

## ANKASTRE MESNETLİ HOMOJEN OLМАYAN ELASTİK KESİK KONİK KABUĞUN SERBEST TİTREŞİMİ

<sup>1</sup>AVEY A., <sup>2</sup>ŞAYEV Z.S., <sup>3</sup>DENİZ A., <sup>4</sup>ZERİN Z.

<sup>1</sup>Suleyman Demirel Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Isparta

<sup>2</sup>Azerbaycan Teknik Üniversitesi, Teorik Mekanik Kürsüsü, Bakü, Azerbaycan

<sup>3</sup>Uşak Üniversitesi, Matematik Bölümü, Uşak

<sup>4</sup>Ondokuz Mayıs Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Samsun

### ÖZET

Bu çalışmada ankastre mesnetli homojen olmayan izotrop malzemeden oluşan kesik konik kabuğun serbest titreşiminin analitik formülasyonu sunulmaktadır. Donnell teori kullanarak oluşturulan denklemler Galerkin yöntemi uygulanarak çözülmektedir. Elde edilen ifade,  $\lambda$  parametresi ve dalga sayılarına göre minimize edilerek dairesel titreşim frekansının en küçük değeri bulunmaktadır. Bu ifadeden homojen kesik konik kabuk, homojen ve homojen olmayan silindirik kabuk için ifadeler özel olarak elde edilmektedir. Ayrıca, elde edilen ifadelerin içerdiği  $\lambda$  parametresinin değeri frekansın minimum olma koşulundan bulunmaktadır. Son olarak kabuk karakteristikleri değişiminin ve homojen olmamanın dairesel titreşim frekansı etkileri incelenmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Kesik konik kabuk, Homojen olmama, Serbest titreşim, Frekans

### ABSTRACT

An analytical formulation is presented for free vibration of clamped truncated conical shells made of non-homogeneous isotropic materials. The governing equations according to the Donnell's theory are solved by Galerkin's method. The minimum values are obtained by minimizing the expression of circular frequency with respect to  $\lambda$  parameter and wave numbers. Furthermore, parameter  $\lambda$  which is included in the obtained formulas is get from the minimum condition of the frequency. The appropriate formulas for homogeneous isotropic conical shells and for cylindrical shells made of homogeneous and non-homogeneous isotropic materials are found as a special case. Finally, effects of changing truncated conical shell characteristics and non-homogeneity on the fundamental frequency with clamped edge are investigated.

**Keywords:** Truncated Conical shell, Non-homogeneity, Vibration, Frequency

## 1. GİRİŞ

Homojen ve homojen olmayan malzemelerden oluşan konik kabuklar; vinçler, reaktör başlıklarları, mermi, roket parçaları ve uzay mekiği yapımında, başlıca yapı elemanları olarak geniş kullanım alanlarına sahip oldukları için bu elemanların titreşim analizi yapıların emniyeti açısından çok büyük önem taşımaktadır. Malzemenin homojen olmaması, doğal olabileceği gibi değişik etkiler sonucu homojen malzemenin elastik özelliklerinin değişimi ile de meydana gelebilir. Örneğin; uçak ve roketlerdeki bazı kısımlar yüksek sıcaklık etkisi altında işlev gördüğü için o kısımlardaki homojen malzeme homojen olmayan malzemeye dönüşür ve elastik özellikleri koordinatların fonksiyonu olur. Bunun yanı sıra, malzemenin homojen olmaması radyasyon etkisi, nem etkisi ve imalat yöntemleri vs gibi sebeplerden dolayı da meydana gelebilir. Bu etkiler sonucu yapı elamanını oluşturan malzemenin özellikleri noktadan noktaya sürekli, parçalı sürekli ve ya rasgele olarak değişebilir. Günümüzde imalat yöntemlerindeki hızlı gelişmelere bağlı olarak homojen olmayan malzemelerin oluşumu ve değişik yapı elemanlarında uygulana bilme olasılığı daha da artmıştır. Homojen olmayan malzemelerden oluşan yapı elemanları daha az ağırlık, yüksek mukavemet vs gibi avantajlara sahip olduğu için onların titreşimi ile ilgili hesap ve yöntemlerin yenilenmesi ve geliştirilmesi bir zorunluluk olarak araştırmacıların önüne çıkmaktadır. Kaynaklarda homojen olmayan malzemelerin davranışlarını sunan çok az sayıda model bulunmaktadır [1-3]. Değişik geometriye sahip homojen ve homojen olmayan bazı yapı elemanlarının titreşimi ile ilgili 1973'e kadar ki çalışmalar Leissa [4, 5] tarafından sunulmuş ve çalışma [5]'in bir bölümü homojen konik kabukların titreşimine aittir. Homojen olmamanın göz önüne alındığı değişik yapı elemanları ile ilgili son yıllarda yapılan kayda değer çalışmaların listesi kaynak [6]'da verilmiştir.

Literatürde değişik sınır koşullarına (basit mesnetli, serbest, serbest mesnetli, ankastre ve bunların varyasyonları) sahip konik kabukların titreşim problemleri ile ilgili çok önemli çalışmalar bulunmaktadır. Söz konusu çalışmaların çoğu nümerik ve ya sonlu elemanlar yöntemi ile yapılmıştır [7-12]. Konik kabukların titreşim probleminin analitik çözümü ile ilgili en fazla yayın basit mesnetli sınır koşulu için yapılmıştır. Ankastre mesnetli konik kabukların serbest titreşimi ile ilgili olan çalışmalar içerisinde analitik çözümlü yayın sayısı çok azdır. Bu, konik kabukların titreşimine karşı gelen kısmi diferansiyel denklemlerinin karmaşık olması, çözüm esnasında yorucu matematiksel işlemlerin olması ve özellikle de ankastre sınır koşulunu sağlayan yaklaşım fonksiyonun seçimindeki zorluklarla açıklanabilir. Konik kabuk homojen olmayan malzemelerden oluşturulduğunda çözüm esnasında ortaya çıkan zorluklar biraz daha artmaktadır. Homojen olmayan konik kabukların titreşim ve stabilitesi ile ilgili son yıllarda az sayıda olsa bazı çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalarla konik kabukların sınır koşulu basit mesnetli olarak dikkate alınmıştır [6, 13, 14].

Yapılan kaynak taraması, ankastre mesnetli homojen olmayan elastik konik kabukların serbest titreşim probleminin çözülmemiş olmasını ortaya koymakta ve titreşim karakteristiklerini iyi anlayabilmek için doğru ve güvenilir analizlerin yapılmasına ihtiyaç olduğunu göstermektedir.

Bu çalışmada, kenarları ankastre mesnetli homojen olmayan izotrop malzemeden oluşan kesik ve tam konik kabukların serbest titreşim probleminin analitik çözümünün bulunması hedeflenmektedir.

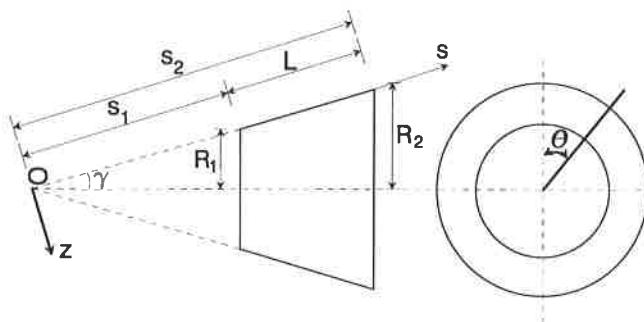
## 2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Kenarları ankastre mesnetli dairesel kesik koni kabuk homojen olmayan izotrop elastik malzemeden oluşmaktadır, yani malzemenin elastisite modülü ve yoğunluğu kalınlık koordinatının sürekli fonksiyonlardır [1, 3, 6]:

$$E(\bar{z}) = E_0[1 + \mu \varphi_1(\bar{z})], \quad \rho(\bar{z}) = \rho_0[1 + \mu \varphi_2(\bar{z})], \quad \bar{z} = z/h \quad (1)$$

Burada,  $E_0$ ;  $\rho_0$  sırasıyla, homojen malzemenin elastisite modülü ve yoğunluğu,  $z$  konik kabuğun kalınlık koordinatı,  $h$ , konik kabuğun kalınlığı,  $\mu$  elastisite modülü ve yoğunluğun değişim katsayısı ve  $\varphi_i(\bar{z})$  ( $i=1,2$ ) homojen olmama fonksiyonları olup aşağıdaki eşitsizlikleri sağlamaktadır  $0 \leq \mu \leq 1$  ve  $|\varphi(\bar{z})| \leq 1$ .

Uzunluğu  $L$ , alt ve üst tabanlarının yarıçapları sırasıyla  $R_1$  ve  $R_2$ , yarım tepe açısı  $\gamma$  olan kesik koni tam koniye tamamlanarak Şekil 1'de sunulmaktadır. Kabuğun referans yüzeyinde seçilen koordinat sistemi orijin O koninin tepe noktası ile çıkışmaktadır. S ekseni koninin ana doğrultusunda,  $\theta$  ekseni dairesel doğrultuda, z ekseni ise ilk iki eksenin bulunduğu düzleme dik olup koninin normali doğrultusundadır.  $S_1$  ve  $S_2$  sırasıyla, koninin tepesinden alt ve üst tabanlara kadar olan mesafelerdir.



Şekil 1. Kesik koni kabuğun geometrisi

Homojen olmayan izotrop elastik malzemelerden oluşan kabuk için gerilme ve deformasyonlar arasındaki bağıntılar aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \frac{E_0[1 + \mu \varphi_1(\bar{z})]}{1 - v^2} \begin{pmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 - z \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \\ e_2 - z \left( \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta_1^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial w}{\partial s} \right) \\ e_{12} - z \left( \frac{1}{s} \frac{\partial^2 w}{\partial s \partial \theta_1} - \frac{1}{s^2} \frac{\partial w}{\partial \theta_1} \right) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Burada  $\theta_1 = \theta \sin \gamma$  olup  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}$  gerilme bileşenleri;  $e_1, e_2, e_{12}$  orta yüzeyde deformasyon bileşenleri;  $w$  orta yüzeyde yerdeğiştirme ve  $v$  Poisson oranı olup sabittir.

Kuvvet ve moment bileşenleri aşağıdaki ifadelerden bulunur [12]:

$$(T_1, T_2, T_{12}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}) dz, \quad (M_1, M_2, M_{12}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{12}) z dz \quad (3)$$

Kuvvet bileşenleriyle  $\Phi$  Airy gerilme fonksiyonu arasındaki bağıntı şu şekildedir:

$$(T_1, T_2, T_{12}) = \left( \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta_1^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial s}, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial s^2}, \quad -\frac{1}{s} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial s \partial \theta_1} + \frac{1}{s^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_1} \right) \quad (4)$$

(2) ifadesi (3) bağıntılarda yerine yazılarak kuvvet ve moment bileşenleri yerdeğiştirme ve Airy gerilme fonksiyonları ile ifade edilir. Bu ifadeler ve (4) bağıntısı değiştirilmiş Donnell tipi titreşim ve deformasyon yoğunluk denklemlerinde [12] yerine yazıldıktan sonra  $s = s_2 e^x$  dönüşümü yapılarak uzun matematiksel işlemlerden sonra  $w$  ve  $\Phi$  fonksiyonlarına bağlı diferansiyel denklemlerin matris şekli aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi \\ w \end{pmatrix} = 0 \quad (5)$$

Burada,  $L_{ij}$ ;  $i, j = 1 \div 2$  diferansiyel operatörler olup şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\begin{aligned}
L_{11} &= c_{12} e^{-4x} \left( \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 4 \frac{\partial^3}{\partial x^3} + 4 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^4}{\partial \theta_1^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} \right) \\
&\quad + 2(c_{11} - c_{31}) e^{-4x} \left( \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \theta_1^2} - 2 \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} \right) + S_2 e^{-3x} \cot \gamma \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \\
L_{12} &= -c_{13} e^{-4x} \left( \frac{\partial^4}{\partial \theta_1^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 4 \frac{\partial^3}{\partial x^3} + 4 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) - \\
&\quad - 2(c_{14} + c_{32}) e^{-4x} \left( \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \theta_1^2} - 2 \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta_1^2} \right) - \rho_1 h S_2^4 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \\
L_{21} &= b_{11} e^{-4x} \left( \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 4 \frac{\partial^3}{\partial x^3} + 4 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^4}{\partial \theta_1^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} \right) + \\
&\quad + 2(b_{31} + b_{12}) e^{-4x} \left( \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \theta_1^2} - 2 \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} \right) \\
L_{22} &= -b_{14} e^{-4x} \left( \frac{\partial^4}{\partial \theta_1^4} + \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 4 \frac{\partial^3}{\partial x^3} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} \right) + \\
&\quad + 2(b_{32} - b_{13}) e^{-4x} \left( \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial \theta_1^2} - 2 \frac{\partial^3}{\partial x \partial \theta_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta_1^2} \right) + S_2 e^{-3x} \cot \gamma \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \right)
\end{aligned} \tag{6}$$

Burada  $b_{ij}$ ,  $c_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) katsayıları kabuk ve malzeme özelliklerine bağlıdır.

#### 4. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Kesik konik kabuk ankastre sınır koşulunu sağladığı için (5) diferansiyel denklemlerinin çözümü aşağıdaki şekilde aranır [11]:

$$w = \xi(t) e^{\lambda x} \sin^2 \beta_1 x \cos \beta_2 \varphi, \quad \Phi = \zeta(t) S_2 e^{(\lambda+1)x} \sin^2 \beta_1 x \cos \beta_2 \varphi \tag{7}$$

Burada,  $\xi(t)$  ve  $\zeta(t)$  zamana bağlı genlikler olup aşağıdaki tanımlar geçerlidir:

$$\beta_1 = \frac{\pi}{x_0}, \quad \beta_2 = \frac{n}{\sin \gamma}, \quad x_0 = \ln \frac{S_2}{S_1}, \quad x = \ln \frac{S}{S_2} \tag{8}$$

$\lambda$  parametresi frekansın minimum koşulundan bulunur ve konik kabuk için  $x_0$  geometrik parametresine bağlıdır.

(5) sisteminin birinci denklemi  $w S_2^2 e^{2x} dx d\varphi$  ifadesiyle ikinci denklemi  $\Phi S_2^2 e^{2x} dx d\varphi$  ifadesiyle çarpılıp  $0 \leq \varphi \leq 2\pi \sin \gamma$  ve  $-x_0 \leq x \leq 0$  aralığında Galerkin yöntemi uygulandığında, bazı işlemlerden sonra ankastre mesnetli homojen olmayan kesik konik kabuğun doğal frekansı  $\omega_{TC} (s^{-1})$  için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\omega = \sqrt{\frac{(\Gamma_1\eta_{-1} + \Gamma_2)(\Gamma_3\eta_{-1} + \Gamma_4) + \Gamma_3\Gamma_7\eta_{-2}}{\Gamma_7\Gamma_6\eta_2}} \quad (9)$$

Burada,  $\Gamma_i$  ( $i = 1 \div 7$ ) malzeme ve kabuk karakteristiklerine bağlı olup şu tanım geçerlidir:

$$\eta_{2i} = \frac{32\lambda[\lambda^2 + \beta_1^2]\lambda^2 + 4\beta_1^2}{(2\lambda + i)[(2\lambda + i)^2 + 4\beta_1^2][(2\lambda + i)^2 + 16\beta_1^2]}; \quad i = -2, -1, 0, 1, 2$$

Ankastre mesnetli homojen olmayan kesik konik kabuğun dairesel frekansı  $f$ (Hz) aşağıdaki ifadeden bulunur:

$$f = \omega / 2\pi \quad (10)$$

Ankastre mesnetli kesik konik kabuğun dairesel frekansının minimum değeri (10) denkleminin  $m$ ,  $n$  ve  $\lambda$  parametrelerine göre minimize edilmesiyle elde edilir.

$\gamma \rightarrow 0$  olduğunda kesik konik kabuk silindirik kabuğa dönüşür. (8) ve (10) ifadelerinde  $\gamma \rightarrow 0$  yazıldığında ankastre mesnetli silindirik kabukların doğal frekansı ve dairesel frekansı ifadeleri elde edilir ve (8) ve (10) ifadelerinde  $\omega$ ;  $f$  sırasıyla  $\omega_{cyl}$ ;  $f_{cyl}$  şeklinde dönüşür.

Kesik koni kabukların dairesel frekansının minimum değerleri için yapılan hesaplar ve analizler sonrası  $\lambda$  parametresi için aşağıdaki genel değerler elde edilmiştir (Bkz, Ref. [11]):

$$x_0 < 1.6 \text{ ise } \lambda = 2.4; \quad 1.6 \leq x_0 \leq 2.5 \text{ ise } \lambda = 2.8; \quad x_0 > 2.5 \text{ ise } \lambda = 3.2 \quad (11)$$

Ayrıca, kesik koni kabukların serbest titreşimi için yapılan hesaplarda boyuna dalga sayısının  $m=1$  olduğu görülmektedir. Buna göre  $\lambda$  parametresinin (11)'deki değeri ve  $m=1$  dikkate alındığında frekansın sadece  $n$  sayısına göre minimize edilmesi yeterli olur. İlginçtir ki silindirik kabuklar için tüm durumlarda  $\lambda=0$  olur.

## 5. KARŞILAŞTIRMALAR VE SAYISAL HESAPLAR

Bu çalışmanın doğruluğunu kanıtlamak için iki karşılaştırma yapılmış ve sonuçları Tablo 1 ve 2'de sunulmaktadır. Kabuk ve malzeme özellikleri her iki tablo üzerinde verilmektedir.

Tablo 1'de sunulan karşılaştırmada ankastre mesnetli homojen izotrop silindirik kabuk ele alınmıştır. Bu çalışmada (8) ifadesinde  $\gamma \rightarrow 0$ ;  $R_2 = R_1 = R$ ;  $L = L_1$ ;  $\mu = 0$ ;  $E = E_0$ ;  $\rho = \rho_0$  yazıldığında homojen olmayan kesik koni kabuk için frekans ifadesi homojen silindirik kabuğun frekans ifadesine dönüşür. Burada  $R$  ve  $L_1$  sırasıyla, silindirik kabuğun yarıçapı ve uzunluğudur. Ankastre mesnetli homojen izotrop silindirik kabuğun boyutsuz frekans parametresi için  $\omega_{cyl} = \omega_{cyl}R\sqrt{(1 - v^2)\rho_0/E_0}$  ifadesi kullanılarak bu çalışmada elde edilen

değerler ve Loy ve ark. [8] ve Zhang ve ark. [9] çalışmalarında elde edilen uygun değerler Tablo 1' de sunulmaktadır. Bizim sonuçların her iki yazının sonuçları ile iyi uyum içinde olduğu Tablo 1 ve 2'den görülmektedir.

Tablo 1. Ankastre mesnetli homojen silindirik kabuğun  $\omega_{\text{tgyl}}$  boyutsuz frekans parametresinin minimum değerlerinin karşılaştırılması ( $L_1/R=20$ ;  $h/R=0.01$ )

Loy ve ark [8]	Zhang ve ark. [9]	Bizim çalışma
0.01393(2)	0.01405(2)	0.01401(2)

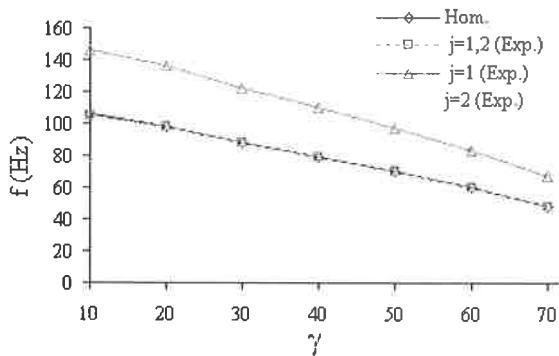
Tablo 2' de sunulan karşılaştırmada ankastre mesnetli, homojen, izotrop, bir kesik koni kabuk ele alınmıştır. Bu çalışmada (10) ifadesinde  $\mu=0$ ;  $E=E_0$ ;  $\rho=\rho_0$  yazıldığında homojen olmayan kesik koni kabuğun dairesel frekans ifadesi homojen kesik konik kabuğun dairesel frekans ifadesine dönüşür. Tablo 2' de homojen izotrop kesik koni kabuk için dairesel frekansın  $f = \omega / 2\pi$  (Hz) değerleri [11] çalışmasındaki sonuçlarla karşılaştırılmış ve sonuçların çok iyi uyum içinde olduğu Tablo 2'den açıkça görülmektedir.

Tablo 2. Ankastre mesnetli homojen kesik konik kabuğun  $f$  (Hz) frekans değerlerinin karşılaştırılması ( $E_0=1.93\times10^5$  MPa;  $v=0.3$ ;  $\rho_0=8000$  kg/m<sup>3</sup>;  $R_1/h=100$ ;  $R_2=0.175$  m;  $L=0.6$  m)

$f = \omega / 2\pi$ (Hz); ( $\lambda=2.4$ )		
$n$	Aganesov ve Sachenkov [11]	Bizim çalışma
2	850.4011283	850.4011293
4	329.2982553	329.2982559
6	500.6621046	500.6621042
8	863.3697339	863.3697332

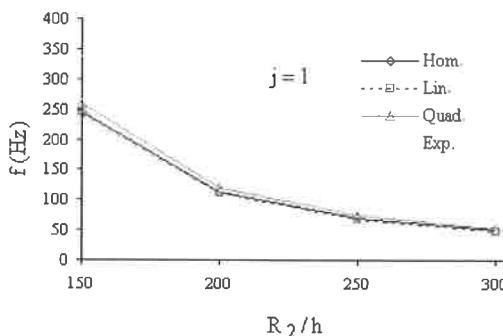
Homojen ve homojen olmayan izotrop elastik kesik konik kabukların dairesel frekansı minimum değerleri için sayısal hesaplar (10) ifadesi kullanılarak yapılmıştır. Sonuçlar grafiksel olarak sunulmaktadır. Homojen malzeme özellikleri şu şekildedir [12]:  $E_0=2.11\times10^6$  MPa;  $v_0=0.3$ ;  $\rho_0=8000$  kg/m<sup>3</sup>. Kesik konik kabuğun oluşturan malzemeye ait homojen olmama fonksiyonu kuvvet ve üstel fonksiyonlar şeklinde seçilmektedir (Bkz [3, 6]):  $\phi_i(\bar{z})=\bar{z}$ ;  $\bar{z}^2$ ;  $e^{-0.1|\bar{z}|} \cos(0.5\bar{z})$ .

Şekil 2' de ankastre mesnetli kesik koni kabuğun elastisite modülü ve yoğunluğunun ayrı-ayrı ve birlikte kalınlık koordinatına bağlı üstel fonksiyon şeklinde değişti durumlar için dairesel frekansın minimum değerlerinin  $\gamma$  yarı tepe açısına göre değişimini sunulmaktadır.  $\gamma$  yarı tepe açısı artığında elastisite modülü ve yoğunluk ayrı-ayrı ( $j=1$  ve  $j=2$ ) ve birlikte değiştiğinde ( $j=1,2$ ) dairesel frekansın minimum değeri sürekli azalmaktadır. Homojen olmayan kabuğun değerleri homojen kabuğun uygun değerleri ile kıyaslandığında frekansa en fazla etki (% 38) yoğunluk sabit tutulup elastisite modülünün değiştiği duruma, en az etki ise (% 1) elastisite modülü ve yoğunluğun birlikte değişim durumuna karşı gelmektedir. Homojen olmamanın dairesel frekansın minimum değerine etkisi  $\gamma$  yarı tepe açısının değişiminden bağımsızdır.



Şekil 2. Homojen ve homojen olmayan izotrop kesik koni kabuğun dairesel frekansı minimum değerlerinin  $\gamma$  yarı tepe açısına göre değişimi ( $L/R_1=2$ ;  $R_1/h=100$ ;  $\mu=1.0$ ;  $\lambda=2.4$ )

Şekil 3' de homojen ve homojen olmayan izotrop kesik koni kabuğun dairesel frekansının minimum değerlerinin  $R_2/h$  oranına göre değişimi sunulmaktadır. Homojen olmama fonksiyonu lineer, parabolik ve üstel fonksiyonlar şeklinde dikkate alınmış ve yoğunluk sabit tutularak sadece elastisite modülü değiştiği durum ele alınmıştır. Yoğunluk sabit tutulup elastisite modülü üstel, parabolik ve lineer değiştiğinde etkiler sırasıyla, %38; %5.5; %2.2 olur.  $R_2/h$  oranı artığında dairesel frekansın minimum değerleri sürekli azalmaktadır.



Şekil 3. Homojen ve homojen olmayan izotrop kesik koni kabuğun dairesel frekansının minimum değerlerinin  $R_2/h$  oranına göre değişimi ( $\gamma=45^\circ$ ;  $R=1m$ ;  $L=2R_1$ ;  $\mu=1.0$ ;  $\lambda=2.4$ )

## 6. SONUÇLAR

Bu çalışmada ankastre mesnetli homojen olmayan izotrop malzemeden oluşan kesik konik kabuğun serbest titreşiminin analitik formülasyonu sunulmaktadır. Donnell teori kullanarak oluşturulan denklemler Galerkin yöntemi uygulanarak çözülmektedir. Elde edilen ifade,  $\lambda$  parametresi ve dalga sayılarına göre minimize edilerek dairesel titreşim frekansının en küçük

değeri bulunmaktadır. Bu ifadeden homojen kesik konik kabuk, homojen ve homojen olmayan silindirik kabuklar için ifadeler özel olarak elde edilmektedir. Ayrıca, elde edilen ifadelerin içeriği  $\lambda$  parametresinin değeri frekansın minimum olma koşulundan bulunmaktadır. Son olarak koni kabuk karakteristikleri değişiminin ve homojen olmamanın dairesel titreşim frekansına etkileri incelenmektedir.

## TEŞEKKÜR

108M322 Nolu Projeye verdiği destekten dolayı birinci yazar TÜBİTAK'a teşekkür eder.

## KAYNAKLAR:

- [1] Khoroshun L.P., Kozlov S.Y., Ivanov Y.A. and Koshevoi, I.K., "The Generalized Theory of Plates and Shells Non Homogeneous in Thickness Direction", Naukova Dumka, Kiev, 152s, 1988. (in Russian)
- [2] Elishakoff, I., "Axisymmetric Vibration of Inhomogeneous Clamped Circular Plates: An Unusual Closed-Form Solution", J. Sound Vibr., 233, 727–738, 2000.
- [3] Lal, R., "Transverse Vibrations of Non-Homogeneous Orthotropic Rectangular Plates of Variable Thickness: A Spline Technique", J. Sound Vibr., 306, 203-214, 2007.
- [4] Leissa, A.W., "Vibration of Plates", NASA SP-160, Government Printing Office, Washington, DC, 1969.
- [5] Leissa, A.W., "Vibration of Shells", NASA SP-288, 1973.
- [6] Sofiyev, A.H. and Karaca, Z., "The Vibration and Stability of Laminated Non-Homogeneous Orthotropic Conical Shells Subjected to External Pressure", European Journal of Mechanics-A/Solids, 28, 317-328, 2009.
- [7] Tani, J., "Free Transverse Vibrations of Truncated Conical Shells", The Reported of the Institute of High Speed Mechanics, Tohoku University, Japan 24(238), 87-110, 1971.
- [8] Loy, C.T., Lam, K.Y. and Shu, C., "Analysis of Cylindrical Shells Using Generalized Differential Quadrature", Shock and Vibration, 4, 193-198, 1997.
- [9] Zhang, X.M., Liu, G.R. and Lam, K.Y., "Vibration Analysis of Thin Cylindrical Shells Using Wave Propagation Approach", J. Sound Vibr., 239, 397-403, 2001.
- [10] Liew, K.M. Ng, T.Y. and Zhao X., "Free Vibration Analysis of Conical Shells via The Element-Free Kp-Ritz Method", J. Sound Vibr., 281, 627-645, 2005.
- [11] Aganessov, L.G. Sachenkov, A.V. "Free Vibration and Stability of Conical Shells with Arbitrary Transverse Section", Research on the Theory of Plates and Shells, Kazan State University, Kazan 4, 342-355, 1966 (in Russian).
- [12] Agamirov V.L., "Dynamic Problems of Nonlinear Shells Theory", Nauka, Moscow, 1990 (in Russian).
- [13] Bhangale, R.K., Ganesan, R.K. and Padmanabhan, C., "Linear Thermo-Elastic Buckling And Free Vibration Behavior Of FG Truncated Conical Shell", J. Sound Vibr., 292, 341-371, 2006.
- [14] Sofiyev, A.H., "The Vibration and Stability Behaviors of Freely Supported FGM Conical Shells Subjected to External Pressure", Composite Structures, 89, 356-366, 2009.

