve (4.63)'den,

$$D\left(\frac{\sqrt{R}}{\sigma_{\Delta l}}\right) = 1 \quad (4.65)$$

ve Umit değeri,

$$E\left(\frac{\sqrt{R}}{\sigma_{\Delta l}}\right) = \frac{\Delta l_k \sqrt{q_{\bar{v}_k}}}{\sigma_{\Delta l}} \quad (4.66)$$

olur ve (4.61)'den,

$$E\left(\frac{\sqrt{R}}{\sigma_{\Delta 1}}\right) = \lambda^{\frac{1}{2}} \quad (4.67)$$

olacaktır. Bu durumda Data-Snooping yönteminin Test İstatistiği parametreleri,

$$T_{k_1} = \frac{\sqrt{R}}{\sigma_{\Delta 1}} = \frac{\bar{v}_k}{\sigma_{\bar{v}_k}} \sim N\left(\lambda^{\frac{1}{2}}, 1\right) \quad (4.68)$$

olmak üzere "Normal Dağılım" da olur. Sonuçta, (4.60) eşitliğinin pozitif kare kökünün de normal dağılımda olduğu görülür. O halde (4.57) eşitliğinde birim ölçünün teorik varyansı yerine, (4.42)'den $\Omega_{\Delta 1}$ 'in değeri ve bir ölçü için $r=1$ ile,

$$\sigma_{\Delta 1}^2 = \frac{\Omega_{\Delta 1}}{(n-q-1)} \quad (4.69)$$

eşitliği ile verilen tahmin değeri alınırsa (4.68) eşitliği,

$$\frac{R}{\sigma_{\Delta 1}^2} \sim \chi'^2(1, \lambda) \quad (4.70)$$

yerine,

$$\frac{\Omega_{\Delta 1}}{\sigma_{\Delta 1}^2} \sim \chi^2(n-q-1) \quad (4.71)$$

ile (4.59) ve (4.69)'dan,

$$\frac{\frac{R}{1}}{\frac{\Omega_{\Delta 1}}{(n-q-1)}} = \frac{\bar{v}_k^2}{\sigma_{\Delta 1}^2 \sigma_{\bar{v}_k}} \sim F'(1, (n-q-1), \lambda) \quad (4.72)$$

bulunur. Burada λ , (4.61) eşitliği ile verilmektedir.

Diğer taraftan (4.72) eşitliğinin karekökü alınırsa (2.47) den,

$$T_{k_2} = \frac{\bar{v}_k}{\hat{\sigma}_{\Delta 1} \sqrt{q_{\bar{v}_k}}} \sim t'((n-q-1), \lambda) \quad (4.73)$$

ile "t-Dağılımı (Heck) Yönteminde Uyusumsuz Ölçüler İçin Test İstatistiği" elde edilir. (4.69)'dan, $\hat{\sigma}_{\Delta 1}^2$ tahmin değeri yerine, (3.7) ve (3.8) ile verilen yalın modelde (3.26) ile verilen tahmin değeri konursa, (4.48) ve (4.59) dan,

$$T_{k_3} = \frac{\bar{v}_k}{\hat{\sigma} \sqrt{q_{\bar{v}_k}}} \sim \tau'(1, (n-q-1), \lambda) \quad (4.74)$$

ile "Tau Dağılımı (Poppe) Yönteminde Uyusumsuz Ölçüler İçin Test İstatistiği" olarak elde edilir. Ayrıca ölçülerin P ağırlık matrisinin köşegen matris olması halinde eşitlikler sadeleşir ve (4.55)'den,

$$\bar{v}_k = P_k v_k \quad (4.75)$$

ve (4.58)'den,

$$q_{\bar{v}_k} = P_k^2 q_{v_k v_k} \quad (4.76)$$

$$\sigma_{\bar{v}_k} = P_k \sqrt{q_{v_k v_k}} \sigma_{\Delta 1}$$

olur. Q_{vv} P matrisinin k 'inci köşegen elemanı,

$$r_k = P_k q_{v_k v_k} \quad (4.77)$$

olur. (3.30)'dan $Q_{vv} P = I - A Q_{xx} A^T P$ değeri ile bu matrisin izinin,

$$\begin{aligned}
Sp(Q_{vv}P) &= Sp(I - AQ_{xx}A^TP) = Sp(I - Q_{xx}A^TPA) \\
&= SpI - Sp(Q_{xx}A^TPA) \\
&= n - rg(Q_{xx}A^TPA) = n - q
\end{aligned} \tag{4.78}$$

olduğu görülür. (4.77)'deki r_k ; k 'inci ölçünün, toplam redundanz olarak anılan $(n-q)$ serbestlik derecesi sayısına katkısını verir ve "Kısmi Redundanz" adını alır. Bu sayı ile (4.62), (4.75) ve (4.76)'dan Uyusumsuz Ölçü Test İstatistiklerinden "Data-Snooping (Baarda) Yöntemi" için,

$$T_{k_1} = \frac{v_k}{\sigma_{\Delta l} \sqrt{q_{v_k v_k}}} = \frac{v_k \sqrt{P_k}}{\sigma_{\Delta l} \sqrt{I_k}} \tag{4.79}$$

ve benzer olarak "Tau Dağılımı (Poppe) Yöntemi" için [11],

$$T_{k_2} = \frac{v_k}{\hat{\sigma}_{\Delta l} \sqrt{q_{v_k v_k}}} = \frac{v_k \sqrt{P_k}}{\hat{\sigma}_{\Delta l} \sqrt{I_k}} \tag{4.80}$$

ve "t-Dağılımı (Heck) Yöntemi" için,

$$T_{k_3} = \frac{v_k}{\hat{\sigma}_0 \sqrt{q_{v_k v_k}}} = \frac{v_k \sqrt{P_k}}{\hat{\sigma}_0 \sqrt{I_k}} \tag{4.81}$$

eşitlikleri bulunur. (4.34)'de $\Delta \underline{l} \neq 0$ alternatif hipotezin geçerli olması halinde,

$$T_{k_1} \sim N\left(\lambda^{\frac{1}{2}}, 1\right) \tag{4.82}$$

$$T_{k_2} \sim t'((n-q-1), \lambda) \tag{4.83}$$

$$T_{k_3} \sim \tau'(1, (n-q-1), \lambda) \tag{4.84}$$

esitlikleriyle verilen "Merkezsiz Olmayan Dağılım" larda olurlar. Burada λ ; (4.61), (4.76) ve (4.77)'den,

$$\lambda = \frac{\Delta l_k^2 P_k^2 q_{v_k v_k}}{\sigma_{\Delta l}^2} = \frac{\Delta l_k^2 r_k}{\sigma_{l_i}^2} \quad (4.85)$$

olarak elde edilir.

Diğer taraftan (4.79), (4.80) ve (4.81)'deki test istatistiği değerlerinin sıfır hipotezi ($H_0: \Delta l_k = 0$) için $\lambda = 0$ alınması durumunda, (4.60), (4.68), (4.70), (4.72) ve (4.74) den,

$$T_{k_1} > \sqrt{\chi_{(1-\alpha_0), 1}^2} = \sqrt{F_{(1-\alpha_0), 1, \infty}} \quad (4.86)$$

$$T_{k_2} > \sqrt{F_{(1-\alpha_0), 1, (n-q-1)}} \quad (4.87)$$

$$T_{k_3} > \tau_{(1-\alpha_0), 1, (n-q-1)} \quad (4.88)$$

eşitsizliklerini sağlamaları durumunda hipotezler geçersiz sayılacaktır.

4.3: DEĞİŞİK UYUSUMSUZ ÖLÇÜ TESTLERİNDE FRAKTİL DEĞERLERİ

Bir dengeleme işleminde uyusumsuz ölçü aranıyorsa, yalnız bir l_k ölçüsü değil, her ölçünün tek tek test edilmesi gerekir. Bu işlem, (4.79), (4.80) ve (4.81) test büyüklüklerinin maksimum değerle karşılaştırılması şeklinde ele alınabilir. Sıfır hipotezinde, ölçünün uyusumlu olmadığı yargısında yanılma olasılığına α denirse, T_{k_i} ; $i=1, 2, \dots, n$ büyüklüklerine karşılık dağılımın fraktıl değerleri $T_{1-\alpha}$ olmak üzere, sıfır hipotezi, yani hiçbir ölçü uyusumsuz değildir için olasılık,

$$P(T_1 > T_{(1-\alpha)} \cup T_2 > T_{(1-\alpha)} \cup \dots \cup T_n > T_{(1-\alpha)}) = \alpha \quad (4.89)$$

olmalıdır. T_{k_i} test büyüklüklerinin bağımlılığı ihmal edilirse, (4.89) esitliğinin sol tarafındaki rastlantısal değişkenlerin toplamalarının olasılığı, her birinin olasılıkları toplamı olarak,

$$P(T_1 > T_{1-\alpha}) + P(T_2 > T_{1-\alpha}) + \dots + P(T_n > T_{1-\alpha}) \geq \alpha \quad (4.90)$$

yada,

$$n P(T_k > T_{1-\alpha}) \geq \alpha \quad \text{ve} \quad P(T_k > T_{(1-\alpha)}) \geq \frac{\alpha}{n} \quad (4.91)$$

olur ve yaklaşık olarak,

$$P(T_k > T_{1-\alpha}) = \frac{\alpha}{n} = \alpha_0 \quad (4.92)$$

kabul edilirse,

$$P(T_k < T_{1-\alpha}) = 1 - \alpha_0 \quad (4.93)$$

elde edilir. O halde, her I_k ölçüsü $\alpha_0 = \alpha/n$ test nivosu ile irdelenmeli ve böylece α olasılığı ile herhangi bir uyumsuz ölçü olup olmadığı yargısına varılmalıdır. α_0 test nivosunun belirlenmesi için diğer bir yaklaşım da,

$$\alpha_0 \approx 1 - (1 - \alpha)^{\frac{1}{n}} \quad (4.94)$$

olarak verilmektedir [11]. Ölçülerin çok sayıda olması halinde test duyarlılığının azalması söz konusudur. Bu durumda dengeleme küçük gruplara ayrılarak uyumsuz ölçü testi uygulanmalı, uyumsuz ölçüler saptandıktan sonra tümünden dengeleme yapılmalıdır [12], [13]. Ayrıca, τ dağılımının

fraktil değerleri tek bir ölçü için $x=1$ olacağından (4.49) dan, (1) ve $(n-q-1)$ serbestlik dereceleri ile,

$$\tau_{(1-\alpha_0);1,(n-q-1)} = \sqrt{\frac{(n-q) F_{((1-\alpha_0);1,(n-q-1))}}{(n-q-1) + F_{((1-\alpha_0);1,(n-q-1))}}} \quad (4.95)$$

esitliğinden hesaplanır. Burada $F_{(1-\alpha_0);1,(n-q-1)}$; F dağılımı fraktil değeridir. Bu fraktil değeri için,

$$\frac{(n-q-1)}{2} = n \quad \text{ve} \quad \frac{1}{2} = m \quad (4.96)$$

denirse x 'in $(0 < x < 1)$ arasında olması durumunda,

$$I_x = \alpha_0 = \frac{\Gamma(n+m)}{\Gamma(n) \Gamma(m)} \frac{x^n}{n} (1-x)^m \left[1 + \frac{n+m}{n+1} x + \frac{(n+m+1)}{(n+2)(n+1)} x^2 + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{(n+m+k-1) \dots (n+m+1)(n+m)}{(n+k) \dots (n+2)(n+1)} x^k + \dots \right] \quad (4.97)$$

hipergeometrik dizisinde α_0 'ın verilmiş olması durumunda, eşitliği sağlayacak x değerinin iterasyonla bulunması sonucu F fraktil değeri,

$$F_{(1-\alpha_0);1,(n-q-1)} = \frac{1-x}{x} (n-q-1) \quad (4.98)$$

eşitliği ile verilmektedir [7].

Diğer taraftan, (4.86), (4.87) ve (4.88)'de χ^2 ve F dağılımlarının fraktil değerleri yerine (4.55) ve (4.61)'den $\lambda=0$ ile normal dağılım ve t dağılımı fraktil değerleri alınabilir. Çünkü (4.86)'dan,

$$P(T_{k_1}^2 < \chi_{(1-\alpha_0);1}^2) = 1 - \alpha_0 \quad (4.99)$$

ile (4.82)'den,

$$P \left(-\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha_0);1}} < T_{k_1} < \sqrt{\chi^2_{(1-\alpha_0);1}} \right) = 1 - \alpha_0 \quad (4.100)$$

normal dağılımda olur. Burada T_{k_1} , (4.61)'den $\lambda=0$ ile "Normlandırılmış Normal Dağılım" dadır. Normal dağılım olasılık fonksiyonu $f(t)$ ile,

$$\int_{-\infty}^{\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha_0);1}}} f(t) dt = \frac{\alpha_0}{2} + 1 - \alpha_0 = 1 - \frac{\alpha_0}{2} \quad (4.101)$$

veya (2.29)'dan benzer olarak,

$$\sqrt{\chi^2_{(1-\alpha_0);1}} = X_{\left(1-\frac{\alpha_0}{2}\right)} \quad (4.102a)$$

olacaktır. Burada,

$$X_{\left(1-\frac{\alpha_0}{2}\right)} ; (1-\alpha_0) \quad (4.102b)$$

güven alanı için normlandırılmış normal dağılımın fraktil değeridir. Benzer olarak $t_{(1-\alpha_0/2)}$; t dağılımı fraktil değeri olmak üzere (4.87) ve (2.57)'den fraktil değeri,

$$\sqrt{F_{(1-\alpha_0);1,(n-q-1)}} = t_{\left(1-\frac{\alpha_0}{2}\right),(n-q-1)} \quad (4.103)$$

esitliği elde edilir.

4.4: UYGULAMADA UYUSUMSUZ ÖLÇÜ TEST YÖNTEMLERİ

4.4.1: Baarda'ya Göre Data-Snooping Yöntemi

Data-Snooping (Baarda) test yöntemi [14], tarafından kaba ölçü hatalarının lokalize edilmesi (yerelleştirilmesi) için geliştirilmiştir. Bu yöntemde, v_i düzeltmesinin standart sapmasına oranı (4.79)'dan,

$$W_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{v_i}{\sigma_{l_i} \sqrt{r_i}} \quad (4.104a)$$

Baarda'nın gösterimi ile test büyüklüğü olarak kullanılır. Test büyüklüğü $W_i (=T_{k_1})$, r_i üzerinden ağın geometrisini dikkate alır ve birimsiz bir büyüklüktür ve Limit değeri (0) ve standart sapması (1)'dir. Bu nedenle "Normlandırılmış Düzeltme" adını alır. Data-Snooping yönteminde önce birim ölçünün varyansı² bilinen olarak kabul edildiğinden, uyumsuz ölçülerin neden olacağı bir model hatasının olup olmadığı bir istatistik testle irdelenir [15]. "Global Test" denilen bu testte,

$$T_G = T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim F_{(n-q), \infty; (1-\alpha)} \sim \frac{\chi^2_{(n-q); (1-\alpha)}}{(n-q)} \quad (4.104b)$$

esitliği ile, bir T_G kıyaslama değeri hesaplanır $\{G, \text{Global test anlamındadır}\}$. Eğer, T_G test büyüklüğü $F_{(n-q), \infty}$ dağılımının α_G yanılma olasılığına karşılık sınır değerinden daha büyük çıkıyorsa sıfır hipotezi,

$$E\left(T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \mid H_0\right) = 1 \quad (4.105)$$

red edilir ve model hatası olduğu varsayılır. Bu durumda

² Varyans büyüklüğü için alınan değer gerçeğe uygun bir tahmin olması gerekir.

test büyüklüğünün beklenen değeri alternatif hipoteze göre,

$$E\left(T = \frac{\hat{\theta}^2}{\sigma^2} \mid H_a\right) = 1 + \frac{\lambda}{(n-q)} \quad (4.106)$$

olur [11 s.137]. Sonuçta T test büyüklüğü,

$$T = \frac{\hat{\theta}^2}{\sigma^2} \sim F'_{(n-q), \infty, \lambda} \quad (4.107)$$

λ dışmerkezlilik parametresi ile "Merkezi Olmayan Fisher Dağılımı" nda olur.

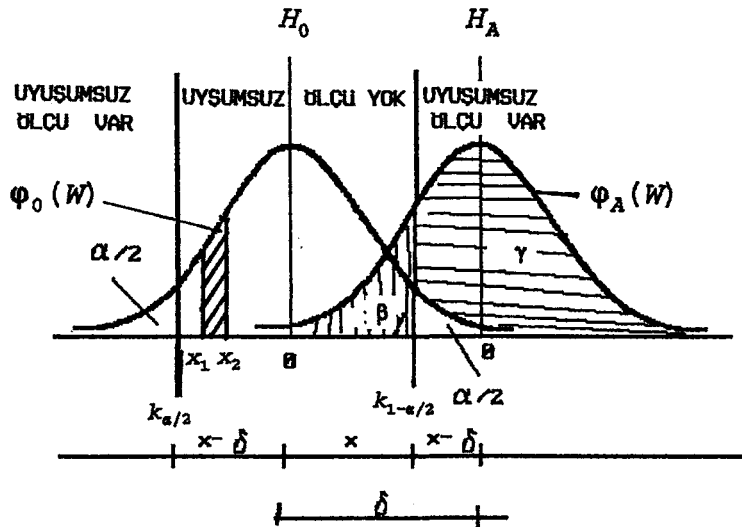
"Data-Snooping" istatistik test yönteminde; Global Test sonucu model hatası olduğuna karar verildikten sonra, bu hatanın bir ölçüdeki uyumsuzluktan meydana geldiği kabul edilir³ ve tek boyutlu uyumsuz ölçü testi ile ölçülerden her biri bir sınır değer k ile karşılaştırılır. Eğer sınır değer güven sınırını aşıyorsa, ilgili ölçünün uyumsuz olduğuna karar verilir (Tablo 4.1, Şekil 4.3). Bu değer, sıfır (0) ile (∞) arasında değişir. k faktörü ne kadar büyükse T_{k_1} test istatistiği de o kadar büyür. Test büyüklüğünün ($-k$) ile ($+k$) arasında kalma olasılığı testin S istatistik güvenini belirler. Bunun için; ya belli bir sınır değeri k 'ya karşılık olan S , yada belli bir istatistik güven karşılığı olan k sınır değerinin hesaplanması yoluna gidilir. Sınır değer ise, standartlandırılmış normal dağılımın güven alanı $S=1-(\alpha_0/2)$ için hesaplanacak fraktil değeridir.

³ Ölçülerde bir uyumsuzluk olduğunda, (4.79) test büyüklüğü (4.82) ile verilen dağılımdadır ve dışmerkezlilik parametresi (4.85) ile verilmektedir.

TABLO 4.1: f SERBESTLİK DERECESİNDE k GENİŞLEME FAKTORU DEĞERLERİ [16].

$\alpha = 0.005$ $\gamma = 0.80$						
f	$F_{0.95; f, \infty}$	$\sqrt{F_{0.95; f, \infty}}$	λ_0	$100x_0$	$F_{1-\alpha_0; 1, \infty}$	$\sqrt{F_{1-\alpha_0; 1, \infty}}$
1	3.84	1.96	7.85	4.0	3.84	1.96
10	1.83	4.28	16.2	0.17	9.85	3.14
20	1.57	4.60	21.0	0.025	13.4	3.66
30	1.46	6.62	24.6	0.0042	16.8	4.10
40	1.39	7.47	27.6	0.0010	19.5	4.42
60	1.32	8.89	32.6	0.00011	23.8	4.87
80	1.27	10.09	36.8	0.000017	27.4	4.23
100	1.24	11.15	40.6	0.000003	30.7	4.54

(Sekil 4.3)'de testin karar yöntemi için yoğunluk fonksiyonu sıfır ve alternatif hipotezler için gösterilmiştir. Sol- da yoğunluk fonksiyonunun altındaki taralı alan $W_i = T_{k_i}$ dağılım fonksiyonunun hangi olasılıkla x_1 ve x_2 arasında bulunduğunu gösterir.



SEKİL 4.3: Sıfır ve Alternatif Hipoteze Göre Data-Snooping Testi ve Test Gücü.

Seklin yorumu yapılırsa, gerçekte sıfır hipotezinin geçerli olmasına karşılık (uyuşumsuz ölçü olması durumu) H_0 eğrisi altındaki $|T_{k_1}| > k$ değerleri uyuşumsuz ölçü gibi yorumlanabilir. Örneğin; $S=899$ alındığında $\alpha=0.01$ olasılıkla H_0 dağılımında bulunabilecek $|T_{k_1}| > k$ değerleri uyuşumsuz ölçü gibi görülecektir. Bu yanlışlığı ortadan kaldırmak için alternatif hipotez gereklidir. Sıfır hipotezinin red edilme ve alternatif hipotezin kabul edilme olasılığı (yani uyuşumsuz ölçüyü ortaya çıkarabilme olasılığı) alternatif hipoteze bağlı olarak Sekil 4.3'de ikinci eğri altındaki γ , alanı olur ve "Asgari İstatistik Güven" adını alır. Test gücü γ , sınır değer k ile dışmerkezlik parametresi δ_1 'ye bağlı olarak,

$$\gamma = 1 - \int_{k(\frac{\alpha}{2})}^{k(1-\frac{\alpha}{2})} \phi_A(W) dW = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_{k(\frac{\alpha}{2})}^{k(1-\frac{\alpha}{2})} e^{(-\frac{1}{2}(W-\delta_1)^2)} dW \quad (4.108)$$

eşitliği ile verilir. Data-Snooping yönteminin başlıca özelliği Global test (α_G) ile tek boyutlu testin (α_0) yanlışma olasılıklarına karşı, test gücü ve dışmerkezlik parametresinin eşit alınmasıdır. Bu durumda,

$$\gamma_G = \gamma_0 \quad \lambda_G = \lambda_0 \quad (4.109)$$

olur [17]. Sonuçta; Test Kararları Tablo 4.2'deki gibi özetlenebilir:

TABLO 4.2: DATA-SNOOPING YÖNTEMİNDE TEST KARARLARI [17].

DURUM	TEST KARARLARI	
	$ W_1 < k$	$ W_1 > k$
H_0 DOGRU	H_0 Kabul ediliyor. Kanıtlanabilirlik düzeyi ($1-\alpha_0$) doğru.	H_0 Red ediliyor. α_0 yanlışma olasılığında I.TİP HATA.
H_A DOGRU	H_0 Kabul ediliyor. β olasılığında II.TİP HATA.	H_0 Red ediliyor. γ Test gücü Doğru karar.

4.4.2: Heck'e Göre t-Testi Yöntemi

Bir uyusumsuz ölçü testinde incelenen ölçünün (3.9)'dan tüm düzeltmelerin karelerinin toplamı içindeki payı çıkarılırsa bu ölçünün kaba hatasından arınmış a-posteriori varyans faktörüne tahmin değeri olarak (4.42), (4.59), (4.69) ile (4.75) ve (4.76)'dan,

$$\hat{\sigma}_{\Delta 1}^2 = \frac{\Omega - \frac{v_1 v_1}{q_{v_1 v_1}}}{(n-q-1)} \quad (4.110)$$

esitliği elde edilir. Bu tahmin değeri ile oluşturulan testin büyüklüğü ve dağılımı, (4.80) ile verilmiştir. Eğer (4.80) değeri, hesaplanan (4.87) fraktil değerinden büyük olursa, I_1 ölçüsünün uyusumsuz olduğuna karar verilir [18]. Burada, $t; 1-(\alpha_0/2)$ istatistik güven ve $(n-q-1)$ serbestlik derecesi ile hesaplanan t dağılımı fraktil değeridir.

4.4.3: Poppe'ye Göre Tau Testi Yöntemi

Data-Snooping yönteminin test büyüklüğünün hesabında gerekli olan birim ölçünün varyansının limit değeri σ^2 teorik bir kavramdır. Bu değer çoğunlukla bilinemediğinden güvenilir bir tahmin değeri verilemez ise, bu durumda global test uygulanamaz ve (4.86)'daki tek boyutlu hipotez testi yerine teorik varyansı gerektirmeyen ve kaba hatalardan muhtemelen etkilenmemiş $\hat{\sigma}^2$ a-posteriori varyans faktörünün kullanıldığı Poppe tarafından bulunan "Tau Testi" uygulanır [17]. Test büyüklüğü (4.81) esitliği ile verilmektedir. T_{k_3} , "Studentleştirilmiş Düzeltme" adını alır. Ancak bu test büyüklüğü (4.84)'den, Poppe'ye göre Tau dağılımındadır [19]. Test büyüklüğü yine Tau dağılım tablosundan yanılma olasılığı α için alınacak (4.88) ile verilen değerle karşılaştırılır. Eğer Tau dağılımlı test büyüklüğü (4.81)'den 1 ve $(n-q-1)$ serbestlik dereceli Tau dağılımının α_r sınır

değerinden daha büyük ise, bu durumda I_1 ölçüsü kaba hatalı yani, "Uyumsuz" dur denir [20]. Test için α_τ yanılma olasılığı, tüm sistemin α yanılma olasılığına bağlıdır ve $\alpha_\tau = \alpha_0$ ile (4.94) eşitliğinden alınır.

Tau dağılımının kritik değeri t ve F dağılımı arasındaki ilişkilerden dolayı bu dağılımların kriter değerleri ile (4.95) ve (4.103) eşitliklerinden serbestlik derecesi $f = n - q$ denilerek,

$$T_{k_3} = \tau_{(1-\alpha_0; 1, f-1)} = \sqrt{f} \frac{t_{\left(1-\frac{\alpha_0}{2}; f-1\right)}}{\sqrt{f-1 + t_{\left(1-\frac{\alpha_0}{2}; f-1\right)}^2}} \quad (4.111)$$

eşitliği ile hesaplanabilir.

Tau yönteminde Q_{vv} kofaktörler matrisindeki korelasyonlar, bir ölçüdeki uyumsuzluğun diğer gözlemler üzerine olan etkisini artırır ve bazı uyumlu gözlemler uyumsuz görülür. Bu nedenle uyumsuzluklar adım adım aranmalıdır. Her adımda (4.81) eşitliğinden düzeltme değeri maksimum olan ölçü işleminden çıkarılır. Bu arada ölçü sayısı azaldıkça serbestlik dereceside azalır.

Poppe'ye göre, Tau testi II.tip hataları kapsamadığı için uyumsuz ölçü araştırmasının güvenilirliği ile ilgili bir ifade yoktur (4.81)'deki standart sapmanın tahmin değeri kaba hatalardan etkilenir. Sonuçta, ölçülerdeki büyük hataların artmasından dolayı büyüyen test istatistiğinin azalmasına ve testin duyarsız olmasına neden olur [18].

(4.111) eşitliğinden görüldüğü gibi, τ ve t dağılımlı test büyüklükleri fonksiyonel olarak bağımlıdır. Bir uyumsuz ölçü olması durumunda yanılma olasılığı $\alpha_\tau = \alpha_0$ için kesin olarak aynı sonuçları verir ve $n \rightarrow \infty$ için normal dağılıma yaklaştıklarından, testler duyarsız olur [17].

4.5: JEODEZİK AĞLARDA GÜVENİRLİK ÖLÇÜTLERİ

Jeodezik ağların doğruluğu için kriter değerler⁴ ağ dengelemesi sonuçlarından türetilmektedir. Bu sayısal değerler, ölçülerin kaba ve sistemetik hatalardan arındırılmış olması durumunda geçerli olurlar. Bu nedenle jeodezik ağlar incelenirken model hipotezinin geçerliliği diğer bir anlamda ölçülerin uyumlu olup olmadıkları uygun test yöntemleri ile kontrol edilmelidir. Model hatalarının ortaya çıkarılabilmesi ise, ağın geometrik yapısına da bağlıdır. Bir dengelemenin kaba hatalı ölçüleri ortaya çıkarma gücüne veya ağın geometrik yapısının model hatalarına karşı duyarlılığına "Güvenirlilik" denir [15].

Jeodezik ağlar, doğruluk yönünden olduğu gibi, güven açısından da belli güven ölçütleri ile değerlendirilmektedir. Bunlar, ölçülerin teker teker ağ geometrisi içinde kaba hatalara karşı duyarlılığını tanımlayan "İç Güvenirlilik" ile, ağın tümü üzerindeki etkili model hatalarına karşı duyarlılığını tanımlayan "Dış Güvenirlilik" tir.

4.5.1: İç Güvenirlilik

Tek bir I_1 ölçüsünde ΔI_1 uyumsuzluk miktarı ile dengeleme yapıldığında, dengelemenin stokastik modeli hakkında yapılan varsayımlar geçersiz olur. Bu durum gözönünde bulundurularak Bölüm (3.2.1)'den yalın Gauss-Markoff modelinin çözüm eşitlikleri (3.13) ve (3.14)'den bilinmektedir. Bunların sonucunda (3.19)'dan (3.20) elde edilir. Buradan bir v_1 düzeltmesinin bütün ölçülerden etkilendiği görülmektedir. Bir I_1 ölçüsünün uyumsuz olduğu düşünülürse, matematik modeli tutarsız yapacak olan hatalı ölçü, ölçüler vektörü içinde,

⁴ Jeodezik ağların değer yargıları üç'e ayrılır:

- 1) Bir Ağ Noktasına İlişkin Doğruluk Ölçütleri: Koordinatların karesel ortalama hataları, Nokta konum hataları ve Hata elipsi değerleri,
- 2) Lokal Doğruluk Ölçütleri: Bağlı Güven Elipsi, Parsiyel Güven Elipsi,
- 3) Global Doğruluk Ölçütleri'dir.

$$l = \bar{l} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \Delta l_i \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \bar{l} + e_i \Delta l_i \quad (4.112)$$

şeklinde gösterilebilir. (4.112) eşitliği, (3.20) eşitliğinde yerine konursa,

$$\begin{aligned} y &= -Q_{vv} P (\bar{l} + e_i \Delta l_i) = -Q_{vv} P \bar{l} - Q_{vv} P e_i \Delta l_i \\ &= \bar{y} - Q_{vv} P e_i \Delta l_i \end{aligned} \quad (4.113)$$

elde edilir. (4.113) eşitliğinin sağ tarafındaki ikinci terim herhangi bir uyumsuzluk miktarının bütün düzeltmelere olan etkisinin büyüklüğünü göstermektedir. Bu bozucu etkinin sonucu olarak bulunan deneysel varyans büyüktür. Uyumsuzluk miktarı hesaplanmak istenirse, en olasılıklı değer olarak, (4.113) eşitliği en küçük kareler yönteminin düzeltme denklemlerine benzetilerek: y ; ölçüler, $\bar{y}$; düzeltme değerleri, $Q_{vv} P e_i$; düzeltme denklemleri katsayılar matrisi ve Δl_i bilinmeyen gibi düşünülürse,

$$(Q_{vv} P e_i)^T P_{vv} (Q_{vv} P e_i) \Delta l_i = (Q_{vv} P e_i)^T P_{vv} (-y) \quad (4.114)$$

ve,

$$e_i^T P Q_{vv} P_{vv} Q_{vv} P e_i \Delta l_i = -e_i^T P Q_{vv} P_{vv} y \quad (4.115)$$

eşitliğinden ve $P_{vv}^{-1} = Q_{vv}$ olduğu gözönünde tutularak,

$$\Delta \hat{f}_i = \frac{-e_i^T P y}{e_i^T P Q_{vv} P e_i} \quad (4.116)$$

elde edilir. Bu eşitlikte kesrin payı skaler olarak $-P_i v_i$ paydası ise, $P_i^2 q_{v_i v_i}$ değerlerine eşittir. Böylece $\Delta \hat{f}_i$ için,

$$\Delta \hat{f}_i = -\frac{v_i}{P_i q_{v_i v_i}} \quad (4.117)$$

eşitliği bulunur. (3.20) eşitliğindeki $Q_{vv} P$ çarpımının izi incelendiğinde (4.78)'den $n-q=r$ olduğu, yani yayınlarda "Redundanz" olarak isimlendirilen serbestlik derecesine diğer bir deyişle "Fazla Ölçü Sayısı" na eşit olduğu görülür [12]. (4.78) eşitliği fazla ölçü sayısının $Q_{vv} P$ çarpımının boyutları olan ölçü sayısı kadar elemanın toplamından oluştuğunu, bu elemanların ise teker teker,

$$Q_{v_i v_i} P_i = r_i \quad (4.118)$$

büyükliklerinden oluştuğunu diğer bir deyişle r 'nin ölçü sayısı kadar r_i elemanına ayrılabilceğini ve bu elemanların teker teker hesaplanabileceğini göstermektedir. r_i (3.19) eşitliği ile,

$$r_i = Q_{v_i v_i} P_i = (q_{l_i l_i} - Q_{f_i f_i}) P_i = 1 - Q_{f_i f_i} P_i \quad (4.119a)$$

elde edilir.

$$\sigma_{\hat{f}_i}^2 = \sigma_0^2 Q_{f_i f_i} \quad \text{ve} \quad \sigma_{l_i}^2 = \frac{\sigma_0^2}{P_i} \quad (4.119b)$$

olduğu gözönünde tutulursa;

$$Q_{f_i f_i} P_i = \frac{\sigma_{f_i}^2}{\sigma_{l_i}^2} \quad (4.119c)$$

olduğu görülür. Böylece,

$$r_i = 1 - \frac{\sigma_{f_i}^2}{\sigma_{l_i}^2} \quad (4.119d)$$

olmaktadır. r_i büyüklüğü, l_i ölçüsünün fazla ölçü sayısına katkısı anlamına gelmek üzere, "Serbestlik Derecesi Bileşenleri" adını alır [12]. Bu büyüklükler aynı zamanda l_i ölçüsünün diğer ölçüler tarafından kontrol edilebilirliğinin de bir ölçütüdür. Kısmi redundanz, Q_{vv} , Q_{xx} ve hata denklemleri matrisi (Δ) ile ilişkili olduğundan ağın geometrisini tanımlar. Bir jeodezik ağda kısmi redundanz payları, "Sıfır" ve "1" arasında değer alır [21] ve güvenilir bir ağda kısmi redundans paylarının olabildiğince küçük ve homojen olması gerekir.

Diğer taraftan Δl_i uyumsuzluk miktarının hesabı için (4.118) eşitliği (4.117)'de yerine konursa,

$$\Delta l_i = -\frac{v_i}{r_i} \quad (4.120)$$

eşitliği elde edilir. Bu değer testin belirli bir "Asgari Güven" ile açığa çıkarabileceği uyumsuzluk miktarıdır. Bu büyüklüğün kaba veya rastlantısal hata karakterinde olup olmadığı istatistik testle ayırt edilir (Global Test 4.73). Fazla ölçü sayısı küçük olduğu zaman güven aralığı büyük ve buna göre Global Test duyarsız olur. Redundanz büyük olduğunda ise Global Test, kurulan modelden küçük sapmalar karşısında fazla duyarlı, buna karşılık tek boyutlu testler ise az duyarlı olur. Bu durum ağı araştırılacak küçük bölgelere ayırmakla giderilir [22].

Uyumsuzluk miktarı, her ne kadar (4.117) ve (4.120) eşitliklerinden v_i 'ye bağlı olarak hesaplanabiliyorsa da, v_i rastlantısal ölçü hatalarından etkilendiği ve r_i çok küçük değerler alabildiği için uygulamada önce ΔI , buna bağlı olarak λ_i ve γ hesaplanamaz. Bunun yerine önceden istatistik güven olarak $(1-\alpha)$ ve γ seçilir ve bunlara bağlı olarak bir $\lambda(\alpha, \gamma)$ değerinin hesaplanması tercih edilir. Bu şekilde bulunacak λ değeri ile $(1-S)$ signifikans düzeyinde ve γ test gücü ile ortaya çıkarılabilecek ΔI_i uyumsuzluk miktarı için alt sınır değerleri hesaplanır [23]. Bunun için, ΔI_i uyumsuzluk miktarının neden olduğu I_i ölçüsünün düzeltilmesindeki değişme miktarına v_i denirse, $v'_i = v_i + \Delta v_i$ ile (3.17) ve (3.20)'den,

$$\Delta v_i = -q_{v_i v_i} P_i \Delta I_i = -r_i \Delta I_i \quad (4.121)$$

olur. Diğer taraftan (4.85)'den önceden verilen bir λ_0 sınır değeri ile "Data-Snooping (Baarda) Yöntemi" de bu değer,

$$\Delta_0 I_{i_B} = \sigma_{I_i} \frac{\sqrt{\lambda_0}}{\sqrt{r_i}} \quad (4.122)$$

olarak elde edilir. Benzer olarak (4.120) eşitliğinde, eşitliğin her iki tarafının $P_i \sqrt{q_{v_i v_i}}$ ile bölünmesi ile "Tau Dağılımı (Pope) Yöntemi" için bu sınır değeri (4.81) ve (4.88)'den,

$$\Delta_0 I_{i_P} = \frac{v_i}{r_i} = \frac{\hat{\sigma} \tau_{1-\alpha_0; 1, (n-q-1)}}{\sqrt{P_i r_i}} \quad (4.123)$$

ve benzer olarak (4.80) ve (4.120)'den "t-Dağılımı (Heck) Yöntemi" için,

$$\Delta_0 I_{i_H} = \frac{\hat{\sigma}_{\Delta I} t_{1-\frac{\alpha_0}{2}, (n-q-1)}}{\sqrt{P_i r_i}} \quad (4.124)$$

esitlikleri ile verilmektedir [7]. γ test gücüne sahip bir kaba hata için alt sınır olan bu değer σ_{I_1} ile ölçünün presizyonuna, λ_1 dışmerkezlik parametresine, α significant düzeyine, test gücüne, toplam redundanzın içindeki i 'inci ölçünün (4.118) ile verilen redundanz payına ve ağın geometrisine bağlıdır. Tablo (4.3)'de Data-Snooping (Baarda) yönteminde α ve γ 'ya bağlı olarak hesaplanmış dışmerkezlik parametresi değerleri verilmiştir. Bu konuyla ilgili hesaplamalara örnekler EK-A'da verilmektedir.

TABLO 4.3: SIGNİFİKANT DÜZEYİNE VE TEST GÜCÜNE BAĞLI DİŞMERKEZLİK PARAMETRESİ DEĞERLERİ [15].

$\beta \backslash \alpha$	% 0.01	% 0.1	% 1	% 5
% 70	4.41	3.81	3.10	2.49
% 80	4.72	4.14	3.42	2.81
% 90	4.18	4.57	3.86	3.24

Özetle:

- 1) Ölçünün doğruluğu, ölçünün σ_{I_1} ortalama hatası ile verilmistir,
- 2) Ölçünün komsuluğundaki ağ geometrisi, r_1 redundanz payı ile belirtilir,
- 3) $(1-\alpha_0)$ Signifikant düzeyi ve γ_0 test gücünün en az güvenilir olması $\lambda_0 = \lambda(\alpha, \gamma_0)$ dışmerkezlik parametresi ile belirtilir (Tablo 4.3).

Jeodezik ağın kalitesinin irdelenmesinde redundanz payları "Ağ Konfigürasyonunun Geometrik İç Kararlılığının Ölçütü", $\Delta_0 I_1$ sınır değerleri ise, "İç Güvenirlik" ölçütü olarak kullanılır. Bir jeodezik ağın iç güvenilirliği, ölçülerin hatalar karşısında kontrol edilebilirliği anlamına gelir ve model hataları için belli bir test gücü ile significant

olarak kanıtlanabilecek en küçük sınır değeri ile tanımlanır. Bu ölçütlerin birbirine yakın ve oldukça küçük sayısal değerler alması bunların bir fonksiyonundaki etkisinin ihmal edilemez değerde olması, sonucunu aşacak değerde olmaması istenir.

4.5.2: Dış Güvenirlik

Ölçü uyumsuzluk miktarının bilinmeyenler ve bunların fonksiyonlarında yaptığı değişimler, jeodezik ağlarda "Dış Güvenirlik" ölçütü olarak isimlendirilir. Buna göre, γ_0 test gücü ile significant olarak ispatlanabilen bir uyumsuzluk miktarının koordinatlara veya bunlardan türetilen fonksiyonlara olan etkisinin sınır değerlerinin hesabı için (3.10) eşitliğinde,

$$(1 + \Delta 1) + y = A (x + \Delta x) \quad (4.125)$$

denirse ve (3.13) eşitliğinde ölçüler arasında korelasyon olmadığı varsayılırsa,

$$x + \Delta x = Q_{xx} A^T P (1 + \Delta 1) \quad (4.126)$$

normal denklemlerinden sınır değer büyüklüğündeki ölçü hatalarının koordinatlara etkisi olarak,

$$\Delta x = A Q_{xx} A^T P \Delta 1 \quad (4.127)$$

ve,

$$A = \begin{bmatrix} a_1^T \\ a_2^T \\ \vdots \\ a_n^T \end{bmatrix} \quad (4.128)$$

alt vektörlerle tanımlanırsa, bir l_i ölçüsündeki uyumsuzluk miktarının koordinatlara etkisi,

$$\Delta x = Q_{xx} a_i P_i \Delta_0 l_i \quad (4.129)$$

olur ve datum parametrelerine bağımlılık gösterir.

Belirlenemeyen (giderilemeyen) model hatalarının, koordinatların bir fonksiyonuna olan etkileri, ağırlık kalitesinin bilinmesi açısından çok önemlidir. Bu fonksiyonlar örneğin: bizzat koordinatlar, koordinatlardan hesaplanacak bir kenar, bir doğrultu açısı veya bir açı; bir koordinat farkı veya bir yüzey olabilir. Sınır değer büyüklüğündeki bir ölçü hatasının $f = b^T x$ gibi koordinatların bir fonksiyonu üzerine etkisi,

$$\Delta_{0,i} f = b^T \Delta_0 x = b^T Q_{xx} a_i P_i \Delta_0 l_i \quad (4.130)$$

ve,

$$\Delta_{0,i} f = b^T Q_{xx} a_i P_i \frac{\sigma_{l_i}}{\sqrt{r_i}} \delta_0 \quad (4.131)$$

yada,

$$\Delta_{0,i} f = b^T Q_{xx} a_i \frac{\sigma_0 \delta_0}{\sqrt{q_{v_i v_i}}} \quad (4.132)$$

bulunur. Burada, $b^T Q_{xx} a_i$ skaler çarpımı,

$$\begin{aligned} b^T Q_{xx} a_i &= |Q_{xx}^{1/2} b| |Q_{xx}^{1/2} a_i| \cos(b, a_i) \\ &= \sqrt{b^T Q_{xx} b} \sqrt{a_i^T Q_{xx} a_i} \cos(b, a_i) \end{aligned} \quad (4.133)$$

olduğu ve $\cos(b, a_i) \leq 1$ olacağı dikkate alınır,

$$\Delta_{0,i} f \leq \frac{\sqrt{a_i^T Q_{xx} a_i}}{\sqrt{q_{v_i v_i}}} \delta_0 \sigma_0 \sqrt{b^T Q_{xx} b} \quad (4.134)$$

ve $\sqrt{b^T Q_{xx} b} \sigma_0 = \sigma_f$ olduğundan,

$$\Delta_{0,i} f \leq \delta_0 \sigma_f \frac{\sqrt{a_i^T Q_{xx} a_i}}{q_{v_i v_i}} \quad (4.135)$$

elde edilir. Fonksiyonun, bir ölçünün kesin değeri olarak alınması halinde $\hat{f}_i = a_i^T x$ olacağından, l_i ölçüsündeki uyumsuzluk miktarının kesin değere etkisi için,

$$\Delta_{0,i} \leq \frac{a_i^T Q_{xx} a_i}{\sqrt{q_{v_i v_i}}} \delta_0 \sigma_0 \quad (4.136)$$

olur. (4.136) eşitliğinde,

$$\delta_0 \sqrt{\frac{a_i^T Q_{xx} a_i}{q_{v_i v_i}}} = \bar{\delta}_{0,i} \quad (4.137)$$

denirse,

$$\frac{|\Delta_{0,i} f|}{\sigma_f} \leq \bar{\delta}_{0,i} \quad (4.138)$$

olur. Burada $\bar{\delta}_{(0,i)}$; "Etki Faktörü" olarak yorumlanır ve jeodezik ağın dış güvenilirliği için bir ölçüt olarak kullanılır. Etki faktörü, datumdan bağımsız güvenilirlik ölçütüdür ve bilinmeyenlerin bir fonksiyonunun i . ölçüsünün $\Delta_{0,i}$ sınır hatasından ne ölçüde etkilenebileceğini gösterir. Güvenilir bir jeodezik ağda bu faktörün olabildiğince küçük

olması istenir [2]. Bu değer direkt olarak uygun olmayan bir durumda koordinatların bir fonksiyonunun tanınamayan kaba hatalar tarafından ne etkide bozulabileceğini gösterir ve fonksiyonun ortalama hatası ile ilişkilidir ve ortalama hatanın 3 katından daha büyük olamaz [10].



BÖLÜM 5

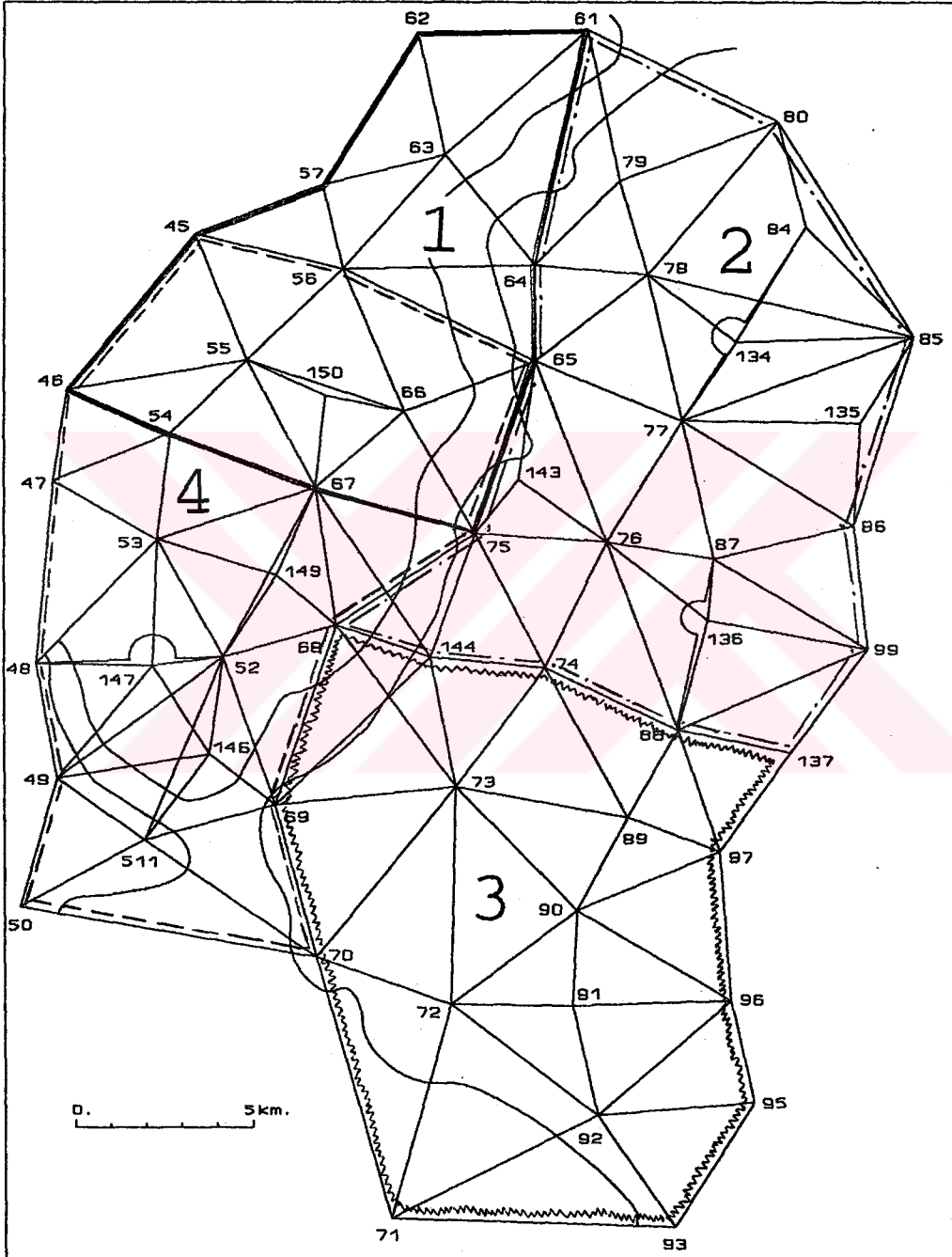
UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ TESTLERİNİN BİR JEODEZİK AĞDA UYGULANMASI

Hata bulmak ve büyük hataları saptamak için uygulanan teknikler, araştırmacının deney ve sezgilerine, ölçmecinin ölçme koşullarını yerine getirmesine dayanır. Sadece sezgilere ve gözlemlerdeki basit kontrollere dayanan sistematik olmayan bir analiz yöntemi küçük, kaba veya sistematik hataları belirlemede yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle, bu hataları belirleyecek çok sistematik bir işlem sırasına olan gereksinim, istatistiksel testlere dayanan tekniklerin gelişmesini sağlamıştır. En küçük kareler yöntemiyle tahmin teorisi, bütün büyük sistematik hataların dengeleme yapılmadan önce giderilmesine ve datanın sadece rastlantısal hatalar tarafından etkilenmesi temeline dayanmaktadır. Büyük hatalar ve uyumsuzluklar, sistematik hata olarak adlandırılırlar.

5.1. TEST AGLARINDAKİ UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN ÜÇ İSTATİSTİK TEST YÖNTEMİNDE BELİRLENMESİNİN SAYISAL UYGULAMALARI

Bu çalışmada, İstanbul Metropolitan Nirengi Ağı'ndan¹ seçilen ve Kanava (5.1)'de gösterilen test ağı, doğrultu ve kenarlar için ağırlıklar hesaplandıktan sonra açı-kenar, doğrultu ve kenar ağı durumunda serbest ağ olarak dengelenerek uyumsuz ölçü testleri uygulanmış ve uyumsuz olarak belirlenen ölçülerin gerçekten uyumsuz olup olmadıklarının irdelenmesi yapılmıştır.

¹ Test ağının seçildiği İstanbul Metropolitan nirengi ağının özellikleri, ölçülerin analizi ve dengeleme hesaplarının sonuçları EK-B'de geniş olarak verilmiştir.



SEKIL 5.1: İSTANBUL NİRENGİ AĞINDAN SEÇİLEN TEST AĞI

Test ağlarının dengeleme hesapları için "NIRDEN [24]" ve "TRINA [21, 25]" isimli bilgisayar programları kullanılmış ve bunlara ilişkin detaylı açıklamalar EK-C'de verilmiştir.

Trina Programında Hesaplanan Tablo Değerlerinin Anlamları aşağıdaki gibidir [24]:

- N.S. = Ağdaki nokta sayısı,
- D.S. = Ağdaki doğrultu sayısı,
- K.S. = Ağdaki kenar sayısı,
- m_0 = Birim ölçünün dengeleme sonrası karesel ortalama hatası,
- $m_0 K$ = Kenarların dengeleme sonrası karesel ortalama hatası,
- $m_0 D$ = Doğrultuların dengeleme sonrası karesel ortalama hatası,
- [Pvv] = Düzeltmelerin karelerinin ağırlıklı toplamı,
- RED. = Ağın serbestlik (f) derecesi (redundanz),
- C = İstatistik test yönteminin kritik değeri,
- v = Dengeleme sonrası ölçülere getirilen düzeltmeler, Doğrultular için (cc), kenarlar için (cm)'dir,
- ND = Normlandırılmış düzeltme,
- ND-SD = Normlandırılmış düzeltme için üst sınır değeri,
- EK = Kaba hata büyüklüğündeki ölçü hatalarının nokta koordinatlarına relatif etkisi, (cm) birimindedir,
- EF = Sınır değer büyüklüğündeki bir ölçü hatasının, koordinatların herhangi bir fonksiyonu üzerine etkisi,
- EV (%r) = Sınır değer büyüklüğündeki muhtemel ölçü hatasının düzeltme değerlerine yansımaları (Kısmi redundanz) yüzde olarak verilmektedir,
- BH-SD = Her ölçü için $\lambda_0=4.13$ değeri ile ortaya çıkarılabilecek kaba hata büyüklüğü için hesaplanan sınır değeri, Doğrultular için (cc), kenarlar için (cm) birimindedir,
- EGK = Sınır değer büyüklüğündeki ölçü hatalarının nokta koordinatlarına relatif etkisidir, birimi (cm)'dir,

BH = Ölçülerde belirlenen büyük hata miktarı. Doğrultular için (cc), kenarlar için (cm) birimindedir,

QA = Doğrultudan enine sapma,

A-POST.= Dengelemeye giren ölçülerin dengeleme sonrası ka-
resel ortalama hatası,

EK = Söz konusu ölçü terk edildiğinde noktalar üzerindeki relatif etkisi, (mm/Km) birimindedir,

LMP = Bölgesel nokta konum hatası, (cm) birimindedir.

Kaba hataların büyüklük oranları hakkında genellikle a-priori bilgiler verilmediğinden uyşumsuz ölçüler adım adım araştırılmalıdır [20]. Uyşumsuz ölçüleri saptama yöntemi şu şekilde uygulanmıştır:

TABLO 5.1a: BELİRLENEN UYUŞUMSUZ OLCULARIN GERÇEKTEN UYUŞUMSUZ OLUP OLMADIKLARININ KONTROLÜ İÇİN ÖRNEK:
{TEST AGİ, DATA-SNOOPİNG (BAARDA) YÖNTEMİ}

[illegible]

Birinci araştırmada test ağı, acı-kenar ağı durumunda serbest ağ olarak dengelenmiş ve 6 adet ölçü uyumsuz olarak bulunmuştur. İkinci adımda ise, bu ölçülerin her adımda hesaplanan test büyüklüklerinden kendi kritik değerini geçen yani, normlandırılmış düzeltmesi en büyük olan ölçü elimine edilmiş, diğerleri bırakılarak dengeleme işlemi tekrarlanmış bu şekilde devam edilerek dördüncü adımda (61,62) ve (69,73) kenarları ile, (73,69) ve (66,150) doğrultuları Uyumsuz Ölçü olarak kabul edilmiştir (Tablo 5.1a). Bu araştırma, diğer üç test yönteminde ve test ağının üç durumunda tekrarlanmıştır (Özet Tablo 5.2a).

İkinci araştırmada ise, bu dört ölçünün gerçekten uyumsuz olup olmadıklarının irdeleme ile belirlenmesidir. Burada da aynı yöntem sırası ile uygulanarak son bulunan dört ölçünün gerçekten Uyumsuz Ölçü olduklarına karar verilmiştir (Tablo 5.1b)

Bundan sonraki araştırmada, test ağı olarak kullanılan büyük ağı, orta bölgelerine gelen kısımlarında üst üste bindirmeli olarak 15, 20 noktadan oluşan dört kısma ayrılmış ve her kısımda açi-kenar, doğrultu ve kenar ağı'nın serbest dengelemesi ile birlikte anılan üç test yöntemi ayrı ayrı uygulanarak, büyük ağıda aynı bölgeye rastlayan kısımlarda aynı ölçülerin uyusumsuz olarak bulunup bulunamayacağı test edilmiřtir² (Özet Tablo 5.2ab).

Özetle; uyusumsuz ölçü analizi yapabilmek ve testin duyarlılığını korumak için ağı kısımlara ayrılmalı, serbest ağı dengelemesi ile veya keyfi seçilecek yeterli sayıda disparametre yani, "Zorlamasız Dengeleme" ile dengelenmeli ve Global Test uygulayarak uyusumsuz ölçü varlığı saptandıktan sonra, hangi ölçünün uyusumsuz olduğunu belirlemek için Data-Snooping (Baarda), Tau (Poppe) ve t (Heck) yöntemlerinden birisi ile her parçada ayrı ayrı test edilmelidir [8]. Bu durum, aynı zamanda data hazırlamada da kolaylık sağlamaktadır.

Ağıda gereğinden fazla dış parametre (sabit alınan koordinatlar) ile dengeleme yapılarak uyusumsuz ölçü aranması çok hatalıdır. Çünkü, verilen dış parametreler kendi değismezlikleri için ölçüleri zorlayarak, kendilerinin uyusumsuz olmaları durumunda ölçülerdeki düzeltmelerin yapay olarak artmasına neden olurlar. Sonuçta ölçüler uyusumsuz çıkar. Testin duyarlılığı ayrıca, ölçü sayısına da bağlıdır. Ölçü sayısının belirli sınırları aşması halinde testin gücü azalır [13].

² Bu incelemenin sonuçları EK-D'de karşılaştırmalı olarak verilmektedir. Tablolar ve uyusumsuz olarak belirlenen ölçüler her parçanın şeklinde doğrultular "Ok" ile, kenarlar ise "Çapraz Çizgi" ile gösterilmiştir.

TABLO 5.2a: KULLANILAN UYUŞSUZ ÖLÇÜ TEST YÖNTEMLERİNİN ÖZELLİKLERİNİN TEST AĞI VE AYRILAN PARÇALARINDA İRDELEMENİN SONUÇLARI.

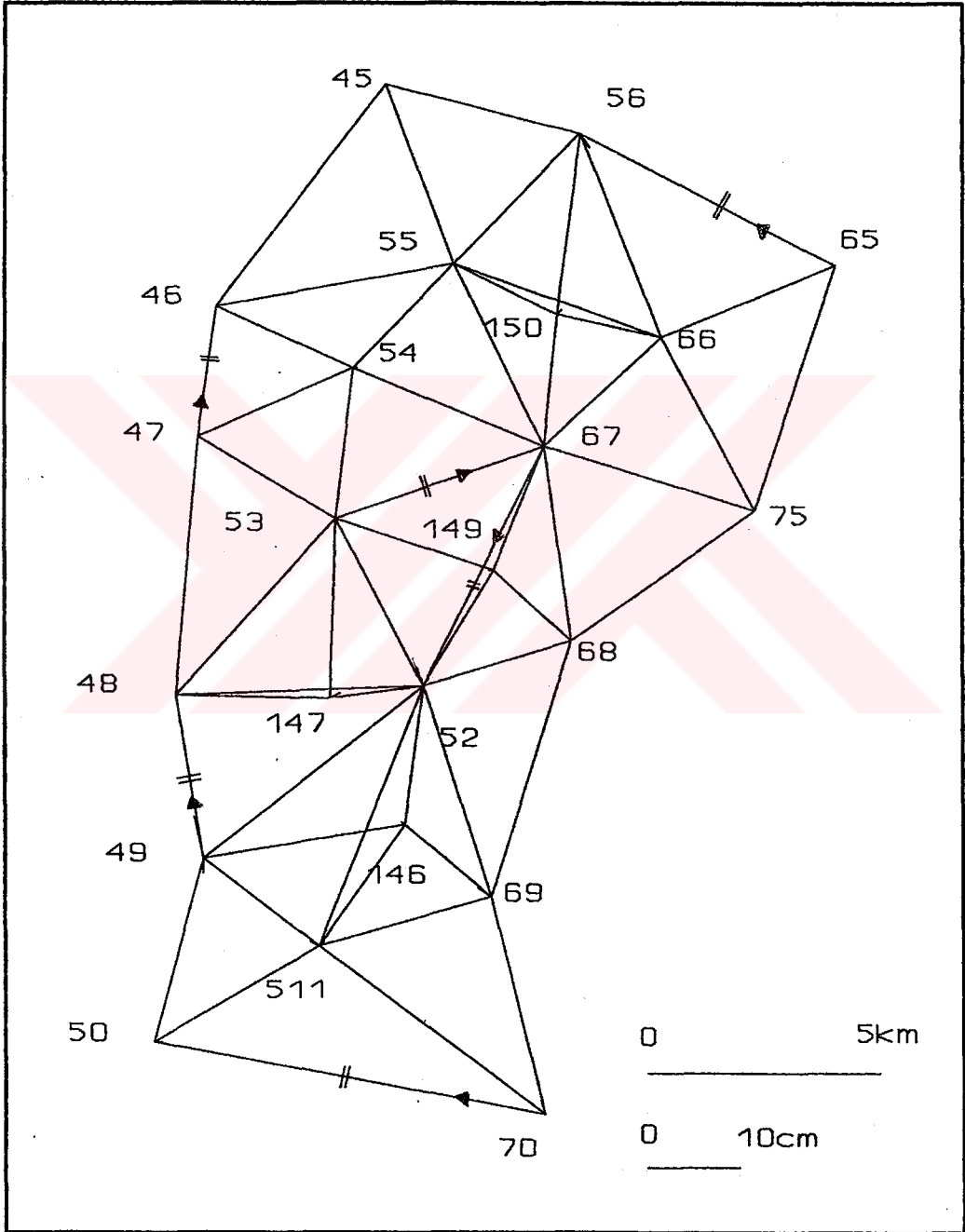
KULLANILAN TEST AGLARININ ÖZELLİKLERİ				DATA-SNOOPING (W. BAARDA)		TAU DAGILIMI (A.J. POPPE)		t-DAGILIMI (B. HECK)	
TEST AĞI ADI	KULLANILAN ÖLÇÜLER	N.S.	D.S. K.S.	f	C UYS.ÖLC.SA.	f	C UYS.ÖLC.SA.	f	C UYS.ÖLC.SA.
TEST AĞI	ACI-KENAR	57	320 152	289 0.001	3.3 6 ADET	289 0.0001	3.825 YOK	289 0.0001	3.919 YOK
	DOĞRULTU	57	320 ---	138 0.001	3.3 3 ADET	138 0.0001	3.697 2 ADET	138 0.0001	3.881 YOK
	KENAR	57	--- 152	? 0.001	3.3 YOK	41 0.0003	3.372 YOK	41 0.0003	3.918 1 ADET
TEST AĞI 1	ACI-KENAR	15	62 32	52 0.001	3.3 3 ADET	52 0.0005	3.310 1 ADET	52 0.0005	3.690 YOK
	DOĞRULTU	15	62 ---	21 0.001	3.3 3 ADET	21 0.0008	3.024 1 ADET	21 0.0008	3.927 1 ADET
	KENAR	15	--- 32	5 0.001	3.3 YOK	5 0.0016	2.163 YOK	5 0.0016	7.608 YOK
TEST AĞI 2	ACI-KENAR	21	105 48	87 0.001	3.3 YOK	87 0.0003	3.483 YOK	87 0.0003	3.733 2 ADET
	DOĞRULTU	21	105 ---	40 0.001	3.3 YOK	40 0.0005	3.290 YOK	40 0.0005	3.804 YOK
	KENAR	21	--- 48	? 0.001	3.3 1 ADET	9 0.0011	2.610 1 ADET	9 0.0011	4.988 2 ADET
TEST AĞI 3	ACI-KENAR	18	79 39	64 0.001	3.3 4 ADET	64 0.0004	3.390 YOK	64 0.0004	3.713 YOK
	DOĞRULTU	18	79 ---	26 0.001	3.3 1 ADET	26 0.0006	3.133 YOK	26 0.0006	3.895 1 ADET
	KENAR	18	--- 39	6 0.001	3.3 YOK	6 0.0013	2.315 YOK	6 0.0013	6.466 2 ADET
TEST AĞI 4	ACI-KENAR	23	118 57	106 0.001	3.3 2 ADET	106 0.0003	3.531 1 ADET	106 0.0003	3.741 1 ADET
	DOĞRULTU	23	118 ---	50 0.001	3.3 2 ADET	50 0.0004	3.355 2 ADET	50 0.0004	3.773 2 ADET
	KENAR	23	--- 57	14 0.001	3.3 YOK	14 0.0009	2.860 YOK	14 0.0009	4.276 YOK

TABLO 5.2b: TEST AĞI VE AYRILAN DÖRT PARÇASINDA ÜÇ TEST YÖNTEMİNDE İRDELEME İLE BELİRLENEN GERÇEKTEN UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN ÖZETİ.

KULLANILAN AĞIN İSMİ	AĞIN KULLANILAN ÖLÇÜLERİ	KULLANILAN TEST YÖNTEMİ		
		DATA-SNOOP	TAU-DGILMI	t-DAGILIMI
TEST AĞI	61- 62 K 73- 69 D 66-150 D 69- 73 K UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK			
	DOĞRULTU	55-150 D 66-150 D	55-150 D	55-150 D
	KENAR	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK
TEST AĞI 1	61- 62 K 66-150 D 61- 62 K			
	DOĞRULTU	55-150 D	55-150 D	55-150 D
	KENAR	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK
TEST AĞI 2	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK			
	DOĞRULTU	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK
	KENAR	85-134 K	85-134 K	85-134 K
TEST AĞI 3	69- 73 K 73- 69 D UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK			
	DOĞRULTU	73- 69 D	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	73- 69 D
	KENAR	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK
TEST AĞI 4	66-150 D 66-150 D			
	DOĞRULTU	55-150 D	55-150 D	55-150 D
	KENAR	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK	UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK

5.2: UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ TEST YÖNTEMLERİNDE, ÖLÇÜLERE VERİLEN YAPAY HATA İLE DENEYSEL OLARAK HATA SINIRLARININ SAPTANMASI

Bu uygulamadaki denemelerde, test ağıının dördüncü parçası kullanılmıştır (Şekil 5.2).



ŞEKİL 5.2: Test Ağı 4

Yapay hata verilen ölçü ile hata sınırlarının deneysel olarak belirlenebilmesi için test ağı 4, önce aç-kenar ağı durumunda serbest dengelemesinde uyusumsuz ölçü testlerinden biri uygulanarak test edilmiştir. İkinci adımda; ağı içinde veya çevresinde, küçük veya büyük, tek veya iki ölçü olması durumunda doğrultu veya kenar ölçülerindeki yapay uyusumsuz ölçünün ağı ölçülerinin doğruluğuna uygun, belirli miktarlarda örneğin: (-) yönde gibi, doğrultularda 5° , 15° ve kenar ölçülerinde de 5cm , 15cm gibi değerlerde eksilti-lerek dengeleme ve test yöntemleri uygulanarak incelenmiş, ölçüler için deneysel hata sınırları veya uygulanan test yöntemlerinin uyusumsuz ölçüyü bulma sınırları belirlenmiştir³. Bu uygulamanın Özet Tabloları (Tablo 5.3ab)'deki bilgilere göre bütün yöntemler, önce kendi içlerinde ağı iç kesimindeki ölçülerde (kısa, uzun veya tek, iki), yapay uyusumsuz ölçüyü, ağı çevresindeki kenar ölçülerine (kısa, uzun/tek, iki) nazaran daha önce bulmaktadırlar. Data-Snooping yöntemi, yapay hatalı ölçüleri diğer yöntemlere nazaran daha önce, bazen t-dağılımı yöntemi ile aynı zamanda bulmaktadır. Tau dağılımı yöntemi, bu sınırları her durumda en geç bulan yöntemdir. Yapay uyusumsuz ölçülerin kenar, doğrultu, iki kenar veya iki doğrultu şeklinde birlikte işleme alınması, deneysel hata sınırlarının belirlenmesinde pek fazla değişikliğe neden olmamaktadır.

t-Dağılımı (Heck) yönteminde, ağı içinde ve dış çevresindeki kısa ve uzun ölçülerde, ölçülerin birlikte işleme alınması durumunda, yapay hatalı ölçünün belirlenebilmesi için hata miktarı çok fazla arttırıldığında, testin duyarlılığı azaldığından deneysel hata sınırları belirlenememiştir Tablo (5.3b ve devamı).

³ Yapılan bu incelemenin sonuçları EK-E'de kullanılan üç test yönteminde karşılaştırmalı olarak aynı sayfada verilmektedir. Şekillerdeki vektörler, yapay hatalı ölçü olan ve bu ölçünün çıkarılması durumundaki koordinatlar arasındaki farkları göstermektedir.

TABLO 5.3a: ÜÇ İSTATİSTİK TEST YÖNTEMİNDE ÖLÇÜLERE VERİLEN YAPAY HATALARLA BELİRLENEN DENEYSEL HATA SINIRLARININ ÖZETİ.

AĞIN DIŞINDA KISA TEK ÖLÇÜ						AĞIN İÇİNDE KISA TEK ÖLÇÜ					
YAPAY HATALI ÖLÇÜLER			DENEYSEL HATA SINIRLARI			YAPAY HATALI ÖLÇÜLER			DENEYSEL HATA SINIRLARI		
D.N.	B.N.	DOĞ./KENAR	DATA-SNP	TAU	t	D.N.	B.N.	DOĞ./KENAR	DATA-SNP	TAU	t
46	47	321.48349 G	-8 cc	-9 cc	-8 cc	52	147	256.72306 G	-9 cc	-10 cc	-8 cc
46	47	2788.3995 m	-8 cm	-9 cm	-8 cm	52	147	2013.2280 m	-4 cm	-4 cm	-4 cm
46	47	2788.3995 m	-9 cm	-10 cm	-9 cm	52	147	2013.2280 m	-4 cm	-5 cm	-4 cm
46	47	321.48349 G	-5 cc	-6 cc	-6 cc	52	147	250.72306 G	-8 cc	-9 cc	-8 cc
AĞIN DIŞINDA KISA ÇİFT ÖLÇÜ						AĞIN İÇİNDE KISA ÇİFT ÖLÇÜ					
YAPAY HATALI ÖLÇÜLER			DENEYSEL HATA SINIRLARI			YAPAY HATALI ÖLÇÜLER			DENEYSEL HATA SINIRLARI		
D.N.	B.N.	DOĞ./KENAR	DATA-SNP	TAU	t	D.N.	B.N.	DOĞ./KENAR	DATA-SNP	TAU	t
46	47	2788.3995 m	-8 cm	-9 cm	-8 cm	52	147	2013.228 m	-4 cm	-5 cm	-4 cm
48	49	3514.0070 m	-12 cm	-13 cm	-12 cm	68	49	2256.5075 m	-6 cm	-6 cm	-6 cm
48	49	262.29443 G	-20 cc	-21 cc	-20 cc	52	147	256.72306 G	-8 cc	-9 cc	-9 cc
46	47	321.48349 G	-8 cc	-9 cc	-8 cc	68	149	184.90019 G	-5 cc	-6 cc	-5 cc
48	49	262.29443 G	-9 cc	-20 cc	-19 cc	52	147	256.72306 G	-8 cc	-9 cc	-7 cc
46	47	321.48349 G	-5 cc	-6 cc	-6 cc	68	149	184.90019 G	-6 cc	-7 cc	-7 cc
46	47	2788.3995 m	-9 cm	-10 cm	-10 cm	52	147	2013.228 m	-5 cm	-5 cm	-5 cm
48	49	3514.007 m	-11 cm	-12 cm	-12 cm	68	149	2256.5075 m	-6 cm	-7 cm	-7 cm

TABLO 5.3b: ÜÇ İSTATİSTİK TEST YÖNTEMİNDE ÖLÇÜLERE VERİLEN YAPAY HATALARLA BELİRLENEN DENEYSEL HATA SINIRLARININ ÖZETİ.

AĞIN DIŞINDA UZUN TEK ÖLÇÜ						AĞIN İÇİNDE UZUN TEK ÖLÇÜ					
YAPAY HATALI ÖLÇÜLER			DENEYSEL HATA SINIRLARI			YAPAY HATALI ÖLÇÜLER			DENEYSEL HATA SINIRLARI		
D.N.	B.N.	DOĞ./KENAR	DATA-SNP	TAU	t	D.N.	B.N.	DOĞ./KENAR	DATA-SNP	TAU	t
50	70	44.89971 G	-22 cc	-23 cc	-22 cc	52	67	395.17686 G	-5 cc	-6 cc	-5 cc
50	70	8504.9345 m	-16 cm	-18 cm	-17 cm	52	67	5727.5495 m	-7 cm	-7 cm	-7 cm
50	70	8504.9345 m	-15 cm	-17 cm	-16 cm	52	67	5727.5495 m	-7 cm	-7 cm	-6 cm
50	70	44.89971 G	-22 cc	-24 cc	-23 cc	52	67	395.17686 G	-5 cc	-6 cc	-6 cc

TABLO 5.3b: UÇ İSTATİSTİK TEST YÖNTEMİNDE ÖLÇÜLERE VERİLEN YAPAY HATALARLA BELİRLENEN DENEYSEL HATA SINIRLARININ ÖZETİ (DEVAM).

AĞIN DIŞINDA UZUN ÇİFT ÖLÇÜ						AĞIN İÇİNDE UZUN ÇİFT ÖLÇÜ					
YAPAY HATALI ÖLÇÜLER			DENEYSEL HATA SINIRLARI			YAPAY HATALI ÖLÇÜLER			DENEYSEL HATA SINIRLARI		
D.N.	B.N.	DOĞ./KENAR	DATA-SNP	TAU	t	D.N.	B.N.	DOĞ./KENAR	DATA-SNP	TAU	t
50	70	8504.9345 m	-16 cm	-18 cm	-17 cm	52	67	5727.5495 m	-7 cm	-8 cm	-8 cm
56	65	6154.7940 m	-14 cm	-15 cm	-15 cm	53	67	4733.5635 m	-9 cm	-9 cm	-9 cm
50	70	44.89971 G	-19 cc	-24 cc	-22 cc	52	67	395.17686 G	-5 cc	-6 cc	-5 cc
56	65	85.23945 G	-12 cc	-13 cc	-12 cc	53	67	71.54463 G	-9 cc	-9 cc	-8 cc
50	70	8504.9345 m	-16 cm	-18 cm	SUNİ	52	67	395.17686 G	-6 cc	-9 cc	SUNİ
56	65	6154.7940 m	-14 cm	-16 cm	HATALI	53	67	71.54463 G	-9 cc	-10 cc	HATALI
50	70	44.89971 G	-22 cc	-24 cc	ÖLÇÜYÜ	52	67	5727.5495 m	-6 cm	-9 cm	ÖLÇÜYÜ
56	65	85.23945 G	-14 cc	-17 cc	BULAMADI	53	67	4733.5635 m	-9 cm	-10 cm	BULAMADI

5.3: KULLANILAN TEST YÖNTEMLERİNİN ÖZELLİKLERİNİN SECİLEN TEST AĞI İLE BU AĞDAN AYRILAN DÖRT PARÇASINDAKİ DURUMU VE KARŞILAŞTIRMALAR

Farklı yöntemler arasında anlamlı bir karşılaştırma yapmak veya birbiri ile ilişki kurarak yorumlamak kolay olmamaktadır. Bu zorluk sadece istatistiksel testlerin yapısındaki farklılıklardan değil, olasılık düzeylerinin de değişikliğinden oluşmaktadır. Yöntemler; özellikleri, duyarlılıkları ve felsefeleri de dikkate alınarak karşılaştırılmalıdır (Özet Tablo 5.4).

Kullanılan uç istatistik test yönteminde de düzeltme değerlerinin analizi yapılmaktadır. Bu analiz, kullanıcıya dengelemeden önce sonuçların güvenilirliğine bir ölçüt vermesinden dolayı her zaman gereklidir .

Test kriterleri önce, kabul edilen a-priori bilgilerden dolayı birbirinden ayrılmaktadır. Data-Snooping yönteminin, σ_0^2 teorik varyans değerinin bilinmesini gerektirmesine karşılık, diğer iki yöntem bu varsayımı kullanmamaktadır. Teorik varyans önceden biliniyorsa, en duyarlı test "Data-Snooping" tir, önceden bilinmiyorsa Global Test uygulanamaz ve

bu değer sonradan belirlenerek, eşit derecede duyarlı olan Tau testi uygulanabilir. Teorik varyansların yaklaşık ($\sigma_0^2 = \theta_0^2$) eşit olması durumunda, aynı test istatistikleri olan T_{k_1} 'i veren tek boyutlu Data-Snooping ve T_{k_2} 'i veren Tau testleri birbirlerine cok benzerler ve varyanslarının bozulmasından dolayı ilk önce uyusumsuz ölçüyü bulamazlar [19]. Böyle bir durumla bu bölümde uygulanan deneysel olarak hata sınırı araştırmasında t-Dağılımı (Heck) yönteminde karşılaşılmıştır. Ölçülere verilen yapay hatanın -35° , -35cm kadar azaltılmasına rağmen, son iki denemede yapay hatalı ölçü (veya ölçünün hata sınırı) belirlenememiştir (Tablo 5.3b Devam).

Test yöntemlerinin en büyük sorunu, kaba hataların yerlerinin belirlenmesidir. Bu yöntemler, sadece uyusumsuz ölçüyü bulmak için geliştirilmiştir. Föestner, ölçülerde yalnızca bir uyusumsuz ölçü olması durumunda ve düzeltmelerin kovaryans matrisinin köşegen elemanlarının etkin olması durumunda, maksimum normlandırılmış düzeltmenin hatayı belirleyeceğini göstermiştir [19]. Hataların dengeleme sonuçlarını etkileme derecesi, toplam redundanzın büyüklüğü ile ilgilidir. Genelde, jeodezik ağlarda redundanz oldukça sınırlıdır. Kısmi redundanzın cok büyük olmadığı küçük ağlarda her yeni red ediş, kısmi redundans r_i 'nin ve test gücünün azalmasına neden olduğundan, tekrarlanması güç ve cok masrafa neden olan ölçmeleri red etmeme nedenini oluşturur. Bu durumda hiç bir zaman gözlemlerin yanlışlığından tamamen emin olmadan red edilmemesi önerilir.

Büyük rastlantısal hatalarla, küçük uyusumsuzluklar kesin olarak ayrılamaz. Bu nedenle bir ölçünün uyusumsuz olarak kabul edilip edilmeyeceğine, seçilen test yönteminin duyarlılığına ve olasılık düzeyine dayanarak karar verilmelidir. Belirtilen bu kriterlere göre, yöntemlerin duyarlılığı sınırlıdır ve bu sınırlar, dengelemenin sonuçları gözönüne alınarak belirlenmelidir.

TABLO 5.4: UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ TEST YÖNTEMLERİNİN ÖZELLİKLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASINDA ÖZET BİLGİ.

TEST PARAMETRELERİ	DATA-SNOOPING YÖNTEMİ (BAARDA) (1968-1976)	t-DAGILIMI YÖNTEMİ (HECK) (1980)	TAU-DAGILIMI YÖNTEMİ (POPPE) (1976)
TEST DAGILIMININ ADI	Normlandırılmış Normal Dağılım $N(0;1)$ (B-Yöntemi) Tek Boyutlu Test	$(n-q-1)$ Serbestlik Dereceli t-Dağılımı Tek Boyutlu Test	$1, (n-q-1)$ Serbestlik Dereceli Tau-Dağılımı Tek Boyutlu Test
KULLANILAN VARYANS (σ)	Teorik (A-Priori) Varyans Biliniyor Olarak Kabul Edilir.	Teorik Varyansın Hesap değeri Bilinmediğinden Test edilecek Ölçü Dışta tutularak A-Posteriori Varyans Kullanılır.	Teorik Varyans Bilinmediği İçin Hesap (A-Posteriori) Değeri Kullanılır.
GLOBAL TEST (f Boyutlu) UYGULANIR/MAZ	Teorik Varyans Bilindiğinden Bu Test Uygulanır. $\frac{\theta^2}{\sigma^2} > F_{1-\alpha; f, \infty}$	Teorik Varyans Bilinmediği İçin Bu Test Uygulanamaz.	Teorik Varyans Bilinmediği İçin Bu Test Uygulanamaz.
TEST BÜYÜKLÜĞÜ (W, τ , t)	$T_{k_1} = \frac{\bar{V}}{\sigma_0 \sqrt{Q_{VV}}}$	$T_{k_2} = \frac{\bar{V}_k}{\theta_{A1} \sqrt{Q_{VV}}}$	$T_{k_3} = \frac{ \bar{V} }{\theta_0 \sqrt{Q_{VV}}}$
TESTİN KRİTİK DEĞERİ (C)	$\sqrt{F_{1-\alpha; 1, \infty}} = X_{1-\frac{\alpha_0}{2}}$ ($C=3.3$ kabul) $C = X_{1-\frac{\alpha_0}{2}}$	$T_{k_2, (f-1), 1-\frac{\alpha_0}{2}}$ $C = t_{1-\alpha_0/2}$	$T_{k_3, (n-q-1), 1-\alpha_0}$ $C = ((n-q) F / (n-q-1) + F)^{1/2}$
TESTİN YANILMA OLASILIĞI (α)	$\alpha = 0.001$ Alınması Halinde Global Ve Tek Boyutlu Testlerin Anlamlılık Düzeyleri Birbirlerine Bağılıdır.	$\alpha = 0.05$ Kabulü ile $\alpha_0 = 1 - (1-\alpha)^{\frac{1}{2}}$ Formülünden Hesaplanır.	$\alpha_0 = 0.05$ Kabulü ile $\alpha_0 = 1 - (1-\alpha)^{1/2}$ Formülünden Hesaplanır.
DİŞMERKEZLİK PARAMETRESİ (δ_0)	(Sıfır Ve Alternatif Hipotezde) 4.14 (Bakınız EK-A)	-----	-----
TESTİN GÜCÜ (γ)	Global Ve Tek Boyutlu Testte $\gamma = \gamma_0 = 880$ İst. Güven % 99.9	% 95	% 95
YÖNTEMİN BELİRLLEDİĞİ HATA TİPİ I. / II. Tip	İki Taraflı Test $k = 1.96$ I. Ve II. Tip Hata	I. Tip Hata	I. Tip Hata

Sonuçta; testler yardımıyla uyşumsuz olarak belirlenen ölçünün atılmadan ve tekrar ölçülmeden önce, kontrolü için Örneğin: data hazırlama, işlem sırası ve diğer model hataları gibi, tüm olanaklar sağlanmalıdır. Ölçülerin, tekrarlanmak istenmemesinin iki nedeni vardır: Birincisi; başka büyük hataların oluşmayacağını güvencesinin olmaması ikincisi ise; ölçülerin bir çok durumda, ilk ölçme özelliğine bağlı kalarak tekrarlanmamasıdır. Buna karşılık ölçmelerin hatalı ve gerekli olması halinde tekrarlanmasından kaçınılmaz.



BÖLÜM 6

SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Matematik istatistiğe ilişkin yayınlar {Örneğin [9]}, ölçülerdeki uyumsuzlukları belirlemek için çok farklı yaklaşımlar getirmekte, jeodeziciler bu yöntemleri jeodezik sorunlarının çözümünde yoğun uygulama eğiliminde bulunmaktadır. Yalnız bu kaynakların, ağır bir dille yazılmış olması ile ortak kabul edilmiş semboller sisteminin ve terminolojinin olmamasından dolayı, uygulamalarında güçlükler çıkmaktadır. Yapılan bu çalışmada kullanılan yöntemlerin 20 senedir gelişme göstermesine rağmen, yaygın kullanılmalarının ve sadece Jeodezi uzmanlarınca uygulanmalarının bir nedeni de budur.

Bu çalışmada, dengeleme hesabından sonra, uyumsuz ölçülerin saptanmasında kullanılan istatistiksel test yöntemlerinin (Data-Snooping, Tau ve t-Testi), küçük miktarlardaki kaba hataların belirlenmesinde bile çok hassas ve yeterli oldukları kanıtlanmıştır. Her jeodezik problemde sadece iyi bir çözüm değil, aynı zamanda kaliteli bir ölçme de sağlanmalıdır. Dengeleme sonuçlarının güvenilirliği, ölçülerin doğruluğuna ve bunların modelde nasıl kullanıldığına dayanır. Bu sonuçlara göre irdelenirse, sözü edilen iki konu üzerinde önemle durulması gerekir: Birincisi; modelin geometrisi açısından ölçülerin doğruluğunun sonuçları nasıl etkilediği, ikincisi ise; modelin ölçülerdeki küçük değişikliklere karşı ne kadar duyarlı olduğudur. Birinci durum öncelikle ölçülerin doğruluğuna veya modele uygunluğuna, ikinci durum ise: modelin gücüne, yani ölçülerdeki küçük değişikliklere karşı gösterdiği tepkiye veya sonuçların güvenilirliğine karşılık gelmektedir. Ağın anlamlı ve ayrıntılı bir analizi için, sonuçların ne cedit büyük hatalardan

etkilenebileceğinin bilinmesi gerekir. Ölçü doğrulukları hakkında yeterli bilgi olmadan araştırmaya başlanmamalıdır.

Sonuçlar kısaca özetlenirse:

1-) Uyşumsuz ölçü aramada kullanılan istatistik testlerin üstünlüğü varsayımların azlığına bağlıdır. Baarda'nın Data Snooping yönteminde teorik standart sapma biliniyor olarak kabul edildiğinden, önce Global Test uygulanıp uyşumsuz ölçü varlığı araştırıldıktan sonra standartlaştırılmış düzeltmeler, normal dağılımda olan kriter değeri ile karşılaştırılmaktadır. Poppe yönteminde ise, test büyüklüğü ve kriter değeri Tau dağılımındadır ve bu yöntemde, teorik standart sapmanın hesap değeri kullanılarak uyşumsuz ölçü, ölçü kümesinden çıkarılmadan dengeleme hesabı yapılmaktadır. Bu açıdan Heck yönteminde daha az kabul vardır ve uyşumsuz ölçü işleminden çıkarıldıktan sonra t-dağılımlı kriter değeri ile karşılaştırılmaktadır (Özet Tablo 5.4a).

2-) Uyşumsuz ölçü testlerinde en önemli husus, uyşumsuz çıkan ölçünün yenilenip yenilenmemesine karar verilmesidir. Çünkü uyşumsuz ölçü testi genellikle, kaba ölçülerin saptanması için arazide yapılan kontrol hesaplamalarından sonra, büroda yapılan dengeleme hesaplarında ortaya çıkmaktadır ve uyşumsuz çıkan bir ölçü ağı yapısını önemli derecede zayıflatmıyor ve nokta koordinatlarını da önemli derecede değiştirmiyorsa, ölçünün tekrar edilmesinin zorunlu olmayacağı düşünülmelidir. Bunun için kıstas, yönetmelikte öngörülen hata sınırları yönünden durumun irdelenmesidir. Her jeodezik çalışmada uyulacak kurallar yönetmelikler yada şartnamelerle belirlidir ve uyşumsuz ölçünün atılıp atılmayacağı o yönetmelikte öngörülen hata sınırlarına bağlı olarak düşünülmelidir. Yönlendirici belgeler ve hedeflenen doğruluklar, hata sınırları açısından hükümler taşırlar. Örneğin: Bu çalışmada kullanılan ölçüler 3. derece sıklaştırma ağı için amaçlanmıştır. 3. derece sıklaştırma ağının tesisinde hedeflenen doğruluk, Büyük Ölçekli Haritaların

Yapım Yönetmeliğinde belirtilmiştir. Bu yönetmeliğe göre: noktaların kesin koordinatlarından hesaplanacak kenarların bağıl doğruluğunun $1/50000$ 'i geçmemesini öngörmektedir [23 mad.35]. Ortalama kenar uzunluğu 3. derece sıklaştırma ağları için 5 km olacağına göre, kesin kenarın ortalama hatası için verilen hata sınırı 10 cm mertebesinde olmaktadır. Bir kenarı oluşturan iki noktanın koordinatlarının yaklaşık bir hesap için aynı doğrulukta olduğu varsayılırsa, kenarın ortalama hatası m_s ; koordinatların ortalama hatası cinsinden $m_s = m_x \sqrt{2}$ ve buradan karesel ortalama hata: $m_x = m_y = m_s / \sqrt{2}$ bulunur. Karesel ortalama hatanın yaklaşık olarak hata sınırının $1/3$ 'i olduğu dikkate alınır 5 km için hata sınırı: $m_s = 10\text{ cm}$ ve $m_x = 10 / \sqrt{2} = 7\text{ cm}$ 'dir. O halde 3. derece sıklaştırma ağlarında uyusumsuz ölçünün koordinatlara etkisinin $7/3 \approx 2\text{ cm}$ 'den büyük olması halinde bu ölçünün tekrar edilmesinin kaçınılmaz olduğu sonucuna varılır.

3-) Nirengi ağlarının her kesiminde, uyusumsuz ölçülerin belirlenmesi aynı derecede kolay olmaz. Bu güçlük, serbestlik derecelerinin az olduğu ağlarda (kontROLSÜZ yada az kontrollü ölçülerin bulunduğu kesimlerde), özellikle kendisini gösterir. Böyle durumlarda açığa çıkarılamayan uyusumsuz ölçüler, koordinatların da hatalı olmasına neden olur. Sonuçta dengeleme sonrası doğruluk ölçütleri (m_x, m_y, m_p) sonuçların iyiliği ve güvenilirliği hakkında bilgi vermekte yetersiz kalır veya yanlış bilgiler verirler. Bu nedenlerden, fonksiyonel ve stokastik modelin uygunluğu ve tutarlılığı, istatistik testlerle araştırılmalı ve olabilecek model hataları belirlenmelidir. Kullanılan testin gücüne bağlı olarak, hangi büyüklükteki ölçü hatalarının belirlenebileceği "İç Güvenirlik" ve belirlenemeyen hataların dengeleme sonuçlarını hangi ölçüde etkileyebileceği "Dış Güvenirlik" saptanmalıdır.

4-) n ölçü sayısı arttıkça yani, çok büyük serbestlik derecelerinde test gücü azalır (duyarsızlaşır). Maksimum

ölçü sayısı (örneğin, Data-Snooping yönteminde) 40 alınmaktadır. Bu nedenle uyumsuz ölçü testi için dengeleme hesabının, ağırlık kısımlara bölünerek uygulanması ve bu kısımlarda uyumsuz ölçülerin ölçü kümesinden çıkarılması gerekir.

5- Tanıtılan ve uygulaması yapılan bütün bu yöntemlerin yeterliliğine rağmen araştırmalar halen devam etmekte ve hataların lokalizasyonu (yerelleştirilmesi) ile ilgili problemlerle karşılaşmakta ve ileri gelişmelere gerek duyulmaktadır.

6- Kaba hataların; sayısı, büyüklüğü, sıklığı, birikimi ve dağılımı hakkında daha fazla bilgiye gereksinim vardır.

7- Sadece I. tip hataları dikkate alan Tau (Poppe) ve t- (Heck) Dağılımı yöntemleri için de, ileri gelişmelere gerek duyulmaktadır.

8-) Büyük ölçekli haritaların yapım yönetmeliğinde, uyumsuz ölçülerin ağırlık iç ve dış güvenilirliğine olan etkilerinin de bir örnekle açıklanması ve uyumsuz ölçü aramada kullanılan diğer yöntemlerin örneğin; Data-Snooping (Baarda) ve t-Dağılımı (Heck) hakkında da açıklama yapılması gerekmektedir [27; Mad=35; Say=52].

9-) Uyumsuz ölçü testlerinde temel veri ölçünün düzeltilmesidir. Bir ölçü düzeltilmesi ise tüm ölçülerden etkilenmektedir (3.17). Bu nedenle işe en büyük test büyüklüğü ile başlanmalıdır. Sınır değeri aşan en büyük test büyüklüğünün ait olduğu ölçü, ölçme planından çıkarıldıktan sonra tekrar yapılan dengeleme hesabı ile test yöntemi tekrarlanmalıdır.

Sonuçta; istatistik testler, kendisinden beklenenler bilindiği sürece çok faydalıdır. Test sonuçları, problemin konusuna bağlı olarak mantıklı bir şekilde yorumlanmalıdır.

KAYNAKLAR

- [1] AKSOY, A., Nirengi Sıklaştırmaları ve Sorunları, İTÜ İnşaat Fakültesi Jeodezi Anabilim Dalı Seminerleri, 1988.
- [2] DEMİREL, H., Jeodezik Ağlarda Duyarlılık ve Güven Ölçütleri, Türkiye I. Harita Kurultayı, Ankara, Subat 1987.
- [3] AKSOY, A., Lineer Modellerde Parametre Tahmini, Yüksek Lisans Ders Notu, Yayınlanmadı, 1980.
- [4] KOCH, K.R., Ausreiser-tests Und Zuverlaessigkeitmasse, VR, Heft 8, 1983.
- [5] AYAN, T., Jeodezik Ağların Analizi, Yüksek Lisans Ders Notu, Yayınlanmadı, 1988.
- [6] AKSOY, A., Jeodezik Değerlerin Matematik İstatistik Testlerle İrdelenmesi, Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı Ankara, 1987.
- [7] KOCH, K.R., Parameter Estimation And Hypothesis Testing in Lineer Models, Springer Verlag, 1987.
- [8] AKSOY, A., Matematik İstatistik ve Jeodezide Yorumlama Tekniğı, Yüksek Lisans Ders Notu, Yayınlanmadı, 1978.
- [9] AKSOY, A., Matematik İstatistik Yöntemlerle Jeodezik Ölçülerin İrdelenmesi, İTÜ Kütüphanesi, Sayı 987, 1974.
- [10] ÖZTÜRK, E., Matematik İstatistik, Yüksek Lisans Ders Notu, Yayınlanmadı.
- [11] AKSOY, A., Uyumsuz Ölçüler Testi, Harita Dergisi, Sayı=93, 1985.

- [12] PELZER, H., Überprüfung von Ausgleichungsmodellen, Geodaetische Netze in Landes und Ingenieurvermessung II, Konrad Wittver, 1985.
- [13] AKSOY, A., ÜZGEN, M.G., ARSLAN, E., İzmir Nirengi Ağı Dengelemesinde Yöntem Belirleme ve Sonuçların İncelenmesine İlişkin Rapor, 1988.
- [14] BAARDA, W., A Testing Procedure For Use In Geodetic Network, NGC Publication On Geodesy, New Series, Vol 2, No:5, Delft, 1968.
- [15] AYAN, T., Jeodezik Ağların Optimizasyonu, İTÜ İnşaat Fakültesi Jeodezi Anabilim Dalı Doçentlik Tezi, Yayınlanmadı, 1981.
- [16] FÜRSTNER, W., Das Programm TRINA Für Geodaetische Lage Netze in Der Landesvermessung, NÖV, 12. Jahrgang, Heft=Mai, 1979.
- [17] POPE, A.J., The Statistics of Residuals and the Detection of Outliers, NOAA Technical Report NOS 65 NGS1, 1976.
- [18] HECK, B., Der Einfluss Einzelner Beobachtungen Auf Das Ergebnis Einer Ausgleichung und Die Suche Nach Ausreißern in den Beobachtungen, AVN, Heft 1, 1981.
- [19] KAVURAS, M., On The Detection of Outliers And The Determination of Reliability in Geodetic Networks, Technical Report, No=87, UNB, Fredericton Canada, 1982.
- [20] HECK, B., Statistische Ausreißerkriterien Zur Kontrolle Geodaetischer Beobachtungen, VIII. International Kurs Für Ingenieurvermessungen, Konrad Wittwer Band 1, B10, 1980.
- [21] FÜRSTNER, W., Dass Program TRINA Zur Ausgleichung Und Gutebeurteilung Geodaetischer Lage Netze, ZFV, Heft 2, 1979.
- [22] AKSOY, A., İstanbul Metropolitan Nirengi Ağı Çalışmaları Ölçme İşleri, Ön Rapor, Yayınlanmadı, 1986.

- [23] BILL, R., Ein Strategie zur Ausgleichung und Analyse von Verdichtungsnetzen, DGK, Reihe C, Nr=295, 1984.
- [24] AKSOY, A. DILEK, H.S., Jeodezik Ağların Dengelenmesi İçin NİRDEN Programı, İ.T.Ü İnşaat Fakültesi, Jeodezi Anabilim Dalı Yüksek Lisans Semineri, Yayınlanmadı, 1980.
- [25] FÖRSTNER, W., Dass Program TRINA Fur Geodaetischer Lage Netze In Der Landesvermessung, NÜV 12 Jahnrang, Heft Mai, 1979.
- [26] AKSOY, A., İstanbul Metropolitan Nirengi Ağı Çalışmaları, Ölçülerin Analizi ve Dengelemesi, Teknik Rapor, Yayınlanmadı, 1987.
- [27]....., Büyük Ölçekli Haritaların Yapım Yönetmeliği, Resmi Gazete Sayı=19711, 31.01.1988.

EKLER

EK-A: DATA-SNOOPING (BAARDA) YÖNTEMİNDE DİSMERKEZLİK PARAMETRESİNİN HESAPLANMASI İLE İLGİLİ SAYISAL ÖRNEKLER

Sekil (4.3)'den $Z = \frac{x - \delta_0}{\sigma_x}$ ve sayısal uygulamada olduğu

gibi $\sigma_x = 1$ alınır, $Z = x - \delta_0$ olur.

ÖRNEK 1-

$$\alpha = 0.05; \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025; \quad \gamma = 0.975 \quad \text{icin} \quad \delta_0 = ?$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad \text{icin} \quad x_{1-\frac{\alpha}{2}} = x_{1-0.025} = x_{0.975} = 1.96$$

tablodan alınarak $\gamma = 0.975$ ve $1-\gamma = 0.025$ için,

$$x_{1-\frac{\alpha}{2}} - \delta_0 = x_{1-\gamma} = x_{0.025} = -1.96$$

hesaplanır ve,

$$1.96 - \delta_0 = -1.96$$

$$\delta_0 = 3.92$$

bulunur.

ÖRNEK 2-

$$\alpha = 0.05; \quad \gamma = 0.80 \quad \text{icin} \quad \delta_0 = ?$$

$$x_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96 \quad (\text{Tablodan}); \quad x_{1-\gamma} = x_{0.20} = -0.85$$

$$1.96 - \delta_0 = -0.85; \quad \delta_0 = 2.81 \quad \text{bulunur.}$$

ÖRNEK 3-

$$\alpha = 0.001; \quad \gamma = 0.70 \quad \text{icin} \quad \delta_0 = ?$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.9994 \quad \text{icin} \quad x = 3.29$$

$$x_{1-\gamma} = x_{0.30} = -0.52; \quad \gamma = 3.29 - 0.52 = 3.81 \quad \text{bulunur.}$$

ÖRNEK 4-

$$\alpha = 0.001; \quad \gamma = 0.80 \quad \text{icin} \quad \delta_0 = ?$$

$$x_{1-0.0005} = 3.29 \quad x_{1-\gamma} = x_{0.20} = -0.85$$

$$\delta_0 = 3.29 + 0.85 = 4.14$$

bulunur.

EK-B: TEST AĞININ SECİLDİĞİ İSTANBUL METROPOLİTAN NİRENGİ AĞININ ÖZELLİKLERİ

Test ağı olarak, 1986 yılında İstanbul Büyükşehir Belediye Başkanlığınca yaptırılan İstanbul Metropolitan Nirengi Ağı'nın bir bölümü seçilmiştir. Kenar uzunlukları ortalama 5 km olan ağ, İstanbul Metropolitan alanda İstanbul Boğazı çevresinde, Anadolu ve Rumeli tarafında uzanmaktadır. Tüm ağda, 225 nirengi noktası vardır. Noktalardaki zemin işaretleri "Zeminde Demirli Beton Pilye", "Bina Üstü Pilyesi" ve "Bronz Civi" olmak üzere üç tip olarak tesis edilmiştir [22].

Test ağının doğrultu ölçüleri Wild T3 Teodoliti ile "Dizi Yöntemi" nde 8 dizi olarak ölçülmüştür. Durak noktalarının bazılarında görüş olanaklarının oluşturduğu zorluk nedeniyle, Butün Dizi yerine Parça Dizi ölçmeleri yapılmıştır. Bu tür parça diziler, herbiri için ayrı yöneltme bilinmeyi verilerek, dengeleme hesabına ayrı diziler olarak alınmaktadır. Bazı noktalarda Dışmerkez Gözlem'ler yapmak zorunluluğu gerekmiştir. Bu doğrultular merkeze çevrildikten sonra, aynen parça dizilerde olduğu gibi, ayrı yöneltme bilinmeyi ile dengelemeye alınmıştır. Dizi yöntemi ile yapılan doğrultu açısı ölçmelerini doğruluk yönünden irdelemek amacı ile, istasyon dengelemesi yapılmış ve her istasyonda bir doğrultunun karesel ortalama hatası hesaplanmıştır [26].

Ağın kenarları, Aga-Geodimeter 16 Elektronik Uzaklık Ölçer ile karşılıklı olarak ölçülmüştür. Kenar ölçmelerine ek olarak, meteorolojik düzeltmelere esas olmak üzere alet kurulan noktada, hava basıncı ile kuru ve ıslak hava ısıları yansıtıcı kurulan noktada ise, sadece kuru ve ıslak hava ısıları ölçülmüştür. Yansıtıcı kurulan noktadaki ölçülen hava basıncı,

$$P_y = P_A e^{\left(-\frac{h}{18476}\right)(1+\alpha t)} \quad (B.1)$$

Jordan formülü ile hesaplanmıştır. Burada; P_A : alet kurulan noktadaki hava basıncı, h : yansıtıcı ve alet kurulan noktada $h = H_y - H_A$ formülünden hesaplanan yükseklik farkı ve t : ortalama ısıdır. İstanbul Bölgesi için $\phi = 41^\circ$ ve $\alpha = 0.0037$ olarak alınmıştır. Geodimeter 16'da, taşıyıcı dalga boyu $\lambda = 0.91 \mu$ 'dür. Norm uzunluk, $P = 760 \text{ mmHg}$ ve $t = 20^\circ \text{ C}$ koşullarına göredir. Bu değerlerle,

$$E' = 10^{\left(\frac{7.5t'}{273.2 + t'} + 0.6609\right)} \quad (B.2)$$

ve $e = E - 0.000662 (t - t') P$ olmak üzere durulan ve bakılan noktalardaki ortamların kırılma indisleri,

$$N_i = 1 + \left(\frac{1}{273.2 + t_i}\right) (105.523332 P_i - 11.20 e) 10^{-6} \quad (B.3)$$

eşitliği ile hesaplanmış ve ortalaması, ışın yolundaki ortamın kırılma indisi olarak alınmıştır. Burada, t ; kuru hava ısısı, t' ; ıslak hava ısısı, $P(mmHg)$; hava basıncıdır. Ortalama kırılma indisi N ,

$$N = \frac{N_A + N_Y}{2} \quad (B.4)$$

durulan ve bakılan noktalara göre ortalama olmak üzere, ölçülen uzunluğa D' ve düzeltilmiş uzunluğa D denilerek kullanılan alet için,

$$D = D' (273.57829 - N) \quad (B.5)$$

eşitliğinden hesaplanmıştır.

Gerek elektronik uzaklık ölçer, gerekse basınç ölçümünde kullanılan barometre kalibre edilerek okuma değerlerine gerekli düzeltmeler getirilmiştir. Aga-16 elektronik ölçü aletinin Çilingirköy ayar bazında ayar ölçüleri yapılmış ve dengeleme sonucu,

Birim Ölçünün Kar. Ort. Hatası; $m_0 = \pm 4.9 \text{ mm}$,

Ölçek Katsayısı ; $\alpha = 2.44 \text{ mm/Km} \pm 1.7 \text{ mm/Km}$,

Sıfır Noktası Eki Hatası ; $k = -6.75 \text{ mm} \pm 2.8 \text{ mm}$,

olarak elde edilmiştir. Bulunan bu değerlerin significant olup olmadıkları istatistik testlerle irdelenmiştir. Bunun için $y^T = |\alpha, k|$ denirse, y vektörünün dengeleme sonucu ağırlık katsayılar matrisi Q_{yy} olmak üzere,

$$T = \frac{y^T Q_{yy}^{-1} y}{2m_0} = 3.95 \quad (B.6)$$

test büyüklüğünün (2.46)'dan Fischer dağılımında olmasından hareket edilerek, $\alpha=0.05$ yanılma olasılığı için bulunan $F_{\alpha,2,f}=4.10$ değeri ile karşılaştırılması durumunda, $T < F_{\alpha}$ ile significant bir ölçek uyumsuzluğu ve sıfır noktası eki hatası olmadığı, bu değerlerin rastlantısal olduğu sonucuna varılmıştır [22].

B.2: İSTANBUL METROPOLİTAN NİRENGİ AĞINDA ÖLÇÜLERİN ANALİZİ VE DENGELEME HESAPLARININ SONUÇLARI [26]

1-) Doğrultu açıları için yapılan istasyon dengelemesi sonucu her istasyon için elde edilen birim ölçünün karesel ortalama hataları arasında Fisher Test yöntemi ile karşılaştırma yapılarak, aynı doğrulukta olanlarla olmayanlar belirlenmiş, uygun ağırlık seçimi ile tüm doğrultu açıları standartlaştırılmıştır.

2-) Tüm ağ, test etkenliğinin korunmasını sağlayacak şekilde parçalara ayrılmış, Studentleştirilmiş düzeltmelere uyumsuz ölçü testlerinden Tau (Poppe) Test yöntemi, doğrultu açıları ve kenarlar için ayrı ayrı uygulanarak, uyumsuz ölçüler belirlenmiştir. Bu ölçülerden, ölçü değerlerinin arazi ölçü karnesi değerleri ile, yazım yada dış-merkezdeki hatalar nedeniyle uyumsuz olarak saptananları düzeltilmiş, hiç bir nedeni bulunamayan uyumsuzluklarda sınır değere yakın olanlar, ağın yapısı dikkate alınarak muhafaza edilmiş, limit değeri çok aşanlar ölçü karnesinden çıkarılmıştır.

3-) Tüm ağ, uyumsuz ölçüler atıldıktan sonra açı ve kenarlarla ayrı ayrı serbest ağ olarak dengelenmiş ve elde edilen sonuçlardan, açı ve kenarlar için uygun ağırlıklar, bu ön dengeleme ile belirlenmiştir.

4-) Tüm ağın bu kez açı-kenar ağı olarak, serbest dengelenmesi ile bulunan koordinatları, Ülke ağına ait noktaların verilen koordinatları ile karşılaştırılmış, uygulanan istatistik test sonucu aralarında belirli bir uyumsuzluk tespit edilmiştir.

5-) Ön inceleme ile, bu uyumsuzluğun ölçek farklılığından kaynaklandığı görülmüş, bu görüşü irdelemek için ağda, Ülke ağı koordinatları sabit olarak alınıp sadece doğrultu açısı ölçmeleri ile yeni bir dengeleme yapılmıştır. Bulunan bu koordinatlarla, açı-kenar ağının serbest dengelenmesi sonucu bulunan koordinatlar arasında, Benzerlik (Helmert) dönüşümü yapılarak, dönüklük ve ölçek faktörü hesaplanmıştır.

6-) Bu büyüklükler için yapılan istatistik irdelemede, dönüklük için bulunan değer in sıfır alınabileceği yani dönüklük olmadığı, buna karşılık $1/133333$ oranında [7.5 mm/km] bir ölçek farklılığı olduğu belirlenmiştir.

7-) Bulunan ölçek uyusumsuzluğunun, ayar ölçmelerinde açığa çıkmamasıyla birlikte, nirengi kenarlarının ölçüldüğü elektronik ölçeklerdeki bir ölçek farklılığından kaynaklanıp kaynaklanmadığını belirlemek için, kenar ölçülerinin kalibre edilmiş ayrı bir elektronik uzaklık ölçer olan Range-Master ile ölçüldüğü Adalar Nirengi Ağında, serbest ağ dengelemesi ile belirlenen nokta koordinatları ile, İstanbul Nirengi Ağının aynı kesimindeki bir bölümünün yine serbest ağ dengelemesi ile bulunan koordinatları arasında Benzerlik (Helmert) Dönüşümü yapılarak ölçek faktörü belirlenmiş, yapılan istatistik irdeleme ile bu faktörün (1) alınabileceği yani, iki cins elektronik uzaklık ölçerin verdiği ölçeklerde bir farklılık olmadığı saptanmıştır.

8-) Bu durum karşısında, $1/133000$ ölçek uyusumsuzluğunun pratik uygulamalar için önemli sakıncalar yaratmayacağı, uyusumsuzluğun, daha çok verilen Ülke ağı noktaları çevresinde yoğunlaşacağı ve iç bölgelerde ölçek tutarlılığının korunacağı görüşü ile, Ülke ağı nokta koordinatlarında bir değişiklik yapmayı gerektiren dengeleme yöntemi yerine, bu noktalar sabit tutularak, orijinal ölçüler ve yeni noktaların koordinatları dengeleme sonucu belirlenmiştir.

EK-C.1: SAYISAL UYGULAMALARDA KULLANILAN BİLGİSAYAR PROGRAMLARI

Test ağıının dengeleme hesapları, İ.T.U Bilgi İşlem Merkezinde, IBM 4381 bilgisayarında yapılmıştır. Test ağıında dengeleme ve ölçülerdeki uyumsuzlukların test edilmesinde "NİRDEN" ve "TRINA" isimli iki program kullanılmıştır.

C.1.1: NİRDEN PROGRAMI

Bu program; Serbest, Dayalı ve Hareketli Sabit Noktalı Nirengi Ağlarında (açı-kenar birlikte veya ayrı ayrı) Gauss-Markoff modelinde, düzlemde ve Gauss-Krüger düzleminde dengeleme yapmakta, ayrıca Uyumsuz Ölçü Testlerinden Tau (Poppe) ve t (Heck) Test Yöntemlerinin "c" kritik değerlerini hesaplamaktadır. Program Fortran IV dilinde Mühendis Sıtkı DİLEK tarafından "Nirengi Ağlarının Dengelemesi" için "DİLEK" adı altında yazılmış, sözü edilen testleri uygulamak üzere Prof.Dr. Ahmet AKSOY tarafından geliştirilmiştir. Bir ana ve 9 alt programdan oluşmaktadır [24].

NİRDEN Programının Gerçekleştirdiği Çözümler Sunlardır:

DENGİ : Ana programdır. Alt programların yönetimini sağlamak ve hesap işlemlerindeki seçimi saptayan bilgiler ile, "Dayalı ve Serbest Ağ" larda verilen noktalar için stokastik varsayıma göre gerekli işlemleri yapmaktadır. Bu program ayrıca, kenarlar için düzeltme denklemi katsayılarını, Tau ve t-Dağılımındaki Uyumsuz Ölçü testlerinin "c" kritik değerleri ile, bu ölçülere ilişkin test değerlerinin hesaplanmasını ve yazdırılmasını kapsar. İstendiğinde ölçü ve yaklaşık koordinatların ilk kontrolü için, düzeltme denklemleri katsayılarını ve küçültülmüş ölçüleri kapsayan geçici abrisi oluşturur.

SUB. NİRDEN 1: Ölçüleri (Doğrultu, Kenar, Yaklaşık Koordinat) okur, hesap yapılan bölgeye uygun elipsoidal enlem, boylam ve Gauss küresi yarıçapını bulur.

SUB. NİRDEN 2: Doğrultular için düzeltme denklemi katsayılarını hesaplar, yöneltme bilinmeyenini toplam teoremi yöntemi ile elimine eder.

SUB. NİRDEN 3: Normal denklem katsayılar matrisi ile serbest ağ dengelemesinin "Tüm İz Minimum" yada "Kısmi İz Minimum" durumundaki ek şartları oluşturur. Ayrıca bilinmeyenler, düzeltme değerleri ve [Pvv]'yi hesaplar.

SUB. NIRDEN 4: Kesin koordinatlar ve bunlara ilişkin karesel ortalama hata, nokta konum hatası ve hata elipsi değerlerini hesaplar. Doğrultular için genel özeti yazar.

SUB. NIRDEN 5: Ölçülen kenarları yazar. Kenarlar için karesel ortalama hata hesabı yapar ve kenarlar için genel özeti yazar.

SUB. NIRDEN 6: Ağ noktalarının sabit veya hareketli olması durumuna göre, normal denklem katsayılar matrisini düzenler ve doğrultu ve kenar ölçüleri için hata denklemi katsayılarını katsayılar matrisine yerleştirir.

SUB. NIRDEN 7: Açıklık acısı ve kenar hesabı yapar.

SUB. NIRDEN 8: Normal denklemleri çözer.

SUB. DXTAU : Tau ve t-Dağılımında olan Uyusumsuz Ölçü Test Yöntemlerinin "c" test değerleri ile studentleştirilmiş düzeltmeleri hesaplar ve karşılaştırır.

C.1.2: TRINA PROGRAMI

Serbest, Dayalı ve Hareketli Sabit Noktalı olan Jeodezik Ağların açı-kenar birlikte ve ayrı ayrı durumlarının Gauss-Markoff modeline göre, düzlemde ve Gauss-Krüger düzleminde Dayalı ve Serbest Ağ Dengelemesini, ölçülerin Uyusumsuz Ölçü Test Yöntemlerinden Data-Snooping (Baarda) Yöntemin'de test edilmesini ve ağın şeklini hesapla inceleyebilmek amacı ile geliştirilmiştir. Bu programda bir dengeleme hesabı haricinde sonuçların iyiliğinin (ağıdaki doğruluk ve güvenilirlik) yorumlanması için objektif ölçütler kullanılmıştır. Data olmadan 110 kb'lık alan ve üst yazım teknikleri kullanılarak 56 kb'lık çekirdek hafıza gerektirmektedir. Bu durumda büyük bilgisayarlarda 300, kişisel bilgisayarlarda ise, 33 noktalı ağ dengelenebilmektedir. Bir ana, 49 alt program, 3 integer, 1 logical function, 2 double precision functiondan oluşmaktadır [21]. Bu çalışmada kullanılmak üzere, tarafımdan I.T.U'deki bilgisayar sisteminde çalışır duruma getirilmiştir.

Trina Programının Gerçekleştirdiği Çözümler Sunlardır [25]:

1-) Büyük hataların lokalizasyonu için istatistik test "Data-Snooping" (Baarda) Yöntemi'ni uygular.

2-) Ölçüler (kenar, doğrultu) ve bağlantı noktaları arasında doğruluk koşullarının belirlenmesi için bir a-posteriori varyans tahmini (istenirse) yapılır.

3-) Ölçü değerleri ve yaklaşık koordinatlar dengeleme öncesi düzenlenen geçici abris ile kontrol edilir. Buna göre

yaklaşık koordinatların noktaların relatif konumlarını %20 doğrulukla vermesi ve ölçek bozukluğu içermeyen bir iterasyonla elde edilmesi gerekir.

4-) Ölçülerin analizi ve ağın incelemesi için, ağ geometri-
si ve ölçülere (doğrultu ve kenar) ait tüm bilgileri
içeren iki abris elde edilir. Bunlar:

- a-) Kaba ölçme hatalarını araştırmak için bir istatistik test sonuç listesi,
- b-) Ölçülerin kontrol edilebilirlik (İç Güvenirlik) kriterleri olan redundanz payları ve ölçü hatalarının düzeltmeler üzerine etkisi ile kaba hatalar için tahmin değerleri,
- c-) Sonuçlar üzerine ölçülerin veya belirlenemeyen kaba hataların etkisine ilişkin bilgiler (Dış Güvenirlik) dir.

5-) İstatistiksel bilgiler adı altında ölçülerin ve bilinmeyenlerin sayısı, redundanz paylarının ölçüler içinde dağılımı, birim ağırlığın karesel ortalama hatası ve ölçük düzeltmesi hesaplanır.

6-) Dengeleme ve test sonucunda her Yeni Nokta için:

- a-) Dengelenmiş koordinatlar,
- b-) Yeni ağda olası temel nokta değişimlerini belirlemek için yaklaşık koordinatlar karşısındaki değişimler,
- c-) Koordinat güvenirliliği üzerine bilgiler,
- d-) Koordinat doğruluğuna ilişkin bilgiler

verilmiştir. Burada özellikle lokal ortalama nokta hatası da verilmektedir. Bu hata, hata elipsleri gibi sadece ağın geometrisine değil, yakın ölçülerin düzeltmelerine de bağlıdır. Hareketli Bağlantı Noktaları için de,

- a-) Dengelenmiş koordinatlar,
- b-) Koordinatların düzeltmeleri,
- c-) Bağlantı noktalarının kontrol edilebilirliği,

bilgileri elde edilir.

7-) Türetilen büyüklüklerin; koordinatlar, nokta konum, ölçülerin, dengelenmiş ölçülerin, düzeltmelerin ve dengelenmiş koordinatlardan hesaplanan kenar veya doğrultular için ortalama hatalar, hata elipsi elemanları ve bölgesel nokta konum hatası da hesaplanmaktadır.

EK-D: TEST AĞI VE AYRILAN DÖRT PARÇASINDA AÇI-KENAR, DOĞRULTU VE KENAR AĞI DENGELMESİ İLE UÇ İSTATİSTİK TEST YÖNTEMİNDE BELİRLENEN UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLERİN GERÇEKTEN UYUŞUMSUZ OLUP OLMADIKLARININ KONTROLÜ.

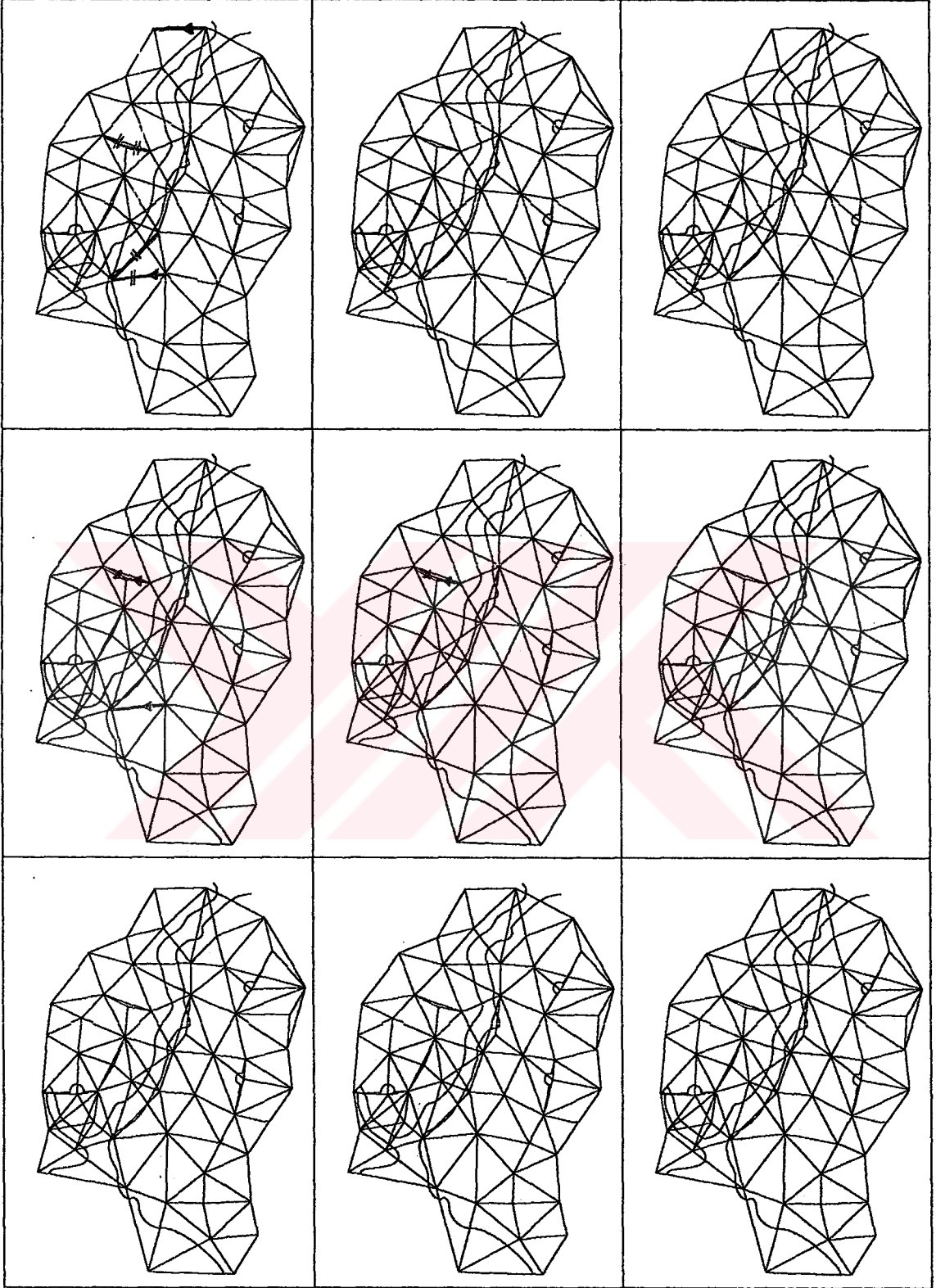
TABLO D.1: TEST AGINDA UYUŞUMSUZ OLARAK BELİRLENEN ÖLÇÜLER VE TEST DEĞERLERİ.

[illegible]

DATA-SNOOPING

TAU DAĞILIMI

t-DAĞILIMI

A
C
I
K
E
N
A
RD
O
Ğ
R
U
L
T
UK
E
N
A
R

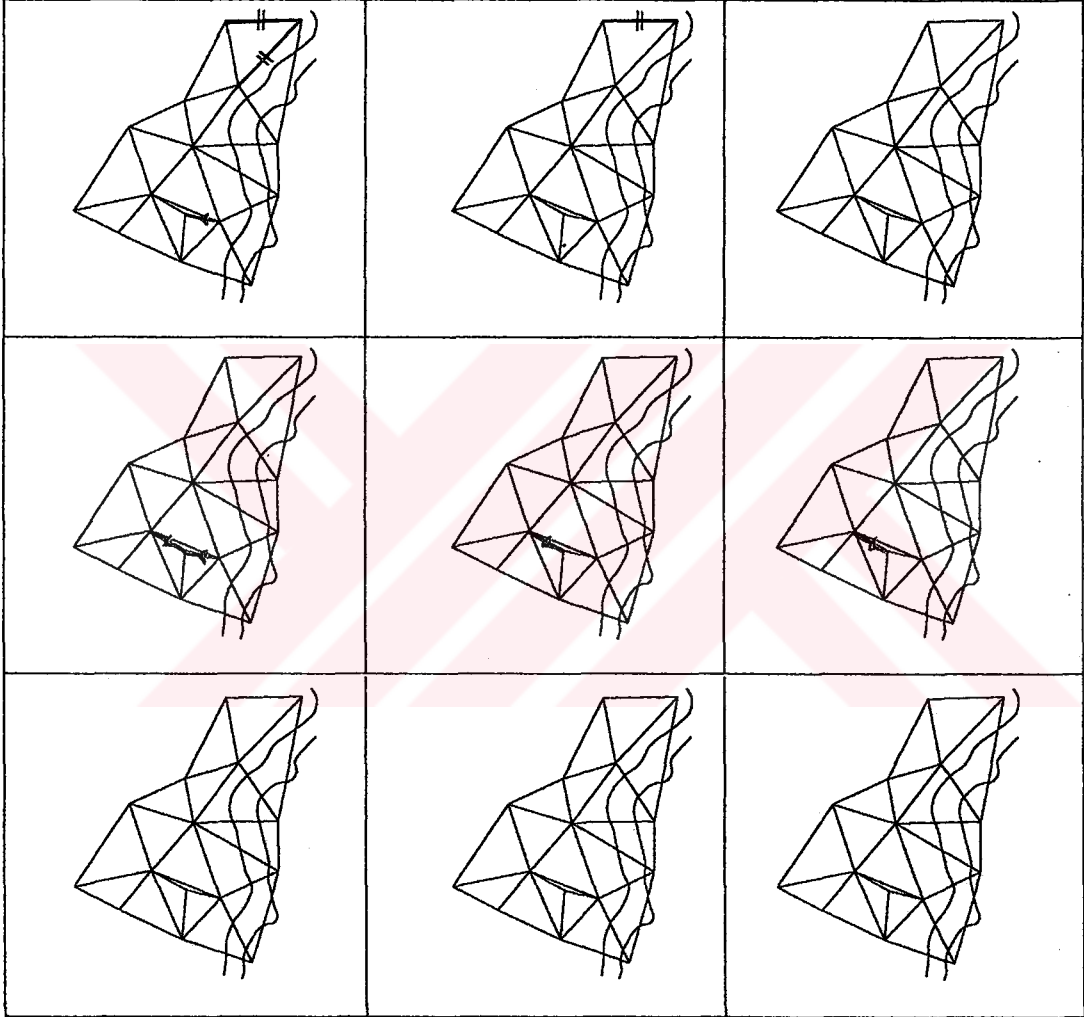
SEKİL D.1: TEST AĞINDA ÜÇ TEST YÖNTEMİNDE BELİRLENEN UYUSUMSUZ ÖLÇÜLER.

DATA-SNOOPING

TAU DAĞILIMI

t-DAĞILIMI

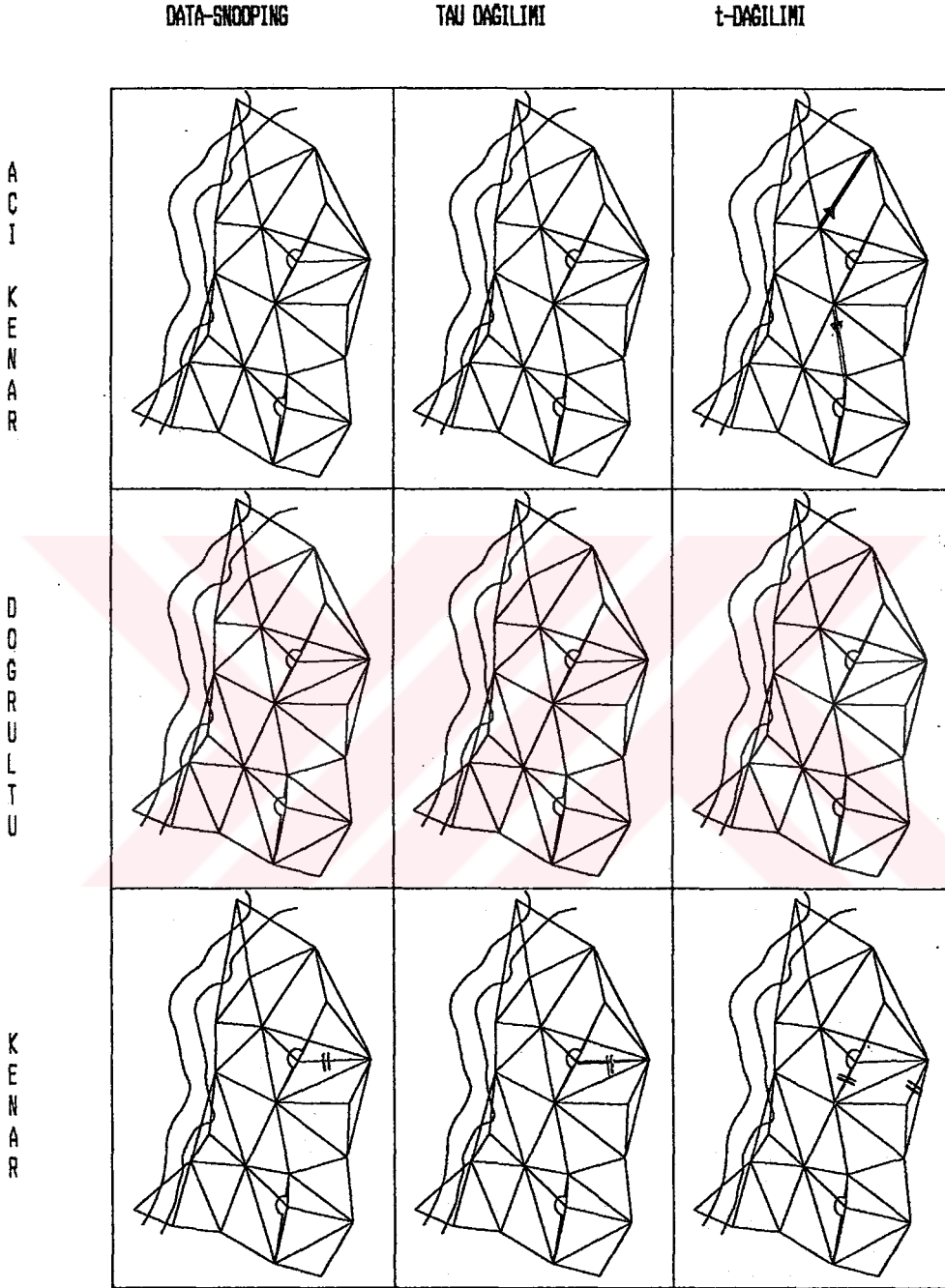
A
C
I

K
E
N
A
RD
O
Ğ
R
U
L
T
UK
E
N
A
R

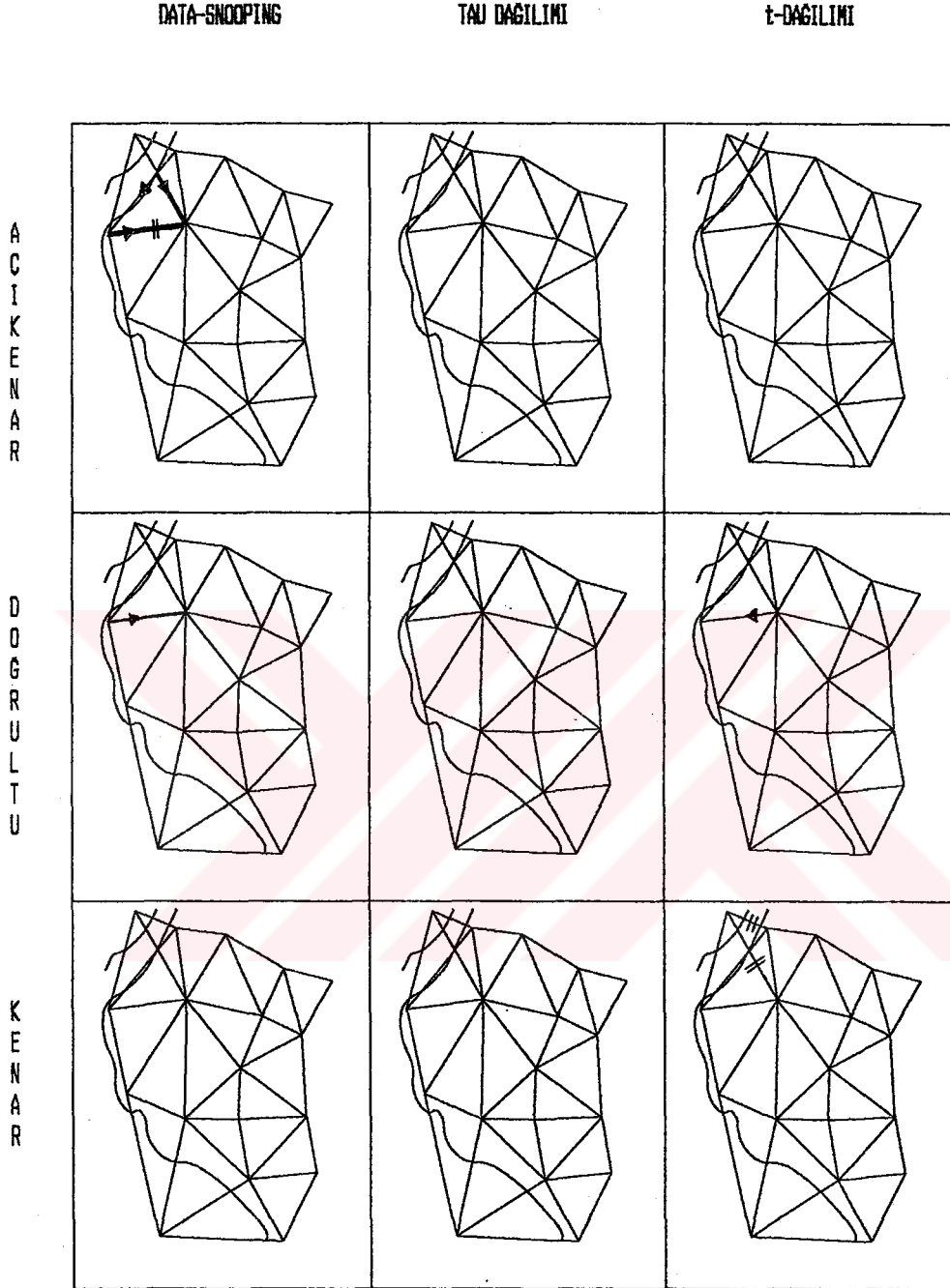
ŞEKİL D.2: TEST AĞI 1'DE UÇ TEST YÖNTEMİNDE UYUŞMSUZ OLARAK BELİRLENEN ÖLÇÜLER.

TABLO D.3: TEST AĞI 2'DE UYŞUMSUZ OLARAK BELİRLENEN ÖLÇÜLER VE TEST DEĞERLERİ.

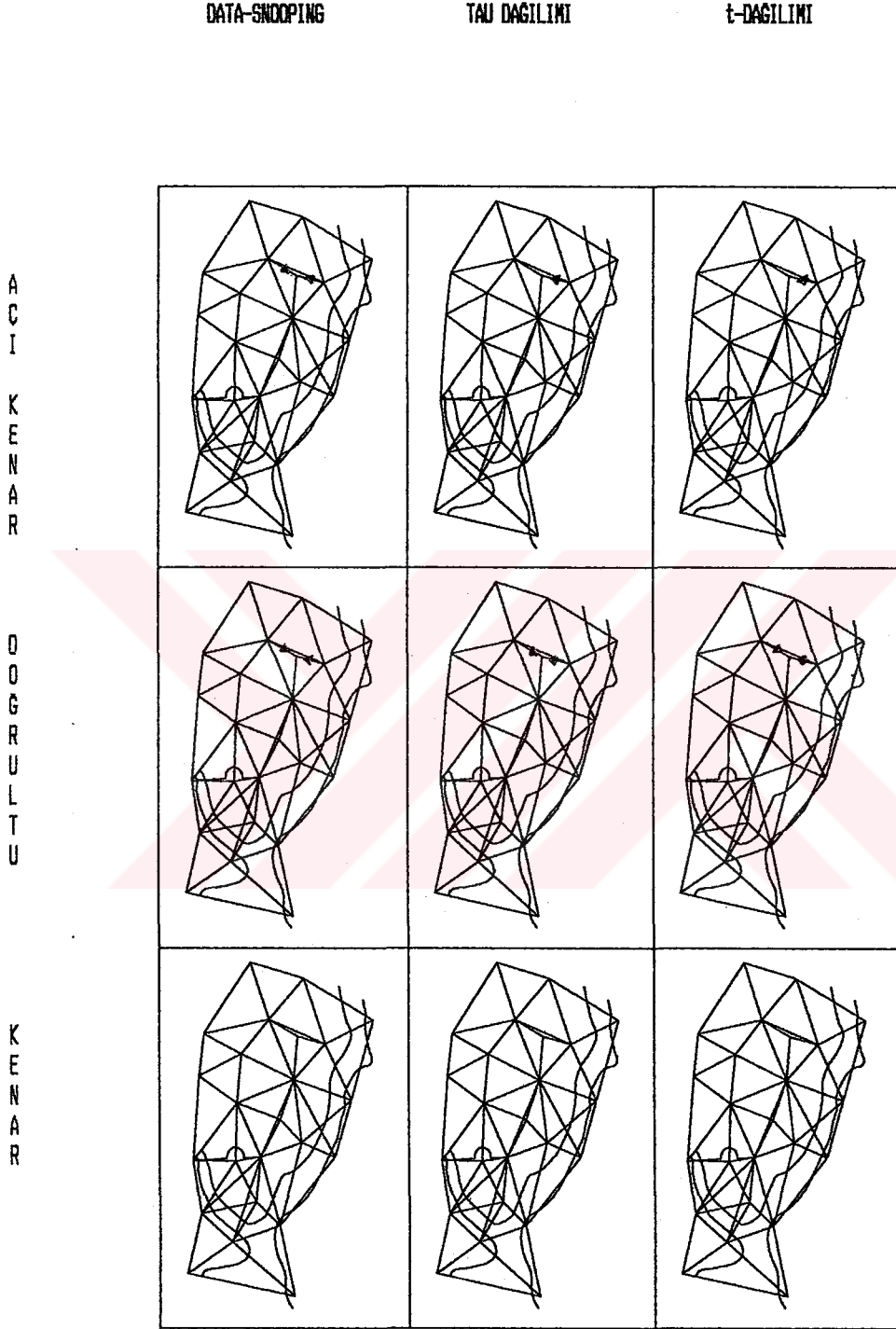
KULLANILAN AĞ VE ÖLÇÜ	N.S. D.S. K.S.	mD mD K mD D	[PVV] f=n-u C	UYŞUMSUZ ÖLÇÜ NO:	V cc-cm	ND	ND-SD Q (P/H)	EK cm	EF	EV % r	BH-SD cc-cm	EGK cm	BH cc-cm	GA cm	A- OS KOH cc-cm	EK mm/Km
D A T A * S N O D P B	ACI--KEN	21 105 48	0.86 0.81 0.88	64.785 87 3.3	UYŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK											
	DOĞRULU	21 105 ---	0.85 ---- 0.85	29.285 40 3.3	UYŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK											
	KENAR	21 -- 48	0.94 ---- 0.94	8.023 9 3.3	85-134 K											
T A U D A G I L I P	ACI--KEN	21 105 48	0.86	64.780 87 3.483	UYŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK											
	DOĞRULU	21 105 ---	0.85	29.281 40 3.290	UYŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK											
	KENAR	21 --- 48	0.94	8.024 9 2.610	85-134 K	0.25	2.70	0.01								
t D A G I L I M I H	ACI--KEN	21 105 48	0.86	64.780 87 3.733	78- 80 D 76- 88 D	-5.41 -7.68	-3.93 -4.52	5.899 5.801								
	DOĞRULU	21 105 ---	0.85	29.281 40 3.804	UYŞUMSUZ ÖLÇÜ YOK											
	KENAR	21 --- 48	0.94	8.024 9 4.988	77-134 K 84-135 K	1.18 0.25	5.95 13.33	0.259 0.009	4.988							



SEKİL 0.3: TEST AĞI 3'DE ÜÇ TEST YÖNTEMİNDE UYUSUMSUZ OLARAK BELİRLENEN ÖLÇÜLER



SEKİL D.4: TEST AĞI 4'DE ÜÇ TEST YÖNTEMİNDE UYUSUMSUZ OLARAK BELİRLENEN ÖLÇÜLER.

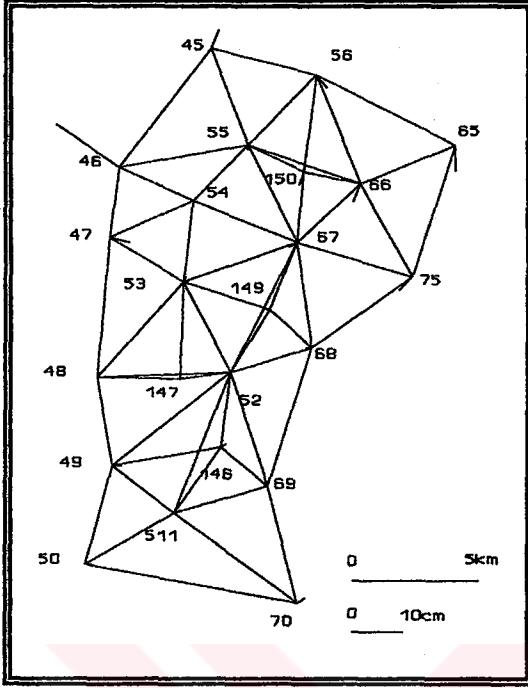


SEKİL D.5: TEST AĞI 4'DE ÜÇ TEST YÖNTEMİNDE UYUŞUMSUZ OLARAK BELİRLENEN ÖLÇÜLER.

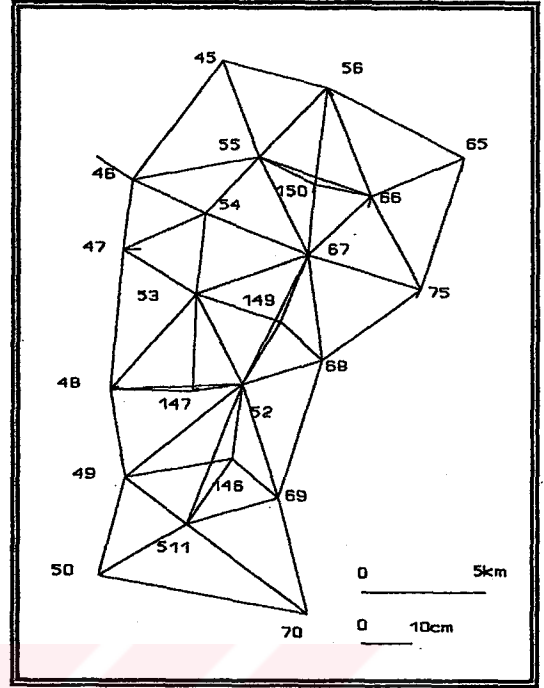
EK-E: UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ TESTLERİNDE (ÜÇ YÖNTEM) ÖLÇÜLERE YAPAY HATA VERİLEREK DENEYSEL HATA SINIRLARININ SAPTANMASINDA DETAYLI TABLO VE ŞEKİLLER.

TABLO E.1: DENEYSEL HATA SINIRLARI VE FARK VEKTÖRLERİNİN SAYISAL DEĞERLERİ.

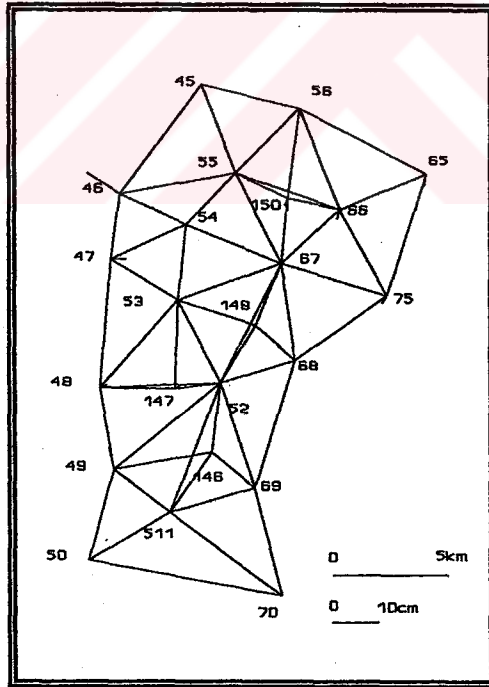
AGIN DIS CEVRESINDE EN KISA KENARIN DOGRULTUSU						
YAPAY HATALI OLCU			DENEYSEL HATA SINIRLARI			
D.N.	B.N.	DOGRULTU	DATA-SNP	TAU	t	
46	47	321.48349 G	-8 cc	-9 cc	-8 cc	
KOORDINAT FARK VEKTORLERI						
NOKTA NO:	DATA-SNOOPING		TAU DAGILIMI		t DAGILIMI	
	BOYUT (mm)	YON (G)	BOYUT (mm)	YON (G)	BOYUT (mm)	YON (G)
45	7.6	25.8	3.2	20.5	2.2	29.5
46	30.2	338.0	18.0	337.4	16.6	336.4
47	8.2	115.6	8.0	100.0	7.0	100.0
48	7.0	100.0	4.1	84.4	3.2	79.5
49	4.0	100.0	2.2	70.5	2.2	70.5
50	3.0	100.0	2.0	100.0	2.0	100.0
52	2.2	29.5	1.4	50.0	1.4	50.0
53	2.2	29.5	2.2	29.5	2.2	29.5
54	3.6	337.4	2.8	350.0	2.2	329.5
55	2.0	200.0	1.4	250.0	1.4	250.0
56	6.4	157.0	3.6	162.6	3.2	179.5
65	10.0	200.0	5.1	212.6	5.1	212.6
66	7.6	225.8	4.5	229.5	4.1	215.6
67	3.6	262.6	2.2	229.5	2.2	229.5
68	2.0	300.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	2.2	29.5	1.0	100.0	1.0	108.0
70	3.6	62.6	1.0	100.0	1.0	100.0
75	7.1	50.0	3.6	237.4	3.6	237.4
146	2.2	70.5	1.4	50.0	1.4	50.0
147	3.2	79.5	2.2	70.5	1.4	50.0
149	1.0	300.0	0.0	0.0	0.0	0.0
150	5.4	224.2	3.2	220.5	3.2	220.5
511	3.2	79.5	1.4	50.0	1.4	50.0



DATA-SNOOPING



TAU DAĞILIMI

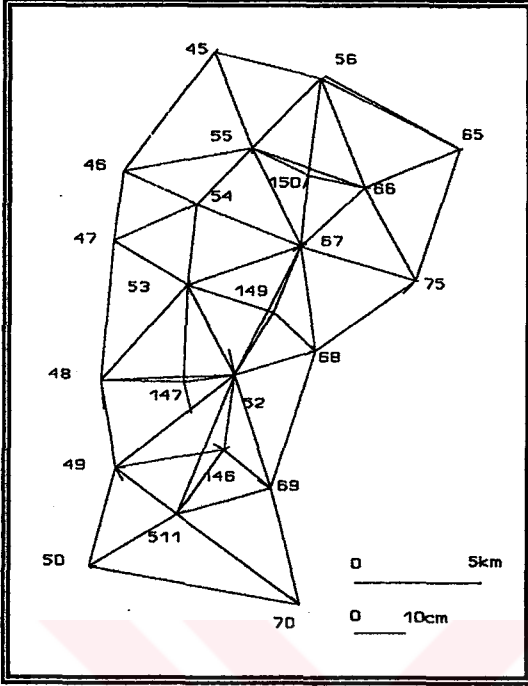


t-DAGILIMI

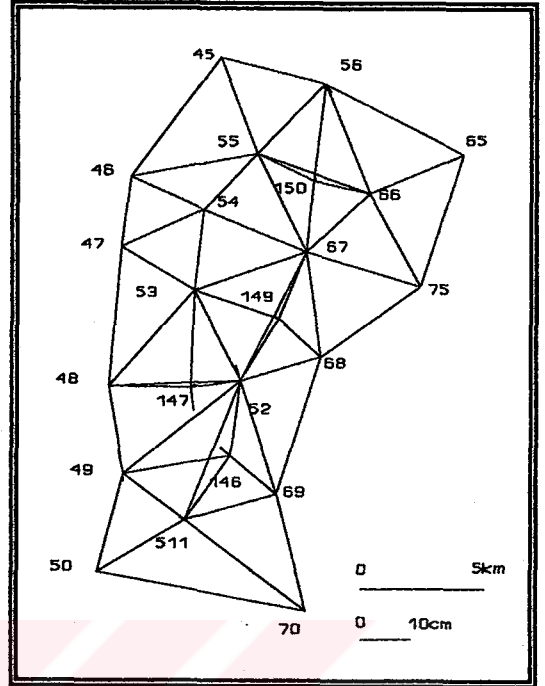
ŞEKİL E.1: DENEYSEL HATA SINIRI BELİRLEMESİNDE YAPAY UYUSUMSUZ ÖLÇÜ İLE DENGELEMEDE NOKTA KOORDİNATLARINA ETKİSİ (DEĞİŞİM VEKTÖRÜ OLARAK).

TABLO E.2: DENEYSEL HATA SINIRLARI VE FARK VEKTÖRLERİNİN SAYISAL DEĞERLERİ.

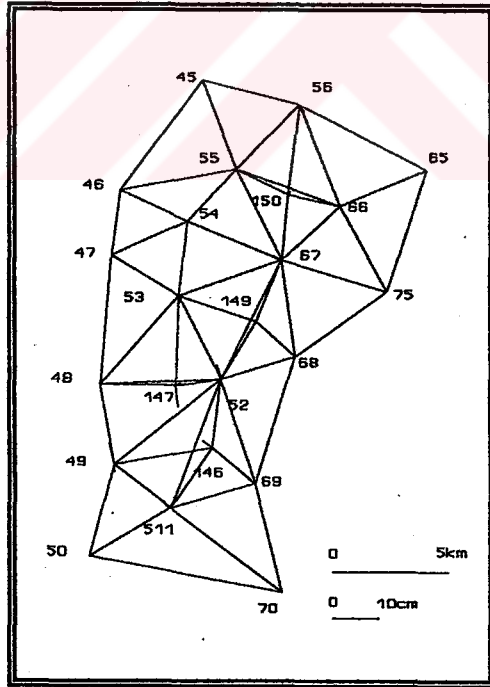
AGIN ICINDE EN KISA KENARIN DOGRULTUSU						
YAPAY HATALI OLCU			DENEYSEL HATA SINIRLARI			
D.N.	B.N.	DOGRULTU	DATA-SNP	TAU	t	
52	147	256.72306 G	-9 cc	-10 cc	-8 cc	
KOORDINAT FARK VEKTORLERI						
NOKTA NO:	DATA-SNOOPING		TAU DAGILIMI		t-DAGILIMI	
	BOYUT (mm)	YON (G)	BOYUT (mm)	YON (G)	BOYUT (mm)	YON (G)
45	1.4	50.0	1.0	100.0	2.0	100.0
46	0.0	0.0	1.0	200.0	3.0	0.0
47	2.0	200.0	1.4	150.0	3.2	379.5
48	11.0	194.2	6.1	189.5	7.1	350.0
49	5.8	165.6	3.0	200.0	14.8	331.4
50	1.4	150.0	2.0	200.0	5.4	175.8
52	10.2	387.4	6.3	379.5	1.4	250.0
53	1.4	50.0	0.0	0.0	1.4	350.0
54	1.0	100.0	0.0	0.0	2.0	0.0
55	1.4	50.0	1.4	50.0	1.0	0.0
56	2.2	70.5	1.0	0.0	2.2	129.5
65	1.0	100.0	1.0	100.0	2.0	200.0
66	2.0	100.0	1.0	100.0	1.0	200.0
67	2.2	70.5	1.0	100.0	1.0	200.0
68	2.2	370.5	1.0	0.0	1.0	300.8
69	5.8	334.4	3.6	337.4	4.5	129.5
70	4.2	350.0	3.2	379.5	9.1	107.0
75	1.0	100.0	1.0	100.0	2.2	229.5
146	4.5	329.5	5.0	341.0	2.8	150.0
147	12.4	184.4	9.1	193.0	4.1	315.6
149	1.0	205.8	2.2	29.5	1.4	250.0
150	1.3	215.8	1.4	50.0	1.0	100.0
511	1.0	23.2	2.2	329.5	11.3	150.0



DATA-SNOOPING



TAU DAGILIMI

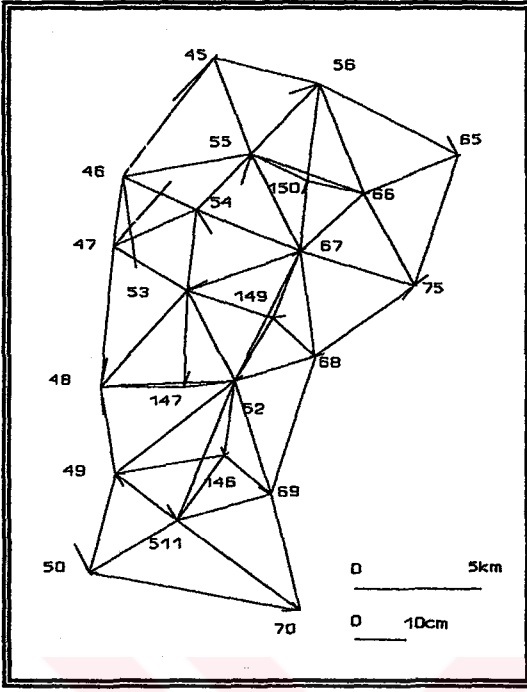


t-DAGILIMI

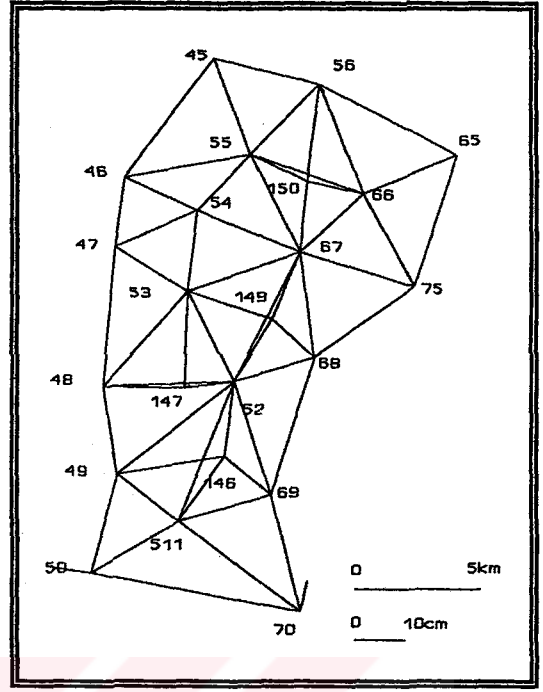
SEKİL E.2: DENEYSEL HATA SINIRI BELİRLEMESİNDE YAPAY UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ İLE DENGELEMEDE NOKTA KOORDİNATLARINA ETKİSİ (DEĞİŞİM VEKTÖRÜ OLARAK).

TABLO E.3: DENEYSEL HATA SINIRLARI VE FARK VEKTÖRLERİNİN SAYISAL DEĞERLERİ.

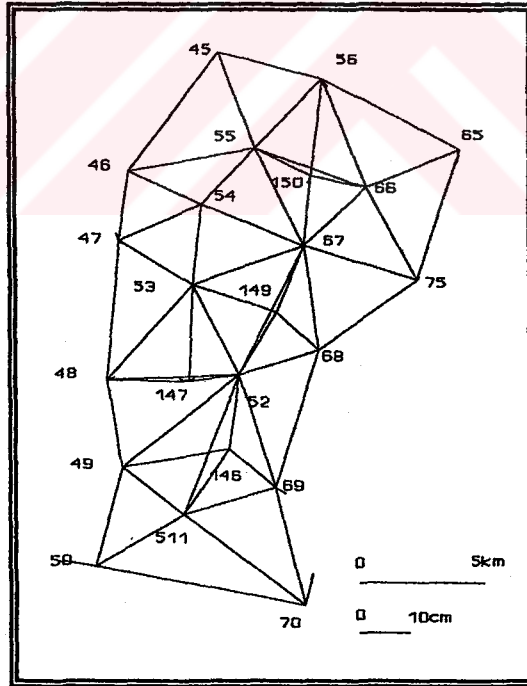
AGIN DIS CEVRESINDE EN UZUN KENARIN DOGRULTUSU						
YAPAY HATALI OLCU			DENEYSEL HATA SINIRLARI			
D.N.	B.N.	DOGRULTU	DATA-SNP	TAU	t	
50	70	44.89971 G	-22 cc	-23 cc	-22 cc	
KOORDINAT FARK VEKTORLERI						
NOKTA NO:	DATA-SNOOPING		TAU DAGILIMI		t-DAGILIMI	
	BOYUT (mm)	YON (G)	BOYUT (mm)	YON (G)	BOYUT (mm)	YON (G)
45	2.2	229.5	1.0	200.0	1.0	200.0
46	2.2	170.5	1.0	200.0	1.0	200.0
47	2.2	170.5	1.0	200.0	1.0	200.0
48	4.5	129.5	2.2	129.5	2.2	129.5
49	5.0	141.0	2.2	129.5	2.2	129.5
50	24.0	297.3	15.1	308.4	15.1	308.4
52	2.2	129.5	1.0	100.4	1.0	100.0
53	2.8	150.0	1.4	150.4	1.4	150.0
54	2.0	200.0	1.0	200.0	1.0	200.0
55	1.0	200.0	1.0	200.0	1.0	200.0
56	1.0	300.0	1.4	250.0	1.4	250.0
65	1.0	0.0	1.0	300.0	1.0	300.0
66	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
67	1.0	100.0	1.0	100.0	1.0	100.0
68	1.4	150.0	1.0	100.0	1.0	100.0
69	2.2	70.5	1.4	50.0	1.4	50.0
70	22.4	11.4	12.4	15.6	12.4	15.6
75	1.0	100.0	1.4	50.0	1.4	50.0
146	2.2	129.5	1.0	100.0	1.0	100.0
147	3.6	137.4	2.2	170.5	2.2	170.5
149	1.4	150.0	1.4	150.0	1.4	150.0
150	1.0	200.0	0.0	0.0	0.0	0.0
511	2.8	150.0	1.0	200.0	1.0	200.0



DATA-SNOOPING



TAU DAGILIMI

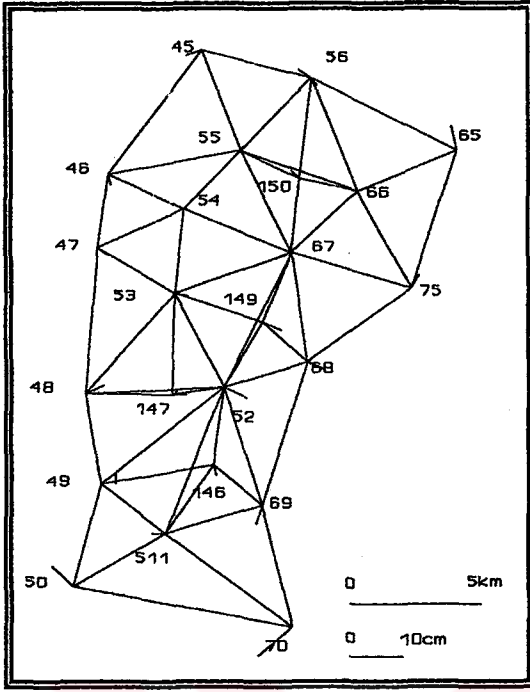


t-DAGILIMI

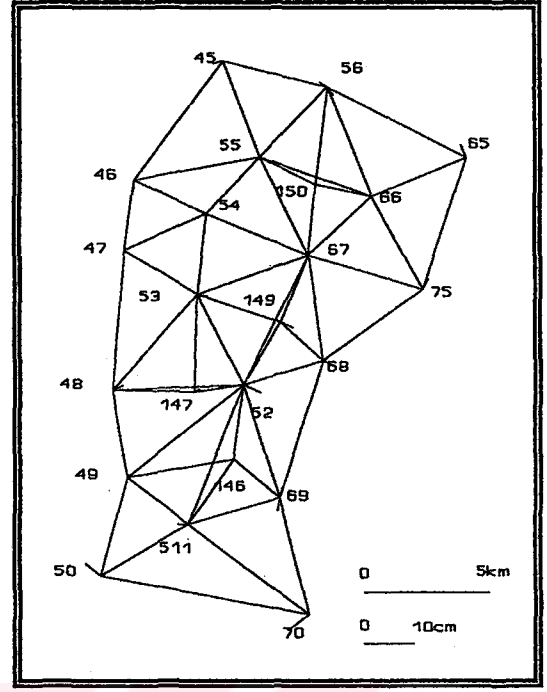
SEKİL E.3: DENEYSEL HATA SINIRI BELİRLEMESİNDE YAPAY UYUSUMSUZ ÖLÇÜ İLE DENGEMEDE NOKTA KOORDİNATLARINA ETKİSİ (DEĞİŞİM VEKTÖRÜ OLARAK).

TABLO E.4: DENEYSEL HATA SINIRLARI VE FARK VEKTÖRLERİNİN SAYISAL DEĞERLERİ.

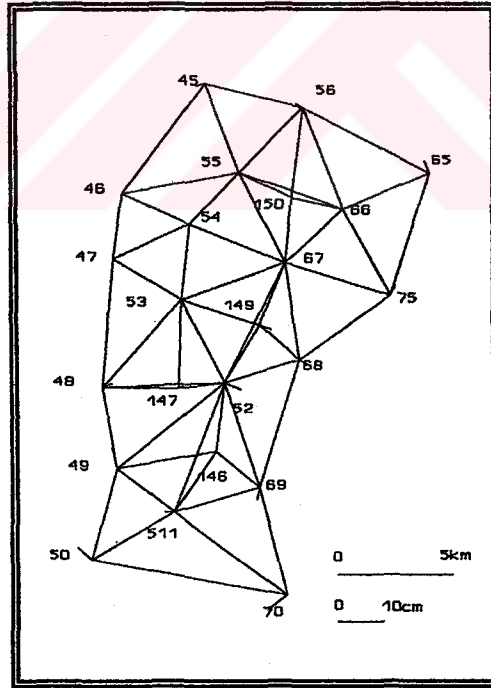
AGIN İCİNDE EN UZUN KENARIN DOGRULTUSU						
YAPAY HATALI ÖLÇÜ			DENEYSEL HATA SINIRLARI			
D.N.	B.N.	DOGRULTU	DATA-SNP	TAU	t	
52	67	395.17686 G	-5 cc	-6 cc	-5 cc	
KOORDINAT FARK VEKTÖRLERİ						
NOKTA NO:	DATA-SNOOPING		TAU DAGILIMI		t-DAGILIMI	
	BOYUT (mm)	YÖN (G)	BOYUT (mm)	YÖN T (G)	BOYUT (mm)	YÖN (G)
45	6.3	279.5	4.1	284.4	2.2	70.5
46	4.1	184.4	3.0	200.0	2.0	0.0
47	5.0	141.0	2.8	150.0	3.2	379.5
48	7.6	74.2	4.5	70.5	7.1	350.0
49	4.0	0.0	2.0	0.0	14.8	331.4
50	11.3	350.0	7.8	344.2	5.8	165.6
52	9.8	126.6	7.6	125.8	2.2	270.5
53	5.1	112.6	4.1	115.6	2.2	329.5
54	2.0	100.0	1.4	150.0	2.0	0.0
55	2.0	300.0	1.4	350.0	1.4	50.0
56	5.8	334.4	3.6	337.4	1.4	150.0
65	9.2	386.1	5.4	375.8	2.2	170.5
66	5.4	375.8	3.2	379.5	1.0	200.0
67	3.0	0.0	2.2	370.5	1.4	250.0
68	7.8	125.8	4.5	129.5	1.0	300.0
69	7.3	217.7	5.1	212.6	3.2	120.5
70	17.0	255.3	10.0	259.0	10.0	100.0
75	5.8	34.4	4.5	29.5	1.4	250.0
146	4.1	184.4	2.0	200.0	2.2	170.5
147	6.0	100.0	4.1	84.4	5.1	312.6
149	7.6	125.8	5.4	124.2	2.0	300.0
150	4.2	350.0	2.8	350.0	0.0	0.0
511	5.0	300.0	4.0	300.0	12.0	146.3



DATA-SNOOPING



TAU DAGILIMI

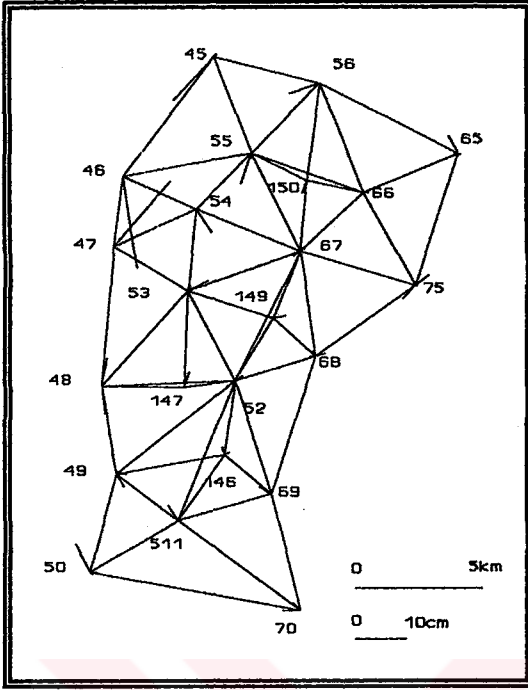


t-DAGILIMI

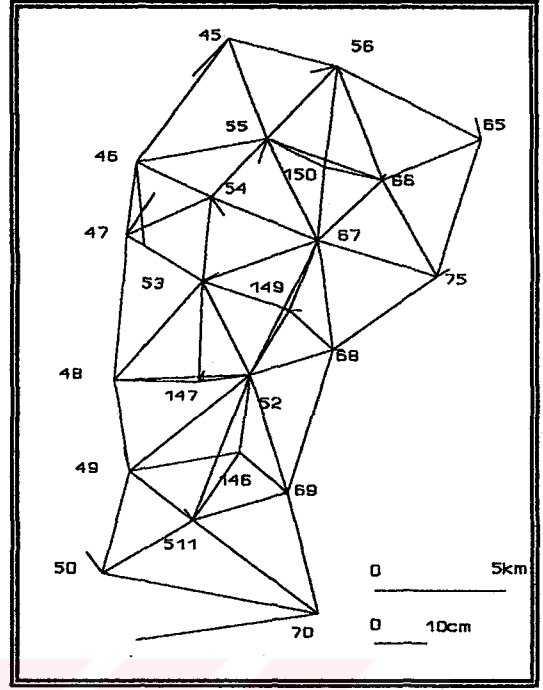
SEKİL E.4: DENEYSEL HATA SINIRI BELİRLEMESİNDE YAPAY UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ İLE DENGEMEDE NOKTA KOORDİNATLARINA ETKİSİ (DEĞİŞİM VEKTÖRÜ OLARAK).

TABLO E.5: DENEYSEL HATA SINIRLARI VE FARK VEKTÖRLERİNİN SAYISAL DEĞERLERİ.

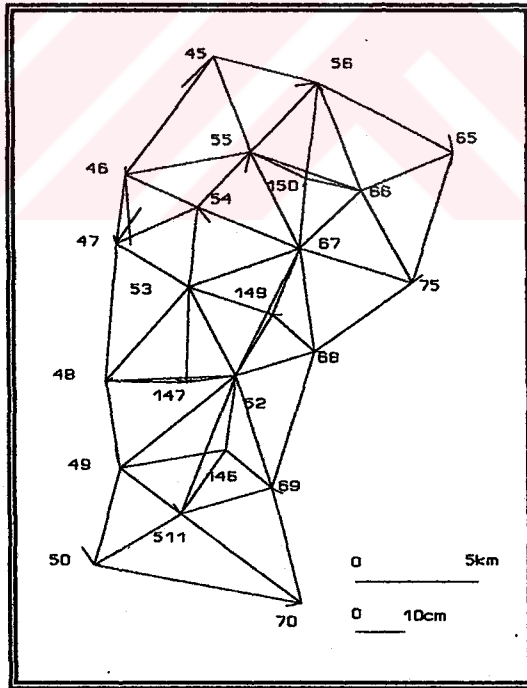
AĞIN DIŞ ÇEVRESİNDE EN KISA KENAR						
YAPAY HATALI ÖLÇÜ			DENEYSEL HATA SINIRLARI			
D.N.	B.N.	KENAR	DATA-SNP	TAU	t	
46	47	2788.3995 m	-8 cm	-9 cm	-8 cm	
KOORDİNAT FARK VEKTÖRLERİ						
NOKTA NO:	DATA-SNOOPING		TAU DAĞILIMI		t DAĞILIMI	
	BOYUT (mm)	YÖN (G)	BOYUT (mm)	YÖN (G)	BOYUT (mm)	YÖN (G)
45	23.3	248.1	19.8	250.0	17.7	252.5
46	36.3	191.2	32.1	194.0	28.1	195.5
47	24.1	46.3	19.4	38.3	17.2	39.5
48	11.2	11.4	10.0	6.3	8.1	7.9
49	9.2	386.1	8.2	384.4	7.3	382.3
50	12.5	368.2	10.0	359.0	8.6	360.5
52	3.6	62.6	3.2	79.5	3.2	79.5
53	8.9	70.5	6.7	70.5	5.4	75.8
54	10.8	162.6	8.6	160.5	7.8	155.8
55	12.6	220.5	9.5	220.5	8.2	215.6
56	12.6	279.5	10.2	287.4	9.1	293.0
65	8.1	367.0	8.2	384.4	7.3	382.3
66	1.0	300.0	2.2	29.4	1.4	50.0
67	3.2	120.5	4.1	115.6	3.2	120.5
68	4.1	84.4	4.0	100.0	4.0	100.0
69	2.2	329.5	2.0	300.0	2.0	300.0
70	7.0	300.0	7.1	291.0	6.1	289.5
75	6.4	57.0	5.8	65.6	5.0	59.0
146	3.2	379.5	2.0	0.0	2.0	0.0
147	6.3	20.5	4.5	29.5	3.2	20.5
149	5.1	87.4	5.0	100.0	4.0	100.0
50	5.1	212.6	3.0	200.0	2.0	200.0
511	7.2	362.6	5.0	359.0	5.0	359.0



DATA-SNOOPING



TAU DAĞILIMI

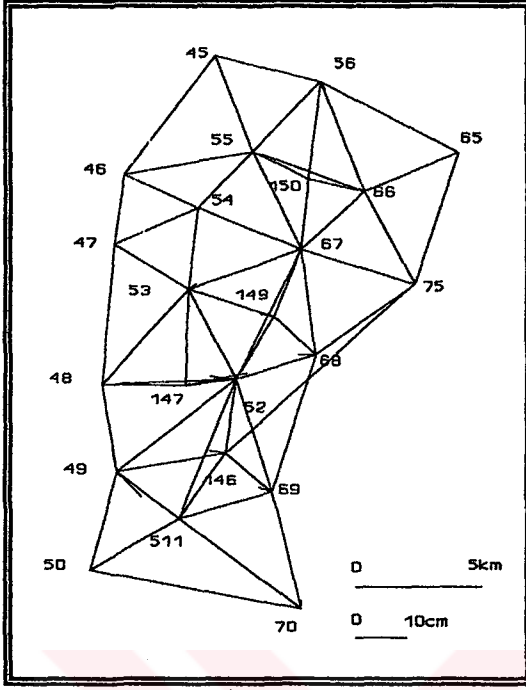


t-DAĞILIMI

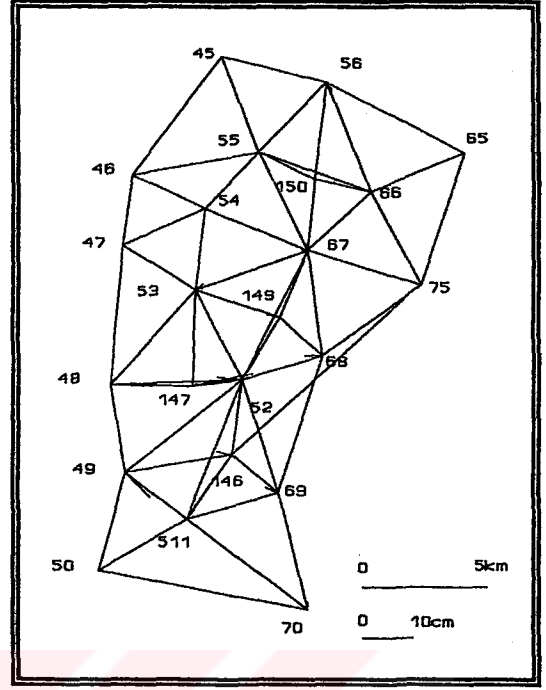
ŞEKİL E.5: DENEYSEL HATA SINIRI BELİRLEMESİNDE YAPAY UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ İLE DENGEMEDE NOKTA KOORDİNATLARINA ETKİSİ (DEĞİŞİM VEKTÖRÜ OLARAK).

TABLO E.6: DENEYSEL HATA SINIRLARI VE FARK VEKTÖRLERİNİN SAYISAL DEĞERLERİ.

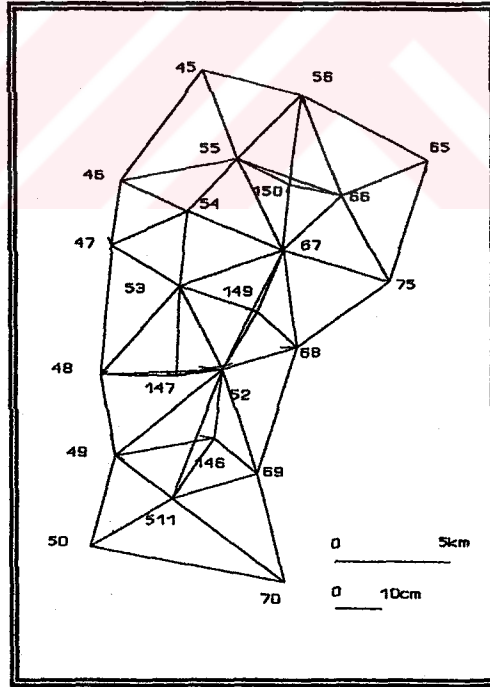
AĞIN İÇİNDE EN KISA KENAR						
YAPAY HATALI ÖLÇÜ			DENEYSEL HATA SINIRLARI			
D.N.	B.N.	KENAR	DATA-SNP	TAU	t	
52	147	2013.2280 m	-4 cm	-4 cm	-4 cm	
KOORDİNAT FARK VEKTÖRLERİ						
NOKTA NO:	DATA-SNOOPING		TAU DAĞILIMI		t-DAĞILIMI	
	BOYUT (mm)	YÖN (G)	BOYUT (mm)	YÖN (G)	BOYUT (mm)	YÖN (G)
45	1.0	200.0	1.0	100.0	1.0	100.0
46	2.0	100.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	3.6	137.4	2.0	100.0	2.0	100.0
48	9.0	100.0	9.0	100.0	9.0	100.0
49	5.8	134.4	4.5	129.5	4.5	129.5
50	2.2	129.5	1.4	150.0	1.4	150.0
52	12.0	305.3	10.0	306.3	10.0	306.3
53	4.0	100.0	3.6	62.6	3.6	62.6
54	2.0	100.0	1.0	0.0	1.0	0.0
55	1.0	200.0	1.0	200.0	1.0	200.0
56	2.0	200.0	1.0	200.0	1.0	200.0
65	3.2	220.5	3.2	220.5	3.2	220.5
66	2.2	270.5	2.2	270.5	2.2	270.5
67	3.2	320.5	2.0	300.0	2.0	300.0
68	7.0	300.0	7.0	300.0	7.0	300.0
69	6.3	320.5	5.4	324.2	5.4	324.2
70	4.1	384.4	3.0	0.0	3.0	0.0
75	5.4	275.8	3.6	262.6	3.6	262.6
146	7.1	309.0	6.1	310.5	6.1	310.5
147	28.6	86.6	24.5	86.9	24.5	86.9
149	6.3	320.5	5.1	312.6	5.1	312.6
150	1.4	250.0	1.4	250.0	1.4	250.0
511	2.2	329.5	1.0	300.0	1.0	300.0



DATA-SNOOPING



TAU DAĞILIMI

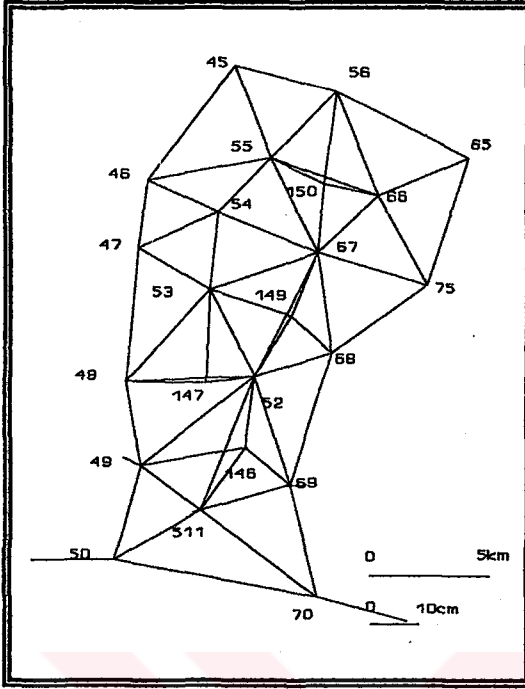


t-DAĞILIMI

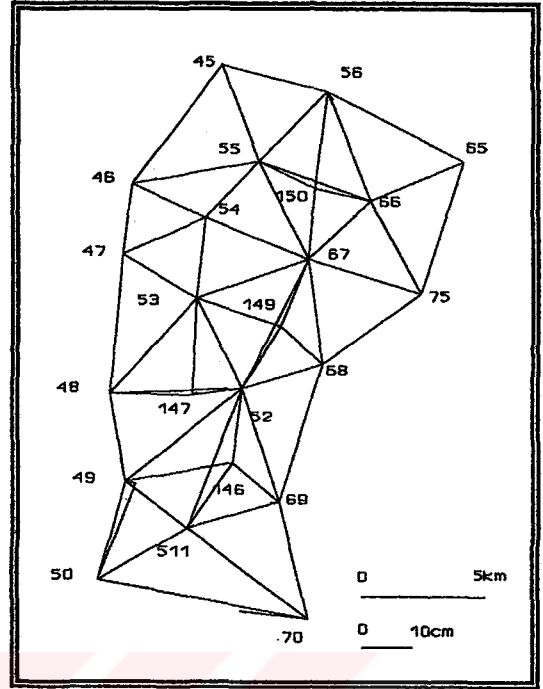
ŞEKİL E.6: DENEYSEL HATA SINIRI BELİRLEMESİNDE YAPAY UYUSUMSUZ ÖLÇÜ İLE DENGEMEDE NOKTA KOORDİNATLARINA ETKİSİ (DEĞİŞİM VEKTÖRÜ OLARAK).

TABLO E.7: DENEYSEL HATA SINIRLARI VE FARK VEKTÖRLERİNİN SAYISAL DEĞERLERİ.

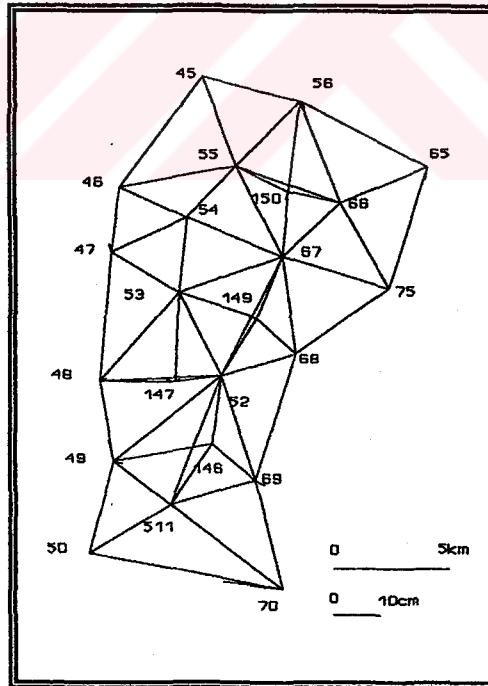
AGIN DIŞ ÇEVRESİNE EN UZUN KENAR						
YAPAY HATALI ÖLÇÜ			DENEYSEL HATA SINIRLARI			
D.N.	B.N.	KENAR	DATA-SNP	TAU	t	
50	70	8504.9345 m	-16 cm	-18 cm	-17 cm	
KOORDİNAT FARK VEKTÖRLERİ						
NOKTA NO:	DATA—SNOOPING		TAU DAGILIMI		t-DAGILIMI	
	BOYUT (mm)	YÖN (G)	BOYUT (mm)	YÖN T (G)	BOYUT (mm)	YÖN H (G)
45	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
46	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
47	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
48	2.8	350.0	1.4	150.0	1.4	150.0
49	7.6	325.8	4.1	115.6	4.1	115.6
50	34.0	300.0	22.4	111.4	21.4	112.0
52	0.0	0.0	1.4	50.0	1.4	50.0
53	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
54	1.4	50.0	0.0	0.0	0.0	0.0
55	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
56	1.0	100.0	0.0	0.0	0.0	0.0
65	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
66	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
67	0.0	0.0	1.0	100.0	1.0	100.0
68	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
69	7.0	100.0	3.0	300.0	3.0	300.0
70	38.3	116.8	27.2	307.0	25.2	307.6
75	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
146	1.0	100.0	0.0	0.0	0.0	0.0
147	2.0	200.0	0.0	0.0	0.0	0.0
149	1.0	100.0	0.0	0.0	0.0	0.0
150	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0
511	3.2	279.5	2.2	70.5	2.2	70.5



DATA-SNOOPING



TAU DAĞILIMI

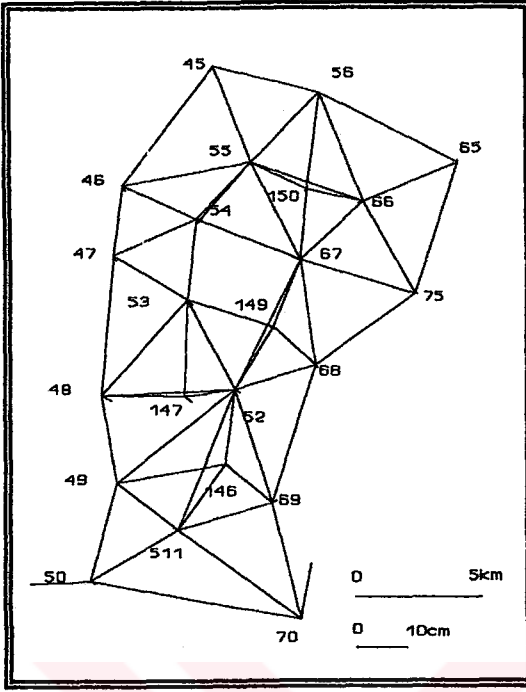


t-DAĞILIMI

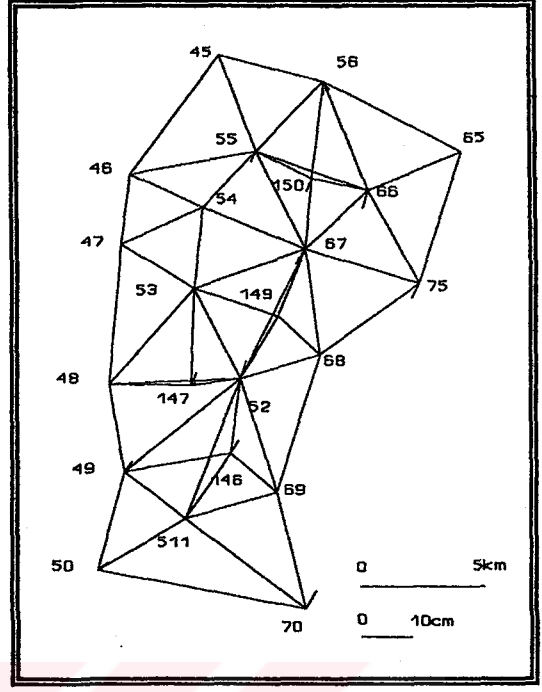
ŞEKİL E.7: DENEYSEL HATA SINIRI BELİRLEMESİNDE YAPAY UYUSUMSUZ ÖLÇÜ İLE Dengelemede nokta koordinatlarına etkisi (Değişim vektörü olarak).

TABLO E.8: DENEYSEL HATA SINIRLARI VE FARK VEKTÖRLERİNİN SAYISAL DEĞERLERİ.

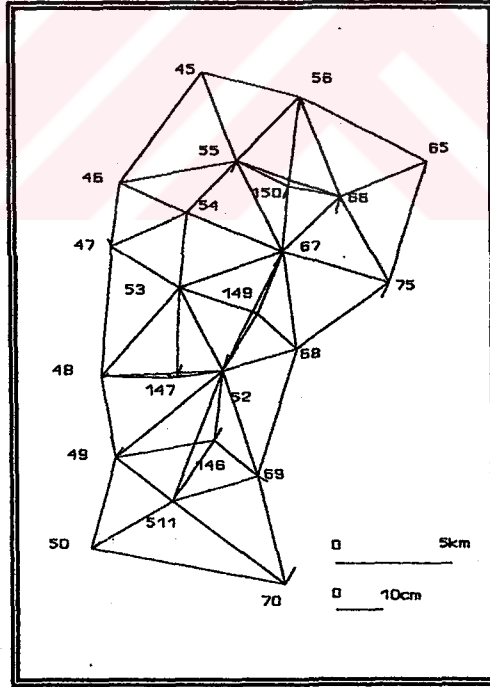
AGIN İÇİNDE EN UZUN KENAR						
YAPAY HATALI ÖLÇÜ			DENEYSEL HATA SINIRLARI			
D.N.	B.N.	KENAR	DATA-SNP	TAU	t	
52	67	5727.5495 m	- 7 cm	- 7 cm	- 7 cm	
KOORDİNAT FARK VEKTÖRLERİ						
NOKTA NO:	DATA-SNOOPING		TAU DAĞILIMI		t-DAĞILIMI	
	BOYUT (mm)	YÖN (G)	BOYUT (mm)	YÖN P (G)	BOYUT (mm)	YÖN H (G)
45	7.1	191.0	3.2	179.5	3.2	179.5
46	3.2	220.5	2.0	300.0	2.0	300.0
47	2.2	229.5	1.0	300.0	1.0	300.0
48	5.8	34.4	2.2	29.5	2.2	29.5
49	10.0	41.0	5.0	41.0	5.0	41.0
50	10.6	45.8	5.0	59.0	5.0	59.0
52	13.9	23.4	7.3	17.7	7.3	17.7
53	3.6	362.6	2.2	370.5	2.2	370.5
54	5.8	234.4	2.2	229.5	2.2	229.5
55	9.5	220.5	4.5	229.5	4.5	229.5
56	11.0	205.8	5.0	200.0	5.0	200.0
65	14.6	217.7	7.3	217.7	7.3	217.7
66	12.1	227.2	7.3	217.7	7.3	217.7
67	13.9	233.6	7.2	237.4	7.2	237.4
68	5.0	341.0	2.2	329.5	2.2	329.5
69	11.4	17.0	6.3	20.5	6.3	20.5
70	13.4	29.5	8.1	33.0	8.1	33.0
75	12.8	243.0	6.7	229.5	6.7	229.5
146	11.7	22.2	5.8	34.4	5.8	34.4
147	10.4	18.6	5.4	24.2	5.4	24.2
149	2.2	329.5	2.2	329.5	2.2	329.5
150	10.8	224.2	5.4	224.2	5.4	224.2
511	11.7	34.4	5.8	34.4	5.8	34.4



DATA-SNOOPING



TAU DAGILIMI



t-DAGILIMI

ŞEKİL E.8: DENEYSEL HATA SINIRI BELİRLEMESİNDE YAPAY UYUŞUMSUZ ÖLÇÜ İLE DENGELEMEDE NOKTA KOORDİNATLARINA ETKİSİ (DEĞİŞİM VEKTÖRÜ OLARAK).

DZGECMIS

Gulsüm Hale KARASU, 1951 yılında Eskişehir'de doğmuş, ilk öğrenimini Acıbadem Özdemiroğlu ilkokulunda, orta ve lise öğrenimini Çamlıca Kız Lisesinde tamamlamıştır.

1971 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümüne girmiş, lisans öğrenimini 1978 yılında tamamlamıştır. Aynı yıl aynı bölümde yüksek lisans öğrenimine devam ederken, teknisyen mühendis olarak çalışmaya başlamıştır. 1978-1980 yılları arasında aynı fakültede yüksek lisans eğitimi yapmış, 1980 yılında Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Jeodezi Anabilim Dalına asistan olarak atanmış ve doktora çalışmasına başlamıştır.

Aralık 1990/Haziran 1991 tarihleri arasında 6 ay süre ile Amerika'da görevlendirilmiş, University of California San-Diego University Extension'da İngilizce dil eğitimi almıştır.

Halen aynı Bölüm ve aynı Anabilim Dalında, araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.